

ТРУДЫ
НАМИ

Выпуск 48

МЕХАНИКА АВТОМОБИЛЯ
Методика и результаты исследований
с применением математических машин

Сборник второй

— 1962 —

Государственный комитет Совета Министров СССР
по автоматизации и машиностроению

Управление сельскохозяйственных машин и автомобилей

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ НАУЧНО-
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ АВТОМОБИЛЬНЫЙ И АВТОМОТОРНЫЙ ИНСТИТУТ

НАМИ

ТРУДЫ
НАМИ

Выпуск 48

МЕХАНИКА АВТОМОБИЛЯ
Методика и результаты исследований
с применением математических машин
Сборник второй

ОТДЕЛ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Москва

1962

Второй сборник включает работы по исследованию торможения автопоезда, влияния прицепов и колебаний автомобиля на подвеске, выполненные с применением стандартных электро моделирующих устройств МПТ-9 и МН-7.

Рассматриваются колебательные процессы, сопутствующие торможению автопоезда, в том числе — колебания на рессорах. Предлагается метод исследования процесса торможения автопоезда с помощью электро моделирующей установки, работающей в натуральном масштабе времени и блокированной с объектом исследования.

Влияние прицепов рассматривается как автоколебательный процесс. Колебания автомобиля на подвеске исследуются как при симметричных, так и при несимметричных амортизаторах. Предлагается методика расчета колебаний автомобиля при движении по дороге нерегулярного микропрофиля.

Б. И. Морозов, И. К. Пчелин, А. А. Хачатуров, А. Л. Шеф

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОДНООСНОГО ПРИЦЕПА

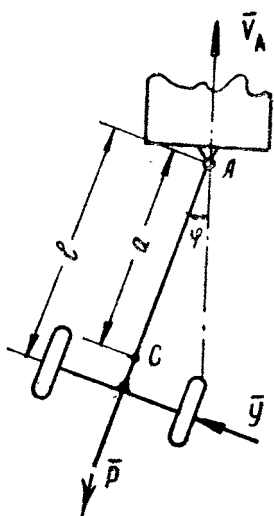
Одной из разновидностей резинового упругого элемента сцепного устройства автопоезда является новая конструкция в виде открытого резинового буфера [1]. Такая конструкция дает возможность крюку тягача перемещаться не только в продольном направлении, но получать и угловые перемещения в вертикальной, горизонтальной и наклонной плоскостях. Это приводит к появлению у прицепа дополнительных степеней свободы, что может способствовать возникновению колебаний виляния и «галопированию».

Ввиду большой сложности задачи о вилянии прицепа, количественные расчеты колебаний этого вида никем не производились, однако имеющийся большой экспериментальный материал дает возможность построить расчетную схему и составить дифференциальные уравнения движения прицепа, а современные математические аналоговые машины позволяют решить эти уравнения и тем самым получить количественные характеристики движения.

В данной работе исследуются варианты расчетной схемы для изучения виляния одноосного прицепа с учетом поперечного зазора в сцепном устройстве и поперечной податливости крюка.

Дифференциальные уравнения движения решались на аналоговой математической машине типа МН-7 и приближенными аналитическими методами.

Вначале исследуется вариант расчетной схемы для изучения виляния прицепа с учетом поперечного зазора в сцепном устройстве.



Фиг. 1.

В результате учета бокового увода оси прицепа с эластичными шинами боковая реакция получила выражение

$$Y = K\delta = K \left(l \frac{\dot{\varphi}}{V_A} + \varphi \right) = lK \frac{\dot{\varphi}}{V_A} + K\varphi = Y_{\dot{\varphi}} + Y_{\varphi},$$

где Y — боковая реакция;
 K — коэффициент увода;
 δ — угол увода;
 l — база одноосного прицепа;
 φ — угол поворота продольной оси прицепа;
 V_A — скорость движения тягача.

Учет поперечного зазора в сцепном устройстве приводит к зависимости величины боковой реакции Y_{φ} от линейного перемещения $l\varphi$ оси прицепа (для малых колебаний), как показано на фиг. 2*. Зазор в сцепном устройстве равен 2ε мм.

Дифференциальное уравнение колебаний прицепа относительно тягача при прямолинейном движении последнего с постоянной скоростью имеет вид

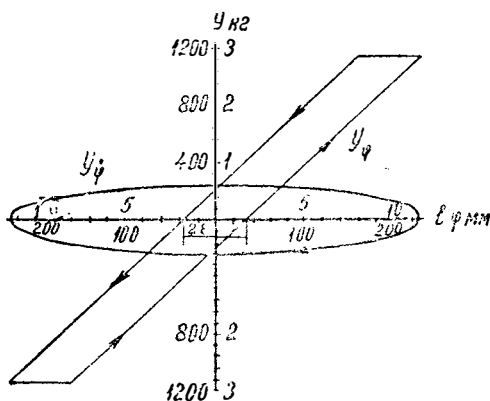
$$\ddot{\varphi} = - \frac{l}{ma^2 + I} F(\varphi) - \frac{Kl^2}{V_A(ma^2 + I)} \dot{\varphi}, \quad (1)$$

где $F_{\varphi} = Y_{\varphi}$ имеет форму, изображенную на фиг. 2.

* Фиг. 2 заимствована, с исправлением неточностей, из работы [2].

Требуется исследовать влияние величины зазора 2ε и скорости V_A движения автопоезда на устойчивость прямолинейного движения прицепа.

Параметры исследуемой системы такие: $m = 359 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$ (масса прицепа); $l = 2,5 \text{ м}$; $a = 2,5 \text{ м}$; $I = 352 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}$ (момент инерции прицепа относительно вертикальной оси, проходящей через центр тяжести); $K = 18\,000 \text{ кг}$. Варьировались: $V_A = 36 \div 90 \text{ км/ч}$; $2\varepsilon = 0 \div 80 \text{ мм}$.



Фиг. 2.

Обозначая в уравнении (1)

$$A = \frac{l}{ma^2 + I} ; \quad B = \frac{Kl^2}{ma^2 + I}$$

и вводя масштабы $f(x) = \alpha_F F(\varphi)$, $x = \alpha_\varphi \varphi$, $\tau = t$ (масштаб времени принят равным 1), получаем уравнение (1) в виде

$$\ddot{x} = -A \frac{\alpha_\varphi \varphi(x)}{\alpha_F} - \frac{B}{V_A} \dot{x} . \quad (2)$$

При зазоре, равном нулю,

$$F(\varphi) = K\varphi = K \frac{x}{\alpha_\varphi} ,$$

следовательно,

$$f(x) = Kx \frac{\alpha_F}{\alpha_\varphi} .$$

Если зазор не равен нулю, то для получения требуемой функции прямую $f(x)$ нужно сдвигать вправо на величину $x = x_\varepsilon$ при $\dot{x} > 0$ и влево — на величину $x = -x_\varepsilon$ при $\dot{x} < 0$

$$x_\varepsilon = \alpha_\varphi \frac{\varepsilon}{l} .$$

Для заданных значений параметров системы коэффициенты уравнения будут следующими: $A = 0,000961 \text{ кг}^{-1} \text{ сек}^{-2}$,

$V_A \text{ км/ч}$	36	48	60	72	84
$\frac{B}{V_A} \text{ 1/сек}$	4,32	3,24	2,60	2,16	1,85

Масштабные коэффициенты приняты следующими: $\alpha_\varphi = 500 \text{ в/рад}$; $\alpha_F = 0,1 \text{ в/кг}$. При зазоре, равном нулю, и скорости $V_A = 36 \text{ км/ч}$ уравнение имеет вид:

$$\ddot{x} = -AKx - \frac{B}{V_A} \dot{x} ; \quad \ddot{x} = -17,3x - 4,32\dot{x} .$$

При зазоре, не равном нулю, и такой же скорости

$$\ddot{x} = -4,8 f(x) - 4,32\dot{x} , \quad (3)$$

причем тангенс угла наклона ветвей функции $f(x)$ равен $K \frac{\alpha_F}{\alpha_\varphi} = 3,6$, а величина x_ε дается ниже:

$2\varepsilon \text{ мм}$	0	20	40	60	80
$2x_\varepsilon \text{ в}$	0	4	8	12	16

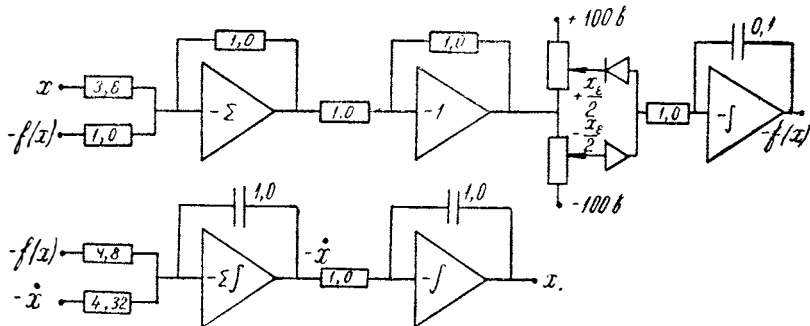
Проведенные масштабные преобразования позволяют еще до решения уравнения на машине сделать вывод о линейной зависимости размахов колебаний системы от величины зазора. Действительно, так как коэффициенты машинного уравнения, в том числе и тангенс угла наклона ветвей функции

$A \frac{\alpha_\varphi}{\alpha_F} f(x)$, не зависят от масштабных коэффициентов, а x и x_ε зависят от α_φ линейно, то между x и x_ε также су-

существует линейная зависимость. Это объясняется тем, что с изменением масштабного коэффициента в n раз x и x_0 изменяются во столько же раз. Если же величину x_0 рассматривать как новую величину зазора (зазор увеличен в n раз) при старом масштабном коэффициенте, то это дает увеличение размахов также в n раз.

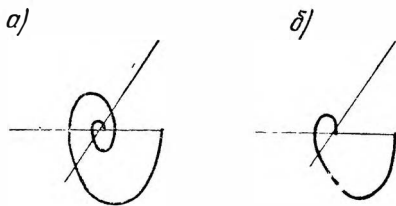
Таким образом, размахи колебаний прицепа (для принятой расчетной схемы) зависят от величины поперечного зазора в сцепном устройстве линейно. Этот же вывод был получен Я. Х. Закиным экспериментально [2]. Здесь следует обратить внимание на то, что нами этот вывод получен без решения дифференциального уравнения, лишь на основании масштабных преобразований. Этот факт иллюстрирует широту возможностей метода математического моделирования.

Для нахождения зависимости размахов колебаний от скорости V_A и величины зазора достаточно (так как уже установлено, что зависимость размахов от зазора линейная) провести решение только для одного значения зазора, отличного от нуля. Решение уравнения (2) проводилось на установке МН-7. Блок-схема набора задачи на примере уравнения (3) показана на фиг. 3. Функция $f(x)$ обрабатывалась по схеме, приведенной в работе [3] (см. фиг. 3, верхняя цепь).



Фиг. 3.

При зазоре, равном нулю, и при ненулевых начальных условиях влияние прицепа будет, естественно, затухающим (в этом случае дифференциальное уравнение (1) становится обычным уравнением затухающих колебаний). Для сравнения с последующими вариантами приведены записи решений уравнения (1) на фазовой плоскости (фазовые траектории) при $\varepsilon = 0$ для случаев $V_A = 84$ км/ч (фиг. 4, а) и $V_A = 48$ км/ч

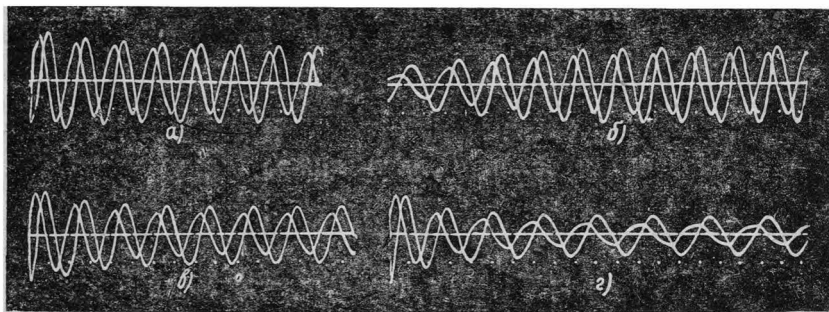


Фиг. 4.

(фиг. 4,б). На этих же кадрах (см. фиг. 4, наклонная прямая) записана составляющая боковой реакции $Y_{\varphi}(\varphi)$, которая в этом случае просто равна $K\varphi$. Фазовые траектории имеют широко известную форму; единственное положение равновесия системы (начало координат)

является устойчивым фокусом, следовательно, движение прицепа абсолютно устойчиво [4].

При зазоре, не равном нулю, и отличных от нуля начальных условиях возникают устойчивые колебания (влияние) прицепа. На фиг. 5 приведены решения уравнения (1) для случая $2\alpha = 20 \text{ мм}$, $V_A = 84 \text{ км/ч}$ при начальной угловой скорости прицепа $0,027 \text{ рад/сек}$ (фиг. 5,а) и при $0,01 \text{ рад/сек}$ (фиг. 5,б).

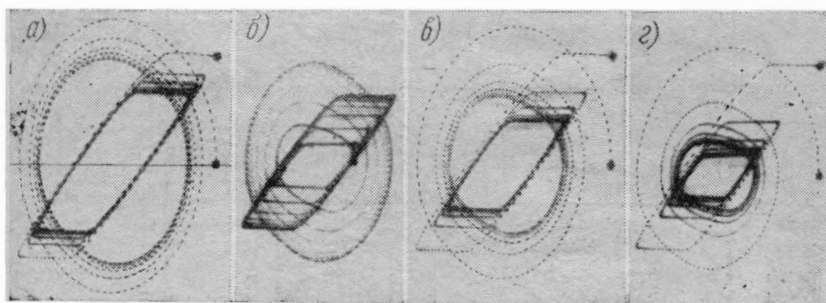


Фиг. 5.

В первом случае размахи колебаний уменьшаются и стремятся к постоянной величине $4,2 \text{ см}$, во втором случае они увеличиваются и стремятся к той же величине. Как видно из осциллограмм, практически постоянные размахи колебаний устанавливаются уже после четырех—пяти циклов. На фиг. 6,а и б представлены записи фазовых траекторий и зависимости $Y_{\varphi}(\varphi)$, соответствующие решениям фиг. 5,а и б. При начальной угловой скорости прицепа $0,027 \text{ рад/сек}$ фазовая траектория представляет собой спираль, свертывающуюся к устойчивому циклу с отклонением $2,1 \text{ см}$, а при начальной скорости, равной $0,01 \text{ рад/сек}$, представляет собой спираль, развертывающуюся к этому же устойчивому циклу. Начало

координат фазовой плоскости является неустойчивым фокусом, то есть любое начальное отклонение оси прицепа от прямолинейного движения или любая начальная угловая скорость, как бы малы они ни были, приводят к появлению виляния.

На фиг. 5, в и г и фиг. 6, в и г приведены осциллограммы решения и фазовые траектории уравнения (1) соответственно для скоростей 72 и 60 км/ч. Здесь также существуют предельные устойчивые циклы, но поскольку коэффициент при φ в уравнении (1) увеличивается с уменьшением V_A (увеличивается $Y_{\dot{\varphi}}$), размахи устойчивых колебаний становятся меньше.



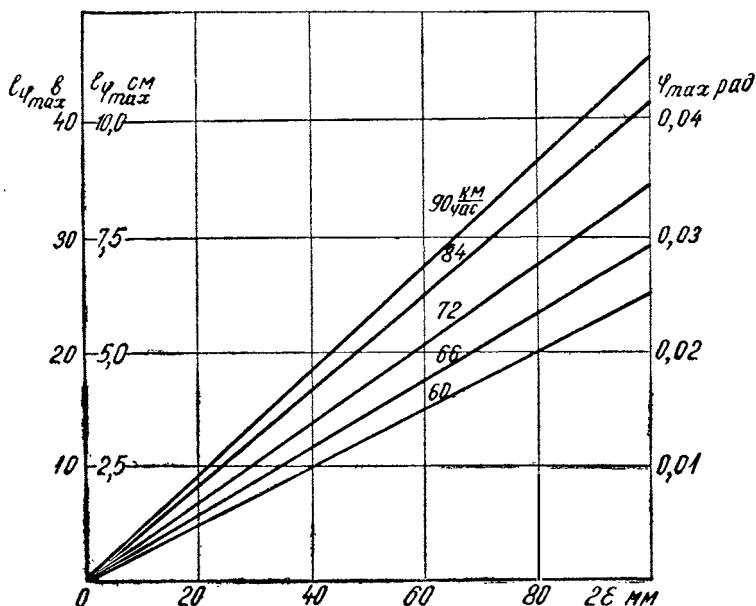
Фиг. 6.

Существование на фазовой плоскости предельных устойчивых циклов позволяет сделать вывод, что рассматриваемая система является автоколебательной [4].

Таким образом, проведенные расчеты показали, что при зазоре в сцепном устройстве, равном нулю, прямолинейное движение прицепа абсолютно устойчиво, а при зазоре, не равном нулю, — неустойчиво. Влияние прицепа, возникающее при зазоре, не равном нулю, устойчиво, причем размахи устойчивого виляния полностью определяются параметрами системы и скоростью движения и не зависят ни от начальных условий, ни от отдельных импульсов, сообщаемых прицепу в процессе движения.

В результате расчетов найдены зависимости размахов установившихся колебаний прицепа, угловых скоростей и периода колебаний от величины зазора в сцепном устройстве. Соответствующие графики приведены на фиг. 7 и 8.

Уже отмечалось, что размахи колебаний прицепа и угловая скорость зависят от величины зазора линейно. Как видно на фиг. 8, период колебаний зависит от величины зазора только при малых значениях последнего. Например, для $V_A = 84 \text{ км/ч}$ период возрастает от 1,5 до 2,0 сек с увеличением зазора от 0 до 10 мм. При зазоре 10 мм и выше период остается равным 2,0 сек; с уменьшением скорости V_A влияние величины



Фиг. 7.

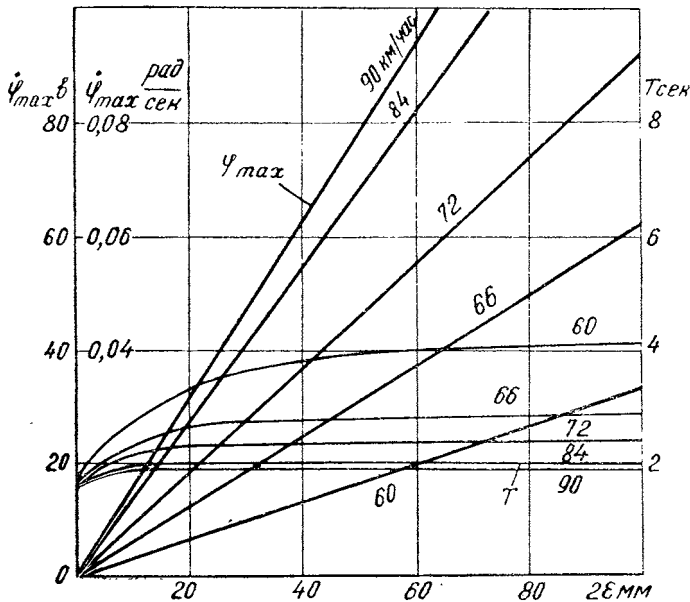
зазора на период колебаний несколько увеличивается. Возрастание величины периода с уменьшением скорости V_A при зазоре, отличном от нуля, происходит значительно быстрее, чем при нулевом зазоре.

Полученные решения задачи $\varphi = \varphi(t)$ (см. фиг. 5) для различных параметров системы показывают, что при установившемся движении φ можно с хорошим приближением считать изменяющимся по закону синуса

$$\varphi(t) = \varphi_{\max} \sin \omega t,$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — частота автоколебаний

Возможность принятия синусоидального закона для $\varphi(t)$ вытекает также из того, что амплитуда угловой скорости $\dot{\varphi}_{\max}$, полученная расчетами на машине (см. графики $\dot{\varphi}_{\max}$ на фиг. 7,б), хорошо совпадает с амплитудой, вычисленной по формуле $\dot{\varphi}_{\max} = \dot{\varphi}_{\max}^{(0)}$. Величина разности между $\dot{\varphi}_{\max}$, полученной решением на машине, и $\dot{\varphi}_{\max}$, вычисленной по этой формуле, не выходит из границ погрешности машинного решения для диапазонов зазоров, при которых $T = \text{const}$, и совпадает с точностью до порядка величин $\dot{\varphi}_{\max}$ для малых зазоров (где $T \neq \text{const}$). Однако в случаях малых зазоров малы также и размахи колебаний, поэтому такие случаи не представляют практического интереса.



Фиг. 8.

Приведем для сравнения несколько значений $\dot{\varphi}_{\max}$, вычисленных по формуле

$$\dot{\varphi}_{\max} = \dot{\varphi}_{\max} \frac{2\pi}{T},$$

где величины $\dot{\varphi}_{\max}$ и T взяты из соответствующих графиков (фиг. 7 и 8).

Для $2\varepsilon = 40$ мм и $V_A = 66$ км/ч

$$\dot{\varphi}_{\max} = 0,0115 \frac{2 \cdot 3,14}{2,8} = 0,0258 \text{ рад/сек};$$

по графику (см. фиг. 8) $\dot{\varphi}_{\max} = 0,025$ рад/сек.
Для $2\varepsilon = 20$ мм и $V_A = 84$ км/ч

$$\dot{\varphi}_{\max} = 0,0085 \frac{2 \cdot 3,14}{2,0} = 0,0267 \text{ рад/сек};$$

по графику (см. фиг. 8) $\dot{\varphi}_{\max} = 0,027$ рад/сек.

Отмеченная закономерность дает возможность получить способ определения амплитуды установившихся колебаний системы.

Обозначим через $A_{\dot{\varphi}}$ площадь петли графика $Y_{\dot{\varphi}}(I\varphi)$ и через A_{φ} — площадь петли графика $Y_{\varphi}(I\varphi)$ (см. фиг. 2).

Из уравнения (1), графиков (фиг. 2) и фазовых траекторий (фиг. 4 и 6) вытекает, что при колебаниях системы с установившейся амплитудой, площади $A_{\dot{\varphi}}$ и A_{φ} равны, так как $A_{\dot{\varphi}}$ — это энергия, рассеиваемая в системе за один период, а A_{φ} — энергия, поступающая в систему за один период.

Вычислим эти величины. A_{φ} определяется точно, как площадь параллелограмма:

$$A_{\varphi} = 2Y_{\varphi \max} 2\varepsilon;$$

$$Y_{\varphi \max} = \frac{K}{l} (I\varphi_{\max} - \varepsilon);$$

следовательно,

$$A_{\varphi} = 4 \frac{K\varepsilon}{l} (I\varphi_{\max} - \varepsilon). \quad (4)$$

Площадь $A_{\dot{\varphi}}$ подсчитаем приближенно, как площадь эллипса: $A_{\dot{\varphi}} = \pi I \varphi_{\max} Y_{\dot{\varphi} \max}$, но $\dot{\varphi}_{\max} = \varphi_{\max} \omega$, а $Y_{\dot{\varphi}} = lK \frac{\dot{\varphi}}{V_A}$,

отсюда
$$Y_{\dot{\varphi} \max} = lK \frac{\varphi_{\max} \omega}{V_A}$$

и
$$A_{\dot{\varphi}} = \pi (I \varphi_{\max})^2 \frac{K \omega}{V_A}. \quad (5)$$

Обозначая $l\varphi_{\max} = x_{\max}$ и приравнивая выражения (4) и (5), получаем квадратное уравнение для определения x_{\max} .

$$\frac{\pi\omega}{V_A} x_{\max}^2 - \frac{4\varepsilon}{l} x_{\max} + \frac{4\varepsilon^2}{l} = 0 ;$$

решая это уравнение, находим

$$x_{\max} = \frac{2\varepsilon V_A}{\pi\omega l} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{\pi\omega l}{V_A}} \right). \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет смысл при

$$V_A \geq \pi\omega l. \quad (7)$$

Так как $\omega l = V_r$, условие (7) принимает вид $V_A \geq \pi V_r$; в нашем случае это условие выполнено со знаком равенства для скоростей движения автопоезда 66 км/ч и выше и со знаком неравенства для меньших скоростей. Поскольку ωl в этих случаях $\pi\omega l \approx V_A$, можно считать, что $1 - \frac{\pi\omega l}{V_A} = 0$.

Неравенство (7) не выполняется только при малых зазорах в сцепном устройстве (менее 10 мм). Однако, как уже отмечалось, размахи колебаний при этих зазорах настолько малы, что можно считать влияние практически отсутствующим.

Таким образом, получаем приближенную формулу для определения размахов установившихся колебаний в виде

$$x_{\max} = \frac{2\varepsilon V_A}{\pi\omega l}. \quad (8)$$

Результаты, получаемые вычислением по этой формуле, дают удовлетворительную сходимость с результатами расчетов на машине.

Приведем для сравнения несколько примеров. Величину ω выразим через T , тогда

$$x_{\max} = \frac{\varepsilon V_A T}{\pi^2 l}; \quad (8')$$

T берем из графиков (см. фиг. 8).

Для диапазонов зазоров, при которых $T = \text{const}$, формула (8) дает правильную качественную картину процесса. Так,

из формулы (8) следует, что x_{\max} зависит линейно от ε при $V_A = \text{const}$ и от V_A при $\varepsilon = \text{const}$. График (см. фиг. 7) подтверждает оба эти факта. Первая зависимость уже рассматривалась, а вторая следует из того, что, как видно из графика, при $\varepsilon = \text{const}$ равные приращения скорости V_A вызывают равные приращения $x_{\max} = l_{\varphi_{\max}}$.

Подсчитаем x_{\max} для $V_A = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/сек}$ и $2\varepsilon = 40 \text{ мм}$.

$$x_{\max} = \frac{2 \cdot 2,3 \cdot 20,3}{2,5} = 3,7 \text{ см} ,$$

по графику $x_{\max} = l_{\varphi_{\max}} = 3,5 \text{ см}$.

Для $V_A = 84 \text{ км/ч}$ и $2\varepsilon = 20 \text{ мм}$

$$x_{\max} = \frac{1 \cdot 2,0 \cdot 23,3}{2,5} = 1,9 \text{ см} ,$$

а по графику $x_{\max} = 1,7 \text{ см}$.

Для скоростей меньших 60 км/ч и малых зазоров формула (8) дает еще более завышенные результаты. Причину этого легко можно увидеть, например, из фиг. 6,2, на которой изображена фазовая траектория системы при $V_A = 60 \text{ км/ч}$ и $2\varepsilon = 20 \text{ мм}$. Так как график функции $Y_{\varphi}(l_{\varphi})$ имеет такую же форму, как фазовая траектория, в рассматриваемом случае подсчет площади A_{φ} по формуле площади эллипса дает заниженное значение работы диссипативных сил (здесь A_{φ} точнее было бы считать, например, как площадь прямоугольника). Поэтому величина размахов колебаний, рассчитанная по формуле (8), и получается завышенной. Однако и здесь остается в силе замечание о том, что области, в которых формула (8) становится менее точной, не представляют практического интереса; размахи колебаний в этих областях настолько малы, что влияние можно считать отсутствующим.

Таким образом, по формуле (8) с помощью графика фиг. 8 можно рассчитать величины размахов влияния прицепа при любой скорости движения и любом зазоре.

Для исследования устойчивости движения прицепа в случае учета поперечной податливости крюка тягача разработана расчетная схема (фиг. 9). К прицепу приложены: сила Sx_A (поперечная упругость сцепного устройства); сила rx_A (сопротивление в сцепном устройстве, пропорциональное первой степени скорости); поперечная реакция дороги Y ; сила сопротивления движению $P = \text{const}$. Скорость тягача принята постоянной. Рассматриваются малые колебания (виляние)

$$\sin \left(\delta - \varphi - \frac{\dot{x}_A}{V_A} \right) = \delta - \varphi - \frac{\dot{x}_A}{V_A} \text{ и } V = V_A ,$$

где V_A — скорость тягача.

С учетом этого предыдущее выражение принимает вид

$$\frac{l\dot{\varphi}}{\delta - \varphi - \frac{\dot{x}_A}{V_A}} = V_A ,$$

откуда

$$\delta = \varphi + \frac{l\dot{\varphi} + \dot{x}_A}{V_A} .$$

Решая систему дифференциальных уравнений (9) относительно старших производных, получаем:

$$\ddot{\varphi} = - \frac{ma^2}{I} \varphi \dot{\varphi}^2 + \frac{Sa}{I} \dot{x}_A + \left[\frac{ra}{I} - \frac{(l-a)K}{I \cdot V_A} \right] \dot{x}_A -$$

$$- \left[\frac{Pa}{I} + \frac{(l-a)K}{I} \right] \varphi - \frac{(l-a)Kl}{I \cdot V_A} \dot{\varphi} ;$$

$$\ddot{x} = \left(\frac{ma^3}{I} + a \right) \varphi \dot{\varphi}^2 - S \left(\frac{a^2}{I} + \frac{1}{m} \right) x_A - \left[\frac{ra^2}{I} + \frac{r}{m} + \right. \quad (9')$$

$$+ \left. \frac{K}{mV_A} - \frac{aK(l-a)}{I \cdot V_A} \right] \dot{x}_A + \left[\frac{Pa^2}{I} + \frac{P}{m} + \frac{aK(l-a)}{I} \right] \varphi +$$

$$+ \left[\frac{aKl(l-a)}{I \cdot V_A} - \frac{Kl}{mV_A} \right] \dot{\varphi} .$$

Параметры исследовавшейся системы следующие: $l=2,5$ м; $m=359$ кг·сек²/м; $a=2,15$ м и $2,5$ м; $I=352$ кг·сек²/м; $S=22500$ кг/м и 6000 кг/м; $K=18000$ кг; $P=39$ кг; $r=0,150$ и 1000 кг·сек/м.

Значение r порядка $1000 \text{ кг} \cdot \text{сек}/\text{м}$ рекомендовалось исходя из условий устойчивости при продольных колебаниях звеньев автопоезда [5], поэтому было необходимо выяснить влияние величины r на колебания виляния. При этом предполагалось, что у упругого элемента сцепного устройства типа резинового буфера порядок величины r не будет зависеть от того, как деформируется упругий элемент — перемещением сцепного узла в осевом направлении или поворотом его оси.

Скорость движения тягача V_A варьировалась от $12 \text{ км}/\text{ч}$ до $84 \text{ км}/\text{ч}$, как и в предыдущем случае.

В качестве примера приведем машинные уравнения для $a = 2,5 \text{ м}$; $r = 150 \text{ кг} \cdot \text{сек}/\text{м}$; $V_A = 84 \text{ км}/\text{ч}$ или $23,3 \text{ м}/\text{сек}$.

Дифференциальные уравнения (9) для системы с приведенными выше параметрами имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} &= -6,37 \varphi \dot{\varphi}^2 + 160 x_A + 1,06 \dot{x}_A - 0,213 \varphi ; \\ \ddot{x} &= 18,45 \varphi \dot{\varphi}^2 - 463 x_A - 5,23 \dot{x}_A - 49,6 \varphi - 5,37 \dot{\varphi}. \end{aligned} \right\}$$

Масштабные преобразования

$$U_1 = \alpha_\varphi \varphi ; \quad U_2 = \alpha_x x ; \quad \tau = \alpha_t t ,$$

$$\text{где } \alpha_\varphi = 500 \text{ в}/\text{рад} ; \quad \alpha_x = 10^{-3} \text{ в}/\text{м} ; \quad \alpha_t = 10^1 / \text{сек} .$$

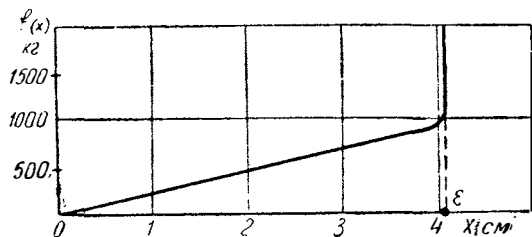
Машинные уравнения запишутся в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{U}_1 &= -0,255 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2 + 0,8 U_2 + 0,05 \dot{U}_2 - 0,00213 U_1 ; \\ \ddot{U}_2 &= 1,48 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2 - 4,63 U_2 - 0,523 \dot{U}_2 - 0,992 U_1 - 1,07 \dot{U}_1 . \end{aligned} \right\}$$

Первые члены машинных уравнений ($0,255 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2$ и $1,48 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2$) имеют очень малые коэффициенты и, как показали пробные расчеты, практически не влияют на решение системы. Поэтому в дальнейшем этими членами пренебрегаем.

В реальной конструкции сцепного устройства координата x не может меняться неограниченно. При нахождении экспериментальной зависимости вертикального смещения точки соединения дышла прицепа с крюком тягача от вертикальной нагрузки в этой точке было установлено, что в случае создания

предварительного натяга упругого элемента на 8 мм эта зависимость линейна до деформации 4 см, причем коэффициент жесткости составляет 225 кг/см [5]. Дальнейшие деформации требуют приложения очень больших нагрузок, так как в работу вступает стальная обойма упругого элемента. Вид этой зависимости показан на фиг. 11. Упругий элемент сцепного устройства симметричен относительно продольной оси, следовательно, такая же зависимость будет иметь место между



Фиг. 11.

горизонтальной силой и горизонтальным смещением точки соединения дышла прицепа с крюком тягача. Поэтому в расчетную схему необходимо ввести ограничение указанного типа. При этом в дифференциальные уравнения движения (9) вместо линейной восстанавливающей силы Sx необходимо ввести нелинейную восстанавливающую силу, график которой дан на фиг. 11.

Аналитическое выражение этой силы может быть записано в виде

$$f(x_A) = \begin{cases} Sx_A & \text{при } |x_A| \leq \varepsilon_1 \\ S_0x_A & \text{при } |x_A| \geq \varepsilon_1, \end{cases}$$

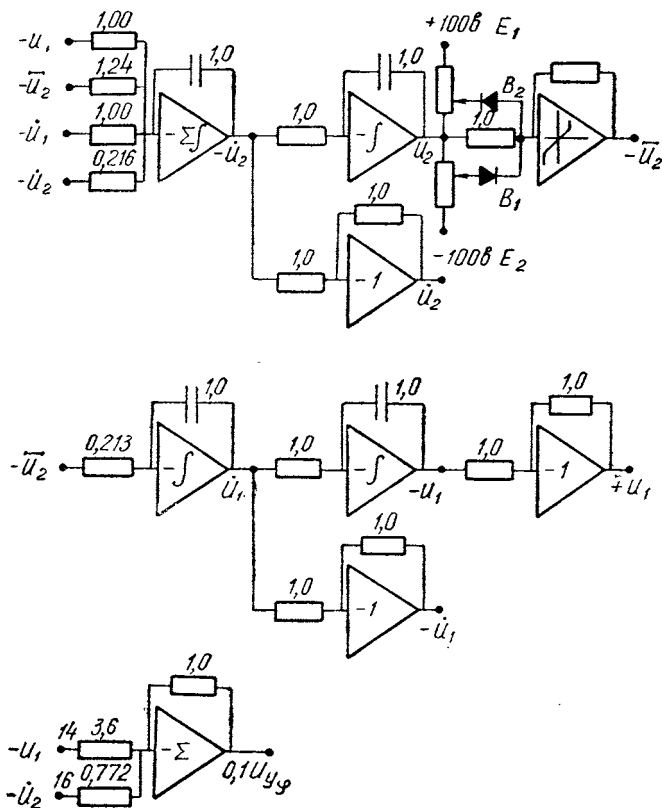
где ε_1 — граница отрезка деформаций.

Дифференциальные уравнения движения для расчетной схемы с ограничением по x имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} = & -\frac{ma^2}{I} m\dot{\varphi}^2 + \frac{a}{I} f(x_A) + \left[\frac{ra}{I} - \frac{(l-a)K}{I \cdot V_A} \right] \dot{x}_A - \\ & - \left[\frac{Pa}{I} + \frac{(l-a)K}{I} \right] \varphi - \frac{(l-a)KI}{I \cdot V_A} \varphi ; \end{aligned} \right\} 10$$

$$\ddot{x}_A = \left(\frac{ma^3}{I} + a \right) \varphi \dot{\varphi}^2 - \left(\frac{a^2}{I} + \frac{1}{m} \right) \varphi(x_A) - \left[\frac{ra^2}{I} + \frac{r}{m} - \frac{aK(l-a)}{I \cdot V_A} + \frac{K}{mV_A} \right] \dot{x}_A + \left[\frac{Pa^2}{I} + \frac{P}{m} + \frac{aK(l-a)}{I} - \frac{K}{m} \right] \varphi + \left[\frac{aKl(l-a)}{I \cdot V_A} - \frac{Kl}{mV_A} \right] \dot{\varphi}. \quad (10)$$

На фиг. 12 приведена блок-схема набора уравнений с ограничением типа, показанного на фиг. 11. Коэффициенты передачи на схеме соответствуют случаю, когда $S=60 \text{ кг/см}$,



Фиг. 12.

