



ТОМАС Л. СААТИ

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
МОДЕЛИ  
КОНФЛИКТНЫХ  
СИТУАЦИЙ**

ТОМАС Л. СААТИ

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЙ

Перевод с англ. В. Н. ВЕСЕЛОВА  
и Г. Б. РУБАЛЬСКОГО

Под редакцией И. А. УШАКОВА



Москва «Советское радио» 1977

6Ф0.1

С11

УДК 51:62—505.72

**Саати Т. Л.** Математические модели конфликтных ситуаций. Пер. с англ. Под ред. И. А. Ушакова. М., «Сов. радио», 1977, 304 с.

Книга посвящена построению математических моделей трудно формализуемых конфликтных ситуаций, не относящихся к стандартной теории игр и статистических решений. Определяются цели и задачи урегулирования конфликтов, исследуются пути стабилизации и равновесия в условиях неполной информации. Приводятся некоторые математические модели оценки взаимного контроля конфликтующих сторон. Формализуется процедура формирования соглашений в конфликтных ситуациях.

Материал совершенно оригинальный, причем значительная часть написана специально для советского издания.

Книга полезна специалистам по технической кибернетике, исследованию операций и системному анализу.

Рис. 12, табл. 11, библи. 81 назв.

#### Редакция кибернетической литературы

С  $\frac{30501-062}{046(01)-77}$  БЗ-1-6-77

© Перевод на русский язык. Издательство «Советское радио», 1977 г.

---

THOMAS L. SAATY

Mathematical models of arms control and disarmament

John Wiley & Sons, Inc. 1968

## От редактора

Советский читатель хорошо знаком с переводами книг известного американского математика Томаса Л. Саати\*. Это были монографии, посвященные различным важным проблемам прикладной математики и исследования операций. Предлагаемая работа несколько отличается от них: здесь автор пытается показать возможность применения количественных методов анализа в таких традиционно «неколичественных» и трудно формализуемых областях знания, как, например, социология, политика.

Специфичность и сложность затронутой автором темы требует определенных предварительных разъяснений. Представляется, что максимально возможное, но при этом серьезно обоснованное внедрение математических методов в самые различные сферы человеческой деятельности является, безусловно, прогрессивным и современным. Широкое использование математических методов в настоящее время уже не является привилегией лишь естественных наук. Математизация буквально всех отраслей науки и практической деятельности становится естественным и неотвратимым процессом в эру научно-технической революции. Уместно напомнить в этой связи слова К. Маркса о том, что наука только тогда достигает совершенства, когда ей удастся овладеть математическими методами.

---

\* Саати Т. Л. Математические методы исследования операций. М., Воениздат, 1963; Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. М., «Сов. радио». 1-е изд. — 1965; 2-е изд. — 1971; Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. М., «Мир», 1973; в соавторстве с Р. Басакером. Конечные графы и сети. М., «Наука», 1974.

Однако при этом необходимо всегда трезво оценивать обстановку и понимать, что сами по себе количественные методы (строгая математическая постановка задачи, получение численных результатов и т. п.) не решают всех проблем, которые встают перед человеком, принимающим решения. Следует подчеркнуть, что сложные и ответственные решения определяются огромным числом самых различных факторов, не все из которых могут быть учтены при построении соответствующих математических моделей. Кроме того, многие решения, оптимальные в смысле тех или иных количественных критериев, не могут быть приняты в силу существующих политических моральных или этических установок стороны, принимающей решения. Уже в этом смысле читатель должен отнестись достаточно критически ко многим математическим моделям, рассматриваемым в книге Т. Л. Саати. (Справедливости ради, следует заметить, что самого автора книги нельзя отнести к категории математиков-«экстремистов»: он постоянно подчеркивает условность или иллюстративность рассматриваемых моделей.)

Совершенно понятно, что реальные проблемы, которые ставит жизнь, очень сложны и многогранны и не могут быть уложены в прокрустово ложе сильно формализованных математических моделей. Однако квалифицированно и изобретательно составленная математическая модель может позволить учесть почти все наиболее существенные факторы, влияющие на окончательный результат, а также достаточно полно отразить основные существующие между ними связи. Весь вопрос в характере дальнейшего использования количественной информации, полученной в результате применения соответствующей математической модели. Эта

информация должна лишь помочь специалисту в той или иной области при формулировании решения, а не заменять решение: принятие решения в конечном счете остается прерогативой человека. Дополнительно заметим, что формулирование целей, определение критериев эффективности их достижения — все это выходит за рамки математических построений и служит лишь исходными данными для соответствующих моделей.

Несколько слов о самой книге. Первоначальный вариант ее, вышедший в США в 1968 г. в специальной серии Американского общества по исследованию операций, был посвящен математическим моделям разоружения и контроля над вооружением. Автор привел многочисленные примеры из этой сферы международных отношений и иллюстрировал на них возможность проведения достаточно глубокого количественного анализа. Оригинальность тематики работы и ее несомненные математические достоинства привели к тому, что год спустя автор был удостоен премии им. Ф. Ланчестера, присуждаемой в США за лучшие работы по исследованию операций.

Несмотря на определенную объективность рассмотрения некоторых вопросов международных отношений (лучший тому пример — вывод о том, что единственно конструктивное решение вьетнамской проблемы заключается в полном выводе американских войск, сделанный в период самой разнузданной эскалации войны американского империализма против вьетнамского народа), автор стоит все же на позициях либерально-демократической буржуазной интеллигенции. Со многими его выводами и рассуждениями согласиться было нельзя.

Учитывая пожелания, высказанные редактором перевода, Т. Л. Саати специально для совет-

ского издания книги достаточно серьезно переработал текст, заменив отдельные примеры, исключив некоторые разделы и сделав при этом специальные дополнения. В тексте книги остались некоторые материалы, касающиеся рассуждений относительно «рациональной» гонки вооружений, минимизации ущерба в случае возникновения ракетно-ядерной войны и т. п. В этом в какой-то степени отражается та легкость, с которой американские политики (а за ними и ученые) судят о возможности дальнейшей гонки вооружения и допустимости проведения политики на грани войны. В этой связи советскому читателю, видимо, нет необходимости напоминать историю ядерного шантажа со стороны США, начатого одним из «отцов» «холодной войны» Г. Трумэном сразу же после окончания второй мировой войны, а затем «успешно» продолжаемого некоторыми оголтелыми «ястребами» (достаточно упомянуть хотя бы заявление бывшего министра обороны США Шлезингера о возможности применения ракетно-ядерного оружия в так называемых локальных войнах).

Однако в этой связи хотелось бы отметить, что сам Т. Л. Саати — убежденный пацифист (правда, со свойственной пацифистам непоследовательностью), неоднократно заявляющий о своей позиции на страницах книги. В подтверждение этому можно, например, привести его слова: «Установление мира и безопасности на земле — альтернатива войне — позволит человеку придать своей деятельности гораздо более глубокий смысл и создать мир, в котором стимулом для прогресса будут безопасность и сотрудничество народов, а не вооруженная борьба и распри между ними.»

Нам бы хотелось избежать поглавного обзора содержания книги Томаса Л. Саати, которая напи-

сана вполне доступно и даже в какой-то мере увлекательно (хотя язык подлинника, сказавшийся и на качестве перевода, не всегда отшлифован, а местами и тяжеловат). Читателю любого уровня и профиля книга должна показаться интересной и полезной: специалистам гуманитарных (нематематических) направлений она покажет возможности приложения современных математических методов в сферах их деятельности, а для математиков откроет совершенно новые области приложения строгих методов.

В заключение нам хотелось бы выразить искреннюю признательность автору книги — Томасу Л. Саати за помощь в процессе подготовки к изданию перевода его книги и за тот большой труд, который он проделал специально для этого издания.

**И. Ушаков**





## Предисловие к русскому изданию

О мире и разоружении трудно писать, ограничиваясь проблемами сегодняшнего дня и не заглядывая в будущее, на которое мы возлагаем большие надежды. Человек при всех своих достижениях стремится к дальнейшему прогрессу в технической и социальной сферах, а прогресс чреват неизбежными конфликтами. Поэтому стоит искать избавления лишь от тех форм конфликта, которые имеют отрицательные или даже губительные последствия. Если мы не можем разрешить такие конфликты, их следует просто избегать, чтобы остаться в живых.

Обычно, разрабатывая и накапливая вооружение, государства исходят прежде всего из желания усилить свое влияние в мире и поддержать порядок. В этом проявляется примитивная склонность человека прибегать к угрозам, когда его желания не выполняются другими. Но те, кому угрожают, начинают, в свою очередь, приобретать вооружение для самозащиты. Тогда угрожающее государство, видя, что его угрозы становятся неубедительными, считает своим долгом увеличить свой военный арсенал. То же самое делает и другая сторона, отчасти, чтобы обезопасить себя, а отчасти для приобретения влияния. В результате происходит эскалация вооружений, и если сопутствующая ей враждебность в отношениях между государствами будет усугубляться, последствия могут быть гораздо серьезнее, чем вначале предполагали конфликтующие стороны. И все-таки каждая из них должна прилагать постоянные усилия, чтобы не оказаться уязвимой. В кризисной ситуации уязвимое государство способно пойти на крайние меры и тем самым только усугубить трудности. В этой связи уместно привести один условный пример.

**Кошмарные автогонки.** Два соперника стартуют с разных концов узкой горной дороги с крутыми обрывами или отвесными скалами по сторонам. Тот, кто первым достигнет противоположного конца, получит миллион долларов. Вот гонщики съехались и притормозили. Что им делать дальше? Если один из них даст задний ход, то второй получит фору, вполне достаточную для победы. Если они ринутся вперед, неизбежно столкновение и гибель обоих. Более гибкий подход к решению этой дилеммы состоит в том, чтобы договориться о дележе выигрыша и закончить гонку вместе в одном из автомобилей. Однако может возникнуть подозрение, что водитель этого автомобиля попытается избавиться от конкурента, пустив машину под откос и выпрыгнув в последнюю минуту. Поэтому, вместо того, чтобы ехать, соперники идут пешком, медленно и с опаской, но не теряя надежды на благополучный исход и дележ выигрыша. Теперь представьте, что в гонках участвуют не две, а много машин, каждая из которых может вызвать затор. Как им всем найти выход из положения?

Приобрести вооружение того или иного вида стало гораздо проще и быстрее, чем создать долговременные отношения сотрудничества. Но если мы не хотим взаимного уничтожения, у нас нет другого выхода, кроме сотрудничества в изменяющемся мире, все более и более напоминающем небольшой островок с быстрыми как свет средствами связи, со сверхзвуковыми средствами передвижения, с быстродействующими электронными средствами анализа и вычислений и со средствами разрушения такой силы, которая раньше казалась немыслимой. В этом мире постепенно увеличивается число государств, владеющих ядерными секретами. В 80-е годы таких государств станет еще больше, чем те-

перь. Опасность войны возрастает и экономический менее развитые государства почувствуют, что обладание ядерным оружием — это самый простой способ заставить других с ними считаться. Ведь по сравнению с богатыми странами терять им особенно нечего. Ясно, что при таких обстоятельствах значительно возрастает угроза миру со стороны лунатиков, которым нет никакого дела до здравых критериев остальной части человечества.

Психологам предстоит еще немало потрудиться, прежде чем они поймут, почему одни люди более агрессивны и больше стремятся к разрушениям, чем другие, но еще труднее будет представителям политических наук дать рецепт, как сделать стабильной мировую систему с таким разнообразием экономических, социальных, политических и идеологических факторов. Пока у нас нет отчетливого понимания того, как стабилизировать хотя бы один из этих факторов. Что же рассчитывать на скорый успех в решении такой задачи, как стабилизация столь разнородной системы в целом!

Представляется очевидным, что если мы не разделим эту систему на однородные подсистемы и не сделаем стабильной каждую из них в отдельности (что, впрочем, уже трудно осуществить из-за сильного взаимодействия, порождаемого ростом численности населения и сопутствующих этому потребностей в энергетических, сырьевых и пищевых ресурсах), указанная задача окажется выше человеческих возможностей. Мы должны прилагать непрестанные усилия, чтобы глубже понять природу компромиссов и научиться их достигать на практике.

Эта книга преследует скромную цель, состоящую главным образом в том, чтобы проанализировать стабильность ситуаций, какими они нам сейчас представляются. Такого рода анализ, как пра-

вило, приводит к выводу, что когда отдельные люди, даже целые государства, лучше осознают свое положение с учетом окружающего мира, они яснее понимают, какие выгоды им сулит сотрудничество. Сотрудничество подразумевает совместную работу, какую ведут, например, СССР и США в освоении космоса. Оно означает также проведение совместных исследований, широкий обмен и использование нашей взаимодополняемости для реализации преимуществ, возможных только при объединении усилий на благо наших двух стран и всего мира. Сотрудничество способствует укреплению взаимного доверия и тем самым дает надежду на еще большее сотрудничество. При этом угрозы применения силы сменяются призывами к более гибкому подходу, к использованию многочисленных и многообещающих возможностей. Краткосрочные тактические интересы уступают долговременным стратегическим соображениям. Тогда и конкретные задачи ставятся исходя из долгосрочных целей, а не наоборот, когда задачи, продиктованные кратковременным кризисом, интерпретируются как цели.

Издание этой книги на русском языке для меня большая честь. Моя давняя надежда сбылась и я хочу сердечно поблагодарить моего друга Игоря Ушакова, а также переводчиков В. Веселова и Г. Рубальского за их усилия в выполнении деликатной задачи.

**Т. Саати**

## Предисловие

«В ближайшее тысячелетие математика не найдет никакого применения в истории», — сказал мой знакомый историк. Несомненно, что наши далекие предки, поклонявшиеся планетам солнечной системы, размышляли о них антропоморфически и высмеяли бы взгляд на их орбитальное движение как на самое существенное с точки зрения удаленного наблюдателя явление. Для них гораздо более важным казалось то, что на этих планетах якобы обитали боги, в деяниях которых движение небесных тел не более, чем мелкий эпизод.

Не так-то просто бывает задать правильный вопрос, связывающий объект и его исследователя, и выделить только те *наблюдаемые* свойства объекта, которые влияют на знания и представления исследователя. В конце концов, у объекта может быть бесконечное число неинтересных для нас свойств. Как выделить главное — вопрос изобретательности и прагматизма.

Математика — это инструмент, требующий точности от воображения и концентрирующий внимание на центральных вопросах за счет игнорирования посторонних факторов. Она ставит на прочный фундамент исследования во многих областях, где ее применимость уже установлена.

Политика, имеющая дело с проблемами фантастической сложности, нуждается в едином языке. Речь идет не о языке типа эсперанто, хотя он и может оказаться очень полезным для расширения связей между народами мира. Существует потребность в последовательной и универсальной логике и точных методах для оценки влияния той или иной политики на достижение поставленных целей. Нуж-

но научиться ясно представлять сложные структуры, чтобы принимать правильные решения.

Понятие равновесия играет центральную роль в математическом анализе. В политике под равновесием можно понимать такое состояние, когда каждая из двух или более заинтересованных сторон считает свое положение наилучшим из всех возможных при условии, что противоположные стороны придерживаются своих равновесных стратегий. В некотором смысле это равносильно тому, что каждая сторона поступает так, как поступила бы на ее месте другая сторона. По определению Булдинга конфликт — это состязание, в котором стороны стремятся достичь несовместимые положения. Создание международной обстановки, благоприятной для мирного разрешения конфликта между враждующими странами, требует более глубокого понимания источников конфликта. Одна из задач исследований по контролю над вооружением состоит в том, чтобы определить влияние вооружений на вероятность развязывания и эскалации войны. Возможно, что нам недостает понимания влияния вооружений на конфликт, так как отсутствуют адекватные методы абстрактного изучения конфликтного процесса. Такие методы можно было бы использовать для создания новых структур, которые позволили бы по-новому взглянуть на постоянно возникающую проблему войны. Разработка этих методов не сводится к простой интерпретации уже известной или даже изменяющейся природы человека, потому что сколько бы миролюбия не проявляли народы, всегда будет оставаться различие во взглядах на некоторые вопросы. И все же, поскольку необходимо принимать решения, требуется и примирение.

Военные приготовления и усилия по контролю

над вооружением, двойственные по отношению друг к другу, требуют продолжительных исследований, но в настоящий момент существует острая необходимость выиграть время, прекратив распространение и применение ядерного оружия, чтобы использовать это время для плодотворного поиска постоянных решений.

Я полагаю, что математика является полезным инструментом для построения моделей контроля над вооружениями, примеры которых будут даны в этой книге. Мне кажется, что проблемы войны и мира, глубокого понимания которых недоставало на протяжении нескольких тысячелетий, требуют новых подходов, разработанных благодаря изобретательным и кропотливым исследованиям. В этой книге намечены основные проблемы и приведены некоторые результаты на пути к их решению.

Вне моего поля зрения остались системы вооружения, технические аспекты вооружения, мирное использование атомной энергии и другие вопросы, которыми занимаются многие ученые во всем мире и которые уже нашли отражение в литературе.

Контроль над вооружением не является самоцелью. Законоположение 87—297 об Агенстве по разоружению и контролю над вооружением гласит: «Контроль над вооружением и политика разоружения, являясь важными аспектами внешней политики, должны соответствовать политике национальной безопасности в целом».

Хотя эта книга посвящена контролю над вооружением, в ней неизбежно пришлось рассмотреть широкий круг политических условий, в которых он осуществляется.

Я признателен многим лицам за помощь и поддержку в подготовке рукописи. В частности, я благодарен Расселлу Акоффу, Эрику Аншутцу, Боуме-

ну Каттеру, Андре Дюкампу, Дж. Е. И. Хеллеру, Джону Харсанье, Дэвиду Гертцу, Нигелю Ховарду, Майклу Интрилигейтору, Паулю Дж. Лонгу, Майклу Масшлеру, Мартину Макквайру, Фредерику Дж. Перри, Вайману Ричардсону, Герберту Сквиллю, Джеффри Смиту, Сильвии Уолер и особенно моей жене Розан — за прочтение, редактирование и полезные замечания.

**Т. Саати**





# **Часть I**

## **ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ЦЕЛЕЙ**

### **Введение**

Для современных международных отношений характерно стремление многих государств улучшить политический климат, предотвращая применение силы для разрешения конфликтов. В наше время поиск мирных средств ведется все интенсивнее, поскольку уже несколько государств обладают ядерным оружием. Есть опасение, что за первым враждебным шагом, предпринятым конфликтующими сторонами, последует второй и так далее, пока неотвратимая эскалация не завершится всеобщим уничтожением. Поэтому от нас требуется безотлагательно приложить усилия, чтобы избежать вооруженных столкновений.

В шестидесятых годах проводились различные переговоры по контролю над вооружениями для уменьшения угрозы ядерной войны. На этих переговорах обсуждались вопросы испытания и распространения ядерного оружия. Не исключено, что некоторые не столь трезвомыслящие правительства могут применить ядерное оружие, чтобы вынудить другие государства отказаться от попыток получить некоторые преимущества. Такие правительства могут даже угрожать развязыванием глобального конфликта, непреклонно настаивая на выполнении их требований и не проявляя готовности вести переговоры для обсуждения разногласий.

Бывали случаи, когда угроза уничтожения оказывала благотворное влияние на разрешение конфликта, вынуждая пойти на компромисс. И все же государственные деятели многих стран с растущим

единодушием считают, что наращивание вооружений идет в ущерб интересам международной, а следовательно, и национальной безопасности. Существует противоположное течение, приверженцы которого полагают, что международная безопасность только укрепляется (за счет взаимного сдерживания), когда каждая страна имеет достаточно средств для нанесения опустошительного удара и даже для полного уничтожения противника. Первое течение исходит из того, что чем меньше вооружений имеют страны, тем меньше они на них опираются в своей политике и тем меньше становится ущерб, причиняемый конфликтами. Второе течение основано на предположении о том, что наличие вооружений сдерживает конфликтующие стороны, и подразумевает, что можно контролировать другие факторы, ведущие к развязыванию военных действий между двумя конфликтующими странами, такие как 1) эскалация так называемых ограниченных войн, 2) войны, начатые какой-либо третьей страной, и 3) случайные войны.

Легко вообразить, что сочетание этих трёх факторов может привести к ядерной войне, и поэтому очень трудно согласиться со сторонниками второго течения.

СССР и США приняли некоторые меры к тому, чтобы не допустить рокового просчета (например, создание канала экстренной связи между Москвой и Вашингтоном), замедлить распространение ядерного вооружения и разработку его новых типов (например, подписание договоров о частичном запрещении испытаний ядерного оружия и о его нераспространении) и чтобы добиться использования только в мирных целях ряда районов Земного шара и космического пространства (например, продолжающееся обсуждение договоров об Антарктике,

о космическом пространстве и о дне мирового океана).

Соглашениям такого рода всегда предшествуют напряженные исследования, координационные работы и переговоры.

Первейшая задача состоит в том, чтобы найти методы контроля за разработкой, испытанием, распространением, средствами доставки и использованием ядерного оружия. К числу возможных методов относятся замораживание производства вооружений и консервация или использование в мирных целях соответствующего оборудования и даже самих расщепляемых материалов, производимые преимущественно на основе многосторонних соглашений. Создание безъядерных зон также препятствует распространению ядерного оружия.

Некоторые страны, помятуя о библейском завете «перековать мечи на орала», предлагали использовать ядерную энергию в мирных целях, например, для прокладки каналов или рытья шахт. Но тут возникает ряд затруднений, поскольку не ясно, как осуществить контроль, способный отличить мирные применения от военных.

При рассмотрении вопросов разоружения принимаются во внимание и другие виды оружия массового уничтожения, такие, как химическое и бактериологическое. Что же касается обычных видов вооружения, то их разработка и распространение всегда вызывали беспокойство.

Здесь нужно подчеркнуть, что исторически наращивание ядерных запасов явилось следствием недоверия между народами. Это недоверие было порождено методами достижения национальных интересов. Некоторые правительства, склонные отдавать предпочтение насилию, а не убеждению, становятся в конце концов нетерпимыми для свое-

го народа (это внутреннее дело) или же для других стран (это уже международная проблема). Поэтому нельзя пойти на серьезное разоружение до тех пор, пока остаются веские причины для недоверия. Однако государства могут пойти на ограничение своей военной мощи в той степени, в какой они улучшили взаимоотношения и почувствовали, что их цели не противоречат друг другу и что имеющиеся между ними разногласия могут быть урегулированы на основе переговоров и компромиссов. Так или иначе, никакое государство не располагает средствами для создания вооружений, гарантирующих предотвращение агрессии. В последние годы под сдерживающей силой подразумевалось количество вооружений, вполне достаточное, чтобы несколько раз сравнить государство потенциального агрессора с землей. Ясно, что знание полезностей вооружений позволяет на рациональной основе оценить, какое его количество может понадобиться при различных обстоятельствах, и решить, безопасно ли идти на взаимное сокращение и в каких пропорциях. Результатом переговоров может быть, например, решение о сокращении вооружений от десятикратного уровня уничтожения другой стороны до трехкратного. Возникают следующие важные вопросы. Какая военная мощь требуется государству для обороны, для сдерживания агрессивных действий со стороны других государств и для поддержания своего авторитета в мире? Каким образом убедить другие государства пойти на взаимное сокращение военной мощи?

Известно, что лишь очень немногие государственные деятели и рядовые граждане верят в возможность разоружения, и именно поэтому большинство не проявляет готовности попробовать еще неизвестные и рискованные подходы, ведущие к ре-

шению этой проблемы. Показать им, что разоружение практически выгодно — это только полдела, нужно еще, чтобы все признали, что оно необходимо.

Государства, кажется, убеждены в том, что могут навсегда обеспечить свою безопасность, развивая в одностороннем порядке свою технику и имея большую армию. Оценивая любое предложение по контролю над вооружениями, они прежде всего думают о его наиболее опасных возможных последствиях, в то же время они совершенно упускают из виду последствия продолжения гонки вооружений. В этом проявляется почти всеобщее непонимание того, как быстро может ухудшиться международная обстановка во взрывоопасных районах.

Как сказал Эйнштейн, «ученый должен распределять свое время между уравнениями и политикой». В наше время появились квалифицированные и закаленные во многих перепетиях специалисты, которые, устремив свои помыслы в будущее, с оптимизмом взялись изучать политику с помощью уравнений. В сегодняшнем мире вряд ли следует опасаться того, что идеализм погубит это удачное и все крепнущее сочетание здорового оптимизма с примесью скептицизма и страха перед катастрофой, быть может, поджидающей нас в неведомом и опасном будущем.

Как известно, применение количественных методов в социальных науках базируется на создании таких моделей, которые по своей сути зависят не столько от абсолютных значений цифр, сколько от их порядка (скажем, от порядковых, а не от числовых полезностей). Такие модели предназначены не для получения численных результатов, а, скорее, для ответов на вопросы о том, имеет место или нет некоторое свойство, например, устойчивость.

Можно выделить четыре основных направления исследований:

1. Конфликты и причины их эскалации.

2. Устойчивость, равновесие сил, а также вооружения, их полезность и эффективность в оборонительных и наступательных действиях.

3. Переговоры для решения спорных вопросов и для установления контроля за разработкой, распространением и использованием вооружений.

4. Инспекции и проверки выполнения заключенных соглашений и договоров.

Математический подход используется, вообще говоря, двояко — для решения тактических, микроскопических или локальных вопросов и для анализа стратегических, макроскопических или глобальных проблем. Наша цель состоит в том, чтобы познакомить читателя с некоторыми глобальными моделями проблем контроля над вооружением и разоружением, продемонстрировав при этом их диапазон и разнообразие. Некоторые из высказанных здесь идей возникли сравнительно недавно, в процессе исследований, не предназначавшихся для решения проблемы разоружения в короткий срок. Однако не исключено, что намеченные подходы в перспективе приведут к новым методам для поиска решений. Кроме того, они помогают четко сформулировать основные проблемы и ясно осмыслить некоторые присущие им нюансы.

Государства, как и отдельные люди, пользуются различными шкалами полезностей при рассмотрении своих целей и сопоставлении их с внешними условиями. Кроме того, преследуя свои цели, они нередко образуют союзы с одними государствами и вступают в конфликты с другими. Отсюда и появляется необходимость собраться вместе на переговоры, чтобы «сравнить полезности», высказать и

разъяснить свои цели и политику и достичь соглашения на основе компромиссов. Нужно разобраться в том, какими каждое государство видит свои цели и проводимую политику, и в том, какие средства оно использует для достижения своих интересов.

В любой области общественных отношений, в том числе и в контроле над вооружением, процесс принятия решений отдельными людьми или правительствами можно анализировать в такой последовательности:

1. Отбор целей и проверка их согласованности.
2. Принятие стабильных политик (этой важной проблеме ниже будет уделено наибольшее внимание).

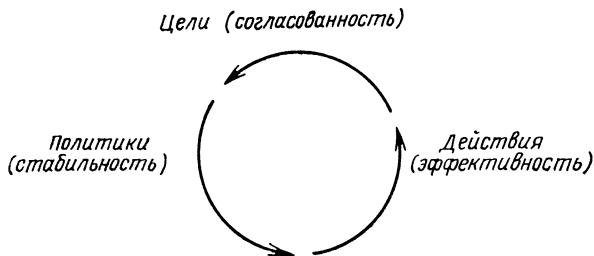


Рис. 1

3. Выбор эффективных действий для осуществления политик и достижения намеченных целей.

Вследствие таких действий цели могут модифицироваться, так что появляется цикл, изображенный на рис. 1.

## ГЛАВА 1

# ВНЕШНИЕ ФАКТОРЫ ПРИ КОНТРОЛЕ НАД ВООРУЖЕНИЕМ

### 1.1. Предварительные замечания

Перед нами стоят следующие три основные задачи, перечисленные в порядке важности:

1. Выживание и безопасность, или проблема сохранения и поддержания мира.

2. Проблема народонаселения и пищевых ресурсов.

3. Занятость людей производственной деятельностью, приносящей материальное и моральное удовлетворение.

Эта книга посвящена первой из проблем, т. е. созданию более благоприятных возможностей для укрепления мира и безопасности.

В наше время правительства государств должны стремиться к избавлению мира от бедствий войны, опасностей и бремени, связанного с вооружением; к тому, чтобы не допускалось применение силы вопреки закону и чтобы возникающие в изменяющейся обстановке вопросы решались мирным путем. Для достижения этой цели создаются специальные правительственные организации, которые занимаются решением проблемы сокращения и контроля над вооружением и перспективного всеобщего и полного разоружения. Их главные функции заключаются в следующем:

а) проведение, поддержка и координация исследований, посвященных выработке политики контроля над вооружением и разоружения;

б) подготовка к участию в переговорах по вопросам контроля над вооружением и разоружения и проведение таких переговоров;



в) распространение и координация общественной информации, связанной с контролем над вооружением и разоружением;

г) подготовка, осуществление и частичное руководство участием правительств государств в таких системах контроля, которые могут стать частью их деятельности по контролю над вооружением и по разоружению.

Контроль над вооружением может быть осуществлен в соответствии со следующими этапами:

1. Рассмотрение национальных целей и их связи с контролем над вооружением.

2. Выработка политик контроля над вооружением.

3. Координация и принятие этих политик всеми заинтересованными правительствами.

4. Переговоры для достижения международных соглашений между многими странами, что влечет за собой изменения в политике, направленные на то, чтобы сделать такие меры приемлемыми для большего числа участников; подписание договоров.

5. Применение соглашений и обеспечение их выполнения.

В такой же последовательности ведется изложение в этой книге. Ее назначение состоит в изучении некоторых основных проблем контроля над вооружением с помощью математических моделей и в том, чтобы показать возможность применения таких моделей для анализа в идеализированной форме проблем, возникающих в сфере контроля над вооружением. Такой теоретический анализ учит искать самые существенные аспекты реальной ситуации. Это относится, например, к понятиям равновесия и стабильности, выгодам, сопряженным с сотрудничеством, по сравнению с взаимными угрозами и отказом от сотрудничества, значению и

использованию информации для переговоров и т. д. Наши модели были построены не для того, чтобы доказать правоту того или иного взгляда на переговорах по контролю над вооружением. Наиболее плодотворные теории редко создаются одним порывом вдохновения, путь к их созданию освещают результаты предшествующих исследований.

## **1.2. Что такое контроль над вооружением?**

В [3] контроль над вооружением определяется как *попытка государств так или иначе ограничить используемые виды оружия и последствия конфликта*. Заметим, что такое определение не подразумевает минимизации последствий конфликта, так как при этом пришлось бы одновременно минимизировать и вероятность развязывания вооруженного конфликта, и производимый им ущерб, а совместная вероятность этих двух событий не может быть оценена адекватно.

В более узком определении речь идет о минимизации вероятности начала вооруженного конфликта (как особой формы конфликта) при некоторых ограничениях на его последствия. Такое определение подразумевает наличие способа обеспечения соблюдения соглашений.

В настоящее время уже невозможно использовать неограниченную силу для того, чтобы заставить другие государства капитулировать или пойти на уступки. На таком пути страна сама может подвергнуться уничтожению. Если признать, что опасность применения ядерного оружия является главной проблемой нашего поколения, то как следствие мы должны признать и рост этой опасности, связанный с распространением такого оружия. Чем боль-

ше будет ядерных держав, тем возможнее ошибки и просчеты или же умышленное ядерное нападение.

Широкое распространение ядерного оружия может представлять серьезную угрозу международной безопасности. Поэтому сейчас контроль над вооружением направлен на сдерживание и замораживание роста этого оружия и средств его доставки. Контроль над вооружением призван, однако, решать и гораздо более широкие вопросы разрешения разногласий между государствами, так что в дополнение к насущным ядерным проблемам перед ним стоят и долгосрочные проблемы. Поскольку международная безопасность способствует достижению целей государства, контроль над вооружением дополняет укрепление национальной обороны.

Важные проблемы редко решаются единым росчерком пера, и эта проблема не исключение. Мы должны продвигаться вперед понемногу, настойчиво и терпеливо.

С точки зрения фактора времени проблемы разоружения можно разбить на три класса: немедленные, промежуточные и долгосрочные.

Немедленная цель состоит в сокращении вооружений с тем, чтобы уменьшить вероятность возникновения конфликта, а также его интенсивность, если он все же будет развязан. Эта цель, безусловно, еще долго будет стоять перед нами и всегда останется немедленной.

Промежуточные проблемы контроля над вооружением и разоружения требуют глубокого понимания последствий войны, методов деэскалации конфликтов при их возникновении, а также сознания опасности последствий усиления вражды всеми вовлеченными сторонами, благодаря достоверным предсказаниям исхода. Последствием такого подхода будет снижение ставки на силу.

Для решения долгосрочных проблем нужно постигнуть искусство добиваться мирного совместного урегулирования по принципу компромисса. Чтобы способствовать принятию вовлеченными сторонами позитивных и ответственных решений, необходимо наличие серьезного авторитета, такого, как международное право. Иногда откладывание решений приводит к тому, что со временем необходимость в них отпадает. Политики и соглашения, выработанные по принципу взаимных уступок, являются лишь начальной фазой.

В определении понятия контроля над вооружением было подчеркнуто обязательное наличие способов принуждения к выполнению соглашений. Принуждение само влечет за собой множество новых проблем. Так, если для достижения соглашения об ограничениях требуется знание распределения сил, понимание интересов государственной безопасности различных стран и роли вооружений в обеспечении безопасности, то меры принуждения к выполнению соглашений должны включать наблюдение, проверку, исправление возможных нарушений, а также применение санкций и коррективных действий. Каждая из этих мер как технический аспект контроля над вооружением требует тщательной разработки.

Исследования по контролю над вооружением помогают выяснить причины возникновения вражды, разработки и наращивания вооружений перед войной, влияние гонки вооружений на степень риска развязывания вражды, а также то, как политическое урегулирование территориальных, военных или других вопросов сказывается на характере войны. На переговорах по контролю над вооружением возможно даже стремление к ограничению вооружений по экономическим соображениям.

Для внедрения мер по контролю над вооружением государства устанавливают свои цели и изучают ограничения, при которых им предстоит достичь их; затем они ведут переговоры с другими государствами, чтобы добиться в той или иной степени осуществления этих целей. Переговоры представляют собой процесс последовательных приближений, требующий адаптации в рамках принятых национальных задач.

Для определения целей нужно иметь некоторые сведения о полезности тех или иных политик. Отсюда вытекает важность понятия полезности для контроля над вооружением. Поскольку цели одних государств могут вступать в конфликт с целями других государств, понятие стратегии используется в том смысле, который оно имеет в математической теории игр. Основной подход, принятый в этой теории, состоит в выделении стратегий, приводящих к равновесию, и задача сводится к тому, чтобы указать участникам различные равновесные положения и рекомендовать действия, ведущие к равновесию.

### **1.3. Некоторые текущие задачи контроля над вооружением [17]**

1. Уничтожение некоторых устаревших (и других) видов вооружения.

2. Запрещение использования в военных целях расщепляемых материалов, получаемых в рамках мирных программ.

3. Переход к мирному использованию расщепляемых материалов, осуществляемый США и СССР под контролем Международного агентства по атомной энергии.

4. Исследование возможности достоверного замораживания числа и характеристик стратегиче-

ских ядерных ракет, как наступательных, так и оборонительных.

5. Предотвращение дальнейшего распространения ядерного оружия.

6. Договор о полном запрещении ядерных испытаний.

7. Организация наблюдательных постов для предотвращения или уменьшения вероятности внезапного нападения (это нетекущая задача).

В этом неполном списке указаны конкретные цели контроля над вооружением, и из него видно, в каком направлении следует вести теоретические исследования. По каждому из этих вопросов уже вышло довольно много работ, где выдвинуты идеи о подходе к их решению.

К числу последних достижений контроля над вооружением относятся:

1. Договор о частичном запрещении ядерных испытаний.

2. Организация прямой связи между Вашингтоном и Москвой, используемой в кризисных ситуациях для предотвращения ведущего к войне прощета.

3. Договор об Антарктике, в котором говорится, что этот район не будет использован в военных целях.

4. Соглашение о запрещении вывода на орбиту спутников, несущих ядерные заряды.

5. Договор о нераспространении ядерного оружия.

#### **1.4. Роль математических моделей**

Математические методы можно разделить на три тесно связанных класса:

1. Детерминированные модели, представленные в форме уравнений или неравенств, описывающих

поведение системы, как например, дифференциальные уравнения движения или ограничения в модели затрат и выпуска. Такие модели называются описывающими.

2. Модели оптимизации, содержащие выражение, которое надлежит максимизировать или минимизировать при ограничениях упомянутого выше вида. Эти выражения могут быть представлены в алгебраическом или интегральном виде или в любой другой стандартной форме, где встречаются алгебраические операции, интегрирование или дифференцирование. С оптимизационными задачами, связанными с конфликтом, имеет дело особая теория — теория игр. Поскольку оптимизация предни-сывает наилучший образ действий, такие модели называются нормативными.

3. Вероятностные модели, которые также выра-жаются в форме уравнений и неравенств, но имею-щих вероятностный смысл; например, в них может идти речь о математических ожиданиях. Теория ре-шений, являющаяся ветвью оптимизации, занимает-ся как раз максимизацией *среднего* значения полез-ности. Таким образом, в рамках оптимизации так-же встречаются вероятностные выражения и ограничения.

Эти три направления и взаимосвязь между ними можно представить в виде треугольника (рис. 2). При построении математических конструкций, отражающих реальные явления, наибольшие трудности возникают на первой стадии, когда наши идеи и представления необходимо передать точными вы-ражениями, уравнениями и неравенствами, т. е. корректно сформулировать условия и правильно поставить задачу. Затем наступает пора математи-ческих исследований существования и единственно-сти решений, определения их свойств, построения

этих решений и анализа сходимости выбранного алгоритма. В сфере политики еще не созданы основы математического подхода и формальные методы, поэтому мы будем стараться прежде всего уделять внимание основным принципам.

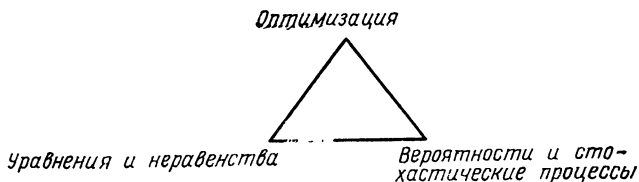


Рис. 2

Математический подход к политическим проблемам, относительно которых даже разумные люди могут иметь противоположные мнения, не может стать панацеей. Однако представляется целесообразным выделить те аспекты, для которых модели могут помочь в выборе разумных решений.

Совсем коротко можно сказать, что математическая формулировка сложных проблем указывает на возможные исходы и способствует выбору оптимальных стратегий.

Вообще говоря, только логически строгие утверждения и всевозможные операции с ними можно запрограммировать для ЭВМ. Проблема может не иметь математического представления по следующим причинам:

1. Ее структура слишком сложна и недостаточно понятна.

2. Структура проблемы ясна, но она включает неопределенность, а соответствующие вероятности не могут быть оценены.



3. Рассматриваемое явление хорошо понято эмпирически, однако его теоретическая структура неясна.

4. Структура хорошо известна и понятна, но она нерешаема даже приближенными методами.

Не следует путать неопределенность со случайностью. Случайность имеет место, когда числовые значения известны, но только в вероятностном смысле. В таком случае структура модели должна отражать эту особенность, и в получаемых ответах будет учтена связанная со случайностью изменчивость. Неопределенность же подразумевает недостаточное понимание рассматриваемой проблемы и неясность взаимодействия различных факторов.

При сравнении использования количественных методов в общественных и в естественных науках следует иметь в виду принципиальную разницу в подходе. Количественный подход в естественных науках служит для объединения и предсказания путем построения теоретических моделей, из которых могут быть получены точные или приближенные численные ответы. При этом важны абсолютные значения величин, так как обычно используется какая-либо шкала измерений (например, система «сантиметр — грамм — секунда» в физике). Попросту говоря, количественный подход в точных науках сводится к решению уравнений для получения точного численного ответа.

Как средство отражения политических ситуаций количественные методы играют совершенно иную роль. Они дают критерий для проверки правильности некоторых качественных представлений. Примерами таких представлений может служить стабильность и согласованность, являющиеся базисными при трактовке различных аспектов общественных отношений. Поскольку эти аспекты изменяются со

временем и зависят от места и людей, то и сами эти понятия относительны. Только в будущем можно надеяться на строгое определение абсолютной стабильности и абсолютной согласованности множества целей.

Чтобы эффективно отобразить в количественных терминах вероятностную природу ценности тех или иных действий и степень достижения целей, необходимо прежде всего выработать шкалы измерений этих величин. Если когда-либо и удастся эффективно выразить в количественных терминах вероятностную природу ценности тех или иных действий и степень достижения целей, то это произойдет прежде всего благодаря разработке шкал для измерений этих величин. Например, подсчет шансов в какой-либо азартной игре не обеспечивает еще ни выигрыша, ни проигрыша, он лишь способствует выбору стратегии поведения в повторяющихся партиях. При этом игрок понимает ситуацию, но не может изменить ее в свою пользу в каждой конкретной партии. Если он знает, что его шансы незавидны, а возможности улучшить свою позицию у него нет, то не поможет даже заблаговременное обдумывание. Информация такого рода приносит существенную пользу.

К дальнейшему изложению нужно относиться, как к сообщению о результатах предварительного исследования в трудной области. Их приложение к решению международных проблем является насущной задачей.

### **1.5. Один метод сравнения и оценки**

Одной из основных трудностей применения моделей для принятия решений является представление суждений в виде числовых значений по некото-

рой шкале. Любой метод такого представления должен удовлетворять многим критериям. Он должен, например, правильно отражать те чувства, которые проявляются в суждениях; некоторая неопределенность в суждениях не должна сильно влиять на соответствующее числовое значение, и наоборот, значительная разница в суждениях должна отражаться столь же значительным разбросом на числовой шкале. Кроме того, модель должна давать близкие результаты при небольших отклонениях в числовом представлении суждений.

Обычно при числовых попарных сравнениях двух сложных объектов не так-то просто бывает передать в виде точных цифр чувства и опыт по поводу того, на сколько влияние одного из объектов на достижение некоторой заданной цели больше, чем второго. Сама затея с назначением цифр нередко кажется искусственной, поскольку делается это достаточно произвольно. Мы воспользуемся систематическим приемом для распределения объектов по различным рангам важности и для приписывания каждому рангу числового значения. По мере накопления опыта первоначальная шкала, выбранная для попарных сравнений, может быть модифицирована и обобщена.

Чтобы представить результат сравнения двух объектов в виде разумных цифр, требуется глубокое понимание обоих объектов и в особенности того, в какой степени их свойства влияют на достижение рассматриваемой цели. Предполагается, что источником суждений является опрос экспертов, знакомых со сравниваемыми объектами, с целями и с их взаимосвязью. Сами суждения указывают на относительную важность одного объекта по сравнению с другим с точки зрения достижения каждой из указанных целей.

Обычно при построении численных предпочтений у ответственного лица спрашивают, а) какой из двух объектов, по его мнению, более важен и б) насколько сильна в его представлении разница в важности, если воспользоваться некоторой заданной шкалой. При этом учитываются только *прямые* воздействия объектов на указанные цели. Для учета *косвенных* воздействий можно рассматривать соотношения типа вход — выход между объектами. Такой прием используется, например, при распределении энергетических ресурсов между взаимосвязанными отраслями производства в соответствии с приоритетами.

Построение шкалы важности объектов начнем с выделения следующих рангов важности:

Степень важности	Определение	Пояснения
0	Объекты несравнимы	Сравнение двух объектов бессмысленно
1	Объекты одинаково важны	Оба объекта вносят одинаковый вклад в достижение поставленной цели
3	Один немного важнее другого (слабое превосходство)	Есть некоторые основания предпочесть один объект другому, но их нельзя считать неопровержимыми
5	Один существенно важнее другого (сильное превосходство)	Существуют веские свидетельства того, что один из объектов более важен
7	Один явно важнее другого	Имеются неопровержимые основания, чтобы предпочесть один другому
9	Один абсолютно важнее другого	Превосходство одного из объектов столь очевидно, что не может вызвать ни малейшего сомнения

2, 4, 6, 8	Значения, присываемые промежуточным суждениям	Используются, когда выбор между двумя соседними нечетными числами вызывает затруднение
Числа, обратные к вышепречисленным	Если при сравнении с объектом $j$ объект $i$ получил один из вышеуказанных рангов важности, то $j$ при сравнении с $i$ получает обратное значение	Комментарий будет дан ниже
Рациональные числа	Получаются при арифметических операциях с числами данной шкалы	См. ниже обсуждение случая состоятельной матрицы сравнений

Представим себе, что есть некоторый набор  $(w_1, \dots, w_n)$  истинных значений важностей каждого из  $n$  объектов, а классифицированные выше суждения служат для получения сравнительных оценок этих важностей. Элемент  $a_{ij}$  матрицы попарных сравнений  $A$  дает экспертную оценку отношения  $w_i/w_j$ .

Если предположить, что все экспертные оценки точны, т. е.  $a_{ij}=w_i/w_j$ , то отсюда следует состоятельность матрицы сравнений. Под состоятельностью понимается выполнение соотношений  $a_{ij}a_{jk}=a_{ik}$  и, в частности,  $a_{ii}=1$  и  $a_{ji}=1/a_{ij}$ . Однако, вообще говоря, матрица, составленная экспертами, может оказаться и несостоятельной, поскольку людские суждения не подвластны никакой точной формуле. Все же для улучшения состоятельности рекомендуется, чтобы, указав в качестве результата сравнения  $i$ -го объекта с  $j$ -м некоторое число  $a_{ij}$ , эксперты старались для  $a_{ji}$  указать значение  $1/a_{ij}$ . В частности, желательно брать  $a_{ii}=1$ . При соблюдении этой рекомендации, посчитав, что

один объект важнее другого в  $\alpha$  раз, эксперт должен указать, что важность второго объекта составляет долю  $1/\alpha$  от важности первого.

Легко видеть, что при состоятельности матрица  $A$  имеет единичный ранг, так как достаточно знать одну ее строку, чтобы вычислить все остальные элементы. Если известна, скажем, первая строка, то  $a_{ij} = a_{1j}/a_{1i}$ . Разумеется, мы предполагаем, что  $a_{1i} \neq 0$  для всех  $i$ . Напомним, что нулевой результат попарного сравнения означает, что два объекта вообще несравнимы.

Поскольку суждения не всегда состоятельны, они могут быть и нетранзитивными, т. е., если сравнительная важность объекта  $C_1$  больше важности объекта  $C_2$ , а сравнительная важность  $C_2$  больше важности  $C_3$ , то не исключено, что объект  $C_3$  будет оценен как более важный при сравнении с  $C_1$ . Такого рода примеры нередко встречаются на практике, например, в спортивных турнирах. Бывает, что команда  $C_1$  проигрывает команде  $C_2$ , которая уже проиграла команде  $C_3$ , а потом  $C_1$  выигрывает у  $C_3$ . Таким образом, в спортивных состязаниях нет состоятельности и, хотим мы или нет, а считается с этим фактом при разработке модели приходится.

Частный и более элегантный случай состоятельности гораздо легче поддается анализу, но задача в том и состоит, чтобы разработать рациональные способы принятия решений вопреки имеющейся не-состоятельности. Будем считать, что все суждения выносятся одним-единственным экспертом или же представляют собой коллективное мнение группы лиц (например, когда знания каждого лица в отдельности недостаточны для ответа на все вопросы). Одна из главных трудностей состоит в большом числе вопросов, на которые должен ответить эксперт, чтобы получить все  $0,5n(n-1)$  суждений от

носителем каждой из указанных целей при использовании обратных значений. В процесс сбора сведений еще предстоит внести усовершенствования.

При несостоятельности простое соотношение  $a_{ij}(\omega_j/\omega_i)=1$ ,  $i, j=1, \dots, n$  не выполняется, поэтому мы ищем другое условие, связывающее величины  $\omega_i$  и  $a_{ij}$ . Для состоятельной матрицы  $A$  имеем

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \frac{\omega_j}{\omega_i} = n, \quad i=1, \dots, n,$$

причем  $n$  — это максимальное собственное значение  $A$ , а остальные ее собственные значения равны нулю, поскольку  $A$  имеет единичный ранг и сумма всех собственных значений равна следу матрицы  $\sum a_{ii}=n$ .

В общем случае можно считать, что искомый набор значений  $(\omega_1, \dots, \omega_n)$  должен удовлетворять уравнению  $A\omega=\lambda_{\max}\omega$ , где  $\lambda_{\max}$  — наибольшее из собственных значений  $A$ . Если матрица  $A$  неотрицательна и неприводима, то согласно теореме Перрона — Фробениуса данное уравнение имеет единственное (с точностью до постоянного множителя) неотрицательное решение  $\omega$ .

Чтобы понять, почему мы выбираем именно такой метод получения  $\omega$ , заметим, что при состоятельности, взяв строку  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$  и умножив  $a_{i1}$  на  $\omega_1$ ,  $a_{i2}$  на  $\omega_2$ ,  $\dots$ ,  $a_{in}$  на  $\omega_n$ , мы получим  $\omega_i, \omega_i, \dots, \omega_i$ . Таким образом, умножая матрицу  $A$  на вектор  $\omega$ , мы получаем вектор  $n\omega$ , иначе говоря, вектор  $\omega$  является решением уравнения  $A\omega=n\omega$ . Для удобства можно нормализовать это решение,

введя условие  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ .

В общем случае, умножая  $i$ -ю строку, как указано выше, мы не получим в точности  $w_i, \dots, w_i$  из-за погрешностей в оценках  $a_{ij}$ . В теории матриц установлено, что собственные значения являются непрерывными функциями элементов. При малых возмущениях в элементах состоятельной матрицы наибольшее из собственных значений будет близко к  $n$ , а все остальные будут близки к нулю. Таким образом, получив решение уравнения  $Aw = \lambda_{\max} w$ , мы можем судить о его качестве по тому, насколько близко к  $n$  окажется  $\lambda_{\max}$ . Именно поэтому для улучшения состоятельности и рекомендуется соблюдать соотношение  $a_{ji} = 1/a_{ij}$ . Отклонение  $\lambda_{\max}$  от  $n$  может служить мерой состоятельности матрицы  $A$  и полезности (в некотором смысле) полученных результатов.

Следует иметь в виду, что полученная данным методом шкала важностей инвариантна относительно положительных преобразований подобия.

После того, как от экспертов получены сравнительные суждения для формирования первой строки или столбца, дальнейшие попарные сравнения можно использовать для более точного выявления важности объектов, поскольку при небольших отклонениях от состоятельности возможно увеличение устойчивости. Если от каждого из группы экспертов потребовать независимо сравнить каждую пару объектов, то появляется еще более заманчивая возможность провести многомерные тесты.

Итак, предлагаемый метод требует прежде всего подготовить матрицу с перечнем всех объектов. Затем фиксируется некоторая цель и на основании всех имеющихся сведений об относительной важности одного объекта по сравнению с другим при достижении этой цели последовательно заполняются элементы матрицы. Для каждой из рассматривае-



мых целей процесс повторяется и получается несколько матриц. Далее таким же образом осуществляется попарное сравнение самих целей по их вкладу в достижение некоторой общей глобальной цели, такой, скажем, как экономическое и социальное развитие.

Для каждой матрицы суждений  $A$  ищется решение уравнения  $A\omega = \lambda_{\max}\omega$ , где  $\lambda_{\max}$  — максимальное собственное значение. Полученный вектор  $\omega$  дает после нормализации коэффициенты важности, показывающие вклад каждого объекта в достижение соответствующей цели. Сделав это для каждой из частных целей и для матрицы сравнения самих целей, мы взвешиваем коэффициенты важности по каждой из целей с помощью коэффициентов важности самих целей и получаем таким образом глобальную меру важности для всех объектов.

Наш метод имеет следующие достоинства:

1. Он достаточно естествен, поскольку обеспечивает сравнительно простое преобразование знаний экспертов (используемых для формирования  $A$ ) в числовые значения важностей.

2. Его отличает простота вычислений и в различных экспериментах он показал хорошие результаты.

3. Он удовлетворяет ряду специальных требований, например, небольшие изменения в  $A$  приводят к небольшим изменениям результата.

**Пример.** Для иллюстрации рассмотрим матрицу сравнений национальных богатств некоторых стран (табл. 1.1). В первой строке приведены результаты попарных сравнений национальных богатств США и других стран. При сравнении США с США получается, естественно, единица, превышение США над СССР оценивается между слабым и сильным (поэтому в матрице указано 4), при сравнении с КНР выявлено абсолютное превышение (поэтому в третьей позиции поставлено 9). Национальному богатству США отдано предпочтение между сильным и явным при сравнении с Францией и Великобрита-

ний (числовые значения равны 6) и сильное предпочтение при сравнении с Японией и ФРГ (числовое значение равно 5). Числа в первой строке и в первом столбце взаимно-обратны, остальные элементы матрицы заполнены по аналогичным соображениям.

Таблица 1.1

	США	СССР	КНР	Франция	Великобритания	Япония	ФРГ
США	1	4	9	6	6	5	5
СССР	0,25	1	7	5	5	3	4
КНР	0,11	0,14	1	0,2	0,2	0,14	0,2
Франция	0,17	0,2	5	1	1	0,33	0,33
Великобритания	0,17	0,2	5	1	1	0,33	0,33
Япония	0,2	0,33	7	3	3	1	2
ФРГ	0,2	0,25	5	3	3	0,5	1

В табл. 1.2 приведен результат решения задачи о собственных значениях для данной в табл. 1.1 матрицы и для сравнения приведены действительные величины валового национального продукта (ВНП). По разным оценкам ВНП Китая составляет от 74 до 128 млрд. дол., ВНП СССР достоверно не известен. Среднеквадратичное отклонение чисел в первом столбце табл. 1.2 от чисел в последнем столбце составляет 0,024.

Таблица 1.2

Государство	Нормализованный собственный вектор	Действительный ВНП (в млрд. дол. за 1972 г.)	Доля от суммы всех ВНП
США	0,429	1 167	0,413
СССР	0,231	635	0,225
КНР	0,021	120	0,043
Франция	0,053	196	0,069
Великобритания	0,053	154	0,055
Япония	0,119	294	0,104
ФРГ	0,095	257	0,091
ИТОГО:		2 823	1,000

# **Часть II**

## **СТАБИЛЬНОСТЬ ПОЛИТИК**

### **ГЛАВА 2**

#### **РАВНОВЕСИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ В МОДЕЛЯХ ВООРУЖЕНИЯ**

##### **2.1. Введение**

Цели должны быть совместимыми, а политики должны пройти испытание на эффективность. Политика может быть направлена на достижение какой-либо цели, но ее применение на практике может, по сути дела, привести к уменьшению степени достижения этой цели. Устойчивость политики является полезным критерием для проверки ее эффективности. В деятельности, направленной на достижение какой-нибудь цели, разумно оказывать предпочтение устойчивой политике перед любой другой из возможных политик.

##### **2.2. Равновесие и устойчивость**

Развитие научных теорий убедительно доказало, что для построения полезной модели необходимо оперировать понятиями, позволяющими анализировать устойчивость и равновесие. Устойчивость и равновесие — это опорные понятия, на основе которых проводится анализ системы. Считается, что система находится в состоянии устойчивого равновесия, если после незначительного возмущения она стремится вернуться в исходное состояние. Система неустойчива, если незначительное возмущение

влечет за собою всевозрастающее удаление системы от ее исходного состояния. Шар, помещенный на дно салатницы, находится в состоянии устойчивого равновесия. Напротив, шар, помещенный на верхнюю часть перевернутого вверх дном сферического сосуда, находится в неустойчивом состоянии. В социальной области состояния устойчивого равновесия часто весьма желательны, а состояния неустойчивого равновесия нежелательны. Например, экономическая система, для которой характерны бурные переходы от «бума» к депрессии и от депрессии к «буму», нежелательна, в то время как система, находящаяся в хорошо сбалансированном промежуточном состоянии между «бумом» и депрессией, желательна. При создании моделей, связанных с политическими проблемами и основанных на состояниях устойчивого равновесия, были использованы различные подходы; некоторые из них будут рассмотрены в этой главе.

Ле Шателье и Гиббс нашли математические условия, определяющие устойчивость и неустойчивость состояния в такой сложной области знания, как физика.

Известны случаи, когда устойчивость нежелательна, а неустойчивое равновесие полезно и желательно. Для иллюстрации первого утверждения приведем следующий пример: бегущий человек неожиданно очутился между двумя тиграми; на какой-то момент равноудаленность от каждого из хищников представляется оптимальной для его безопасности, но единственный путь к спасению проходит ближе к одному из зверей; следовательно, находиться на середине между хищниками очень опасно, и надо решиться приблизиться к одному из них, чтобы избежать гибели и спастись. Человеку в такой ситуации понадобится дополнительная моральная сила

(т. е. смелость), чтобы преодолеть состояние кратковременного устойчивого равновесия.

Ребенок, которому разрешили взять на выбор только одну из двух предложенных ему плиток шоколада, может служить примером желательности неустойчивого равновесия. В течение короткого отрезка времени он может находиться в состоянии равновесия, не зная на какой из плиток остановить свой выбор, но очень скоро, преодолев состояние неустойчивого равновесия, он примет решение — минимальное возмущение, привлекающее его внимание к одной из плиток, будет достаточным для этого.

Слово «эквilibриум» — равновесие — происходит от латинского словосочетания *aequa libra* — «сбалансированный», т. е. находящийся под воздействием сил, равнодействующая которых равна нулю. Идея равновесия приложима к системам, математически описываемым уравнениями и, в частности, дифференциальными уравнениями.

Так, движущаяся система приходит в неподвижное состояние, когда ее скорость обращается в нуль. В таком положении о ней говорят как о находящейся в состоянии равновесия. Этот термин также приложим к системе, непрерывно расходующей свободную энергию. Такого рода равновесие называют также квазиравновесием. Ситуации, при которых достигается какой-либо минимум (или максимум), также представляют собой состояние равновесия; сферическое тело, помещенное в салатницу, достигнет равновесия, когда его потенциальная энергия будет соответствовать минимуму, совместимому с геометрией чаши, в которую оно помещено. Небольшое возмущение нарушит его равновесие, но ему должно быть сообщено достаточно энергии извне, например, при сильном толчке, чтобы выбить

это тело из чаши и навсегда нарушить состояние равновесия, в котором оно в данный момент пребывает.

