

МИНИСТЕРСТВО МАШИНОСТРОЕНИЯ СССР

**Н А М И**

**В Ы П У С К**

**71**

**ИССЛЕДОВАНИЕ  
УСТОЙЧИВОСТИ  
АВТОМОБИЛЯ**

**М А Ш Г И З · 1953**

МИНИСТЕРСТВО МАШИНОСТРОЕНИЯ СССР  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
АВТОМОБИЛЬНЫЙ И АВТОМОТОРНЫЙ ИНСТИТУТ  
НАМИ

---

ВЫПУСК 71

ИССЛЕДОВАНИЕ  
УСТОЙЧИВОСТИ  
АВТОМОБИЛЯ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОЙ И СУДОСТРОИТЕЛЬНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Москва 1953

## Авторы выпуска

*Д-р техн. наук Я. М. ПЕВЗНЕР*  
*и канд. техн. наук А. М. ГОРЕЛИК*

В выпуске рассмотрено влияние кинематической схемы и конструктивных параметров подвески на устойчивость автомобиля.

В первой статье дана зависимость бокового крена кузова при повороте автомобиля от кинематической схемы и конструктивных параметров подвески, предложены методы расчетного определения угла крена и испытания автомобиля на боковой крен.

Во второй статье рассмотрено влияние поперечных колебаний кузова, наклона колес к плоскости дороги и поворота неразрезной оси в плоскости дороги на устойчивость автомобиля, приведены полученные условия устойчивости с учетом влияния конструкции подвески на увод.

Работа предназначена для инженеров-конструкторов и научно-исследовательских работников автомобильной промышленности.

### Редакционная коллегия:

Директор НАМИ канд. техн. наук А. В. ОСИПЯН—ответственный редактор,  
инж. Я. Г. ЗИЛЬБЕРБЕРГ—секретарь

### Члены редколлегии:

Д-р техн. наук проф. Н. Р. БРИЛИНГ, д-р техн. наук проф. Г. Г. КАЛИШ,  
д-р техн. наук И. С. МЕЗИН, д-р техн. наук проф. Я. М. ПЕВЗНЕР,  
д-р техн. наук К. С. РАМАЙЯ, д-р техн. наук М. М. ХРУЩЕВ,  
кандидаты техн. наук  
Н. Н. БРЫЗГОВ, И. С. КОЗЛОВСКИЙ и И. И. ЛЫТКИН

*Д-р техн. наук Я. М. ПЕВЗНЕР  
и канд. техн. наук А. М. ГОРЕЛИК*

## **БОКОВОЙ КРЕН АВТОМОБИЛЯ**

В статье рассмотрена зависимость бокового крена кузова при повороте автомобиля от кинематической схемы и конструктивных параметров подвески. Предложены методы расчетного определения угла крена и испытания автомобиля на боковой крен.

На основании проведенного исследования предложен способ подбора стабилизатора.

Работа предназначена для инженеров-конструкторов и научно-исследовательских работников автомобильной промышленности.

### **ВВЕДЕНИЕ**

При повороте автомобиля его кузов под влиянием инерционных сил наклоняется в поперечной плоскости. При больших углах крена снижается удобство управления автомобилем и ухудшается комфортабельность. Следовательно, величина бокового крена является одним из факторов, определяющих комфортабельность автомобиля.

Угол бокового крена будет тем больше, чем мягче подвеска автомобиля. В то же время развитие конструкции подвески характеризуется постепенным снижением вертикальной жесткости для увеличения плавности хода автомобиля.

В связи со снижением жесткости подвески и увеличением углов крена, теоретическим и экспериментальным исследованиям бокового крена за последние годы уделяется много внимания [1], [4].

В настоящей статье приведены некоторые результаты исследований, проводившихся в НАМИ, начиная с 1948 г. При исследовании были поставлены следующие основные задачи:

а) разработка методики расчетного определения углов крена в зависимости от конструктивных параметров автомобиля и, в частности, его подвески;

б) разработка методики испытания автомобиля на боковой крен, т. е. методики экспериментального определения углов крена в условиях движения.

Расчет углов крена, приведенный в данной статье, должен облегчить проектирование подвески и подбор стабилизаторов. При отсутствии такого расчета стабилизаторы можно подбирать лишь экспериментально.

Опубликованные до сих пор методы расчета углов крена не дают вполне удовлетворительных результатов, так как в них не учтено влияние некоторых важных факторов, в частности, упругости шин и смещения центра тяжести кузова при боковом крене.

Разработанный метод испытания автомобиля на боковой крен может быть использован при доработке конструкции подвески и для оценки испытываемого автомобиля в отношении крена. При испытании по этому методу не требуется специальная аппаратура и можно определять углы крена с достаточной для практики точностью.