$l=a=2,5$ м. Масштабные коэффициенты такие же, как в предыдущем случае. Нелинейные члены отсутствуют, так как их коэффициенты очень малы по сравнению с коэффициентами остальных членов. Приведенная блок-схема реализует систему уравнений вида

$$\ddot{U}_1 = 0,213F(U_2) ;$$

$$\ddot{U}_2 = -\dot{U}_1 - U_1 - 0,216\dot{U}_2 - 1,24F(U_2) ,$$

$$F(U_2) = \begin{cases} U_2 & \text{при } |U_2| \leq U_\varepsilon \\ S_0 \frac{U_2}{\alpha_x} & \text{при } |U_2| \geq U_\varepsilon \end{cases}$$

$$U_\varepsilon = \varepsilon\alpha_x .$$

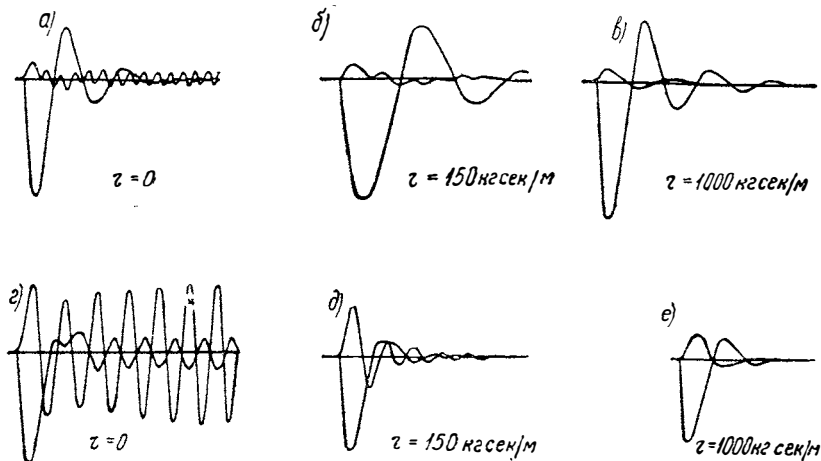
Решение указанных уравнений с помощью установки МН-7 и исследование полученных решений позволяет сделать следующие выводы.

При наличии сопротивления поперечным перемещениям точки соединения дышла прицепа с крюком тягача ($r \neq 0$) прямолинейное движение прицепа с рассматриваемыми параметрами устойчиво. Влияние прицепа, вызванное боковыми импульсами, быстро затухает даже при малых значениях r (около $150 \text{ кг} \cdot \text{сек/м}$) и больших скоростях ($V_A = 100 \text{ км/ч}$). При рекомендованном значении $r = 1000 \text{ кг} \cdot \text{сек/м}$ [5] влияние, вызванное боковыми импульсами, быстро затухает даже при значениях S значительно меньших критического, определенного для $r=0$ с помощью критерия устойчивости Раусса (см. ниже).

Для иллюстрации этих выводов на фиг. 13 даны осциллограммы системы с параметрами, приведенными ранее для различных значений r . Во всех случаях $a = 2,15$ м (см. фиг. 1) скорость тягача $V_A = 84 \text{ км/ч}$. Влияние возбуждалось сообщением дышлу прицепа начальной угловой скорости $\dot{\varphi} = 0,73 \text{ рад/сек}$. При наличии ограничения по x согласно фиг. 11 ($2\varepsilon = 8 \text{ см}$) процесс влияния протекает как если бы начальная угловая скорость была такой, что значение x не достигает ограничения. Если начальная скорость или боковой импульс, полученный прицепом в процессе движения, таковы, что будет достигнуто ограничение по x , то при следующем колебании размахи становятся меньше, ограничение уже не достигается, и процесс затухает так же, как на приведенных осциллограм-

мах. При $r=0$ колебания угла φ также затухают. Незатухающими остаются только боковые колебания точки сцепки (координата x).

При уменьшении скорости движения автопоезда размахи колебаний затухают быстрее. Так, при $V_A=84$ км/ч и $r=1000$ кг·сек/м (см. фиг. 13,в) координата φ совершает до полного затухания три полных колебания, а при $V_A=48$ км/ч и $r=1000$ кг·сек/м — только полтора колебания. На фиг. 13,г,



Фиг. 13.

д и е для сравнения приведены осциллограммы системы при $S=60$ кг/см (значение жесткости, при которой в случае $r=0$ система неустойчива в силу критерия Раussa) и $V_A=48$ км/ч.

При $r=0$ и $S=60$ кг/см прямолинейное движение прицепа неустойчиво, влияние прицепа также неустойчиво. Как видно из осциллограммы (см. фиг. 13,г), размахи влияния, вызванного начальной угловой скоростью φ_A , возрастают.

Таким образом, проведенные расчеты показали, что в случае выполнения сцепного устройства в виде открытого резинового буфера с коэффициентом вязкого трения $r=1000$ кг·сек/м (как это рекомендовано в работе [5]), прямолинейное движение прицепа устойчиво. Колебания, вызываемые боковыми импульсами, быстро затухают, устойчивых виляний не возникает во всем диапазоне скоростей от 0 до 100 км/ч.

В некоторых простых случаях вопрос об устойчивости прямолинейного движения прицепа может быть решен аналитически с помощью критерия устойчивости Рауса.

Дифференциальные уравнения влиятий прицепа при малых отклонениях от прямолинейного движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} &= \frac{aS}{I} x_A + \frac{1}{I} \left[a(K-P) - Kl \right] \varphi + \frac{1}{I} \left[a \left(\frac{K}{V_A} + r \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{Kl}{V_A} \right] \dot{x}_A + \frac{Kl}{I \cdot V_A} \left[a - l \right] \dot{\varphi} ; \\ \ddot{x}_A &= \frac{1}{I} \left[aKl - \frac{(I+ma^2)}{m} (K-P) \right] \varphi + \left[\frac{maKl^2 - Kl(I+ma^2)}{ImV_A} \right] \dot{\varphi} + \\ &\quad + \left[\frac{amKl - (I+ma^2)(K+rV_A)}{ImV_A} \right] \dot{x}_A - \frac{S}{m} \cdot \frac{(I+ma^2)}{I} x_A . \end{aligned} \right\} (11)$$

Обозначим

$$\frac{aS}{I} = A_1 ;$$

$$\frac{1}{I} \left[a(K-P) - Kl \right] = A_2 ;$$

$$\frac{1}{I} \left[a \left(\frac{K}{V_A} + r \right) - \frac{Kl}{V_A} \right] = A_3 ;$$

$$\frac{Kl}{I \cdot V_A} (a - l) = A_4 ;$$

$$\frac{aKl}{I} - \frac{(I+ma^2)}{Im} (K-P) = A_{\text{I}} ;$$

$$\frac{maKl^2 - Kl(I+ma^2)}{ImV_A} = A_{\text{II}} ;$$

$$\frac{amKl - (I+ma^2)(K+rV_A)}{ImV_A} = A_{\text{III}} ;$$

$$\frac{S}{m} \cdot \frac{(I+ma^2)}{I} = A_{\text{IV}} .$$

Для нахождения уравнения частот решение системы уравнений (11) представим в виде

$$\varphi = \varphi_{\max} l^{S_1 t}; \quad \dot{\varphi} = S_1 \varphi_{\max} l^{S_1 t}; \quad \ddot{\varphi} = S_1^2 \varphi_{\max} l^{S_1 t};$$

$$x_A = x_{\max} l^{S_1 t}; \quad \dot{x}_A = S_1 x_{\max} l^{S_1 t}; \quad \ddot{x}_A = S_1^2 x_{\max} l^{S_1 t}.$$

Подставляя \ddot{x}_A ; \dot{x}_A ; x_A ; $\ddot{\varphi}$; $\dot{\varphi}$; φ в систему уравнений (11), найдем:

$$S_1^2 \varphi_{\max} = A_I x_{\max} + A_2 \varphi_{\max} + A_3 x_{\max} S_1 + A_4 \varphi_{\max} S_1;$$

$$S_1^2 x_{\max} = A_I \varphi_{\max} + A_{II} S_1 \varphi_{\max} + A_{III} x_{\max} S_1 - A_{IV} x_{\max}.$$

После простых преобразований получим уравнение частот в виде

$$S_1^4 + S_1^3(-A_{III} - A_4) + S_1^2(A_{IV} + A_4 A_{III} - A_2 - A_3 A_{II}) +$$

$$+ S_1(A_2 A_{III} - A_I A_{II} - A_3 A_I - A_4 A_{IV}) + (-A_I A_I - A_2 A_{IV}) = 0.$$

Обозначим коэффициенты при S_1^3 как a_3 , при S_1^2 как a_2 , при S_1 как a_1 и свободный член как a_0 .

Как известно, критерий устойчивости состоит в том, чтобы все коэффициенты a были положительны и чтобы выполнялось условие

$$a_1 a_2 a_3 > a_1^2 + a_3^2 a_0. \quad (12)$$

Применение этого критерия к системе уравнений (11) не приводит к выражению, удобному для практического использования.

Упростим задачу, положив силу P равной нулю, что вполне допустимо, так как P входит в уравнения в виде $K-P$, а K значительно (в 100 и более раз) больше P . Примем также, что $a = l$ (то есть центр тяжести прицепа находится на его оси) и $r = 0$ (то есть вязкое сопротивление в сцепном устройстве отсутствует). Тогда уравнение частот примет вид

$$S_1^4 + S_1^3 \frac{K}{mV_A} + S_1^2 \frac{(I + ma^2)S}{mI} + S_1 \frac{Ka^2 S}{V_A mI} + \frac{KSa}{mI} = 0.$$

Все коэффициенты при \dot{S}_1 положительны. Условие устойчивости $a_1 a_2 a_3 > a_1^2 + a_3^2 a_0$ приводит к неравенству

$$\text{или} \quad \frac{a}{ml} (I + ma^2) S > \frac{Sa^3}{I} + \frac{K}{m}$$

$$\frac{I + ma^2}{mI} S > \frac{Sa^2}{I} + \frac{K}{ma},$$

отсюда получаем

$$\frac{IS}{mI} + \frac{a^2 S}{I} > \frac{Sa^2}{I} + \frac{K}{ma},$$

что дает известное условие устойчивости [4] $S > \frac{K}{a}$.

Уравнение частот при $r \neq 0$, $l = a$, $P=0$ имеет вид

$$S_1^4 + S_1^3 \frac{V_A r (I + ma^2) + KI}{V_A mI} + S_1^2 \frac{S V_A (I + ma^2) + Ka^2 r}{V_A mI} + S_1 \frac{aK(V_A r_1 + aS)}{V_A mI} + \frac{aSK}{mI} = 0.$$

Коэффициенты при S_1 и свободный член положительны. После их подстановки в неравенство (12) и преобразований полученного неравенства получим

$$\begin{aligned} & r^3 + r^2 \left(\frac{KI}{V_A (I + ma^2)} + \frac{aS}{V_A} - \frac{V_A mI}{a (I + ma^2)} \right) + \\ & + r \left(\frac{S^2 (I + ma^2)}{aK} + \frac{aS KI}{V_A^2 (I + ma^2)} - \frac{SI}{a^2} - \frac{2mIS}{(I + ma^2)} \right) > \\ & > \frac{amIS^2}{V_A (I + ma^2)} + \frac{KI^2 S}{V_A a^2 (I + ma^2)} - \frac{S^2 I}{a V_A}. \end{aligned}$$

Это неравенство для практических расчетов параметров прицепа, обеспечивающих устойчивое прямолинейное движение, ничего не дает. В работе оно применялось для проверки результатов решения уравнений на машине МН-7.

В заключение приведем результаты исследований влияния поперечных колебаний тягача на влияние прицепа.

Расчетная схема исследовавшейся системы аналогична представленной на фиг. 9, однако тягач помимо поступательного движения со скоростью V_A совершает поперечные колебания так, что задний траверс его рамы движется в поперечном направлении по закону $x_1 = b \sin pt$.

Приняты следующие обозначения:

- x_A — координата точки A дышла прицепа относительно тягача, отсчитываемая от осевой линии тягача;
- x_1 — закон движения в поперечном направлении заднего траверса рамы тягача относительно дороги;
- x — абсолютная координата точки A дышла прицепа (относительно дороги).

В качестве обобщенных координат системы избраны φ и x . Дифференциальные уравнения движения прицепа для малых колебаний принимают вид

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + m\ddot{\varphi} - m a \dot{\varphi}^2 &= -Sx - r\dot{x} + P\varphi - Y + \\ &+ Sbsinpt + rbp \cos pt ; \\ (ma^2 + I)\ddot{\varphi} + m\ddot{x} &= -Yl ; \\ Y &= K\varphi + \frac{Kl}{V_A} \dot{\varphi} + \frac{K}{V_A} \dot{x} . \end{aligned} \right\}$$

Заменяя Y его выражением через угол бокового увода и разрешая уравнения относительно старших производных, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi} &= -\frac{ma^2}{I} \varphi \dot{\varphi}^2 + \frac{Sa}{I} x_A + \left(\frac{ra}{I} - \frac{(l-a)K}{I \cdot V_A} \right) \dot{x}_A - \\ &- \left(\frac{Pa}{I} + \frac{(l-a)K}{I} \right) \varphi - \frac{(l-a)Kl}{I \cdot V_A} \dot{\varphi} - \frac{Sba}{I} \sin pt - \frac{rbpa}{I} \cos pt ; \end{aligned} \right\}$$

$$\ddot{x}_A = \left(\frac{ma^2}{I} + a \right) \dot{\varphi}^2 - \left(\frac{\dot{S}a^2}{I} + \frac{\dot{S}}{m} \right) x_A - \left(\frac{ra^2}{I} + \frac{\dot{r}}{m} - \right. \\ \left. - \frac{aK(l-a)}{I \cdot V_A} + \frac{K}{mV_A} \right) \dot{x}_A + \left(\frac{Pa^2}{I} + \frac{P}{m} + \frac{aK(l-a)}{I} - \frac{K}{m} \right) \varphi + \\ + \left(\frac{aKI(l-a)}{I \cdot V_A} - \frac{KI}{mV_A} \right) \dot{\varphi} + \left(\frac{Sba^2}{I} + \frac{Sb}{m} \right) \sin pt + \\ + \left(\frac{rba^2p}{I} + \frac{rbp}{m} \right) \cos pt .$$

Численные значения коэффициентов уравнения для прицепа с параметрами, приведенными на стр. 5, для $b = 0,02$ м будут следующими:

$$\ddot{\varphi} = -6,37 \dot{\varphi}^2 + 160 x_A + 1,06 \dot{x}_A - 0,213 \varphi - 3,2 \sin pt - \\ - 0,136 \cos pt ; \\ \ddot{x}_A = 18,45 \dot{\varphi}^2 - 463 x_A - 5,23 \dot{x}_A - 49,6 \varphi - 5,37 \dot{\varphi} + \\ + 9,25 \sin pt + 0,393 \cos pt .$$

Выбирая масштабные коэффициенты $\alpha_\varphi = 500$ в/рад, $\alpha_x = 10^3$ в/м, $\alpha_t = 10$ 1/сек, получаем машинные уравнения:

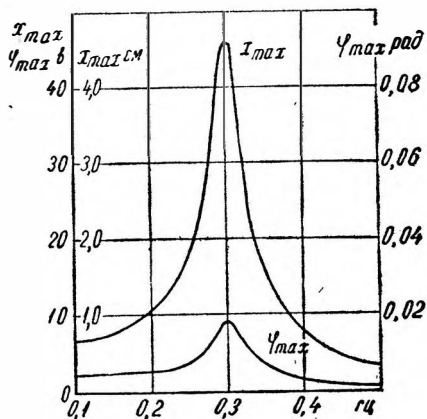
$$\ddot{U}_1 = -0,255 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2 + 0,8 U_2 + 0,05 \dot{U}_2 - 0,00213 U_1 - \\ - 16 \sin pt - 0,68 \cos pt ; \\ \ddot{U}_2 = 1,48 \cdot 10^{-4} U_1 \dot{U}_1^2 - 4,63 U_2 - 0,523 \dot{U}_2 - 0,992 U_1 - \\ - 1,07 \dot{U}_1 + 92,5 \sin pt + 3,93 \cos pt .$$

Блок-схема набора задачи на установке МН-7 для случая ограничения по x (см. фиг. 11) аналогична приведенной на фиг. 12 с той разницей, что на входы соответствующих усилителей

телей дополнительно подаются напряжения, изображающие возмущающие члены уравнений. Для задания этих напряжений использован генератор типа НГПК-2.

В этой серии расчетов исследовалось влияние частоты колебаний заднего траверса рамы тягача и скорости поступательного движения последнего V_A на размахи колебаний прицепа.

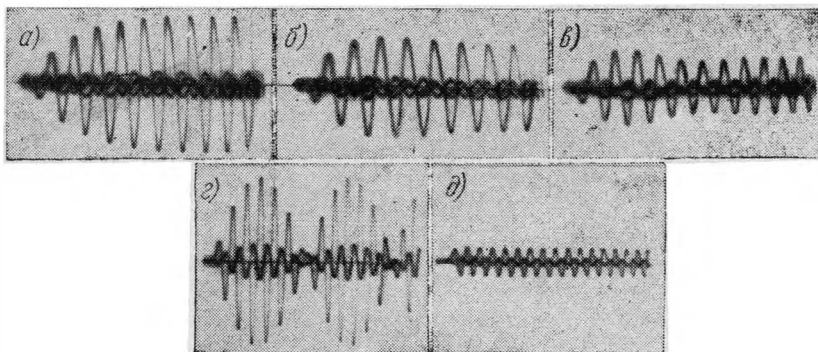
Результаты расчетов иллюстрируются графиками (фиг. 14), на которых приведена резонансная кривая колебаний прицепа с параметрами, приведенными на стр. 5, при $V_A = 84 \text{ км/ч}$, $a = 2,15 \text{ м}$, $r = 150 \text{ кг·сек/м}$ и $S = 225 \text{ кг/см}$.



Фиг. 14.

Скорость поступательного движения V_A тягача почти не влияет на размахи вынужденных колебаний прицепа; с ее ростом происходит лишь незначительное увеличение размахов.

На фиг. 15 приведены осциллограммы вынужденных колебаний прицепа с параметрами, указанными выше, причем показан процесс установления колебаний после внезапного приложения возмущающей силы.



Фиг. 15.

На фиг. 15,а записаны колебания частотой 0,34 гц (резонанс), на фиг. 15,б — 0,3 гц (дорезонансная область), на фиг. 15,в — 0,4 гц (зарезонансная область). В этих случаях размахи колебаний быстро достигают стационарного значения, частота колебаний равна частоте возмущений.

На фиг. 15,г и д приведены записи вынужденных колебаний прицепа с частотой 0,35 гц для случаев соответственно $r=0$ и $r=1000$ кг·сек/м при $V_A = 84$ км/ч. Как видим, при $r=0$ возникают биения, а при $r=1000$ кг·сек/м возникают колебания с небольшой амплитудой.

Приведенные расчеты подтверждают предположение, что колебания виляния прицепов не являются вынужденными, а представляют собой автоколебательный процесс.

ЛИТЕРАТУРА

1. Морозов Б. И. Усовершенствование упругих элементов тягово-цепных приборов. «Автомобилестроение», 1961, № 4.
 2. Закин Я. Х. О причине возникновения виляний прицепов. «Автомобильная промышленность», 1959, № 11.
 3. Коган Б. Я. Электронные моделирующие устройства. М., Физматгиз, 1959.
 4. Андронов А. Н., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний. М., Физматгиз, 1959.
 5. Морозов Б. И., Пчелин И. К., Хачатуров А. А., Шеф А. Л. Исследование динамической характеристики упругого элемента сцепного устройства автопоезда. Труды НАМИ, вып. 39, М., НАМИ, 1961.
-

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДВУХОСНОГО ПРИЦЕПА

Двухосный прицеп (фиг. 1) рассматривается как двойной маятник с сухим трением в подвижном шарнире (поворотном круге).

Тягач движется поступательно с постоянной скоростью V_A . Из сил, приложенных к прицепу, учтены поперечные силы Y_1 и Y_2 , действующие соответственно на переднюю и заднюю оси прицепа, силы сопротивления движению P_1 и P_2 и момент L_T сил трения в поворотном круге. φ_1 — угол отклонения оси дышла OA от продольной оси тягача; φ_2 — угол отклонения продольной оси прицепа AB от оси дышла OA .

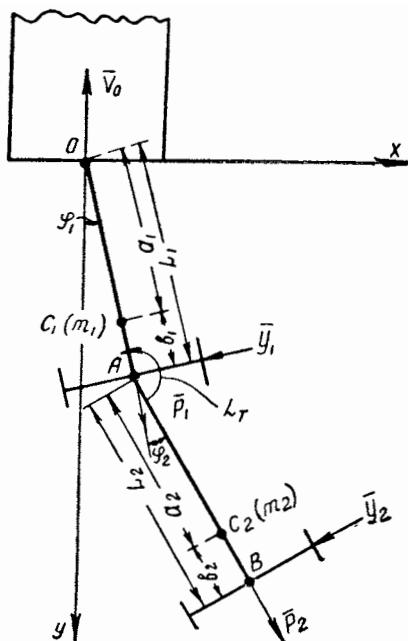
Центры тяжести звеньев OA и AB обозначены на схеме точками C_1 и C_2 .

Поперечные силы Y_1 и Y_2 приняты, как и для одноосного прицепа, в виде

$$Y_1 = K\delta_1 \text{ и } Y_2 = K\delta_2,$$

где K — коэффициент бокового увода;

δ_1 и δ_2 — углы увода колес прицепа.



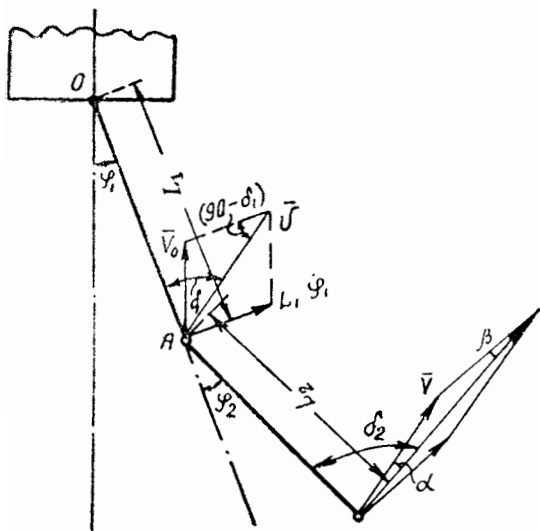
Фиг. 1.

Зависимость поперечной силы $Y_{1\varphi_1}$ от $l_1\varphi_1$ принята такой же, как в предыдущей статье этого сборника.

Таким образом, расчет движения двухосного прицепа проведен с учетом поперечного зазора в сцепке и эластичности шин, обуславливающей наличие угла увода. Учтено также сухое трение в поворотном круге.

Угол увода

$$\delta_1 = \frac{l_1 \dot{\varphi}_1}{V_A} + \varphi_1.$$



Фиг. 2.

Для определения δ_2 рассмотрим схему двухосного прицепа (фиг. 2). Из треугольника скоростей, построенных в точке B, имеем

$$\frac{l_2 \dot{\varphi}_2}{\sin \alpha} = \frac{V}{\sin \beta},$$

где

$$\alpha = \delta_2 - (\varphi_2 + \delta_1);$$

$$\beta = 90^\circ - \delta_2.$$

Подставляя значения α и β , получим

$$\frac{l_2 \dot{\varphi}_2}{\sin (\delta_2 - \varphi_2 - \delta_1)} = \frac{V}{\sin (90^\circ - \delta_2)}.$$

Считая углы $\delta_1, \delta_2, \varphi_2$ малыми, принимаем

$$\sin(\delta_2 - \varphi_2 - \delta_1) = (\delta_2 - \varphi_2 - \delta_1) \text{ и } \cos \delta_2 \approx 1,$$

следовательно,

$$\frac{l_2 \dot{\varphi}_2}{(\delta_2 - \varphi_2 - \delta_1)} = V$$

или

$$l_2 \dot{\varphi}_2 = V \delta_2 - V \varphi_2 - V \delta_1,$$

откуда

$$\delta_2 = \frac{l_2 \dot{\varphi}_2}{V} + \varphi_2 + \delta_1.$$

Из треугольника скоростей, построенных в точке A , определяем:

$$V = \sqrt{V_A^2 + (l_1 \dot{\varphi}_1)^2 - 2V_A l_1 \dot{\varphi}_1 \cos \gamma};$$

$$\gamma = 180^\circ - [(90^\circ - \delta) + (\delta - \varphi_1)] = 90^\circ + \varphi_1.$$

Подставляя значение γ в выражение для V , получим

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_A^2 + (l_1 \dot{\varphi}_1)^2 - 2V_A l_1 \dot{\varphi}_1 \cos(90^\circ + \varphi_1)} = \\ &= \sqrt{V_A^2 + (l_1 \dot{\varphi}_1)^2 + 2V_A l_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1}. \end{aligned}$$

И, наконец, подставляя значение V , в формулу для δ_2 , получим выражение δ :

$$\delta = \frac{l_2 \dot{\varphi}_2}{\sqrt{V_A^2 + (l_1 \dot{\varphi}_1)^2 + 2V_A l_1 \dot{\varphi}_1 \sin \varphi_1}} + \varphi_2 + \delta_1,$$

где

$$\delta_1 = \frac{l_1 \dot{\varphi}_1}{V_A} + \varphi_1.$$

Система дифференциальных уравнений движения имеет следующий вид

$$\begin{aligned} &\ddot{\varphi}_2 (m_1 a_2^2 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2 + I_2 + I_1 + 2m_2 a_2 l_1 \cos \varphi_2) + \\ &+ \ddot{\varphi}_2 (m_2 a_2^2 + I_2 + m_2 a_2 l_1 \cos \varphi_2) - m_2 a_2 l_1 \sin \varphi_2 \dot{\varphi}_2 (2\dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_2) = \end{aligned} \left. \vphantom{\ddot{\varphi}_2} \right\} (1)$$

$$= P_2 l_1 \sin \varphi_2 - Y_1 l_1 - Y_2 l_1 \cos \varphi_2;$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 (I_2 + m_2 a_2^2 + m_2 a_2 l_1 \cos \varphi_2) + \ddot{\varphi}_2 (m_2 a_2^2 + I_2) + \\ + m_2 a_2 l_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2 = -I_2 l_2 - L_T \operatorname{sign} \dot{\varphi}_2, \end{aligned} \right\} (1)$$

где L_T — момент сухого трения в поворотном круге.

Уравнения (1) решались и исследовались при следующих значениях параметров прицепа: $m_1 = 50 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$; $m_2 = 529 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$; $a_1 = 2 \text{ м}$; $l_2 = 2,3 \text{ м}$; $l_1 = 2,3 \text{ м}$; $I_1 = 20 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$; $K = 18\,000 \text{ кг}$; $P_2 = 57 \text{ кг}$.

Варьировались: положение центра тяжести прицепа — величина a_2 , принимаемая за 1,3 м, 0,56 м и 2,04 м, соответствующая величина момента инерции I_2 — 1190, 1020 и 787 кгм · сек²; момент сил трения в поворотном круге $L_T = 0 \div \div 380 \text{ кгм}$; поперечный зазор в сцепном устройстве $2\varepsilon = 0 \div \div 10 \text{ см}$ и скорость движения автопоезда $V_A = 12 \div 84 \text{ км/ч}$.

При решении уравнений для малых колебаний системы с указанными выше параметрами оказалось возможным пренебречь членами с произведениями координат и скоростей и заменить выражение $\sqrt{V_A^2 + (l_1 \dot{\varphi}_1)^2} + 2V_A l_1 \dot{\varphi}_1$ на V_A .

В качестве примера приведем машинные уравнения и блок-схему их набора на установке МН-7 для случая, когда $V_A = 72 \text{ км/ч}$, $L_T = 90 \text{ кгм}$, $2\varepsilon = 4 \text{ см}$, $a_2 = 1,3 \text{ м}$, $I_2 = 1190 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$.

Машинные уравнения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 = -2,59\dot{x}_1 - 0,772\dot{x}_2 - 22,54F(x_1) - 6,2x_2 + 27,14\operatorname{sign}\dot{x}_2; \\ \ddot{x}_2 = 0,077\dot{x}_1 - 2,79\dot{x}_2 + 0,670F(x_1) - 25,1x_2 - 80,8\operatorname{sign}\dot{x}_2. \end{aligned} \right\}$$

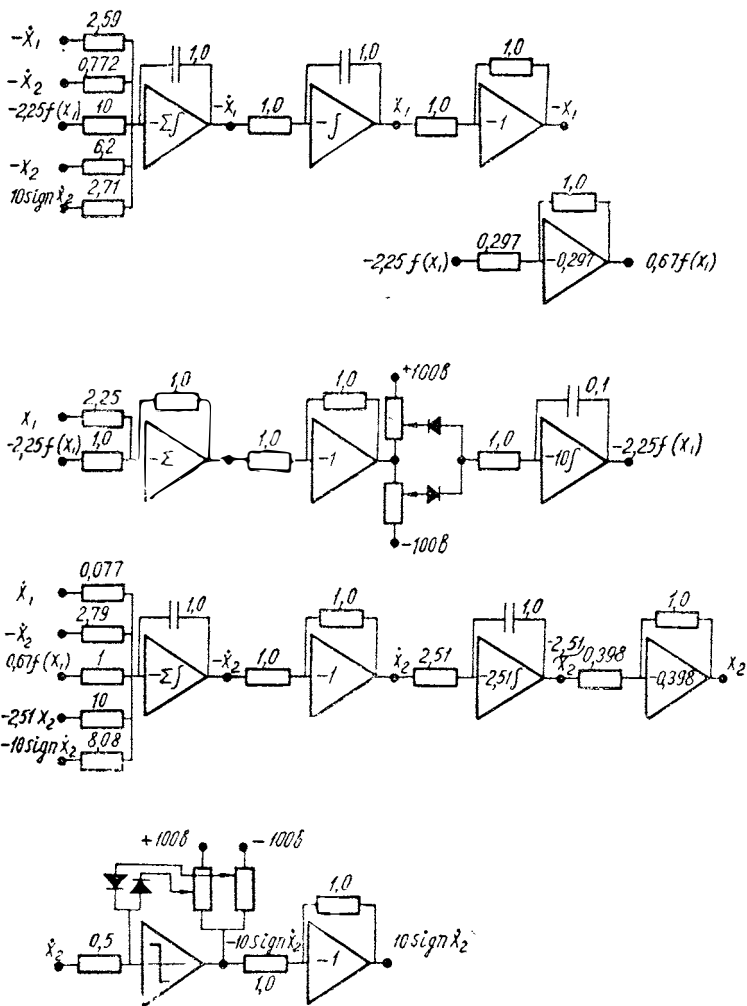
Здесь приняты следующие масштабные коэффициенты:

$$\alpha_{\varphi_1} = \alpha_{\varphi_2} = 500 \text{ в/рад}; \quad \alpha_l = 1^1/\text{сек}.$$

Блок-схема набора этих уравнений приведена на фиг. 3. Для остальных сочетаний параметров блок-схема остается такой же, меняются только коэффициенты уравнений и их знаки.

Как и в предыдущей статье, задача исследования состоит в выяснении влияния зазора в сцепном устройстве и скорости движения автопоезда на устойчивость прямолинейного движения прицепа. Кроме того, исследуется влияние на его устой-

чивость положения центра тяжести и величины момента трения в поворотном круге. Помимо исследования устойчивости прямолинейного движения исследуется процесс виляния при-



Фиг. 3.

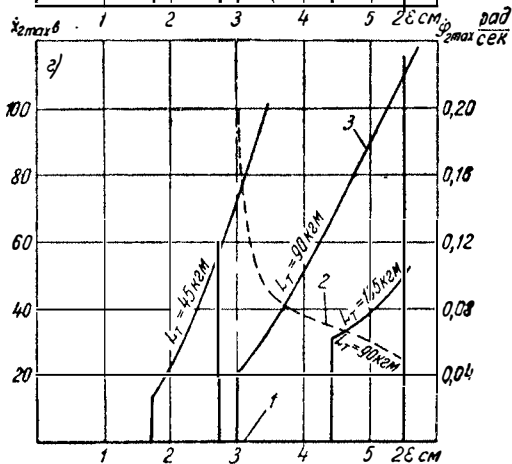
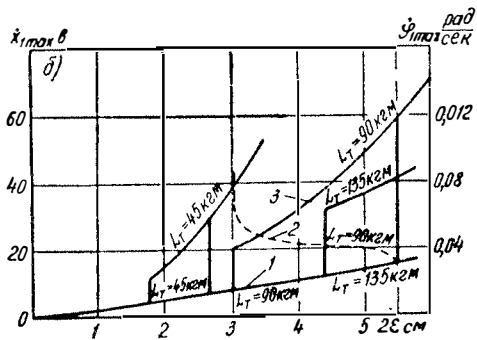
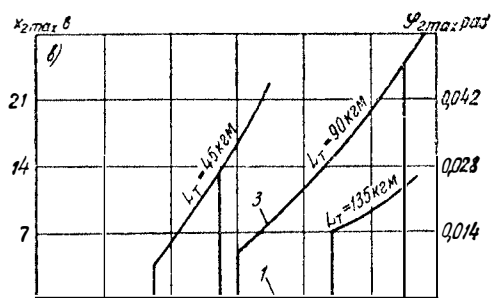
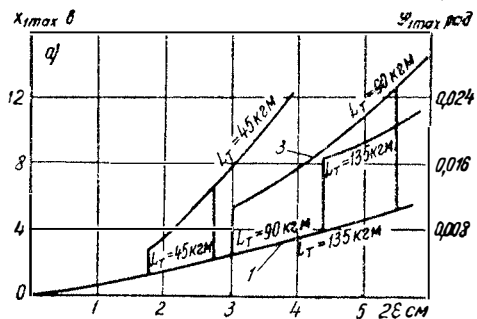
цепы и устанавливаются зависимости размахов колебаний от вышеперечисленных параметров.

При зазоре, равном нулю, прямолинейное движение прицепа устойчиво. Так же, как и для одноосного прицепа, колебания, вызываемые отдельными импульсами или начальными отклонениями и скоростями, быстро затухают.

При наличии поперечного зазора в сцепном устройстве возникает влияние прицепа. Как и следовало ожидать, закономерности движения двухосного прицепа существенно отличаются от закономерностей движения одноосного прицепа. Главным отличием рассматриваемого процесса является наличие областей неустойчивости влияний. В то время как размахи влияния одноосного прицепа однозначно определялись его параметрами и не зависели от начальных скоростей и отклонений или от величины отдельных импульсов, сообщенных прицепу в процессе движения (существовал устойчивый предельный цикл), размахи влияния двухосного прицепа зависят не только от параметров самого прицепа, но и от начальных условий и импульсов.

Влияние величины зазора в сцепном устройстве на размахи влияния прицепа иллюстрируется графиками (фиг. 4). На графиках даны зависимости максимальных величин углов φ_1 и φ_2 и соответствующих максимальных угловых скоростей $\dot{\varphi}_1$ и $\dot{\varphi}_2$ от величины зазора в сцепном устройстве 2ϵ при установившемся влиянии, скорости движения автопоезда $V_A = 72 \text{ км/ч}$, среднем положении центра тяжести прицепа ($a_2 = 1,3 \text{ м}$) и различных величинах моментов трения L_T в поворотном круге.

Как видно из графиков, размахи угловых перемещений прицепа на отдельных отрезках диапазона зазоров возрастают с увеличением зазора по закону, близкому к линейному, однако в отличие от колебаний одноосного прицепа здесь существуют области, в которых размахи колебаний определяются неоднозначно. Эти области являются областями неустойчивого влияния прицепа. Например, на фиг. 4,а при $L_T = 90 \text{ кгм}$ и изменении зазора от 0 до 3 см размах влияний $\varphi_{1\text{max}}$ возрастает от 0 до $0,005 \text{ рад}$ ($\approx 0,3^\circ$), а на отрезке от 3 до 5,5 см могут существовать влияния с двумя локально устойчивыми размахами, причем установление верхнего или нижнего значения размахов определяется начальными условиями (или величинами импульсов, сообщенных прицепу в процессе движения). Начиная с зазора 5,5 см, влияние снова становится устойчивым, причем остаются только верхние значения размахов.

