

и.и. шафрановский

# СИММЕТРИЯ



# В ПРИРОДЕ

НЕДРА

1968



и.и. шафрановский

# СИММЕТРИЯ В ПРИРОДЕ



Издательство «Н Е Д Р А»  
Ленинградское отделение  
Ленинград · 1968

Тема книги — внешние формы природных тел (кристаллов, растений, животных, геологических образований) и характеризующие их общие законы симметрии, реализующиеся в поле земного тяготения.

В основу всего изложения положен универсальный принцип симметрии (принцип П. Кюри), что позволило автору объединить единым подходом внешние формы самых различных природных тел.

Помимо классического учения о симметрии, в тексте широко использованы новейшие понятия, существенно расширяющие рамки старой симметрии (криволинейная симметрия по акад. Д. В. Наливкину, симметрия подобия по акад. А. В. Шубникову, многоцветная симметрия по акад. Н. В. Белову и другим, гомология по проф. В. И. Михееву, динамическая симметрия и т. д.). Приняты во внимание идеи акад. В. И. Вернадского о симметрии живых и косных тел. Приведен большой и оригинальный материал, иллюстрирующий теорию.

Книга написана популярно, с привлечением многочисленных примеров из художественной литературы и рассчитана на самые широкие круги читателей.

2-9-3  
352-68

---

---

*Иларион Иларионович Шафрановский*

### СИММЕТРИЯ В ПРИРОДЕ

Научный редактор *Т. Г. Петров*, Ведущий редактор *Л. Я. Русякова*

Технический редактор *А. Б. Яцуржинская*

Корректор *Л. Г. Андрущенко*

Переплет работы художника *И. А. Гордона*

---

М-61153. Сдано в набор 26/X 1967 г. Подписано к печати 19/XII 1967 г.  
Формат 60 × 90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага № 1. Печ. л. 11<sup>1</sup>/<sub>2</sub>. Усл. л. 11,5. Уч.-изд. л. 12,45.  
Изд. № 57. Тираж 12 000 экз. Индекс 1—5—0—Л. Заказ № 1214.

---

Издательство «Недра». Ленинградское отделение. Ленинград, Ф-2,  
ул. Ломоносова, 22.  
Ленинградская типография № 14 «Красный Печатник» Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР.

Цена 56 коп.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр
Предисловие . . . . .	4
Глава 1. Поиски обобщающих законов в природе (вместо введения)	7
Глава 2. Немного необходимой теории (основные понятия о симметрии и геометрии природных форм) . . . . .	17
Глава 3. Теория шагает в бесконечность (продолжение беседы о симметрии) . . . . .	39
Глава 4. Всеобъемлющий закон природы (принцип симметрии Пьера Кюри) . . . . .	51
Глава 5. В царстве кристаллов (формы и симметрия кристаллических образований) . . . . .	64
Глава 6. Где граница между живой и мертвой природой? (сопоставление кристаллических фигур с формами растений и животных) . .	105
Глава 7. В лесах и на полях (формы и симметрия растений) . . . . .	115
Глава 8. От неподвижности к ползанию, плаванию, полету (формы и симметрия беспозвоночных животных) . . . . .	138
Глава 9. Высшая ступень (формы и симметрия позвоночных) . . . . .	153
Глава 10. Среди горных громад (формы и симметрия геологических образований. Симметрия земного шара) . . . . .	158
Глава 11. О внешности инопланетных существ, о красоте, о целесообразности симметрии . . . . .	172
Заключение . . . . .	182



---

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

**В**нешние формы природных тел — это то, что прежде всего бросается нам в глаза при знакомстве с окружающим миром. С самого раннего детства мы хорошо знаем очертания деревьев, животных, гор, камней. Существует ряд научных дисциплин, детально изучающих формы тех или иных природных образований (морфология растений, морфология беспозвоночных, морфология позвоночных, кристалломорфология, геоморфология и др.\*). В них обращается преимущественное внимание на специфические и характерные черты изучаемых объектов, которые позволяют отличать последние от представителей иных разделов природы.

Великий немецкий поэт и натуралист И. В. Гёте (1749—1832), автор термина «морфология», мечтал о создании единого «учения о форме, образовании и преобразовании органических тел» \*\*. Это учение должно было охватить и растения, и беспозвоночных, и позвоночных животных, так как Гёте улавливал в развитии их форм общие закономерности. Вместе с тем он резко отделял органическую природу от каменного и кристаллического мира. И это в XVIII веке, когда были распространены фантастические построения всевозможных «лестниц природы», начинающихся с камней и солей и кончающихся человеком. Все эти «теории» базировались в основном на чисто внешнем сходстве форм различных природных тел.

Теперь мы твердо знаем, что качественно различные предметы иногда имеют одинаковые геометрические формы и, наоборот, однородные по качеству предметы могут обладать весьма различной геометрической формой. Форма является вторичной по отношению к содержанию. Вместе с тем нельзя забывать и того, что помимо внутреннего строения (сложения, структуры) в формировании природных тел принимает активное участие порождающая их среда. Последняя неизбежно накладывает свой характерный отпечаток на образующиеся в ней объекты.

Все окружающие нас природные тела находятся в поле земного тяготения и неминуемо несут на себе следы его влияния. Сказанное относится как к органическому миру, так и к геологическим образованиям, камням и кристаллам. И камни, и растения, и животные

---

\* Морфология — учение о формах (по-гречески «морфе» — форма, «логос» — слово, учение).

\*\* И. В. Гёте. Избранные сочинения по естествознанию. Изд. АН СССР, 1957, стр. 104.

под влиянием силы земного тяготения приобретают внешне сходные черты. Эти черты характеризуются обобщающими законами симметрии, причем число таких законов чаще всего сводится к двум наиболее постоянным типам.

Выявление общих законов симметрии для всевозможных природных форм на Земле и составляет тему нашей книжки. Ее можно рассматривать как весьма элементарную азбучную основу для будущей универсальной морфологии, охватывающей все природные тела. Познакомившись с обобщающими законами, мы сможем с большей строгостью и точностью подойти к вопросу о специфических чертах, свойственных, собственно, только тем или иным конкретным порождениям природы.

Следует предупредить читателя, что речь здесь пойдет лишь о самых общих чертах, о грубо взятых внешних формах, улавливаемых в большинстве случаев простым глазом. Умышленно мы не будем касаться деталей. Воздержимся также от экскурсов в глубины внутреннего строения кристаллов, растений, животных. Ничего не будет сказано в дальнейшем и о симметрии самих атомов. Наша тема, повторяем, — внешние формы природных тел и характеризующие их общие геометрические законы.

Красной нитью через все изложение проходит универсальный принцип симметрии П. Кюри. Это позволило автору объединить единым подходом внешние формы самых разнообразных природных тел. Помимо классического учения о симметрии, связанного в первую очередь с именем гениального Е. С. Федорова, нами были широко использованы новейшие понятия о криволинейной симметрии акад. Д. В. Наливкина, симметрии подобия и антисимметрии акад. А. В. Шубникова, многоцветной симметрии акад. Н. В. Белова и других, кристаллографической гомологии проф. В. И. Михеева, динамической симметрии и т. д. Приняты во внимание и глубокие идеи акад. В. И. Вернадского о проявлении симметрии в живых и косных телах.

Текст книги можно разбить на четыре раздела. К первому относится лишь одна первая (вводная) глава, дающая в самом элементарном изложении понятие о содержании всей книги\*. Второй раздел состоит из трех глав общетеоретического характера. В них читатель познакомится с основами учения о симметрии и геометрии природных форм (глава 2), новейшими расширенными понятиями в этой области (глава 3), сущностью универсального принципа Кюри (глава 4). Третий раздел посвящен обзору форм различных природных объектов — кристаллов (главы 5 и 6), растений (глава 7), беспозвоночных животных (глава 8), позвоночных (глава 9) и геологических образований (глава 10), глава 11 содержит некоторые предположения о формах инопланетных обитателей. Четвертый раздел (Заключение) подводит обобщающие итоги.

---

\* Сокращенный текст этой главы был опубликован в 1961 г. И. И. Шафрановский. Поиски геометрических законов в природе. Альманах «Хочу все знать», в. 4, Л., Детгиз, стр. 158—164.

Книжка рассчитана на самый широкий круг читателей, интересующихся природой. Думается, однако, что она, несмотря на элементарность и популярность изложения, сможет принести некоторую пользу и специалистам — ботаникам, зоологам, геологам, минералам, кристаллографам, физикам, техникам и даже художникам, архитекторам, поэтам. В целях доходчивости и наглядности в тексте широко использованы примеры из художественной литературы.

Автор книги вполне сознает ее неизбежные недочеты. Будучи по специальности минералогом-кристаллографом, всю жизнь имея дело с жесткой геометрией кристаллических фигур, он применил кристаллографические приемы описания к сложнейшим живым телам, поневоле схематизируя и геометризировав их черты. Однако такое упрощение открывает пути к обобщающим выводам.

Дальнейшее развитие нашей темы, безусловно, потребует расширенной и углубленной разработки множества деталей.

Нельзя не предупредить читателя о некоторых особенностях текста. Нам не удалось найти строго единообразного стиля для всей книжки. «Легковесные» главы чередуются с «тяжеловесными»; мало того, даже на протяжении одной главы «легкие» параграфы сменяются «трудными», и наоборот. Некоторым оправданием здесь может служить лишь то, что читатель в процессе чтения имеет возможность делать временные передышки на легком материале, а затем с обновленными силами приступать к дальнейшим трудным переходам с крутыми подъемами и перевалами.

За все замечания, поправки и уточнения автор будет глубоко признателен своим читателям.

В качестве концовки к предисловию, а также в виде эпитафии к последующему тексту нам хотелось бы поставить следующие замечательные слова Гёте:

«Все формы похожи, и ни одна не одинакова с другой;  
И так весь хор их указывает на тайный закон. . .» \*

---

\* И. И. К а н а е в. Иоганн Вольфганг Гёте. Наука, 1964, стр. 85.





## ПОИСКИ ОБОБЩАЮЩИХ ЗАКОНОВ В ПРИРОДЕ

### ВМЕСТО ВВЕДЕНИЯ

Сотри случайные черты —  
И ты увидишь: мир прекрасен...

А. Блок

Не приходилось ли вам задумываться над рифмами? Совершенно чуждые, казалось бы, по смыслу слова искусно соединяются вместе, связываются единой логической нитью и вплетаются в общую ткань стихотворения.

Натуралисту часто приходится поступать почти так же, как и поэту. Пытливо вглядываясь в разнородные явления природы, он вдруг к своему удивлению находит в них общие черты. В результате глубокого и тщательного обдумывания и изучения подмеченное сходство открывает иногда путь к установлению широких обобщающих закономерностей. Всем известна историческая легенда об Исааке Ньютоне. Сидя в саду, он увидел падающее на землю яблоко и сопоставил падение плода с движением Луны вокруг Земли. Такое сравнение будто бы и дало толчок для открытия теории тяготения (хотя, конечно, само по себе наблюдение падающего яблока не привело бы к открытию, если бы ученый не думал об этом раньше). Недаром другой великий физик Макс Планк, вспоминая через два века об этой легенде, писал: «Основной чертой каждой возникшей в науке новой идеи является то, что она связывает определенным образом два различных ряда фактов...». «Талант ученого заключается в умении улавливать сходство и общие черты в явлениях, по-видимому, совершенно разнообразных», — утверждал крупнейший русский кристаллограф Е. С. Федоров (1853—1919) \*\*.

Как подойти к этому делу? Давайте поступим по примеру поэтов и натуралистов и начнем сравнивать между собой явления, внешне сходные, но не имеющие, казалось бы, ничего общего между собой.

В старых учебниках географии обычно изображались зонтикообразные итальянские сосны «пинии» на фоне дымящегося Везувия (рис. 1). Станным образом султан из паров и газов над огнедышащей горой напоминает по форме растущую поблизости пинию. Случайно ли это? Прежде чем ответить на вопрос, подберем еще несколько других примеров такого же неожиданного сходства. Зловещее облако после взрыва атомной бомбы неспроста называется «атомным

\* Макс Планк. Сборник к 100-летию со дня рождения. Изд. АН СССР, 1958, стр. 48.

\*\* Е. С. Федоров. Разум и инстинкт. Природа, 1915, № 7—8, стр. 895.

грибом», оно и в самом деле походит по форме на самый обыкновенный безобидный гриб. Кочан цветной капусты повторяет очертания белого кучевого облака. Струя фонтана напоминает куст или плакучую иву и т. д. Зоркие поэты умеют особенно метко улавливать случаи такого, казалось бы, необъяснимого сходства.

В стихах А. А. Фета ветви ивы картинно сравниваются с потоками падающей воды:

«Ветви сочные дугою  
Перегнулись над водою,  
Как зеленый водопад...»

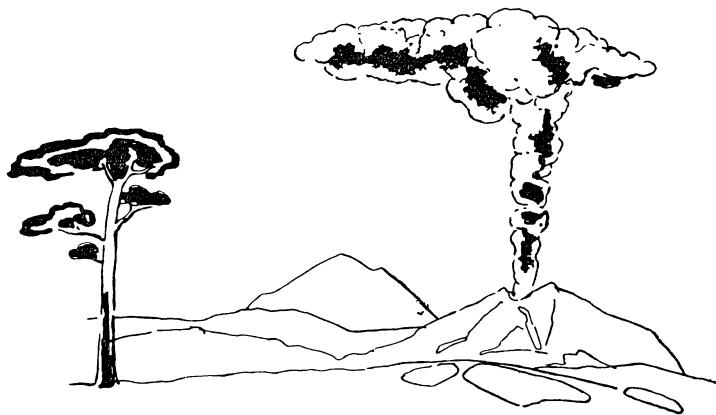


Рис. 1. Пиния на фоне Везувия.

Ф. И. Тютчев сравнивал фонтан с облаком:

«Смотри, как облаком живым  
Фонтан сияющий клубится...»

Не только поэты, но и ученые нередко поражались удивительным сходством самых разнородных тел. Стародавние мудрецы пытались даже строить на этом свои фантастические теории. В 1722 г. вышла в свет книга под названием «Сатурнианская флора, или о родстве растений и царства минералов». Автор ее — саксонский химик, врач и минералог И. Ф. Генкель (1669—1744), обучавший молодого Ломоносова. В своем сочинении он описывал «изначальное, существенное материальное родство» между растительным миром и каменными образованиями. Корни растений, питаясь соками из земных недр, как бы копируют рудные жилы, а руды и минералы «произрастают» под землей наподобие растений\*. Современный читатель с улыбкой снисхождения отнесет, конечно, этот древний трактат к разряду исторических курьезов.

\* А. А. Морозов. М. В. Ломоносов. Путь к зрелости. Изд. АН СССР, 1962, стр. 317—318.

Не менее забавны и более широкие теоретические обобщения тех времен, опирающиеся на внешнее сходство самых разнородных тел. Вот к чему сводилось, например, учение французского натурфилософа Ж. Б. Робинэ (1735—1820): «Все усилия природы направлены к одной цели — к созданию человека. Природа пробовала создать человека и так и эдак, примерялась со всех сторон, прошла через тысячи неудач. Все виды животных, даже камни — неудачные попытки создать человека. Имеющие форму сердца раковины, пятипалые листья растений, лягушка, баран, обезьяна — все это только «пробы» природы, имеющие конечной целью — человека...»\*.

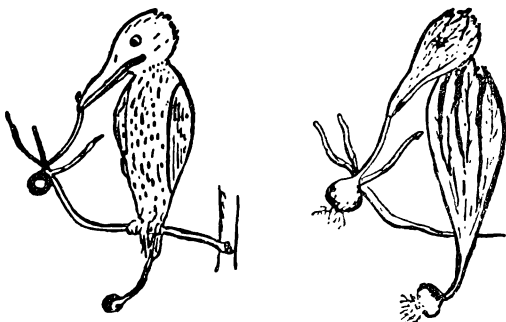


Рис. 2. Ворона и крокус. Рисунок Р. Вуда.

В том же XVIII в. с особенной любовью усердно коллекционировались всяческие «раритеты» (редкости) и «монстрозитеты» (чудовищности), среди которых видную роль играли замысловатые «фигурные» камни, напоминающие то «спеленутого младенца», то «мертвую человеческую голову», то «некоторую часть лягушки или рака» и

т. д. \*\* Теперь мы обычно презрительно отмахиваемся от этих «чудес», говоря, что все это — всего лишь «случайная игра природы».

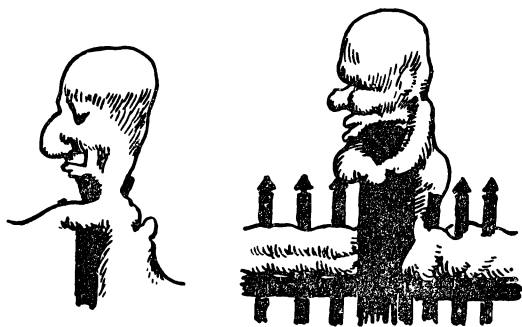


Рис. 3. Снежные шапки на столбах забора в виде старичков — «грустного и веселого». Из книги А. Лаптева «Лесные диковины», 1959.

Гораздо ближе нам маленькая зазорная книжка для детей, написанная между делом известным американским физиком Робертом Вудом (1868—1955). В шутиливой форме в ней даются рецепты, «как отличать птиц от цветов», будто бы чрезвычайно сходных между собой.

На приложенных карикатурных зарисовках наглядно демонстрируется «сходство» вороны и крокуса, перепела и капусты,

\* Н. Н. П л а в и л ь щ и к о в. Очерки по истории зоологии. М., Учпедгиз, 1941, стр. 78.

\*\* М. В. Л о м о н о с о в. Полное собрание сочинений. Т. 5, Изд. АН СССР, 1954, стр. 217.

клевера и ржанки и т. д. (рис. 2) \*. С большим интересом и удовольствием рассматриваем мы также иллюстрации к книге художника А. Лаптева, на которых изображены причудливые снежные узоры, облака, древесные корни, напоминающие фигуры зверей и людей \*\* (рис. 3).

И вот, разглядывая эти занятные картинки, читатель, быть может, задумается и невольно задастся вопросом: а нет ли действительно чего-то общего в формах растений и животных, а также и камней? Вслед за этим вопросом возникнет и другой: а не существуют ли какие-то причины, придающие такое неожиданное сходство самым разнообразным телам?

Вернемся к самым первым нашим примерам — к парам Везувия и пинии, к атомному и обыкновенному грибам, к струе фонтана и плакучей иве. Ответ напрашивается сам собой. И растущее дерево, и пары Везувия или атомной бомбы, и гриб, и фонтан — все они с той или иной мощью и быстротой устремляются вверх до тех пор, пока сила земного тяготения не остановит их движения и не заставит обратиться вспять к земле. Здесь уместно вспомнить еще раз Тютчева и его обращение к фонтану:

«Как жадно к небу рвешься ты!  
Но длань незримо-роковая,  
Твой луч упорный преломляя,  
Свергает в брызгах с высоты...»

Эта «длань незримо-роковая» является силой земного тяготения. Она-то и придает более или менее сходную форму всему растущему или направленному вверх. Дальше мы увидим, что такое сходство идет очень далеко, подчиняясь единой математической характеристике. Действие силы тяготения должно, конечно, сказываться на всех телах, формирующихся в поле его влияния, как безжизненных, так и живых. Однако прежде чем удостовериться в этом, оставим на некоторое время наши примеры и совершим небольшую прогулку в глубину лесной чащи. Искривленные сучья, древние корявые стволы, морщинистая кора деревьев, тысячи самых разнообразных ветвей и листьев. Можно ли найти в этом хаосе какие-то обобщающие геометрические закономерности, какую-то математическую стройность и согласованность?

«Невозмутимый строй во всем,  
Согласье полное в природе», —

утверждал торжественно Тютчев. Полно, так ли это? Не лучше ли согласиться с современным поэтом Н. Заболоцким, провозгласившим прямо противоположное мнение —

«Я не ищу гармонии в природе,  
Разумной соразмерности начал  
Ни в недрах скал, ни в ясном небосводе  
Я до сих пор, увы, не различал...»

---

\* В. С и б р у к. Р. Вуд. М.—Л., Огиз-Гостехиздат, 1946, стр. 164—167

\*\* А. Л а п т е в. Лесные диковины. М., Детгиз, 1959.

Нет, Заболоцкий здесь не совсем прав. Пусть «соразмерность начал» и не является «разумной» в буквальном смысле этого слова, но она пронизывает всю природу и находит свое объяснение в законах, установленных наукой.

Непогрешимо строгую геометрию мы найдем и в неразберихе лесной чащи. Разве не общим законом является здесь то, что деревья тянутся вверх, образуя вертикальные стволы? Конечно, среди окружающих нас зеленых гигантов имеются искривленные, покосившиеся и даже совсем свалившиеся деревья. Но не они определяют общую характерную картину леса. Если поступить по совету английской народной песенки, переведенной С. Маршакom, и «из всех деревьев бора сделать дерево одно», то получится стройный лесной великан с могучим вертикальным стволом и пышной шапкой-кроной. Недаром древесные стволы так часто сравнивают с колоннами. Вернее, недаром сами колонны произошли от древесных стволов, так как древние зодчие взяли последние за образцы для вертикальных подпорок зданий. Кстати,



Рис. 4. Формы с одной плоскостью симметрии.

отметим, что обобщенная форма дерева заставляет снова вспомнить о грибе, султане вулканических паров, фонтане и т. д.

К истолкованию геометрии этих форм мы обещали вернуться позже, а сейчас внимательно приглядимся к обступившей нас природе и попытаемся найти законы даже в самых незначительных ее деталях. Вот на рукав читателя упал с дерева обыкновенный листок. Форма его не является случайной; она строго закономерна. Листок как бы склеен из двух более или менее одинаковых половинок (рис. 4а). Одна из этих половинок расположена зеркально относительно другой, совсем так, как располагаются друг относительно друга отражение какого-либо предмета в зеркале и сам предмет. Для того чтобы убедиться в сказанном, поставим карманное зеркальце с прямым краем на линию, идущую вдоль черешка и разделяющую пластинку листа пополам. Заглянув в зеркальце, мы увидим, что отражение правой половины листка более или менее точно заменяет его левую

половину и, наоборот, левая половина в зеркальце как бы переселяется на место правой половины.

Плоскость, разделяющая листок на две зеркально равные части (у нас она сейчас совпадает с плоскостью зеркальца), называется «плоскостью симметрии». Ботаники и зоологи называют нередко симметрию листка «билатеральной» (в переводе с латинского — «дважды боковой»), а мы пока будем называть ее попросту «симметрией листка».

Только ли древесный листок обладает этой симметрией? Посмотрите, по тропинке ползет гусеница. Мы и ее можем мысленно разделить вдоль на две зеркально равные части. Пронёслась красавица бабочка с яркой расцветкой. Она тоже состоит из двух одинаковых поло-

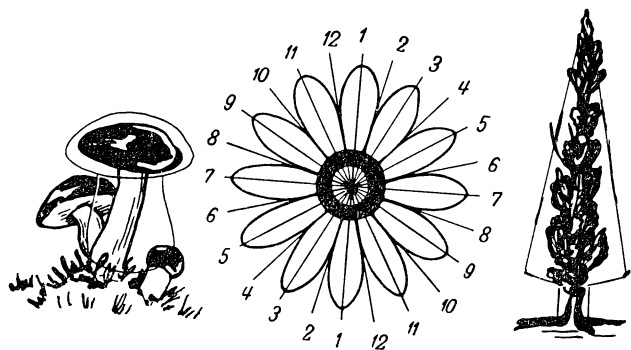


Рис. 5. Формы с лучевой или радиальной симметрией.

винок. Даже пятнистый узор на ее крыльях послушно подчиняется такой геометрии. И выглянувший из травы жучок, и промелькнувшая мошка, и сорванная ветка, — все подчиняется той же «симметрии листка» (рис. 4). Сопровождающая нас собака, оказывается, тоже обладает плоскостью симметрии. Да и нас самих можно мысленно разрезать на две зеркально равные половины (рис. 4б).

Итак, повсюду мы наталкиваемся на одно и то же. Везде упорно повторяется все та же «симметрия листка». Не удалось ли нам открыть универсальный закон, охватывающий вообще все живое? Может быть, любое существо обладает плоскостью симметрии и, следовательно, подходит тем самым под «симметрию листка»? Нет, при решении таких вопросов спешить нельзя.

Возле самых наших ног скромно выглядывает из травы обыкновенная ромашка (поповник). Сорвем и разглядим ее. Вокруг оранжевой серединки, как лучи вокруг солнышка на детском рисунке, топырятся белые лепестки (рис. 5). Имеет ли такое «цветочное солнышко» плоскость симметрии? Конечно! Без всякого труда можно его разрезать на две зеркально равные половинки по линии, проходящей через центр цветка и продолжающейся вдоль середины любого из лепестков или между ними. Это, однако, не все. Ведь лепестков-то много, и вдоль каждого лепестка можно обнаружить плоскости симметрии. Значит, этот цветок обладает многими плоскостями сим-

метрии и все они пересекаются в его центре. Это уже не «симметрия листка» с одной только плоскостью симметрии, а целый веер или пучок пересекающихся плоскостей симметрии. Сходным образом можно охарактеризовать и геометрию подсолнечника, василька, колокольчика и т. д.

Однако довольно нам плутать по лесным дебрям! Вернемся в город, зайдём в игрушечный магазин и возьмём красиво лакированный деревянный грибок с нарядной красной шляпкой и желтой ножкой. На такой модели идеализированного гриба проще будет разбираться с вопросами симметрии. Легко понять, что вдоль ножки и через середину шляпки можно провести бесчисленное множество плоскостей симметрии. Все они пересекаются в центре шляпки, образуя, как и в случае ромашки, веер пересекающихся плоскостей. Следовательно, грибная симметрия родственна симметрии ромашки. У ботаников и зоологов такая «ромашково-грибная симметрия» обычно называется «лучевой» или «радиальной».

От деревянной модели легко перейти к настоящим грибам, а также к формам зонтичной пинии, конусовидной ели, веретенообразного тополя или кипариса (рис. 5). Все они, если не обращать внимания на случайные отклонения, характеризуются веером вертикальных плоскостей симметрии, т. е. типичной радиально-лучевой симметрией. Такую же симметрию в безветренную погоду имеют и столб паров над Везувием, и фонтан, и атомный гриб.

Итак, два вида симметрии с обычным упорством повторяются вокруг нас. Один отвечает зеркальной, или «билатеральной», симметрии — «симметрии листка» (сам листок, гусеница, бабочка, мы с читателем и др.), другой соответствует «радиально-лучевой симметрии» (ромашка, подсолнечник, грибы, деревья, султан паров, фонтан и т. д.).

Очень важно отметить, что на несорванных цветах и грибах, растущих деревьях, бьющем фонтане или столбе паров плоскости симметрии ориентированы всегда вертикально.

Вот теперь мы подошли, наконец, к тому, чтобы сформулировать в несколько упрощенном и схематизированном виде общий закон, ярко и повсеместно проявляющийся в природе.

*Все то, что растет или движется по вертикали, т. е. вверх или вниз относительно земной поверхности, подчиняется «радиально-лучевой» («ромашково-грибной») симметрии в виде веера пересекающихся плоскостей симметрии; все то, что растет и движется горизонтально или наклонно по отношению к земной поверхности, подчиняется «билатеральной» симметрии, как у листка (одна плоскость симметрии).\**

Этому всеобщему закону послушны не только цветы, животные, легкоподвижные жидкости и газы, но и твердые неподатливые камни. Известный советский кристаллограф Г. Г. Леммлейн (1901—1962) установил, что кристаллы кварца, развивавшиеся в вертикальном

---

\* В дальнейшем к этой упрощенной формулировке будут добавлены некоторые уточнения.

направлении на дне хрусталеносной пещеры, имеют внешнюю радиальную симметрию (см. рис. 58). Вместе с тем внешняя симметрия кристаллов того же кварца, образовавшихся на стенке пещеры и разраставшихся в косом или горизонтальном направлении, нередко отвечает «симметрии» листка» (рис. 60). В этом отношении кристаллы кварца ведут себя совершенно так же, как цветы. В самом деле, цветочные чашечки, обращенные кверху (ромашка, подсолнечник), имеют, как мы уже знаем, целый веер пересекающихся плоскостей симметрии. В то же время цветы, расположенные на стебле сбоку (душистый горошек, орхидея и др.), обладают подобно листьям только одной плоскостью симметрии.

Итак, даже каменный материал покоряется нашему всесильному закону. Тем более должен этот закон влиять на податливые и изменчивые формы облаков. И действительно, в безветренный погожий день мы любуемся куполовидными их очертаниями с более или менее ясно выраженной радиально-лучевой симметрией. Но вот подул ветер, т. е. добавилась сила, действующая по горизонтали, и облака вытянулись в одном направлении, образуя фигуры «рыб», «верблюдов», «горных цепей» и других тел, так часто упоминающихся на страницах литературных произведений. Все эти тела обладают одной более или менее ясно выраженной плоскостью симметрии. К сожалению, изменчивость, расплывчатость и текучесть облаков, слишком быстро меняющихся на наших глазах, мешают увидеть это. И все-таки мы ясно улавливаем и для них проявление все того же закона с билатеральными и радиально-лучевыми формами.

Для того чтобы окончательно установить природный закон, надо хорошо понять и объяснить его сущность. Чем вызывается всеобщий закон симметрии, которому так послушно подчиняется природа? Почему с таким упорством повторяются два типа симметрии на всем окружающем нас?

Оказывается, что все это в основном является результатом воздействия силы земного тяготения \*. Эту силу можно сравнить с игрой ребенка, который с помощью игрушечной формочки делает одинаковые песочные пирожки. Наподобие маленького ребенка, но в огромных масштабах и размерах сила земного тяготения налагает свою «длань незримо-роковую» на все, находящееся в поле ее действия.

Великий французский ученый Пьер Кюри (1859—1906) в начале нашего столетия сформулировал ряд замечательно глубоких идей о симметрии. (В Советском Союзе эти идеи получили дальнейшее развитие в трудах академиков В. И. Вернадского и А. В. Шубникова). П. Кюри утверждал, что нельзя рассматривать симметрию какого-либо тела, не учитывая симметрии окружающей его среды. Симметрия среды как бы отпечатывается на находящемся в ней теле,

---

\* Кроме силы земного тяготения играют роль и сила вращения Земли и постоянно действующие в одном направлении воздушные или водные потоки и другие причины. Однако по силе влияния земное тяготение явно преобладает.



по-своему обрабатывает и видоизменяет его. Все вокруг нас находится в поле земного тяготения и, следовательно, должно неминуемо нести на себе отпечаток его воздействия. Какова же симметрия поля тяготения? Попробуем ответить на такой вопрос. Примем какую-либо точку земной поверхности за исходную. Действие на нее силы земного тяготения изобразим в виде вертикальной стрелки, направленной острием к центру Земли. Вокруг этой точки находится множество других точек земной поверхности, на которые также действует сила земного тяготения. Следовательно, изображенную нами стрелку следует окружить бесконечным множеством аналогичных стрелок.

Вспомнив о плоскостях симметрии, мы скажем, что исходная стрелка, окруженная множеством подобных же стрелок, совпадает с веером пересекающихся в ней бесчисленных плоскостей симметрии. Это все тот же уже хорошо знакомый нам вид радиально-лучевой, или «ромашково-грибной», симметрии.

А теперь вернемся к идее Кюри, согласно которой симметрия среды накладывает свой отпечаток на находящиеся в ней тела. Вот к каким выводам приводит нас эта идея. Все то, что растет в вертикальном направлении, не сходя с какой-либо точки земной поверхности (не двигаясь параллельно этой поверхности), обязательно совпадает с линией пересечения бесчисленных плоскостей симметрии того же поля. Поэтому оно и получает под действием силы тяготения радиально-лучевую симметрию. Сюда, как мы знаем, относятся деревья, растущие вверх цветы, грибы, фонтаны и пр. В отличие от них все растущее или передвигающееся по горизонтали и наклонно отклоняется от линии пересечения плоскостей симметрии, но обязательно совпадает с одной из бесчисленных плоскостей симметрии поля тяготения. Эта плоскость симметрии и кладет свой штамп на листья, ветки, животных и нас самих. Так объясняется универсальный закон симметрии, царящий на земной поверхности. Множество примеров вокруг нас ярко иллюстрирует проявление этого закона. Казалось бы, все беспрекословно подчиняется ему. Заметим, однако, что при его установлении мы намеренно упрощали природные формы предметов, идеализировали их, опускали некоторые детали. Вместо настоящего гриба с искривленной ножкой и измятой шляпкой нами рассматривалась безукоризненно правильная деревянная игрушка. Говоря о плоскости симметрии, разделяющей тело человека или животного на две зеркально равные половины, мы принимали во внимание только внешнюю форму тела и не учитывали расположение сердца. Пиния уподоблялась у нас вулкану, ель — идеальному конусу. В цветах изучались только формы

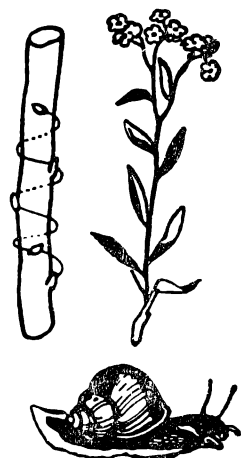


Рис. 6. Формы с винтовыми и спиральными линиями.

венчиков. При этом мы совсем забыли о расположении отдельных веток на деревьях и листочков на стеблях. А ведь уже Леонардо да Винчи знал, что линии, соединяющие листья на стебле и ветви вокруг ствола, обычно являются винтовыми или спиральными (рис. 6). Ни те, ни другие вовсе не имеют плоскостей симметрии и, следовательно, не подходят ни под радиально-лучевую симметрию, ни под «симметрию листка».

Значит, влияние универсального закона симметрии является по сути дела чисто внешним, грубым, налагающим свою печать только на наружную форму природных тел. Внутреннее строение и детали последних ускользают из-под его власти. Все растущее, борясь с придавливающей к земле силой земного тяготения, стремится как бы обойти ее и набирает рост не прямо вверх по вертикали, а по малозаметным винтовым линиям и спиральям. В природе тяга к спиральному росту особенно четко проявляется на растениях.

Учет упомянутого выше закона симметрии помогает человеку возводить прочные постройки, конструировать подвижные машины. Невыполнение требований, вытекающих из этого закона, приводило, да и сейчас приводит к тому, что крупные, но неправильно запроектированные сооружения разваливаются.

Обратим внимание на то, что большинство предметов в комнате имеет «симметрию листка» (стул, кресло, диван) или же радиально-лучевую симметрию (круглый стол, табурет, настольная и висючая лампы). Следовательно, все эти предметы хорошо согласуются с симметрией поля земного тяготения и являются вполне устойчивыми.

Итак, знание геометрических законов природы имеет огромное практическое значение. Мы должны научиться не только понимать, но и заставлять служить их нам на пользу,



## НЕМНОГО НЕОБХОДИМОЙ ТЕОРИИ

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О СИММЕТРИИ И ГЕОМЕТРИИ ПРИРОДНЫХ ФОРМ

Суха, мой друг, теория везде,  
А древо жизни пышно зеленеет

И. В. Гёте

... поверил  
Я алгебры гармонию...

А. С. Пушкин

Наша цель — познакомиться с геометрическими законами, характеризующими формы природных тел. Для этого придется прежде всего обратиться к основам учения о симметрии. Именно симметрия позволит нам охватить самые разнообразные тела с единых геометрических позиций. Слово «симметрия» в переводе с греческого означает «соразмерность». Из предыдущей вводной главы мы уже знаем примеры симметричных фигур и даже научились различать два типа симметрии — билатеральный (симметрия листка) и радиально-лучевой (симметрия гриба или ромашки). Необходимо уточнить и углубить данные понятия, пересадив их с поэтически-описательной почвы на научную. В связи с этим придется временно отказаться от легкого повествовательного изложения, перейдя на непогрешимо строгий язык геометрии — «правительницы всех мысленных изысканий» (М. В. Ломоносов). Зато, преодолев относящийся сюда несколько сухой материал, читатель получит надежный ключ к раскрытию многих чудесных тайн природы.\*

\* Подробные сведения о симметрии читатель найдет в следующих книгах:  
1. Г. В. В у л ь ф. Симметрия и ее проявление в природе. М., Изд. отд. нар. ком. просв., 1919.

2. А. В. Ш у б н и к о в. Симметрия (Законы симметрии и их применение в науке, технике и прикладном искусстве). Изд. АН СССР, 1940.

3. А. В. Ш у б н и к о в. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд. АН СССР, 1951.

4. Г. Д ж а ф ф е, М. О р ч и н. Симметрия в химии. Мир, 1967.

5. А. С. К о м п а н е е ц. О симметрии. Знание, 1965.

6. А. С. К о м п а н е е ц. Симметрия в микромире. Знание, 1965.

7. J. Nicolle. La symétrie et ses applications. Ed. A. Michel Paris, 1950.

8. H. W e y l. Symmetrie. Basel u. Stuttgart, 1955.

9. K. L. W o l f u. R. W o l f. Symmetrie. Köln, 1956.

10. Studium generale. Springer Verlag in Berlin—Göttingen—Heidelberg. 1949.  
2 Jahrgang. Heft 4/5. (Весь номер журнала посвящен вопросам симметрии).

Своим развитием, как это ни странно, чисто геометрическое учение о симметрии обязано в первую очередь не математикам, а естествоиспытателям, углубленно изучавшим кристаллические образования. Объясняется это тем, что формы кристаллов с древнейших времен поражали глаз своей симметричностью. По выражению великого русского кристаллографа Е. С. Федорова, фигуры кристаллов «блещут своей симметрией».\*

В качестве иллюстрации приведем хотя бы очертания снежной кристаллической звездочки (рис. 7).\*\* Вспомним также хорошо известные изумительно правильные восьмигранники (октаэдры) дра-

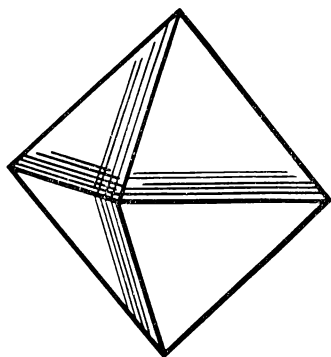
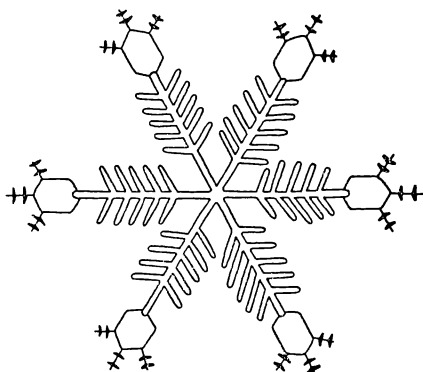


Рис. 7. Снежинка в форме звездочки.

Рис. 8. Кристалл алмаза в форме октаэдра.

гоценного алмаза, найденного недавно в Якутской тайге (рис. 8). Изучение таких фигур представляло существенный практический интерес, так как многие природные кристаллы принадлежат к ценным ископаемым.

Хорошее знание геометрически закономерных кристаллических фигурок, созданных самой природой, часто позволяет узнавать минералы в полевых условиях. Тщательное их исследование в лаборатории открывает глаза на тончайшие свойства каменного материала и на особенности его образования. Попутно с изучением высокосимметричных кристаллических фигур, кристаллографам и

\* Е. С. Федоров. Курс кристаллографии. СПб., 1901, стр. 1.

\*\* Снежные звездочки имеют, как правило, шесть лучей. К сожалению, на многочисленных узорах, плакатах, открытках, елочных украшениях снежинки нередко изображаются с четырьмя, пятью и восемью лучами. Пятилучевые звездочки, как увидим далее, вообще невозможны в кристаллографии. Четырех- и восьмилучевые фигурки не соответствуют симметрии снежных кристаллов. На это обстоятельство следовало бы обратить особое внимание декораторам и художникам. Изображения, предназначенные главным образом для детей, должны развивать в них наблюдательность и давать правильные понятия о природных явлениях. А ведь здесь дело касается такого обычного и характерного явления для нашего севера, как снежные звездочки!

минералагам поневоле пришлось развивать и учение о симметрии. Вот почему в дальнейшем нам не раз придется обращаться к учебникам кристаллографии, содержащим наиболее простые формулировки и определения нужных для нас понятий.

История науки показывает, что учение о симметрии развивалось крайне медленно и трудно. Поражающе правильные очертания кристаллов вызвали в древности суеверные представления. «Такое могли сотворить только ангелы или подземные духи», — утверждали наши предки, не догадываясь о том, что кристаллы растут в природе сами собой из растворов, расплавов, паров и в твердых каменных породах. Красота и гармония природной симметрии наталкивала даже испытанных мудрецов на самые фантастические толкования. Даже и сейчас иные фантазеры пытаются связать понятие симметрии с «потусторонними» чудесами. «Бог — это великая симметрия» — торжественно провозглашает современная английская поэтесса А. Вихам. \*

О том, как симметрия поражает разум неискушенного в науке мальчика, наталкивая его на измышления мистического порядка, лучше всех рассказал Л. Н. Толстой. Напомним небольшой отрывок из «Отрочества», наглядно иллюстрирующий сказанное:

«... стоя перед черной доской и рисуя на ней мелом разные фигуры, я вдруг был поражен мыслью: почему симметрия приятна для глаз? Что такое симметрия? Это врожденное чувство, отвечал я сам себе. На чем же оно основано? Разве во всем в жизни симметрия? Напротив, вот жизнь — и я нарисовал на доске овальную фигуру. После жизни душа переходит в вечность — и я провел с одной стороны овальной фигуры черту до самого края доски. Отчего же с другой стороны нету такой же черты? Да и в самом деле, какая же может быть вечность с одной стороны, мы, верно, существовали прежде этой жизни, хотя и потеряли о том воспоминание...». \*\*

Перейдем к знакомству с научными строго математическими понятиями, относящимися к симметрии. \*\*\* Прежде всего познакомимся с определением симметричной фигуры, взятым из учебника кристаллографии. «Фигура называется симметричной, если она состоит из равных, закономерно повторяющихся частей». \*\*\*\* В этом определении требуют пояснения два пункта. Во-первых, надо уточнить понятие о равенстве частей. Во-вторых, следует выяснить, что подразумевается под словом «закономерно». О каких именно

---

\* Н. Weyl. Symmetrie. Basel u. Stuttgart, 1955, s. 13.

\*\* Л. Н. Толстой. Собрание сочинений. Т. I, Гослитиздат, 1960, стр. 185.

\*\*\* С современной философской трактовкой понятий о симметрии читатель может ознакомиться по книгам: 1) Н. П. Депенчук. Симметрия и асимметрия в живой природе. Изд. АН УССР, Киев, 1963.

2) В. С. Готт. Симметрия и асимметрия. Знание, 1965. 3) Н. Ф. Овчинников. Принципы сохранения. Наука, 1966.

\*\*\*\* Г. М. Попов и И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», 1964, стр. 58.

закономерностях идет здесь речь, т. е. по каким законам повторяются равные части симметричных фигур?

Говоря о равенстве частей, мы касаемся вопроса о равенстве фигур вообще. Приведем обобщающую строгую формулировку данного понятия, принадлежащую немецкому геометру прошлого столетия А. Ф. Мебиусу (1790—1868): «Две фигуры называются взаимно равными, если для каждой точки одной фигуры обязательно найдется соответственная точка в другой фигуре, причем расстояние между любыми двумя точками одной фигуры равно расстоянию между двумя соответственными точками другой» \*.

Ясно, что приведенная общая формулировка вполне приложима и к равным частям одной и той же фигуры. Понятие равенства фигур, по определению Мебиуса, значительно расширяет то, что хорошо знакомо нам по учебникам элементарной геометрии. Действительно, в школьных учебниках равными обычно называются такие фигуры, которые при наложении одна на другую совпадают всеми своими точками. В качестве примера приведем хотя бы две совершенно одинаковые правые (или две левые) перчатки. Такие равные фигуры называются «совместимо равными». Существует, однако, и другой род равных фигур, относящихся друг к другу как предмет и его зеркальное отражение. Это так называемые «зеркально равные», или «отраженно равные» фигуры. Примером таких фигур могут служить две парные перчатки — левая и правая. В самом деле, левая перчатка является как бы о материализованным зеркальным отражением правой перчатки и наоборот. Для того чтобы совместить левую перчатку с правой, надо сначала отразить ее в зеркале, мысленно о материализовать это отражение, а затем уже совместить его с правой перчаткой. Говоря о равных частях симметричных фигур, мы будем относить к ним как совместно равные, так и отраженно равные части таких фигур.

Перейдем к разбору второго неясного пункта в приведенном выше определении симметричных фигур. Там упоминалась «закономерная повторяемость» равных частей фигуры. В чем же она заключается? В сущности почти весь следующий далее текст этой главы и является пространством ответом на данный вопрос.

Для точной характеристики упомянутой закономерности (вернее целого ряда закономерностей) нам придется воспользоваться вспомогательными геометрическими образами (особыми плоскостями, прямыми и точками), относительно которых определенным правильным образом повторяются равные части симметричных фигур. Такие вспомогательные образы называются «элементами симметрии». Элементы симметрии помогают выявлять и математически точно характеризовать симметрию фигур. Очень часто эти элементы не совпадают с реальными деталями симметричной фигуры, и нам приходится их представлять себе мысленно.

---

\* Г. М. Попов и И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», 1964, стр. 58.

Начнем с уже знакомой нам по предыдущей главе плоскости симметрии. Раскрыв учебник кристаллографии, находим в нем следующее определение этого первого элемента симметрии: «Плоскостью симметрии называется такая плоскость, которая делит (как бы рассекает или разрезает) фигуру на две зеркально равные части, расположенные друг относительно друга так, как предмет и его зеркальное отражение».\* Этот элемент симметрии обозначается большой латинской буквой  $P$ .\*\*

Обратимся к рис. 9, изображающему равнобедренный треугольник  $ABC$ . Высота  $BD$  этого треугольника, разделяющая его на две зеркально равные половины  $ABD$  и  $BCD$ , представляет след плоскости симметрии, перпендикулярной плоскости рисунка.

Возьмем прямоугольное зеркальце и поставим так, чтобы его край совпал с линией  $BD$  на рис. 9, а само зеркальце оказалось бы перпендикулярным к плоскости бумаги (так же мы проверяли и симметрию древесного листка на стр. 11). Заглянув в зеркальце, мы увидим, что правая половина треугольника  $ABC$  —  $BCD$ , отразившись, дает отраженно равный треугольник  $ABD$ , как бы заменяющий левую половину  $ABC$ , заслоненную от глаза зеркальцем. Обратно, отразив в зеркальце левый половинный треугольник  $ABD$ , мы как бы увидим закрытую зеркальцем правую половину  $BDC$ .

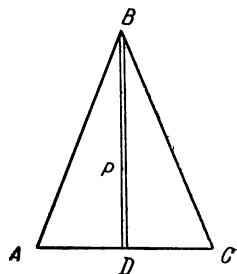


Рис. 9.  $BD$  — след плоскости симметрии в равнобедренном треугольнике  $ABC$ .

Итак, отражение в зеркальце правой половины фигуры  $ABC$  переводит ее на место левой, и обратно левая половина треугольника в результате отражения занимает место его правой половины. После такого двустороннего отражения обе половины треугольника как бы обмениваются своими местами, причем весь треугольник всеми своими новыми точками, получившимися в результате отражения, совпадает с соответственными точками, существовавшими до отражения. Треугольник  $ABC$ , как говорят, «совместился сам с собой».

Двустороннее отражение фигуры в плоскости симметрии называется «операцией симметрии». Как увидим далее, к операциям симметрии будут относиться и повороты фигур вокруг определенных прямых (осей), и отражения в особых точках, и т. д. Ко всем таким операциям предъявляется одно основное требование: после их действия отраженная или повернутая фигура должна занять в пространстве то же положение, которое она занимала до проведения этих операций, хотя на место одних ее точек придут другие

\* Г. М. Попов и И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», 1964, стр. 62.

\*\* В новейшей международной системе обозначений элементов симметрии (символика Германа — Могена) плоскость симметрии обозначается маленькой латинской буквой  $m$  (от французского слова *miroir* — зеркало).

соответственные точки. При этом, как мы уже научились говорить, «фигура совмещается сама с собой», или, короче, «фигура самосовмещается».

Геометрически отражение фигуры в некоторой плоскости сводится к тому, что из каждой точки данной фигуры опускаются перпендикуляры на плоскость отражения, а затем эти перпендикуляры

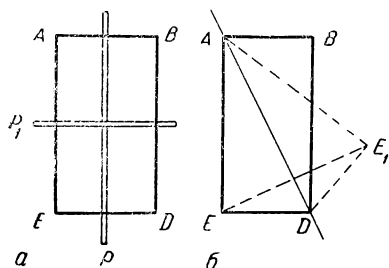


Рис. 10.  $P$  и  $P_1$  — следы двух плоскостей симметрии прямоугольника (а).  $AD$  и  $BE$  не являются плоскостями симметрии (б).

продолжаются на равные расстояния по другую сторону плоскости. Таким образом, на рис. 9, опустив перпендикуляр из точки  $A$  на прямую  $BD$  и продолжив этот перпендикуляр на равный отрезок по другую сторону  $BD$ , мы получим точку  $C$ , являющуюся как бы отражением точки  $A$  в плоскости  $BD$  (эта плоскость стоит перпендикулярно относительно плоскости рисунка). Повторив ту же операцию со всеми точками треугольника  $ABD$ , получим треугольник  $BCD$ . Легко убедиться в том, что

полученный в результате отражения треугольник  $BCD$  зеркально равен треугольнику  $ABD$ . При нахождении плоскостей симметрии следует мысленно рассекать заданную фигуру плоскостями, проходящими через центральную точку этой фигуры. Такие плоскости должны ее разрезать на две зеркально равные половины, а эти две половины обязаны располагаться друг относительно друга так, как предмет и его отражение.

Предлагаем самому читателю убедиться в том, что квадрат имеет четыре плоскости симметрии —  $4P$ , а в прямоугольнике можно провести только две, а не четыре плоскости симметрии —  $2P$  (рис. 10). Вспомнив приведенные выше и взятые непосредственно из природы примеры, мы дадим для них следующие характеристики в отношении плоскостей симметрии: снежная звездочка (рис. 7) —  $6P$ ; цветок (рис. 5) —  $12P$ . Таким же образом обнаруживаются плоскости симметрии и для более сложных фигур. Так, например, прямоугольный параллелепипед (кирпичик, спичечный коробок) имеет три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии —  $3P$  (рис. 11). Куб обладает девятью плоскостями симметрии —  $9P$ . Положив перед собой на стол игрушечный кубик и глядя на него сверху, легко найдем четыре вертикальные плоскости симметрии, перпендикулярные плоскости стола (рис. 12а). Взглянув на кубик сбоку (при этом не надо его сдвигать или пересоворачивать), сразу же увидим еще одну плоскость симметрии, параллельную плоскости стола, т. е. горизонтальную (рис. 12б).

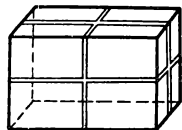


Рис. 11. Три плоскости симметрии «кирпичика».



Внимательно разглядывая кубик с боков, мы обнаружим еще четыре наклонные плоскости симметрии, проходящие по диагоналям боковых квадратных граней (эти последние четыре плоскости находятся труднее предыдущих (рис. 12в). Итак, у куба имеется всего девять плоскостей: четыре вертикальных, четыре наклонных и одна горизонтальная.

Находя плоскости симметрии, следует помнить, что каждая из них как бы разрезает на две зеркально равные части всю фигуру целиком. Вот почему рекомендуется при подсчете таких плоскостей держать фигуру в одном и том же положении. Переворачивая ее, можно по ошибке принять одну и ту же плоскость за несколько плоскостей.

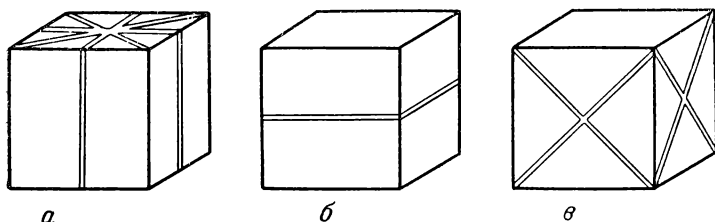


Рис. 12. Девять плоскостей симметрии куба.

Из первой главы нам уже известно, что плоскость симметрии в природе проявляется очень часто. Мало того, оказывается, не только в природе и жизни, но и в учении о симметрии плоскость симметрии играет первенствующую роль. Выдающийся русский кристаллограф Г. В. Вульф (1863—1925) назвал плоскость симметрии «основным элементом симметрии».\*

Переходим далее ко второму типу элементов симметрии, а именно, к осям симметрии. Осью симметрии называется такая прямая линия, вокруг которой несколько раз повторяются равные части симметричной фигуры. Эти равные части расположены так, что после поворота вокруг оси на некоторый угол фигура занимает в пространстве то положение, которое она занимала и до поворота, только на месте одних ее частей оказались другие равные им части. В результате фигура совмещается сама с собой в пространстве, или «приходит в самосовмещение».

Чтобы зрительно представить себе такую операцию, надо хорошо запомнить первоначальное положение фигуры в пространстве, как бы закрепить мысленно все ее точки в их первоначальном положении, а затем, вращая фигуру вокруг оси, проверять, совмещается ли она со своим первоначальным положением, или, как мы условились говорить, пришла ли она в самосовмещение. Для того чтобы изобразить это еще нагляднее, представим себе карусель с

\* Г. В у л ь ф. О плоскости симметрии как об основном элементе симметрии. Тр. Варшавск. о-ва естествоиспыт., № 6, 1895—1896, стр. 1.

повторяющимися совершенно одинаковыми фигурами деревянных лошадок. Стоя рядом с каруселью и глядя на кружащиеся фигуры таких лошадок, мы с трудом отличаем их друг от друга. Нам кажется, что перед нашими глазами многократно повторяется одна и та же фигура одной и той же лошадки, тогда как на самом деле их несколько. Выражаясь кристаллографо-геометрическим языком, мы сказали бы, что фигуры лошадок «совмещаются друг с другом», причем «самосовмещается» и вся карусель.

Не менее наглядной иллюстрацией к понятию о «самосовмещении» может служить подстаканник, в точности повторяющий форму вкладываемого в него граненого стакана. Вынув стакан из такого подстаканника и вложив его обратно в повернутом положении, мы по сути дела проделываем то же, что и при проверке операции самосовмещаемости фигуры, вращающейся вокруг оси.

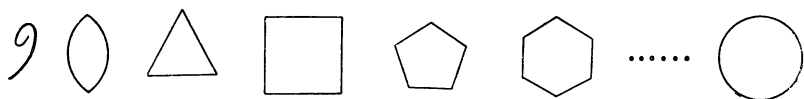


Рис. 13. Ряд фигур с осями симметрии от  $L_1$  до  $L_\infty$ .

Легко понять, что оси симметрии бывают самые разнообразные. Вокруг таких осей одинаковые части фигуры могут повторяться и самосовмещаться три, четыре, пять, шесть раз и т. д. Число самосовмещений фигуры при ее повороте вокруг оси на  $360^\circ$  называется «порядком оси». Строго доказано, что порядок оси может быть только целым числом.\* Ось симметрии будет у нас обозначаться буквой  $L$ , а ее порядок — маленькой цифрой, стоящей вслед за этой буквой. Так, например,  $L_3$  обозначает ось симметрии третьего порядка,  $L_4$  — четвертого порядка,  $L_5$  — пятого порядка и т. д.\*\*

Изобразим ряд правильных многоугольников, расставив их в порядке увеличения сторон и вершин (рис. 13). Вслед за равносторонним треугольником встанет квадрат, далее появятся в порядке последовательности правильные пятиугольник, шестиугольник, семиугольник и т. д. В самом конце этого ряда окажется круг — «правильный многоугольник» с бесчисленным количеством сторон и вершин. Легко понять, что через центр равностороннего треугольника перпендикулярно плоскости рисунка проходит ось симметрии третьего порядка  $L_3$ , через центр квадрата —  $L_4$ , через центр правильного пятиугольника —  $L_5$  и т. д. В центре круга найдем ось симметрии бесконечного порядка  $L_\infty$ . Это еще не все. Слева от тре-

\* Г. М. Попов, И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», М., 1964, стр. 64—65.

\*\* Сейчас широко распространены и иные обозначения осей симметрии (международная символика по Герману — Могену):  $3 = L_3$ ,  $4 = L_4$ ,  $5 = L_5$  и т. д. В этой символике плоскость симметрии обозначается буквой  $m$  (см. стр. 21).

угольника поместим фигурку «двуугольника», через центр которого проходит  $L_2^*$ , а еще левее изобразим какую-нибудь совсем неправильную фигуру, вроде запятой. Последняя фигурка, казалось бы, лишена всякой симметрии. Однако, повернув ее вокруг оси, перпендикулярной к плоскости бумаги, на  $360^\circ$ , мы ее вернем в исходное положение (совместим саму с собой). Как видим, число самосовмещений у «запятой» равно единице и, следовательно, она обладает осью симметрии первого порядка.\*\*

Итак, глядя на рис. 13, мы приходим к выводу о том, что возможны оси симметрии любых целых порядков, начиная от единицы и кончая бесконечностью. Для прочного знакомства с осями симметрии полезно попрактиковаться, используя хорошо выраженные симметричные фигуры. Студенты, изучающие кристаллографию, используют с этой целью специальные деревянные, картонные и стеклянные модели разнообразных кристаллических многогранников. Мы сейчас ограничимся уже знакомыми нам рисунками и некоторыми простейшими фигурами. Легко сообразить, что снежная звездочка (рис. 7) обладает одной шестерной осью симметрии  $L_6$ , перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через центр звездочки. Цветок, изображенный на рис. 5, имеет одну ось двенадцатого порядка  $L_{12}$ , совпадающую с его центром.

Возьмем в руки спичечный коробок и приглядимся как следует к его фигуре. Такой многогранник обладает тремя парами взаимно параллельных граней. Через середины граней перпендикулярно их плоскостям проходят двойные оси симметрии. Всего мы найдем здесь тройку взаимно перпендикулярных двойных осей симметрии ( $3L_2$ ). Перейдем далее к кубу. На нем также шесть попарно параллельных граней. Перпендикулярно каждой паре таких граней через центры квадратов проходит четверная ось симметрии. Соответственно трем парам граней куба получаем  $3L_4$  (рис. 14а). Грани куба пересекаются по три в его восьми вершинах. Через каждую пару вершин проходит тройная ось, совпадающая с телесной диагональю куба. Отсюда находим  $4L_3$  (рис. 14б). В кубе имеется двенадцать ребер. Через середины каждой пары ребер, параллельно диагоналям граней, проходит двойная ось симметрии. В результате обнаруживаем всего  $6L_2$  (рис. 14в). Следовательно, полная совокупность осей симметрии куба такова:  $3L_4$ ;  $4L_3$ ;  $6L_2$ .

\* Отличными примерами фигур с двойными осями симметрии являются «двуглавые» изображения королей, дам и валетов на игральных картах. Приставив карандаш к середине изображения (перпендикулярно к плоскости карты) и вращая карту вокруг карандаша, мы убедимся в том, что фигуры после поворота на  $180^\circ$  повторяются.

\*\* Сказанное относится не только к «запятой», но и вообще ко всем телам как асимметричным, так и симметричным. Все они, будучи повернутыми на  $360^\circ$  вокруг любой оси, приходят в самосовмещение. Значит, любая фигура обладает бесчисленным количеством осей симметрии первого порядка ( $\infty L_1$ ). Понятно, что эти бесчисленные множества  $L_1$  вовсе не характеризуют геометрии фигур (ведь они присутствуют как в самых высокосимметричных, так и в совершенно асимметричных фигурах). Поэтому в дальнейшем эти никому не нужные оси будут отбрасываться (за исключением некоторых особых случаев).

Вспомним еще раз об уже упоминавшейся выше оси симметрии бесконечного порядка ( $L_\infty$ ). Подобными осями обладают так называемые «тела вращения». Оси цилиндра и конуса являются одновременно осями симметрии бесконечного порядка. Любой диаметр шара также представляет собой  $L_\infty$ . Следовательно, шар имеет бесчисленное множество осей симметрии бесконечного порядка ( $\infty L_\infty$ ).