Дальнейшее обобщение этой идеи приложимо к конфликту или мирной состязательной ситуации с участием нескольких сторон. В теории игр понятие точки равновесия относится к ситуациям, при которых у каждой стороны отсутствует стимул для изменения используемой стратегии, если все стороны без исключения также не изменят свои стратегии. Такие стратегии называются равновесными. Точки равновесия можно, в частности, классифицировать по наличию у них кратко- или долгосрочных характеристик.

Условия равновесия при дифференциальных уравнениях обычно получаются приравниванием к нулю скоростных компонентов системы. (Случаи, когда коэффициенты уравнений являются функциями времени, более трудны и приводят к понятию динамического равновесия.) Устойчивость системы зависит от корней ее характеристического уравнения. Анализ этих корней позволяет установить наличие равновесия и его характер и понять поведение системы в течение длительного времени.

Холодный двигатель автомашины, пуск которого затруднен и требует некоторого времени для прогрева, представляет собой пример статического равновесия. Во время прогрева холодный двигатель сильно вибрирует, «чихает» и глохнет. По мере разогревания поведение двигателя выравнивается. И глядя на движущийся автомобиль, никто не может сказать, что его двигатель с такой неохотой переходил из состояния инерции, представляющего собой одну из разновидностей статического равновесия, в другое состояние статического равновесия — устойчивый режим работы,

Человек, стоящий на небольшой покатой площадке капота автомашины, представляет собою пример динамического равновесия. Пока автомобиль набирает скорость, человек может устоять на ногах. Но когда машина сбавит ход, человек упадет под ее колеса.

Существует мнение, что при анализе политических ситуаций достижение равновесия не должно рассматриваться как цель, потому что народы склонны сопротивляться изменениям и потрясениям. Однако установление равновесия сил между государствами может, например, высвободить ресурсы страны, что позволит изменить к лучшему ее экономическое положение. Таким образом, понятие равновесия не следует обязательно рассматривать как конечную цель, равновесие скорее должно использоваться, как передышка, позволяющая сосредоточить усилия и ресурсы на новых направлениях, что может привести к нарушению первоначального состояния равновесия и послужить стимулом для приведения системы в новое состояние равновесия. По сути дела речь идет о подобии подъема по горной тропе, вдоль которой расположены площадки для отдыха, причем отдых сам по себе обеспечивает подъем на вершину кратчайшим путем.

Большинство теорий, использующих понятие равновесия, статичны. Понятие статического равновесия, очень полезное для многих целей, например, в экономических науках, имеет, однако, значительные ограничения. Во-первых, даже устойчивая система будет находиться в состоянии равновесия или близко к нему только тогда, когда скорость возвращения в это состояние очень велика, а число возмущений в единицу времени незначительно. Во-вторых, многие системы не могут быть должным

образом описаны моделями устойчивого равновесия, так как их текущее состояние зависит не только от текущих значений независимых переменных, определяющих систему, но также от значений этих переменных в прошлом (задержки во времени) и/или от скорости, с которой происходят изменения. При исследовании таких систем статические теории должны быть заменены очень сложными динамическими теориями.

*Замечание.* Полезно упомянуть еще одно понятие из области математики — понятие свойства, инвариантного относительно каких-либо изменений и имеющего в силу этого общие характеристики устойчивости. В этой связи математики используют общее понятие неподвижной точки. Если  $T$  некоторое преобразование, отображающее множество  $X$  в себя, то решение  $\bar{x}$  уравнения  $Tx=x$  для  $x$ , принадлежащих  $X$ , является неподвижной точкой.

Понятие неподвижной точки возникло в топологии и находит широкое применение при изучении преобразований множеств в себя или в другие множества. Это понятие используется с известным успехом при исследовании инвариантных свойств в общественных науках [27a].

### **2.3. Влияние разделяющихся боеголовок индивидуального наведения на область устойчивости. Геометрический подход**

Попытаемся проиллюстрировать приложение понятия устойчивости к реальной ситуации, используя для этого простые геометрические рассуждения. Эта математическая модель была разработана автором совместно с Н. Долки, выдвинувшим основную идею. Давайте рассмотрим упрощенную иллю-



стративную модель (не претендуя на ее приложимость) угрозы использования стратегического ракетного оружия двумя потенциальными противниками I и II для сдерживания (устрашения) друг друга. I считает, что II предпримет попытку уничтожить его систему ракетного вооружения, и наоборот, II считает, что I сделает такую же попытку. Для каждой стороны ценность ее собственной системы ракетного вооружения измеряется ущербом, который эти средства могут нанести противнику в случае войны. Эта ценность зависит не только от количества сил каждой из сторон, но и от надежности ракетного вооружения. Другие факторы в настоящем рассуждении сознательно отбрасываются с тем, чтобы не уйти в сторону от нашей главной цели — использования геометрии как средства общих качественных исследований проблем контроля над вооружениями. Соответствующую функцию ценности можно вывести путем качественных логических рассуждений, усиленных данными количественного анализа. Наша задача состоит в доказательстве того, что достижение устойчивого положения затруднено появлением разделяющихся боеголовок индивидуального наведения. При их наличии обеим странам потребуется больше ракетного вооружения, следовательно, возрастут и их расходы на эти цели. Кроме того, переход от устойчивого периода единичных боеголовок к периоду разделяющихся боеголовок кассетного типа будет временем роста напряженности между странами. Каждая страна, пока она подготавливает оборону и средства защиты против новой системы, находится под угрозой нападения другой страны.

Рассмотрим, существует ли область устойчивости в задаче с единичными боеголовками ракет. Когда каждая страна считает, что она изготовила

необходимое число ракет для нанесения противнику достаточного по своей разрушительной силе удара, возникает возможность устойчивого положения.

Обозначим число стратегических ракет у I и II через  $f_I$  и  $f_{II}$  соответственно и отложим эти величины по двум осям на плоскости (рис. 3). На линии, наклоненной под углом  $45^\circ$ , силы сторон равны. Страна I, являясь потенциальным противником страны II, не рассматривает сокращение вооружений по принципу «ракета на ракету» как существенное и целесообразное, потому что она видит свою задачу только в разрушении определенного числа объектов на территории страны II. В своих рассуждениях о способах применения средств сдерживания

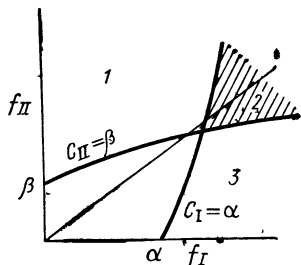


Рис. 3

потенциального противника она частично руководствуется кривой «ценности»  $C_I = \text{const}$ , полученной на основе ее оценок числа ракет на вооружении страны II, их надежности, надежности ее собственных ракет и т. д. Кривая ценности представляет собой линию уровня функции ценности страны I, определенной на плоскости  $f_I$ ,  $f_{II}$ . Такой функцией является число ракет страны I, которые не будут уничтожены в результате ракетно-ядерного удара, нанесенного страной II, так как по предположению страна I в целях сдерживания планирует нанести свой удар только по основным пунктам страны II и только после того, как та первой обрушит свой удар по ракетным установкам страны I. Функция ценности может быть использована стра-

ной I для построения на рассматриваемой плоскости кривой  $C_I = \alpha$ , соответствующей желаемому уровню контрценности (т. е. размеров ущерба, который она все еще будет в состоянии нанести объектам противника). С помощью линии  $C_I$  страна I может определить число стратегических ракет, которыми она должна располагать при любом заданном числе стратегических ракет у страны II (соответствующие расчеты приводятся ниже). Справа от кривой  $C_I = \alpha$  лежит область 3, в которой страна I заведомо добьется гарантированной степени разрушений на территории страны II, если значение  $\alpha$  выбрано достаточно большим для этой цели.

Чтобы понять, как страна I строит эту кривую, заметим, что ниже прямой  $45^\circ$  страна II будет планировать по одному ракетному старту для уничтожения одной пусковой установки стратегических ракет страны I. Если число ракет страны II равно нулю, страна I будет иметь  $\alpha$  ракет, обеспечивающих уничтожение страны II при ее нападении на страну I.

Если страна II располагает небольшим числом ракет, то стране I необходимо иметь несколько больше ракет чем  $\alpha$ , чтобы обеспечить гарантированный уровень разрушений на территории страны II, и т. д. Если страна II имеет большее число ракет, то выше линии  $45^\circ$  стране I нет необходимости пропорционально наращивать свои средства, так как страна II будет планировать больше ракет на каждую ракетную установку страны I, и таким образом, эффективность ракетных средств страны II на этом уровне будет ниже. Страна II строит свою кривую гарантированных разрушений  $C_{II} = \beta$  аналогичным образом. Сверху от кривой  $C_{II} = \beta$  лежит область 1, в которой страна II заведомо добьется гарантированной степени разрушения на

территории страны I. Область устойчивости  $z$  образуется пересечением областей гарантированных разрушений стран I и II.

Предположим теперь, что положение осложняется использованием новой идеи — каждая из стран решает установить несколько боеголовок на каждой из своих ракет. Такое решение приведет к смещению области устойчивости в сторону увеличения числа ракет.

Допустим, что I имеет  $M$  ракет, а II —  $N$  ракет. Обозначим через  $t$  число боеголовок на каждой ракете стран I и II. Тогда общее число боеголовок страны II равно  $tN$ , а доля общего количества ракет, планируемых на каждую ракету страны I, равна  $tN/M$ .

Пусть  $u$  обозначает вероятность уничтожения ракеты страны II одной ракетой противника, а  $v$  — соответствующую вероятность уничтожения ракеты страны I.

Вероятности уничтожения цели одной из  $t$  разделяющихся боеголовок равны  $u/\sqrt[3]{t}$  и  $v/\sqrt[3]{t}$  соответственно. Для понимания этих формул следует учесть, что сила разрушений взрывной волной (без учета ущерба от теплового излучения) измеряется радиусом сферы (или сферической шапки) распространения взрывной волны. Объем этой сферы пропорционален мощности боеголовки, причем ударная сила взрывной волны распространяется равномерно по всей сфере. Отсюда следует, что радиус поражения пропорционален кубическому корню мощности боеголовки. Если заряд одной боеголовки страны I равномерно распределен между числом  $t$  разделяющихся боеголовок равной мощности, ударная сила взрыва каждой из таких боеголовок пропорциональна  $\sqrt[3]{1/t}$  первоначального заряда.

Таким образом, вероятность уничтожения ракеты страны II равна  $u/\sqrt[3]{t}$ . Соответствующая вероятность для ракет страны I равна  $v/\sqrt[3]{t}$ .

Вероятность того, что ракета страны I не будет уничтожена одной боеголовкой противника, равна  $1 - v/\sqrt[3]{t}$ . Та же вероятность при использовании  $tN/M$  боеголовок равна  $(1 - v/\sqrt[3]{t})^{tN/M}$ . Таким образом, раз критерием ценности для страны I служит уровень разрушений, который она в состоянии произвести своими уцелевшими ракетами, мы имеем

$$\alpha = M(1 - v/\sqrt[3]{t})^{tN/M}.$$

Аналогично

$$\beta = N(1 - u/\sqrt[3]{t})^{tN/M}.$$

Графически эти соотношения представлены на рис. 4. Наклон кривых здесь имеет меньшую кривизну, чем при  $t=1$ ; поэтому точка их пересечения смещена дальше от начала координат. Следовательно, в таком же направлении смещена и область устойчивости.

Для определения величины смещения области устойчивости предположим, что силы противников симметричны и приравняем  $M$  и  $N$ , а также  $u/\sqrt[3]{t}$  и  $v/\sqrt[3]{t}$ . Тогда из любой формулы получаем

$$M = \alpha / (1 - u/\sqrt[3]{t})^t.$$

При  $\alpha=400$ , что обеспечивает гарантированный уровень разрушений,  $u=0,6$ ,  $t=1$  мы получим  $M=1000$ . С другой стороны, если  $t=8$ , то для обеспечения такого же уровня разрушений после первого удара противника необходимо приблизительно  $M=6900$  ракет. Разность между этими двумя величинами значительная; следовательно, судя по

данным грубого анализа при переходе к более сложной системе вооружения может потребоваться длительное время для восстановления устойчивости. В реальном мире устойчивость может зависеть не только от одной отдельно взятой системы

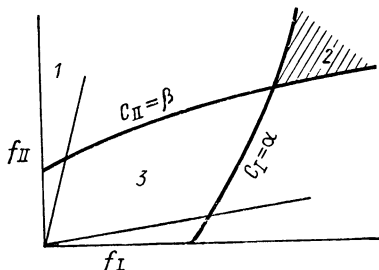


Рис. 4

оружия. Кажущаяся неустойчивость может быть компенсирована и ликвидирована другими системами, принятыми на вооружение каждой из сторон. Не исключено также, что новая система будет создаваться столь незначительными темпами, что это не повлечет за собою существенных отклонений от устойчивого положения. Таким образом, из этого простого примера не следует, что разделяющиеся боеголовки индивидуального наведения являются фактором, нарушающим устойчивость.

## 2.4. Об устойчивости политики сдерживания противника\*

Исследуем две ситуации. В первой рассматривается устойчивость сдерживания (устрашения) потенциального противника, т. е. такое положение,

\* Автор признателен полковнику П. Лонгу за сотрудничество при работе над этим разделом.

при котором каждый из противников обладает такой военной мощью, что ее присутствия достаточно, чтобы помешать другой стороне использовать силу для достижения ее политических, экономических и иных целей. Мы дадим логическое обоснование этой ситуации и рассмотрим ее последствия. Сдерживание потенциального противника означает наличие эффективных средств и решимость использовать их с тем, чтобы помешать противостоящей стороне добиться выигрыша, применяя силу или иные, более изощренные средства. Считается, что для стороны, осуществляющей сдерживание, такой выигрыш неблагоприятен. В более узком смысле сдерживание сводится к созданию такого положения, при котором сопернику невыгодно нанести первым удар.

Вторая проблема связана с необходимостью найти критерий, который позволит частично ответить на следующий вопрос: при противоборстве двух стран имеет ли смысл стране *A* наращивать вооружение, если она имеет достаточный военный потенциал для уничтожения страны *B* и этот потенциал неуязвим для удара со стороны последней?

При рассмотрении обеих проблем первостепенное значение имеют четыре фактора:

1. Возможность получения каждой из сторон выигрыша, который будет рассматриваться соперником с недоверием и опасением, как неблагоприятный для его интересов. Выгоды от конкурентной борьбы и мирного соперничества, борьба за место на мировом рынке, образование союзов и т. п. являются вызовом противостоящей стране и могут побудить ее вступить в мирное соревнование. Государства могут договориться между собою о сотрудничестве в достижении общих целей и закрепить такую договоренность соглашениями и пактами.

С другой стороны, какой-то выигрыш может представлять собой либо прямую угрозу политическому курсу противостоящей страны, либо косвенную угрозу, например, если получение этого выигрыша связано с другими странами, с захватом их территорий или со свержением их правительств для замены их администрацией, готовой проводить политику, соответствующую интересам и идеологии страны-захватчика. Выигрыш такого рода будет рассматриваться потенциальным противником, как неблагоприятный, и он, естественно, будет стараться его не допустить.

2. Условная вероятность того, что каждая из сторон реализует возможность выигрыша, проводя свою политику. Получение желаемого значения выигрыша может потребовать преодоления многих препятствий. За выигрыш нужно заплатить ценой определенных усилий и готовностью понести ущерб, возможный в результате действий противостоящей страны. Таким образом, вероятность получения выигрыша, неблагоприятного для соперника, помимо других обуславливающих ее факторов, является функцией наших оценок потенциала противостоящей стороны и ее решимости оказать вооруженное сопротивление [3, 4]. Случай, когда возможный выигрыш обоюдно приемлем и связан с взаимными уступками, обычными в коммерческой практике, так что другая сторона не имеет оснований для отрицательного отношения к такому выигрышу и противодействия ему, к данной задаче не относится. Заметим, что источником выигрыша может быть страна III, и что такой выигрыш может подразумевать обязательство страны, осуществляющей содержание, защищать эту страну III от агрессии.

3. Разрушительная мощь, которой обладает каждая сторона на случай предотвращения неблагоприятных последствий.



гоприятного для нее выигрыша соперника. Эта разрушительная сила измеряется в соответствии со способом, применяемым соперником для установления наличия такой силы и оценки ее потенциала.

4. Безусловная вероятность того, что любая из обеих сторон действительно нанесет другой расчетный ущерб, начав войну и используя в действии свою разрушительную мощь, если другая сторона будет продолжать действия, направленные на получение выигрыша. Эта вероятность известна как вероятность развязывания войны или фактор воинственности. Для некоторых стран значение этого фактора весьма велико, так как их лидеры вынашивают далеко идущие устремления и известны своей агрессивностью. В свою очередь, в других странах национальное законодательство, традиции и государственное устройство не способствуют проведению политики, связанной с большим риском войны.

**Модель.** Перейдем к изложению количественной основы, позволяющей объединить все эти идеи и помочь нам исследовать описанные выше ситуации.

Хотя рассматриваемая модель выражена в количественных терминах, ее основное назначение сводится к объяснениям общего характера, в которых величины сравниваются скорее по их порядку, чем по абсолютным значениям.

Обозначим через  $G$  количественное значение выигрыша для страны  $A$ , а через  $P$  условную вероятность его получения; «условие» в данном случае состоит в том, что страна  $B$  не применит силу, чтобы воспрепятствовать этому выигрышу. Тогда  $PG$  — ожидаемый выигрыш для  $A$  при отсутствии противодействия со стороны  $B$  (об учете ожидаемого выигрыша, когда противник оказывает активное сопротивление, см. ниже).

Обозначим через  $D$  и  $Q$  разрушительный потенциал страны  $A$  и безусловную вероятность его использования этой страной с тем, чтобы предотвратить выигрыш страны  $B$ . Следовательно, в случае войны страна  $A$  нанесет стране  $B$  ущерб  $QD$ . Обозначим через  $g$ ,  $p$ ,  $d$ ,  $q$  соответствующие величины для страны  $B$ .

Предположив, что связанный с войной риск влечет за собою терпимые последствия, мы можем обозначить через  $\tilde{P}$  вероятность того, что  $A$  получит выигрыш  $\tilde{G}$  в случае войны; пусть  $\tilde{p}$  и  $\tilde{g}$  будут обозначать соответствующие величины для  $B$ . Теперь мы можем составить для обеих сторон отношения «выигрыш — ущерб» или «выигрыш — сдерживание»:

$$R = \frac{(1-Q)pg + Q\tilde{p}\tilde{g}}{QD}; \quad r = \frac{(1-q)PG + q\tilde{P}\tilde{G}}{qd}.$$

Здесь  $R$  представляет собой ожидаемый выигрыш для  $B$  и цену, которую  $B$  может за него заплатить, а  $r$  — соответственно ожидаемый выигрыш и его возможную цену для  $A$ .

Если вероятности  $Q$  и  $q$  малы, то вышеприведенные выражения могут быть приблизительно записаны так:

$$\bar{R} = pg/QD; \quad \bar{r} = PG/qd.$$

Перейдем к анализу устойчивости сдерживания. Под устойчивостью здесь понимается не просто отсутствие состояния войны как таковой, но и способность противостоящих сторон вести переговоры без прямого использования силы, но под угрозой ее применения в целях предотвращения получения одностороннего выигрыша любой из противостоящих сторон. Вместе с тем, неустойчивость не означает состояния войны. Скорее неустойчивость свидетельствует о том, что одна сторона не может,

используя любые средства, в том числе и применение силы, сдерживать потенциального противника или заставить его отказаться от достижения своих целей, не отвечающих интересам этой стороны. Неустойчивость перерастает в войну, когда одна из сторон принимает решение любой ценой оказать сопротивление противостоящей стороне.

Здесь должны быть исследованы три существенно различных случая:

1.  $R \ll 1, r \ll 1$ ; 2.  $R \ll 1, r \geq 1$ ; 3.  $R \geq 1, r \geq 1$ .

В первом случае как  $A$ , так и  $B$  испытывают на себе сдерживающее воздействие друг друга. Однако, в любое данное время  $D$  и  $d$  постоянны, а  $Q$  и  $q$  могут за короткий промежуток времени измениться. Очевидно, что если  $\bar{R} \ll 1$  и  $\bar{r} \ll 1$  дают эффект сдерживания, он должен быть также получен и для  $R \ll 1$  и  $r \ll 1$ . Обратное не всегда верно, так как при уменьшении  $Q$  или  $q$  ожидаемые значения сдерживающего фактора  $QD$  и  $qd$  могут изменить состояние устойчивости.

Чтобы придать сдерживанию убедительность,  $A$  будет считать необходимым как можно сильнее уменьшить значение  $R$ , увеличивая для этого  $QD$ . Увеличивая  $D$  (и делая себя тем самым неувязчивой), страна  $A$  уменьшает  $q$ , поскольку  $B$  знает, что если начнется война, она (страна  $B$ ) будет уничтожена, что для  $B$ , естественно, неприемлемо. Страна  $B$  может, в свою очередь, уменьшить значение ожидаемого выигрыша, или полностью от него отказаться с тем, чтобы побудить страну  $A$  не начинать войну. Таким образом,  $A$  может успешно блокировать получение выигрыша  $B$ . Страна  $B$ , действуя аналогично, будет пытаться сделать то же самое. В результате получаем преобладание устойчивого положения при условии, что и  $R$ , и  $r$  меньше единицы.

Для каждой из сторон возникает следующая проблема: что нужно сделать, чтобы накопленный ею сдерживающий потенциал выглядел внушительно в оценке ее соперника, сводя в то же время до минимума риск своего уничтожения? Если силы сдерживания обеих сторон уязвимы, сторона, первая наносящая удар по ракетным установкам противника, тем самым уничтожает его средства сдерживания, и проблема, таким образом, сводится ко второму случаю. При этом противника можно побудить отказаться от нанесения первого удара двумя путями: а) созданием вооружений, способных перехватить и уничтожить задействованные ударные ракетные средства противника, что, кстати, может оказаться далеко не легким делом; и б) обеспечением неуязвимости своих средств сдерживания и, следовательно, увеличением их способности нанести в ответ на первый удар противника удар возмездия такой силы, что идея нанесения первого удара утратит для него свою привлекательность.

Если каждая из сторон может уничтожить другую, сдерживание становится устойчивым. При этом, однако, возникает вопрос о пределе выигрыша для каждой стороны, превышение которого заставит другую сторону предпочесть взаимное уничтожение. Противопоставляя возрастание риска войны получению неблагоприятного для него выигрыша соперником, каждая из сторон сигнализирует ему о возможных последствиях получения такого рода выигрыша. В этом случае либо положение может быть урегулировано путем переговоров и взаимного сотрудничества сторон, либо оно становится предельно напряженным, когда одна из сторон решает применить в действии средства сдерживания. Таким образом, устойчивость тре-

бует, чтобы эти страны а) отказались от преследования неблагоприятных для других стран целей и б) добивались урегулирования разногласий в ходе переговоров или в) уничтожили бы друг друга.

Если обе стороны обладают неуязвимыми средствами сдерживания, им целесообразно действовать по принципу — не следует наносить удар, который по расчетам должен повлечь за собой большие разрушения, за исключением тех случаев, когда такой удар лишит противника сопоставимого по масштабам и значению ожидаемого им выигрыша.

Если  $R \ll 1$ , но  $r \geq 1$ , тогда  $A$  может посчитать возможным игнорировать сдерживающее воздействие  $B$ , особенно, если последняя не будет иметь достаточно мощного потенциала, чтобы цели, выдвигаемые страной  $A$ , утратили для нее свою привлекательность. Такое положение неустойчиво, и страна  $A$  может сделать попытку прибегнуть к диктату, или блокировать попытки  $B$  получить ожидаемый ею выигрыш.

Поскольку  $qd$  мало,  $B$  немедленно прибегнет к угрозам и будет стремиться к созданию внутренней неустойчивости, чтобы создать впечатление бесшабашности и готовности начать войну, увеличивая тем самым значение  $q$  в оценке страны  $A$  так, что  $qd$  будет восприниматься последней как внушительная величина, если только страна  $A$  поверит таким инсценировкам. В этом случае  $A$  использует  $r$ , чтобы определить, оправдывает ли ожидаемый выигрыш ее политику, включая и риск, связанный с войной, или ей следует уступить шантажу  $B$ . Если она будет блокирована,  $B$  осуществит сдерживание  $A$ .

При  $R \geq 1$  и  $r \geq 1$  тенденция к образованию конфликта возникнет, когда по прогнозам одной из

сторон ее соперник способен нанести ей незначительный ущерб и она предпримет действия для достижения поставленной цели. Иногда, как это было отмечено в предыдущем параграфе, по ее оценкам, выигрыш даже в случае войны будет большим, и она идет на риск развязывания войны. В истории второй мировой войны мы находим ряд примеров такого рода неустойчивости (недооценка риска войны).

Если  $A$  и  $B$  сотрудничают в области торговли, культуры и в других областях, увеличение ожидаемого выигрыша для любой из сторон может повлечь за собой увеличение выигрыша для другой стороны, следовательно, сдерживание при этих условиях утрачивает до известной степени целесообразность.

*Замечание 1.* Ожидаемый выигрыш и ожидаемое сдерживание могут быть представлены как суммы величин ожидаемых выигрышей и ожидаемых эффектов сдерживания следующим образом:

$$pg = \sum p_i g_i; \quad QD = \sum Q_i D_i.$$

Теперь подобный анализ может быть применен для распределения величин ожидаемых выигрышей  $p_i g_i$  и ожидаемых эффектов сдерживания  $Q_i D_i$  для определения общего результата.

Перейдем к рассмотрению второго и, пожалуй, более трудного вопроса, который по сути дела сводится к следующему: при каких обстоятельствах желательно иметь больше вооружений, если обе стороны уже имеют потенциал, достаточный для полного уничтожения противника? Эту проблему достаточно рассмотреть для условий отсутствия войны, поскольку мы исходим из предположения, что война не принесет выигрыша ни одной из сторон.

Предположим, что  $A$  хочет сопоставить желательность отношений

$$\bar{R}_1 = p_1 g_1 / Q_1 D_1 \text{ и } \bar{R}_2 = p_2 g_2 / Q_2 D_2$$

при условии, что  $D_2 > D_1$ . Пусть  $B$  располагает соответствующими величинами  $\bar{r}_1$  и  $\bar{r}_2$  с  $d_2 > d_1$ . Будем считать, что  $A$  при определении предпочтения  $D_2$  перед  $D_1$  будет исходить из следующего критерия:

$$(\bar{R}_2 / \bar{R}_1)^\alpha < (\bar{r}_2 / \bar{r}_1)^\beta,$$

где  $\alpha$  — значение, придаваемое  $A$  своему относительному потенциалу сдерживания, а  $\beta$  обозначает соответствующую величину для  $B$ . При анализе этого критерия следует рассмотреть четыре ожидаемых выигрыша и четыре ожидаемых ущерба. Если мы будем рассматривать ожидаемые выигрыши как постоянные величины, приведенное выше выражение может быть упрощено до вида

$$k (Q_1 D_1 / Q_2 D_2)^\alpha < (q_1 d_1 / q_2 d_2)^\beta,$$

где  $k$  — постоянная:

$$k = (P_2 G_2 / P_1 G_1)^\alpha (p_1 g_1 / p_2 g_2)^\beta.$$

Ущерб может быть нанесен выигрышам (или материальным ценностям) противника или средствам, составляющим его потенциал сдерживания. Чтобы удовлетворить этому критерию, достаточно сделать  $Q_2 D_2$  большим, а  $q_2 d_2$  малым. Уничтожение сил и средств  $B$  увеличивает возможность для  $A$  обеспечить себе выигрыш, к которому она стремится. Если величина  $D_1$  достаточна для уничтожения важных объектов  $B$ , тогда оправданием для наращивания вооружений до нового уровня  $D_2$  будет воздействие, оказываемое этим новым уровнем вооружений на  $q_2$  и на  $d_2$ , т. е. на вероятность вступ-

ления  $B$  в вооруженную борьбу и на потенциал этой страны. Вначале  $D_2$  может уменьшить вероятность развязывания войны стороной  $B$ . Это дает  $q_2 < q_1$ . Такое воздействие на  $q_2$  не может быть точно определено и должно прогнозироваться из предшествующего поведения  $B$ .

Поскольку точность человеческих суждений, выражаемых в цифрах, ограничена, достаточно заметить, что существует предел, меньше которого нельзя уменьшить  $q_2$ . Ненулевые значения  $q_2$ , например, не способствуют совершению ошибок стороной  $A$ , способных повлечь за собой некоторый ущерб для  $B$ . Можно быть уверенным, что  $B$  не потерпит такого количества ошибок, суммарный эффект которых для нее (стороны  $B$ ) неприемлем. Тот факт, что небольшие конфликты в результате эскалации могут перерасти в войну больших масштабов, свидетельствует о невозможности доведения  $q_2$  до нуля. Таким образом, на какой-то стадии, когда  $A$  и  $B$  добиваются того, чтобы  $q_2 < q_1$  и  $Q_2 < Q_1$  соответственно, должен вступить в действие закон убывания экономического эффекта и эффекта сдерживания. В такой момент усилия должны быть направлены на создание вооружений, которые не могут быть причиной ошибок, и на заключение прямых или косвенных соглашений, обязывающих обе стороны не прибегать к эскалации, превращающей конфликт в войну больших масштабов.

С другой стороны,  $A$  может считать, что  $D_2$  должно частично уменьшить значение  $d_2$  противопоставлением  $D_2$  силам  $B$  (например, с помощью ракет-перехватчиков противоракетной обороны или нацеливанием своих стратегических ракет на средства, составляющие потенциал уничтожения  $d_2$ ). Такой подход может также повлечь за собою уве-



личение правой стороны неравенства. Однако при подобных обстоятельствах  $B$  может сделать попытку сохранить значение  $d_2$  и выделить часть составляющих  $d_2$  средств на создание противовеса  $D_2$ . Поскольку достижение желаемых результатов потребует времени, каждая из сторон продолжает наращивать вооружения, создавая в том числе новые системы оружия.

Хотя нуль является нижним, а единица верхним пределом значений  $Q$  и  $q$ , внеэкономических пределов для  $D$  и  $d$  не существует. Каждый раз, когда один из соперников устанавливает, что его разрушительный потенциал уменьшился из-за того, что другая сторона разработала новое оружие, он в меру своих экономических возможностей стремится наращивать свои вооружения. Только достижение взаимного соглашения может приостановить такое наращивание стратегических вооружений.

*Обобщение.* Теперь распространим проведенный выше анализ и  $n$  стран. Обозначим через  $\tilde{P}_{ij}\tilde{G}_{ji}$  и  $P_{ij}G_{ij}$  ожидаемый выигрыш, который страна  $i$  стремится получить за счет страны  $j$  соответственно в случае войны и в отсутствие таковой. Пусть  $q_{ij}d_i$  обозначает ожидаемый ущерб, который страна  $i$  может нанести стране  $j$  в случае войны.

Если значение  $d_i$  велико, оно может быть разделено на части  $d_{ij}$ , каждая из которых будет направлена против одного из соперников или их союза. В ограниченной войне принимает участие только часть противостоящих друг другу стран. Если военные союзы не участвуют в конфликте, анализ состояний устойчивости между странами проводится как и прежде с использованием отношений

$$R_{ij} = \frac{(1 - q_{ij}) P_{ji} G_{ji} + q_{ij} \tilde{P}_{ji} \tilde{G}_{ji}}{q_{ij} d_i}.$$

Если же в конфликте участвуют военные союзы, существует несколько возможностей.

Если две страны, действуя каждая сама по себе, не могут оказать сдерживающее воздействие на третью сторону, то, объединив свои силы, они, возможно, и добьются этого. В таком случае риск начала войны по инициативе этих стран может быть измерен в соответствии с их общей решимостью противостоять неблагоприятным для них выигрышам их общего противника. Если  $P_{12}G_{12}$  и  $P_{13}G_{13}$  являются ожидаемыми выигрышами страны I за счет стран II и III соответственно, и если реакция этих стран на такой выигрыш равна  $q_{21}d_2$ ,  $q_{31}d_3$  соответственно, тогда союз стран II и III улучшит их общий потенциал сдерживания страны I, поскольку

$$\frac{P_{12}G_{12} + P_{13}G_{13}}{q_{21}d_2 + q_{31}d_3} < \frac{P_{12}G_{12}}{q_{21}d_2} + \frac{P_{13}G_{13}}{q_{31}d_3},$$

что соответствует известному соотношению

$$\frac{a + c}{b + d} < \frac{a}{b} + \frac{c}{d},$$

справедливому при положительных  $b$  и  $d$ . Страна I предпочтет принцип «разделяй и завоёвывай», выраженный справа, потому что страны II и III оказывают, каждая сама по себе, меньшее сдерживающее воздействие на страну I. На этой основе можно также развить понятие устойчивости в приложении к военным союзам.

*Приложения.* Войны обычно происходят между странами, для которых введенное выше отношение «выигрыш — сдерживание»  $\geq 1$ . К войне при разумном поведении прибегают те страны, чьи расчеты приводят к убеждению, что их чистый выигрыш

$q\bar{P}\bar{G}-qd$  положителен. Иногда страна недоучитывает боевую мощь противника или его динамическую способность мобилизовать свои ресурсы и возможности, и в результате проигрывают ей же спровоцированную войну. Две страны, действующие разумно, и имеющие отношения «выигрыш — сдерживание»  $\ll 1$ , могут быть втянуты в «большую войну» двумя путями — через военные союзы и в результате эскалации небольших по масштабам конфликтов. Первый случай имеет место, когда одна из стран, или обе вместе, являются участниками военных союзов, причем сравнительное отношение  $\geq 1$  имеют либо оба союза, либо только один из них, и один из них решает противоборствовать своему антагонисту.

Второй случай встречается чаще и связан со стремлением получить небольшие ожидаемые выигрыши, от которых страна не в состоянии отказаться, встретив большее сопротивление, чем то, на которое она рассчитывала. Нарращивание выигрышей является целью каждой из стран, и они будут стремиться сделать это мало-помалу, не провоцируя при этом антагониста на сопротивление с применением силы. При таком положении не исключена возможность эскалации конфликтов, если одна из сторон решит прибегнуть к силе, чтобы предотвратить получение малого ожидаемого выигрыша другой страной.

Давайте рассмотрим проблему сдерживания применительно к США и КНР. Если мы обозначим через  $R$  и  $r$  отношения «выигрыш — сдерживание» для США и КНР соответственно, предполагая при этом высокие значения для  $Q$  и  $q$  и используя соответствующие выражения, то получим  $R \ll 1$  и  $r < 1$  (но не  $r \ll 1$ ). Такой вывод следует из следующей оценки:

США:  $G$ —небольшое,  $P$ —большое,  $Q$ —большое,  
 $L$ —большое,  $\tilde{G}$ —небольшое,  $\tilde{P}$ —небольшое.

КНР:  $g$ —большое,  $p$ —небольшое,  $q$ —большое,  
 $d$ —небольшое (большее, если в конфликт будет во-  
 влечен Советский Союз),  $\tilde{g}$ —небольшое,  $\tilde{p}$ —не-  
 большое.

$$R = \frac{\text{небольшое} \times \text{небольшое} \times \text{большое} + \text{большое} \times \text{небольшое} \times \text{небольшое}}{\text{большое} \times \text{большое}};$$

$$r = \frac{\text{небольшое} \times \text{большое} \times \text{небольшое} + \text{большое} \times \text{небольшое} \times \text{небольшое}}{\text{большое} \times \text{небольшое}}$$

Таким образом, потенциал США оказывает большее сдерживающее воздействие на КНР, чем потенциал КНР оказывает на США.

Ядерный потенциал США в существенной степени снижает потенциал ресурсов живой силы КНР, оказывая сдерживающее воздействие (при условии, что КНР будет действовать разумно). КНР, проявив сдержанность в своих действиях, избежала риска прямых вооруженных действий со стороны США. При этом, однако, КНР на словах занимает весьма воинственную позицию, чтобы заставить ее антагонистов считать вероятность применения силы КНР весьма высокой. Такая антагонистическая позиция, если только ей не будет противопоставлено подобное же отношение со стороны США, порождает тенденции, направленные на изменение и ослабление давления со стороны США. Даже неустойчивость внутреннего положения КНР может привести к значительному возрастанию вероятности войны. Нет достаточно веских оснований, чтобы считать, что неустойчивость внутреннего положения в КНР является в какой-то мере следствием внешних воздействий. В большой стране, о которой не скажешь, что она совершенно беспос-

мощна, неустойчивость внутреннего положения способствует ослаблению воздействий извне, так как риск развязывания войны по ее инициативе трудно оценить и предвидеть.

КНР стремится обеспечить устойчивость в своих отношениях с США и СССР, создавая и наращивая свой ядерный потенциал. Альтернативным решением для КНР был бы курс на установление дружественных отношений со странами, которые могут повлиять на ее будущее. А поскольку такие дружественные отношения отсутствуют, КНР считает, что для обеспечения внешней устойчивости ей нужна сила. Устойчивость позволит КНР рассчитывать на рост своего влияния в мире. США, предвидя рост военной мощи КНР, предприняли шаги, чтобы воспрепятствовать улучшению положения КНР в Юго-Восточной Азии.

В своем стремлении уменьшить эффективность мощных средств сдерживания, которыми располагает противостоящая страна, более слабый соперник может, в частности, раздробить свой общий ожидаемый выигрыш на мелкие величины, пытаясь обеспечить получение таких мелких выигрышей. Такой курс дает возможность при наибольшей вероятности успеха уменьшить риск использования противником своих сил сдерживания.

Для обеспечения выигрыша, на который рассчитывает КНР, она раздробила свой суммарный ожидаемый выигрыш на компоненты, распределив свои усилия в различных странах. Суммарный потенциал Соединенных Штатов в настоящее время также разбивается на сопоставимые компоненты, каждый из которых должен свести на нет небольшой выигрыш КНР. КНР при этом может использовать стратегию дробления своих выигрышей на столь мелкие части, что предотвращение каждого

из них будет стоять больше, чем выигрыш, получаемый КНР и в силу этого будет для Соединенных Штатов неоправдано.

В своих отношениях с КНР Индия в будущем будет стремиться к устойчивости, усиливая свой потенциал сдерживания либо за счет своих внутренних возможностей, либо обеспечив себе поддержку великих держав. Это вызовет для Пакистана необходимость обеспечить для себя устойчивость в отношениях с Индией. Стремление к устойчивости такого рода объясняется не только боязнью войны, но и желанием вести переговоры по любому важному политическому вопросу с более сильных позиций. Япония будет стремиться к установлению отношений с КНР, имеющих более устойчивый характер, чем в настоящее время.

Основная цель обладания сдерживающим потенциалом — помешать сопернику получить нежелательный выигрыш, к которому он стремится. Иногда потенциального противника может также сдерживать угроза ущерба для страны III, являющейся его союзником.

В рамках этой модели можно также истолковать нарастающий темп накопления запасов ядерного оружия. В условиях устойчивости соотношения ядерных сил между СССР и США, последнее, чтобы избежать ядерной войны, были вынуждены строить свою политику исходя из обычных видов вооружений. Одним из способов помешать противостоящей стороне добиться выигрыша является навязывание ей соперничества и создание угрозы получения собственного большого выигрыша. Подобные действия должны заставить соперника предпринять усилия, направленные на срыв такого выигрыша, и помешать его попыткам достичь цели, которую он сам себе ставит. Способ-

ность обеспечить выигрыш и создать средства сдерживания зависит от состояния экономики, величины общих трудовых ресурсов и от интеллектуального потенциала страны. Отсюда следует, что если желательно уменьшить возможность получения соперником каких-либо преимуществ в его внешней политике, то можно (располагая большими ресурсами) навязать ему курс на вооружение и тем самым отвлечь часть его ресурсов, направляемых на получение выигрыша.

Здесь полезно отметить, что хотя средства сдерживания и направлены на предотвращение получения нежелательного выигрыша соперником, война приводит не только к блокированию его усилий добиться выигрыша, но и к уничтожению национального богатства страны. Каждая страна располагает богатствами в размере  $V$ , которые она надеется увеличить за счет новых выигрышей. Средства сдерживания, направленные против страны с малой величиной  $V$ , не столь эффективны, как при их направленности против страны с большим значением  $V$ . Такой стране в случае войны грозят большие потери, а ее ожидаемый выигрыш может быть незначительным в сопоставлении с ее общим национальным богатством. Мощное государство с низким значением  $V$  будет стремиться к сравнительно высоким значениям ожидаемого выигрыша. Такое стремление подразумевает проведение курса, связанного с большим риском развязывания войны.

Отсюда следует, что наращивание вооружений, на которое вынуждена идти более богатая страна в ответ на действия своих антагонистов влечет за собой большую ответственность для этой страны, так как она осознает последствия применения военной мощи (частью которой она сама обла-

дает), а также знает цену V своего национального богатства. Такая страна в состоянии и осуществлять сдерживание сама, и поддаваться сдерживающим воздействиям при осуществлении своих целей. Сознание возросшей ответственности делает устойчивость более желательной.

Интересен курс, который проводит Франция. Она стремится обеспечить получение для себя выигрыша как устанавливая дружественные отношения, так и создавая средства сдерживания, внушительность которых непрерывно растет. Теоретически это идеальный способ получения желаемого выигрыша каждым государством. Эффективность такой политики уменьшится, если Франция окажет явное предпочтение некоторым странам, с которыми она будет поддерживать дружественные отношения в ущерб интересам тех, против кого она будет выступать. Такая дискриминация может принести ущерб национальным интересам самой Франции и всему миру.

Рассмотрим теперь положение трех стран: Соединенных Штатов, Советского Союза и КНР. Устойчивость положения в настоящее время определяется отсутствием военного союза двух любых из этих трех государств. Без этого положение было бы неустойчиво. Если КНР создаст запасы своего ядерного оружия и тем самым обеспечит равновесие ядерных вооружений, то большие ресурсы живой силы, которыми она располагает, потребуют от других держав создания неядерного потенциала, способного обеспечить устойчивость в ситуациях, когда применение ядерного оружия будет нецелесообразно\*. Если жизненный уровень населения

---

\* Здесь автор с легкостью, свойственной американским специалистам в области военной стратегии, говорит о «целесообразности» или «нецелесообразности» так называемой «локальной» ядерной войны. — *Прим. ред.*



КНР останется низким, она, приобретая внушительные ядерные силы, будет, вероятнее всего, оказывать давление на другие страны. Это объясняется тем, что в случае конфликта потери КНР сравнительно с потерями и ущербом ее возможного противника будут, несомненно, невелики.

Среди трех стран неустойчивость может возникнуть между любыми двумя и даже между любой из этих трех стран и союзом двух других.

## **2.5. Количественный подход к сокращению вооружений [58]**

Когда мы обсуждаем разоружение или просто проблемы сокращения вооружений до согласованного между двумя странами уровня, мы имеем в виду различные системы оружия, такие, например, как стратегические ракеты и самолеты, а также численность этих средств у каждой из сторон. Мы имеем в виду также свод согласованных в результате переговоров правил, устанавливающих способы сокращения вооружений до нового уровня, о котором между двумя странами достигнута предварительная договоренность. Мы можем иметь в виду и дополнительное сокращение вооружений в будущем. Для получения полной количественной характеристики такого процесса необходимо формализовать как понятие уровня вооружений, так и сам процесс сокращения вооружения с какого-то начального до какого-то согласованного между сторонами уровня.

Мы изложим здесь в общем виде способы сокращения вооружений и приведем конкретный пример использования этих способов. Этот пример не относится к области контроля над вооружениями и заимствован нами из арсенала теории графов.

В 3.6 и 3.7 будут приведены примеры, в большей степени относящиеся к данному вопросу, и показана роль руководителей каждого государства в формулировании приемлемых политик. Мы также проиллюстрируем, как результаты последующего анализа, проведенного с позиции всех участвующих в нем государств, могут быть сведены воедино при выборе приемлемой для всех политики.

Начнем с определения множества  $\Sigma$ , состоящего из конечного числа условий или состояний, представляющих уровень вооружений, которыми располагает в условиях устойчивости каждая из двух противостоящих друг другу стран  $X$  и  $Y$ . Устойчивость, сбалансированность или равновесие являются существенным критерием при такой постановке задачи, требующей, чтобы ни одна из стран-соперников не считала, что условия, в которых она находится, или ее состояние (см. определение этого понятия ниже), хуже, чем у другой страны.

Элементы  $E_j$  ( $j=1, \dots, p$ ) из  $\Sigma$ , представляющие эти состояния, являются векторами:

$$E_j = (a_{1j}, \dots, a_{nj}; b_{1j}, \dots, b_{nj}),$$

где  $a_{kj}$  — объем вооружений типа  $k$  (т. е. наличие единиц конкретной модели винтовки, орудия, объема информации, технологии получения конкретного вида продукции, или какой-либо фактор экономического порядка и т. д.) у стороны  $X$  на этапе  $j$  процесса разоружения, а  $b_{kj}$  — объем аналогичного вооружения, которым одновременно располагает  $Y$ .  $X$  и  $Y$  изберут набор правил, приложение которых к начальному состоянию должно привести вооружения сторон в новое состояние. Эти же или другие правила могут быть приложены к вновь полученному состоянию для достижения третьего состояния, и т. д. Общая схема сокращения воору-

жений страны  $X$  позволит осуществить набор состояний, любой из которых не должен быть обязательно приемлем для  $Y$ . Наша цель — выявить такие состояния, которые могут быть взаимно согласованы, чтобы после такого согласования установить правила сокращения вооружений до этих состояний. Предполагается, что начальное состояние, к которому будут применены эти правила, будет рассматриваться обеими странами как состояние равновесия, и не только исключительно по военным соображениям, но также в силу политических, экономических и других причин.

В последующем изложении мы покажем зависимость всего этого процесса от компенсирующих факторов, используемых антагонистами. Сейчас мы перейдем к рассмотрению способа получения  $\Sigma$ .

Состояние равновесия является допустимым и может быть достигнуто обеими сторонами. Естественным критерием для выбора допустимых состояний будет для  $X$  принятие  $a_{kj} = a_{kj}b_{kj}$ , где  $a_{kj}$  известен как компенсирующий коэффициент.

Важность наличия общего знаменателя единиц вооружений, подлежащих сокращению, при такой постановке очевидна. При этом численное превосходство одного вида военной техники может быть компенсировано превосходством другого вида вооружений. Недостача (или превышение)  $a_{kj}$  должно измеряться в основных единицах обоих типов вооружений. Ведь компенсирование может быть обеспечено на основе скорее нескольких, чем одного типа вооружений. Отсюда следует необходимость общей шкалы измерений.

По одному критерию далеко не всегда можно судить, приемлемо ли некоторое состояние; поэтому мы определяем состояние  $E_j$  как приемлемую кандидатуру в наборе  $\Sigma_x$  состояний  $X$ , если  $\|a_j\|$ ,

именуемая нормой вектора компенсирующих коэффициентов  $\alpha_j = (\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{nj})$ , не превышает значения  $\alpha$ , избранного и оговоренного стороной  $X$ . Норма  $\|\alpha_j\|$  является мерой всех  $\alpha_{kj}$  ( $k=1, \dots, n$ ). Поскольку важность различных видов вооружений неодинакова, в качестве полезной нормы для  $\alpha_j$  может быть принято

$$\|\alpha_j\| = \sum_{k=1}^n W_k \alpha_{kj},$$

где  $W_k$  — важность (вес), придаваемый вооружению типа  $k$ . Аналогично  $\beta_{kj}$  и  $\|\beta_j\|$  могут быть введены для определения набора состояний  $\Sigma_y$ , допустимых для  $Y$ . Заметим, например, что состояние  $0 \dots 0; 1 \dots 1$  допустимо для  $Y$ , но неприемлемо для  $X$ , и потому оно присутствует в  $\Sigma_y$ , но не в  $\Sigma_x$ . Аналогично  $(1 \dots 1; 0 \dots 0)$  присутствует в  $\Sigma_x$ , но не в  $\Sigma_y$ . Легко предположить, что такие состояния неприемлемы, поскольку одна из сторон будет иметь нуль вооружений.

Наконец, получаем  $\Sigma = \Sigma_x \cap \Sigma_y$  — набор приемлемых состояний равновесия, т. е. набор, общий для обеих стран.

Заметьте, что  $\alpha_j$  и некоторые другие параметры этой модели не могут быть определены и что необходим альтернативный подход, при котором эти параметры не являются абсолютными, а устанавливаются при переговорах — обмен предложениями и контр-предложениями дает каждой из сторон возможность узнать оценку того или иного вида вооружений ее партнерами. Этому вопросу посвящается гл. 4. Сейчас же наша цель лишь разъяснить проблему.

Одной из трудных проблем контроля над вооружениями является формулирование обязательных правил их сокращения. Каково бы ни было содер-

жание правила, его целью является обеспечение перехода в  $\Sigma$  от одного состояния в другое. Правила, разработанные одной противостоящей стороной, не должны обязательно совпадать с правилами, выработанными другой стороной; например,  $\Sigma_x$  будет, естественно, включать состояния, отсутствующие в  $\Sigma_y$ , и, наоборот. Таким образом, трудность заключается в установлении правил, обеспечивающих серию последовательных переходов в  $\Sigma$  из состояния в состояние (при этом не должны никоим образом затрагиваться состояния, не входящие в  $\Sigma$ ).

Предположим, что нам известны все элементы набора  $\Sigma$ . (Ясно, что на практике это очень трудно, поскольку ни одна из сторон не пожелает разгласить свои компенсирующие коэффициенты. Этот подход показывает, однако, как можно, предлагая те или иные правила, которые другая сторона будет либо принимать, либо отвергать, отгадать приблизительное значение компенсирующих коэффициентов партнера по переговорам.) Достаточно очевидно, что число этих элементов конечно, хотя со временем эскалация вооружений и увеличивает размер  $\Sigma$ . Для простоты предположим, что состояниями  $\Sigma$  являются  $E_1, \dots, E_r$ .

Если проблема установления правил перехода решена, следующей задачей является поиск метода применения этих правил для обеспечения перехода ко всем состояниям, через которые проходит путь сокращения вооружений от данного начального состояния (например, от  $E_1$ ) к любому промежуточному состоянию  $E_q$ ,  $q < r$ . Если такого пути нет, правила не соответствуют своему назначению и должны быть изменены для обеспечения поэтапного продвижения к цели. Ясно, что переход от начального к намеченному промежуточному состоя-

нию может быть осуществлен одним этапом; но из-за возможности множества крайне нежелательных последствий при резком сокращении вооружений необходимо продвигаться к цели сравнительно небольшими шагами. Кроме того, разоружение одним этапом не должно быть обязательно приемлемо для обеих сторон или представляться им целесообразным, исходя из их интересов безопасности, поскольку сокращение вооружений, равно как и контрольное наблюдение за его осуществлением, требует времени.

Такой подход полезен также и тем, что он может быть использован для определения невозможности достичь предписываемого соглашением состояния, после того как сокращение вооружений было начато с первого этапа в соответствии с заданным набором правил. Другими словами, нет гарантии, что при повторном использовании каждый заранее предложенный метод, даже такой, который представляется вполне приемлемым, приведет к устойчивому заведомо определенному состоянию.

Первая проблема, с которой мы сталкиваемся, — выбор правил перехода — не является математической. Ее решение зависит от ряда политических, военных и экономических факторов и требует подробной информации и качественных суждений. Однако проблема применения правил для определения возможных промежуточных этапов разоружения может быть исследована математически, даже если эти правила в промежутках между этапами будут изменены; достаточно применить изложенный ниже метод, рассматривая состояние, во время которого правила были пересмотрены, как начальное.

Давайте свяжем с каждым состоянием  $E_j$ , принадлежащим  $\Sigma$ , вершину  $v_j$  ( $j=1, \dots, r$ ) линейного

графа. Затем свяжем с вершинами  $v_j$  матрицу смежности с элементами, равными 1 или 0 в зависимости от наличия или отсутствия линии, связывающей две вершины. Таким образом, элемент равен единице, если возможен переход из одного соответствующего состояния в другое, в противном случае он равен нулю.

В такой матрице смежности  $V$  содержится результат единичного перехода, выполненного в согласии с установленными правилами. Матрица  $VV$  соответствует двум последовательным переходам. Для получения пути перехода от начального состояния  $E_1$  к конечному состоянию  $E_q$  вычислим  $V^s$ , где  $s$  — это наименьшее число, дающее единицу на месте  $(1, q)$  в этой матрице. При умножении матриц возникнут элементы, превышающие единицу и указывающие на число возможных путей осуществления данного перехода. Но поскольку требуется лишь один путь, можно приравнивать все ненулевые элементы к единице. Между  $E_1$  и  $E_q$  возможны и альтернативные пути, и в конечной матрице они представлены наличием элементов, превышающих единицу и соответствующих парам вершин, соединенных по различным путям от  $E_1$  до  $E_q$ . Точное определение путей перехода получают, исходя из матрицы-решения. Так, единичный элемент на месте  $(1, q)$  появляется при умножении какого-нибудь единичного элемента первой строки  $V^{s-1}$  на единичный элемент на соответствующем месте в  $q$ -м столбце  $V$ . Положение этого элемента  $V^{s-1}$  совпадает с вершиной, соединенной с  $v_q$  на искомом пути, и, следовательно, с состоянием перед последним переходом. Если мы вновь рассмотрим строку и столбец в предшествующем умножении, которые дают этот единичный элемент, то сможем определить состояние, исходное для предпоследне-

го перехода, и т. д., проводя каждый раз вычисление в обратном порядке. Таким образом мы сможем установить реально осуществимый путь от  $E_1$  до  $E_q$ .

Эту процедуру можно применять на каждом этапе, заменяя в начале очередного этапа правила перехода в соответствии с новой матрицей. Новые правила могут не соответствовать стремлению достичь предписываемого соглашением конечного состояния, но описанная выше процедура может быть использована для выяснения и этого обстоятельства.

В связи с использованием данной модели возникает несколько интересных проблем. Одной из них является разработка методики расчета  $\alpha_{kj}$ , когда либо  $a_{kj}$ , либо  $b_{kj}$  неизвестны. Поскольку знание  $\alpha_{kj}$  существенно для определения допустимых состояний, альтернативным подходом к решению проблемы будет определение состояний  $\Sigma$ , допустимых с заданными вероятностями.

Ценность какого-либо вида оружия как функция числа наличных боевых единиц не измеряется по линейной шкале. Сокращение вооружений на равное количество процентов является нереальным из-за присущей этому процессу нелинейности. Поэтапное сокращение, например, может привести к такому положению, при котором количество вооружений у одной стороны будет совершенно неэффективно в сравнении с тем количеством оружия, которым располагает другая сторона. Создается ситуация, аналогичная положению в шахматной партии, при котором партнер, имеющий меньшее число фигур, обычно избегает равноценных разменов, создающих преимущества для противника.

Двум странам не легко договориться о снижении уровня вооружений, потому что они по-раз-



ному оценивают эти вооружения. Так, очень трудно определить, какое число бомбардировщиков или стратегических ракет США можно сократить в обмен на какое-то число стратегических ракет или бомбардировщиков СССР сопоставимого типа, потому что каждая страна оценивает свои вооружения в глобальном масштабе, учитывая угрозу со стороны других стран так же, как и угрозу от той страны, с которой она сейчас ведет переговоры.

Существенную роль при выяснении превосходства той или иной системы вооружений играют экономические ресурсы страны, опыт и способность давать правильные оценки военных специалистов, конструкторов и ученых, занятых созданием систем оружия. Однако, научно обоснованная и в какой-то степени точная шкала для оценки роли того или иного вида вооружения в национальной системе безопасности отсутствует. (Понятие «национальная безопасность», кстати, также должно быть строго определено.) В пределах страны специалисты по планированию сопоставляют основные системы оружия, довольно грубо рассматривая в качестве основного ограничения конечность ресурсов. Но и при этом неизвестно, какие следует избрать критерии для точного определения условий взаимного сокращения вооружений, имеющих сопоставимые характеристики, например, бомбардировщиков дальнего действия, поскольку они могут выполнять целый ряд отличных друг от друга боевых задач. При различии в системах, выполняющих одинаковые боевые задачи (например, истребители-перехватчики и ракеты типа «Найк»), эта проблема становится еще более трудной. И все же каждая из этих систем обладает определенной ценностью, зависящей от общего состояния обороны страны и различной при разных уровнях вооружений.

Определение критериев полезности различных типов вооружений для их сопоставления в целях сокращения вооружений весьма сложно. Был принят ряд попыток использовать критерии полезности вооружений в терминах эффективности затрат, функциональных характеристик и боевого назначения, надежности, распределения целей, боевой техники будущего — и все это под углом зрения тех проблем, которые ставит сокращение вооружений.

Из всех известных подходов к проблеме наиболее перспективный, существенно использующий обобщенную идею справедливого дележа, обходит ее прямое решение. Пирог делится между двумя претендентами на доли, которые каждый из них сочтет справедливыми, следующим способом — один из них делит пирог на две части, предоставляя партнеру первому сделать выбор. Этот способ может быть обобщен для справедливого дележа между  $n$  участниками.

В целях сокращения вооружений каждая из сторон могла бы разделить свои вооружения на некоторое количество частей, которые она считает равными; затем другая сторона, изучив положение, выбирает одну из таких частей как подлежащую уничтожению.

Другой способ решения вопроса в обход проблемы полезности вооружений состоит в разоружении путем создания минимальных сил уничтожения в качестве гаранта на случай возможных несоответствий при обменных операциях по сокращению вооружений. Примером такого метода, являющегося попыткой избежать проблему оценки полезности вооружений, могут служить предложения о так называемом «ядерном зонтике». С изъятием такого «зонтика» из минимальных защитных

ядерных средств возникают трудности, никак не меньшие тех, перед которыми мы стоим, имея вооружения в их полном объеме. Тот факт, что «зонтик» образован из средств, меньших по объему, чем исходные, делает эту идею перспективной.

Проблема сокращения вооружений является составной частью политической проблемы силы и ее использования, и поэтому ее надо рассматривать в рамках общих проблем переговоров и взаимных уступок. Пока лучшие теоретические основы для исследования этого процесса дает теория игр (см. гл. 3).

Пример, приведенный ниже, показывает, что ограничения, связанные с конкретной ситуацией, способствуют завершению плана в одном случае и делают невозможным такое завершение в другом. Все зависит от числа участников такого процесса. По мере увеличения этого числа сверх определенного предела проблема становится неразрешимой. Пример сам по себе применим для целей исследования проблем разоружения.