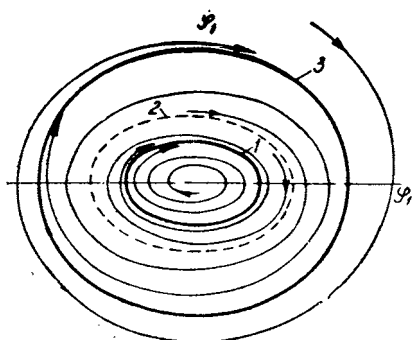


Фиг. 4.

При расчетах, по данным которых построены графики (см. фиг. 4), задавалась отличной от нуля начальная угловая скорость либо только φ_1 ($\varphi_1 = \varphi_2 = \dot{\varphi}_2 = 0$), либо только φ_2 ($\varphi_1 = \dot{\varphi}_1 = \varphi_2 = 0$).

Пунктирной линией (фиг. 4, б и г) нанесена граница начальных угловых скоростей $\dot{\varphi}_1$ и $\dot{\varphi}_2$, определяющая состояние, в которое перейдет система; при задании значения начальной угловой скорости $\dot{\varphi}_0$ выше этой границы устанавливается влияние с размахами, определяемыми верхней ветвью графика, а при задании $\dot{\varphi}_0$ ниже этой границы — нижней ветвью. Интересная особенность этой границы состоит в том, что она пересекает верхнюю ветвь кривой $L_T = 90 \text{ кгм}$. При этом образуется область величин зазора от 3 до 3,8 см (фиг. 4, г), в которой при задании начальной угловой скорости, превышающей верхнюю границу максимальных значений скорости

при установившемся движении, возникают влияния с размахами и угловыми скоростями, определяемыми нижней ветвью графика.



Фиг. 5.

Особенно наглядно можно представить отмеченные закономерности движения, введя фазовую плоскость $\varphi_1, \dot{\varphi}_1$. На фиг. 5 приведена примерная фазовая диаграмма рассматриваемой системы при зазоре $2\varepsilon = 4,5 \text{ см}$.

Применяя терминологию, аналогичную принятой для систем с одной степенью свободы [4], можно сказать, что здесь имеется два устойчивых предельных цикла (кривые 1 и 3) и один неустойчивый (кривая 2).

На графике (фиг. 4) положение этих циклов в зависимости от величины зазора в сцепном устройстве определяется соответственно кривыми 1, 3 и 2. Теперь легко видеть, что, например, при $L_T = 90 \text{ кгм}$ для отрезка зазоров 0—3 см существует только устойчивый предельный цикл типа 1, а для зазоров больше 5,5 см — типа 3 и, следовательно, в этой области влияние устойчиво.

В отрезке $3 - 5,5$ см существует неустойчивый предельный цикл 2 и два устойчивых 1 и 3, что приводит к неустойчивому движению с отмеченными выше закономерностями.

Здесь следует, однако, отметить, что теория фазовых траекторий разработана только для двухмерного фазового пространства. В нашем случае фазовое пространство четырехмерное и, естественно, для фазовых траекторий в нем не может быть дано геометрической картины. Тем не менее поведение двух координат этого пространства на плоскости показывает, что и здесь получаются результаты, наглядно изображающие картину движения. Интересной особенностью таких двухмерных траекторий является возможность пересечения ими друг друга в процессе стремления к предельному циклу.

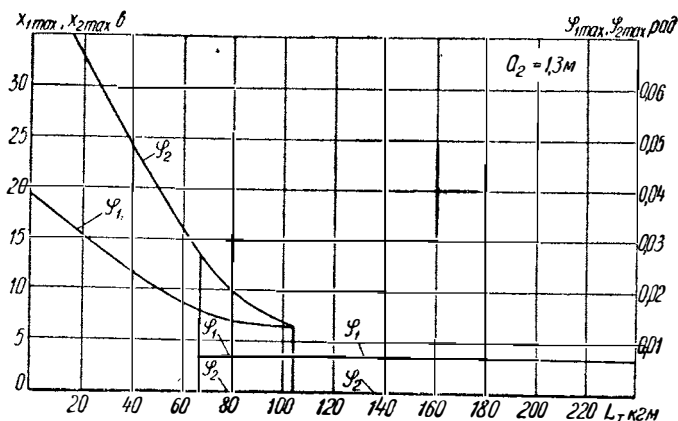
Влияние трения в поворотном круге на влияние прицепа также можно проследить по графикам (фиг. 4), на которых даны кривые угловых перемещений и скоростей прицепа при значениях момента трения 45, 90 и 135 кгм. Как видно из графиков, увеличение момента трения в пределах от 45 до 135 кгм приводит к сдвигу зоны неустойчивых влияний в сторону больших зазоров. Например, если $L_T = 90$ кгм, зона неустойчивости начинается при $2\varepsilon = 3$ см, а если $L_T = 135$ кгм — при $2\varepsilon = 4,4$ см.

При малых зазорах и больших моментах трения в поворотном круге угловых перемещений продольной оси прицепа относительно дышла не происходит. Например, при $L_T = 90$ кгм до зазора 3,0 см относительных колебаний продольной оси прицепа не происходит, а при зазорах в диапазоне 3,0—5,5 см (область неустойчивости влияний) — либо $\varphi_{2\max} = 0$ (нет относительных колебаний, при этом $\varphi_{1\max}$ определяется кривой 1), либо есть относительные колебания (при этом $\varphi_{1\max}$ определяется кривой 3).

На фиг. 6 приведен график зависимости угловых перемещений прицепа от величины момента трения в поворотном круге для $V_A = 72$ км/ч, $2\varepsilon = 4$ см и среднем положении центра тяжести ($a_2 = 1,3$ м). В этом случае, как видно из графика, с увеличением момента трения размахи угловых перемещений прицепа φ_1 и φ_2 уменьшаются. При моменте трения 70 кгм возникает зона неустойчивости. Начиная от момента трения 108 кгм, $\varphi_1 = 0,007$ рад ($\approx 0,4^\circ$), $\varphi = 0$, т. е. относительных перемещений продольной оси прицепа относительно дышла уже не происходит.

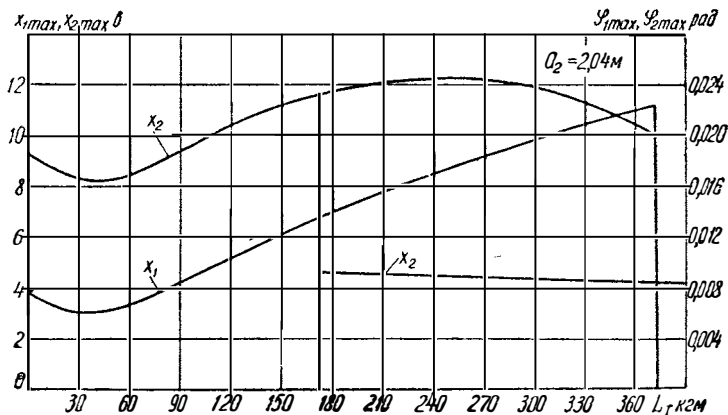
На процесс влияния существенно влияет положение центра тяжести прицепа. На фиг. 7 дан график зависимости угловых

перемещений прицепа от величины момента трения в поворотном круге для $V_A=72$ км/ч, $2\varepsilon=4$ см, $a_2=2,04$ м (центр тяжести смещен к задней оси прицепа).



Фиг. 6.

Здесь наблюдаются совсем другие закономерности движения, чем в предыдущем случае (когда a_2 составляло 1,3 м). Вначале при увеличении момента трения в поворотном круге до 40 кгм размахи угловых перемещений уменьшаются, а затем при дальнейшем увеличении момента трения они начинают возрастать. При значении момента трения 170 кгм возни-



Фиг. 7.

кает зона неустойчивости виляний, сохраняющаяся до величин момента трения 370 кгм. Таким образом, характер виляния момента трения в поворотном круге на виляние прицепа существенно зависит от размещения груза в прицепе. В приведенных исследованиях положение центра тяжести прицепа и соответствующие моменты инерции относительно вертикальной оси, проходящей через центр тяжести, рассчитывались для следующих трех случаев расположения груза весом 3000 кг на платформе прицепа:

1) равномерное на всей поверхности платформы ($a_2 = 1,3 \text{ м}$, $I = 1190 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$);

2) равномерное на передней половине платформы ($a_2 = 0,563 \text{ м}$, $I = 1020 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$);

3) равномерное на задней половине платформы ($a_2 = 2,04 \text{ м}$, $I = 787 \text{ кгм} \cdot \text{сек}^2$).

Из графиков видно, что если в первом случае нагружения выгодно, с точки зрения уменьшения размахов виляния, сделать момент трения $\approx 110 \text{ кг}$ (в этом случае $\varphi_{2\text{max}} = 0$, а $\varphi_{1\text{max}}$ мало), то во втором случае выгодно иметь момент трения $\approx 40 \text{ кгм}$ (при $L_T > 370 \text{ кгм}$ размахи виляния также малы, но при таком значении L_T резко ухудшится управляемость прицепа).

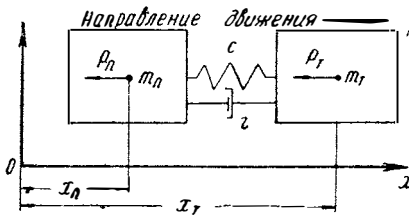
Наилучшим для прицепа с рассматриваемыми параметрами является второй случай нагружения: размахи виляния почти не зависят от величины момента трения в поворотном круге, и отклонения задней оси от прямолинейной траектории при зазоре $2\epsilon = 4 \text{ см}$ не превышают 3 см, изменяясь линейно с изменением зазора.

Исследование влияния скорости движения тягача на виляние прицепа показало, что с уменьшением скорости движения тягача размахи виляний (при одинаковых остальных параметрах) уменьшаются. Кроме этого, зоны неустойчивости по зазорам при уменьшении скорости сдвигаются в сторону больших зазоров. Например, при зазоре 2 см и $V_A = 72 \text{ км/ч}$ виляния неустойчивы, а при $V_A = 60 \text{ км/ч}$ и таком же зазоре — устойчивы.

Проведенные расчеты показали, что при зазорах в сцепном устройстве, не превышающих 1—1,5 см, размахи виляния прицепа с рассмотренными параметрами не превышают 4 см при любом значении момента трения в поворотном круге, любом положении центра тяжести прицепа между передней и задней осями и скорости до 100 км/ч.

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НА УСТАНОВКЕ МПТ-9 ТОРМОЖЕНИЯ ДВУХЗВЕННОГО АВТОПОЕЗДА

Обычно при расчетах торможения автопоезда движение его звеньев рассматривают изолированным, а не как движение взаимосвязанной системы*. Очевидно, что расчет процесса торможения как движения системы упруго связанных звеньев может дать более точное решение. Пример методики такого расчета приводится ниже.



Фиг. 1.

Рассматривалось торможение тягача МАЗ-200 весом 13 750 кг с прицепом, с полным весом 9470 кг. Масса каждого из звеньев принималась сосредоточенной в точке. При составлении расчетной схемы (фиг. 1) из всех действующих сил учитывались лишь те, которые оказывают наиболее существенное влияние на динамику системы. В рассматриваемой задаче таковыми являются силы P_r и P_n , включающие в себя как силу сопротивления дороги, пропорциональную весу данного звена автопоезда, так и тормозное усилие, пропорциональное усилию, развиваемому рабочим аппаратом на приводном валу тормоза. Возмущающая сила, возникающая от неровностей дороги, расчетной схемой не учитывалась.

* Любушкин В. В., Розанов В. Г. Расчет пневматического привода к тормозам автомобилей и автопоездов. Труды НАМИ, вып. 20, М., НАМИ, 1960.

Предполагалось, что до начала торможения движение автопоезда является установившимся со скоростью 30 км/ч.

Так как при торможении средняя скорость автопоезда невелика, сила сопротивления воздуха не учитывалась.

Были приняты следующие обозначения:

x_T — координата центра тяжести тягача;

x_n — координата центра тяжести прицепа;

m_T — масса тягача;

m_n — масса прицепа;

$c = 583$ кг/см — коэффициент жесткости упругого элемента сцепного устройства;

$r = 300$ кг·сек/м — коэффициент сопротивления в сцепке.

Для составления дифференциальных уравнений движения было использовано уравнение Лагранжа II рода* в форме

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial K}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial K}{\partial q} = Q,$$

где K — кинетическая энергия системы;

Q — обобщенная сила;

q — обобщенная координата.

В нашем случае система имеет две обобщенные координаты;

$q_1 = \frac{m_T x_T + m_n x_n}{m_T + m_n}$ — координата центра масс системы;

$q_2 = x_T - x_n$ — относительное перемещение тягача и прицепа.

После соответствующих преобразований получаем следующие уравнения движения системы:

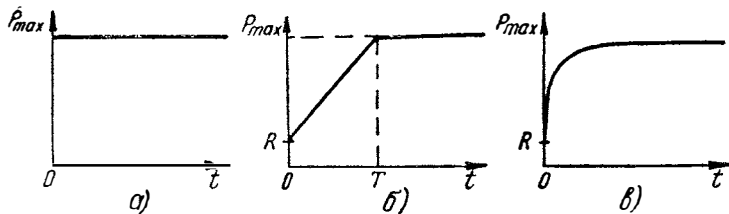
$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 &= - \frac{P_T + P_n}{m_T + m_n}; \\ \ddot{q}_2 &= - \frac{P_T}{m_T} + \frac{P_n}{m_n} - \frac{m_T + m_n}{m_T m_n} r \dot{q}_2 - \frac{m_T + m_n}{m_T m_n} c q_2, \end{aligned} \right\}$$

которые после подстановки принятых значений параметров выглядят так:

* Морозов Б. И., Пчелин И. К., Хачатуров А. А., Шеф А. Л. Исследование продольного взаимодействия звеньев автопоезда с применением электро моделирующих устройств. Научно-техническая информация № 10. М., НАМИ, 1959.

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 &= -\frac{P_r}{23,65} - \frac{P_n}{23,65}; \\ \ddot{q}_2 &= -\frac{P_r}{14} + \frac{P_n}{9,65} - 0,525\dot{q}_2 - 102,05q_2. \end{aligned} \right\}$$

Исследовались продольные колебания звеньев автопоезда при действии различных видов тормозных сил P_r , P_n . Принятые законы изменения тормозных усилий в зависимости от времени приведены на фиг. 2.



Фиг. 2.

В первом случае (фиг. 2,а) допускалось, что тормозные усилия мгновенно достигают своего максимального значения и затем остаются постоянными на протяжении всего процесса торможения.

Во втором случае (фиг. 2,б) усилие, зависящее от срабатывания тормозного аппарата, нарастает постепенно в течение периода T по линейному закону до максимального значения и затем остается постоянным. Закон нарастания тормозных усилий можно выразить следующими формулами:

$$P = \frac{P_{\max} - R}{T} t + R \quad \text{при } t \leq T \text{ и}$$

$$P = P_{\max} \quad \text{при } t > T,$$

где R — сила сопротивления качению;

t — время;

T — период нарастания давления в тормозных колодках.

В третьем случае (фиг. 2,в) тормозные усилия изменяются по показательной кривой и имеют вид

$$P = (P_{\max} - R)(1 - e^{-nt}) + R,$$

где

$$n \approx \frac{3}{T}.$$

Для того, чтобы полученные уравнения решить на модели, было необходимо привести их к машинному виду.

Приведение к машинному виду заключается в замене переменных данного уравнения, имеющих размерности механических величин, машинными переменными, имеющими размерности электрического напряжения, а также в выравнивании коэффициентов уравнений. Для решаемой задачи эти преобразования достигаются следующей заменой переменных:

$$q_1 = a_1 u_1; \quad q_2 = a_2 u_2; \quad t = a_t \tau,$$

где масштабные коэффициенты a_1 и a_2 имеют размерности $см/в$, a_t имеет размерность $сек$, а машинные переменные u_1 , u_2 имеют размерность напряжения $в$; τ — безразмерное машинное время.

Продифференцировав q_1 и q_2 по t , получаем

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \frac{a_1}{a_t} \dot{u}_1; & \ddot{q}_1 &= \frac{a_1}{a_t^2} \ddot{u}_1; \\ \dot{q}_2 &= \frac{a_2}{a_t} \dot{u}_2; & \ddot{q}_2 &= \frac{a_2}{a_t^2} \ddot{u}_2, \end{aligned}$$

где \dot{u}_1 , \dot{u}_2 , \ddot{u}_1 , \ddot{u}_2 — соответственно первые и вторые производные машинных переменных u_1 и u_2 .

Заменяв выражения старых переменных новыми и разделив полученные уравнения на коэффициенты при вторых производных, получаем систему машинных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= - \frac{a_t^2}{a_1} \left(\frac{\bar{P}_\tau + \bar{P}_\pi}{23,65} \right); \\ \ddot{u}_2 &= \frac{a_t^2}{a_2} \left(- \frac{\bar{P}_\tau}{23,65} + \frac{\bar{P}_\pi}{23,65} \right) + 0,525 a_t \dot{u}_2 - 102,05 a_t^2 u_2, \end{aligned} \right\}$$

\bar{P}_τ и \bar{P}_π — обозначения сил, принятые для машинных уравнений.

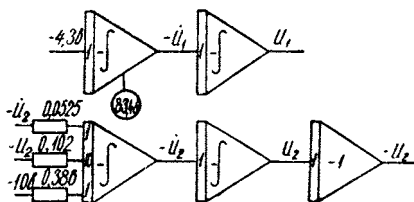
Для того, чтобы получить коэффициенты уравнений по возможности одного порядка, целесообразно принять $a_1 = 1 см/в$, $a_2 = 0,2 см/в$ и $a_t = 0,1 сек$; тогда

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= 0,01 \left(\frac{P_\tau + P_\pi}{23,65} \right); \\ \ddot{u}_2 &= 0,05 \left(- \frac{P_\tau}{23,65} + \frac{P_\pi}{23,65} \right) - 0,0525 \dot{u}_2 - 1,02 u_2. \end{aligned} \right\}$$

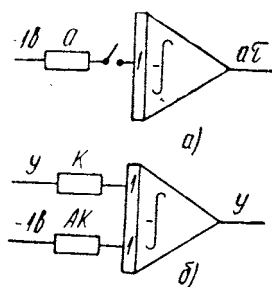
После приведения к машинному виду уравнения движения автопоезда для первого случая изменения тормозных сил (см. фиг. 2,а) записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= -4,3; \\ \ddot{u}_2 &= -3,86 - 0,0525 \dot{u}_2 - 1,02 u_2. \end{aligned} \right\}$$

Блок-схема решения уравнений приведена на фиг. 3. Уравнения решались с начальными условиями $u_1=0$; $u_2=0$; $\dot{u}_2=0$; $\dot{u}_1=83,4$ в, что соответствует начальной скорости движения автопоезда 30 км/ч.



Фиг. 3.



Фиг. 4.

Для второго случая изменения тормозных усилий (см. фиг. 2,б) машинные уравнения движения следующие:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= -0,87\tau - 0,212\tau - 0,196; \\ \ddot{u}_2 &= -7,35\tau + 2,6\tau - 0,0525 \dot{u}_2 - 1,02 u_2. \end{aligned} \right\}$$

Функции вида $a\tau$, входящие в правые части уравнений, получались на выходе интегратора при подаче на его вход a вольт при нулевых начальных условиях. По истечении времени T , равного периоду нарастания тормозных усилий, входы соответствующих интеграторов отключались и с их выходов поступали значения постоянных величин, выраженные формулой $P_{\max} - R$. Блок-схема для получения такой функции представлена на фиг. 4,а.

Уравнения для третьего случая изменения тормозных сил (см. фиг. 2,в) имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{u}_1 &= -2,61(1 - e^{-0,35\tau}) - 1,49(1 - e^{-0,25\tau}) - 0,196; \\ \ddot{u}_2 &= -22,1(1 - e^{-0,35\tau}) + 18,2(1 - e^{-0,25\tau}) - 0,0525 \dot{u}_2 - 1,02 u_2. \end{aligned} \right\}$$

Функции, соответствующие экспоненциальному нарастанию тормозных усилий и имеющие вид

$$y(\tau) = A(1 - e^{-k\tau}),$$

получались как решение дифференциального уравнения

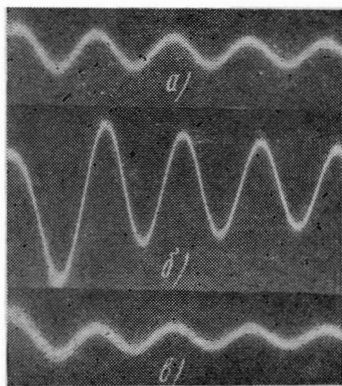
$$y' + ky = Ak$$

с нулевыми начальными условиями $y(0) = 0$. Блок-схема для решения этого уравнения представлена на фиг. 4,б.

Полученные таким образом функции для второго и третьего случаев изменения тормозных усилий подавались в общую блок-схему решения уравнений (см. фиг. 3) вместо постоянного напряжения, соответствующего мгновенному возрастанию тормозных усилий до своего максимального значения.

Результаты решений наблюдались на электронно-лучевом индикаторе или на вольтметрах, расположенных в секции блоков операционных усилителей. Записывались решения с помощью восьмишлейфового осциллографа МПО-2. Примеры записей приведены на фиг. 5,а, б и в (законы изменения во времени относительного перемещения тягача и прицепа в трех рассмотренных случаях изменения тормозных сил).

Меняя коэффициенты уравнений в зависимости от изменения параметров исследуемой системы и повторяя решения, можно проследить влияние различных факторов на динамику системы. Так, например, чтобы проследить за изменениями относительных перемещений при другой жесткости или другом сопротивлении в сцепке, изменялись коэффициенты при u_2 или \dot{u}_2 во втором уравнении, изменялись также величины максимальных тормозных усилий и закон их нарастания, варьировались на-



Фиг. 5.

груженность тягача и прицепа, начальная скорость автопоезда и время вступления в работу тормозного аппарата прицепа.

Анализ использованных в данной работе расчетной схемы и блок-схемы, а также сравнение результатов повторных проверочных расчетов позволяют сделать следующие выводы:

1. Расчетная схема (фиг. 1) может быть использована в случаях, когда целью расчета является выявление основных закономерностей продольного динамического взаимодействия звеньев тормозящего автопоезда. При расчетах, целью которых является определение тормозного пути и других аналогичных характеристик автопоезда, должна использоваться более подробная расчетная схема, в которой звенья автопоезда рассматриваются как материальные тела.

2. Разработанная блок-схема, в том числе схема для введения в установку тормозных усилий, обеспечивает стабильность работы моделирующей установки и может быть рекомендована для практического использования.

Б. И. Морозов, И. К. Пчелин, А. А. Хачатуров, А. Л. Шеф

О РАСЧЕТЕ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОМОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ЭКСТРЕННОГО ТОРМОЖЕНИЯ АВТОПОЕЗДА

При расчетах процесса экстренного торможения автопоезда весьма важно учитывать динамическое перераспределение нагрузок на оси тягача и прицепа *. В аналитическом инженерном расчете это перераспределение учитывается существенно приближенно — динамические нагрузки на оси звеньев поезда подсчитываются методами статики (точнее, кинестатики) без учета разницы в ускорениях тягача и прицепа и без учета упругих колебаний звеньев как на подвеске, так и относительно друг друга.

Применение электро моделирования позволяет рассчитывать торможение поезда со значительно более правильным учетом таких динамических явлений, как перераспределение нагрузок, взаимодействие звеньев и т. д. В настоящей работе расчетные схемы и дифференциальные уравнения движения для исследования процесса экстренного торможения составлены с учетом наличия рессорной подвески звеньев поезда и упругого сцепного устройства между звеньями. Решение уравнений проведено на аналоговой математической машине МПТ-9.

Исследовались следующие варианты состава автопоезда и расчетных схем:

1. Тягач с одноосным прицепом. Тягач и прицеп считаются твердыми телами, могущими совершать плоско-параллельное движение в вертикальной продольной плоскости.

2. Тягач с двухосным прицепом. Тягач и прицеп считаются твердыми телами, могущими совершать плоско-параллельное движение в вертикальной продольной плоскости.

* Любушкин В. В., Розанов В. Г. Расчет пневматического привода к тормозам автомобилей и автопоездов. Труды НАМИ, вып. 20, М., НАМИ, 1960.

3. Тягач с двумя одноосными прицепами:

а) тягач считается твердым телом, могущим совершать плоско-параллельное движение, а подрессоренные части прицепов — материальными точками;

б) тягач и оба прицепа считаются твердыми телами, могущими совершать плоско-параллельное движение в вертикальной продольной плоскости.

Для всех указанных расчетных схем задавались следующие условия изменения тормозных моментов, приложенных к колесам тягача и прицепов (рассматривалось экстренное торможение):

I) постоянные тормозные моменты;

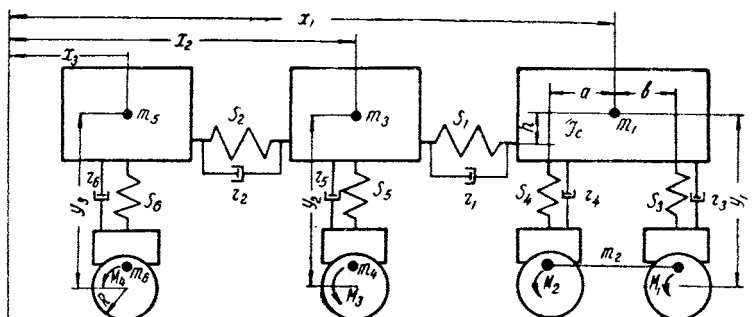
II) тормозные моменты, изменяющиеся по экспоненциальному закону;

III) тормозные моменты, снимаемые с реальной тормозной системы автомобиля с помощью тензодатчиков;

IV) тормозные моменты «идеальной» тормозной системы автомобиля, поддерживающей колеса автомобиля при торможении на грани блокировки (в каждый момент процесса торможения величина тормозного момента на колесе равна моменту силы трения скольжения между колесом и дорогой).

Для всех рассматриваемых типов тормозных моментов задавалось время запаздывания начала торможения прицепа по сравнению с началом торможения тягача.

Приведем некоторые, наиболее интересные, варианты расчетных схем и результаты их исследования.



Фиг. 1.

На фиг. 1 изображена расчетная схема автопоезда для варианта 3,а. Выбраны следующие обобщенные координаты:

- x_1 — координата центра тяжести тягача;
- $\sigma_1; \sigma_2$ — деформации упругих элементов сцепных устройств тягача и первого прицепа из положения равновесия;
- $\sigma_3; \sigma_4; \sigma_5; \sigma_6$ — деформация рессор тягача и прицепов из положения равновесия (перемещение вверх считаем положительным, вниз — отрицательным).

Дифференциальные уравнения движения системы в процессе торможения составлены в виде:

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}_1 \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right) &= - \frac{M_1 + M_2}{R} - S_1 \sigma_1 - r_1 \dot{\sigma}_1; \\
 (\ddot{x}_1 - \ddot{\sigma}_1) \left(m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2} \right) &= - \frac{M_3}{R} + S_1 \sigma_1 + r_1 \dot{\sigma}_1 - S_2 \sigma_2 - r_2 \dot{\sigma}_2; \\
 (\ddot{x}_1 - \ddot{\sigma}_1 - \ddot{\sigma}_2) \left(m_5 + m_6 + \frac{I_2}{R^2} \right) &= S_2 \sigma_2 + r_2 \dot{\sigma}_2 - \frac{M_4}{R}; \\
 m_1 \frac{a \ddot{\sigma}_3 + b \ddot{\sigma}_4}{L} &= - S_3 \sigma_3 - S_4 \sigma_4 - r_4 \dot{\sigma}_4 - r_3 \dot{\sigma}_3; \\
 m_3 \ddot{\sigma}_5 &= - S_5 \sigma_5 - r_5 \dot{\sigma}_5; \\
 m_3 \ddot{\sigma}_6 &= - S_6 \sigma_6 - r_6 \dot{\sigma}_6; \\
 I_{c1} \frac{\ddot{\sigma}_3 - \ddot{\sigma}_4}{L} &= + S_4 \sigma_4 a - S_3 \sigma_3 b + r_4 \dot{\sigma}_4 a - r_3 \dot{\sigma}_3 b - S_1 \sigma_1 h - \\
 &\quad - r_1 \dot{\sigma}_1 h - \frac{M_1 + M_2}{R} H
 \end{aligned} \right\} (1)$$

(принятые обозначения см. в табл. 1 и на фиг. 1).

Пятое и шестое уравнения системы (1) не зависят от остальных уравнений. Так как решение уравнений такого вида зависит только от начальных условий, а мы рассматриваем торможение на гладкой дороге (нет вертикальных возмущений), эти уравнения нужно решать при нулевых начальных условиях и, следовательно, они имеют решение $\sigma_5 = 0$ и $\sigma_6 = 0$.

Зададим тормозные моменты «идеальной» тормозной системы автомобиля (условие IV).

Таблица 1

Параметр		Значение	
Наименование и размерность	Обозначение	Варианты А, В и Г (автопоезд загружен)	Вариант Б (автопоезд не загружен)
Поддресоренная масса, кг·сек²/м:			
тягача	m_1	670	248
первого прицепа	m_3	306	153
второго прицепа	m_5	306	153
Неподдресоренная масса, кг·сек²/м:			
тягача	m_2	150	150
первого прицепа	m_4	306	153
второго прицепа	m_6	306	153
Момент инерции колес, кг·м·сек²:			
тягача	I	7,8	7,8
первого прицепа	I_1	2,6	2,6
второго прицепа	I_2	2,6	2,6
Радиус колес, м	R	0,457	0,457
Коэффициент жесткости упругого элемента сцепки, кг/м:			
тягача	S_1	30 000/60 000*	30 000
первого прицепа	S_2	30 000/60 000*	30 000
Коэффициент жесткости рессор, кг/м:			
тягача (передних)	S_3	20 800/41 600**	20 800
тягача (задних)	S_4	33 400/66 800**	33 400
первого прицепа	S_5	20 800	20 800
второго прицепа	S_6	20 800	20 800
Коэффициент сопротивления упругого элемента сцепки, кг·сек/м:			
тягача	r_1	157	157
первого прицепа	r_2	157	157
Коэффициент сопротивления в рессоре, кг·сек/м:			
тягача (передней)	r_3	800	800
тягача (задней)	r_4	800	800
первого прицепа	r_5	800	800
второго прицепа	r_6	800	800
Высота центра тяжести тягача, м:			
над точкой сцепки	h	0,41	—0,09
над осью колес	H	0,753	0,253
Расстояние от центра тяжести тягача (по горизонтали), м:			
до задней оси	a	1,035	1,85
до передней оси	b	2,965	2,15

Параметр	Значение		
	Обозначение	Варианты А, В и Г (автопоезд загружен)	Вариант Б (автопоезд не загружен)
Наименование и размерность			

Момент инерции подрессоренной массы тягача относительно оси, проходящей через центр тяжести, $кг \cdot м \cdot сек^2$

 I_{c_1}

2520

932

* В знаменателе дано значение для варианта В.

** В знаменателе дано значение для варианта Г.

Условия поддержания передних колес тягача в процессе торможения на грани блокировки имеют вид

$$M_1 = RN_1\varphi, \quad (2)$$

где N_1 — вертикальная динамическая нагрузка на переднюю ось тягача.

Имея решение системы дифференциальных уравнений (1), можно определить N_1 :

$$N_1 = N_{1ст} - \sigma_3 S_3 - \dot{\sigma}_3 r_3, \quad (3)$$

где

$$N_{1ст} = \frac{Ga}{L}.$$

По формулам, аналогичным (2) и (3), определяются условия границы блокировки для остальных колес тягача и прицепа.

Разрешая систему (1) без пятого и шестого уравнений относительно старших производных, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 = & - \frac{S_1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} \sigma_1 - \frac{r_1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} \dot{\sigma}_1 - \frac{M_1 + M_2}{R \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right)}; \\ \ddot{\sigma}_1 = & - S_1 \left(\frac{1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} + \frac{1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \right) \sigma_1 - \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\begin{aligned}
& -r_1 \left(\frac{1}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} + \frac{1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \right) \dot{\sigma}_1 + \frac{S_2}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \sigma_2 - \\
& - \frac{r_2}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \dot{\sigma}_2 - \frac{M_1 + M_2}{R \left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2} \right)} + \frac{M_3}{R \left(m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2} \right)} ; \\
\ddot{\sigma}_2 = & \frac{S_1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \sigma_1 + \frac{r_1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} \dot{\sigma}_1 - S_2 \left(\frac{1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{m_5 + m_6 + \frac{I_2}{R^2}} \right) \sigma_2 - r_2 \left(\frac{1}{m_3 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} + \frac{1}{m_5 + m_6 + \frac{I_2}{R^2}} \right) \dot{\sigma}_2 + \\
& + \frac{M_4}{R \left(m_5 + m_6 + \frac{I_2}{R^2} \right)} ; \\
\ddot{\sigma}_3 = & -S_3 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{b^2}{I_{c_1}} \right) \sigma_3 - r_3 \left(\frac{1}{m_1} + \frac{b^2}{I_{c_1}} \right) \dot{\sigma}_3 + S_4 \left(\frac{ab}{I_{c_1}} - \frac{1}{m_1} \right) \sigma_4 + \\
& + r_4 \left(\frac{ab}{I_{c_1}} - \frac{1}{m_1} \right) \dot{\sigma}_4 - \frac{S_1 hb}{I_{c_1}} \sigma_1 - \frac{r_1 hb}{I_{c_1}} \dot{\sigma}_1 + \frac{bH}{RI_{c_1}} (M_1 + M_2) ; \\
\ddot{\sigma}_4 = & S_3 \left(\frac{ab}{I_{c_1}} - \frac{1}{m_1} \right) \sigma_3 + r_3 \left(\frac{ab}{I_{c_1}} - \frac{1}{m_1} \right) \dot{\sigma}_3 - S_4 \left(\frac{a^2}{I_{c_1}} - \frac{1}{m_1} \right) \sigma_4 - \\
& - r_4 \left(\frac{a^2}{I_{c_1}} + \frac{1}{m_1} \right) \dot{\sigma}_4 + \frac{S_1 ha}{I_{c_1}} \sigma_1 + \frac{r_1 ha}{I_{c_1}} \dot{\sigma}_1 + \frac{aH}{RI_{c_1}} (M_1 + M_2).
\end{aligned} \tag{4}$$

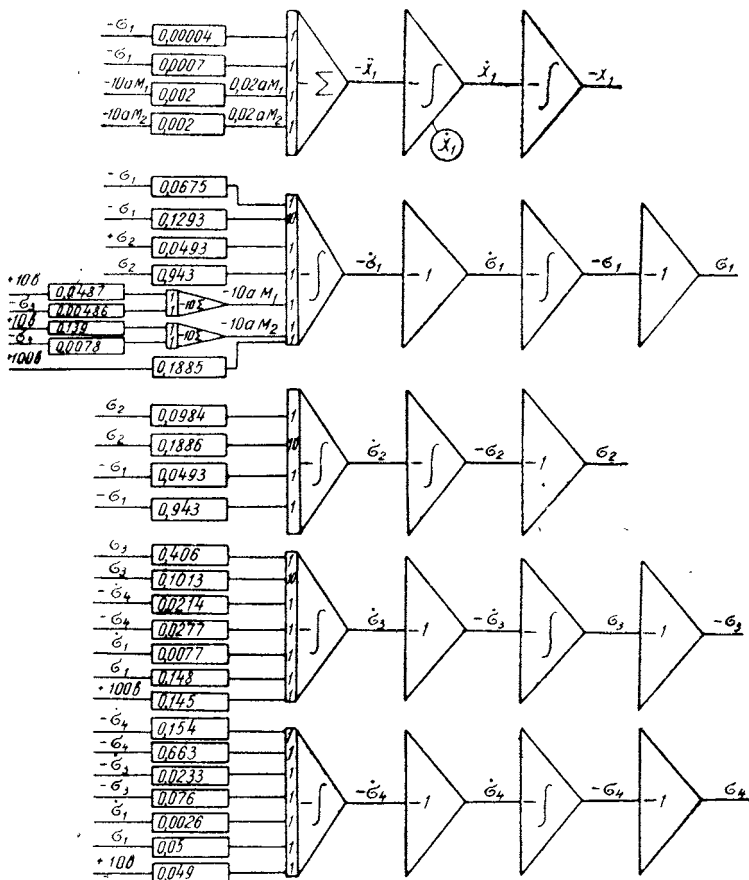
Подстановка в эту систему уравнений значений тормозных моментов (по уравнениям 2 и 3)

$$\begin{aligned}
M_1 &= R(N_{1\text{ст}} - S_3 \sigma_3 - r_3 \dot{\sigma}_3) \varphi ; \\
M_2 &= R(N_{2\text{ст}} - S_4 \sigma_4 - r_4 \dot{\sigma}_4) \varphi ; \\
M_3 &= RN_{3\text{ст}} \varphi ; \\
M_4 &= RN_{4\text{ст}} \varphi
\end{aligned} \tag{5}$$

дает искомые дифференциальные уравнения движения. Для простоты считаем, что торможение тягача и обоих прицепов начинается одновременно,

Система уравнений (4) со значениями тормозных моментов (5) решалась на установке МПТ-9 для значений параметров автопоезда, приведенных в табл. 1. Блок-схема для решения уравнений приведена на фиг. 2.