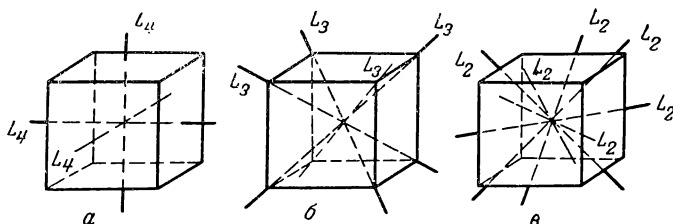


Рис. 14. Оси симметрии куба: а —  $3L_4$ ; б —  $4L_3$ ; в —  $6L_2$ .

Временно расстанемся с осями симметрии и перейдем еще к одному элементу симметрии в виде особой точки, называемой центром симметрии. Обозначение этого нового элемента — буква  $C^*$ . Центром симметрии является особая точка внутри фигуры, характеризующаяся тем, что любая проведенная через нее прямая по обе стороны от нее и на равных расстояниях встречает одинаковые (соответ-

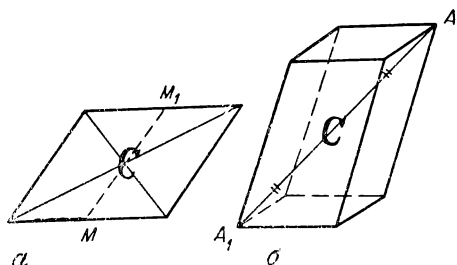


Рис. 15. Точка пересечения диагоналей параллелограмма является центром симметрии (а). Центральная точка параллелепипеда представляет центр симметрии (б).

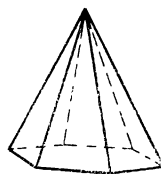


Рис. 16. Шестигранная (гексагональная) пирамида. ( $C$  нет).

ственные) точки фигуры. Действие центра симметрии можно уподобить отражению в зеркальной точке. Предлагаем самому читателю убедиться в том, что любой параллелограмм (рис. 15а) и любой параллелепипед (рис. 15б) обладает центром симметрии.

В многогранниках при наличии  $C$  каждой грани соответствует парная грань, равная первой и параллельная ей по плоскости. Убедиться в параллельности двух граней очень просто. Положив много-

\* По международной символике (см. стр. 21 и 24) центр симметрии обозначается единицей с черточкой наверху —  $\bar{1}$ .

гранник на стол испытываемой гранью, обнаруживаем наверху вторую грань, параллельную плоскости стола и той грани, которая соприкасается с плоскостью стола. Такой проверке необходимо подвергнуть все грани многогранника. Если хотя бы для одной грани не найдем соответствующей ей параллельной и равной грани,  $C$  отсутствует. На основании подобной проверки легко заключить, что кирпичик (спичечный коробок) и куб обладают центром симметрии, тогда как пирамида (рис. 16) не имеет  $C$ . Примерами более сложных фигур с центром симметрии являются цилиндр и шар. Конус относится к фигурам без  $C$ . В дальнейшем мы будем чаще всего иметь дело с теми тремя типами элементов симметрии, о которых только что шла речь. Плоскости, оси и центр симметрии помогут нам сделать первые шаги в области симметрии природных тел. Для полноты картины следует, однако, упомянуть и еще об одном типе элементов симметрии, а именно, о так называемых «сложных» или «инверсионных» осях ( $L_i$ ).

Инверсионной осью называется такая прямая линия, при повороте вокруг которой на некоторый определенный угол с последующим отражением в центральной точке, как в центре симметрии, фигура совмещается сама с собой. Не будем здесь останавливаться на разборе этого довольно сложного понятия, а интересующихся отошлем к учебникам кристаллографии. Сейчас нам важно отметить, что и центр и плоскость симметрии могут рассматриваться как частные случаи инверсионных осей. Центр симметрии является инверсионной осью первого порядка ( $L_{i_1} = C$ ), а плоскость симметрии — инверсионной осью второго порядка ( $L_{i_2} = P$ ). Доказано, что простые и инверсионные оси с порядками от единицы до бесконечности полностью исчерпывают все возможные элементы симметрии конечных фигур. Следовательно, полный перечень элементов конечной симметрии можно изобразить в виде двух следующих строк:

$$L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, \dots, L_\infty,$$

$$L_{i_1} = C, L_{i_2} = P, L_{i_3}, L_{i_4}, L_{i_5}, \dots, L_{i_\infty}^*.$$

Итак, мы познакомились с исчерпывающим перечнем элементов конечной симметрии. В нашем распоряжении — полный набор элементов симметрии для конечных фигур. Однако этого мало. Для полной характеристики таких фигур необходимо учитывать совокупности всех элементов симметрии, присутствующих на данном объекте. Некоторые из таких совокупностей мы сможем написать уже и сейчас, пользуясь только что пройденным материалом.

---

\* Эти две строчки будут выглядеть еще эффектнее, если воспользоваться обозначениями элементов симметрии по международной системе. Мы уже знаем, что согласно им оси симметрии обозначаются попросту цифрами, показывающими порядок осей (стр. 24). Для инверсионных осей над соответственной цифрой ставится черточка. Две приведенные выше строчки будут при этом выглядеть следующим образом:

$$\frac{1, 2, 3, 4, 5, \dots, \infty,}{1, 2, 3, 4, 5, \dots, \infty.}$$

Из предыдущего видно, что узор снежной звездочки обладает шестью плоскостями симметрии и одной шестерной осью симметрии (рис. 7). Следовательно, полная совокупность элементов симметрии такого узора —  $L_6 6P$ . Соответственно изображенный на рис. 5 цветок характеризуется симметрией  $L_{12} 12P$ . Для спичечной коробки (кирпичика) были найдены по отдельности три плоскости, три двойные оси и центр симметрии —  $3L_2 3PC$ . Суммируя все элементы симметрии, установленные для куба, придем к следующему результату:  $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$ . Найденные совокупности элементов симметрии — не случайные наборы таких элементов, а строго закономерные математические группировки. Такие совокупности выводятся по определенным правилам их сложения. Существует ряд теорем, лежащих в основе этих правил. Приведем в качестве примера одну из них.

«При наличии оси симметрии порядка  $n$  ( $L_n$ ) и плоскости симметрии ( $P$ ), направленной вдоль этой оси, найдем всего  $n$  плоскостей симметрии, направленных вдоль  $L_n$  ( $L_n nP$ )»\*. Иллюстрацией к этой теореме могут служить симметрия узора снежной звездочки ( $L_6 6P$ ) и симметрия цветка ромашки ( $L_{12} 12P$ ).

Имея полный набор элементов симметрии и учитывая правила их сложения, можно вывести строго математически все возможные совокупности элементов симметрии для конечных фигур. Такие совокупности называются классами или видами симметрии. В простейших случаях формы обладают только одной осью симметрии. Вспомнив, что порядок оси может отвечать любому целому числу от единицы до бесконечности, мы сразу же выводим бесконечный ряд видов симметрии с одной-единственной осью:

$$L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, \dots, L_\infty.$$

Этот ряд видов является простейшим и соответственно носит название «примитивного» (см. табл. 1, первая графа слева).\*\*

Пользуясь приведенной выше теоремой, легко вывести аналогичный ряд видов симметрии, характеризующихся наличием единственной оси симметрии с добавленной к ней плоскостью  $P$ , идущей вдоль оси. Если порядок оси —  $n$ , то согласно теореме вдоль нее обнаружим  $n$  плоскостей симметрии ( $L_n nP$ ). Отсюда выводится следующий ряд соответственных видов симметрии:

$$L_1 1P = P; \quad L_2 2P; \quad L_3 3P; \quad L_4 4P; \quad L_5 5P, \dots, L_\infty \infty P***.$$

\* Г. М. Попов, И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», М., 1964, стр. 80.

\*\* Верхняя строка этого столбца, где указана ось первого порядка ( $L_1$ ), соответствует, как мы уже знаем, случаю полного отсутствия элементов симметрии ( $L_1 = -$ ).

\*\*\* По международной символике (см. стр. 21, 24) этот ряд изобразится следующим образом:

$$m, 2mm, 3m, 4mm, 5m \dots -$$

Двойное повторение буквы  $m$  в случае четных осей объясняется тем, что здесь выделяются два сорта плоскостей симметрии, каждый из которых обозначается своей буквой  $m$ .

Т а б л и ц а 1

Классы симметрии с неповторяющейся осью  $L_n$ 

Примитивные $L_n$	Планные $L_n P$	Аксиальные $L_n L_2$	Центральные $L_n C (П)$	Плантаксиальные $L_n P L_2 n P (П) C$	Инверсионно-примитивные $L_{i_n}$	Инверсионно-планные $L_{i_n} n L_2 n P$ или $L_{i_2 n} n L_2 n P$
$L_1 \leftarrow -$	$L_1 1 P = P$	$[L_1 1 L_2 = L_2]$	$L_1 C = C$	$[L_1 1 L_2 1 P C = L_2 C П]$	$[L_{i_1} = C]$	$[L_{i_1} L_{i_2} П = L_2 П C]$
$L_2$	$L_2 2 P$	$L_2 2 L_2 = 3 L_2$	$L_2 C П$	$L_2 2 L_2 2 P П C = 3 L_2 3 P C$	$[L_{i_2} = P]$	$[L_{i_2} L_{i_2} P = L_2 2 P]$
$L_3$	$L_3 3 P$	$L_3 3 L_2$	$L_3 C (L_{i_3})$	$L_3 3 L_2 3 P C$	$[L_{i_3} = L_3 C]$	$[L_{i_3} 3 L_2 3 P = L_3 3 L_2 3 P C]$
$L_4$	$L_4 4 P$	$L_4 4 L_2$	$L_4 C П$	$L_4 4 L_2 4 P П C$	$L_{i_4} (L_2)$	$L_{i_4} 2 L_2 2 P$
$L_5$	$L_5 5 P$	$L_5 5 L_2$	$L_5 C (L_{i_5})$	$L_5 5 L_2 5 P C$	$[L_{i_5} = L_5 C]$	$[L_{i_5} 5 L_2 5 P = L_5 5 L_2 5 P C]$
$L_\infty$	$L_\infty \infty P$	$L_\infty \infty L_2$	$L_\infty C П$	$L_\infty \infty L_2 \infty P П C$	$[L_{i_\infty} = L_\infty П C]$	$[L_{i_\infty} \infty L_2 \infty P П C = L_\infty \infty L_2 \infty P П C]$

Этот ряд носит название «планального» («плана» — по-гречески плоскость). (См. вторую графу слева в табл. 1). Планальные виды симметрии представляют для нас особый интерес, так как в их ряд вошли все отмеченные выше случаи симметрии, столь широко распространенные в природе, начиная от «симметрии листка» и кончая всевозможными вариациями типа радиально-лучевой симметрии ( $L_n n P$ ).

По сути дела, весь вывод видов симметрии, в которых кроме прочих элементов симметрии присутствует одна неповторяющаяся ось ( $L_n$ ), осуществляется аналогичным путем. К упомянутой неповторяющейся оси последовательно добавляю плоскости, двойные оси и центр симметрии и с учетом соответственных теорем находят искомые суммы элементов симметрии. Сначала добавочные элементы симметрии берутся поодиночке, а затем и совместно. Одним словом, перебирают все возможные комбинации элементов симметрии и находят все соответствующие им суммарные результаты. В конце концов таким образом выводятся все семь вертикальных столбцов, понятие о которых читатель может получить из табл. 1. Желая ознакомиться со всеми тонкостями и деталями вывода найдут соответственные данные в курсах элементарной кристаллографии.\*

До сих пор шла речь о классах симметрии, характеризующихся наличием одной неповторяющейся оси симметрии ( $L_n$ ). Однако существуют многочисленные тела, а в том числе и многогранники, в которых каждое направление, а следовательно, и каждая ось повторяется несколько раз, следуя законам симметрии. Вспомним куб. Для него мы нашли:  $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$ . Взяв в руки игрушечный кубик и измеряя пальцами отрезки, совпадающие в нем с тремя осями четвертого порядка, можно легко убедиться в том, что все они равны. Вращая кубик вокруг его телесной диагонали, совпадающей с  $L_3$ , мы увидим, что три четверные оси при таком вращении в точности совпадают друг с другом. Следовательно, все три оси четвертого порядка в кубе симметрично равны. К такому же выводу мы придем и относительно четырех осей симметрии третьего порядка. Все  $4L_3$  в кубе симметрично равны друг другу. Симметрично равны в кубе и все шесть осей симметрии второго порядка ( $6L_2$ ).

Итак, в кубе нет единственных неповторяющихся осей симметрии. Фигура куба обладает лишь симметрично равными осями\*\*.

Подобно кубу ведут себя и другие многочисленные многогранники. К ним, в частности, относятся знаменитые «тела Платона» — выпуклые многогранники, отличающиеся тем, что все их грани явля-

\* См. напр., Г. М. Попов, И. И. Шафрановский. Кристаллография. Изд. «Высшая школа», М., 1964.

\*\* Поучительно сравнить с кубом кирпичик. Для него были найдены следующие элементы симметрии:  $3L_2 3PC$ . Измеряя пальцами отрезки, совпадающие в кирпичике с тремя осями симметрии второго порядка, мы сразу же увидим, что все они неодинаковы. Каждая из таких осей в кирпичике является единственной, неповторяющейся. Следовательно, в отличие от куба кирпичик по своей симметрии относится к табл. 1, где мы и находим соответственный класс симметрии (пятая графа слева, вторая строка сверху).



ются одинаковыми правильными многоугольниками. К «телам Платона», как известно, принадлежат пять фигур — тетраэдр (четырехгранник), куб, октаэдр (восьмигранник), додекаэдр (двенадцати-

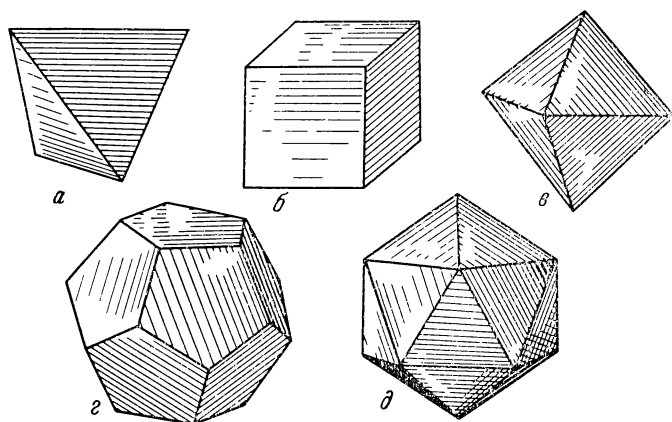


Рис. 17. Тела Платона: тетраэдр (а), куб (б), октаэдр (в), додекаэдр (г), икосаэдр (д).

гранник) и икосаэдр (двдцатигранник, см. рис. 17). Их характеристика дана в табл. 2. Пользуясь рис. 17 и табл. 2, мы без труда найдем оси симметрии для всех этих многогранников.

Т а б л и ц а 2

Название	Количество *			Формы граней
	граней $\Gamma$	вершин $B$	ребер $P$	
Тетраэдр . . . . .	4	4	6	Правильные треугольники
Куб . . . . .	6	8	12	Квадраты
Октаэдр . . . . .	8	6	12	Правильные треугольники
Додекаэдр . . . . .	12	20	30	Правильные пятиугольники
Икосаэдр . . . . .	20	12	30	Правильные треугольники

\* Числа граней  $\Gamma$ , вершин  $B$  и ребер  $P$  многогранника связаны следующей известной формулой Эйлера:  $\Gamma + B = P + 2$ . Пользуясь этой формулой, читатель может легко проверить данные, приведенные в табл. 2.

Через середины треугольных граней тетраэдра, октаэдра, икосаэдра проходят тройные оси симметрии. В тетраэдре и октаэдре их будет четыре ( $4L_3$ ), а в икосаэдре — десять ( $10L_3$ ). Через середины

квадратных граней куба, как мы знаем, проходят  $3L_4$ , а через середины пятиугольных граней додекаэдра —  $6L_5$ . Через середины пар ребер во всех этих многогранниках идут двойные оси. В тетраэдре их три ( $3L_2$ ), в кубе и октаэдре — шесть ( $6L_2$ ), в додекаэдре и икосаэдре — пятнадцать ( $15L_2$ ).

Через вершины тетраэдра проходят четыре тройные оси, которые мы уже нашли на противоположащих этим вершинам треугольных гранях ( $4L_3$ ). Через восемь вершин куба, соединяя их попарно, идут тройные оси симметрии. Их тоже четыре ( $4L_3$ ). Шесть вершин октаэдра являются выходами трех четверных осей симметрии ( $3L_4$ ).

Двадцать вершин додекаэдра представляют выходы десяти тройных осей симметрии ( $10L_3$ ). Двенадцать вершин икосаэдра служат выходами шести пятерных осей симметрии ( $6L_5$ ). В результате получаем следующие комбинации осей для пяти «платоновых тел»:

Тетраэдр . . . . .	$4L_33L_2$
Куб . . . . .	$3L_44L_36L_2$
Октаэдр . . . . .	$3L_44L_36L_2$
Додекаэдр . . . . .	$6L_510L_315L_2$
Икосаэдр . . . . .	$6L_510L_315L_2$

Основываясь именно на этих правильных многогранниках, математики выводят совокупности элементов симметрии для фигур с симметрично равными осями.

К осевым комбинациям, найденным нами, остается лишь добавить плоскости и центр симметрии. Полученные таким образом результаты сведены в табл. 3.

Таблица 3  
Классы симметрии с симметрично равными осями

$4L_33L_2$ $4L_33L_2(3L_4)6P$	$3L_44L_36L_2$ $3L_44L_3(4L_3)6L_29PC$	$6L_510L_315L_2$ $6L_5(6L_5)10L_3(10L_3) \times$ $\times 15L_215PC$	$\infty L_\infty$ $\infty L_\infty \infty PC$
$4L_3(4L_3)3L_23PC$			

К видам симметрии, выведенным из тетраэдра, куба и октаэдра, относится множество кристаллических форм. Сюда, в частности, относятся и октаэдры алмаза (рис. 8), и кубы поваренной соли (рис. 37), и др. Подобной же симметрией могут обладать и скелеты радиолярий (рис. 88а, б). Вместе с тем встречаются также радиолярии с прекрасно выраженной симметрией додекаэдра или икосаэдра (рис. 88 в).

К фигурам, обладающим симметрично равными осями, необходимо причислить также и шар. В шаре любой диаметр является осью симметрии бесконечного порядка. Следовательно, полная совокупность осей симметрии шара —  $\infty L_\infty$ . Кроме того, любая плоскость, проходящая через центр шара, является его плоскостью симметрии. Таких плоскостей в шаре бесчисленное множество. Наконец, шар обладает еще и центром симметрии.

Итак, полная совокупность элементов симметрии шара —  $\infty L_\infty \infty PC$ . Однако помимо обычных шаров можно себе представить

еще и особые шары, обладающие только осями ( $\infty L_\infty$ ) без плоскостей и центра симметрии. П. Кюри и позднее акад. А. В. Шубников на это обстоятельство обратили особое внимание.

Представим себе каждый радиус шара в виде тонкого волокна и мысленно закрутим каждое такое волоконце в одну и ту же сторону. В результате все радиусы шара будут представлены закрученными в одинаковом направлении волоконцами. Ясно, что вдоль таких радиусов нельзя будет обнаружить плоскостей симметрии, тогда как на обычном шаре каждый радиус является линией пересечения бесчисленного множества идущих вдоль него плоскостей симметрии. Следовательно, шар с «закрученными» радиусами характеризуется симметрией  $\infty L_\infty$ . Плоскости и центр симметрии на нем отсутствуют.

Помимо обычных шаров существуют еще и особые шары с одними только осями симметрии бесконечного порядка. Они могут быть правыми (все волоконца закручены вправо) или левыми (волоконца закручены влево).<sup>\*</sup> Шаровые формы широко распространены в природе (капли жидкостей, радиально-лучистые агрегаты кристаллов, формы некоторых радиолярий и пр.).

Итак, мы познакомились со всеми возможными комбинациями элементов симметрии для фигур, обладающих симметрично равными осями. Все эти классы симметрии сведены в табл. 3. Табл. 1 и 3 дают исчерпывающее понятие о всех классах симметрии для конечных фигур. Как видим, их существует бесчисленное, хотя и строго ограниченное количество. В том, что число классов симметрии бесконечно велико, можно наглядно убедиться из табл. 1. Каждый вертикальный столбец содержит бесчисленный ряд строчек. Вместе с тем здесь невозможны какие-либо произвольные комбинации элементов симметрии: все такие комбинации строго ограничиваются определенными правилами, все они выводятся на основе упоминавшихся выше теорем сложения элементов симметрии.

Важно подчеркнуть, что табл. 1 и 3 охватывают все без исключения конечные фигуры и тем самым все окружающие нас природные тела и искусственные образования. С помощью табл. 1 и 3 мы можем определять симметрию любого кристалла, любого цветка, любой детали машины или предмета домашнего обихода. Не может быть ни одной реальной фигуры, симметрия которой не находилась бы в одной из строчек таблиц.

Подводя итоги, подчеркнем еще раз то, что мы знаем теперь симметрию всех конечных фигур (о бесконечных нам придется поговорить дальше). На этом, казалось бы, можно было и закончить настоящую главу. Однако название книги требует того, чтобы, основываясь на симметрии, мы уточнили еще вопрос и о самих формах

---

<sup>\*</sup> В дальнейшем будет показано, что левые и правые разновидности, относящиеся друг к другу как предмет и его зеркальное отражение, могут быть у всех форм, не обладающих плоскостями и центрами симметрии, а также и другими инверсионными осями. Для них возможны только простые оси симметрии.

окружающих нас тел. Из предыдущего видно, что все эти тела характеризуются определенными геометрическими законами присущей им симметрии. К сожалению, этого мало. Нам уже известно, что куб и октаэдр обладают абсолютно одинаковой симметрией, хотя формы их совершенно не похожи друг на друга. То же самое можно сказать и о додекаэдре с икосаэдром, имеющих одинаковую симметрию и различные формы. Мало того, можно привести еще множество других фигур, также подчиняющихся симметрии куба и октаэдра или додекаэдра и икосаэдра (см. фигуры радиолярий на рис. 88). Значит, при описании фигур недостаточно ограничиваться ссылкой на их симметрию, — необходимо дать понятие и об их формах. Геометрическое учение о формах многогранников особенно детально развито в кристаллографии. В основе этого учения лежит понятие о простой форме.

*Простой гранной формой называется совокупность всех граней многогранника, выводящихся друг из друга при помощи элементов симметрии данной фигуры.\** Так, например, куб представляет собой простую гранную форму. В самом деле, приняв одну из граней куба за исходную, мы путем поворотов вокруг четверных, тройных и двойных осей, а также посредством отражений в плоскостях и центре симметрии можем вывести из этой грани все остальные грани куба. Следовательно, все шесть граней куба связаны элементами симметрии и тем самым составляют одну простую гранную форму. На правильно образованных многогранниках грани одной простой формы должны быть равны, т. е. одинаковы по величине и контурам.

По аналогии с гранными формами в кристаллографии выделяют также простые реберные и вершинные (точечные) формы\*\*.

*Простой реберной формой называется совокупность всех ребер многогранника, выводящихся с помощью его элементов симметрии.\*\*\** Легко убедиться в том, что все двенадцать ребер куба связаны теми же элементами симметрии и тем самым принадлежат одной простой реберной форме.

По аналогии с предыдущим простой вершинной (точечной) формой называется полная совокупность всех вершин многогранника, связанных между собой элементами симметрии.\*\*\*\* В том же кубе восемь его вершин выводятся друг из друга путем поворотов вокруг

---

\* В частном случае при отсутствии элементов симметрии, связывающих данную грань с другими гранями, получаем простую форму в виде одной-единственной грани — «моноэдр» (одногранник).

\*\* В. И. Михеев и И. И. Шафрановский. Реберные формы кристаллов. Сообщение первое. Минерал. сб. Львов. геол. о-ва, № 9, 1955.

И. И. Шафрановский и С. Ш. Генделев. Вершинные, реберные и гранные формы кристаллов. Минерал. сб. Львов. геол. о-ва, № 12, 1958.

И. И. Шафрановский. Лекции по кристалломорфологии минералов. Изд. Львов. ин-та, 1960.

\*\*\* В частном случае число ребер в простой реберной форме может снизиться до единицы (однореберник).

\*\*\*\* В частном случае число вершин в простой вершинной форме снижается до одной вершины (одновершинник).

тех же осей, а также отражений в тех же плоскостях и центре симметрии. Следовательно, все они составляют одну простую вершинную (точечную) форму.

подавляющее большинство реальных кристаллических многогранников представляет собой не простые формы, а комбинации из нескольких простых форм (это относится как к гранным, так и к реберным и вершинным формам). Затронутые нами понятия о простых кристаллических формах, к которым мы еще вернемся в главе 5, могут быть с некоторыми оговорками применены и к описаниям растений, животных, геологических образований и пр. В особенности это относится к точечным формам (т. е. совокупностям точек, связанных элементами симметрии). Любую фигуру можно мысленно представить в виде бесчисленного множества точек. Выделив из них совокупности точек, связанных между собой элементами симметрии фигуры, мы придем к простым точечным формам, слагающим данную фигуру.

Какие же простые формы существуют реально в природе? Как они выглядят? На эти вопросы ответ могут дать кристаллографы. Им хорошо известны все простые формы кристаллов — и гранные, и вершинные, и реберные. Эти формы мы рассмотрим в главе о формах кристаллических тел (см. главу 5).

Значительно сложнее обстоят дела с объектами органического мира. Однако и здесь мы сможем с помощью табл. 1 и 3 дать ответ, хотя бы в самом общем и схематическом виде. Ответ этот будет касаться возможных простых форм природы. Сейчас мы остановимся лишь на точечных простых формах. Полный вывод таких форм заключается в следующем.

Один за другим рассматривают по отдельности все классы симметрии по табл. 1 и 3. В каждом отдельном классе принимают во внимание все возможные положения точек относительно элементов симметрии и учитывают размножение таких точек при поворотах вокруг осей и отражениях в плоскостях и центре симметрии. В сущности такой вывод очень напоминает игру с калейдоскопом. Все мы хорошо помним столь занимавшую нас в детстве таинственную картонную трубочку с матовым стеклом на одном конце и диафрагмой для наблюдения на другом. Мы могли часами наблюдать разнообразнейшие чудесные узоры, возникавшие при переворачивании и встряхивании трубки. Вся тайна калейдоскопа заключается, как известно, в трех смонтированных в трубку зеркальных пластинок и горсточке цветных осколков, насыпанных внутрь трубки. Наклоняя трубку, мы заставляем осколки по-разному располагаться относительно зеркальных плоскостей и с помощью их многократных отражений создавать самые неожиданные узоры. Нечто аналогичное приходится нам проделывать и при выводе простых точечных форм.

Комбинации плоскостей, осей и центра симметрии в различных классах табл. 1 и 3 можно сравнить с системой зеркальных пластинок в калейдоскопе. По-разному задавая точки относительно элементов симметрии и заставляя их многократно повторяться с помощью

отражений и поворотов, мы как бы заново воскрешаем знакомую нам с детства игру.

В качестве примера возьмем класс симметрии  $L_66P$  и выведем для него все возможные типы простых точечных форм. На рис. 18 ось  $L_6$  перпендикулярна плоскости рисунка и находится в его центре. Пересекающиеся вдоль нее плоскости симметрии, также перпендикулярные плоскости бумаги, изображаются в виде удвоенных прямых линий. Мыслимы лишь следующие положения точек относительно этих элементов симметрии: 1) на самой оси (в центре рисунка), 2) на плоскости симметрии, 3) вне оси и вне плоскостей симметрии. Точка 1, лежащая в центре рисунка на самой оси, будет единствен-

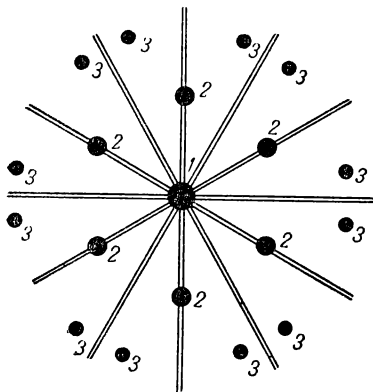


Рис. 18. Точечные формы в классе симметрии  $L_66P$ .

ной. Она не размножится, вращаясь вокруг  $L_6$  или отражаясь в плоскостях симметрии, так как лежит одновременно и на самой оси и в зеркальных плоскостях симметрии. Назовем эту точечную форму «одноточечником». Точка 2, лежащая на плоскости симметрии, но вне оси, вращаясь вокруг  $L_6$  или последовательно отражаясь в соседних плоскостях симметрии, повторится всего шесть раз. Эта простая форма назовется у нас «шеститочечником». Наконец, точка 3, взятая вне оси и вне плоскостей симметрии, отражаясь в зеркальных плоскостях и вращаясь вокруг  $L_6$ , даст всего двенадцать сим-

метричных точек. Такую точечную форму, казалось бы, следует назвать «двенадцатиточечником». Однако правильные двенадцатиточечники (соответствующие двенадцати вершинам правильного двенадцатиугольника) появятся в тех классах симметрии, где имеются оси симметрии двенадцатого порядка ( $L_{12}$ ). Поэтому лучше назвать найденные нами двенадцать точек «удвоенным шеститочечником». Можно было бы задать точки и в других местах рисунка, например, ближе к центральной точке или дальше от нее. Однако как бы не брались эти точки, они всегда будут либо простым, либо удвоенным шеститочечником.

Итак, в классе  $L_66P$  плоские точечные формы сводятся исключительно к одноточечникам (точка на оси), шеститочечникам (точки на плоскостях симметрии) и удвоенным шеститочечникам (точки вне оси и вне плоскостей симметрии).

Мы разобрали расположение точек лишь в одной плоскости — плоскости рисунка. Исходя из этого, легко вывести и пространственное расположение точек для данного вида симметрии. Представим себе множество плоскостей, расположенных друг над другом наподобие этажей в многоэтажном здании. В каждом таком этаже-плоскости мы снова найдем свои одноточечники, шеститочечники и удво-

енные шеститочечники. Следовательно, три типа этих простых точечных форм исчерпывают все возможные точечные формы для класса  $L_66P$ . Таким же образом выводятся все возможные простые формы для всех классов второй графы табл. 1 ( $L_n nP$ ).

В классе с одной только плоскостью  $P$  выводятся лишь два типа простых точечных форм: одноточечники (точка 1 на самой плоскости симметрии) и двухточечники (точка 2 вне этой плоскости) (рис. 19а). Для класса  $L_22P$  найдем одноточечники (1 — на  $L_2$ ), двухточечники (2 — на одной из плоскостей) и удвоенные двухточечники (четыре точки 3 вне оси и плоскостей симметрии) (рис. 19б). В классе  $L_33P$  возможны одноточечники (на  $L_3$ ), трехточечники (на плоскостях симметрии) и удвоенные трехточечники (вне оси и плоскостей симметрии) (рис. 19в).

Сам читатель, очевидно, подскажет нам, что, например, в  $L_55P$  простые точечные формы сводятся к одноточечникам, пятиточечникам

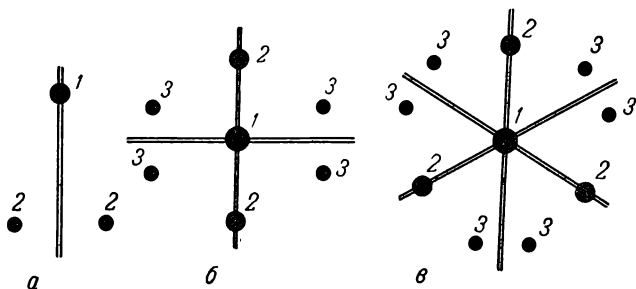


Рис. 19. Точечные формы в классах симметрии  $P$  (а),  $L_22P$  (б),  $L_33P$  (в).

и удвоенным пятиточечникам, а в классе  $L_{10}10P$  — к одноточечникам, десятиточечникам и удвоенным десятиточечникам и т. д.

Вторая графа в табл. 1 завершается классом  $L_\infty\infty P$ . Здесь точки, взятые на оси  $L_\infty$ , дают одноточечники, а любые точки, лежащие вне этой оси, бесконечно повторяясь вокруг  $L_\infty$ , сольются в окружности.

Зная простые точечные формы для столбца  $L_n nP$ , мы можем тем самым установить простые формы для всех природных тел, характеризующихся «симметрией листка» или «радиально-лучевой симметрией». Деревянный листок (рис. 4) состоит из одноточечников, совпадающих с его плоскостью симметрии, и двухточечников, лежащих вне этой плоскости (рис. 19а).

Для морской звезды (симметрия  $L_65P$ , рис. 93) можно обнаружить одноточечник (в центре фигуры), пятиточечники (на плоскостях симметрии) и удвоенные пятиточечники (вне осей и плоскостей симметрии). В узоре снежной звездочки с симметрией  $L_66P$  (рис. 7) читатель найдет без труда одноточечники, шеститочечники и удвоенные шеститочечники (см. точки 1, 2 и 3 на рис. 18). В правильно образованной форме гриба (симметрия  $L_\infty\infty P$ ) точки, лежащие вдоль стержневой оси, являются одноточечниками, а все остальные точки образуют простые точечные формы в виде окружностей.

Итак, мы научились определять простые точечные формы для второй графы табл. 1, а ведь симметрия огромного числа окружающих нас природных и искусственных тел относится именно к этой графе. Конечно, мы очень упростили нашу задачу. Кристаллографы помимо точечных (вершинных) форм обращают особое внимание на реберные и гранные формы. В телах органического мира также, кроме сходных точек, можно было бы различать отрезки линий и детали поверхностей, повторяющихся по законам симметрии. Вывод их по сути дела аналогичен выводу точечных форм. Однако сейчас мы не будем касаться деталей этого вопроса. К более подробному знакомству с формами кристаллов, растений и животных мы еще вернемся в дальнейшем тексте. Будем считать, что основы классического учения о симметрии и формах конечных фигур нами усвоены. В помощь читателю мы добавляем еще совсем крохотную табличку (табл. 4), где сведены наиболее часто встречающиеся в тексте обозначения и формулы симметрии.

Т а б л и ц а 4

**Наиболее часто встречающиеся в тексте обозначения и формулы симметрии**

$L_n$  — ось симметрии ( $n$  — целое число, обозначающее порядок оси);  
 $P$  — плоскость симметрии;  
 $C$  — центр симметрии;  
 $L_n n P$  — радиально-лучевая симметрия;  
 $P$  — зеркальная (билатеральная) симметрия;  
 $L_\infty \infty P$  — симметрия конуса;  
 $\infty L_\infty \infty P C$  — симметрия шара.

Казалось бы, на этом можно и остановиться. Однако это еще не все. В следующей главе нам придется поговорить о симметрии бесконечно протяженных тел, а также познакомиться, хотя бы вкратце, с новейшими теориями, широко раздвинувшими рамки старого учения о симметрии.





## ТЕОРИЯ ШАГАЕТ В БЕСКОНЕЧНОСТЬ

### ПРОДОЛЖЕНИЕ БЕСЕДЫ О СИММЕТРИИ

Открылась бездна звезд полна,  
Звездам числа нет, бездне дна...

М. В. Ломоносов

Предыдущая глава познакомила нас с осями (простыми и сложными), плоскостями и центром симметрии, а также с возможными комбинациями этих элементов. Пользуясь ими, можно описать симметрию любых кристаллических многогранников, цветов, животных, искусственных сооружений и пр. — одним словом, всех конечных фигур. Обратим внимание на слово «конечные». До сих пор мы имели дело только с «конечной симметрией», характеризующей тела, ограниченные замкнутыми контурами, с определенными началами и концами («голова» и «хвост» у рыб, птиц, различных животных). Вспомним, однако, элементарную геометрию. Кроме конечных фигур, геометрия принимает во внимание и бесконечно протяженные образы. Прямую можно мысленно продолжать в длину как в одну, так и в другую сторону до бесконечности. Плоскость беспредельно расстилается и в длину, и в ширину. Пространство безгранично простирается в длину, ширину и высоту.

Существуют ли на земной поверхности в окружающей нас природе бесконечные тела? На этот вопрос придется дать несколько уклончивый ответ: и «нет», и «да»! В самом деле, любое природное образование имеет свои более или менее четкие границы. Океаны и моря ограничены берегами, самые длинные реки имеют истоки и устья, самые высокие горы сверху кончаются вершинами, а снизу подшивами. Да и слой атмосферы вокруг земного шара характеризуется некоторой мощностью (толщиной). С другой стороны, в художественных описаниях природы часто встречаются упоминания о «беспредельной» морской шире, «бездонных» глубинах, «безграничных» степях, «бескрайних» пустынях и т. п.

Приведем несколько примеров из наших классических поэтов.

«... с высокой скалы,  
Висевшей над бездной морской,  
В пучину бездонной, зияющей мглы  
Он бросил свой кубок златой....»

(В. А. Жуковский)

«На бесконечном, на вольном просторе  
Блеск и движение, грохот и гром...»

(Ф. И. Тютчев)

«... лесов безбрежных колыханье...»

(М. Ю. Лермонтов)

«И синий бесконечный лес...»

(Н. А. Некрасов)

«И нет конца! Мелькают версты, кручи...»

«Непонятная ширь без конца...»

«Путь степной — без конца, без исхода...»

(А. Блок)

Мы хорошо знаем, что поэтам свойственны так называемые «поэтические вольности». Однако уподобление морей, степей, лесов бесконечно протяженным образам имеет и свое оправдание. Представим себе мелкую рыбешку в центре океана. Практически океан для нее является безграничным. По сравнению с микробом, мошкой и даже человеческой фигурой объем земного шара по сути дела может считаться необъятным.

Итак, следует принимать во внимание относительные размеры сравниваемых тел. Если разница между такими размерами достигает огромной величины, можно говорить о «бесконечно больших» и «бесконечно малых» реальных телах. Подобные соображения были с успехом использованы в кристаллографии. Атомы, составляющие кристаллические тела, а также расстояния между ними по сравнению с размерами даже крохотного, чуть видимого глазом кристалла являются практически бесконечно малыми. Поэтому кристаллическая структура — совокупность всех атомов, создающих внутреннюю архитектуру кристалла, — рассматривается как бесконечно протяженная система.

При подходящих условиях — внутри пересыщенных соляных растворов, остывающих расплавов, сгущающихся паров или газов — кристаллы растут, покрываясь с поверхности все новыми и новыми слоями. Найденный в природе кристаллический многогранник кварца, полевого шпата или какого-нибудь другого минерала мог бы расти до бесконечности, если бы не иссякла питавшая его среда. Выращивая кристаллы медного купороса, алюмокалиевых квасцов или каких-либо других солей в лаборатории, мы по истечении некоторого времени сознательно прерываем их рост, вынимая кристаллы из раствора. Мысленно можно себе представить такие условия, при которых кристалл мог бы бесконечно расти. При этом он достиг бы бесконечно больших размеров. Изображая атомную структуру какого-либо кристаллического вещества, мы должны построить такую модель, которая одинаково годилась бы и для крохотного кристаллика, и для того бесконечно большого кристалла, к которому стремится маленький в процессе своего роста. Ясно, что и при таком подходе

кристаллическая структура должна рассматриваться как бесконечно протяженная система. Именно так и представляют себе модели структур современные кристаллографы. Аналогичные соображения можно применить и к другим телам, растущим в природе.

Особенно наглядно демонстрируется это на примере деревьев. Древесный ствол с первого взгляда напоминает колонну (цилиндрическое тело). На самом же деле он является очень сильно вытянутым острым конусом. Ведь снизу, у основания, дерево толще, чем вверху. Постепенно суживаясь, ствол переходит в вершину. При росте вершина уходит все дальше вверх, а конус ствола становится все больше похожим на цилиндрическую колонну. Если бы рост дерева продолжался безгранично, то его вершина ушла бы в бесконечность, а ствол принял бы форму беспретельно вытянутого идеального цилиндра. Именно к такой форме и стремится ствол за все время роста дерева. С этих позиций мы и подходим к вопросу о наличии бесконечных фигур в природе.

Теперь, раз мы условились рассматривать практически некоторые реальные тела как бесконечно протяженные, нам придется ознакомиться с бесконечной симметрией. Оказывается, все элементы симметрии конечных фигур встречаются и на бесконечных. Последние могут обладать простыми и сложными осями, плоскостями и центрами симметрии. Однако помимо этих уже знакомых нам геометрических образов в бесконечной симметрии встречаются еще три типа специфических, свойственных только ей элементов симметрии.

На рис. 20 изображен бесконечный ряд точек, расположенных вдоль прямой. Все расстояния между точками равны ( $AB = BC = CD \dots$ ). Сдвинем всю эту прямую так, чтобы точка  $A$  перешла на место  $B$ ,  $B$  — на место  $C$ ,  $C$  — на место  $D$  и т. д. Тогда на место сдвинувшейся точки  $A$  придет соответственная точка слева, в то же время  $D$  перейдет на место такой же точки справа и т. д. В результате весь бесконечный ряд точек совместится сам с собой. Такое самосовмещение не было бы возможным, если бы ряд точек  $A, B, C, D \dots$  являлся не бесконечной фигурой, а представлял бы отрезок, ограниченный слева и справа точками  $A$  и  $D$ . При сдвиге на величину  $AB$  точка  $A$  перейдет на место  $B$ ,  $B$  — на место  $C$  и т. д. При этом прежнее место  $A$  останется незамещенным, а  $D$  перейдет на новое место, находившееся до сдвига вне отрезка  $AD$ . В результате весь отрезок  $AD$  сдвинется слева направо и займет новое положение, не совпадающее с исходным. Самосовмещения фигуры здесь не произойдет, а следовательно, не будет иметь места и операция симметрии. Последняя осуществляется лишь при наличии бесконечного ряда точек. Рассмотренная нами операция бесконечной симметрии сводится к сдвигу или переносу, или поступанию фигуры параллельно самой



Рис. 20. Перенос как симметрическая операция возможен только в бесконечных фигурах.

себе. Элемент симметрии, соответствующий этой операции, называется *трансляцией*.

Трансляция изображается стрелкой, показывающей направление и величину поступания, и обозначается буквой  $T$ . Для того чтобы получить наглядное представление о трансляции, возьмем нить с нанизанными на нее одинаковыми бусинами и мысленно представим себе такую нить бесконечной. Перебирая одну за другой бусины вдоль нити (так, как это делали в старые времена монахи с четками), мы получим хорошую модель трансляции. Более картинное, а вместе с тем и более грандиозное представление о трансляциях может дать «безбрежное» море с бегущими волнами. Здесь

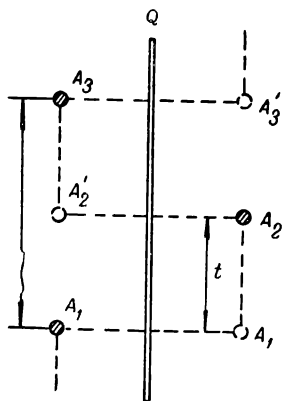


Рис. 21. Плоскость скользящего отражения.

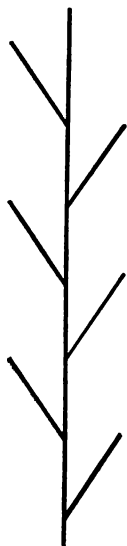


Рис. 22. Узор с плоскостью скользящего отражения вдоль вертикальной линии.

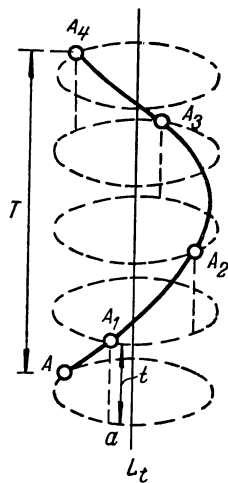


Рис. 23. Четверная винтовая ось.

сменяют друг друга не отдельные точки и бусины, а гребни волн, движущиеся под напором ветра. В различных природных телах мы еще не раз встретимся с трансляциями. В любой кристаллической структуре всегда присутствует бесчисленное множество трансляций (гл. 5).

Следующим элементом бесконечной симметрии является *плоскость скользящего отражения* ( $Pt$ ). Этот новый элемент представляет собой совокупность плоскости симметрии и параллельного ей поступания, действующих не по отдельности, а совместно. Плоскости скользящего отражения, содержащие перенос (трансляцию), невозможны в конечных телах; они свойственны лишь бесконечным фигурам. Действие плоскости скользящего отражения показано на рис. 21.

Пусть дана бесконечная цепочка из точек  $A_1, A_3 \dots$ . Отразим сначала эти точки в плоскости  $Q$ , как в зеркале, а затем полученные

отраженные точки  $A'_1, A'_3 \dots$  столкнем с помощью трансляции  $t$  параллельно  $Q$ . Проследим поведение точки  $A_1$ , изображенной в виде заштрихованного кружка. Отразив  $A_1$  в  $Q$ , мы переведем ее в положение  $A'_1$  (незаштрихованный пунктирный кружок). Однако это еще не все: ведь после отражения надо полученную точку  $A'_1$  сдвинуть параллельно  $Q$  на отрезок  $t$ . В результате такого переноса мы придем в точку  $A_2$  (заштрихованный кружок). Аналогичным образом будут вести себя и остальные точки заданной системы. В результате вся эта бесконечная точечная система совместится сама с собой, так как  $A_1$  перейдет на место  $A_2$ ,  $A_2$  — на место  $A_3$  и т. д. до бесконечности (в свою очередь место  $A_1$  должна занять соответственная точка, не изображенная на рисунке; последнюю замещает еще новая точка и т. д.).

На рис. 22 изображен характерный узор с плоскостью скользящего отражения вдоль вертикальной линии. Этот узор очень часто встречается в природе. Ветви на деревьях, листья на стеблях, прожилки на листьях нередко повторяются в виде именно этого узора. Встречается он и на некоторых кристаллических образованиях, называемых «скелетными кристаллами» (такие «скелеты» льда образуют зимой на стеклах всем известные «ледяные цветы»). Последний тип элементов бесконечной симметрии называется винтовой осью ( $L_t$ ). Винтовая ось представляет совокупность оси симметрии и параллельного ей перемещения (трансляции), действующих не по отдельности, а совместно.

Точки фигуры при действии такой оси, вращаясь и одновременно перемещаясь вдоль оси, двигаются по винтовым линиям. Этот новый элемент симметрии, содержащий в себе трансляцию (поступание), невозможен для конечных фигур. Он присутствует лишь в бесконечных фигурах.

Винтовые оси могут иметь самые разнообразные порядки (подробнее об этом будет сказано в главах 5 и 7 о формах кристаллов и растений). Легко сообразить, что винтовая ось первого порядка отвечает простой трансляции (поворот на  $360^\circ$  возвращает систему в ее исходное положение).

Рассмотрим в качестве примера действие винтовой оси четвертого порядка (рис. 23). Заданную точку  $A$  сначала вращаем вокруг оси  $L_t$  как вокруг простой четверной оси на угол  $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$ . При этом она займет положение  $a$ . Далее перенесем ее с помощью трансляции  $t$  параллельно оси  $L_t$ . В результате  $A$  перейдет на место  $A_1$ . В свою очередь  $A_1$  после аналогичного поворота и поступания заместит  $A_2$ ,  $A_2$  займет место  $A_3$  и так далее до бесконечности (при этом, если фигура совмещается сама с собой, на место  $A$  поступит снизу новая соответственная точка, не изображенная на рисунке, и т. д.). Очень важно заметить, что винтовые оси бывают правыми и левыми, в зависимости от того, в какую сторону закручена винтовая линия (на рис. 23 — правая ось). Винтовые оси симметрии встретятся нам в изобилии в мире кристаллических структур, а также в царстве

растений. По винтовым линиям нередко располагаются ветви на древесных стволах и листья на стеблях. Подробности обо всем этом мы узнаем из последующих глав, а сейчас подведем итоги.

Итак, в конечных телах возможны следующие элементы симметрии: простые и инверсионные оси любых целых порядков, а в том числе и центр, и плоскость симметрии. В бесконечных фигурах, помимо упомянутых элементов симметрии, появляются еще трансляции, плоскости скользящего отражения и винтовые оси. Перечисленными элементами исчерпывается до конца классическая симметрия. На этом и мы могли бы поставить точку. Однако наука никогда не успокаивается на достигнутых рубежах и продолжает двигаться все дальше. Не осталось в навеки окаменевшем виде и учение о симметрии. Новые течения врываются в область классической симметрии, видоизменяя, расширяя и обогащая ее. Познакомимся вкратце с некоторыми из них.

Вспомним основу основ учения о симметрии. Выше говорилось о том, что Г. В. Вульф считал основным элементом плоскость симметрии. Такую плоскость мы наглядно представляем себе в виде плоского двустороннего зеркала. А что получится, если плоское зеркало заменить изогнутой — выпуклой или вогнутой — зеркальной поверхностью? Здесь нам сразу же вспомнятся известные «комнаты смеха» в парках культуры и отдыха. Отражаясь в искривленных зеркалах, фигуры зрителей превращаются в растянутые или сплюснутые, расширенные или суженные смехотворные карикатуры. Однако кривые зеркала используются не только для увеселения отдыхающих. Они работают в качестве рефлекторов-отражателей в прожекторах, проекционных фонарях и других источниках света. Вогнутое зеркальце помогает врачу-окулисту увидеть дно больного глаза. Подобные же зеркала находятся в кабинах водителей автобусов, в телескопах и множестве других оптических приборов \*. Важно отметить, что полученные в таких зеркалах отражения не представляют какие-то произвольные фигуры, они всецело подчиняются строжайшим законам оптики.

Итак, почему бы и нам не заменить зеркальные плоскости симметрии искривленными поверхностями и не посмотреть, что из этого получится? На это предложение читатель может справедливо возразить, что симметричная фигура должна состоять из равных частей, тогда как при отражении в кривых зеркалах предмет и отражение не равны друг другу. Вспомним еще раз определение равных фигур по Мебиусу (стр. 20). Первая часть этого определения гласит: «Две фигуры равны в том случае, если каждой точке одной фигуры соответствует аналогичная точка другой фигуры...». Сразу же отметим, что при отражении в кривых зеркалах это первое условие Мебиуса полностью сохраняется: для каждой точки предмета, отражающегося в зеркальной поверхности, вы найдете соответствующую точку в полу-

---

\* Л. Эй д е л ь с. Правда кривых зеркал. Юный техник, 1964, № 10, стр. 60—61.

ченном отражении. Гораздо хуже обстоит дело со второй частью определения. Две фигуры равны, «если расстояние между любыми двумя точками одной фигуры равно расстоянию между двумя соответственными точками другой фигуры». Ясно, что карикатурно искаженные отражения в кривых зеркалах вовсе не хотят подчиняться этому второму пункту определения. Вытянутые или укороченные расстояния между отраженными точками совсем не равны расстояниям между соответственными точками отражающейся фигуры. И все же, зная законы оптики, мы можем сравнивать строго определенные математические соотношения между теми и другими расстояниями. Важнее же всего то, что такие соотношения очень часто реализуются в природе.

В отличие от симметричных фигур, где расстояния между соответственными точками обязательно равны, мы вслед за Е. С. Федоровым будем называть фигуры с неравными расстояниями между соответственными точками *гомологичными фигурами*. Как увидим далее, гомология фигур встречается на каждом шагу.

Впервые роль «криволинейной симметрии» (гомологии) в природе отметил в 1925 г. известный советский геолог и палеонтолог акад. Д. В. Наливкин.\* Оказывается, классические плоскостные и прямолинейные элементы симметрии представляют лишь частные случаи элементов «криволинейной симметрии». Подходя к проблеме «симметрии» с точки зрения натуралиста, Д. В. Наливкин подчеркнул преобладающее значение криволинейных элементов для органических форм. «Кристаллы обладают прямолинейной симметрией, а организмы — криволинейной симметрией».\*\* Действительно, криволинейные гомологические фигуры особенно характерны для мира живых существ.

Однако понятия, выдвинутые Д. В. Наливкиным, как увидим дальше, имеют и более общее значение, зачастую реализуясь в мире неживой природы — на геологических образованиях и даже на кристаллах. Рис. 24 показывает искривление контуров ромба *a* и эллипса *b* в результате их отражения в сферической или цилиндрической поверхности (последняя на рисунке проектируется в виде круговой дуги, обозначенной двойной линией). Д. В. Наливкин открыл, что эти изменения контуров геометрических фигур напоминают эволюцию форм некоторых брахиопод.\*\*\*

Напоминают они также изменение очертаний движущихся песчаных барханов и отчасти искажение кристаллических образований

---

\* Д. В. Наливкин. Элементы симметрии органического мира. Изв. Биол. н.-и. ин-та при Пермском ун-те, т. 3, вып. 8, 1925, стр. 291—297.

Д. В. Наливкин. Криволинейная симметрия. В сб. Кристаллография. Лен. горный ин-т. М., Metallurgizdat, 1951, стр. 15—23.

Д. В. Наливкин. Symmetrie Elemente der organischen Welt. Leopoldina (3) 6/7, 1960—1961, стр. 235—246.

\*\* Изв. Биол. н.-и. ин-та при Пермском ун-те, т. 3, вып. 8, 1925, стр. 291.

\*\*\* Брахиоподы (плеченогие) — класс животных из типа червеобразных. Мягкое тело этих морских обитателей заключено в двустворчатую раковину.

внутри движущегося потока раствора. Понятия, выдвинутые Д. В. Наливкиным, имеют весьма широкое, можно даже сказать, универсальное значение. Искривленные в обычном понимании «несимметричные»

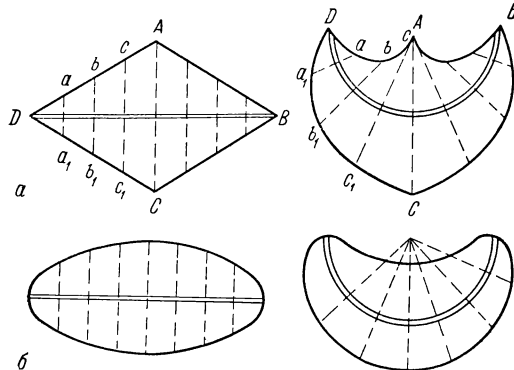


Рис. 24. Искривление контуров ромба (а) и эллипса (б) в результате их отражения в сферической или цилиндрической поверхности. По Д. В. Наливкину.

фигуры теперь следует рассматривать как «криволинейно - симметричные» (гомологичные) формы, подчиняющиеся своим строжайшим геометрическим законам. Сейчас учение о «криволинейной симметрии» находится в начальной стадии своего развития. Оно требует дальнейшей детальной разработки, а главное — подведения под него специальной математической базы. Однако и в настоящем виде это учение вносит совершенно новые представления в понятия о геометрии природных форм. В дальнейшем, рассматривая конкретные примеры, взятые из кристаллографии, ботаники, зоологии, геологии, мы еще не раз вспомним новые понятия, введенные в науку Д. В. Наливкиным.

С несколько иных позиций к вопросу о гомологии подошел талантливый безвременно скончавшийся советский кристаллограф В. И. Михеев (1912—1956).<sup>\*</sup> При построении зеркально равных фигур мы привыкли опускать из каждой точки исходной фигуры перпендикуляр на зеркальную плоскость симметрии и затем продолжать его на равное расстояние по другую сторону плоскости. А почему бы не представить себе такую необычную «зеркальную плоскость», в которой отражение осуществляется с помощью не перпендикулярных, а косых лучей? Тогда, например, круг, изображенный на рис. 25, после отражения превратится в эллипс. Ясно, что

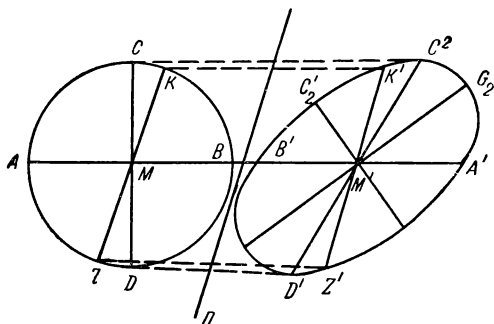


Рис. 25. Круг, переходящий при отражении в плоскости гомологии в эллипс. По В. И. Михееву.

<sup>\*</sup> В. И. Михеев. Гомология кристаллов. Гостоптехиздат, 1961.



в результате мы получим здесь гомологичные фигуры (эллипс гомологичен кругу).

Перейдем далее к осям симметрии. До сих пор, пользуясь такими осями, мы вращали точки фигур в плоскостях, перпендикулярных данным осям. Почему бы не вообразить теперь такие оси, вокруг которых точки фигур вращаются не в перпендикулярных, а в косо расположенных плоскостях? Кроме того, до сих пор было принято, чтобы точки фигур вращались вокруг осей симметрии по кругам. Заставим же теперь вращаться эти же точки не по кругам, а по эллипсам.

Обратим теперь внимание на то, что элементы гомологии отличаются от обычных элементов симметрии более общим характером. Плоскость гомологии является плоскостью косоугольного отражения, тогда как плоскость симметрии соответствует лишь ее частному случаю, когда угол между лучом и плоскостью становится прямым. Оси гомологии представляют собой оси косоугольного поворота вокруг прямой: любая точка фигуры движется по эллипсу (или окружности) в плоскости, образующей косоугольный угол с осью. Ось симметрии представляет тот частный случай такой оси, когда угол между осью и плоскостью является прямым, а точки вращаются в упомянутой плоскости по кругам.

В результате гомологических операций возникают гомологичные фигуры (или части фигур) с соответственными точками, но без сохранения равенства между ними.

Симметрия представляет тот частный случай гомологии, когда расстояния между соответственными точками двух фигур (или двух частей одной фигуры) обязательно равны\*.

Элементы гомологии — не выдумки геометра, склонного к абстрактным построениям. Они имеют вполне реальное значение, часто проявляясь в наружном ограничении кристаллических многогранников и в их внутреннем строении. В отличие от Д. В. Наливкина, В. И. Михеев оперировал с плоскостными и прямолинейными образами, имеющими место преимущественно в мире кристаллических структур. Сейчас теоретические представления Д. В. Наливкина и В. И. Михеева следует рассматривать как отдельные главы одного общего учения о гомологии природных тел.

После этих серьезных разговоров мысленно перенесемся в дни нашего детства. Кто из нас не увлекался в те времена ярко раскрашенными деревянными куклами, хорошо известными под общим названием «матрешек»? Откройешь «матрешку», а в ней сидит другая, такая же, но только уменьшенная. Во второй находится третья, в третьей — четвертая и так до последней самой маленькой фигурки. Сразу же отметим, что фигуры всех этих вставленных друг в друга «матрешек» подобны. Оказывается, что многие природные тела очень напоминают по своему строению «матрешек».

---

\* Н. Н. Стулов, В. И. Михеев. Гомология кристаллов. Зап. Всесоюз. минер. о-ва, ч. 91, вып. 1, 1962, стр. 123—124.

Разве не похож на игрушечную «матрешку» кристалл, выросший в результате отложения на его поверхности все новых и новых слоев (рис. 26)? Это сходство проявляется особенно наглядно, когда в связи с изменением состава питающего раствора кристалл облекается различно окрашенными слоями. Безусловно, напоминает все ту же «матрешку» и кочан капусты, и артишок, и даже цветы розы или водяной лилии. Важную роль в геометрии всех этих природных тел играет подобие их сходных частей. Такие части, несомненно, связаны между собой каким-то общим еще не известным нам геометрическим законом, позволяющим выводить их друг из друга. На помощь здесь приходит новое учение акад. А. В. Шубникова «о симметрии подобия».

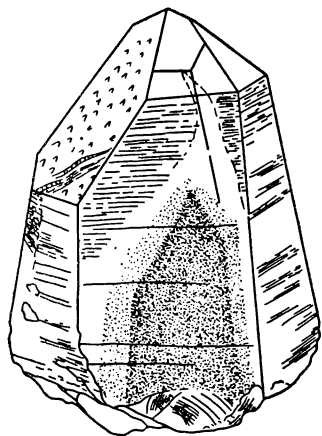


Рис. 26. Зональный кристалл кварца.

В этом учении «равными» (в кавычках!) «считаются не только действительно равные фигуры, но и все подобные им, т. е. все фигуры одной и той же формы».\*

По аналогии с операциями симметрии А. В. Шубников выдвигает «операции симметрии подобия». Последние представляют своеобразные аналогии трансляций, отражений в плоскостях, поворотов вокруг

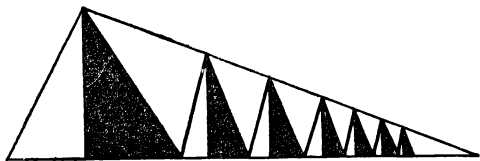


Рис. 27. Трансляция симметрии подобия. По А. В. Шубникову.