Как метод расчета, так и метод испытаний применяют в НАМИ.

## ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ

На фиг. 1 показаны силы, действующие при боковом крене кузова во время поворота автомобиля. Поворот кузова осуществляется относительно оси  $O_n O_z$ , называемой осью крена. Положение центров крена  $O_n$  и  $O_z$  определяется кинематической схемой подвески и может быть найдено графически [2], [3].

Точкой  $K$  обозначен центр тяжести поддрессоренных масс автомобиля при отсутствии крена. Перпендикуляр, опущенный из центра тяжести, пересекает ось крена в точке  $D$ . При крене кузова на некоторый угол центр тяжести займет новое положение  $K_1$ .

Угол  $KDK_1$  поворота кузова вокруг оси крена, отсчитываемый от вертикальной плоскости, обозначим через  $\alpha'$ . Проекцию этого угла на вертикальную плоскость, перпендикулярную продольной оси симметрии автомобиля, будем называть углом крена кузова и обозначим  $\alpha$ . Углы  $\alpha$  и  $\alpha'$  связаны соотношением:

$$\operatorname{tg} \alpha' = \operatorname{tg} \alpha \cos \gamma,$$

где  $\gamma$  — угол наклона оси крена к горизонтали.

Так как угол  $\gamma$  не превышает  $8^\circ - 10^\circ$ , можно принять  $\cos \gamma = 1$  и  $\alpha = \alpha'$ .

В центре тяжести  $K_1$  приложены сила тяжести поддрессоренных масс  $G_k$  и сила инерции  $J'_z$ , возникающая при повороте автомобиля. Силой тяжести и силами инерции неподдрессоренных масс пренебрегаем вследствие их незначительного влияния на боковой крен кузова.

На фиг. 1 дана схема бокового крена кузова в предположении, что колеса автомобиля являются жесткими в радиальном направлении. В действительности, вследствие упругости шин они деформируются в радиальном направлении, причем деформация внешнего, более нагруженного колеса превышает деформацию колеса внутреннего, менее нагруженного. Это обстоятельство приводит к увеличению бокового крена кузова.

В то время как при жестких колесах (см. фиг. 1) положение системы характеризовалось одним углом  $\alpha$ , при упругих колесах (фиг. 2) оно характеризуется уже тремя углами:  $\alpha$ ,  $\alpha_{n.ш}$ ,  $\alpha_{з.ш}$ . Под углом  $\alpha_{з.ш}$  ( $\alpha_{n.ш}$ ) понимается угол, который образует с горизонтальной плоскостью прямая  $e_3e_3$  ( $e_n e_n$ ), проведенная через центры правого и левого задних (передних) колес.

Поворот прямой  $e_3e_3$  осуществляется относительно центра вращения  $\varepsilon_3$ , расположенного на поверхности дороги; вместе с поворотом прямой  $e_3e_3$  поворачивается и прямая  $\varepsilon_3 O_3$ , и центр крена занимает новое положение  $O'_3$ .

Аналогично центр крена  $O_n$  перемещается в положение  $O'_n$ , а ось крена занимает положение  $O'_n O'_3$ .

При установившемся движении автомобиля на повороте постоянного радиуса, т. е. при постоянной силе  $J'_z$ , постоянным будет и угол крена  $\alpha$ . Для определения этого угла наиболее удобно пользоваться принципом возможных перемещений.

Применение принципа возможных перемещений позволяет не рассматривать реакций связи между отдельными частями системы, что значительно облегчает исследование и делает его применимым к любым схемам подвесок.

Согласно принципу возможных перемещений необходимое и достаточное условие равновесия системы, подчиненной идеальным связям, заключается в равенстве нулю суммы работ задаваемых сил на любом возможном перемещении системы из рассматриваемого ее положения. В рассматриваемом случае положение системы определяется тремя обобщенными координатами ( $\alpha$ ,  $\alpha_{n.ш}$ ,  $\alpha_{з.ш}$ ), в соответствии с чем могут быть заданы и возможные перемещения

Дадим углу  $\alpha$  дополнительное приращение  $\delta\alpha$  (оставляя углы  $\alpha_{n.ш}$  и  $\alpha_{з.ш}$  неизменными) и определим работу всех заданных сил (в том числе сил упругости и сил инерции) на этом перемещении.