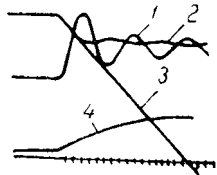
Каждый из указанных вариантов решался при значениях $\varphi=0,7$ и $\varphi=0,2^*$. Решение проводилось при следующих начальных условиях: $\dot{x}_1(0) = 11$ м/сек, а остальные величины равны



Фиг. 2.

* Решение проведено инженерами И. А. Оганесовой и Н. С. Тарарощенко.

нулю. Такая постановка задачи соответствует следующей физической картине движения. Автопоезд движется прямолинейно по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью 40 км/ч. Колебания его звеньев полностью отсутствуют. В некоторый момент времени производится экстренное торможение автопоезда, причем значение тормозного момента на осях в каждое мгновение соответствует динамическим нагрузкам на эти оси. Кроме того, для сравнения решались дифференциальные уравнения движения в процессе торможения одиночного автомобиля (тягача без прицепов). Эти уравнения легко получаются из системы (1) отбрасыванием соответствующих слагаемых и уравнений. При решении уравнений (1) помимо $x_1(t)$, $\sigma(t)$ и соответствующих скоростей записывались $M_1(t)$ и $M_2(t)$. Пример осциллограммы, получаемой при решении уравнений на установке МПТ-9, дан на фиг. 3. На осциллограмме записаны: 1— $M_1(t)$ (тормозной момент на передней оси тягача); 2— $M_2(t)$ (тормозной момент на задней оси тягача); 3— $\dot{x}_1(t)$ (скорость тягача в процессе торможения); 4— $x_1(t)$ (путь торможения).



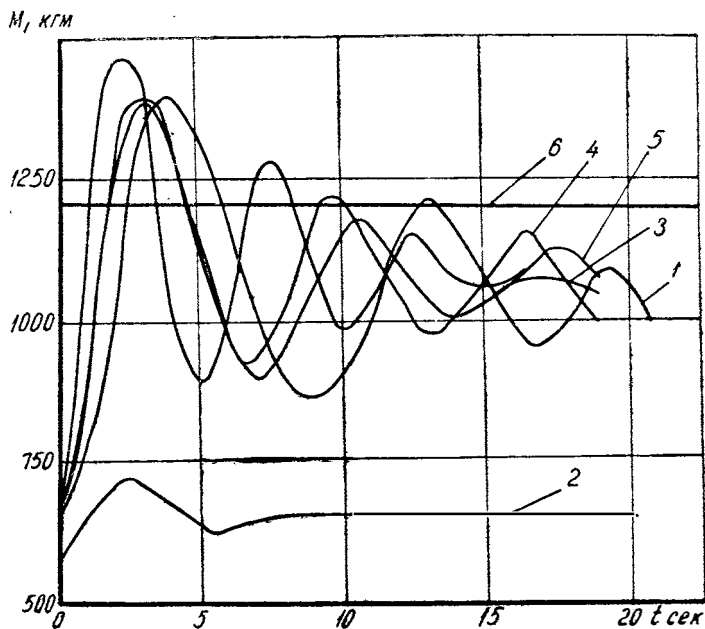
Фиг. 3.

Полученные графики зависимостей тормозных моментов от времени показывают, как должны изменяться тормозные моменты для того, чтобы при торможении полностью использовался сцепной вес автопоезда с учетом динамического перераспределения нагрузок.

По форме графики $M_1(t)$ и $M_2(t)$ совпадают с решениями $\sigma_3(t)$ и $\sigma_4(t)$ с обратным знаком, а σ_3 и σ_4 имеют очень малые значения. Из формул (5) следует, что при малых σ_3 и σ_4 отмеченное совпадение действительно должно наблюдаться.

На фиг. 4 даны графики $M_1(t)$, на фиг. 5— $M_2(t)$, полученные для различных значений жесткостей рессор и упругого элемента сцепного устройства для случаев груженого и негруженого автопоезда. Кривая 1 соответствует значениям $S_1=S_2=30\ 000$ кг/м, $S_3=20\ 800$ кг/м, $S_4=33\ 400$ кг/м при груженом автопоезде; кривая 2—тем же значениям жесткостей при негруженом автопоезде; 3—груженный тягач без прицепа с такими же значениями жесткостей рессор; 4—груженный автопоезд при $S_1=S_2=60\ 000$ кг/м, $S_3=20\ 800$ кг/м, $S_4=33\ 400$ кг/м; 5—груженный автопоезд при $S_1=S_2=30\ 000$ кг/м, $S_3=41\ 600$ кг/м, $S_4=66\ 800$ кг/м; 6—груженный тягач без прицепов при $S_3=S_4=\infty$ (без учета рессорной подвески).

Графики показывают, что во всех случаях динамическое перераспределение нагрузок на оси в процессе торможения не постоянно, а носит колебательный характер, причем частота колебаний существенно зависит от жесткости рессор и жесткости упругих элементов сцепных устройств. Увеличение нагрузки на переднюю ось и разгрузка задней оси происходят только в первые секунды процесса торможения, а затем нагрузка на оси начинает колебаться (оставаясь все же больше статической для передней оси и меньше — для задней), причем колебания постепенно затухают.



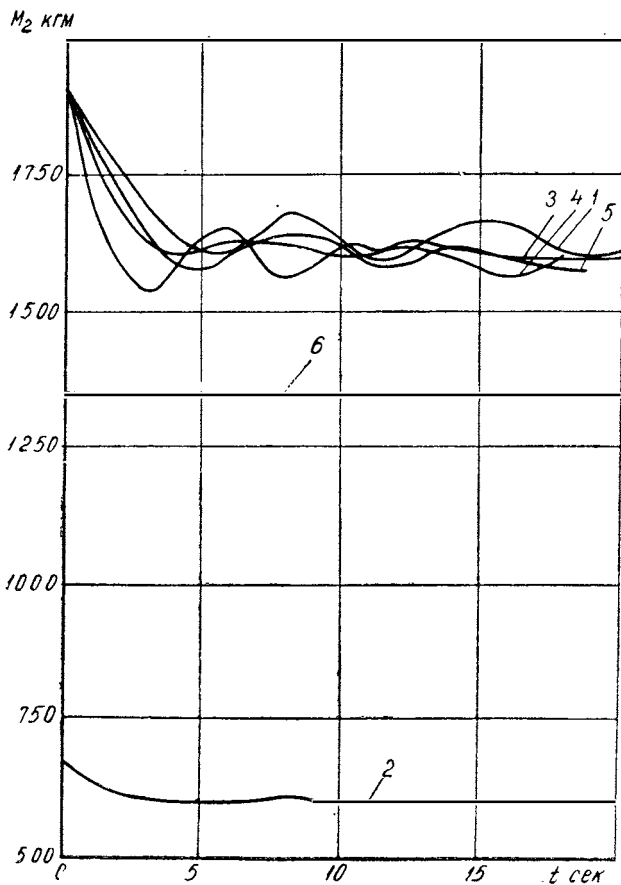
Фиг. 4.

На этих же фигурах построены графики тормозных моментов (прямые б), полученные для тягача с исследовавшимися в данной работе параметрами из условия, что замедление в процессе торможения будет постоянным и равным 6 м/сек^2 (полное использование сцепного веса)*. Как видно из графика

* Любушкин В. В., Розанов В. Г. Расчет пневматического привода к тормозам автомобилей и автопоездов. Труды НАМИ, вып. 20, М., НАМИ, 1960.

ков, вычисленные таким образом моменты для передней оси получаются завышенными против «идеальных» значений (колеса будут проскальзывать), а для задней оси — заниженными, что приведет к недоиспользованию сцепного веса. Сделанный нами вывод поясняет прием, в соответствии с которым на практике расчет торможения ведут, задаваясь замедлением, меньшим 6 м/сек^2 , т. е. вводят условие неполного использования сцепного веса.

Заметим, что для получения более достоверной картины изменения сил, скоростей и т. д. во время торможения очень часто задают не одно, а несколько значений замедления. Это

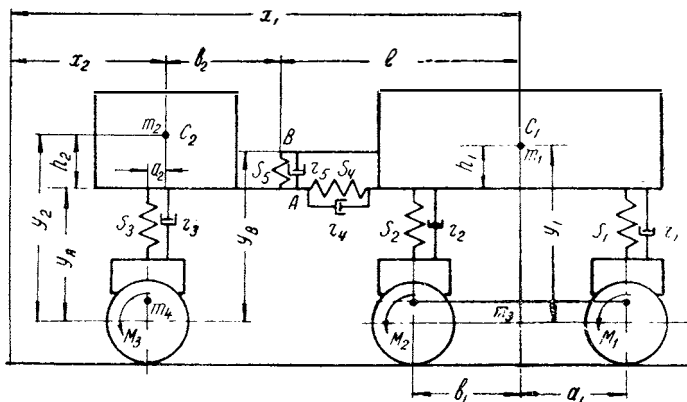


Фиг. 5.

позволяет (с каким-то приближением) судить о развитии процесса торможения во времени. Непрерывный динамический процесс при этом как бы заменяется рядом следующих друг за другом статических схем. Очевидно, что расчет с помощью электро моделирования воспроизводит развитие процесса во времени значительно лучше и имеет в этом отношении явные преимущества. Поэтому есть все основания ожидать, что применение электро моделирования для расчета торможения позволит получить ряд новых результатов.

Приведенный пример показывает, что при расчете процесса торможения автопоезда и, в частности, при определении тормозных моментов на колесах, необходимо учитывать наличие рессорной подвески и упругого элемента в сцепном устройстве. Перераспределение нагрузок на оси и усилие между звеньями нельзя задавать (тем более нельзя принимать их постоянными); их значения надо получать в процессе решения задачи.

В качестве второго примера рассмотрим процесс торможения автопоезда с одноосным прицепом (вариант I) при задании тормозных моментов по условиям I, II и III (см. стр. 48).



Фиг. 6.

Расчетная схема системы дана на фиг. 6. Выбраны следующие обобщенные координаты:

- x_1 — координата центра тяжести тягача;
- $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ — деформация рессор тягача и прицепа из положения равновесия;
- σ_4 — продольная деформация упругого элемента сцепного устройства тягача;

σ_5 — относительное вертикальное перемещение опорной точки сцепного устройства тягача (в примере рассматривается сцепное устройство типа открытого резинового буфера, допускающее такое перемещение).

Остальные обозначения см. в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Параметр		Значение
Наименование и размерность	Обозначение	Варианты Д, Е и Ж
Поддрессоренная масса, $кг \cdot сек^2/м$:		
тягача	m_1	670
прицепа	m_2	359
Неподдрессоренная масса, $кг \cdot сек^2/м$:		
тягача	m_3	150
прицепа	m_4	60
Момент инерции колес, $кг \cdot м \cdot сек^2$:		
тягача	I	7,8
прицепа	I_1	3,5
Момент инерции поддрессоренной массы относительно оси, проходящей через центр тяжести, $кг \cdot м \cdot сек^2$:		
тягача	I_{c_1}	2520
прицепа	I_{c_2}	352
Радиус колес, $м$		
	R	0,457
Коэффициент жесткости рессор, $кг/м$:		
тягача (передних)	S_1	20 800/10 000*
тягача (задних)	S_2	33 400/15 000*
прицепа	S_3	20 800/15 000*
Коэффициент жесткости (в горизонтальном направлении) упругого элемента сцепки, $кг/м$		
	S_4	30 000/60 000**
Коэффициент жесткости (в вертикальном направлении) упругого элемента сцепки, $кг/м$		
	S_5	30 000
Коэффициент сопротивления в рессоре, $кг \cdot сек/м$:		
тягача (передней)	r_1	800
тягача (задней)	r_2	800
прицепа	r_3	800
Коэффициент сопротивления (в горизонтальном направлении) упругого элемента сцепки, $кг \cdot сек/м$		
	r_4	157

Параметр		Значение
Наименование и размерность	Обозначение	Варианты Д, Е и Ж
Коэффициент сопротивления (в вертикальном направлении) упругого элемента сцепки, кг·сек/м	r_5	500
Высота центра тяжести тягача, м:	над точкой сцепки	h_1
	над осью колес	H_1
Высота центра тяжести прицепа, м:	над точкой сцепки	h_2
	над осью колес	H_2
Расстояние от центра тяжести тягача (по горизонтали), м:	до передней оси	a_1
	до задней оси	b_1
	до сцепки	l
Расстояние между осями тягача, м	L_1	
Расстояние от центра тяжести прицепа (по горизонтали), м:	до оси	a_2
	до сцепки	b_2
Расстояние от оси прицепа до точки сцепки (по горизонтали), м	L_2	

* В знаменателе дано значение для варианта Ж.

** В знаменателе дано значение для варианта Е.

Дифференциальные уравнения движения системы в процессе торможения составлены в виде:

$$\left. \begin{aligned}
 \ddot{x}_1 &= - \frac{M_1 + M_2}{R \left(m_1 + m_3 + \frac{I}{R^2} \right)} - \frac{S_4 \sigma_4}{m_1 + m_3 + \frac{I}{R^2}} - \frac{r_4 \dot{\sigma}_4}{m_1 + m_3 + \frac{I}{R^2}}; \\
 \ddot{\sigma}_4 &= \ddot{x}_1 + \frac{M_3}{R \left(m_2 + m_4 + \frac{I_1}{R^2} \right)} - \frac{S_4 \sigma_4}{m_2 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}} - \frac{r_4 \dot{\sigma}_4}{m_2 + m_4 + \frac{I_1}{R^2}}; \\
 \ddot{\sigma}_3 &= - \frac{S_3 \sigma_3}{I_{c_2} m_2} (I_{c_2} + a_2^2 m_2) - \frac{r_3 \dot{\sigma}_3}{I_{c_2} m_2} (I_{c_2} + a_2^2 m_2) +
 \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{S_5 \sigma_5}{I_{c_2} m_2} (I_{c_2} - a_2 b_2 m_2) + \frac{r_5 \dot{\sigma}_5}{I_{c_2} m_2} (I_{c_2} - a_2 b_2 m_2) - \frac{S_4 \sigma_4 h_2 a_2}{I_{c_2}} - \\
& \quad - \frac{r_4 \dot{\sigma}_4 h_2 a_2}{I_{c_2}} + \frac{M_3 H_2 a_2}{R I_{c_2}} ; \\
\ddot{\sigma}_2 = & - \frac{S_1 \sigma_1}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - a_1 b_1 m_1) - \frac{S_2 \sigma_2}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - b_1^2 m_1) - \\
& - \frac{r_1 \dot{\sigma}_1}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - a_1 b_1 m_1) - \frac{r_2 \dot{\sigma}_2}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - b_1^2 m_1) - \\
& - \frac{S_5 \sigma_5}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} + l b_1 m_1) - \frac{r_5 \dot{\sigma}_5}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} + l b_1 m_1) + \frac{S_4 \sigma_4 h_1 b_1}{I_{c_1}} + \\
& \quad + \frac{r_4 \dot{\sigma}_4 h_1 b_1}{I_{c_1}} - \frac{(M_1 + M_2) H_1 b_1}{R I_{c_1}} ; \\
\ddot{\sigma}_1 = & - \frac{S_1 \sigma_1}{I_1 m_1} (I_{c_1} + m_1 a_1^2) - \frac{S_2 \sigma_2}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - b_1 a_1 m_1) - \\
& - \frac{r_1 \dot{\sigma}_1}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} + a_1^2 m_1) - \frac{r_2 \dot{\sigma}_2}{I_{c_1} m_2} (I_{c_1} - a_1 b_1 m_1) - \\
& - \frac{S_5 \sigma_5}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - a_1 l m_1) - \frac{r_5 \dot{\sigma}_5}{I_{c_1} m_1} (I_{c_1} - a_1 l m_1) - \\
& - \frac{S_4 \sigma_4}{I_{c_1} m_1} h_1 m_1 a_1 - \frac{r_4 \dot{\sigma}_4 h_1 a_1}{I_{c_1}} - \frac{(M_1 + M_2) H_1 a_1}{R I_{c_1}} ; \\
\ddot{\sigma}_5 = & \frac{1}{L_1} [(b_1 - l) \ddot{\sigma}_1 + (a_1 + l) \ddot{\sigma}_2] + \frac{S_3 \sigma_3}{m_2 I_{c_2}} (I_{c_2} - a_2 b_2 m_2) + \\
& + \frac{r_3 \dot{\sigma}_3}{m_2 I_{c_2}} (I_{c_2} - a_2 b_2 m_2) - \frac{S_5 \sigma_5}{m_2 I_{c_2}} (I_{c_2} + b_2^2 m_2) - \\
& - \frac{r_5 \dot{\sigma}_5}{m_2 I_{c_2}} (I_{c_2} + b_2^2 m_2) - \frac{S_4 \sigma_4 h_2 b_2}{I_{c_2}} - \frac{r_4 \dot{\sigma}_4 h_2 b_2}{I_{c_2}} + \frac{M_3 H_2 b_2}{R I_{c_2}} ,
\end{aligned} \tag{6}$$

Решение этой системы уравнений проводилось при таких же начальных условиях, как и в первом примере. Задание постоянных и экспоненциальных тормозных моментов производилось так же, как это описано в предыдущей статье настоящего сборника. Запоздывание начала приложения тормозного момента M_3 по отношению к началу приложения моментов M_1 и M_2 осуществлялось с помощью специального программного реле, включавшего схему, обрабатывающую M_3 , через заданный промежуток времени после начала решения системы уравнений на установке.

Задание тормозных моментов, снимаемых с реальной тормозной системы автомобиля, проводилось по специально разработанной методике.

На рычаги разжимных кулаков тормозных колодок переднего и заднего колеса автомобиля ЗИЛ-150 наклеивались проволочные тензодатчики. Усиленный тензометрическим усилителем сигнал от датчика, пропорциональный тормозному моменту, поступает на операционный усилитель модели МПТ-9 и далее подается на входы операционных усилителей в соответствии с исследуемой системой дифференциальных уравнений. При проведении расчетов автомобиль стоит на месте. По сигналу оператора, проводящего расчет на моделирующей установке, водитель автомобиля нажимает педаль тормоза. В момент, когда на операционном усилителе модели напряжение, соответствующее скорости движения автомобиля, становится равным нулю (автомобиль останавливается), тензометрический усилитель автоматически отключается от модели (для отключения используется такое же устройство, как для задания запоздывания).

Коэффициенты пропорциональности между величинами тормозного момента и сигнала тензометрического усилителя и между величиной сигнала усилителя и требуемым значением электрического напряжения, подаваемого в схему набора уравнений на МПТ-9, устанавливаются путем тарировки датчиков.

При тарировке датчиков определяется коэффициент α [в/кг] (зависимость напряжения от усилия на рычаге — линейная), связывающий усилие на рычаге разжимного кулака с напряжением U_m^* на выходе операционного усилителя модели.

Поскольку усилию на рычаге разжимного кулака соответствует момент на тормозном барабане, связь между напряжением U_m^* на выходе операционного усилителя и моментом M_k на тормозном барабане устанавливается формулой

$$U_M^* = \alpha \lambda M_k,$$

где λ — коэффициент, зависящий от геометрических параметров тормозного механизма (т. е. системы колески — барабан) и коэффициента трения тормозной накладкой.

Коэффициент λ имеет размерность $1/m$ и может быть рассчитан по формулам, обычно используемым при расчете тормозного механизма (см., например, уже упоминавшиеся Труды НАМИ, вып. 20, 1960, стр. 17—18).

С другой стороны, в схему набора машинных уравнений, набранную на МПТ-9, должны подаваться напряжения U_M , вычисленные по формуле

$$U_M = \alpha_M M_k,$$

где α_M — масштабный коэффициент, получаемый при приведении исходных дифференциальных уравнений движения к машинным уравнениям, $v/кгм$.

Исходя из этого определяется коэффициент, на который нужно умножить напряжение U_M^* при подаче его в схему набора уравнений на установке МПТ-9.

$$U_M = U_M^* \frac{\alpha_M}{\alpha \lambda}.$$

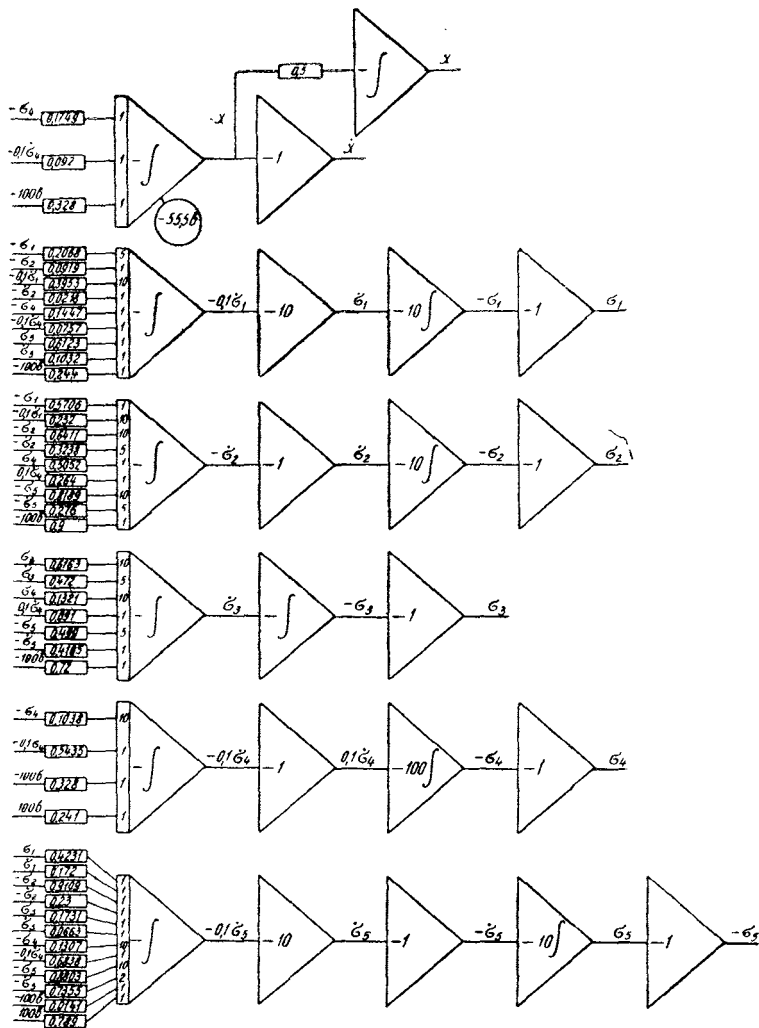
На фиг. 7 приведена блок-схема набора системы дифференциальных уравнений (6) на установке МПТ-9. Поскольку модель работает в сопряжении с реальной механической системой, масштаб времени должен быть натуральным.

Принятые в этой серии расчетов параметры системы тягач-прицеп приведены в табл. 2.

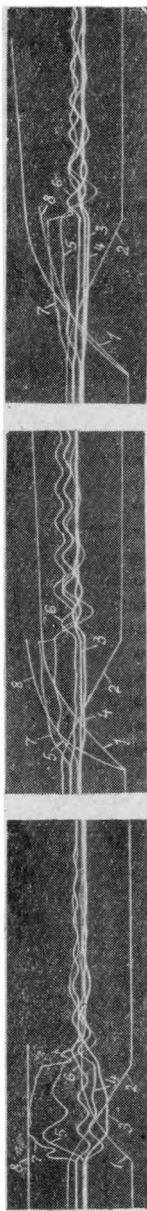
На фиг. 8 даны примеры осциллограмм решений уравнений (6) для различных сочетаний параметров системы и различных законов изменения тормозных моментов.

На осциллограммах обозначены: 1 — координата центра тяжести тягача x_1 ; 2 — скорость тягача \dot{x}_1 ; 3 — деформация передних рессор тягача σ_1 ; 4 — деформация задних рессор тягача σ_2 ; 5 — деформация рессор прицепа σ_3 ; 6 — деформация упругого элемента сцепного устройства в продольном направлении σ_4 ; 7 — вертикальные перемещения точки сцепки σ_5 ; 8 — сумма тормозных моментов, приложенных к передней и задней осям тягача $M_1 + M_2$.

Отличительной особенностью всех осциллограмм (по сравнению с расчетом без учета рессорной подвески и упругого элемента сцепного устройства) является ярко выраженный колебательный характер движения звеньев автопоезда в процессе торможения при любом законе изменения тормозных моментов.



Фиг. 7.



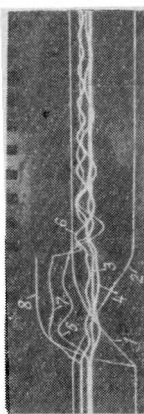
а)

б)

в)



г)



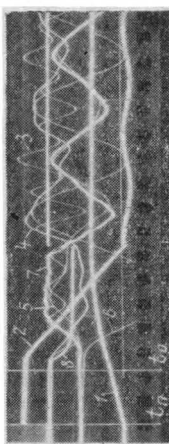
д)



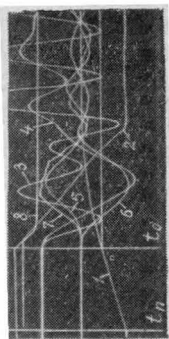
е)



ж)



з)



и)

Фиг. 8.

Осциллограммы, приведенные на фиг. 8, иллюстрируют влияние протекания тормозных моментов на характеристики движения системы при прочих равных условиях. На фиг. 8,а $M_{1,2,3} = \text{const}$; на фиг. 8,б, в и д $M_{1,2,3} = M_{0,1,2,3} (1 - e^{-\alpha t})$, причем на фиг. 8,д $\alpha = 4,6$; на фиг. 8,б $\alpha = 1,55$; на фиг. 8,в $\alpha = 0,77$. Запаздывание равно нулю.

Осциллограммы, приведенные на фиг. 8,г, д и ж, иллюстрируют влияние запаздывания приложения тормозных моментов к колесам прицепа при экспоненциальном законе изменения тормозных моментов с $\alpha = 4,6$. На фиг. 8,г запаздывание составляет 1 сек, на фиг. 8,ж — 0,25 сек, на фиг. 8,д — 0 сек (нет запаздывания).

На всех осциллограммах записан только тормозной момент M_3 , поэтому величина запаздывания определяется отрезком от начала процесса торможения (на осциллограмме появляется колебательный процесс) до начала кривой M_3 .

Осциллограммы, приведенные на фиг. 8,е и ж, иллюстрируют влияние жесткости рессорной подвески на характеристики движения звеньев автопоезда в процессе торможения.

На фиг. 8,е $S_1 = 20800 \text{ кг/м}$, $S_2 = 33400 \text{ кг/м}$, $S_3 = 20800 \text{ кг/м}$; на фиг. 8,ж $S_1 = 10000 \text{ кг/м}$, $S_2 = 15000 \text{ кг/м}$, $S_3 = 15000 \text{ кг/м}$.

Тормозные моменты экспоненциальные с $\alpha = 4,6$ и запаздыванием 0,25 сек.

Приведенные примеры показывают, насколько существенным оказывается учет влияния рессорной подвески автопоезда на движение его звеньев в процессе торможения.

На фиг. 8,з и и приведены осциллограммы решения при задании тормозных моментов от реальной тормозной системы автомобиля.

Поскольку при проведении расчетов использовался автомобиль ЗИЛ-150 без прицепа, решались уравнения движения автопоезда с прицепом, не оборудованным тормозами. Дифференциальные уравнения движения системы для этого случая получаются из системы (6), если положить $M_3 = 0$. На осциллограммах записана сумма $M_1(t) + M_2(t)$ (так как решение уравнений зависит только от суммы).

При нажатии на пульте управления установки МПТ-9 кнопки «пуск» начинается решение системы уравнений при $M_1 = M_2 = 0$ и заданной начальной скорости автопоезда, что соответствует движению автопоезда с постоянной скоростью до начала торможения. Этот участок решения на осциллограммах заключен между вертикальными прямыми t_n и t_0 .

Здесь, естественно, $\dot{x}_1 = \dot{x}_1(0) = \text{const}$ (горизонтальный участок кривой 2), а x_1 изменяется по линейному закону (наклонный участок кривой 1). Моменту начала процесса торможения (нажатие тормозной педали после подачи команды «тормоз») соответствует на осциллограммах абсцисса t_0 . С этого момента начинается возрастание тормозных моментов (кривая 8). Скорость движения тягача (кривая 2) уменьшается по закону, близкому к линейному, график пути торможения (кривая 1), начиная от момента времени t_0 , близок к параболе. Возникают относительные колебания звеньев автопоезда и колебания на рессорах. В момент остановки тормозные моменты становятся равными нулю (на осциллограммах этому моменту времени соответствует абсцисса t_n). После этого, естественно, путь перестает возрастать (кривая 1 идет горизонтально), а скорость (кривая 2) равна нулю.

Анализ закона возрастания суммы тормозных моментов $M_1 + M_2$ при резком нажатии на педаль (кривая 8) показал, что этот закон очень близок к экспоненциальному, выражаемому формулой

$$M(t) = M_m(1 - e^{-\alpha t}),$$

причем $\alpha = 4,6$ 1/сек.

Так как функциональная зависимость такого вида очень легко может быть получена с помощью стандартных блоков установки МПТ-9, было проведено соответствующее решение. Результаты этого решения практически не отличались от результатов, полученных описанным выше путем.

ВЫВОДЫ

1. При уточненном расчете экстренного торможения автопоезда следует учитывать, что в процессе торможения величины «динамических» сцепных нагрузок на оси поезда колеблются. Учесть наличие и определить характер этих колебаний можно с помощью электро моделирования, применяя изложенную выше методику.

Если электро моделирование торможения автопоезда применяется в процессе доводки или наладки выполненной в металле тормозной системы, следует использовать описанный выше прием соединения моделирующей установки с реальным объектом исследования.

2. Схема введения тензометрических сигналов в моделирующую установку МПТ-9, разработанная в целях соединения модели с натурным объектом исследования, проста для технического осуществления и может быть реализована с помощью стандартных измерительных и решающих приборов и блоков.

Разработанная методика может быть применена для решения не только описанной, но и других задач механики автомобиля, если рабочий процесс реального объекта моделирования может исследоваться с помощью тензодатчиков.

3. Рассмотренный пример показывает также, что обратное воздействие со стороны модели на тормозную систему автомобиля можно использовать, если окажется нужным разработать тормозную систему, поддерживающую колеса экстренно тормозящего автопоезда на грани блокировки.



И. А. Оганесова, Н. С. Тарарощенко

ПОЛУЧЕНИЕ НА УСТАНОВКЕ МПТ-9 КАЧЕСТВЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ КЛАПАНА ДИЗЕЛЯ ЯМЗ-236

Для получения качественной характеристики движения клапана дизеля использована одномассовая расчетная схема механизма газораспределения, приведенная на фиг. 1*.

На схеме приняты следующие обозначения:

x — перемещение толкателя, умноженное на передаточное отношение механизма (известная функция);

y — перемещение клапана;

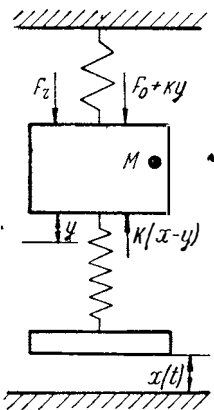
K — приведенная жесткость привода (2900 кг/см);

k — жесткость клапанной пружины (22 кг/см);

M — приведенная к клапану масса звеньев механизма ($4 \cdot 10^{-4}$ кг·сек²/см);

F_0 — сила предварительной затяжки клапанной пружины (38,4 кг);

F_r — сила давления газов, действующая на выпускной клапан (принимается изменяющейся по линейному закону от максимального значения, соответствующего давлению в цилиндре $4,5$ кг/см², до нуля за время поворота кулачка на 10°).



Фиг. 1.

* Корчемный Л. В. Динамика газораспределительного механизма и профилирование кулачков быстроходных двигателей. Труды НАМИ, вып. 91, М., Машгиз, 1960.

Уравнение движения клапана без учета трения в приводе имеет вид

$$M\ddot{y} = K(x - y) - F_0 - ky - F_r.$$

Более наглядные результаты решения этого уравнения дает введение новой переменной, представляющей собой смещение ведомого звена относительно ведущего:

$$z = x - y; \quad y = x - z; \quad \ddot{y} = \ddot{x} - \ddot{z};$$

$$\ddot{z} + \frac{K+k}{M} z = \ddot{x} + \frac{k}{M} x + \frac{F_0}{M} + \frac{F_r}{M}.$$

Подставив в уравнение принятые значения параметров, получим

$$\ddot{z} + 7,3 \cdot 10^6 z = f(t). \quad (1)$$

На установке МПТ-9 решались три варианта этого уравнения, различие которых состоит в изменении $f(t)$.

Первый и второй варианты соответствуют первоначально принятому на ЯМЗ тангенциальному профилю кулачка с разрывами ускорений толкателя в местах сопряжения дуг и прямых, образующих профиль.

В первом варианте сила давления газов не учтена:

$$f_1(t) = \ddot{x} + \frac{k}{M} x + \frac{F_0}{M};$$

$$z_0 = x_0 = 0,0132 \text{ см} = 0,132 \text{ мм};$$

$$\dot{z}_0 = \dot{x}_0 = 38,8 \text{ см/сек} = 388 \text{ мм/сек}.$$

Во втором варианте сила давления газов учтена:

$$f_2(t) = \ddot{x} + \frac{k}{M} x + \frac{F_0}{M} + \frac{F_r}{M};$$

$$z_0 = x_0 = 0,0386 \text{ см} = 0,386 \text{ мм};$$

$$\dot{z}_0 = \dot{x}_0 = 65,9 \text{ см/сек} = 659 \text{ мм/сек}.$$

Третий вариант соответствует безударному профилю кулачка с непрерывной кривой ускорений толкателя. Значения $f_3(t)$ представлены на таблице ($z_0 = 0,386 \text{ мм}, \dot{z}_0 = 330,0 \text{ мм/сек}$).

Значения $f_3(t)$

$t \cdot 10^4 \text{сек}$	$f_3(t) \cdot 10^{-3} \frac{\text{ММ}}{\text{сек}^2}$	$t \cdot 10^4 \text{сек}$	$f_3(t) \cdot 10^{-3} \frac{\text{ММ}}{\text{сек}^2}$	$t \cdot 10^4 \text{сек}$	$f_3(t) \cdot 10^{-3} \frac{\text{ММ}}{\text{сек}^2}$
1,25	2765	71,25	1055	141,25	1040
3,75	2600	73,75	1060	143,75	1035
6,25	2415	76,25	1065	146,25	1030
8,75	2230	78,75	1070	148,75	1020
11,25	2040	81,25	1075	151,25	1015
13,75	1850	83,75	1080	153,75	1010
16,25	1670	86,25	1085	156,25	1000
18,75	1640	88,75	1090	158,75	1070
21,25	1670	91,25	1090	161,25	1240
23,75	1695	93,75	1090	163,75	1350
26,25	1700	96,25	1100	166,25	1420
28,75	1690	98,75	1100	168,75	1490
31,25	1670	101,25	1100	171,25	1550
33,75	1630	103,75	1100	173,75	1620
36,25	1585	106,25	1100	176,25	1660
38,75	1535	108,75	1095	178,75	1680
41,25	1465	111,25	1095	181,25	1700
43,75	1395	113,75	1095	183,75	1700
46,25	1315	116,25	1095	186,25	1690
48,75	1170	118,75	1090	188,75	1670
51,25	1020	121,25	1090	191,25	1620
53,75	1000	123,75	1080	193,75	1560
56,25	1010	126,25	1080	196,25	1495
58,75	1020	128,75	1075	198,75	1415
61,25	1030	131,25	1070	201,25	1330
63,75	1035	133,75	1065	203,75	1230
66,25	1040	136,25	1060	206,25	1120
68,75	1050	138,75	1050	—	—

Начальные условия отражают тот факт, что клапан начинает двигаться в момент, когда действующая на него со стороны коромысла сила превысит противодействующую движению суммарную силу, возникающую от давления газов на клапан и от предварительной затяжки клапанной пружины. Скорость клапана в начальный момент равна нулю, т. е. $u_0 = u_0 = 0$.