осей с той только разницей, что такие операции связаны с одновременным увеличением или уменьшением масштаба подобных частей фигуры и расстояний между ними. В качестве иллюстрации на рис. 27 изображена «трансляция подобия».

Необходимо подчеркнуть, что «симметрия подобия», осуществляющаяся как в пространстве, так и во времени, повсеместно проявляется в природе на всем, что растет, а ведь именно к растущим формам относятся бесчисленные фигуры растений, животных и кристаллов. Выше нам уже приходилось обращать внимание на сильно вытянутую коническую форму древесных стволов. Ветви обычно располагаются вокруг ствола по винтовой линии. Это не простая винтовая линия: она постепенно суживается к вершине.

\* А. В. Шубников. Симметрия подобия. Кристаллография, т. 5, вып. 4, 1960, стр. 490.

Сходные идеи о расширении рамок классической симметрии можно найти в статье: K. L. Wolf. Symmetrie und Polarität. Studium generale. Springer Verlag in Berlin — Göttingen — Heidelberg. 2 Jahrgang. H. 4/5, 1949, стр. 213—224.

Да и сами ветви, как известно, уменьшаются по мере их приближения к вершине дерева. Следовательно, здесь мы имеем дело с «винтовой осью симметрии подобия».

Хорошими моделями таких же осей могут служить еловые шишки и початки кукурузы. Винтовые оси симметрии подобия наблюдаются и на спирально закрученных формах раковин (только в отличие от вытянутых стволов конусовидные поверхности здесь сильно сплющены) (рис. 28). На рис. 29, изображающем ветвистое образование скелетного кристалла, ясно обнаруживается плоскость скользящего отражения, но только не простой симметрии, а симметрии подобия (обратите внимание на закономерное уменьшение веточек

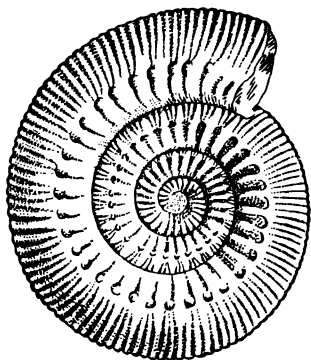


Рис. 28. Винтовая ось симметрии подобия на раковине аммонита.



Рис. 29. Природное ветвистое образование с плоскостью скользящего отражения симметрии подобия.

снизу вверх). В дальнейшем, при встречах с различными природными формами, нам еще не раз придется вспомнить о симметрии подобия А. В. Шубникова. Из приведенных примеров видно, что симметрия подобия близко примыкает к гомологии, отличаясь от нее несколько иной метаметической направленностью.

В последнее время привлекает особое внимание еще одно учение, также созданное акад. А. В. Шубниковым, а именно, учение об антисимметрии. «Подобно тому, как правая рука равна левой, так по нашему предположению положительная фигура может быть равна отрицательной. Этот вид равенства назовем противоположным равенством, или антиравенством», — таково основное положение нового учения \*. В качестве наглядных примеров антиравных фигур А. В. Шубников приводит: медаль и слепок с нее, фотографические позитивные и негативные изображения одного и того же предмета, гравюру и клише, капельку воды в воздухе и пузырек воздуха в воде и т. д. Хорошим примером антиравенства, взятым из физики, являются позитрон и электрон.

\* А. В. Шубников. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд. АН СССР, 1951, стр. 7.

По аналогии с обычными элементами симметрии на антисимметричных фигурах появляются «антиоси», «антиплоскости», «антицентры» — элементы, с помощью которых антиравные части таких фигур переходят друг в друга. Учение об антисимметрии пользуется сейчас всеобщим признанием. Оно нашло практическое применение в структурной кристаллографии. Читатель, знакомый с новейшими понятиями об античастицах и даже антимирах, нашедших самое широкое отражение в литературе, вплоть до фантастических романов и лирических стихотворений, легко согласится воспринять и антисимметричные фигуры с их антиплоскостями.

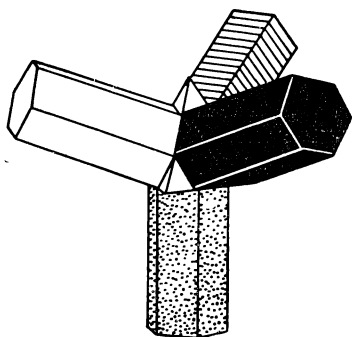


Рис. 30. Сросток четырех кристаллов (четверник минерала вюрцитита).

Всем хорошо известно, что эмблемой всемирных фестивалей молодежи и студентов является цветок с пятью лепестками, окрашенными в красный, зеленый, желтый, голубой и коричневый цвета. Через центр такого лепестка можно было бы провести ось симметрии пятого порядка, если бы не различная окраска лепестков. Перешагнем через это препятствие и будем считать, что существует особая «ось многоцветной симметрии», превращающая лепестки одного цвета в лепестки другой окраски и совмещающая их друг с другом. Понятия многоцветной симметрии с успехом применяются в кристаллографии. Суще-

ствуют закономерные срастания кристаллов в числе двух, трех, четырех, пяти и т. д. Это так называемые «двойники», «тройники», «четверники», «пятерники»...

Для выявления их обобщающей (суммарной) симметрии условно окрашиваем отдельные кристаллы, входящие в сросток, в различные цвета и описываем симметрию всего сростка при помощи элементов многоцветной симметрии (рис. 30). Такое описание дает наглядное понятие о разнице между суммарной «разноцветной» симметрией сростка и «одноцветной» симметрией входящих в его состав отдельных кристаллов-индивидов. В настоящее время вопросы «многоцветной симметрии» развиваются в трудах акад. Н. В. Белова и его соавторов.\*

Краткий обзор новейших понятий, безгранично раздвинувших старые рамки классической симметрии, дает возможность подойти во всеоружии к углубленному обзору всевозможных природных форм. Некоторая сложность и необычность новых понятий не должны отпугивать читателя. Реальное и наглядное их проявление на отдельных конкретных примерах поможет нам освоиться с ними, а в дальнейшем и использовать их практически.

\* Н. В. Белов и Т. И. Тархова. Группы цветной симметрии. Кристаллография. Т. I, вып. 1, 1956.

Н. В. Белов. Трехмерные мозаики с цветной симметрией. Кристаллография. Т. I, вып. 6, 1956.

## ВСЕОБЪЕМЛЮЩИЙ ЗАКОН ПРИРОДЫ

## ПРИНЦИП СИММЕТРИИ ПЬЕРА КЮРИ

...Явился и открыл нам новые тайны  
(Глубокие, пленительные тайны)...

А. С. Пушкин

Временно вернемся к понятиям классической симметрии и вспомним универсальный принцип Пьера Кюри, о котором очень коротко и упрощенно говорилось в первой главе. Этот принцип будет проходить красной нитью через весь дальнейший текст книги, помогая выявлять сходные черты в самых разнообразных природных формах. Вот почему нам придется сейчас основательно вдуматься в его сущность и в возможности его применения.

Прежде всего выясним, каким путем П. Кюри пришел к открытию своего принципа. «Его исследования относятся к области физики и кристаллографии. Эти две науки были ему одинаково близки и взаимно дополнялись в его умственном кругозоре». Так писала Мария Кюри в предисловии к собранию сочинений своего прославленного мужа \*.

Первые открытия ученого относились к кристаллофизике. Пьер вместе со своим братом Жаком изучал электрические заряды, возникающие на кристаллах кварца, турмалина, цинковой обманки и других минералов при их сдавливании и растяжении. Братья установили, что пьезоэлектричество (пьезо — по-гречески давя) возбуждается лишь на кристаллах, лишенных центра симметрии. «Открытие не было случайным, — пишет по этому поводу М. Кюри, — оно было вызвано размышлениями о симметрии кристаллического вещества, позволившего братьям предвидеть возможность данной закономерности»\*\*.

Параллельно с исследованиями пьезоэлектричества П. Кюри разрабатывал теорию симметрии. В отличие от своих предшествен-

\* Р. С u r i e. Oeuvres. Paris. Préface, 1908, p. XV.

\*\* М. К ю р и. Пьер Кюри. Пер. С. А. Щукарева. Л., 1924, стр. 17. Еще во время первой мировой войны ученик П. Кюри, известный физик П. Ланжевэн (1872—1946) использовал пьезоэлектрические свойства кварца для получения ультразвуковых волн, позволяющих обнаруживать подводные препятствия (в том числе и вражеские мины), определять глубину моря и т. п. В настоящее время практическое применение пьезоэлектрических кристаллов достигло такого распространения, что уже можно говорить об особой обширной области техники — пьезотехнике.

ников он подходил к этим вопросам не только как геометр, но и как физик. Одновременно с великим русским кристаллографом Е. С. Федоровым, хотя и совершенно независимо от него, П. Кюри в 1884 г. дал полный вывод всех возможных комбинаций элементов симметрии для конечных фигур (см. табл. 1). В то время оба молодых ученых еще не знали, что задолго до них, в 1830 г., эта задача была полностью решена всеми забытым тогда немецким кристаллографом И. Гесселем (1796—1872). В 1885 г. П. Кюри опубликовал небольшую (всего три страницы!), но исключительно важную заметку о формировании кристаллов. В 1894 г. появляется его последняя работа, посвященная симметрии, но уже не кристаллов, а вообще физических явлений. Статья эта так и названа «О симметрии физических явлений; симметрия электрического и магнитного поля». Открывается она следующей характерной фразой: «Думаю, что представляет интерес ввести в изучение физических явлений понятие о симметрии, столь привычной кристаллографам»\*. Именно в этой статье и были сформулированы наиболее глубокие идеи ученого, касающиеся универсального значения симметрии.

Начиная с 1897 г. супруги Кюри углубились в изучение радиоактивности. Казалось бы, в самой неподходящей обстановке — в сумрачном и сыром сарае, заменявшем лабораторию, после длительных и многотрудных работ они открывают два радиоактивных элемента — полоний и радий. Однако и эти величайшие открытия, обессмертившие их имена, не могли оторвать мыслей Пьера от излюбленной симметрии. «Он всегда желал возобновить свои работы по симметрии кристаллических сред», — читаем мы в его биографии\*\*. Об этом же свидетельствуют и следующие слова акад. В. И. Вернадского: «Из разговоров с ныне покойной мадам М. Кюри, в Институте которой я работал в 1925 г., по поводу указаний в ее книжке, она мне говорила, что Кюри в семье все время говорил об этой работе, как работе над состоянием пространства»\*\*\*. Из дальнейшего мы увидим, что речь здесь идет о сущности универсального принципа симметрии. Трагическая смерть Пьера Кюри, погибшего в 1906 г. под колесами грузовой телеги, прервала развитие этих идей. Несколько предельно сжатых общих формулировок в статье «О симметрии физических явлений» (1894) — вот и все, что написал сам П. Кюри о своем универсальном принципе.

Такая краткость являлась для него характерной. Об этом красноречиво свидетельствует В. И. Вернадский в следующем отрывке, посвященном великому французскому физiku. «Пьер Кюри, с которым я встречался в своей молодости в 1889—1890 гг. в Париже, личность обаятельная и вместе с тем замкнутая, отличался необычайно долгим продумыванием и сжатостью своих научных работ.

---

\* P. Curie. Oeuvres. Paris, 1908, стр. 118.

\*\* М. Кюри. Пьер Кюри. Л., 1924, стр. 65.

\*\*\* В. И. Вернадский. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. Наука, 1965, стр. 160.

Он, обыкновенно, прежде чем писать, делая прогулки, продумывал до конца результаты своих работ и выражал их необыкновенно кратко». . .\*

Вместе с тем эта краткость имела и свои отрицательные стороны: она не приобщала читателя к процессу развития идеи и тем самым затрудняла ее понимание. Все это привело к тому, что универсальный принцип симметрии долгое время не обращал на себя внимания, да и сейчас далеко еще не вошел в общее сознание. Не случайно Мария Кюри в написанной ею биографии мужа заново подняла вопрос о принципе симметрии, популяризируя и комментируя его. По ее словам, П. Кюри «был принужден дополнить и расширить понятие симметрии, рассматривая ее как состояние пространства, характерное для среды, где происходит данное явление».\*\* Для этого необходимо учитывать: 1) состояние и строение среды; 2) движения изучаемого тела относительно формирующей его среды или движения среды относительно данного тела; 3) воздействие на тело других физических факторов.

По сути дела все это сводится к известному положению, согласно которому углубленное изучение реальных тел требует хорошего знакомства с той средой, в которой они образовались. Нельзя изучать природное тело в отрыве от породившей его среды. Тема нашей книги — формы природных тел. Поэтому сейчас нас больше всего интересует вопрос: как отражается влияние среды на формирующемся в ней объекте. На этот вопрос Кюри ответил следующим образом. *Симметрия порождающей среды как бы накладывается на симметрию тела, образующегося в этой среде. Получившаяся в результате форма тела сохраняет только те элементы своей собственной симметрии, которые совпадают с наложенными на него элементами симметрии среды.*

Примем эти слова за упрощенную формулировку принципа симметрии Кюри (далее мы еще вернемся к обсуждению этого принципа) и перейдем к нескольким примерам, иллюстрирующим и поясняющим приведенные выше положения.

Начнем с осколка поваренной соли (хлористого натрия) в форме правильного кубика. Такой кубик легко получить, раскалывая даже бесформенный кусок кристалла каменной соли. Последняя всегда раскалывается по плоскостям, параллельным гравям куба (кристаллы хлористого натрия обладают хорошей «спайностью по кубу»). Положим этот кубик на дно текущего водного потока так, как это показано на рис. 31а.

Легко сообразить, что прямолинейно движущаяся водная струя имеет посередине вертикальную плоскость симметрии, совпадающую с направлением потока. Кубик положен так, что эта плоскость симметрии совпадает с его центром. Согласно принципу Кюри из

---

\* В. И. Вернадский. Химическое строение биосферы Земли и ее окружения. Наука, 1965, стр. 160.

\*\* М. Кюри. Пьер Кюри; Е. Кюри. Мария Кюри. «Молодая гвардия», 1959, стр. 27.

всех элементов симметрии кубика ( $3L_4$   $4L_3$   $6L_2$   $9PC$ ) сохранится только одна его плоскость симметрии, совпадающая с направлением водной струи и с ее плоскостью симметрии (рис. 31а эта плоскость проектируется в виде отрезка  $AA'$ ). Для того чтобы убедиться в этом, посмотрим, как растворяется соляной кубик на дне потока. По истечении некоторого времени, вынув его из воды и внимательно разглядывая частично растворившиеся грани, мы увидим, что они разъедались водой неодинаково. В самом деле, грань  $A$  (рис. 31а), встречавшая поток «в лоб», сильнее всех атаковалась ударявшейся в нее струей, тогда как параллельная ей вертикальная задняя грань  $A'$  (на рис. 31а — правая грань) была защищена от прямого на-

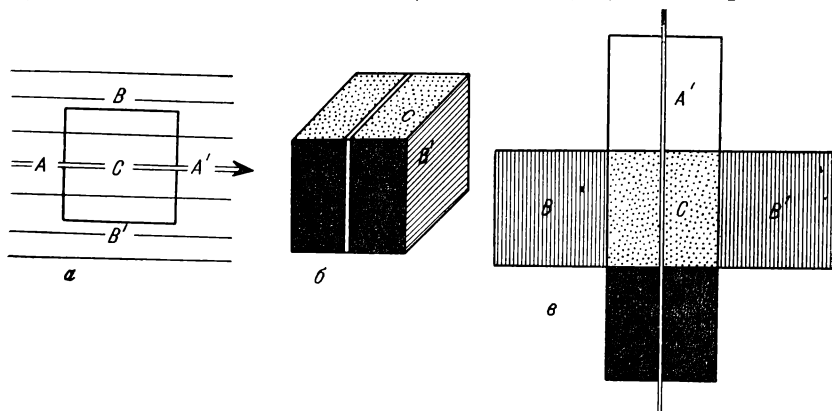


Рис. 31. Кристалл на дне водного потока (вид сверху) (а); б и в — различно растворившиеся грани кристалла, лежавшего на дне потока.

падения потока всем телом кубика. Следовательно, грань  $A$  будет значительно сильнее разрушена водой, чем такая же грань  $A'$ . Достаточно сильно растворялась и верхняя грань  $C$  (рис. 31б, в), в то время как нижняя грань кубика, лежавшая на дне, оказалась наиболее надежно укрытой от растворяющего потока. Только две боковые грани  $B$  и  $B'$  (рис. 31а, б, в), параллельные плоскости симметрии струи, одинаково омывались и растворялись протекавшей водой.

Рассматривая все эти грани, неодинаково разъеденные водой, и учитывая неодинаковую степень их разрушения, мы приходим к выводу, что частично растворившийся кубик сохранил внешне только одну свою плоскость симметрии, совпавшую с плоскостью симметрии потока (см. рис. 31). Таким образом подтвердилась правильность нашего предположения, основывавшегося на принципе Кюри. Подчеркнем, что речь здесь идет исключительно о внешнем виде кубика и об его видимой симметрии (внутреннее строение поваренной соли со свойственной ей структурой и соответствующей симметрией осталось нетронутым). К кристаллам мы еще вернемся в следующей главе, а сейчас перейдем к другому показательному примеру.





тельное постоянство направления движущихся волн относительно береговой линии (мы ведь не раз и сами наблюдали, как однообразно бегут волны к берегу). Итак, можно считать, что горизонтальные черточки на рис. 33 дают понятие о наиболее обычном движении волн на нашем морском участке. Определяя симметрию этого участка на рис. 33, мы легко найдем плоскость симметрии, перпендикулярную горизонтальным волновым линиям, а вместе с тем и перпендикулярную морскому дну (на рис. 33 эта плоскость изображена двойной чертой).

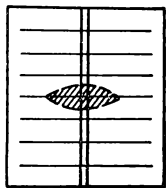
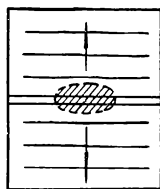
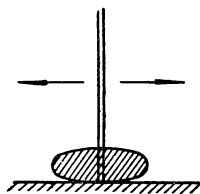


Рис. 33. Вид сверху на участок моря с галькой. Первая вертикальная плоскость симметрии, перпендикулярная фронту волн.

Это первая вертикальная плоскость, перпендикулярная фронту волн. Вторая тоже вертикальная плоскость симметрии устанавливается труднее. Она изображена на рис. 34а (вид на море сверху) и на рис. 34б (вид сбоку). Вспомним, что волны то наступают на берег, то отступают от него, а вместе с ними и галька либо катится к берегу, либо откатывается назад (и волны и галька имеют здесь, говоря научным языком, «возвратно-поступательное движение»). На рис. 34а и б направления передвижения волн и гальки показаны стрелками. Обратите внимание на то, что эти стрелки действуют не одновременно, а поочередно (волны то наступают, то отступают; галька то накатывается, то откатывается). Однако, суммируя действия стрелок (как бы накладывая один момент на другой), мы увидим, что эти действия подчиняются плоскости симметрии (двойная черта на рис. 34а и б). Такая плоскость симметрии является не обычной «статической» (т. е. неподвижной), а «динамической» (связанной с движением).



а



б

Рис. 34. Вторая вертикальная «плоскость симметрии», параллельная фронту волн. Вид на море сверху (а) и сбоку (б).

Надо сказать, что динамические элементы симметрии весьма широко распространены в природе. Это новое понятие чрезвычайно обогащает, а вместе с тем и существенно оживляет учение о симметрии. Еще резче проявляется подобное же явление на примере третьей

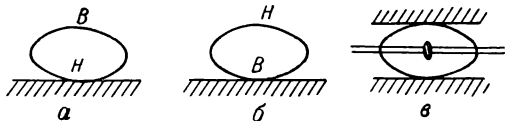


Рис. 35. Третья «плоскость симметрии», параллельная плоскости дна (вид сбоку).

плоскости симметрии в пределах все того же морского участка. Такая плоскость горизонтальна (параллельна плоскости морского дна). Она возникает в связи с переворачиванием гальки и тем самым

также является динамическим, а не статическим элементом симметрии. Во время волнения вследствие наступания волн на берег и отступления от него галька переворачивается, причем ее верх и низ периодически сменяют друг друга (рис. 35а и б). Дно при этом соприкасается то с ее нижней, то с ее верхней стороной, как бы меняя свое положение относительно гальки (если бы галька обладала способностью видеть, то ей могло бы показаться, что дно как бы «кувыркается», наваливаясь на нее то сверху, то снизу; рис. 35б). В результате со временем возникает опять-таки «динамическая» плоскость симметрии, параллельная плоскости дна.

Итак, мы нашли для морской среды, в которой находится галька, три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии: две вертикальные и одну горизонтальную. Линии их пересечения являются тремя двойными осями симметрии, а точка пересечения — центром симметрии. Следовательно, симметрия морской среды в точке, где находится наша галька, имеет «симметрию кирпичика»:  $3L_23PC$ . Эта симметрия и накладывает свой отпечаток на гальку, она-то и придает ей форму не шара, а овалоида, или трехосного эллипсоида. Думается, что этот пример, взятый из природы, особенно наглядно демонстрирует действие принципа Кюри.

В первом нашем примере с растворявшимся кристаллом формирующая среда уместалась внутри узкой струйки воды. Во втором — она значительно расширилась, оказавшись участком моря вокруг гальки. Вспомним еще один пример, где средой является все пространство, подчиненное силе земного тяготения. Этот пример, уже знакомый нам из первой главы, хорош тем, что относится ко всем природным телам, находящимся на земной поверхности, — и камням, и растениям, и всевозможным животным. По сути дела подробный разбор именно этого примера и составляет содержание дальнейших глав нашей книги.

Ознакомившись с учением о симметрии и формулировкой принципа Кюри, т. е. «будучи во всеоружии», мы можем более углубленно вникнуть в сущность этого исключительно важного для нас примера. Нам придется вернуться к уже прочитанному в первой главе, но, так сказать, «на более высоком научном уровне».

Как известно, все вокруг нас находится в поле земного тяготения и согласно принципу Кюри неминуемо должно нести на себе отпечаток его воздействия. Для выяснения этого воздействия следует прежде всего определить симметрию данного поля в какой-либо произвольно взятой точке земной поверхности. С этой целью примем некоторую точку на земном шаре за исходную и представим действие на нее земного тяготения в виде стрелки, направленной вниз (к центру земного шара). Далее, вспомним, что вокруг исходной точки находится бесчисленное множество других таких же точек земной поверхности, также испытывающих действие силы тяготения. Значит, следует первую стрелку окружить бесконечным множеством аналогичных стрелок. Все они также направлены к центру земного шара и образуют в совокупности конус. Осью этого конуса в нашем

построении является стрелка над исходной точкой. Ясно, что симметрия данной стрелки с учетом всех окружающих стрелок отвечает симметрии конуса  $L_\infty \infty P$ . Такая симметрия строго согласована с шаровой симметрией Земли: ось конуса, являющаяся осью симметрии бесконечного порядка ( $L_\infty$ ), совпадает с одним из диаметров шара, а ведь любой диаметр шара представляет собой ось симметрии бесконечного порядка. Бесчисленные плоскости симметрии конуса совмещаются с бесчисленными плоскостями симметрии шара, пересекающимися в одной из точек на его поверхности (небольшие отклонения фигуры земного шара — геоида — от идеального шара здесь не принимаются в расчет).

Итак, любая точка земной поверхности под влиянием силы земного тяготения получает «симметрию конуса». Последняя и накладывает свой отпечаток на внешнюю симметрию, а вместе с тем и на фигуру любого объекта, формирующегося в данной точке. Нам могут возразить, что развитие кристалла, растения, неподвижного животного зависит не только от силы тяготения, но и от условий питания. Вспомним, однако, что и подток питания к какой-либо точке на земной поверхности также находится в поле земного притяжения и тем самым тоже подчиняется «симметрии конуса».

В результате все тела, прикрепленные к определенным точкам на земле и развивающиеся в вертикальном направлении, должны получать в общем (без учета второстепенных деталей) симметрию типа  $L_n n P$ . Действительно, вертикальная ось  $L_n$  данного тела совпадает с  $L_\infty$  упомянутого конуса. Но ведь бесконечность содержит в себе числа любых порядков. Следовательно,  $L_\infty$  является одновременно и осью  $L_n$  и поэтому ось  $L_n$  в теле сохраняется, как этого и требует принцип Кюри. Пересекающиеся в теле вдоль оси  $L_n$  плоскости симметрии в числе  $n$  ( $nP$ ) совпадают с некоторыми из бесчисленных вертикальных плоскостей все того же конуса и тем самым тоже сохраняются во внешней симметрии данного тела.

В отличие от широко распространенных в природе форм с симметрией  $L_n n P$  все то, что растет наклонно или по горизонтали, а также все, что движется по земле в определенных направлениях, обладает единственной плоскостью симметрии  $P$ . Объясняется это тем, что, отклоняясь от вертикальной оси конуса  $L_\infty$ , прямолинейно движущийся объект неминуемо следует вдоль одной из бесчисленных плоскостей симметрии конуса, которая и отпечатывается на нем, как этого и требует принцип Кюри.

Здесь, конечно, надо внести некоторые уточнения. Ведь П. Кюри указал на то, что из элементов собственной симметрии природного тела сохраняются только те, которые совпадают с элементами симметрии среды. Выше предполагалось, что с элементами среды  $L_\infty \infty P$  (или  $P$ ) совпадают элементы собственной симметрии тела  $L_n n P$  (или  $P$ ). Но они могут и не совпадать (мало того, возможны случаи, когда природный объект и вовсе не обладает соответственными элементами). Тогда внешняя (видимая) симметрия тела характеризуется не полным набором элементов  $L_n n P$  (или  $P$ ), а только частичным

их проявлением. Например, присутствует только  $L_n$  или только  $P$  или элементы симметрии совсем отсутствуют. Эти случаи особенно хорошо выражены на природных кристаллах минералов. Вместе с тем растения и животные, как правило, почти всегда обладают более или менее ясно выраженной симметрией типа  $L_n n P$  или  $P$ . Последнее наводит на мысль, что гибкий и податливый живой материал внешне подчиняется симметрии среды, которая даже может ему навязывать свои элементы симметрии.

Нам уже известны (см. первую главу) многочисленные примеры из мира животных, растений и минералов, ярко иллюстрирующие сформулированные выше положения. (Напомним еще раз, что здесь речь идет только о симметрии внешней формы, а не внутреннего строения. Симметрия берется нами приближенно и обобщенно, без учета деталей.)

Полученные выводы, казалось бы, бесспорны и понятны и многое объясняют нам в природе. Можно, однако, предвидеть ряд возражений и протестов со стороны читателей, указывающих на весьма частые отклонения реальных природных форм от нашей схемы. Здесь уместно вспомнить замечательное описание старого дуба, приведенное Л. Н. Толстым на страницах «Войны и мира». «Это был огромный, в два обхвата дуб, с обломанными, давно видно, суками и с обломанною корой, заросшею болячками. С огромными своими неуклюжими, несимметрично-растопыренными, корявыми руками и пальцами, он старым, сердитым и презрительным уродом стоял между улыбающимися березами. . .» \*

Приведем еще и другой характерный пример из новейшей литературы. В стихотворении нашего современника поэта К. Ваншенкина содержится энергичный протест против самого принципа симметрии:

«Ты качаешь голову,  
Говоришь с улыбкой ты:  
«Симметрично все живое —  
Люди, звери и цветы».

Это так. Но, между прочим,  
Вот береза. И на ней  
Ветви к северу — короче,  
К югу — ярче и пышней.

Не последняя забава —  
Бьется, полное огня,  
Сердце слева. Ну, а справа  
Нет же сердца у меня?!» \*\*

Не будем пока говорить о сердце (хотя мы уже знаем, что воздействие природной симметрии сказывается преимущественно на внешней форме) и обратимся к деревьям. Противоречат ли на самом деле приведенные примеры с неправильно развитыми деревьями принципу Кюри? — Конечно нет. Говоря о поле земного тяготения

\* Л. Н. Толстой. Собрание сочинений, т. 5, М., Гослитиздат, 1962, стр. 172.

\*\* Литературная газета, 1962, № 43.

в целом; мы не учитывали местных факторов, оказывающих влияние на формирование природных тел вообще и деревьев в частности. Вспомним искривленные контуры сосен на морском берегу. Причина их неправильного развития ясна. Морской ветер, дующий преимущественно в одном направлении, заставляет изгибаться молодые деревья в том же направлении и оказывает влияние на дальнейшее развитие и ствола, и ветвей. Если сравнить поток односторонне дующего ветра с потоком воды, то по приведенным выше соображениям (см. стр. 53) ему можно приписать симметрию  $P(m)$ . Дерево, изогнутое вдоль направления дующего ветра, теряет симметрию типа  $L_n P$  и сохраняет только одну вертикальную плоскость симметрии, проходящую вдоль его ствола. Вместе с тем развитие древесных ветвей зависит и от солнечного тепла и света. Ветви, как известно, «тянутся к солнцу». Отсюда и более пышное их развитие с южной стороны ствола. Наконец, на фигуру дерева, находящегося в густом лесу, существенно влияют и его соседи, стремящиеся захватить как можно больше земли, воздуха и света. Все они теснят друг друга, мешая правильному развитию отдельных древесных форм. В результате и получают фантастические на вид деревья-уроды, подобные тому дубу, который описал Л. Н. Толстой.

Изучая форму природного тела, следует учитывать влияние на него всех факторов, отпечатки которых сохранила внешность тела. Говоря о влиянии поля земного тяготения, мы имеем в виду суммарную обобщенную картину подчиненных ему форм. При этом не учитываются местные влияния ветра, солнечного освещения и пр. Мы берем как бы средние результаты, получившиеся путем сложения всех елей, всех берез, всех сосен и т. д.

Именно так, совершенно интуитивно, поступают маленькие дети, изображая в своих тетрадках упрощенные схемы деревьев. В их наивных рисунках елки и березки явно демонстрируют на плоскости свою принадлежность к симметрии  $L_n P$ . В сущности так же стремился поступить и известный французский художник П. Сезанн (1839—1905). «Трактуйте природу посредством цилиндра, шара или конуса», — поучал он молодых живописцев.\*

Конусообразные, цилиндрические и шарообразные формы деревьев представляют неискаженные фигуры, созданные окружающим нас полем земного тяготения. Отклонения от таких фигур появляются в связи с воздействием частных (местных), а не общих факторов. Для того чтобы учесть все это, следует разграничивать общее поле земного тяготения на отдельные участки, где постоянно действуют какие-либо другие факторы (например ветер, дующий преимущественно в одном направлении).\*\*

Итак, при идеальных условиях развития в поле земного тяготения, когда ничто не мешает дереву расти, когда его всесторонне

\* А. М. Н ю р е н б е р г. Поль Сезанн. Вхутемас. Стр. 32.

\*\* Именно таким участком является морская среда в разобранный выше примере с морской галькой.

освещают и обогревают солнечные лучи, не искривляет ветер и не теснят соседи, форма его получает симметрию типа  $L_n n P$ . Однако необходимо иметь в виду, что такая форма возникла прежде всего под влиянием силы земного тяготения. Тем самым и эта «идеальная» форма является не «собственной» (в строгом смысле этого слова), а лишь «вынужденной» для дерева. Такой вывод нельзя не обобщить. Для подавляющего большинства макроскопических растений и животных нам известны лишь вынужденные формы с соответственной вынужденной симметрией  $L_n n P$  или  $P$ . И эти формы, и эта симметрия навязаны силой земного тяготения. О «собственных» формах таких природных тел, освобожденных от пут земного притяжения, можно лишь догадываться. Кристаллы, как увидим далее, представляют в этом отношении счастливое исключение. Перемешивая кристаллообразующие растворы или вращая сам кристалл внутри раствора, мы тем самым исключаем одностороннее влияние силы тяжести. В таких условиях всесторонне и равномерно питающийся кристалл получает свою идеальную форму со свойственной ей собственной симметрией (как увидим, однако, дальше, и здесь требуется ряд оговорок).

После всех приведенных примеров вернемся снова к разбору сущности принципа Кюри и посмотрим, как его трактовал сам великий ученый. Мы уже знаем, что среда явственно налагает свой отпечаток на формирующийся в ней объект. При этом симметрия среды накладывается на симметрию объекта. В результате часть элементов симметрии последнего внешне исчезает: его форма сохраняет только те элементы собственной симметрии, которые совпали с элементами симметрии среды.

П. Кюри придавал особое значение исчезнувшим элементам собственной симметрии данного объекта. Такую исчезнувшую симметрию он назвал *диссимметрией*.\* По его убеждению, для предсказания новых явлений диссимметрия более существенна, чем сама симметрия. «Это она, диссимметрия, творит явления», — провозглашал ученый.\*\* Для того чтобы наглядно представить себе роль диссимметрии, вернемся к примеру, демонстрирующему влияние силы земного тяготения на формирование природных тел. Пусть какое-то примитивное животное было сначала прикреплено к морскому дну и имело радиально-лучевую симметрию ( $L_n n P$ ). Впоследствии, в процессе эволюции, оно получило возможность прямолинейно передвигаться. В результате, как мы знаем, оно должно было потерять ось  $L_n$  и все плоскости симметрии, за исключением одной, совпавшей с направлением движения. Все потерянные животным элементы симметрии и составляют его диссимметрию.

\* С термином «диссимметрия» различные авторы связывают разные понятия. Следуя П. Кюри и А. В. Шубникову, мы здесь подразумеваем под диссимметрией совокупность элементов симметрии, отсутствующих в данной фигуре. Не следует смешивать два различных понятия — диссимметрию и асимметрию. Асимметрия — попросту отсутствие симметрии (см. А. В. Шубников. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. АН СССР, 1951, стр. 160).

\*\* P. Curie. Oeuvres. Paris, 1908, стр. 127.

Учение о диссимметрии получило дальнейшее развитие и углубление в трудах акад. А. В. Шубникова.\* И все же это учение нельзя считать окончательно разработанным. Сам А. В. Шубников заканчивает свою статью о работах П. Кюри следующими характерными словами: «В заключение отметим, что идеи Пьера Кюри в области учения о симметрии нельзя считать до конца оформленными. Это сделают будущие поколения».\*\* Вместе с тем уже и теперь знакомство с новыми расширенными понятиями показывает, что учение о диссимметрии можно углубить и уточнить.\*\*\* Вспомним об элементах «криволинейной симметрии», с которыми мы познакомились в главе 3. Автор этих понятий акад. Д. В. Наливкин привел замечательные примеры эволюции форм некоторых раковин брахиопод и цефалопод.\*\*\*\* Наряду с изменением их симметрии от  $L_n P$  к  $P$  (очевидно, связанным с переходом животных от неподвижного образа жизни к подвижному) наблюдается превращение исчезнувших элементов классической симметрии в элементы «криволинейной симметрии».

Дальнейшая эволюция связана с прогрессирующим изгибанием этих элементов. Исчезнувшая ось  $L_n$  и плоскости симметрии как бы прикрепляли животное в виде своеобразного «гвоздя» и натянутых «веревки» к определенному месту. Получив возможность передвигаться, животное стремилось уничтожить все удерживавшие его пути. При этом «гвоздь» изгибался, а «веревки» перестали быть натянутыми. Мы уже знаем, что все исчезнувшие элементы классической симметрии следует отнести к диссимметрии. Однако из примеров Д. В. Наливкина видно, что они не исчезли бесследно, а стали криволинейными («гвоздь» изогнулся, «веревки» ослабли, но все же они сохранились в таком измененном виде).

Учет «криволинейных элементов симметрии» позволяет внести важное уточнение в понятие диссимметрии: часть элементов симметрии в процессе эволюции не исчезает, а переходит в изогнутые элементы «криволинейной симметрии».

Область диссимметрии — это вовсе не какая-то зияющая черная пропасть, бесследно поглощающая элементы обычной симметрии. Последние в ней не поглощаются без остатка, а превращаются в «криволинейные» оси и плоскости.

Д. В. Наливкин усиленно подчеркивал в своих статьях первостепенное значение «криволинейной симметрии» для изучения форм органического мира. Однако развиваемые им понятия имеют гораздо более общее значение, зачастую реализуясь и в мире неживой

\* А. В. Шубников. Проблема диссимметрии материальных объектов. Изд. АН СССР, 1961.

\*\* А. В. Шубников. О работах Пьера Кюри в области симметрии. Успехи физ. наук, т. 59, вып. 4, 1956, стр. 602.

\*\*\* И. И. Шафрановский. К вопросу об уточнении универсального принципа симметрии Кюри. Зап. Всесоюз. минер. о-ва, ч. 93, вып. 4, 1964, стр. 460—463.

\*\*\*\* Цефалоподы (или головоногие) — класс моллюсков, к которым принадлежит ряд морских животных.



природы — на геологических объектах и кристаллических фигурах (об этом будет рассказано в последующих главах).

Подводя итоги, подчеркнем, что «криволинейная симметрия» (гомология) имеет универсальное значение и проявляется всюду, где формирование тела связано с движением либо самого тела, либо формирующей его среды. Учет криволинейных осей и плоскостей позволяет более глубоко подойти к выявлению диссимметрии, а вместе с тем и к уточнению самого принципа Кюри. В настоящее время в этом направлении сделаны только самые первые шаги. Нужны совместные усилия и натуралистов, и физиков, и математиков, для того чтобы всесторонне и глубоко осветить этот вопрос.



## В ЦАРСТВЕ КРИСТАЛЛОВ

ФОРМЫ И СИММЕТРИЯ  
КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ

...Словно волшебный скульптор,  
Светлые грани кристаллов  
Лепит бесцветный раствор.

Н. А. Морозов

«...Но я должен еще сказать о кристаллах, формах, законах, красках. Есть кристаллы огромные, как колоннада храма, нежные, как плесень, острые, как шипы; чистые, лазурные, зеленые, как



Рис. 36. Человек и кристаллы. По рисунку К. Чапека.

ничто другое в мире, огненные, черные; математически точные, совершенные, похожие на конструкции сумасбродных капризных ученых... Есть кристаллические пещеры, чудовищные пузыри минеральной массы; есть брожение, плавка, рост минералов...». Такими восторженными словами известный чешский писатель Карел Чапек начинает рассказ о Музее натуральной истории.\* Приложенный к тексту рисунок самого автора наглядно свидетельствует о его преклонении перед чудесами природы (рис. 36).

Прежде чем следовать за красноречивым писателем по музейным залам, полезно вспомнить, что мы называем кристаллами и чем замечательны эти образования.\*\*

\* Карел Чапек. Сочинения, т. 2. Гослитиздат, 1959, стр. 332.

\*\* Основные сведения о кристаллах читатель найдет в следующих книгах:

- 1) А. В. Шубников. Как растут кристаллы. Изд. АН СССР, 1935;
- 2) А. В. Шубников. Образование кристаллов. Изд. АН СССР, 1949;
- 3) М. П. Шаскольская. Кристаллы. Гостехтеоретиздат, 1956.

В школьных учебниках кристаллами обычно называют твердые тела, образующиеся в природных или лабораторных условиях в виде многогранников, напоминающих самые непогрешимо строгие геометрические построения (рис. 37). Поверхность таких фигур ограни-

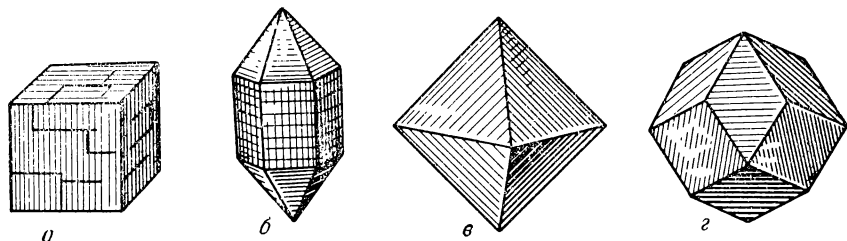


Рис. 37. Кристаллы поваренной соли (а), кварца (б), алмаза (в), граната (г).

чена более или менее совершенными плоскостями — гранями, пересекающимися по прямым линиям — ребрам. Точки пересечения ребер образуют вершины. Сразу же следует оговориться, что приведенное выше определение кристаллов требует существенных поправок: им далеко не охватываются все кристаллические образования. На рис. 38а изображен кристалл меди в виде так называемого «кристаллического скелета». Здесь хорошо разрослись ребра и вершины,

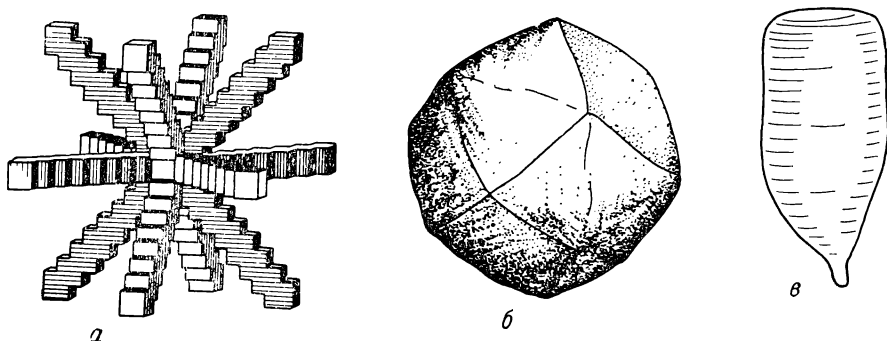


Рис. 38. Кристаллический скелет меди (а), округлый кристалл алмаза (б), «буля» искусственного рубина (в).

а граней почти не видно. На округлом кристалле алмаза (рис. 38б) плоские грани заменены выпуклыми поверхностями, а ребра — кривыми линиями. На «буле» искусственного рубина вовсе нет ни граней, ни ребер, ни выступающих вершин (рис. 38в).

Вспомним всем известную горную породу гранит, состоящую из зерен полевого шпата, кварца и слюды. Все эти зерна являются кристаллами, однако их неправильные извилистые контуры не сохранили никаких следов прямолинейности и плоскогранности. Гранит, как мы знаем, возник из огненно-жидкого глубинного расплава — магмы. В процессе остывания расплава из него выпадало

множество кристалликов полевого шпата, кварца, слюды. Одновременный рост всех этих твердых образований, мешавших друг другу развиваться, и привел к тому, что отдельные кристаллы не смогли получить свойственную им правильную многогранную форму. Зернистые кристаллические агрегаты, аналогичные граниту и другим горным породам, имеют самое широкое распространение не только в природе, но и в окружающей нас рабочей и домашней обстановке. Металлы и сплавы, каменные строительные материалы, цемент и кирпич — все это состоит из кристаллических зерен.

Итак, для образования хорошо ограненных кристаллов необходимо, чтобы ничто не мешало им свободно и всесторонне развиваться, не теснило бы их и не препятствовало их росту. Кроме того, требуется

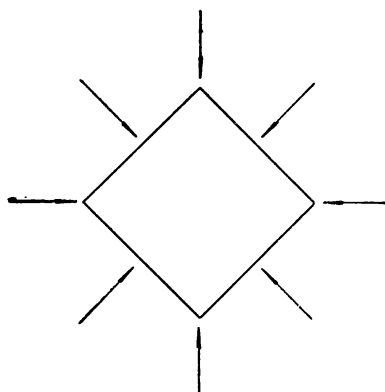


Рис. 39. Всесторонний и равномерный подток питающего раствора к кристаллу.

приготовить именно такой раствор, из которого будут выпадать хорошо сформированные кристаллы. Получение последних может быть легко осуществлено самим читателем. Для этого достаточно растворить определенную навеску какой-либо соли в определенном же количестве воды [например, при комнатной температуре на 100 см<sup>3</sup> воды берется 15—17 г калиево-алюминиевых квасцов  $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$  или 35 г поваренной соли  $NaCl$ ].

Если дать такому раствору возможность испаряться, то с течением времени из него выпадут и начнут расти кристаллики соответственной соли. Для того чтобы получить хо-

рошо оформленные многогранники, следует заботливо и внимательно ухаживать за растущими кристаллами. Идеальная правильность их формы достигается лишь при условии, когда питающий раствор всесторонне и равномерно подступает к кристаллу (рис. 39). Поэтому от времени до времени надо осторожно переворачивать кристалл с одной грани на другую, чтобы все его грани побывали в конце концов в одинаковых условиях роста (не забудьте, что дно стакана препятствует росту вниз и тем самым грань, лежащая на дне, не может нормально развиваться). Все это надо делать так, чтобы не загрязнить раствора, не внести в него пыли и кристаллических осколков.

Рекомендуется также подвешивать кристалл на нитке или волоске внутри раствора, с тем чтобы он со всех сторон был окружен раствором. Однако этого мало: снизу подступают к нему струйки пересыщенного раствора, откладывают избыток вещества на нижних гранях кристалла и, становясь более легкими, поднимаются вверх, омывая по пути верхние грани. Тем самым нижние грани питаются лучше боковых граней, а последние находятся в более благоприятных

условиях по сравнению с верхними гранями. В результате подвешенный в пересыщенном растворе кристалл быстрее растет вниз, несколько медленнее в стороны и совсем медленно вверх. В связи с этим форма его существенно исказится. Вместо, например, правильного кубика поваренной соли мы получим кристалл в виде вытянутой квадратной призмы. Учитывая сказанное, следует переворачивать от времени до времени подвешенный кристаллик так, чтобы его верхние грани менялись местами с боковыми и нижними. Еще лучше постоянно размешивать раствор с помощью специальной мешалки, соединенной с часовым механизмом, или же вращать сам кристалл внутри раствора.

Итак, при подходящих условиях и тщательном уходе можно получить совершенно правильно ограненные кристаллы, не уступающие по своим очертаниям самым строгим построениям геометров.

Несмотря на требуемую аккуратность и трудоемкость, работа по выращиванию кристаллов полна захватывающего интереса и обычно глубоко увлекает пытливого наблюдателя. В свое время известный минералог, специалист по метеоритам и поэт П. Л. Драверт (1879—1945) так описывал свои занятия по кристаллизации:

«Я ращу в стакане красные кристаллы.  
Радостный, прекрасный, благородный труд!  
Словно в южном море алые кораллы,  
Красные кристаллы у меня растут...»

Не менее восторженно (хотя и не в стихах) отзывался о кристаллизации петербургский академик химик и кристаллограф Товий Ловиц (1757—1804): «Образование кристаллов есть неоспоримо самое привлекательное и удивительное действие природы . . . С давнего времени для меня было самым приятным упражнением делать наблюдения над кристаллообразованием солей . . .».

Все это так, но мы не нашли еще такого всеобъемлющего определения для кристаллов, которое охватывало бы и плоскогранные многогранники, и кривогранные образования, и скелетные формы, и округлые «були», и неправильно оконтуренные зерна. Здесь на помощь следует привлечь результаты рентгеноанализа кристаллов. Знаменитые невидимые лучи, открытые в 1895 г. К. Рентгеном и носящие ныне его имя, дают возможность как бы нащупывать атомы внутри кристаллического тела и определять их пространственное расположение. В результате было установлено, что решительно все кристаллы построены из элементарных частиц (атомов, ионов, молекул), расположенных в строгом порядке внутри кристаллического тела. Упорядоченное расположение таких частиц отличает кристаллическое состояние от некристаллического, где степень упорядоченности частиц совершенно ничтожна.

На рис. 40 показаны модели закономерного расположения атомов (ионов) в кристаллах поваренной соли  $\text{NaCl}$  и кальцита  $\text{CaCO}_3$ . Во всех без исключения кристаллических постройках из атомов — структурах кристаллов — можно выделить множество одинаковых

атомов, расположенных наподобие узлов *пространственной решетки* (рис. 41). Чтобы представить себе такую решетку, мысленно заполним пространство множеством равных параллелепипедов, параллельно ориентированных и соприкасающихся по целым граням. Простейший пример такой постройки из параллелепипедов представляет кладка из одинаковых кубиков или кирпичиков, вплотную приложенных друг к другу. Если внутри каждого параллелепипеда выделить соответственные точки, например их центры или вершины, то мы и получим модель пространственной решетки.

Акад. А. Е. Ферсман в своей популярной «Описательной минералогии» сравнивал такую решетку с множеством электрических лампочек, развешанных в строгом порядке в больших залах библио-

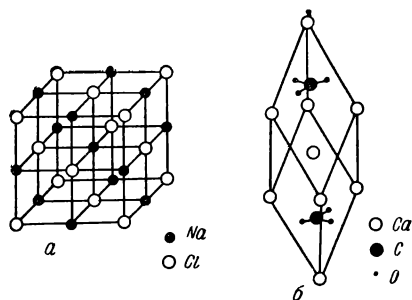


Рис. 40. Структуры поваренной соли  $\text{NaCl}$  (а) и кальцита  $\text{CaCO}_3$  (б).

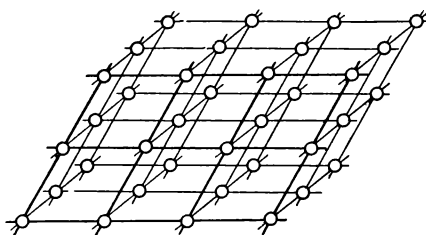


Рис. 41. Пространственная решетка.

тек, аудиторий, клубов. Можно и уточнить эту картину, представив себе огромный дом (вроде современной гостиницы), строго разделенный по этажам на совершенно одинаковые комнаты. К потолку каждой такой комнаты подвешена лампа. Совокупность всех ламп нашего фантастического дома и дает очень точное понятие о пространственной решетке. Соответственные точки решетки («лампы») назовем ее *узлами*.

В реальных кристаллических структурах места узлов пространственной решетки могут занимать отдельные атомы или ионы (заряженные атомы), а также молекулы. Прямые линии, по которым расположены частицы в решетке, называются *рядами*, а плоскости, усаженные частицами, именуются *плоскими сетками* (см. рис. 41). Для всех без исключения кристаллов характерно их решетчатое строение. Вот теперь мы и подошли к возможности дать общее определение для кристаллов.

*Кристаллами называются все твердые тела, в которых слагающие их частицы (атомы, ионы, молекулы) расположены строго закономерно наподобие узлов пространственных решеток.\**

\* Г. М. Попов и И. И. Шафрановский. Кристаллография. «Высшая школа», 1964, стр. 11.

Сформулированное определение является всеобъемлющим, оно приложимо к любым однородным кристаллическим телам — и «булям», и зернам, и «скелетам», и плоскогранным фигурам.

Все это так, но нас ведь сейчас больше всего интересуют формы кристаллов, а о них-то как раз ни слова и не говорится в определении. Вспомним, однако, то, чему учит диалектический материализм относительно формы и содержания. Форма, как известно, является вторичной по отношению к содержанию. В соответствии с этим и кристаллографы всегда подчеркивают то, что форма кристалла прежде всего зависит от его внутреннего строения, т. е. кристаллической структуры (под структурой понимается пространственное расположение всех материальных частиц — атомов, ионов, молекул, слагающих кристалл).

Мы уже условились схематически изображать такую структуру в виде пространственной решетки. При этом вершины, ребра и грани кристалла соответствуют узлам, рядам и плоским сеткам решетки. «Важнейшие» грани, лучше всего развитые и чаще всего встречающиеся на кристаллах какого-либо вещества, совпадают с плоскими сетками, наиболее густо покрытыми частицами. Этот закон, открытый еще в прошлом столетии французским ученым О. Браве, дает ясное понятие о зависимости формы кристалла от его структуры. Вместе с тем нельзя забывать и того, что на формирование кристаллического тела накладывает свой отпечаток и питающая его среда. (Об этом уже немного говорилось в главе 4. В дальнейшем мы еще вернемся к данному важному вопросу).

Обратимся теперь к самим формам кристаллов и познакомимся с тем, как кристаллографы научились их определять и даже наперед предсказывать. Подчеркнем то обстоятельство, что ими был создан строго математический вывод всех возможных на свете кристаллических форм. Все это заставляет нас обратить особое внимание на историю кристаллографии.

В самом начале нашей эры римский натуралист Плиний Старший (23—79 гг. н. э.), автор многотомной «Естественной истории», уже знал «четырехугольные» кристаллы золота и алмаза, «шестиугольные» образования кварца и т. д. Он догадывался о природном происхождении кристаллов и писал о том, что прозрачный кварц — горный хрусталь — «родится» в горах, хотя и связывал ошибочно этот процесс с затвердеванием льда (очень прозрачные и бесцветные куски кварца внешне напоминают лед).\*

Рассматривая кристаллы кварца, Плиний обратил внимание на удивительную их геометрию. «Почему он родится шестисторонним, — писал он, — тому трудно найти причину, тем более, что необычайно совершенную гладкость его боков никаким искусством произвести невозможно. . .»\*\*.

---

\* Такое заблуждение было широко распространено и у древних греков. Само слово «кристалл» происходит от греческого «кристаллос» — лед.

\*\* «Наия Плиния Секунда Естественная история ископаемых тел», пер. В. М. Севергина, СПб., 1819, стр. 116—117.

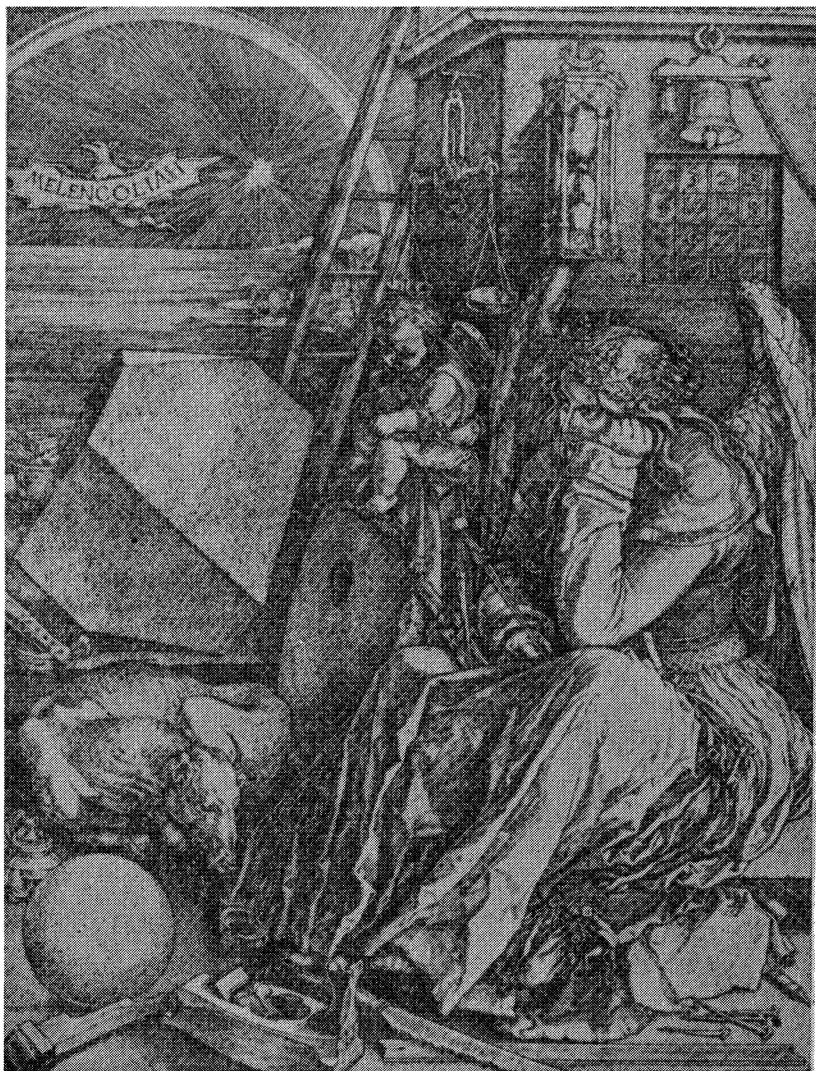


Рис. 42. Меланхолия. Гравюра А. Дюрера.



В течение долгих столетий геометрия кристаллов казалась таинственной и неразрешимой загадкой. Не случайно на гравюре великого немецкого художника А. Дюрера (1471—1528) изображена Меланхолия в виде печального ангела, безнадежно всматривающегося в огромный кристалл известкового шпата (рис. 42).

В XVI в. выдающийся саксонский металлург, минералог и врач Г. А. Агрикола (1494—1555) классифицировал «ископаемые тела» по их внешнему виду, различая «плоские», «круглые», «угловатые» и другие формы. Среди «угловатых тел», т. е. кристаллов, он, так же как и Плиний, выделял «треугольные», «четырёхугольные», «шестиугольные» и прочие «многоугольные» фигуры. Как видим, эти словесные характеристики уже содержат слабые намеки на геометрию кристаллических форм, хотя

и ограничиваются только их сравнением с плоскими многоугольниками, а не пространственными многогранниками. Вплоть до XVII в. дальше описаний «удивительных угловатых тел» дело не шло. В 1619 г. великий немецкий математик и астроном И. Кеплер (1571—1630) обратил внимание на шестерную симметрию снежинок. Он попытался объяснить ее тем, что кристаллы построены

из мельчайших одинаковых шариков, теснейшим образом присоединенных друг к другу (вокруг центрального шарика можно вплотную разложить только шесть таких же шариков; рис. 43). По пути, намеченному Кеплером, пошли впоследствии Р. Гук (1635—1703) и М. В. Ломоносов (1711—1765). Они считали, что элементарные частицы внутри кристаллов можно уподобить плотно упакованным шарикам (рис. 43).

В наше время принцип плотнейших шаровых упаковок лежит в основе структурной кристаллографии, только сплошные шаровые частицы («корпускулы») старинных авторов заменены сейчас сферами действия атомов и ионов.

Кеплер является родоначальником плеяды ученых, заложивших основы современного учения о кристаллических структурах. Он же впервые коснулся вопроса о взаимосвязи между внутренним строением и внешней формой кристаллов. Кеплер, говоря о формах кристаллов, ссылаясь на некую фантастическую «образующую силу», которая «...находится во внутренностях Земли и подобно рождающей жене производит пять правильных геометрических тел в формах драгоценных камней.»\* Здесь имеются в виду уже встречавшиеся нам

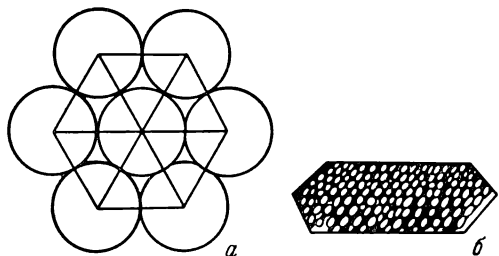


Рис. 43. Расположение шаровых частиц («корпускул») в кристалле селитры (а); строение кристалла селитры (б). По М. В. Ломоносову.

\* И. К е п л е р. Гармония мира (1619). Цит. по В. Уэвелль. История индуктивных наук. СПб., 1869, стр. 264.

выше «тела Платона» — пять выпуклых многогранников с гранями в форме правильных многоугольников: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр (рис. 17). Как будет показано дальше, две последние из упомянутых фигур вообще невозможны в кристаллографии. Ошибка Кеплера объясняется тем, что он исходил не из наблюдений над кристаллами, а из своей излюбленной идеи о всеобщей «гармонии мира», реализующейся в виде идеальных геометрических фигур.\*

Через пятьдесят лет после Кеплера (в 1669 г.) датский геолог, кристаллограф и анатом Н. Стенон (1638—1686) впервые сформулировал основные понятия о формировании кристаллов: «Рост кристалла происходит не изнутри, как у растений, но путем наложения на внешние плоскости кристалла мельчайших частиц, приносящихся извне некоторой жидкостью».\*\* Это положение о росте кристаллов за счет отложения на гранях все новых и новых слоев вещества сохранило свое значение и до сих пор. Внимательно разглядывая реальные кристаллы кварца, Стенон обратил внимание на их отклонения от идеальных геометрических многогранников с плоскими гранями и прямыми ребрами. Отложение вещества на гранях происходит не одновременно и не в одинаковых количествах. В связи с этим реальные грани не являются идеальными плоскостями, а состоят из участков, лежащих на разных уровнях. Некоторые из таких участков могут быть вогнутыми или выпуклыми. Иногда поверхность граней напоминает причудливые лестнички с поднимающимися и опускающимися ступеньками.