**Задача:** Два миссионера и два каннибала появляются на левом берегу реки, через которую им необходимо переправиться в лодке, вмещающей одновременно только двоих. Лодка по условию должна находиться либо на одном, либо на другом берегу реки. Переправа должна быть осуществлена так, чтобы на одном берегу число каннибалов никогда не превышало бы число миссионеров (считая и тех, кто находится в лодке), поскольку, несмотря на многолетнюю религиозную обработку, каннибалы не изжили свои старые привычки. Как могут эти четверо мужчин переехать через реку, если мы предположим, что каждый из них умеет грести?

Начнем с перечисления всех возможных состояний. Пусть  $X$  обозначает множество миссионеров, а  $Y$  множество каннибалов. Назовем состоянием два числа, первое из которых обозначает количество миссионеров, а второе — количество каннибалов. Состояниями  $\Sigma_x$  являются: (2,2), (2,1), (2,0), (1,1), (0,2), (0,1), (0,0). Для миссионеров допустимы все состояния, в которых их число равно количеству каннибалов или превышает его. С другой стороны  $\Sigma_y$  состоит из (2,2), (2,1),

(2,0), (1,2), (1,1), (1,0), (0,2), (0,1), (0,0). Состояния, общие для обоих наборов, дают  $\Sigma$ . Они допустимы для обеих сторон. В  $\Sigma_y$  присутствуют только два состояния (1,0) и (1,2), отсутствующие в  $\Sigma_x$ . Со вторым состоянием все ясно — каннибалов больше, чем миссионеров. Состояние (1,0) подразумевает на противоположном берегу состояние (1,2), при котором число каннибалов превосходит число миссионеров. Отсюда следует, что состояния  $\Sigma$  таковы:

$$\begin{aligned} E_1 &= (2,2), E_2 = (2,1), E_3 = (2,0), \\ E_4 &= (1,1), E_5 = (0,2), E_6 = (0,1), \\ E_7 &= (0,0). \end{aligned}$$

Теперь свяжем с  $E_1$  точку  $v_1$ , с  $E_2$  точку  $v_2$  и т. д. Если при отплытии лодки к другому берегу остается состояние, входящее в  $\Sigma$ , мы соединяем прямой точки, соответствующие состояниям, имевшим место до и после отплытия лодки. Такой граф представлен на рис. 5, с этим графом мы можем связать матрицу смежности (вершин), элементы которой равны нулю или единице, в зависимости от того, возможны ли на левом берегу переходы от одного состояния в другое. Переход от одного состояния к другому наступает с отплытием лодки к другому берегу. Затем составляем перечень вершин в виде столбца слева и строки наверху и проставляем в матрице нуль или единицу в зависимости от возможности перехода из состояния, представленного вершиной  $v_i$  на левой стороне матрицы, в другое состояние, представленное вершиной  $v_j$  на ее верхней строке.

В результате мы получим следующую матрицу смежности:

$$V = \begin{array}{c|ccccccc} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 & v_7 \\ \hline v_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}.$$

Для правого берега реки определяем идентичный набор состояний, который в сущности дополняет набор для левого берега. Матрицей смежности будет  $V'$  — транспонированная матрица  $V$ . Легко установить, что для получения матрицы

изменения состояний после одного проплыва лодки туда и обратно нужно взять произведение  $VV'$ . Вообще при  $n$  поездках лодки туда и обратно матрица изменения состояния имеет вид  $(VV')^n$ , а поскольку наша цель — перебросить всю группу на правый берег, это выражение необходимо умножить на  $V$ . Тогда мы получим  $(VV')^n V$ , и остается найти такое число  $n$  переправ туда и обратно, при котором элемент на месте  $(v_1, v_7)$  этого произведения матриц был бы равен

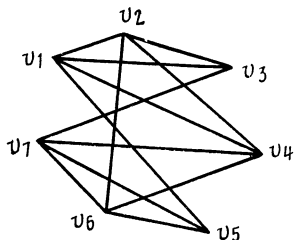


Рис. 5

единице, т. е. на левом берегу мы получили бы переход  $(2,2) \rightarrow (0,0)$ . При этом вся группа будет переправлена на правый берег. Обратите внимание на то, что при последовательных умножениях  $VV'$ ,  $VV'V$ ,  $VV'VV'$  и т. д. мы получим элементы, превышающие единицу и указывающие на число способов осуществления соответствующего перехода. Поскольку нам необходимо определить на каждом этапе лишь один возможный переход, в этих произведениях все ненулевые элементы заменяются единицей. Оказывается, что наша задача может быть решена при  $n=2$  переправ туда и обратно и одной последней переправе с левого берега на правый берег. Таким образом, элемент, равный единице, впервые появляется на месте  $v_1, v_7$  в матрице  $(VV')^2 V$  (см. с. 85—86).

Теперь необходимо извлечь решение из этих матриц. Находим на месте  $v_1, v_7$  последней матрицы  $(VV')^2 V$  элемент, равный единице, и задаемся вопросом, какой из ненулевых элементов в первой строке матрицы  $(VV')^2$  мог привести к образованию этого ненулевого элемента в  $(VV')^2 V$  при умножении на седьмой столбец  $V$ . Таким элементом мог быть элемент на месте  $(1,4)$  в  $(VV')^3$  (первая строка, четвертый столбец), так как на месте  $(4,7)$  в  $V$  также имеется элемент, равный единице. Другой вариант представляет элемент  $(1,3)$  в  $V$ ; но мы остановимся на первом.

Итак, последним переходом является  $v_4 \rightarrow v_7$ . Задаемся

$$V' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix},$$

$$VV' = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$VV'V = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$(VV')^2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix},$$

$$(VV')^2V = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

вопросом, откуда появился элемент, равный единице, на месте (1,4) в  $(VV')^2$ . Из рассмотрения первой строки  $(VV')V$  и четвертого столбца  $V'$  видно, что своим появлением он объяснен присутствием ненулевого элемента в положении (6,4) матрицы  $V'$  (поскольку соответствующий элемент матрицы  $(VV')V$  также ненулевой). Таким образом, предпоследним переходом является  $v_6 \rightarrow v_4$ . Обратимся снова к происхождению элемента, равного единице, в положении (6,1) матрицы  $(VV')V$  и установим, что оно объясняется тем, что элемент на месте (2,1) в  $VV'$  и элемент на месте (2,6) в  $V$  равны единице. Отсюда третьим переходом от конца был  $v_2 \rightarrow v_6$ . Аналогично устанавливаем четвертый и пятый переходы от конца:  $v_3 \rightarrow v_2$  и  $v_1 \rightarrow v_3$  соответственно. Получаем следующую последовательность переходов:

$$v_1 \rightarrow v_3, v_3 \rightarrow v_2, v_2 \rightarrow v_6, v_6 \rightarrow v_4, v_4 \rightarrow v_7$$

или просто

$$v_1, v_3, v_2, v_6, v_4 \text{ и } v_7.$$

При желании можно указать и на возможные альтернативные переходы. Для словесного изложения решения задачи обратим внимание на то, что поскольку  $E_3 = (2,0)$ , оба каннибала должны переправиться первыми, чтобы один из них тут же возвратился (из-за  $v_2$ ). Затем должны переправиться оба миссионера и на левом берегу получится состояние  $E_6$ ; затем одному миссионеру надлежит вернуться, чтобы создать на левом берегу состояние  $E_4$ . В завершение всего переправляются каннибал и миссионер, что создает конечное состояние  $E_7$ . В качестве упражнения читатель может попытаться разработать матричное решение задачи переправы трех каннибалов и трех миссионеров, каждый из которых умеет грести. В данном случае допустимо десять состояний. В задаче, по усло-

виям которой все миссионеры и только один каннибал умеют грести, состояния могут быть представлены через  $(m, r, c)$ , где  $0 \leq m \leq 3$ ,  $0 \leq r \leq 1$  и  $0 \leq c \leq 2$ ; здесь  $m$  относится к миссионерам,  $r$  — к умеющему грести каннибалу, а  $c$  — к оставшимся двум каннибалам. Постановка этой задачи допускает 16 возможных состояний, и мы приглашаем читателя попытаться составить матрицу переходов для этих условий.

Для определения возможности решения той или иной задачи мы прибегаем к следующим рассуждениям. В неравенстве  $(VV')^n \leq (VV')^{n'}$ , где  $n < n'$ , каждому единичному элементу на месте  $(i, j)$  левой матрицы соответствует единичный элемент на месте  $(i, j)$  правой матрицы, т. е., если вершина  $v_j$  может быть достигнута при  $n$  рейсах туда и обратно из состояния  $v_i$ , то она может быть также достигнута при  $n'$  рейсах туда и обратно. Очевидно, это следует из того, что  $(n' - n)$  переправ туда и обратно могут быть осуществлены при том же составе пассажиров. Таким образом, последовательность  $(VV')^n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) монотонно увеличивается; при этом она ограничена сверху матрицей  $Q$ , удовлетворяющей уравнению  $Q(VV')=Q$ .

Если элемент  $(i, j)$  матрицы  $QV$  равен единице, то задача перехода из  $v_i$  в  $v_j$  разрешима, в противном случае она неразрешима.

Например, задача переправы четырех каннибалов и четырех миссионеров неразрешима. Убедимся в этом. Имеем следующие возможные состояния, которые мы сейчас обозначим непосредственно через  $v$ :

$$v_1 = (4, 4), v_5 = (4, 0), v_8 = (1, 1), v_{11} = (0, 2),$$

$$v_2 = (4, 3), v_6 = (3, 3), v_9 = (0, 4), v_{12} = (0, 1),$$

$$v_3 = (4, 2), v_7 = (2, 2), v_{10} = (0, 3), v_{13} = (0, 0),$$

$$v_4 = (4, 1).$$

Задача состоит в том, чтобы перейти из  $v_1$  в  $v_{13}$ .





В столбце 13 матрицы  $V$  элементы  $v_3$ ,  $v_{11}$  и  $v_{12}$  являются ненулевыми. Поэтому, если эта задача разрешима, матрица  $(VV')^m$  должна иметь ненулевой элемент в первой строке на местах  $v_3$ ,  $v_{11}$  или  $v_{12}$  (см. с. 88).

Набор вершин, которых можно достичь из  $v_1$  за шаг, состоит из  $\{v_1, v_2\}$ . Из  $v_2$  можно попасть в  $v_1$ ,  $v_2$  и  $v_3$ , поэтому добавим  $v_3$  к набору и получим  $\{v_1, v_2, v_3\}$ . Из  $v_3$  можно достичь  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $v_4$ ,  $v_6$ , так что к набору добавляются  $v_4$  и  $v_6$  и получается  $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_6\}$ . Вершина  $v_4$  связана с  $v_3$  и  $v_4$ , что не добавляет ничего нового к набору. Вершина  $v_6$  соединяется с  $v_3$  и  $v_6$ , что также не добавляет ничего нового. Теперь мы исчерпали все возможности. Поэтому из  $v_1$  можно попасть только в  $v_1, v_2, v_3, v_4$  и  $v_6$ . Из положения  $v_1$  невозможно достичь  $v_5, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}$  или  $v_{13}$  при любом количестве переправ туда и обратно. Но в столбце 13 матрицы  $V$  только  $v_3, v_{11}$  и  $v_{12}$  имеют ненулевые значения. Поскольку ни одна из этих вершин не входит в рассматриваемый набор, задача неразрешима.

Если бы вектор, обозначающий количество вооружений обеих сторон, можно было преобразовать в новый вектор, компоненты которого имеют значения, сопоставимые по какой-либо шкале, то стало бы возможным оперировать с векторами, соответствующими состояниям равновесия. Тогда можно было бы применить подход, аналогичный изложенному выше, чтобы наметить практически осуществимый путь любых сокращений вооружений. Такой подход был бы естествен и, возможно, весьма желателен. Однако общепринятая шкала для сопоставления вооружений отсутствует даже в пределах одной страны, и поэтому в настоящее время лучшее решение проблемы дает теория игр (гл. 3). Сказанное не означает, что не имеет смысла продолжать исследования по разработке такой шкалы. Помимо этого, модель должна быть обобщена и включать в себя более двух государств.

## 2.6. Модель Ричардсона

Люис Ричардсон (1881—1953) разработал модель, описывающую гонку вооружений между двумя странами. При этом он сделал следующие предположения [54, 55]:

1. В гонке вооружений (при участии двух стран) каждая из стран будет стремиться наращивать свои вооружения пропорционально размеру вооружений другой.

2. Экономика представляет собой ограничение для вооружений, стремящееся уменьшить темпы роста вооружений на величину, пропорциональную размеру существующих вооруженных сил.

3. Государство будет наращивать вооружения, руководствуясь своими державными стремлениями и притязаниями, а также враждебностью к другим странам, даже если ни одна из них не представляет собой угрозу для существования этого государства.

Если обозначить уровень вооружений каждой из сторон через  $N_1(t)$  и  $N_2(t)$  соответственно, а время через  $t$ , тогда три перечисленные условия получают для каждой из сторон следующие выражения:

$$dN_1/dt = kN_2 - aN_1 + g; \quad dN_2/dt = lN_1 - bN_2 + h,$$

где  $k$ ,  $a$ ,  $g$ ,  $l$ ,  $b$  и  $h$  являются положительными константами.

Иногда константы этой модели определяются с помощью следующих терминов:  $k$ ,  $l$  — коэффициенты реакции, или обороны;  $a$ ,  $b$  — коэффициенты усталости, или затрат;  $g$ ,  $h$  — коэффициенты претензии, если они положительны, и коэффициентами доброй воли, если они отрицательны. Обычно как это было сделано выше, предполагается, что они положительны,

В этой модели равновесие сил имеет место тогда, когда устанавливается устойчивое состояние при постоянном уровне затрат. Устойчивость достигается при  $kl < ab$ , т. е., когда произведение коэффициентов реакции на действие другой стороны меньше, чем произведение коэффициентов, соответствующих затратам на вооружения.

Неустойчивое равновесие имеет место при  $ab < kl$  и свидетельствует о безудержной гонке вооружений.

Уравнения, приведенные выше, дают удивительно точное описание гонки вооружений, имевшей место в 1909—1913 годах; Австро-Венгрия и Германия находились тогда на одной стороне, Франция и Россия — на другой. Пусть  $A$  и  $B$  обозначают соответственно расходы обеих группировок на приобретение вооружений, а  $A_0$  и  $B_0$  — соответствующие совместные затраты этих блоков.

Определим  $N_1 = A - A_0$ ;  $N_2 = B - B_0$  и для упрощения предположим, что  $k = l$  и  $a = b$ . Если мы подставим эти выражения в уравнения Ричардсона и произведем сложение, то получим

$$\frac{d(A+B)}{dt} = (k-a) \left[ A+B - \left( A_0 + B_0 - \frac{g+h}{k-a} \right) \right],$$

т. е. уравнение, показывающее, что скорость изменения совокупных расходов на вооружение обоих блоков линейно зависит от размера этих расходов.

Ричардсон собрал данные за этот период и изобразил их графически (рис. 6). Затем он провел прямую комбинированного уравнения и получил вполне удовлетворительное соответствие модели с данными тренда за этот период. График указывает на положительный множитель пропорциональности или наклон  $k-a$ . Таким образом,  $k-a > 0$ , или  $k > a$ , что свидетельствует о состоянии неустойчивости и безудержной гонки вооружений.

Получение точных статистических данных для сопоставлений военной подготовки стран далеко не легкое дело, а наличие такой информации является решающим для проверки достоверности модели.

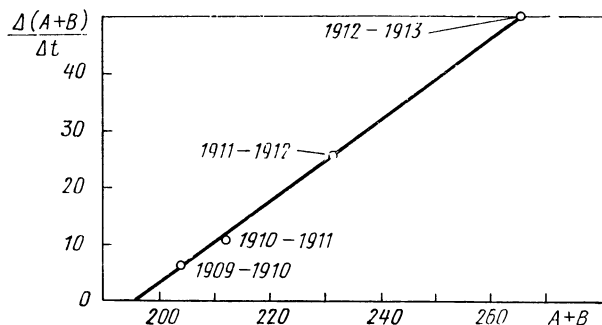


Рис. 6

Приведенная выше модель представляется гораздо более убедительной, если вместо вооружений провести на ней изучение проблем угрозы, поскольку люди реагируют на абсолютный уровень враждебности, проявляемой по отношению к ним другими, и испытывают чувство тревоги в степени, пропорциональной уровню враждебности, которую они сами испытывают. Примечательной чертой такой модели является точно выраженная зависимость уровня вооружений одной стороны от уровня вооружений другой. Это позволяет каждой стороне корректировать уровень собственных вооружений по реакции ее потенциальных противников на уровень ее вооружений в прошлом. Однако эта модель не предписывает последовательности выборов при гонке вооружений.

Ричардсон не ставит верхней границы затрат, но по сути дела богатство общества за вычетом минимального количества благ, необходимых для поддержания существования его членов, является абсолютным ограничением вооружений. Вообще, создание новой военной техники требует больших расходов, чем сохранение на вооружении старой техники, отсюда следует, что материальные затраты на вооружение не просто пропорциональны уровню вооружения. Система скорее всего взорвется задолго до того, как будет реализован экономически осуществимый уровень вооружений. Это произойдет в силу нарастания международной напряженности, хотя эти переменные и не включены в модель, как таковые.

Известны попытки приблизить модель Ричардсона к реальности введением в нее дополнительных переменных.

Так, в неопубликованной работе У. Р. Каспари рассмотрел экономическое ограничение. Если обозначить через  $M$  стоимость содержания единицы существующих сил и через  $C$  все доступные ресурсы на вооружение, то затраты на новые вооружения составят  $C - MN_1$ . Если мы определим

$$D = a(kN_2/a - N_1 + g/a),$$

то увидим, что  $k/a$  и  $g/a$  дают соответственно желательное соотношение и минимальный уровень при разоружении потенциального противника. Константа  $a$  имеет размерность 1/время, и отношение  $1/a$  является временем, необходимым для страны по ее собственной оценке для достижения желаемого уровня. Затраты будут расти линейно с  $D$  для малых величин  $D$ , но расходы на закупку нового вооружения асимптотически достигнут потолка.

Начальный наклон функции (при линейности по  $D$ ), ее предельное поведение будут различны для разных государств, отсюда необходимость введения параметра  $p$  для обозначения степени важности военных расходов.

Теперь наша модель примет следующий вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = (C - MN_1)(1 - e^{-pD}),$$

$$\frac{dN_2}{dt} = (C' - M'N_2)(1 - e^{-p'D'}),$$

где показательная функция отражает отмеченные выше свойства для малых и больших значений  $D$ . Модель Ричардсона получается при разложении  $e^{-pD}$  в ряд до членов первого порядка, если  $MN_1 \ll C$ , так что  $dN_1/dt \approx CpD$  и т. д.

Для обеспечения устойчивости необходимо, чтобы  $C - MN_1 = 0$  или  $1 - e^{-pD} = 0$ . Последнее выражение приводит к  $D = 0$  и к анализу устойчивости Ричардсона.

Подстановка конкретных значений в эту модель приводит к очень интересным результатам. Положим  $p = a = p' = a' = 1$ ;  $g = g' = 0$ ,  $k/a = k'/a' = 2$ ;  $C = C'$ ;  $M = M' = 1/2$ ;  $N_1(0) = N_2(0) = 0,01C$ . Если нарисовать график затрат как функцию времени (в годах), он покажет, что в течение первого пятилетия гонка вооружения описывается геометрической прогрессией, затем, после восьмого года, наклон начинает уменьшаться, достигая уровня в 95% от максимума после тринадцатого года, и устанавливается устойчивость. Таким образом, эта модель содержит несколько интересных и реалистических аспектов, представляющих собою улучшение уравнений Ричардсона.

Вариант модели Ричардсона в терминах дифференциальных игр или теории управления дает за-

дача минимизации функции стоимости вооружений, вида

$$\int_0^1 (a_1 N_1^2 + a_2 N_2^2 + b_1 u_1^2 + b_2 u_2^2) dt,$$

где  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  — являются данными весами, а уравнения Ричардсона выступают, как ограничения, но при следующем видоизменении: функция управления  $u_1(t)$ , обозначающая политики в области вооружения первой страны, прибавляется к правой части первого уравнения, и соответствующая функция  $u_2(t)$  для второй страны прибавляется к правой части второго уравнения.

Позже для демонстрации применения теории оптимального управления мы приведем пример модели вооруженного конфликта в виде целевой функции и дифференциальных уравнений в качестве ограничений.

В 1965 году один норвежский статистик использовал ЭВМ для обработки данных о 14 531 войне, имевших место на протяжении 5560 лет со средней частотой 2,6135 войны в год. Среди этих военных событий были войны высокой интенсивности, такие как две мировые войны нашего столетия, войны средней интенсивности, в ходе которых не бывает ни генеральных наступлений по всему фронту, ни тотальной победы, такие, например, как война во Вьетнаме, и войны низкой интенсивности, примером которых могут служить кризис в Доминиканской республике и события в Конго. С 1945 года зарегистрировано сорок войн, что несколько ниже средней приведенной частоты войн.

Модель Ричардсона не дает ответа на вопрос, приводит ли гонка вооружений к войне. Однако есть все основания считать, что состояние войны иногда является следствием увеличения напряжен-



ности и возникновения конфликтов, связанных с ростом вооружений как таковых. Можно даже предположить, что какая-нибудь страна может умышленно спровоцировать конфликт в благоприятный момент. Она может пойти на это, чтобы не продолжать наращивание вооружений ценой больших затрат для экономики или чтобы не отстать от потенциального противника в гонке вооружений.

Обобщение модели для  $n$  стран было использовано Ричардсоном для изучения гонки вооружений в 1932—1939 гг. Он пришел к выводу, что модель позволяет с достаточной степенью достоверности прогнозировать результаты этой гонки вооружений. Ричардсон также обратил внимание на возрастающие тенденции к неустойчивости с ростом величины  $n$ .

Эти хорошие совпадения модели Ричардсона с реальностью демонстрируют экспоненциальный характер роста расходов на вооружения в течение обоих периодов. Нет сомнений в том, что существует много других моделей, которые покажут такие же экспоненциальные тенденции. В модели Ричардсона коэффициенты принимают различные значения для различных проявлений гонки вооружения, и поэтому для выявления закона образования значений этих переменных, а также для использования этой модели в целях прогнозирования нужны данные по большому историческому материалу.

Необходимо разработать более общую и менее механистическую теорию, способную рассмотреть рациональное поведение и объясняющую взаимозависимость наращивания вооружений и возникновения конфликтов. Однако и модель Ричардсона может быть использована в качестве индикатора, предупреждающего государства о том, что их вооруже-

ния достигли некоторого заранее установленного предела и что продолжение гонки вооружений чревато большой опасностью.

Высказывались мнения, что война необходима человеку как стимул, концентрирующий его волю и усилия на обеспечение прогресса. Эту идею обычно стараются подкрепить ссылками на исторические данные. Несомненно, что в человеке сохраняются пережитки варварства. Однако на сложившееся в наши дни положение влияет наше прошлое, а войны являются далеко не единственным источником энергии и проявления творческого начала в человеке. Установление мира и безопасности на земле — альтернатива войне — позволит человеку придать своей деятельности гораздо более глубокий смысл и создать мир, в котором стимулом для прогресса будут безопасность и сотрудничество народов, а не вооруженная борьба и распри между ними.

Пожалуй, не лишне упомянуть, что модель Ричардсона в своей основе не слишком отличается от двух широко известных, предшествовавших ей в нашем веке моделей. Первая из них была разработана Вито Вальтерра. Модель возникла при изучении борьбы за существование в замкнутой среде двух биологических видов, один из которых поддерживает существование исключительно охотой на другой вид. Пусть  $N_1(t)$  обозначает численность вида, являющегося добычей, а  $N_2(t)$  — численность хищника, ведущего на него охоту в момент  $t$ . Если  $N_2$  мало,  $N_1$  увеличивается, что влечет за собою прирост  $N_2$ . Это увеличение  $N_2$  имеет следствием уменьшение  $N_1$ , что вызывает голодание и как результат — уменьшение  $N_2$ . Число встреч обоих видов пропорционально  $N_1 N_2$ . При встрече один вид дает прирост, а другой идет

на убыль [77]. Таким образом:

$$\frac{dN_1}{dt} = aN_1 - bN_1N_2; \quad \frac{dN_2}{dt} = -cN_2 + dN_1N_2,$$

где  $a, b, c, d$  положительные. Разделив первое уравнение на второе, проинтегрировав и произведя подстановки  $N_1 = x + c/d \equiv x + p$ ,  $N_2 = y + a/b \equiv y + q$ , получим:

$$c \log(x + p) + a \log y + q - dx - by = c,$$

где  $c$  — постоянная интегрирования. После разложения в ряд около начала координат, пренебрегая членами более высокого порядка, получаем эллипсы, описывающие периодические колебания в численности вида, служащего добычей, и в численности самих хищников. Эти эллипсы задаются соотношением

$$cx^2/p^2 + ay^2/q^2 = D,$$

где  $D$  — константа. Период колебания вблизи начала координат равен  $2\pi/(ac)^{1/2}$ . Вольтерра изучил также поведение системы, в которой два вида служат добычей одному виду хищников.

Другая построенная на дифференциальных уравнениях модель была предложена Ланчестером [11, 37]. В ней рассматривается следующая проблема: предположим, что  $N_1$  подразделений стороны  $A$ , каждое из которых обладает ударной силой  $\alpha$ , сражаются с  $N_2$  подразделениями противника  $B$ , каждое из которых обладает ударной силой  $\beta$ . Предположим далее, что бой сложился так, что вся огневая мощь стороны  $A$  равномерно воздействует на все подразделения стороны  $B$ , и наоборот. Интенсивность потерь обоих соединений определяется по формулам

$$dN_1/dt = -k\beta N_2 \text{ и } dN_2/dt = -k\alpha N_1,$$

где  $k$  — положительная константа.

Силы противников считаются равными, если равны их относительные потери, т. е. если

$$\frac{1}{N_2} \frac{dN_1}{dt} = \frac{1}{N_1} \frac{dN_2}{dt}.$$

При делении первого уравнения на второе и интегрировании получаем две гиперболы:  $\alpha N_1^2 - \beta N_2^2 = C$ . Принимая  $C=0$ , получим закон Ланчестера, который гласит, что ударная сила соединения пропорциональна огневой мощности одного подразделения, умноженной на квадрат числа подразделений.

Приложение понятия устойчивости к вопросам, связанным с военной силой и вооружениями, часто весьма затруднено. В таких случаях требуется тщательная постановка проблемы и точное определение понятия устойчивости. Рассмотрим, например, систему дифференциальных уравнений

$$dX/dt = AX,$$

где

$$X(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Составим характеристическое уравнение

$$|A - \lambda I| = 0$$

и предположим, что его корнями являются  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Обратим внимание на то, что система Ричардсона может быть сведена к этой форме с помощью аффинного преобразования.

Всякое аффинное преобразование имеет вид

$$x' = a_1x + b_1y + c_1; \quad y' = a_2x + b_2y + c_2$$

с невырожденной матрицей коэффициентов. Такого рода преобразование может быть всегда представлено в виде произведения переноса, вращения, растяжения или сжатия, отражения, а также простого удлинения или сокращения.

Существует единственное решение  $x(t)$  приведенной выше системы, удовлетворяющее начальным условиям  $x(t_0) = x_0$ ,  $y(t_0) = y_0$ . Это решение определяет так называемую характеристическую кривую с непрерывно вращающейся касательной. При этом  $x(t - \bar{t})$ ,  $y(t - \bar{t})$  также является решением для любого  $t$  и соответствует той же характеристике; отсюда следует, что характеристика может относиться более чем к одному решению.

При исследовании устойчивости необходимо изучить условия, при которых характеристики остаются вблизи точек равновесия, или стремятся к таким точкам равновесия при  $t \rightarrow \infty$ . Через любую точку области определения системы проходит не больше чем одна характеристика. Если решением системы является одна точка, то совершенно очевидно, что через такую точку не проходит ни одна характеристика, и она называется сингулярностью системы. Сингулярности представляют собой точки равновесия системы, в то время как в любой регулярной точке обнаруживаются ненулевые компоненты обеих производных, указывающие на наличие скорости и, следовательно, движения — поэтому эти точки представляют собой точки нарушения равновесия. Таким образом, характеристики представляют собою траектории движения. Точка, в которой оба выражения в правых частях уравнений обращаются в нуль, называется критической, или точкой равновесия. Такая точка называется также сингулярной точкой выражения, полученного при делении двух уравнений системы. Критические точки предполагаются изолированными, т. е. в некоторой их окрестности отсутствуют другие критические точки. Мы знаем, что такая система имеет единственное решение для любой точки, принятой за начальную.

Решения, соответствующие всем начальным точкам, показывают поведение характеристик по отношению к критическим точкам, которые по определению, могут быть найдены из решения системы  $ax+by=0$ ,  $cx+dy=0$ . Поскольку переносом можно привести сингулярную точку в начало координат, достаточно рассмотреть системы с сингулярной точкой  $(0,0)$  [57].

Вообще, если корни характеристического уравнения являются комплексными числами  $\lambda_1=\alpha+i\beta$ ,  $\lambda_2=\alpha-i\beta$ , тогда с помощью действительного аффинного преобразования исходная система может быть преобразована к виду

$$\dot{x}=\alpha x-\beta y, \quad \dot{y}=\beta x+\alpha y,$$

где

$$\dot{x}=dx/dt, \quad \dot{y}=dy/dt.$$

Эта система уравнений легко решается:

$$x=e^{\alpha t} \cos \beta t, \quad y=e^{\alpha t} \sin \beta t.$$

Варьируя коэффициенты, получаем все семейство траекторий. В зависимости от значения корней  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  при изменении  $t$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  эти траектории в области, близкой к началу координат, ведут себя следующим образом (рис. 7):

1. Если  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  действительные и если

а)  $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$ , то все траектории сходятся к началу координат, образуя там устойчивый узел (рис. 7,а);

б)  $0 < \lambda_1 < \lambda_2$ , то начало координат является неустойчивой узловой точкой, поскольку траектории от него удаляются (рис. 7,б);

в)  $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$ , то траектории асимптотически стремятся к осям  $x_1$  и  $x_2$  — начало координат образует седловую точку. Каждая ось в таком случае

именуется разделяющей, поскольку она делит плоскость на области прохождения траекторий.

2. Если  $\lambda_1 = i\beta$ ,  $\lambda_2 = -i\beta$  (т. е. при чисто мнимых корнях), то  $\alpha = 0$ ,  $x = \cos \beta$ ,  $y = \sin \beta$  и траектории образуют круги (эллипсы до аффинного преобразования) с центром в начале координат. При этом начало координат называют центром, и оно, по определению, является устойчивой сингулярностью (рис. 7, в).

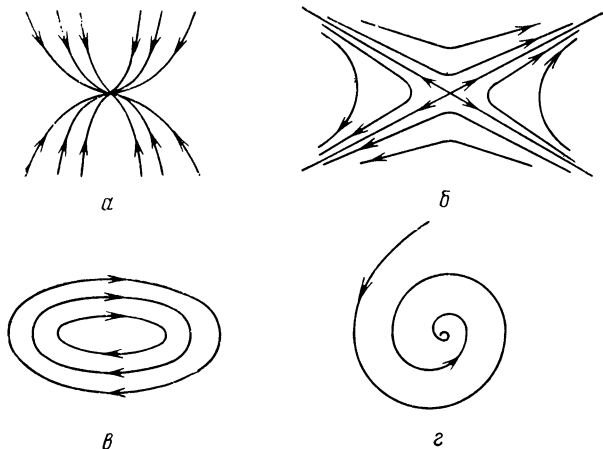


Рис. 7

3. Если  $\lambda_1 = \alpha + i\beta$ ,  $\lambda_2 = \alpha - i\beta$  при  $\alpha, \beta \neq 0$  и  $\alpha < 0$ , то траектории образуют спирали, закрученные вокруг начала координат и направленные к нему, при этом начало координат именуется фокальной точкой (рис. 7, г). Если  $\alpha > 0$ , спирали развёртываются и движутся от основания, которое является неустойчивой точкой (фокусом или спиральной точкой).

Таким образом, мы имеем устойчивость только при нулевых или отрицательных действительных частях корней.

## **2.7. Динамическая модель ракетной войны**

В приведенном выше определении контроля над вооружениями говорится о снижении ущерба, который может принести с собой война в случае ее возникновения. В атомный век снижение ущерба, связанного с войной, требует понимания возможных способов ее ведения и оптимальных стратегий для каждой стороны. Ни та, ни другая сторона, возможно, не стремятся к полному уничтожению противника. Возникает вопрос: если ядерная война будет развязана, возможно ли ее окончание на начальном этапе при минимальных разрушениях? В данном разделе рассматриваются способы исследования этого вопроса.

М. Интрилигейтор [29а] с позиции экономиста, применяя методику математической теории оптимального управления (см. гл. 5, ссылка [57]), исследовал стратегические проблемы в войне с использованием ракет. Он поставил задачу распределения недостаточного количества ракет, рассматривая альтернативные варианты целераспределения и темпа запуска ракет. В работе исследуются следующие проблемы стратегии использования ракет:

1. Какова оптимальная стратегия в выборе целей, т. е. должны ли стратегические ракеты быть нацелены на ракетные установки противника (стратегия удара по вооруженным силам) или на индустриальные центры на его территории (стратегия удара по материальным ценностям)? Какова



должна быть очередность нанесения ракетных ударов по этим целям во времени?

2. Какова оптимальная стратегия темпа запуска ракет во времени, т. е. должны ли пуски ракет проводиться в высоком темпе, а может быть даже и единым залпом (стратегия массированного удара возмездия) или, напротив, со значительными интервалами между пусками для сохранения некоторого количества ракет в резерве (стратегия контролируемого ответного удара)?

3. Как могут повлиять варианты стратегии использования ракет на оптимальное распределение целей и темпы запуска ракет противником?

4. Какое влияние окажет противоракетная оборона стартовых комплексов, включая как ее пассивные средства (тяжелые инженерные укрытия), так и активные (комплексы ПРО с использованием ракет-перехватчиков) на выбор противником стратегий оптимального распределения целей и темпов запуска ракет?

5. Какое влияние окажет гражданская оборона городов, включая ее пассивные средства (убежища) и активные (комплексы ПРО с использованием ракет-перехватчиков), на выбор противником стратегий оптимального распределения целей и темпов запуска ракет?

6. Как и чем закончится ракетная война, и каким должен быть выбор оптимальных стратегий целераспределения и темпов запуска ракет на ее завершающем этапе?

Многие из этих проблем непрерывно дебатировались уже в течение длительного времени, причем вопросы стратегии оптимального целераспределения и темпов запуска ракет, как и вопросы влияния на стратегию ПРО противника, привлекают к себе особое внимание исследователей.

В ходе этих дискуссий, однако, проявляется стремление игнорировать такой решающий параметр ракетно-ядерной войны, как время, что существенно снижает ценность таких рассуждений. Анализ сформулированных выше проблем ракетно-ядерной стратегии был проведен на динамической модели ракетно-ядерной войны, позволяющей варьировать во времени целераспределение и темп ракетных пусков в течение всей войны.

В этой работе было исследовано влияние различных условий только на заключительную фазу войны. В дальнейшем намечается исследовать все многообразие начального этапа войны и установить пути осуществления контроля над вооружениями и ситуациями, в которых возникает война. Эта модель сама по себе является новаторской работой, расширяющей арсенал аналитических средств для изучения подобных проблем, известных до сих пор. Мы приводим ниже некоторые основные понятия и постановки этой модели:

$A, B$  — страны, ведущие войну;

$t$  — время,  $0 \leq t \leq T$ ,  $T$  — продолжительность войны;

$t=0$  — время начала войны;

$t=T$  — время окончания войны;

$M_A(t)$  — число ракет  $A$  в момент  $t$ ,  $M_A(0) = M_{A0}$  задано;

$C_A(t)$  — потери  $A$  за время  $t$ ,  $C_A(0) = 0$ ;

$\alpha(t)$  — относительный темп ракетных пусков  $A$  в момент  $t$ ;

$\alpha'(t)$  — темп пусков по ракетам противника, используемый  $A$  в момент  $t$ ;

$f_A(t)$  — коэффициент эффективности  $A$  при ударе по ракетам противника, равный числу уничтоженных ракет стороны  $B$ , приходящихся на одну ракету страны  $A$  в момент  $t$ ;

$\dot{V}_A(t)$  — коэффициент эффективности ракет  $A$ , наносящих удар по материальным ценностям, равный понесенному  $B$  ущербу, приходящемуся на одну ракету страны  $A$  в момент  $t$ .

$M_B(t)$  — число ракет  $B$  в момент  $t$ ,  $M_B(0) = M_{B0}$  задано;

$C_B(t)$  — потери  $B$  в момент  $t$ ;

$\beta(t)$  — относительный темп ракетных пусков  $B$  в момент  $t$ ;

$\beta'(t)$  — темп пусков по ракетам противника, используемый  $B$  в момент  $t$ ;

$f_B(t)$  — коэффициент эффективности  $B$  при ударе по ракетам противника, равный числу уничтоженных ракет страны  $A$ , приходящихся на одну ракету страны  $B$  в момент  $t$ ;

$V_B(t)$  — коэффициент эффективности ракет  $B$ , наносящих удар по материальным ценностям страны  $A$ , равный понесенному  $A$  ущербу, приходящемуся на одну ракету страны  $B$  в момент  $t$ .

Имеем следующие дифференциальные уравнения:

$$\dot{M}_A = -\alpha M_A - \beta' \beta M_B f_B, \quad M_A(0) = M_{A0}$$

$$\dot{M}_B = -\beta M_B - \alpha' \alpha M_A f_A, \quad M_B(0) = M_{B0}$$

$$\dot{C}_A = (1 - \beta') \beta M_B V_B, \quad C_A(0) = 0$$

$$\dot{C}_B = (1 - \alpha') \alpha M_A V_A, \quad C_B(0) = 0.$$

Точками обозначены производные по времени.

Цель страны  $A$  представлена как функция выигрыша  $P_A$ , к максимизации которой стремится  $A$ . Предполагается, что функция выигрыша зависит от исхода войны, т. е. от конечного числа ракет, оставшихся в обеих странах, и потерь, которые они понесли на конец войны; предполагается, что

она имеет линейный характер:

$$P_A = P_{A1}M_A(T) + P_{A2}M_B(T) + P_{A3}C_A(T) + P_{A4}C_B(T).$$

Константы  $P_{Ai}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) представляют собой маргинальные выигрыши страны  $A$  и выражают ее интересы. Поскольку увеличение конечного числа ракет может привести к их использованию в политических целях для угроз противостоящей стороне и для завершения войны, допустимо предположение, что  $P_A$  увеличивается с ростом числа ракет у  $A$  и их уменьшением у  $B$ :  $P_{A1} \geq 0$ ,  $P_{A2} \leq 0$ . Поскольку «ограничение ущерба» является важной задачей, предполагается, что  $P_A$  возрастает с уменьшением потерь страны  $A$ :  $P_{A3} < 0$ .

Хотя «гарантированное уничтожение» и предполагает, что  $P_A$  увеличивается по мере роста потерь и ущерба, которые несет  $B$ , для общности рассматриваются два случая: в первом функция выигрыша увеличивается с увеличением потерь  $B$  (так называемая «карательная» война), во втором она, наоборот, уменьшается («некарательная» война):

$$P_{A4} \begin{cases} > \\ < \end{cases} 0, \text{ если война } \begin{cases} \text{„карательная“} \\ \text{„некарательная“} \end{cases}.$$

Эта функция выигрыша обобщает постановку, сделанную в предыдущих работах, учитывая влияние конечных запасов ракетного оружия.

Оптимальная стратегия использования ракет страной  $A$ , когда стратегия  $B$  известна, должна включать в себя программу изменения  $\alpha'(t)$  и  $\alpha(t)$ , максимизирующую выигрыш  $P_A$  для стороны  $A$ . Такая оптимальная стратегия может быть найдена с помощью методов теории оптимального управления. Использование этих методов позволяет определить функции  $\alpha(t)$  и  $\alpha'(t)$  введением дополнительных переменных  $a_1(t)$ ,  $a_2(t)$ ,  $a_3(t)$  и  $a_4(t)$  и

максимизацией функции Гамильтона  $H$ , где

$$H = \alpha M_A [-a_1 + \alpha' (a_2 f_2 - a_4 V_A) + a_4 V_A] + \\ + \beta M_B [a_2 - \beta' (a_1 f_B - a_3 V_B) - a_3 V_B].$$

Анализ результатов позволяет сделать ряд полезных выводов по мере определения оптимальных стратегий. Мы здесь сделаем только один из них, исходя лишь из приведенного выше выражения  $H$ . Если  $\alpha M_A$  положительно, т. е. сторона  $A$  производит запуск нескольких ракет, то выбор целей (отраженный в  $\alpha'$ ) зависит не от темпа ракетных пусков, а исключительно от выражения  $a_2 f_A - a_4 V_A$ . Если это выражение положительно, то  $\alpha'$  должно быть максимальным (чтобы максимизировать  $H$ ), но максимальное значение  $\alpha'$  равно единице, следовательно, в этом случае сторона  $A$  наносит удар только по вооруженным силам противника. Если  $a_2 f_A - a_4 V_A$  отрицательно, то величина  $\alpha'$  должна быть минимальной. Ее минимальное значение равно нулю, а это значит, что  $A$  наносит удар только по материальным ценностям.

Анализ этой модели позволяет сделать некоторые выводы о том, как начинаются войны, как они протекают и как кончаются. Например, модель указывает на области устойчивости, не способствующие возникновению войн [29в], т. е. определяет соотношение числа ракет, которое по всей вероятности не приведет к войне.

Для состояния войны характерно наличие трех фаз. Начальный этап — это решительный удар всеми силами по ракетам противника. Завершающий этап — это контролируемые удары возмездия по индустриальным центрам противника. Решающей является промежуточная стадия. В зависимости от условий, заложенных в модель, на этой стадии проводится либо решительный тотальный удар по

основным центрам противника, либо контролируемый тотальный удар по основным центрам противника, либо контролируемый по его ракетным установкам.

Завершение войны, как оно разработано в модели, основывается на соотношении мощности ракетного оружия и потерь. Страна, не исходящая из побуждения покарать противника, в конце войны может все же продолжать оптимальный выбор целей из числа индустриальных центров противника для нанесения по ним ракетного удара, чтобы сократить продолжительность войны и тем самым уменьшить свои потери. Таков один из выводов о завершающем этапе, который позволяет сделать эта модель. Союзники по второй мировой войне, нанося бомбовые удары по Дрездену, Токио и Гамбургу, исходили именно из таких соображений\*.

## **ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ДЛЯ КООРДИНИРОВАНИЯ ПОЛИТИК**

Проблема координирования политик в пределах страны связана с совместными переговорами с представителями правительственных органов для согласования таких политик. При этом должностные лица могут настаивать на внесении определенных изменений, угрожая в противном случае отказом от уже разработанной политики. С формальных позиций такое положение может рассматриваться как проблема фиксированных угроз в рамках теории игр.

---

\* Имеются в виду бомбардировки англо-американской авиацией Германии и Японии в последние недели войны, которые с военной точки зрения, по мнению советских специалистов, совершенно не были оправданы. — *Прим. ред.*

Теория игр приложима также ко многим важным аспектам межгосударственных переговоров по проблемам контроля над вооружениями и разоружения. Такие вопросы могут, в частности, быть изучены в рамках раздела о некооперативных играх этой теории. Игры с неполной информацией, рассматриваемые в гл. 4, приложимы к иному набору проблем, возникающих в ходе переговоров. Знакомство с гл. 3 существенно для понимания предпосылок возникновения и развития этих идей. Здесь автор стремился углубить понимание рассматриваемых проблем, ограничивая объем приводимых в тексте вычислений.

## ГЛАВА 3

### КОНФЛИКТЫ И ТЕОРИЯ ИГР

#### 3.1. Введение

В следующих двух главах мы будем рассматривать теорию игр как важный теоретический инструмент для анализа проблем конфликтов, не имеющих себе равных для этой цели среди других теорий. Мы это делаем в надежде на то, что со временем теория игр создаст модели, необходимые для анализа проблем эскалации, переговоров, гонки вооружений, контроля над вооружениями и их сокращения. Теория игр в настоящее время используется главным образом для разработки основных концепций и методологии решения перечисленных выше проблем. Процесс построения основных концепций и кристаллизации понятий занимает центральное место на нынешнем этапе развития теории

игр и, очевидно, будет занимать его в течение нескольких ближайших лет. По ходу изложения материала мы покажем, как близко эти концепции и представления теории игр подошли к отображению различных политических проблем. В настоящее время легко указать на несколько областей, проникнув в которые теория игр расширит возможности своих приложений. До перехода к рассмотрению перспектив развития теории игр, ее новых приложений (см. разд. 3.7) необходимо изложить существо некоторых основных идей этой теории.

Нужно подчеркнуть, что теория игр может найти и уже нашла ряд важных приложений в процессе принятия решений. Примеры этих приложений приведены в разд. 3.7. Порядок применения санкций, рассматриваемый при описании метаигр, играет роль, подобную роли угроз, и может быть реально использован при анализе устойчивости политик. Тот факт, что во многих приложениях достаточно пользоваться только порядковыми полезностями, избавляет от трудной проблемы обоснованного выбора числовых величин и ясно показывает, что числа главным образом служат для облегчения выражения предпочтений при принятии решений и сами по себе не имеют глубокого смысла. Такой метаигровой подход может быть использован также в динамическом смысле. Иными словами, в предвидении возможных изменений на международной арене порядок предпочтений можно изменять и проводить анализ вновь.

Большинство примеров, приведенных в гл. 2, посвящено анализу устойчивости определенных политик в конфликтных ситуациях. Такой анализ проведен отдельно для каждой из сторон, часто на основании предположения о симметричности их



индивидуальных целей. Затем теория игр делает еще один шаг, пытаясь установить «лучшие» стратегии или политики, приводящие к устойчивости, для сторон, рассматриваемых в их единстве. По крайней мере такова цель этой теории, хотя в трудных задачах найти такие решения совсем не легко. Применяв термины, использованные в гл. 1, можно назвать результаты, представленные в данной главе, скорее нормативными, чем описывающими, при этом целью исследования является оптимизация. Теория метаигр составляет исключение — она описывающая.

В этом разделе мы свяжем, во-первых, политические конфликты и теорию игр. Затем мы покажем, что при определенной классификации теория игр является ветвью оптимизации. Мы завершаем раздел изложением основной концепции оптимизации, а следовательно, и теории игр — теории полезности. Краткое изложение теории игр представляется здесь весьма желательным, поскольку эта теория была разработана сравнительно недавно, а ее методы и подходы будут использованы нами для построения моделей контроля над вооружениями.

Международная политика настолько сложна, что никакой математический подход не в состоянии должным образом учесть все существенные элементы, обуславливающие принятие политических решений. В простую модель обычно вводятся только несколько факторов, и такая модель используется только для вскрытия природы явления или иногда для выработки частных рекомендаций. Проникновение в суть явления с помощью простой модели помогает привлечь внимание к новым, доселе либо неизвестным, либо неиспользуемым методам. Как правило, модель постепенно приспособливает-

ся к реальной ситуации, делаясь все более и более сложной. Иногда имеет место и обратное, и первоначально сложная модель превращается в более простую и четкую. Анализ более простых моделей позволяет заложить основы для их усложнения.

Идея целесообразности поиска равновесных положений при разрешении конфликтов хорошо известна среди специалистов по политическим наукам и дипломатов — ее им подсказывает интуиция. Политики инстинктивно выбирают лучший среди худших исходов в качестве отправной точки, с которой они начинают выработку кооперативной позиции. Принцип минимакса теории игр и порядок согласования интересов сторон в кооперативных играх формализуют эту практику. В политике коалиционные решения являются продуктом опыта и воображения.

Теория игр все еще занята поиском определения понятия решения игр  $N$  лиц с ненулевой суммой, имеющего достаточно широкий диапазон применения, а дипломат, основываясь на прецедентах и примерах, уже вооружен прагматическим знанием и практической методикой для подхода к проблеме. Как бы ни был достаточен такой опыт для преодоления кризисных ситуаций, комплексный подход, основанный на разумной теории, конечно, предпочтительнее. Но пока такой теории нет, она еще находится в процессе становления, хотя ее развитие и отмечено замечательными успехами за последние годы.

Переговоры и согласование интересов сторон способствуют достижению компромиссов, которые могут быть искомым решением конфликта. При этом стороны, вовлеченные в конфликт, могут использовать различные основные стратегии, такие, например, как союзы и угрозы.

Заклячая между собой союзы, блоки государств могут улучшить свои позиции на переговорах и обеспечить себе большую степень сотрудничества со стороны партнеров. Изошренные методы использования угроз, санкций и даже применение силы используются государствами, чтобы вынудить другие государства сотрудничать с ними. Угроза отказа от сотрудничества может привести к меньшим преимуществам для обеих сторон. Небольшое государство может убедить большее государство сотрудничать с ним таким образом, что каждое из них, действуя сообща, получит больший выигрыш. Оно даже может заставить большее государство поделиться с ним частью выигрыша, полученного в результате сотрудничества обеих стран и невозможного без участия меньшей страны. С другой стороны, большее государство может навязать сотрудничество меньшему, потому что последнее может испытывать крайнюю нужду в выигрыше, возможном в результате такого сотрудничества.

В этой главе мы познакомим читателя с основами теории игр, устанавливающей формальные рамки приведенных выше понятий. Разработанная в недавнем прошлом теория игр с неполной информацией может быть использована для построения моделей контроля над вооружениями; эта теория изложена в гл. 4 наряду с подходом теории игр к концепции равновесия силы.

### **Теория игр как раздел оптимизации**

Одним из самых значительных и эффективных математических методов, нашедших различные приложения, особенно при принятии решений, является теория оптимизации. Эта теория обычно рассматривает способы максимизации (или мини-

мизации) функции, описывающей набор целей, и влияние ограничений, которым они подвержены.

В идеале, если бы удалось достичь согласия нескольких сторон об общей шкале полезности, объединить их интересы на основе кооперирования, а также договориться об ограничениях, оказалось бы возможным достичь наилучшего решения для всех заинтересованных сторон. Однако представления о полезности различны, и каждая из сторон сообразно с ее шкалой полезности может стремиться к получению большего для себя выигрыша. Даже если бы удалось преодолеть такие расхождения в оценках полезности, ограничения в отношении целей одной из сторон могут быть не столь жесткими, как у другой. Отсюда следует, что решение, учитывающее ограничения только одной из сторон, даст большее значение максимума ее целевой функции, чем решение, учитывающее более жесткие ограничения другой стороны.

В реальных условиях в отношениях между странами имеет место не полное сотрудничество, а острая конкурентная борьба, в силу чего каждая из сторон свободна в выборе стратегии и заключении союзов, которые она считает для себя наиболее выгодными при такой конкуренции. Тут мы имеем дело с противоположными интересами, а при противоположности интересов возникает конфликтная ситуация. В этом контексте конфликт не обязательно равнозначен войне. И хотя в настоящее время контроль над вооружениями связан с проблемой вооружения и развязывания войны, последняя сама по себе может возникнуть по различным причинам, например, быть следствием территориальных и экономических конфликтов, политики с позиции силы или идеологических столкновений.

Теория игр является разделом оптимизации, исследующим методы разрешения конфликтов, в которых сталкиваются интересы нескольких сторон, и непосредственно не затрагивающим максимизацию или минимизацию.

### **Теория полезности — основа оптимизации**

Все методы оптимизации основываются на концепции предпочтения полезности. В практике принятия решений обычно рассматривают все доступные альтернативы и выбирают вариант, дающий наибольший результат (отдачу), или имеющий наибольшую полезность. Другими словами, нам следует, во-первых, определить предпочтения среди различных альтернатив, а затем приписать полезность этим предпочтениям, указывающую, насколько в числовом выражении одно предпочтение больше другого. Приписанные полезности определяют действительную функцию, определенную на множестве альтернатив, она называется функцией полезности и должна отражать последовательность предпочтений. Если степень предпочтений (в смысле, более точно определенном в разд. 3.2) отражена в функции полезности по абсолютной шкале, мы имеем числовую полезность. Если функция полезности отражает лишь последовательность предпочтений, мы имеем порядковую полезность. Отношение предпочтения — не числовое отношение: оно дает лишь упорядочение, которое выражается численно через функцию полезности. Образовав функцию полезности, лицо, принимающее решение, оптимизирует эту функцию, чтобы найти лучшую альтернативу с учетом ограничений на способы действий, ведущих к возможным альтернати-

вам. Оптимум является осуществимой альтернативой, предпочтительной среди со всех других возможных альтернатив или равноценной им.

Классические методы оптимизации, начиная от линейного и нелинейного программирования и кончая математическим анализом и вариационным исчислением, дают математический аппарат, необходимый для выбора варианта, обеспечивающего оптимальную (максимальную или минимальную) отдачу. Теория игр, исследующая интересы не одной, а нескольких сторон, представляет собой другую основу для оптимизации принятия решений.

Одной из самых важных практических проблем, возникающих в теории полезности, является упорядочение предпочтений. Обычно имеет место частичное, а не полное упорядочение предпочтений. Умиравший от голода человек, например, может предпочесть яблоко самому дорогому автомобилю. В контроле над вооружениями упорядочение полезностей может быть поставлено в зависимость от вклада в уменьшение риска войны. В других случаях имеет место обратное. Следующий раздел посвящен рассмотрению проблемы индивидуальных предпочтений полезности.

Особую проблему представляет собой исследование групповых предпочтений. Трудности, заложенные в этой проблеме, значительно возрастают, если лицо с отличной от других последовательностью индивидуальных предпочтений пытается взять на себя роль посредника или представителя интересов группы.

Многие политические решения либо основываются на большинстве голосов, отданных в их пользу, либо рождаются в поисках компромисса в ходе переговоров внутри самой группировки.

Если решение большинства не учитывает позиции, занимаемой меньшинством, функция полезности не представляет взглядов всей группы. Компромиссный подход, к которому прибегает семья, решая, как провести вечер, больше напоминает выработку общественной функции полезности, являющейся совокупностью индивидуальных функций полезности. В иерархии лиц, принимающих решения, те, кто находятся на верхних ступенях лестницы, располагают большей информацией по более широкому кругу вопросов, относящихся к данной проблеме. Поэтому для получения группового решения следует, во-первых, устроить встречу ответственных лиц одного ранга с тем, чтобы они установили свою позицию. Если между ними будет согласие, вопрос следует считать решенным и довести решение по инстанции. Если же такого согласия нет, очередная старшая инстанция выносит арбитражное решение. Именно таким способом высшие политические круги принимают решения, потрясающие мир. Принятие групповых решений в значительной степени зависит от способности каждого участника вести торг таким образом, чтобы при случае он получил поддержку других даже тогда, когда они с ним не полностью согласны.

В качестве альтернативы действий такого рода можно сформировать группу экспертов и поручить ей исследовать данный вопрос и определить, что следует сделать и каких результатов добиться. Тем самым проводится сопоставление критических суждений и предпочтений по рассматриваемой проблеме, и ее анализ становится более объективным и всесторонним. Определение самих предпочтений, таким образом, начинает процесс агрегации мнений, затем следует принятие функции полезности, описывающей «коллективное предпочтение».

### 3.2. Решение, полезность, предпочтение

Переходим теперь к изложению проблемы индивидуального назначения полезностей.

При описании ситуаций с одной заинтересованной стороной речь часто идет о максимизации. Функция полезности определяется так, что более предпочтительные объекты получают большую полезность, а объекты равной предпочтительности связываются с равными полезностями. Объекты, с которыми связывается полезность, могут быть скалярами (например, деньгами) или партией товаров (например, «пять картофелин, шесть яблок и три кровати»). Вообще говоря, нельзя сравнивать ценность различных партий товаров до того, как мы связали числовую полезность с каждой партией товара. Мы можем, например, сказать, что четыре яблока и две груши предпочтительнее, чем три яблока и одна груша, но у нас нет оснований считать, что первой комбинации следует отдать предпочтение перед тремя яблоками и тремя грушами.

«Решить» — значит сделать выбор среди альтернатив. Но для разумного выбора необходимо знать порядок предпочтений. Функция полезности предназначена для выражения этого упорядочения математически удобным способом. Учет неопределенности и риска может усложнить проблему и тогда возникает необходимость привлечения теории вероятности.

Теория принятия решений занимается рассмотрением широкого диапазона проблем, начиная от принятия индивидуальных решений в условиях определенности и в условиях риска и кончая групповыми решениями и решениями состязательного характера при взаимосвязанности стратегий кон-



курирующих лиц в условиях как полной, так и неполной информации.

Когда функция полезности определена и известны ограничения на применение предпочтений (т. е. допустимое или возможное множество), мы делаем попытку использовать подходящую методику оптимизации для выбора лучшей альтернативы из допустимого множества. Самой лучшей альтернативой является та, которая в зависимости от постановки задачи дает либо максимум, либо минимум, либо минимаксное решение или же отвечает каким-либо другим требованиям правила принятия решения.

При рассмотрении принятия решения в условиях определенности, когда нет нужды пользоваться вероятностями, нам необходима лишь порядковая функция полезности, т. е. нас интересует только вопрос: какие альтернативы имеют большие и какие равные полезности? При отсутствии вероятностей мы заинтересованы в сопоставлении полезностей, а не в сравнении разницы между полезностями. Так, если  $x$  предпочтительней  $y$  и  $y$  предпочтительней  $z$ , мы можем назначить полезность 3 для  $x$ , 2 для  $y$  и 1 для  $z$ , что уравнивает разницу полезности между  $x$  и  $y$  и  $y$  и  $z$ . Но в равной степени мы вправе приписать полезность 100 для  $x$ , 2 для  $y$  и 1 для  $z$ , сделав тем самым разницу полезности между  $x$  и  $y$  значительно большей, чем между  $y$  и  $z$ . Первые значения полезности будут выражать наше предпочтение полезности так же хорошо, как и вторые. Когда мы заинтересованы только в упорядочении полезностей, а не в сопоставлении их разницы, мы говорим о *порядковой полезности*. Когда необходимо сопоставить также и разницу полезности, мы говорим о *числовых полезностях*. При анализе вариантов в усло-

виях риска или неопределенности (т. е. при выборе варианта, связанного с вероятностью) определить порядковые полезности недостаточно, требуется определить и числовые полезности.