В третьем варианте начало движения клапана происходит при вдвое меньшей скорости толкателя (начальная деформация та же самая) за счет более правильного выбора величины сбег. Решение на модели начинается с приведения уравнения (1) к машинному виду.

Обозначив $z = \dot{z}_1$, $\dot{z}_1 = z_2$ и подставив новые переменные в исходное уравнение, получим систему:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2; \\ \dot{z}_2 &= -7,3 \cdot 10^6 z_1 + \varphi(t). \end{aligned} \right\}$$

Далее производим замену переменных уравнений системы машинными переменными:

$$z_1 = a_1 u_1; \quad z_2 = a_2 u_2; \quad t = a_t \tau,$$

где a_1 и a_2 имеют размерности *мм/в*, a_t имеет размерность *сек*, а машинные переменные u_1 и u_2 имеют размерность электрического напряжения *в*.

Дифференцируя эти выражения, получаем

$$\dot{z}_1 = \frac{a_1}{a_t} \dot{u}_1; \quad \dot{z}_2 = \frac{a_2}{a_t} \dot{u}_2.$$

Подставим значения переменных, приведенных к машинному виду, в исходные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_1 &= \frac{a_t a_2}{a_1} u_2; \\ \dot{u}_2 &= -\frac{a_t a_1}{a_2} 7,3 \cdot 10^6 u_1 + \frac{a_t}{a_2} f(a_t \tau). \end{aligned} \right\}$$

Положив значения коэффициентов равными

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,01 \text{ мм/в}, \quad a_2 = 30 \text{ мм/сек} \cdot \text{в}, \\ a_t &= \frac{1}{4000} \text{ сек} \end{aligned}$$

и подставив их в уравнения, получим машинные уравнения:

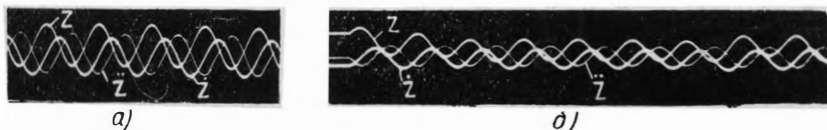
$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_1 &= 0,75 u_2; \\ \dot{u}_2 &= -0,6083 u_1 + F(\tau). \end{aligned} \right\}$$

Начальные условия принимают следующие значения: в первом варианте

довалось демпфирование, пропорциональное относительной скорости.

Уравнение движения клапана с учетом трения в приводе имеет следующий вид:

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + \frac{K+k}{M}z = f(t).$$



Фиг. 3.

Отношение амплитуд (по экспериментам) приблизительно равно 1,4.

Частота колебаний, которая от трения практически не меняется

$$\nu = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{7,3 \cdot 10^6} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ 1/сек.}$$

$$\text{Период колебаний } T = \frac{2\pi}{\nu} = 2,32 \cdot 10^{-3} \text{ сек.}$$

$$e^{nT} = 1,4; \quad nT = \ln 1,4; \quad n = \frac{\ln 1,4}{T} = \frac{0,337}{2,32 \cdot 10^{-3}} = 145;$$

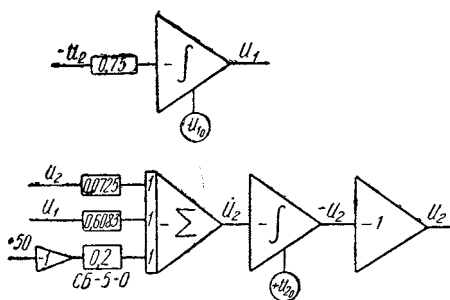
$$f(t) = \ddot{z} + 290 \dot{z} + 7,3 \cdot 10^6 z.$$

После приведения этого уравнения к машинному виду получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u}_1 &= 0,75 u_2; \\ \dot{u}_2 &= -0,0725 u_2 - 0,6083 u_1 + F(\tau). \end{aligned} \right\}$$

Блок-схема решения уравнений приведена на фиг. 4. Решение этого уравнения представлено на фиг. 3,б.

Для получения более полных данных при моделировании исследовалось и несколько меньшее демпфирование, которому в машинных уравнениях соответствует коэффициент 0,05.



Фиг. 4.

Исследовалось также изменение начальных условий, а именно уменьшение начальной скорости вдвое. Это приблизительно соответствует применению более высокого сбегу кулачка. При этом допускалась неточность, поскольку правая часть уравнения не менялась, хотя начало подъема клапана должно было про-

исходить при этом раньше. Ошибка приблизительно в 2° поворота кулачка не должна изменить качественную картину движения клапана.

Кроме этого, исследовалась динамика механизма газораспределения, жесткость которого принята большей в 1,5 раза. Это соответствует изменению коэффициента уравнений 0,608 на коэффициент 0,913 и уменьшению начальных условий соответственно в полтора раза. С целью упрощения решения задачи и в этом случае пренебрегли изменением правой части уравнения.

Работы, проведенные на модели, показывают, что исследование с помощью электромоделлирующих установок имеет ряд преимуществ перед аналитическим методом, может служить хорошим дополнением к эксперименту, а в некоторых случаях — заменять его.

КОЛЕБАНИЯ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ ПРИ СИММЕТРИЧНОЙ И НЕСИММЕТРИЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКАХ АМОРТИЗАТОРОВ

МАШИННЫЕ УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ АВТОМОБИЛЯ И БЛОК-СХЕМА ДЛЯ ИХ РЕШЕНИЯ

Автомобиль, колеблющийся в плоскости продольной симметрии, можно представить как систему с четырьмя степенями свободы, из которых две степени свободы соответствуют колебаниям кузова, а две — колебаниям передней и задней осей (фиг. 1).

Примем следующие обозначения:

1, 2 — индексы, показывающие принадлежность соответствующей величины к передней или задней части автомобиля;

x_1, x_2, z_1, z_2 — ординаты осей

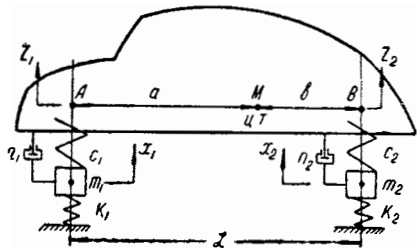
автомобиля и точек A и B кузова;

M, m_1, m_2 — массы поддрессоренной и поддрессоренных частей автомобиля;

$c_1, c_2, k_1,$

k_2, n_1, n_2 — приведенные жесткости рессор и шин и приведенные коэффициенты сопротивления амортизаторов;

a, b — расстояния от центра тяжести поддрессоренной части автомобиля до точек A и B ;



Фиг. 1.

$h(t)$ — контур дорожных неровностей; при скорости движения автомобиля $v_a = \text{const}$ функция $h_2(t)$ запаздывает относительно $h_1(t)$ на $\frac{a+b}{v_a}$ сек;

ρ — радиус инерции кузова относительно поперечной оси, проходящей через центр тяжести;

$\varepsilon = \frac{\rho^2}{ab}$ — коэффициент распределения масс.

Поскольку для первоначальных исследований простые условия задачи окажутся более удобными для выявления основных качественных особенностей колебаний, в данной работе все исследования проведены для случая $\varepsilon = 1$. В этом случае, как известно, колебания передней и задней части автомобиля могут рассматриваться независимо друг от друга и описываются уравнениями вида

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{z} + n(\dot{z} - \dot{x}) + c(z - x) &= 0, \\ m\ddot{x} + n(\dot{x} - \dot{z}) + c(x - z) + kx &= kh(t). \end{aligned} \right\} (1)$$

Подставляя в формулы (1) индексы 1 или 2, получим соответственно системы уравнений для передней или задней части автомобиля, причем M_1 и M_2 будут иметь следующие значения:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{b}{a+b} M; \\ M_2 &= \frac{a}{a+b} M. \end{aligned} \right\} (2)$$

В случаях, когда характеристики сжатия и отбоя амортизаторов различны, при расчете колебаний необходимо последовательно переходить (в зависимости от скорости соответствующей части кузова относительно оси) от сжатия к отбою и обратно, то есть в формулах (1) взамен n соответственно попеременно брать то $n_{сж}$, то $n_{от}$.

Для решения системы (1) на моделирующей установке МПТ-9. приведем уравнения к машинному виду, преобразовав их так, чтобы все параметры, входящие в уравнения, выражались в единицах напряжения — вольтах. Введем следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} z &= a_z \bar{z}; \\ x &= a_x \bar{x}; \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= a_h \bar{h}(t); \\ t &= a_t \tau. \end{aligned} \right\} (3)$$

Переменные \bar{z} , \bar{x} , $\bar{h}(t)$ имеют размерность напряжения, коэффициенты a_z , a_x , a_h — размерность см/вольт, a_t — размерность времени, τ — безразмерное время.

Пользуясь обозначениями (3), получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \frac{a_z}{a_t} \dot{\bar{z}}; & \ddot{\bar{z}} &= \frac{a_z}{a_t^2} \ddot{\bar{z}}; \\ \dot{\bar{x}} &= \frac{a_x}{a_t} \dot{\bar{x}}; & \ddot{\bar{x}} &= \frac{a_x}{a_t^2} \ddot{\bar{x}}, \end{aligned} \right\} (4)$$

где точки над \bar{z} и \bar{x} обозначают, как обычно, производные по t , а точки над $\dot{\bar{z}}$ и $\dot{\bar{x}}$ — производные по τ .

Подставив выражения (3) и (4) в систему (1) и разделив первое из уравнений этой системы на $\frac{a_z}{a_t^2} M$, а второе на $\frac{a_x}{a_t^2} m$, получим машинные уравнения колебаний автомобиля. Далее для удобства составления блок-схемы решения этих уравнений на установке перейдем от системы уравнений второго порядка к системе уравнений первого порядка. С этой целью введем обозначения $\dot{\bar{z}} = \bar{\zeta}$; $\dot{\bar{x}} = \bar{\xi}$.

В результате преобразований машинные уравнения для системы (1) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \bar{\zeta}; \\ \dot{\bar{\zeta}} &= \frac{n}{M} a_t \left(\frac{a_x}{a_z} \bar{\xi} - \bar{\zeta} \right) + \frac{c}{M} a_t^2 \left(\frac{a_x}{a_z} \bar{x} - \bar{z} \right); \\ \dot{\bar{x}} &= \bar{\xi}; \\ \dot{\bar{\xi}} &= \frac{n}{m} a_t \left(\frac{a_z}{a_x} \bar{\zeta} - \bar{\xi} \right) + \frac{c}{m} \cdot \frac{a_z}{a_x} a_t^2 \bar{z} - \frac{c+k}{m} a_t^2 \bar{x} + \frac{k}{m} \times \\ &\quad \times \frac{a_h}{a_x} a_t^2 \bar{h}(t). \end{aligned} \right\} (5)$$

При решении рассматриваемых задач удобно принять $a_x = a_z = a_h$. При этом условия уравнения (5) могут быть записаны так:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z} &= \bar{\zeta}; \\ \dot{\zeta} &= -\alpha\bar{\zeta} + \alpha\bar{\xi} - \beta\bar{z} + \beta\bar{x}; \\ \dot{x} &= \bar{\xi}; \\ \dot{\xi} &= \alpha'\bar{\zeta} - \alpha'\bar{\xi} + \beta'\bar{z} - \beta'\bar{x} + \gamma\bar{h}(t), \end{aligned} \right\} (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{где } \alpha &= \frac{n}{M} a_t, & \alpha' &= \frac{n}{m} a_t; \\ \beta &= \frac{c}{M} a_t^2, & \beta' &= \frac{c}{m} a_t^2, & \beta'' &= \frac{c+k}{m} a_t^2; \\ \gamma &= \frac{k}{m} a_t^2. \end{aligned} \right\} (7)$$

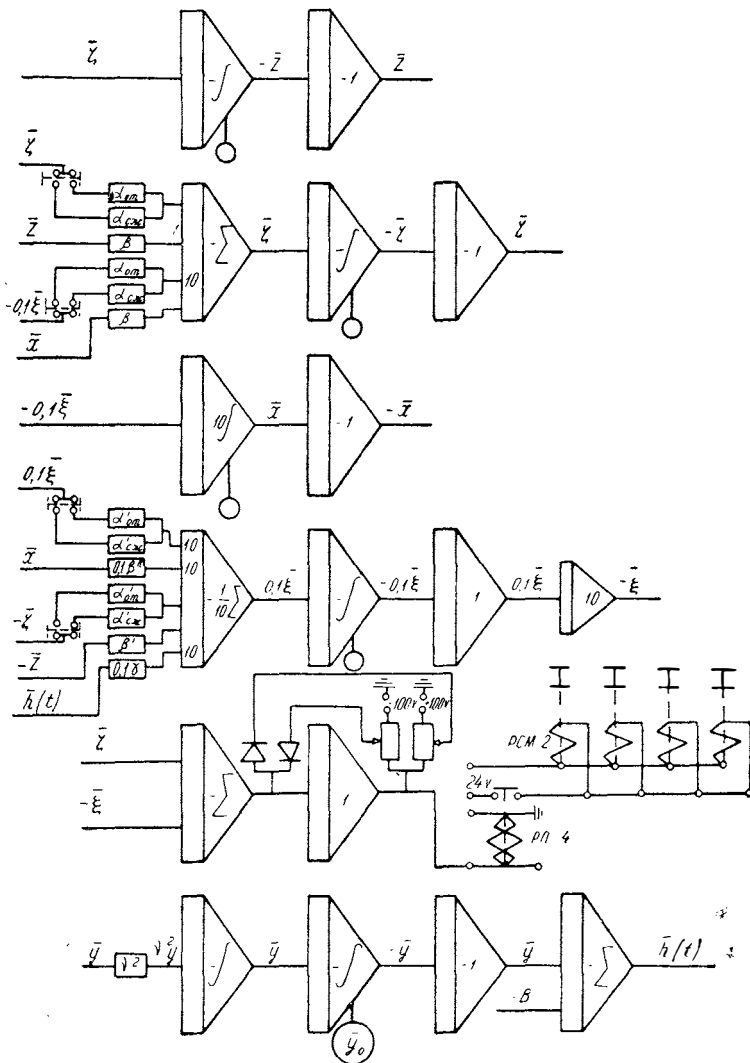
Обозначения (7) удобны в том отношении, что коэффициенты α связаны с действием только амортизаторов, β — только рессор и шин и γ — только неровностей дороги. При сравнении различных вариантов амортизаторов придется менять лишь значения α , а при несимметричных амортизаторах переходить от $\alpha_{сж}$ к $\alpha_{от}$ и обратно.

Блок-схема для решения уравнений (6) приведена на фиг. 2.

Пятая строка блок-схемы представляет нестандартное приспособление (смонтированное специально для целей данной работы), дающее возможность моделировать колебания автомобиля с учетом несимметричности характеристики амортизаторов.

Принцип действия приспособления заключается в следующем: на вход модели сухого трения (состоящей из двух диодов, усилителя постоянного тока, двух потенциометров и двух источников напряжения ± 100 в) подается напряжение, соответствующее скорости перемещения кузова относительно оси. При помощи источников постоянного напряжения и потенциометров на выходе усилителя создается напряжение

± 20 в, меняющее знак в момент, когда входное напряжение, моделирующее относительную скорость кузова, переходит нулевое значение, то есть когда кузов переходит от хода сжатия к ходу отбоя и наоборот. Выход модели сухого трения соединен с поляризованным реле РП-4. Выходное знакопере-



Фиг. 2.

менное напряжение переключает это реле в тот момент, когда происходит переход от сжатия к отбою. Реле РП-4 в свою очередь соединено с четырьмя реле РСМ-2, которые переключают коэффициенты уравнений, соответствующие ходам сжатия и отбоя.

На нижней строке фиг. 2 представлена блок-схема для образования функции $\bar{h}(t)$.

В качестве дорожных неровностей были взяты чередующиеся неровности косинусоидальной формы вида

$$h(t) = q(1 - \cos pt),$$

где q — половина высоты неровности;
 p — частота возмущающей силы, вызванной дорожной неровностью.

Период t_1 возмущающей силы зависит от скорости v_a движения автомобиля и длины l дороги, соответствующей одной волне неровности, то есть

$$t_1 = \frac{2\pi}{p} = \frac{l}{v_a},$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} p &= 2\pi \frac{v_a}{l}; \\ h(t) &= q(1 - \cos pt) = q(1 - \cos 2\pi \frac{v_a}{l} t). \end{aligned} \right\} (8)$$

В дальнейшем, получив с помощью моделирующей установки решение задачи для различных значений p , мы имеем возможность отнести эти решения к различным сочетаниям значений v_a и l . Так, например, полагая $l=4$ м, получим, что эти решения соответствуют значениям $v_a = \frac{2}{\pi} p$.

Для получения импульса, моделирующего дорожную неровность (8), поступим следующим образом. Возьмем на установке МПТ-9 импульс как результат решения машинного уравнения $\ddot{y} + v^2 \bar{y} = 0$ при $\dot{y}_0 = 0$.

Получим $\bar{y} = B \cos vt$.

Далее, прибавив к этой функции постоянное напряжение ($-B$) и помножив затем все на (-1) , будем иметь

$$\bar{h}(t) = B(1 - \cos vt), \quad (9)$$

где B — величина, моделирующая половину высоты дорожной неровности.

Сравнивая выражения (8) и (9), отмечаем, что

$$v = \alpha_t p = a_t 2\pi \frac{v_a}{l},$$

где a_t — масштаб времени.

Задаваясь различными значениями v_a и l , получим соответствующие значения для v . Практически (в дальнейшем) при вычислении безразмерной величины v мы поступаем несколько иначе, полагая $l = 4 \text{ м} = \text{const}$ и меняя только значения v_a . Как было отмечено выше, это не ограничит общность полученных результатов, так как можно считать результаты действительными для других значений l , но при соответственно измененных скоростях.

Перейдем к практическому примеру.

Так как коэффициент распределения масс автомобиля М-20 близок к единице ($\varepsilon = 1,03$), то, допуская небольшие погрешности, можно рассматривать его колебания согласно системе дифференциальных уравнений (1) и соответствующих ей машинных уравнений (6).

Для сравнения влияния симметричных и несимметричных амортизаторов на колебания автомобиля рассмотрим дополнительно случаи колебания автомобиля М-20 без амортизаторов и с симметричными амортизаторами для двух вариантов: первого — когда характеристика симметричного амортизатора равна характеристике сжатия и второго — когда она равна характеристике отбоя амортизатора автомобиля М-20.

Для удобства обозначим эти четыре случая соответственно через НС, С0, С1 и С2. В табл. 1 под этими обозначениями приведены сочетания характеристик амортизаторов.

Т а б л и ц а 1

Ход амортизатора	Характеристики амортизаторов			
	НС (М-20)	С2	С1	С0

Сжатие	$n_1=1,06; n_2=1,09$	} $n_1=3,0; n_2=1,73$	$n_1=1,06; n_2=1,09$	0
Отбой	$n_1=3,0; n_2=1,73$			

Задаемся масштабными коэффициентами $a_z = a_v = a_h = \frac{1}{10}$ см/в, а $a_t = \frac{1}{30}$ сек. Подставляем в выражения (7) известные для М-20 значения величин $c_1, c_2, k_1, k_2, m_1, m_2, M_1 = \frac{b}{a+b} M, M_2 = \frac{a}{a+b} M$ и значения n_1 и n_2 из табл. 1.

Полученные в результате вычислений значения коэффициентов α, β и γ для машинных уравнений (6) приведены в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Амортизаторы	Значения коэффициентов α				
	для передней части автомобиля		для задней части автомобиля		
	α_1	α_1'	α_2	α_2'	
НС	сжатие (С1)	0,044	0,352	0,046	0,242
	отбой (С2)	0,123	0,960	0,072	0,385
СО		0	0	0	0

Таблица 3

Часть автомобиля	Значения коэффициентов			
	β	β'	β''	γ
Передняя	0,063	0,520	6,10	5,60
Задняя	0,076	0,404	4,17	3,76

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ

Уравнения собственных колебаний автомобиля и блок-схема для их решения могут быть получены из системы (6) и блок-схемы (фиг. 2) путем отбрасывания членов с $\bar{h}(t)$.

Каждый из этих случаев решен для трех вариантов начальных условий (табл. 4).

Оциллограммы колебаний передней части автомобиля приведены на фиг. 3 и 4. Результаты решений сведены в табл. 5 (для передней части автомобиля) и в табл. 6 (для задней

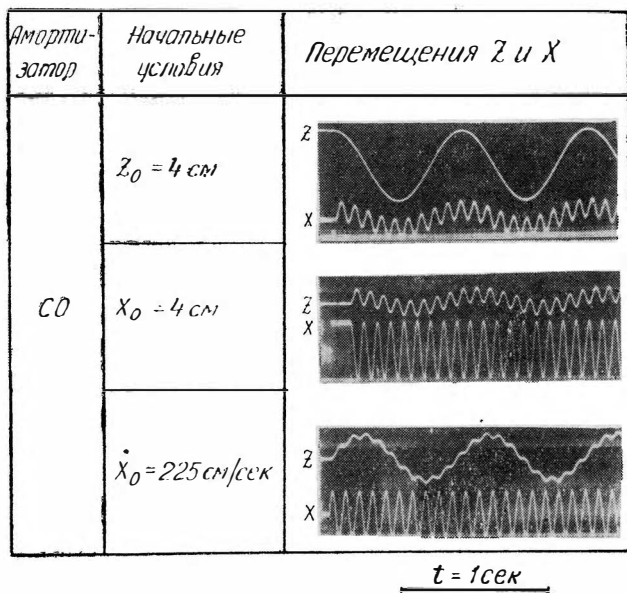
части автомобиля). Частоты низкочастотных и высокочастотных составляющих колебаний рассматриваемых систем обозначены соответственно через ω и Ω .

Таблица 4

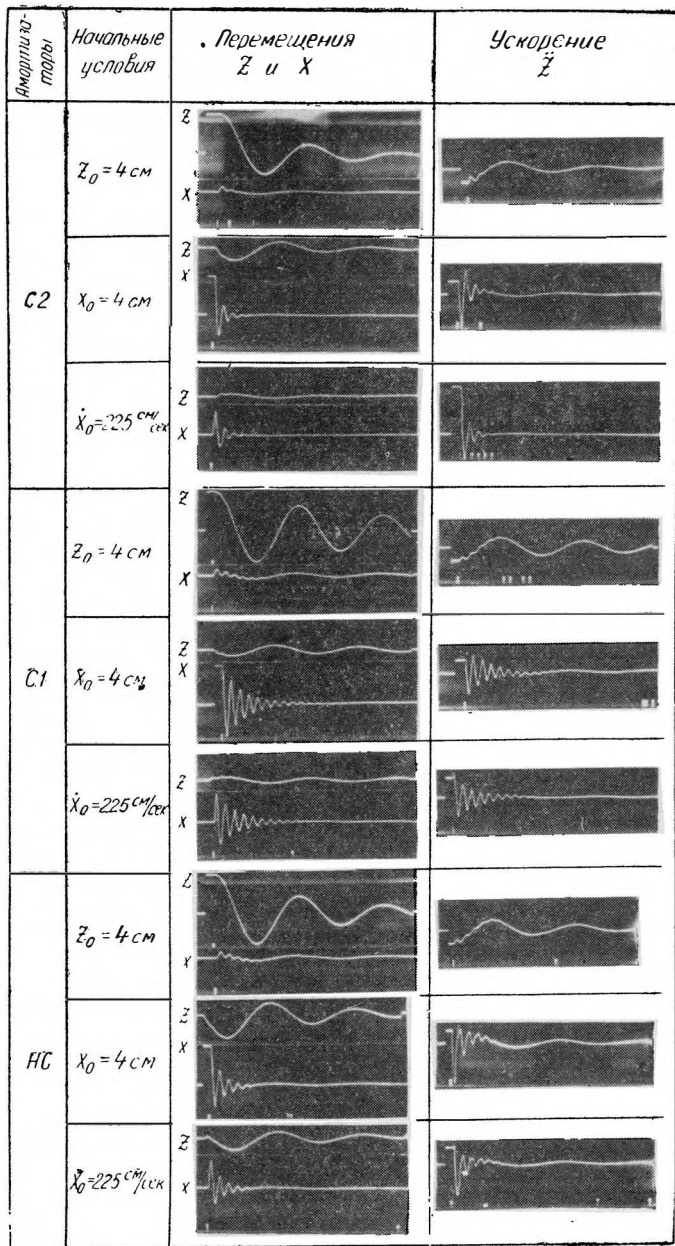
Варианты	Начальные условия			
	z_0	\dot{z}_0	x_0	\dot{x}_0
1	0	0	4 см	0
2	0	0	0	225 см/сек
3	4 см	0	0	0

Рассматривая полученные результаты, отмечаем следующее.

Колебания кузова. 1) При начальном отклонении кузова высокочастотная составляющая кузова настолько мала, что на осциллограмме не заметна, но наличие этой составляющей и ее существенное значение в колебании выявляется на осциллограмме ускорений кузова.



Фиг. 3.



$t = 1 \text{ сек}$

Фиг. 4.

Таблица 5

Амортизаторы	Начальные условия	z_1 см	\dot{z}_1 см/сек	\ddot{z}_1 см/сек ²	x_1 см	\dot{x}_1 см/сек	\ddot{x}_1 см/сек ²	Частота, 1/сек		Декремент затухания	
								ω	Ω	r_1	R_1
СО	$x_{01} = 4$ см	0,08	3,3	216	4,00	300	19 800	7,40	68,52	—	—
	$\dot{x}_{01} = 225$ см/сек	0,37	5,1	180	3,15	225	15 975				
	$z_{01} = 4$ см	4,00	29,4	216	0,77	30	1 800				
С1	$x_{01} = 4$ см	0,58	8,7	333	4,00	270	19 800	7,35	68,0	1,25	1,28
	$\dot{x}_{01} = 225$ см/сек	0,32	6,0	350	2,90	225	13 500				
	$z_{01} = 4$ см	4,00	27,0	216	0,64	22,5	1 800				
С2	$x_{01} = 4$ см	1,40	18,0	697	4,00	240	19 800	7,23	65,8	1,85	2,38
	$\dot{x}_{01} = 225$ см/сек	0,34	9,9	830	2,35	225	11 025				
	$z_{01} = 4$ см	4,00	22,5	216	0,50	18	1 800				
НС	$x_{01} = 4$ см	2,44	18,0	640	4,00	237	19 800	7,30	67,5	—	—
	$\dot{x}_{01} = 225$ см/сек	1,18	8,1	531	2,92	225	15 750				
	$z_{01} = 4$ см	4,00	26,5	216	0,50	19,5	1 800				

Таблица 6

Амортиза- торы	Начальные условия	z_2	\dot{z}_2	\ddot{z}_2	x_2	\dot{x}_2	\ddot{x}_2 см/сек ²	Частота, 1/сек		Декремент затухания		
		см	см/сек	см/сек ²	см	см/сек		ω_2	Ω_2	r_2	R_2	
CO	$x_{02} = 4$ см	0,14	4,95	270	4,00	240,0	13 500	7,85	61,50	—	—	
	$\dot{x}_{02} = 225$ см/сек	0,65	9,00	288	3,80	225,0						
	$z_{02} = 4$ см	4,00	31,50	270	0,85	29,5						1 350
C1	$x_{02} = 4$ см	0,60	9,90	333	4,00	240,0	13 500	7,84	61,05	1,27	1,20	
	$\dot{x}_{02} = 225$ см/сек	0,55	9,95	360	3,50	225,0						11 700
	$z_{02} = 4$ см	4,00	29,25	270	0,78	22,5						1 350
C2	$x_{02} = 4$ см	0,90	13,50	414	4,00	225,0	13 500	7,83	60,50	1,43	1,37	
	$\dot{x}_{02} = 225$ см/сек	0,55	11,25	540	3,40	225,0						10 800
	$z_{02} = 4$ см	4,00	27,00	270	0,65	21,0						1 350
HC	$x_{02} = 4$ см	1,25	9,30	414	4,00	232,5	13 500	7,83	60,90	—	—	
	$\dot{x}_{02} = 225$ см/сек	0,70	9,30	404	3,47	225,0						11 745
	$z_{02} = 4$ см	4,00	25,50	270	0,65	22,5						1 350

2) При начальном отклонении или начальной скорости оси в колебаниях кузова наряду с низкочастотной составляющей существенным образом выделяется также и высокочастотная.

3) Частоты и декременты затухания колебаний кузова определяются непосредственно из осциллограмм. При этом целесообразно воспользоваться кривой z , полученной для начального отклонения кузова, так как в этом случае высокочастотная составляющая колебаний кузова очень мала и, как было уже отмечено, не отражается существенным образом на осциллограмме. Для большей точности значения ω и r отсчитываются после завершения первого периода колебаний кузова, так как в начальный момент высокочастотные колебания все же несколько влияют на характер низкочастотных колебаний. При определении декремента затухания для несимметричной характеристики амортизаторов необходимо взять отношение двух соседних амплитуд при сжатии и двух — при отбое.

4) Из табл. 5 и 6 видно, что коэффициент сопротивления амортизаторов по-разному влияет на перемещения и ускорения кузова и оси. С увеличением коэффициента сопротивления амортизаторов частоты ω и Ω уменьшаются, а декременты затухания r и R увеличиваются. В случаях симметричной характеристики амортизаторов и при одинаковых начальных отклонениях оси максимальные перемещения и ускорения кузова оказываются тем больше, а максимальные перемещения и ускорения оси тем меньше, чем больше коэффициент сопротивления.

5) При начальной скорости оси $\dot{x}_{01} = 225$ см/сек, которую она получила бы после прохождения автомобилем косинусоидальной единичной неровности высотой 5 см, длиной 50 см со скоростью 40 км/ч, максимальное ускорение передней части кузова достигает величины 830 см/сек². Это максимальное ускорение кузов получает при коэффициенте сопротивления $n_1 = 3$ кг·сек/см. При $n_1 = 1,06$ кг·сек/см ускорение кузова равно 350 см/сек² при тех же начальных условиях. Однако при большем сопротивлении амортизаторов наряду с увеличением ускорения кузова ускоряется затухание колебаний. Из кривых ускорений для начального условия $\dot{x}_{01} = 225$ см/сек (фиг. 4) видно, что при сравнительно малом коэффициенте сопротивления амортизаторов ($n_1 = 1,06$ кг·сек/см) наибольшее ускорение кузова достигается через 0,05 сек, а при большом коэффициенте ($n_1 = 3$ кг·сек/см) — практически сразу. Увеличение коэффициента сопротивления наиболее интенсивно влияет на затухание высокочастотных колебаний.

При несимметричной характеристике амортизаторов максимальное ускорение кузова меньше, чем при симметричной с коэффициентом сопротивления $n = n_{от}$ и больше, чем при симметричной характеристике с $n = n_{сж}$; время затухания ускорения, наоборот, при несимметричной характеристике больше, чем при симметричной с $n = n_{от}$ и меньше, чем при симметричной с $n = n_{сж}$.

6) Для дальнейшего важно отметить, что при начальном отклонении или начальной скорости оси наибольшее перемещение кузова при несимметричной характеристике амортизаторов значительно превосходит максимальные его перемещения при симметричной характеристике как для $n = n_{от}$, так и для $n = n_{сж}$. Например, при $x_{01} = 4$ см, что соответствует начальному подъему оси и сжатию рессор, наибольшее отклонение кузова равняется при $n_1 = 3$ кг·сек/см 1,4 см; при $n_1 = 1,06$ кг·сек/см 0,58 см, а при несимметричной характеристике амортизаторов 2,4 см. Объяснить это можно следующим образом. В начальный момент ось интенсивно колеблется с высокой частотой Ω_1 . Пока кузов достигнет своего нижнего крайнего положения, ось совершит ряд колебаний, во время которых произойдет несколько ходов отбоя и сжатия. При начальном условии $x_{01} = 4$ см вначале происходит ход отбоя. Большой коэффициент сопротивления ($n_{от} = 3$ кг·сек/см) обуславливает незначительную деформацию рессор, вследствие чего большая часть кинетической энергии оси передается кузову и он перемещается вниз с большим запасом энергии. При сжатии, когда ось меняет направление своего движения и перемещается противоположно движению кузова, ввиду малого коэффициента сопротивления амортизаторов ($n_{сж} = 1,06$ кг·сек/см) она оказывает небольшое сопротивление дальнейшему движению кузова.

Колебания оси. 1) При начальном отклонении кузова низкочастотная составляющая колебаний оси заметным образом накладывается на высокочастотную, а при наличии амортизаторов затухание высокочастотной составляющей происходит даже интенсивнее низкочастотной.

2) При начальном отклонении или начальной скорости оси в колебаниях оси низкочастотная составляющая практически не выделяется, однако она заметно сказывается на кривых ускорения.

3) Как было отмечено выше, увеличение коэффициента сопротивления амортизаторов сопровождается уменьшением перемещения и ускорения оси.

В заключение необходимо особо отметить влияние характеристик амортизаторов на наибольшие ускорения точек A и B передней и задней части кузова автомобиля. Так, например, (табл. 5, 6), без амортизаторов и при $\dot{x}_0 = 225$ см/сек имеем $\ddot{z}_{1\max} = 180$ см/сек², $\ddot{z}_{2\max} = 288$ см/сек². Это различие — в основном результат большой жесткости задних рессор (напоминаем, что $c_1 = 46,3$ кг/см, $c_2 = 54,6$ кг/см). При наличии симметричных амортизаторов с характеристиками $n_1 = 3,0$ и $n_2 = 1,73$ для тех же начальных данных получим $\ddot{z}_{1\max} = 830$ см/сек², $\ddot{z}_{2\max} = 540$ см/сек². Как видим, в результате действия амортизаторов разница между $\ddot{z}_{1\max}$ и $\ddot{z}_{2\max}$ увеличилась почти до 300 см/сек², причем, что особенно важно, $\ddot{z}_{1\max}$ и $\ddot{z}_{2\max}$ поменялись местами, то есть в этом случае наибольшее ускорение имеет передняя часть кузова, хотя жесткость передних рессор меньше задних. Конечно, такое резкое изменение взаимных значений $\ddot{z}_{1\max}$ и $\ddot{z}_{2\max}$ — результат расчета при условии, что n_1 почти вдвое больше n_2 .

Рассмотрим случай более близких значений n_1 и n_2 . Из табл. 5 и 6 для тех же начальных условий при почти одинаковых характеристиках амортизаторов ($n_1 = 1,06$, $n_2 = 1,09$) значения наибольших ускорений получаются почти одинаковыми ($\ddot{z}_{1\max} = 350$; $\ddot{z}_{2\max} = 360$).

Все сказанное относительно влияния значений n_1 и n_2 на величины наибольших ускорений относится, как видно из табл. 5 и 6, также и к амортизаторам с несимметричными характеристиками.

КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ ПРИ УЧЕТЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НЕГО НЕРОВНОСТЕЙ ДОРОГИ

Уравнения колебаний автомобиля при учете воздействия на него дорожных неровностей $h(t)$ решались для задней части автомобиля. Решение проведено для восемнадцати значений p в пределах $3,5 \div 84^1$ /сек и для тех же сочетаний характеристик амортизаторов, как и для свободных колебаний.

В результате обработки решений получены наибольшие значения z , \dot{z} , \ddot{z} , x , \dot{x} , приведенные в табл. 7.