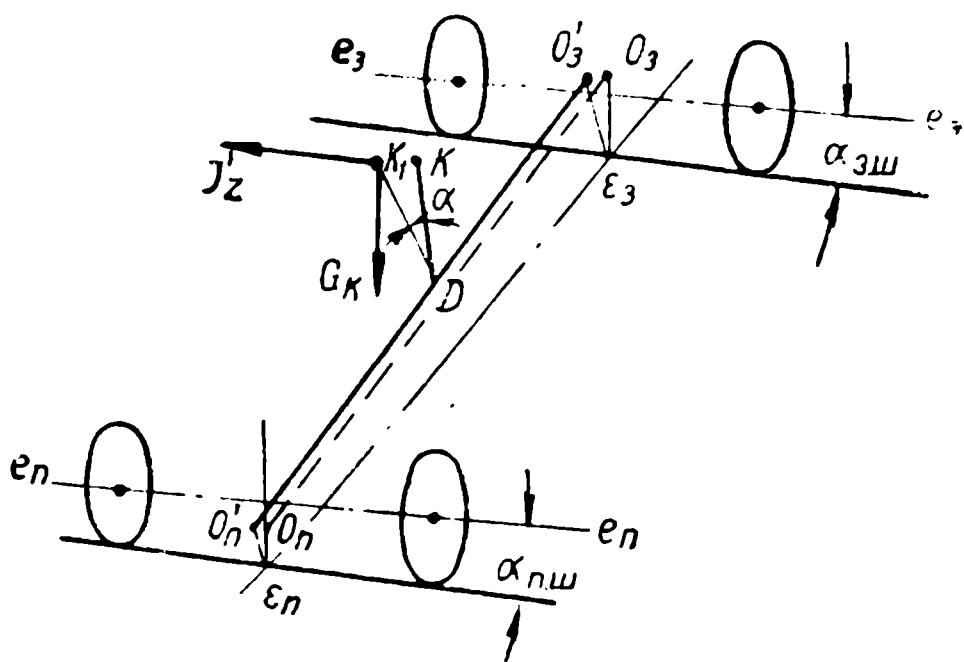
При повороте кузова на угол  $\delta\alpha$  центр тяжести  $K_1$  получает перемещение  $h_0 \delta\alpha$  в плоскости  $KDK_1$ , перпендикулярной оси крена, где  $h_0$  — расстояние от центра тяжести до оси крена (фиг. 3).

Это перемещение может быть разложено на три составляющие: горизонтальную составляющую, перпендикулярную продольной оси автомобиля,

$$\delta Z = h_0 \cdot \delta\alpha \cdot \cos \alpha \approx h_0 \cdot \delta\alpha;$$

вертикальную составляющую

$$\delta Y = h_0 \cdot \delta\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \approx h_0 \alpha \cdot \delta\alpha;$$



Фиг. 2. Влияние упругости шин на боковой крен кузова.

горизонтальную составляющую; параллельную продольной оси автомобиля,

$$\delta X = h_0 \cdot \delta \alpha \sin \alpha \sin \gamma \approx h_0 \cdot \alpha \cdot \gamma \delta \alpha.$$

В соответствии с этим работа силы  $J'_z$

$$L_J = J'_z h_0 \delta \alpha.$$

Работа силы  $G_K$

$$L_G = G_K \cdot h_0 \cdot \alpha \cdot \delta \alpha.$$

Работу сил упругости рессор и стабилизатора передней подвески можно выразить следующим образом:

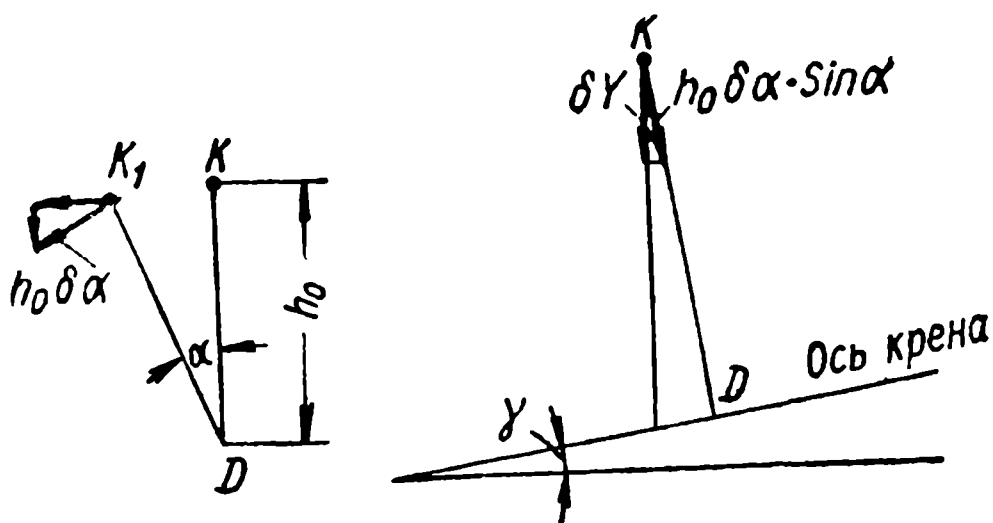
$$L_{n.o} = -M_{n.o} \cdot \delta \alpha_{n.p} = - (c'_{n.p} + c'_{n.c}) \alpha_{n.p} \cdot \delta \alpha_{n.p},$$

где  $M_{n.o}$  — воздействующий на подрессоренные массы момент упругих сил рессор и стабилизатора передней подвески;

$\alpha_{n.p}$  — угол поворота кузова относительно прямой  $e_n e_n$  (см. фиг. 2), определяющий угловую деформацию подвески;

$c'_{n.p}$  — угловая жесткость рессор передней подвески;

$c'_{n.c}$  — угловая жесткость стабилизатора передней подвески.