В своем трактате Стенон впервые ввел в науку реальный кристалл с его несовершенствами и отклонениями от идеализированных схем. Однако все эти отклонения не помешали ученому открыть на тех же кристаллах кварца основной закон геометрической кристаллографии — закон постоянства углов. К сожалению, написал он об этом очень кратко и невнятно в пояснениях к рисункам, приложенным к его сочинению. Вот относящиеся сюда собственные слова Стенона. «Рисунки. . . из числа тех, которых я мог бы привести большое количество для доказательства того, что число и длина сторон по-разному изменяются без изменения углов.»\*\*\*

Фрагментарность приведенной формулировки, а также схематичность и краткость всего трактата (представлявшего что-то вроде тезисов к диссертации) привели к тому, что выводы Стенона прошли незамеченными в свое время. Позднее ряд ученых заново открывает

---

\* Справедливость требует отметить, что ошибка Кеплера упорно повторялась и значительно позже. Так, например, знаменитый профессор Фрейбергской горной академии А. Г. Вернер (1749—1817) сводил все неисчерпаемое богатство кристаллических форм к семи основным фигурам: правильному икосаэдру, правильному додекаэдру, параллелепипеду, призме, пирамиде, табличке и чечевице. Как видим, среди семи основных форм снова фигурируют икосаэдр и додекаэдр, невозможные для кристаллов.

\*\* Н. Стенон. О твердом, естественно содержащемся в твердом. Изд. АН СССР, Сер. «Классики науки», 1958, стр. 38.

\*\*\* Там же, стр. 66.

закон постоянства углов — сначала на частных примерах отдельных минералов (Х. Гюйгенс — для кальцита, А. Левенгук — для гипса), а затем и в общем виде (М. В. Ломоносов, Ж. Б. Роме де Лиль).

Приведем очень характерное высказывание о геометрических закономерностях кристаллического огранения, принадлежащее учителю Ломоносова — саксонскому минералогу и химику Ф. Генкелю (1679—1744): «Природа в своих сочетаниях и смешениях раз и навсегда соизволила избрать связь, структуру и внешнее строение веществ, согласно их свойству и соответственно внешним условиям и обстоятельствам. От этого правила она уже не отступает, а ставит циркуль и отмеряет углы, раз и навсегда установленные для разных веществ. Поэтому, вероятно, должны существовать не случайные, а неизбежные причины, которые надо закрепить пером и чернилами или на чертежной доске».\*

Сюда же тесно примыкает и нижеследующая выдержка из знаменитого ломоносовского трактата «О слоях земных» (1763): «Наконец, отличною фигурою известные и больше всех дорогие камни последуют в своем рождении законам геометрическим углами и плоскостями. Многие из них рождаются ромбоической фигуры, имея два угла по шестьдесят и два по сто двадцать градусов, что я нарочно мерял у некоторого немалого неграненого алмаза и у других прозрачных камней.»\*\*

Закон постоянства углов окончательно утвердился в науке после выхода в свет «Кристаллографии» французского естествоиспытателя Ж. Б. Роме де Лилия (1736—1790): «Грани кристалла могут изменяться по своей форме и относительным размерам, но их взаимные наклоны постоянны и неизменны для каждого рода кристаллов.»\*\*\* В этой формулировке Роме де Лиль обобщил свои многолетние труды по измерению многочисленных углов на кристаллах разнообразных веществ (рис. 44). Закон постоянства углов явился надежным фундаментом для развития геометрической кристаллографии и дал богатейший материал для установления истинной симметрии кристаллических тел. Впоследствии он лег в основу специальных методов Е. С. Федорова, А. К. Болдырева, Т. Баркера и других, позволяющих по углам между гранями, т. е. по внешней форме кристаллов определять их вещество.

Старательно изучая кристаллы и измеряя их характерные углы, Роме де Лиль не позволял себе углубляться в рассуждения о внутреннем кристаллическом строении: «Ограничимся же тем, что нам

---

\* И. И. Шафрановский. История кристаллографии в России. Изд. АН СССР, 1962, стр. 24.

\*\* М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений. Т. 5. Изд. АН СССР, 1954, стр. 599.

Очевидно, Ломоносов измерял кривогранный кристалл алмаза в форме ромбододекаэдра — двенадцатигранника с гранями в виде ромбов (см. рис. 38 б). Плоские углы на гранях ромбододекаэдра равны  $70^{\circ} 32'$  и  $109^{\circ} 28'$ .

\*\*\* См. в кн. Н. Стенон. О твердом, естественно содержащемся в твердом. Изд. АН СССР, 1957, стр. 138.

дается наблюдениями, если мы не хотим подменить плодами нашего воображения величественного молчания Природы относительно ее первичных элементов», — демонстративно провозглашал осторожный ученый.\* Гораздо смелее в этом отношении был его младший современник и удачливый соперник Р. Ж. Гаюи (1743—1822). «Всё найдено!» — воскликнул он, заметив, что случайно выпавший из его рук большой кристалл кальцита раскололся на множество маленьких параллелепипедальных (ромбоэдрических) осколков (кальцит обладает хорошей спайностью по ромбоэдру).\*\* В этот именно момент в его уме зародилась новая теория строения кристаллов. В отличие от Кеплера, Гука и Ломоносова Гаюи предположил, что кристаллы построены не из мельчайших шариков, а из

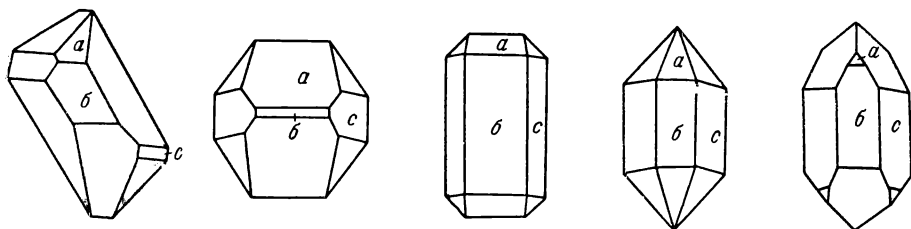


Рис. 44. Изображения кварца из «Кристаллографии» Роме де Лиля (1783), иллюстрирующие закон постоянства углов.

молекул параллелепипедальной формы и что предельно малые спайные осколки и являются этими самыми молекулами. Иными словами, кристаллы представляют своеобразные кладки из молекулярных «кирпичиков» (рис. 45).

Несмотря на всю свою наивность с современной точки зрения, эта теория сыграла в свое время большую историческую роль, дав толчок к зарождению теории решетчатого строения кристаллов. Этим не исчерпываются заслуги Гаюи. Впервые обратил он внимание на то, что наблюдателю, разглядывающему кристалл с разных сторон, нередко кажется, что перед ним как бы повторяется одна и та же картина. Объясняется это тем, что такой кристалл состоит из повторяющихся равных частей. Иными словами, Гаюи одним из первых уловил симметричное строение множества кристаллических тел. Ему же принадлежит способ математической характеристики кристаллических граней, с помощью которого можно было даже предсказать, какие именно грани возможны для данного кристалла. В частности, именно таким способом ученому удалось показать, что правильные додекаэдры и икосаэдры несовместимы с кристаллическим строением.

\* См. в кн. Н. Стенон, О твердом, естественно содержащемся в твердом. Изд. АН СССР, 1957, стр. 143.

\*\* Спайность — способность кристаллов раскалываться по определенным плоскостям.

Прямым продолжателем Гаюи явился французский кристаллограф О. Браве (1811—1863). Будучи моряком-метеорологом, Браве интересовался формами снежинок и стал углубленно заниматься наукой о кристаллах. В отличие от своих предшественников, приписывавших элементарным частицам в кристаллах шаровую или параллелепипедальную форму, Браве отказался от всяких предположений относительно таинственных и недоступных тогда форм молекул или атомов. Молекулярные «кирпичики» Гаюи были им заменены точками — центрами их тяжестей. Легко понять, что, выделив в кирпичной кладке центры тяжести всех кирпичиков, мы получим уже знакомую нам пространственную решетку (см. рис. 41).

Высказав гипотезу о решетчатом строении всех вообще кристаллических тел, Браве заложил основу современной структурной кристаллографии задолго до экспериментальных исследований кристаллических структур с помощью рентгеновских лучей. Исходя из его гипотезы, ставшей в настоящее время общепринятой теорией, легко доказать ряд основных положений геометрической кристаллографии. Именно так устанавливается важнейший закон кристаллографической симметрии, согласно которому для кристаллов возможны лишь оси симметрии первого, второго, третьего, четвертого и шестого порядков (этот закон относится не только к простым, но и к сложным — инверсионным и винтовым осям.) Тем самым на кристаллических фигурах никогда не бывает осей симметрии пятого порядка, а также осей порядка выше шести. Докажем это положение для пятерной оси.\*

Предположим, что пятерная ось в кристаллах возможна. Пусть она проходит перпендикулярно чертежу. Точка *O* изображает выход

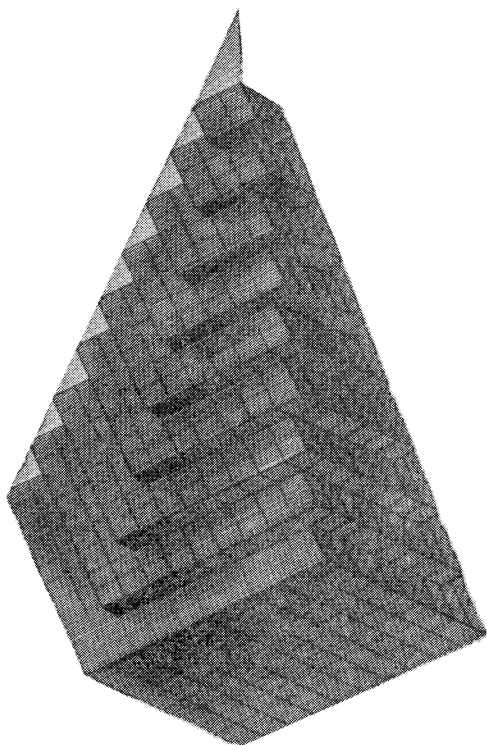


Рис. 45. Строение кристалла кальцита. По Р. Ж. Гаюи.

\* Г. М. Попов, И. И. Шафрановский. Кристаллография. «Высшая школа», 1964, стр. 66—67.

оси (рис. 46). (В частном случае  $O$  может совпадать с одним из узлов, например с атомом решетки).

Возьмем ближайший, но не совпадающий с пятерной осью, атом  $A_1$ , лежащий в плоскости рисунка. Так как вокруг пятерной оси все повторяется пять раз, то вокруг нее расположатся всего пять ближайших атомов, симметричных атому  $A_1$ .

Эти пять атомов  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  находятся на одинаковых расстояниях от  $O$ . Все они получаются из атома  $A_1$  путем вращения его вокруг  $O$  на угол  $72^\circ$ . Пять найденных атомов, лежащих в одной плоскости, должны входить в состав плоской сетки кристалла. Такая сетка представляет совокупность атомов, расположенных в вершинах параллелограммов, параллельно ориентированных, смежных по целым сторонам и нацело покрывающих плоскость чертежа (см. рис. 41). Строим один из этих параллелограммов.

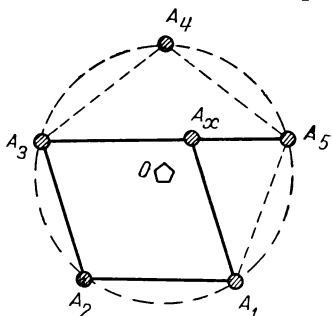


Рис. 46. Пятерная ось в кристаллах невозможна.

Атомы  $A_1$  и  $A_2$  принадлежат ряду сетки с промежутком  $A_1A_2$ . Примем отрезок  $A_1A_2$  за сторону параллелограмма. Через атом  $A_3$  должен проходить ряд, параллельный  $A_1A_2$ , с промежутком, равным  $A_1A_2$  (через узел решетки всегда можно провести ряд, параллельный любому ряду данной решетки). Из чертежа видно, что к этому же ряду принадлежит и атом  $A_5$ . Однако отрезок  $A_3A_5$  больше промежутка  $A_1A_2$ .

Для построения второй стороны параллелограмма, параллельной  $A_1A_2$ , приходится поместить на прямой  $A_3A_5$  еще некоторый дополнительный атом  $A_x$ , образующий отрезок  $A_xA_3 = A_1A_2$ .  $A_x$  лежит внутри пунктирного круга и тем самым расположен ближе к оси  $O$ , чем взятый нами атом  $A_1$ . Последнее же приводит к абсурду, так как согласно заданию  $A_1$  — ближайший атом относительно  $O$ . Следовательно, предположение о существовании пятерной оси в данном случае является неверным.

Пятерная ось несовместима с расположением атомов в решетчатых системах и тем самым невозможна в кристаллах.

Подобным же образом доказывается невозможность существования в кристаллических телах осей семерного, восьмерного и выше порядков. Совершенно к иному результату приходим относительно осей второго, третьего, четвертого и шестого порядков. Эти оси возможны в пространственных решетках, а потому находятся в кристаллах.

Вспомним теперь о двух телах Платона — икосаэдре и додекаэдре. Кеплер и Вернер были убеждены в том, что они играют важнейшую роль в мире кристаллов. Однако оба эти многогранника обладают пятерными осями симметрии (см. табл. 3) и, следовательно, никак не могут появиться в кристаллическом виде. Внешне на доде-

каэдр Платона похож кристаллический «пентагон-додекаэдр», часто встречающийся на кристаллах пирита  $\text{FeS}_2$  (рис. 47а). Грани пентагон-додекаэдра не являются правильными пятиугольниками, а значит и сам пентагон-додекаэдр отличается по симметрии и углам от додекаэдра с пятерными осями симметрии. С икосаэдром легко спутать так называемый «минеральный икосаэдр» того же пирита (рис. 47б).

В отличие от платоновского икосаэдра с двадцатью гранями в виде правильных и равных треугольников кристалл пирита на рис. 47б покрыт двадцатью треугольными гранями двух сортов. Восемь из них в виде правильных треугольников принадлежат октаэдру, а остальные двенадцать в форме равнобедренных треугольни-

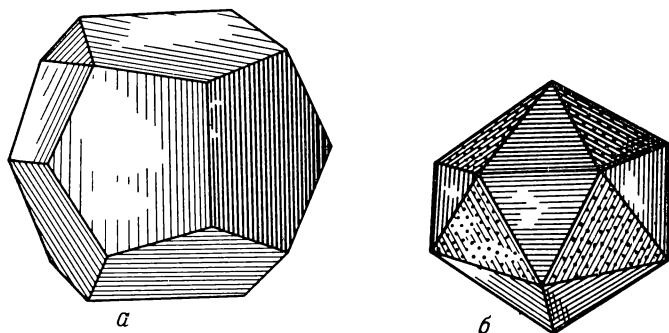


Рис. 47. Пентагон-додекаэдр (а) и «минеральный икосаэдр» (б) пирита.

ков являются гранями пентагон-додекаэдра. Ясно, что пятерные оси в таком кристалле полностью отсутствуют.

Так рухнула легенда о правильных додекаэдрах и икосаэдрах в кристаллографии, стойко державшаяся со времен Кеплера. Вместе с тем был найден важнейший закон, проводящий резкую границу между симметрией кристаллов и симметрией растений и животных. Для первых пятерные оси и оси порядка выше шести категорически запрещены. Для растений и простейших животных никаких ограничений мы не знаем (см., например, на рис. 88 скелет радиолярии, имеющий симметрию платоновского додекаэдра). Об этом важнейшем законе нам еще придется вспомнить в следующей главе.

Вернемся, однако, к прерванному рассказу об открытиях и достижениях О. Браве. Ученый не ограничился разработкой теории решетчатого строения кристаллов. Поняв всю важность симметрии, он решил вывести все возможные комбинации элементов симметрии для конечных фигур. При этом Браве не ограничивался одними кристаллическими многогранниками, а имел в виду вообще все возможные в природе тела. Большой его заслугой было то, что он впервые просто и ясно сформулировал определения осей, плоскостей и центра симметрии (стр. 21, 23, 26). К несчастью, Браве ничего не знал о сложных

(инверсионных) осях симметрии и потому его вывод оказался неполным. В этом вопросе пальма первенства принадлежит скромному марбургскому профессору минералогии и технологии И. Ф. Гесселю (1796—1872).

В 1830 г., задолго до Браве, Гессель опубликовал в физическом словаре большую статью под названием «Кристаллометрия», в которой дал полный вывод совокупностей элементов симметрии для конечных фигур в самом широком смысле этого понятия. Иными словами, он получил те именно результаты, с которыми наш читатель уже знаком по табл. 1 и 3. Судьба замечательной статьи Гесселя оказалась трагической: ее никто не понял и не оценил. Отчасти в этом виноват был и сам автор: уж очень тяжеловесно и громоздко описал он свои открытия. В результате многие десятки лет работа Гесселя лежала без движения в пыли старых библиотек. По словам Е. С. Федорова, «Поразительная неподготовленность большинства минералогов \* к восприятию идей, имеющих математическую подкладку, сделала бесполезным для науки труд Гесселя. . .»\*\*.

Лишь в 1890 г., через 60 лет после опубликования этого труда и через 18 лет после смерти его автора, кристаллографы заново открывают вывод Гесселя. «В это время, — по горестному замечанию Е. С. Федорова, — кости Гесселя давно успели рассыпаться и истлеть в могиле. . .»\*\*\*.

В 1867 г. наш соотечественник крупный военный специалист, профессор артиллерийского училища и академик А. В. Гадолин (1828—1898), не подозревая о существовании трудов Гесселя и Браве, снова взялся за вывод законов симметрии. К тому времени минералогии и кристаллографы собрали огромный материал по кристаллическим формам минералов. В России особенно много работал в этом направлении акад. Н. И. Кокшаров (1818—1892), автор 11-томных «Материалов для минералогии России» и обширного атласа с многочисленными и точными изображениями кристаллов русских минералов. А. В. Гадолин, дружески связанный с Н. И. Кокшаровым, был также большим любителем и знатоком минералов и их кристаллических форм. В связи с этим он и обратил все свое внимание на симметрию кристаллов. В его классическом труде «Вывод всех кристаллографических систем и их подразделений из одного общего начала» раз и навсегда было установлено существование 32 видов симметрии для конечных кристаллографических фигур (т. е. для кристаллических многогранников).\*\*\*\*

Простой и изящный вывод А. В. Гадолина, иллюстрированный наглядными примерами из мира минералов, завоевал всеобщее

---

\* В те времена кристаллы изучались преимущественно минералогами.

\*\* Е. С. Федоров. О сочинениях немецкого минералога Гесселя. Зап. Минер. о-ва, ч. 27, 1891, стр. 462.

\*\*\* Е. С. Федоров. Из итогов тридцатипятилетия. М., 1904, стр. 12.

\*\*\*\* А. В. Гадолин. Вывод всех кристаллографических систем и их подразделений из одного общего начала. Изд. АН СССР, сер. «Классики науки», 1954.



признание. К концу прошлого столетия вывод занял почетное место в теоретической кристаллографии, а затем перешел в виде таблиц и схем на страницы элементарных учебников нашей науки (см. табл. 5).

Дальнейшим шагом учения о симметрии кристаллов явился опубликованный в 1890 г. гениальный вывод Е. С. Федорова 230 совокупностей элементов симметрии для бесконечно протяженных кристаллических систем с их трансляциями, винтовыми осями и плоскостями скользящего отражения (годом позже со своим выводом 230 пространственных групп выступил немецкий математик А. Шенфлис). Федоровские группы, соответствующие геометрическим законам расположения атомов в кристаллических структурах, лежат в основе современной структурной кристаллографии. Таким путем после многих затруднений, проб и ошибок учение о симметрии кристаллов достигло своего высшего расцвета.

В связи с интересующим нас вопросом о форме кристаллов нам еще не раз придется вспомнить структурные законы Федорова. До этого, однако, необходимо вернуться к 32 видам конечной кристаллографической симметрии, так как именно они являются основой для математического вывода форм, возможных для кристаллов. Сначала придется поговорить о том, как выводятся сами виды симметрии.

Читатель уже знаком с понятием о сущности вывода всех комбинаций элементов симметрии для любых конечных фигур (см. главу 2, стр. 28). При переходе к собственно кристаллографическим видам симметрии задача существенно упрощается. Ведь кристаллические тела не могут обладать осями симметрии пятого порядка, а также всеми осями порядка выше шести. Следовательно, на кристаллах встречаются лишь следующие оси симметрии:  $L_1$ ;  $L_2$ ;  $L_3$ ;  $L_4$ ;  $L_6$ . К простым осям следует добавить инверсионные оси тех же порядков —  $L_{i_1} = C$ ;  $L_{i_2} = P$ ;  $L_{i_3} = L_3C$ ,  $L_{i_4}$ ,  $L_{i_6}$ .

Рассматривая инверсионные оси первого и второго порядков как центр и плоскость симметрии, получим следующий полный набор элементов симметрии для конечных кристаллических фигур (кристаллических многогранников):

$$C, P, L_1, L_2, L_3, L_4, L_6, L_{i_4}, L_{i_6}.$$

Перебрав все возможные комбинации (см. стр. 29, 32) перечисленных элементов симметрии, мы и получим 32 комбинации — 32 вида симметрии, представленных в табл. 5.

Виды симметрии подразделяются на три категории (низшую, среднюю и высшую) и на семь систем (сингоний\*), совпадающих

---

\* Сингония — по-гречески «сходноугольность». Название «триклинная» указывает по-гречески на «три косых угла» (система координатных осей для триклинных кристаллов является целиком косоугольной). «Моноклинная» — по-гречески «один косой угол» (в системе координатных осей один угол косой и два прямых). Ромбическая сингония обнаруживает часто наличие ромбических сечений в кристаллах. «Тригональная» — по-гречески треугольная, «тетрагональная» — четырехугольная, «гексагональная» — шестиугольная. Эти названия также связаны с характерными сечениями кристаллических форм. Название «кубическая сингония» происходит от главной формы — куба.

Таблица 5  
32 вида симметрии кристаллов

Категории	Виды симметрии*							
	Сингонии	Примитивные	Центральные	Планыльные	Аксиальные	Планаксиальные	Инверсионно-примитивные	Инверсионно-планыльные
Низшая	Три- клинная	1) — (1)	2) $C$ ( $\bar{1}$ )					
	Моно- клинная			3) $P$ ( $m$ )	4) $L_2$ (2)	5) $L_2PC$ ( $2/m$ )		
	Ромби- ческая			6) $L_22P$ ( $mm$ )	7) $3L_2$ (222)	8) $3L_23PC$ ( $mmm$ )		
	Триго- нальная	9) $L_3$ (3)	10) $L_3C$ ( $L_{i3}$ ) ( $\bar{3}$ )	11) $L_33P$ ( $3m$ )	12) $L_33L_2$ (32)	13) $L_33L_23PC$ ( $3m$ )		
Средняя	Тетраго- нальная	14) $L_4$ (4)	15) $L_4PC$ ( $4/m$ )	16) $L_44P$ ( $4mm$ )	17) $L_44L_2$ (422)	18) $L_44L_25PC$ ( $4/mmm$ )	19) $L_{i4}[L_2]$ ( $\bar{4}$ )	20) $L_{i4}2L_22P$ ( $\bar{4}2m$ )
	Гексаго- нальная	21) $L_6$ (6)	22) $L_6PC$ ( $6/m$ )	23) $L_66P$ ( $6mm$ )	24) $L_66L_2$ (622)	25) $L_66L_27PC$ ( $6/mmm$ )	26) $L_{i6}(=L_3P)$ ( $\bar{6}$ )	27) $L_{i6}3L_23P$ ( $=L_33L_24P$ ) ( $\bar{6}2m$ )
Высшая	Куби- ческая	28) $4L_33L_2$ (23)	29) $4L_33L_23PC$ ( $m\bar{3}$ )	30) $4L_33L_2(3L_{i4})$ ( $\bar{4}3m$ )	31) $3L_44L_36L_2$ (432)	32) $3L_44L_36L_29PC$ ( $m^3m$ )		

\* В скобках приведены обозначения видов симметрии по международной символике.

с горизонтальными строчками табл. 5. Приведем краткую характеристику упомянутых трех категорий и семи сингоний.

### I. НИЗШАЯ КАТЕГОРИЯ

Общий признак — отсутствие осей симметрии порядка выше двух.

#### 1. Триклинная сингония

Нет ни осей, ни плоскостей симметрии; элементы симметрии либо вовсе отсутствуют (—), либо имеется лишь один центр симметрии  $C$ .

#### 2. Моноклинная сингония

Двойная ось или плоскость симметрии присутствуют в единственном числе ( $L_2$ ;  $P$ ;  $L_2PC$ ).

#### 3. Ромбическая сингония

Имеется несколько двойных осей или несколько плоскостей симметрии ( $3L_2$ ;  $L_22P$ ;  $3L_23PC$ ).

### II. СРЕДНЯЯ КАТЕГОРИЯ

Всегда присутствует одна ось симметрии порядка выше двух — главная ось. Помимо главной оси могут быть двойные оси, плоскости и центр симметрии.

#### 4. Тригональная сингония

Главная ось —  $L_3$  или  $L_{i3}$ .

#### 5. Тетрагональная сингония

Главная ось —  $L_4$  или  $L_{i4}$ .

#### 6. Гексагональная сингония

Главная ось —  $L_6$  или  $L_{i6}$ .

### III. ВЫСШАЯ КАТЕГОРИЯ

Имеется несколько осей симметрии порядка выше двух.

#### 7. Кубическая сингония

Всегда присутствуют  $4L_3$ .

Пусть не сетует читатель на сухость приведенного списка категорий и сингоний, а также табл. 5. Все это послужит надежной основой для решения интересующей нас задачи — вывода кристаллических форм.

В основе учения о формах кристаллических многогранников лежит понятие *простой гранной формы*. Простой гранной формой, как нам уже известно, называется совокупность граней, связанных между собой элементами симметрии кристалла (в частном случае имеем простую форму с одной гранью — моноэдр). В идеально развитых кристаллических многогранниках все грани одной простой формы должны быть совершенно одинаковыми по своей величине и контурам (все они выводятся друг из друга при помощи элементов симметрии). Образцами простых форм могут служить правильно развитый куб, октаэдр и др.

Напомним еще раз о сущности вывода простых форм (см. главу 2, стр. 35). В качестве примера возьмем один из простейших видов

симметрии, состоящий из одной-единственной оси симметрии  $L_2$ . Рассмотрим все возможные положения граней относительно этой оси: они могут располагаться либо косо по отношению к  $L_2$ , либо параллельно ей, либо перпендикулярно (рис. 48). Начнем с первого случая. Грань  $a$ , косо ориентированная относительно  $L_2$ , при пово-

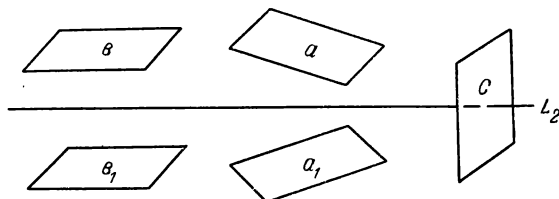


Рис. 48. Возможные положения граней относительно  $L_2$ .

роته вокруг этой оси на  $180^\circ$  повторится. Две получившиеся плоскости при своем продолжении пересекутся. Так выводится «диэдр» (двугранник) — простая форма, состоящая всего-навсего из двух пересекающихся граней. Во втором случае грань  $b$ , параллельная  $L_2$ , также повторится при повороте на  $180^\circ$  и даст в результате «пинакоид» — простую форму, состоящую из двух параллельных

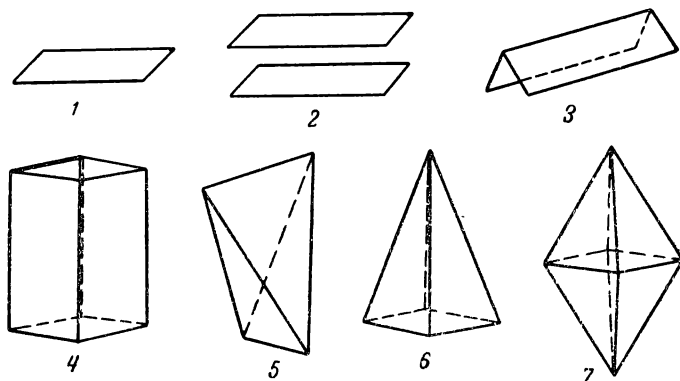


Рис. 49. Простые формы низших сингоний: 1 — моноэдр; 2 — пинакоид; 3 — диэдр; 4 — ромбическая призма; 5 — ромбический тетраэдр; 6 — ромбическая пирамида; 7 — ромбическая дипирамида.

граней.\* Наконец, в третьем случае плоскость  $C$ , перпендикулярная  $L_2$ , при вращении вокруг этой оси все время совпадает сама с собой и тем самым образует форму, состоящую из одной-единственной грани — «моноэдр» (одногранник). Итак, в виде симметрии  $L_2$  возможны только три типа простых форм: диэдры, пинакоиды и моноэдры.

\* Пинакс — по-гречески доска.

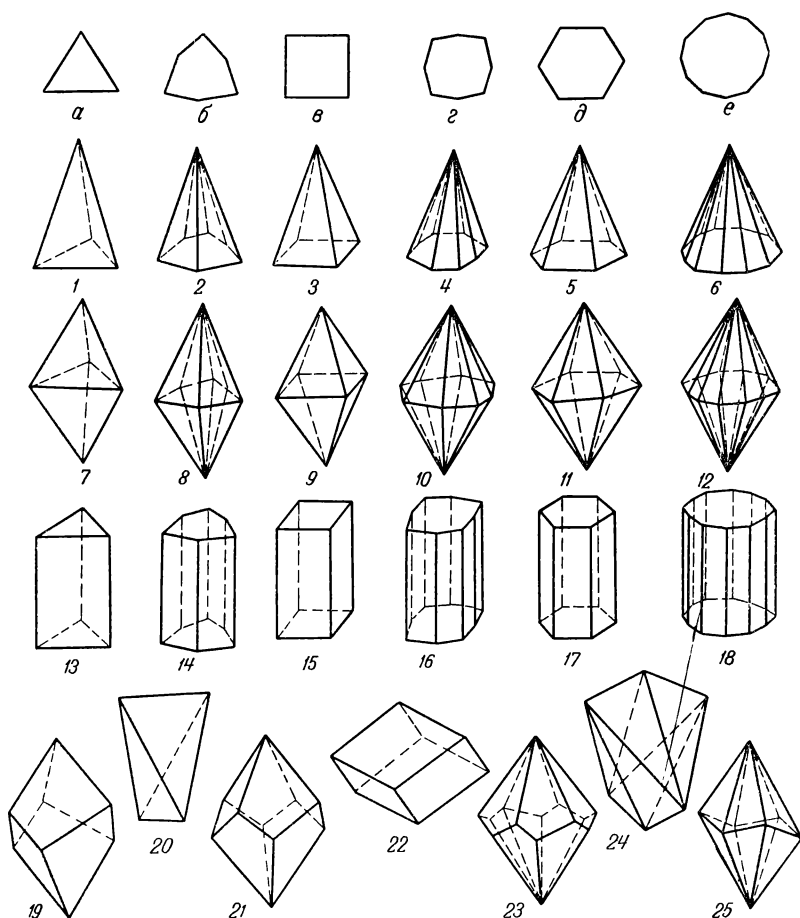


Рис. 50. Простые формы средних сингоний. Пирамиды: 1 — тригональная; 2 — дитригональная; 3 — тетрагональная; 4 — дитетрагональная; 5 — гексагональная; 6 — дигексагональная.

Дипирамиды: 7 — тригональная; 8 — дитригональная; 9 — тетрагональная; 10 — дитетрагональная; 11 — гексагональная; 12 — дигексагональная. Призмы: 13 — тригональная; 14 — дитригональная; 15 — тетрагональная; 16 — дитетрагональная; 17 — гексагональная; 18 — дигексагональная; 19 — тригональный трапецоэдр; 20 — тетрагональный тетраэдр; 21 — тетрагональный трапецоэдр; 22 — ромбоэдр; 23 — гексагональный трапецоэдр; 24 — тетрагональный скаленоэдр; 25 — тригональный скаленоэдр.

Вверху изображены формы оснований и сечений, перпендикулярных главной оси: а — тригон; б — дитригон; в — тетрагон; г — дитетрагон; д — гексагон; е — дигексагон.

Аналогичным образом, перебрав все 32 вида симметрии и рассмотрев все возможные случаи расположения граней относительно элементов симметрии, мы выведем всего 47 простых кристаллографических гранных форм, хорошо известных по элементарным учебникам кристаллографии. Понятие о них читатель может получить

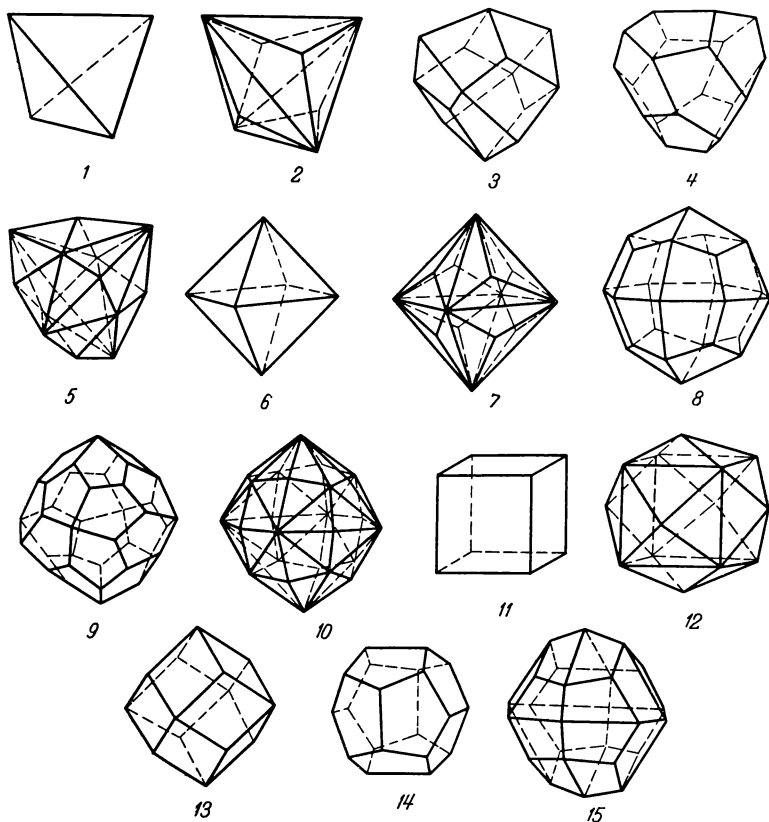


Рис. 51. Простые формы кубической сингонии.

1 — тетраэдр; 2 — тригон-тритетраэдр; 3 — тетрагон-тритетраэдр; 4 — пентагон-тритетраэдр; 5 — гексатетраэдр; 6 — октаэдр; 7 — тригон-триоктаэдр; 8 — тетрагон-триоктаэдр; 9 — пентагон-триоктаэдр; 10 — гексоктаэдр; 11 — гексаэдр (куб); 12 — тетрагексаэдр; 13 — ромбододекаэдр; 14 — пентагон-дододекаэдр; 15 — дидододекаэдр.

из рис. 49, 50, 51. Следует иметь в виду, что ряд форм, не обладающих плоскостями и центром симметрии, а также и другими инверсионными осями, может образовывать правые и левые разновидности, относящиеся друг к другу как предмет и его зеркальное отражение или как наши руки — левая и правая. На рис. 49, 50, 51 для таких форм изображена лишь одна из разновидностей. Подобные «энантиоморфные» (зеркально равные) формы встретятся нам

на кристаллах кварца (симметрия кварца  $L_33L_2$ ). Учтем и еще одно обстоятельство. Отнюдь не все 47 простых форм играют одинаковую роль в огранении кристаллов. Так, например, на реальных многогранниках кубической сингонии наиболее обычны грани куба, октаэдра, ромбододекаэдра (вспомним формы поваренной соли, алмаза, граната; рис. 37). В то же время грани гексоктаэдра (48-гранника) встречаются обычно лишь в виде крохотных и второстепенных притуплений возле вершин и ребер других форм (это можно видеть на кристаллах меди, золота, флюорита и др.).

В большинстве случаев простые формы встречаются не по отдельности, а образуют комбинации. *Комбинацией называется совокупность нескольких простых форм.* 47 простых форм могут складываться практически в бесчисленные комбинации (хотя в определенном виде симметрии возможны лишь строго определенные простые формы и соответственные комбинации).

При подсчете простых форм, входящих в комбинацию, следует исходить из числа различных сортов граней на кристалле. Простых форм в комбинации столько, сколько на ней обнаруживается различных сортов граней. На рис. 52 изображена комбинация двух простых форм — куба и октаэдра — на идеально развитом кристалле куприта ( $\text{Cu}_2\text{O}$ ). Мы легко различаем здесь два сорта граней в виде больших восьмиугольников и маленьких треугольников. Граней первого сорта всего шесть, что соответствует кубу (на кристаллах кубической сингонии только куб обладает шестью гранями). Граней второго сорта — восемь. Это октаэдр (среди форм кубической сингонии один лишь октаэдр ограничен восемью гранями).

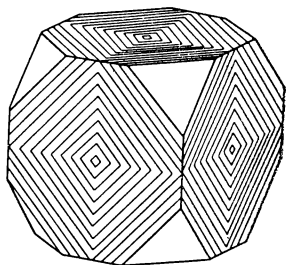


Рис. 52. Комбинация куба с октаэдром на кристалле куприта.

Идеально образованные кристаллы возникают, как мы уже знаем, при условиях всестороннего и равномерного подтока питающего вещества к телу кристалла (рис. 39). Этот случай хорошо истолковывается с позиций универсального принципа симметрии (см. главу 4). В самом деле, устремленные со всех сторон к кристаллу струйки питающего вещества можно с некоторой долей приближения уподобить радиусам сферы. Итак, симметрия питающей среды вокруг кристалла соответствует в данном случае симметрии шара —  $\infty L_\infty \infty PC$  (см. стр. 32).

Согласно принципу Кюри, на кристалле должны сохраниться те элементы его собственной симметрии, которые совпадают с элементами симметрии среды. Но ведь в данном случае среда обладает бесчисленным количеством осей бесконечного порядка. Значит, должны сохраниться все оси симметрии кристалла, так как они обязательно совпадут с теми или иными осями среды. Сохранятся и все плоскости симметрии кристалла, опять-таки неминуемо совпадающие с некоторыми из бесчисленных плоскостей симметрии среды. Итак,

в условиях всестороннего и равномерного питания кристалл сохраняет полностью свою собственную симметрию и в связи с этим развивается в виде идеально образованных форм. В природе такие условия кристаллизации встречаются лишь в редких случаях. И все же в музейных коллекциях можно видеть почти безукоризненно правильные октаэдры алмаза, ромбододекаэдры граната, кубики флюорита. «При кристаллизации природной или искусственной всегда получается несколько идеальных геометрических многогранников на тысячу или тысячи кристаллов,» — отмечал акад. В. И. Вернадский.\* Знаменитый русский минералог прошлого столетия акад. Н. И. Кокшаров тщательно отбирал для своих точнейших измерений лишь наиболее совершенно образованные кристаллы минералов. При этом ему приходилось забраковывать огромное количество образцов.

В лабораторных условиях, как мы уже знаем, в результате тщательного ухода за растущими кристаллами и питающим раствором можно получить чрезвычайно правильные кристаллические многогранники. Как уже указывалось, на таких кристаллах полностью сохраняется их собственная симметрия. Не следует, однако, думать, что эта симметрия обязательно связана с какой-то строго определенной формой, собственной для данного кристаллического вещества. Дело здесь обстоит сложнее, чем это может показаться с первого взгляда. Иногда достаточно добавить незначительную примесь к раствору, чтобы форма кристалла резко изменилась. Так, например, добавка к раствору калиево-алюминиевых квасцов едкой щелочи перестраивает октаэдры квасцов в кубы. Изменения в давлении, температуре, концентрации раствора отражаются на внешних формах кристаллизующегося вещества. Особенно резко это сказывается в изменчивых природных условиях. Поэтому, например, алмаз встречается и в виде плоскогранных октаэдров и в форме кривогранных ромбододекаэдров (рис. 37 и 38); флюорит образует и кубы, и октаэдры, и ромбододекаэдры; пирит покрывается гранями куба или пентагон-дodeкаэдра (рис. 47) и т. д.

В общем кристалл чутко реагирует на изменения обстановки кристаллизации. Различным условиям соответствуют различные собственные формы кристалла. Как и все в природе, собственная форма оказывается изменчивой, «текучей». Несколько помогает нам здесь закон Браве: даже и при различных условиях все же в первую очередь появляются грани, совпадающие с наиболее плотными плоскими сетками. Кроме того, постоянной и определенной для правильно развитого кристалла является его симметрия: ведь она сохраняет все элементы конечной симметрии, обусловленные кристаллической структурой.

До сих пор шла речь о более или менее идеально развитых кристаллических многогранниках. Перейдем к неправильно развитым

---

\* В. И. В е р н а д с к и й. Химическое строение биосферы Земли и ее окружение. Наука, 1965, стр. 181.



кристаллам. Мы уже знаем, что в природе в подавляющем большинстве случаев образуются искаженные формы. В связи с неравномерным подтоком питания к кристаллу грани одной и той же простой формы развиваются неодинаково, а иногда даже и не в полном количестве. В таких случаях для установления простых форм приходится прибегать к точным измерениям углов между гранями и учитывать истинную, не искаженную симметрию кристалла (последняя может быть выявлена и рентгенометрически).

На практике привлекают также на помощь разнообразные, обычно малозаметные скульптурные осложнения на кристаллических гранях — штриховые узоры, бугорки и впадины роста, фигурки растворения (травления) и пр. Так, например, для кристалла куприта на рис. 52 можно установить наличие двух простых форм не по контурам и величине граней, а по наличию штриховки на гранях куба и отсутствию таковой на октаэдрических плоскостях.

Исследуя искаженные формы кристаллов, следует прежде всего учитывать все тот же универсальный принцип Кюри.

Вернемся к опытам по выращиванию кристаллов. На рис. 53 изображен стакан с раствором, на дне которого растет кристаллик. Слой раствора, прилегающий к кристаллу, отдает последнему избыток вещества и несколько нагревается. Благодаря этому он становится легче основной массы раствора и поднимается вверх. Возникают так называемые «концентрационные потоки» (рис. 53).

Такое движение струек придает своеобразную симметрию кристаллообразующей среде, т. е. раствору. Эту симметрию нельзя не учитывать при исследовании развивавшейся в нем кристаллической формы. Нас не должно удивлять, что такая форма будет существенно отличаться от соответствующей формы того же кристалла, выросшего в идеальных условиях. Совокупность струек, сначала устремленных к кристаллу, затем поднимающихся вверх и, наконец, расходящихся у поверхности раствора, несколько напоминает по очертаниям крохотное деревцо с корнями, стволом и кроной ветвей (рис. 53). Симметрия подобной фигуры, как нам известно,  $L_{\infty} \propto P$ . Это и понятно: ведь струйки в растворе, так же как и дерево в поле земного тяготения, подчиняются силе тяжести.

Итак, общая симметрия струек кристаллообразующего раствора соответствует все той же хорошо знакомой нам симметрии конуса.\*

\* Некоторые отклонения от этой идеализированной схемы зависят от формы кристалла. Однако они играют в общем второстепенную роль.

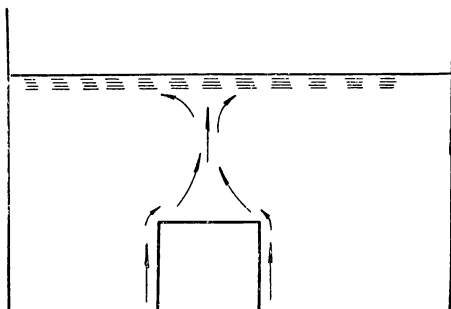


Рис. 53. Схематическое изображение концентрационных струек в растворе вокруг растущего кристалла.

Эта-то симметрия и отпечатывается на внешней форме растущего кристалла, видоизменяя его собственную симметрию. Пусть на дне стакана лежит кристаллик калиево-алюминиевых квасцов в форме правильного октаэдра с видимой симметрией  $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$ .\* В данном случае условия роста не являются идеальными. Вспомним, что октаэдрическая грань кристалла, совпадающая с дном стакана, вовсе не может расти вниз и разрастается только в стороны. Три наклонные грани октаэдра, обращенные вниз, находятся примерно в одинаковых условиях роста. То же самое можно сказать и о трех наклонных гранях, обращенных вверх. Однако условия питания для трех последних отличаются от соответственных условий для трех предшествующих граней. Верхняя горизонтальная грань, омываемая менее насыщенными легкими струйками, находится в особых условиях — она будет расти вверх значительно медленнее боковых граней и вместе с тем станет усиленно расширяться в горизонтальной плоскости за счет быстрого роста все тех же боковых граней. Все эти особенности условий роста отражаются на развитии самих граней, а также на «скульптуре» этих граней — бороздках, мелких бугорках, впадинках и прочих усложнениях кристаллической поверхности, очень чутко реагирующей на поведение питающей среды.

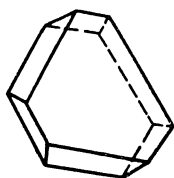


Рис. 54. Искривленная форма октаэдра квасцов, выросшего на дне кристаллизатора.

На рис. 54 изображена искаженная форма октаэдра квасцов, выросшего на дне кристаллизатора. Как видим, он утратил свою правильную форму и превратился в пластинку с двумя большими гранями — верхней и нижней — и шестью маленькими боковыми гранками (быстро растущие грани в процессе роста обычно образуют маленькие грани, а медленно растущие разрастаются вширь и дают большие плоскости). Наличие бороздок на нижних гранях и отсутствие их на верхних указывают на то, что питание этих граней было неодинаковым.

Забыв о собственной симметрии октаэдра и определяя его видимую на глаз «вынужденную» симметрию, мы приходим к выводу, что она сводится к  $L_3 3P$ .\*\*

Всячески следует подчеркнуть характерную двойственность в отношении симметрии кристалла. На глаз мы видим внешнюю вынужденную симметрию, носящую на себе воздействие кристалло-

\* Истинная симметрия калиево-алюминиевых квасцов  $3L_2 4L_3 3PC$  улавливается с помощью мельчайших второстепенных гранок, обычно отсутствующих на кристаллах.

\*\* Соответственно с этим и искаженную форму октаэдра можно рассматривать как комбинацию из четырех «ложных» простых форм. Верхняя и нижняя большие грани образуют два «ложных моноэдра», три маленькие косые грани, обращенные вверх, и три аналогичные грани, глядящие вниз, представляют две ложные «тригональные пирамиды». Здесь мы встречаемся с «ложными» вынужденными формами, навязанными кристаллу питающей средой и ее симметрией.

образующей среды. Вместе с тем внутренняя кристаллическая структура всецело сохраняет собственную симметрию кристалла.

Возвращаясь к универсальному принципу Кюри, покажем, как, пользуясь им, мы могли бы наперед предсказать вынужденную симметрию  $L_33P$  нашего искаженного октаэдра.

Симметрия кристаллообразующей среды  $L_\infty\infty P$  (все элементы симметрии здесь вертикальны). Дно стакана соприкасается с октаэдрической гранью. При этом положении октаэдра одна его тройная ось и три плоскости симметрии оказываются перпендикулярными дну стакана, т. е. ориентированы вертикально. Все остальные элементы симметрии кристалла расположены либо горизонтально, либо косо. Следовательно, из всех элементов симметрии октаэдра (его вынужденная симметрия сохранит лишь вертикально ориентированные  $L_33P$ , которые совпадают с вертикальными же элементами среды. (Обратим внимание читателя на то обстоятельство, что оба класса симметрии  $L_\infty\infty P$  и  $L_33P$  принадлежат к одному столбцу табл. 1 с общей формулой  $L_n n P$ .) Как уже было сказано, искаженные (вынужденные) формы кристаллов наиболее обычны для природных условий. Такие, казалось бы, изуродованные фигуры подчиняются строго определенным закономерностям, обусловленным особенностями их образования и в первую очередь симметрией кристаллообразующей среды.\*

Знание этих закономерностей может оказать существенную помощь геологам и минералам, стремящимся расшифровать во всех деталях условия образования природных месторождений с их кристаллами и минералами.

В природе нередко встречаются случаи, когда кристаллы растут на дне полости (пещеры, «занорыша», «хрустального погребца»), а питающие их потоки раствора поднимаются вверх или (рис. 55) опускаются вниз, перпендикулярно плоскости дна. Этот случай напоминает разобранный выше пример с кристаллом, выросшим на дне стакана. Так же как и раствор в условиях нашего опыта, природная питающая среда имеет все ту же симметрию конуса  $L_\infty\infty P$ . В результате роста в таких условиях внешняя форма кристалла может сохранить лишь ось и плоскости симметрии, перпендикулярные плоскости дна, так как эти элементы совпадают с элементами симметрии среды. Следовательно, внешняя форма кристалла здесь обязательно подчиниться одному из классов симметрии типа  $L_n n P$  в табл. 1. Искраженные формы подобных кристаллов, как видим, примыкают к обширной группе природных тел — цветов, обращенных

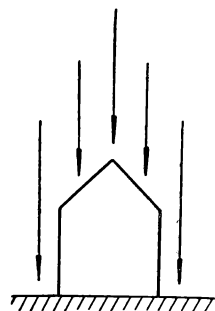


Рис. 55. Кристалл кварца, растущий на дне пещеры.

\* И. И. Шафрановский. Лекции по кристалломорфологии минералов. Изд. Львов. ун-та, 1960, стр. 135—155.

зверх, хорошо развитых деревьев, грибов, прикрепленных ко дну морских животных, а также медуз, морских звезд, морских ежей и пр., характеризующихся симметрией все того же типа ( $L_n n P$ ).

Именно этот случай особенно часто наблюдается для кристаллов кварца, выросших на дне хрусталеносного погребя.\* Собственная

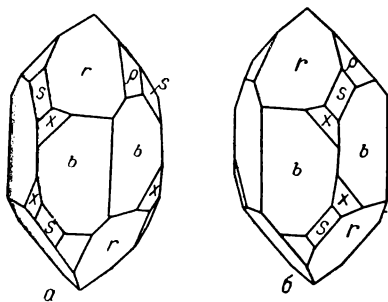


Рис. 56. *a* — левый и *b* — правый кристаллы кварца; *b* — гексагональная призма; *r* — положительный ромбоэдр; *ρ* — отрицательный ромбоэдр; *s* — тригональная дипирамида; *x* — тригональный трапецоэдр.

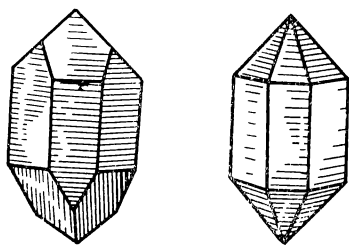


Рис. 57. Кристаллы кварца с видимой симметрией  $L_3 3L_2 3PC$  и  $L_6 6L_2 7PC$ .

симметрия кварца  $L_3 3L_2$ . Такие кристаллы, не обладающие плоскостями и центром симметрии, могут образовывать левые и правые формы (рис. 56).

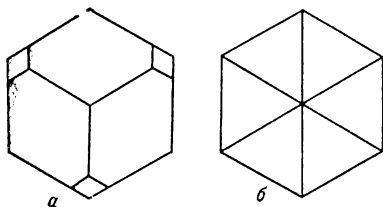


Рис. 58. Головки кристаллов кварца с видимой симметрией  $L_3 3P$  (*a*) и  $L_6 6P$  (*b*).

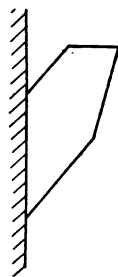


Рис. 59. Кристалл, растущий на вертикальной стенке породы.

Однако маленькие косые гранки *s* и *x*, наглядно демонстрирующие правизну и левизну, обычно очень слабо развиты, а чаще всего и вовсе отсутствуют. В связи с этим многогранники кварца на вид имеют более высокую внешнюю симметрию  $L_3 3L_2 3PC$  (рис. 57). Часто при одинаковом развитии ромбоэдров *r* и *ρ* их видимая симметрия поднимается до  $L_6 6L_2 7PC$  (рис. 57). Ясно, что такие кристаллы, растущие на дне пещер с вертикально ориентированной

\* Впервые на этот случай обратил внимание Г. Г. Леммлейн. См. Г. Г. Леммлейн. Искажения облика кристаллов кварца. ДАН СССР, т. 33, № 6, 1941, стр. 417.

осью  $L_3$ , приобретают вынужденную внешнюю симметрию « $L_33P$ » и даже « $L_66P$ » (рис. 58). Правизна и левизна кристаллов здесь заглушается симметрией среды с бесконечным количеством вертикальных плоскостей симметрии и, наоборот, видимые (а не истинные) «плоскости симметрии» кварца как бы усиливаются и подчеркиваются средой. Со сходным явлением мы встретимся дальше и в мире растительных форм. Правизна и левизна последних затушевывается средой, накладывающей на корни, цветы, стебли и листья свой неизменный штамп — симметрию  $L_n nP$  с ее частным случаем  $P$ .

Чрезвычайно часто бывает в природе, а потоки питающего раствора движутся вверх или вниз по трещине вдоль этой стенки (рис. 59). Здесь для отвесного потока можно найти плоскость симметрии, перпендикулярную стенке породы. Эта плоскость симметрии в случае ее совпадения с истинной (или внешней) плоскостью симметрии кристалла придаст всему кристаллическому телу видимую симметрию  $P$ . При таких именно условиях образовался кристалл кварца, изображенный на рис. 60.

Как видим, симметрия типа  $L_n nP$  или  $P$ , столь характерная для поля земного тяготения, отчетливо проявляется и во внешней форме кристаллических тел\*.

Вспомним теперь добавление к принципу Кюри, связанное с понятиями криволинейной симметрии. Элементы симметрии какого-либо природного объекта, не совпадающие с элементами симметрии среды, не аннулируются бесследно, а переходят в элементы криволинейной симметрии. На хорошо образованных кристаллических многогранниках с их плоскостными и прямолинейными очертаниями признаки криволинейной симметрии обнаружить не так-то легко.

В свое время проф. В. И. Михеев писал: «Кривые поверхности гомотопичности и кривые оси гомотопичности не могут существовать для кристаллического пространства и могут быть лишь в неоднородной среде или в конечных фигурах, не связанных с кристаллическим пространством».\*\* Сказанное относится к кристаллам с идеальным внутренним строением. Известно, однако, что на деформированных кристаллических телах нередко обнаруживается искривление прямолинейных контуров и плоскостных поверхностей. Так, например, столбчатые выколки из кристаллов поваренной соли в воде можно изогнуть в дугообразные фигуры. На рис. 61 изображена схема «искажения секториального строения кристалла, растущего

---

\* Иногда пишут о том, что в отличие от растений и животных симметрия  $P$  редко реализуется на кристаллах. И действительно, лишь немногие кристаллические вещества имеют истинную симметрию  $P$ . Вместе с тем внешняя вынужденная симметрия кристаллов очень часто характеризуется наличием одной видимой плоскости симметрии (рис. 60). В этом отношении кристаллические тела так же подчиняются симметрии поля земного тяготения, как растения и животные.

\*\* В. И. Михеев. Замечания к ст. Д. В. Наливкина «Криволинейная симметрия». В сб. Кристаллография, Металлургиздат, 1951, стр. 30.

в односторонне направленном потоке». \* Здесь, конечно, представлен реальный несовершенный кристалл. Мы уже знаем, что нередко (особенно в природной обстановке) во время роста кристалла состав окружающего раствора существенно изменяется, в связи с чем и сам кристалл приобретает зональное строение (рис. 26).

Нарастающие новые слои образуют так называемые зоны роста, отличающиеся иногда по окраске, прозрачности, наличию посторонних включений и т. д. Кроме того, каждая грань кристалла в процессе роста как бы передвигается параллельно самой себе и, увеличиваясь в размерах, образует внутри кристаллического тела нечто

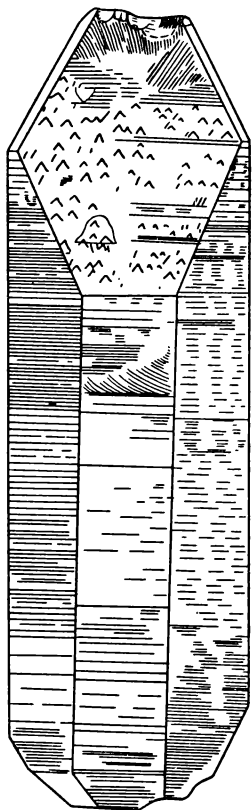


Рис. 60. Кристалл кварца с видимой симметрией  $P$ .

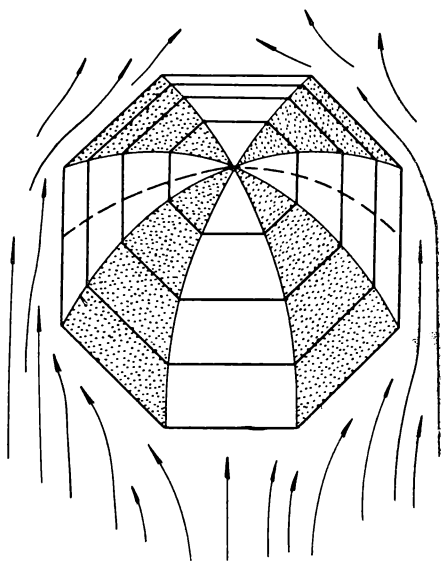


Рис. 61. Схема искажения секториального строения кристалла, растущего в односторонне направленном потоке. По Г. Г. Леммлейну.

вроде пирамиды. Основанием такой пирамиды служит сама грань, а вершиной — начальный центр кристаллизации. Пирамиды роста, отвечающие участкам различных граней в теле кристалла, так же как и слои роста, могут отличаться по своей окраске, прозрачности и пр. Вот именно разрез такого «секториального» кристалла с резко выделяющимися по окраске пирамидами роста различных граней

\* Г. Г. Леммлейн. Секториальное строение кристаллов. Изд. АН СССР, 1948, стр. 22.

и показан на рис. 61. Мало того, весь этот кристалл, а вместе с тем и слагающие его пирамиды несут на себе ясные следы искажения. Это искажение было вызвано действием односторонне направленного потока, в котором происходила кристаллизация. В идеальном развитии изображенный кристалл имел бы одну ось четвертого порядка и четыре плоскости симметрии, перпендикулярные плоскости рисунка ( $L_44P$ ).

Под влиянием односторонне поступающего питания форма кристалла искажилась, внешняя симметрия его снизилась до одной вертикальной плоскости симметрии. Вместе с тем сохранились следы и перпендикулярной ей плоскости симметрии, превратившейся в «криволинейную поверхность симметрии» (штриховая линия на рис. 61). Ее присутствие выявляется с помощью внутреннего секториального сложения кристалла, так как внешнее его ограничение сохранило свои прямолинейные очертания. В какой-то мере можно восстановить на рисунке и остальные исчезнувшие плоскости симметрии, превратившиеся в искривленные поверхности. На рис. 62 мы видим головки двух кристаллов кварца. Один из них вырос на дне полости с вертикально ориентированной главной

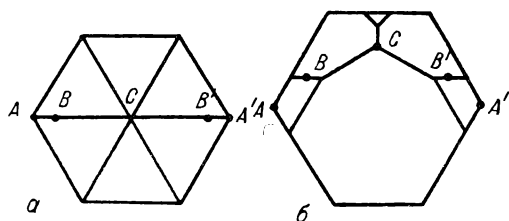


Рис. 62. Головки кристаллов кварца, выросших с вертикально (а) и наклонно (б) ориентированной главной осью относительно горизонтальной плоскости.

осью и имеет видимую симметрию « $L_66P$ » (рис. 62а). Другой развивался на вертикальной стенке породы с косо или горизонтально расположенной главной осью и соответственно обладает вынужденной симметрией « $P$ ». На этих двух кристаллах хорошо виден переход от видимой «плоскости симметрии»  $ABCB'A'$  (рис. 62а) к ломаной (или искривленной) линии  $ABCB'A'$  на рис. 62б.

Итак, плоскость  $ABCB'A'$  не исчезает полностью, а превращается в ступенчатую или криволинейную поверхность. Как видим, криволинейная симметрия (по Д. В. Наливкину) в какой-то мере улавливается и на искаженных кристаллах. Очевидно, здесь сохраняет силу и расширенное толкование принципа Кюри, согласно которому элементы прямолинейной симметрии на природных телах не исчезают бесследно, а частично переходят в элементы криволинейной (или на кристаллах — «ступенчатой») симметрии.