Понятие полезности может быть введено по-разному. Эвристические критерии полезности, характерные для «разумного поведения» личности, могут быть выражены следующим образом:

1. Аксиома сопоставимости. Относительно любых двух альтернатив  $x$  и  $y$  всегда можно констатировать либо четкое предпочтение одной из них, либо их явную равноценность. Таким образом, либо  $x > y$ , либо  $y > x$ , либо  $x \sim y$ . Здесь  $x > y$  означает, что  $x$  предпочтительней  $y$ , а  $x \sim y$  — что оба варианта равноценны. Если  $y$  не имеет предпочтения по отношению к  $x$ , мы можем написать  $x \geq y$ .

2. Аксиома транзитивности. Если  $x > y$  и  $y > z$ , то  $x > z$ ; если  $x \sim y$ ,  $y \sim z$ , то  $x \sim z$ .

3. Недополнительность выбора. Если  $x > y$ ,  $\alpha$  — вероятность того, что произойдет  $x$  и  $(1-\alpha)$  — вероятность осуществления альтернативы  $y$ , то  $x > \alpha x + (1-\alpha)y$ . Заметьте, что знак  $>$  обозначает здесь не больше, а предпочтительней.

4. Непрерывность предпочтения. Если  $x > z > y$ , то существует такая вероятность  $\alpha$  осуществления  $x$ , и вероятность  $1-\alpha$  осуществления  $y$ , что  $\alpha x + (1-\alpha)y \sim z$ .

5. Вероятность единица обозначает определенность:  $1\alpha + 0\beta \sim \alpha$ .

6. Коммутативность:  $\alpha x + (1-\alpha)y \sim (1-\alpha)y + \alpha x$ .

7. Правило комбинирования:

$$\alpha[\beta x + (1-\beta)y] + (1-\alpha)y \sim \alpha\beta x + (1-\alpha\beta)y.$$

Для читателя может представлять интерес интерпретация этих правил при альтернативах, свя-

занных с вероятностью расширения и нерасширения конфликтов.

Помимо этих аксиом, функция полезности может обладать также дополнительными свойствами, такими как монотонность. Чем больше выигрыш, тем выше его полезность, и чем больше проигрыш, тем меньше его полезность (т. е. больше его бесполезность).

Для иллюстрации приложения концепции порядковой полезности приведем следующий пример; предположим, что военному эксперту поручено определить относительные числовые значения, указывающие предпочтение среди нескольких систем оружия с точки зрения их стратегической мощи и маневренности при выполнении различных боевых задач. Обозначим эти системы через *A*, *B*, *C*, *D* и *E*. Тогда эксперт сможет определить для каждой системы ранг предпочтения или порядковую полезность. При наличии более полных данных о боевых и технических характеристиках этих систем, могут быть определены относительные ценности этих систем (сопоставление последних с порядковыми номерами предпочтения см. ниже). Эти порядковые ценности не обязательно должны иметь некое абсолютное значение — они лишь указывают порядок относительных предпочтений. Для обозначения их относительной ценности может быть использован и иной набор чисел. Так, например, мы можем иметь

Система	Ранг	Ценность	Разница
<i>E</i>	5	2	
<i>B</i>	4	7	+5
<i>C</i>	3	19	+12
<i>A</i>	2	21	+2
<i>D</i>	1	100	+79

Здесь *D* имеет наивысший ранг, а *E* наименьший. Следовательно, можно написать  $E < B < C < A < D$ .

Четвертый столбец показывает разницу между последовательными значениями полезности. Числовые выражения этой разницы не имеют абсолютного значения. Можно воспользо-

зоваться любой другой шкалой, сохраняющей то же упорядочение полезностей. Такая шкала именуется монотонным преобразованием первой шкалы. Так, если мы имеем функцию полезности  $u(x)$ , мы можем вместо нее столь же успешно использовать монотонное преобразование  $g(x)=t[u(x)]$  и, в частности, максимизация  $u(x)$  будет эквивалентна максимизации  $g(x)$ .

Точка, минимизирующая выражение  $\exp\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)$ , напри-

мер, совпадает с точкой минимума  $\sum_{i=1}^n x_i$ , поскольку экспонен-

циальная функция монотонна и, следовательно, сохраняет относительный порядок предпочтений.

Когда  $u(x)$  обозначает числовую полезность, замена  $u(x)$  произвольным монотонным преобразованием невозможна; для такой замены допустимо лишь использование монотонных линейных преобразований  $u(x)$ , имеющих форму  $v(x)=au(x)+b$ ,  $a>0$ . Следовательно, числовые полезности определяются однозначно с точностью до линейного преобразования, сохраняющего порядок. Можно сравнивать разницу в величине предпочтений, но не отношения этих величин как таковые. Такая шкала измерений называется интервальной. Если при этом также известны и отношения величин, говорят, что величины заданы в шкале (масштабе) отношений. Такая шкала однозначна с точностью до преобразования подобия (она получается при  $b=0$ ). Ясно, что если заданы начало отсчета и единица измерения, функция числовой полезности полностью определена.

Примером линейного преобразования может служить формула перевода температуры по Цельсию в температуру по Фаренгейту:

$$\text{Фаренгейт} = \frac{9}{5} \text{ Цельсия} + 32.$$

Если варианты, избираемые одним лицом в условиях риска, удовлетворяют приведенным выше аксиомам, то полезность, которую он приписывает различным альтернативам в условиях риска (например, при покупке лотерейных билетов), может быть вычислена через математическое ожидание определенной им полезности. Предположим,

Например, что вероятность получения выигрыша  $x$  данным лицом равна  $p$ , а вероятность получения выигрыша  $y$  равна  $1-p$ ; предположим также, что числовая полезность первого выигрыша составляет  $u_1$ , а второго  $u_2$ , тогда числовая полезность, определенная им для данной ситуации, составит

$$u^* = pu_1 + (1-p)u_2.$$

Вообще, ожидаемая полезность для одного лица получается умножением полезностей, приписываемых каждой из альтернатив, на вероятности осуществления этих альтернатив и последующим сложением полученных таким образом чисел.

В условиях неопределенности, когда неизвестны все или некоторые из соответствующих вероятностей, можно использовать по сути тот же подход, что и в присутствии риска, за тем исключением, что в данном случае неизвестные объективные вероятности заменяются нашими субъективными оценками, которые называются субъективными вероятностями.

При изложении теории игр мы исходим из посылки о способности индивидуумов делать разумный выбор из ряда вариантов и приписывать числовые величины, указывающие на предпочтения, которые они оказывают таким альтернативным вариантам. В начале нашего исследования, где мы используем понятие случайного хода, или смешанной стратегии, связанное с вероятностями, нам необходимо оперировать понятием числовых полезностей. В разд. 3.6—3.7, посвященных метаиграм, достаточно использовать понятие порядковой полезности. В обоих случаях мы не всегда говорим, откуда берутся полезности. Однако эта проблема не игнорируется нами, и мы приводим несколько примеров определения полезности.

### 3.3. Игры двух лиц с нулевой суммой

Игрой называется набор правил, описывающих формальную структуру состязательной ситуации и уточняющих:

1. Альтернативы или стратегии, из которых должны сделать свой выбор игроки. При этом под стратегией понимается набор указаний, которым следует игрок с начала и до конца игры. Каждое действие игрока по осуществлению стратегии называется ходом.

2. Информацию, доступную игроку при выборе им варианта.

3. Выигрыш, получаемый каждым игроком в конце игры. Выигрыш связан с каждым выбором стратегий противостоящими сторонами, т. е. любому возможному протеканию игры с начала до конца поставлен в соответствие определенный выигрыш.

Рассмотрим следующий пример игры, в которой принимают участие два игрока I и II. Пусть  $i$ -й столбец ( $i=1, 2, 3$ ) нижеприведенной матрицы обозначает проигрыш II игрока I игроку при использовании им стратегии  $B_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) против каждой из стратегий  $A_1, A_2, A_3$  игрока I.

		Стратегии игрока II		
		$B_1$	$B_2$	$B_3$
Стратегии игрока I	$A_1$	0	-2	1
	$A_2$	2	0	-2
	$A_3$	-1	2	0

В каждой партии каждый игрок использует одну из стратегий. Эта матрица представляет собой выигрыши игрока I за счет игрока II (для получения выигрыша игрока II помножьте элементы на  $-1$ ). Каждая партия этой игры состоит в выборе одного из чисел 1, 2, 3, который должен сделать каждый игрок. Игрок, имеющий меньшее число, выигрывает одно очко, если только его число не меньше числа его противника на единицу — в последнем случае этот игрок теряет

два очка. Счет равен нулю при равенстве чисел. Эта игра по отношению к игрокам является симметричной. Это значит, что выигрыш для каждого игрока одинаков при соответствующем выборе стратегий. Здесь  $A_1, A_2, A_3$  обозначают выбор игроком I чисел 1, 2, 3 соответственно. Аналогично  $B_1, B_2, B_3$  соответствуют выбору чисел 1, 2, 3, сделанному игроком II.

Какой совет можно дать игрокам по выбору таких стратегий, следуя которым каждый из игроков мог бы лучшим образом преуспеть? Приведенный выше пример относится к игре с нулевой суммой, потому что проигрыш одного игрока равен выигрышу другого и отсутствует какой-либо внешний источник платежей. Но, вообще говоря, возможны и другие условия, при которых каждый элемент платежной матрицы должен указывать два выигрыша — по одному для каждого игрока.

Если выигрыш представляет собой денежную сумму, мы можем использовать само денежное выражение в качестве порядковой полезности, но деньги могут и не представлять числовые полезности для обеих играющих сторон. Деньги могут выступить в роли полезностей только в том случае, когда оба игрока имеют функции полезности, линейные по деньгам (что подразумевает постоянную маргинальную полезность денег). Но в реальном мире маловероятно, чтобы люди приписывали деньгам постоянную маргинальную полезность. Например, если богатому и бедному было бы предложено рискнуть сотней долларов при шансах 5 к 1 выиграть 200 дол., бедный мог бы отказаться от пари, потому что 100 дол. имеют для него большую полезность, чем для человека богатого. Если оба эти человека начнут игру с нулевой суммой, пользуясь смешанными стратегиями, такое сопоставление ценности следует игнорировать. (Полезности, чтобы не быть противоречивыми, должны быть инвариантными относительно линейных преобразо-

ваний вида  $y=ax+b$ ,  $a>0$ , а это значит, что решающую игру стратегия должна оставаться неизменной до и после того, как совершенно преобразование.)

### Примеры вычисления полезности

В некоторых играх определение полезности не составляет труда. При играх в совпадение каждый игрок показывает одну сторону своей монеты, причем игрок I выигрывает одно очко, если стороны обеих монет одинаковы, и проигрывает одно очко, если они не одинаковы. При такой игре для выбора полезности существенна симметрия игры.

Платежная матрица может быть представлена так:

		Игрок II	
		„Орел“	„Решка“
Игрок I	„Орел“	1	-1
	„Решка“	-1	1

Вот еще один пример: два самолета, принадлежащие игроку I, хотят уничтожить цель, принадлежащую игроку II; к этой цели ведут три маршрута, но у противника имеется три зенитных орудия, которые он может поместить на любом из этих маршрутов. Если самолет полетит по маршруту, на котором размещено орудие, он будет сбит. Если же по такому маршруту полетят два самолета, только один из них будет уничтожен. Игрок I стремится уничтожить эту цель, а игрок II ее прикрыть.

Для игрока I существует две стратегии, следуя которым он должен направить либо каждый самолет по различным маршрутам, либо оба самолета по одному маршруту. Игрок II может разместить каждое из своих орудий на различных маршрутах, может прикрыть один маршрут двумя орудиями и одним орудием другой маршрут, или же разместить все три орудия на одном из маршрутов. Если плату за разрушение цели принять за единицу, легко показать, что  $a_{11}=0$ ,  $a_{21}=1$ ,  $a_{12}=2/3$ . (В этом случае орудия размещены на маршрутах: 0, 1, 2. При таком порядке размещения орудий самолеты могут быть распределены по маршрутам следующим образом: 0, 1, 1; 1, 0, 1 и 1, 1, 0. При двух из этих распределений самолет полетит по неприкрытому маршруту. Значит, вероятность выхода на цель равна  $2/3$ .) Далее  $a_{22}=2/3$  (вероятность того, что по крайней мере один самолет достигнет цели, равна веро-



ятности выбора маршрута, неприкрытого двумя орудиями),  $a_{13}=1$ ,  $a_{23}=2/3$ . Здесь  $a_{ij}$ ,  $i=1,2$ ;  $j=1, 2, 3$ , обозначает плату игрока II, следующего стратегии  $j$ , игроку I, использующему стратегию  $i$ . Получаем следующую платежную матрицу:

		Игрок II		
		Орудие на каждом маршруте	Орудие на одном и два на другом маршруте	Три орудия на одном маршруте
Игрок I	Самолеты на различных маршрутах	0	2/3	1
	Самолеты на одном маршруте	1	2/3	2, 3

В общем случае составление числовой платежной матрицы дело далеко не легкое. Очень часто трудно вычислить даже порядковые платежи. Сопоставление различных систем оружия, созданных для различных военных целей, может быть осуществлено с помощью моделирования, при котором система оружия испытывается теоретически в условиях выполнения различных боевых задач для установления ее боевых данных и тактических характеристик: разрушительной способности, сдерживающего воздействия, надежности, стоимости и т. д. Читатель может себе представить, какую дополнительную сложность вносит различие в шкалах полезности игроков, что может иметь место при играх с ненулевой суммой.

Игры могут быть классифицированы по следующим признакам:

1. Конечно или бесконечно число стратегий.
2. Каково число лиц, принимающих участие в игре.

а) Одно лицо, играющее против природы (такие игры связаны с понятиями определенности, риска и неопределенности).

б) Два лица, играющие в игру с нулевой или ненулевой суммой. В играх с нулевой суммой выигрыш одного игрока является проигрышем его партнера (в этой области наиболее значителен вклад теории фон Неймана и Моргенштерна, благодаря которой теперь известно, что каждая конечная игра с нулевой суммой имеет решение). В играх с ненулевой суммой возможна конкуренция в чистом виде, но здесь она обычно не приносит наибольшие прибыли, и кооперирование может оказаться более выгодным для обеих сторон (каждый из игроков может улучшить свое положение по сравнению с чисто состязательным поведением).

в) Игры  $N$  лиц ( $N > 2$ ) с нулевой или ненулевой суммой, позволяющие в обоих случаях образование коалиции и открывающие возможности для кооперирования. Под игроком можно понимать и несколько индивидуумов, объединивших свои интересы и добивающихся их удовлетворения, как одно лицо.

3. Имеют ли они расширенную или нормализованную форму. Расширенные игры представляются в виде схемы типа «дерево», в которой указан каждый альтернативный ход в каждой стратегии для каждого игрока. Ходы делаются либо по указаниям датчика случайных чисел с заданными вероятностями, либо являются результатом поведения игрока, выбирающего вариант, как при игре в шахматы или шашки. Бывают и такие игры, где часть ходов делается вероятностным образом, а часть — по сознательному выбору игрока.

Игра в нормальной форме включает платежную матрицу, как это показано выше. Такая матрица

анализируется без учета ходов, и во внимание принимаются лишь платежи, соответствующие избраным стратегиям. Расширенная форма игры всегда может быть представлена в нормальной форме. При расширенной форме игры считается, что игрок располагает достоверной информацией или памятью, если ему известны все предшествующие ходы, сделанные в этой партии, и все эти ходы были сознательными, а не случайными. Игрок в игре, заданной в расширенной или нормальной форме, располагает «полной» информацией, если ему известны правила игры, например, платежная матрица и стратегии, которыми руководствуется он сам и его соперники. Проблемы конфликтного характера, например, часто связаны с неполной информацией о платежной матрице. Известно, что всякая игра двух лиц с нулевой суммой и достоверной информацией имеет решение в чистых стратегиях, т. е. такую игру либо всегда может выиграть один из играющих, либо она всегда может быть сведена к ничьей. В обоих случаях наилучшая стратегия обоих игроков одинакова в любой партии игры. Доказательство этого утверждения интуитивно очевидно, если рассмотреть все возможные пути с начала и до конца в расширенной форме игры.

Этот факт для случая, не допускающего ничью, доказывается следующим образом. Рассмотрим кризисную ситуацию между двумя странами  $A$  и  $B$ , исходя из предположения, что существует стремление преодолеть кризис путем переговоров. Предположим также, что ничья (пат) в этой конкретной ситуации невозможна, что предложения или ходы делаются попеременно и что число раундов  $n$  конечно (т. е. «торг» между сторонами не может продолжаться бесконечно). Под стратегией страны

мы понимаем последовательность ее ходов от начала до конца, каждый из которых может зависеть от ходов другой страны. Выигрышной для страны является такая стратегия, следование которой со временем приводит к выигрышу вне зависимости от стратегии, которой следует другая страна. Следуя [80], доказываемся

**Теорема.** Существует стратегия, обеспечивающая выигрыш стране  $A$ , или существует стратегия, обеспечивающая выигрыш стране  $B$ .

*Доказательство.* Факт существования конечной последовательности ходов наглядно показывает, что один из участников переговоров должен располагать выигрышной стратегией, проявляющейся уже в первом его ходе. Первый ход делается с выигрышной позиции, обладающей свойством обеспечить выигрыш партии вне зависимости от ходов противника, при условии, что последующие за первым ходом действия будут правильными. Заметьте, что исключение ничейного исхода означает, что одна из стран должна выиграть (вне зависимости от того, кто сделает первый ход). Если одна из сторон должна выиграть, то к концу партии она должна находиться в выигрышной позиции.

Рассмотрим момент, когда один из игроков, например  $A$ , впервые имеет выигрышную стратегию; ход страны  $B$ , непосредственно предшествующий созданию выигрышной позиции для  $A$ , должен быть ошибочным — в противном случае  $A$  получил бы стратегически выигрышное положение на ход раньше. Таким образом, если  $A$  выигрывает, то  $B$  допустил ошибку. С другой стороны, если  $B$  не сделал ошибки,  $A$  выиграть не может. И наоборот,  $B$  не может выиграть, если ошибку не допустит  $A$ . Следовательно, ни одна из сторон выиграть не может, если ни тот, ни другой игрок не сделают

ошибку. Это противоречие, потому что игра не может иметь ничейный результат при конечном числе ходов. Отсюда следует, что одна из сторон должна с самого начала иметь выигрышную стратегию, что и требовалось доказать.

Среди всех игр наиболее изучены игры двух лиц с нулевой суммой. Напомним, что игра двух лиц с нулевой суммой между игроками I и II с конечным числом стратегий  $A_1, \dots, A_n$  для I и  $B_1, \dots, B_m$  для II может быть представлена в нормальной форме с помощью платежной матрицы. Поскольку это игра с нулевой суммой, элементы матрицы платежа  $a_{ij}$  считаются равными сумме, выплачиваемой игроком II игроку I, если I изберет стратегию  $A_i$ , а II — стратегию  $B_j$ . Для получения выигрыша, получаемого II, достаточно умножить элементы на  $-1$ . При другом способе элементы матрицы могут быть представлены в виде вектора, имеющего общую форму  $(a_{ij}, -a_{ij})$  с суммой обеих компонент, равной нулю. Платежная матрица игры  $N$  лиц с нулевой суммой имеет элементы, являющиеся векторами с нулевой суммой компонент, у которых  $i$ -я компонента выражает выигрыш  $i$ -го игрока.

При игре двух лиц с нулевой суммой теория игр считает, что игроку I следует производить выбор варианта по выигрышу, который он получит независимо от действий игрока II. При этом игрок I предполагает, что игрок II знает, каков будет его выбор, и сделает попытку минимизировать выигрыш игрока I. Исходя из этого I просматривает все свои стратегии и отмечает минимальный выигрыш в каждой строке. Естественно, он изберет стратегию, обеспечивающую максимальный платеж среди этих минимальных платежей. С другой стороны, II сделает попытку минимизировать свой

максимальный проигрыш. Следовательно, он отмечает максимальный платеж в каждом столбце и выбирает стратегию, дающую минимум среди всех этих максимальных платежей. Поскольку I не может выиграть больше, чем может проиграть II, имеем

$$\max_j \min_i a_{ij} \leq \min_i \max_j a_{ij}.$$

Элемент, дающий равенство, именуется седловой точкой, которой соответствуют две чистые стратегии, используемые стороной I и стороной II в ходе игры. В следующем примере мы имеем седловую точку при  $A_1, B_1$ , а 5 представляет цену игры.

		Игрок II			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	
Игрок I	$A_1$	5	7	20	⑤
	$A_2$	4	-1	10	-1
		⑤	7	20	
		Максимумы по столбцам			

Минимумы по строкам

Игра на совпадение сторон монет, описанная выше, представляет собой пример игры, не имеющей седловой точки. При отсутствии седловой точки существенно, чтобы стратегии определялись некоторой схемой, реализующей случайный выбор с целью маскировки сознательного выбора хода игроком. Тогда игрок будет стремиться к максимизации ожидаемого выигрыша. При этом мы говорим о смешанной стратегии, являющейся вектором, компоненты которого представляют собой вероятности использования в игре соответствующих стратегий. Компоненты в сумме должны быть равны

единице в соответствии с полной группой событий. Если I использует стратегию  $x$ , а II стратегию  $y$ , то ожидаемый выигрыш для I, например, в повторных партиях, будет  $xAy$ , где  $A$  — платежная матрица. Это простое выражение для суммы, слагаемые которой являются произведением выигрыша и двух вероятностей того, что каждый из игроков выберет стратегию, приводящую к этому выигрышу.

Если игра имеет место лишь один раз, лучшая политика также должна строиться на основе идей об ожидаемом выигрыше и смешанной стратегии, так как это позволяет рассматривать игру как ситуацию с различными возможностями (смешанная стратегия), среди которых нам необходимо сделать только один удачный выбор.

Фон Нейман доказал, что при игре двух лиц с нулевой суммой в нормальной форме существует назначение вероятностей выбора стратегий для каждого игрока, приводящее к равенству

$$\max_x \min_y xAy = \min_y \max_x xAy \equiv v$$

для цены игры  $v$ . Это утверждение представляет собой обобщение изложенной выше идеи, связанной с седловыми точками. Если мы рассмотрим симплекс, вершины которого соответствуют чистым стратегиям игрока I, то смешанной стратегией для I является любая точка симплекса, поскольку она представляет собой выпуклую комбинацию (с неотрицательными коэффициентами и суммой, равной единице) чистых стратегий. Симплекс — это обобщение тетраэдра в  $n$ -мерном пространстве. Каждая из его  $n+1$  вершин соединена ребром со всеми другими вершинами.

Для решения игры двух лиц с нулевой суммой мы должны вначале искать седловую точку; при

отсутствии таковой мы отбрасываем все доминируемые строки (так как игрок I не будет использовать стратегию, соответствующую такой строке, например, вторую строку в только что приведенной матрице). Доминируемой является такая строка, каждый элемент которой не превышает соответствующий элемент другой строки или выпуклую комбинацию других строк. По аналогии отбрасывается также и каждый доминирующий столбец. Затем мы приступаем к поискам решения в смешанных стратегиях. Игра в совпадение сторон может не иметь седловой точки и, следовательно, решения в чистых стратегиях. Оптимальные стратегии определяются так, чтобы игрок I получил одинаковый выигрыш для каждого столбца, соответствующего чистой стратегии игрока II с ненулевой вероятностью выбора. В игре на совпадение сторон монет используются обе стратегии и для обеспечения равных выигрышей по каждому столбцу, исходя из предположения, что игрок I будет использовать «решку» с вероятностью  $x$ , а «орла» с вероятностью  $(1-x)$ , имеем уравнение:  $x - (1-x) = -x + (1-x)$ . Отсюда получаем  $x = 1/2$ ,  $1-x = 1/2$ . Аналогично, игрок II может приравнять ожидаемый платеж по обеим строкам (поскольку игрок I использует обе стратегии) и получить значение  $y = 1/2$ ,  $1-y = 1/2$ . Цена, или ожидаемая цена игры равна нулю для обоих игроков, так, например,  $x - (1-x) = 1/2 - 1/2 = 0$ .

Матричная игра

		Игрок II	
		$B_1$	$B_2$
Игрок I	$A_1$	1	2
	$A_2$	3	0



не имеет седловой точки. Предположим, что  $x$  и  $1-x$  — относительные частоты, с которыми игрок I выбирает стратегии  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, а  $y$  и  $1-y$  — частоты, с которыми игрок II выбирает свои стратегии  $B_1$ ,  $B_2$  соответственно, тогда

$$1x + 3(1-x) = v, \text{ если II изберет } B_1,$$

$$2x + 0(1-x) = v, \text{ если II изберет } B_2.$$

Теперь мы можем определить  $x$ ,  $1-x$  и  $v$ . Анализ игры с точки зрения игрока II приводит к аналогичной системе уравнений. Мы легко можем записать эти уравнения и вычислить  $y$  и  $1-y$ . Мы получаем  $x=3/4$ ,  $y=1/2$ ,  $v=3/2$ . Отсюда  $(3/4, 1/4)$  — смешанная стратегия игрока I,  $(1/2, 1/2)$  — смешанная стратегия игрока II, а  $v=3/2$  — цена игры. Заметьте, что ожидаемая полезность или выигрыш является более общей основой для анализа, чем точное значение соответствующего седловой точке выигрыша, гарантированного игроку в каждой партии. Ведь ни в одной партии игрок I не может выиграть ровно  $3/2$  единицы полезности.

Оптимальная смешанная стратегия игрока I в игре сравнения чисел может быть получена при вычитании последнего столбца из каждого из двух других оставшихся столбцов и использовании матрицы  $C$  размерностью 3 на 2 из полученных таким образом двух столбцов. Пусть  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  будут вероятностями использования в игре стратегии  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  при оптимальной смешанной стратегии игрока I. Для вычисления  $x_1$  — вероятности использования в игре  $A_1$ , вычисляем определитель подматрицы размерности 2 на 2, строки которой соответствуют  $A_2$  и  $A_3$ , и берем абсолютное значение этого

определителя. Аналогично поступаем с  $x_2$  и  $x_3$ , т. е. в  $C$  берем абсолютное значение определителей подматриц из строк  $A_1$  и  $A_3$  для  $x_2$  и  $A_1$  и  $A_2$  для  $x_3$ . Затем делим каждое из этих значений на их сумму и получаем  $x_1=2/5$ ,  $x_2=1/5$ ,  $x_3=2/5$ . Таким образом, мы имеем  $(2/5, 1/5, 2/5)$  для оптимальной смешанной стратегии игрока I. Вследствие симметрии получаем  $(2/5, 1/5, 2/5)$  для игрока II.

Игра двух лиц с нулевой суммой может быть сведена к задаче линейного программирования и решена как таковая. Таким образом, минимаксная задача сводится к чистой задаче на максимизацию. Для игрока I это осуществляют, умножая его вектор вероятностей  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  на каждый столбец и требуя, чтобы каждое произведение было  $\geq v$ , где  $v$  — минимальное ожидаемое значение любого столбца. Заметьте, что каждый элемент платежной матрицы можно сделать положительным, прибавляя подходящую константу ко всем  $a_{ij}$ . Поэтому можно предположить, что  $v > 0$ . Это не меняет решения, и первоначальная цена игры может быть восстановлена вычитанием этой константы. Сумма  $x_i$  должна быть равна единице и все  $x_i \geq 0$ . Если свести эти неравенства к уравнениям введением неотрицательных дополнительных переменных, а затем вычесть одно из них из всех других уравнений, в которые входит  $v$ , то  $v$  сохранится только в вычитаемом уравнении, которое и следует максимизировать (для получения максимального выигрыша), используя остальные в качестве ограничений. Для решения такой задачи можно использовать затем хорошо известный симплекс-метод. Решение соответствующей двойственной задачи линейного программирования даст оптимальную стратегию игрока II.

### 3.4. Игры с ненулевой суммой

Переходим к рассмотрению игры двух лиц с ненулевой суммой. При такой игре каждый элемент должен состоять из  $a_{ij}$  и  $b_{ij}$ , выигрышей игроков I и II, соответствующих стратегиям  $A_i$  и  $B_j$ .

Примером игры с ненулевой суммой могут служить игры «дилемма заключенного» и «трус», описанные ниже и имеющие следующую нормальную форму:

		Игрок II				Игрок II	
		$H \quad П$				$H \quad C$	
Игрок I	$H$	3,3	1,4	Игрок I	$H$	3,3	2,4
	$П$	4,1	2,2		$C$	4,2	1,1
«Дилемма заключенного»				«Трус»			

В первой игре полиция требует от двух заключенных признания вины или дачи показаний ( $П$ ) в связи с преступлением, в совместном совершении которого их сильно подозревают. Они виновны, и это общеизвестно, но их вину доказать нельзя. Если они оба сделают признания и, следовательно, не будут сотрудничать друг с другом, соответствующий выигрыш для каждого из них будет меньше, чем при отказе каждого сделать признание ( $H$ ), т. е. при их взаимном сговоре скрыть вину; если же один из них признает свою вину, выигрыш для него будет большим, а потеря для продолжающего отпираться тоже большей. Дилемма заключается в том, что вне зависимости от действий своего соучастника, подозреваемый предпочитает результат, который дает отсутствие сговора, но при

обоюдном признании результат менее предпочтителен, чем при отказе обоих подследственных сделать признание. Каково должно быть их поведение при отсутствии каких-либо правил? Решение этой задачи представляет особый интерес для теории метаигр, которую мы рассмотрим несколько позже.

В игре «трус» два молодых водителя ведут свои машины навстречу друг другу так, что лобовое столкновение становится неизбежным, если только один из них не повернет машину в сторону. Такой водитель (обозначим его стратегию через  $H$ ), избежав столкновения, теряет престиж и получает звание «трус», а его партнер считается победителем, если он продолжает вести машину на прямое столкновение (обозначим его стратегию через  $C$ ). Если оба водителя резко вывернут рули машин, оба они окажутся в гораздо лучшем положении, чем если ни один из них этого не сделает — при столкновении их выигрыш оборачивается крупной потерей, возможно даже жизни. Как им следует вести себя?

Для разработки понятия решения игры  $N$  лиц (с нулевой или ненулевой суммой) используем функции  $U_i(s_1, \dots, s_N) \equiv U_i(s)$ ,  $i = 1, \dots, N$ , для обозначения выигрыша игрока  $i$  как функции вектора стратегий  $s = (s_1, \dots, s_N)$ . Этот выигрыш линеен по смешанной стратегии  $s_i$  каждого игрока. Пусть  $(s, t_i)$  обозначает  $(s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, t_i, s_{i+1}, \dots, s_N)$ . Стратегия  $s$  является точкой равновесия тогда и только тогда, когда

$$U_i(s) = \max_{t_i} U_i(s, t_i), \quad i = 1, \dots, N.$$

Таким образом, в точке равновесия смешанная стратегия игрока максимизирует его выигрыш при

условии, что партнеры придерживаются равновесных стратегий. Нэш доказал, что каждая конечная игра  $N$  лиц имеет точку равновесия [49].

Хотя некоторые наши соображения справедливы в общем виде, сосредоточим свое внимание на играх двух лиц с ненулевой суммой. Выбор стратегии равновесия для игрока I строится на следующей основе — он должен избрать такую стратегию, чтобы при любых действиях игрока II последний получил бы одинаковый платеж. Полезно иметь в виду, что под стратегией равновесия подразумевается такая стратегия, при которой попытка любого игрока изменить свою стратегию, когда его партнер придерживается своего первоначального выбора, не приведет к увеличению выигрыша нарушающего стратегию игрока. Если другой игрок также откажется следовать своей стратегии равновесия, выигрыш для каждого может остаться прежним, увеличиться или уменьшиться. Если оба игрока должны объявить свои стратегии, ни один из них сам по себе не добьется большего выигрыша отступлением от стратегии равновесия. В то время как максиминная стратегия консервативна и обеспечивает каждому игроку скромный, но обеспеченный выигрыш, стратегия равновесия связана с большим риском и требует смелости.

В обычных играх со смешанной стратегией разумные игроки будут по необходимости не доверять друг другу и вести некооперативную игру, если только соглашения между игроками не будет предан обязательный характер — только в этом случае они могут кооперироваться. Торг облегчается, если числовые полезности игроков исчисляются в одном и том же масштабе. Кооперативные игры могут быть превращены в некооперативные, если в стратегии входят обещания и

достоверные угрозы, а штрафы за нарушение обещаний появляются в платежных матрицах.

Требования рациональности в теории игр (которые будут рассмотрены ниже) диктуют одинаковый набор стратегий вне зависимости от того, являются ли ставки большими или малыми при условии, что они связаны одинаковым линейным преобразованием. Попросту говоря, игрок ведет себя разумно, если он берет больше, когда ему предлагают больше.

В отличие от этики, изучающей рациональное стремление к удовлетворению долгосрочных интересов общества, теория игр изучает методы оптимизации индивидуальной полезности в соревновании с другими лицами, которые рационально стремятся к удовлетворению своей полезности [25].

Рациональность требует регламентирования собственного поведения установлением определенных правил: а) следовать максиминной стратегии в невыгодной игре; б) использовать равновесное решение при выгодной некооперативной игре (стратегия равновесия считается выгодной, если связанный с ней выигрыш превышает максиминный выигрыш; в противном случае она считается невыгодной); в) использовать стратегию торга в качестве лучшего ответа на стратегии торга, ожидаемые от других участников (если игрок согласен на получение меньшего выигрыша и может получить больше, если другие получают больше, то он должен согласиться на получение большего выигрыша, если ему его предложат, и т. д.); г) учитывать возможное поведение других, например, не считать, что другие сделают уступки, на которые ты не пошел бы сам; д) считать, что другие будут также следовать своим постулатам разумного поведения; е) не ожидать, что несущественные пере-

менные повлияют на выбор варианта стратегии соперником и т. д.

Пусть  $s_1$  — стратегия точки равновесия игрока I,  $s_2$  — стратегия точки равновесия игрока II,  $\sigma_1$  — максиминная стратегия игрока I,  $\sigma_2$  — максиминная стратегия игрока II. Пусть далее

$$(\omega_1, \omega_2) \equiv [U_1(s_1, s_2), U_2(s_1, s_2)] \equiv U(s_1, s_2)$$

— цена в точке равновесия и

$$(v_1, v_2) = [\max_{\xi_1} \min_{\xi_2} U_1(\xi_1, \xi_2), \max_{\xi_2} \min_{\xi_1} U_2(\xi_1, \xi_2)]$$

— максиминная цена.

**Теорема.**  $\omega_1 \geq v_1$ ,  $\omega_2 \geq v_2$ .

*Доказательство.* Предположим, что  $\omega_1 < v_1$ , и пусть игрок I использует  $\sigma_1$  вместо  $s_1$ , в то время как игрок II использует  $s_2$ . Поскольку I использует свою максиминную стратегию, мы имеем

$$U_1(\sigma_1, s_2) \geq v_1 > \omega_1.$$

Это означает, что стратегия  $(s_1, s_2)$  не является равновесной, поскольку (повторяя уже указанное выше) отказ одного игрока от равновесной стратегии исключает для него получение большего выигрыша при условии, что другой игрок продолжает следовать своей стратегии равновесия. Полученное противоречие доказывает, что  $\omega_1 \geq v_1$ . Аналогично,  $\omega_2 \geq v_2$ .

Очевидно, что если  $\omega_1 = v_1$ ,  $\omega_2 = v_2$ ,  $(s_1, s_2)$  — единственна,  $s_1 \neq \sigma_1$ ,  $s_2 \neq \sigma_2$  и если нельзя рассчитывать, что соперник будет продолжать играть согласно  $s_2$ , то для I целесообразно использовать свою максиминную стратегию и обеспечить для себя получение равновесного выигрыша, совпадающего с максиминным выигрышем. Если стратегия равновесия не единственна (как в игре «трус»), рекомендовать поведение игроков при отсутствии кооперирования весьма трудно, поскольку один

игрок может стремиться к одной точке равновесия, а его партнер — к другой, и эти стратегии могут привести к меньшему выигрышу для обоих игроков.

Во вступлении к этой главе было указано на то, что теория игр носит нормативный характер. Остается открытым вопрос, в каком смысле равновесный выигрыш Нэша и соответствующие ему стратегии являются лучшими? Мы здесь рассматриваем этот вопрос с точки зрения оптимизации в интересах не отдельного игрока, а целой группы. Этот критерий, возможно, является первым четким определением, с которым встретился читатель, удовлетворяющим интуитивному требованию — игрок обеспечивает себе максиминный, а возможно, и больший выигрыш, используя в игре стратегию равновесия. По сути дела такой подход является как бы трамплином для дальнейшего усовершенствования теории игр, связанных с кооперированием и торгом.

Вообще, возможно создание алгоритма для определения точек равновесия на основе неравенств

$$U_1(\xi_1, s_2) \leq U_1(s_1, s_2), U_2(s_1, \xi_2) \leq U_2(s_1, s_2).$$

Требуется найти  $(s_1, s_2)$ , удовлетворяющие этим неравенствам при любых  $\xi_1$  и  $\xi_2$ .

Для иллюстрации способа вычисления точки равновесия рассмотрим игру двух лиц с ненулевой суммой со следующей платежной матрицей; первая цифра в скобках указывает выигрыш игрока I, а вторая — выигрыш игрока II.

		Игрок II	
		$B_1$	$B_2$
Игрок I	$A_1$	$\left  \begin{array}{l} (2,6) \leftarrow (3,4) \\ \downarrow \\ (5,3) \leftarrow (7,1) \end{array} \right.$	
	$A_2$		



Вертикальные стрелки указывают на предпочтение, оказываемое игроком I стратегии, на которую указывает стрелка, из-за большего связанного с нею выигрыша. Аналогично, горизонтальные стрелки указывают на предпочтение игрока II. Точка равновесия такова, что обе стрелки указывают на нее. (Первая цифра — самая большая в своем столбце, а вторая — самая большая в своей строке.) Таким образом, стратегия  $(A_2, B_1)$  дает точку равновесия с выигрышем 5 для игрока I и 3 для игрока II.

Обеспеченный уровень и максиминные стратегии определяются в неведении действий другого игрока при рассмотрении игры с нулевой суммой. Для игрока I матрица платежей имеет следующий вид:

$$\begin{array}{c|cc} A_1 & 2 & 3 \\ A_2 & 5 & 7 \end{array}$$

Следовательно, игрок I должен следовать чистой стратегии  $A_2$  поскольку 5 представляет собой седловую точку, являясь минимальным элементом в своей строке и максимальным в своем столбце. Для игрока II из его платежной матрицы

$$\begin{array}{c|cc} & B_1 & B_2 \\ \hline 6 & 4 \\ 3 & 1 \end{array}$$

устанавливаем, что существует седловая точка с выигрышем 3. Следовательно, ему необходимо выбрать стратегию  $B_1$ . В данном случае максиминная стратегия и стратегия равновесия совпадают.

При отсутствии точки равновесия в чистых стратегиях мы ищем эту точку в смешанных стратегиях, дающих ожидаемое значение выигрыша. Обычно необходимо проверить наличие у платежной матрицы точки равновесия, а также применить к ней пра-

вила доминирования. Рассмотрим платежную матрицу

		Игрок II	
		$B_1$	$B_2$
Игрок I	$A_1$	$(5, -3) \rightarrow (-4, 4)$	
	$A_2$	$(-5, 5) \leftarrow (3, -4)$	

Стрелки показывают, что в чистых стратегиях точка равновесия отсутствует. Чтобы гарантировать одинаковый выигрыш игрока I вне зависимости от его действий, игрок II сосредоточивает свое внимание на выигрыше игрока I и вычисляет его смешанные стратегии. Следовательно, если II выбирает  $B_1$  с вероятностью  $q$  и  $B_2$  с вероятностью  $1-q$ , то математические ожидания для обеих строк в платежной матрице игрока I должны быть равны, т. е.  $5q-4(1-q)=-5q+3(1-q)$  и  $q=7/17$ ,  $(1-q)=10/17$ . Таким образом, игрок II должен выбирать  $B_1$  с вероятностью  $7/17$  и  $B_2$  с вероятностью  $10/17$ . При этом ожидаемый выигрыш игрока I  $v_1=-5/17$ . Заметим, что это значение ожидаемого выигрыша сохраняется при использовании игроком I любой смешанной стратегии  $(p, 1-p)$ , так как

$$5p \frac{7}{17} - 4p \frac{10}{17} - 5(1-p) \frac{7}{17} + 3(1-p) \frac{10}{17} = -\frac{5}{17}.$$

Точно так же игрок I, желая добиться, чтобы ожидаемый выигрыш игрока II не зависел от выбираемой им смешанной стратегии, с помощью платежной матрицы игрока II записывает  $-3p+5(1-p)=-4p-4(1-p)$ , откуда  $p=9/16$  и  $1-p=7/16$ . Значит, равновесная стратегия

$$(s_1, s_2) = \left( \frac{9}{16} A_1 + \frac{7}{16} A_2, \frac{7}{17} B_1 + \frac{10}{17} B_2 \right),$$

а равновесный выигрыш

$$(w_1, w_2) = (-5/17, 1/2).$$

Максиминные стратегии для каждого из игроков получаются из соответствующих платежных матриц:

$$(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \frac{8}{17} A_1 + \frac{9}{17} A_2, \frac{1}{2} B_1 + \frac{1}{2} B_2 \right),$$

$$(v_1, v_2) = \left( -\frac{5}{17}, \frac{1}{2} \right).$$

В этом примере снова  $(v_1, v_2) = (w_1, w_2)$ ,

Чтобы у читателя не сложилось мнение, что всегда  $(v_1, v_2) = (w_1, w_2)$ , рассмотрим следующую игру:

$$\begin{array}{c} B_1 \quad B_2 \\ \hline A_1 \quad \left| \begin{array}{cc} (6,2) & (5,6) \end{array} \right. \\ A_2 \quad \left| \begin{array}{cc} (1,0) & (9,4) \end{array} \right. \end{array}$$

для которой

$$(s_1, s_2) = (A_2, B_2), (w_1, w_2) = (9,4),$$

а

$$(\sigma_1, \sigma_2) = \left( \frac{8}{9} A_1 + \frac{1}{9} A_2, B_2 \right), (v_1, v_2) = \left( \frac{41}{9}, 4 \right).$$

Приведем еще пример игры трех лиц с ненулевой суммой и с коалициями. Игрок I выбирает свою первую стратегию с вероятностью  $p$  и вторую — с вероятностью  $1-p$ . Игрок II пользуется смешанной стратегией  $(q, 1-q)$ , а игрок III смешанной стратегией  $(r, 1-r)$  [31]. Все соответствующие выигрыши представлены на рис. 8. Ожидаемый выигрыш игрока I получается умножением вероятности выбора стратегии на соответствующее значение вы-

игрыша. Получаем

$$\begin{aligned} v_1 &= pqr - 2p(1-q)r - (1-p)qr + \\ &+ 2(1-p)(1-q)r = -2p(1-q)(1-r) - \\ &- 2(1-p)q(1-r) + 5(1-p)(1-q)(1-r) = \\ &= p(-3qr + 9q + r - 7) + 6qr - 7q - 3r + 5. \end{aligned}$$

Аналогично получаются выигрыши игроков II и III:

$$\begin{aligned} v_2 &= q(pr - 6p - 3) + pr - 4p + 2, \\ v_3 &= r(8pr + 6p - 2) + 2pq - p + 3. \end{aligned}$$

Заметим, что игрок I не может проиграть больше 2, иными словами, его минимальный выигрыш — 2. Игроками II и III гарантированы минимальные выигрыши — 1 и 2 соответственно. Выигрыши игро-

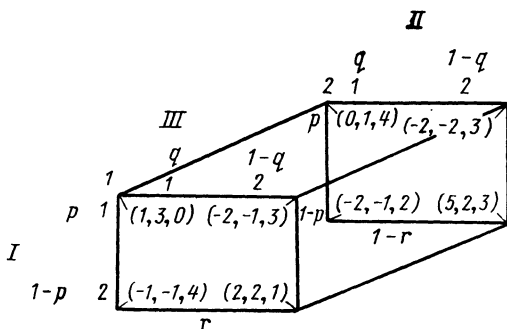


Рис. 8

ков не могут оказаться ниже этих уровней. Обратим внимание на то, что, выбрав любую стратегию, каждый игрок может получить один из четырех выигрышей. Так, для первой стратегии игрока I возможными выигрышами будут 1, —2, 0, —2, а для

его второй стратегии —1, 2, —2, 5. Первые четыре цифры взяты с верхнего основания параллелепипеда, а последние — с нижнего основания. Для игрока II нужно брать две боковые поверхности.

Чтобы получить выигрыш больше минимального, игрок I, не имея возможности прямо воздействовать на  $q$  и  $r$ , рассматривает перспективы вступления в коалицию с другим игроком. Он рассуждает: «Допустим я выберу первую чистую стратегию, тогда  $p=1$ , а  $v_1=r(3q-2)+2q-2$ . Предположим, что игрок II согласится использовать свою первую чистую стратегию, положив  $q=1$ . Тогда окажется, что  $v_1=r$  и, поскольку  $0 \leq r \leq 1$ , то и  $0 \leq v_1 \leq 1$ , что представляет собой улучшение минимального выигрыша —2». Обратившись к выражению для  $v_2$ , игрок II обнаруживает, что такая коалиция принесет ему  $1 \leq v_2 \leq 3$ , что выгоднее, чем —1. Однако такая коалиция может все же оказаться не самой лучшей. В [31] рассмотрены все возможные коалиции игроков и все возможные стратегии для этих коалиций и установлено, что игроки I и II, вступив в коалицию, могут оба получить максимальные из минимальных гарантированных выигрышей, если они будут использовать свои вторые чистые стратегии. Тогда  $2 \leq v_1 \leq 5$  и  $v_2=2$ . В задаче с 10 игроками, каждый из которых имеет 10 стратегий, число возможных исходов составляет  $10^{10}$ , а число возможных коалиций равно 637.

### 3.5. Кооперативные игры двух лиц

#### Случай неизменных угроз

Нэш [50] изучал также кооперативные игры. Сначала он рассмотрел более простой случай, когда выигрыши обоих игроков при отсутствии соглаше-

ния между ними (назовем их выигрышами в условиях конфликтной ситуации) определяются правилами игры и не зависят от действий самих игроков. Вектор, координатами которого являются выигрыши каждого игрока, называется конфликтным выигрышем. Он представляется точкой в пространстве выигрышей. Во многих игровых ситуациях конфликтным выигрышем является просто точка в пространстве выигрышей, в которой игроки находились перед началом игры. Игры, удовлетворяющие описанным условиям, называются играми двух лиц с ведением переговоров или кооперативными играми двух лиц с неизменными угрозами.

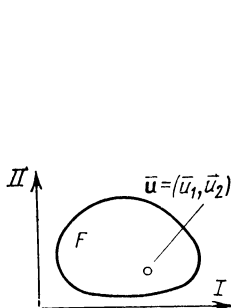


Рис. 9

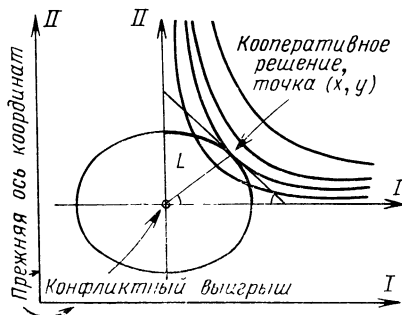


Рис. 10

Пусть, например, игроки I и II могут выбирать любой вектор выигрышей  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$  из допустимого множества  $F$ , которое представляет собой выпуклую область, изображенную на рис. 9.

Допустимое множество является выпуклым, ввиду предположения, что игроки могут использовать совместно рандомизированные смешанные

стратегии, т. е. любые две точки множества можно соединить отрезком прямой, все точки которой принадлежат данному множеству. Точка  $\bar{u}$ , отмеченная на рис. 9, представляет собой конфликтный выигрыш. При любой начальной допустимой точке для обоих игроков выгодно двигаться как можно выше и как можно дальше вправо. Это значит, что оба игрока заинтересованы в том, чтобы продвигаться к верхней правой части границы допустимого множества, которая называется эффективной границей, но их интересы расходятся при выборе точек этой границы. Для игрока I выгодно продвигаться как можно дальше вправо, а для игрока II — как можно дальше вверх.

Чтобы обосновать рациональный выбор решения в такой игре, Нэш предложил некоторые условия и доказал, что если стороны удовлетворяют этим условиям, то единственное решение, приемлемое для них, — это вектор выигрышей  $u = (u_1, u_2)$ , максимизирующий произведение Нэша  $(u_1 - \bar{u}_1)(u_2 - \bar{u}_2)$  (здесь  $u_i - \bar{u}_i$ ,  $i=1, 2$ , — выигрыш  $i$ -го игрока, представленный в виде разности его выигрышей, получаемых, если он соответственно принимает кооперативную игру или осуществляют свои угрозы) при ограничениях:  $u_1 \geq \bar{u}_1$ ,  $u_2 \geq \bar{u}_2$ ,  $u = (u_1, u_2) \in F$ .

Условия Нэша имеют следующий смысл: а) решение не должно зависеть от порядка нумерации игроков (симметрия); б) решение должно принадлежать множеству допустимых решений (эффективность); в) выигрыш, соответствующий данному решению, не должен изменяться при линейном преобразовании (независимость от выбора шкалы полезности); г) если размерность матрицы выигрышей уменьшается за счет исключения некоторых стратегий и если первоначально полученное решение является допустимым в новой игре, то оно

должно быть решением и в новой игре (независимо от несущественных переменных).

Может существовать несколько стратегий, приводящих к этому единственному решению. Отметим, что приведенное выше произведение представляет собой семейство гипербол, если мы приравняем его к постоянной величине. В этом семействе имеется кривая, касающаяся границы выпуклого множества выигрышей в точке, которая и является единственным решением. В этой точке тангенс угла наклона касательной к гиперболе совпадает с тангенсом угла наклона касательной к граничной кривой выпуклой области [44] (рис. 10).

Точка, изображающая конфликтный выигрыш, должна лежать на прямой  $L$ , проходящей через точку касания. Тангенс угла наклона этой прямой численно равен тангенсу угла наклона касательной, но имеет противоположный знак. Так как наша цель состоит в том, чтобы определить координаты точки  $(x, y)$  (она затем переносится в точку, изображающую конфликтный выигрыш, принятую за начало координат), рассмотрим все точки границы с отрицательным тангенсом угла наклона касательной, они будут называться «эффективной границей» как возможные точки касания (см. выделенную часть рисунка). Отметив, что точка конфликтного выигрыша находится на некоторой прямой  $L$ , лежащей в выпуклой области, рассмотрим все такие комбинации, принадлежащие эффективной границе. Для игрока I выгодно, чтобы точка конфликтного выигрыша находилась как можно ниже и как можно правее, а для игрока II соответственно выгодно, чтобы точка конфликтного выигрыша была как можно выше и как можно левее. Модифицировав теорему о минимаксе, можно показать, что всегда существует единственная точка конфликтного вы-



игрыша, лежащая на прямой  $L$ . При этом, конечно, предполагается, что угрозы санкций должны быть реальными, так что для игроков лучше принять кооперативное решение и что они могут обмениваться информацией, чтобы иметь возможность очертить выпуклую область смешанных стратегий. Часть эффективной границы, точки которой соответствуют выигрышам таким, что выигрыши для каждого игрока не хуже, чем уровень безопасности (максимин), называется кривой Эджуорта.

### Случай изменяющихся угроз

Нэш исследовал также более общий случай, когда конфликтный выигрыш определяется не только правилами игры, но и ответными действиями игроков, принимаемыми в конфликтных ситуациях, если соглашение не достигнуто. Он предполагал, что игрок объявляет стратегии своих санкций в начале игры и поэтому они называются стратегиями угроз. Как только эти стратегии объявлены, игроки вынуждены учитывать их при возникновении конфликтной ситуации. Рассмотрим, например, игру [42, 53]

		Игрок II	
		$B_1$	$B_2$
Игрок I	$A_1$	$(1,0) \leftarrow (-a, -b)$	
	$A_2$	$\uparrow$ $(-c, -d) \rightarrow (0,1)$	$\downarrow$

где  $a, b, c, d$  положительные. Имеется две точки равновесия,  $(1,0)$  и  $(0,1)$ . Ожидаемые выигрыши обоих игроков при использовании смешанных стратегий лежат в выпуклом многоугольнике. Это наименьшее выпуклое множество, содержащее выигры-

ши, оно называется их выпуклой оболочкой. Очевидно, что любой выигрыш лежит в этом множестве, и ни одна координата вектора выигрыша не может превысить соответствующих координат точек границы. Мы можем считать множество выпуклым, если игроки вступают в коалицию после обмена угрозами и учитывают все смешанные стратегии. В качестве начала координат выберем точку конфликтного выигрыша (ниже будет показано, как определять эту точку). Рассмотренная игра представлена на рис. 11.

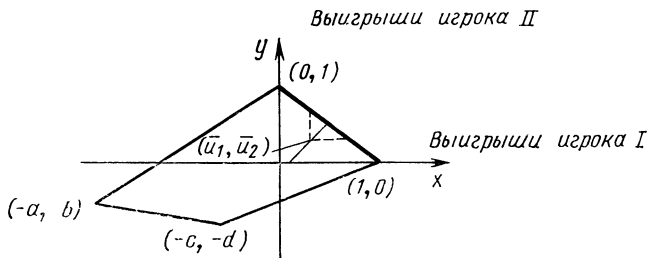


Рис. 11

Если игроки не соглашаются на стратегии, соответствующие точке равновесия, они могут играть независимо и оба терпят убыток. Они могут также угрожать друг другу нанесением ущерба, используя стратегию, неблагоприятную для противника. Например, II может угрожать ходом  $B_2$ , если I сыграет  $A_1$ , и тем самым причинить ущерб обоим. Угроза является более реальной, если противник теряет больше, чем угрожающая сторона (если только мы предполагаем, как Нэш, что игроки имеют право приводить в жизнь любую угрозу).

Чтобы вычислить кооперативное решение  $u$ , которое лежит на границе (рис. 10), заметим, прежде всего, что эффективная граница задается прямой линией  $u_1 + u_2 = 1$ . Прямая  $L$ , на которой находится точка конфликтного выигрыша  $\bar{u}$ , перпендикулярна к ней и задается уравнением  $u_1 - \bar{u}_1 = u_2 - \bar{u}_2$ . Исключая  $u_2$ , получаем  $u_1 = (1 + \bar{u}_1 - \bar{u}_2) / 2$ ,  $u_2 = (1 + \bar{u}_2 - \bar{u}_1) / 2$ .

*Кто первым должен идти на уступки?* Предположим, что игроки ведут переговоры и что игрок I предлагает вектор выигрышей  $u^1 = (u^1_1, u^1_2)$ , а игрок II —  $u^2 = (u^2_1, u^2_2)$ , где  $u^1_1 > u^2_1 > v_1$ ;  $u^2_2 > u^1_2 > v_2$ ;  $v_1$  и  $v_2$  — выигрыши, соответствующие максимальному решению. Тогда поведение игрока I, например, определяется тем, что по его мнению с вероятностью  $p_{21}$  игрок II не согласится на выигрыш, меньший  $u^2_1$ . Таким образом, игрок I откажется от дальнейших уступок, если

$$p_{21}v_1 + (1 - p_{21})u^1_1 \geq u^2_1$$

или, что то же самое, если

$$p_{21} \leq (u^1_1 - u^2_1) / (u^1_1 - v_1). \quad (1)$$

Аналогично, игрок II не пойдет на дальнейшие уступки, если его субъективная оценка вероятности того, что игрок I не согласится на выигрыш, меньший  $u^1_1$ , равна

$$p_{12} \leq (u^2_2 - u^1_2) / (u^2_2 - v_2). \quad (2)$$

Согласно принципу Зойтена игрок I или II или оба игрока делают уступки в зависимости от того, будет ли правая часть соотношения (1) соответственно меньше, больше или равна правой части (2).

*Как оценивать стратегии [31]?* Предположим, что в задаче о переговорах двух лиц с ненулевой суммой, возможные стратегии соперника известны, но его полезности не известны. Эти полезности мож-

но оценить или при помощи шкалы полезностей противника, или на основании предыдущего опыта, или на основании специальной информации. Мы хотим оценить стратегию оппонента и улучшить оценку на переговорах, наблюдая, как он использует свою стратегию. Предполагается, что переговоры проходят в несколько этапов. Для простоты будем считать, что противник может использовать две стратегии против двух наших. Пусть выигрыши, соответствующие первой и второй стратегиям, будут  $(b_{11}, b_{21})$  и  $(b_{12}, b_{22})$  соответственно. Предположим, что стратегия противника гарантирует ему минимальный средний выигрыш  $v$ . Если он выбирает свою первую стратегию с вероятностью  $p$  и вторую — с вероятностью  $(1-p)$ , то

$$p = \frac{b_{22} - b_{12}}{b_{11} - b_{12} + b_{22} - b_{21}}, \quad v = \frac{b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21}}{b_{11} - b_{12} + b_{22} - b_{21}}.$$

Если мы располагаем оценками  $b_{ij}$ , то мы сможем оценить  $p$  и  $v$ . Если ко всем  $b_{ij}$  прибавить одну и ту же постоянную величину, то оценки  $p$  и  $v$  не изменятся. Таким образом, если для  $b_{ij}$  построены две оценки, одна соответствующая наименьшему доверительному уровню, а другая — наибольшему доверительному уровню, то для  $p$  получаются две оценки. В этом случае можно использовать среднее. Мы можем считать, что эти три значения  $p$  определяют распределение вероятностей. Припишем двум крайним значениям вероятность  $\beta$ , а среднему значению — вероятность  $(1-2\beta)$ . Мы можем затем использовать переговоры для того, чтобы улучшить эти оценки при помощи теоремы Байеса, о которой говорится в гл. 5. Теоретически, по крайней мере, этот процесс представляет какую-то ценность. Однако практически небольшие изменения в оценках вероятности не имеют особого значения.

### *Проблема количественного задания полезностей.*

В теории игр необходимо количественно задавать полезности, хотя иногда это трудно сделать, как, например, при оценке чувства удовлетворенности. Это необходимо для того, чтобы можно было лучше оценить, что надо делать в данной ситуации. Однако в переговорах трудно ввести меру удовлетворенности, если не считать обещаний возратить долг впоследствии; например, обещаний такого типа: «Если Вы сделаете это для меня, я обещаю сделать нечто конкретное для Вас в будущем».