Фиг. 3. Перемещение центра тяжести при дополнительном крене.

Работа  $L_{n.o}$  имеет отрицательный знак, так как перемещения направлены противоположно упругим силам.

Очевидно,

$$\begin{aligned} \alpha_{n.p} &= \alpha - \alpha_{n.ш}, \\ \delta \alpha_{n.p} &= \delta \alpha - \delta \alpha_{n.ш}. \end{aligned}$$

Так как угол  $\alpha_{n.ш}$  при перемещении  $\delta \alpha$  остается неизменным, имеем

$$\begin{aligned} \delta \alpha_{n.p} &= \delta \alpha, \\ L_{n.o} &= - (c'_{n.p} + c'_{n.c}) (\alpha - \alpha_{n.ш}) \delta \alpha. \end{aligned}$$

Аналогичным образом получим

$$L_{z.o} = - (c'_{z.p} + c'_{z.c}) (\alpha - \alpha_{z.ш}) \delta \alpha,$$

где  $L_{z.o}$  — работа сил упругости рессор и стабилизатора задней подвески.

Уравнение работ принимает вид

$$L_J + L_G + L_{n.o} + L_{z.o} = 0$$

или

$$J'_z \cdot h_0 + G_K h_0 \alpha - (c'_{n.p} + c'_{n.c}) (\alpha - \alpha_{n.ш}) - (c'_{z.p} + c'_{z.c}) (\alpha - \alpha_{z.ш}) = 0. \quad (1)$$

Дадим углу  $\alpha_{n.ш}$  приращение  $\delta\alpha_{n.ш}$ , оставляя углы  $\alpha$  и  $\alpha_{з.ш}$  неизменными. При этом центр крена  $O'_n$  получит перемещение  $h_n\delta\alpha_{n.ш}$ , где  $h_n$  — высота центра крена над поверхностью дороги (фиг. 4).

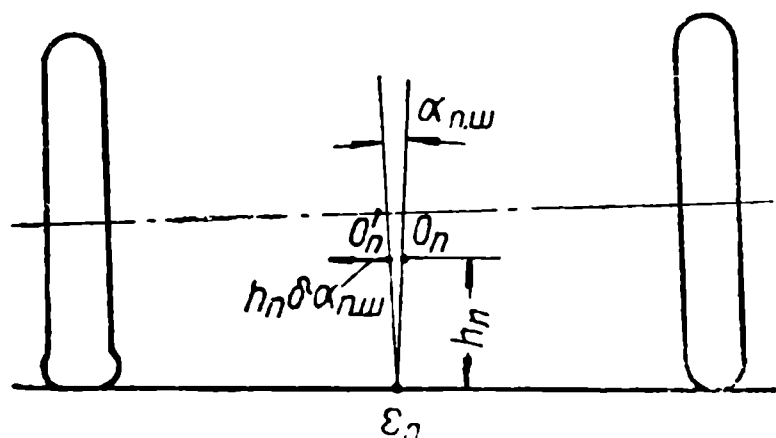
Горизонтальная составляющая этого перемещения

$$\delta Z_n = h_n \delta\alpha_{n.ш} \cdot \cos \alpha_{n.ш} \approx h_n \cdot \delta\alpha_{n.ш};$$