До сих пор шла речь преимущественно о более или менее хорошо образованных кристаллических многогранниках. Оказывается, даже на таком классически строгом и неподатливом материале ярко сказывается все тот же универсальный принцип Кюри с только что отмеченным дополнением. Под влиянием силы земного тяготения и связанного с ним характера подтока питательного вещества формы кристаллов искажаются и приобретают вынужденную симметрию,

которая нередко укладывается в два уже хорошо знакомых нам типа  $L_n P$  и  $P$ . Конечно, широко распространен и такой случай, когда ни один из элементов собственной симметрии кристалла не совпадает с элементами симметрии среды, в результате чего искаженная форма кристалла внешне кажется асимметричной. Исчезнувшие элементы собственной симметрии можно обнаружить здесь лишь в виде изломанных или искривленных линий и поверхностей. Следует, однако, отметить, что и на таких асимметричных фигурах все же обычно обнаруживается явная тенденция к образованию форм с более или менее приближенной внешней симметрией  $L_n P$  или  $P$ ,

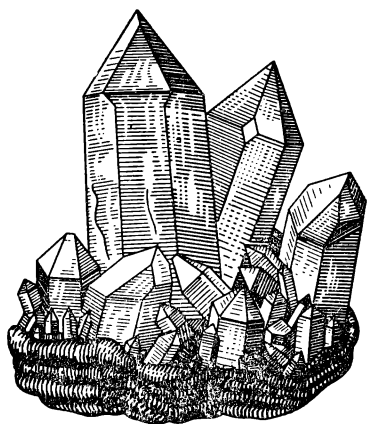


Рис. 63. Друза кристаллов горного хрусталя.

которая дает понятие о степени отклонения элементов собственной симметрии кристалла от элементов симметрии среды (рис. 63).

В предыдущем тексте нередко упоминались «плоскогранные» и «прямоугольные» фигуры. Присмотримся, однако, внимательнее к реальным кристаллам, найденным в горах или полученным в лаборатории. В большинстве случаев, как это еще заметил в XVII в. Н. Стенон, кристаллические грани не являются геометрическими плоскостями. Так, например, кубики пирита  $\text{FeS}_2$  покрыты обычно штрихами и бороздками, переходящими иногда в грубые ступеньки (рис. 64).

Плоскости шестигранной (гексагональной) призмы природного кварца также всегда более или менее резко штрихованы. Новейшие методы исследования позволяют разглядывать грани при колоссальных увеличениях — в десятки и сотни тысяч раз. В результате было обнаружено, что даже идеально плоские по виду грани на самом деле всегда покрыты штрихами, уступами, ямками и бугорками (рис. 65). При больших увеличениях такие «скульптурные» усложнения на гранях иногда кажутся чем-то вроде высотных зданий, видимых с самолета.

Особое внимание ученых привлекли тончайшие спиральные образования, обнаруженные на некоторых кристаллах (рис. 66). В 1949 г. Ф. Франк дал объяснение этому любопытному явлению. Оказывается, нарастание грани может происходить не только отдельными порциями — слоями, но и путем навивания одного слоя, совершенно аналогичного по своему виду пологой винтовой лестнице, у которой только отсутствуют ступени. При этом ось, вокруг которой происходит закручивание слоя, называется винтовой дислокацией. Как это может происходить, показано на рис. 67. Возникают эти дислокации по разным причинам, но в общем из-за каких-либо нарушений кристаллической структуры — неравномерного распределения



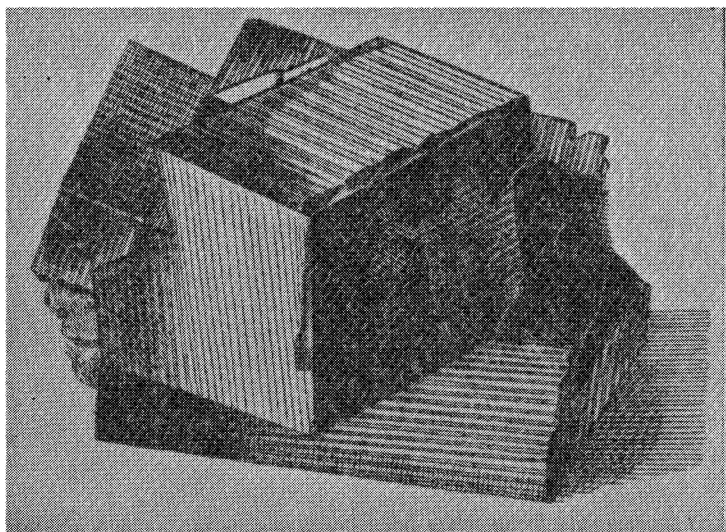


Рис. 64. Искаженные кубики пирита с резко выраженной штриховкой на гранях.

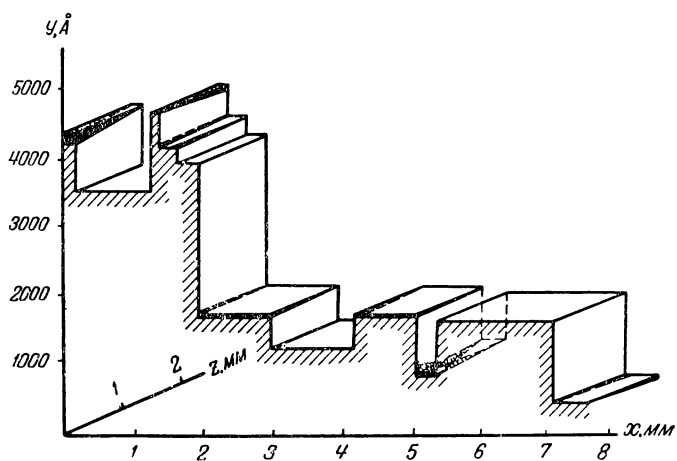


Рис. 65. Рельеф спайной плоскости на кристалле гипса.  
По С. Толанскому.

примесей, включений раствора, пылинок и т. п. На поверхности кристалла разрастание слоя приводит к возникновению конуса, боковая поверхность которого обнаруживает спиральное строение.

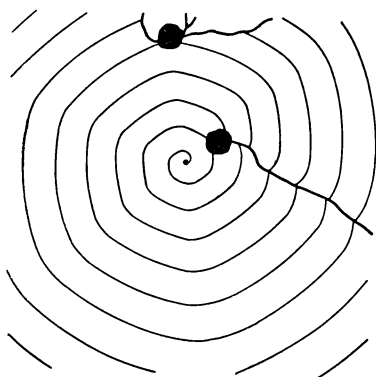


Рис. 66. Спираль роста на пинакоиде карборунда. По А. Верма.

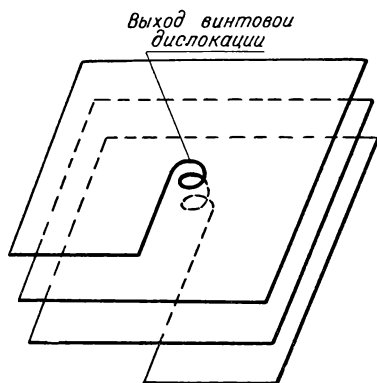


Рис. 67. Схема винтовой дислокации.

Его часто называют «конусом роста». Итак, говорить о «плоскогранных» кристаллах можно только с известными оговорками. В действительности грани не являются подлинными плоскостями, а ребра — прямыми.

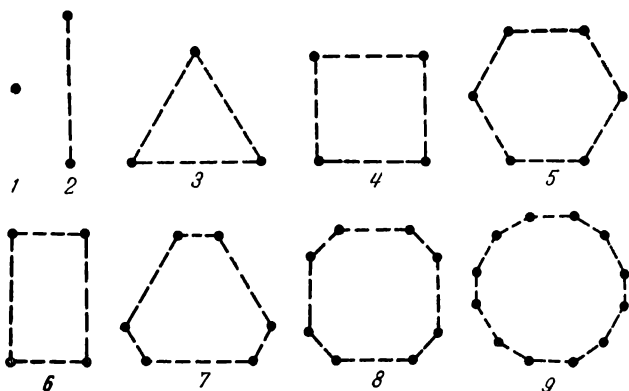


Рис. 68. Девять плоских вершинных простых форм.

И все же, закрывая глаза на эти второстепенные усложнения, мы можем, хотя бы и приближенно, описывать кристаллические многогранники с помощью моделей, изображающих 47 простых форм и их комбинаций (рис. 49, 50, 51). Но как быть с такими формами, как снежные звездочки (рис. 7), на которых почти нет граней, а резко выделяются ребра (лучи звездочки) и вершины (концы лучей)?

Здесь нас могут выручить уже встречавшиеся выше понятия о простых реберных и вершинных формах (стр. 34). По аналогии с простой гранной формой мы называем простой реберной формой сово-

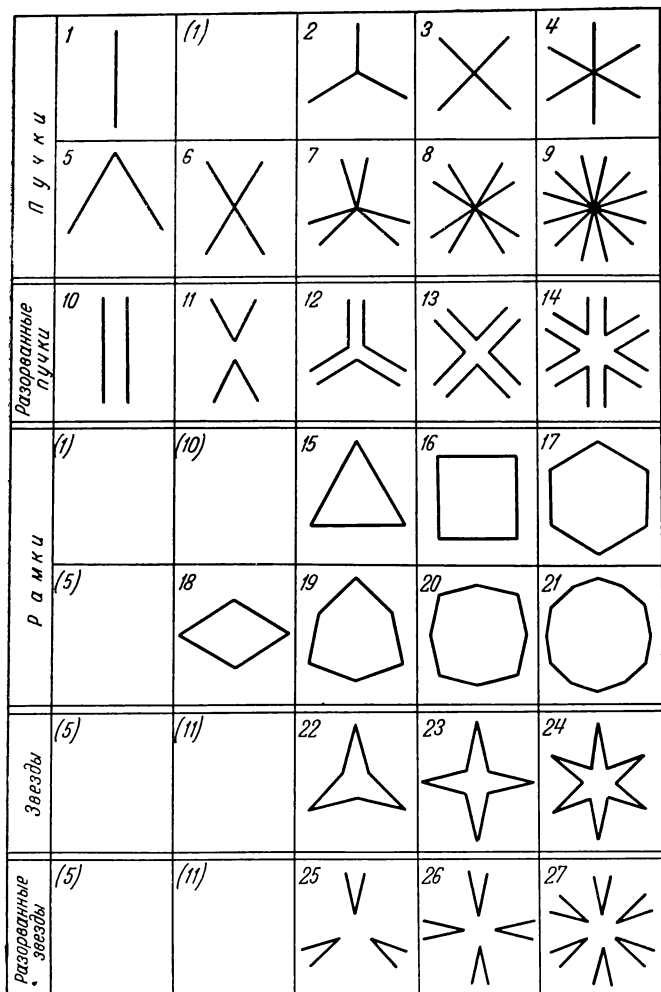


Рис. 69. Двадцать семь плоских реберных простых форм.

купность ребер, связанных элементами симметрии кристалла, а простой вершинной формой — совокупность вершин, связанных теми же элементами симметрии. На рис. 68 и 69 изображены все простые плоские вершинные и реберные формы, возможные на кристаллах. Используя их, можно, например, легко описать снежную звездочку или какую-либо другую плоскую кристаллическую

фигурку. Так, например, на рисунке снежной звездочки (рис. 7) мы видим шесть расходящихся из центра лучей. Они соответствуют реберной форме 4 на рис. 69. Маленькие шестиугольнички на концах этих лучей отвечают вершинной форме 5 на рис. 68 и т. д.

Образования, подобные снежным звездочкам, называются «кристаллическими скелетами». Это название очень метко вскрывает самую сущность таких узоров. При их росте развиваются лишь вершинные и реберные формы, а на образование нормальных граничных форм питательного материала не хватает. При этом выпячиваются вершинные и реберные отростки, как бы тянущиеся за питательным веществом. Эти своеобразные «щупальца» очень напоминают ветки и боковые корни деревьев, которые тоже тянутся во все стороны, чтобы улавливать пищу из почвы и воздуха. В природных и лабораторных условиях скелетные формы получаются в результате роста из вязкой среды, а также из растворов и паров, далеких от равновесия. При недостаточном перемешивании или в неподвижных средах существует заметная разница в питании выступающих частей кристалла — вершин, ребер — и его плоских поверхностей — граней. Вот почему на скелетных образованиях вершинные и реберные формы так хорошо развиты в ущерб отставшим от них гранным формам.

Если «голодающий скелет» поместить в условия нормального питания, то «кости» — ветки скелета — обрастут слоями «кристаллического мяса» и возникнет нормальный кристаллический многогранник. Вернувшись в соответствующую, например вязкую, среду, такой многогранник снова превратится в костистый скелет.\*

Итак, если вы хотите получить нормальные, более или менее плоскогранные кристаллические многогранники, то надо прежде всего позаботиться, чтобы вещество из раствора откладывалось на гранях последовательно и аккуратно, не допуская спешки и суматохи. Для этого надо вести выращивание кристалла или из слегка лишь пересыщенного раствора или же энергично перемешивать имеющийся раствор.

Несмотря на свою «уродливость», скелетные формы природных кристаллических образований представляют большой интерес для минералогов и геологов. Они дают понятие о тех условиях, при которых образовывались и развивались минералы в месторождениях.

Конечно, принцип Кюри проявляется и на скелетных фигурках. Ребра кристаллических скелетов очень напоминают древесные ветви, а мы ведь знаем, как покорно подчиняются последние силе земного тяготения и особенностям питающей среды. Все сказанное о них в главе 4 можно отнести и к скелетным образованиям. Вертикально растущий в растворе кристаллический скелет несет на себе, как правило, отпечаток симметрии  $L_n nP$ . Ветви того же скелета, ориен-

---

\* В. А. Мокиевский и С. Н. Семенов к. Скелетный рост кристаллов в вязкой среде. Зап. Минер. о-ва, ч. 81, № 2, 1952.

тированные косо или горизонтально, обладают обычно видимой плоскостью симметрии.

Очень показательно развитие кристаллического тела, находящегося в движущемся потоке. Пусть движущийся поток имеет симметрию  $P$ . Эта плоскость сохраняется и на теле кристалла (на рис. 70 она совпадает со стрелкой, показывающей направление потока).

Вместе с тем характер ограничения двух концов кристалла резко различен. Фронтальная часть, направленная навстречу потоку, характеризуется наличием выпуклых плоскогранных форм, тогда как «хвостовая часть» обнаруживает тенденцию к скелетному ограничению. Отметим некоторое сходство такого образца с движущимися живыми и искусственными формами. В нем можно различать «головную» и «хвостовую» части. Подобно кораблю или лодке он как бы имеет «нос» и «корму». Учитывая дополнение к принципу Кюри, связанное с понятиями криволинейной симметрии, можно прийти к выводу, что имевшаяся в кристалле плоскость симметрии, перпендикулярная направлению потока, превратилась в ступенчатую поверхность (на рис. 70 она показана штриховыми линиями). При увеличении числа ее ступенек мы получим суммарную поверхность, очень близкую к вогнутым округлым поверхностям. При этом и ломаная ступенчатая «плоскость» внешней симметрии на рис. 70 перейдет в «криволинейную плоскость симметрии».

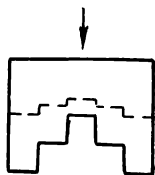


Рис. 70. Схема кристалла, выросшего в потоке.

Еще нагляднее иллюстрируется принцип Кюри на примере образования грушевидных кристаллических форм — так называемых «булей» искусственного корунда  $Al_2O_3$ .<sup>\*</sup> Эти були получают на специальных химических заводах в особых кристаллизационных печах. Сквозь темное стекло в специальном окошечке на стенке аппарата можно наблюдать, что происходит внутри таких печей. Сверху равномерно сыплется пудра окиси алюминия. На пути она попадает в пламя гремучего газа с температурой выше  $2000^\circ C$ . При этом пудра плавится и в виде капелек падает вниз на специальную тугоплавкую подставку с закрепленной наверху «затравкой» — маленьким кусочком готового рубина. Капельки окиси алюминия оседают на «затравке» и кристаллизуются. В результате получается кристаллическое образование в форме груши или бутылочки, поставленной вверх дном. Это и есть конечный продукт — рубиновая буля. Возникает вопрос: почему мы не получаем здесь обычных кристаллов, аналогичных многогранникам природного корунда? Внимательно просматривая рубиновые були, мы нередко обнаруживаем на них множество крошечных блестящих участков. Это мельчайшие ступеньки, расположенные параллельно возможным

<sup>\*</sup> Красный корунд называется рубином, синий — сапфиром. Незначительная примесь хрома к окиси алюминия дает красную окраску, а примесь титана и железа — синюю.

граням кристалла. Такие ступеньки в совокупности и дают в общем сложную боковую поверхность булы. Легко понять, что грушевидной формы булы соответствует симметрия  $L_{\infty} \propto P$ . Такой же симметрией обладает и поток пудры  $Al_2O_3$ , падающий сверху на затравку, и факел пламени, в котором плавится эта пудра. Кристалл корунда вообще имеет собственную симметрию  $L_3 3L_2 3PC$ , но от резкого воздействия среды он приобретает форму, обычно не свойственную кристаллу, растущему в свободных условиях. Трудно найти лучшую иллюстрацию к принципу Кюри, чем этот замечательный пример. Можно подобрать и случаи природной кристаллизации, напоминающие искусственное получение рубиновых булы.

Известковые капельники — сталагмиты — растут на дне пещер примерно так же, как кристаллы рубина в печах. Сверху падают капли, насыщенные углекислым кальцием, а снизу — навстречу им, со дна пещеры вырастают стоячие сосульки. Соединяясь с сосульками, свисающими с потолка, — сталактитами, — они образуют в конце концов мощные колонны. И форма и симметрия этих природных архитектурных сооружений снова и снова приводят нас все к тому же универсальному принципу симметрии.

В самом начале этой главы были упомянуты округлые кристаллы алмаза (рис. 386). Чем объясняются необычные кривогранные формы таких образований? По поводу этого вопроса существует давняя и длительная дискуссия между учеными.\* Одни рассматривают округлые алмазы как результат частичного растворения, другие относят их к специфическим формам роста, образовавшимся при огромных давлениях в земных глубинах. Сейчас все больше авторов склоняется к гипотезе растворения. В самом деле, при растворении в первую очередь исчезают выступающие части кристалла — его вершины и ребра, в связи с чем кристаллическое тело становится округлым. Это явление хорошо согласуется и с принципом Кюри. Плавающий в однородной среде (магме) кристалл алмаза атакуется со всех сторон расплавом. Симметрия такой среды соответствует симметрии шара  $\propto L_{\infty} \propto PC$ . Она-то и налагает свой отпечаток на подвластный ей кристалл.\*\*

До сих пор, говоря о формах кристаллов, мы принимали во внимание лишь элементы конечной симметрии. Вместе с тем нам известно, что в кристаллических структурах содержатся также и элементы бесконечной симметрии — трансляции, винтовые оси, плоскости скользящего отражения (см. стр. 41—43). Не влияют ли и эти элементы симметрии на развитие кристаллических форм?

В 1890 г., как мы уже знаем, увидела свет гениальная работа Е. С. Федорова, содержащая вывод 230 пространственных групп —

\* А. Е. Ферсман. Кристаллография алмаза. Изд. АН СССР, 1955.  
И. И. Шафрановский. Алмазы. Наука, 1964.

\*\* В случае растущего кристалла в среде с симметрией шара кристалл, как мы знаем, сохраняет все элементы своей собственной симметрии. В случае растворяющегося кристалла влияние шаровой симметрии среды становится преобладающим, что и вызывает появление округлых форм растворения.

совокупностей элементов симметрии для бесконечных кристаллических структур. Любая кристаллическая структура должна обязательно принадлежать к одной из 230 пространственных групп, так как они соответствуют тем геометрическим законам, по которым располагаются элементарные частицы (атомы, ионы, молекулы) внутри кристаллов. Через двадцать три года после публикации вывода Федорова два английских ученых — отец и сын Брэгги — дали первые расшифровки реальных кристаллических структур, осуществленные с помощью рентгеновских лучей.

Е. С. Федоров на основе данных расшифровок показал, что все найденные структуры подчиняются выведенным им пространственным группам. С тех пор 230 законов симметрии Федорова прочно легли в основание всей современной структурной кристаллографии.\* Нас, однако, сейчас интересует не столько внутренняя структура, сколько внешняя форма кристаллов. Отражается ли как-нибудь на внешнем ограничении бесконечная симметрия структуры? Согласно Браве, важнейшими кристаллическими гранями в отношении частоты их встречаемости и развития являются те грани, плоские сетки которых наиболее густо покрыты элементарными частицами (стр. 69).

В наше время Д. Доннэй и Д. Харкер уточнили этот закон следующим образом. Грани, перпендикулярные винтовым осям и плоскостям скользящего отражения, являются менее важными, чем грани, перпендикулярные простым осям и плоскостям симметрии. Рис. 71 поясняет сказанное. Действительно, в плоской сетке, перпендикулярной простой четверной оси, тождественные элементарные частицы повторяются по меньшей мере четыре раза. На рис. 71а четыре такие частицы лежат в одной и той же плоской сетке, они как бы поселены в одном и том же «этаже». При наличии четверной винтовой оси аналогичные частицы, повторяясь четыре раза вокруг оси, находятся не в одной, а в четырех плоских сетках, расположенных одна над другой: они как бы расселились по четырем разным этажам (рис. 71б). Ясно, что плоская сетка, перпендикулярная простой оси  $L_4$  (рис. 71а), «населена» в четыре раза плотнее плоской сетки, перпендикулярной винтовой оси (рис. 71б).

Следовательно, по закону Браве первая сетка должна образовывать значительно более важные грани, чем вторая. Это общее правило объясняет, в частности, почему головка кварцевого кристалла имеет вид остроконечной шестигранной пирамидки и никогда не притупляется сверху гранью, перпендикулярной главной оси — гранью так называемого «пинакоида» (рис. 37, 56, 57, 58, 60).

---

\* Н. В. Белов и И. И. Шафрановский. Роль Е. С. Федорова в предистории рентгеноструктурной кристаллографии. Зап. Всес. минер. о-ва, ч. 91, вып. 2, 1962, стр. 465—471.

И. И. Шафрановский. Евграф Степанович Федоров. Изд. АН СССР, 1963, стр. 204—218.

Отсутствие пинакоидальных граней на кварце с давних пор удивляло минералогов, тем более, что по старинным теоретическим расчетам пинакоид должен был стоять на самом первом месте по плотности сеток. Понятно, с каким азартом разыскивали любители редкостей кристаллы с пинакоидом. В старых минералогических коллекциях иногда даже можно видеть кварцевые кристаллы с искусственно пришлифованными «пинакоидами». Их изготовили хитроумные продавцы камней, хорошо знавшие об охоте минералогов за «пинакоидальным кварцем». Кроме того, в минералогических собраниях встречаются экземпляры кварца с природными плоскостями, которые с первого взгляда можно отнести к пинакоиду. Однако тщательное исследование подобных образцов показывает, что плоскости

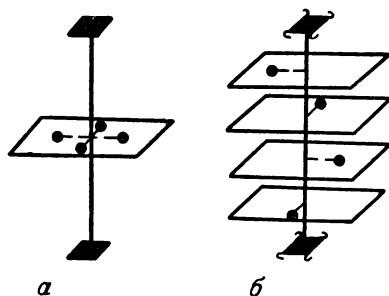


Рис. 71. Влияние на плотность сеток простых и винтовых осей симметрии.

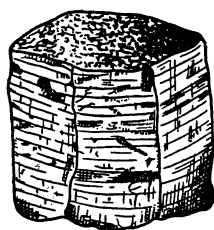


Рис. 72. Кристалл кварца с «ложным пинакоидом».

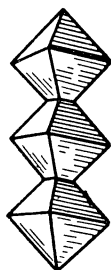


Рис. 73. Параллельный сросток кристаллов арсена ( $\text{Ag}_2\text{S}$ ).

предполагаемого «пинакоида» являются отпечатками других кристаллов, росших по соседству (рис. 72). Лишь в самое последнее время на кристаллах искусственного кварца были уловлены быстро зарастающие пинакоидальные поверхности. В чем же кроется загадка кварцевого пинакоида? Объяснение заключается в том, что в структуре кварца присутствует не простая тройная ось симметрии, а тройная винтовая ось. Сетка пинакоида, перпендикулярная такой оси, обладает малой плотностью, а потому и не образует природных граней.

Таким образом, по относительному развитию, а иногда и полному отсутствию тех или иных граней можно косвенно судить о бесконечной симметрии кристаллической структуры. И, наоборот, знание группы бесконечной симметрии Федорова для какого-либо вещества позволяет наперед предсказать, какие именно формы для него важны и какие категорически запрещены. Как видим, внешняя форма и внутреннее строение тесно связаны друг с другом.

Нельзя не остановиться и на примерах бесконечной симметрии совсем другого характера, а именно, на суммарной симметрии кристаллических сростков, обусловленной не столько внутренней симметрией структуры, сколько многократной повторяемостью деталей



роста.\* Классическим примером именно такой внешней симметрии являются изображаемые во всех учебниках кристаллографии и минералогии «четки» из параллельно сросшихся кристаллов (рис. 73). Не менее показательны и многократно повторяющиеся кристаллы в особых закономерных сростках, где все повторяющиеся через один кристаллы взаимно параллельны, тогда как прилегающие повернуты друг относительно друга на  $180^\circ$ . Это так называемые «полисинтетические двойники», чрезвычайно характерные для полевых шпатов (рис. 74). Как в случае параллельных сростков, так и в случае полисинтетических двойников мы имеем как бы обрывки бесконечно протяженных цепочек из сросшихся кристалликов. Из таких обрывков можно теоретически построить бесконечную цепочку, мысленно добавляя к ним все новые и новые звенья. Ясно, что симметрия бесконечных цепочек будет характеризоваться

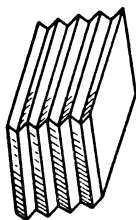


Рис. 74. Полисинтетический двойник.

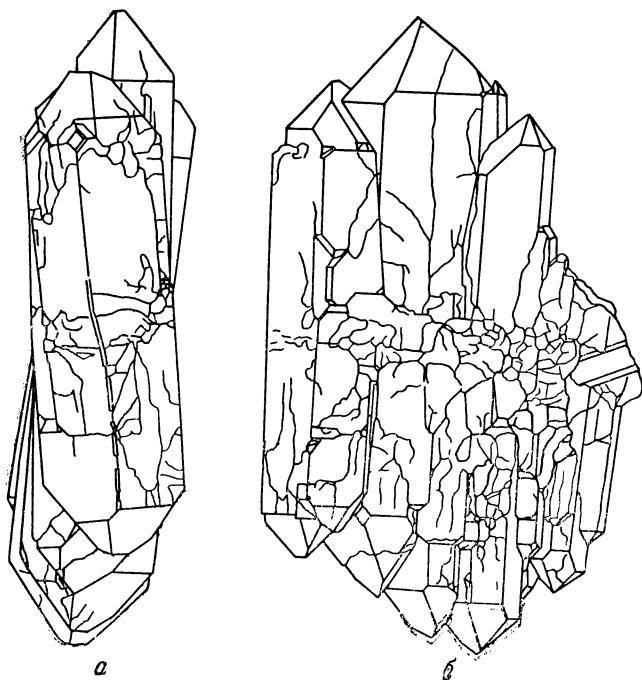


Рис. 75. Скрученный кристалл кварца. По Г. Г. Леммлейну.

с помощью элементов бесконечной симметрии и в первую очередь трансляций.

\* И. И. Шафрановский и В. А. Мокиевский. Случай проявления бесконечной симметрии на кристаллах минералов. Минер. сб. Львов, геод. о-ва, № 15, 1961, стр. 58—64.

К таким же звеньям бесконечных цепочек следует отнести и замечательные, до сих пор до конца не разгаданные скрученные кристаллы кварца (рис. 75). Как показано на рисунке, сросшиеся кварцевые кристаллы образуют скрученный стержень, направленный вдоль двойной оси симметрии перпендикулярно главной тройной оси кварца. Двойная ось здесь превратилась в винтовую, обычно хорошо видную глазом (рис. 75а). Нередко бесконечная симметрия сочетается на кристаллических телах с уже знакомой нам «симметрией подобия» А. В. Шубникова. В качестве примера напомним спирали кристаллического роста (рис. 66), где явно проявляются винтовые оси симметрии подобия (детали, повторяющиеся вокруг начальной точки, не только повторяются по винтовой линии, но и увеличиваются в масштабах). Другой относящийся сюда же характерный пример уже приводился выше: это зональные кристаллы, напоминающие игрушечные матрешки, на которых главную роль играют трансляции подобия (рис. 26).

Приведенные примеры наглядно демонстрируют значение новейших расширенных понятий о симметрии. Современная кристалломорфология (учение о формах кристаллов) далеко еще не исчерпала себя и развивается все дальше, помогая все глубже и детальнее изучать мир кристаллических форм.

Заканчивая эту большую главу, подведем некоторые итоги.

Собственная симметрия кристаллов реализуется в 32 видах конечной симметрии и 230 группах бесконечной симметрии Федорова. Формы кристаллов наглядно изображаются моделями 47 простых форм и их комбинациями. Идеально образованные фигуры подобных многогранников возникают лишь при условиях всестороннего и равномерного питания кристаллического тела (симметрия среды —  $\infty L_{\infty} \infty PC$ ).

В природе наиболее обычны иные условия, искажающие собственные формы кристаллов и превращающие их в вынужденные ложные формы. Оказывается, кристаллы являются гораздо более чувствительными по отношению к окружающей среде, чем это нам представлялось до сих пор. Форма их, так же как и формы растений и животных, имеет способность изменяться, послушно подчиняясь неумолимым требованиям универсального принципа симметрии. В частности, на земной поверхности часто встречаются кристаллические тела, вынужденная симметрия и ложные формы которых несут на себе явственный отпечаток двух хорошо уже знакомых нам типов симметрии  $L_n nP$  и  $P$  (симметрия среды —  $L_{\infty} \infty P$ ).

В случае, когда собственная симметрия кристаллов вовсе не согласуется с симметрией среды, получают асимметричные фигуры, более или менее приближающиеся к ложным формам видов  $L_n nP$  и  $P$  в зависимости от степени отклонения элементов собственной симметрии от элементов симметрии среды. Многочисленные реальные формы окристаллизованных минералов особенно часто представляют образцы такого рода.

## ГДЕ ГРАНИЦА МЕЖДУ ЖИВОЙ И МЕРТВОЙ ПРИРОДОЙ?

### СОПОСТАВЛЕНИЕ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ФИГУР С ФОРМАМИ РАСТЕНИЙ И ЖИВОТНЫХ

Природным тайнам время умереть,  
Отважной мысли нечего скрываться.  
Мы организмы нынешние впредь  
Заставим кристаллизоваться.

И. В. Гёте.

Предыдущая глава познакомила читателя с современным учением о формах кристаллов. Нами был дан довольно подробный обзор этого раздела кристаллографии, так как именно в нем лучше всего разработан вопрос о внешней и внутренней симметрии природного тела. Вместе с тем мы сочли полезным остановиться и на истории нашей науки, чтобы показать, какими путями шли ученые, разгадывая тайну геометрически правильных кристаллических фигур.

Попробуем теперь, несколько опережая последующий текст, выявить черты сходства и различия для форм кристаллов, растений и живых существ. Этот вопрос имеет глубоко философское значение. До сих пор ведь идут жаркие дискуссии об отсутствии или наличии границ между живой и мертвой природой — между застывшим каменным царством и животрепещущим миром растений и движущихся существ.

В последние годы жизни наш замечательный натуралист и мыслитель В. И. Вернадский (1863—1945) пытался наметить отличительные признаки для живого и косного вещества.\* К этому вопросу он подходил очень глубоко, не ограничиваясь внешними формами природных тел. «Мне кажется, — писал он, — что симметрия в живом веществе — более глубокое явление, чем то, которое сказывается в наружной форме живого организма.»\*\*

В этой книге мы ограничиваемся лишь внешними формами природных тел, почти не вникая в их внутреннее строение. С такой упрощенной точки зрения и будут далее рассмотрены некоторые бросающиеся в глаза внешние черты различия и сходства для представителей различных разделов природы.

Первым отличительным признаком кристаллов от растений и животных является, конечно, их плоскогранная и примореберная

\* В. И. Вернадский. Химическое строение биосферы и ее окружения. Наука, 1965, стр. 151—203.

\*\* Н. Н. Стулов, И. И. Шафрановский, В. И. Вернадский о симметрии природы. Зап. Всес. минер. о-ва, ч. 92, вып. 5, 1963, стр. 583.

форма, уже обратившая на себя внимание древних писателей (вспомните высказывания Плиния Старшего о кристаллах горного хрусталя на стр. 69).

«Кристаллические тела прямолинейностью своих контуров отличаются от растительных», утверждал в конце XVIII в. Ж. Б. Роме де Лиль \*. Еще раньше такого же мнения придерживался и К. Линней. В наше время этот взгляд нашел отражение в следующей формулировке акад. Д. В. Наливкина: «Кристаллы обладают прямолинейной симметрией, а организмы — криволинейной симметрией» \*\*. Однако вспомним встречавшиеся выше примеры с криволинейными кристаллами алмаза (рис. 386), с криволинейными плоскостями симметрии (рис. 61), с изогнутыми стержнями каменной соли и пр. Криволинейность или очень близкая к ней многоступенчатость, как мы уже знаем, проявляется в той или иной мере и на кристаллических образованиях. Это обстоятельство было уже хорошо известно старинному русскому минералогу акад. В. М. Севергину (1765—1826). В его «Минералогическом словаре» понятие «кристалл» определяется следующим образом: «Ныне слово сие принято минералогами на всех языках и означает существо соляное, каменное и металлическое в определенном многогранном виде с гладкими либо кривыми поверхностями» \*\*\*. Как видим, Севергин не выдвигал на первый план плоскогранность и прямореберность кристаллов: «гладкие» поверхности стоят у него наряду с «кривыми». Он ясно сознавал значение криволинейных кристаллических тел.

С другой стороны, и в мире растений и животных явно проявляется тенденция к прямолинейности. Достаточно вспомнить хотя бы стволы корабельных сосен, побеги бамбука, стебли тростника. Взгляните также на изумительный скелет радиолярии, в точности копирующий реберную форму куба (рис. 88).

В прежние времена кристаллы обычно назывались «удивительными угловатыми телами». Но ведь хорошо выраженные углы встречаются не только на кристаллах. Они образуются и ветвями деревьев и сочленениями костей у животных. Большинство природных тел обладает одновременно и округлыми поверхностями и угловатыми деталями. Любопытный спор о преимуществе округлых или угловатых форм завязался между несколькими поэтами. Талантливый поэт П. Коган писал:

«Я с детства не любил овал,  
Я с детства угол рисовал...»

С прямо противоположным заявлением выступил Н. Коржавин

«Я с детства полюбил овал  
За то, что он такой законченный...»

---

\* Romé de Lisle. *Cristallographie*. vol. 1, Paris, 1783, стр. 94.

\*\* Д. В. Наливкин. Элементы симметрии органического мира. Изв. Биол. н.-и. ин-та при Пермском ун-те, 1925, стр. 291.

\*\*\* В. М. Севергин. Подробный словарь минералогический. Т. I, СПб., 1807, стр. 616.

Примирающая точка зрения была сформулирована в следующих строчках Л. Завальнюка:

«Углы всегда лежат внутри овала,  
Как сам овал лежит внутри угла...  
Я с детства человечков рисовал,  
А в них ведь все — то угол, то овал». \*

Мы всецело присоединяемся к третьему поэту. И плавные округлые линии и резкие зигзаги углов одинаково свойственны природным телам и нередко встречаются совместно. Обычные плоскогранные кристаллы могут в некоторых условиях превращаться в криволинейные фигуры. Первые в общем отличаются от форм растительно-животного мира, вторые приближаются к ним.

Коренную разницу между ростом кристаллов и растений обнаружил еще Н. Стенон (см. стр. 72). Послойное нарастание граней, казалось бы, не имеет ничего общего с развитием растительных форм. Однако новейшие исследователи, вглядываясь в мельчайшие детали кристаллической поверхности, обнаружили тончайшие спирали роста (рис. 66). В следующей главе читатель подробно ознакомится со спиральным ростом растений. Снова мы встречаемся здесь и с бросающимся в глаза различием и с менее заметным, но все же несомненным сходством.

При всем расхождении каменных и растительных форм геометрия их нарастания может выражаться одним и тем же законом, характеризующимся винтовой осью симметрии подобия.

Большое сходство с формами растений обнаруживают, как нам известно, кристаллические скелеты, а в особенности их искривленные и искаженные разновидности, именуемые «дендритами» (от греческого «дендрон» — дерево). Ведь недаром ледяные узоры на стеклах так и хочется сравнивать с чем-то вроде папоротников или других растений:

«Из бледных линий и цветов  
Мороз рисует арабески...»

(Я. П. Полонский) \*\*

Это сходство понятно: и тут и там прикрепленные к определенному месту и вместе с тем «голодающие» природные тела тянутся во все стороны в поисках питания, распространяя вокруг побочные «корни» и многочисленные «ветви».

Среди признаков различия живых и косных тел В. И. Вернадский придавал особое значение неодинаковому проявлению в них левизны и правизны. По его убеждению, правизна и левизна в мире кристаллов не играют принципиально важной роли. Для подтверждения этого положения Г. Г. Леммлейн, а также ряд других авторов произвели статистический подсчет правых и левых кристаллов кварца, собранных по отдельным месторождениям. В результате

\* Журнал «Юность», 1965, № 6, стр. 43.

\*\* Я. П. Полонский. Стихотворения и поэмы. «Советский писатель», 1935, стр. 295.

было установлено, что число тех и других всегда приближается к 50 %. Судя по всему, этого и следовало ожидать: ведь возникновение правого или левого кристалла зависит от того, как расположатся три первые элементарные частицы зародыша — по правой или по левой винтовой линии. Следовательно, вероятность образования той или иной линии одинакова. В связи с этим В. И. Вернадский подчеркивал, что правые и левые формы одного и того же кристаллического вещества по своей природе в общем равнозначны. К этому следует добавить, что кристаллические вещества, способные образовывать правые и левые разновидности, встречаются гораздо реже кристаллов без правизны и левизны (т. е. одновременно и правых и левых или, что то же, ни правых ни левых).

Сказанное хорошо иллюстрируется табл. 6. В ней показано количественное распределение минералов с изученной структурой по сингониям и видам симметрии (характеристику видов симметрии см. стр. 80).

Т а б л и ц а   6  
Количественное распределение минералов с изученной структурой  
по сингониям и видам симметрии \*

Сингония	Виды симметрии							$\Sigma$
	Примитивные	Центральные	Планальные	Аксиальные	Планиксальные	Инверсионно-примитивные	Инверсионно-планальные	
Триклинная . . . . .	12	76						88 (6,5%)
Моноклинная . . . . .			28	14	351			393 (30%)
Ромбическая . . . . .			34	32	213			279 (21%)
Тригональная . . . . .	6	22	20	11	84			143 (11,5%)
Тетрагональная . . . . .	2	23	1	13	72	3	17	131 (10%)
Гексагональная . . . . .	7	26	13	8	43	—	6	103 (8%)
Кубическая . . . . .	5	30	33	1	102			171 (13%)
$\Sigma$ . . . . .	32	177	129	79	865	3	23	1308 (100%)

\* По данным А. С. Поваренных. Минер. сб. Львов. ун-та, № 20, вып. 3, 1966, стр. 341—351.

Нам известно, что правые и левые формы появляются лишь у тех кристаллов, симметрия которых ограничивается простыми осями и не содержит инверсионных осей, а в том числе и плоскостей и центра симметрии. Такие кристаллы находятся в двух столбцах табл. 6: примитивном ( $L_n$ ) и аксиальном ( $L_n n L_2$ ). Все остальные столбцы относятся к видам симметрии с инверсионными осями (включая в их число и центр и плоскости симметрии). Общее число

минералов с левыми и правыми формами достигает всего лишь 111 (8,5%), тогда как число минералов без правизны-левизны — 1197 (91,5%). Разница, как видим, огромная. Левизна и правизна в мире кристаллов действительно играют весьма подчиненную роль. Вместе с тем не следует забывать и того, что одним из минералов с левыми или правыми винтовыми осями является кварц — самый распространенный минерал на земле (после полевых шпатов).

Принципиально иная картина наблюдается для живых организмов. В свое время Луи Пастер (1822—1895) открыл, что в продуктах, образующихся в результате биохимических процессов, преобладают, как правило, правые или левые изомеры (изомерами химики называют соединения с одинаковым химическим составом, но различным расположением атомов в молекуле). Обобщая этот вывод, биологи утверждают, что пространство, занимаемое живым веществом, характеризуется своей «асимметрией» или, говоря строго кристаллографическим языком, полным отсутствием инверсионных осей, а в том числе и центра и плоскостей симметрии\*.

Этот вывод и лег в основу концепции В. И. Вернадского. В настоящее время его высказывания о существовании резкой границы между органическим и неорганическим миром подвергаются основательной критике. Акад. А. И. Опарин характеризует их следующим образом: «Нельзя признать удачной попытку обосновать так называемый «материалистический дуализм», допускающий параллельное и независимое сосуществование двух совершенно автономных видов материи, коренным образом отличающихся друг от друга и разделенных между собой непрерывной пропастью»\*\*. Эту критику идей В. И. Вернадского необходимо учесть. Однако нельзя не отметить и того, что наш выдающийся ученый правильно подчеркнул самый факт существенной разницы в проявлении левизны-правизны на кристаллах и живых организмах. В отличие от кристаллических образований для живых существ и для веществ органического происхождения «правые модификации не всегда встречаются одновременно с левыми и, во всяком случае, не в равных количествах»\*\*\*. Все это так, но все же и здесь необходимо сделать маленькую оговорку.

---

\* Существенное значение для всей живой природы имеет «асимметрия» протоплазмы. Все белковые соединения, входящие в состав живого вещества, обладают «левой асимметрией». См. Г. Ф. Гаузе. Асимметрия протоплазмы. Изд. АН СССР, 1940. Проблема правизны-левизны во Вселенной посвящена только что вышедшая в русском переводе остроумная книга М. Гарднера «Этот правый, левый мир». Белки живых существ имеют спиральное строение, характеризующееся за редкими исключениями своей левизной. Недавно биологи установили спиральное строение молекулы, несущей генетический код. — «Асимметричная спиральная структура — несомненно основа жизни».

(М. Гарднер. «Этот правый, левый мир». М., Мир, 1967, стр. 134).

\*\* А. И. Опарин. Возникновение жизни на Земле. Изд. АН СССР, 1957, стр. 57—58.

\*\*\* А. В. Шубников, Е. Е. Флинт, Г. Б. Бокий. Основы кристаллографии. Изд. АН СССР, 1940, стр. 414.

Тщательные математические исследования А. Б. Вистелиуса показали, что в числах правых и левых кристаллов кварца, взятых из одного месторождения и действительно очень близких к 50%, все же явно заметно намечается некоторое преобладание левых кристаллов\*. Как видим, и в этом пункте, хотя и очень слабо, но все же стирается принципиальное различие между живыми и косными телами.

Переходим далее к конкретным законам симметрии, казалось бы, наиболее четко и бесспорно разграничивающим кристаллы и растительно-животные организмы.

Забегаая несколько вперед, отметим, что строжайше запрещенные в кристаллографии оси симметрии ( $L_5$ ,  $L_7$ ,  $L_9$  и т. д.) в мире растений и простейших животных встречаются чрезвычайно часто. Так, например, пятерная ось является весьма обычной для цветов (вспомните желтые венчики куриной слепоты), она же характеризует симметрию морских звезд, морских ежей (рис. 93). Привлекает особое внимание пятерная симметрия некоторых вирусов\*\*. О роли пятерной симметрии в мире живых существ интересно рассказано в книге А. А. Малахова « $L_5$  — симметрия жизни». (В мире реальной фантастики). Среднеуральское книжное издательство, Свердловск, 1965.

Академик А. В. Шубников особо отмечает это явление: «Что касается организмов, то для них мы не имеем такой теории, которая могла бы ответить на вопрос, какие виды симметрии совместимы и какие несовместимы с существованием живого вещества. Но мы не можем не отметить здесь тот в высшей степени замечательный факт, что среди представителей живой природы, пожалуй, чаще всего встречаются как раз простейшие из невозможных для затвердевшего, окристаллизованного «мертвого» вещества виды симметрии (пятерная симметрия)»\*\*\*.

Развивая это положение, акад. Н. В. Белов высказал такое оригинальное мнение: «Кристаллический запрет пятерной оси, как известно, определяется невозможностью согласовать ее (равно как и осей порядка выше 6) с решеткой, с «решетчатым состоянием» кристаллического вещества. И потому можно думать, что пятерная ось является у мелких организмов своеобразным инструментом борьбы за существование, страховкой против окаменения, против кристаллизации, первым шагом которой была бы их «поимка» решеткой»\*\*\*\*.

В учебниках минералогии нередко приводятся примеры выделения сернистого железа  $\text{FeS}_2$  (пирита) из соответственных солей железа путем их восстановления. В этом процессе важную роль

---

\* А. Б. Вистелиус. О распространенности энантиоморфных типов кварца. Зап. Минер. о-ва, ч. 79, вып. 3, 1950, стр. 190—195.

\*\* Дж. Д. Бернал. О роли геометрических факторов в структуре материи. Кристаллография, т. 7, вып. 4, 1962, стр. 507—519.

\*\*\* А. В. Шубников. Симметрия. Изд. АН СССР, 1940, стр. 54.

\*\*\*\* Н. В. Белов. Очерки по структурной кристаллографии. XIII Минер. сб. Львов. геол. о-ва, № 16, 1962, стр. 41.



играют органические вещества. Однажды химик С. Теннант (1761—1815) стал приводить в порядок свою лабораторию, не убравшуюся в течение долгого времени. В большом стакане с раствором железного купороса он обнаружил утонувшую мышь, целиком превращенную в сrostок кристалликов сернистого железа. Согласно Н. В. Белову, органическое вещество оказалось здесь пойманным решеткой пирита.

Широко известен и следующий исторический случай, перешедший в народные легенды и литературные произведения. В XIII в. рудокон, работавший в Фалунских рудниках (Швеция), провалился в глубочайшую пропасть. Тело несчастного было найдено через 60 лет. Оно состояло сплошь из кристалликов  $\text{FeS}_2$  (рис. 76)\*. И здесь мертвая симметрия пиритовой решетки подчинила себе строение живого тела.

Итак, на кристаллах никогда не встречаются оси  $L_5$ ,  $L_7$ ,  $L_8$ ,  $L_9 \dots$ , свойственные растениям и некоторым животным. В этом заключается бесспорное различие между представителями живого и кристаллического мира. Вместе с тем на растениях развиваются также и другие оси симметрии, дублирующие обычные кристаллографические оси ( $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ ,  $L_6$ ). На рис. 77а показан цветок с симметрией  $L_3 3P$  ( $3m$ ). Точно такая же симметрия свойственна и кристаллам турмалина (рис. 77б). Кроме того, следует заметить, что невозможность пятерной оси для кристаллов не так уж резко бросается в глаза. Вспомним, как долго в ученом мире многогранники пирита в виде пентагон-додекаэдров и «минеральных икосаэдров» (комбинаций пентагон-додекаэдра с октаэдром) принимались за идеальные платоновские додекаэдры и икосаэдры с шестью пятерными осями (рис. 47). Только точные измерения на специальных угломерных приборах-гониометрах, подкрепленные теоретическими



Рис. 76. «Пиритовый человек». Старинной шведской гравюры (из коллекции Г. Б. Бокия).

\* М. П. Ш а с к о л ь с к а я. Кристаллы. Гостехтеоретиздат, 1956, стр. 81..

рассуждениями о решетчатом строении кристаллов, поставили крест на этих понятиях\*. Значит, не так уж резка разница между видимой симметрией кристаллических и растительно-животных фигур. Во всяком случае, она далеко не всегда улавливается простым глазом.

Нам пришлось вспомнить здесь о решетчатом строении кристаллических структур. Это понятие вошло и в наше общее определение кристаллов (стр. 68). Возникает вопрос: только ли кристаллы обладают решетчатым строением? Г. В. Вульф обратил внимание на сетчатое расположение листовых органов растений. Если развернуть на плоскости поверхность стебля, то все винтовые линии, по которым

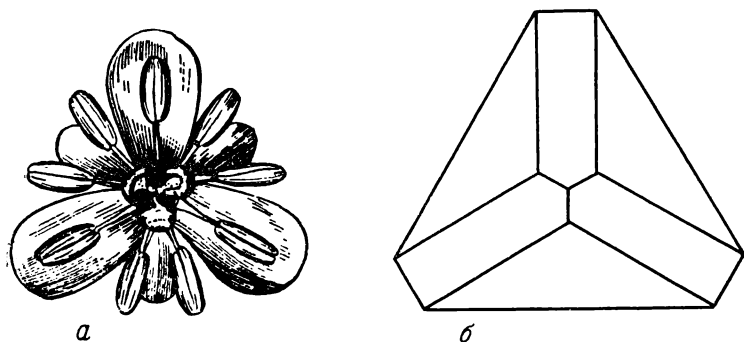


Рис. 77. Цветок (а) и головка кристалла турмалина (б) с симметрией  $L_33P$ .

располагаются листья вдоль этого стебля, превратятся в прямые линии, расположенные наподобие рядов плоской сетки. «Парастихи (винтовые линии на стеблях растений) располагаются друг относительно друга по тому же закону, по которому располагаются ребра кристалла в его гранях», — пишет Г. В. Вульф.\*\* — «Как бы не изменялась поверхность растительного стебля, сущность закона, выражающегося в сетчатом расположении листовых органов, не изменяется, и аналогия между растениями и кристаллами в этом отношении сохраняет свою силу», — подчеркивает тот же автор.\*\*\* Однако далее он предупреждает, что первопричины закономерностей листорасположения и появления граней на кристаллах совершенно различны.

Оказывается, сетчатое расположение зачатков листьев порождается их скученностью в почке. Объяснение закономерного раз-

\* Угол между двумя соседними гранями идеального додекаэдра  $117^\circ$ , угол между аналогичными гранями самого обычного для пирита пентагон-додекаэдра  $127^\circ$ . Однако на пиритовых кристаллах встречается и другой, более редкий пентагон-додекаэдр с соответственным углом в  $119^\circ$ .

Первый пентагон-додекаэдр кристаллографы обозначают символом  $\{120\}$ , второй —  $\{350\}$ .

\*\* Г. В. В у л ь ф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 311.

\*\*\* Там же.

вития граней кроется в решетчатом расположении элементарных частиц внутри кристаллического тела. Вспомним, однако, что в основе современной структурной кристаллографии наряду и в тесной связи с теорией решетки лежит принцип плотнейших шаровых упаковок (шары в таких упаковках являются сферами действия атомов, ионов и молекул). Значит, несмотря на всю разницу, и законы расположения листьев и особенности развития граней объясняются по сути дела одной и той же геометрией плотнейших упаковок некоторых частиц. Только в случае растений эти частицы представлены сравнительно грубыми комками, зачатками листьев, а в случае кристаллических структур они соответствуют сверхтончайшим элементарным кирпичикам материи — атомам, ионам, молекулам.

Казалось бы, чисто внешнее сходство между симметрией мертвого и живого мира идет и глубже. Видный советский кристаллограф Б. К. Вайнштейн вместе с биологом Н. Киселевым наблюдали, как белковые молекулы, полученные в результате «раздробления» вируса, снова собирались вместе при подходящих условиях и укладывались «по правилу спиральной лестницы». «Этот процесс, — пишут исследователи, — удивительно напоминает кристаллизацию и действительно имеет с ней чрезвычайно много общего. В обоих случаях дело сводится к некоторой симметричной укладке одинаковых «строительных элементов».\*

Вернемся, однако, из мира молекул в мир наших грубых форм и простых визуальных наблюдений. Говоря о «сетчатости» в мире живых организмов, уместно отметить, что чешуя рыб «расположена по закону параллелограмматической сетки».\*\* Однако, по справедливому замечанию Г. В. Вульфа, «этот род симметрии у животных не играет такой роли, как у растений и кристаллов»\*\*\*

Читатель вправе задать недоуменный вопрос: почему сетчатость растений и даже отчасти животных не препятствует появлению осей симметрии, запретных для кристаллов? Ведь с помощью именно плоских сеток была доказана выше невозможность пятерной оси в кристаллографии (стр. 75—76). Дело здесь в том, что сетки у растений и тем более рыб не состоят из равных и параллельно ориентированных правильных параллелограммов, образующих идеальную плоскую сетку. В живом мире большую роль играет симметрия подобия, под влиянием которой петли сеток деформируются, закономерно уменьшаясь или увеличиваясь. При таких условиях и могут возникнуть оси, отсутствующие на кристаллах.

Как видим, в отношении законов симметрии, наряду с существенными различиями, находится и много сходных черт для самых разнообразных представителей природных тел — мертвых кристаллов, прозябающих растений и живых существ.

---

\* Б. Вайнштейн и Н. Киселев. Молекулы под микроскопом. «Правда», 1965, № 188, стр. 3.

\*\* Г. В. Вульф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 290—291.

\*\*\* Там же.

Мало того, как мы уже хорошо знаем, на высшую форму и камней, и растений, и животных накладывает свою давящую шапку-конус властная сила земного тяготения. Она стремится подвести все тела под свой единообразный закон  $L_{\infty} \propto P$ . Результатом этого и являются два изрядно надоевших читателю типа симметрии  $L_n P$  и  $P$ , столь часто проявляющихся на самых разнообразных телах и придающих им общие сходные черты. Мы уже видели их отпечатки на искаженных кристаллических формах, в следующих главах мы снова их встретим в мире растений и животных.

И вот здесь-то и обнаружится коренная разница между твердым кристаллом и податливо гибкой живой материей. Под гранями искаженных ложных форм кристаллы сохраняют свою собственную истинную структуру, одинаковую на всем своем протяжении. Благодаря этому при подходящих условиях уродливый кристаллический многогранник всегда может более или менее восстановить свою форму. Внутреннее строение живых существ характеризуется неоднородностью, специализацией отдельных частей организма и резким различием их структуры. Живое параллельно с изменением наружных форм под влиянием внешних условий непрерывно эволюционирует и, по-видимому, никогда не возвращается в точности к своему прежнему состоянию.\*

---

\* Богатейший материал по геометрии природных тел и закономерностях их роста находится в монографии: W. Thompson D'Arcy. On Growth and Form. Cambridge, 1915.

## В ЛЕСАХ И НА ПОЛЯХ

ФОРМЫ И СИММЕТРИЯ  
РАСТЕНИЙ

...Мир растений снова бушует в моей душе...

И. В. Гёте

Цвети кругом чуда ботаники.

В. Маяковский

Биология сегодняшнего дня неизмеримо далека от тех милых сердцу воспоминаний нашего детства, когда она представляла собой собрание интересных и полезных сведений о бабочках и цветах. Биолог вооружен теперь не только лупой, сачком, ботанизированной. Он работает на самом «дне жизни», в мире клеток, хромосом, генов и молекул, вооруженный тончайшими методами математики, физики и химии — электронными микроскопами, излучателями, ультрацентрифугами и счетными машинами, захлестываемый потоком новостей, журналов и книг на всех языках мира. . .» \*. Приведенный отрывок из статьи чл.-корр. АН СССР Б. Астаурова дает яркое представление о нынешних биологах, так далеко ушедших от наивных стародавших натуралистов с их примитивным научно-исследовательским вооружением.

К сожалению, на страницах нашей книги мы почти не касаемся новейших достижений биологии. Ведь наша тема — внешние очертания природных тел. Сказанное относится и к формам растений. Не углубляясь в таинственные области мельчайших частиц, мы пока ограничимся внешними контурами, улавливаемыми в большинстве случаев простым глазом. В этом отношении нас как будто бы можно обвинить в возврате к старым ботаникам с их трогательными ботанизирками и немудреными лупами. К тому же в этой главе очень часто упоминаются имена великих творцов далекого прошлого — Леонардо да Винчи, Гёте, Линнея. И все же обвинение в бездумном возврате к старине не будет справедливым. Прежние наблюдения и выводы, дополненные понятиями симметрии как классической, так и обновленной, открывают пути к пониманию обобщающих геометрических законов морфологии растений.

С самого начала вспомним, что растения извлекают питательный материал из воздуха (углекислоту), воды и почвы (неорганические соединения), усваивая его с помощью солнечной энергии. Этот материал находится повсюду вокруг. Поэтому-то растениям не нужно передвигаться как животным в поисках готовых пищевых продуктов.

\* Б. Астауров. Не о цветах, не о бабочках. Литературная газета, 1965, № 102 (3871), стр. 2.

Углекислоту из воздуха они поглощают листьями, а минеральные вещества из почвы — корнями. Поглощающая поверхность листьев и корней должна быть достаточно велика, чтобы уловить необходимое количество пищи. Эта цель достигается не только формой листьев, но и обильным ветвлением побегов и усиленным развитием боковых и придаточных корней, как бы тянущихся во все стороны за питанием. Растение, всесторонне окруженное однородной питающей средой и не испытывающее на себе определенно направленного действия земного тяготения, должно было бы приобрести форму шара с соответственной симметрией  $\propto L_{\infty} \propto PC$ .

Сходные формы наблюдаются у некоторых водорослей, плавающих во взвешенном состоянии внутри водоемов (такова, например, прославленная М. М. Пришвиным шарообразная «клатофора», концентрирующая бром).

Однако подавляющее большинство господствующих ныне растений прикреплено к определенным точкам земной поверхности. В связи с этим, а также вследствие легкой изменчивости и податливости растений мы вправе ожидать для них особенно хорошо выраженного проявления принципа симметрии. Из предыдущего текста уже известна характерная симметрия форм как целых растений, так и их частей. Именно на них наиболее наглядно демонстрируется столько раз встречавшийся выше закон о симметрии типа  $L_n n P$  для вертикально развивающихся тел и симметрии  $P$  для всего растущего и движущегося наклонно и по горизонтали. Вертикальные стволы деревьев и косо или горизонтально расположенные ветви лучше всего иллюстрируют этот закон.

В настоящее время перед нами стоит задача: по возможности подробнее ознакомиться с отдельными частями растения и применить сначала к ним, а затем и ко всему растению в целом понятия симметрии как классические, так и новейшие, расширенные. Речь будет здесь идти преимущественно о семенных (цветковых) растениях. Богатейший материал для решения этой задачи содержится в разделе ботаники, именуемом «Морфологией растений». Приведем определение этой научной дисциплины по П. М. Жуковскому: «Морфология растений изучает формы растений и их разнообразие, выясняя закономерности их образования; ближайший предмет морфологии — изучение внешнего строения органов растений и их различных видоизменений».\* Как видим, этот раздел ботаники содержит как раз тот материал, который требуется для наших целей.

Прежде всего отметим одну из основных особенностей строения семенного растения, а именно его «полярность», которая заключается в ясно выраженном различии между основанием и верхушкой растений. С точки зрения симметрии это понятие может быть охарактеризовано вертикальной осью симметрии  $L_n$ , совпадающей со стволом или стеблем растения, причем оба конца оси являются неодинаково

---

\* П. М. Жуковский. Ботаника. «Высшая школа», 1964, стр. 24. Ряд приводящихся ниже примеров и иллюстраций взят из этой же книги.

выми (верхний совпадает с верхушкой растения, нижний — с его основанием). Полярность оси исключает возможность появления перпендикулярных ей плоскостей симметрии и добавочных осей второго порядка а также и центра симметрии. Здесь могут быть только плоскости симметрии, идущие вдоль  $L_n$  и придающие всему растению радиально-лучевую симметрию типа  $L_n P$ . Сама ось  $L_n$ , всесторонне окруженная сверху однородной воздушной средой, а снизу — почвой, является в растении главной (вертикальной) осью симметрии.

В главе 5 была доказана невозможность появления в кристаллах осей симметрии пятого порядка, а также порядков выше шести. Для растительного мира подобные ограничения неизвестны. Следовательно, мы вправе ожидать здесь встреч с самыми разнообразными осями симметрии, принадлежащими следующему бесконечному ряду:  $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, \dots, L_\infty$ .

Если бы развитие главной оси подчинялось одному только воздействию окружающей среды, то порядок оси достиг бы бесконечности. В самом деле, всесторонний подток питания в однородных средах как сверху, так и снизу можно уподобить двум полушариям. Одно из них окружает растение в воздушной среде, другое — в почве. Симметрия каждого такого полушария  $L_\infty \propto P$ . Она не изменится, если мы учтем воздействие поля земного тяготения с той же симметрией  $L_\infty \propto P$ . Ось  $L_\infty$  обоих полушарий, а также конуса земного тяготения совпадает с вертикальной осью растения. Нельзя, однако, ограничиваться учетом одного лишь воздействия внешней среды на формирование растительности. Основным фактором такого формирования является внутреннее строение растения со всеми присущими собственно ему особенностями. Это строение, очевидно, и вызывает появление осей симметрии различных порядков (3, 4, 5, 6 и т. д.), совпадающих по направлению с вертикальной осью  $L_\infty$  среды.