Рассмотрим, например, семью, состоящую из мужа и жены, причем каждый из них предпочитает один из двух видов вечерних развлечений. Припишем им различные показатели полезности. Пусть виды развлечений — это хоккей и балет. Муж предпочитает первое, а жена — второе, но они не будут довольны, если не проведут вечер вместе. Если они проведут вечер вместе, то выигрыш обоих возрастет. Выигрыш мужа равен первому из двух чисел, а выигрыш жены — второму. Что они должны сделать?

		Жена	
		Хоккей	Балет
Муж	Хоккей	$(2, 1) \leftarrow (-1, -1)$ $\uparrow$	$(-1, -1) \rightarrow (1, 2)$ $\downarrow$
	Балет		

Как выразить количественно их совместную удовлетворенность? Это остается неясным. Самое лучшее предложение состоит в том, чтобы пойти куда-нибудь вместе, чтобы был доволен один из них, а в следующий раз выполнить желание другого члена семьи.

Ниже перечислены некоторые еще не полностью исследованные проблемы теории игр [61, 61a]:

1. Проблема корректного определения множества игроков.

2. Возможность формализованного описания интересов различных народов таким образом, чтобы каждый из них можно было рассматривать как игрока в смысле теории игр.

3. Исследование величины ошибок при задании количественных показателей выигрышей.

4. Возможности а) введения игроками меры своих интересов; б) оценки игроком хотя бы своего выигрыша; в) определения игроком системы цен, принятой противником.

5. Учет фактора времени. Организация расширенной дипломатической игры для определения возможных ходов противника не может быть столь же эффективной, как, например, в экономике, где время не изменяет расстановки сил. Здесь время имеет большое значение и обе формы игры (нормальная и расширенная) должны быть изменены так, чтобы учитывалось изменение со временем стратегий и выигрышей.

6. Установление истинных ходов. В сфере дипломатии трудно определить истинные ходы, так как сделанные заявления иногда являются важными, а иногда малозначащими и не имеющими отношения к конфликту. Даже некоторые действия стран, которые на первый взгляд имеют отношение к конфликту, на самом деле не касаются его.

7. Влияние заключения союзов на конфликт. Имеют ли решающее влияние на исход конфликта выигрыши и потери (в том числе экономические), возникающие в результате возникновения группировок?

8. Не предложена еще идея адекватного решения теоретических игровых проблем в общем случае.

9. Не выработан формальный язык для описания дипломатических переговоров.

10. Оценка практической выполнимости соглашения.

11. Корректность формулировки решений.

12. Полное понимание роли связи.

### **3.6. Метаигры: политики и санкции**

При рассмотрении дилеммы заключенного, в которой в соревновательной ситуации для описания выигрышей используется матрица общего типа, отмечалось, что точка равновесия Нэша не является точкой равновесия, достижимой при многократном повторении игры. Более того, на диагонали существуют другие точки, на которых обоим игрокам обеспечиваются более высокие выигрыши, чем в точке равновесия Нэша. Было доказано экспериментально [52a], что этот более высокий выигрыш может быть получен в результате многократного повторения игры. Игра продолжается так, что условия ее остаются неизменными и каждый игрок делает то, что противник ожидает от него. Для объяснения этого парадокса необходимо некоторое обобщение теории. Одно объяснение можно найти в теории кооперативных игр, в которых условие обязательного выполнения заключенных соглашений гарантирует, что игроки будут избирать стратегии с большим выигрышем для каждого игрока, чем выигрыши в точке равновесия Нэша.

Н. Ховард [29] взял исходную матрицу выигрышей и расширил множество стратегий, введя ответные действия, (политики), которые учитывают стратегии и контрполитики противника в ответ на данные политики игрока. Таким путем он разработал теорию метаигр и объяснил вышеупомянутый

парадокс. Теперь лучше всего проиллюстрировать вышеизложенное примером. В нем используются только порядковые полезности.

Рассмотрим военный конфликт между странами I и II. Каждая из них должна сделать простой выбор: продолжать или не продолжать эскалацию конфликта. Если одна сторона проводит эскалацию, а другая нет, то первая сторона одерживает победу. Если обе стороны проводят эскалацию, то они терпят убытки по сравнению с политикой деэскалации. Эта игра представляет собой игру типа «дилемма заключенного», как видно из приведенной ниже матрицы. Здесь  $E$  означает эскалацию, а  $N$  — деэскалацию:

		Альтернативы игрока II	
		$N$	$E$
Альтернативы игрока I	$N$	(3, 3) деэскалация побеждает II	(1, 4)
	$E$	(4, 1) побеждает I	(2, 2) эскалация

Существенная особенность выигрышей здесь — это условность их значений. Они выбираются в соответствии с тем, какой исход предпочитает каждая сторона. Например, I располагает исходы в порядке предпочтительности следующим образом: победа, деэскалация, эскалация, поражение. (Показано, что существует 78 существенно различных матриц выигрыша 2-го порядка такого типа, как в данном примере.)

*Индивидуальная рациональность.* В игре двух лиц рациональным для игрока I (его стратегии записываются в заголовках строк) называется такой исход, при котором он получает наибольший выигрыш в соответствующем столбце (каждый столбец определяет выигрыши при использовании игроком



II некоторой определенной стратегии в сочетании с каждой стратегией игрока I), и стратегия, соответствующая этому исходу, используется при любом выборе игрока II. Подобное определение можно сформулировать и для игрока II (его стратегии записываются в заголовках столбцов). Аналогично можно определить понятие рационального исхода для каждого игрока и при  $N$  игроках.

*Групповая рациональность* (или оптимальность в смысле Парето). Исход  $(a_{ij}, b_{ij})$  является в каком-то смысле наилучшим для двух игроков, если не существует другого исхода  $(a_{hk}, b_{hk})$ , который доминирует над первым, т. е.  $a_{hk} \geq a_{ij}$ ;  $b_{hk} \geq b_{ij}$ .

«Дилемма заключенного» представляет собой дилемму между индивидуальной и групповой рациональностью, потому что выигрыш Нэша получается на основании понятия индивидуальной рациональности и при этом нарушается групповая рациональность, т. е. существует исход, каждая координата которого превосходит соответствующую координату выигрыша Нэша. Необходимо развить теорию, в которой это противоречие было бы невозможно.

Возникает вопрос: какой из четырех исходов рассмотренной игры устойчив? Согласно теории игр точка равновесия Нэша находится на пересечении строки и столбца, соответствующих стратегии эскалации с обеих сторон ( $E-E$ ). Как уже говорилось, экспериментальное исследование этой игры показало, что при многократном повторении игр более вероятно, что точка равновесия будет соответствовать использованию обеими сторонами стратегии деэскалации ( $N-N$ ). Теория метаигр показывает, что точки на пересечении строк и столбцов, соответствующих стратегиям эскалации и деэскалации, являются точками равновесия (в широком смысле)

и что устойчивый исход, достигаемый посредством письменного или устного соглашения между сторонами, может явиться результатом сочетания любой из этих пар стратегий. Отметим, что исход ( $N-N$ ) удовлетворяет понятию групповой рациональности.

Чтобы расширить исходную игру для определения точек равновесия, рассмотрим все возможные реакции игрока II на стратегии игрока I, все возможные реакции I на реакции II и так далее, до бесконечности. Таким путем находятся стратегии, при использовании которых стороны могут взаимно усиливать стремление к деэскалации конфликта.

Пример для иллюстрации: возможными реакциями II в ответ на выбор I могут быть  $AN$  (проводить деэскалацию независимо от выбора стороны I),  $AE$  (проводить эскалацию независимо от выбора I),  $T$  (выбирать всегда ту же стратегию, что и I) и  $O$  (выбирать стратегию, противоположную I). Рассматривая все возможные реакции, мы получим следующую матрицу:

		Мета-альтернативы игрока II			
		$AN$	$AE$	$T$	$O$
Альтер- нативы игрока I	$N$	$N$	$E$	$N$	$E$
		3,3	1,4	3,3	1,4
		деэскалация	победа II	деэскалация	победа II
	$E$	$N$	$E$	$E$	$N$
		4,1	2,2	2,2	4,1
		победа I	эскалация	эскалация	победа I

Альтернативы игрока II называются метаальтернативами или политиками. Они составляют множество всех функций, ставящих в соответствие альтернативам I игрока возможные альтернативы II игрока.

Если мы будем искать в этой матрице точки равновесия Нэша, то обнаружим, что только сочетанию *E-AE* (приводящему к *E-E*, как и прежде) соответствует точка, первая координата которой наибольшая в своем столбце, а вторая координата наибольшая в своей строке. Таким образом, новой точки равновесия Нэша мы не получаем.

Рассмотрим теперь возможные реакции игрока I на реакции игрока II — множество всех функций, ставящих в соответствие метаальтернативам игрока II альтернативы игрока I. Их всего 16, как видно из приведенной матрицы.

*Метаальтернативы игрока II*

	<i>AV</i>	<i>AE</i>	<i>T</i>	<i>O</i>
<i>NNNN</i>	3,3	1,4	3,3	1,4
<i>EEEE</i>	4,1	2,2	2,2	4,1
<i>EEEN</i>	4,1	2,2	2,2	1,4
<i>EENE</i>	4,1	2,2	3,3	4,1
<i>EENN</i>	4,1	2,2	3,3	1,4
<i>ENEE</i>	4,1	1,4	2,2	4,1
<i>ENEN</i>	4,1	1,4	2,2	1,4
<i>ENNE</i>	4,1	1,4	3,3	4,1
<i>ENNN</i>	4,1	1,4	3,3	1,4
<i>NEEE</i>	3,3	2,2	2,2	4,1
<i>NEEN</i>	3,3	2,2	2,2	1,4
<i>NENE</i>	3,3	2,2	3,3	4,1
<i>NENN</i>	3,3	2,2	3,3	1,4
<i>NNEE</i>	3,3	1,4	2,2	4,1
<i>NNEN</i>	3,3	1,4	2,2	1,4
<i>NNNE</i>	3,3	1,4	3,3	4,1

В этой матрице существует три точки равновесия (выделены шрифтом): одна соответствующая *E-E*, как и раньше, и две, соответствующие *N-N*. Рассмотрим, например, строку, отмеченную «галоч-

кой». Она соответствует стремлению игрока I отвечать эскалацией на все действия игрока II, кроме *T*. Эта контрполитика *EENE* для игрока I и политика *T* для игрока II находятся в равновесии и приводят к взаимной деэскалации. Другой такой парой являются *NENE* для игрока I и *T* для игрока II.

Можно доказать, что точки равновесия в матрицах, построенных на основании этой матрицы размером  $16 \times 4$ , не добавляют новых потенциально устойчивых исходов.

Теория метаигр заключается в анализе конфликтных ситуаций для отыскания точек равновесия и соответствующих политик. Выбирая политики и контрполитики, игроки могут совместно продвигаться к равновесию. Важно научиться определять, какие стратегии действительно имеются в распоряжении у противника, распознавать, какие политики могут и должны быть выбраны каждым игроком, и убеждаться, что оба игрока ищут точку равновесия.

Давайте проведем анализ метаигры «петухи».

		Игрок II	
		Сворачивать 0	Не сворачивать I
Игрок I	Сворачивать 0	(3, 3) ничья	(2, 4) победа II
	Не сворачивать I	(4, 2) поб да I	(1, 1) столкновение

Предположим, и I и II должны решить, сворачивать им или нет. Допустим, что все возможные исходы перечислены и указаны выигрыши сторон для каждого исхода. Что будет точкой равновесия

в этой игре? Далее мы будем обозначать стратегии цифрами. Это облегчит нам описание политик при расширении игры. В приведенной ниже сокращенной таблице выделены шрифтом точки метаравновесия, получающиеся, как и в предыдущем случае, при втором расширении.

		Политика II игрока			
		00	11	01	10
Политика I игрока	0000	3,3	2,4	3,3	2,4
	1111	4,2	1,1	1,1	4,2
	...	...	...	...	...
	1001	4,2	2,4	3,3	4,2
	...	...	...	...	...
	1101	4,2	1,1	3,3	4,2

Точками равновесия Нэша и, следовательно, точками метаравновесия для этой игры будут (2,4) и (4,2). Однако (3,3) тоже будет точкой метаравновесия. Ее можно считать «хорошим компромиссом», так как она обеспечивает обоим игрокам одинаковый выигрыш.

Важной в теории метаигр является теорема идентификации. Она позволяет определить метарациональные исходы. Эта теорема будет сформулирована в общем виде, но смысл ее будет пояснен на примере игры двух лиц, в которой расширения делаются по разу для каждого игрока. Будут даны также указания для общего случая. В двух ранее приведенных примерах мы сначала проводили расширение политик игрока II, а затем контрполитик игрока I. Рассмотрим теперь первое расширение в общей игре двух лиц. Обозначим функции полезности игроков I и II соответственно через  $U_i(s, t) =$

$=1, 2$ , где  $s$  означает некоторую стратегию игрока I, а  $t$  — некоторую стратегию игрока II. Пусть  $S$  — множество стратегий игрока I, а  $T$  — множество стратегий игрока II.

Каков должен быть наилучший ответ игрока I на каждую политику II?

Прежде чем мы произведем расширение, напомним, что его лучший ответ  $\bar{s}$  на каждую из стратегий игрока II  $\bar{t}$  должен удовлетворять условию  $U_1(\bar{s}, \bar{t}) \geq U_1(s, \bar{t})$  для всех  $s$ . Этим накладывается условие на декартово произведение  $S \times T$ . Оно определяет подмножество  $\mathcal{P}$ . Аналогично, перед расширением мы можем построить множество  $\mathcal{F}$  для игрока II. Подмножества  $\mathcal{P}$  и  $\mathcal{F}$  представляют собой множества рациональных исходов в нерасширенной игре соответственно для игроков I и II. Пересечение  $\mathcal{P}$  и  $\mathcal{F}$  дает нам точки равновесия Нэша (в исходной игре).

После первого расширения (например, для игрока II) получаются множества, которые мы обозначим  $2\mathcal{P}$  и  $2\mathcal{F}$ . Знак 2 означает, что сначала проводилось расширение политик II игрока. Пересечение  $2\mathcal{P}$  и  $2\mathcal{F}$  дает точки равновесия Нэша для игры, в которой сначала проводится расширение политик игрока II, и дает точки метаравновесия для новой игры, при условии, что было сделано данное расширение. (Символ  $12\mathcal{P}$  означает множество рациональных исходов для игрока I в игре, в которой сначала расширяется множество политик игрока II, а затем — игрока I.)

Теорема и дентификации позволяет охарактеризовать множества  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $2\mathcal{P}$ ,  $2\mathcal{F}$ ,  $1\mathcal{P}$ ,  $1\mathcal{F}$ ,  $12\mathcal{P}$ ,  $12\mathcal{F}$ ,  $21\mathcal{P}$  и  $21\mathcal{F}$ . Интересными свойствами обладают  $2\mathcal{P}$  и  $12\mathcal{P}$ ,  $2\mathcal{F}$  и  $12\mathcal{F}$ . Всегда имеют место соотношения  $2\mathcal{F} = \mathcal{F}$  и  $2\mathcal{P} \supseteq \mathcal{P}$ . Первое равенство

основано на том, что игрок II выбирает лучший ход, просматривая строки, а число строк сохраняется и их элементы не изменяются после расширения его политик. Второе соотношение основано на том, что возрастает число столбцов, по которым определяет свои рациональные исходы и игрок I. Элемент  $(\bar{s}, \bar{t})$  принадлежит множеству  $2\mathcal{P}$ , возникающему после расширения стратегий игрока II, тогда и только тогда, когда выполняется неравенство

$$U_1(\bar{s}, \bar{t}) \geq \max_s \min_t U_1(s, t).$$

Заметим, что правая часть неравенства — некоторая постоянная и, следовательно, существует критический уровень, связанный со структурой игры. Этому неравенству могут удовлетворять несколько исходов  $(\bar{s}, \bar{t})$ . Аналогично, имеют место соотношения  $12\mathcal{P} = 1\mathcal{P}$  и  $12\mathcal{F} \supseteq 1\mathcal{F}$ . Это доказывается так же, как и выше.

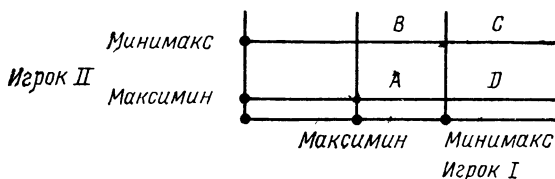
Элементы множества  $12\mathcal{F}$  удовлетворяют следующему необходимому и достаточному условию:

$$U_2(\bar{s}, \bar{t}) \geq \min_s \max_t U_2(s, t).$$

Заметим, что правая часть неравенства является постоянной и определяет второй критический уровень, связанный с данной игрой.

Из того, что множество  $21\mathcal{P} \cap 12\mathcal{F} \supseteq \mathcal{P} \cap \mathcal{F}$  эквивалентно множеству равновесия Нэша, следует, что любая точка равновесия Нэша превосходит минимакс, который, как мы уже знаем, всегда превосходит максимин.

Рассмотрим следующую диаграмму:



Все точки равновесия Нэша содержатся среди точек, попавших в *C*. Все точки, попадающие в *B*, *C* или *D*, являются точками метаравновесия в некотором расширении игры и поэтому их можно считать метарациональными точками для обоих игроков. Точки, попадающие в *A*, не являются точками равновесия ни в какой метаигре, но игроки могут остановиться в таких точках, если они по-разному понимают метаигру. Все точки, попадающие в *C*, являются точками метаравновесия во всех полных расширениях. Полная метаигра — это метаигра, в которой каждый игрок сделал, по крайней мере, по одному расширению. Точки множества *C* обладают особой привлекательностью потому, что каждый игрок видит, что он находится в наилучшем расширении.

В играх «дилемма заключенного» и «петухи» максимин и минимакс для обоих игроков равны 2.

*Примечание.* Можно показать, что мы рассматриваем политики как предложение исходов и указание санкций, применяемых, если предложение не будет принято противником. Поэтому исход метарационален для игрока, если у противника существует такой ответ, что как бы данный игрок не поступил, его исход игры для него станет хуже.

Если отказ какого-либо игрока от некоторого исхода неизбежно приводит к санкциям против него



(исход, при котором ему наносится ущерб), то можно показать, что этот исход является точкой метаравновесия. Это примечание относится к примерам, которые будут даны в разд. 3.7.

*Примечание.* В игре двух лиц для определения метарациональных исходов и точек равновесия нет необходимости рассматривать более, чем два расширения. Это утверждение обобщается на игры  $N$  лиц; в этих играх для отыскания метарациональных исходов не надо рассматривать более, чем  $N$  расширений, а для определения точек равновесия нет необходимости рассматривать более, чем  $(N-1)$  расширение при условии, что в каждой метаигре происходит хотя бы одно расширение каждого игрока.

Чтобы охарактеризовать различные множества метарациональных исходов (при нескольких игроках), надо вводить более, чем два критических уровня (в том же смысле, что и ранее).

Теперь рассмотрим матрицу  $M$  выигрышей  $N$  игроков в игре с ненулевой суммой и расставим числа от 1 до  $N$ , чтобы определить порядок, в котором следует проводить расширения игры. Например, если  $N=3$ , запись 1323 $M$  означает, что первое расширение относится к политикам игрока III, затем следует расширение, относящееся к игроку II, затем снова к игроку III и, наконец, к политикам игрока I. Независимо от числа игроков расширения можно продолжать до бесконечности. Каждое из этих расширений независимо от уровня, на котором происходит остановка, называется метаигровым расширением. Всякий рациональный исход, соответствующий политикам метаигры, является метарациональным исходом в новой игре.

Для примера положим  $N=5$  и рассмотрим расширение 121341 $M$ , в котором не упоминается 5.

Двигаясь справа налево, будем оставлять номера игроков только там, где они встречаются в первый раз, а в остальных местах вычеркивать. Это дает нам 2413М. Рассмотрим, например, игрока IV. В этом расширении исход  $\bar{s} = (\bar{s}_1, \bar{s}_2, \bar{s}_3, \bar{s}_4, \bar{s}_5)$  является для игрока IV метарациональным тогда и только тогда, когда

$$U_4(\bar{s}) \geq \min_{s_2} \max_{s_4} \min_{s_1} \min_{s_3} U_4(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5).$$

Отметим, что максимум берется только по отношению к игроку IV. Кроме того, он ставится на второе место, так как такое место занимает игрок IV в 2413М.

Хотя расширение по отношению к игроку 5 не рассматривалось, мы получаем для него

$$U_5(s) \geq \max_{s_5} \min_{s_1} \min_{s_2} \min_{s_3} \min_{s_4} U_5(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5).$$

Это неравенство, конечно, будет иметь место, если у нас будет расширение, относящееся к игроку V, которое появится после данных расширений. Теперь мы рассмотрим все заголовки строк и столбцов в метаигре и найдем те из них, при которых каждый игрок получает выигрыш, хотя бы равный правой части своего неравенства. Это и будут точки метаравновесия. Например, в случае двух игроков мы вычисляем минимаксное значение выигрыша того игрока, для которого расширение игры производится в первую очередь. Затем вычисляется максимальное значение выигрыша другого игрока. Точками равновесия являются исходы, при которых каждый игрок получает по крайней мере свой минимаксный или максиминный выигрыш.

Предполагая, что игрок выбирает свое лучшее расширение, т. е. он считает, что первым делает расширение игры, некоторый исход будет для него метарациональным, если он дает выигрыш больший, чем минимакс. Это легко следует из рассмотрения комбинаций  $\min \max \min$  и т. д. (т. е. его критический уровень повышается). Эти рассуждения сохраняют силу, если каждый игрок считает, что он первым расширяет игру. Поэтому, если при некотором исходе величина выигрыша каждого игрока превосходит соответствующее минимаксное значение, то этот исход является метарациональным в любом полном расширении. Таким образом, нам не надо знать, в каком порядке игроки проводили расширение множества своих политик. Этот исход можно считать точкой равновесия, как только игроки убедятся, что они учитывают ответные ходы противника, т. е. ведут метаигру.

Если мы хотим применить теорию метаигр к смешанным стратегиям, нам надо расширить нормальную форму так, чтобы каждый игрок имел все комбинации своих стратегий, перечисленные отдельно. Затем теорию метаигр можно применить к полученной нормальной форме. М. Дрешер доказал, что вероятность решения игры  $N$  лиц с ненулевой суммой в чистых стратегиях равновесия Нэша стремится к  $(1 - e^{-1})$ , если число стратегий игроков стремится к бесконечности. Этот результат делает правдоподобным поиск решения в виде чистой стратегии в игре с большим числом стратегий у каждого игрока и большим числом игроков. А. Дж. Голдман [22а] показал, что вероятность существования седловой точки в игре двух лиц с нулевой суммой с матрицей  $n \times m$  равна  $m! n! / (m + n - 1)!$ , т. е. стремится к нулю при  $m, n \rightarrow \infty$ .

### 3.7. Некоторые применения теории метаигр

Здесь мы приводим примеры использования общих идей, изложенных в разд. 3.6 и 2.5. Количественный анализ основан на теории метаигр. В соответствии с разд. 2.5 мы будем называть состояния, более предпочтительные, чем статус-кво, допустимыми состояниями, состояния, менее предпочтительные, чем статус-кво, — недопустимыми состояниями; и состояния, из которых ни один из противников не может перейти в более предпочтительные без ущерба для себя, — состояниями равновесия.

При анализе конкретных конфликтных ситуаций достаточно перечислить все основные возможные действия, которые могут предпринимать участвующие в конфликте стороны. Каждому действию припишем значение 1 или 0, в зависимости от того, будет ли принято положительное решение или нет. Для простоты будем говорить «да» или «нет». Однако могут возникать ситуации, когда нельзя дать решение типа «да» или «нет». Если в распоряжении имеется несколько вариантов решения, основное решение можно расщепить на несколько простых, каждому из которых приписывается значение 1 или 0. Каждый набор конкретных решений всех сторон называется альтернативой. Примером альтернативы является статус-кво, когда значения, приписываемые решениям, можно взять такими, какими они являются в момент формулировки проблемы. Конечно, решения, принятые другими странами, могут быть неизвестны, и их надо угадывать. Идея состоит в том, чтобы сравнить все возможные альтернативы с какой-либо одной (например, с существующим состоянием), собрав более предпочтительные состояния в одну группу, а менее предпочтительные — в другую. Задача теперь состоит в том, что-

бы выяснить, существует ли альтернатива более предпочтительная для одной из сторон, которая может быть достигнута без риска санкций со стороны противника, заключающихся в изменении решения в этой альтернативе, что поставит первого игрока в положение худшее, чем статус-кво. Анализ устойчивости данной альтернативы надо проводить несколько раз, рассматривая отдельно каждую из заинтересованных сторон. Поэтому приходится составлять несколько таблиц и перечней. Статус-кво является неустойчивым состоянием, если существует альтернатива, более предпочтительная для одной из стран, и к которой она может перейти, не опасаясь санкций со стороны других стран. В противном случае оно является устойчивым.

Для анализа устойчивости существующего положения можно применить теорию метаигр, если мы сможем решить, является ли та или иная альтернатива более предпочтительной для каждой страны, чем статус-кво.

Метаигровой анализ решений, составляющих альтернативу статус-кво, покажет нам: 1) Является ли это состояние устойчивым? 2) Если да, то какие линии поведения позволяют поддержать его в состоянии равновесия? 3) Существуют ли доминирующие состояния, т. е. существуют ли альтернативы, предпочтительные для всех сторон? 4) Будет ли оно длительным кооперативным равновесием?

Хотя для стороны *A* было бы очень выгодно перейти в более предпочтительное положение, ее сдерживает опасность, что противник *B* может ответить выбором нежелательной для *A* альтернативы, решения которой имеют те же значения для *A*, но более выгодные значения для *B*. Заметим, что в любой альтернативе *B* не может изменить значения решений *A*, но может изменить значения своих ре-

шений. После такого решения стороны *B*, сторона *A* может изменить свои решения в этой нежелательной альтернативе и, возможно, добиться для себя желательной альтернативы. Этот перекрестный анализ может закончиться нежелательным исходом для *A*. Если это так для каждой страны, то статус-кво будет устойчивым состоянием, потому что ни одна страна не сможет свободно перейти в предпочтительное состояние.

Если число альтернатив велико, то может понадобиться использование вычислительных машин.

Заметим, что теория метаигр может считаться нормативной, если существует одна точка метаравносесия или если множество точек равновесия считается оптимальным множеством. Из этого множества затем можно выбрать одну наиболее желательную точку.

Эту теорию можно применять постоянно в процессе переговоров, чтобы попытаться предвидеть возможные предложения партнеров.

### **Требования к устойчивому урегулированию вьетнамской проблемы**

В этом разделе приводится пример использования теории метаигр, рассмотренный группой людей, пожелавших ознакомиться с ее применениями. Полученные результаты, конечно, не могут обладать большей достоверностью, чем принятые исходные данные. Люди, подготовившие этот пример, не были правительственными экспертами и не имели доступа к закрытым правительственным документам. Поэтому их результаты не обязательно должны совпадать с результатами правительственных экспертов, если те пожелают использовать описанную теорию. Чтобы этот пример был совершенно

самостоятельным материалом, здесь повторяются объяснения технических подробностей, хотя они аналогичны объяснениям, дававшимся в предыдущем примере. Используя метаигровой анализ, мы попытаемся выяснить, возможно ли мирное урегулирование вьетнамской проблемы при определенных предположениях об интересах сторон, участвующих в конфликте, и о возможных для них решениях.

Исходной точкой наших рассуждений будет предположение, что устойчивое урегулирование проблемы возможно только при условии окончательного вывода американских войск. Поэтому мы будем анализировать перспективы установления прочного мира во Вьетнаме, сопровождающегося уходом американцев\*.

Анализ проводился только при определенных условных предположениях о полезности того или иного решения для каждой из сторон. Не давалось никаких обоснований предпочтительности того или иного решения для США, той или иной позиции на переговорах и т. д. Поэтому результаты носят иллюстративный характер, и вовсе не означают, что США должны принять рекомендуемые решения. Однако, если предположения достаточно корректны, то единственным устойчивым решением, кроме постоянной эскалации, является полученное ниже решение, а методы, при помощи которых США могут осуществить это решение, тоже ограничены.

В конце раздела дана действительная модель, которая несколько сложнее рассмотренной. Там же подробно будут перечислены предположения о воз-

---

\* Следует отметить, что этот вывод был сделан автором в годы самой разнузданной эскалации военного вмешательства США; книга опубликована еще в 1968 г. — *Прим. ред.*

возможных решениях и о полезности этих решений. Ниже будет изложено обсуждение основных результатов. (Для этого читатель должен изучить табл. 3.1—3.3.)

1. Любое возможное урегулирование должно быть предпочтительнее, чем продолжение конфликта или для Северного Вьетнама (ДРВ), или для Национального Фронта Освобождения (НФО ЮВ). Если, возможно, цели ДРВ и НФО ЮВ различаются достаточно, чтобы только одна из этих сторон предпочла урегулирование продолжению конфликта; то хотя бы одна из них должна на это согласиться.

2. Предположив, что условия урегулирования, на которые согласится ДРВ или НФО ЮВ, не удовлетворяют Южный Вьетнам, посмотрим обязательно ли такое урегулирование будет неустойчиво. Оказывается, оно не обязательно будет неустойчивым, если Южный Вьетнам убедится, что альтернативой к принятию условий урегулирования будет отвод американских войск, и в результате он должен будет в одиночку продолжать борьбу против ДРВ и НФО ЮВ.

3. Если отвод американских войск приведет не к продолжению конфликта между Южным Вьетнамом с одной стороны, и ДРВ и НФО ЮВ, с другой, а будет сопровождаться прочным урегулированием, то из нашего анализа следует вывод, что противоречивые требования удовлетворены. Устойчивость обеспечивается тем, что или ДРВ, или НФО ЮВ (или вместе) должны убедиться, что если они снова начнут конфликт, то американские войска *возвратятся*; и одновременно правительство Южного Вьетнама должно быть уверено, что если оно первым начнет конфликт, то американские войска *не возвращаются*.



Ситуации, предпочтительные для ДРВ\*

	Прекращение огня			Мирное урегулирование		
	Предпочтительно	Нежелательно		Предпочтительно	Нежелательно	
<b>США</b>						
Прекращение бомбардировок	1* 1 — 1*	1*	— — —	1* 1* —	1*	— — —
Прекращение огня	1 1 — 1	1	0 — 0	1* 1 —	1*	0 — —
Вывод войск	0 1 0 0	0	0* 0 0*	1 — 0	1	0* 0 —
<b>ЮВ</b>						
Прекращение огня	1 — 1 0	1	0 0 —	1 0 1	1*	0 — 0
Мирное урегулирование	— — — 0*	0	0* 0* —	— 0* —	1	0* — 0*
<b>ДРВ</b>						
Прекращение огня	0 0 0 0	1	— — —	0 0 0	1*	— — —
Вывод войск	0* 0* 0* 0*	0	— — —	0* 0* 0*	1	— — —
<b>НФО ЮВ</b>						
Прекращение огня	— — 0 0	1	— 1 1	— 0 0	1*	— 1 1
Мирное урегулирование	— — 0* 0*	0	— — —	— 0* 0*	1	— — —
	↑		↑	↑		↑
	(а)			(б)		

\* В части (а) столбец, заключенный в прямые линии, отображает ситуацию — прекращение огня всеми сторонами; слева от него расположены ситуации, предпочтительные для ДРВ, справа — нежелательные для ДРВ. В части (б) столбец, заключенный в прямые линии, отображает ситуацию — мирное урегулирование; слева от него расположены ситуации, предпочтительные для ДРВ, справа — нежелательные. Стрелками показаны пути перехода к более предпочтительным для ДРВ ситуациям и возможные санкции со стороны противников.

Ситуации, предпочтительные для НФО ЮВ

	Прекращение огня						Мирное урегулирование					
	Предпочтительно			Нежелательно			Предпочтительно			Нежелательно		
США												
Прекращение бомбардировок	1*	—	1*	1*	—	—	1*	—	1*	1*	—	—
Прекращение огня	1*	—	1	1	—	0	1*	—	1	1*	—	0
Вывод войск	1	0	0	0	0	0*	1	0	0	1	0	0*
ЮВ												
Прекращение огня	—	1	0	1	0	0	—	1	0	1*	0	0
Мирное урегулирование	—	—	0*	0	0*	0*	—	—	0*	1	0*	0*
ДРВ												
Прекращение огня	—	—	—	1	1*	—	—	—	—	1*	1*	—
Вывод войск	—	—	0	0	1	—	—	—	0	1	1	—
НФО ЮВ												
Прекращение огня	0	0	0	1	—	—	0	0	0	1*	—	—
Мирное урегулирование	0*	0*	0*	0	—	—	0*	0*	0*	1	—	—
	↑				↑		↑				↑	
	(a)						(б)					

\* В части (а) столбец, заключенный в прямые линии, отображает ситуацию — прекращение огня всеми сторонами, слева от него расположены ситуации, предпочтительные для НФО ЮВ, справа — нежелательные. В части (б) столбец, заключенный в прямые линии, отображает ситуацию — мирное урегулирование; слева от него расположены ситуации, предпочтительные для НФО ЮВ, справа — нежелательные. Стрелками показаны пути перехода к более предпочтительным для НФО ЮВ ситуациям и возможные санкции со стороны противников.

Таблица 3.3

*Ситуации, предпочтительные для Южного Вьетнама*

	Прекращение огня						Мирное урегулирование			
	Предпочти- тельно			Нежела- тельно			Предпочти- тельно		Нежела- тельно	
<b>США</b>										
Прекращение бомбардировок	1*	—	1*	1*	1*	1*	—	—	1*	1*
Прекращение огня	1	0	1	1	1	1*	—	—	1*	1*
Вывод войск	0	0*	—	0	—	1	0	—	1	1
<b>ЮВ</b>										
Прекращение огня	0	0	0	1	—	—	0	0	1*	—
Мирное урегулирование	0*	0*	0*	0	—	—	0	0	1*	—
<b>ДРВ</b>										
Прекращение огня	0	—	1	1	0	0	—	1	1*	0
Вывод войск	0*	—	—	0	0	0*	—	—	1	0*
<b>НФО ЮВ</b>										
Прекращение огня	1	—	—	1	0	1	—	—	1*	—
Мирное урегулирование	—	—	—	0	0*	—	—	—	1	—
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>(a)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(b)</p> </div> </div>										

\* В части (а) столбец, заключенный в прямые линии, отображает ситуацию—прекращение огня всеми сторонами; слева от него расположены ситуации, предпочтительные для ЮВ, справа—нежелательные. В части (б) заключенный в прямые линии столбец отображает ситуацию—мирное урегулирование; слева от него расположены ситуации, предпочтительные для ЮВ, справа—нежелательные. Стрелками показаны пути перехода к более предпочтительным для ЮВ ситуациям и возможные санкции со стороны противников.

4. То, что будет изложено ниже, не является следствием математического анализа, а представляет собой рассуждения о возможных изменениях установленного порядка предпочтительности исходов для каждой из сторон, которые помогли бы смягчить трудности на пути достижения урегулирования. В частности, то обстоятельство, что вышеперечисленные условия урегулирования кажутся трудно достижимыми, заставляет искать способы их смягчения. Если урегулирование, сопровождающееся отводом американских войск, приведет к установлению перемирия между сторонами, так что порядок решений по их предпочтительности изменится, то может возникнуть одна из следующих ситуаций: а) правительство ЮВ, даже если оно уверено, что возобновление боевых действий приведет к возвращению американцев, не сможет предпочесть этот исход уже достигнутому урегулированию; б) ДРВ и НФО ЮВ, даже если они уверены, что возобновление боевых действий *не приведет* к возвращению американцев, будут предпочитать урегулирование. Существуют и другие возможности избавиться от «тяжелого» условия пункта 3.

5. До сих пор мы рассматривали условия установления прочного мира — подразумевается, что это сопровождается выводом американских войск. Ниже мы покажем, что *прекращение огня* (без вывода войск США или ДРВ) может быть устойчивым, если или ДРВ, или НФО ЮВ предпочтут его продолжению конфликта. Однако, как и в предыдущем случае, когда обсуждались трудности прекращения процесса эскалации, может оказаться, что прекращение огня трудно поддерживать, если при этом не будут открыты перспективы мирного урегулирования. Необходимо, чтобы каждая сторо-

на была осведомлена о намерениях другой стороны и ее ответных действиях на передвижения войск. Это в свою очередь предполагает четко определенную линию прекращения огня. Такую линию будет трудно провести в Южном Вьетнаме, где часто стороны заявляют, что они контролируют какой-то «процент» некоторой территории. Кроме того, если предположить, что Южный Вьетнам предпочитает продолжение эскалации прекращению огня, то он должен быть уверен, что если он сам нарушит перемирие, то войска США не будут участвовать в этом конфликте.

6. Вышеизложенные предположения дают возможность составить следующий примерный сценарий установления мира:

Наряду с «переговорами» между США и ДРВ о полном прекращении бомбардировок, дальнейшие переговоры приводят к соглашению о прекращении огня (это соглашение неустойчиво), потому что практически невозможно установить линию прекращения огня). После прекращения огня действительно начнутся переговоры об условиях мирного урегулирования с участием США, ЮВ, ДРВ и НФО ЮВ. Учтя более или менее требования ЮВ, три других стороны достигнут соглашения о создании правительства, в которое вошли бы представители НФО ЮВ и ЮВ. США пытаются учитывать интересы ЮВ наилучшим образом, но оказывается, что ЮВ не хочет идти на компромиссы. В конце концов, успех переговоров зависит от создания структуры, в которой были бы учтены жизненные интересы и НФО ЮВ и ЮВ. Наконец, когда три стороны окончательно договариваются, ЮВ добровольно (или под давлением США) принимает условия соглашения. ЮВ *вынужден* согласиться, так как опасается, что США выведут свои войска, если

она не пойдет на соглашение. Угроза со стороны ЮВ продолжать борьбу без поддержки со стороны США и тем самым поставить американцев в затруднительное положение нереальна и не может осуществиться на практике; в конце концов после вывода войск ЮВ и НФО ЮВ самостоятельно устраивают свое будущее.

Другие сценарии, которые, к сожалению, имеют довольно значительную вероятность, предусматривают или нарушение соглашения о прекращении огня на самых ранних стадиях переговоров, или невозможность достижения соглашения из-за непримиримой позиции одной из сторон. Тогда снова возобновятся военные действия в значительных масштабах, и Соединенным Штатам трудно будет вывести свои войска, даже если они пожелают сделать это.

Соглашение о прекращении огня может быть столь неустойчивым, что его нарушение будет неизбежным, а это повлечет очень тяжелые последствия для переговоров. Простая политика «не предпринимать агрессивных действий, а только защищаться», односторонне провозглашенная каждой из сторон, привела бы к большей устойчивости (правда, возможно, к большему кровопролитию).

Детали изложенного выше сценария можно изменять, но основная структура процесса достижения мирного урегулирования должна оставаться неизменной.

В приведенных таблицах были отражены предположения, которые мы приняли при анализе проблемы. Мы считаем, что США должны принимать решения по трем вопросам: прекращение бомбардировок, прекращение огня и вывод войск. Три другие стороны должны принять решение по вопросам, написанным рядом с их названиями. Набор

решений, определяющий ситуацию, изображается столбцом из «1» и «0». Прочерк означает, что решение может быть любым и ситуация от этого не изменится. Единица означает, что принято положительное решение, нуль — отрицательное. В табл. 3.3 средний столбец, заключенный в прямые линии в части (а), изображает ситуацию с прекращением огня. Множество наборов решений, расположенных слева от ситуации с прекращением огня, определяет ситуации, более предпочтительные для ДРВ, чем прекращение огня. Столбцы, расположенные справа от ситуации с прекращением огня, представляют собой ситуации, нежелательные для ДРВ. Здесь подразумевается, что если какая-то сторона приняла решение по одному вопросу, то она должна принять логически связанные решения и по другим вопросам. Например если США решили прекратить огонь, то они должны прекратить и бомбардировки. В таблицах это учитывается путем надписывания звездочки над решением, которое не является независимым, т. е. обязательно должно быть принято, если принято некоторое другое решение.

Стрелка в нижней части табл. 3.3 в части (а) показывает, каким образом ДРВ может улучшить свои позиции по сравнению с ситуацией с прекращением огня при помощи односторонних действий (предполагается, что решения других сторон остаются неизменными). Другая стрелка показывает, как ответные действия других сторон могут привести к тому, что ДРВ окажется в положении не лучше, чем в ситуации с прекращением огня. Подобного рода ответные действия мы назовем санкциями. Наших предложений достаточно для того, чтобы утверждать, что это единственно возможные санкции, достигающие этой цели. Такую же интерпретацию можно дать и другим таблицам.

Для каждой стороны мы указываем санкции, которые позволяют добиться устойчивого прекращения огня или устойчивого мирного урегулирования.

На основании предположений о предпочтительности различных исходов для ДРВ и НФО ЮВ решение, приводящее к мирному урегулированию, можно интерпретировать как принятие ДРВ и (или) НФО ЮВ условий мирного урегулирования, которые для ДРВ и НФО ЮВ предпочтительнее, чем продолжение эскалации.

### **Применение метаигр к анализу городского конфликта**

Ниже приводится и подробно разбирается пример применения метаигр к анализу городского конфликта \*.

При анализе социальных и политических конфликтов, пожалуй, в первую очередь необходимо разработать методы подробного анализа того, кто является участниками конфликта, какие выборы возможны для них и как они предположительно будут действовать при условии, что задано их собственное множество предпочтительных альтернатив. В целом нам надо систематически разбирать различные варианты проблемы.

Этот процесс формализации представляет собой не столько сокращение и упрощение проблемы, сколько прояснение содержащихся в проблеме идей и вопросов. Требование, чтобы были рассмотрены, хотя бы теоретически, все возможные исходы, облегчает сходимость процесса к приемлемым

---

\* Этот пример подготовлен совместно с Генри Бейном и Найджелом Ховардом и опубликован в «Journal of Conflict Resolution», vol. 15, № 2.



исходам. Для того, чтобы приписать предпочтительные альтернативы сторонам, исследователю необходимо самому проконсультироваться со сторонами. Если окажется, что они не желают разглашать свои предпочтительные альтернативы (на переговорах стороны редко желают, чтобы противник знал, как они собираются действовать в различных ситуациях), исследователь должен наилучшим образом использовать имеющуюся информацию и проявить особый талант угадывать альтернативы, предпочтительные для противоположных сторон. Центральный момент в анализе — определение исходов, которые являются стабильными и, следовательно, заслуживают внимания.

Если необходимо, анализ можно повторять после каждого тура переговоров, используя при этом дополнительную информацию для проверки стабильности и развивая аргументы в пользу решений, обещающих достижение компромисса. Эта общая процедура иллюстрируется здесь на примере конкретной городской проблемы. Такой же подход был применен ко многим другим внутренним и международным конфликтам. Возможны случаи (хотя и не в приведенном здесь примере), когда анализ может раскрывать решения «совершенно отличные» от решений, достигнутых в действительных переговорах, когда некоторые стороны «уставали» и отказывались от переговоров, предшествующих использованию санкций против оппонентов, и от сотрудничества с ними.

*а. Метод анализа выборов.* Мы проиллюстрируем здесь подход к проблемам конфликтов, основанный на так называемом анализе выборов. Этот метод разработан для того, чтобы на основании знаний, доводов и догадок осведомленных экспертов или участников конкретной конфликтной проб-

лемы построить теоретико-игровую модель. Метод не требует, чтобы данные использовались в модели обязательно в количественной форме. В этом исследовании, например, используемые данные являются не представимыми в количественной форме знаниями и догадками Бэйна, которые он приобрел в результате многолетней работы над проблемой.

Ниже приводится описательное изложение формального метода анализа выборов.

Поскольку бесполезно решать конфликтную проблему, не зная того, что каждая сторона считает приемлемым решением, необходимо знать предпочтительные для каждой стороны исходы среди множества всех исходов. Часто исходы могут быть описаны путем перечисления действий (называемых выборами), доступных для каждой стороны, и выяснения того, будет ли эта сторона предпринимать действия для достижения рассматриваемого исхода. Если необходимо, каждый выбор может быть разделен на составляющие. Короче говоря, это то, что мы делаем ниже для проверки стабильности исходов, используя обоснованные суждения о предпочтительных для каждой стороны исходах.

Стабильность, вероятно, наиболее важное понятие в теории игр  $N$  лиц. Исход потенциально стабилен для данного игрока (участника), если на любое действие, которое он может предпринять для улучшения своего положения, может последовать санкция со стороны других игроков, так что при любом действии данного игрока он окажется в положении, менее предпочтительном для него, чем исходное. Потенциально стабильный исход действительно стабилен для игрока, если он считает вероятным, что такая санкция была бы применена,

если бы он попытался занять более предпочтительную позицию. Наконец, исход, в целом, стабилен тогда и только тогда, когда он стабилен для каждого отдельного игрока.

Используя это определение стабильности, исследователь, во-первых, составляет список выборов, имеющихся в распоряжении у каждого игрока так, как это описано выше. Затем он выбирает исход, который может оказаться стабильным, и рассматривает его с точки зрения каждого игрока, чтобы решить, стабилен ли данный исход для него. Исследователь составляет список всех возможных односторонних изменений, которые может сделать данный игрок, и решает, приводит ли каждое изменение к предпочтительному исходу. Если существует такой исход, который ведет игрока к более предпочтительному положению, исследователь рассматривает все возможные санкции со стороны других игроков против данного выбора, чтобы решить, приводит ли комбинация выбор — санкция только к «непредпочтительным» исходам.

Поскольку нет необходимости рассматривать все возможные исходы, достигается значительная экономия в количестве комбинаций, которые необходимо просмотреть для достижения решения о стабильности.

Исход можно также рассмотреть с точки зрения коалиций отдельных сторон. Коалиция (т. е. определенное подмножество сторон) определяется как предпочтение одного исхода перед другим тогда и только тогда, когда этот исход является предпочтительным для каждого члена коалиции. Это определение введено, чтобы дать нам возможность изучать, как группы игроков могут достигать предпочтительных для всех исходов путем совместных действий.

Если анализ этих выборов не приводит к исходу, приемлемому для всех сторон, можно перейти к рассмотрению той же проблемы с большим числом выборов, чтобы выяснить, может ли одна сторона сделать уступки другой, чтобы достичь компромисса. Для конфликтов, которые возникают в планировании, эти дополнительные выборы-уступки могут потребовать действий в будущем. Если одна из сторон требует действий, направленных на развитие в ближайшем будущем, и возражает против выбора остальных сторон, участвующих в конфликте, то эти стороны могут попытаться добиться уступок от первой стороны, предложив действия, направленные на развитие в будущем, которые лучше учитывают общие интересы, и, таким образом, расширив сферу игры.

*б. Дебаты в г. Вашингтоне округ Колумбия, в июле 1969 г. о постройке системы дорог.* В июле 1969 г., когда проводилось это исследование, округ Колумбия сильно страдал от задержек при строительстве транспортных систем, которые считались необходимыми для роста города. В результате продолжительных дебатов последовало мало решений и весьма вероятно, что если бы на основании решений, принятых в 1969 г., и были бы намечены какие-то мероприятия, то они были бы выполнены не полностью ввиду инфляции и роста цен. Авторами был написан следующий краткий сценарий исследования, изложенный как бы в настоящем времени. Местом действия является округ Колумбия в июле 1969 г., когда там шли дебаты и задерживалось строительство метро, системы наземных дорог и моста через реку Потомак.

**Исходный тупик.** Главным препятствием на пути прогресса в вопросе о строительстве метро и наземных дорог в округе было отсутствие согласия

между несколькими сторонами, вовлеченными в спор. Деньги на начало строительства метро в сумме 18,7 млн. дол. (в сочетании с 37,4 млн. дол. от федерального правительства) должны были быть предоставлены от дополнительного финансового законопроекта. Администрация округа должна была включить в свои планы слияние системы городских перспективных автострад общей протяженностью 24,5 мили и стоимостью 500 млн. дол. с национальной системой автострад строительством моста Трех Сестер с выходом на две междуштатные дороги или какой-либо альтернативный вариант. Члены Белого дома в целом благосклонно относились к идее строительства метро, но некоторые из них поддерживали такое соглашение с администрацией округа по вопросу строительства метро и наземных дорог, которое отвечало бы желанию жителей пригородов, пользующихся общественным транспортом, облегчить им поездки в округ. Таким образом, те конгрессмены, которые хотели бы, чтобы строительство метро уже началось, не могли сломить сопротивление препятствовавшей этому группы.

Администрация округа должна была также учитывать желание многих жителей города, которые выступали против строительства главной автострады вообще и строительства дорог во внутренней части города в частности.

Кроме того, была еще одна влиятельная группа, выступавшая против строительства автострады и моста — сторонники сохранения природы. В эту группу входили представители среднего класса, в первую очередь жители предместий, которые протестовали против превращения парков в скопление дорог. Некоторые из них жили в районах, через которые намечалось провести дороги, которые, воз-

можно, оказали бы неблагоприятное воздействие на окрестности. Таким образом, эта группа требовала ограничить строительство.

**Анализ выборов сторон, участвующих в дебатах.** Вначале перечень основных строительных проектов был следующим:

Мост Трех Сестер (ЗС)	Автострада Централь- ный луч
Северо-центральная авто- страда (СЦ)	Автострада Южный луч
Метро	Автострада Индустри- альный луч
Жилой массив „Эр Райтс“ на СЦ автостраде	Автострада Восточный луч
Автострада Потомак	Автострада Северный луч

Стороны (заинтересованные группы), участвующие в конфликте, получили приведенные ниже определения. Каждая категория, конечно, является абстракцией; в каждой из них могут быть люди, которые думают или действуют не так, как указано здесь, и, разумеется, они не оценивают альтернативы так единодушно.

ГСВД — Государственные служащие, выступающие за дороги (их поддерживают некоторые конгрессмены, заинтересованные в строительстве автострад).

ЖВГ — Жители внутреннего города.

ССП — Сторонники сохранения природы.

ПИДГ — Представители интересов деловой части города.

ПИЖП — Представители интересов жителей пригородов, пользующихся общественным транспортом.

С теоретической точки зрения, группу людей с различными интересами можно представить как игрока, если мы можем описать группу, как будто

она имеет «предпочтения» среди альтернатив в следующем смысле: « $X$  предпочитает  $A$  по сравнению с  $B$ » означает просто, что если выбор между  $A$  и  $B$  зависит только от  $X$  и члены группы  $X$  согласны между собой, то будет выбрана альтернатива  $A$ . Предполагалось или было известно, что рассматриваемые стороны имели предпочтительные альтернативы, указанные в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Таблица предпочтительных исходов сторон

Основные строительные проекты	ГСВД	ПИДГ	ПИЖП	ЖВП	ССП
Мост ЗС	1*	1	1	—	0
СЦ автострада	1	1	1	0	0
Метро	—	1	1	1	1
Жилой массив „Эр Райтс“	—	—	—	1	—
Автострада Потомак	1	1	1	—	0
Центральный луч	1	1	1	—	—
Южный луч	0	1	1	—	0
Индустриальный луч	1	1	—	0	—
Восточный луч	1	1	1	0	0
Северный луч	1	0	1	0	0

Предварительные исследования, направленные на поиск компромисса среди пяти сторон (игроков) по вопросу вышеизложенных десяти альтернатив, показали, что некоторые вопросы прояснились уже на более ранних стадиях дебатов в Вашингтоне. Стало ясно, то строительство жилого массива «Эр Райтс» не было достаточной приманкой для ЖВГ, чтобы те одобрили строительство автострады СЦ. Анализ обнаружил также возможную неустойчивость коалиции ГСВД—ПИДГ, поскольку каждая из сторон выступала за строительство автострады, против которой была другая сторона. Однако ка-

залось, что этот потенциальный конфликт между ГСВД и ПИДГ имел второстепенное значение по сравнению с главным вопросом — общее противоречие между метро и наземными дорогами.

Наше последнее решение относительно того, как приступить к этому главному вопросу, состояло в разделении всех сторон, на две группы: тех, кто принимает «политические» решения, т. е. те, кто может изменять свои предпочтения, чтобы добиться соглашения и т. д. (ГСВД, ЖВГ и ССП), и тех, кто оказывает сравнительно постоянное давление на ГСВД в поддержку своих интересов (ПИЖП и ПИДГ). Разумеется, различные правительственные департаменты такие, как Конгресс, администрация и даже Бюро дорожного строительства, оказывали давление на ГСВД, поддерживая ту или иную сторону. Классификация сторон по типу влияния на решения ГСВД — «постоянное давление» или «политическое решение» — является полезным инструментом для понимания того, откуда исходит постоянное давление в пользу определенных действий (через Конгресс и городские правительственные учреждения, члены которых голосуют за распределение фондов) и какие стороны оказывают только пассивное противодействие другим сторонам.

Мы рассматриваем других игроков как участников конфликта, которые оказывают давление на три «политические» партии: ГСВД, ЖВГ и ССП, которые образуют последнее множество игроков.

Следующий шаг состоит в приписывании игрокам выборов. Однако все выборы (для простоты и без потери практического смысла, как показало тщательное изучение предпочтений) можно свести к трем главным выборам, по которым кажется возможным компромисс: мост, главная автострада и метро. Таким образом, считается, что стороны



могут выбирать «за» и «против» среди трех ключевых проектов: мост ЗС, автострада СЦ (возможно со строительством жилого массива «Эр Райтс») и метро. Кроме того, было очевидно, что ЖВГ, возможно, могут пойти на «крайние» меры (городские беспорядки), если бы автострада была построена. ССП, возможно, тоже готовы были на «крайние» меры (судебный процесс) против строительства моста.

Применение этих санкций (беспорядки в ответ на строительство автострады, судебный процесс против строительства моста) считалось возможным, но маловероятным.

Таблица 3.5

*Выборы, используемые в двух возможных исходах*

Игроки	Выборы	Примеры возможных исходов	
		А	В
ГСВД	1. Мост ЗС	1	1
	2. Автострада СЦ	1	1
	3. Метро	1	1
ЖВГ	4. Мост ЗС	1	1
	5. Автострада СЦ	1	0
	6. Метро	1	1
ССП	7. Беспорядки	0	0
	8. Мост ЗС	0	0
	9. Автострада СЦ	0	0
	10. Метро	1	1
	11. Судебная тяжба	1	0

Игроки и выборы, которые используются в анализе, показаны в табл. 3.5, в которой проиллюстрированы также два возможных исхода. В табл. 3.5 (и в табл. 3.6—3.8) 1 означает уже сделанный положительный выбор или давление в его пользу;

0 — либо отрицательное отношение к данному выбору, либо давление против него. Столбец из нулей и единиц означает предпочтения, полученные в результате анализа, причем 0 или 1 приписаны каждому выбору каждой стороны. Исход можно сделать множеством возможных исходов, если одному или нескольким выборам было приписано значение, обозначенное через «—» (этот символ означает, что выбор может быть и не сделан). Например, во множестве всех ситуаций, в которых ГСВД выступает за строительство моста и против строительства метро, а ЖВГ — за строительство моста, остальные выборы обозначены через «—». Существует  $2^{11}$ \* возможных исходов, каждый из которых представляет собой лишь логическую возможность, подлежащую рассмотрению независимо от предпочтений, указанных ранее. Игроку можно посоветовать изменить его оценку некоторого выбора, если будет установлено, что, действуя таким образом, он сможет вступить в союз с другим игроком и выиграть что-то при помощи компромиссного исхода (вместо того, чтобы проиграть, настаивая на всех своих оценках выборов).

Заметим, что хотя сторона может не иметь всех предпочтительных альтернатив, взятых из табл. 3.1 для приписывания значений всем выборам в рассматриваемом исходе, тем не менее, она может предпочитать один исход другому, согласно имеющейся инструкции о предпочтительных альтернативах среди комбинаций выборов (см. разд. «Выво-

---

\* Не следует пугаться большого количества возможных способов заполнения столбцов. Все варианты надо разбить на несколько (от 5 до 9) групп векторов. Исследование показало, что люди способны воспринимать только от 5 до 9 бит информации.

ды из анализа», где этот вопрос будет обсуждаться).

Таким образом, исход  $B$  в табл. 3.6 является одним из исходов, в которых ГСВД выступает за строительство моста, автострადы и метро. ЖВГ и ССП — за метро и против автострადы, но ЖВГ готов пойти на соглашение с ГСВД в вопросе строительства моста. Нет ни беспорядков, ни судебных процессов.

Отметим, что каждая возможная колонка из единиц и нулей представляет собой размежевание игроков, которое, как мы будем считать далее, приводит к выполнению определенных строительных проектов, возможно, сопровождаемых беспорядками (или) судебным процессом. Конкретно, мы примем «правило»: проект может быть выполнен только, если за него выступает ГСВД и по крайней мере еще один игрок. Так, например, исход  $A$  будет означать строительство «мост — автострада — метро» и судебную тяжбу с ССП.

Вначале при анализе проблемы мы будем исследовать стабильность исхода  $p$ , предлагаемого в качестве решения проблемы. Мы называем такой исход в целях анализа статус-кво, или начальной позицией. Используя имеющуюся в распоряжении информацию о каждом игроке, мы спрашиваем, предпочитает ли этот игрок другой исход  $r$  исходу  $p$  и при заданных выборах других игроков способен ли он перейти от  $p$  к  $r$ , изменив свою оценку некоторых выборов. Затем нам надо определить, может ли игрок отказаться от перехода к исходу  $r$  из страха перед санкциями, которые могут применить к нему другие игроки, изменив свои оценки выборов, так что игрок не будет больше предпочитать исход  $r$  исходу  $p$ . Что касается реакции со стороны других игроков, которую мы назы-

наем санкцией, должно быть верно, что если реакция имела место, то игрок не сможет, как бы он не менял оценки своих выборов, возвратиться в позицию  $p$ , т. е. начальную позицию. Однако при условии, что санкция возможна, мы не можем сказать, что игрок действительно будет бояться ее. Он будет бояться только в том случае, если санкция «вероятна», т. е. если он верит, что будет иметь неприятности, если он предпримет ожидаемое действие. Если каждый игрок и каждая коалиция игроков или не может перейти в более предпочтительную позицию, или боится реакции других игроков, исход стабилен. В противном случае исход нестабилен и не может служить компромиссом.