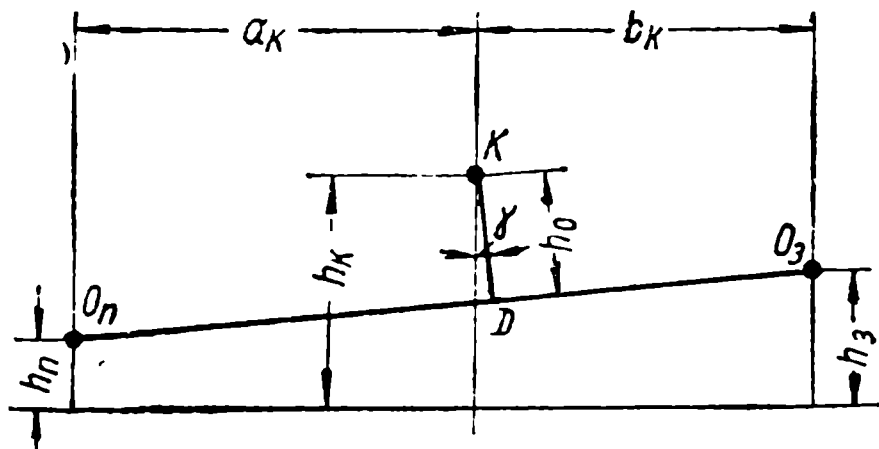
вертикальная составляющая

$$\delta Y = h_n \delta\alpha_{n.ш} \cdot \sin \alpha_{n.ш} \approx h_n \alpha_{n.ш} \delta\alpha_{n.ш}.$$

Вследствие смещения центра крена  $O'_n$  соответственно сместится ось крена и кузов автомобиля.



Фиг. 4. Перемещение центра крена при деформации шин.



Фиг. 5. Схема для определения расстояния от центра тяжести до оси крена.

Горизонтальное смещение центра тяжести  $K_1$  в направлении, перпендикулярном продольной оси автомобиля,

$$\delta Z_n \cdot \frac{b_k}{L} = h_n \frac{b_k}{L} \delta\alpha_{n.ш},$$

где  $L$  — база автомобиля;

$b_k$  — расстояние от центра тяжести поддрессоренных масс до задней оси (фиг. 5).

Отношение  $\frac{b_k}{L}$  можно с большой точностью считать независимым от угла крена.

Вертикальное смещение центра тяжести  $K_1$  будет равно

$$\delta Y_n \cdot \frac{b_k}{L} = h_n \cdot \alpha_{n.ш} \frac{b_k}{L} \delta\alpha_{n.ш}.$$

Выражения для работ всех сил на перемещении  $\delta\alpha_{n.ш}$ :

Работа силы  $J'_z$

$$L_J = J'_z \frac{b_k}{L} h_n \delta\alpha_{n.ш}.$$

Работа силы  $G_k$

$$L_G = G_k \frac{b_k}{L} h_n \alpha_{n.ш} \delta\alpha_{n.ш}.$$

Работа упругих сил шин передней подвески

$$L_{ш} = -c'_{n.ш} \alpha_{n.ш} \delta\alpha_{n.ш}.$$

где  $c'_{n.ш}$  — угловая жесткость, создаваемая шинами передней подвески.

Работа упругих сил рессор передней подвески

$$L_{n.o} := (c'_{n.p} + c'_{n.c}) (\alpha - \alpha_{n.ш}) \delta \alpha_{n.ш}.$$

Приравнивая сумму работ всех сил нулю, получим второе уравнение, связывающее углы  $\alpha$ ,  $\alpha_{n.ш}$  и  $\alpha_{з.ш}$ :

$$J'_z \frac{b_k}{L} h_n + G_k \frac{b_k}{L} h_n \alpha_{n.ш} + (c'_{n.p} + c'_{n.c}) (\alpha - \alpha_{n.ш}) - c'_{n.ш} \alpha_{n.ш} = 0. \quad (2)$$

Чтобы получить третье уравнение, дадим приращение углу  $\alpha_{з.ш}$ , оставляя неизменными углы  $\alpha$  и  $\alpha_{n.ш}$ . В результате преобразований, аналогичных тем, которые были применены при выводе уравнения (2), получим:

$$J'_z \frac{a_k}{L} h_з + G_k \frac{a_k}{L} h_з \alpha_{з.ш} + (c'_{з.p} + c'_{з.c}) (\alpha - \alpha_{з.ш}) - c'_{з.ш} \alpha_{з.ш} = 0. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1), (2) и (3), можем получить выражения для углов  $\alpha$ ,  $\alpha_{n.ш}$  и  $\alpha_{з.ш}$  в зависимости от параметров автомобиля и боковой силы инерции  $J'_z$ .

В частности, для угла  $\alpha$  получим

$$\alpha = \frac{J'_z h_0 + J'_z \frac{a_k}{L} h_з \frac{c'_{з.p} + c'_{з.c}}{c'_{з.p} + c'_{з.c} + c'_{з.ш} - G_{з.к} h_з} + (c'_{з.p} + c'_{з.c}) \left( 1 - \frac{c'_{з.p} + c'_{з.c}}{c'_{з.p} + c'_{з.c} + c'_{з.ш} - G_{з.к} h_з} \right) + J'_z \frac{b_k}{L} h_n \frac{c'_{n.p} + c'_{n.c}}{c'_{n.p} + c'_{n.c} + c'_{n.ш} - G_{n.к} \cdot h_n}}{(c'_{з.p} + c'_{з.c}) \left( 1 - \frac{c'_{з.p} + c'_{з.c}}{c'_{з.p} + c'_{з.c} + c'_{з.ш} - G_{з.к} h_з} \right) - G_k \cdot h_0},$$

где  $G_{з.к} = G_k \frac{a_k}{L}$  — вес подрессоренных масс, приходящийся на задние колеса;

$G_{n.к} = G_k \frac{b_k}{L}$  — вес подрессоренных масс, приходящийся на передние колеса.