Из предыдущего текста следует, что обычно вдоль этой оси находятся плоскости симметрии. Если не присматриваться к деталям, такие плоскости легко обнаружить почти на каждом растении, развивавшемся преимущественно в вертикальном направлении. Однако учет обычно малозаметных и, казалось бы, второстепенных отклонений заставляет сделать ряд существенных оговорок. Такие отклонения уже издавна привлекали внимание ботаников. Из русских ученых «уродливостью цветков» особенно интересовался А. Н. Бекетов (1825—1902). Он придавал большое значение этому явлению и утверждал, что формы растений зависят в значительной степени от окружающей среды.

Здесь мы остановимся на новых работах Ю. А. Урманцева, рассматривающих многочисленные факты проявления левизны и правизны у растений.\* Оказывается, среди растений существуют

\* Ю. А. Урманцев. Растения правши и левши. «Природа», 1961, № 5, стр. 100—102. Ю. А. Урманцев. О диссимметрии листьев и цветков растений, ДАН СССР, т. 133, № 2, 1960, стр. 480—484.

Ю. А. Урманцев. Некоторые вопросы проблемы диссимметрии в природе. ДАН СССР, т. 140, № 6, 1961, стр. 1441—1444.

«правши» и «левши», причем число тех и других резко неодинаково. Причины этого явления, очевидно, заложены глубоко в природе самого растения. В некоторых листьях, например, было обнаружено правое и левое распределение молекул хлорофилла. Вместе с тем существуют предположения, что большую роль в левом или правом развитии растений играют однонаправленность вращения земного шара, условия освещаемости растения солнцем, геофизические влияния и пр.\*

Мы уже знаем, что правые и левые (энантиоморфные) формы появляются лишь в тех классах симметрии, где присутствуют только одни простые оси и где полностью исключены любые инверсионные оси, а в том числе плоскости и центр симметрии. Следовательно, оси симметрии растений по самой их природе не должны были бы сопровождаться плоскостями симметрии, о которых уже так много говорилось выше и которые будут нам встречаться на каждом шагу и в дальнейшем. Появление таких плоскостей явно вызывается сильным воздействием поля тяготения и питающей среды с их симметрией  $L_\infty \infty P$ . Итак, видимые на растениях плоскости симметрии являются «ложными», навязанными растению извне, а не принадлежащими собственной его симметрии (вспомним аналогичное явление на кристаллах кварца, стр. 91). Как показывают исследования Ю. А. Урманцева, детали растений, имеющие на первый взгляд симметрию типа  $L_n n P$  и  $P$ , на самом деле следует относить к типам  $L_n$  и  $-(L_1)$ . Очевидно, оси симметрии  $L_n$  с их левизной или правизной в большинстве случаев принадлежат собственно самим растениям, тогда как присутствующие на них видимые плоскости симметрии являются отпечатками симметрии среды.

Приступим теперь к систематическому просмотру отдельных частей растений. При этом обратим сначала внимание на вертикально и наклонно (или горизонтально) расположенные части и на их согласованность с двумя типами симметрии  $L_n n P$  и  $P$ . Вслед за тем внимательно присмотримся к их отклонениям от этих двух типов. Согласованность, как мы знаем, вызывается воздействием среды (принцип Кюри), а отклонения — природными особенностями самих растений.

Начнем наш обзор с основания семенного растения, а именно с корня. Формы корней, как известно, весьма разнообразны. В большинстве случаев ясно выделяется главный корень, занимающий в почве вертикальное направление. По сторонам главного корня развиваются боковые корни, растущие наклонно или горизонтально.

Сами названия корней — «стержневые», «конусовидные», «веретенообразные» и т. п. — дают наглядное представление об их морфологии. Вертикальное направление по середине главного корня обычно совпадает с осью симметрии, зачастую по своему внешнему

---

\* Л. А. Смирнов. {Спираль листорасположения и проблема диссимметрии. Ботанический журнал, 1950, т. 35, № 4. Т. А. Davis. Possible geo-physical influence on asymmetry in cocount and other plants. Indium. stat. Inst., (Calcutta), 1964.



виду приближающейся к  $L_\infty$  (корни моркови, свеклы, брюквы и др.). Вдоль этой оси пересекаются видимые на глаз вертикальные плоскости симметрии (в случае  $L_\infty$  число их должно достигать бесконечности). Поперечные сечения корней со следами их внутреннего строения дают иногда возможность уточнить истинный порядок оси корня. Так, например, на рис. 78 изображено поперечное сечение корня груши с ясно выраженной симметрией  $L_55P$ .

Итак, симметрия правильно развитых корней, не изуродованных каким-либо побочным воздействием, в общем подчиняется типу  $L_n nP$ . Тем самым она хорошо согласуется с симметрией питающей среды, находящейся в поле земного тяготения ( $L_\infty \infty P$ ). Однако, как уже не раз отмечалось выше, принцип Кюри рассматривает внешнюю форму обобщающе, без учета второстепенных деталей. Вместе с тем именно эти малозаметные частности служат вехами на пути к выяснению истинной симметрии природных тел. Сказанное всецело относится и к геометрии растительных корней.

Тщательное исследование боковых корней, проведенное Ю. А. Урманцевым и А. М. Смирновым, показало, что их взаиморасположение не подчиняется радиально-лучевой симметрии.\* Существуют правые и левые корни, характеризующиеся наличием вертикальных осей без плоскостей симметрии. Такие оси приближаются к винтовым осям симметрии. По-видимому, правильное всего их следовало бы отнести к винтовым осям симметрии подобия (аналогичные оси гораздо лучше выражены на стеблях, поэтому более подробный их разбор дается ниже). Таким образом, даже в почве, несмотря на сильный отпечаток симметрии, наложенной средой ( $L_n nP$ ), все же заметно проявляется и собственная симметрия корня со своей природной левизной или правизной.

Поднимемся несколько выше вдоль главной оси растения и рассмотрим его стебель, сначала отдельно, а потом вместе с ответвлениями и листьями (стебли вместе с листьями принято называть «побегами»).

Обычно направление роста стебля является вертикальным, но прямо противоположным по отношению к направлению роста главного корня. Ясно, что стебель бамбука или ствол ели характеризуется симметрией цилиндра или, вернее (учитывая сужение стебля кверху), симметрией чрезвычайно острого конуса ( $L_\infty \infty P$ ). Однако помимо округлых существуют также ребристые, многогранные,

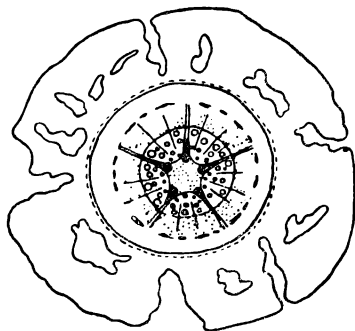


Рис. 78. Строение корня груши.

\* Ю. А. Урманцев и А. М. Смирнов. О правых и левых корнях у растений. Ботан. журн., 1962, № 8.

уплощенные стебли и стволы. Так, например, семейству губоцветных свойственны 4-гранные стебли с симметрией  $L_44P$ . Уплощенные стебли могут быть охарактеризованы симметрией  $L_22P$ . Все это по сути дела было нам заранее известно и хорошо согласуется с требованиями принципа Кюри.

До сих пор дело обстояло просто. Оно существенно усложнится если мы внимательно взглянем в расположение листьев вдоль стебля. Правда, в некоторых случаях совокупность листьев не нарушает общей радиальной симметрии.

При так называемом «мутовчатом» листорасположении отдельные группы листьев (в количестве трех, четырех и более) группируются кольцеобразно на одной и той же высоте стебля (рис. 79а). Ясно, что такие кольца из листьев совместно со всем стеблем подчиняются симметрии  $L_n nP$  (при трех листьях в кольце —  $L_33P$ , при четырех —  $L_44P$  и т. д., на рис. 79а —  $L_88P$ ).

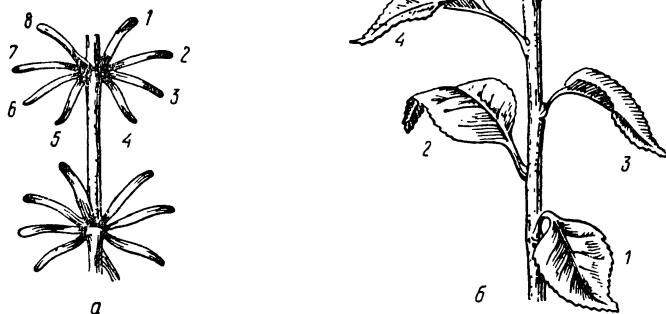


Рис. 79. Мутовчатое (а) и очередное (б) расположение листьев.

Совсем иная картина наблюдается в случае «очередного» листорасположения (рис. 79б). Этот случай заставляет нас снова вспомнить об элементах бесконечной симметрии, а именно о винтовых осях. Листья здесь располагаются на различных высотах стебля, вдоль винтовой линии, обвивающейся вокруг его поверхности. Для того чтобы перейти от нижележащего листа к следующему за ним вышестоящему листу, приходится мысленно повернуть первый лист на некоторый угол вокруг вертикальной оси стебля, а затем поднять на определенный отрезок вверх. Но ведь мы уже знаем, что поворот плюс поступание соответствует действию винтовой оси (см. главу 3, стр. 43). Следовательно, при «очередном» расположении мы снова встречаемся с винтовыми осями симметрии. Об этом вскользь уже упоминалось выше. Говорилось и о том, что такие сложные оси могут встречаться лишь на бесконечно протяженных фигурах (в состав винтовой оси входит поступание или трансляция, невозможная для

конечной симметрии). Вместе с тем цветы и деревья, хотя бы и очень сильно вытянутые вдоль направления роста, все же являются конечными телами (мы ведь ясно видим их конечную, вершинную точку).

Как же согласовать невозможную здесь бесконечную симметрию с конечными размерами растений? Выше мы уже имели подобные же затруднения при встрече с винтовыми осями роста на скрученных кристаллах (стр. 104). Там мы условились рассматривать такие образования как оборванные звенья цепочки, которую можно мысленно протягивать до бесконечности. При переходе к растениям уместно будет познакомиться со следующей цитатой из известной книги Г. В. Вульфа «Симметрия и ее проявление в природе» (1919 г.).

«Если мы возьмем какое-нибудь высшее растение, положим, дерево, то увидим, что оно растет вверх своей верхушечной почкой и растет периодически, увеличиваясь каждый год на определенную длину. Теоретически тут мы имеем дело с беспредельным периодическим повторением одного и того же процесса роста, который в действительности не беспредельно только благодаря различным противодействиям в виде силы тяжести, в виде постепенного истощения жизненной энергии организма . . . Каждое новое растение, вырастающее из семени старого, представляет в свою очередь лишь один из периодов в росте бесконечной непрерывной цепи происходящих друг от друга неделимых. . . » \* Так вот, оказывается, в чем дело. Дерево (да и цветок) является одновременно и «конечной» и «бесконечной» фигурой. Г. В. Вульф прав, отмечая, что проявление симметрии в растениях «в высшей степени замечательно и имеет глубокий философский смысл».\*\*

Двойственный (одновременно и «конечный» и «бесконечный») характер растительных, да и некоторых кристаллических объектов обычно связан с проявлением усиленного роста в одном направлении (именно ему мы обязаны поступательным движением вдоль оси — трансляции). Вместе с тем реальный рост накладывает свой особый отпечаток на встретившиеся нам винтовые оси. Вспомним, что стебель (или ствол дерева) является в действительности не цилиндром (или призмой), а чрезвычайно острым конусом (или пирамидой). Следовательно, и винтовые линии, по которым располагаются листья или ветви, строго говоря, соответствуют спиральям, намотанным на поверхность конуса (или пирамиды), с постепенно уменьшающимися витками от основания к вершине. Здесь уместно вспомнить о симметрии подобия А. В. Шубникова и назвать оси на стеблях и стволах «винтовыми осями симметрии подобия». Сейчас мы воздержимся от слишком строгого подхода к этим осям и ради простоты будем рассматривать их приближенно, как классические винтовые оси. Прежде всего напомним, что на кристаллах возможны винтовые оси тех же

---

\* Г. В. В у л ь ф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 294.

\*\* Там же.

порядков, что и у простых осей ( $L_1, L_2, L_3, L_4, L_6$ ). Поэтому в кристаллографии исключаются винтовые оси пятого порядка, а также порядков выше шести. В ботанике эти запреты отпадают. Никакие ограничения в отношении порядков винтовых осей здесь не известны. Мало того, на растениях нередко встречаются и такие винтовые оси, порядки которых характеризуются дробными числами.

Рассмотрим несколько примеров проявления винтовых осей на растениях.

На рис. 80 *a* изображен стебель растения с винтовой осью симмет-

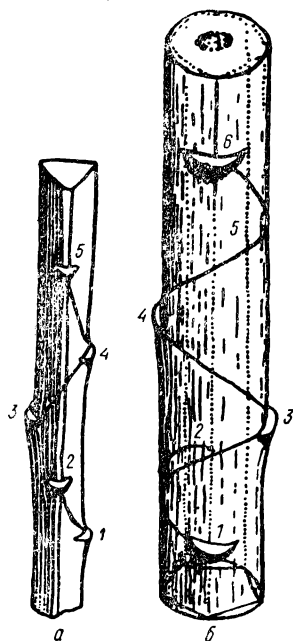


Рис. 80. Винтовые оси  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{2}{5}$  на стеблях растений.

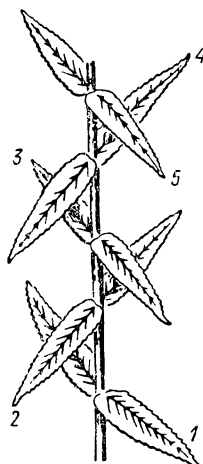


Рис. 81. Супротивное листорасположение.

рии третьего порядка. Проследим линию листорасположения на этом рисунке. Для того чтобы перейти от листа 1 к листу 2, следует повернуть первый вокруг вертикальной оси стебля на  $120^\circ$  против часовой стрелки (если смотреть снизу) и затем передвинуть листок 1 вдоль стебля по вертикали до тех пор, пока он не совместится с листком 2. Повторяя подобную же операцию, перейдем от листа 2 к листу 3, а затем к листу 4. Обратим внимание на то, что листок 4 лежит как раз над листком 1 (как бы повторяет его, но этажом выше) и что, идя от листа 1 к листу 2, мы трижды совершили поворот на угол в  $120^\circ$ , т. е. осуществили полный оборот вокруг оси стебля ( $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ ). Угол поворота винтовой оси у ботаников называется «углом расхождения листьев». Вертикальная прямая, соединяющая два листа, расположенных друг над другом на стебле (рис. 80 *a* — листья 1 и 4), именуется «ортостихой». Отрезок 1—4 ортостихи (рис. 80*a*) соответствует полной трансляции винтовой оси ( $T$ ). Как увидим далее, число оборотов вокруг оси стебля для пере-

хода от нижнего листа к вышележащему, расположенному в точности над нижним (по ортостихе), может равняться не только единице, но и 2 и 3 и т. д. Эти количества оборотов называются «листовым циклом». В ботанике принято характеризовать винтовое листорасположение с помощью дроби, числителем которой является число оборотов в листовом цикле, а знаменателем — число листьев в этом цикле. В разобранном нами случае (рис. 80 а) соответственная дробь равна  $\frac{1}{3}$ .

Заметим, что в международной кристаллографической номенклатуре подобная винтовая ось обозначается как  $3_1$ . Большая цифра 3 обозначает здесь порядок оси, а маленькая цифра, разделенная на большую, дает понятие о величине вертикальной трансляции, на которую следует поднять лист 1 для того, чтобы перейти к листу 2. Эта величина равна одной трети полной трансляции  $T$ , совпадающей с ортостихой и заключающейся между листьями 1 и 4.

Читатель, очевидно, сам удостоверится в том, что на рис. 79 б показана пятерная винтовая ось  $\frac{1}{5}$  ( $5_1$ ). На рис. 80 б изображена тоже пятерная винтовая ось симметрии, но с листовым циклом 2 (для перехода от листа 1 к листу 6 надо совершить два полных оборота). Дробь, характеризующая данную ось,  $\frac{2}{5}$  ( $5_2$ ). Угол расхождения листьев в этой оси равен  $144^\circ$ . ( $360^\circ : 5 = 72^\circ$ ;  $72^\circ \times 2 = 144^\circ$ ). Существуют и еще более замысловатые оси с соответственными дробями  $\frac{3}{8}$ ,  $\frac{5}{13}$  и др. Ось, характеризующая дробью  $\frac{3}{8}$  ( $8_3$ ), является винтовой осью восьмого порядка с листовым циклом в три оборота; угол расхождения здесь равен  $135^\circ$  ( $360^\circ : 8 = 45^\circ$ ;  $45^\circ \times 3 = 135^\circ$ ). Ось  $\frac{5}{13}$  ( $13_5$ ) — винтовая ось тринадцатого порядка с листовым циклом в пять оборотов и углом расхождения в  $138^\circ$  ( $360^\circ : 13 = 27^\circ 42'$ ;  $27^\circ 42' \times 5 = 138^\circ$ ). Ботаники утверждают, что дроби, характеризующие винтовые оси растений, образуют правильный ряд, называемый в математике рядом Фибоначчи:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{5}{13}, \frac{8}{21}, \frac{13}{34} \dots$$

Дроби, входящие в ряд Фибоначчи, замечательны тем, что сумма числителей двух соседних дробей дает числитель следующей за ними дроби, так же как и сумма знаменателей пары смежных дробей равна знаменателю дроби, стоящей вслед за ними. Те или иные растения характеризуются определенными дробями листорасположения. Так, например, дробь  $\frac{1}{2}$  ( $2_1$ ) свойственна злакам, березе, винограду;  $\frac{1}{3}$  ( $3_1$ ) — осоке, тюльпану, ольхе;  $\frac{2}{5}$  ( $5_2$ ) — груше, смородине, сливе;  $\frac{3}{8}$  ( $8_3$ ) — капусте, редьке, льну;  $\frac{5}{13}$  ( $13_5$ ) — ели, жасмину и др.\*

На рис. 81 изображен еще один тип листорасположения, называющийся «супротивным». Здесь пары листьев расположены друг против друга на одной высоте. Переходя от одной к другой паре таких же листьев вдоль по стеблю, легко заметить, что они связаны одновременно и винтовой осью четвертого порядка (см. номера листов на рис. 81) и простой двойной осью симметрии. Кроме того, вдоль

\* П. М. Жуковский. Ботаника. 1964, стр. 146.

этой оси проходят две вертикальные плоскости симметрии и еще две также вертикальные плоскости скользящего отражения с вертикальной трансляцией. В этом типе листорасположения, так же как и в мутовчатом, присутствуют, как видим, вертикальные плоскости симметрии. Вместе с тем во всех разобранных выше примерах очередного расположения листьев никаких вертикальных плоскостей симметрии нет. Все относящиеся сюда винтовые линии закручены вправо или влево.

Как уже говорилось, характер винтовой оси (см. соответствующую дробь) обусловлен природой самого растения. От нее же зависит и правизна или левизна таких осей. В то же время величина трансляции вдоль стебля связана со скоростью роста побега. «Помещая растение с укороченными побегами во влажную оранжерейную обстановку, можно вызвать значительное удлинение междоузлий и, наоборот, выращивая растение с удлиненными побегами в сухом и знойном климате, можно вызвать у него появление укороченных побегов».\*

Здесь природа устремленного ввысь растения временно как бы побеждает влияние среды с ее симметрией  $L_{\infty} \infty P$ . Ось растения совпадает с  $L_{\infty}$  среды, однако его природная правизна или левизна не согласуется с радиально-лучевым характером этой среды. При торможении или исчезновении трансляции роста стебель останавливается так, что листья одного цикла оказываются расположенными вокруг стебля на одной высоте. При этом растение приобретает внешнюю симметрию  $L_n n P$ , подчиняющуюся симметрии поля земного тяготения.

Винтовые оси на стеблях нагляднее всего демонстрируют существование правых и левых растений. Здесь даже не нужны особые методы исследования: винтообразное листорасположение хорошо улавливается простым глазом и давно уже обратило на себя внимание естествоиспытателей. Леонардо да Винчи (1452—1519) одним из первых заинтересовался им. И. В. Гёте придавал особое значение «спиралям» в своей «гармонии» растений и приписывал им большую роль в законах растительного метаморфоза. Оба великих художника-натуралиста были совершенно правы. Именно винтовое расположение листьев на стеблях и веток на стволах меньше всего подчиняется угнетающему действию симметрии среды и яснее всего выявляет собственную симметрию растения с его природной левизной или правизной.\*\*

Переходим к формам листьев. В подавляющем большинстве случаев они могут быть разделены на две более или менее симметричные половинки и, следовательно, обладают более или менее четко выраженной плоскостью симметрии. Растут они обычно наклонно или

---

\* П. М. Жуковский. Ботаника. 1964, стр. 147.

\*\* Особенно наглядно проявляется резко выраженная спиральность у ползучих и вьющихся растений. Четкие спиральные узоры образует кора на стволах некоторых деревьев (каштанов, буков и др.).

горизонтально и тем самым, как мы уже знаем, служат наглядным подтверждением принципа Кюри. Ботаники подразделяют листья на простые и сложные. Простые имеют только одну пластинку. По форме таких пластинок различают: овальные, яйцевидные, продолговатые, мечевидные и другие листья. Формы основания пла-



Рис. 82. Сложные листья.

1 — тройчатый лист красного клевера; 2 — люцерны; 3 — сои; 4 — непарноперистый лист рябины; 5 — эспарцета; 6 — ложной акации; 7 — парноперистый лист; 8 — пальчатосложный лист конопли; 9 — лапчатки; 10 — перистый лист гороха с усиками и крупными листовидными прилистниками; 11 — пальчатосложный лист люпина; 12 — сложный лист айланта. По П. М. Жуковскому.

стинок бывают: клиновидными, сердцевидными, копьевидными, стреловидными и т. п. Уже сами эти названия дают понятие о симметрии листьев: все они обладают одной плоскостью симметрии, проходящей вдоль черешка и по середине пластинки.

Сложный лист отличается от простого тем, что на его черешке имеется несколько пластинок. На рис. 82 изображены различные типы сложных листьев. Несмотря на их прихотливость и разнообразие, все они также обладают одной, более или менее ясно выраженной плоскостью симметрии, направленной вдоль линии черешка. Форма

листьев одного и того же растения может варьировать в связи с изменением условий питания, освещения, температуры, влажности и т. п.\* Однако симметрия листа упорно стремится к билатеральной ( $P$ ). Этого и следовало ожидать, так как листья отклонены от вертикальной оси растения и развиваются, как правило, сбоку стебля. Быть может, стоит отметить, что и на ветвях, и на расположении пластинок сложных листьев, и на узорах их жилок иногда

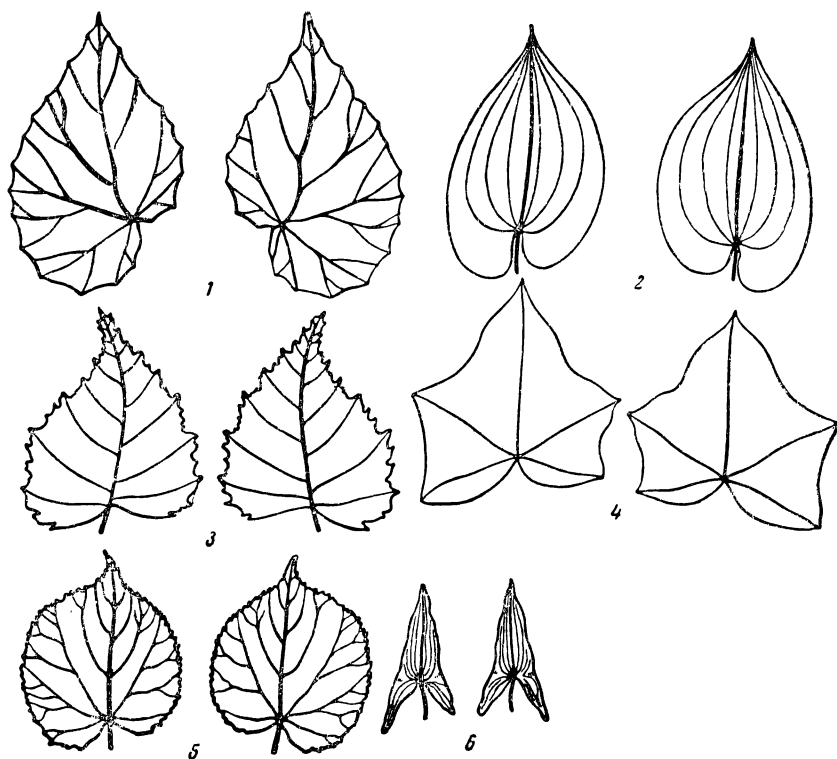


Рис. 83. Левизна и правизна листьев бегонии (1); майника (2); березы (3); плюща (4); липы (5); стрелолиста (6). По Ю. А. Урманцеву.

плоскости симметрии заменяются плоскостями скользящего отражения (стр. 42, рис. 22).

Действие последних состоит, как мы знаем, из отражения, сопровождаемого трансляцией. Как и в случае винтовых осей, трансляции здесь вызваны процессом роста. При рассмотрении конечной симметрии листа трансляции следует отбросить и рассматривать плоскость скользящего отражения как несколько сдвинувшуюся обычную плоскость симметрии.

\* П. М. Жуковский. Ботаника. 1964, стр. 158.



Казалось бы, на примере листьев особенно ясно демонстрируется полное торжество принципа Кюри: рост наклонно и по горизонтали порождает единственную плоскость симметрии. С самого начала именно листья, казалось бы, покорно подчиняющиеся этому общему правилу, служили нам превосходной к нему иллюстрацией. Однако даже и здесь дело обстоит далеко не так просто, как это кажется с первого взгляда.

Тщательный математический анализ, разработанный Ю. А. Урманцевым и проверенный на огромном природном материале, показал, что и листья на самом деле подразделяются на «правшей» и «левшей». Такая правизна-левизна порождается неравномерным развитием пластинок по две стороны от «средней» линии (рис. 83). Прежде, улавливая подобную асимметрию листка, мы относили ее к различным случайным обстоятельствам («ничего, ведь, идеального в природе нет!»). После исследований Ю. А. Урманцева выяснилось, что левизна-правизна листьев связана с самой природой растения. Для того или иного их вида установлено преобладание определенного типа листьев (правого или левого). Мало того, такие листья различаются и по своим биофизическим свойствам. «По объему, площади, сырому и сухому весу левые наиболее часто встречающиеся листья фасоли превосходят правые.\* Итак, даже покорные и послушные листья, так хорошо отображавшие всеислие принципа Кюри, при ближайшем и внимательном рассмотрении оказались не такими уж смиренными. Оказывается, и на них проявляется истинная симметрия растения с присущей его природе левизной или правизной.\*\*

В предыдущем тексте мы как бы поднимались вдоль оси растения снизу вверх и, наконец, дошли до его цветков и соцветий (соцветие — сближенные цветки на укороченном стебле). Появление цветка на побеге связано с торможением, а затем и прекращением верхушечного роста этого побега.\*\*\* Следовательно, здесь надо ожидать исчезновения трансляций, связанных с ростом, и восстановления внешней симметрии типа  $L_n P$ . И действительно, хорошо знакомые нам цветки лилии, табака, соцветия подсолнечника, ромашки (поповника) и другие демонстрируют во всей красе характерную радиально-лучевую симметрию. Недаром поэты часто сравнивают такие цветки с солнцем, звездами, бокалами, вазами. Лучистую симметрию цветов дрока восторженно описал К. Паустовский: «Какой дрок. . . великолепный! На что он похож? . . . — Не знаете? . . . — Тогда я вам скажу... Если бросить голыши в золотую воду, то получатся вот такие фонтаны, брызги и всплески. Правда?...» \*\*\*\* «Чашечка», «венчик» — сами эти названия частей цветка подчеркивают

---

\* Ю. А. Урманцев. О диссимметрии листьев и цветков растений. ДАН СССР, т. 133, № 2, 1960, стр. 480.

\*\* В ряде случаев исчезнувшая плоскость симметрии листа превращается в поверхность «криволинейной симметрии».

\*\*\* П. М. Жуковский. Ботаника. 1964, стр. 357.

\*\*\*\* К. Паустовский. Избранное, М., 1961, стр. 218.

все ту же радиально-лучевую симметрию. Цветки с симметрией  $L_n P$  называются «правильными», или «актиноморфными» (актинос по гречески — луч, рис. 84, 1). Известно, однако, что цветки образуются не только на верхушке главного стебля и головки их не всегда обращены кверху. Они могут развиваться и сбоку, на стеблях и боковых побегах. Такие «пазушные» цветки, подчиняясь принципу Кюри, обладают только плоскостью симметрии  $P$ . Они называются «неправильными» или «зигоморфными» (рис. 84, 2). Вспомним цветок, напоминающий крошечную архитектурную маску льва и в связи с этим именуемый «львиным зевом». Само его название говорит уже о симметрии цветка: ведь львиная морда имеет одну и только

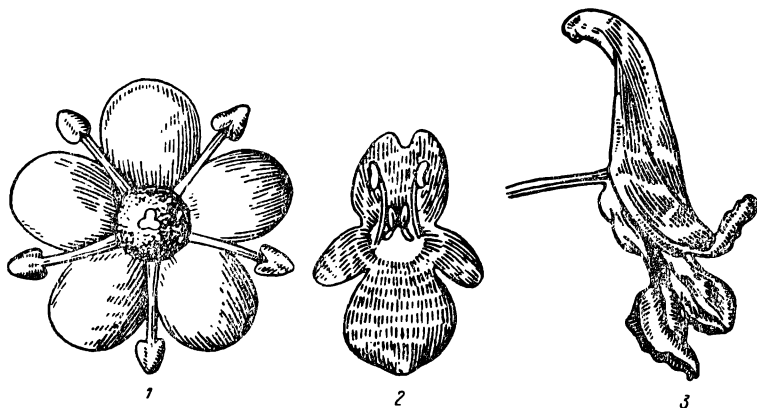


Рис. 84. Цветки: 1 — актиноморфный ( $L_5 P$ ); 2 — зигоморфный ( $P$ ), 3 — асимметричный (—). По П. М. Жуковскому.

одну плоскость симметрии. Цветки фиалок, бобовых, губоцветных растений представляют хорошие примеры фигур с симметрией типа  $P$ .\*

В курсах ботаники упоминаются еще и «асимметричные» цветки, вовсе лишенные видимых осей и плоскостей симметрии (рис. 84, 3). Очевидно, в самой природе таких растений заложено столь резкое отклонение от каких бы то ни было плоскостей симметрии, что на них нет следов даже ложных, навязанных средой плоскостей.

Правильные (актиноморфные) цветки, части которых расположены последовательными концентрическими кругами, называются «круговыми» или «циклическими». При геометрическом анализе таких образований целесообразно использовать понятия симметрии подобия А. В. Шубникова. Каждый последующий круг получается здесь из предыдущего с помощью трансляций подобия, идущих по радиусам из центра. Встречаются и такие цветки, в которых лепестки

\* Обширный материал, показывающий зависимость форм цветов и других частей растения от их положения, находится в труде: Г. Спенсер. Основания биологии. Сочинения, т. II, СПб. — Киев — Харьков, 1899.

и тычинки располагаются по спиралям.\* Эти спирали представляют как бы винтовые линии, накрученные на сильно уплощенный конус. Подобным фигурам следует приписывать наличие винтовых осей симметрии подобия с весьма малой трансляцией вдоль вертикальной оси. Само собой разумеется, что эти цветки, в зависимости от направления закрученности спирали, могут быть «правшами» или «левшами».

За исключением последних образований со спиралями, остальные актиноморфные и зигоморфные цветки, казалось бы, хорошо согласуются с требованиями принципа Кюри и могут служить наглядным пособием для демонстрации правила о развитии двух типов симметрии  $L_nP$  и  $P$ . Однако в работах Ю. А. Урманцева отмечены существенные упущения в прежних описаниях цветочных венчиков.

Внимательно рассматривая венчики актиноморфных цветков, увидим, что большинство из них не принадлежит к симметрии  $L_nP$ , отличаясь своей правизной или левизной\*\*. Это относится и к зигоморфным цветкам: точные исследования показывают, что их плоскости симметрии являются ложными, а сами они должны быть отнесены к асимметричным правым и левым фигурам. К числу характерных признаков, позволяющих различать правые и левые цветки, Ю. А. Урманцев относит: веерообразное наложение лепестков и чашелистиков по или против часовой стрелки, преимущественное их развитие в одном из направлений, скручивание тычинок и пестиков, спиральное расположение цвето-листочков. По сложным спиралям расположены и сближенные цветки в соцветиях.

Как видим, и здесь вступают в свои права спирали с их правизной и левизной. Уже говорилось, что их следует со всей строгостью отнести к винтовым осям симметрии подобия с очень малой трансляцией по вертикали. Судя по тому, как прочно укоренилась в ботанике традиция отнесения цветков к радиально-лучевой симметрии, перечисленные выше признаки улавливаются лишь при особо тщательных и скрупулезных исследованиях.

Вместе с тем нельзя не подчеркнуть еще раз того, что внешность цветков, взятая приближенно без учета деталей, несомненно, свидетельствует о большом влиянии на их формирование внешней среды.

Симметрия плодов с первого взгляда также, казалось бы, всецело согласуется с требованиями принципа Кюри. Висячие тяжелые плоды (яблоки, груши, апельсины) в основном развиваются по вертикали и тем самым получают симметрию радиально-лучевого типа. Последнее хорошо видно на рис. 85, изображающем поперечные сечения яблока ( $L_55P$ ) и апельсина ( $L_77P$ ). Однако исследования

---

\* Характерным примером может служить цветок махрового пиона. Такой цветок имеет иногда свыше 600 лепестков в спиральном расположении (по устн. сообщ. Л. А. Смирнова).

\*\* Ю. А. Урманцев. О диссимметрии листьев и цветков растений. ДАН СССР, т. 133, № 2, 1960, стр. 484.

Ю. А. Урманцева вносят и сюда соответственные уточнения. Оказывается, и на плодах обнаруживаются признаки левизны и правизны в виде скрученности, преимущественном развитии в одном направлении и т. д. \*

Итак, мы постепенно поднялись от корня до верхушки растения, всматриваясь в отдельные его части. Почти всюду с первого взгляда подтверждается наше общее правило: вертикальные части подчиняются конечной симметрии типа  $L_n nP$ , а боковые обнаруживают симметрию  $P$ . Вместе с тем при более тщательных исследованиях обнаруживаются следы собственной симметрии растений с их правизной и левизной, не подчиняющихся симметрии среды.



Рис. 85. Поперечные сечения: а — яблока ( $L_{55}P$ ), б — апельсина ( $L_{77}P$ ).

Мы ограничились рассмотрением одних лишь семенных (цветковых) растений. Достаточно, однако, вспомнить представителей других типов, например, грибы (слоевидные) или папоротникообразные, чтобы распространить наше общее заключение и на них. Изумительно разнообразно, отчетливо и красиво выражена симметрия на кактусах. Предоставляем самому читателю проверить на этих оригинальных растениях проявление принципа Кюри. Исключениями являются лишь мелкие бактерии и водоросли, плавающие во взвешенном состоянии и нередко несущие на себе следы шаровой симметрии среды.

В нашем анализе симметрии растительных форм были рассмотрены по отдельности корни, стебли, листья, цветки, плоды. Далее хотелось бы связать все эти детали в единое стройное целое и уловить те обобщающие законы, которые связывают их между собой. Здесь нам на помощь приходит великий поэт-натуралист И. В. Гёте, открывший явление «метаморфоза растений» («метаморфоз» — пре-

\* Ю. А. Урманцев. О диссимметрии листьев и цветков растений. ДАН СССР, т. 133, № 2, 1960, стр. 484.

вращение, преобразование, изменение форм)\*. В стихотворении, посвященном этому открытию, он пишет:

«В каждом цветочке есть сходство с другими, но есть и различье:  
Ясно, что в целом сокрыт дивный, могучий закон...» \*\*

В чем же заключается этот замечательный закон? Приведем цитату из старой «Истории индуктивных наук» В. Уэвеля, очень доходчиво объясняющую сущность открытия Гёте.

«Пусть читатель вообразит себе какой-нибудь цветок, например, обыкновенную дикую розу или цветки яблони и представит себе, что они состоят из ряда частей, расположенных кольцами, помещенными одно над другим на оси. Самое нижнее кольцо есть чашечка с ее пятью чашелистиками; над этим кольцом находится венчик со своими пятью лепестками; выше венчика расположено множество тычинок, на которые можно смотреть, как на отдельные кольца, состоящие из пяти тычинок и повторенные несколько раз. Выше этого находится кольцо, состоящее из плодников или из тех частей растения, которые в плоде его составляют вмещающие семян. В яблоке их бывает пять, соединенных вместе, а в розе — неопределенное число отделенных одно от другого.

Морфологический взгляд на эти явления состоит в том, что члены каждого из этих колец тождественны по своей природе и таковы, как будто бы они составляли обороты из обыкновенных листьев, сложенные между собой, вследствие укорачивания их общей оси и видоизмененные в своей форме...

Далее по этому же взгляду кольцо из самих листьев тождественно с рядом отдельных листьев, расположенных спирально по длине оси и сближенных вместе, вследствие укорачивания их оси. Таким образом, все части растения представляют только преемственные метаморфозы одного и того же элементарного члена. Корневые листья переходят в обыкновенные листья, эти листья — в прицветники, прицветники — в чашелистики, чашелистики — в лепестки, лепестки — в тычинки с их пыльниками, тычинки — в завязи с их столбиками и рыльцами, завязи, наконец, становятся плодом; и таким образом мы приходим к семени нового растения.» \*\*\*

После этой цитаты нам будут понятны и следующие стихотворные строчки Гёте:

«Стройным, красивым колечком становятся листья-малютки  
Или в числе небольшом, или без счету вокруг;  
Внешние чашечкой станут, цветочную ось окруживши,  
Внутренний ряд лепестков венчик роскошный родит.

---

\* И. И. К а н а е в. Иоганн Вольфганг Гёте. Наука, 1964, стр. 85—127.

\*\* Перевод Н. А. Холодковского. Дословный перевод этого же текста приведен на стр. 6.

\*\*\* В. У э в е л л ь. История индуктивных наук. Т. 3. Пер. М. А. Антоновича. СПб., 1869, стр. 560—561.

Ныне блистает растение полной своей красотой:  
Члены за членами в нем в стройном порядке идут,  
Сочными листьями стебель покрыт — и, пышно качаясь,  
Дивно-прекрасный цветок гордо венчает его...» \*

Гёте считал, что цветок представляет собой результат превращения листа, а самому листу он приписывал роль структурной морфологической единицы растения. «Всё есть лист, а в силу этой простоты становится возможным величайшее многообразие», — утверждал великий поэт.\*\* «Различные части растения возникают из одного тождественного органа, который, оставаясь в основе своей всегда одним и тем же, модифицируется и изменяется путем прогрессивного развития»\*\*\*.

Современные ботаники вносят серьезные поправки к этой теории. «Учение Гёте о том, что цветок представляет собой совокупность метаморфозов вегетативного листа, удерживается еще и в настоящее время в ряде руководств по ботанике. Однако цветок произошел не из вегетативного побега, а из спороносного побега. В цветке покрытосемянных сосредоточены неметаморфозованные вегетативные листья, а листоподобные спорофиллы.»\*\*\*\*.

И всё же, несмотря на такие поправки, новейшие авторы очень высоко расценивают открытие Гёте. «Историческая роль Гёте в морфологии растений заключается в том, что он основал на глубоких философских началах онтогенетическую (т. е. индивидуальную для данного растения. — И. Ш.) морфологию растений, морфологию развития», подчеркивает известный советский ботаник чл.- корр. АН СССР А. Л. Тахтаджян\*\*\*\*\*. Для целей, поставленных в нашей работе, отмеченные выше поправки к учению Гёте не столь уж существенны. Нам важна та общая «гармония», которую уловил в растениях гениальный натуралист-художник. В самом деле, «метаморфоз» Гёте — это обобщенная картина живой динамической симметрии растений, требующая своего окончательного оформления в виде стройного геометрического закона. Следует заметить, что сам Гёте демонстративно отстранялся от математического подхода к природным явлениям. «Разделять и считать было чуждо моей природе», — презрительно повторял он\*\*\*\*\*. «Метаморфозу открыли не математики! Я открыл ее без математики, и математики должны были принять ее», — горделиво возглашал поэт\*\*\*\*\*. С явным неодоб-

---

\* Перевод Н. А. Холодковского. Из книги: И. В. Гёте. Избранные сочинения по естествознанию. Сер. «Классики науки». Изд. АН СССР, 1957, стр. 85.

\*\* И. И. Кананев. Иоганн Вольфганг Гёте. Наука, 1964, стр. 100.

\*\*\* Там же, стр. 107.

\*\*\*\* П. М. Жуковский. Ботаника. Изд. «Высшая школа», 1964, стр. 357.

\*\*\*\*\* А. Л. Тахтаджян. Вопросы эволюционной морфологии растений. Изд. ЛГУ, 1954, стр. 214.

\*\*\*\*\* И. И. Кананев. Иоганн Вольфганг Гёте. Наука, 1964, стр. 90.

\*\*\*\*\* Разговоры Гёте, собранные Эккерманом, ч. I. Пер. Д. В. Аверкьева. СПб., 1891, стр. 244.

рением отнесся он к учению о симметрии растений швейцарского ботаника О. Декандоля (1778—1841). Эта попытка была им расценена как «простая иллюзия». И всё же именно учение о симметрии с ее новейшими расширенными понятиями прекрасно согласуется с «гармонией» Гёте.\*

Вернемся еще раз к приведенной выше цитате из Узелля. В ней говорилось о том, что корневые листья переходят в обыкновенные листья, эти листья сменяются прицветниками, прицветники — чашелистиками, чашелистики — лепестками, лепестки — тычинками, тычинки — завязью... Вспомним теперь симметрию взаимного расположения всех этих деталей растения относительно его стебля. Корневые листья сосредоточены внизу стебля, обычно в виде кольца с видимой симметрией  $L_n nP$ . Дальше начинается усиленный рост стебля вверх. При этом вступает в силу вертикальная трансляция, нарушающая плоскости симметрии и превращающая простую ось симметрии в винтовую (вернее, в винтовую ось симметрии подобия). Затем происходит торможение, а после и прекращение верхушечного роста стебля. Тем самым вертикальная трансляция исчезает и снова возникает круговое («мутовчатое») расположение чашелистиков, тычинок и плодolistиков с видимой симметрией  $L_n nP$ .

Боковые детали растения как бы поднимаются вдоль винтовой лестницы вокруг стебля, по временам останавливаясь и группируясь на площадках этой лестницы. Нельзя ли вообразить себе такой общий элемент симметрии, с помощью которого можно было бы охарактеризовать движение этих боковых деталей, попутно выводя их друг из друга?

Здесь на помощь приходят исследования Ю. А. Урманцева, обнаружившего во всех частях растений, даже имеющих на вид радиально-лучевую симметрию, наличие винтовых и спиральных элементов с присущими им левизной и правизной. Все эти спирали и винты можно объединить единой винтовой осью симметрии подобия. Вертикальная трансляция этой оси не только изменяется в своих масштабах, но по временам и вовсе замирает. Такая особая ось симметрии подобия дает нам наглядное понятие о динамике роста растения. Но это еще не всё. Необходимо учитывать то, что листья на стебле не одинаковы по своей природе с листоподобными деталями цветка (вспомните поправки к учению Гёте). Здесь уже геометрия встречается с физиологическими особенностями растения. Переход от одних деталей к другим совершается не простым действием элементов симметрии подобия, но сопровождается еще и существенным изменением природных свойств этих деталей. Очевидно, здесь можно было бы использовать понятие многоцветной симметрии, условно раскрасив витки винтовой оси в разные цвета. Соответствующие детали при этом не только повторялись бы вокруг винтовой оси симметрии подобия, изменяясь в масштабах и замедляя или

---

\* Разговоры Гёте, собранные Эккерманом. Перевод Д. В. Аверкпева. СПб., 1905, ч. 2, стр. 378—379.

убыстря шаг трансляции, но, кроме того, попутно еще и меняли бы приданную им окраску. Само собой разумеется, что цветные винтовые оси симметрии подобия существенно отличаются от встречавшихся нам выше винтовых осей симметрии подобия на кристаллах (рис. 66). Их точная и строгая математика еще ждет своих истолкователей.

В книге американского искусствоведа Д. Хэмбиджа высказано следующее мнение: «Статическая симметрия представлена в природе строением кристаллов. Но эта симметрия, как указывает ее название, является пассивной, в известном смысле неподвижной симметрией. Симметрия растущего растения, напротив, кажется активной; это динамическая симметрия — симметрия движения».\*

Вряд ли можно безоговорочно согласиться с Д. Хэмбиджем, охарактеризовавшим симметрию кристаллов как нечто «неподвижное». Рост кристаллов с его чувствительностью к изменениям внешней среды, особенностями развития плоскогранных и усложненных форм — все это плохо вяжется с «пассивностью» и «неподвижностью». Однако в отношении симметрии растений американский автор безусловно прав. Эта симметрия действительно является «активно-динамической», резко изменяясь на протяжении различных периодов роста, и не только геометрически, но и физиологически.

Заканчивая на этом свое знакомство с метаморфозом растений, подчеркнем еще раз, что «гармония», открытая великим поэтом, вводит нас в круг понятий о поразительно изменчивой, текучей, «активно-динамической» симметрии растений, характеризующейся вообще винтовыми осями цветной симметрии подобия.

Быть может, несмотря на приведенный выше материал, все же следует несколько подробнее остановиться на следующем вопросе: являются ли формы растений «собственными» для того или иного их вида или их следует отнести к «вынужденным», навязанным растению питающей средой, находящейся в поле земного тяготения? Ответ на такой вопрос может дать интересный опыт, описанный в книге Г. В. Вульфа.\*\*

Растение во время его цветения прикреплялось к особому аппарату, вращавшемуся с помощью часового механизма. Стебель растения вращался в вертикальной плоскости вокруг перпендикулярной к этому стеблю горизонтальной оси, верхушка растения, поднимаясь и опускаясь, описывала круги. При этом сила тяжести действовала на растение по различным направлениям, утратив свое постоянное характерное действие, направленное сверху вниз. Распустившиеся в таких условиях цветы с симметрией  $P$  приобретали радиально-лучевую симметрию  $L_n n P$ , т. е. превращались из неправильных (зигоморфных) в правильные (актиноморфные). На рис. 86а изобра-

---

\* Д. Хэмбидж. Динамическая симметрия в архитектуре. Изд. Всес. акад. архитектуры, М., 1936, стр. 37.

\*\* Г. В. Вульф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 292—293.



жен обычный цветок иван-чая с симметрией  $P$ . Цветок того же растения, распустившийся в условиях описанного выше опыта, имеет симметрию  $L_4P$  (рис. 86б).

Из этого следует, что столь знакомые нам законы видимой симметрии растений  $L_nP$  и  $P$  являются в основном вынужденными.

Изменяя условия опыта, можно, оказывается, переходить от одного типа симметрии к другому. Обусловленное ими развитие форм также является в основном вынужденным или, вернее, 'компромиссным между «собственным» и «вынужденным».

О собственных формах растений следует отчасти судить по отклонениям от радиально-лучевой и плоскостной симметрии, т. е. по деталям, указывающим на их правизну и левизну. Идеально образованные собственные формы, очевидно, можно было бы воспроизвести с помощью специально поставленных опытов, в условиях невесомости и всестороннего и равномерного питания (т. е. в среде с шаровой симметрией).

До сих пор шла речь о развитии растений при более или менее нормальных условиях в поле земного тяготения. При этом подток питающего вещества поступал со всех сторон — как сверху (из воздуха), так и снизу (из почвы). В результате, как мы убедились, преобладающая в данной среде симметрия конуса явно накладывает свой характерный отпечаток на растение. Существуют, однако, различные побочные обстоятельства, нарушающие и усложняющие симметрию окружающей среды, а вместе с тем и условия питания. Эти обстоятельства нельзя не учитывать, так как они принимают важное участие в формировании растений.

Известно, например, что ветры, дующие преимущественно в одном направлении, губят почки на наветренной стороне ствола, в связи с чем ветви развиваются преимущественно на подветренной стороне дерева. Крона такого дерева приобретает «флагообразный» характер\*. Легко сообразить, что в струе воздуха, устремленной в одну сторону (так же, как и в потоке воды), можно обнаружить плоскости симметрии, совпадающие с направлением ветра. Подобная плоскость постепенно и налагает свой отпечаток на дерево, находящееся в воздушной среде. Ясно, что «флагообразная» форма дерева имеет плоскость симметрии, направленную вдоль ствола и «полотнища флага». Бывает и так, что весь древесный ствол под сильным напором ветра изгибается и продолжает развиваться в таком

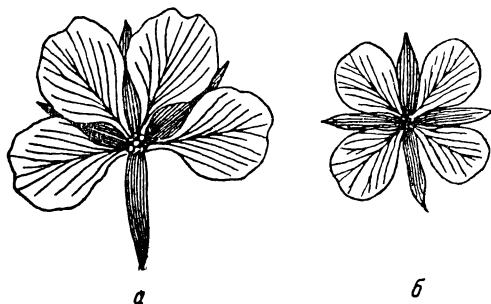


Рис. 86. Превращение зигоморфного цветка (а) в актиноморфный (б). По Г. В. Вульффу.

\* П. М. Жуковский. Ботаника. 1964, стр. 582.

изогнутом виде. При этом изгибается и вертикальная ось симметрии, совпадающая со стволом, а также и плоскости симметрии, пересекавшиеся вдоль него (за исключением той плоскости, которая совпала с направлением потока ветра).

При описании таких деревьев целесообразно пользоваться понятиями «криволинейной симметрии». Существенное влияние на развитие растительных форм оказывает также и солнечный свет. Сосна, выросшая в лесу, в связи с тем, что солнечный свет затемняется соседними деревьями, старательно вытягивается кверху. В результате образуется прямой высокий ствол без сучьев и с небольшой кроной. В отличие от своей лесной родственницы сосна, выросшая в открытом поле, отличается коротким стволом и раскидистой кроной. Видимая симметрия для обеих сосен одна и та же  $L_n n P$ , но присутствующие в них трансляция роста резко отличаются друг от друга. Примем во внимание и такой случай, когда дерево растущее в лесу, получает искаженную форму вследствие неравномерно теснящих ее соседей и других особенностей среды.

Как тут не вспомнить еще раз уродливый, несимметрично развитый дуб, обессмерченный Л. Н. Толстым (стр. 59)?

Все эти искаженные формы с характерной симметрией или асимметрией всем своим видом наглядно рассказывают об особенностях вырастившей их среды, со всеми ее отклонениями от идеализированных «нормальных» условий.

Здесь уместно дать слово французскому писателю М. Швобу, напоминающему нам о бесконечном разнообразии реальных природных форм. «Посмотрите на древесный лист с его капризными жилками, с его оттенками, меняемыми тенью и солнцем, отметьте на нем припухлость от упавшей капли дождя, укол, оставленный насекомым, серебристый след улитки, первую смертную позолоту, что налагает осень; найдите такой же другой во всех дубравах земного шара: бысь об заклад, — не найдете...»\*.

Писатель прав: каждый листок, каждое отдельное растение имеет свои неповторимые индивидуальные особенности, обусловленные бесчисленными вариациями среды в данной точке на Земле. Описывать, изображать неповторимые эти особенности — дело поэта, художника. Ученый должен обращать преимущественное внимание на обобщающие закономерности, касающиеся не только отдельных индивидов, но и всех представителей данного вида. Все это и заставляет нас дать в виде концовки некоторые обобщения, касающиеся симметрии растений в широком обновленном смысле этого понятия.

Если бы нам захотелось в самом грубо приближенном виде сконструировать схематическую модель симметрии растения, выросшего в поле тяготения, то мы предложили бы взять винтообразную пружину и поместить ее под конусообразный колпак так, чтобы их оси совпадали. Такая модель дает упрощенное понятие о двойственной

---

\* М. Ш в о б. Вымышленные жизни. Изд. «Гриф», М., 1909, стр. 6.

природе симметрии растения\*. Пружина напоминает нам о собственной иногда замаскированной «гомологической винтовой оси цветной симметрии подобия» с ее правизной или левизной, заложенной в самой природе растения. Колпак в форме конуса изображает симметрию среды  $L_\infty \infty P$ , наложенную на собственную симметрию растения и придающую ей вынужденную видимую симметрию типа  $L_n n P$  или  $P$ . Это-то, по сути дела, «ложная симметрия», навязанная давлением и подтоком питания в условиях поля тяготения, и бросается нам прежде всего в глаза. Она же придаст внешнее сходство растительным формам с формами некоторых животных и даже камней.

---

\* Глядя на такую модель, следует, конечно, помнить, что в действительности вершина «конуса земного тяготения» направлена к центру Земли, а конусообразная форма деревьев представляет результат борьбы растущего вверх дерева и сил земного тяготения.



## ОТ НЕПОДВИЖНОСТИ К ПОЛЗАНИЮ, ПЛАВАНИЮ, ПОЛЕТУ

### ФОРМЫ И СИММЕТРИЯ БЕСПОЗВОНОЧНЫХ ЖИВОТНЫХ

Мир под морской водой...  
Немые пловцы среди скал, кораллов, травы, камышей —  
и пища для этих пловцов;  
Сонные существа, что пасутся, повиснув глубоко под  
водой, или медленно ползут у самого дна...

Уолт Уитмен

Переходя к изучению морфологии беспозвоночных, мы ощущаем полную растерянность. Ведь сюда относятся многочисленные группы самых разнообразнейших существ, начиная от одноклеточных амёб и кончая сложнейшими каракатицами и осьминогами. Одних насекомых в настоящее время описано около 700 000. Как подойти к этой массе живых тел, зачастую не имеющих, по-видимому, ничего общего между собой (всех их объединяет только отсутствие позвоночника)? Сумеет ли мы выявить обобщающие законы для их внешних форм? Удастся ли установить и здесь влияние универсального принципа симметрии в условиях поля земного тяготения с его двумя характерными типами симметрии?

В качестве путеводителя по безбрежному морю беспозвоночных существ нам далее будет служить обстоятельная монография известного советского зоолога профессора В. Н. Беклемишева\*. Автор обращает особое внимание на симметрию животных, а ведь это как раз то, что нас интересует в первую очередь. Здесь мы не собираемся пространно пересказывать содержание упомянутого труда. Отсылаем заинтересованных читателей к самой монографии, а сейчас ограничимся лишь теми отдельными деталями, которые имеют непосредственное отношение к нашей теме. Прежде всего, отметим отсутствие резких границ между низшими растениями и животными. Прodelав мысленно путешествие вспять к самым истокам жизни на Земле, мы увидим, что по мере приближения к этим истокам нам будет все труднее отличать растения от животных. Казалось бы, отличительным признаком последних является их способность к передвижению. Однако морские губки, полипы, усонogie раки и другие беспозвоночные проводят всю жизнь, прикрепившись к морскому дну и не передвигаясь с места на место. Вместе с тем блуждающие

---

\* В. Н. Беклемишев. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. 1, 2, Наука, 1964.

споры водорослей, бактерий и прочих представляют примеры передвижающихся растений.

Учитывая сказанное, следует ожидать, что видимая симметрия, а вместе с тем и внешняя форма отдельных растительных и животных тел могут быть очень похожими. И действительно, некоторые гидрополипы почти не отличаются по очертаниям от мхов и водорослей. Колонии кораллов как бы дублируют заросли кустарников. Сами названия «морских лилий» и «морских анемонов», относящихся к беспозвоночным животным, указывают на их сходство с цветами.\* Все эти примеры показывают, что законы симметрии растений, рассмотренные в предыдущей главе, должны хотя бы отчасти повториться и в мире беспозвоночных животных. Начнем наш краткий обзор

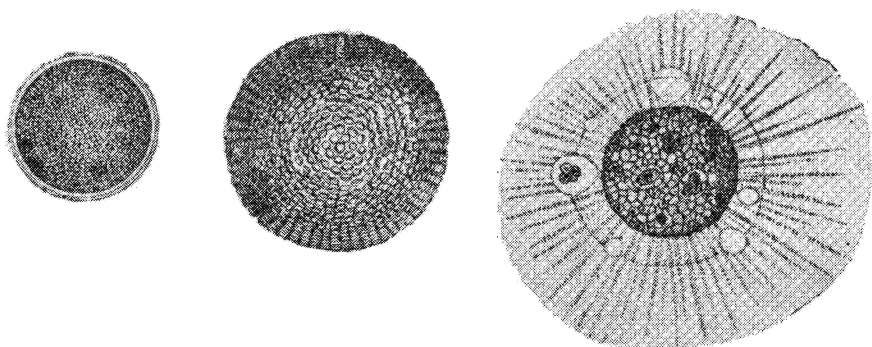


Рис. 87. Простейшие, обладающие шаровой формой. По В. Н. Беклемишеву.

с простейших животных (Protozoa). Сюда относится множество микроскопических одноклеточных организмов. Некоторые из них, например фораминиферы (корненожки), радиолярии (лучевики), имеют твердую известковую или кремневую раковину (скелет). Оказывается, что здесь среди самых, казалось бы, примитивных малюток формы и симметрия поражают своим совершенством и разнообразием.

Вспомним главу о кристаллических формах, где наиболее полное и совершенное развитие собственных форм с соответственной симметрией было связано с всесторонним и равномерным подтоком питающего вещества к висящему в растворе или расплаве кристаллу. По аналогии мы вправе ожидать наиболее высокой симметрии и для простейших животных, плавающих во взвешенном состоянии в однородной среде без всякого активного поступательного движения. Наиболее податливые из них могут даже всецело подчиняться шаровой симметрии среды. Именно к таким образованиям принадлежат простейшие с более или менее правильной сферической формой и соответственной симметрией  $\infty L_{\infty} \infty PC$  (рис. 87). В отличие от этой предельно высокой симметрии так называемые «правильные

\* Примеры взяты из книги П. М. Жуковского «Ботаника», 1964, стр. 19.

полиаксонные» \* (т. е. многоосные) формы обладают, как и правильные многогранники, строго определенным числом осей и плоскостей симметрии. Тем самым они должны обязательно подойти под один из классов симметрии в табл. 1 и 3 (стр. 29, 32). Так, например, радиолария на рис. 88а имеет скелет в виде шероховатого шарика с шестью радиальными иглами, расходящимися под прямыми углами наподобие трех координатных осей симметрии у куба. Легко понять, что и вся симметрия этого тела такая же, как у модельного куба,  $3L_44L_36L_2$  9PC.

В точности такой же симметрией обладает и скелет радиоларии на рис. 88б с двенадцатью «перекладинками», расположенными в виде

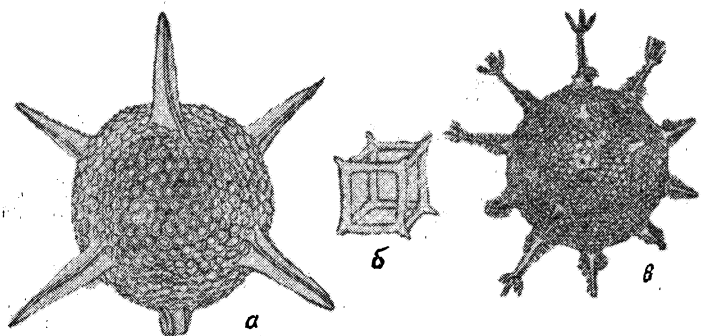


Рис. 88. Полиаксонные формы радиоларий. а —  $3L_44L_36L_2$  9PC; б —  $3L_44L_36L_2$  9PC; в —  $6L_510L_315L_215PC$ . По В. Н. Беклемишеву.

ребер геометрического куба. Предыдущие два случая не отклоняются от кристаллографической симметрии (вспомните, как часто фигурирует кубическая огранка на кристаллах). В отличие от них радиолария на рис. 88в обладает осями и плоскостями правильного додекаэдра, невозможного для кристаллов, и имеет запретную в кристаллографии симметрию  $6L_510L_315L_215PC$ .

По аналогии с идеально образованным кристаллом можно утверждать, что и «правильные полиаксонные» формы так же, как и сферические, образовались во взвешенном состоянии внутри однородной среды без какого-либо строго направленного движения. Это видно хотя бы из того, что их оси, торчащие пучками в разные стороны, развиты одинаково (см. рис. 88а и 88в).