На фиг. 5—8 построены кривые зависимости $\frac{z}{h}$, $\frac{\dot{z}}{h}$, $\frac{\ddot{z}}{h}$ и $\frac{x}{h}$ от p — частоты дорожной неровности; h — высота дорожной неровности. Эти кривые условимся называть амплитудно-частотными характеристиками. Их можно разбить на пять

зон — дорезонансную, низкочастотно-резонансную, межрезонансную, высокочастотно-резонансную и зарезонансную. Для автомобиля М-20 они охватывают примерно следующие диапазоны частот p :

дорезонансная	0— 3,5 ^{1/сек}
низкочастотно-резонансная	3,5—10,5 ^{1/сек}
межрезонансная	10,5—52,5 ^{1/сек}
высокочастотно-резонансная	52,5—70,0 ^{1/сек}
зарезонансная	70,0 ^{1/сек} и выше

Т а б л и ц а 7

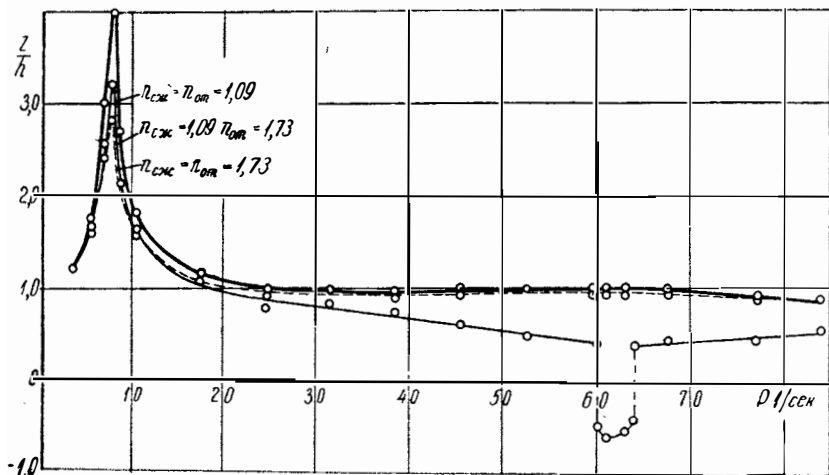
№ п/п	p ^{1/сек}	НС				С1				С2			
		x см	\ddot{x} см/сек ²	z см	\ddot{z} см/сек ²	x см	\ddot{x} см/сек ²	z см	\ddot{z} см/сек ²	x см	\ddot{x} см/сек ²	z см	\ddot{z} см/сек ²
1	3,50	2,0	22	2,4	22	2,0	22	2,4	45	2,0	22	2,40	22
2	5,48	2,1	60	3,2	85	2,1	60	3,5	132	2,1	60	3,34	84
3	7,00	2,3	67	5,1	230	2,1	67	6,4	304	2,2	67	4,80	200
4	7,83	2,4	90	6,4	360	2,3	90	8,0	430	2,3	90	5,62	288
5	8,67	2,2	135	4,5	279	2,1	135	4,3	302	2,1	135	5,40	254
6	10,50	2,0	180	3,3	216	2,0	135	3,6	236	2,0	135	3,15	198
7	17,50	2,0	450	2,2	144	2,0	450	2,3	140	2,0	450	2,20	154
8	24,50	2,1	945	1,6	144	2,2	945	2,0	144	2,1	995	1,88	162
9	31,50	2,4	1940	1,7	180	2,4	2070	2,0	180	2,4	2060	2,00	198
10	38,50	2,6	3200	1,5	198	2,7	3240	2,0	198	2,6	2960	1,80	225
11	45,50	3,5	6000	1,2	270	3,6	6930	2,2	252	3,4	5200	1,90	288
12	52,50	5,0	13000	1,0	500	5,6	14400	2,0	506	4,7	10080	2,00	540
13	59,50	6,6	19700	0,9	755	7,9	24200	2,4	772	5,7	16150	1,90	712
14	60,90	6,9	21100	-1,1	774	8,6	27000	2,4	826	5,9	17050	1,90	755
15	63,00	6,5	20620	-1,0	736	7,9	25600	2,4	755	5,6	16800	1,90	710
16	67,60	5,4	18000	0,9	612	6,2	20120	2,4	594	4,9	15300	1,90	594
17	77,00	3,8	12000	0,9	378	3,9	13500	1,9	324	3,5	10080	1,76	396
18	84,00	3,0	10300	1,1	288	3,2	10080	1,9	288	2,9	9450	1,90	320

П р и м е ч а н и я: 1) p — условная частота дорожных неровностей.
2) Для несимметричной характеристики (НС) при $p = 60$ ^{1/сек}, $z = \pm 0,9$ см; при $p = 64$ ^{1/сек}, $z = \pm 0,8$ см.

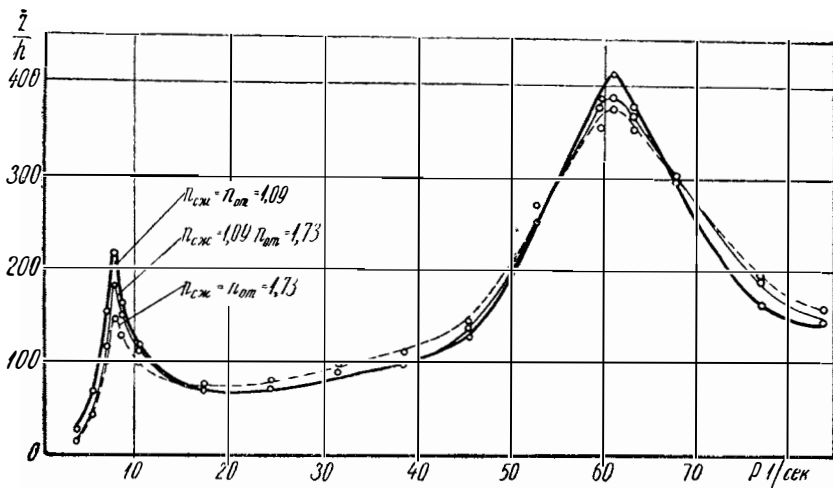
Осциллограммы для z , \ddot{z} , x , \ddot{x} , приведенные на фиг. 9, выбраны для четырех значений p (10,5; 38,5; 60,9; 84,0) соответственно четырем зонам, начиная от низкочастотно-резо-

нансной (исключена дорезонансная, как не представляющая интереса).

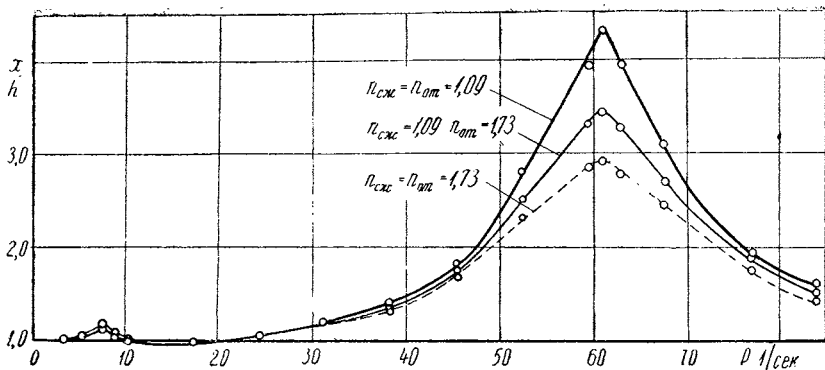
Как видно из осциллограмм, величины z , \dot{z} , x , \dot{x} достигают интересующих нас наибольших значений по-разному. В одних случаях некоторые из них получают наибольшие значения при переходе к вынужденным колебаниям, другие —



Фиг. 5.

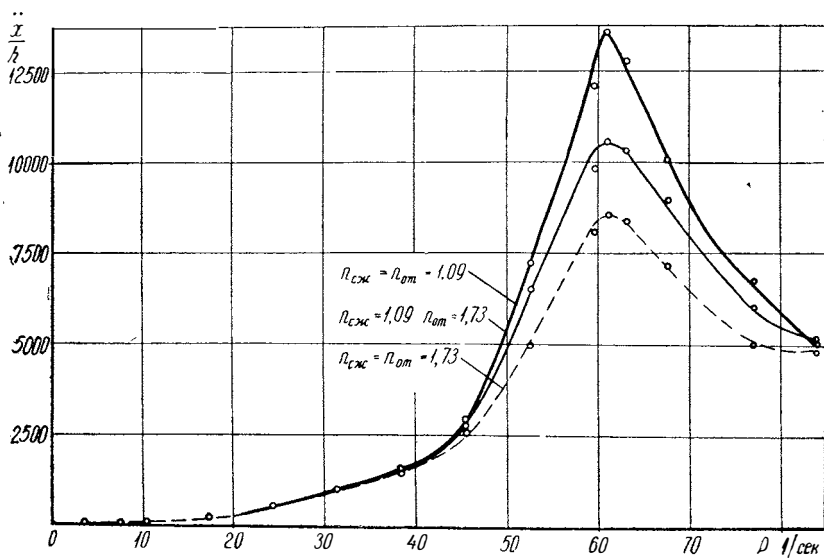


Фиг. 6.

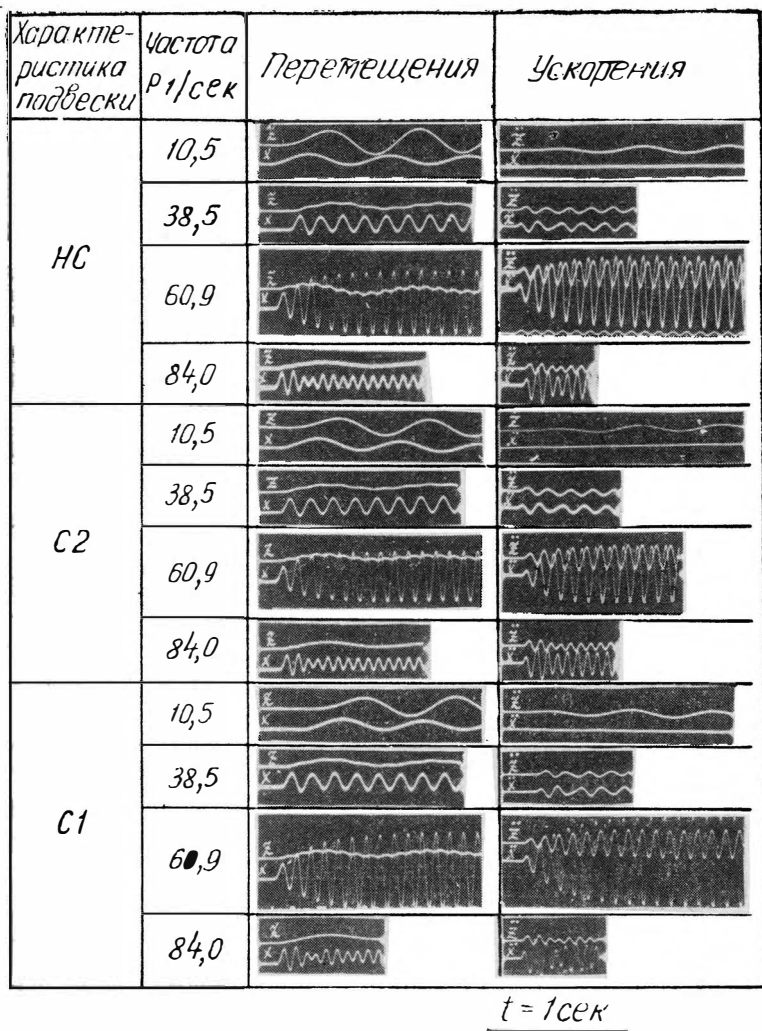


Фиг. 7.

до этого, в неустановившейся части колебаний. Следовательно, изучая колебания автомобиля с учетом воздействия на него неровности дороги, необходимо получить полное решение, то есть нельзя ограничиваться как обычно только вынужденными колебаниями, а надо рассмотреть также и предшествующие им неустановившиеся колебания, являющиеся суммой трех гармонических колебаний с частотами ω , Ω и ρ , где



Фиг. 8.



Фиг. 9.

ω , и Ω — частоты собственных колебаний задней части автомобиля, а p — частота неровностей дороги.

Рассматривая полученные результаты, отмечаем следующее.

Колебания кузова. 1) В неустановившейся части колебаний кузова отмечаются только колебания с частотами ω и p .

Высокочастотная составляющая собственных колебаний кузова настолько мала, что не заметна на осциллограмме.

2) Число неровностей дороги, соответствующих неустановившимся колебаниям, зависит от p . Во всех зонах, кроме высокочастотной и зарезонансной, колебания устанавливаются после перехода автомобилем 3—7 неровностей дороги. В двух последних же зонах это число сильно увеличивается и может достигнуть 100—120.

3) Наибольшие перемещения и ускорения кузова имеют место в начале неустановившихся колебаний. Исключение составляет случай низкочастотного резонанса.

4) При низкочастотном резонансе ($p = 7,85 \text{ }^1/\text{сек}$), как и надо было ожидать, происходит сильное возрастание перемещений и ускорений кузова, причем в отличие от остальных случаев эти величины имеют наибольшие значения не в начале неустановившихся колебаний, а в конце, при переходе к установившимся колебаниям.

5) В зоне высокочастотного резонанса перемещения кузова практически почти не увеличиваются, однако при этом сильно возрастают ускорения, превосходя почти вдвое ускорения в зоне низкочастотного резонанса.

6) Влияние амортизаторов на уменьшение перемещений и ускорений кузова (фиг. 5 и 6) имеет различный характер в зависимости от значений p и вариантов амортизаторов.

Т а б л и ц а 8

З о н ы	Наилучший вариант амортизаторов для уменьшения	
	перемещений	ускорений
Низкочастотно-резонансная	C2	C2
Межрезонансная	} HC	C1 или C2
Высокочастотно-резонансная		C2
Зарезонансная		C1

В табл. 8 показано, в какой зоне и какой из вариантов рассматриваемых амортизаторов лучше всего способствует уменьшению перемещений и ускорений кузова.

Данные табл. 8 подтверждают целесообразность применения несимметричных амортизаторов, как наиболее благоприят-

ятных, так как практически $p = 2\pi \frac{v_a}{l}$ может соответствовать любой из зон в зависимости от соотношений v_a и l . При этом следует учесть, что в зоне высокочастотного резонанса, где имеют место наибольшие ускорения кузова, разница между ускорениями для амортизаторов НС и С2 не превышает 3—5%, а для перемещений амортизаторы НС дают наименьшие значения.

7) Преимущество несимметричных амортизаторов сказывается еще и в смещении при высокочастотном резонансе нулевой линии колебаний кузова вниз, что содействует устойчивости движения автомобиля. Это явление можно проследить, определяя положение нулевой линии колебаний кузова для различных значений p . При очень малых значениях частоты дорожных неровностей ($p \leq 3,5$ ^{1/сек}) кузов и ось описывают профиль дороги. В этом случае, как и следовало ожидать, нулевые линии колебаний кузова и оси располагаются выше положения равновесия на величину q (q — половина высоты неровности дороги). При увеличении p характер колебаний изменяется, но положение нулевых линий сохраняется прежним. Исключение составляет зона высокочастотного резонанса при несимметричных амортизаторах. В этом случае нулевая линия колебаний кузова смещается вниз (см. фиг. 5, где кривая для несимметричных амортизаторов в интервале 60—65 ^{1/сек} имеет область отрицательных значений максимального перемещения).

Это явление можно объяснить так: в зоне высокочастотного резонанса амплитуда колебаний оси сильно возрастает. Так как при этом одному перемещению кузова вниз или вверх соответствует несколько колебаний оси, то происходит следующее. По пути своего движения вниз ось благодаря большому коэффициенту сопротивления амортизаторов при отбое ($n_{от} = 1,73$ кг·сек/см) как бы тащит за собой кузов. При обратном же движении оси вверх, когда начнется ход сжатия, ось благодаря меньшему значению n ($n_{сж} = 1,09$) окажет сравнительно малое сопротивление перемещению кузова вниз. При перемещении кузова вверх происходит обратное явление: перемещению кузова больше мешают движение оси вниз, чем помогает движение оси вверх. Таким образом, колебания оси, препятствуя движению кузова вверх и способствуя его движению вниз, смещают нулевую линию колебаний кузова вниз, приближая ее к дороге. При симметричных амортизаторах этого не будет, так как в этих случаях воздействие колебания оси на кузов как при сжатии, так и при отбое одинаковое.

Колебания оси. 1) Неустановившиеся колебания оси, состоящие из колебаний с частотами ω , Ω и p , имеют различный характер в зависимости от значений p — частоты дорожных неровностей. При $p < 10$ ^{1/сек} заметны только составляющие с частотами ω и p . С увеличением p начинают выделяться составляющие частоты Ω , но зато теряется составляющая частоты ω , окончательно исчезающая в зоне высокочастотного резонанса.

2) Установившиеся колебания достигаются для оси значительно быстрее, чем для кузова.

3) В амплитудно-частотной характеристике для ускорений оси (фиг. 8) в отличие от соответствующей характеристики для кузова (фиг. 6) отсутствует горб в зоне низкочастотного резонанса. Амплитудно-частотная характеристика для перемещений оси (фиг. 7) имеет горб и в этой зоне, но пренебрежимо малый по сравнению с горбом зоны высокочастотного резонанса. Основное увеличение наибольших значений перемещений и ускорений оси имеет место на участке $45 \leq p \leq 75$ то есть в зоне высокочастотного резонанса и на прилегающих к нему участках межрезонансной и зарезонансной зон.

4) Уменьшение наибольших значений x и \ddot{x} в результате действия амортизаторов имеет одинаковый характер: несимметричный амортизатор занимает среднее положение между амортизаторами С1 и С2.

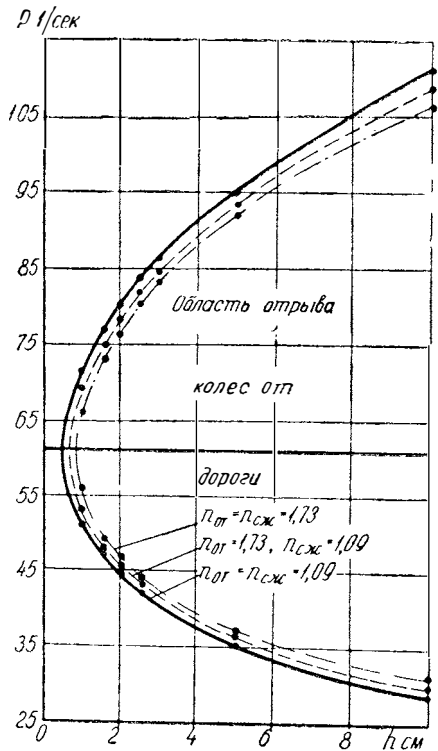
5) Существенное значение имеет исследование наибольших перемещений оси, так как расчетная схема, а следовательно, и дифференциальные уравнения движения составлялись в предположении постоянства контакта между дорогой и колесом. В действительности же при постоянстве контакта перемещение колеса относительно дороги будет ограниченным. Перемещение вниз возможно только до определенного предела, перемещение вверх после определенной величины приведет к отрыву колеса от дороги и, следовательно, требует для дальнейшего исследования движения новой расчетной схемы. Кроме того, приближение колеса к отрыву от дороги сильно уменьшит давление колеса на дорогу и, следовательно, ухудшит условия устойчивого движения автомобиля.

6) В табл. 9 приведены для различных значений $h = 2q$ нижние и верхние пределы значений p , соответствующие отрыву задних колес автомобиля от дороги. По этим данным для трех рассматриваемых вариантов амортизаторов построены кривые (фиг. 10), нижние ветви которых определяют значения нижних пределов p , а верхние — верхних. Вершины этих кри-

Высота дорожных неровностей h , см	Пределы частот p , $1/сек$					
	для НС (М-20)		для С1		для С2	
	нижний	верхний	нижний	верхний	нижний	верхний
0,45	—	—	60,9	60,9	—	—
0,62	60,9	60,9	55,5	67,0	—	—
0,78	55,3	66,8	53,2	69,6	60,9	60,9
1,00	52,5	70,0	51,5	71,5	55,0	67,7
1,50	48,1	74,7	47,6	77,5	49,0	73,8
2,00	45,8	78,8	44,7	80,6	46,0	78,0
2,50	43,5	81,5	42,6	84,0	44,0	81,4
3,00	41,5	84,0	40,5	87,0	42,0	83,7
5,00	36,5	93,5	35,5	95,0	37,0	93,0
10,00	30,5	110,0	28,8	111,3	31,5	106,8

вых имеют общую ординату p , соответствующую высоко-частотному резонансу $p = 60,9 \text{ } 1/сек$; абсциссы же этих вершин показывают предельные значения h для движения автомобиля без отрыва от дороги при любых значениях p . Для амортизаторов С1, НС, С2 эти значения h соответственно равны 0,45 см, 0,62 см и 0,78 см.

С увеличением h изменение значений верхних пределов происходит быстрее, чем нижних. Так, например, при изменении h от 3 до 10 см значение нижнего предела увеличивается на $11,5 \text{ } 1/сек$, а верхнего — на $24 \text{ } 1/сек$, то есть более чем в два раза.



Фиг. 10.

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ СОЧЕТАНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ СОПРОТИВЛЕНИЯ АМОРТИЗАТОРОВ НА ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ

Несмотря на широкое распространение в практике автомобилестроения несимметричных амортизаторов, вопрос о влиянии их на колебания автомобиля при движении по неровной дороге мало исследован. В предыдущей работе настоящего сборника был рассмотрен, в частности, и этот вопрос, но только для одного несимметричного амортизатора (автомобиля М-20) в сравнении с двумя симметричными. Более глубокое исследование требует рассмотрения нескольких несимметричных амортизаторов, подобранных так, чтобы иметь достаточное основание для обобщения полученных результатов. Исходя из этого условия, возьмем пять вариантов амортизаторов, указанных в табл. 1, обозначив через Н1 амортизатор автомо-

Т а б л и ц а 1

Амортизаторы	$n_{сж}$	$n_{от}$	$n_{сж} + n_{от}$
Н1	1,09	1,73	2,82
Н1'	1,73	1,09	2,82
Н2	0,50	2,32	2,82
Н3	0	2,82	2,82
С	1,41	1,41	2,82

биля М-20, а через Н1' — тот же амортизатор, но при условии, что характеристики сжатия и отбоя поменялись местами.

В отличие от предыдущей работы при выборе различных вариантов амортизаторов соблюдаем условие: $n_{сж} + n_{от} = \text{const}$ (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

Амортизаторы	$n_{сж} + n_{от}$
H1	$1,09 + 1,73 = 2,82$
C1	$2 \times 1,09 = 2,18$
C2	$2 \times 1,73 = 3,46$

Решая поставленную задачу, необходимо рассмотреть не только установившиеся колебательные движения автомобиля (вынужденные колебания), но и колебательные движения, предшествующие им, так как в различных случаях некоторые из наибольших значений z, \dot{z}, x, \dot{x} получаются в неустановившейся части колебаний.

В машинных уравнениях колебаний автомобиля, см. уравнения (6) предыдущей статьи (стр. 78), от характеристик амортизаторов зависят только коэффициенты α_i . Значения этих коэффициентов для рассматриваемых случаев приведены в табл. 3, значения же коэффициентов β, β', β'' и γ имеются в табл. 3 предыдущей статьи (стр. 82).

Т а б л и ц а 3

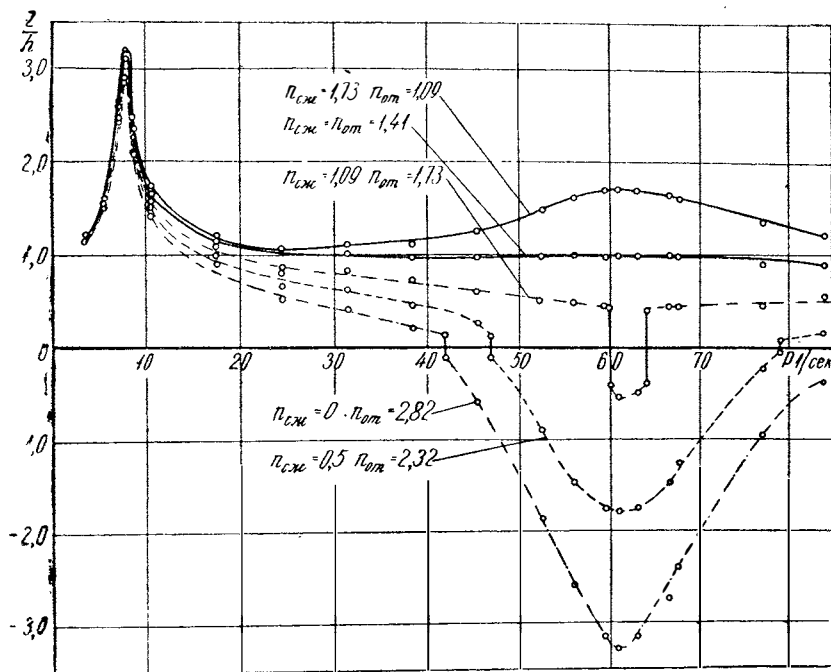
Коэффициент	Ход амортизатора	Варианты амортизаторов				
		H1	H1'	H2	H3	C
α	Сжатие	0,046	0,072	0,210	0	} 0,059
	Отбой	0,720	0,046	0,970	0,118	
α'	Сжатие	0,242	0,385	0,112	0	} 0,314
	Отбой	0,385	0,242	0,520	0,628	

Функцию микропрофиля дороги берем так же, как и в предыдущей статье, косинусоидальной формы

$$h(t) = q (1 - \cos pt).$$

Решение всех пяти вариантов получено на установке МПТ-9 для различных значений p в пределах от 3,5 до 84 ¹/сек.

В табл. 4 приведены наибольшие значения z , \ddot{z} , x , \ddot{x} , а на фиг. 1—4 по этим данным построены соответствующие амплитудно-частотные характеристики.



Фиг. 1.

На фиг. 5 приведены осциллограммы \bar{z} , $\ddot{\bar{z}}$, \bar{x} , $\ddot{\bar{x}}$ для четырех значений частоты ρ , каждая из которых представляет одну из четырех зон амплитудно-частотных характеристик — низкочастотную, межрезонансную, высокочастотную и зарезонансную.

Рассматривая результаты решений, отмечаем следующее:

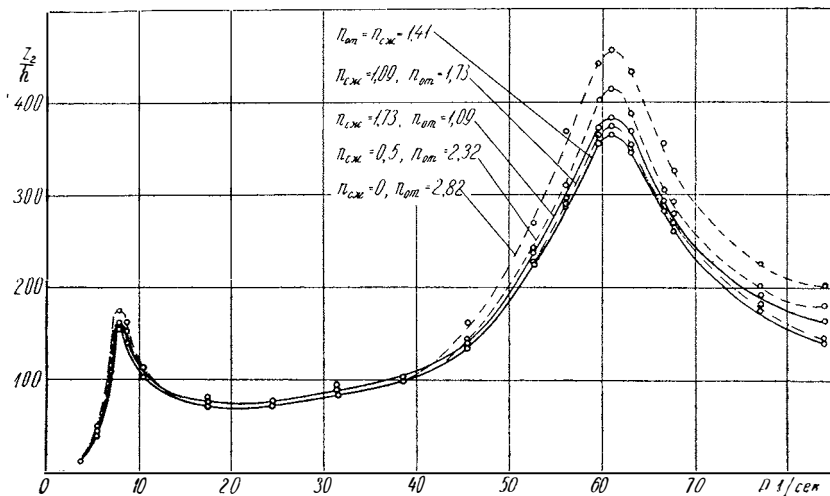
1. Переход к несимметричным амортизаторам приводит к смещению нулевой линии вынужденных колебаний кузова автомобиля. Достоверность этой закономерности, являющейся, как нам кажется, одной из важнейших особенностей несимметричных амортизаторов, теперь можно считать доказанной: в предыдущей работе она была обнаружена при рассмотрении только одного несимметричного амортизатора, теперь

Таблица 4

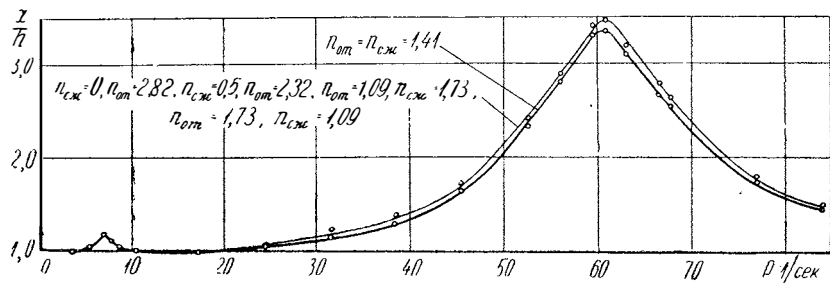
I P сек	$n_{сж}=n_{от}=1,41$				$n_{сж}=1,73; n_{от}=1,09$				$n_{сж}=1,09; n_{от}=1,73$				$n_{сж}=0,5; n_{от}=2,32$				$n_{сж}=0; n_{от}=2,82$			
	X СМ	СМ X сек ²	Z СМ	СМ Z сек ²	X СМ	СМ X сек ²	Z СМ	СМ Z сек ²	X СМ	СМ X сек ²	Z СМ	СМ Z сек ²	X СМ	СМ X сек ²	Z СМ	СМ Z сек ²	X СМ	СМ X сек ²	Z СМ	СМ Z сек ²
3,5	2,0	11	2,3	22	2,1	22	2,4	22	2,0	22	2,35	22	2,0	22	2,3	22	2,0	22	2,3	22
5,5	2,1	43	3,1	81	2,1	60	3,2	81	2,1	60	3,2	85	2,1	67	3,1	90	2,1	90	3,0	94
7,0	2,3	68	5,2	225	2,3	67	5,3	225	2,3	67	5,15	230	2,3	112	4,9	235	2,3	112	4,8	240
7,8	2,3	90	6,2	310	2,3	90	6,4	310	2,3	90	6,2	320	2,3	135	5,8	324	2,3	135	5,7	351
8,7	2,0	135	4,7	279	2,1	135	4,9	279	2,0	135	4,5	279	2,0	157	4,4	306	2,1	185	4,1	324
10,5	2,0	180	3,3	205	2,0	180	3,4	207	2,0	180	3,15	207	2,0	225	3,0	207	2,1	247	2,8	225
17,5	2,0	450	2,2	153	2,0	450	2,4	162	2,0	450	2,15	153	2,0	495	2,0	153	2,0	742	1,8	144
24,5	2,1	945	1,8	144	2,2	945	2,1	153	2,1	945	1,6	144	2,1	1350	1,3	144	2,0	1415	1,0	144
31,5	2,4	1980	2,0	180	2,4	1980	2,2	189	2,4	1890	1,65	171	2,4	2250	1,2	171	2,5	2430	0,8	171
38,5	2,5	2970	1,9	198	2,6	3540	2,2	206	2,6	3240	1,45	198	2,6	3330	0,9	198	2,8	3780	0,4	198
45,5	3,5	5580	1,9	270	3,5	6120	2,6	279	3,4	6480	1,2	274	3,6	6600	0,5	288	3,4	6840	-1,2	324
52,5	4,6	10800	1,9	450	4,8	10800	2,9	477	4,6	10800	1,0	455	4,8	11000	-1,8	486	4,8	1700	-3,7	540
56,0	5,6	15300	1,9	576	5,8	16200	3,2	594	5,6	15800	0,95	580	5,8	17100	-2,9	621	5,9	18000	-5,2	738
59,5	6,6	19800	1,9	730	6,8	20700	3,4	730	6,8	20700	0,84	710	6,8	21700	-3,5	801	6,7	22500	-6,3	882
60,9	6,7	21600	1,9	722	6,9	22500	3,4	765	6,9	22500	-1,1	747	6,9	22500	-3,6	828	7,0	23400	-6,6	910
63,0	6,2	20700	1,9	693	6,4	21600	3,4	738	6,4	21600	-1,0	707	6,4	22500	-3,5	774	6,5	23400	-6,4	864
66,5	5,3	18000	1,9	567	5,5	18900	3,3	590	5,4	18900	0,9	570	5,4	18900	-2,9	612	5,6	20700	-5,5	711
67,6	4,9	17100	1,9	522	5,0	17100	3,2	550	4,9	17100	0,85	535	5,0	18000	-2,5	585	5,1	18900	-4,8	650
77,0	3,5	12100	1,8	351	3,6	12100	2,7	385	3,5	12100	0,9	344	3,7	13300	-0,5	405	3,9	13500	-1,9	450
84,0	2,9	10800	1,8	290	2,9	10800	2,4	328	2,9	10800	1,2	288	3,0	11000	0,3	360	3,0	11700	-0,8	405

мы ее вновь обнаружили, имея четыре несимметричных амортизатора с различными характеристиками. При этом следует отметить, что в предыдущей работе наблюдалось только смещение вниз; в настоящей же работе, намеренно взяв нерелевантный амортизатор, у которого $n_{сж} > n_{от}$, мы получили смещение нулевой линии вынужденных колебаний кузова автомобиля вверх. Все это убедительно доказывает, что наблюдаемое явление не случайность, вызванная какими-либо побочными обстоятельствами, а закономерность.

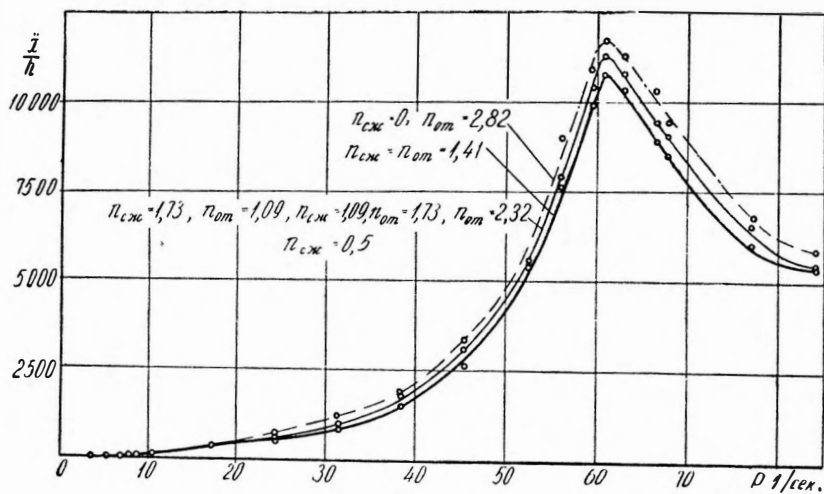
При прочих равных условиях величина смещения нулевой линии зависит от величины $|n_{от} - n_{сж}|$ и от значения p . Увеличение разности $|n_{от} - n_{сж}|$ вызывает увеличение смещения,



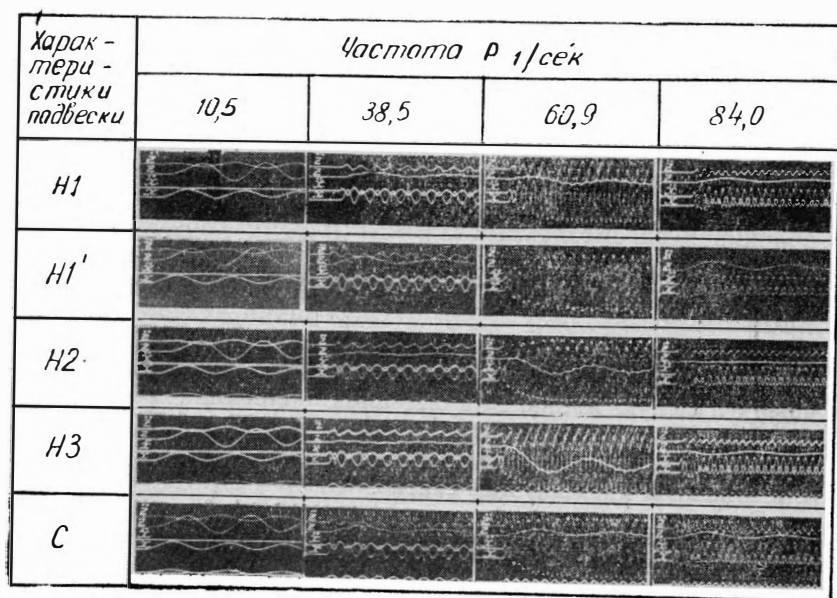
Фиг. 2.



Фиг. 3.



Фиг. 4.



$t = 1 \text{ сек}$

Фиг. 5.

которое равняется нулю при $n_{сж} = n_{от}$ (симметричный амортизатор). Смещение становится заметным приблизительно с середины межрезонансной зоны и, увеличиваясь, достигает наибольшего значения при $p = \Omega = 60,9$ $1/сек$ (высокочастотный резонанс). Дальнейшее увеличение p сопровождается уменьшением смещения, которое при $p = 84$ $1/сек$ все-таки сохраняет достаточно большое значение.