Выражение для  $\alpha$  может быть значительно упрощено, если учесть, что величина  $G_{з.к} \cdot h_з$  весьма мала по сравнению с величиной  $c'_{з.p} + c'_{з.c} + c'_{з.ш}$ , а величина  $G_{n.к} h_n$  весьма мала по сравнению с величиной  $c'_{n.p} + c'_{n.c} + c'_{n.ш}$ . Поэтому членами  $G_{з.к}$  и  $G_{n.к} \cdot h_n$  в знаменателях соответствующих дробей можем пренебречь<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Иначе говоря, пренебрегаем работой силы тяжести подрессоренных масс при перемещениях вследствие деформации шин  $\delta \alpha_{n.ш}$  и  $\delta \alpha_{з.ш}$ .

Кроме того, можно ввести в выражение для угла  $\alpha$  приведенные угловые жесткости  $c'_n$  и  $c'_z$  передней и задней подвесок.

В подвеске автомобиля угловые рессоры и стабилизатор работают параллельно, а шины по отношению к ним — последовательно. Поэтому выражения для приведенных угловых жесткостей будут

$$c'_n = \frac{(c'_{n.p} + c'_{n.c}) c'_{n.ш}}{c'_{n.p} + c'_{n.c} + c'_{n.ш}};$$

$$c'_z = \frac{(c'_{z.p} + c'_{z.c}) c'_{z.ш}}{c'_{z.p} + c'_{z.c} + c'_{z.ш}}.$$

Для угла  $\alpha$  получим после несложных преобразований

$$\alpha = \frac{J'_z}{G_\kappa} \cdot \frac{h_0 + \frac{a_\kappa}{L} h_z \frac{c'_z}{c'_{z.ш}} + \frac{b_\kappa}{L} h_n \frac{c'_n}{c'_{n.ш}}}{\frac{c'_z + c'_n}{G_\kappa} - h_0}$$

или

$$\alpha = \frac{J_z}{G_a} \cdot \frac{h_0 + \frac{a_\kappa}{L} h_z \frac{c'_z}{c'_{z.ш}} + \frac{b_\kappa}{L} h_n \frac{c'_n}{c'_{n.ш}}}{\frac{c'_a}{G_\kappa} - h_0} = \frac{J_z}{G_a} \mu, \quad (4)$$

где  $\frac{J_z}{G_a} = \frac{J'_z}{G_\kappa}$  — удельная боковая нагрузка автомобиля;

$J_z$  — боковая сила инерции, действующая на автомобиль;

$G_a$  — вес автомобиля;

$c'_a = c'_n + c'_z$  — угловая жесткость подвески автомобиля;

$\mu$  — коэффициент, характеризующий величину крена автомобиля под воздействием боковых сил.

По уравнению (4) можно определить угол крена в зависимости от удельной боковой нагрузки, если известны вес и расположение центра тяжести кузова, расположение оси крена и жесткость шин и рессор. Величину  $h_0$  подсчитываем по выражению (фиг. 5)

$$h_0 = \left( h_\kappa - \frac{a_\kappa h_z + b_\kappa h_n}{L} \right) \cdot \frac{1}{\cos \gamma} \approx h_\kappa - \frac{a_\kappa h_z + b_\kappa h_n}{L}. \quad (5)$$

### ПОПЕРЕЧНАЯ УГЛОВАЯ ЖЕСТКОСТЬ ПОДВЕСКИ

Для определения угла крена по уравнению (4) необходимо знать угловые жесткости  $c'_p$ ,  $c'_c$  и  $c'_ш$ .

Угловую жесткость рессор  $c'_p$  определяем по уравнению

$$c'_p = \frac{B^2}{4} c_p \quad (6)$$

для независимой подвески и

$$c'_p = \frac{A^2}{4} c_p \eta \quad (7)$$

для неразрезной оси.

В этих уравнениях

$c_p$  — вертикальная жесткость рессор подвески<sup>1</sup>;

$B$  — колея автомобиля;

$A$  — расстояние между рессорами неразрезной оси;

$\eta$  — коэффициент, учитывающий увеличение угловой жесткости вследствие скручивания продольных листовых рессор при поперечном крене кузова.

Эксперименты, проведенные на нескольких легковых автомобилях, показали, что величина  $\eta$  колеблется в пределах 1,05–1,25, причем бóльшая величина относится к автомобилям с малым расстоянием между рессорами.