Изложенная выше процедура проиллюстрирована в табл. 3.6—3.8, в которых показаны сделанные конкретно предположения. Первый исход, который анализировался на стабильность, был начальным состоянием, принятым в качестве статус-кво — отсутствие какого-либо строительства из-за вето ГСВД на строительство метро и противодействия остальных сторон строительству автострад. В табл. 3.6, в разд. *A—E* анализируется стабильность этого исхода с точки зрения каждого игрока и двух коалиций игроков. Оказалось, что исходное тупиковое состояние весьма стабильно, что делает его опасной «ловушкой», в которую игроки могут попасть из-за недостатка аргументов.

В табл. 3.6 разд. *A—C* ясно показывают, что ни один игрок не в состоянии самостоятельно улучшить существующую ситуацию. Как мы уже говорили, правило заключается в том, что для реализации любого проекта необходима поддержка ГСВД и еще по крайней мере одного игрока. Так, в разд. *A*, например, показано, что состояние стабильно по отношению к любым односторонним дей-

## Стабильность исходного состояния\*

Игроки и их выборы	А ГСВД			В ЖВГ			С ССП			D ГСВД—ЖВГ коалиция			E ГСВД—ССП коалиция		
	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно
ГСВД:															
ЗС		1	—(1)		1	1		1	1	1	1	—	0	1	—
СП		1	—(1)		1	1		1	1	0	1	—	1	1	—
Метро		0	—(0)		0	0		0	0	1	0	—	1	0	—
ЖВГ:															
ЗС		0	0		0	—(0)		0	0	1	0	—	—	0	—
СП		0	0		0	—(0)		0	0	0	0	—	—	0	—
Метро		1	1		1	—(1)		1	1	1	1	—	—	1	—
Беспорядки		0	0		0	—(0)		0	0	0	0	—	0	0	1
ССП:															
ЗС:		0	0		0	0		0	—(0)	—	0	—	0	0	—
СП		0	0		0	0		0	—(0)	—	1	—	1	0	—
Метро		1	1		1	1		1	—(1)	—	1	—	1	1	—
Суд		0	0		0	0		0	—(0)	0	0	1	0	0	—
										↑		↑	↑		↑

\* В разд. А предпочтения ГСВД показывают, что эта сторона не может найти одностороннего выхода из существующего тупика. ЖВГ (в разд. В) и ССП (в разд. С) тоже не могут найти одностороннего выхода из существующего тупика. В разд. D предпочтительные исходы коалиции ГСВД—ЖВГ показывают возможное улучшение для обоих игроков—ЖВГ соглашается со строительством моста в обмен на строительство метро. Разд. E иллюстрирует как альтернативу к разд. D, что коалиция ГСВД--ЖВГ также даст улучшения для обеих сторон—соглашение в вопросе строительства метро и автострад. Препятствием к этому соглашению служит угроза беспорядков со стороны ЖВГ.

ствиям ГСВД, потому что правый столбец показывает, что любое действие ГСВД при условии фиксированных действий других сторон не предпочтительно в данном состоянии. Для проверки предположения о том, что исход не предпочтителен, попытаемся заполнить места, где проставлен знак «—», наилучшими возможными значениями (нулями или единицами) для рассматриваемых игроков. Эти значения показаны в скобках рядом со знаками «—». Столбцы *B* и *C* показывают, что состояние стабильно для других игроков. Таким образом, нам не надо просматривать все другие возможные ( $2^4 - 1$ ) исходы в столбцах предпочтительных и неpreferируемых выборов, чтобы решить вопрос о стабильности данного состояния.

Предпочтения коалиции определяются в соответствии с правилом, согласно которому для коалиции существующее состояние предпочтительно, если все члены коалиции предпочитают его, и оно не предпочтительно, если хотя бы один член коалиции его не предпочитает. Столбцы *D* и *E* табл. 3.7 показывают два возможных пути выхода из тупика: коалиция ГСВД либо с ЖВГ, либо с ССП.

В этой и в следующих таблицах стрелка, направленная влево, показывает направление выхода из существующего состояния для указанной стороны. Иногда за ней следует стрелка, направленная вправо, которая указывает на возможные санкции со стороны оппонентов, что может привести к исходу, не предпочтительному по сравнению со статус-кво для указанной стороны. В разд. *D* отметим, что левый столбец — предпочтительный исход или «улучшение» для ГСВД и ЖВГ — может быть получен совместными действиями ГСВД и ЖВГ в предположении неизменности выборов ССП. ЖВГ поддерживает строительство моста, а ГСВД

прекращает поддерживать строительство автострад и выступает за строительство метро. В разд. Е коалиция ГСВД—ССП достигает улучшения за счет того, что ГСВД прекращает оказывать поддержку строительству моста и выступает за строительство моста, а ССП поддерживают строительство автострад. Однако в каждом случае следует опасаться реакции со стороны исключенных игроков. Против коалиции ГСВД—ЖВГ ССП может начать судебный процесс — это угроза для ГСВД. ЖВГ может устроить беспорядки против коалиции ГСВД—ССП.

Коалиция ЖВГ—ССП, хотя эти игроки имеют много общих интересов, ничего не может достичь без поддержки ГСВД из-за «правила», что для любого проекта требуется поддержка ГСВД. Наконец, коалиция всех трех игроков не может привести к улучшению из-за того, что ЖВГ предпочитает тупик любому исходу, связанному со строительством автострад (ССП — любому исходу, связанному со строительством моста), и из-за того, что строительство только метро, хотя это подходит всем игрокам, не является предпочтительным исходом для ГСВД.

Чтобы глубже оценить два возможных компромисса, приводящих к выходу из тупика, будем непосредственно исследовать их стабильность.

В табл. 3.7, разд. А—С, мы рассматриваем соглашение между ГСВД и ЖВГ с точки зрения каждого из трех игроков и находим, что оно стабильно для ГСВД и ЖВГ. ССП может предпочесть судебный процесс (разд. С), но это можно предотвратить с помощью угрозы затянуть строительство метро. Если эта угроза реальна, то она может быть достаточным фактором. Наконец, ни одна коалиция не может найти исхода, дающего

Таблица 3.7

## Стабильность коалиций ГСВД—ЖВГ и ГСВД—ССП\*

Игроки и их выборы	Коалиция ГСВД—ЖВГ						Коалиция ГСВД—ССП								
	А ГСВД			В ЖВГ			С ССП			D ССП			E ГСВД и ЖВГ		
	предпо- читательно	статус-кво	не предпо- читательно	предпо- читательно	статус-кво	не предпо- читательно	предпо- читательно	статус-кво	не предпо- читательно	предпо- читательно	статус-кво	не предпо- читательно	предпо- читательно	статус-кво	не предпо- читательно
ГСВД: ЗС		1	—(1)		1	1	1	1	—1	0	0	—1	1	0	—
СЦ		0	—(1)		1	0	0	1	—1	1	1	—1	1	1	—
Метро		1	—(0)		1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	—
ЖВГ: ЗС		1	1		1	—(0)	1	1	—1	0	0	—1	1	0	—
СЦ		0	0		0	—(0)	0	0	—1	0	0	—	1	0	—
Метро		1	1		1	—(1)	1	1	—	1	1	—	1	1	—
Беспорядки		0	0		0	—(0)	0	0	—	0	0	—	0	0	—
ССП: ЗС		0	0		0	0	0	0	—	0	0	—	—	0	—
СЦ		0	0		0	0	0	0	—	0	1	—	—	1	—
Метро		1	1		1	1	1	1	—	1	1	—	—	1	—
Суд		0	0		0	0	1	0	—	0	0	—	0	0	1
							↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

\* Разд. А иллюстрирует стабильность варианта мост—метро для ГСВД в предположении, что строительство метро приемлемо для ГСВД при условии строительства моста. Раздел В иллюстрирует стабильность варианта мост—метро для ЖВГ в предположении, что строительство моста приемлемо для ЖВГ при условии строительства метро. В разделе С, чтобы воспрепятствовать соглашению мост—метро ССП могут пойти на судебный процесс, но ГСВД, в свою очередь, может угрожать тем, что будет препятствовать строительству метро. Возможная угроза со стороны ГСВД строить мост и автостраду, но не метро предполагает одобрение строительства автострады со стороны ЖВГ и поэтому маловероятна. Разд. D иллюстрирует выигрыш ССП и санкции против ССП в случае коалиции между ГСВД и ССП на основе соглашения „метро—автострада“. Раздел E показывает, что для того, чтобы удержать коалицию ГСВД—ЖВГ от выступления против соглашения ГСВД—ССП, угроза судебного процесса со стороны ССП должна быть реальной для ГСВД.



общее улучшение, так что этот исход является стабильным против коалиции игроков.

Теперь исследуем стабильность коалиции ГСВД—ССП на основе соглашения «мост — автострада». В табл. 3.7 в разд. *D* показаны две угрозы, которые могут удержать ССП от нарушения соглашения с ГСВД и блокирования строительства автострады. Во-первых, ГСВД может отказать в поддержке проекту строительства метро. Во-вторых, это угроза строительства моста, которая весьма реальна, так как нарушение соглашения ССП легко может привести к коалиции ГСВД—ЖВГ, которая подразумевает строительство моста.

Соглашение метро — автострада также кажется стабильным отдельно для ГСВД и ЖВГ. Однако оно менее стабильно по отношению к коалиции ГСВД—ЖВГ, которая, как показано в разд. *E*, может перейти к более предпочтительному исходу путем соглашения «мост — метро», которое мы обсуждали выше. Этому препятствует угроза судебного процесса со стороны ССП, что, возможно, может запугать ГСВД.

В разд. *A* и *B* табл. 3.8 мы исследуем стабильность решения, в котором ГСВД добивается строительства одновременно и моста, и автострады, обязательно в кооперации с ЖВГ и ССП соответственно. В предположении, что и ЖВГ, и ССП предпочтут отсутствие какого-либо строительства, т. е. существующее положение, полному соглашению «мост — метро — автострада», показано, что этот вариант совершенно нестабилен по отношению к коалиции ЖВГ—ССП. В разд. *A* показано, что статус-кво достигается соглашением с ЖВГ, в разд. *B*, как статус-кво достигается путем сделки с ССП. Отметим, что в обеих таблицах знак «—» в колонке предпочтительных исходов означает, что

невозможна никакая угроза со стороны ГСВД, которая заставила бы коалицию ЖВГ—ССП отказаться от указанного улучшения.

Наконец, в разд. С табл. 3.8 анализируется стабильность решения — только строительство метро. Оно оказывается нестабильным по отношению

Таблица 3.8

*Нестабильность трех дополнительных решений\**

Игроки и их выборы	А коалиция ЖВГ—ССП			В коалиция ЖВГ—ССП			С ГСВД		
	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно	Предпочтительно	Статус-кво	Не предпочтительно
ГСВД:									
ЗС	—	1		—	1		—	0	—
СЦ	—	1		—	1		—	0	—
Метро	—	1		—	1		00	1	—
ЖВГ:									
ЗС	0	1		0	0		—0	0	—
СЦ	0	1		0	0		—0	0	—
Метро	1	1		1	1		—1	1	—
Беспорядки	0	0		0	0		00	0	1
ССП:									
ЗС	0	0		0	1		—0	0	—
СЦ	0	0		0	1		—0	0	—
Метро	1	1		1	1		—0	0	—
Суд	—	0		—	0		—0	0	—
	↑			↑			↑		↑

\* В разд. А иллюстрируется нестабильность полного списка проектов по отношению к коалиции ЖВГ—ССП, если ЖВГ одобряет полный список, а в разд. В—нестабильность этого списка, если ССП одобряет список. В разд. С если планируется только строительство метро, ГСВД накладывает вето, если не опасается беспорядков со стороны ЖВГ.

к ГСВД, который предпочитает не строить метро, если больше ничего не предполагается строить. Единственная санкция (беспорядки со стороны ЖВГ) в ответ на отказ ГСВД от строительства метро кажется невероятной.

*в. Выводы из анализа.* Описанная выше ситуация представляет собой тот тип игрового равновесия, который особенно опасен и разрушителен. Это так называемая «конфликтная точка», в которой игрок умышленно действует против интересов других игроков, чтобы заставить их принять компромиссное решение, предпочтительное для него. Примером может служить тупик в переговорах продавца и покупателя или продолжение войны, которое обе стороны могут предпочесть переговорам. В данном случае ГСВД не будет разрешать строить метро, главным образом из-за того, что этого желают другие стороны. В то же время другие, если не могут получить метро, не будут соглашаться на строительство автострад, которого желают правительственные служащие. Исторически каждая сторона стремится заблокировать предложения другой стороны из опасения, что с постройкой метро окажется, что некоторые автострады не нужны (например, мост ЗС) или наоборот.

Возможны различные компромиссы. Первая задача состоит в том, что если вырабатывается компромисс с ГСВД, то два игрока ЖВГ и ССП находятся в конфликте по вопросу о том, каким должен быть компромисс. Оказалось, что наиболее стабильным компромиссом должно быть соглашение «мост — метро» (без автострады), но этот компромисс поддерживает ЖВГ, но не ССП.

На основании информации о предпочтениях участников это решение, вероятно, будет принято в результате коалиции между ГСВД и ЖВГ.

Угрозой для этой коалиции будет возможность судебного процесса против строительства моста ЗС со стороны ССП (исключенная сторона). Это может больше повлиять на ГСВД (который может оказаться без моста, если ССП выиграет процесс), чем на ЖВГ (который не потеряет метро). Таким образом, угроза может разрушить коалицию. Тем не менее, это решение кажется наиболее стабильным из всех возможных компромиссов.

Однако возможен и другой вариант, который заключается в том, что образуется коалиция ЖВГ—ССП с целью добиться компромисса, предпочтительного для ССП. ССП соглашаются на строительство автостреды в обмен на строительство метро. Это выгоднее для ССП (но не для ЖВГ), чем соглашение «мост — метро», действительно, ЖВГ вообще предпочли бы отсутствие строительства (существующий тупик). Таким образом, это решение является непредпочтительным для всех трех игроков по сравнению с существующим положением — только для ГСВД и ССП. Угрозой против этого решения могут быть беспорядки (бунты и т. д.) и отказ продавать землю, необходимую для строительства автостред, со стороны ЖВГ. В любом случае ГСВД предпочтет успешную коалицию с ЖВГ (предполагающую соглашение мост — метро) соглашению «мост — автострада», главным образом, из-за того, что мост стал символом происходящей в национальном масштабе борьбы между сторонниками и противниками строительства автостред.

Может сложиться впечатление, что конфликт происходит между ССП (белые относящиеся к среднему классу) и ЖВГ (бедные и главным образом черные), которые стараются заключить выгодные для себя соглашения с ГСВД. В дейст-

вительности это не так. ЖВГ и ССП участвуют в конфликте только потому, что ГСВД настаивает на «плате» за строительство метро, а игроки, ЖВГ и ССП, хотя они поддерживают строительство метро, расходятся во мнениях относительно «платы». Главное разногласие в предпочтениях, оказывается, состоит между ГСВД, с одной стороны (настаивает на строительстве автострад), и ЖВГ и ССП (главным образом выступают против автострад и за метро), с другой. Это выясняется, если посмотреть на наилучший компромисс для ГСВД (мост ЗС — автострада СЦ — метро). Это решение нестабильно по отношению к коалиции ЖВГ — ССП, которая предпочитает отсутствие какого-либо строительства такому варианту, и может (мы предполагаем) воспрепятствовать его осуществлению. Это снова выясняется, если мы обратим внимание на то, что строительство только метро наиболее предпочтительно и для ЖВГ, и для ССП. Чтобы добиться этого, однако, они должны заставить ГСВД отказаться от вето на строительство метро — действие, несомненно, наиболее предпочтительное для ГСВД, чем строительство только метро. ГСВД можно запугать угрозой беспорядков со стороны жителей внутреннего города, но маловероятно, что беспорядки начнутся только из-за отказа строить метро.

В результате, чтобы выйти из нынешнего тупика, надо «купить» одного из двух игроков, ЖВГ или ССП, т. е. они должны принять проект, который предполагает постройку некоторых автострад, а платой за это будет постройка метро. В действительности, при любом компромиссе требуется: 1) метро, 2) «подкупленный» игрок (ЖВГ или ССП) должен предпочитать компромиссный проект отсутствию строительства (т. е. нынешнему тупи-

ку); и 3) если «подкуплен» игрок ССП, то проект не должен приводить к беспорядкам со стороны ЖВГ.

Из всех исследованных компромиссов соглашение мост — метро кажется наиболее стабильным и приемлемым. Кроме того, это единственный компромисс, который все три стороны предпочитают существующему тупику, хотя это может оказаться не так, если ССП перейдет в оппозицию и начнет судебный процесс.

*г. Заключение.* Недавно нами был получен отчет Конгресса, в котором анализируется состояние проекта через два года после анализа 1969 г. Тупик оказался настолько стабильным, что попытки выйти из него привели к сложным проблемам: город не соглашался с планами постройки автострад; жители внутреннего города отказывались продавать дома и уезжать.

Работы по строительству опор моста ЗС (выполнявшиеся в соответствии с актом Конгресса от 1968 г.), на которые был заключен контракт стоимостью 1 млн. дол., были приостановлены в августе 1970 г. по решению судьи. Основанием для этого послужило то обстоятельство, что осуществлявшийся проект так отличался от проекта, обсуждавшегося в 1964 г., что общественность должна была получить возможность высказать свою точку зрения об этом новом проекте.

Напомним, что городские власти исключили мост и другие спорные участки из генерального плана в конце 1968 г. Это привело к отказу финансировать строительство метро до тех пор, пока город не построит дороги, заказанные конгрессом. Однако выемка грунта под станции и тоннели уже была начата и места выемки грунта усеивали к тому времени весь округ.

Задержка со строительством моста придала силы сторонникам постройки автострад в конгрессе и они заблокировали ассигнования на продолжение строительства метро. Стоимость этой «сбалансированной транспортной системы» протяженностью 98 миль, состоящей по первоначальному плану из автострад, метро и моста, составлявшая в 1955 г. 2,5 млрд. дол., недавно подскочила до 2,9 млрд. дол., а вашингтонские газеты недавно сообщили, что полная стоимость проекта оценивается в 4 млрд. дол., если он будет завершен к 1980 г. Один из конгрессменов указал, что это самый дорогой проект общественных работ в истории США и во всем мире — превышающий расходы на постройку высотной Ассуанской плотины, любой отдельный проект общественных работ, проект НАСА или проект Манхаттен во время второй мировой войны (уже выполнено 82 исследования проектов транспортных систем в округе общей стоимостью 20 млн. дол.) Администрация, включая президента США, прилагала большие усилия к тому, чтобы транспортная система была как можно более полной, переходя из дипломатии по отношению к конгрессу и городской администрации к борьбе против остановки строительства моста Трех Сестер. Ситуация все еще не меняется\* — состоялось возвращение к первоначально существовавшему тупику.

*д. Общие замечания.* Наш анализ показывает, что при условии равной вероятности санкций со стороны каждого участника конфликта и готовности каждого перенести эти санкции, имеются серьезные основания для возникновения конфликтной ситуации, которая, ведет, по-видимому, к тупику.

---

\* Данный раздел был прислан автором в 1975 г. специально для советского издания. — *Прим. ред.*

Мы, вероятно, должны бороться не за немедленное соглашение относительно всего проекта, а за «последовательное» соглашение, которое удовлетворяет двух участников конфликта путем строительства метро и не задевает ГСВД. Однако, признавая, что это несколько ослабит позицию ГСВД в переговорах, он обяжет другие стороны реалистично пересмотреть свои предпочтения в свете интересов ГСВД на следующем шаге в последовательности соглашений.

Итак, хотя сделанные нами выводы, касающиеся этой проблемы, могут показаться очевидными, в действительности анализ прояснил взаимоотношения между сторонами и приемлемость некоторых возможных компромиссов в таком виде, который был не очевиден для большинства.

Кроме того, если бы такой анализ был проведен на ранней стадии конфликта до того, как длительные дебаты так обострили вопрос, он мог бы помочь сторонам достичь компромисса прежде, чем ситуация зашла в такое затруднительное состояние.

Метод анализа выборов недавно был использован как основа для логически строгого обсуждения того, какие стабильные исходы существуют в нынешнем политическом кризисе. После того, как участники знакомились с процедурой, они представляли свои предпочтения и получали возможность делать выводы, которые, чувствовалось, они, вероятно, не сделали бы, если бы проблема не изучалась с помощью такого широкого и строгого подхода. Тот факт, что данный метод не использует количественные значения «платежей», делает его очень удобным средством для переноса некоторых полезных математических идей из теории игр на некоторые сложные реальные проблемы. Дан-



ный подход был использован приблизительно в десяти различных приложениях при изменяющихся обстоятельствах (причем состав участников менялся от советников до лиц, принимающих решения) и при этом ни разу не поступали жалобы на искажение реальности. Тем не менее, еще должна быть проделана большая работа, направленная на облегчение использования модели применительно к разнообразным типичным проблемам для всех заинтересованных лиц.

### **3.8. Замечания об играх, спортивных состязаниях и спортивном духе**

Различия между людьми в методах ведения переговоров можно объяснить стереотипами мышления, воспитанными играми или спортивными состязаниями. Эти стереотипы часто базируются на играх с нулевой суммой, а применяются при ведении переговоров в условиях неполной информации (игры с ненулевой суммой).

Игры, в которые играют жители страны, начиная с самого раннего возраста, определяют примитивные стереотипы поведения взрослых людей этой страны в условиях соревнования. Обратно, традиции культуры и морали могут определять выбор того или иного вида спортивных состязаний или игр, дающих выход энергии. В странах, где игры (в частности, спортивные) находятся в большом почете, развивается отношение к жизни, как к соревнованию. Такие страны рассматривают свои взаимоотношения с соседями как соревнование и обычно с симпатией относятся к тем, кто стремится дать им возможность проявить свой спортивный дух, и стараются сотрудничать с ними. Такое отношение необходимо отличать от агрессивности. На-

род, который не делает различия между соревнованием и агрессией, может их путать. В этом случае повышенная склонность к соревнованиям со стороны другого народа может быть истолкована как агрессия.

Люди анализируют игровые и спортивные ситуации более рационально и с большей объективностью, чем конфликты, в которые они вовлечены. Это происходит главным образом из-за того, что игра имеет традиционную форму, которая не кажется нам странной. Некоторые люди злятся, сердятся и ведут себя неспортивно в играх и спортивных состязаниях потому, что не умеют правильно оценить возможности противника.

Некоторые спортивные игры (например, футбол и американский футбол) решаются небольшим числом очков, другие (например, баскетбол) решаются большим числом очков. Бридж представляет собой дискретную игру, в которой каждый игрок должен рассчитывать ограниченное число вариантов. Он может принять решение гораздо быстрее, чем шахматист, который имеет перед собой значительно больше вариантов. Множество вариантов в этом случае можно считать бесконечным. В большинстве игр ставится цель добиться победы, а усилия проигравшего обычно не оцениваются. В некоторых играх очки подсчитываются на протяжении сезона, при этом выше всего оцениваются те игроки, которые ровнее всех пройдут сезон, а не те, кто хорошо пройдет маленькие отрезки.

Шахматы — это стратегическая игра, в которой надо выбирать план, уметь менять тактику, проявлять гибкость и умение чем-то пожертвовать, чтобы потом выиграть; триктрак — это пример игры, в которой противник блокирован, пока игрок совершает ходы. В этой игре нет таких широких возможнос-

гей для соревнования умов, но есть свои тонкости, например, когда игрок делает выбор блокировать ли соперника или идти вперед. По популярности триктрак превосходит большинство других игр в некоторых странах, особенно на Среднем Востоке. Го — игра китайского происхождения, она распространена и в Японии. В этой игре территорию отвоевывают при помощи стратегии окружения и блокирования.

Что можно сказать о влиянии игр на взаимоотношения в международных делах?

1. Люди стремятся интерпретировать конфликтные ситуации как игры с нулевой суммой (то что выигрывает одна сторона, проигрывает другая), хотя это не всегда так. Большинство соревнований являются играми с нулевой суммой. Народ, который понимает все игры как игры с нулевой суммой, может выработать в себе такое отношение к переговорам, которые редко представляют собой игры с нулевой суммой, что вести их будет очень трудно.

2. Этот соревновательный подход «победа или поражение» вызывает у людей эмоции типа «все или ничего». Игры — это всего лишь примитивное представление жизненных ситуаций.

3. Спортивный дух воспитывает в какой-то степени полезный альтруизм и желание дать шанс сопернику. Некоторые игры учат духу сотрудничества и ставят игроков в условия, в которых от них требуется гибкость. Футбол — это пример игры, которая является кооперативной внутри команды и соревновательной между командами.

### ПЕРЕГОВОРЫ, АНАЛИЗ СООТНОШЕНИЯ СИЛ, НЕПОЛНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

#### 4.1. Введение. Некоторые замечания о ведении переговоров

В одних случаях конфликты возникают в результате преднамеренных действий, в других — в результате стечения обстоятельств. Вообще говоря, решение проблемы, породившей напряженность, не может быть достигнуто без компромиссов. Чтобы добиться компромисса, стороны, участвующие в конфликте, должны проявлять готовность вести переговоры, в ходе которых могут быть улажены разногласия. Затем принимается решение, основанное на результатах переговоров, и одновременно согласовываются способы контроля выполнения соглашения. Это естественное развитие событий при столкновении интересов нескольких сторон. Достигнутое соглашение может не быть оптимальным, и положение может как улучшиться, так и ухудшиться по сравнению с существующим.

Один из методов, используемых в настоящее время, состоит в том, чтобы обеспечить себе достаточно сильную позицию, которая заставит противника пойти на переговоры, поскольку он убедится в бесполезности дальнейшей борьбы. Сила призвана также обеспечивать выполнение соглашения противником.

Другой подход к решению конфликта состоит в переходе к решительным действиям. Этот подход используется, главным образом, потому, что участники конфликта не могут предвидеть последствий. Каждая сторона, делая ставку на военное решение

конфликта, надеется на свои возможности и благоприятное стечение обстоятельств для себя и на неблагоприятное стечение обстоятельств для противника. Клаузевиц утверждал: «Война — это продолжение дипломатии другими средствами».

Чтобы вступить в переговоры, требуется склонность к использованию этого способа улаживания противоречий и способность видеть проблему с точки зрения оппонента. Интересный пример такой способности можно увидеть при анализе трудовых конфликтов. Конфликт может развиваться под действием внутренних или внешних причин (например, рост стоимости жизни). Возникли тщательно отработанные методы улаживания конфликтов, включающие в себя и угрозы нанести ущерб, но ответственные лидеры с обеих сторон должны считаться с наличием желания продолжать конструктивный обмен мнениями.

Надо отметить, что в политике немногого можно добиться при помощи науки без активной поддержки лиц, ведущих переговоры, которые знакомы со стратегиями и сознают, что проблемы, на которые смотрят с разных точек зрения, не могут быть решены без уступок с обеих сторон. В этих пределах мы можем сформулировать различие между дипломатом и политиком. Первый тщательно изучает цели и методы достижения этих целей, принятые его страной, и пытается представить их в хорошем виде другим странам, чтобы облегчить двум сторонам возможность решения проблем, представляющих взаимный интерес. Он должен уметь показать, что цели его страны не так уж расходятся с целями другой страны. Он должен уметь различать и временные цели своей страны и страны, в которой он работает. По таким коренным вопросам, как национальная целостность, экономи-

ческая безопасность, нельзя идти на большие уступки независимо от того, какое правительство в данный момент находится у власти. Принятие решения по этим вопросам зависит от национального характера и положения данной страны в мире. К временным целям можно отнести заключение договоров с отдельными странами или группами стран.

Политик способен понимать цели групп людей, которых он представляет. Он представляет и отстаивает их интересы в той мере, в какой он на это способен (или в той мере, в какой это не противоречит национальным интересам). Политик становится дипломатом, если он умеет разрешать противоречивые интересы.

И политики, и дипломаты должны быть хорошо информированы и обладать искусством ведения переговоров, иначе они окажутся в неблагоприятном положении по сравнению со своими соперниками, которые также стремятся добиться как можно больших уступок в сложившейся обстановке. Один из подходов состоит в том, чтобы убедить другую сторону во взаимной выгоде соглашения.

Политик не связан определенными рамками стратегии, проводимой страной, и поэтому он свободнее (если учитывать его желание добиться переизбрания) может представлять свою группу, в то время как дипломат должен все время помнить об общей политике страны. Основная задача дипломата состоит в том, чтобы интерпретировать общую политику и отдельные акции правительств других стран, чтобы проводить политику своей страны наиболее эффективно. Политик же стремится сформировать общую политику страны, руководствуясь ее внутренними интересами. Эти две задачи дополняют друг друга.

Артур Дин в своей книге [17] делает несколько интересных замечаний об искусстве ведения переговоров. Например, он отмечает, что дипломаты некоторых стран твердо убеждены во враждебном отношении к ним других стран. Некоторые дипломаты, не привыкшие к односторонним уступкам, проявляют подозрительность в отношении мотивов и причин, побудивших другую сторону пойти на такой шаг. Некоторые склонны делать вывод, что готовность идти на уступки говорит о слабости. Иногда дипломаты некоторых стран проявляли желание заключить соглашение при условии снятия спорной части проблемы в данный момент с повестки дня, но потом они начинали утверждать, что согласие противника временно отложить обсуждение проблемы равнозначно полному отказу от ее серьезного рассмотрения.

Неофициальные частные контакты между участниками переговоров облегчают обмен мнениями и дают им возможность точнее проинформировать друг друга о позициях своих правительств и указать в общих выражениях, в каком направлении надо искать путь к успешному решению проблемы.

Дипломат не должен испытывать во время переговоров недостатка во времени, чтобы он не был вынужден идти на уступки для быстреего достижения соглашения.

Широко распространено мнение, что при помощи блефа можно чего-то добиться в дипломатии. Однако при этом существует опасность подорвать свой престиж и потерять доверие, если противник примет вызов. В дипломатии, как указывает Дин, требуется терпение, упорство, хладнокровие, здравый смысл, невосприимчивость к оскорблениям, находчивость и способность не падать духом. Ди-

пломат должен тщательно продумывать аргументы противоположной стороны и, кроме того, должен быть бдительным, чтобы не пострадали основные интересы его государства.

Процесс ведения переговоров состоит из нескольких этапов. Он начинается с исследования национальной политики по вопросу, являющемуся предметом переговоров и включает оценку возможных позиций других сторон (это должно быть сделано до того, как формулируется позиция данной страны), формулировку собственной позиции, оценку возможных исходов (их можно расположить по желательности, по достижимости, по возможности их практического осуществления, по степени добрых намерений, и по непримиримости), выбор начальной стратегии, сопоставление позиций и заключение соглашения [31].

Мы уже отмечали в гл. 3, говоря о максимизации выигрышей одного игрока, что чем обширнее множество возможных решений, тем больше максимальное значение его выигрыша (оно может и сохранить свое значение). В теории игр это не всегда так. Ограничивая множество стратегий, допустимых для некоторого игрока, можно добиться для него более благоприятного решения. Приведем несколько замечаний по вопросу о ведении переговоров, сделанным Т. Шеллингом [59]:

1. Способность заставить противника принять Ваши условия определяется способностью взять на себя обязательства и убедить другую сторону, что Вы не имеете права изменять их.

2. Занимаемая Вами позиция должна казаться правдоподобной. Например, человек стучит в дверь и угрожает покончить с собой, если Вы не дадите ему 10 дол. Более вероятно, что он получит их, если его глаза при этом будут налиты кровью.



3. Угроза взаимного уничтожения может действовать только на интеллигентного противника.

4. Весьма полезна способность обмануть партнера по переговорам, убедив его, что сделанное предложение — это максимум. Обман может быть прямым искажением фактов или тактическим маневром, чтобы заставить противника поверить в нечто такое, что Вы не обязательно собираетесь отстаивать.

5. Сторона, не имеющая возможности получать от своего правительства инструкции о ведении переговоров, может получить преимущество, так как бесполезно угрожать ей применением силы.

6. Необходимое качество участника переговоров — это способность убедительно сообщить о силе обязательств. С этой целью полезно проинструктировать представителя на переговорах, что невозможны никакие изменения. Тогда он будет тверже стоять на своих позициях. Но так могут поступить обе стороны. Однако, если позиции сторон не совпадают, в этом случае переговоры могут зайти в тупик.

7. Бóльшая организация, ради сохранения престижа и доверия, должна выполнять свои угрозы или побуждать другую сторону к переговорам.

8. Для поддержания кооперации существенное значение могут иметь санкции.

9. При шантаже требуется способность выполнять принятые обязательства и умение сообщать о непреклонном намерении выполнять их.

Стороны, участвующие в переговорах, часто используют сложившееся положение или небольшую модификацию существующего положения, в котором они сохраняют примерно те же позиции, в качестве критерия при анализе соотношения сил. Ниже будет изложена математическая модель, на основа-

нии которой предполагается определить и проанализировать понятие соотношения сил, которое играет весьма значительную роль в переговорах.

## **4.2. Анализ соотношения сил**

При переговорах с изменяющимися угрозами фаза обмена угрозами представляет собой соревнование. Мы будем использовать теорию игр с нулевой суммой, чтобы определять, какие угрозы являются рациональными. Таким образом, анализ соотношения сил определяет величину уступок, которые одна сторона может добиться от другой. Чтобы развить эти идеи, дальше предлагается следующее дополнительное объяснение важности понятия соотношения сил [27].

Часто утверждают, что предложения по разоружению и контролю над вооружением имеют мало шансов на успех при наличии двух соперничающих государств или групп государств, если только они не направлены на сохранение относительного равновесия сил между двумя сторонами, так как ни одна из сторон не согласится добровольно на предложения, которые могут изменить сложившееся соотношение сил не в ее пользу.

Поэтому необходимо: 1) дать точное теоретическое определение понятию «сложившееся соотношение сил» и 2) изучить политический подтекст этого определения.

Конечно, всякое определение, каким бы корректным оно ни было на абстрактно-теоретическом уровне, не может совершенно точно отражать то, с чем мы сталкиваемся в реальном мире, из-за отсутствия полной информации об исследуемых величинах и несовершенства самой теоретической модели. Однако, несмотря на это, с помощью тако-

го определения человек, занимающийся политикой, сможет делать полезные количественные оценки.

В теории игр существует вполне подходящая аналитическая модель для формулировки вышеупомянутого определения. Речь идет о теории кооперативных игр двух лиц, развитой Нэшем [356].

Используя теорию Нэша, мы приходим к следующему определению. Пусть  $v_i$  означает расходы на оборону в мирное время для страны  $i$  ( $i=1, 2$ ). Пусть  $w_i$  означает полные расходы на военные нужды в случае возникновения войны. Пусть  $a_i$  — полные экономические и неэкономические (например, человеческие жизни и страдания) потери страны  $i$  в случае войны. Предположим, все эти величины измерены в каких-то единицах (в деньгах можно приблизительно выразить чисто экономические потери). Тогда потери каждой страны в случае войны ( $a_i$ ) будут возрастающей функцией расходов на военные нужды другой стороны  $v_j$  и  $w_j$  и убывающей функцией собственных расходов на военные нужды  $v_i$  и  $w_i$ . Итак,

$$a_i = A_i(v_i, w_i; v_j, w_j), \quad i, j=1, 2, j \neq i, \quad (1)$$

где

$$\frac{\partial a_i}{\partial v_i} < 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial a_i}{\partial w_i} < 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial a_i}{\partial v_j} > 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial a_i}{\partial w_j} > 0. \quad (3)$$

Полные расходы каждой страны в случае войны составят

$$\eta_i = w_i + a_i = w_i + A_i(v_i + w_i; v_j, w_j). \quad (4)$$

Иначе говоря, они складываются из расходов на военные нужды во время войны ( $w_i$ ) и ущерба, который потерпит страна в результате враждебных

действий ( $a_i$ ). (Мы не включаем сюда довоенные расходы  $v_i$ , так как в военное время они будут относиться к истории.)

Теория Нэша говорит нам, что относительная сила данной страны (т. е. ее способность добиться благоприятного урегулирования в важных международных вопросах, опираясь на свою военную мощь) определяется отношением полных расходов данной страны в случае войны ( $\eta_i$ ) и полных расходов противника ( $\eta_j$ ). Предположим, что две страны согласились уменьшить свои военные расходы  $v_i$  и  $v_j$  в мирное время соответственно на некоторую величину  $\Delta v_i$  и  $\Delta v_j$ . Тогда это соглашение сохранит относительную силу этих двух стран в том и только том случае, если не изменится отношение

$$\eta_1/\eta_2. \quad (5)$$

Если изменения  $\Delta v_i = dv_i$  и  $\Delta v_j = dv_j$  достаточно малы, то это эквивалентно требованию

$$d\eta_1/\eta_1 = d\eta_2/\eta_2, \quad (6)$$

что, в свою очередь, эквивалентно требованию

$$\left( \frac{\partial \eta_1}{\partial v_1} dv_1 + \frac{\partial \eta_1}{\partial v_2} dv_2 \right) / \eta_1 = \left( \frac{\partial \eta_2}{\partial v_1} dv_1 + \frac{\partial \eta_2}{\partial v_2} dv_2 \right) / \eta_2, \quad (7)$$

которое можно переписать в виде

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial a_1}{\partial v_1} dv_1 + \frac{\partial a_1}{\partial v_2} dv_2 \right) / (w_1 + a_1) = \\ & = \left( \frac{\partial a_2}{\partial v_1} dv_1 + \frac{\partial a_2}{\partial v_2} dv_2 \right) / (w_2 + a_2). \end{aligned}$$

Это требование имеет следующую интуитивную интерпретацию. Относительное равновесие сил между двумя странами будет сохранено если меры по разоружению и контролю над вооружением согласованы так, что полные расходы обеих стран

В случае войны изменятся в равной степени (если полные расходы обеих стран уменьшатся на 10% в каких-то единицах).

Однако изменение полных расходов данной страны в случае войны само по себе является результатом взаимодействия двух противоположных причин. Любое уменьшение расходов на военные цели в мирное время ( $v_i$ ), ослабляет способность страны вести наступательные действия и, следовательно, уменьшает ущерб, который может быть нанесен противнику. (То есть  $da_i/dv_j$ ,  $i \neq j$ , всегда положительно и, так как  $dv_j$  имеет по предположению знак минус, весь член, содержащий  $da_i/dv_j$ , будет отрицательным.) С другой стороны, любое соглашение об уменьшении военных расходов в мирное время ( $v_i$ ) ослабляет оборонительную мощь страны и, следовательно, ведет к увеличению потерь страны во время войны. (То есть  $da_i/dv_i$  всегда меньше нуля, и так как  $dv_i$  по предположению также имеет знак минус, весь член, содержащий  $da_i/dv_i$ , является положительным.) Однако, в большинстве случаев, по-видимому, первый фактор (благоприятный) будет преобладающим.

Мы кратко проанализировали политический подтекст данной модели. Предыдущее обсуждение показывает, что, по крайней мере теоретически, понятию «сохранения сложившегося соотношения сил» можно дать обоснованное математически точное определение. Но столь же ясно, что практически обычно очень трудно предсказать, как любое конкретное соглашение по разоружению и контролю над вооружением повлияет на соотношение сил двух сторон (так как очень трудно предсказать, как изменится цена войны для каждой из сторон). Таким образом, любой прогноз, как бы он ни был тщательно подготовлен на основании самых до-

стоверных источников, содержит большую степень неопределенности.

Эта неопределенность, по-видимому, является главным препятствием на пути быстрого прогресса в области разоружения и контроля над вооружением, потому что все главные державы кажется используют в своих расчетах быстро убывающие функции полезности при оценке увеличения своей относительной силы. (В теории решений функции полезности такого типа называются функциями полезности с малой склонностью к риску.) Другими словами, любая данная страна имеет тенденцию приписывать большое отрицательное значение тому обстоятельству, что данное предложение по разоружению и контролю над вооружением может изменить соотношение сил в неблагоприятную для данной страны сторону, даже если вероятность этого очень мала. В то же время стороны стремятся приписывать очень большие положительные значения факторам, оказывающим противоположное действие, которые могут изменить соотношение сил в благоприятную для данной страны сторону. Возможность благоприятного изменения не компенсирует возможность неблагоприятного изменения, если только величина и/или вероятность благоприятного изменения не превышает во много раз величину и вероятность неблагоприятного изменения.

Эти рассуждения приводят нас к выводу, что для того, чтобы увеличить шансы на достижение соглашения по разоружению и контролю над вооружением, необходимо уменьшить неопределенность в вопросе о возможном влиянии рассматриваемых мер на соотношение сил обеих сторон. Также очень полезно уменьшение неопределенности в вопросе о том, какими функциями выгоды

пользуются стороны (т. е. какое значение они придают другим политическим целям, например, повышению жизненного уровня своего народа). Любое изменение международного положения, которое уменьшает важность военной мощи, будет уменьшать значимость неопределенности в вопросе возможного влияния соглашений по разоружению и контролю над вооружением на соотношение сил двух сторон.

#### **4.3. Раскрытие информации в процессе переговоров**

Проблемы контроля над вооружением можно изучать анализируя факторы, которые позволяют приостановить гонку вооружений, уменьшить вероятность конфликта и минимизировать ущерб в случае конфликта. Чтобы добиться стабильности во время переговоров, необходимо предпринимать некоторые определенные меры. На ход переговоров влияют многие факторы, из которых следует выделить два: а) количество информации, имеющейся в распоряжении у каждой из сторон, по сравнению с тем, что хотелось бы иметь партнеру по переговорам; б) использование угроз и контругроз в целях достижения наибольших выгод.

Многие ситуации в реальной жизни, в которых сталкиваются интересы разных людей, не включаются в классическую теорию игр из-за того, что обычно стороны не располагают информацией о функциях полезности, принятых противником или данной стороной, что определяется различным выбором стратегий. Кроме того, одна сторона может не знать, какой информацией располагает противник.

Мы определяем игру с неполной информацией как игру, в которой некоторый или все игроки не

знают истинных функций выигрыша партнеров по игре или им неизвестны некоторые другие параметры игровой ситуации. Игры с «неполной» информацией надо отличить от игр с «несовершенной» информацией. В последних игроки не знают некоторых предыдущих ходов в игре, но они полностью информированы о всех параметрах, характеризующих игровую ситуацию в начале игры, когда еще не сделан ни один ход.

Одной из главных трудностей в переговорах по разоружению и контролю над вооружением как раз является неполная информированность сторон о функциях полезности соперников, истинной военной мощи и технических возможностях, источниках информации и методах оценки ситуации и т. д. Поэтому игры с неполной информацией имеют очень большое значение при анализе проблем разоружения и контроля над вооружением, и прогресс в теории таких игр может иметь существенное значение для лучшего понимания проблем разоружения и контроля над вооружением.

Поскольку военные секреты охраняются очень строго, почти любой конфликт с использованием военной силы представляет собой случай неполной информации. Поэтому при обсуждении договоров о постепенном разоружении следует учитывать возможность того, что порядок выполнения пунктов договора может раскрыть усиленно охраняемые военные секреты.

Например, предположим, что предложен такой порядок постепенного разоружения, при котором и Соединенные Штаты, и Советский Союз соглашались постепенно уничтожать какие-то запасы вооружения. Один из способов выполнения этого соглашения может состоять в том, что каждая страна делит свои остающиеся запасы оружия



каждый год, скажем, на десять частей, а другая страна решает, какую часть уничтожить. Очевидно, «новый» метод выбора может раскрыть военные секреты и другая сторона может извлечь из этого преимущество, когда будет делить оставшиеся запасы.

Чтобы лучше понять сложности, возникающие при выборе метода действий каждой стороны, представим себе следующую «простую» ситуацию, в которой участвуют два брата, Том и Дик. Они должны разделить между собой пирог с вишнями. Допустим, Тома не интересуют вишни, и ему все равно, будут вишни в его куске или нет. Предположим, Том знает, что Дик любит в пироге больше всего вишни. Используя приведенную процедуру, он может разделить пирог на неравные части, так что вишни останутся в маленьком куске, при этом он заранее уверен, что брат выберет этот кусок, а ему достанется большая часть пирога. Насколько малой можно сделать порцию пирога с вишнями, зависит от того, знает ли Том, какое количество пирога Дик согласится уступить в обмен за вишни. Очевидно, Дик выгодно делать вид, что вишни его не интересуют, или в крайнем случае, мало интересуют.

Рассмотрим теперь случай, когда Дик знает, что Тома не интересуют вишни, а Том подозревает, что Дик любит вишни, но точно ему об этом неизвестно. Кроме того, Дик знает, что Том не уверен в своем предположении. Допустим, однако, что оба брата также знают, что они должны будут долгое время делить пирог каждый день. Естественно предположить, что Том должен проверить интересы своего брата, разрезая пирог на разные части в течение нескольких первых дней, и следя за тем, какую часть будет выбирать Дик. Если Дик будет выбирать кусок, который ему действительно нравится, он в первые же дни раскроет свои карты, и Том сумеет извлечь в полной мере преимущества из этого.

Как же должен действовать Дик? Должен ли он делать вид, что он не любит вишни? Должен ли он выбирать меньший кусок наудачу с определенной вероятностью? Или он должен действовать каким-то другим образом?

В терминах теории игр эти примеры иллюстрируют ситуации, в которых игра состоит из нескольких этапов (их может быть бесконечно много), причем по крайней мере один игрок не знает точно

истинные величины выигрышей, а ходы (но не частные выигрыши), избираемые игроками на каждом этапе, становятся известными после этого этапа и до начала следующего.

Говоря, что игрок не знает точно истинных величин выигрышей, мы имеем в виду, что игрок приписывает определенные вероятности всем возможным вариантам и другой игрок может не «знать точно» это распределение вероятностей.

Подчеркнем, что это один из простейших примеров таких игр. Для подобных примеров и для несколько более сложных игр можно сформулировать некоторые общие результаты.

Традиционный подход к играм с неполной информацией состоит в том, чтобы анализировать их в терминах величин, обратных вероятностям, принятым игроками. Так, в игре двух лиц игрок I может сформулировать некоторое предположение о функции выигрыша  $U_2$  игрока II, а игрок II делает некоторое предположение о функции выигрыша  $U_1$  игрока I; мы можем сказать, что это предположение первого порядка. Затем, каждый игрок может сделать оценку предположения первого порядка, принятого другим игроком, и эту оценку можно назвать его предположением второго порядка. Предположение второго порядка для игрока I заключается в том, что он думает о предположении игрока II относительно его функции выигрыша  $U_1$ . Затем каждый игрок может сформулировать предположения третьего порядка о предположении второго порядка другого игрока и т. д., до бесконечности. Легко видеть, что этот подход не приводит к удобной аналитической модели.

Здесь рассматриваются два примера игр с неполной информацией. Во-первых, игра с нулевой

суммой, состоящая из бесконечного числа этапов, в которой противник известен, но его матрица выигрышей неизвестна. Во-вторых, это игра в один ход, которая не обязательно имеет нулевую сумму; в ней выигрыши каждого игрока известны, но неизвестен сам противник. Задается распределение вероятностей для функций выигрышей оппонентов.

#### 4.4. Модели игр с неполной информацией [2]

Рассмотрим многократно повторяемую игру двух лиц с постоянной суммой. Предположим сначала, что игрок I точно знает матрицу выигрышей этой игры, а игрок II знает только, что этой игре соответствует одна из матриц выигрышей с постоянной суммой  $G_1, G_2, \dots, G_\alpha$  размерностью  $m$  на  $n$ , о которых он может судить по выигрышам на отдельных этапах игры. С другой стороны, игрок II приписывает распределение вероятностей  $(\bar{p}_1, \bar{p}_2, \dots, \bar{p}_\alpha) = \bar{p}$  ( $\bar{p}_i \geq 0$ ;  $i=1, \dots, \alpha$ ;  $\sum \bar{p}_i = 1$ ) соответствующему набору матриц и предполагает, что это распределение известно игроку I. Предполагается также, что на всех этапах игры  $G_i$  и  $\bar{p}_i$ ,  $i=1, \dots, \alpha$  не меняются. По окончании каждого этапа этой игры объявляются выбранные стратегии. Однако выигрыши остаются неизвестными для игрока II, а записываются на счет каждого игрока. Разумеется, игрок II может узнать их по окончании игры. Пусть  $\Gamma_\infty(\bar{p})$  означает такую игру с неполной информацией, а цена игры, если она существует, будет обозначаться через  $v_\infty(\bar{p})$ . Цель каждого игрока состоит в том, чтобы максимизировать средний выигрыш, получаемый на каждом этапе игры. Мы также будем обозначать через  $\Gamma_n$ ,  $n=1, 2, \dots$ , игру, которая получается, если игроки играют по стадиям.

Чтобы проанализировать эту игру, рассмотрим тесно связанную с ней игру  $\Delta(p)$  с выигрышем  $u(p)$ , которая играется только один раз и в которой предполагается, что ни один игрок не знает истинную матрицу выигрышей, а оба пользуются одним и тем же распределением вероятностей  $(p_1, \dots, p_\alpha)$  для набора матриц выигрышей  $G_1, G_2, \dots, G_\alpha$ . Омэн и Машлер [2] доказали, что  $v_\infty(\bar{p})$  существует и что  $v_\infty(\bar{p}) = \max_{0 \leq p \leq 1} \text{sav } u(p)$  при  $p = \bar{p}$ .

Здесь  $\text{sav } u(p)$  означает наименьшую вогнутую функцию, превосходящую  $u(p)$ . (Функция  $f(x)$  вогнутая, если для любых двух значений  $x$  и  $y$  имеет место  $f(\lambda x + (1-\lambda)y) \geq \lambda f(x) + (1-\lambda)f(y)$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ , т. е. она похожа на радугу, если смотреть снизу.) Так, например, если  $\alpha=2$ , то

$$v_\infty(\bar{p}) = \max_{p^L \leq p \leq p^R} [\lambda u(p^L) + (1-\lambda)u(p^R)],$$

где  $\lambda$  выбрано так, что  $0 \leq \lambda \leq 1$ ; и  $\lambda p^L + (1-\lambda)p^R = \bar{p}$  (рис. 12). Следовательно, проблема сведена к вычислению  $u(p)$  для всех значений  $p$ . Прежде чем давать описание оптимальных стратегий каждого игрока, рассмотрим

три примера из табл.

4.1. В каждом примере описана многоэтапная игра и соответствующая одноразовая игра, выигрыши для игры с нулевой суммой получены обычным путем. Наконец,

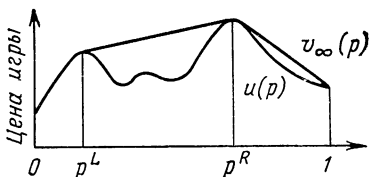


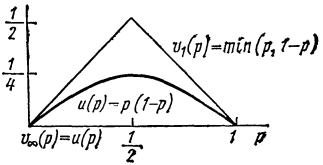
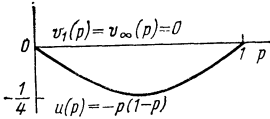
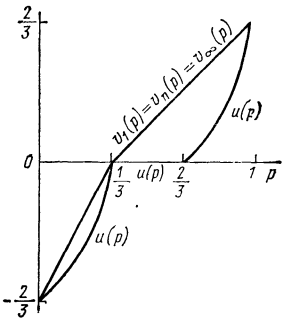
Рис. 12

приводится график выигрышей и соответствующая наименьшая вогнутая функция.

Рассмотрим первую игру. В  $G_1$  игрок I, знающий, какая из двух матриц выигрышей действи-

Этап игры	Одноразовая игра, $\Delta(p)$																																	
<p>(1)</p> <p style="text-align: center;">Игрок II</p> <table><tr><td></td><th colspan="2"><math>G_1</math></th><th colspan="2"><math>G_2</math></th></tr><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th rowspan="2">Игрок I</th><td><math>A_1</math></td><td>1 0</td><td><math>A_1</math></td><td>0 0</td></tr><tr><td><math>A_2</math></td><td>0 0</td><td><math>A_2</math></td><td>0 1</td></tr><tr><td></td><td></td><td><math>p</math></td><td></td><td><math>1-p</math></td></tr></table> <p>Повторение данной игры бесконечное число раз</p>		$G_1$		$G_2$			$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$	Игрок I	$A_1$	1 0	$A_1$	0 0	$A_2$	0 0	$A_2$	0 1			$p$		$1-p$	<table><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th><math>A_1</math></th><td><math>p</math></td><td>0</td></tr><tr><th><math>A_2</math></th><td>0</td><td><math>1-p</math></td></tr></table>		$B_1$	$B_2$	$A_1$	$p$	0	$A_2$	0	$1-p$
	$G_1$		$G_2$																															
	$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$																														
Игрок I	$A_1$	1 0	$A_1$	0 0																														
	$A_2$	0 0	$A_2$	0 1																														
		$p$		$1-p$																														
	$B_1$	$B_2$																																
$A_1$	$p$	0																																
$A_2$	0	$1-p$																																
<p>(2)</p> <p style="text-align: center;">Игрок II</p> <table><tr><td></td><th colspan="2"><math>G_1</math></th><th colspan="2"><math>G_2</math></th></tr><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th rowspan="2">Игрок I</th><td><math>A_1</math></td><td>-1 0</td><td><math>A_1</math></td><td>0 0</td></tr><tr><td><math>A_2</math></td><td>0 0</td><td><math>A_2</math></td><td>0 -1</td></tr><tr><td></td><td></td><td><math>p</math></td><td></td><td><math>1-p</math></td></tr></table> <p>Повторение данной игры бесконечное число раз</p>		$G_1$		$G_2$			$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$	Игрок I	$A_1$	-1 0	$A_1$	0 0	$A_2$	0 0	$A_2$	0 -1			$p$		$1-p$	<table><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th><math>A_1</math></th><td><math>-p</math></td><td>0</td></tr><tr><th><math>A_2</math></th><td>0</td><td><math>-(1-p)</math></td></tr></table>		$B_1$	$B_2$	$A_1$	$-p$	0	$A_2$	0	$-(1-p)$
	$G_1$		$G_2$																															
	$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$																														
Игрок I	$A_1$	-1 0	$A_1$	0 0																														
	$A_2$	0 0	$A_2$	0 -1																														
		$p$		$1-p$																														
	$B_1$	$B_2$																																
$A_1$	$-p$	0																																
$A_2$	0	$-(1-p)$																																
<p>(3)</p> <p style="text-align: center;">Игрок II</p> <table><tr><td></td><th colspan="2"><math>G_1</math></th><th colspan="2"><math>G_1</math></th></tr><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th rowspan="2">Игрок I</th><td><math>A_1</math></td><td>1 0</td><td><math>A_1</math></td><td>-2 0</td></tr><tr><td><math>A_2</math></td><td>0 2</td><td><math>A_2</math></td><td>0 -1</td></tr><tr><td></td><td></td><td><math>p</math></td><td></td><td><math>1-p</math></td></tr></table> <p>Повторение данной игры бесконечное число раз</p>		$G_1$		$G_1$			$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$	Игрок I	$A_1$	1 0	$A_1$	-2 0	$A_2$	0 2	$A_2$	0 -1			$p$		$1-p$	<table><tr><td></td><th><math>B_1</math></th><th><math>B_2</math></th></tr><tr><th><math>A_1</math></th><td><math>3p-2</math></td><td>0</td></tr><tr><th><math>A_2</math></th><td>0</td><td><math>3p-1</math></td></tr></table>		$B_1$	$B_2$	$A_1$	$3p-2$	0	$A_2$	0	$3p-1$
	$G_1$		$G_1$																															
	$B_1$	$B_2$	$B_1$	$B_2$																														
Игрок I	$A_1$	1 0	$A_1$	-2 0																														
	$A_2$	0 2	$A_2$	0 -1																														
		$p$		$1-p$																														
	$B_1$	$B_2$																																
$A_1$	$3p-2$	0																																
$A_2$	0	$3p-1$																																

Таблица 4.1

Средний выигрыш $u(p)$ в игре $(\Delta p)$	Наименьшая вогнутая кривая. Цена игры
$p(1-p)$	
$-p(1-p)$	
$\left. \begin{aligned} \frac{(3p-1)(3p-2)}{3(2p-1)}, \quad 0 \leq p \leq \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \leq p \leq 1 \\ 0, \quad \frac{1}{3} \leq p \leq \frac{2}{3} \end{aligned} \right\}$	

тельно используется в игре, выбирает первую строку, если используется  $G_1$ , и вторую строку в противоположном случае. Игрок II (чтобы принять решение, он должен умножить каждую матрицу на соответствующую ей вероятность, сложить матрицы и рассмотреть получившуюся матрицу) должен выбирать первый столбец, если  $p < 0,5$ . Он рассчитывает, что уплатит игроку I  $v_1 \equiv \min(p, 1-p)$ . Игрок I не может использовать эту же стратегию в случае повторяющейся игры  $\Gamma_\infty$ , так как тогда игрок II догадается, пользуется ли он матрицей  $G_1$  или  $G_2$ , и выберет соответствующий столбец, что обеспечит ему нулевой проигрыш на каждом этапе. Если игрок I будет действовать так, как будто он не знает, какую из двух матриц выбирает, мы получим одноразовую игру. Если он поступает так на каждом этапе, то он будет получать каждый раз выигрыш, соответствующий одноразовой игре. Очевидно, что в этой игре игрок I может ожидать на каждом этапе выигрыш  $u(p) = p(1-p)$  (вычисленный, как выигрыш в игре двух лиц с ненулевой суммой), что представляет собой успех по сравнению с нулевым выигрышем.

*Замечание.* Когда рассматривалась игра  $\Gamma_n$ , то каждый раз речь шла об ожиданиях с точки зрения игрока II, т. е. о его среднем проигрыше игроку I. Средний выигрыш игрока I зависит от того, какая игра в действительности играется на каждом этапе.

Если, например, игроки наилучшим образом играют в  $\Gamma_1$ , то игрок I получит нулевой выигрыш, если использует  $G_1$  и  $p > 0,5$ , и единичный выигрыш, если использует  $G_1$  и  $p < 0,5$ . Вообще говоря, оба числа не равны  $p(1-p)$ . Если используется  $G_2$ , то он получит 1, если  $p > 0,5$ , и 0, если  $p < 0,5$ . Можно показать, однако, что независимо от того, какая

матрица используется на различных этапах, игрок I может добиться большего, чем при использовании минимаксной стратегии против игрока II.