К этим формам близки и так называемые «ставраксонные» (т. е. с пересекающимися осями) гомополярные фигуры. В них имеется одна главная ось симметрии  $L_n$  обычно с перпендикулярными ей двойными осями  $nL_2$  и иногда плоскостью  $\Pi$ , а также с  $n$  плоскостями симметрии, идущими вдоль  $L_n$  (см. табл. 1, графы 5 и 7). Наиболее

\* Прилагательное «аксонный» у биологов соответствует слову «акспальный» у кристаллографов.

высокой симметрией среди разновидностей данного типа будут характеризоваться фигуры с симметрией цилиндра или эллипсоида вращения  $L_{\infty} \propto L_2 \propto РПС$ . Последний, как известно, можно получить из шара путем его растяжения или сплющивания вдоль одного из диаметров. Отсюда выясняется родственная близость этих двух геометрических фигур. Именно такой симметрией обладают некоторые раковины корненожек, напоминающие по форме круглые плоские монеты или короткие отрезки цилиндра.\*

Примерами образований все того же «ставраксонно-гомополярного типа» служат радиолярии на рис. 89а и б. Первая имеет симметрию типа  $L_n L_2 n РПС$ . Для второй мы легко устанавливаем  $L_3 (L_2) 3L_2 3РП$ . Важно отметить, что оба конца (два «полюса»)

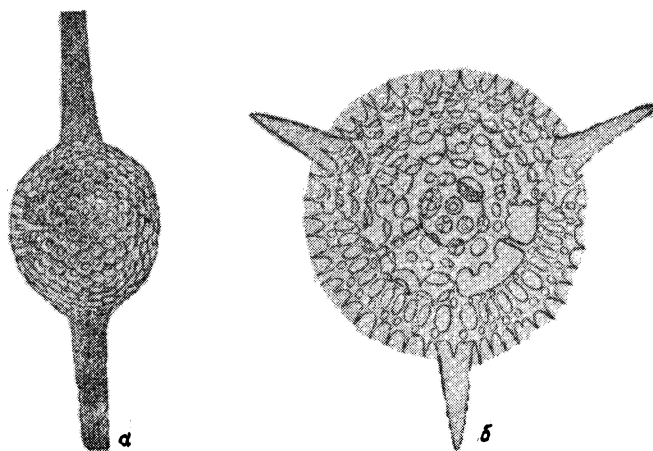


Рис. 89. Ставраксонные, гомополярные формы радиолярий. а —  $L_n L_2 n РПС$ ; б —  $L_3 (L_2) 3L_2 3РП$ . По В. Н. Беклемишеву.

главной оси всюду здесь одинаковы. Это обстоятельство указывает на отсутствие направленного движения во время формирования подобных фигур.

Иная картина наблюдается для «монаксонных (одноосных) гетерополярных» форм (так зоологи именуют радиально-лучевые образования). Симметрия таких фигур снова приводит нас к хорошо знакомому закону  $L_n n P$ . Ясно, что оба конца единственной оси симметрии здесь неодинаковы: эта ось является «полярной».

Вот как объясняет происхождение подобных фигур В. Н. Беклемишев. Такая симметрия образуется в том случае, когда одним концом животное прикрепляется к морскому дну, а другой торчит свободно вверх. Тут мы, конечно, должны вспомнить растения,

\* В. Н. Беклемишев. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. I, 1964, стр. 25.

также прикрепленные к определенным точкам на земле и также развисяющиеся, в основном, по вертикали. Тот же тип симметрии может возникнуть и у животного, активно плавающего в любом направлении. При этом один конец его оси обращен вперед, а другой — назад. Симметрия всесторонне окружающей его водной среды соответствует симметрии шара ( $\infty L_{\infty} \infty PC$ ). При направленном движении вдоль любого радиуса такого шара сохраняются лишь элементы симметрии типа  $L_n P$ . Наконец, встречается и еще один интересный случай. У некоторых радиолярий в центральной капсуле имеются капельки жира, служащие поплавком. Тело животного как бы висит на этих капельках, а его скелет приобретает форму крохотного парашюта все с той же симметрией  $L_n P$ .\*

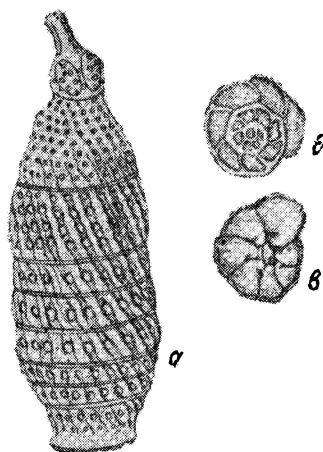


Рис. 90. Простейшие с винтовым и спиральным строением. По В. Н. Беклемишеву.

Итак, даже среди простейших мы снова встречаемся с одним из основных законов природной симметрии  $L_n P$ . В отличие от него столь привычный нам «билатеральный» тип наблюдается у простейших относительно редко. Подобная симметрия возникает, как мы знаем, в связи с активным поступательным движением, а именно с ползанием по дну. При этом двусторонняя симметричность вызывается одинаковым воздействием среды на обе половины движущегося животного. Кроме того, у простейших животных наблюдается еще один тип симметрии, связанный с тем, что их поступательное движение при плавании нередко сопровождается вращением животного вокруг оси.\*\* Поэтому здесь довольно часто реализуется тип «вращательной

симметрии», характеризующийся одной лишь осью — левой или правой — без дополнительных плоскостей симметрии. В результате иногда даже образуются формы, закрученные винтом и, следовательно, обладающие не простой, а винтовой осью бесконечной симметрии, небольшой обрывок которой совпадает с телом животного (рис. 90а). Наконец, существуют и спирально построенные раковинки с винтовыми осями симметрии подобия (рис. 90 б, в).

Особенно интересны формы, образовавшиеся в результате вращательного движения вокруг винтовой оси, лежащей вне тела животного. Такие своеобразные тела являются как бы отдельными фрагментами незавершенной фигуры с винтовой симметрией (рис. 91).

\* В. Н. Беклемишев. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. I, 1964, стр. 30.

\*\* В. Н. Беклемишев. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. I, 1964, стр. 32.



Даже самый беглый просмотр простейших животных показал нам необычайное разнообразие в симметрии их внешних форм. Все это вызывается свойствами среды, в которой обитает животное, а также особенностями его движений. Мир крошечных простейших организмов может служить, как видим, богатым и прекрасным иллюстративным материалом к принципу Кюри. Ведь согласно этому принципу необходимо учитывать и строение среды, и состояние движения изучаемого объекта относительно этой среды, и движение последней относительно объекта (стр. 53). Вследствие своих малых размеров, легкости и взвешенного состояния внутри среды большинство рассмотренных выше форм ускользает от одностороннего влияния силы тяготения.

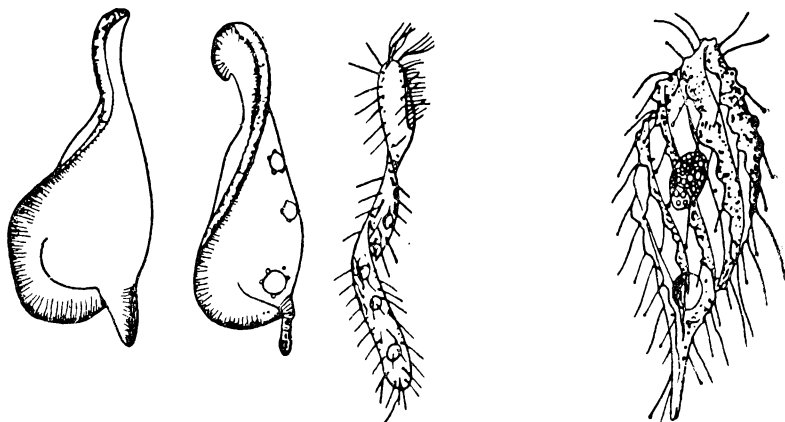


Рис. 91. Винтовая симметрия инфузорий. По В. Н. Беклемишеву.

Переходим далее к многоклеточным беспозвоночным (Metazoa). Здесь мы сразу же встречаемся с двумя, и только с двумя, столь привычными нам типами симметрии  $L_nP$  и  $P$ . Симметрия Metazoa бывает только радиальной  $L_nP$  и билатеральной  $P$ . Эволюция Metazoa сводится вкратце к следующим этапам. Первоначально они были свободно плавающими и обладали радиальной симметрией  $L_nP$ . (Мы уже знаем, что симметрия окружающей их водной среды — шаровая  $\infty L_\infty \infty PC$ ). Свободно двигаясь в такой среде, животные сохраняют симметрию радиуса шара, т. е.  $L_\infty \infty P$  или  $L_nP$ . Радиальная их симметрия развивалась, как видим, в связи с активным плаванием в любых направлениях. Впоследствии эти первичные Metazoa дали начало трем различным позднейшим типам беспозвоночных животных. Первый сохранил прежний плавающий образ жизни, а вместе с ним и свою первичную симметрию  $L_nP$ . Второй перешел в сидячие (придонные) формы. Как и следовало ожидать, радиальная симметрия оказалась весьма подходящей к условиям жизни на дне. В самом деле, если для свободно плавающего организма симметрия водной среды является шаровой, то для прикрепленного.

ко дну беспозвоночного животного симметрия все той же водной среды выражается симметрией шара, разрезанного пополам. Здесь присутствует одна ось  $L_\infty$  и бесчисленное множество плоскостей, пересекающихся вдоль этой оси ( $L_\infty \infty P$ ). Плоскость разреза совпадает при этом с поверхностью дна. Ось  $L_\infty$  стоит вертикально. Эта симметрия полностью согласуется с симметрией конуса земного тяготения, совпадая с ним и в отношении своей ориентировки. Вот почему формы с радиальной симметрией  $L_\infty \infty P$  и подчиненными ей видами  $L_n n P$  так характерны для беспозвоночных, ведущих сидячий образ жизни.

Третий тип позднейших Metazoa перешел к ползанию в одном направлении и в результате приобрел билатеральную симметрию  $P$ . «Гад морских подводный ход», по словам А. С. Пушкина, в виде поступательного движения существенно видоизменил их форму, придав ей так хорошо знакомую нам зеркальную симметрию. Передняя часть тела такого животного отличается от задней, верхняя от нижней, но правая и левая части зеркально равны друг другу. Вот как характеризует эту симметрию Г. В. Вульф: «Есть только один случай симметрии, который не только не мешает поступательному движению, но, наоборот, в высшей степени ему способствует. Это та симметрия, при которой животное устроено одинаково с одной и с другой стороны направления перемещения — симметрия с одной вертикальной плоскостью, т. е. та симметрия, которая у зоологов зовется двусторонней (билатеральной)»\*. Еще и еще раз подчеркнем, что такая симметрия возникла у беспозвоночных животных в результате направленного ползания по дну. Все высшие животные сохранили впоследствии эту, такую удобную в условиях поля земного тяготения билатеральную симметрию.

Как видим, существа, занимающие более высокие ступени на лестнице эволюции, обладают менее высокой симметрией (происходит как бы обеднение симметрии от  $\infty L_\infty \infty PC$  к  $L_n n P$  и  $P$ .\*\* Однако

---

\* Г. В. В у л ь ф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1958, стр. 288.

\*\* Известный математик Г. Вейль в сугубо схематизированном виде описал такую эволюцию симметрии следующим образом. «Сгусток материи, ничем не стесненный в отношении развития своей симметрии, за исключением того, что он находится в некоторой точке, получает облик шара с центром в этой точке. Соответственно со сказанным, простейшие животные, находящиеся в воде во взвешенном состоянии, более или менее шарообразны. Для животных, прочно сидящих на морском дне, играет существенную роль направление силы тяжести. Оно сводит совокупность всех поворотов вокруг центра, имевших место в сферической симметрии, к поворотам вокруг одной оси. Однако для животных, способных передвигаться в воде, по воздуху или по земле, направление, вдоль которого движется их тело (сзади — вперед), и направление силы тяжести имеют различное влияние. Установив направление оси, вдоль которой движется животное, остается лишь определить, какие части тела являются правыми или левыми. Для этой стадии нельзя ожидать более высокой симметрии, чем билатеральная» (H. Weyl. Symmetrie. 1955, стр. 34). Еще в более о математиченном виде можно было бы свести такую эволюцию к следующему. Сначала имеем симметрию шара в трехмерном пространстве ( $\infty L_\infty \infty PC$ ), затем — симметрию проек-

в природе дело обстоит не так уж прямолинейно просто. Известны случаи возвращения от низкой к более высокой симметрии. Так, например, некоторые билатеральные формы, снова вернувшиеся от ползания к сидячему образу жизни, вторично приобрели радиальную симметрию (конечно, при условии, что такой образ жизни длился сотни миллионов лет). Именно такую вторичную радиально-лучевую симметрию имеют иглокожие. Просмотрим теперь ряд характерных иллюстраций. В первую очередь остановимся на старейших многоклеточных обитателях морей и водных бассейнов, а именно на археоциатах. В геологии они занимают почетное место в качестве «первых животных строителей морских известковых рифов».\* Название этих животных в переводе с греческого значит «древние кубки (бокалы)». Такое название дает очень точное понятие о внешней геометрии их форм в виде кубков, чаш, конусов с более или менее совершенно выраженной симметрией типа  $L_n n P$  (рис. 92). Их тело имеет два резко различных конца: один прикреплен ко дну, другой обращен вверх. Оба конца испытывают воздействие различных сред (дно и вода), выполняют различные функции и имеют различное строение. Вместе с тем, со всех сторон по горизонтальным направлениям, перпендикулярным главной (вертикальной) оси и сходящимся к ней, наподобие радиусов, действие среды является совершенно одинаковым. Ясно, что симметрия подобной среды —  $L_\infty \infty P$  — и налагает свой характерный отпечаток на формы археоциатов.

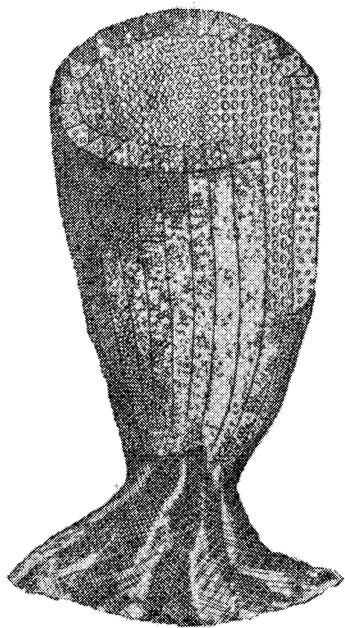


Рис. 92. Строение археоциата. Симметрия типа  $L_n n P$ .

Наблюдающееся иногда билатеральное развитие у некоторых представителей иглокожих связано или с действием сильного течения, или с боковым прикреплением животного, или с односторонним притоком пищи.\*\* Замечательные иллюстрации к сказанному приведены в книге известного советского геолога и палеонтолога Н. Н. Яковлева «Организм и среда». Нижеследующий отрывок из этого труда показывает изменение симметрии «морской лилии»

ции шара на двухмерную плоскость, т. е. симметрию круга ( $L_\infty \infty P$ ), а еще далее — симметрию проекции круга на одномерную прямую, т. е. симметрию отрезка  $P$ .

\* А. Г. Вологдин. Земля и жизнь. Изд. АН СССР, 1963, стр. 133.

\*\* В. Н. Беклемішев. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. 1964, стр. 73.

(иглокожего животного) под влиянием сильного морского течения.

«Обычно лилии морские имеют, подобно цветкам многих растений, радиальную, пятилучевую симметрию строения, выражающуюся особенно четко в присутствии пяти придатков — «рук», имеющих желобки на верхней поверхности. Колебательные движения мрщательных ресничек, находящихся на дне желобков, вызывают

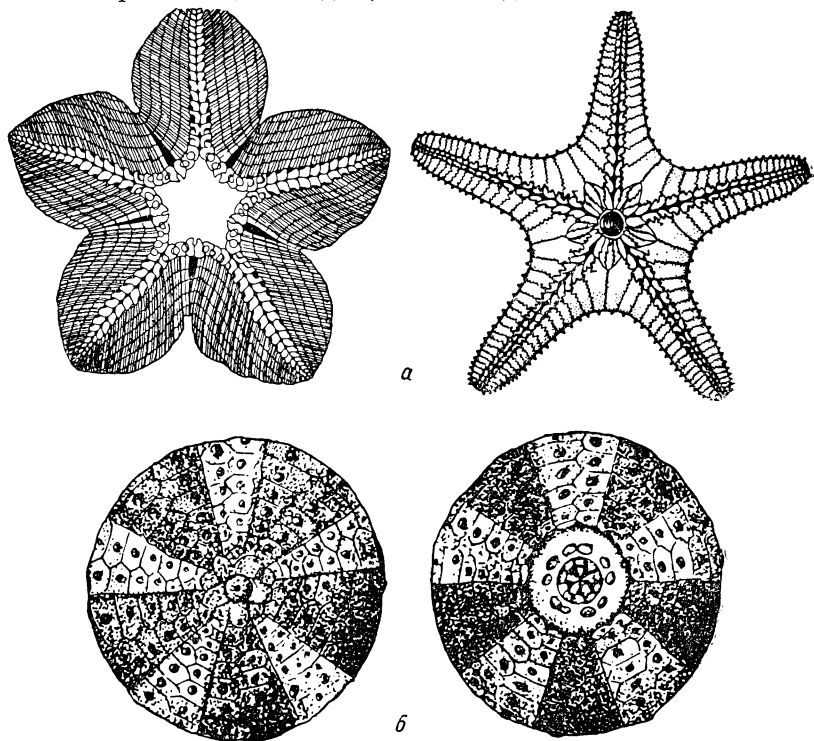


Рис. 93. Низшие морские звезды (а); морские ежи (б). Симметрия  $L_5^5P$ .

ток воды ко рту, приносящий пищевые частицы. Так бывает в особенности в спокойных, большей частью глубинных водах. Морская лилия в этом случае одинаково ориентирована во всех направлениях, так как вода струится одинаково по желобкам всех рук. При наличии определенного морского течения оно может не совпадать по направлению с током воды в некоторых из пяти рук; тогда эти руки становятся менее полезными, менее активными, а потому атрофируются, исчезают. Лилия оказывается с уменьшенным числом рук; вместо пятируких лилий получают трехрукие, однурукие и даже безрукие. В случае малоруких лилий — однуруких и трехруких — радиальная пятилучевая симметрия сменяется двусторонней симметрией, плоскость которой расположена по направлению течения.

Таких лилий в отношении симметрии можно поставить в параллель двусторонне симметричным цветкам, например бобовых и губоцветных растений». \*

Итак, на глубине в спокойных водах для животных, прикрепленных ко дну и тем самым ведущих сидячий образ жизни, наиболее свойственна радиально-лучевая симметрия. Эта же симметрия сохраняется у организмов, получивших возможность перемещаться, хотя и без определенной направленности. К таким именно существам относятся морские звезды и морские ежи. Известковые скелеты и панцири этих животных нередко демонстрируются в качестве наиболее наглядных образцов радиально-лучевых форм. Это классические примеры природных тел с прекрасно выраженной симметрией  $L_n P$ , где  $n$  обычно равно пяти (рис. 93). Данный род симметрии в дальнейшем становится помехой. В самом деле, следуя своей лучевой конфигурации, иглокожие могут передвигаться по разным направлениям. При движении в направлении одного из лучей остальные лучи не только помогают, а мешают. В результате некоторые морские ежи приобретают вытянутую в одном направлении форму, связанную с направленным перемещением животного (быть может, с роющим образом жизни). Ясно, что такое удлинение нарушает симметрию  $L_5 P$ , трансформируя ее в билатеральный тип с одной-единственной плоскостью симметрии (рис. 94). \*\*

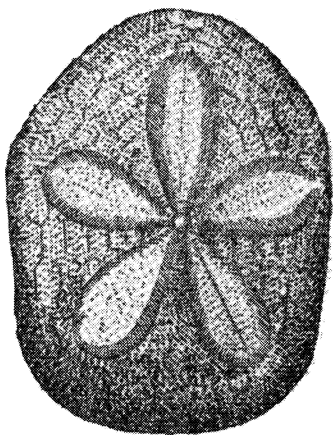


Рис. 94. Вытянутое тело морского ежа, демонстрирующее переход его симметрии от  $L_5 P$  к  $P$ . По Г. В. Вульффу.

Здесь следует напомнить, что в морской среде радиально-лучевая симметрия не препятствует направленному плаванию животного. Такой симметрией обладают, например, медузы, выталкивающие из-под себя воду нижними краями тела, напоминающего колокол или вернее абажур лампы (вспомните строки С. Есенина: «Не с того ль, как лампы с абажуром, светятся медузы из воды?...») (рис. 95). Однако на дне только один вид симметрии вполне согласуется с поступательным передвижением животного, не только не препятствуя, но всемерно способствуя ему, — это билатеральная симметрия с одной-единственной плоскостью  $P (m)$ .

Постепенные, иногда еле заметные переходы к этому именно виду обнаруживаются и на типичных радиально-лучевых телах.

\* Н. Н. Яковлев. Организм и среда. Изд. АН СССР, 1956, стр. 23—24.

\*\* Г. В. Вульф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 286—287.

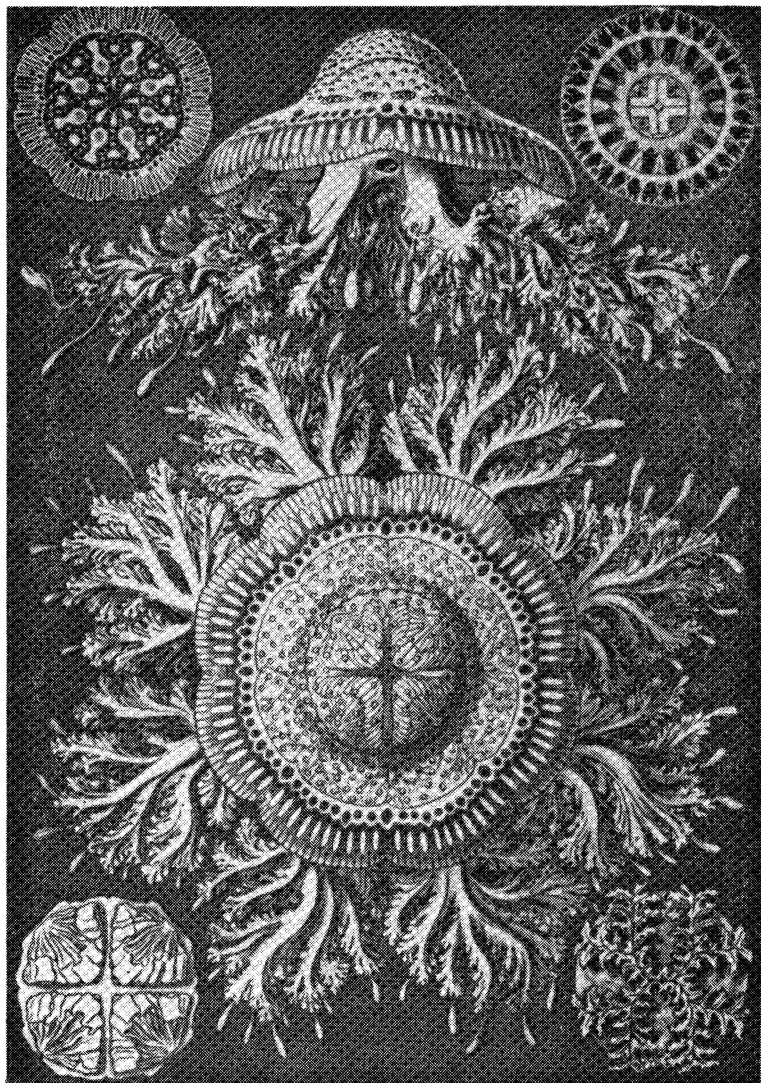


Рис. 95. Медуза с симметрией  $L_{44}P$ . По Е. Гекелю.

Выше уже упоминались вытянутые формы морских ежей, представляющие перестройку «монаксонно-гетерополярной» фигуры на новый «билатеральный» лад. Так называемая «мадрепорова пластинка» у морской звезды помещается вне ее главной оси, снижая общую симметрию тела  $L_{55}P$  до  $P$ .

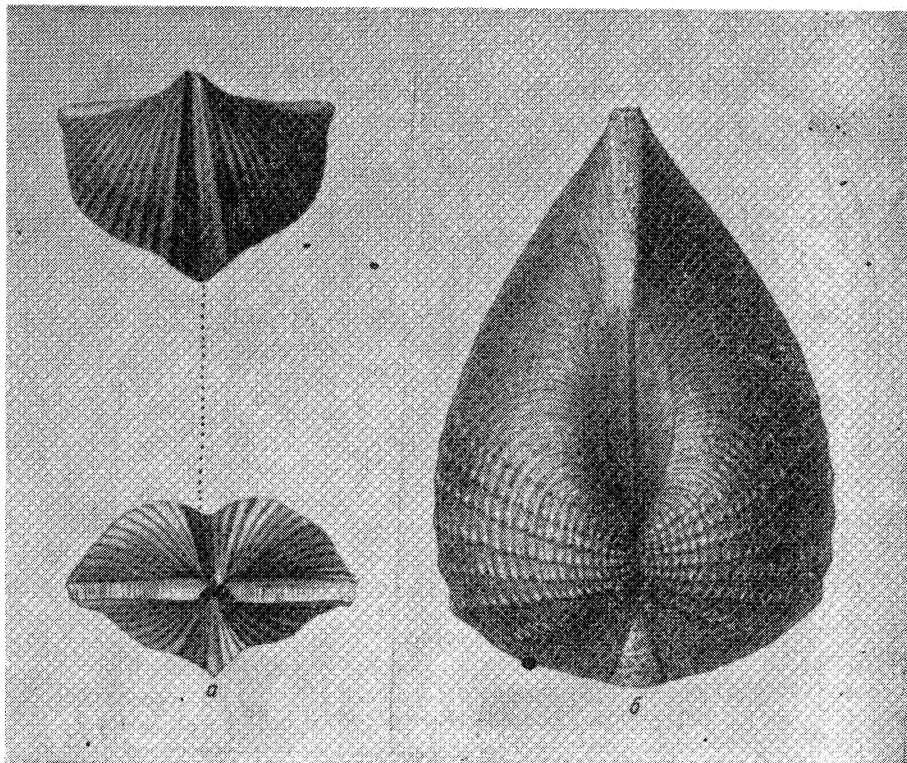


Рис. 96. Двустворчатые раковины с плоскостью симметрии; *a* — перпендикулярной створкам (представитель класса замковых брахиопод); *б* — проходящей между створками (представитель класса пелеципод).

Итак, симметрия  $P$  играет первенствующую роль в геометрии ползающих по дну беспозвоночных, отличающихся направленностью движений. На каждом из животных, обладающих способностью к такому именно способу передвижения, мы неизменно обнаруживаем именно этот вид симметрии, более или менее ясно выраженный. Здесь достаточно напомнить о бесчисленных примерах билатеральных форм, принадлежащих самым разнообразным типам беспозвоночных. Так, например, плеченогие (брахиоподы) имеют двустворчатую раковину с плоскостью симметрии, идущей перпендикулярно ее створкам (рис. 96*a*). В отличие от них пластинчатожаберные

(пелециподы) обладают раковиной с плоскостью симметрии, проходящей между створками (рис. 96б). Сложнейшие формы таких головоногих (цефалоподы), как осьминоги и каракатицы с их щупальцами и присосками, несмотря на причудливость, все же явно обнаруживают свою подчиненность все той же плоскостной симметрии. Даже самые примитивные членистоногие (трилобиты) могут служить отличной моделью билатерального животного (рис. 97).

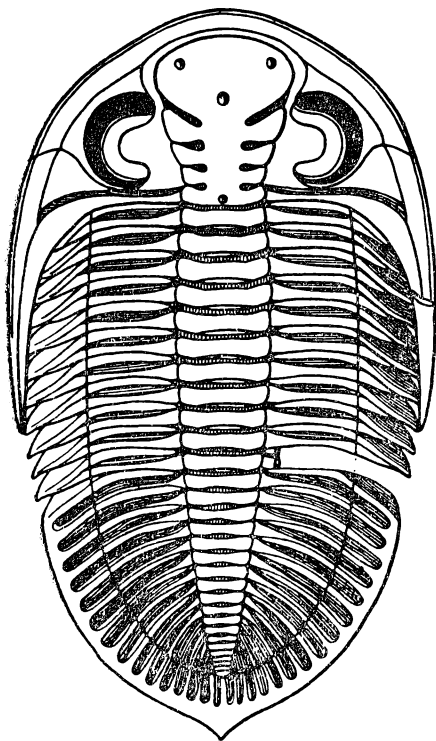


Рис. 97. Трилобит с ярко выраженной симметрией *P.*

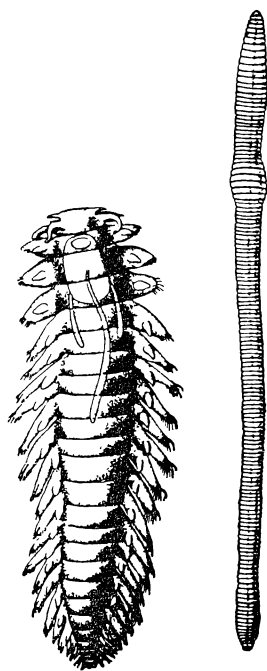


Рис. 98. Метамерия полимерных аннелид. По В. Н. Беклемишеву.

О насекомых здесь не приходится и говорить. Читатель отлично знает, что все они как бы вырезаны из согнутого пополам листка бумаги и имеют две одинаковые половинки — левую и правую.

Переходим далее к характерным случаям своеобразной «бесконечной симметрии» на некоторых формах беспозвоночных. Приглядываясь к строению отдельных кишечнополостных и в особенности червей, мы обнаруживаем, помимо обычной плоскостной симметрии, закономерную повторяемость одинаковых частей вдоль длинного тела животного. Такое тело как бы совмещается само с собой при передвижении вдоль прямой линии, совпадающей с вытянутостью фигуры (рис. 98).



Данный особый случай симметрии зоологи называют «метамерией», а мы уже не раз встречались с ним под названием «переноса» или «трансляции». Снова, как и в мире растений, обрывок бесконечной симметрии уместился здесь в отрезке, совпадающем с телом животного. В чистом виде трансляция проявляется не так уж часто. В большинстве случаев наблюдается нечто вроде трансляции подобия, да еще с существенными усложнениями.

Симметрия подобия реализуется также в виде винтовых осей с постепенно уменьшающимися деталями, следующими вдоль оси. Здесь, конечно, вспоминаются прежде всего спирально завитые башенкообразные и конусовидные раковины моллюсков (мягкотелых), принадлежащих не только к водным, но и к наземным формам.

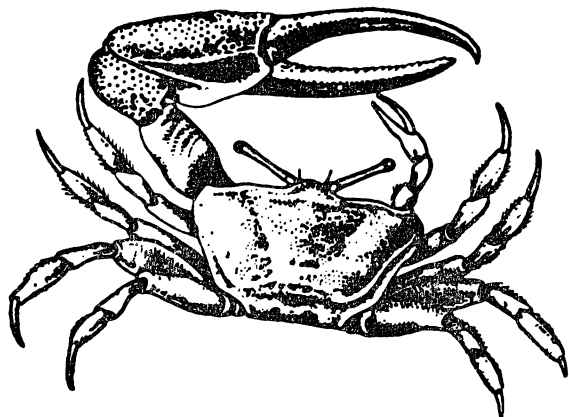


Рис. 99. Различное развитие клешней у краба.

К последним относятся, например, современные улитки (рис. 6). Вопрос о симметрии улитки с ее домиком-раковиной не так-то прост. Спирально свернутая раковина прежде считалась вообще лишенной какой бы то ни было симметрии. Теперь мы знаем, что ее можно охарактеризовать с помощью винтовой оси симметрии подобия. Никаких плоскостей симметрии здесь не обнаруживается. Вместе с тем, у самой улитки голова и нога (та часть тела, на которой она ползет) имеют ясно выраженную билатеральную форму с присущей ей плоскостью симметрии. Отклонения фигуры раковины от билатеральной симметрии, очевидно, связаны с медленным передвижением улиток.

До сих пор, говоря о переходе радиально-лучевых форм в билатеральные, мы учитывали преимущественно классические оси и плоскости симметрии. В результате такого перехода, как неоднократно подчеркивалось, симметрия типа  $L_n P$  снижается до  $P$ . Однако в главе 4 уже рассказывалось о замечательном выводе акад. Д. В. Наливкина, согласно которому исчезающие элементы классической симметрии могут переходить в элементы «криволинейной симметрии».

На примерах эволюционирующих раковин цефалопод и брахиопод ученый убедительно доказал это явление. Так, например, симметрия некоторых цефалопод изменяется от симметрии конуса  $L_{\infty} \propto P$  сначала к симметрии пирамиды ( $L_n P$ ), а затем — к «криволинейной симметрии» с изогнутыми «поверхностями симметрии», криволинейной «осью симметрии» и только одной сохранившейся обычной плоскостью симметрии  $P$ . Сходная эволюция отмечена и для форм некоторых брахиопод, контуры которых напоминают рис. 24а. Их симметрия понижается от  $L_2 2P$  к  $P$ , причем на месте исчезнувшей плоскости симметрии возникает криволинейная плоскость, как это показано на рис. 24а.

Дальнейшая эволюция идет по пути прогрессирующего изгиба элементов «криволинейной симметрии». Этот принципиально новый подход к эволюции организмов сулит в дальнейшем блестящие перспективы. Ведь он позволяет подвести под биологические эволюционные законы строго математический геометрический базис.

Беспозвоночные дают особенно богатый материал для таких выводов. В заключение вернемся еще раз к отклонениям в телах беспозвоночных от плоскостной билатеральной симметрии (вспомним, что и в главе о растениях особо отмечались такие отклонения). Оказывается, что строение внутренних органов беспозвоночных довольно часто не подчиняется симметрии  $P$ . Так, например, у морских ежей и лилий наблюдается спиральный ход кишечника.\* Иногда отклонения от билатеральности сказываются и на внешних формах. На рис. 99 изображено различное развитие клешней у краба (большая клешня является дробящей). Следовательно, «левши» и «правши» широко распространены и в мире беспозвоночных. Еще в XVIII в. французский писатель Бернарден де Сен-Пьер установил резкое преобладание правозакрученных винтовых форм для раковин моллюсков. Как и у растений, плоскостная и радиально-лучевая симметрия большинства беспозвоночных является их внешней маской, навязанной средой. Под такой маской скрывается истинная симметрия животного с его природной левизной и правизной.\*\*

\* В. Н. Б е к л е м и ш е в. Основы сравнительной анатомии беспозвоночных. Т. I. 1964, стр. 386.

\*\* Богатый материал о левизне-правизне в мире животных содержит монография немецкого зоолога В. Людвиг. W. L u d w i g. Rechts-links Problem im Tierreich und bei Menschen. Berlin. 1932. См. также: В. В. А л п а т о в. О встречаемости левых и правых тел в неживой и живой природе. БМОИП, отд. биол., т. 58, вып. 5, 1953. В. В. А л п а т о в. Левизна и правизна в строении растительных и животных организмов. БМОИП, отд. биол., т. 62, вып. 5, 1957.

## ВЫСШАЯ СТУПЕНЬ

ФОРМЫ И СИММЕТРИЯ  
ПОЗВОНОЧНЫХ

Я брат зверью, и ящерам, и рыбам...

В. Я. Брюсов

Мы уже помним, как постепенно упрощалась симметрия при переходах от простейших существ к более сложным организмам. Если «простейшие», плавающие во взвешенном состоянии, отличались весьма высокой симметрией, вплоть до шаровой ( $\infty L_{\infty} \infty PC$ ), то прикрепленные ко дну животные приобретали обедненную радиально-лучевую симметрию  $L_n P$  (до  $L_{\infty} \infty P$ ), а ползающие по определенным направлениям сохраняли лишь одну плоскость  $P$ . Эта единственная плоскость симметрии характеризует за редчайшими исключениями внешнюю симметрию всех представителей шести классов группы позвоночных: бесчелюстных, рыб, амфибий (земноводных), рептилий (пресмыкающихся), птиц и млекопитающих. Итак, в теле позвоночных имеется всего-навсего одна-единственная плоскость симметрии. Она отчетливо проявляется и на древних давно вымерших, и на современных животных, и на человеке (рис. 4 и 100). Казалось бы, на этом можно поставить точку. Однако вспомним об асимметрии внутренних органов для большинства представителей этой группы, примем также во внимание характерную для них правизну и левизну. Нельзя ли здесь найти какие-то своеобразные закономерности, подчиняющиеся хотя бы криволинейной гомологии или симметрии подобия?

Для того чтобы подойти к этому вопросу с более или менее удовлетворительной подготовкой, обратимся к высказываниям давних мудрецов и естествоиспытателей, чьи зоркие глаза и глубокие наблюдения смогли наметить некоторые интереснейшие закономерности. Оказывается, уже Аристотель (384—322 гг. до н. э.) отмечал «сходство планов строения позвоночных и моллюсков»\*. Плоскостная симметрия и тех и других уже поразила воображение древнегреческого философа. Еще более широкое обобщение отважился сделать известнейший французский натуралист Ж. Л. Бюффон (1707—1788). «Между животными и растениями нет никакой существенной и общей разницы», — провозгласил он\*\*. Такое обобщение было им

\* И. И. К а н а е в. Очерки из истории сравнительной анатомии до Дарвина. Изд. АН СССР, 1963, стр. 13.

\*\* Там же, стр. 47.

предложено в качестве основы для построения всеобщей «лестницы» или «цепи существ». Исключительно важное значение имеет также следующая мысль Бюффона: «Внутренность живых существ есть основа схемы природы, это организующая форма; внешность есть лишь поверхность или даже драпировка...» \*. Эту замечательную фразу мы охотно поставили бы в виде эпитафии ко всему нашему тексту (наряду с приведенной на стр. 6 цитатой из Гёте).

Далее следует снова вспомнить и о самом И. В. Гёте. Вот что записал с его слов Эккерман: «Растение развивается от узла к узлу

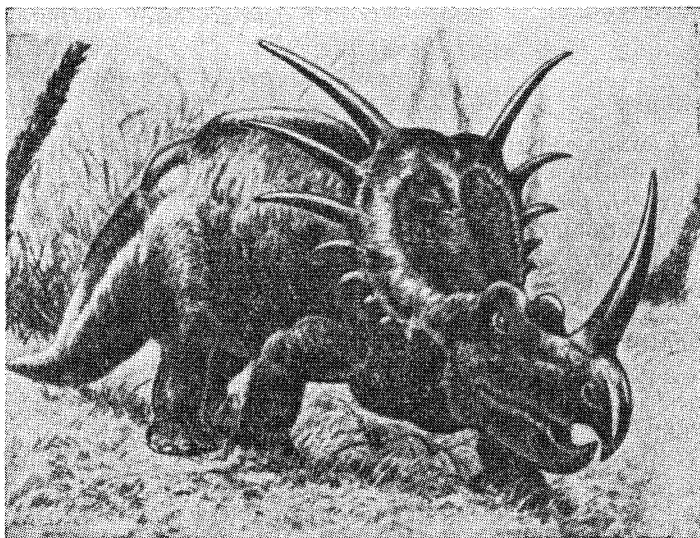


Рис. 100. Рогатый динозавр — стиракозавр, живший в меловом периоде. По А. Г. Вологдину.

и заканчивается цветком и семенем. Не иное и в животном мире. Гусеница, солитер растут от узла к узлу и наконец образуют голову; у высших животных и человека позвонки все прибавляются, прибавляются и заканчиваются головой... \*\*. Развитие этой идеи Гёте положил в основу своей «позвоночной теории черепа», согласно которой череп состоит из шести «позвонков». По поводу этой теории современный автор пишет: «И хотя теория Гёте о таком строении была отвергнута, все же новейшая наука показала, что во всяком случае весь задний отдел черепа образуется из эмбриональных структур (сомитов), подобных тем, из которых развиваются позвонки». \*\*\*

\* И. И. Канаев. Очерки из истории сравнительной анатомии до Дарвина. Изд. АН СССР, 1963, стр. 50.

\*\* Разговоры Гёте, собранные Эккерманом. 4. 2. Пер. Д. В. Аверкиева. СПб., 1905, стр. 144.

\*\*\* И. И. Канаев. Очерки из истории сравнительной анатомии до Дарвина. Изд. АН СССР, 1963, стр. 135.

Гёте не был одинок со своей теорией. Известный немецкий натуралист-философ Л. Окен (1787—1851) выступал с очень сходными высказываниями. «Скелет — это только выросший, разветвленный, повторенный позвонок. Позвонок есть преформированный зачаток скелета. Человек — только позвонок». \*

Несмотря на устаревшие формы всех этих высказываний, мы ясно видим в них и зачатки эволюционной теории и указания на общие законы природных форм.

Быть может, стоит отметить, что аналогичные идеи нашли богатое отражение в художественной литературе. Издавна укоренилось в ней сравнение человека с растением. «Мыслящим тростником» называли человека Б. Паскаль и Ф. И. Тютчев. Уже в наше время С. Есенин писал в стихотворении «Цветы»:

«А люди разве не цветы?  
О, милая, почувствуй ты,  
Здесь не пустынные слова.  
Как стебель тулово качая,  
А эта разве голова  
Тебе не роза золотая?  
Цветы людей и в солнь и в стыть  
Умеют ползать и ходить...»

Что же можно извлечь из всего вышеприведенного для установления геометрических законов в сложении позвоночных? Сравнение их с растениями и прежде всего особенности строения позвоночника заставляют нас вспомнить о трансляциях. Если учесть еще с соответственными оговорками и теорию Гёте, то следует, конечно, говорить не о простых, а о «гомологических трансляциях» с убыстряющимся и замедляющимся шагом (с ними мы уже встречались в главе о растениях, стр. 133). Итак, тела беспозвоночных можно рассматривать как своеобразные обрывки бесконечных трансляционных «цепочек».

Значительно сложнее обстоит дело с внутренними органами. Сердце, желудок и селезенка находятся слева, а печень и аппендикс — справа. Между прочим, сердце млекопитающих отличается явной винтовой закрученностью (рис. 101). \*\* Спиралеобразной изогнутостью характеризуется также и положение зародыша. \*\*\* Все это содержит смутные и пока еще не расшифрованные намеки на следы каких-то сложных законов симметрии (в самом широком понимании этого слова). Не так проста и классическая плоскость симметрии человеческого тела. При движениях мы ежедневно нарушаем ее, превращая в динамическую плоскость скользящего отражения. Наглядное понятие о последней дают следы наших ног. Сами того не подозревая, мы отпечатываем на земле обрывки бесконечно

\* И. И. Канаев. Очерки из истории сравнительной анатомии до Дарвина. Изд. АН СССР, 1963, стр. 172.

\*\* Н. Weil. Symmetrie. Basel u. Stuttgart. 1955, стр. 34.

\*\*\* В. В. Гинзбург. Об асимметрии конечностей человека. «Природа», 1947, № 8, стр. 43.

протяженного узора, подчиняющегося действию типичной плоскости со скользящим отражением (рис. 102).

Очень интересно проследить и за внешними отклонениями человеческого тела от идеальной плоскостной симметрии. Общеизвестно, что у позвоночных животных вообще и человека в частности симметрично расположены глаза, уши, конечности. Однако при более внимательном рассмотрении обнаруживаются многочисленные нарушения классической зеркальности. Склеив фотографии двух половин человеческого лица с зеркальными отражениями тех же половин, мы получаем, как правило, два резко различных изображения. Иногда даже трудно поверить, что они изображают одно и то же лицо. — Обе половины одного и того же лица существенно отклоняются от идеальной симметрии.

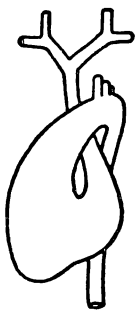


Рис. 101. Витовая закрученность в строении сердца. По Г. Вейлю.

Статистические данные показывают, что у большинства людей правая рука несколько крупнее левой, а левая нога крупнее правой. Следовательно, и здесь мы встречаемся с отклонениями от зеркального равенства. Мало того, «описаны различия правой и левой стороны человеческого мозга, обоих легких, сосудистой системы, кожных борозд пальцев и ладоней, пигментации волос и многие другие различия по размерам, форме и функции частей левой и правой стороны».\*

Чем объясняются все эти отклонения от симметрии, до сих пор по сути дела неизвестно. Можно лишь утверждать, что корни их уходят далеко вглубь вре-

мен. «Литературные данные об асимметрии мозга и конечностей у первобытных людей не оставляют сомнения в том, что праворукость развилась на заре человечества», — пишет В. В. Гинзбург.\*\* Вместе с тем, по его же данным, близкие к человеку шимпанзе, так же как и гориллы, являются левшами, а дальше отстоящие от человека орангутанг и гиббон относятся к правшам.

С явлениями левизны и правизны мы уже неоднократно встречались в главах о формах растений и беспозвоночных животных. Как видим, они достаточно отчетливо проявлены и у позвоночных, хотя внешне и не очень бросаются в глаза. Изредка встречаются существа и с резко выраженной асимметрией. Асимметричным клювом, похожим на скрещенные лезвия крошечных ножниц для ногтей, обладает хорошо знакомая нам птица — клест. Нельзя не вспомнить здесь



Рис. 102. Плоскость скользящего отражения в узоре человеческого следов.

\* И. И. К а н а е в. Близнецы. (Очерки по вопросам многоплодия). Изд. АН СССР, 1959, стр. 90.

\*\* В. В. Г и н з б у р г. Об асимметрии конечностей человека. «Природа», 1947, № 8, стр. 46.

и рыбу камбалу, поражающую нас своей асимметричностью. По-видимому, это оригинальное рыбное чудовище когда-то решительно изменило свой образ жизни. Свободному плаванию оно предпочло лежачье на боку. Соответственно с этим и ее плоскость симметрии постепенно стала менять свое положение, поворачиваясь на  $90^\circ$ . Вслед за ней и глаза, и рот камбалы начали «переползать» со старого места на новое, согласуясь с требованиями природной симметрии. Этот процесс еще не завершился и мы с удивлением рассматриваем уродливую фигуру морской лежебоки\*.

Подчеркиваем, однако, еще раз, что такие резко выраженные несимметричные фигуры встречаются в природе лишь в виде исключений. Подавляющее большинство беспозвоночных внешне более или менее точно подчиняется симметрии  $P$ , в общем хорошо согласуясь с принципом симметрии в условиях поля земного тяготения.

Но ведь внешняя форма — это только видимая маска, или, как хорошо сказал Бюффон, «драпировка». Внутренняя геометрия беспозвоночных неизмеримо сложнее. Здесь мы встречаем следы гомологичных трансляций и винтовых осей, еще требующих своей расшифровки и математической характеристики. Заканчивая эту главу, уместно привести следующую цитату из книги Г. В. Вульфа, хорошо оттеняющую всю сложность такой задачи. «Пластичность вещества, составляющего тело животных, мало способствует сохранению геометрически правильных, косных симметричных форм, и симметрия эта постоянно изменяется сообразно образу жизни животного и его внутренней организации. Поэтому мы можем в мире животных проследить законы симметрии лишь в самой общей форме, которая еще не поддается точной математической формулировке». \*\*

---

\* Интересно отметить, что молодые особи камбалы, плавающие возле морской поверхности, обладают правильной билатеральной симметрией. Асимметрия появляется тогда, когда рыба опускается на дно моря и начинает вести лежачий образ жизни.

\*\* Г. В. В у л ь ф. Избранные работы по кристаллофизике и кристаллографии. Гостехтеоретиздат, 1952, стр. 291.

## СРЕДИ ГОРНЫХ ГРОМАД

ФОРМЫ И СИММЕТРИЯ  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ.  
СИММЕТРИЯ ЗЕМНОГО ШАРА \*

Земли могуче восстанья,  
Побеги праха в небеса!

В. Г. Бенедиктов.

По сути дела, эта глава должна была бы находиться в самом начале книги. Ведь все описанные выше объекты — и кристаллы, и растения, и животные — развиваются на земной поверхности, входят в ее состав и неминуемо отражают, подобно капле в море, хотя бы и в раздробленном и в значительно уменьшенном виде, общие ее закономерности.

Действительно, это так, но грандиозные масштабы геологических объектов, сложность и длительность их образования, наложение иногда прямо противоположных процессов на одно и то же тело — все это нарушает строгую геометрию таких фигур и основательно маскирует свойственную им симметрию. Вот почему мы и предпочли начать разбор общих законов природных форм с более наглядных и доходчивых примеров.

Несмотря на всю сложность геологических образований, выдающиеся умы уже с давних времен пытались уловить их геометрию, строго математически определить их законы. Разве не замечательно, что в XVII столетии А. Кирхер в книге «Подземный мир» говорит о геометричности расположения гор? Оказывается, нанесенные на глобус вспомогательные линии меридианов и параллелей не являются абстрактной математической сеткой. Они согласуются с двумя главными направлениями важнейших горных хребтов, широтных и долготных. Первые из них располагаются вдоль параллелей и, следовательно, параллельно экватору, вторые более или менее совпадают с меридианами. \*

Любопытно, что в наше время снова вспыхнул усиленный интерес к этой всеобщей геометрии земного шара (к этому мы еще вернемся).

Как не вспомнить далее широчайшие обобщения М. В. Ломоносова, касающиеся неразрывной связи между положительными и отрицательными элементами рельефа земной поверхности. «Ибо, когда рождаются горы, должны купно происходить и доли, и напротив того, долин происхождение есть горам рождение. Разность,

\* В. А. Обручев. Новые течения в геотектонике. Изв. Геолкома, т. 15, № 3, 1926.



что в первом случае горы окружаются долинами, во втором — долины горами».\*

Отметим прежде всего ярко выраженный геометрический подход Ломоносова к изучению земной поверхности. К приведенной цитате кажется вполне уместным добавить новейшие понятия об антиравенстве и антиравных образах, введенных в науку акад. А. В. Шубниковым и до сих пор еще не нашедших должного отражения в естествознании.\*\* И совсем уже по-современному звучит замечательное утверждение Ломоносова о преобладании на земной поверхности гор, окруженных долинами (т. е. положительных выступов, окаймленных отрицательным рельефом), а на луне — долин, окруженных горами (отрицательных впадин на фоне положительного рельефа, дающих нечто вроде антиравной картины земной поверхности). «Второе примечаем на луне», — констатирует ученый.\*\*\* Это утверждение нашло высокую оценку в комментариях современных селенологов.\*\*\*\*

Нельзя не процитировать наглядного примера, с помощью которого Ломоносов поясняет происхождение гор и связанных с ними впадин.

«Когда в твердую материю наподобие доски плотную, каковы суть зеркальные и оконничные стекла, лед, каменные плиты и другие, сим подобные, удар воспоследует, то по большей части бывает, что щели от места ударенного, как от центра лучи, в стороны проскакивают, хотя не совсем и прямо, но разными фигурами и нагибами, что с механическими правилами согласно. Подобным образом, когда ровная поверхность дна морского поднималась, тогда от центра действующей силы и от подымающейся выше всех земной части прошли великие щели и стали впадины и долины... Не иначе рассуждать должно и о впадинах... Щели должны от того места расходиться в стороны на вышину гор, включающих такое море или озеро».\*\*\*\*\* Эта картина, нарисованная великим физиком и геометром, невольно вызывает в памяти современные схемы, демонстрирующие действие универсального принципа симметрии П. Кюри на земной поверхности.\*\*\*\*\*

---

\* М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений. Т. 5. Изд. АН СССР, 1954, стр. 584.

\*\* А. В. Шубников. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд. АН СССР, 1951, стр. 7.

\*\*\* М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений. Т. 5, 1954, стр. 584.

\*\*\*\* Там же, стр. 708. Комментарии А. В. Хабакова.

\*\*\*\*\* М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений. Т. 5, 1954, стр. 584—585.

\*\*\*\*\* И. И. Шафрановский. К вопросу о симметрии земного шара. В кн. Географ. сб., т. 15, 1962, стр. 95—103. В настоящее время П. С. Воронов внес существенное уточнение в законы распределения тектонических трещин на земном шаре. Увеличение и ускорение вращения Земли влечет за собой сплющивание и растягивание земной поверхности вдоль меридианов, что сказывается и на симметрии распределения трещин  $L_22P$ . (П. С. Воронов. Общие закономерности ротационных региональных диаклаз. Уч. зап. НИИГА, вып. 4. 1964, стр. 5—16.)

Нам уже хорошо известно, что поле земного тяготения в какой-либо точке на земной поверхности характеризуется симметрией конуса ( $L_{\infty\infty}P$ ). При этом все природные тела, в том числе горы (особенно вулканического происхождения) и впадины, развивающиеся по вертикали, имеют симметрию, отвечающую одной из подгрупп симметрии конуса, типа  $L_n n P$  (рис. 103).

Как это ни парадоксально, но симметрия грозного вулкана родственна радиально-лучевой симметрии простой ромашки. И гора, и цветок покорно подчиняются принципу Кюри. Всем известные алмазоносные трубки также характеризуются симметрией конуса.

Далее приходят на ум горные хребты. На аэроснимках они нередко напоминают что-то вроде длинных гусениц или древесных ве-

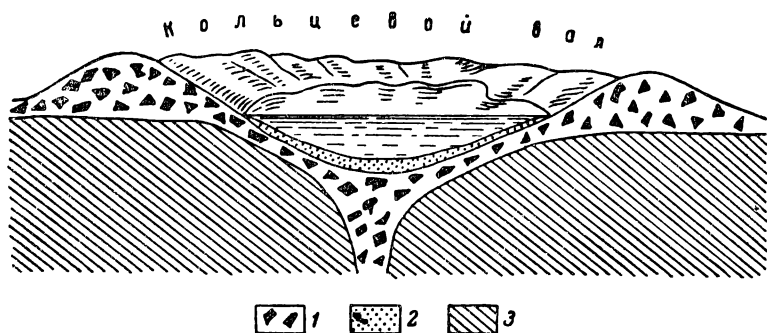


Рис. 103. Схема маара (разновидность вулкана). 1 — брекчия взрыва; 2 — озерные отложения; 3 — вмещающие породы.

ток с побочными ответвлениями. Несмотря на некоторую извилистость основных линий, здесь так и хочется использовать понятие о билатеральной симметрии. Вытянутый по земной поверхности горный хребет, как мы уже знаем, должен в основном подходить именно под этот закон. Вместе с тем на формирование таких грандиозных природных сооружений, как горные цепи, оказывает явное влияние и сила вращения Земли вокруг своей оси (вспомните широтное и меридиональное направление горных цепей, отмеченное еще А. Кирхером).

Существует специальная геологическая дисциплина «Геоморфология», занимающаяся изучением форм земной поверхности и содержащая богатейшие материалы по нашей теме. Множество превосходных примеров можно найти в литературе, посвященной структурной геологии. Эта наука изучает закономерности строения и залегания горных пород. Структуры последних разделяются на стратиграфические, отражающие особенности их образования, и тектонические, показывающие результаты их дальнейших передвижений.\* Само собой разумеется, что и те, и другие подчиняются определенным за-

\* Акад. М. А. [У с о в. Структурная геология. Госгеолиздат. 1940, стр. 3.

конам симметрии. Если точечная симметрия первых в основном приближается чаще всего к законам типа  $L_n P$ , то для вторых преобладающее влияние получит симметрия  $P$ .

Отсылая читателя к соответствующим руководствам и пособиям, здесь мы ограничимся лишь одним характерным примером, относящимся к волнообразным изгибам пластов горных пород, — так называемым «складкам». Вот как описывается развитие складок в складчатых зонах В. В. Белоусовым. «Это — длинные узкие складки, которые, как волны, следуют друг за другом, примыкая друг к другу и покрывая сплошь большие площади. Складки имеют разную форму: некоторые из них округлые, другие острые, одни прямые, вертикаль-

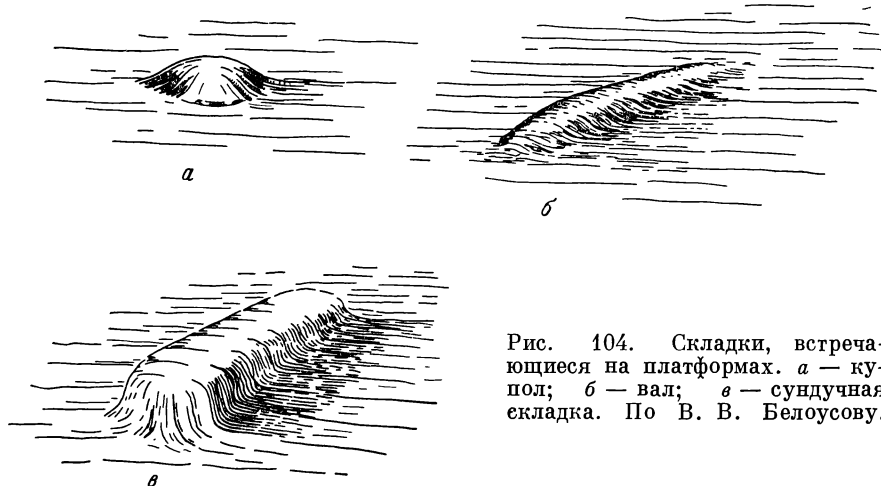


Рис. 104. Складки, встречающиеся на платформах. *а* — купол; *б* — вал; *в* — сундучная складка. По В. В. Белоусову.

ные, другие — наклонные. Но все они похожи друг на друга, а главное покрывают складчатую зону непрерывной чередой».\*

Здесь, конечно, напрашиваются сами собой знакомые нам понятия о бесконечной симметрии. Легко сообразить, что повторяющиеся волны складок объединяются трансляциями, перпендикулярными «волновым линиям». Вдоль этих же направлений в большинстве случаев обнаруживаются и плоскости симметрии, рассекающие эти каменные волны. В общем складчатую область можно сравнить с участком окаменевшего моря (см. стр. 42). Совсем по-другому выглядят складки на «платформах» — областях, где пласты пород залегают в основном спокойно, почти что горизонтально. Редкие здесь складки имеют «столообразную», «сундучную», «коробчатую» форму. Некоторые из них напоминают пологие купола или отдельные валики. Такая складчатость называется «прерывистой» (рис. 104). Ясно, что при характеристике подобных образований достаточно ограничиться конечной симметрией.

\* В. В. Белоусов. Земля, ее строение и развитие. Изд. АН СССР, 1963, стр. 87.

«Купол» на рис. 104а обладает симметрией конуса  $L_\infty \propto P$ , «вал» (рис. 104б) обнаруживает одну плоскость симметрии  $P$ , а «сундучная складка» имеет  $L_2 2P$  (рис. 104в).

Приложение понятий симметрии к геологическим объектам встречается все чаще в трудах современных авторов. Так, например, Г. А. Дмитриев успешно развивает методы геометрического подхода к изучению пластов. Вот что он пишет: «Пласт — это геологическое тело, сложенное однородной породой, ограниченное двумя более или менее параллельными поверхностями напластования, имеющее одинаковую мощность и занимающее большую площадь. Эта геометри-



Рис. 105.  
Схема бархана в плане. По Г. А. Дмитриеву.

ческая форма обусловлена наличием гравитационного поля Земли, так как в процессе отложения осадка именно сила тяжести играет решающую роль. В идеальном случае только что образовавшиеся ненарушенные слои отвечают однозначным уровням запаса потенциальной гравитационной энергии, а бесконечная симметрия слоя в этом случае целиком соответствует симметрии гравитационного поля. Детальное изучение реальной формы пластов дает возможность установить величину и характер отклонения от идеальной формы и позволяет определить факторы и условия, господствовавшие в области седиментации (осадкообразования)\*. Так, например, действие односторонне направленного ветра на свободную горизонтальную поверхность песка придает его массе характерную форму движущегося бархана (рис. 105), обладающего одной плоскостью симметрии, совпадающей с направлением движения  $P$ . Заметим, что к этой плоскости присоединяется еще и хорошо выраженная изогнутая плоскость «криволинейной симметрии», показанная пунктиром на рис. 105.\*\* В этом отношении бархан оказался родственным брахиоподам и цефалоподам, описанным Д. В. Наливкиным. Кстати, и контуры бархана как бы повторяют, конечно, в чрезвычайно увеличенных масштабах, очертания древних ракушек\*\*\*. Универсальность принципа Кюри позволяет применить его и к анализу сложения (текстуры) горных пород. Тектурные признаки последних связаны с движением отдельных кристалликов минералов во время образования породы из

\* Г. А. Дмитриев. Геометрические особенности угольных пластов интинской свиты, обусловленные жизнедеятельностью растений-углеобразователей. В сб. Значение биосферы в геол. процессах. Госгеолтехиздат, 1962, стр. 111.