Угловую жесткость, создаваемую шинами, можно определять по уравнению

$$c'_{ш} = \frac{B^2}{4} c_{ш}, \quad (8)$$

где  $c_{ш}$  — вертикальная жесткость шин подвески<sup>2</sup>.

Наиболее сложным является определение угловой жесткости, создаваемой поперечным стабилизатором. Схема стабилизатора со стойками показана на фиг. 6; на фиг. 7 дана схема стабилизатора автомобиля М-20 „Победа“ с обозначением основных размеров.

Введем следующие обозначения:

$P_c$  — сила, действующая на ушко стабилизатора при боковом крене (ушками стабилизатора назовем места крепления стоек к стабилизатору);

$f_c$  — вертикальное перемещение ушка стабилизатора относительно кузова при боковом крене;

$f_k$  — вертикальное перемещение колеса автомобиля относительно кузова при боковом крене;

$$\eta_{cs} = \frac{f_c}{f_k};$$

$c_n$  — жесткость резиновых подушек стойки стабилизатора;

$c_o$  — жесткость резиновой опоры (подшипника) стабилизатора;

$c'_o$  — жесткость резиновой опоры, приведенная к стойке;

$c_{рез}$  — жесткость резиновых подушек и опоры, приведенная к стойке;

$l, l_1, l_2, l_3, l_m, l_0$  и  $l_c$  — длина участков стабилизатора (фиг. 6 и 7).

<sup>1</sup> Подразумевается суммарная жесткость обеих рессор.

<sup>2</sup> Подразумевается суммарная жесткость обеих шин.

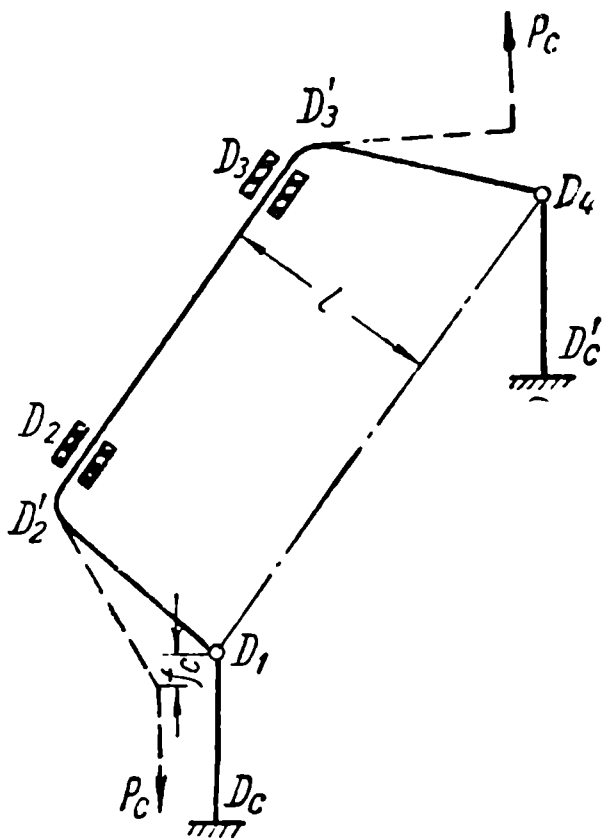
При крене кузова, вследствие изменения взаимного расположения деталей подвески, несколько изменяется плечо силы  $P_c$  относительно скручиваемой части стабилизатора  $D'_2, D'_3$ .

При расчете пренебрегаем изменением этого плеча и считаем, что оно равно расстоянию от ушков стабилизатора до прямой  $D'_2D'_3$  при отсутствии крена (величина  $l$  на фиг. 6).

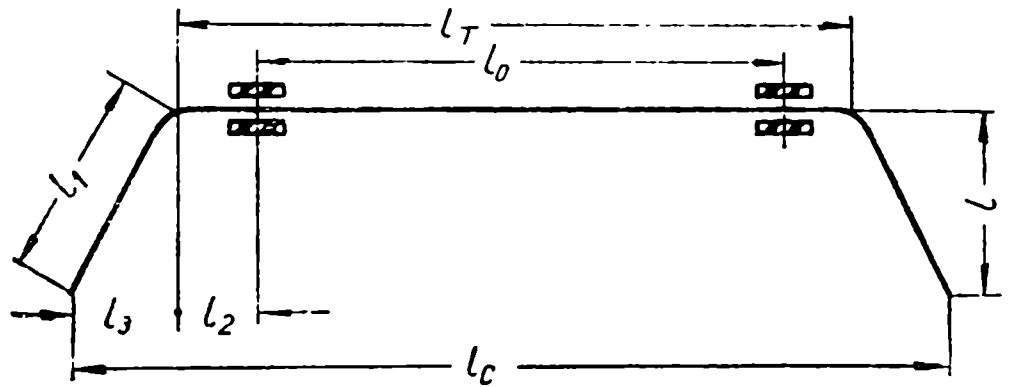
Обычно, в связи с условиями размещения на автомобиле, приходится придавать стабилизатору сложную, криволинейную форму. В расчетах принимаем, что форма стабилизатора — равнобокая трапеция.