Естественно ожидать, что игрок I должен поступать наилучшим образом. Действительно, можно доказать, что при любом конечном числе этапов он может играть лучше, но в игре  $\Gamma_\infty$ , в этом конкретном случае он может гарантировать себе только выигрыш  $u(p)$ , т. е.  $v_\infty(p) = u(p)$  и, таким образом, дополнительная информация ничего не дает.

Если платежи осуществляются так, как во втором примере, то игрок I должен на каждом этапе выбирать вторую строку при использовании  $G_1$  и первую в противоположном случае. Таким образом,  $v_1(p) = v_n(p) = v_\infty(p) = 0$ ,  $n = 2, 3, \dots$ ; однако  $u(p) = -p(1-p)$ . В этом случае игрок I может использовать дополнительную информацию и раскрытие ее противнику не вредит ему.

В третьем примере игрок I может причинить игроку II убыток больше, чем  $u(p)$ , за исключением случаев  $p = 0, 1/3$  или 1. Если он играет оптимально в  $\Gamma_n$ , то может причинить игроку II средний убыток  $v_1(p)$ ,

$$v_1(p) = \begin{cases} -\frac{2}{3}(1-3p), & 0 \leq p \leq \frac{1}{3}; \\ \frac{1}{3}(3p-1), & \frac{1}{3} \leq p \leq 1. \end{cases}$$

В этом случае игрок I должен играть на каждом этапе так, как если бы он играл оптимально в одноразовой игре с выигрышем  $v_1(p_i)$ . Здесь  $p_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  условные вероятности того, что используется матрица  $G_1$ , как и рассчитывал игрок, знающий  $p$ , который знает, что игрок I пользуется стратегией одноразовой игры, и известны ходы игрока I на этапах  $1, 2, \dots, i-1$ .



Если используется эта стратегия, то вероятность того, что истинная игра будет раскрыта, меньше единицы (вообще говоря, она равна  $1/4$ , если  $p = 1/2$ ). Поэтому можно сказать, что эта стратегия частично раскрывает действительную игру. Здесь  $v_{\infty}(p) = v_1(p) = v_n(p)$ . В общем случае неверно, что  $v_{\infty}(p)$  равно  $v_1(p)$  или  $u(p)$ . Однако  $u(p) \leq v_1(p)$ .

**Теорема.** Цена игры  $\Gamma_{\infty}(p)$  существует и представляет собой наименьшую вогнутую функцию, мажорирующую  $u(p)$ , т. е. цену игры  $\Delta(p)$ , в которой ни один игрок не знает, какова истинная матрица выигрышей, но оба используют одно и то же распределение вероятностей  $p$  для описания множества альтернатив.

Анализируя стратегии, мы сначала определяли, как игрок I должен выбирать оптимальную стратегию. Предположим, что  $\alpha = 2$  (существует две матрицы выигрышей  $G_1$  и  $G_2$ ), и отметим, как уже ранее говорилось, что  $\bar{p}$  определяет  $p^L$  и  $p^R$ , которые представляют собой максимумы  $u(p)$  в экстремальных точках графика. Игрок I должен действовать так, что если игрок II раскроет его стратегию, он обнаружит, что распределение вероятностей есть или  $p^L$ , или  $p^R$ . Если  $\bar{\lambda}$  и  $(1 - \bar{\lambda})$  — вероятности этих двух событий, и так как  $\bar{p}$  — априорное распределение, мы получим

$$\bar{\lambda} p^L + (1 - \bar{\lambda}) p^R = \bar{p}.$$

После этого действия на первом этапе игрок I в дальнейшем должен играть на каждом этапе так, как если бы он сам выбирал между  $u(p^L)$  или  $u(p^R)$ .

Вот один из методов осуществления такой стратегии:

Пусть  $s$  и  $t$  таковы, что  $0 \leq s, t \leq 1$  и

$$\frac{\bar{p}_1 s}{\bar{p}_1 s + \bar{p}_2 t} = p_1^L; \quad \frac{\bar{p}_1 (1-s)}{\bar{p}_1 (1-s) + \bar{p}_2 (1-t)} = p_1^R,$$

где

$$\bar{p} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2), \quad p^L = (p_1^L, p_1^L), \quad p^R = (p_1^R, p_2^R).$$

У игрока I имеется две монеты. У одной вероятность выпадения герба равна  $s$ , а у другой  $t$ . Он бросает первую монету, если используется  $G_1$  и вторую в противоположном случае. Если выпадает «орел», то можно показать, что условная вероятность равна  $p^L$ , если выпадает «решка», то условная вероятность  $p^R$ . Наблюдая монеты, но не зная, какая из них имеет вероятность  $s$ , а какая  $t$ , игрок II может определить это новое распределение вероятностей, используемое игроком I.

Стратегия игрока II по существу заключается в построении смешанной стратегии на каждом этапе (это построение слишком сложно для того, чтобы проводить его здесь), так что он в значительной степени действует против априорных игр на отдельных этапах, в которых он терпит убыток, вплоть до этапа, стратегию на котором он рассматривает.

Например, идею поэтапной игры можно рассматривать как первое приближение к анализу постепенного сокращения вооружений. Сокращение должно проводиться по годам (это соответствует этапам игры и перед каждой страной стоит альтернатива, какое оружие уничтожить). Правда, в рассмотренной модели выигрыши одинаковы на всех этапах, поэтому следует рассмотреть игру, в которой выигрыши меняются.

Кроме того, в реальном случае сумма выигрышей не обязательно равна нулю и этот вопрос требует дополнительного изучения. Наконец, игра может состоять не из бесконечного, а из небольшого числа этапов. Предположение, что одна сторона знает ситуацию, а другая нет, вполне обосновано. Это также заставляет каждую сторону взглянуть на отрицательные аспекты переговоров, когда не известна политика противника. Вскоре мы займемся изучением более часто встречающейся ситуации, когда ни одна из сторон не знает точную матрицу выигрышей. Всегда существует проблема оценки выигрышей, но если оценка сделана, что безоговорочно происходит на практике, то теория дает некоторые полезные предложения и заключения, вытекающие из нового контекста, в котором они сформулированы. Для тех, кто интересуется проблемой полезности (вспомним задачу о разрезании пирога), этот подход покажется превосходной и многообещающей альтернативой.

На практике при отсутствии полной информации делаются попытки заменить распределение вероятностей возможных альтернатив каким-то априорным распределением путем анализа и оценок, сделанных экспертами. Это распределение вероятностей, вообще говоря, изменяется, когда накапливается больше фактов о действиях противоположной стороны. В ходе переговоров обмен мнениями помогает сделать лучшую оценку намерений другой стороны, даже, если соглашение не достигнуто. Важно отметить, однако, что двусторонний процесс, в ходе которого другая сторона тоже получает информацию, раскрытие которой может оказаться нежелательным.

Если этот подход будет разработан до такой степени, что он станет близок к реальной жизни,

можно точно предсказывать, какую информацию можно предоставлять в распоряжение противника, а какую надо скрывать. Теперь мы знаем, что *любая попытка использовать информацию, которой не располагает умный противник, приводит к частичному раскрытию этой информации.*

Описанные здесь стратегии игрока I включают в себя частичное и систематическое использование такой информации. В действительности, модель указывает, что если игрок I участвует в переговорах, то для его страны может оказаться более выгодной стратегия, в которой ему не раскрывают всю информацию, имеющуюся в распоряжении, чтобы игрок I не столкнулся с необходимостью решать задачу, какую часть информации он должен раскрыть в ходе переговоров.

В некоторых играх, таких, как в первом примере, игрок, располагающий информацией, не получает никакого преимущества от ее использования и вынужден играть, как в одноразовой игре. В других случаях удастся использовать только определенную часть информации. На практике иногда используется стратегия, в которой информация раскрывается только частично. Это достигается использованием слухов и различных интерпретаций, так что противник может усвоить только часть информации. Настоящий подход подчеркивает важность этого метода и отчетливо показывает, что *раскрытие всех карт может поставить игрока в очень невыгодное положение*, и хотя ожидается, что такой ход дает большой выигрыш, на самом деле он может привести к убыткам. Очень важна заинтересованность обеих сторон в переговорах, чтобы они могли бы сблизить позиции; нет переговоров — нет и поэтапных игр.

## 4.5. Недостаток информации с обеих сторон

Если оба игрока располагают лишь неполной информацией об истинных функциях выигрышей, то:

1. Предположения согласуются с каким-то совместным распределением вероятностей (случай согласованных предположений).

2. Предположения не согласованы между собой.

**Пример.** Предположим, что только одна из четырех матриц выигрышей является истинной:

$$\begin{array}{c} \Pi_A \quad \Pi_B \\ \begin{array}{c} I_A \\ I_B \end{array} \left| \begin{array}{cc} G_1 & G_2 \\ G_3 & G_4 \end{array} \right. , \end{array}$$

и допустим, что игроку I известно, в какой строке расположена истинная матрица. Будем говорить, что игрок I относится к типу A, если ему известно, что истинная матрица расположена в первой строке, или к типу B, если во второй строке. Аналогично мы будем относить игрока II к типу A или B, в зависимости от того, какой информацией он располагает. Чтобы усложнить постановку задачи, мы будем считать, что типы игроков различаются между собой по способности определять, к какому типу относится противник. Таким образом, информацию о выдвижении предположений каждым игроком можно выразить в следующих двух матрицах:

Предположения игрока I      Предположения игрока II

$$\begin{array}{c} \Pi_A \quad \Pi_B \\ \begin{array}{c} I_A \\ I_B \end{array} \left| \begin{array}{cc} 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 2/3 \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{c} \Pi_A \quad \Pi_B \\ \begin{array}{c} I_A \\ I_B \end{array} \left| \begin{array}{cc} 3/5 & 3/7 \\ 2/5 & 4/7 \end{array} \right. \end{array}$$

Эти матрицы можно истолковать следующим образом: игрок I типа A считает, что вероятности того, что его противник относится к типу A или B, равны (и поэтому он выбирает  $G_1$  или  $G_2$  с равными вероятностями). Игрок II типа B считает, что его противник принадлежит типу A с вероятностью  $3/7$  и т. д. Наконец, мы предполагаем, что вышеописанные матрицы известны обоим игрокам.

В этом случае описание матрицы можно получить, исходя из совместного распределения вероятностей

$$\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/6 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Элементы этой матрицы представляют собой априорное распределение вероятностей того, что матрицы  $G_1, G_2, G_3, G_4$  окажутся истинными матрицами выигрышей. Чтобы вычислить эту матрицу, рассмотрим матрицу совместного распределения вероятностей общего вида

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

На основании матрицы предположений игрока I мы получим

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b}{a+b} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c}{c+d} = \frac{1}{3}, \quad \frac{d}{c+d} = \frac{2}{3}.$$

На основании матрицы предположений игрока II мы получим

$$\frac{a}{a+c} = \frac{3}{5}, \quad \frac{c}{a+c} = \frac{2}{5}, \quad \frac{b}{b+d} = \frac{3}{7}, \quad \frac{d}{b+d} = \frac{4}{7}.$$

Мы получим согласованные предположения, если значения  $a, b, c, d$  в обоих случаях одинаковы.

Если однако, матрицы предположений игроков имеют вид

	$\Pi_A$	$\Pi_B$		$\Pi_A$	$\Pi_B$
$I_A$	1/3	2/3	$I_A$	3/5	3/7
$I_B$	1/3	2/3	$I_B$	2/5	4/7

то легко проверить, существует ли матрица распределения вероятностей

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

такая, что

$$\frac{a}{a+c} = \frac{3}{5}, \quad \frac{b}{b+d} = \frac{3}{7}, \quad \frac{a}{a+b} = \frac{1}{3}, \quad \frac{c}{c+d} = \frac{1}{3}.$$

Это пример несогласованных предположений.

В настоящее время немного можно сказать о случае несогласованных предположений. Известно только, что эту игру можно свести к повторяю-

щейся игре двух лиц с переменной суммой в следующем смысле.

Каждой повторяющейся игре  $\Gamma_\infty$  с несогласующимися матрицами предположений, в которой отдельная игра может быть игрой с постоянной или непостоянной суммой, соответствует повторяющаяся, вообще говоря, с непостоянной суммой игра  $\Gamma_\infty^*$  (структура ее полностью известна), такая, что каждый равновесный набор стратегий (если он имеется) в игре  $\Gamma_\infty^*$  является по существу равновесным набором стратегий в игре  $\Gamma_\infty$ .

Для случая согласованных предположений известен полный ответ. Во-первых, каждая согласующаяся игра может быть по существу сведена к игре, в которой совместное распределение вероятностей представляет собой распределение вероятностей независимых событий. События состоят в том, что игроки I или II относятся к типу A или B. Матрица

$$\begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 \\ 1/6 & 1/3 \end{pmatrix}$$

не будет распределением вероятностей независимых событий, но матрица

$$\begin{array}{c|cc} & 1/4 & 3/4 \\ 1/3 & 1/12 & 1/4 \\ 2/3 & 1/6 & 1/2 \end{array}$$

будет матрицей независимых событий.

Чтобы получить эквивалентное представление исходной матрицы матрицей независимых событий, надо взять эту матрицу и затем изменить выигрыши в играх на отдельных этапах так, чтобы средний окончательный выигрыш не изменился.

Таким образом, обсуждение можно ограничить случаем согласующихся предположений и независимых событий, причем имеет смысл ввести  $p$  —

вероятность того, что игрок I относится к типу A, и  $q$  — вероятность того, что игрок II относится к типу A. Для простоты будем рассматривать случай, когда каждый игрок может относиться только к одному из двух типов. Результат легко обобщается на случай, когда возможно три или более типа. Поэтому мы будем говорить об одноразовой игре  $\Delta$ , в которой некто с вероятностями  $p$  и  $q$  решает отнести игроков I и II к типу A (выбор делается независимо для каждого игрока), оба игрока не знают, к какому типу они относятся. Пусть  $u(p, q)$  — цена игры  $\Delta$  как функция  $p$  и  $q$ . Было показано, что при помощи стратегий, аналогичных обсуждавшимся, игрок I может гарантировать получение в игре  $\Gamma_{\infty}(\bar{p}, \bar{q})$  выигрыша, не меньшего чем

$$v_{\infty}(\bar{p}, \bar{q}) \equiv \underset{p}{\text{сав}} \underset{q}{\text{вех}} u(p, q) \text{ при } (p, q) = (\bar{p}, \bar{q})^*,$$

где  $\text{вех } f(x)$  — это наибольшая выпуклая функция (обратное неравенство по сравнению с данным ранее определением вогнутой функции), которая во всех точках не превосходит  $f(x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ . Аналогично, игрок II может гарантировать, что он проиграет не более, чем

$$\bar{v}_{\infty}(\bar{p}, \bar{q}) \equiv \underset{q}{\text{вех}} \underset{p}{\text{сав}} u(p, q) \text{ при } (p, q) = (\bar{p}, \bar{q}).$$

Таким образом, если  $v_{\infty}(\bar{p}, \bar{q}) = \bar{v}_{\infty}(\bar{p}, \bar{q})$ , то повторяющаяся игра имеет цену и нам известна оптимальная стратегия для обоих игроков.

Мы знаем, что  $u(p, q)$  — это поверхность, расположенная над единичным квадратом. Очевидно, существует много поверхностей, для которых  $\text{вех сав} = \text{сав вех}$ . Р. Стирнс и Рж. Омэн также по-

---

\* Обозначения возникли как сокращения слов «сopsave» и «сopvex». — *Прим. ред.*



строили игры, в которых поверхность  $u(p, q)$  обладает этим свойством [2, 68]. В течение некоторого времени вопрос о существовании цены такой игры оставался открытым.

Большим достижением был доказанный Стирнсом [68] факт, что для игрока I не существует стратегии, которая гарантировала бы ему выигрыш больший, чем указанная величина  $\text{cav vex}$ , а для игрока II не существует стратегии, которая гарантировала бы ему выигрыш больший, чем  $\text{vex cav}$ . Поэтому такие игры не имеют цены.

До сих пор мы предполагали, что после каждого этапа игроки получают информацию. Во многих практических случаях это предположение может оказаться нереальным. Заменив матрицу представления отдельной игры деревом, мы можем изображать различные варианты раскрытия части информации по окончании каждого этапа (сюда можно включить случай, когда информация совсем не раскрывается). Все сформулированные теоремы остаются справедливыми, необходима только легкая модификация. Более того, нет необходимости предполагать, что отдельные игры не изменяются от этапа к этапу. Результат остается справедливым, если отдельные игры «кажутся неизменными» каждому игроку и многие ходы, которые не входят в информационное множество такого игрока, различаются на разных этапах.

Ранее отмечалось, что элемент времени играет важную роль в реальных случаях.

### Игры с учетом обесценивания информации [44a]

Матрицы выигрышей повторяющейся игры при переходе к каждому следующему этапу можно умножать на постоянный множитель  $0 \leq r \leq 1$ . Тогда

каждый элемент матрицы умножается на  $r$  при переходе ко второму этапу, на  $r^2$  при переходе к третьему этапу и т. д. Здесь мы рассмотрим игры подобного типа и укажем на их практическое применение.

Серьезный недостаток бесконечно продолжающихся игр без учета коэффициента обесценивания состоит в том, что по истечении любого конечного числа этапов выигрыши не меняются, так как мы наблюдаем среднее за большой отрезок времени. Поэтому действия игрока на любом отдельном этапе не имеют большого значения, поскольку критерием служит среднее за бесконечно большой отрезок времени. Таким образом, теория игр без учета фактора обесценивания не может ответить на вопрос, какой стратегией надо пользоваться в данный момент, а говорит только о том, какой стратегией надо пользоваться на большом отрезке времени. Если игра двусторонняя, то теория игр с неполной информацией без учета коэффициента обесценивания не подскажет нам даже, какой стратегией надо пользоваться на большом отрезке времени, потому что рациональная игра не определена.

Существуют два подхода к изучению этой игры: оборонительный и наступательный. В отличие от случая конечных игр с нулевой суммой, эти решения различаются между собой. Если возникают задачи, в которых необходимо учитывать фактор времени, например, когда выступить с угрожающим заявлением, насколько выгодно выступить первым, то их можно решать с помощью теории игр с учетом обесценивания информации. Решения таких игр всегда существуют в том смысле, что может быть вычислена стратегия (хотя практически это трудно сделать) каждого игрока, которая будет определять его действия на каждом этапе. Сущест-

вание и единственность решения сохраняются и при недостатке информации с обеих сторон, хотя и тогда решение находить труднее, чем при недостатке информации у одной стороны. Если коэффициент обесценивания  $r=0$ , то игра с учетом обесценивания эквивалентна одноразовой игре; если  $r=1$ , то бесконечно повторяющейся игре без учета обесценивания информации. При значениях  $r$  в пределах  $0 < r < 1$  мы получаем игры с учетом обесценивания. Задача в последнем случае состоит в том, чтобы выбрать правильное соотношение (его можно выразить в алгебраической форме, но мы не будем здесь приводить это громоздкое выражение) между немедленно получаемым выигрышем в данной игре и выигрышем за большой отрезок времени от сохранения информации в тайне. Информация, которую одна из сторон может попытаться скрыть в игре из бесконечного числа этапов, будет полностью раскрыта в игре с учетом обесценивания по истечении достаточно большого числа этапов.

При небольших значениях коэффициента обесценивания (т. е. если наибольшее значение придается ближайшему будущему) функция выигрыша может быть вычислена при помощи простого рекуррентного соотношения, так что простой теоретико-числовой расчет даст нам возможность получить результат для любого рационального значения вероятности. Однако, поскольку функция выигрыша в одноразовой игре имеет излом — точку разрыва производной — функция выигрыша для  $r$  также имеет излом. В действительности, она имеет даже бесконечно много изломов, потому что ее производная разрывна в бесконечном числе точек, если  $p$  — рациональное число. С другой стороны, если коэффициент обесценивания увеличивается

(в этом примере, если  $r \geq 1/3$ ), то оптимальной для игрока становится смешанная стратегия, в которой в любой отдельной игре возможные альтернативы выбираются с некоторой вероятностью. В этих условиях максимум по фиктивному параметру в рекуррентном уравнении всегда находится внутри интервала и есть основания считать, что функция выигрыша дифференцируема всюду, за исключением конечного числа точек.

Омэн и Машлер [2] нашли полные условия для определения точки равновесия в повторяющейся игре двух лиц с нулевой суммой, без учета обесценивания с неполной информацией, в которой только одна сторона располагает информацией о своем противнике. Основной принцип состоит в том, что оценка неинформированного игрока, к какому типу относится его противник, должна быть согласована с действиями, раскрываемыми стратегиями другого игрока. Можно сказать, что этот игрок постоянно получает информацию, которую он может обрабатывать, наблюдая игру противника. Результаты, вообще говоря, не однозначны и условия однозначности неизвестны. В настоящее время также ничего не известно о сходимости.

Случай неполной информации с обеих сторон очень труден. Описание предполагает использование сигналов при переговорах. Намеки также являются примером сигнализации. Это дает возможность коррелировать стратегии ведения переговоров. Нам кажется интересным следствие из этого анализа, что соотношение (повторение игры с использованием угроз подразумевает кооперацию), которое имеет место в играх с полной информацией, не имеет места в рассматриваемых здесь играх.

## 4.6. Тип противника

При весьма широких предположениях любая игра с неполной информацией может быть представлена моделью следующего вида. Игрок  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ) может принадлежать к любому из  $k_i$  возможных произвольных классов или «типов», которые различаются по своим психологическим характеристикам (например, по функциям полезности); по экономическим, военным или каким-либо еще ресурсам, имеющимся в их распоряжении; по количеству информации о противнике, которой они располагают и т. д. Каждый игрок знает, к какому типу принадлежит он сам, но не знает типов других игроков. Все игроки знают, однако, совместное распределение вероятностей всех возможных комбинаций типов  $n$  участников игры. Более формально истинная функция выигрыша игрока  $i$  имеет вид

$$x_i = U_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n), \quad (1)$$

где  $s_1, \dots, s_i, \dots, s_n$  — стратегии игроков  $1, \dots, i, \dots, n$ .

В общем случае предполагается, что функция  $U_i$  неизвестна игрокам  $1, \dots, i-1, i+1, \dots, n$  (и может быть неизвестной даже для самого игрока  $i$ ). Но мы можем записать  $i$ -ю функцию выигрыша в виде

$$\begin{aligned} x_i &= U_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n) = \\ &= V_i(s_1, \dots, s_i, \dots, s_n; c_1, \dots, c_i, \dots, c_n), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $c_1, \dots, c_i, \dots, c_n$  — векторы, состоящие из таких параметров игровой ситуации, которые известны только игроку  $1, \dots$ , или игроку  $i, \dots$ , или игроку  $n$  соответственно, в то время как сама функция  $V_i$  известна всем игрокам. (Это последнее пред-

положение допустимо ввиду того, что все параметры функции выигрышей  $U_i$ , которые неизвестны хотя бы одному из  $n$  игроков, включены в векторы  $c_1, \dots, c_i, \dots, c_n$ .)

Для каждого игрока  $i$  вектор  $c_i$  содержит всю информацию об игре, которой он располагает, и поэтому  $c_i$  можно назвать вектором информации  $i$ -го игрока. В то же время, можно считать, что вектор  $c_i$  представляет игрока  $i$ -го типа, т. е. его личные особенности, неизвестные другим игрокам, поэтому его можно назвать вектором особенностей или вектором типа.

Несмотря на то, что каждый игрок знает только свой собственный вектор типа (или вектор особенностей, или вектор информации)  $c_i$ , все игроки знают совместное распределение вероятностей  $R^* \equiv R^*(c_1, \dots, c_n)$  векторов типа  $c_1, \dots, c_n$  всех  $n$  игроков. Так как каждый игрок  $i$  знает свой собственный вектор типа  $c_i$ , он будет оценивать вероятности различных комбинаций типов  $c_1, \dots, c_{i-1}, c_{i+1}, \dots, c_n$  не в терминах самого распределения вероятностей  $R^*$ , а скорее всего в терминах соответствующего условного распределения вероятностей

$$R^*_i \equiv R^*(c_1, \dots, c_{i-1}, c_{i+1}, \dots, c_n | c_i). \quad (3)$$

Используя эту модель в качестве исходной точки, Харсани ввел понятие решения для различных классов игр с неполной информацией. Например, для игры двух лиц с ведением переговоров и с неполной информацией разумное понятие решения представляет собой некоторое обобщение решения Нэша для игры двух лиц с ведением переговоров (которая первоначально сама определяется в условиях полной информации).

Исходное понятие решения Нэша определяется следующим образом. Пусть  $P$  — множество всех допустимых векторов выигрыша  $u = (u_1, u_2)$  в игре. Пусть  $t = (t_1, t_2)$  — конфликтный вектор выигрыша, определяющий конфликтные выигрыши  $t_1$  и  $t_2$ , которые получают игроки, если они не могут договориться о том, чтобы исходом игры был один из допустимых векторов выигрыша  $u \in P$ . Тогда решением Нэша является тот вектор выигрыша  $u = (u^*_1, u^*_2)$ , который максимизирует произведение Нэша

$$\pi = (u_1 - t_1)(u_2 - t_2) \quad (4)$$

при ограничениях

$$u = (u_1, u_2) \in P \quad (5)$$

и

$$u_1 \geq t_1; \quad u_2 \geq t_2. \quad (6)$$

Такое определение решения можно обобщить на игры двух лиц с введением переговоров и с неполной информацией следующим образом. Предположим, что  $c_1$  вектор типа игрока I может принимать  $K$  различных значений, а  $c_2$  вектор типа игрока II —  $M$  различных значений. Мы можем написать

$$c_1 = c_1^1, \dots, c_1^k, \dots, c_1^K \quad (7)$$

и

$$c_2 = c_2^1, \dots, c_2^m, \dots, c_2^M. \quad (8)$$

Если оба игрока согласятся использовать данную совместную стратегию  $s$ , выбранную из множества допустимых совместных стратегий  $S = \{s\}$ , то они получают **выигрыш**

$$x_1 = V_1(s; c_1^k, c_2^m) \quad (9)$$

и

$$x_2 = V_2(s; c_1^k, c_2^m), \quad (10)$$

где  $c_1=c^k_1$  и  $c_2=c^m_2$  векторы типа I и II игроков соответственно.

Пусть

$$r_{km}=R^* (c_1=c^k_1 \text{ и } c_2=c^m_2) \quad (11)$$

— плотность совместного распределения вероятностей, соответствующего распределению вероятностей  $R^*(c_1, c_2)$ .

Так как игрок I знает только свой вектор типа  $c_1=c^k_1$ , но не знает вектор типа своего противника  $c_2=c^m_2$ , он не может предсказать, какой выигрыш  $x_1$  он получит в действительности, если он и его оппонент согласятся на некоторую совместную стратегию  $s \in S$ . Он может вычислить только условное среднее значение выигрыша

$$x^k_1 = E(x_1 | c_1 = c^k_1) = \frac{\sum_{m=1}^M r_{km} V_1(s; c^k_1, c^m_2)}{\sum_{m=1}^M r_{km}}. \quad (12)$$

Аналогично, игрок II может вычислить только свое условное среднее значение выигрыша

$$x^m_2 = E(x_2 | c_2 = c^m_2) = \frac{\sum_{k=1}^K r_{km} V_2(s; c^k_1, c^m_2)}{\sum_{k=1}^K r_{km}}.$$

Таким образом, ожидаемый исход при использовании данной совместной стратегии  $s$  можно лучше всего описать, определив условные средние значения выигрышей обоих игроков  $x^1_1, \dots, x^k_1, \dots, x^K_1$  и  $x^1_2, \dots, x^m_2, \dots, x^M_2$  для всех возможных значе-



ний  $c_1=c^1_1, \dots, c^k_1, \dots, c^{K_1}_1$  и  $c_2=c^1_2, \dots, c^{m_2}_2, \dots, c^{M_2}_2$  векторов типов  $c_1$  и  $c_2$ .

Пусть

$$x=(x^1_1, \dots, x^{k_1}_1, \dots, x^{K_1}_1; x^1_2, \dots, x^{m_2}_2, \dots, x^{M_2}_2) \quad (13)$$

вектор  $(K+M)$ -го порядка, образованный из этих двух условных средних значений. Мы будем называть  $x$  условным вектором выигрыша, соответствующим совместной стратегии  $s$ . Пусть  $P=\{x\}$  — множество всех условных векторов выигрыша  $x$ , соответствующих допустимым стратегиям  $s \in S$ .

Наконец, пусть

$$t_1=T_1(c^k_1, c^{m_2}_2) \quad (14)$$

и

$$t_2=T_2(c^k_1, c^{m_2}_2) \quad (15)$$

— конфликтные выигрыши, которые получают игроки, если они не согласятся использовать одну из допустимых стратегий  $s \in S$ .

Соответствующие условные средние значения выигрышей равны:

$$t^k_1 = \sum_{m=1}^M r_{km} T_1(c^k_1, c^{m_2}_2) \bigg/ \sum_{m=1}^M r_{km} \quad (16)$$

и

$$t^{m_2}_2 = \sum_{k=1}^K r_{km} T_2(c^k_1, c^{m_2}_2) \bigg/ \sum_{k=1}^K r_{km}; \quad (17)$$

величины  $t^k_1, t^{m_2}_2$  можно назвать средними значениями конфликтных выигрышей игроков. Условный вектор выигрышей

$$t=(t^1_1, \dots, t^{k_1}_1, \dots, t^{K_1}_1; t^1_2, \dots, t^{m_2}_2, \dots, t^{M_2}_2) \quad (18)$$

называется вектором конфликтных выигрышей игры.

Введем также частную вероятность  $r^*_k$ , связанную с конкретным значением  $c_1=c^k_1$ , и определим ее так:

$$r^*_k = \sum_{m=1}^M r_{km}. \quad (19)$$

Аналогично частная вероятность  $r^{**}_m$ , связанная с конкретным значением  $c_2=c^m_2$ , определяется следующим образом:

$$r^{**}_m = \sum_{k=1}^K r_{km}. \quad (20)$$

Теперь обобщенное решение Нэша для кооперативной игры двух лиц с неполной информацией определяется как условный вектор выигрыша  $x = \bar{x}(\bar{x}^1_1, \dots, \bar{x}^K_1; \bar{x}^1_2, \dots, \bar{x}^M_2)$ , максимизирующий обобщенное произведение Нэша

$$\bar{\pi} = \prod_{k=1}^K (x^k_1 - t^k_1)^{r^*_k} \prod_{m=1}^M (x^m_2 - t^m_2)^{r^{**}_m} \quad (21)$$

при ограничениях

$$x = (x^1_1, \dots, x^K_1; x^1_2, \dots, x^M_2) \in P \quad (22)$$

и

$$x^k_1 \geq t^k_1, \quad x^m_2 \geq t^m_2 \quad \text{при } k=1, \dots, K, \quad m=1, \dots, M. \quad (23)$$

В качестве числового примера рассмотрим игру двух лиц с ведением переговоров, в которой два игрока должны разделить между собой 100 долларов. Если они не смогут прийти к согласию, то получат только некоторые конфликтные выигрыши  $t_1$  и  $t_2$ . Более конкретно мы будем считать, что оба игрока должны назвать свои требования  $y_1$  и  $y_2$ . Если вектор выигрышей  $y = (y_1, y_2)$ , соответствующий этим требованиям, входит в число допустимых, т. е. если

$$y_1 + y_2 \leq 100, \quad (24)$$

то они получают требуемые суммы, т. е. они получают выигрыши

$$x_1=y_1 \text{ и } x_2=y_2. \quad (25)$$

В противном случае они получают конфликтные выигрыши

$$x_1=t_1 \text{ и } x_2=t_2. \quad (26)$$

Предполагается, что функции выгоды обоих игроков, выраженные в деньгах, являются линейными функциями, так что их выигрыши можно мерять просто в денежных единицах.

Единственный параметр, о котором игроки имеют неполную информацию, — это конфликтный выигрыш противника. Вектор типа каждого игрока может иметь только два возможных значения. Таким образом,

$$c_1=c^1_1 \text{ или } c^2_1 \quad (27)$$

и

$$c_2=c^1_2 \text{ или } c^2_2. \quad (28)$$

Если  $c_i=c^1_i$ ,  $i=1, 2$ , то конфликтный выигрыш  $i$ -го игрока будет равен

$$c_i=0, \quad (29)$$

но если  $c_i=c^2_i$ , то его конфликтный выигрыш будет равен

$$c_i=a, \text{ где } 0 \leq a \leq 50. \quad (30)$$

Интуитивно ясно, что если  $c_i=c^1_i$ , то  $i$ -й игрок будет иметь на переговорах слабую позицию, но если  $c_i=c^2_i$ , у него будет сильная позиция на переговорах.

Мы будем считать, что все четыре возможных комбинации векторов типа  $(c^1_1, c^1_2)$ ,  $(c^1_1, c^2_2)$ ,  $(c^2_1, c^1_2)$  и  $(c^2_1, c^2_2)$  появляются с равными вероятностями, так что

$$r_{11}=r_{12}=r_{21}=r_{22}=1/4. \quad (31)$$

Любая возможная (нормализованная) стратегия  $s^*_i$  данного игрока  $i$  будет иметь вид.

$$s^*_i=(y^1_i, y^2_i), \quad (32)$$

где  $y_i=y^1_i$  — требование, которое игрок  $i$  выставляет в случае  $c_i=c^1_i$ , а  $y_i=y^2_i$  — требование, которое игрок выставляет в случае  $c_i=c^2_i$ .

Обобщенное решение Нэша приводит к следующей оптимальной стратегии  $s^*_i$  двух игроков. Если  $a \leq \bar{a} = \sqrt{80000} - 250 = 32,84$ , то оба игрока должны использовать стратегии  $s^*_i=(50, 50)$ , т. е. независимо от того, является ли их позиция сильной или слабой, они должны требовать  $y_1=y_2=50$ .

Однако если  $a \geq \bar{a} = 32, 84$ , то оба игрока должны использовать стратегии

$$s^* = (y^1_i, y^2_i),$$

где

$$y^1_i = 25 - a/2 \quad (33)$$

и

$$y^2_i = 75 + a/2. \quad (34)$$

Другими словами, каждый игрок, если он занимает сильную позицию, должен требовать  $y_i = 75 + a/2$ .

Этот результат приводит к интересному выводу: даже если оба игрока действуют рационально, их поведение приводит к конфликту с вероятностью  $r_{22} = 1/4$ . Если окажется, что оба игрока занимают сильную позицию, т. е. в случае  $(c_1, c_2)$  оба потребуют  $y_1 = y_2 = 75 + a/2$ , так что выполнить их требования будет невозможно, поскольку  $y_1 + y_2 = 150 + a > 100$ . Но это может случиться только в том случае, если параметр  $a$  принимает достаточно большое значение, так что каждый игрок будет считать, что имеет смысл требовать очень большой выигрыш, если он занимает сильную позицию, даже если это может привести к конфликту с вероятностью

$$r_{22}/(r_{21} + r_{22}) = r_{22}/(r_{12} + r_{22}) = 1/2.$$

Описанное выше понятие решения применимо в случае неизменных угроз. Обобщение на случай изменяющихся угроз развивается во II части работы [25a].

Опираясь на такое понятие решения, Дж. Харсани и Р. Селтен сейчас работают над проблемой оптимального раскрытия информации в кооперативных играх двух лиц, которая, по-видимому, представляет наиболее интересную проблему в этой области, с точки зрения разоружения и контроля над вооружением. Предварительные результаты предполагают следующие интересные обобщения.

Если обмен невозможен, то игроки часто вынуждены раскрывать больше информации, чем хотели бы. Например, любой игрок, занимающий сильную позицию на переговорах, обычно считает выгодным раскрыть этот факт, потому что это даст

ему возможность добиться больших уступок от другой стороны. Поэтому, если некоторый игрок отказывается раскрыть соответствующую информацию, то противник сразу делает вывод, что первый игрок занимает слабую позицию.

Напротив, если обман возможен, то количество информации, которую игроки могут эффективно передавать друг другу, может оказаться значительно меньше того, что они хотели бы передать, потому что оба игрока будут иметь тенденцию с недоверием относиться к любой информации, исходящей от другой стороны.

### **Часть III**

## **ПРИМЕНЕНИЕ СОГЛАШЕНИЙ И ИХ ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ**

### **ГЛАВА 5**

## **МОДЕЛИ НАРУШЕНИЯ СОГЛАШЕНИЙ. КОНТРОЛЬ**

### **5.1. Введение**

Основная задача контроля — это выявление нарушений договора о контроле над вооружением. Может случиться так, что какая-то страна не пожелает разрешить иностранным наблюдателям свободное передвижение по своей территории или продлить их пребывание в каком-то районе. По моему мнению, чтобы воспрепятствовать вторжению, необходимо ограничить контроль. Но при ограничен-

ном числе наблюдателей страна может решить, что возможно тайное нарушение соглашения. Она может даже имитировать признаки нарушения, чтобы заставить другую сторону затратить часть определенных периодических проверок и затем сделать более скрытые нарушения. Вместо людей-инспекторов можно использовать специально сконструированные, защищенные от постороннего вмешательства механические устройства «черные ящики», и таким образом избавиться от необходимости частых посещений данной страны наблюдателями.

Цель теории контроля состоит в том, чтобы найти при различных условиях оптимальные стратегии для наблюдателя, которые максимизировали бы вероятность обнаружения нарушения, где бы оно ни произошло [36]. Теория контроля использует вероятностные понятия ввиду неопределенности в интерпретации свидетельств. При формулировке выводов о наличии тайного производства оружия также должны быть использованы вероятности. Здесь нарушения обнаруживаются при помощи использования выборочных методов на основании записей о производстве и закупках стратегически важных материалов и указаний о необычной активности.

## **5.2. Две элементарные модели**

### **Модель доверия**

Предположим, что в общей сложности наблюдалось  $N$  тревожных сигналов, из которых  $n$  были вызваны нарушениями, и что разрешается провести  $m < n$  проверок. Пусть  $p$  — вероятность правильной идентификации нарушения. Тогда вероятность того, что будет обнаружено  $M$  или более нарушений,

равна

$$p(M, n, m, N) = \sum_{i=M}^n [C_n^i C_{N-n}^{m-i} / C_N^m] \sum_{j=M}^i C_i^j p^j (1-p)^{i-j}.$$

Если  $m$  проверок не подтвердили нарушений, то выражение

$$1 - \sum_{i=0}^n [C_n^i C_{N-n}^{m-i} / C_N^m] (1-p)^i$$

дает вероятность (или степень доверия) того, что существует менее, чем  $n$  нарушений.

### Модель без предварительных предположений

При наблюдении  $d$  нарушений с вероятностью обнаружения нарушения  $p$  мы дадим выражение вероятности того, что существует ровно  $k$  нарушений. Заметим, что первые  $(d-1)$  наблюдений могут относиться к первым  $(k-1)$  нарушениям, а последнее нарушение обнаруживается. Это выражение задается отрицательным биномиальным распределением

$$C_{k-1}^{d-1} p^d (1-p)^{k-d}.$$

Такой подход дает нам так называемое распределение без использования предварительных условий. Более точную оценку вероятности нарушения можно получить комбинируя это отрицательное биномиальное распределение с распределением вероятностей (например, биномиальным распределением) шума, т. е. учитывая, что сигнал о возможном нарушении может иметь какую-то причину, отличную от действительного нарушения.

### 5.3. Модель, основанная на теореме Байеса [55a]

Обычно мы оцениваем вероятность некоторого события при заданных вероятностных причин. Теорема Байеса дает нам возможность в некоторых

случаях решить обратную задачу. Предположим, что причина  $B$  состоит из какого-то числа событий  $B_i$ ,  $i=1, 2, 3, \dots$ , т. е. причин, каждая из которых может вызвать эффект  $A$ . Тогда вероятность того, что имеет место причина  $B$ , равна  $P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(B_i) = 1$ . Пусть  $P(B_i)$  — априорная веро-

ятность того, что имела место причина  $B_i$ , а  $P(A|B_i)$  — условная вероятность того, что  $A$  наступает вследствие причины  $B_i$ . При условии, что  $A$  произошло, чему равна апостериорная вероятность  $P(B_i|A)$  того, что это произошло вследствие воздействия причины  $B_i$ ? Мы имеем

$$P(B_i|A) = P(B_i)P(A|B_i) = P(A)P(B_i|A).$$

Отсюда получается вероятность того, что  $B_i$  повлекло за собой  $A$ :

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{P(A)}.$$

Теперь, так как мы должны предположить, что причина  $B_i$  повлекла за собой  $A$ , получаем

$$\begin{aligned} P(A) &= P(BA) = P(\sum B_i A) = \sum P(B_i A) = \\ &= \sum P(B_i)P(A|B_i) \end{aligned}$$

и по теореме Байеса имеет место соотношение

$$P(B_i|A) = \frac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum P(B_i)P(A|B_i)}.$$

Были сделаны попытки использовать этот подход при контроле за нарушениями договора о запрещении испытаний ядерного оружия при условии, что число наблюдений ограничено. Сейсмограф обнаруживает и регистрирует некие толчки.



Причиной толчков могут быть разные явления: землетрясения, ложные сигналы или настоящие испытания. Что можно сказать о вероятности того, что это было испытание, при данном числе наблюдений и при наличии оценки априорной вероятности того, что это, действительно, испытание?

Одна из наиболее важных задач системы контроля состоит в том, чтобы гарантировать выполнение договора о контроле над вооружением. Теорема Байеса дает нам количественную оценку этой уверенности в соблюдении договора. Предположим, что существует  $N$  заводов, на которых можно изготавливать ракеты. Предположим также, что наблюдатели имеют право выбирать наудачу  $n$  заводов и проверять, нет ли на этих заводах признаков производства ракет в нарушение договора. Если на всех заводах не найдены ракеты, то с большей степенью уверенности можно утверждать, что договор соблюдается. Чтобы получить количественную меру нашей уверенности, мы предлагаем следующую модель. Пусть неопределенность наших знаний о числе заводов, тайно производящих ракеты, существующая до получения отчетов наблюдателей, изображается следующим априорным распределением:

Число заводов, где зарегистрированы нарушения	Априорная вероятность
0	$1/2$
1	$N/2$
2	$N/2$
⋮	⋮
⋮	⋮
$N$	$N/2$

Априорное распределение приписывает вес  $1/2$  выполнению и вес  $1/2$  нарушению соглашения, что отражает случай, когда с равными вероятностями одна сторона подозревает или не подозревает противника в нарушении соглашения.

Докажем, что после получения данных контроля апостериорная вероятность соблюдения соглашения равна

$$\frac{n+1}{n+2-(n/N)} \cdot$$

Таким образом, появляется некоторая степень уверенности, измеренная по теореме Байеса.

Если наблюдалось нарушение, то, конечно, соглашение не соблюдено. Однако, если не зарегистрировано никаких нарушений, уверенность в соблюдении соглашения возрастает с ростом  $n$ . Если  $n=0$ , то степень уверенности равна  $1/2$ , если  $n=1$ , то она равна  $2N/(3N-1)$  и т. д. Интуитивно ясно, что для повышения степени доверия надо усиливать контроль.

*Доказательство.* Пусть  $V$  — число заводов, на которых нарушено соглашение, из общего числа  $N$ , и пусть  $v$  — число нарушений, обнаруженных в выборке объемом  $n$ . Пусть  $P(V)$  — априорное распределение нарушений, приведенное в таблице. Мы хотим подсчитать  $P(V=0|v=0)$ , что дает нам вероятность выполнения соглашения. По теореме Байеса

$$\begin{aligned} P(V=0|v=0) &= \\ &= \frac{P(V=0) P(v=0|V=0)}{P(V=0) P(v=0|V=0) + \sum_{V=1}^N P(V) P(v=0|V)}, \end{aligned}$$

$$P(v=0|V) = C_v^0 C_{N-v}^n / C_N^n$$

и по таблице  $P(V=0)=1/2$ . Очевидно,  $P(v=0|V=0)=1$ . Поэтому

$$P(V=0|v=0) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \sum_{V=1}^N \frac{C_v^0 C_{N-v}^n}{2N C_N^n} \right)^{-1}.$$

В «Теории вероятностей» Джеффи (второе издание, разд. 3.2) показано, что

$$\sum_{v=0}^N C_v^0 C_{N-v}^n = C_{N+1}^{n+1}.$$

Следовательно,

$$\sum_{v=1}^N C_v^0 C_{N-v}^n = C_{N+1}^{n+1} - C_N^n.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} P(V=0|v=0) &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \frac{C_{N+1}^{n+1} - C_N^n}{2N C_N^n} \right)^{-1} = \\ &= \left( 1 + \frac{C_{N+1}^{n+1}}{N C_N^n} - \frac{1}{N} \right)^{-1} = \left( 1 - \frac{1}{N} + \frac{N+1}{N(n+1)} \right)^{-1} = \\ &= \left( 1 + \frac{N-n}{N(n+1)} \right)^{-1} = \frac{n+1}{n+2-n/N}. \end{aligned}$$

Можно рассмотреть более реалистичный подход к априорным вероятностям и принять, что мы ожидаем, что нарушения могут быть на одном, двух или трех заводах. Тогда получим  $P(0)=1/2$ ;  $P(1)=1/6$ ;  $P(2)=1/6$ ;  $P(3)=1/6$ ;  $P(k)=0$  при  $4 \leq k \leq N$ ,

$$\begin{aligned} P(V=0|v=0) &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + \right. \\ &\left. + \frac{N-n}{6N} \frac{2N^2 + n^2 - 3nN - 6N + 5n + 4}{N^2 - 3N + 2} \right)^{-1}. \end{aligned}$$

При малых значениях  $n$  это выражение можно аппроксимировать как

$$3/[5(1-n/N)].$$

Мы можем предложить еще один реальный пример, в котором  $P(V)$  взвешиваются некоторым образом так, что их сумма равна  $1/2$ .

#### 5.4. Модель, основанная на теореме решений

Рассмотрим модель, в которой используется параметр решения  $C$ , означающий сложность сигнала, полученного на записывающем устройстве. Сложность — это мера скорости поступления энергии в короткой  $P$ -волновой части записи [20а]. В сигнале может содержаться и какая-то другая информация, помимо сложности, но здесь будет использоваться только сложность. Пусть  $q$  — среднее число землетрясений в год и пусть  $e$  — среднее число ядерных испытаний в год. Сигнал, сложность которого  $x$  удовлетворяет условию  $x < C$ , идентифицируется как взрыв; если же  $x \geq C$ , то он идентифицируется как землетрясение. Пусть  $f(x)$  и  $g(x)$  — функции плотности землетрясений и взрывов, соответственно, зависящие от сложности  $x$ . Пусть  $F(C)$  и  $1-F(C)$  — соответственно вероятности того, что землетрясение будет идентифицировано как взрыв или как землетрясение. Пусть  $G(C)$  и  $1-G(C)$  — соответственно вероятности того, что взрыв будет идентифицирован как взрыв или как землетрясение. Среднее за год число сигналов, которые будут идентифицированы как землетрясения, равно

$$q[1-F(C)] + e[1-G(C)],$$

а среднее за год число сигналов, которые будут идентифицированы как взрывы, равно

$$qF(C) + eG(C).$$

Пусть  $A$  — вероятность того, что взрыв, сложность которого превышает  $C$ , будет классифицирован как подозрительное событие. Пусть  $B$  — вероятность того, что это подозрительное событие будет избрано для проверки (т. е.  $B$  — это доля подозрительных событий, которые должны быть проверены), и пусть  $M$  — вероятность того, что проверка подтверждает проведение ядерного взрыва. Это дает нам соотношение

$$A = 1 - [1 - MBG(C)]^e.$$

Выберем эту величину в качестве наименьшего значения  $A$ , для которого можно считать, что взрыв действительно имел место, и обозначим его через  $\bar{A}$ . Среднее число проверок  $I$  задается равенством

$$I = B[qF(C) + eG(C)].$$

Решая относительно  $B$  предыдущее выражение и подставляя его в последнее, мы получаем

$$I = \frac{1}{MG(C)} [1 - (1 - \bar{A})^{1/e}] [qF(C) + eG(C)],$$

$C$  можно выбирать так, чтобы минимизировать  $I$  при ограничении  $0 < B(C) \leq 1$ .

Вероятность  $\bar{A}$  может быть приравнена к небольшой величине, например, к 0,1. Чтобы определить минимальное число проверок, при котором нарушение соглашения будет обнаруживаться с заданной вероятностью  $\bar{A}$ , напишем сначала

$$I = \frac{1}{M} [1 - (1 - \bar{A})^{1/e}] \left[ e + q \frac{F(C)}{G(C)} \right].$$

Если мы будем считать, что  $G(C) = 0,5$  при  $C = 300$  и одновременно примем  $e = 3$ ,  $q = 200$  и  $M = 0,5$ , то получим, что следует проверять  $B = 13,8\%$  всех подозрительных событий. Заметим, что зависимость  $I$  от  $C$  определяется только дробью  $F(C)/G(C)$ .

Предположим, что из экспериментальных данных мы нашли, что это отношение достигает минимума, равного 0,9 при  $C=300$ . Тогда  $I_{\min} \approx 1,4$  проверок.

### 5.5 Соблюдение договора, проверки и «черные ящики»

В этом разделе мы проведем анализ того, какую политику контроля за соблюдением договора лучше проводить (например, плохие инспекционные проверки или установка достаточно надежных «черных ящиков»). Это зависит от политик страны и ее противника.

Рассмотрим проблему подписания договора о проведении ядерных испытаний между двумя странами  $A$  и  $B$ . Перед каждой страной стоят три альтернативы: не подписать (НП), подписать, но не соблюдать (политику несоблюдения после соответствующей подготовки можно заменить политикой возобновления испытаний, если это необходимо) (ПНС) и, наконец, подписать и соблюдать договор (ПС). Предположим также, что заданы матрицы выигрышей. Величины выигрышей выбраны автором относительно произвольно в целях иллюстрации метода. В клетках матрицы записаны порядковые полезности, которые определяют порядок предпочтения:

		Выигрыши страны $A$		
		Стратегии страны $B$		
		НП	ПНС	ПС
Стратегии страны $A$	НП	—100	—100	—100
	ПНС	—100	—120	—110
	ПС	—100	—130	100

# Выигрыши страны *B*

## Стратегии страны *B*

		НП	ПНС	ПС
Стратегии страны <i>A</i>	НП	—80	—80	—80
	ПНС	—80	155	130
	ПС	—80	160	150

Поскольку средний столбец в матрице выигрышей страны *B* является доминирующим, очевидно, для нее наиболее предпочтительна альтернатива подписания, но не соблюдение договора, а наилучшей ответной стратегией для страны *A* является неподписание договора.

Предположим, что вводится система контроля, предусматривающая проверку районов, в которых вероятность нарушения превышает 5%. Допустим, что обнаружение нарушения приведет к ликвидации договора, что означает убытки (—98) для страны *A* и (—90) для страны *B*. Каков же эффект от введения контроля? По матрице выигрышей страны *B* мы можем вычислить следующее: если существует нарушение и оно обнаружено (с вероятностью 0,05), то договор ликвидируется. С другой стороны, оно может быть не обнаружено (с вероятностью 0,95). Ожидаемый выигрыш страны *B*, при условии использования ею стратегии ПНС, а страной *A* стратегии ПС, равен

$$0,05(—90) + 0,95 \cdot 160 \approx 147,5 < 150.$$

Следовательно, для страны *B* выгоднее подписать договор и соблюдать его. Метод увеличения этого выигрыша состоит в том, чтобы уменьшать

размер испытаний, т. е. уменьшать вероятность обнаружения. Если размер испытаний достаточно уменьшен, их частоту можно соответственно увеличить, но полная вероятность обнаружения будет меньше, чем 0,05.

Если наблюдатели установят нарушение, то вероятность того, что это землетрясение, равна  $\delta=0$ .

Рассмотрим теперь «черный ящик», который может идентифицировать нарушения. Предположим, что он сообщает о нарушениях, которые не происходят одновременно с землетрясением, с вероятностью  $\gamma=1$ , и сигнализирует о землетрясении как о нарушении с вероятностью  $\delta=0,0196$ . Предположим, что априорная вероятность проведения испытания одновременно с землетрясением равна  $\eta=0,10$ . Вероятность, что данное сообщение «черного ящика» действительно выявит нарушение, равна

$$\beta = \gamma\eta / (\gamma\eta + (1-\eta)\delta) = 0,85.$$

В этом случае стране *A* невыгодно ликвидировать договор, так как средний выигрыш удовлетворяет неравенству

$$0,85(-130) + 0,15 \cdot 100 > -98.$$

Таким образом, даже при наличии очень хорошего «черного ящика» стране *A* невыгодно ликвидировать договор, несмотря на возможные нарушения. Страна *B* может проводить свои испытания, не опасаясь аннулирования соглашения. Следовательно, с точки зрения страны *A* предпочтительнее поездки наблюдателей, а с точки зрения страны *B* — использование «черных ящиков».



В целом, если матрица выигрышей имеет вид

Страна В		НП	ПНС	ПС
Страна А	НП	$a, b$	$a, b$	$a, b$
	ПНС	$a, b$	$e, f$	$p, q$
	ПС	$a, b$	$r, s$	$c, d$

где  $r < e < p < a < c$ ,  $b < q < f < s$ ,  $f < d < s$  или  $q < d < f$ , и если  $a^*$  и  $b^*$  — убытки страны А и страны В в результате ликвидации договора, предположим, что  $a^*$  немного превышает  $a$ , и  $b^*$  немного меньше, чем  $b$ . Если  $b < (c - a^* / c - r)$ , то страна А не будет ликвидировать договор из-за нарушений его страной В. Мы считаем, что величина в правой части неравенства приблизительно равна единице.

Если имеет место противоположное неравенство, как в случае с поездками наблюдателей, страна В потерпит ущерб из-за отказа изменить политику, если  $\gamma > (s - d) / (s - b^*)$ , предполагается, что правая часть этого неравенства близка к нулю.

Напрашивается вывод, что при сделанных предположениях поездки наблюдателей в большей мере могут сдерживать потенциальных нарушителей.

## 5.6. Теоретико-игровая модель

Рассмотрим случай, когда две стороны договорились запретить все виды испытаний ядерного оружия. Одна из сторон собирается тайно провести  $n$  испытаний в течение некоторого периода времени, а другая сторона имеет право провести  $m$  проверок, во время которых могут быть раскрыты нарушения. Существует  $l$  стадий этого процесса, где  $l$  может, например, означать число дней этого пе-

риода. Пусть контролирующая сторона угадывает число испытаний  $n$ . На каждой стадии наблюдатель должен решать, возник ли некоторый сигнал в результате землетрясения, взрыва или он имеет неизвестную природу. С вероятностью  $p$  подозрительный сигнал в действительности является землетрясением. Вероятность того, что землетрясение будет правильно опознано, равна  $(1-p)$ . Вероятность того, что подозрительный сигнал порожден испытанием, равна  $q$ . И с вероятностью  $(1-q)$  испытание будет опознано как испытание. На каждом этапе наблюдатель может проводить или не проводить проверку. Если он проводит проверку, то обнаруживает нарушение с вероятностью  $r$  при условии, что нарушение действительно было. Наблюдатель имеет право провести  $m$  проверок, а нарушитель проводит  $n$  испытаний. В этой игре выигрыш равен 1, если нарушение обнаружено, и 0, если оно не обнаружено. Цену игры  $V(l, m, n)$  можно интерпретировать как вероятность того, что хотя бы одно нарушение будет раскрыто. Проанализируем игру. Хотя оптимальные стратегии построить трудно, мы предложим интересную формализацию проблемы и попытаемся сделать некоторые выводы, придавая определенные значения параметрам. Игру можно решать рекуррентно, как игру с матрицей размерностью  $2 \times 3$  вида

		Нарушитель	
		Испытывать	Не испытывать
Наблюдатель	Проверять	$q(1-r)V(l-1, m-1, n-1) + qr + (1-q)$	$pV(l-1, m-1, n) + (1-p)V(l-1, m, n)$
	Не проверять	$qV(l-1, m, n-1) + (1-q)$	$V(l-1, m, n)$

В этой матрице принято, что наблюдатель знает, что нарушитель провел испытание, даже если он не может этого доказать.

Если допускается только одно нарушение, то можно получить точное решение для цены игры. Например, если  $p=q=1/2$  и  $r=1$ , то

$$V(l, 1, 1) = 0,5[1 - 0,5(2/3)^{l-1}]^{-1}.$$

Далее можно показать, что

$$\lim_{l \rightarrow \infty} V(l, m, 1) = 1/2$$

при  $p=q=1/2$ ;  $r=1$ .

Пусть  $V(l, m)$  — минимаксная цена игры с  $l$  событиями и  $m$  проверками. Мы имеем дополнительные условия для  $l \geq m \geq 1$ :

$$\begin{aligned} V(1; 1) &= 1 \text{ при } l \geq 1, \\ V(1; 0) &= 0 \text{ при } l \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тогда нижеследующая матрица обеспечивает определение  $V(l, m)$  по индукции, если  $l > m \geq 1$ :

	Испы- вать	Не испытывать
Проверять	1	$pV(l-1, m-1) + (1-p)V(l-1, m)$
Не проверять	0	$V(l-1, m)$

В этой матрице игры доминирует главная диагональ. Поэтому, чтобы решить ее, мы должны решить рекуррентное соотношение

$$V(l, m) = \frac{V(l-1, m)}{1 + p[V(l-1, m) - V(l-1, m-1)]},$$

которое должно соблюдаться при всех целых  $l > m \geq 1$  и удовлетворять (1). Чтобы решить эту систему, мы введем функции  $F(l, m)$ , которые удовлетворяют условиям  $F(l, l) = 1$  при  $l \geq 1$ ,

$F(l, 0) = 0$  при  $l \geq 0$  и

$$F(l, m) = \sum_{k=0}^{m-1} C_{l-m+k-1}^k p^k$$

при  $l > m \geq 1$ . Тогда при всех  $l \geq m > 0$

$$V(l, m) = F(l, m) / F(l+1, m+1).$$

Этот результат можно выразить через отрицательное биномиальное распределение.