Полученные результаты полностью подтверждают объяснение физических основ обнаруженной закономерности, данное в предыдущей статье.

Выяснив, что возрастание значения $n_{от} - n_{сж}$ увеличивает смещение нулевой линии вынужденных колебаний кузова автомобиля вниз, казалось, можно было рекомендовать применение амортизаторов с повышенным значением $n_{от} - n_{сж}$, как увеличивающих устойчивость движения автомобиля. Однако осциллограммы (фиг. 5, случаи $n_{сж} = 0,5$; $n_{от} = 2,32$ и $n_{сж} = 0$; $n_{от} = 2,82$) показывают, что при увеличенных значениях $|n_{от} - n_{сж}|$ на кривых ускорений кузова появляются резкие ломаные переходы, что нежелательно. Кроме того, и амплитудно-частотные характеристики кузова (фиг. 1) показывают при повышенных значениях $n_{от} - n_{сж}$ увеличение максимальных перемещений кузова в несколько раз, что тоже нежелательно: если же при этом вступят в работу приспособления, ограничивающие сжатия рессор, то будут иметь место удары. Определение оптимальных соотношений характеристик $n_{сж}$ и $n_{от}$ требует их всестороннего рассмотрения. Пока что, сравняв рассмотренные несимметричные амортизаторы, отмечаем лучшие показатели у амортизаторов автомобиля М-20.

Несимметричные амортизаторы с $n_{сж} > n_{от}$ практически не применяются; результаты исследований подтверждают нежелательность их применения также в связи с ухудшением устойчивости движения автомобиля, так как они смещают вверх нулевую линию вынужденных колебаний кузова.

2. Амплитудно-частотные (резонансные) характеристики имеют в рассматриваемых случаях те же особенности, что и описанные в предыдущей статье.

Резонансные характеристики перемещений кузова (фиг. 1) имеют два максимума. Если отбросить односторонний амортизатор и близкий к нему амортизатор Н2 ($n_{сж} = 0,5$; $n_{от} = 2,32$), то так же, как отмечалось в предыдущей статье, высокочастотный максимум окажется намного меньше низкочастотного.

Резонансные характеристики ускорений кузова (фиг. 2) тоже имеют два максимума, но превалирует, как и следовало

ожидать, высокочастотный максимум как по высоте, так и по ширине своей зоны.

Резонансные характеристики перемещений оси (фиг. 3) имеют по существу один высокочастотный максимум, так как низкочастотный максимум ничтожно мал.

Резонансные характеристики ускорений оси (фиг. 4) имеют только высокочастотный максимум.

3. Амплитудно-частотные характеристики перемещений кузова (фиг. 1) наглядно показывают влияние различных вариантов амортизаторов на величины наибольших перемещений кузова при различных значениях p . В зоне высокочастотного резонанса все пять кривых почти сливаются, и только в самой узкой части возвышается кривая амортизатора НЗ, а под ней кривая амортизатора Н2. Возвышение над остальными кривыми не превышает 10% их значений. К концу низкочастотной зоны кривые разделяются, и при $p = 10,5$ 1/сек различаются все пять кривых, расположенные сверху вниз в такой последовательности: Н1', С, Н1, Н2, Н3. Это расположение сохраняется с увеличением значений p . Однако если иметь в виду только максимальные значения перемещений кузова, без учета знака (вверх или вниз), то две нижние кривые, повернутые вверх, в области значений $p = 45 \div 55$ 1/сек пересекут три вышележащих кривых и расположатся над ними.

4. Амплитудно-частотные характеристики ускорений кузова, перемещений и ускорений оси (фиг. 2, 3, 4) для всех рассматриваемых вариантов амортизаторов различаются мало. Исключение наблюдается только для ускорений кузова в высокочастотной и зарезонансной зонах (фиг. 2). Однако если отбросить случаи, когда $n_{сж} = 0$, $n_{от} = 2,82$ и $n_{сж} = 0,5$, $n_{от} = 2,32$ (амортизаторы НЗ и Н2), то разница в их значениях составит лишь 5—10%. Для ускорений же оси эта разница не превышает 3—5%, то есть находится в пределах точности наших решений. Все же, имея в виду, что взаимное расположение кривых сохраняется на всем протяжении изменения значений p , следует, несмотря на малость количественных различий, считать, что качественная сторона различий, выявленных графиками, полностью соответствует действительности. Поэтому необходимо остановиться на некоторых особенностях этих различий.

Верхнюю границу расположения рассматриваемых кривых занимает кривая одностороннего амортизатора (вариант НЗ, $n_{сж} = 0$; $n_{от} = 2,82$), а нижнюю — кривая симметричного амортизатора (вариант С, $n_{сж} = n_{от} = 1,41$). Исключение составляет участок межрезонансной зоны ускорений кузова (фиг. 2),

где кривая амортизатора НЗ оказывается внизу. Но на этом участке все кривые вообще чрезвычайно сближаются и даже сливаются так, что взамен пяти кривых имеются только две, очень близко расположенные. Во всех остальных случаях верхняя и нижняя границы сохраняются за амортизаторами НЗ и С, а кривые остальных либо располагаются между ними, либо сливаются с ними или между собой. На участках, где кривые не сливаются, они располагаются сверху вниз следующим образом: НЗ, Н2, Н1', Н1, С.

Резонансные характеристики ускорений кузова имеют, как уже указывалось, наибольшие расхождения в высокочастотной и зарезонансной зонах.

Резонансные характеристики перемещений оси (фиг. 3) состоят только из двух близко расположенных кривых, так как все промежуточные кривые слились с верхней границей. В низкочастотной зоне и эти две кривые сливаются в одну.

Ускорения оси (фиг. 4) характеризуются тремя кривыми, сливающимися в одну в низкочастотной зоне. Верхняя и нижняя границы сохраняются за амортизаторами НЗ и С, а все промежуточные характеристики, слившись в одну, образуют среднюю кривую.

5. Отрыв колес от дороги при всех вариантах амортизаторов происходит согласно зависимости, показанной на фиг. 10 предыдущей статьи (стр. 97).

КОЛЕБАНИЯ АВТОМОБИЛЯ, ДВИЖУЩЕГОСЯ ПО ДОРОГЕ НЕРЕГУЛЯРНОГО МИКРОПРОФИЛЯ *

Задача исследования колебаний автомобиля, движущегося по неровной дороге, не может считаться правильно поставленной, пока неровности дороги не будут представлены в виде произвольного нерегулярного профиля, соответствующего реальному микропрофилю дороги. Для выяснения возможности частичного решения этой чрезвычайно сложной задачи можно применить моделирующую установку МПТ-9. Блоки переменных коэффициентов СБ-5, имеющиеся в этой установке, оказываются удобными для воспроизведения $h(t)$ — функции микропрофиля дороги — и ввода ее в моделирующую установку.

Пусть микропрофиль дороги задан через ординаты в виде кусочно-линейной функции. Для набора на блоках СБ-5 аппроксимируем эту функцию кусочно-постоянной (ступенчатой). В связи с требуемой точностью решения возникает вопрос о величине шага аппроксимации и о ее равномерности для всего исследуемого участка дороги. Если микропрофиль дороги более или менее однообразный, можно назначить постоянный шаг аппроксимации. В противном же случае для возможно более одинаковой точности аппроксимации необходимо величину шага взять переменной, уменьшая ее для очень крутых участков. При этом помимо основных блоков переменных коэффициентов СБ-5-О, на которых набираются ординаты ступенчатой кривой, вводятся в работу также и программные блоки СБ-5-П, задающие программу развертки переменного коэффициента по времени.

* В статье описывается работа, выполненная по инициативе лаборатории подвесок НАМИ с использованием представленного лабораторией реального дорожного микропрофиля.

Можно осуществить заданный кусочно-линейный профиль, а не ступенчатый, если построить график тангенсов углов наклона этого профиля и затем с помощью блоков СБ-5 полученный ступенчатый график проинтегрировать. В результате получим на установке исходный кусочно-линейный микропрофиль. Однако необходимость построения графика тангенсов и затем его интегрирования лишает этот способ особых преимуществ.

В нашем распоряжении имелся реальный микропрофиль участка дороги длиной 33 м, ординаты которого были определены через каждые 20 см.

Малость расстояния между ординатами заданного микропрофиля дороги (всего 20 см) дает возможность установить единый шаг аппроксимации, причем величина этого шага должна равняться или 20 см, или — для увеличения точности аппроксимации — какой-либо ее части. Выбираем шаг, равный 10 см, так как, имея в виду величины диаметров колес автомобиля и деформаций шин, вряд ли целесообразно брать меньшую величину шага.

Пользуясь кусочно-линейным микропрофилем, определяем для каждого интервала в 10 см соответствующую ординату ступенчатого микропрофиля. Эти ординаты отсчитываем от наинизшей точки микропрофиля, чтобы для набора на блоках переменных коэффициентов СБ-5 иметь только положительные ординаты. Делим полученные ординаты на a_h , так как для перехода к машинным уравнениям выполняется преобразование

$$h(t) = a_h \bar{h}(t),$$

где a_h имеет размерность см/в.

Если начальная точка микропрофиля дороги не является наинизшей, то после набора ординат на блоке СБ-5 перемещаем нулевую линию вверх до начальной точки микропрофиля дороги, подключая к блокам переменного коэффициента блок постоянного коэффициента. При этом условии будет обеспечено моделирование движения автомобиля с нулевой неровности.

Микропрофиль рассматриваемого участка дороги разбит на 330 интервалов по 10 см каждый. Используя для 100 интервалов один блок, мы должны будем применить для каждой из функций $\bar{h}_1(t)$ и $\bar{h}_2(t)$ по четыре блока СБ-5-О, соединенных в одну группу. Чтобы функция $\bar{h}_2(t)$ вступила в работу с запозданием, соответствующим расстоянию между ося-

ми автомобиля, необходимо построение этой функции начать, пропустив определенное количество шагов от начала первого блока ее группы.

Для v_m , то есть скорости развертки $\bar{h}(t)$, имеем

$$v_m = a_t v_a,$$

где v_a — скорость движения автомобиля.

Рассмотрим колебания автомобиля в плоскости продольной симметрии как системы с четырьмя степенями свободы. Воспользуемся расчетной схемой (фиг. 1) и обозначениями предыдущей статьи (см. стр. 75 и 76). Для общего случая, когда $\varepsilon = \frac{\rho^2}{ab}$ не равно единице, требуется дополнительно ввести следующие обозначения:

$$M_1 = \frac{b^2 + \rho^2}{(a+b)^2} M; \quad M_2 = \frac{a^2 + \rho^2}{(a+b)^2} M; \quad M_3 = \frac{ab - \rho^2}{(a+b)^2} M. \quad (1)$$

Дифференциальные уравнения движения запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} M_i \ddot{z}_i + M_3 \ddot{z}_j + n_i (\dot{z}_i - \dot{x}_i) + c_i (z_i - x_i) &= 0; \\ m_i \ddot{x}_i + n_i (\dot{x}_i - \dot{z}_i) + c_i (x_i - z_i) + k_i [x_i - h_i(t)] &= 0, \end{aligned} \right\} (2)$$

где $i=1; 2, j=1; 2$.

При значении $i=1$ соответственно $j=2$, а при значении $i=2 - j=1$. В первом случае значений индексов i и j уравнения (2) принадлежали передней части автомобиля, во втором случае — задней части.

Переходя к машинным уравнениям, получим:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_i + \frac{M_3}{M_i} \frac{a_{zj}}{a_{zi}} \ddot{z}_j + \frac{n_i}{M_i} a_t (\dot{z}_i - \frac{a_{xi}}{a_{zi}} \dot{x}_i) + \frac{c_i}{M_i} a_t^2 (\bar{z}_i - \frac{a_{xi}}{a_{zi}} \bar{x}_i) &= 0; \\ \ddot{x}_i + \frac{n_i}{m_i} a_t (\dot{x}_i - \frac{a_{zi}}{a_{xi}} \dot{z}_i) + \frac{1}{m_i} a_t^2 \left[(c_i + k_i) \bar{x}_i - c_i \frac{a_{zi}}{a_{xi}} \bar{z}_i \right] &= \\ &= \frac{k_i}{m_i} a_t^2 \frac{a_h}{a_{xi}} \bar{h}_i(t). \end{aligned}$$

Для рассматриваемой задачи оказывается удобным принять $a_{z_1} = a_{z_2} = a_{x_1} = a_{x_2} = a_h$. Приняв это условие

и перейдя с помощью обозначений $\dot{z}_i = \bar{z}_i$; $\dot{x}_i = \bar{x}_i$ к системе уравнений первого порядка, получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_i &= \bar{z}_i; \\ \dot{\bar{z}}_i &= -\mu_i \bar{z}_j - \nu_j \alpha_i (\bar{z}_i - \bar{x}_i) - \beta_i (\bar{z}_i - \bar{x}_i); \\ \dot{x}_i &= \bar{x}_i; \\ \dot{\bar{x}}_i &= \alpha_i (\bar{z}_i - \bar{x}_i) + \beta_i' \bar{z}_i - \beta_i'' \bar{x}_i + \gamma_i \bar{h}_i(t); \\ &i = 1; 2, \quad j = 1; 2, \end{aligned} \right\} (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= \frac{n_i}{M_i} a_i; & \beta_i &= \frac{c_i}{M_i} a_i^2; & \beta_i' &= \frac{c_i}{m_i} a_i^2; \\ \beta_i'' &= \frac{c_i + k_i}{m_i} a_i^2; & \gamma_i &= \frac{k_i}{m_i} a_i^2; & \nu_i &= \frac{m_i}{M_i}; & \mu_i &= \frac{M_3}{M_i}. \end{aligned} \right\} (4)$$

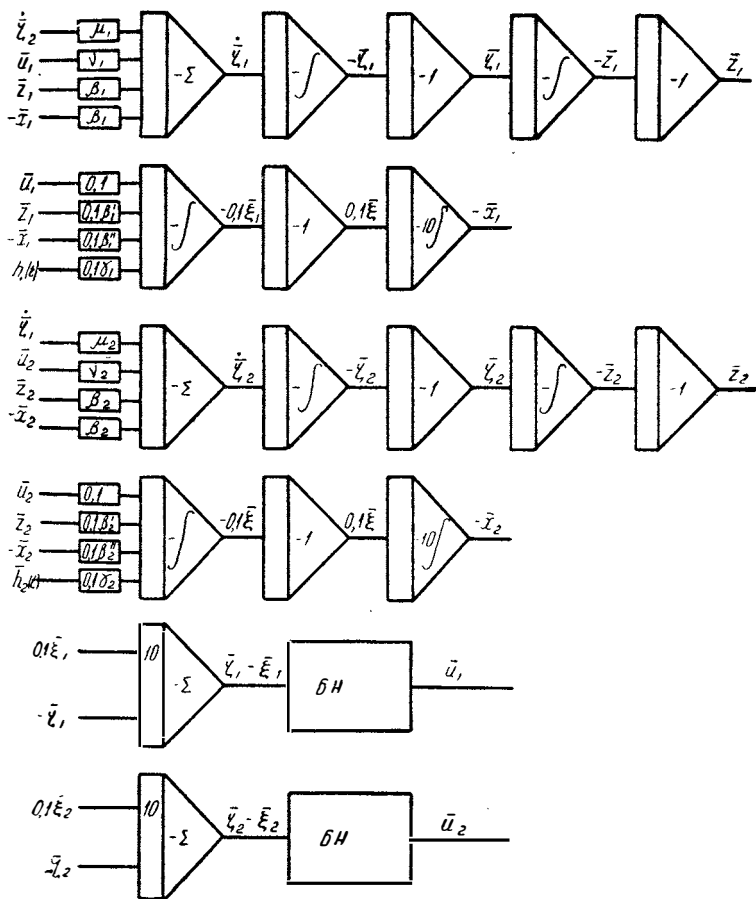
Коэффициенты α_i имеют различные значения при сжатии и отбое в зависимости от соответствующих значений n_i . При решении задачи несимметричность характеристик амортизаторов осуществляется с помощью комплекта нелинейных блоков (КНБ), причем для удобства подготовки решения принято дополнительное обозначение $\bar{u}_i = \alpha_i (\bar{z}_i - \bar{x}_i)$.

На фиг. 1 приведена блок-схема для решения уравнения (3).

Решаем поставленную задачу для автомобиля МЗМА-407. Так как расстояние между осями автомобиля МЗМА-407 равно 237 см, построение $h_2(t)$ начато с 24-го шага первого блока соответствующей группы блоков СБ-5.

Задавая масштабными коэффициентами $a_{z_1} = a_{z_2} = a_{x_1} = a_{x_2} = a_h = \frac{1}{10} \text{ см/в}$; $a_t = \frac{1}{30} \text{ сек}$, получим для МЗМА-407 значения коэффициентов $\alpha_i = \beta_i$, β_i' , β_i'' , γ_i , ν_i , μ_i , приведенные в табл. 1.

На фиг. 2 приведены осциллограммы решения системы уравнений (3) для этого автомобиля при движении со скоростью 44 км/ч. На осциллограммах помимо \bar{z}_1 , \ddot{z}_1 , \bar{z}_2 , \ddot{z}_2 , \bar{x}_1 ,



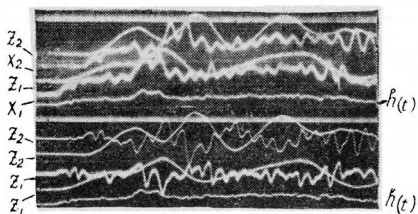
Фиг. 1.

Таблица 1

Части автомо- биля	Коэффициенты							
	α		β	β'	β''	γ	ν	μ
	сжатие	отбой						
Передняя	0,162	0,98	0,070	0,411	5,37	4,90	0,171	0,181
Задняя	0,261	0,72	0,105	0,464	4,04	3,57	0,225	0,172

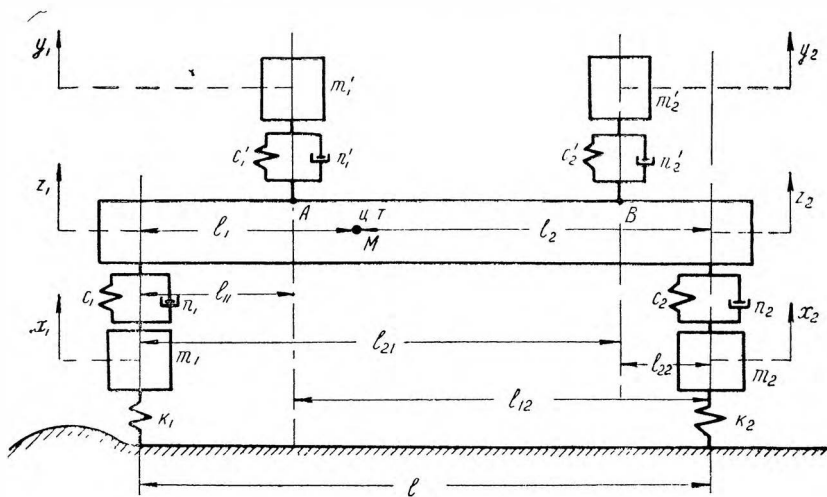
\bar{x}_2 показана также функция $\bar{h}(t)$, моделирующая микропрофиль дороги.

Далее решаем уравнение (3) еще для 35 метров микропрофиля, из которых первые 3 м представляют собой конец предыдущего участка, а остальные 32 м являются его продолжением. Начальное условие берем соответственно концу 30-го метра предыдущего участка. Осциллограммы для этого решения аналогичны изображенным на фиг. 2.



Фиг. 2.

Если включить в расчетную схему колебаний автомобиля также и пассажиров, то для колебания автомобиля в плоскости продольной симметрии получим систему с шестью степенями свободы (фиг. 3). Для



Фиг. 3.

удобства записей дифференциальных уравнений колебаний обозначим расстояния сидений от осей через l с двумя индексами; первый индекс пусть обозначает номер сиденья, а второй — номер оси, от которой отсчитывается расстояние. Так, например l_{12} — расстояние переднего сиденья от задней оси, l_{22} — расстояние заднего сиденья от задней оси. Остальные

обозначения, имеющиеся на фиг. 3, не требуют пояснения. Пользуясь этими обозначениями, получим:

$$\left. \begin{aligned}
 2T &= M_1 \dot{z}_1^2 + M_2 \dot{z}_2^2 + 2M_3 \dot{z}_1 \dot{z}_2 + m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + \\
 &\quad + m_1' \dot{y}_1^2 + m_2' \dot{y}_2^2; \\
 2\Pi &= c_1(z_1 - x_1)^2 + c_2(z_2 - x_2)^2 + k_1[x_1 - h_1(t)]^2 + \\
 &\quad + k_2[x_2 - h_2(t)]^2 + c_1'(y_1 - z_A)^2 + c_2'(y_2 - z_B)^2 + \\
 &\quad + 2Q_{\text{ст}_1} h_1(t) + 2Q_{\text{ст}_2} h_2(t); \\
 2R &= n_1(\dot{z}_1 - \dot{x}_1)^2 + n_2(\dot{z}_2 - \dot{x}_2)^2 + n_1'(\dot{y}_1 - \dot{z}_A)^2 + \\
 &\quad + n_2'(\dot{y}_2 - \dot{z}_B)^2,
 \end{aligned} \right\} (5)$$

где $z_A = \frac{1}{l}(z_1 l_{12} + z_2 l_{11})$; $z_B = \frac{1}{l}(z_1 l_{22} + z_2 l_{21})$;

$Q_{\text{ст}_1}$ — статическая реакция передних шин;

$Q_{\text{ст}_2}$ — статическая реакция задних шин.

Дифференциальные уравнения колебаний автомобиля запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 m_i \ddot{y}_i + c_i' y_i - \frac{l_{ij}}{l} c_i' z_i - \frac{l_{ii}}{l} c_i' z_j + n_i' \dot{y}_i - \frac{l_{ij}}{l} n_i' \dot{z}_i - \\
 - \frac{l_{ii}}{l} n_i' \dot{z}_j = 0; \\
 M_i \ddot{z}_i + M_j \ddot{z}_j + a_{ij} z_i + a_3 z_j - c_i x_i - \frac{l_{ij}}{l} c_i' y_i - \frac{l_{jj}}{l} c_j' y_j + \\
 + b_{ij} \dot{z}_i + b_3 \dot{z}_j - \frac{l_{ij}}{l} n_i' \dot{y}_i - \frac{l_{jj}}{l} n_j' \dot{y}_j - n_i (\dot{x}_i - \dot{z}_i) = 0; \\
 m_i \ddot{x}_i + n_i (\dot{x}_i - \dot{z}_i) + (c_i + k_i) x_i - c_i z_i = k_i h_i(t); \\
 i = 1; 2, j = 1; 2,
 \end{aligned} \right\} (6)$$

где

$$a_{ij} = \left[c_i + \frac{1}{l^2} (c_i' l_{ij}^2 + c_j' l_{jj}^2) \right]; \quad a_3 = \frac{1}{l^2} (c_1' l_{12} l_{11} + c_2' l_{22} l_{21});$$

$$b_{ij} = \frac{1}{l^2} (n_i' l_{ij}^2 + n_j' l_{jj}^2); \quad b_3 = \frac{1}{l^2} (n_1' l_{12} l_{11} + n_2' l_{22} l_{21}).$$

Переходя к машинным уравнениям и полагая

$$a_{y_1} = a_{y_2} = a_{z_1} = a_{z_2} = a_{x_1} = a_{x_2} = a_{h_1} = a_{h_2},$$

получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{y}}_i &= \bar{\eta}_i; \\ \dot{\bar{\eta}}_i &= -\beta_i''' \bar{y}_i + \lambda_{ij} \beta_j''' \bar{z}_i + \lambda_{ii} \beta_i''' \bar{z}_j - \alpha_i' \bar{\eta}_i + \lambda_{ij} \alpha_i' \bar{\zeta}_i + \lambda_{ii} \alpha_i' \bar{\zeta}_j; \\ \dot{\bar{z}}_i &= \bar{\zeta}_i; \\ \dot{\bar{\zeta}}_i &= -\mu_i \bar{\zeta}_j - e_{ij} \bar{z}_i - e_i \bar{z}_j + \beta_i \bar{x}_i + \lambda_{ij} \beta_i \bar{y}_i + \lambda_{jj} \beta_i \bar{y}_j - \\ &\quad - s_{ij} \bar{\zeta}_i - s_i \bar{\zeta}_j + \lambda_{ij} \alpha_i'' \bar{\eta}_i + \lambda_{jj} \alpha_j'' \bar{\eta}_j - \nu_i \alpha_i (\bar{\zeta}_i - \bar{\xi}_i); \\ \dot{\bar{x}}_i &= \bar{\xi}_i; \\ \dot{\bar{\xi}}_i &= \alpha_i (\bar{\zeta}_i - \bar{\xi}_i) - \beta_i'' \bar{x}_i + \beta_i' \bar{z}_i + \gamma_i \bar{h}_i(t), \\ &\quad i = 1; 2, \quad j = 1; 2, \end{aligned} \right\} (7)$$

где

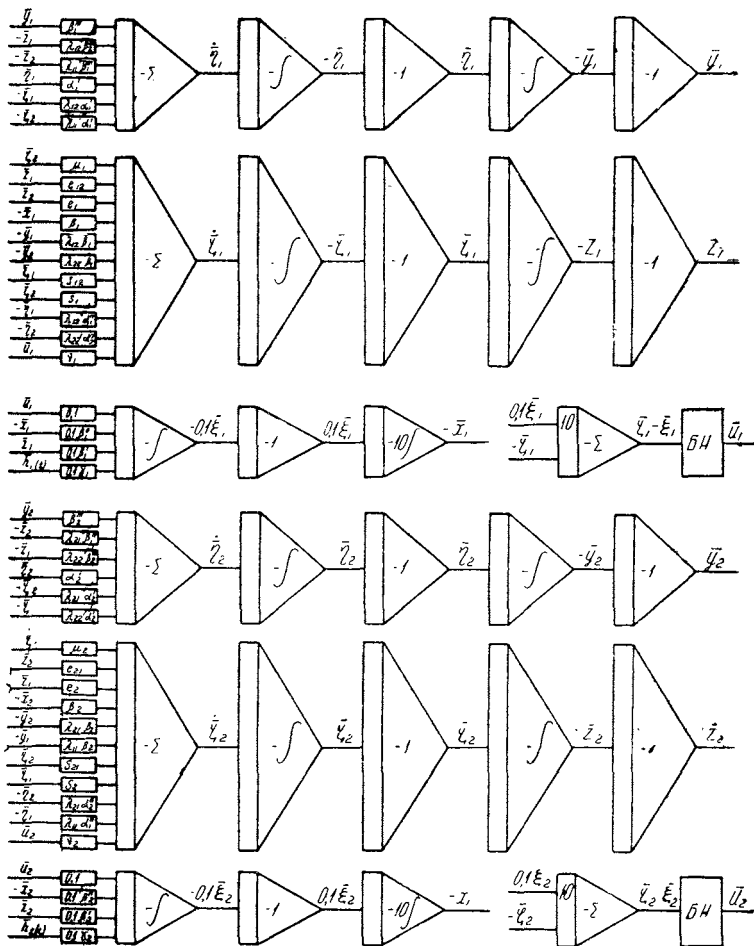
$$\begin{aligned} \beta_i''' &= \frac{c_i' a_t^2}{m_i'}; & \alpha_i' &= \frac{n_i' a_t}{m_i'}; & \lambda_{ij} &= \frac{l_{ij}}{l}; \\ \lambda_{ii} &= \frac{l_{ii}}{l}; & \lambda_{jj} &= \frac{l_{jj}}{l}; \\ \mu_i &= \frac{M_3}{M_i}; & \nu_i &= \frac{m_i}{M_i}; & \alpha_i &= \frac{n_i a_t}{m_i}; \\ e_{ij} &= \frac{a_{ij} a_t^2}{M_i}; & e_i &= \frac{a_3 a_t^2}{M_i}; & \beta_i &= \frac{c_i a_t^2}{M_i}; \\ s_{ij} &= \frac{b_{ij} a_t}{M_i}; & s_i &= \frac{b_3 a_t}{M_i}; & \alpha_i'' &= \frac{n_i' a_t}{M_i}; & \alpha_j'' &= \frac{n_j' a_t}{M_i}; \\ \beta_i'' &= \frac{c_i + k_i}{m_i} a_t^2; & \beta_i' &= \frac{c_i a_t^2}{m_i}; & \gamma_i &= \frac{k_i a_t^2}{m_i}; \\ a_{ij} &= \left[c_i + \frac{1}{l^2} (c_i' l_{ij}^2 + c_j' l_{jj}^2) \right]; \\ \alpha_3 &= \frac{1}{l^2} (c_1' l_{12} l_{11} + c_2' l_{22} l_{21}); \end{aligned}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{l^2} (n_i' l_{ij}^2 + n_j' l_{ji}^2);$$

$$b_3 = \frac{1}{l^2} (n_1' l_{12} l_{11} + n_2' l_{22} l_{21}).$$

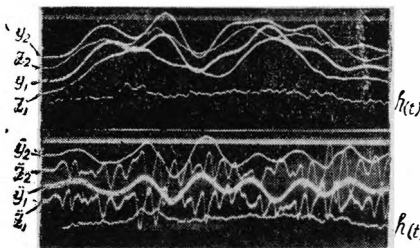
Блок-схема уравнений (7) изображена на фиг. 4.

Решаем поставленную задачу опять для автомобиля МЗМА-407, причем полагаем амортизационные характеристики к сидений симметричными. Масштабные коэффициенты для



Фиг. 4.

Значения коэффициентов уравнений	
для передней части автомобиля	для задней части автомобиля
$\beta_1''' = 0,217$	$\beta_2''' = 0,217$
$\beta_2''' \lambda_{12} = 0,115$	$\beta_1''' \lambda_{21} = 0,800$
$\beta_1''' \lambda_{11} = 0,103$	$\beta_2''' \lambda_{22} = 0,038$
$\alpha_1' = 0,067$	$\alpha_2' = 0,067$
$\alpha_1' \lambda_{12} = 0,035$	$\alpha_2' \lambda_{21} = 0,056$
$\alpha_1' \lambda_{11} = 0,032$	$\alpha_2' \lambda_{22} = 0,012$
$\mu_1 = 0,167$	$\mu_2 = 0,187$
$e_{12} = 0,099$	$e_{21} = 0,202$
$e_1 = 0,023$	$e_2 = 0,026$
$\beta_1 = 0,081$	$\beta_2 = 0,142$
$\beta_1 \lambda_{12} = 0,031$	$\beta_2 \lambda_{21} = 0,055$
$\beta_1 \lambda_{22} = 0,010$	$\beta_2 \lambda_{11} = 0,031$
$s_{12} = 0,008$	$s_{21} = 0,019$
$s_1 = 0,007$	$s_2 = 0,008$
$\alpha_1'' \lambda_{12} = 0,010$	$\alpha_2'' \lambda_{21} = 0,017$
$\alpha_2'' \lambda_{22} = 0,003$	$\alpha_1'' \lambda_{11} = 0,010$
$\alpha_1 v_1 = 0,032$ (сжатие)	$\alpha_2 v_2 = 0,080$ (сжатие)
$\alpha_1 v_1 = 0,187$ (отбой)	$\alpha_2 v_2 = 0,219$ (отбой)
$\alpha_1 = 0,162$ (сжатие)	$\alpha_2 = 0,262$ (сжатие)
$\alpha_1 = 0,980$ (отбой)	$\alpha_2 = 0,720$ (отбой)
$\beta_1'' = 5,310$	$\beta_2'' = 4,040$
$\beta_1' = 0,410$	$\beta_2' = 0,467$
$\gamma_1 = 4,900$	$\gamma_2 = 3,570$



Фиг. 5.

длин берем равными $\frac{1}{10}$ см/в,
а для времени $-\frac{1}{30}$ сек. Зна-
чения коэффициентов приведе-
ны в табл. 2. При подсчете
коэффициентов полагали $M =$
 $= 0,815$; $m_1' = m_2' = 0,112$;
 $n_1' = n_2' = 0,225$; $c_1' = c_2' = 22$;
 $l_1 = 108,7$; $l_2 = 128,3$; $l_{11} = 112$;
 $l_{22} = 41$.

На фиг. 5 приведены осциллограммы решения системы (6)
для МЗМА-407 при движении со скоростью 44 км/ч.

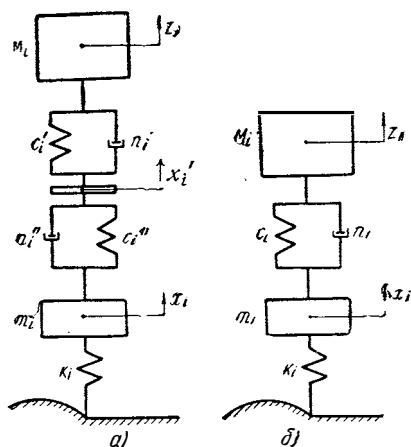
СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОМОДЕЛИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ АВТОМОБИЛЯ ДЛЯ ДВУХ КОНСТРУКЦИЙ ПОДВЕСКИ

Подвеска, расчетная схема которой показана на фиг. 1,а, состоит из двух односторонних амортизаторов с равными коэффициентами сопротивления, двух рессор и межрессорной пластинки, к которой крепятся амортизаторы и рессоры. Верхний амортизатор работает при ходе отбоя, нижний — при ходе сжатия.

Авторы этой новой подвески, не существующей в металле, считали, что ее применение улучшит плавность хода автомобиля. Для выяснения правильности этого предположения требовалось, в частности, провести сравнительное исследование колебаний автомобиля при существующих подвесках и при замене их предлагаемой.

Расчетная схема последней составлена при условии независимости дифференциальных уравнений колебаний передней и задней части автомобиля, то есть при $\epsilon = \frac{p^2}{ab} = 1$. Отметим, что

полученные результаты можно отнести и к случа-



Фиг. 1.

ям $0,8 \leq \varepsilon \leq 1,2$, так как предыдущими исследованиями (нашими и других авторов) было установлено, что в этих случаях при расчете колебаний автомобиля допустимо принять $\varepsilon = 1$.

Пренебрегая весом межрессорной пластинки и пользуясь обозначениями, имеющимися на фиг. 1,а, получаем следующие дифференциальные уравнения колебаний автомобиля:

$$\left. \begin{aligned} M_i \ddot{z}_i + n_i' (\dot{z}_i - \dot{x}_i') + c_i' (z_i - x_i') &= 0; \\ m_i \ddot{x}_i + n_i'' (\dot{x}_i - \dot{x}_i') + c_i'' (x_i - x_i') + k_i [x_i - h_i(t)] &= 0; \\ n_i' (\dot{x}_i' - \dot{z}_i) + n_i'' (\dot{x}_i' - \dot{x}_i) + c_i' (x_i' - z_i) + c_i'' (x_i' - x_i) &= 0, \end{aligned} \right\} (1)$$

где при сжатии $n' = 0$, при отбое $n'' = 0$.

Подставляя в уравнения (1) взамен i индексы 1 или 2, получим соответственно системы уравнений для передней или задней части автомобиля. В дальнейшем для упрощения записи индекс i будем применять только в случае, когда его отсутствие может привести к недоразумениям.

Первые два уравнения системы (1) — дифференциальные уравнения колебаний автомобиля, третье — уравнение неголономной связи. Отметим, что хотя система имеет три независимых обобщенных координаты — z, x, x' , число степеней ее свободы равно двум (неголономная связь уменьшает число независимых вариаций ее обобщенных координат на единицу).

Коэффициенты сопротивления амортизаторов и жесткостей рессор существующих подвесок получены в результате многолетних испытаний и тщательного подбора, поэтому для получения при сравнении возможно более объективных результатов необходимо рассмотреть для новой подвески несколько вариантов сочетаний c_i', c_i'', n_i', n_i'' в наиболее благоприятных для нее условиях.

Будем подбирать c_i' и c_i'' так, чтобы $\frac{c_i' c_i''}{c_i' + c_i''} = c_i$,

то есть, чтобы суммарная жесткость верхней и нижней рессоры равнялась жесткости рессоры рассматриваемой существующей подвески. Что касается значений n_i' и n_i'' , то, пользуясь моделирующей установкой, возможно заранее путем предварительных решений установить диапазон изменения значений этих величин, вне которого некоторые из параметров колебаний автомобиля резко возрастают.