\*\* И. И. Шафрановский. К вопросу об уточнении универсального принципа симметрии Кюри. Зап. Всесоюз. минер. о-ва, ч. 93, вып. 4, 1964, стр. 460—463.

\*\*\* Совсем недавно Л. И. Четвериков попытался использовать принцип Кюри при изучении тел полезных ископаемых (Л. И. Четвериков. Универсальный принцип симметрии П. Кюри применительно к геометрии генезиса тел полезных ископаемых. Тр. 3 совещ. по проблемам изуч. Воронежской антеклизы. Изд-во Воронеж. ун-та, 1966, стр. 310—323.)

жидкого текучего расплава (магмы). Расшифровкой и истолкованием текстурных особенностей горных пород занимается структурная петрология.\*

Следует иметь в виду, что с кристаллографической точки зрения текстуры, отвечающие кристаллическим агрегатам с известной упорядоченностью в расположении слагающих их мелких кристалликов, относятся лишь к приближенно закономерным сросткам. Поэтому, говоря о симметрии петрографических текстур, надо помнить, что здесь нет бросающихся в глаза идеальных плоскостей и осей симметрии. Здесь приходится иметь дело с элементами симметрии, устанавливаемыми статистическим путем (статистический подход обычно и применяется петрографами при структурном и микроструктурном анализе). Большинство элементарных частиц текстуры удовлетворяет данной симметрии, но имеется и множество частиц, отклоняющихся от нее. Все это в большинстве случаев накладывает на нее отпечаток некоторого несовершенства и приближенности в отличие от идеальных элементов симметрии геометрических фигур и правильно образованных кристаллов.

Обратимся к первичным структурам течения глубинных горных пород. Параллельное расположение вытянутых или пластинчатых кристаллов, а также обособленных кристаллических скоплений в соответствующих текстурах связано с поступательным передвижением жидких (пластических) масс. Ясно, что бесконечная симметрия такой системы будет характеризоваться множеством параллельных друг другу плоскостей симметрии.

Есть основания считать, что подход к петрографическим объектам с позиций учения о симметрии позволит в ряде случаев внести математическую четкость и ясность в трактовку соответствующих природных явлений.\*\*

До сих пор шла речь об отдельных геологических образованиях — вулканах, пластах, горных породах и т. д. А нельзя ли подумать о симметрии всего земного шара в целом? Вспомним, как М. Горький рассказывал о романе Кушневского «Николай Негорев».

«Там есть удивительное лицо, может быть одна из самых фантастических фигур в русской литературе — Оверин, которому земля, вся земля — кажется живым, чувствующим и думающим существом, и оно ничего не знает о нас, или столько, сколько мы знаем о микробах. Оно сгибает палец, и мы переживаем землетрясение, в то же время, может быть, оно учится в какой-то гимназии, читает книги, и, когда перевертывает страницы, наш мир качается. Когда я читал об этом великане — земле, не чувствующем на себе людей, — мне было страшно...»\*\*\* Не собираемся ли и мы преподнести что-то вроде

---

\* Н. А. Елисеев. Структурная петрология. Изд-во ЛГУ, 1953.

\*\* И. И. Шафрановский. Группы симметрии в структурной петрологии. Зап. Всесоюз. минер. о-ва, ч. 85, вып. 4, 1956, стр. 491—497.

\*\*\* М. Горький. Собрание сочинений. Т. 22. Гослитиздат, 1931, стр. 17—18.

этого устрашающего образа из старинного романа? Ведь нашлись же у нас общие законы для растений, животных, кристаллов и гор. Остается, казалось бы, присоединить сюда и весь земной шар. Нет, симметрию всей Земли в целом надо рассматривать отдельно, хотя и она, как и все на свете, должна подчиняться все тому же вездесущему принципу Кюри. Разберем по возможности основательнее этот вопрос.

Приступая к выявлению симметрии нашей планеты, следует прежде всего принять во внимание высказывания акад. А. В. Шубникова, неоднократно отмечавшего, что одно и то же реальное тело «может иметь различную симметрию, в зависимости от изучаемого свойства или явления».\*

Мы уже привыкли к такому подходу и хорошо знаем, что собственная симметрия кристалла, растения, животного очень часто не согласуется с его вынужденной внешней симметрией. Мало того, для описания оптических свойств того же кристалла приходится принимать во внимание симметрию шара, эллипсоида вращения и трехосного эллипсоида, а для характеристики его структуры выступают на сцену элементы бесконечной симметрии. Этот же подход является целесообразным и в отношении земного шара.\*\*

С этой точки зрения мы и подойдем к симметрии внешней формы всей нашей планеты. К числу формообразующих факторов земного тела следует отнести силу земного тяготения, воздействие космического гравитационного поля, одиннадцать различных видов движения земли, деформации земной коры, связанные с перетеканием подкорового вещества и др.\*\*\*

Из них два фактора сыграли и продолжают играть доминирующую роль в формировании земного тела (геоида) — это сила земного тяготения и сила вращения Земли вокруг своей оси. Под влиянием первой силы Земля стремится принять шаровую форму. Вторая сила придает ей форму несколько сплюсненного вдоль оси вращения одноосного эллипсоида (сфероида). Сюда так и просятся в качестве поэтической иллюстрации две замечательные строчки Вольтера:

«Весь этот океан лазури и сиянья...  
Без циркуля скруглен, вертась без основанья».  
(Пер. М. М. Хераскова)\*\*\*\*

Суммарное воздействие силы земного тяготения можно идеализированно изобразить в виде пучка бесчисленного множества одинаковых стрелок (векторов), направленных к одной общей точке —

---

\* А. В. Ш у б н и к о в. Как растут кристаллы. Изд. АН СССР, 1935, стр. 162.

\*\* И. И. Ш а ф р а н о в с к и й. К вопросу о симметрии земного шара. Географ. сб. XV. Изд. АН СССР, 1962, стр. 95—103.

\*\*\* Л. П. Ш у б а е в. Лекции по общему землеведению. Лен. гос. педагог. ин-т им. А. И. Герцена, 1956, стр. 16.

\*\*\*\* М. Н. Л о н г и н о в. Сочинения. Т. I. СПб., 1915, стр. 327.

центру Земли. Симметрия такого пучка, так же как и симметрия идеального и неподвижного шара, отвечает бесчисленному множеству осей симметрии бесконечного порядка и бесчисленному множеству плоскостей симметрии, пересекающихся в одной точке — центре шара  $\propto L_{\infty} \propto PC$ . Проявляется ли реально указанная симметрия на земном шаре? Прежде всего мы видим ее проявление на общей форме Земли, весьма близкой к шару. Кроме того, влияние именно этой симметрии ярко сказывается на всех объектах, испытывающих воздействие земного тяготения. Поясним сказанное.

Нам уже хорошо известно, что любая точка земной поверхности под влиянием силы земного тяготения обладает симметрией  $L_{\infty} \propto P$ , которая и накладывает свой отпечаток на внешнюю (видимую) симметрию объекта, приуроченного к данной точке. Такая симметрия склоняется к типу  $P$  в случае наклонного и горизонтального роста или движения. Итак, универсальный закон симметрии, царящий на земной поверхности, хорошо согласуется с шаровой симметрией сил земного тяготения.

Мы сознательно идеализировали проявление силы земного тяготения, игнорируя отклонение реального геоида от идеального шара и не учитывая фактов неодинакового ускорения силы тяжести на различных полушариях.\* Однако, несмотря на это, упомянутые выше закономерности показывают, что подобная идеализация является вполне правомерной и что симметрия природных явлений на земной поверхности достаточно хорошо согласуется с симметрией идеального и неподвижного шара.

Далее перейдем к рассмотрению воздействия силы вращения Земли вокруг своей оси на симметрию формы и поверхности нашей планеты. Как известно, эта сила придает ей форму эллипсоида вращения.

Симметрия неподвижного эллипсоида вращения  $L_{\infty} \propto L_2 \propto PPS$ . Ось симметрии бесконечного порядка  $L_{\infty}$  совпадает с малой осью земного сфероида; оси симметрии второго порядка  $L_2$  лежат в плоскости экватора; плоскости симметрии  $P$  проходят по меридиональным плоскостям; плоскость симметрии  $\Pi$  отвечает экваториальной плоскости. Необходимо, однако, учесть воздействие самого вращения Земли вокруг ее оси на симметрию тела планеты. Для того чтобы объяснить воздействие вращения на симметрию любого тела, воспользуемся нижеследующим наглядным примером из известной книги А. В. Шубникова «Симметрия» (1940).

«Представим себе деревянный конус, боковая поверхность которого оклеена сукном. Если такой конус, зажав в патрон токарного станка, привести во вращение вокруг своей оси и хорошо «причесать» на ходу щеткой, то после такой обработки конус потеряет все свои плоскости симметрии, так как ворс сукна будет иметь вполне

---

\* Н. А. Козырев. Возможная асимметрия в фигурах планет. ДАН СССР. т. 70, № 3, 1950, стр. 389—392.

определенное направление. В зависимости от направления вращения токарного станка мы получим либо правый, либо левый конус... Поверхность вращающегося или «ворсистого» конуса анизотропна, т. е. обладает по разным направлениям разными свойствами. Когда мы проводим рукой по поверхности сукна, то испытываем различное трение в зависимости от направления движения руки. То же можно сказать и о поверхности вращающегося конуса: если мы будем проводить по ней рукой по направлению вращения или против него, то испытаем неодинаковое сопротивление движению руки».\*

Симметрия неподвижного конуса —  $L_{\infty} \propto P$ , где ось бесконечного порядка (ось вращения) совпадает с осью конуса, а плоскости симметрии направлены вдоль этой оси. Как показал А. В. Шубников, вращение конуса вокруг его оси аннулирует все плоскости симметрии. Следовательно, симметрия вращающегося конуса —  $L_{\infty}$ . Совершенно аналогичным образом вращение земного сфероида приводит к тому, что все плоскости симметрии, совпадающие с плоскостями меридианов, должны исчезнуть: остается лишь одна плоскость симметрии, перпендикулярная оси вращения и совпадающая с экваториальной плоскостью. В результате получаем симметрию  $L_{\infty} ПС$ . Такая симметрия отвечает одновременно вращающемуся одноосному эллипсоиду и вращающемуся вокруг одного из своих диаметров шару.

Симметрии  $L_{\infty} ПС$  подчиняются, помимо общей формы геоида, климатическая и почвенная зональности земного шара, а также широтное распределение геотектонических явлений, связанных с так называемыми «критическими параллелями» (вспомните закономерности распределения горных цепей, выявленные Кирхером, стр. 158).\*\*

Большую роль в возникновении именно такой симметрии играет воздействие подвижных оболочек (водной гидросферы и воздушной атмосферы) на каменную литосферу в условиях вращения Земли.

Отсутствие меридиональных плоскостей симметрии наглядно иллюстрируется асимметричным развитием континентальных очертаний по широтным направлениям, а также законом Бэра для берегов рек, текущих вдоль меридианов. (По К. Бэру, у рек, текущих на север или на юг, правый берег высок, а левый — низок.) Подчеркнем, что в отношении распределения климатических и почвенных поясов симметрия земной поверхности хорошо согласуется с симметрией вращающегося шара или одноосного эллипсоида. Сказанное можно пояснить нижеследующей цитатой из работы В. И. Вернадского: «На всей поверхности планеты в общих основных чертах, идя к экватору от северного или от южного полюса, мы наблюдаем единообразное повторение процессов природных вод.

---

\* А. В. Шубников. Симметрия. Изд. АН СССР, 1940, стр. 15.

\*\* Б. Л. Личков. Основная закономерность вековых поднятий и опусканий земной коры. «Природа», 1927, № 11, стлб. 839—860. М. В. Стова с. К вопросу о критических параллелях. Автореферат, Л., 1951.



Скопления льда и снега повторяются у южного и северного полюсов; области тундр и болот, лесов холодных и умеренных широт, степей и пустынь, подтропических богатых водными осадками областей могут быть отмечены по обе стороны от экватора, в обоих полушариях, в одинаковой последовательности».\*

Как видим, ни о какой антиподальности или асимметрии южного и северного полушарий здесь не может быть и речи. Симметрия климатических поясов обладает центром и плоскостью симметрии, совпадающей с плоскостью экватора.

Известно, что в результате более точных определений размеров земного эллипсоида была установлена его трехосность, т. е. наличие не только полярного, но и экваториального сжатия. Симметрия неподвижного трехосного эллипсоида  $3L_23PC$  (как у кирпичика). Однако, по Г. Н. Каттерфельду, Земля не только трехосна, но и характеризуется асимметрией относительно плоскостей экватора, наибольшего и наименьшего меридиана.\*\* Если учесть это обобщение, то вообще говорить о каких-либо элементах симметрии земного геоида не приходится. Он является полностью асимметричным, т. е. характеризуется совершенным отсутствием элементов симметрии (—). Однако, отмечая асимметрию тела Земли, ряд ученых считает, что «ее современная форма является лишь стадией на пути к правильному сфероиду» и что «фигура Земли стремится к сфероидалной форме, соответствующей равновесию вращающихся тел»\*\*\*

Полная асимметрия Земли или следы в ее форме элементов симметрии трехосного эллипсоида являются, по-видимому, лишь временными, переходными на пути к конечной симметрии вращающегося одноосного эллипсоида или шара ( $L_\infty PC$ ). Как было показано выше, наиболее податливые элементы структуры земного шара — климатические и почвенные пояса — сейчас почти всецело подчиняются этой симметрии. Конечно, и здесь приходится прибегать к некоторой идеализации.

Более сложные соображения следует принимать во внимание при выявлении роли «критических меридианов», намеченных А. П. Карпинским и математически установленных Г. Н. Каттерфельдом. Два таких меридиана, направленных под углом в  $90^\circ$ , возникли, видимо, благодаря тому, что подкоровый субстрат, стремясь занять правильную форму эллипсоида вращения, перетекает от плоскости меридиана наибольшей оси в плоскость наименьшей оси. С первым активным меридианом связаны тектонические опускания, а со вторым — поднятия\*\*\*\*

Совокупность двух критических меридианов вместе с вышеупомянутыми критическими параллелями создает симметрию трехосного эллипсоида  $3L_23PC$ . Очевидно, эту симметрию следует

---

\* В. И. Вернадский. История минералов земной коры. Т. 2. История природных вод, ч. I, вып. I, Госхимиздат, Л., стр. 44.

\*\* Г. Н. Каттерфельд. Лик Земли. Географгиз, 1962, стр. 13.

\*\*\* Л. П. Шубаев. Лекции по общему землеведению. 1956, стр. 13—15.

\*\*\*\* Г. Н. Каттерфельд. Лик Земли. 1962, стр. 45.

рассматривать как переходную от полного отсутствия симметрии к симметрии вращающегося одноосного эллипсоида.

До сих пор мы имели в виду лишь симметрию общей формы геоида, не принимая во внимание деталей его поверхности. Обратимся далее к закономерностям распределения материков и океанов на земном шаре. Прежде всего вспомним «асимметрию» в положении природных вод Земли. Это явление, по В. И. Вернадскому, состоит в «резком различии двух полушарий, из которых в одном резко выражена суша, а в другом море» \*. С точки зрения симметрии отмеченное явление характеризуется прежде всего отсутствием центра симметрии. Поэтому, описывая его, следует приведенные выше виды симметрии для неподвижного и вращающегося одноосного эллипсоида заменить следующими:  $L_{\infty} \propto P$  (неподвижный эллипсоид без центра инверсии) и  $L_{\infty}$  (вращающийся эллипсоид без  $C$ ). Под эту же характеристику подходит и явление «асимметрии в фигуре планеты» по Н. А. Козыреву. (Большая выпуклость южного полушария Земли по сравнению с северным; асимметрия в расположении деталей поверхности планеты, как, например, предпочтительное расположение материков в северном полушарии Земли и их вытянутость к югу.) \*\*

Нельзя ли, однако, более точно охарактеризовать отмеченную закономерность, связав воедино оба полушария Земли одним геометрическим законом? Думается, что здесь можно с успехом использовать уже знакомые нам понятия об антисимметрии, развиваемые акад. А. В. Шубниковым (стр. 49) \*\*\*.

Возможно, что в отношении «диссимметрии» или «антисимметрии» Земли следует приводившуюся выше симметрию вращающегося эллипсоида  $\underline{CL}_{\infty}\underline{P}$  заменить видом антисимметрии  $\underline{CL}_{\infty}\underline{P}$  (черточки под буквами  $\underline{C}$  и  $\underline{P}$  указывают на то, что это элементы антисимметрии — «антицентр» и «антиплоскость»). Наличие антицентра равносильно отсутствию обычного центра симметрии. Антиплоскость  $\underline{P}$ , совпадающая с плоскостью экватора, показывает замену суши с одной ее стороны на воду с другой. Напомним, что суша с отмелью и материковым склоном занимает свыше 42% земной поверхности, а мировому океану принадлежит площадь в 56%, т. е. приблизительно половина земного шара отвечает суше, а другая его половина покрыта водой. С этим же видом антисимметрии хорошо согласуются округлые очертания суши вокруг южного полюса (Антарктида) и океана вокруг северного полюса (Северный Ледовитый океан).

На рис. 106 показано идеальное распределение суши и воды для данного случая. Быть может, совместное действие гравитационного поля с полем вращения и приведет в конце концов поверхность Земли именно к такому виду.

\* В. И. В е р н а д с к и й. История минералов земной коры. Т. 2. История природных вод, ч. 1, вып. 1, 1933.

\*\* Н. А. К о з ы р е в. Возможная асимметрия в фигурах планет. ДАН СССР, т. 70, № 3, 1950.

\*\*\* А. В. Ш у б н и к о в. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд. АН СССР, 1951.

Перейдем к более детальному рассмотрению закономерностей распределения материков и океанов. Для этого воспользуемся следующими формулировками Дж. Грегори \*:

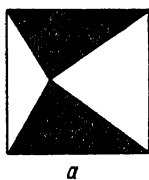
1. В северном полушарии преобладают материки, в южном — океаны.

2. Формы основных материков и океанов отвечают треугольникам. Треугольники материков основаниями обращены к северу, а суживающимися концами к югу, тогда как океанические треугольники обращены широкой стороной к югу и суживаются к северу.

3. Прямая линия, проходящая через центр Земли и повстречавшая по одну сторону от центра сушу, в подавляющем большинстве случаев по другую сторону от центра встретит воду. Если катить глобус по столу, то, когда на вершине катящегося глобуса находится суша, точка, прикасающаяся к столу, почти всегда оказывается водой. Каждый материк противоположит какому-нибудь океану.

Пользуясь понятиями учения о симметрии, можно сказать, что поверхность земного шара не имеет центра симметрии. Именно такому отсутствию центра соответствует и уже упоминавшееся понятие асимметрии планеты, выдвинутое Н. А. Козыревым.

Закономерности, сформулированные Дж. Грегори, могут быть наглядно охарактеризованы геометрической моделью в виде октаэдра,



а



б



в

Рис. 107. Октаэдр с белыми и черными гранями.

сленные выше особенности земной поверхности. Пусть белые грани модели изображают сушу, а черные — океаны. Положим наш «октаэдр» на стол так, чтобы с плоскостью стола совпала одна из белых граней. При этом противоположная ей черная грань окажется наверху в горизонтальном положении, а тройная ось симметрии, перпендикулярная обоим этим граням, примет вертикальное положение. Верхняя черная грань изобразит при этом Северный Ледовитый океан;

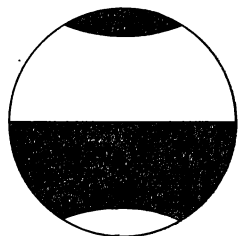


Рис. 106. Идеальное распределение суши и воды, отвечающее антисимметрии  $L_{\infty} \underline{ПС}$ .

грани которого попеременно окрашены в два цвета, а одна из тройных осей симметрии совпадает с осью земного вращения\*\*.

На рис. 107 изображен такой «октаэдр» с белыми и черными гранями. Данная модель весьма наглядно иллюстрирует перечисленные выше особенности земной поверхности.

\* Дж. Грегори. Образование Земли. Пер. под ред. Н. И. Андрусова, СПб., 1914.

\*\* Б. Л. Личков, И. И. Шафрановский. Критические параллели земного эллипсоида и их угловые аналоги на кристаллах. В кн. Б. Л. Личков. К основам современной теории Земли. Изд. ЛГУ, 1965, стр. 109.

белая грань, совпавшая с плоскостью стола, отвечает Антарктиде.

Глядя сверху на модель, мы увидим вокруг верхнего черного треугольника три обращенные вверх косые белые треугольные грани (рис. 107, б). Это материки: Америка (Северная и Южная), Евразия и Азия. Как и требует вторая из вышеприведенных закономерностей, по Дж. Грегори, основания белых треугольников обращены вверх (к северу), а вершины — вниз (к югу). Повернув модель, мы увидим вокруг центрального белого треугольника (Антарктида) четыре наклонных черных треугольника, отвечающих океанам (рис. 107, в). Их расположение вполне соответствует характеристике Грегори. Само собой разумеется, что раскрашенный таким образом двухцветный «октаэдр» не обладает центром симметрии и тем самым хорошо иллюстрирует антиподальность материков и океанов. При углубленной трактовке вышеописанной модели можно широко использовать идеи акад. А. В. Шубникова об антисимметрии или двухцветной симметрии, представив, например, белые грани выпуклыми, а черные — вогнутыми. Это еще больше приблизит нашу геометрическую модель к модели земного глобуса.

Вышеупомянутый черно-белый «октаэдр» характеризуется следующей совокупностью элементов симметрии и антисимметрии:  $4L_3 3L_4 6L_2 3P 6PC$  (обычная симметрия для такого двухцветного многогранника с учетом разницы его граней отвечает симметрии тетраэдра:  $4L_3 3L_2 6P$ ). Симметрия обычного октаэдра с одноцветными гранями соответствует:  $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$ ).

Само собой разумеется, что предложенная нами геометрическая фигура является сугубо идеализированной вспомогательной моделью. Однако эта модель очень наглядно выявляет основные закономерности в распределении воды и суши на земной поверхности. Сказанное относится, конечно, и к формулам симметрии — антисимметрии для данного многогранника.\*

\* В нашей книге обращается внимание на внешнее сходство самых разнообразных природных тел. Поэтому здесь уместно отметить одну удивительную аналогию между характерными угловыми величинами на земном шаре и... кубическом кристалле (!). Советский математик М. В. Стовас дал вывод для критических параллелей на земном шаре, «которые так или иначе реагируют на изменение угловой скорости вращения Земли» (М. В. Стовас. К вопросу о критических параллелях. Автореферат, Л., 1951). Особенно важную роль играет теоретически вычисленная параллель с широтой  $35^\circ 15' 52''$  (или, что то же, с полярным расстоянием, равным  $90^\circ - 35^\circ 15' 52'' = 54^\circ 44' 08''$ ). Именно эта параллель совпадает на Земле с поясом максимальных напряжений земной коры. В точности такой же угол играет исключительно важную роль и на кристаллах кубической сингонии (угол между осями  $L_3$  и  $L_4$  или угол между нормальными к граням куба и октаэдра равен  $54^\circ 44' 08''$ ). Полярные расстояния для остальных критических параллелей, выведенных М. В. Стовасом, также с точностью до минут, секунд и т. д. совпадают с характерными угловыми величинами кубического кристалла. Сущность этих загадочных совпадений до сих пор не выяснена. (См. Б. Л. Личков, И. И. Шафрановский. Совпадение угловых величин в геологии, кристаллографии и гидродинамике. ДАН СССР, т. 120, № 3, 1958. Б. Л. Личков и И. И. Шафрановский. Критические параллели земного эллипсоида и их угловые аналоги на кристаллах. В кн. Б. Л. Личков. К основам современной теории Земли. Изд. ЛГУ, 1965, стр. 109).

Согласно предыдущему тексту следовало бы истолковать «октаэдрическую модель» земного шара с позиций принципа симметрии Кюри. Однако сейчас мы еще не сумеем этого сделать. Можно лишь сказать, что распределение суши и воды на земной поверхности подчиняется определенным законам равновесия в условиях вращения и общего движения нашей планеты. Решение такой задачи — в будущем.

Нами рассмотрен целый ряд различных характеристик земного шара в отношении его симметрии. Противоречат ли друг другу эти характеристики? Напомним еще раз, что одно и то же реальное тело может получить различную симметрию, в зависимости от тех свойств или явлений, которые принимаются во внимание. Поэтому приведенные выше различные группы симметрии имеют вполне реальное значение и не зачеркивают друг друга.

Резюмируя вышеизложенное, мы приходим к следующим выводам. Земной шар, так же как и любое реальное тело, характеризуется различной симметрией, в зависимости от изучаемых свойств и явлений.

Общее действие земного тяготения обуславливает геометрию большинства природных явлений на земной поверхности, подчиняющихся симметрии неподвижного шара ( $\infty L_\infty \infty PC$ ). Климатическая и почвенная зональности, а также явления, связанные с критическими параллелями, характеризуются симметрией неподвижного эллипсоида вращения  $L_\infty \infty L_2 \infty PPC$ , а точнее — симметрией вращающегося шара или одноосного эллипсоида ( $L_\infty PC$ ). Совокупность критических меридианов и параллелей земного шара обладает симметрией неподвижного трехосного эллипсоида ( $3L_2 3PC$ ).

Для характеристики «диссимметрии» (В. И. Вернадский) или «асимметрии планеты» (Н. А. Козырев) уместно использовать понятие антисимметрии А. В. Шубникова ( $L_\infty \overline{PC}$ ).

Идеализированной моделью распределения суши и воды на земном шаре может служить «черно-белый октаэдр» с антисимметрией  $4L_3 3L_4 6L_2 3P 6PC$  (рис. 107). Большинство этих видов симметрии являются, по-видимому, переходными ступенями на пути к идеальной симметрии вращающегося одноосного эллипсоида и шара с симметрией  $L_\infty PC$  (без учета суши и воды) или антисимметрией  $L_\infty \overline{PC}$  (с учетом распределения основной массы материков и океанов).

Все вышесказанное может показаться читателю и достаточно сложным и несколько заумным. Утешим его, выделив из всех разобранных случаев только два типа симметрии. Для истолкования внешней симметрии природных тел, формирующихся на земной поверхности, достаточно учитывать шаровую симметрию Земли —  $\infty L_\infty \infty PC$ . Расположение климатических поясов и критических параллелей требует учета вращения Земли и симметрии вращающегося шара  $L_\infty PC$ .

В заключение нельзя не привести эффектную фразу Жана Рейно, высказанную в 1872 г.: «В рельефе Земли нет ни одной основной черты, которая не была бы геометрической чертой».\*

\* Б. Л. Личков. К основам современной теории Земли. Изд. ЛГУ, 1965, стр. 47.

## О ВНЕШНОСТИ ИНОПЛАНЕТНЫХ СУЩЕСТВ, О КРАСОТЕ, О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ СИММЕТРИИ \*

Я в бесконечное бросаю стих, —  
К тем существам, телесным иль бесплотным,  
Что мыслят, что живут в мирах иных.

В. Я. Брюсов

В предыдущих главах мы познакомились с симметрией кристаллов, горных громад, растений и животных. Несмотря на разнообразие рассмотренных объектов, всюду встречались нам одни и те же законы, обусловленные земным тяготением и шаровой симметрией нашей планеты. Два закона  $L_n P$  и  $P$  оказались буквально всеобъемлющими в окружающей природе. Однако до сих пор мы не отрывались от земной поверхности и совсем не затрагивали того, что находится вне Земли. А ведь как интересует всех сейчас вопрос о возможных формах инопланетных существ! Нельзя ли высказать какие-либо соображения и о них с помощью все тех же уже освоенных нами законов симметрии?

Сначала приведем несколько интересных высказываний по данной теме, принадлежащих знаменитым писателям и ученым, а затем попытаемся и сами, опираясь на предыдущее, сформулировать соответственные выводы. Начнем с вопросов, поставленных выдающимся турецким поэтом Назымом Хикметом в одном из его стихотворений:

«Есть ли в космосе, кроме нас, живое существо?

Есть.

Похоже ль на нас?

Не знаю.

Может быть, красивей чем мы?

Может быть на бизона похоже,

в то же время нежнее травы?

А может быть, похоже на блеск текучей воды?

Может, менее красиво, чем мы?

Например, похоже на муравья,

в то же время громаднее трактора.

А может быть, не красивей, чем мы и не хуже,

Может быть, как две капли, похоже на нас?...

(Перевод М. Павловой).

\* Первоначальный вариант этой главы был опубликован в 1962 г. И. И. Шафрановский. Живые существа на других планетах. «Юный техник», 1962, № 11, стр. 48—55.

Прежде всего напомним, что в настоящее время астрономы считают доказанным существование планетных систем у многих звезд. Следовательно, планеты являются не исключением, а обычным явлением в космосе. Исходя из этого, акад. В. Г. Фесенков попытался подсчитать возможное число населенных миров. Если предположить, что одна звезда из миллиона имеет хотя бы одну планету, на которой возможна жизнь, то в Галактике существует сто пятьдесят тысяч миров с живыми обитателями. Другие ученые значительно увеличивают это число. «По крайней мере у миллиарда звезд нашей Галактики могут быть планетные системы, на которых в принципе возможна жизнь», — пишет И. С. Шкловский\*.

Вместе с тем нельзя не учитывать и ряда ограничений для такой возможности. Возникновение жизни на какой-либо планете требует наличия уже готовых сложных молекулярных соединений. Появлению и развитию жизни способствует не слишком высокая и не слишком низкая, т. е. умеренная температура. Кроме того, эта температура должна быть достаточно постоянной, без резких колебаний.\*\* Все эти требования, не говоря о многих других, значительно ограничивают возможное число обитаемых миров.

Вернемся теперь к остальным вопросам, поставленным Назымом Хикметом. В самом деле, можно ли высказать что-либо достоверное относительно внешности предполагаемых живых существ, жителей иных миров? В ответ на такой вопрос в памяти возникают причудливые образы из многочисленнейших фантастических и научно-фантастических произведений. Вспоминаются уродливые насекомоподобные селениты из повести Г. Уэллса «Первые люди на Луне». Далее выступают жуткие марсиане из книги того же автора «Война миров»: «что-то копошащееся в темноте, — сероватое, волнообразное, движущееся, с двумя блестящими дисками, похожими на глаза...»\*\*\*

Этим устрашающим образам противостоит прекрасная марсианка Аэлита Алексея Толстого и очаровательные представители далеких миров из известного романа И. Ефремова «Туманность Андромеды».

Гениальный К. Э. Циолковский в своих научно-фантастических произведениях изображает самыми радужными красками жителей астероидов: «Скажу, что их тела, снабженные изумрудными крыльями, были изящны, как драгоценные малахитовые вазы, что глаза их блистали, как алмазы...»\*\*\*\*

Знатоки новейшей научно-фантастической литературы обратили внимание на одну характерную ее особенность. Зарубежные авторы обычно стремятся описывать инопланетные существа в виде самых устрашающих чудовищ — от гигантских уродливых глыб до крохотных «мыслящих вирусов». Ясно, что ни о каких контактах с такими «партнерами» не хочется и думать. Совсем иначе подходят к этой

---

\* И. С. Шкловский. Вселенная, Жизнь, Разум. Наука, 1965, стр. 117.

\*\* Там же, стр. 116.

\*\*\* Г. Уэллс. Повести и рассказы. Изд. АН УССР, Киев, 1956, стр. 180.

\*\*\*\* К. Э. Циолковский. Изменение относительной тяжести на Земле. В кн. Путь к звездам, Изд. АН СССР, 1960.

загадочной теме советские писатели. В основе их фантазий лежит гуманистическая мысль о том, что «высшие формы разума, при всем отличии или сходстве физического облика, неизбежно отыщут путь к взаимопониманию» \*.

Особенно значительны соображения, высказанные по этому поводу известным автором научно-фантастических произведений и крупным ученым-палеонтологом И. А. Ефремовым. В его повести «Сердце Змеи» широко обсуждается мысль о единстве законов эволюции в космосе. После многих миллионов лет борьбы за существование и естественного отбора при более или менее сходных условиях неминуемо должно возникнуть разумное существо, подобное человеку. Приведем несколько цитат из этой повести, иллюстрирующих сказанное.

«Облик человека, единственного на Земле существа с мыслящим мозгом, не был конечно случаен и отвечал наибольшей разносторонности приспособления такого животного, его возможности нести громадную нагрузку мозга и чрезвычайной активности нервной системы...

Человек еще на ранних стадиях своего формирования развивался как универсальный организм, приспособленный к разнообразным условиям. С дальнейшим переходом к общественной жизни эта многогранность человеческого организма стала еще больше, еще разнообразнее, как и его деятельность. И красота человека в сравнении со всеми другими, наиболее целесообразно устроенными животными — это, кроме совершенства, еще и универсальность назначения, усиленная и отточенная умственной деятельностью, духовным воспитанием.

Мыслящее существо из другого мира, если оно достигло космоса, также высоко совершенно, универсально, то есть прекрасно! Никаких мыслящих чудовищ, человеко-грибов, людей-осьминогов не должно быть...\*\*.

Существуют, однако, и совсем иные гипотезы относительно возможности эволюции живого в космосе. Так, например, популярный польский писатель-фантаст С. Лем рисует самые причудливые и неожиданные формы, наделенные мыслительными способностями. В его повести «Солярис» действует «мыслящее существо, что-то вроде гигантски разросшегося, покрывшего целую планету протоплазменного моря-мозга...»\*\*\*. С этой фантазией отчасти перекликается следующее высказывание выдающегося советского математика акад. А. Н. Колмогорова: «В век космонавтики непраздно предположение, что нам, возможно, придется столкнуться с другими живыми существами, весьма высокоорганизованными и в то же время совершенно на нас непохожими... Почему бы, например, высокоорганизован-

---

\* Е. Брандис и Вл. Дмитриевский. Мечта и наука. Сб. «В мире фантастики и приключений». Лениздат, 1963, стр. 665.

\*\* И. Ефремов. Cor serpentis (Сердце Змеи). Юность, 1959, № 1, стр. 52.

\*\*\* Станислав Лем. Солярис (повесть). В сб. В мире фантастики и приключений, Лениздат, 1963, стр. 156.



ному существу не иметь вид тонкой пленки — плесени, распластанной на камнях?» \*.

В популярных статьях Циолковского есть очень интересные попытки научно предсказать возможный облик жителей иных миров. Приведем соображения великого ученого по интересующему нас вопросу. «Ослабленная тяжесть должна уменьшить массу органов передвижения (ног, крыльев и проч.), если не увеличивает рост организма. На планетах с меньшей тяжестью должны наблюдаться следующие явления.

1) Чем меньше радиус планеты или ее тяжести, тем больше рост организма.

2) Если нет этого, то органы движения (ноги и проч.) становятся очень слабы или тонки.

3) Если нет этого, то увеличиваются прыжки животных или скорость их движения.

4) Может быть комбинация всех трех случаев, т. е. умеренное увеличение роста, умеренное ослабление ножных или грудных мышц, умеренное усиление прыжков и других движений. Могут быть самые разнообразные сочетания трех крайних случаев.

На больших планетах с большой тяжестью получится обратное» \*\*.

В приведенной цитате, как видим, сделана попытка предсказать изменения во внешнем облике живых существ, вызванные различием силы тяготения на малых и больших планетах.

Ниже мы остановимся на прямо противоположном вопросе, а именно, на вопросе о том, что должно оставаться неизменным в облике живых существ на всех без исключения планетах.

Только ли на земной поверхности царит универсальный принцип симметрии? Конечно, нет! Ведь сила тяготения проявляется с большей или меньшей мощностью на всех планетах и звездах. С ней, в частности, связана и шаровая форма этих космических тел. А если это так, то всюду на них будут проявляться и те два типа симметрии, с которыми мы так уже хорошо познакомились на окружающих нас земных объектах. Все движущееся, ползающее, растущее по горизонтали и наклонно будет обладать симметрией  $P$ . Все то, что, будучи прикрепленным, растет по вертикали, характеризуется симметрией  $L_n P$ . К этому можно добавить и еще один тип симметрии, характерный для организмов, находящихся во взвешенном состоянии в жидкой или газообразной среде. Сила тяжести для них уничтожается равномерным и всесторонним давлением жидкости и газа. Воздействие такой среды можно уподобить шаровой симметрии с бесчисленным множеством осей бесконечного порядка и бесчисленным множеством плоскостей  $\infty L_\infty \infty PC$ . Согласно принципу Кюри

---

\* Акад. А. Колмогоров. Автоматы и жизнь. В сб. Возможное и невозможное в кибернетике, Наука, 1964, стр. 13—14.

\*\* К. Э. Циолковский, Живые существа в космосе. В кн. Путь к звездам, Изд. АН СССР, 1960, стр. 303.

такая среда должна порождать организмы с формой, близкой к шаровой.

Вот и все, что мы можем утверждать вполне достоверно о внешних формах инопланетных жителей. Добавим лишь, что на больших планетах в связи с большой тяжестью законы симметрии  $P$  и  $L_n n P$  будут выражены резче, чем на мелких планетах со слабой силой тяготения \*.

Предвидим, что читатель, прочитав эти строки, почувствует разочарование: ему, конечно, хотелось познакомиться с чем-то совершенно неожиданным и необычным. Не надо, однако, торопиться с окончательными выводами. Ведь мы приняли во внимание лишь законы симметрии, имеющие место всюду, где действует сила тяжести. Законы эти просты и однообразны. Но посмотрите, как невероятно разнообразны на земле формы живых существ, внешне подчиняющихся этим законам. Фантазируя о внешности обитателей других миров, вы можете, например, нарисовать линию, соответствующую плоскости симметрии, а по две стороны от нее изобразить любые, какие только придут вам в голову, узоры, следя лишь за тем, чтобы правые и левые части нарисованных фигур были зеркально равны между собой.

Кстати, заметим, что подавляющее большинство самых причудливых образов, действующих в древних и новых фантастических произведениях, подчиняется, как правило, все тому же столь привычному нам «билатеральному» закону с одной плоскостью симметрии (рис. 108).

Как ни отважно воображение современных фантастов, но и оно не решается переступить рамки привычных природных ограничений. «Древовидные горы», «длиннуши», «грибища», «симметриады» — вот названия необычных конструкций, сооружаемых «мыслящим протоплазменным морем» в повести С. Лема «Солярис». Уже сами эти названия говорят о зависимости вымышленных образов от окружающих нас земных предметов с их обычной симметрией. И все же, несмотря на ограничивающие рамки симметрии, простора для фантазии остается еще очень много. Однако с течением времени границы этого простора будут все больше и больше отступать перед реальностью.

Очевидно, недалеки те времена, когда уже не надо будет фантазировать на тему о формах инопланетных существ, так как отважные космонавты доставят нам самые точные и достоверные сведения о затронутом здесь вопросе.

Но уже и сейчас мы с полной уверенностью можем утверждать, что симметрия парит не только на земном шаре, но и на любой другой планете. В связи с этим уместно еще шире раздвинуть рамки

---

\* Не следует забывать, кроме того, о правизне-левизне, столь обычной для живых существ, с их спиральными и винтовыми линиями, не подчиняющимися внешней симметрии среды. Это явление, очевидно, должно встречаться и у инопланетных организмов.

наших понятий о симметрии вообще. Остановимся, хотя и совсем коротко, на ее значении в искусстве, технике и современной науке.

Выше нам пришлось вспоминать о вымышленных фантастических существах, то сказочно прекрасных, то отталкивающе безобразных. Попробуем теперь выяснить вопрос о том, как связаны между собой симметрия и красота. Уже древние греки в своей мифологии касались, по существу, именно этого вопроса. В их представлении беспорядочный хаос порождал устрашающих чудовищ. Упорядоченность и гармония в природе олицетворялись в сияющих образах богов и богинь, увековеченных в прекрасных статуях. Но ведь именно симметрия с ее законами характеризует гармоничность, пропорциональность, стройность природных тел. Тем самым греки отождествляли упорядоченность и симметрию с красотой. Достаточно вспомнить строго симметричное построение архитектурных памятников, закономерно повторяющиеся узоры чудесных орнаментов, изумительную стройность «греческих ваз. «Но форма, я сказал, как праздник пред глазами» — писал об этих дивных произведениях искусства французский поэт прошлого столетия Т. Готье. И всюду мы видим на них проявление уже хорошо знакомых нам законов симметрии.

В. Гёте во второй части «Фауста» противопоставил в образах Прекрасной Елены и чудовищно безобразной, одноглазой и однозубой старухи Форкиады красоту симметрии и уродство грубой асимметрии \*. Такое же противопоставление мы найдем и в пушкинской «Сказке о царе Салтане». С одной стороны, торжествующе величавая Царевна-Лебедь со звездой во лбу и с месяцем под косой, а с другой стороны, уродливо окривевшие злодейки — ткачиха с поварихой. Обобщая вышесказанное, мы приходим к выводу, что всюду, где красота, там и симметрия. Недаром в последнее время начали обращать внимание на проявления симметрии в музыке, в размерах стихов

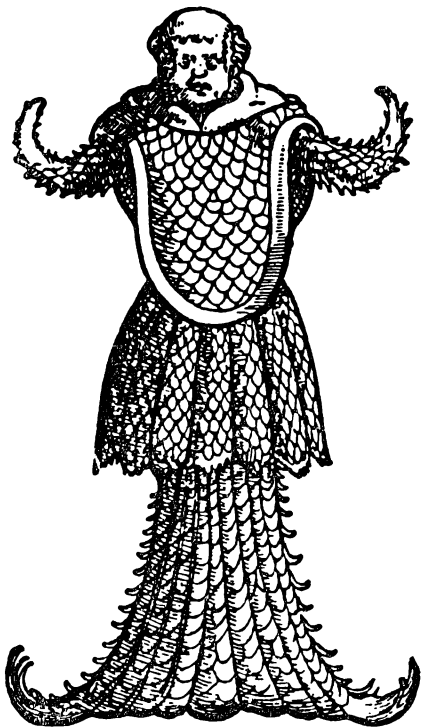


Рис. 108. Изображение фантастического «морского монаха». По К. Геснеру (1598).

\* W. Troll. Das Problem des Schönen. Studium generale. Springer Verlag in Berlin — Göttingen — Heidelberg, 2 Jahrgang, H. 4/5, 1949, стр. 264—266.

и чередовании рифм. Совсем недавно появилась любопытная статья, где стихотворные размеры сравниваются... со структурами кристаллов \*.

Вместе с тем, говоря о симметрии живой природы, нельзя забывать того, что здесь речь идет не о мертвенно-застывшей статичной симметрии, а о текуче-изменчивой динамической симметрии, так ярко проявляющейся в мире растений и животных. Если учесть это, то мы поймем следующие слова известного художника Н. Ренуара, обращавшего особое внимание на все чуть заметные отклонения от классической симметрии. А поняв их, необходимо внести и соответственные оговорки к слишком категорически выраженным утверждениям выдающегося живописца. Вот его слова:

«Природа не терпит пустоты, как говорят физики; но они могли бы и дополнить свою аксиому, прибавив, что она не терпит также и симметрии... Два глаза, даже на самом красивом лице, всегда ч у т ь - ч у т ь различны, нос никогда не находится в т о ч н о с т и над серединой рта, долька апельсина, листья на дереве, лепестки цветка никогда не бывают в т о ч н о с т и одинаковыми...» \*\*.

Обращаем внимание читателя на подчеркнутые нами слова. Речь здесь идет не о резко выраженной асимметрии, а о чуть заметных отклонениях от математической симметрии, вернее о ее динамических проявлениях в природе. Совсем по-другому подходил к этой же проблеме П. Сезанн (см. стр. 60). В отличие от Ренуара он пытался отбросить все случайное и частное, опираясь на основные закономерности природных форм. «Все в природе сферично и цилиндрично», — упорно повторял он.

Высказывания обоих прославленных художников весьма поучительны. Думается, однако, что правильный путь находится посередине. Важно исходить из основных законов природной симметрии, выявляя вместе с тем и чуть заметные отклонения от них, обусловленные динамикой движущейся и развивающейся материи. Ведь именно эта динамика придает неповторимое своеобразие всему живому.

От проблемы красоты в искусстве и жизни перейдем к вопросу о практическом значении все той же симметрии. Ответ на этот вопрос дается всей историей человечества, всем развитием техники.

Природные формы с их симметрией с самых первобытных времен и до нынешних дней служили образцами устойчивости, приспособленности, целесообразности. Приглядываясь к телам рыб и водоплавающих птиц, наши далекие предки долбили свои первые челны. Фигура коня послужила им моделью для первой примитивной телеги. Дерево подсказало форму шатра. Карел Чапек, преклонявшийся перед красотой кристаллов (см. стр. 64), высказал интересную мысль о связи архитектуры с кристаллическими формами:

---

\* G. C. A m s t u t z. Symmetrie in Natur und Kunst. «Aufschluss», 17, № 6, 1966, стр. 143—156.

\*\* Л е о н и д В о л ы н с к и й. Зеленое древо жизни. Детская литература, 1964, стр. 97.

«И в человеке таится сила кристаллизации. Египет кристаллизовался в пирамидах и обелисках, Греция — в колоннах, средневековые — в фиалах, Лондон — в кубах черной грязи...» \*.

Д. Р. Платт подчеркивает явную зависимость архитектурных сооружений от биологических прообразов: «Причудливое очарование оград и решеток, повторяющихся окон в итальянских палаццо связано, с одной стороны, с привычным биологическим повторением многоножки и спинного хребта, а с другой стороны, с важностью эквидистантности в нашей собственной зрительной организации пространства» \*\*.

Природные формы с их законами симметрии неизменно принимались во внимание изобретателями, конструкторами, строителями. Недаром паровоз так часто сравнивался художниками слова с «огнедышащим драконом», «железным конем» и т. д. На нем, как и на подавляющем большинстве самых разнообразных видов транспорта, мы снова обнаруживаем свойственную животным «билатеральную» симметрию, единственная плоскость которой совпадает с направлением движения.

А самолеты? — Как давно завидовали поэты птицам, свободно парящим над землей!

Ощутимее всех эту мучительную тоску, эту жажду полета выразил Ф. И. Тютчев:

«С поляны коршун поднялся,  
Высоко к небу он взвился;  
Все выше, дале вьется он  
И вот ушел за небосклон.  
Природа-мать ему дала  
Два мощных, два живых крыла;  
А я здесь в поте и пыли,  
Я, царь земли, прирос к земле!» \*\*\*

В настоящее время все эти стихи пленяют нас не только своей поэзией; они являются одновременно и историческими документами, свидетельствующими об упорной человеческой мысли, стремившейся овладеть искусством полета. И, глядя теперь на созданные человеком гигантские птицы, во многом превзошедшие свои природные образцы, мы снова находим на них все ту же билатеральную симметрию, общую и для птиц, и для стрекоз, и для наших самолетов.

Здесь нет возможности планомерно проследить заимствования и использования техникой природной симметрии. Тема эта не умещается на страницах нашей книги. Она требует специальных исследований и отдельных монографий. Кроме того, напомним, что недавно родившаяся на стыке биологии и техники новая наука бионика, беря природные объекты в качестве моделей для построения

\* Карел Чапек. Сочинения. Т. 2, Гослитиздат, 1959, стр. 332—333.

\*\* J. R. Platt. Beauty: Pattern and Change, Functions of Varied Experience. Dorsey Press Homewood, 1961, Chapter 14. См. Г. Джэффе, М. Орчин. Симметрия в химии. Мир, 1967, стр. 15.

\*\*\* Ф. И. Тютчев. Полное собрание сочинений. СПб., 1913, стр. 70.

тончайших приборов, широко использует и симметрию их форм. На ту же симметрию природных форм опирается и еще одна только что родившаяся дисциплина — промышленная или техническая эстетика, разрабатывающая наиболее целесообразные, а вместе с тем и наиболее красивые формы для машин, инструментов, мебели и пр.

До сих пор все приведенные выше примеры ограничивались «билатеральной симметрией»  $P$  или симметрией  $L_n n P$ . Рассмотрим один случай, когда толчком к техническим открытиям явились иные более сложные законы симметрии.

Форма спирально завитой раковины привлекла пристальное внимание Архимеда. В результате им было выведено уравнение спирали. В настоящее время спираль Архимеда широко применяется в механике. Мало того, она сыграла известную роль и в развитии телевидения. Вот как описывает эту роль В. Узилевский — автор «Легенды о хрустальном яйце»:

«Итак, в двухсотых годах до нашей эры великий Архимед вывел закон спирали, носящий его имя; в 1884 году немецкий инженер Пауль Нипков предложил использовать спираль Архимеда для развертки телевизионного изображения. А в 1929 году советские инженеры сотрудники Всесоюзного электротехнического института (ВЭИ) П. В. Шамаков, Н. Н. Васильев и Н. Н. Орлов приступили к конструированию первой советской телевизионной системы, основным узлом которой стал спиральный диск Нипкова...» \*. Вот, оказывается, куда нас привела скромная ракушка с ее винтовой осью симметрии подобия!

Нельзя не сказать несколько слов и о формах космических ракет. С каким вдохновением описывает такую ракету летчик-космонавт Герой Советского Союза Герман Титов! «Я люблю все высокое, устремленное в небо: многоэтажные здания, старинные башни, строительные краны, мачты радиостанций, вековые дубы, корабельные сосны. Но все это вместе взятое не может соперничать с захватывающей дух красотой космической ракеты, готовой всем своим могучим телом уйти в небо. Было жаль, что такое чудесное создание человеческого разума и рук, вознеся корабль на орбиту, должно будет сгорать где-то там в вышине...» \*\*.

С какими же природными формами можно сравнить форму ракеты? Какова ее симметрия? Можно собрать целую коллекцию стихотворений, в которых дается ответ на этот вопрос. Ограничимся здесь лишь одним отрывком.

«И кажется вот-вот раздастся гром,  
И дерево стремительное это  
Покинет свой лесной аэродром  
И устремится в небо, как ракета...»

(Сергей Смирнов) \*\*\*

\* В. У з и л е в с к и й. Легенда о хрустальном яйце. Повесть о профессоре телевидения. Лениздат, 1965, стр. 132.

\*\* Г е р м а н Т и т о в. 700 000 километров в космосе. «Правда», 19 августа 1961 г., № 232, стр. 4.

\*\*\* С е р г е й С м и р н о в. Веселый характер. «Советская Россия», 1963.

Поэты единодушно сравнивают космические ракеты с устремленными вверх древесными формами (или со сходным с ними колосом ржи). Нам хорошо известна радиально-лучевая симметрия таких фигур  $L_n P$ . Именно эта симметрия наиболее целесообразна как для растущего растения, так и для несущейся ввысь ракеты. На этом ярком примере мы и закончим наш пробег по теме о целесообразности симметрии и о ее практическом значении.

В заключение нельзя не коснуться роли учения о симметрии в науке будущего.

Весь предыдущий текст был посвящен симметрии природных форм, причем речь шла о такой симметрии, которая улавливается обычно простым глазом и не требует особых увеличений и специальной методики. Мы касались только симметрии макромира. Но ведь симметрия пронизывает буквально все вокруг нас, захватывая совсем неожиданные области и объекты. Об этом очень остроумно и занятно сказал Дж. Ньюмен: «Симметрия устанавливает забавное и удивительное родство между предметами, явлениями и теориями, внешне казалось бы ничем не связанными: земным магнетизмом, женской вуалью, поляризованным светом, естественным отбором, теорией групп, инвариантами и преобразованиями, рабочими привычками пчел в улье, строением пространства, рисунками ваз, квантовой физикой, скарабеем, лепестками цветов, интерференционной картиной рентгеновских лучей, делением клеток морских ежей, равновесными конфигурациями кристаллов, романскими соборами, снежинками, музыкой, теорией относительности...» \*.

Являясь вездесущей и всеобъемлющей, симметрия играет ведущую роль и в микромире — мире элементарных частиц. Симметрия и устойчивость атома, симметрия сильных и слабых взаимодействий, симметрия ядерных сил, попытка объединения пространственно-временной симметрии и внутренней симметрии — вот заголовки весьма животрепещущих тем, над которыми трудятся современные физики-теоретики \*\*.

Углубленное развитие этих тем открывает далекие пути в науку будущего. Симметрия макромира и симметрия микромира не должны отрываться друг от друга. Их слияние даст нам науку о всеобщей симметрии Мира.

Большинство вопросов, затронутых в этой главе, далеко выходит за рамки основной темы нашей книги, посвященной исключительно макросимметрии природных форм. Об этих вопросах пишутся специальные трактаты, обширные монографии и популярные книги. Мы лишь бегло коснулись их для того, чтобы дать понятие читателю о вездесущем значении симметрии.

В следующей заключительной главе кратко сформулированы основные положения, относящиеся к общим законам симметрии, характеризующим окружающие нас природные образования.

---

\* Г. Д ж а ф ф е, М. О р ч и н. Симметрия в химии. Мир, 1967, стр. 14.

\*\* А. С. К о м п а н е е ц. Симметрия в микромире. Знание, 1965.

---

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Книга закончена. Остается лишь коротко подытожить найденные результаты и сформулировать основные выводы, касающиеся исключительно макросимметрии природных форм. Сначала припомним еще раз главные моменты, а затем коснемся по-серьезному наиболее существенных обобщений.

Итак, в природе особенно часто встречаются два типа симметрии. О первом дает понятие древесный листок: на нем имеется только одна плоскость симметрии, разрезающая его на две зеркальные половинки. Второй тип можно назвать симметрией цветка (соцветья) ромашки или радиально-лучевой симметрией. Он характеризуется целым веером плоскостей симметрии, пересекающихся вдоль оси, проходящей через центр цветка.

Симметрии листка подчиняются цветы, сидящие на стебле сбоку, ветви, жуки, бабочки, птицы, рыбы, четвероногие и, наконец, мы сами. Радиально-лучевой симметрией обладают деревья, цветы, обращенные чашечкой кверху, животные, прикрепленные к морскому дну, а также медузы, морские звезды и морские ежи.

А вот и общий закон. То, что растет или движется в основном по вертикали, имеет радиально-лучевую симметрию (симметрию ромашки); то, что растет или движется горизонтально или наклонно относительно земной поверхности, характеризуется симметрией листка \*. Даже каменный материал, даже геологические образования подчиняются этому закону. Вулканические горы имеют симметрию ромашки, а горные хребты — симметрию листка.

Чем же объясняется этот всеобщий закон? Все мы находимся в поле земного тяготения, которое и накладывает печать на все развивающееся в его среде. Как бы конусообразным колпаком покрывает она каждую точку земной поверхности, и этот конус со своей симметрией частично или полностью отпечатывается на всем вокруг нас. Ромашкообразные и листоподобные формы — все это отпечатки симметрии конуса.

Однако, внешне подчиняясь симметрии конуса, все растущее, развивающееся, живое в своих деталях, во внутреннем строении не подчиняется этой однообразной симметрии. Отсюда — винтовое расположение листьев на стеблях и веток на стволах, спирали на раковинах и кристаллах, несимметричное расположение сердца и т. д.

---

\* О некоторых уточнениях, относящихся к водной среде, см. главу 8.



Знание законов природной симметрии позволяет многое предвидеть. В частности, можно с уверенностью утверждать, что движущиеся и неподвижные инопланетные существа будут также характеризоваться симметрией листка или симметрией ромашки, так как и они находятся под влиянием силы тяготения, хотя и не земного.

Преодолев все изложенное выше на страницах нашей книжки, мы теперь сумеем и более глубоко подойти к вопросу об общих законах природных форм.

Основываясь на принципе Кюри, можно выделить три следующих случая наложения симметрии среды на симметрию формирующегося в ней тела: 1) все элементы собственной симметрии тела совпадают с элементами симметрии среды; 2) элементы собственной симметрии тела лишь частично совпадают с элементами симметрии среды; 3) ни один из элементов собственной симметрии тела не совпадает с элементами симметрии среды. Зная симметрию среды и собственную симметрию тела, можно всегда определить вынужденную симметрию последнего. Перечисленные три случая охватывают все возможные случаи формирования природных тел. В первом случае все элементы собственной симметрии тела сохраняются, а его формы получают идеальное развитие. Это явление полное всего реализуется в средах с симметрией шара ( $\infty L_{\infty} \infty PC$ ).

Именно так возникают формы идеально образованных кристаллов или некоторых организмов (радиолярий и др.), развивающихся во взвешенном состоянии при условиях всестороннего и равномерного питания. При резко преобладающем влиянии среды последняя полностью отпечатывает свою симметрию на подчиненном ей объекте. Напомним в качестве относящихся сюда примеров шаровые фигуры некоторых организмов и округлые формы растворяющихся кристаллов.

Следует иметь в виду, что тела сохраняют свою симметрию и в таких средах, симметрия которых всецело совпадает с их собственной симметрией. Само собой разумеется, что подобные условия в природе осуществляются крайне редко.

Перейдем далее ко второму случаю, когда только часть собственной симметрии тела совпадает с элементами симметрии формирующей среды. В результате получаются ложные, искаженные формы с вынужденной внешней симметрией, сохраняющей обычно лишь часть элементов собственной симметрии. Однако при наличии особо податливых форм среда как бы навязывает свои элементы симметрии, чуждые симметрии тела. Такие случаи особенно часто осуществляются в поле земного тяготения. Как неоднократно подчеркивалось в предыдущем тексте, симметрия среды здесь  $L_{\infty} \infty P$ , а обнаруживающиеся формы чаще всего отвечают двум типам внешней симметрии  $L_n P$  и  $P$ . В окружающей нас природе эти два типа симметрии повторяются повсеместно, проявляясь особенно наглядно на формах растительного мира.

В третьем случае собственная симметрия тела вовсе не согласуется с симметрией среды. Ясно, что здесь получаются асимметричные

фигуры, более или менее приближающиеся к ложным формам второго случая, в зависимости от степени отклонения элементов собственной симметрии от элементов симметрии среды. Бывает и так, что податливый материал, не имеющий определенной симметрии, целиком воспринимает симметрию формирующей среды.

Приведенная выше последовательность трех возможных случаев сочетания элементов среды с элементами симметрии тела согласуется и с общим ходом эволюции форм органического мира. Простейшие формы, развивавшиеся во взвешенном состоянии внутри однородной среды, обладают наиболее высокой симметрией, вплоть до симметрии шара. Далее появляются формы, прикрепленные к земле и получившие в связи с этим симметрию типа  $L_n nP$  (иногда до  $L_\infty \infty P$ ). Еще дальше возникают формы,двигающиеся по земле в определенном направлении и сохранивших единственную плоскость симметрии  $P$ .

Итак, эволюционная последовательность природных законов симметрии (конечно, в очень упрощенном и схематизированном виде) может быть изображена следующим образом:

$$\begin{array}{l} \text{Симметрия среды} \rightarrow \infty L_\infty \infty PC \rightarrow L_\infty \infty P \rightarrow P. \\ \text{Внешняя симметрия форм} \rightarrow \text{все виды симметрии} \rightarrow \begin{array}{l} L_n nP \rightarrow P \\ (\text{или } L_n, P, -) \quad (\text{или } -). \end{array} \end{array}$$

Однако дело не ограничивается этой схемой. Мы ведь помним, что для движущихся тел или сред исчезающие элементы симметрии не уничтожаются бесследно, а переходят в элементы криволинейной симметрии и гомологии.

Обозначая элементы криволинейной симметрии (гомологии) соответственными буквами с двумя штрихами, можно изобразить часть предыдущей схемы в уточненном и развернутом виде:

$$L_n nP \rightarrow L''_n P (n-1) P^*.$$

Все сказанное выше относится к самым общим законам природных форм. Эти законы дают понятие о внешней вынужденной симметрии, являющейся как бы компромиссной между симметрией среды и собственной симметрией тела. За исключением первого случая (да и то не всегда), последняя, как правило, предстает в искаженном ущербном виде под маской ложных форм. Тем самым особая геометрия, свойственная самой природе тела, является основательно «засекреченной». Легче всего она выявляется для кристаллов путем гониометрических, рентгенометрических и других исследований.

О специфических особенностях внутренней геометрии органических тел свидетельствуют явления правизны-левизны, некоторые детали роста, наличие характерных следов так называемой «асимметрии». Для вывода относящихся сюда закономерностей следует привлечь на помощь понятия динамической симметрии, учение о симметрии подобия А. В. Шубникова, идеи криволинейной симметрии Д. В. Наливкина, гомологию В. И. Михеева, цветную симметрию Н. В. Белова и других. Решение этих задач — дело будущего.



56 коп.