Чтобы объяснить эту модель, заметим, что если некоторая сторона зарегистрировала некоторое количество подозрительных событий и она имеет право провести такое же количество проверок, то вероятность выявления одиночного испытания равна единице. Но если число проверок равно ожидаемому числу подозрительных событий, то вероятность выявления одиночного испытания меньше единицы.

### **5.7. Краткие замечания к вопросу о выборочном контроле над вооружением**

Мы уже говорили, что главная цель контроля состоит в том, чтобы проверять, соблюдает ли другая сторона соглашение о контроле над вооружением. Контроль может осуществляться путем наблюдения за производством и хранением военных материалов, движением транспорта с военными материалами, количеством оружия в определенных стратегических районах или наличием или отсутствием скрытых военных установок. При ядерных или каких-либо других испытаниях, запрещенных договором, наблюдатель должен искать определенные доказательства, которые могут ему помочь при интерпретации подозрительных сигналов [15].

Абсурдно и невозможно изучать все подозрительные события, чтобы выяснить, соблюдается ли соглашение. В промышленности давно установлено, что для контроля качества продукции вовсе не обязательно контролировать все изделия, достаточно проверять наудачу выбранные образцы. Стоимость выборочного контроля может быть достаточно высока, даже если используются достоверные методы контроля качества.

Выборочные методы, применяемые к проблемам контроля над вооружением, могут различаться по сложности. В целом идеи и методы, столь полезные при изучении характеристик совокупности, применимы и полезны для исследования.

Нам нет необходимости вникать в детали различных типов выборочных методов, таких, как случайные, послойные, групповые, последовательные и др. Нам не надо также говорить о различных методах получения статистических выводов, которые используют корреляцию и регрессию, оценки и гипотезы о проведении испытаний. Об основных понятиях и применении упомянутых методов можно прочитать в широко распространенных книгах по статистике и ее приложениям. Здесь мы попытаемся обрисовать типичную ситуацию, в которой можно эффективно использовать выборочные методы для проверки соблюдения противником договора о контроле за вооружением.

Проблема выборочного контроля состоит из двух больших вопросов. Первый — определение размера выборки и типа выборочной процедуры, наиболее подходящей в конкретной ситуации. Второй — получение статистических выводов о всей совокупности на основании данных выборочного контроля. Оба эти вопроса должны быть решены так, чтобы выполнялись условия, накладываемые

договором о разоружении, а также, чтобы они были согласованы с другими условиями, не зависящими от группы наблюдателей. Результаты выборочного контроля затем должны быть изложены в форме, удобной для лиц, принимающих решения. Областью, в которой выборочные методы могут быть полезны для контроля над вооружением, например, является анализ системы записей, в которых содержится информация о перевозках и производстве стратегических материалов. Однако использование таких записей для контроля требует больших затрат. Кроме того, может оказаться, что получить доступ к этим записям путем переговоров невозможно. Тем не менее, если такие записи поступят в распоряжение сторон в результате соглашения, надо предусмотреть возможность их использования. Контроль по отчетности имеет своей целью создание и функционирование системы отчетов и докладов, регистрации поступления и убытия, чтобы предотвратить рассеяние и потерю материалов из-за небрежности или, если утеря имела место, обеспечить отыскание утерянного и предотвращение подобных случаев в будущем.

При выборочном контроле таких нематериальных вещей, как записи, возникает множество необычных задач. Одна из них — это соответствие записей действительному положению вещей. Другая — состоятельность записей.

Если существующий уровень активности в сферах деятельности, охваченных договором, указан в документах заинтересованных сторон, то группа наблюдателей имеет основу для отыскания видов деятельности, уровень активности в которых не указан. С другой стороны, гораздо труднее выяснить, не превышает ли уровень активности в некоторой сфере деятельности установленный догово-

ром, так как поток материалов нельзя разделить на черное и белое, он включает в себя и все оттенки серого. Поэтому от группы наблюдателей требуется внимательность и умение распутывать сложные вопросы. Естественно, небольшие нарушения не могут дать больших преимуществ нарушителю, а производство вооружений для подготовки крупных военных операций предполагает широкий план нарушений.

Мы верим, что примерно такими должны быть методы, применимые на последних стадиях разоружения. Они будут служить инструментом, используемым в повседневной деятельности по проведению в жизнь договора о контроле над вооружением. Но задолго до этой стадии идеи, изложенные в первых пяти главах настоящей книги, будут играть важную роль в создании мер по действительно сокращению вооружений.

Краткое описание проблем, возникающих при выборочном контроле над вооружением, будет дано ниже. Выборочные процедуры мало используются при оценках свойств, сравнительно редко встречающихся у элементов совокупности. Если лишь немногие элементы обладают этим свойством, например, 1 из 10 тыс., то оценка будет очень приближенной при условии, что выборка не будет чрезвычайно велика (большие расходы). Например, если в маленькой выборке обнаружено искомое свойство, то оценка для всей совокупности будет сильно завышена. Никакое изменение выборочной процедуры не помогает избежать этого недостатка, и следует проявлять осторожность при отборе элементов выборки. То же самое можно сказать и о поисках нарушений при производстве изделий для небольшого количества оружия. Это все равно, что искать иголку в стоге сена.

Предположим, что мы должны проверить завод, производящий детали к сельскохозяйственным машинам, но на котором можно изготавливать и некоторое количество деталей для военного оборудования. Допустим также, что количество машин, используемых в мирных целях, неизвестно и, следовательно, нельзя сказать, какое количество деталей данного типа предназначено для этой цели. Как можно установить, что производится избыточное количество деталей?

Мы можем установить нормы срока службы этих деталей и срока службы машин, в которых используются эти детали. Необходимо также определить количество выпускаемых машин на основе осмотра заводов, на которых они производятся. Используя случайные выборки из совокупности машин, мы можем оценить объем совокупности и потребность в данных деталях. Теперь мы имеем оценку числа деталей, необходимых для создания новой машины и для замены изношенных деталей в старых машинах. Наблюдая скорость изготовления данных деталей и оценивая максимальный объем продукции, мы можем подтвердить или опровергнуть подозрения, что эти детали тайно используются в военной продукции.

Статистика служит инструментом для измерения эффективности действий, предпринимаемых в процессе проведения политики. Эти меры или индексы служат критериями для оценки того, насколько точно выполняются соглашения. Например, средние уровни часто используются для того, чтобы показать, сколько операций закончено. Иногда мы можем использовать визуальный контроль для оценки степени выполнения требований. Однако, если надо проводить большое число проверок для обследования многих областей, необходимы стати-



стические методы для получения единого критерия выполнения требований. Об эффективности действия можно судить по тому, насколько оно соответствует целям, которые преследует данная политика. Поэтому, кроме разработки состоятельных целей и стабильных линий поведения, должны быть предприняты действия (как выражение политики), которые обеспечивают эффективное выполнение этих требований.

Иногда бывает так, что не существует эффективных действий, которые можно было бы использовать для проведения некоторой политики. Таков, например, случай, когда две страны блокируют действия друг друга. Если государство не может действовать в соответствии со своими целями, то в стране возникают беспорядки. В гл. 6 будут рассмотрены общие понятия беспорядка, агрессии и факторы, влияющие на разрешение конфликтов.

## **Часть IV**

# **ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ И ДОЛГОСРОЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ КОНТРОЛЯ НАД ВООРУЖЕНИЕМ — АНАЛИЗ РАЗРАСТАНИЯ КОНФЛИКТОВ, ИДЕИ И ПЕРСПЕКТИВЫ**

## **ГЛАВА 6**

### **ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФЛИКТОВ**

#### **6.1. Введение**

В этой главе будут изложены некоторые вопросы, касающиеся причин возникновения конфликтов. Сначала мы опишем некоторые исследования эска-

ляции на примерах конфликтов лабораторного типа и выясним, какие факторы определяют разрастание конфликтов. Затем будут приведены некоторые качественные рассуждения относительно войны и мира в истории человечества.

«Конфликт возникает в результате недовольства, а недовольство — в результате недостаточного удовлетворения потребностей» утверждают сторонники одной из идеологических школ [206]. Война и мир кратко описываются как цепь расстройств и выздоровлений.

Другие школы [556] (некоторые из них кратко упоминаются) считают, что войны порождаются агрессивными инстинктами, ненавистью, скукой, взаимным непониманием, различиями в уровне культуры, желанием объединить разделенную страну на основе ненависти к общему врагу, новыми научными открытиями, стремлением стимулировать рост экономики путем создания «искусственного» спроса, желанием захватить новые рынки, борьбой за выживание, расширением динамической цивилизации, стремлением к господству элиты военно-промышленного комплекса и т. п. Однако, как бы то ни было, теория, изложенная в разд. 2.4, дает возможность рационально решить вопрос о втягивании в конфликт.

Существующее положение выглядит не очень надежным. Поэтому делается попытка нарисовать картину будущего и показать реальные возможности установления прочного мира при условии, что нам удастся пережить настоящий момент. В последнем разделе описаны некоторые области исследования и действия, рекомендуемые в данный период (и в ближайшем будущем), которые могут помочь мирному разрешению конфликтов.

## 6.2. Опыты с эскалацией конфликтов

Мы иногда ошибочно полагаем, что если народы понимают всю опасность ядерного оружия, то они стремятся разумно решать возникающие конфликты, в худшем случае используя обычное оружие. Однако, что вполне естественно, проигрывающая сторона может прибегнуть к угрозе использовать ядерное оружие, чтобы избежать поражения и даже восстановить утраченные позиции. Это может закончиться катастрофой. Кроме того, у некоторых народов понятие разумности отличается от нашего, особенно, если им нечего терять материально. До тех пор, пока процессы эскалации и методы управления ими не изучены полностью, маловероятно, что удастся удержать под контролем войну, ведущуюся обычными средствами. Осознание процессов эскалации и методов управления ими значительно увеличит надежды на ограничение ущерба в случае возникновения конфликта. Эта теория должна найти свое применение и к войне, которая ведется обычными средствами, если существуют указания, в каком направлении будет развиваться конфликт в случае тех или иных действий. Такие действия иногда направлены на деэскалацию путем подавления врага, но в действительности они только усиливают конфликт.

В течение последних нескольких лет Агенство по разоружению и контролю над вооружением совместно с Центром по исследованию операций в Пенсильванском университете проводило исследование условий, при которых происходит эскалация или деэскалация конфликтов, чтобы выяснить возможность воздействия на скорость эскалации или деэскалации путем управления условиями, определяющими взаимодействие сторон — участниц

конфликта. Исследование включало в себя: а) анализ некоторых исторических конфликтов и изучение соответствующей литературы, б) проведение экспериментов с целью определения эффекта взаимодействия между различными переменными и в) разработку теории на базе экспериментальных данных и обобщение ее на реальные проблемы.

В результате анализа литературы было предложено несколько гипотез об эскалации и деэскалации, а затем в экспериментальных ситуациях были проверены: а) их общность и б) идентификация критических переменных. Примеры гипотез: а) при отсутствии коммуникаций вероятность эскалации возрастает, б) чем большую роль играют идеологические вопросы, тем вероятнее эскалация, в) эскалация зависит от экономического развития, г) эскалация более возможна, если конфликт развивается постепенно, д) эскалация более вероятна в присутствии многостороннего командования [47].

Была построена относительно сложная экспериментальная ситуация, так называемая «искусственная реальность» (или «богатая игра»), которая тем не менее была самой простой игрой, отвечающей следующим условиям:

1. Она достаточно «богата», чтобы можно было проверить многие гипотезы, высказанные об изучаемых явлениях, в данном случае речь идет о динамике крупных социальных конфликтов. (Очевидно, что такие эксперименты не могут подтвердить гипотезу о том или ином реальном явлении, но они могут определить пределы действия гипотезы или показать, в каком направлении ее можно или нужно обобщать.) Цель условий — создать экспериментальную ситуацию, достаточно реалистическую для того, чтобы большинство свойств реального конфликта было применимо к ней.

2. Должны существовать точные описания переменных и единицы для их измерения, кроме того, должны быть указаны упрощения (например, некоторая переменная полагается равной постоянной). Это дает нам возможность последовательно конструировать все более богатые экспериментальные ситуации путем введения усложнений.

3. Соответствующее поведение в экспериментальной ситуации должно быть выражено количественно.

4. Ситуация должна разлагаться на ряд более простых экспериментальных ситуаций и, если возможно, эти простые ситуации должны быть уже изучены или близки к уже изученным.

Экспериментальная ситуация, удовлетворяющая этим условиям, не является моделью реальности, а, скорее, может считаться первым шагом на пути создания количественных моделей реальной ситуации; поэтому мы называем ее «искусственной реальностью». Она используется для того, чтобы накопить опытные данные, для истолкования которых строится первая теория. Опыт накапливается при помощи богатой игры в процессе эксперимента, который поставлен с целью систематической проверки гипотезы о реальных конфликтах, которые описаны в оперативных и количественных терминах так, чтобы их можно было использовать в теоретических построениях.

### **Замечания о построении искусственной реальности**

Искусственная реальность состоит из двух симметричных игр, в которых ходы делаются одновременно. Одна из них — это игра с положительной суммой — «дилемма заключенного», которая в какой-то степени изображает международную (две страны) экономику. Другая — игра с отрица-

тельной суммой под названием «петухи», которая напоминает противостояние двух стран, когда они держат курс на столкновение в надежде, что противник пойдет на уступки.

Стороны (красные и голубые) могут вкладывать различные средства в каждую игру, а доходы в каждом случае определяются матрицами:

		<u>Развитие</u>	
		Красные	
		Сотрудничество	Соперничество
Голубые	Сотрудничество	$0,02 R$ $0,02 B$	$0,03 R$ $0,005 B$
	Соперничество	$0,005 R$ $0,03 B$	$0,01 R$ $0,01 B$

		<u>Вооружение</u>	
		Красные	
		Оборона	Нападение
Голубые	Оборона	$-0,05 R$ $-0,05 B$	$1,2 R - B$ $B - 1,2 R$
	Нападение	$R - 1,2 B$ $1,2 B - R$	$-1,2 B$ $-1,2 R$

$B$  — средства, вложенные голубыми в данную строку;  $R$  — средства, вложенные красными в данный столбец.

Единственное важное ограничение в каждом ходе игры — это установление предельного вклада в вооружения. Этот предел равен 20% от наибольшего уровня каждого игрока. Предел установлен

для того, чтобы предотвратить немедленное уничтожение одной из сторон и дает нам возможность исследовать стабильность различных состояний равновесия. Игра состоит в том, что каждый игрок предлагает вкладывать определенную сумму в один из секторов на протяжении нескольких ходов. После каждого хода игроки могут вступать или не вступать в переговоры. Некоторые другие факторы, которые также влияют на игру, будут обсуждаться ниже. Эскалация здесь означает увеличение вклада в область вооружений, особенно в средства нападения.

Изучение искусственной реальности помогает развивать теорию в двух направлениях. Во-первых, помогает формализовать интуитивные догадки теории и проверить их в специально поставленных экспериментах. Во-вторых, дает возможность оценить трудности, возникающие при попытках применить теорию к решению реальных задач. Ее вклад в деэскалацию заключается в последовательном выделении факторов, оказывающих прямое влияние на расширение или на «охлаждение» конфликта.

Обратно, теоретический анализ помогал изучению искусственной реальности путем указания некоторых способов обработки данных.

Сведения, полученные в результате изучения искусственной реальности, обрабатывались при помощи статистических критериев, построенных для выявления влияния на эти данные изменения условий, при которых проигрывалась искусственная реальность. Ниже перечислены эти условия и их влияние.

1. Связь (односторонняя, т. е. только одно лицо может осуществлять связь, двусторонняя или отсутствие связи). Установлено, что неограниченная связь понижает вероятность эскалации.

2. Относительные уровни «технологических» возможностей нанесения ущерба (равные или неравные). В этом случае независимо от равенства или неравенства возможностей вероятности эскалации приблизительно равны.

3. Относительные уровни начальных ресурсов (равные и высокие, равные и низкие, неравные). Оказывается, этот фактор не влияет на эскалацию.

4. Число участников конфликтов (два или три). Эксперименты показывают, что с ростом числа независимых сторон вероятность эскалации возрастает.

5. Коллективы участников конфликта (один или три). Коллективы имеют тенденцию действовать менее агрессивно, чем независимые участники.

6. Разведка (получение информации о передвижениях другой стороны; да или нет). Не было установлено наличие связи между разведкой и склонностью к эскалации. Однако в сочетании с неполной информацией о выигрыше противника разведка повышает агрессивность.

7. Опыт участников, приобретенный ранее. Чем опытней игрок, тем менее он склонен к эскалации.

8. Личности участников (например, склонность к сотрудничеству или агрессивность, о которых известно по опыту прошлых игр и/или при помощи психологических тестов). Этот вопрос исследуется.

9. Изменения выигрышей (с выдачей или без выдачи единовременного выигрыша в конце игры игроку с большими ресурсами). Оказывается, этот фактор не влияет на эскалацию.

10. Предварительные условия. Неблагоприятные предварительные условия усиливают стремление к сотрудничеству при наличии каналов связи. Если каналы закрыты, игрок просто не может сделать это заявление.



Теперь искусственная реальность может быть использована для построения теории о характеристиках игроков, например об их отношении друг к другу или к игре.

### **6.3. Ненаучные размышления**

Из истории человечества известно, что войны происходили еще в доисторические времена и периодически повторялись. По мнению оптимистов, война — это болезнь, в то время как мир — нормальное состояние общества.

Война определяется как состояние, противоположное миру. С помощью насилия люди решают проблемы мирного времени. Мир — война, мир — война... бесконечная последовательность этих двух состояний, тесно связанных между собой в чередовании приливов агрессивности и отливов успокоения. Это напоминает хорошо известную математическую последовательность  $1, -1, 1, -1, \dots$ , для которой нельзя указать предела, к которому сходятся элементы, так как существует два предела  $1$  и  $-1$ . Если единственного решения не существует, то надо постараться получить желаемый ответ. Стремится ли наше общество к войне, к миру или ни к чему не стремится?

Вероятно, не все элементы этой последовательности оказывали значительное влияние на историю (например, некоторые войны были маловажными), но существование этой цепи — результат деятельности человеческих поколений. Когда устанавливался мир, люди вместо того, чтобы бережно сохранять его, при возникновении новых проблем прибегали к войне, чтобы разрешить международные споры и справиться с внутренними беспорядками. На состоянии мира постоянно лежит тень войны; опасность пожара усиливается.

Возможно, война — это такой социальный институт, который выполняет определенные функции для части человечества. Некоторые смотрят на войну, как на единственное средство улучшить равновесие сил и справиться с экономическими, географическими, политическими, национальными и другими проблемами, возникающими в человеческом обществе [9, 10, 39a]. Известны случаи, когда народы воевали, чтобы справиться с внутренними проблемами. Большие войны можно рассматривать как сильные нарушения равновесия сил между народами. Это жестокий способ достижения временного успокоения и равновесия сил, поскольку война также стимулирует стремление к миру. Как Лига Наций, так Организация Объединенных Наций возникли, например, вследствие больших войн.

Существует ошибочное мнение, что война усиливает интеллектуальную деятельность. Например, говорят, что она способствует усилению выразительности живописи (Гойя, Делакруа — поэты войны), литературы (Хемингуэй), социальной этики и считают, что война омолаживает человечество.

Хотя в период Возрождения бывали войны, однако нельзя сказать, что взлет творческого гения в живописи, философии, естественных науках возник главным образом в результате войн. Правильнее будет считать, что покровительство князей искусствам, интеллектуальная свобода университетов и пересмотр установленных ценностей — вот факторы, приведшие к прогрессу в познании и эстетике. Период французских импрессионистов в живописи оставляет гораздо большее впечатление, чем любое направление живописи в период войн.

Определить мир как полное отсутствие войны было бы несправедливо по отношению к причинам мира. Например, сосуществование — это форма ми-

ра, в которой существуют общества, проявляющие ограниченную враждебность по отношению друг к другу. Важно дать такое определение мира, в котором он не изображался бы просто как переменчивые формы между войнами, а в котором была бы отражена его глубокая связь с коллективной агрессивностью.

Некоторые уверены в установлении прочного мира, основанного на доброй воле людей всех народов. Другие верят в фатальную неизбежность войны. Существует целая гамма мнений между этими двумя крайностями в пределах от идеи, которую поддерживал Клаузевиц, что война является политическим средством, которым политики могут пользоваться по своему усмотрению, до идеи, что агрессивное выражение недовольства в обществе неизбежно проявляется в войне.

Что касается методов обеспечения безопасности перед лицом международной напряженности, здесь существуют две школы. Приверженцы одной школы считают, что наличие оружия оказывает устрашающее и стабилизирующее воздействие на проявление враждебности. Меры по поддержанию мира выражаются в поговорке: «Хочешь мира — готовься к войне». Сторонники другой школы считают, что при наличии очень мощного оружия небольшие конфликты могут легко перерасти в войну на уровне взаимного разрушения и что наличие такой перспективы должно заставить народы меньше полагаться на оружие и больше на переговоры.

В 1966—1967 г.г. расходы на вооружение во всем мире составили приблизительно 136 млрд. дол., 58 млрд. дол. из них затратили Соединенные Штаты и 35 млрд. — Советский Союз [28а]. По сравнению с 1963—1964 гг. американские и советские расходы на вооружение в совокупности возрос-

ли на 27,8%, что составляет сумму, равную расходам на те же цели Канады, Западной Германии, КНР, Франции, Великобритании, Индонезии и Италии вместе взятым. Расходы семи вышеперечисленных стран значительно возросли с того времени. Расходы на вооружение во всем мире составляли от 6,5% до 7,1% от валового национального продукта. Различия в статистических методах оценки этих сумм незначительны по сравнению с величиной затрат.

Обеспечивают ли эти расходы мирное существование или они готовят нас к войне? Куда мы должны идти? Наиболее естественный вывод, который можно сделать из всего вышесказанного, состоит в том, что народы, от которых зависит безопасность, должны показать пример доброй воли и проявить желание вести переговоры. Они должны сконцентрировать свою энергию на решении проблем мирным путем и в то же время показать другим народам ценность такого подхода. Вероятно, это самое лучшее направление в нашем упорном стремлении к конечной цели, которая заключается в построении мира, в котором сила будет использоваться только в рамках закона.

#### **6.4. Дальнейшее развитие науки и контроль над вооружением**

В конечном счете каждый человек должен быть обеспечен пищей, должен получить образование и соответствующую работу, чтобы чувствовать себя полноценным членом общества. Тогда он будет творческой и энергичной личностью, потому что у него не будет причин для длительного недовольства.

Исследование операций может сделать значительный вклад путем составления оценок количест-

ва ресурсов той или иной страны, которое надо направить на оборону или на помощь развивающимся странам для того, чтобы увеличить стабильность мира.

Основываясь на этих планах, богатые страны могут составить план поэтапного развития остального мира. Любой проект подобного рода требует участия всех стран мира.

Все увеличивающийся разрыв между богатыми и бедными странами является одной из главных причин конфликтов в наше время, и такое положение сохранится в обозримом будущем. Мюрдал [47а] считает, что развивающиеся страны должны использовать все доступные им средства для увеличения своего экономического потенциала, в то же время избегая политики изоляции, которая может привести к созданию барьеров для проникновения культурных и научно-технических ценностей из высокоразвитых стран.

Разумеется, в мире, кроме экономических, существуют и другие источники конфликтов; это можно проиллюстрировать на примере политики великих держав в первой мировой войне. Перспективы решения таких конфликтов выглядят неутешительно.

Один из выводов из ограниченного числа экспериментов состоит в том, что ранние контакты и связи, переговоры, обсуждения, предоставление каждой стороне возможности прямо высказать свою точку зрения представляются в настоящее время наиболее эффективными средствами сдерживания эскалации в конфликтной ситуации.

Ядерные державы должны научиться сдержанности, чтобы их нельзя было легко спровоцировать на решительные действия во время небольших инцидентов. Неэкономические конфликты — доволь-

но обычные явления, поэтому их исследованию надо уделять не меньше внимания, чем экономическим проблемам, которые мы понимаем лучше.

Рассмотрим теперь некоторые перспективы использования достижений науки в трех областях контроля над вооружением. При условии, что в будущем войны еще будут иметь место, вероятно, противники будут анализировать их на вычислительных машинах с большой точностью, а не сражаться на поле боя. Это не предотвратит гонку вооружений, но предотвратит разрушение. Если человек будет придерживаться современных взглядов на войну, вооружение будет все еще необходимо, чтобы заставить противника отказаться от решительных действий. На вычислительных машинах будет разобрано множество вариантов, возможно тысячи, для анализа всевозможных изменений и нюансов, какие только смогут предвидеть политические и военные лидеры стран-участниц. Типы используемых вычислительных машин и программ будут согласовываться заранее. В настоящее время для моделей, вводимых в машину, необходима точная информация. Почти наверное, в некоторых случаях не вся необходимая информация может быть переведена в количественную форму, но в этой книге уже приводились примеры, когда достаточно использовать относительные единицы, и этот прием может найти широкое применение. Таким образом, есть надежда, что эта проблема будет решена. Перспектива, что победитель в войне, разыгранной на вычислительных машинах, будет диктовать свои условия проигравшему, может заставить проигравшего пренебречь результатами моделирования; следовательно, это подход требует тщательного планирования и контроля со стороны международного суда. Такой подход в не-

которой степени полагается на добрую волю людей, несмотря на то, что они продолжают свои агрессивные игры. Есть основания считать, что развитие сотрудничества может устранить необходимость моделировать войны на вычислительных машинах. Такое применение вычислительных машин представляет собой упрощение идеи о разрешении конфликта с помощью совместной работы, стороны при этом должны проявлять свои наилучшие намерения, даже с «риском», что им придется помогать друг другу.

Другой вариант использования вычислительной техники состоит в том, чтобы хранить на вычислительных машинах информацию об идеях, политике и заявлениях по различным вопросам, представляющим взаимный интерес. Государственные деятели могут за короткое время проверять заявления о позиции других правительств и множество других моментов.

Третья область использования вычислительных машин — это анализ проблем с большим количеством возможных вариантов, с целью выбора устойчивой политики. Вычислительную машину можно использовать для организации обмена мнениями между государственными деятелями, которые сообщают сведения о цене того или иного действия.

Несомненно, одно из главных препятствий прогресса в международных делах — это недостаточность знаний о соревновательных ситуациях, представляющих широкий интерес. Теория игр взяла на себя ответственность за эту область и уже достигнут определенный теоретический прогресс. Но современные формулировки теории игр не дают конкретных ответов на вопросы об этическом поведении. Этика подчинена рациональности,

Можно привести множество примеров, показывающих, что этическое поведение не всегда является рациональным с точки зрения оптимальности интересов некоторой стороны — и поэтому может приводить к потере преимущества в пропагандистской борьбе. Рациональное поведение, по определению, это стратегия, которая с наибольшей вероятностью приводит к достижению целей. Теория игр — это не теория этики. Ее рекомендации по рациональному поведению, выданные государственному деятелю, который представляет собой сложное единство рациональности и этики, могут противоречить его взглядам.

Принятие рациональных решений в отношении конфликтных вопросов основывается на теории игр с ненулевой суммой. Взаимоотношения игроков не имеют значения в теории игр с нулевой суммой, потому что они твердо определены, и наилучшие стратегии не зависят от отношений между игроками. В играх с ненулевой суммой не существует удовлетворительной общепринятой теории, в частности, это относится к бескоалиционным играм. Например, игра «дилемма заключенного», описанная в гл. 3, — это игра с ненулевой суммой, которую можно использовать для выбора поведения. Без учета отношений игроков мы получаем точку равновесия типа Нэша, над которой доминирует точка равновесия метаигры, полученной с учетом взаимоотношений игроков. Теория метаигр появилась совсем недавно и она обещает сделать теорию игр более полезной для приложений.

Физики до сих пор не решили проблему динамического равновесия нескольких тел, если число этих тел превышает два. Невозможно дать общее решение, описывающее траекторию каждого тела по отношению к целой системе нескольких тел.



До сих пор теория игр не дала ответа на проблему оптимального учета интересов более, чем двух индивидуумов в соревновательной ситуации. Обычная теория игр рассматривает оптимальные стратегии в статическом положении; теория дифференциальных игр определяет стратегии как функции времени.

Изучение с помощью методов исследования операций вероятности столкновения судов в узком проливе между Данией и Швецией привело к выводам, что усиление интенсивности транспортных потоков, состоящих главным образом из океанских лайнеров и паромов, которая должна удвоиться в ближайшие годы, приведет к восьмикратному увеличению числа случаев, когда три корабля оказываются слишком близко один от другого, так что возможно столкновение. Правила и опыт навигации могли помочь лишь в случае сближения не более, чем двух судов. Ввиду отсутствия решения проблемы нескольких кораблей в качестве выхода из создавшегося положения было предложено построить мост через пролив, чтобы сократить движение паромов. Полезный урок, полученный при таком мысленном подходе, можно использовать при решении проблемы  $N$  лиц, в которой интуиция помогает мало, а познания также невелики. Например, при столкновении интересов многих сторон может оказаться, что лучше искать принципиально новые решения, чем пытаться «решить» проблему привычными методами.

Важной проблемой в переговорах по достижению прочного соглашения о разоружении является неизвестность будущего развития. Так как силы каждой страны со временем меняются, постоянно меняется соотношение сил. Неопределенность возникает также потому, что трудно предвидеть наме-

рения разных стран в отношении друг друга, состояние их отношений, а следовательно, и влияние этих изменений на третьи страны. Таковы некоторые из проблем, которыми занимается теория игр  $N$  лиц.

До сих пор в соглашениях о контроле над вооружением говорилось об отказе от использования, разработки, производства, проведения испытаний и о нераспространении вооружений. Как мы уже видели, предложения по разоружению, в которых намечается уничтожение определенной доли какого-то оружия, не могут быть практически реализованы, если не будет учтен существенно нелинейный эффект от сокращения вооружения. Сокращение сил может привести их к такому уровню, что они не смогут быть использованы эффективно. Так как военное положение меняется со временем, для страны, обладающей небольшим количеством оружия, может оказаться невыгодным уменьшение своих сил ниже определенного уровня, так как она должна быть готова к боевым действиям в случае конфликта. Например, страна, имеющая три самолета, может отказаться от сокращения этих сил на 30%, потому что два самолета практически бесполезны, в то время как три обеспечивают защиту. Однако страна, имеющая 100 самолетов, может охотно согласиться на уничтожение 30% своих самолетов.

Чтобы сохранить сравнительное равновесие сил, надо при сокращении какого-то оружия на 30% в одной стране, сокращать его в другой стране лишь на 20% (по числу, весу и т. п.). Такой «процентный» подход обеспечивает согласование действий таким образом, чтобы в случае конфликта каждая сторона могла бы уничтожить другую при помощи оставшихся сил.

Но и при таком подходе могут возникнуть затруднения с достижением соглашения из-за трудностей измерения нелинейного эффекта. Эффективность комбинации двух систем вооружения не равна простой сумме их эффективностей. Люди, имея дело с числами, привыкли мыслить по линейной шкале и охотно ее используют из-за простоты. Однако часто явления, с которыми сталкиваются люди, ведут себя нелинейно и это противоречит нашей вере в линейность изменений. Поэтому, чтобы обеспечить гармонию между интуитивным представлением и опытными данными, лучше с самого начала изучать эффекты в вооружении при помощи нелинейной математики.

Вследствие развития рассмотренных областей исследования должна возрасти зрелость математической политики. Это только начало работы, на перспективу которой мы смотрим очень оптимистично. Необходимы модели, которые дадут нам возможность понимать, какие действия и уступки надо делать, чтобы предотвратить перерастание конфликтной ситуации в тяжелый кризис. Мы с полным основанием можем полагать, что исследование эскалации и природы конфликтов поможет разработать критерии, указывающие враждующим странам на природу их вражды. Критерии можно проверять на исторических примерах, проанализированных в рамках модели, в которой может быть найдено устойчивое решение.

Классификация игр по стабильности и подбор к каждому классу игр большого числа исторических примеров уже начались. К каждому классу и типу стабильности может быть подобрано множество возможных решений. Это есть попытка подготовить на научной основе решение частных проблем контроля над вооружением.

## Список литературы

1. **Ackoff R.** See Reference 47.
- 1a. **Alker H. R.** Mathematics and Politics. Macmillan, N. Y., 1965.
16. **Anscomb F. J.** Principles of Sampling as Applied to Disarmament Agreement. Contract No. ACDA/ST-37 with «Mathematica». Princeton, New Jersey, 1965.
2. **Aumann R. J. and M. Maschler.** Game Theoretic Aspects of Gradual Disarmament in «Development of Utility Theory for Arms Control and Disarmament». Contract No. ACDA/ST-SO and 116 with «Mathematica». Princeton, New Jersey, 1966.
3. **Basore Bennett L.** Private communication.
4. **Beaufre A.** Strategy of Action. Praeger, New York, 1967.
5. **Beaufre A.** Deterrence and Strategy. Faber, 1967.
6. **Bendix Corporation.** A Report of Verification Requirements for Restrictions on Strategic Nuclear Delivery Vehicles, 1964.
7. **Boulding Kenneth E.** Conflict and Defence. Harper & Row, Boston, 1961.
8. **Bouthoul Gacton.** La Guerre. «Que Sais-je?». Presses Universitaires, Paris, 1953.
9. **Bouthoul Gaston.** Sauver La Guerre. Grasset, Paris, 1963.
10. **Bouthoul Gaston.** Avoir La Paix. Grasset, Paris, 1967.
- 10a. **Brody Richard A. and John Vesecky.** Soviet Responsiveness: A Critical Evaluation of Certain Hypotheses About Soviet Foreign Policy Behavior. Stanford University, December 1965.
11. **Brown R. H.** A Stochastic Analysis of Lanchester's Theory of Combat. — «Operations Research Office Technical Memorandum», 1955, ORO T-323.
12. **Buchanan J. M. and G. Tullock.** The Calculus of Consent: Logical Foundations of Constitutional Democracy. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1962.
13. **Шарден Т. П.** Феномен человека. М., «Прогресс», 1965.
14. **Charlesworth J. C. ed.** Mathematics and the Social Sciences. — American Academy of Political and Social Science. Philadelphia, 1963.
15. **Cohen B.** Conflict and Conformity. M. I. T. Press, Cambridge, 1963.
16. **Criswell J. H., H. Solomon and P. Suppes,** eds. Mathematical Methods in Small Group Process. Stanford University Press, Stanford, 1962.
17. **Dean Arthur H.** Test Ban and Disarmament. The Path of Negotiation. Harper & Row, New York, 1966.

18. **Debrew Gerard**, Theory of Value. Wiley, New York, 1959.
19. **Дрешер М.** Стратегические игры. Теория и приложения. М., «Сов. радио», 1964.
20. **Dresher M., A. W. Tucker and P. Wolfe.** Contributions to the Theory of Games, vol. III, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
- 20a. **Ericsson U.** Approaches To Some Test Ban Control Problems. «Forsvarets Forskningsanstalt Ardelning», 4, Stockholm, February 1967.
- 20b. **Feierabend Ivo. K. and Rosalind L. Feierabend.** Aggressive Behaviors within Politics 1948—1962: A Cross-National Study. «J. Conflict Resolution», 1966, X 3, 249—271.
21. **Galtung Johan.** A Structural Theory of Aggression. «J. Peace Research», 1964, 2, 95—119.
22. **Galtung Johan.** Summit Meetings and International Relations. «J. Peace Research», 1964, 1, 36—54.
- 22a. **Goldman A. J.** The Probability of a Saddlepoint. «American Math. Monthly», Dec. 1957.
23. **Guetzkow H., C. F. Alger, R. A. Brody, R. C. Noel and R. C. Snyder.** Simulation in International Relation: Developments for Research and Teaching. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1963.
24. **Harsanyi J. C.** Bargaining and Conflict Situations in the Light of a New Approach to Game Theory. «The American Economic Review», May 1965, 55: 2, 447—457.
25. **Harsanyi John C.** A General Theory of Rational Behavior in Game Situations. «Econometrica», March 1964.
- 25a. **Harsanyi J. C.** A Generalized Nash Solution for Two-Person Cooperative Games with Incomplete Information, prepared under «Mathematica». Contract No. ACDA/ST-116 (September 1966). Part I of this paper is based on joint work by Reinhard Selten and J. C. Harsanyi. Part II is by J. C. Harsanyi.
26. **Harsanyi J. C.** Games with Incomplete Information. Part I. The Basic Model, Working Paper No. 157; Part II. Bayesian Equilibrium Points, Working Paper No. 158; Part III. The Basic Probability Distribution of the Game, Working Paper No. 159. Center for Research in Management Science. University of California, Berkeley, February 1966.
27. **Harsanyi J. C.** A Game-Theoretical Analysis of Arms Control and Disarmament Problems in Development of Utility Theory for Arms Control and Disarmament. Contract No. ACDA/ST-80 with «Mathematica». Princeton, N. J.
- 27a. **Heller I.** A Conceptual Frame for the Study of International

- nal Relations for Arms Control and Disarmament Purposes. Part I. Static Deterministic Formulations, October 1967.
28. **Helmer O.** The Game-Theoretical Approach to Organization Theory. «Synthese», 15, Reidel, Dordrecht, Holland, 1963, 245—253.
  - 28a. **Hennig Eike.** Die Rustungsgesellschaft und ihre Kosten (Armament society and its costs. — «Atomzeitalter», J., 1967, 6, 296—308.
  29. **Howard Nigel.** The Theory of Meta-Games. Management Science Center, University of Pennsylvania, May 1966.
  - 29a. **Intriligator Michael D.** Strategy In A Missile War: Targets and Rates of Fire? Security Studies Paper Number 10. University of California, Los Angeles, 1967.
  - 29b. **Intriligator Michael D.** Arms Races and War Initiation; The Effect of Strategic Choices. Department of Economics. University of California, Los Angeles, 1968.
  30. **Isaacs Rufus.** Differential Games. Wiley, New York, 1965.
  31. **Johnston John M. and Paul A. Bornstein.** A Game Theoretical Approach to the Negotiation Problem, M. A. Thesis, U. S. Naval Postgraduate School, 1964.
  32. **Joxe Alain.** The Logic of Preference Relation in a Power System with a Finite Number of Elements (French). G. E. M. P. P. S., Doc. No. 7E, 1964.
  33. **Карлин С.** Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М., «Мир», 1964.
  34. **Khan H.** On Thermonuclear War. Princeton University Press. Princeton, New Jersey 1960.
  35. **Khan H.** Thinking the Unthinkable. Horizon, New York, 1962.
  36. **Kuhn H.** Recursive Inspection Games in Application of Statistical Methodology to Arms Control. «Mathematica» ACDA/ST-3. Princeton, 1963.
  37. **Kuhn H. W. and A. W. Tucker.** Contributions to the Theory of Games, vol. I. Princeton University Press. Princeton, New Jersey, 1950.
  38. **Lanchester F.** Aircraft in Warfare, the Dawn of the Fourth Arm. Constable, London, 1916.
  39. **Lazarsfeld P. F., ed.** Mathematical Thinking in the Social Sciences, Free Press, New York, 1954.
  - 39a. **Lewin Leonard C.** Report From Iron Mountain; On the Possibility and Desirability of Peace. The Dial Press, Inc., New York, 1967.
  40. **Long F. A.** Research for Disarmament. «International Sci-

- ence and Technology». Conover-Mast, New York. August 1962, 52—59.
41. **Lotka A.** Elements of Mathematical Biology. Dover, New York, 1956.
  42. **Льюс Р. Д., Райфа Х.** Игры и решения. М., ИЛ, 1961.
  43. **Maschler M.** A Non-Zero-Sum Game Related to a Test Ban Treaty, Paper in «Applications of Statistical Methology To Arms Control», «Mathematica», ACDA/ST-3, Princeton, 1963.
  44. **Mayberry J. P.** The Notion of «Threat» and Its Relation to Bargaining Theory, Chapter in Models of Gradual Reduction of Arms. «Mathematica Study ACDA/ST-116 for the Arms Control Agency, 1967.
  - 44a. **Mayberry J. P.** Discounted Repeated Games with Incomplete Information, Chapter V in «Models of Gradual Reduction of Arms.—«Mathematica» Study ACDA/ST-116 for the Arms Control Agency, 1967.
  45. **McGuire Martin C.** Secrecy and the Arms Race. «A Theory of the Accumulation of Stratigic Weapons and how Secrecy Affects It», CXXV, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1965.
  46. **МакКинси Дж. Ч. Ч.** Введение в теорию игр. М., Физматгиз, 1960.
  - 46a. **Midgaard Knut.** Co-ordination in «Tacit» Games: Some New Concepts. «Cooperation and Conflict: Nordic J. International Politics», 1965, 2.
  - 46b. **Midgaard Knut.** On Auxiliary Games and the Modes of a Game. «Cooperation and Conflict: Nordic J. International Politics», 1966, 1.
  47. **Model Study of Escalation**, Management Science Center. University of Pennsylvania I, II and III, 1965.
  - 47a. **Myrdal Gunnar.** Rich Lands and Poor; the road to world prosperity. Harper, New York, 1957.
  48. **Nilsen S. S.** Political Equilibrium. «J. Conflict Resolution», 1959, 3. 41—87.
  49. **Nash John.** Non-Cooperative Games. «Ann. Math.», 1951, 54: 2.
  50. **Nash John.** Two-Person Cooperative Games. «Econometrica», 1953, 21, 128—140.
  51. **Patterson R. L. and W. Richardson.** A Decision Theoretical Model for Determining Verification Requirements. «J. Conflict Resolution September 1963, 1:4, 602—607, and. J. Arms Control, October 1963», 1:1, 697—701.
  52. **Rapoport A.** Fights, Games and Debates. University of Michigan Press. Ann Arbor. 1960.

- 52a. **Rapoport A. and Chammah A.M.** Prisoner's Dilemma: A Study of Conflict and Cooperation. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1965.
53. **Rapoport A.** Two-Person Game Theory, The Essential Ideas. The University of Michigan Press, Ann Arbor, 1966.
54. **Richardson I. F.** Statistics of Deadly Quarrels. Quadrangle, Chicago, 1960.
55. **Richardson L. F.** Arms and Insecurity. Boxwood, Pittsburgh, 1960.
- 55a. **Richardson Wyman.** Private communication, 1967.
- 55b. **Rosen S.** The Ideal Type of War. Dept. of Political Science, Univ. of Pittsburg, 1968.
56. **Саати Т. Л.** Математические методы исследования операций. М., Воениздат, 1963.
57. **Saaty Thomas L., and Joseph Bram.** Nonlinear Mathematics, McGraw-Hill, 1964.
58. **Saaty Thomas L.** A Model for the Control of Arms. «Operations Research», July—August 1964, 12:4, 586—609.
- 58a. **Saaty Thomas L.** Mathematical Structure in Politics: Mathematics Magazine, (to appear) November, 1968.
- 58b. **Saaty Thomas L. and P. J. Long.** Mathematical Foundation of the Stability of Deterrence. Arms Control and Disarmament Agency Study, 1968.
- 58b. **Saaty Thomas L.** An Application of Decision Theory: The Development of Additional Tools. Proceedings Decision Theory Symposium, Aix-en Provence, 1967.
59. **Schelling T. C.** An Essay on Bargaining. «The American Economic Review», June 1956, 46:3, 281—306.
60. **Schelling T. C.** The Strategy of Conflict. Harvard University Press, Cambridge, 1960.
61. **Shubik Martin.** Game Theory and Related Approaches to Social Behavior. Wiley, New York, 1964.
- 61a. **Shubik Martin.** On the Strategy of Disarmament and Escalation, Chapter VI in «Development of Utility Theory for Arms Control and Disarmament» final report by «Mathematica» to the Arms Control and Disarmament Agency, Contract ACD/ST-80, 1966.
- 61b. **Shubik Martin.** Strategy and Market Structure. Wiley, New York, 1959.
62. **Siegel S. and L. E. Fouraker.** Bargaining and Group Decision Making. McGraw-Hill, New York, 1960.
- 62a. **Singer J. David (editor).** Quantitative International Politics: Insights and Evidence. The Free Press, New York 1968.
63. **Smoker Paul.** A Pilot Study of the Present Arms Race. Peace Research Center. Lancaster, England, May 1963.



64. **Smoker Paul.** Fear in the Arms Race: Mathematical Study. «J. Peace Research», 1964, 1, 55—64.
65. **Smoker Paul.** Sino-Indian Relations: A Study of Trade, Communication and Defence. «J. Peace Research», 2, 1964, 65—76.
66. **Smoker Paul.** A Wave Model of the Arms Race Typescript Lancaster, England, 1964.
67. **Snyder R. C. and J. A. Robinson.** National and International Decision Making. The Institute for International Order, 1962.
68. **Stearns R.** A Formal Information Concept for Games with Incomplete Information, Chapter IV in «Models of Gradual Reduction of Arms», vol. II. «Mathematica» Study ACDA/ST-116 for the Arms Control Agency, 1967.
69. **Thurstone L. L.** The Measurement of Values. University of Chicago Press, Chicago, 1959.
70. **Trotter Wilfred.** Instincts of the Herd in Peace and War. Unwin, 1916.
71. **Tucker A. W. and R. D. Luce.** Contributions to the Theory of Games, IV:40. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1959.
72. **Ulmer S. S.** Introductory Readings in Political Behavior. Rand McNally, Chicago, 1961.
73. **Vajda S.** Mathematical Programming. Addison — Wesley, Reading, Massachusetts, 1961.
74. **Вайда С.** Теория игр и линейное программирование. В сб. перев. с англ. Под ред. Л. В. Канторовича и В. В. Новожилова. М., ИЛ, 1959.
75. **Вентцель Е. С.** Элементы теории игр. М., Физматгиз, 1961.
76. **Voeglin Eric.** The New Science of Politics. University of Chicago Press, Chicago, 1952.
77. **Volterra V.** Lecon sur la theorie mathématique de la lutte pour la vie. Gauthier-Villars et Cie, Editeurs, Paris (1963).
78. **Нейман Дж., Моргенштерн О.** Теория игр и экономическое поведение. М., «Наука», 1970.
79. **Вильямс Дж. Д.** Современный стратег, Пер. с англ. М., «Сов. радио», 1960.
80. **Westwick Roy, W. A. McWorter and Donald Quiring.** Games with a Winning Strategy. «Am. Math. Monthly», May 1967, P604.
- 80a. **Wharton John F.** What Nature Reveals About Peacemaking. «Saturday Review», 1967, May 27, 14—16.
81. **Wiesner Jerome B.** A Strategy for Arms Control. «Saturday Review», 1967, March 4, 17—20.

## Алфавитный указатель

- Альтернативы 171  
  риска 123
- Байеса теорема 254—259
- Вальтерра Вито** 97
- Вероятность  
  безусловная 56  
  условная 55, 244, 255
- Воинственности фактор 56
- Война 61, 218, 280—283  
  обычная 274  
  ракетная 103—109
- Войны  
  карательные 107  
  количество 95
- Вооружение 70, 72, 73, 74
- Выборки 267—272
- Вычислительная техника  
  285—286
- Гамильтона функция 108
- Геометрический подход к  
  контролю над вооруже-  
  нием 47—53
- Гиббс* 43
- Гольдман А. Дж.* 170
- Групповое решение 119
- Действия, эффективность 22,  
  272
- Дин А.* 214
- Динамическая модель 105—  
  109
- Дипломат 212
- Доверия модель 253—254
- Долки Н.* 47
- Доминирование 135
- Допустимое состояние 171
- Дрешер М.* 170
- Зойтена принци 154
- Игры  
  «богатые» 275  
  двух лиц 138—145, 148—  
  158  
  «Дилемма заключенного»  
  138  
  некооперативные 110  
  нормальная форма 129—  
  130  
  одноразовые 228  
  повторяемые 226  
  расширенная форма 129—  
  130  
  седловая точка 133  
  спортивные 208—210  
  теория 30, 110—111, 146,  
  156—158  
  «Трус» 138  
  цена 135, 265  
  *N* лиц 129, 289  
  с достоверной информа-  
  цией 150  
  с изменяющимися угроза-  
  ми 149, 152—156  
  с неизменными угрозами  
  148—151  
  с нулевой суммой 128—  
  129, 132—137  
  с неполной информацией  
  222—225, 226—235  
  с несовершенной информа-  
  цией 223  
  с нулевой суммой 125—  
  126, 129  
  с обесцениванием инфор-  
  мации 240—244

Идентификации теорема  
164—166  
*Интригейтор М.* 103  
«Искусственная реальность»  
275—280  
*Каспари У. Р.* 93  
Качественные исследования  
48  
Количественный подход 32,  
72  
в политике 32  
Контроль (инспекции) 252,  
259, 264, 267, 269  
Контроль над вооружением  
25  
выборочный 267—272  
исследования 27  
методы 18, 20  
модели 14  
организации для 23—24  
политики 24  
проблемы 25, 26  
текущие задачи 28—29  
технические аспекты 27  
этапы 24  
и наука 283  
Координирование 109—110  
Конфликт 13, 16—17, 45,  
60—61, 110, 115, 211,  
272—273  
модели 95, 96  
последствия 95, 96  
трудовой 212  
Конфликтная точка 202  
Конфликтный выигрыш 149,  
150  
Критическая точка 100  
*Ланчестер Ф.* 98  
*Ле Шателье* 43  
*Машер М.* 227, 243  
Матрица  
невыврожденная 99  
смежности 78  
сравнений 36, 37, 38, 39

Максимизация 247  
Максимин 133, 134, 142, 144,  
152, 167  
Метальтернативы 161  
Метаигры 111, 158  
«Петухи» 163—164  
применение к анализу го-  
родского конфликта 183—  
208  
— к урегулированию  
вьетнамской проблемы  
173—183  
теория 111—112, 158—170  
Минимакс 134, 167  
Минимизация, примеры 260  
Мир 280—283  
Модели  
без предварительных пред-  
положений 254  
вероятностные 30, 31  
детерминированные 29—30  
динамическая 105—109  
доверия 253—254  
математические 30  
нарушения соглашений  
253—254  
нормативные 30  
постепенного сокращения  
вооружений 233  
Ричардсона 90—103  
теоретико-игровые 264—  
267  
*Мюрдал Г.* 174  
Неопределенность 32, 119,  
221  
*Нейман фон и Моргенштерн*  
134  
Неподвижная точка 47  
Неустойчивость 53, 57  
Нормативные модели 30  
*Нэш Дж.* 140, 148, 152  
произведение 150, 246  
равновесие 140, 158  
теория 218

- Обесценивание 240, 242
- Ожидаемая цена игры 135
- Ожидаемый выигрыш 146
- Омэн Рж.* 227, 239, 243
- Оптимальная игра 231
  - стратегия 232
  - цель 103
- Оптимальное управление 103
- Оптимальность в смысле Парето 160
- Оптимизация 31, 114, 116
- Парето** 160
- Переговоры 23, 24, 28, 54, 59
  - 75, 114, 211, 212, 213
  - игра 130—131
- Платежная матрица 128
- Полезность 28
  - аксиомы 121
  - вооружений 19, 80, 81
  - вычисление 127—128
  - количественное задание 156
  - порядковая 20, 116, 120, 122, 123, 124
  - теория 116—118
  - функция 116, 118, 119
  - шкала 21, 150
- Политик 212, 213
- Политики 42, 109
  - контроля над вооружением 24
  - стабильность 22
- Предпочтение 175, 176, 177
  - порядок 261
  - отношение 116
- Предположения
  - несогласованные 236
  - согласованные 236
- Равновесие** 13, 42, 91
  - в теории игр 45
  - динамическое 46
  - неустойчивое 42, 43
  - состояние 44
  - точка 140, 153, 160, 243
  - устойчивое 42, 43
- Развязывание войны 56, 59
- Разоружение 23, 77
  - договор 269
  - постепенное 223
  - соглашение 288
- «Разрезание пирога» 234
- Ракеты 256
- Рациональность 287
  - групповая 160
  - индивидуальная 159—160
  - правила 141—142
- Решение 119, 120, 259—261
  - групповое 119
- Ричардсон Л.* 90
- Санкции
- Сдерживание 49, 54, 57
  - устойчивость 53, 66—72
- Сдерживающая сила 19
- Седловая точка 100, 133, 144
- Селтон Р.* 231
- Сингулярность системы 100
- Сложившееся соотношение сил 217—222
- Сложность 259
- Случайность 32
- Сокращение вооружений 72, 82—90
- Статус-кво 171—172
- Стирнс Р.* 239—240
- Стратегии 28, 109, 125
  - выигрышная 131—132
  - оценка 154—155
  - равновесия 140
  - смешанная 133
  - темпа запуска ракет 104
  - удара по вооруженным силам 103
- по материальным ценностям 103
- число 128
- Угрозы** 92

изменяющиеся 152—158  
неизменные 148—152  
Устойчивость 42, 73, 94, 100  
область 48, 50  
сдерживания 53

Уступки и контруступки 154

Ущерб 62, 64

*Харасаньи Дж.* 245, 251

*Ховард Н.* 158

**Цели**

согласованность 22, 34,  
40, 42

национальные 24

Ценности кривая 49

Ценность системы вооружения 48, 79—80

«Черный ящик» 263—264

*Шеллинг Т.* 215

Шкала важности объектов  
35—36, 39

Эджурта кривая 152

Эскалация 274

Ядерный «зонтик» 82



# Оглавление

От редактора . . . . .	3
Предисловие к русскому изданию . . . . .	8
Предисловие . . . . .	12
<b>ЧАСТЬ I. ОБ УСТАНОВЛЕНИИ ЦЕЛЕЙ . . . . .</b>	<b>16</b>
Введение . . . . .	16
<b>Глава 1. Внешние факторы при контроле над воору- жением . . . . .</b>	<b>23</b>
1.1. Предварительные замечания . . . . .	23
1.2. Что такое контроль над вооружением? . . . .	25
1.3. Некоторые текущие задачи контроля над во- оружением [17] . . . . .	28
1.4. Роль математических моделей . . . . .	29
1.5. Один метод сравнения и оценки . . . . .	33
<b>ЧАСТЬ II. СТАБИЛЬНОСТЬ ПОЛИТИК . . . . .</b>	<b>42</b>
<b>Глава 2. Равновесие и устойчивость в моделях во- оружения . . . . .</b>	<b>42</b>
2.1. Введение . . . . .	42
2.2. Равновесие и устойчивость . . . . .	42
2.3. Влияние разделяющихся боеголовок индивиду- ального наведения на область устойчивости. Геометрический подход . . . . .	47
2.4. Об устойчивости политики сдерживания про- тивника . . . . .	53
2.5. Количественный подход к сокращению воору- жений [58] . . . . .	72
2.6. Модель Ричардсона . . . . .	90
2.7. Динамическая модель ракетной войны . . . .	103
<b>ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ДЛЯ КООРДИНИРОВАНИЯ ПОЛИТИК . . . . .</b>	<b>109</b>
<b>Глава 3. Конфликты и теория игр . . . . .</b>	<b>110</b>
3.1. Введение . . . . .	110
3.2. Решение, полезность, предпочтение . . . . .	119
3.3. Игры двух лиц с нулевой суммой . . . . .	125
3.4. Игры с ненулевой суммой . . . . .	138
3.5. Кооперативные игры двух лиц . . . . .	148
3.6. Метаигры: политики и санкции . . . . .	158
3.7. Некоторые применения теории метаигр . . . .	171
3.8. Замечания об играх, спортивных состязаниях и спортивном духе . . . . .	208
	301

<b>Глава 4. Переговоры, анализ соотношения сил, неполная информация</b>	211
4.1. Введение. Некоторые замечания о ведении переговоров	211
4.2. Анализ соотношения сил	217
4.3. Раскрытие информации в процессе переговоров	222
4.4. Модели игр с неполной информацией [2]	226
4.5. Недостаток информации с обеих сторон	236
4.6. Тип противника	244
<b>ЧАСТЬ III. ПРИМЕНЕНИЕ СОГЛАШЕНИЙ И ИХ ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДЕЙСТВИЙ</b>	252
<b>Глава 5. Модели нарушения соглашений. Контроль</b>	252
5.1. Введение	252
5.2. Две элементарные модели	253
5.3. Модель, основанная на теореме Байеса [55a]	254
5.4. Модель, основанная на теореме решений	259
5.5. Соблюдение договора, проверки и «черные ящики»	261
5.6. Теоретико-игровая модель	264
5.7. Краткие замечания к вопросу о выборочном контроле над вооружением	267
<b>ЧАСТЬ IV. ПРОМЕЖУТОЧНЫЕ И ДОЛГОСРОЧНЫЕ ПРОБЛЕМЫ КОНТРОЛЯ НАД ВООРУЖЕНИЕМ — АНАЛИЗ РАЗРАСТАНИЯ КОНФЛИКТОВ, ИДЕИ И ПЕРСПЕКТИВЫ</b>	272
<b>Глава 6. Исследование конфликтов</b>	272
6.1. Введение	272
6.2. Опыты с эскалацией конфликтов	274
6.3. Ненаучные размышления	280
6.4. Дальнейшее развитие науки и контроль над вооружением	283
Список литературы	291
Алфавитный указатель	297



ИБ № 321

ТОМАС Л. СААТИ

**Математические модели  
конфликтных ситуаций**

Перевод с англ. В. Н. Веселова и Г. Б. Рубальского  
под ред. И. А. Ушакова

Редактор *Н. Г. Давыдова*  
Художественный редактор *А. Н. Алтунин*  
Обложка художника *О. В. Камаева*  
Технический редактор *В. А. Позднякова*  
Корректор *Л. А. Максимова*

Сдано в набор 3/III 1977 г.

Подписано в печать 30/VI 1977 г.

Формат 70×100/32

Бумага типографская № 1

Объем 12,35 усл. п. л.,

12,62 уч.-изд. л.

Тираж 11 000 экз.

Зак. 94

Цена 1 р. 10 к.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 «Союзполиграфпрема»  
при Государственном Комитете Совета Министров СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.



Саати Т. Л.

C11 Математические модели конфликтных ситуаций. М., «Сов. радио», 1977.

304 с. с ил.

Книга посвящена построению математических моделей трудно формализуемых конфликтных ситуаций, не относящихся к стандартной теории игр и статистических решений. Определяются цели и задачи урегулирования конфликтов, исследуются пути стабилизации и равновесия в условиях неполной информации. Приводятся некоторые математические модели оценки взаимного контроля конфликтующих сторон. Формализуется процедура формирования соглашений в конфликтных ситуациях.

С  $\frac{30501-062}{046(01)-77}$  БЗ-1-6-77

6Ф0.1