Решая уравнения (1) относительно \ddot{z} , \ddot{x} и \dot{x}' , получим

$$\left. \begin{aligned} \ddot{z} &= \frac{1}{M} [n'(\dot{x}' - \dot{z}) + c'(x' - z)]; \\ \ddot{x} &= \frac{1}{m} [n''(\dot{x}' - \dot{x}) - (c'' + k)x + c''x' + kh(t)]; \\ \dot{x}' &= \frac{1}{n' + n''} [n'\dot{z} + n''\dot{x} + c'z + c''x - (c' + c'')x']. \end{aligned} \right\} (1)$$

Дополним обозначения, принятые в предыдущих работах при переходе к машинным уравнениям, еще одним —

$$x' = a_{x'} \bar{x}'.$$

Полагая $a_z = a_x = a_{x'} = a_h$, получим машинные уравнения колебаний автомобиля в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{z}} &= \bar{\zeta}; \\ \dot{\bar{\zeta}} &= \alpha'(\dot{\bar{x}}' - \bar{\zeta}) - \beta\bar{z} + \beta\bar{x}'; \\ \dot{\bar{x}} &= \bar{\xi}; \\ \dot{\bar{\xi}} &= \alpha''(\dot{\bar{x}}' - \bar{\xi}) - \beta'\bar{x} + \beta''\bar{x}' + \gamma\bar{h}(t); \\ \dot{\bar{x}}' &= \delta'\bar{\zeta} + \delta''\bar{\xi} - \theta\bar{z} + \theta'\bar{x} + \theta''\bar{x}', \end{aligned} \right\} (2)$$

где $\alpha' = \frac{n'}{M} a_t$; $\alpha'' = \frac{n''}{m} a_t$; $\gamma = \frac{k}{m} a_t^2$;

$$\beta = \frac{c'}{M} a_t^2; \quad \beta' = \frac{c'' + k}{m} a_t^2; \quad \beta'' = \frac{c''}{m} a_t^2;$$

$$\delta' = \frac{n'}{n' + n''}; \quad \delta'' = \frac{n''}{n' + n''};$$

$$\theta = \frac{c'}{n' + n''} a_t; \quad \theta' = \frac{c''}{n' + n''} a_t; \quad \theta'' = \frac{c' + c''}{n' + n''} a_t;$$

при сжатии $n' = 0$, $n'' \neq 0$, при отбое $n' \neq 0$, $n'' = 0$.

Коэффициенты α' , α'' , δ' , δ'' — переменные, значения их меняются при переходе от сжатия к отбою и обратно в зави-

симости от изменения значений n' и n'' : при сжатии $\alpha' = 0$, $\alpha'' \neq 0$, $\delta' = 0$, $\delta'' = 1$; при отбое $\alpha' \neq 0$, $\alpha'' = 0$, $\delta' = 1$, $\delta'' = 0$. Коэффициенты θ , θ' и θ'' — постоянные, так как по условиям задачи ненулевые значения n' и n'' равны.

Блок-схема для решения уравнений (2) приведена на фиг. 2. Машинные уравнения колебаний автомобиля при обычной подвеске, имеющей только один амортизатор, и при $v=1$ были получены ранее.

Возьмем для сравнения автомобиль М-20. Рассмотрим колебания задней части этого автомобиля ($M=0,798$; $m=0,15$; $k=508$) при существующей ($c=54,6$; $n_{сж}=1,09$; $n_{от}=1,72$) и новой подвесках.

Сочетание жесткостей рессор новой подвески должно удовлетворять условию $\frac{c'c''}{c'+c''} = 54,6$.

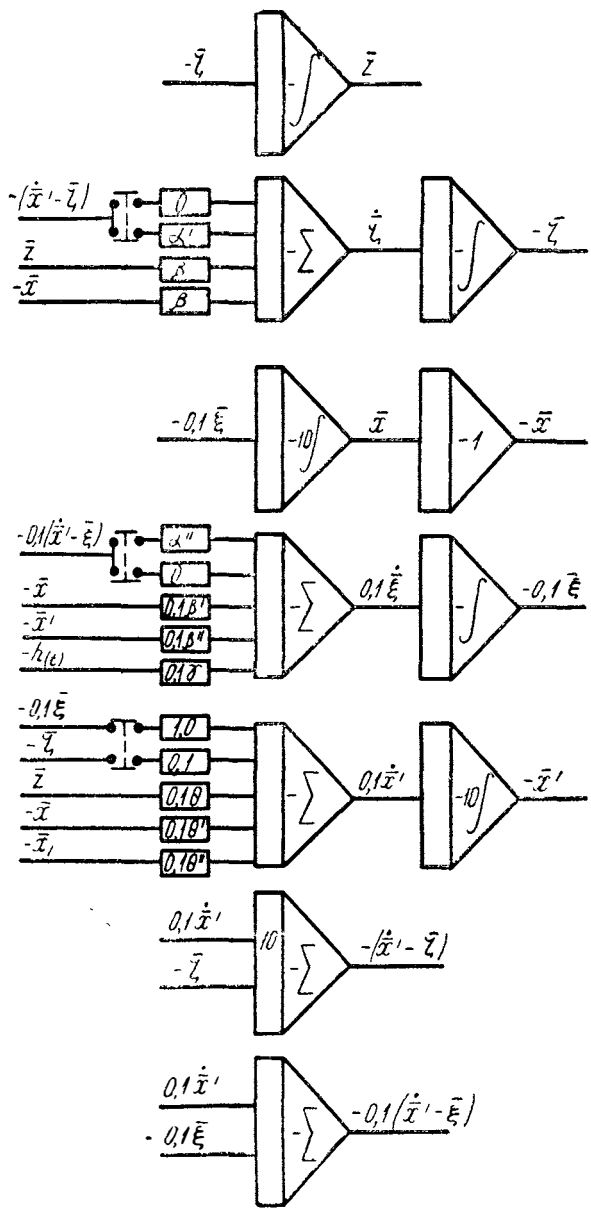
На основании предварительных расчетов на моделирующей установке определяем границы диапазона варьирования коэффициентов сопротивления амортизаторов: нижняя—1,72; верхняя—6,88. При $n'=n'' < 1,72$ в резонансных зонах сильно увеличиваются амплитуды перемещений и ускорений кузова и уменьшается интенсивность затухания, а при $n'=n'' > 6,88$ в межрезонансной и зарезонансной зонах значительно увеличиваются ускорения.

Соблюдая указанные ограничения, устанавливаем для сравнения новой подвески с существующей подвеской автомобиля М-20 шесть вариантов сочетаний c' , c'' , n' , n'' (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Варианты подвесок	c'	c''	$n'=n''$
1	109,2	109,2	1,72
2	109,2	109,2	3,44
3	109,2	109,2	6,88
4	72,8	218,4	3,44
5	72,8	218,4	6,88
6	218,4	72,8	6,88

Задаемся масштабными коэффициентами $a_z = a_x = a_{x'} = a_h = 1/10$ см/в, $a_t = 1/30$ сек. Вычисляем значения коэффициентов машинных уравнений (2) для всех шести вариантов (табл. 2).



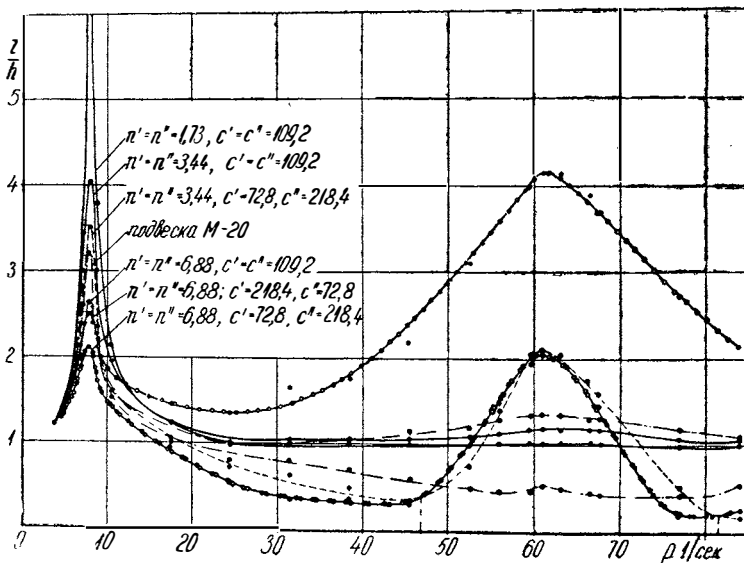
Фиг. 2.

Пользуясь моделирующей установкой МПТ-9, решаем уравнения (2) для этих вариантов, а также соответствующие уравнения для автомобиля М-20 при существующей подвеске. При этом свободные колебания изучаем для начальной отклонения кузова или оси, а вынужденные — для микропрофиля дороги косинусоидальной формы $h(t) = q (1 - \cos pt)$.

Таблица 2

Варианты подвесок	α'		α''		δ'		δ''		β	β'	β''	γ	θ	θ'	θ''
	сжатие	отбой	сжатие	отбой	сжатие	отбой	сжатие	отбой							
1	0	0,072	0,384	0	0	1	1	0	0,152	4,57	0,811	3,76	2,12	2,12	4,24
2	0	0,144	0,768	0	0	1	1	0	0,152	4,57	0,811	3,76	1,06	1,06	2,12
3	0	0,288	1,536	0	0	1	1	0	0,152	4,57	0,811	3,76	0,53	0,53	1,06
4	0	0,144	0,768	0	0	1	1	0	0,102	5,38	1,622	3,76	0,71	2,12	2,84
5	0	0,288	1,536	0	0	1	1	0	0,102	5,38	1,622	3,76	0,355	1,06	1,42
6	0	0,288	1,536	0	0	1	1	0	0,304	4,31	0,540	3,76	1,06	0,35	1,42

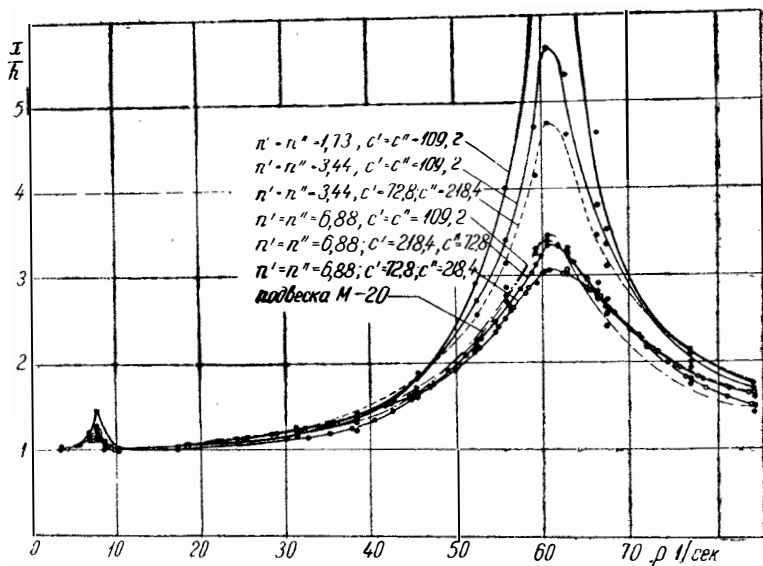
Наибольшие значения z , \ddot{z} , x , \ddot{x} , полученные в результате решений, приведены в табл. 3. По этим данным построены резонансные кривые, показанные на фиг. 3—6.



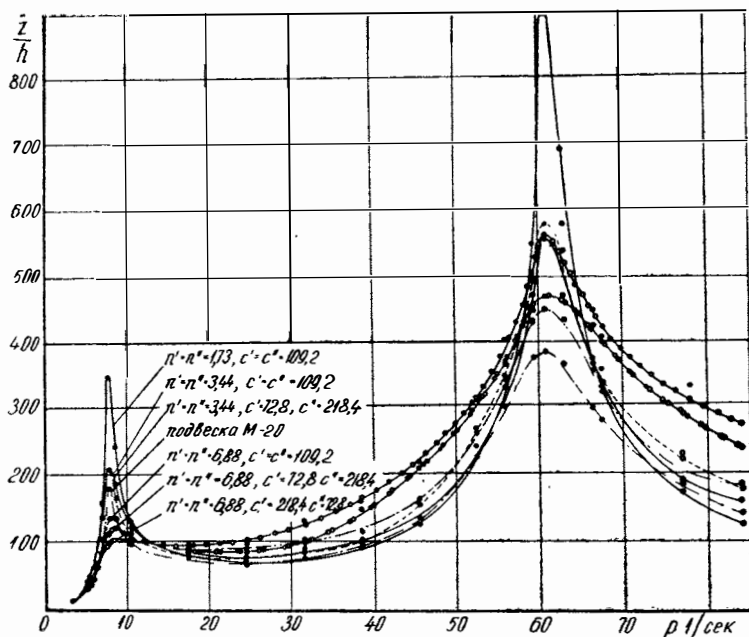
Фиг. 3.

Таблица 3

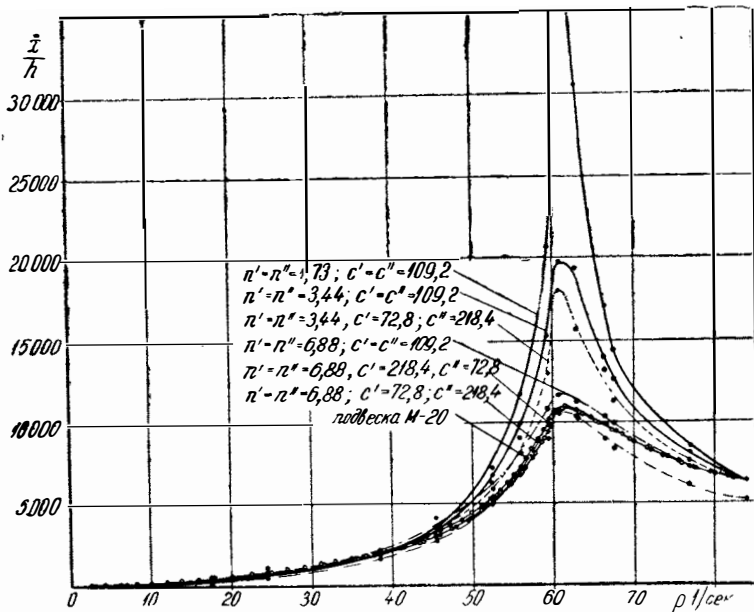
p 1/сек	$n_{сж}=1,09; n_{от}=1,72;$ $c=54,6$ (подвеска М-20)				$n'=n''=1,72;$ $c'=c''=109,2$				$n'=n''=3,44;$ $c'=c''=109,2$				$n'=n''=6,88;$ $c'=c''=109,2$				$n'=n''=3,44; c'=72,8;$ $c''=218,4$				$n'=n''=6,88; c'=72,8;$ $c''=218,4$				$n'=n''=6,88; c'=218,4;$ $c''=72,8$			
	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}	x с.м	z с.м	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{x}	$\frac{с.м}{сек^2}$ \ddot{z}
3,5	2,0	2,4	22	22	2,0	2,4	22	27	2,0	2,4	22	22	2,1	2,4	22	22	2,0	2,4	22	22	2,0	2,3	22	22	2,0	2,4	22	22
5,5	2,1	3,2	65	90	2,1	3,3	65	99	2,1	3,3	67	92	2,1	3,0	65	81	2,1	3,3	45	99	2,1	2,9	45	85	2,1	3,2	67	72
7,0	2,3	5,2	80	205	2,4	6,85	90	315	2,3	6,0	90	270	2,2	4,5	90	188	2,3	5,6	112	274	2,3	3,9	113	186	2,2	4,5	157	172
7,8	2,4	6,4	90	360	2,9	12,4	90	700	2,5	8,1	90	414	2,2	5,2	180	270	2,4	7,0	157	418	2,3	4,2	130	234	2,2	5,0	180	198
8,7	2,2	4,4	120	270	2,5	7,6	120	486	2,1	6,0	112	369	2,1	4,4	292	270	2,1	4,7	146	335	2,0	3,4	225	243	2,1	4,4	202	210
10,5	2,0	3,0	180	198	2,0	4,25	180	260	2,0	3,9	360	243	2,0	3,2	270	207	2,0	3,2	180	225	2,0	2,6	248	207	2,0	3,4	248	198
17,5	2,0	2,1	360	153	2,0	2,45	495	162	2,0	2,5	495	171	2,1	2,4	1 080	180	2,0	2,0	968	157	2,0	1,9	473	171	2,1	2,9	1 003	189
24,5	2,1	1,6	945	135	2,1	2,0	1 080	135	2,1	2,0	1 300	153	2,1	1,9	1 700	171	2,1	1,4	2 115	146	2,1	1,1	1 148	180	2,2	2,7	1 890	198
31,5	2,4	1,6	1 930	162	2,4	2,1	2 250	166	2,4	2,1	2 160	189	2,4	2,0	2 205	207	2,6	1,3	2 320	170	2,5	0,7	2 520	198	2,3	3,1	2 340	261
38,5	2,6	1,4	3 200	189	2,6	2,0	3 690	180	2,7	2,1	3 420	207	2,5	2,1	4 000	230	2,8	1,0	3 600	198	2,8	0,7	3 420	297	2,4	3,5	3 720	324
45,5	3,4	1,2	5 570	270	3,7	2,0	7 200	252	3,6	2,1	6 660	252	3,4	2,3	7 380	333	3,6	0,7	6 300	315	3,3	0,6	5 400	423	3,2	4,5	6 300	441
52,5	4,5	1,0	9 900	459	5,8	2,0	15 200	459	5,4	2,2	13 500	486	4,4	2,4	12 600	540	5,1	-1,5	11 700	531	4,3	2,0	10 800	630	4,5	6,2	10 800	634
56,0	5,5	0,9	14 400	585	8,0	2,05	23 400	666	6,8	2,2	19 800	666	5,7	2,6	16 200	693	6,3	-2,8	18 000	675	5,0	3,0	13 500	738	5,4	7,0	14 400	810
59,5	6,5	0,9	19 700	755	13,4	2,05	41 400	1098	9,4	2,3	30 600	900	6,6	2,7	21 600	864	8,3	-3,9	26 100	990	5,8	4,1	18 900	945	6,2	8,0	18 000	990
60,9	6,9	-1,1	21 100	774	20,0	2,05	72 000	1800	11,2	2,4	39 600	1116	6,8	2,7	23 400	900	9,5	-4,2	36 100	1160	6,1	-4,1	21 600	945	6,7	8,3	21 870	1125
63,0	6,5	-1,0	20 620	736	16,4	2,05	61 200	1386	10,6	2,4	38 800	1080	6,6	2,7	22 500	864	9,2	-4,2	31 500	1160	6,1	-4,1	20 700	945	6,5	8,2	21 600	1080
66,5	5,4	0,9	18 000	603	9,2	2,05	34 200	756	7,6	2,3	27 900	756	5,6	2,6	20 700	720	6,9	-3,5	26 290	740	5,5	-3,8	19 800	850	5,8	7,6	19 980	900
67,6	4,8	0,8	17 100	567	7,0	2,0	28 800	657	6,7	2,3	25 200	680	5,2	2,6	19 800	657	6,2	-2,9	22 500	720	5,1	-3,4	18 900	810	5,4	6,8	18 900	810
77,0	3,5	0,8	12 120	378	4,3	2,0	17 100	350	4,2	2,1	16 200	378	4,0	2,3	14 400	450	4,3	-0,4	15 300	468	3,9	-1,0	14 400	594	3,6	5,5	14 400	675
84,0	2,8	1,1	10 300	288	3,5	2,0	12 600	252	3,4	2,1	12 600	324	3,2	2,2	12 600	378	3,5	0,5	12 600	365	3,2	0,3	12 600	486	3,0	4,3	12 600	553



Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

На фиг. 7 приведены осциллограммы свободных колебаний, а на фиг. 8 — вынужденных; в нижней части каждой осциллограммы показан профиль дороги.

Исследуя полученные результаты отмечаем следующее:

Собственные колебания. 1. Характер собственных колебаний автомобиля при предложенной конструкции подвески в значительной степени зависит от сочетаний жесткостей верхних и нижних рессор. При $c' = c'' = 109,2$ кг/см колебания кузова и оси для всех значений n' и n'' имеют такой же характер, как и при существующей конструкции (подвеска М-20).

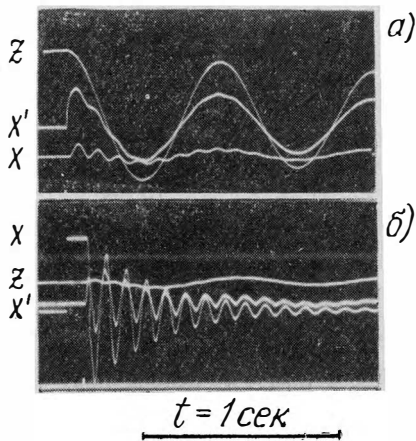
При разных же значениях c' и c'' характер колебаний кузова резко меняется. Например, при начальном подъеме оси наблюдается следующее: при существующей подвеске колебательное движение кузова начинается с движения вниз, а при предложенной подвеске, если $c' = 218,4$ и $c'' = 72,8$, кузов сперва движется вверх, причем амплитуда первого полупериода колебаний достигает значительной величины. При обратном же сочетании жесткостей рессор ($c' = 72,8$; $c'' = 218,4$) кузов движется сперва вниз, причем амплитуда первого полупериода колебаний оказывается намного меньшей, чем в пер-

вом случае. Такой характер колебаний кузова связан с особенностью рассматриваемой подвески, когда верхний амортизатор работает только при ходе отбоя, а нижний — только при ходе сжатия.

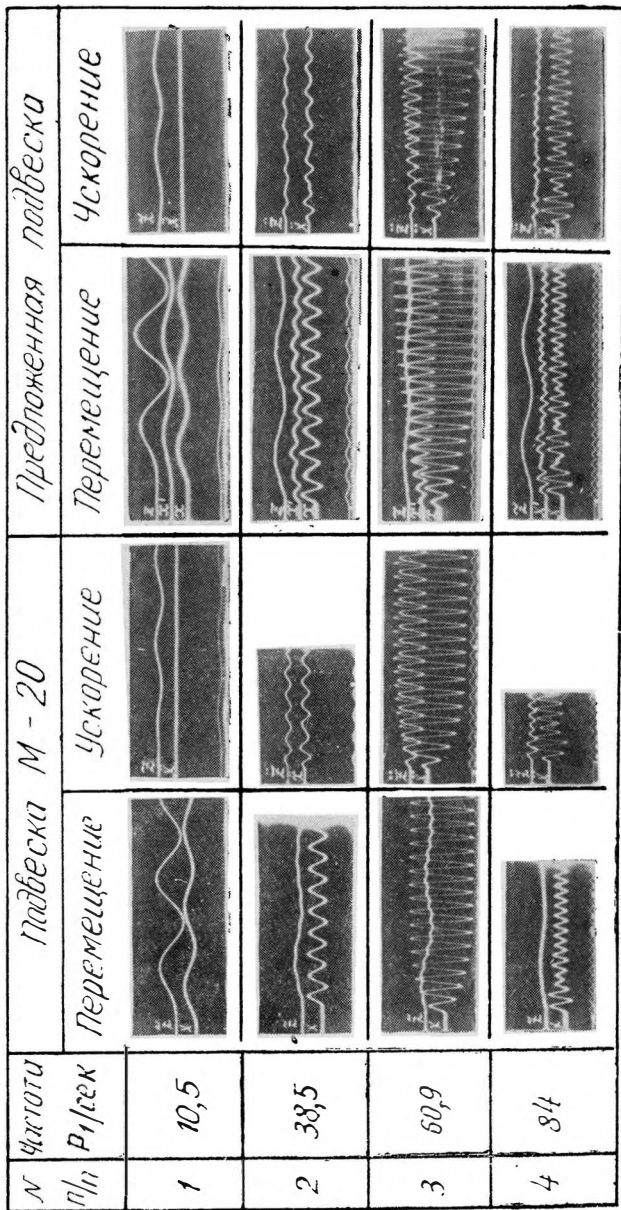
В течение первого полупериода колебаний кузова, когда высокочастотная составляющая колебаний оси еще достаточно велика, происходит несколько ходов сжатия и отбоя. В первом случае ($c' = 218,4$; $c'' = 72,8$) воздействие оси на кузов сильнее при ходе сжатия, чем при ходе отбоя. При движении оси вверх в процессе хода сжатия движение оси интенсивно передается кузову благодаря большой жесткости верхней рессоры и усилению действия нижней рессоры амортизатором. При обратном же движении оси, когда совершается ход отбоя, ось намного меньше влияет на движение кузова из-за малой жесткости нижней рессоры, не подкрепленной действием нижнего амортизатора. Во втором случае ($c' = 72,8$; $c'' = 218,4$) происходит обратное: при ходе отбоя ось усиленно тащит кузов вниз (нижняя рессора имеет большую жесткость, а жесткость верхней рессоры подкреплена действием верхнего амортизатора), а при ходе сжатия ось оказывает небольшое влияние на дальнейшее движение кузова (верхняя рессора имеет малую жесткость, верхний амортизатор выключен).

2. Характер колебаний межрессорной пластинки также зависит от сочетаний c' и c'' . Если $c' = c''$, то при начальном подъеме кузова пластинка в основном колеблется с собственной частотой кузова, а при начальном подъеме оси — с собственной частотой оси. При $c' \neq c''$ колебания пластинки имеют более сложный характер, причем на них низкочастотная составляющая колебаний кузова сказывается наиболее сильно.

На фиг. 7 приведены осциллограммы собственных колебаний кузова, оси и межрессорной пластинки при двух начальных условиях: начальном подъеме кузова (фиг. 7,а) и



Фиг. 7.



$$T = 1 \text{ сек}$$

Фиг. 8.

начальном подъеме оси (фиг. 7,б). Осциллограммы показаны для случая $c' = c'' = 109,2$ и $n' = n'' = 1,72$ кг·сек/см.

Вынужденные колебания. 1. Результаты исследований вынужденных колебаний, приведенные в табл. 3 и на фиг. 3—6, получены при рассмотрении неустановившихся вынужденных колебаний включительно до их перехода в установившиеся, причем в зависимости от значения условной частоты дорожных неровностей p этот переход имеет место после переезда автомобилем от 10 до 100 неровностей.

2. В межрезонансной и зарезонансной зонах кузов и ось в зависимости от значения p получают наибольшие перемещения после переезда автомобилем от одной до трех неровностей. В резонансных же зонах там, где имеется увеличение перемещений кузова или оси (для оси только в высокочастотной зоне (фиг. 4); для кузова же в низкочастотной зоне (фиг. 3), а для трех вариантов рассматриваемой подвески также и в высокочастотной зоне), наибольшие перемещения получаются после переезда автомобилем от 7 до 10 неровностей, в результате постепенного сильного раскачивания.

3. Три варианта изучаемой подвески, которые приводят к увеличению перемещений кузова также и в зоне высокочастотного резонанса (в табл. 1 они обозначены номерами 4; 5 и 6), охватывают все рассмотренные случаи, когда $c' \neq c''$. При этом особенно резкое увеличение наибольших перемещений кузова наблюдается для варианта 6 ($c' = 72,8$; $c'' = 218,4$; $n' = n'' = 6,88$).

4. В зарезонансной зоне колебания кузова имеют одинаковый характер для обеих конструкций подвески; на осциллограммах (фиг. 8) заметна только низкочастотная составляющая колебаний, амплитуда которых при предложенной подвеске возрастает с увеличением разности между жесткостями верхней и нижней рессор. Высокочастотная же составляющая колебаний кузова обнаруживается только на кривых ускорений, где имеет преобладающее значение по сравнению с низкочастотной.

5. В зарезонансной зоне в колебаниях оси частично наблюдаются биения (фиг. 8). Существующая подвеска дает только один цикл биения — в начале колебаний, после чего колебания устанавливаются при несколько уменьшенных амплитудах. При предложенной подвеске на осциллограммах может иметься несколько циклов биения в зависимости от параметров подвески. Так, например, для варианта 1 получается пять циклов; с увеличением коэффициента сопротивления амортизаторов количество циклов уменьшается: при

$n' = n'' = 3,44$ имеем всего два цикла, а при $n' = n'' = 6,88$ — только один.

6. Сильное увеличение наибольших значений ускорений оси в зоне высокочастотного резонанса, наблюдаемое при существующей подвеске, оказывается еще более резким для большинства вариантов рассматриваемой подвески. При переходе в зарезонансную зону эти ускорения уменьшаются, оставаясь больше соответствующих значений для межрезонансной зоны. Значения наибольших ускорений оси уменьшаются при увеличении значений $n' = n''$, а также при переходе от варианта с равными значениями c' и c'' к варианту с различными значениями этих величин.

7. Ранее было установлено, что несимметричность амортизаторов обычных подвесок ведет к смещению нулевой линии колебаний кузова (вниз, если $n_{от} > n_{сж}$, и вверх, если $n_{сж} > n_{от}$), причем величина смещения, возрастая с увеличением p , достигает наибольшего значения при высокочастотном резонансе и затем уменьшается. Так как характеристики амортизаторов рассматриваемой подвески имеют одинаковые значения ($n' = n''$), то могло казаться, что при работе такой подвески нулевая линия колебаний кузова в зависимости от p смещаться не будет. Однако решения на моделирующей установке показали, что при $c' \neq c''$ это предположение не оправдывается. При $c' < c''$ смещение происходит так же, как у подвески М-20, имеющей $n_{от} > n_{сж}$, а при $c' > c''$ так же, как у подвески, имеющей $n_{от} < n_{сж}$.

Объясняя этот результат, вспомним, что, хотя характеристики амортизаторов рассматриваемой подвески одинаковы, но один из амортизаторов работает только при отбое, а другой только при сжатии. Поэтому, если жесткость верхней рессоры меньше, чем нижней ($c' < c''$), то верхний амортизатор, работающий при отбое, гася действие своей рессоры, оказывается по сравнению с ней более сильным, чем нижний амортизатор (работающий при сжатии) по сравнению со своей рессорой, то есть как бы воссоздаются условия, имеющиеся у подвески М-20 ($n_{от} > n_{сж}$). Аналогично можно объяснить одинаковый характер смещения нулевой линии при $n_{от} < n_{сж}$ и $c' > c''$.

8. Резонансные характеристики перемещений и ускорений кузова (фиг. 3 и 5) показывают, что в зоне низкочастотного резонанса варианты 3; 5 и 6 исследуемой подвески имеют преимущество перед существующей, так как для этих вариантов наибольшие значения перемещений и ускорений кузова оказались меньше соответствующих значений для подвески

М-20. Однако для зоны высокочастотного резонанса преобладающее преимущество оказывается на стороне подвески М-20; перемещения и ускорения кузова при этой подвеске наименьшие сравнительно со всеми шестью вариантами рассматриваемой подвески. В межрезонансной и зарезонансной зонах подвеска М-20 дает в отношении перемещений и ускорений кузова также сравнительно хорошие результаты. Только два варианта рассматриваемой подвески (4 и 5) дают в этих зонах несколько меньшие значения для перемещений кузова, чем подвеска М-20, но зато в высокочастотной зоне перемещения кузова для этих же вариантов имеют очень большие значения, превышая более чем в четыре раза соответствующие значения перемещений при подвеске М-20.

9. Резонансные характеристики перемещений и ускорений оси (фиг. 4 и 6) также не дают преимуществ ни одному из шести вариантов рассматриваемой подвески сравнительно с подвеской М-20. Для всех зон подвеске М-20 соответствуют наименьшие значения ускорений оси или почти совпадающие с ними; такая же картина наблюдается и для перемещений, за исключением небольшого участка высокочастотной зоны, где для вариантов 5 и 6 рассматриваемой подвески значения наибольших перемещений оси оказываются меньшими, чем для подвески М-20. Однако незначительные размеры этого участка и небольшая разница в значении перемещений (не превышающая в местах наибольшего отклонения 10—12%) дают основание считать в отношении перемещений и ускорений оси показатели подвески М-20 лучшими по сравнению со всеми шестью вариантами рассматриваемой подвески.

10. Переломы в вершинах кривых осциллограмм ускорений кузова и оси для рассматриваемой подвески (фиг. 8) свидетельствуют о дополнительных ударных явлениях в колебаниях автомобиля, которые появляются при замене подвески М-20 рассматриваемой. Эти переломы приобретают более резкий характер с увеличением коэффициента сопротивления амортизаторов и разности жесткостей рессор c' и c'' .

11. Предложенная подвеска несколько увеличивает размеры области отрыва колес от дороги сравнительно с существующей. Так, например, при $h = 2$ см имеем: для подвески М-20 $p_{\text{нижн}} = 52,5$, $p_{\text{верхн}} = 67,6$; для варианта 6 предложенной подвески $p_{\text{нижн}} = 52,5$, $p_{\text{верхн}} = 75$. Остальные варианты новой подвески также увеличивают эту область.

Заключение. Предложенная подвеска, несмотря на сложность ее конструкции, не имеет никаких преимуществ перед существующей, но обладает многими недостатками; при дви-

жении с разными скоростями она изменяет колебания автомобиля в сторону увеличения наибольших перемещений и ускорений кузова и осей; эта подвеска способствует возникновению дополнительных толчков в процессе колебаний автомобиля; она увеличивает также размеры области отрыва колеса от дороги.

Резонансные характеристики подвески М-20 имеют более плавные переходы между зонами, и кривые этих характеристик почти во всех зонах располагаются ниже кривых шести предложенных вариантов амортизаторов.

Результаты исследований показывают безусловную целесообразность применения предложенной подвески и еще раз убеждают в сравнительно высоких качествах задней подвески автомобиля М-20.

СОДЕРЖАНИЕ

Б. И. Морозов, И. К. Пчелин, А. А. Хачатуров, А. Л. Шеф. Исследование влияния одноосного прицепа	3
Б. И. Морозов, И. К. Пчелин, А. А. Хачатуров, А. Л. Шеф. Исследование влияния двухосного прицепа	29
И. А. Оганесова, Н. С. Тарарощенко. Методика моделирования на установке МПТ-9 торможения двухзвенного автопоезда	40
Б. И. Морозов, И. К. Пчелин, А. А. Хачатуров, А. Л. Шеф. О расчете методом электро моделирования процесса экстренного торможения автопоезда	47
И. А. Оганесова, Н. С. Тарарощенко. Получение на установке МПТ-9 качественной характеристики движения клапана дизеля ЯМЗ-236	68
Г. П. Григорян, А. А. Хачатуров. Колебания легкового автомобиля при симметричной и несимметричной характеристиках амортизаторов	75
Г. П. Григорян, А. А. Хачатуров. Влияние различных сочетаний коэффициентов сопротивления амортизаторов на вынужденные колебания автомобиля	98
Г. П. Григорян, А. А. Хачатуров. Колебания автомобиля, движущегося по дороге нерегулярного микропрофиля	107
Г. П. Григорян, А. А. Хачатуров. Сравнительный анализ методом электро моделирования колебаний автомобиля для двух конструкций подвески	117

МЕХАНИКА АВТОМОБИЛЯ

Методика и результаты исследований
с применением математических машин

Сборник второй

Ответственный редактор А. А. Липгарт
Научный редактор Д. Б. Гельфгат. Редактор С. В. Стрекалов
Техн. редактор Т. И. Дегожская. Корректор С. М. Печникова
Л 56051. Подп. к печ. 22/VI 1962 г. Зак. 114. Форм. бум. 60×90 1/16
Печ. л. 8,25+1 вклейка. Уч.-изд. л. 7,8. Тир. 700 экз. Цена 55 коп.
Типография НАМИ. Москва, А-438, Автомоторная ул., 2.

Замеченные опечатки

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
4	вторая снизу	где $F_{\varphi} =$	где $F(\varphi) =$
5	формула (2)	$\varphi(x)$	$f(x)$
71	четвертая сверху	z_1	z_1
99 табл. 3	графа 3, вторая сверху	0,720	0,072
99 табл. 3	графа 5, первая сверху	0,210	0,021
99 табл. 3	графа 5, вторая сверху	0,970	0,097
110	формула (4)	$\alpha_i = \frac{n_i}{M_i} a_i$	$\alpha_i = \frac{n_i}{m_i} a_i$
116 табл. 2	графа 2, вторая сверху	0,800	0,180
121	вторая блок-схе- мы	\bar{x}	\bar{x}'
121	четвертая блок- схемы	\bar{x}	\bar{x}

Цена 55 коп.