Чтобы преодолеть сопротивление стабилизатора, необходимо при крене на угол  $\alpha$  приложить к кузову некоторый момент  $M'_c$ .

Угловая жесткость стабилизатора  $c'_c$  есть отношение момента  $M_c$ , кренящего автомобиль, к углу  $\alpha$ , причем принимаем, что другие упругие элементы (рессоры и шины) отсутствуют. Согласно принципу возможных



Фиг. 6. Схема, характеризующая принцип работы стабилизатора.



Фиг. 7. Схема стабилизатора автомобиля М-20 „Победа“:

$$l = 180; \quad l_2 = 50; \quad l_0 = 640; \quad l_c = 960; \quad l_1 = 205; \quad l_3 = 80; \\ l_T = 740; \quad d = 16,2.$$

перемещений, работа сил  $P_c$  при дополнительном перемещении  $\delta f_c$  равна работе момента  $M_c$  при дополнительном крене на угол  $\delta \alpha$

$$2P_c \delta f_c = M_c \delta \alpha.$$

Принимая во внимание, что

$$\alpha = \frac{2f_c}{B}$$

и, следовательно,

$$\delta \alpha = \frac{2}{B} \delta f_c = \frac{2}{B \eta_c} \delta f_c,$$

получим

$$c'_c = \frac{M_c}{\alpha} = \frac{P_c}{2f_c} (B \eta_c)^2. \quad (9)$$

Для определения угловой жесткости стабилизатора  $c'_c$  необходимо найти связь между силой  $P_c$  и перемещением  $f_c$  ушка стабилизатора. Величина  $f_c$  равна сумме перемещения вследствие деформации резиновых опор и подушек  $f_{рез}$  и вследствие деформации самого стабилизатора  $f'_c$ :

$$f_c = f'_c + f_{рез}. \quad (10)$$

Перемещение  $f'_c$  получается в результате скручивания участка  $l_T$  и изгиба участков  $l_1$ ,  $l_0$  и  $l_2$ . Не останавливаясь на выводе, приводим конечный результат

$$f'_c = \frac{P_c l^2 l_T}{2GJ_p} + \frac{P_c l_1^3}{3EJ} + \frac{P_c}{EJ} \cdot \frac{(l_2 + l_3)^2}{6} l_0 + \left[ (l_2 + l_3) l_2 l_3 + \frac{l_2^3}{3} \right] \frac{P_c}{EJ}, \quad (11)$$

где  $E$  — модуль упругости;

$G$  — модуль сдвига;

$J$  — момент инерции сечения;

$J_p$  — полярный момент инерции сечения.

В уравнении (11) первое слагаемое правой части определяет перемещение ушка стабилизатора вследствие скручивания участка  $l_T$ , второе — перемещение ушка вследствие изгиба участка  $l_1$ , третье — перемещение ушка вследствие изгиба участка  $l_0$ . Последний член — перемещение ушка вследствие изгиба участка  $l_2$ ; так как этот участок всегда очень мал, последний член можно отбросить без заметной погрешности и принять

$$f'_c = \frac{P_c l^2 l_T}{2GJ_p} + \frac{P_c l_1^3}{3EJ} + \frac{P_c l_0 (l_2 + l_3)^2}{6EJ}. \quad (12)$$

Перемещение ушка стабилизатора вследствие деформации резиновых сочленений  $f_{рез}$  складывается из перемещения в результате деформации подушек стоек и из перемещения от деформации резиновых опор стабилизатора

$$f_{рез} = \frac{P_c}{c_n} + \frac{P_c}{c'_o} = \frac{P_c}{c_{рез}}. \quad (13)$$

Подушки могут быть расположены или только в нижней части стоек (точки  $D_c$  и  $D'_c$  на фиг. 6) или в нижней и верхней части (в точках  $D_c$ ,  $D'_c$ ,  $D_1$  и  $D_4$ ). В первом случае в уравнении (13) жесткость  $c_n$  соответствует жесткости одной подушки. Во втором случае

$$c_n = \frac{c_{н.п} c_{в.п}}{c_{н.п} + c_{в.п}},$$

где  $c_{н.п}$  — жесткость нижней подушки;

$c_{в.п}$  — жесткость верхней подушки.

Величину жесткости опоры  $c'_o$ , приведенную к ушку, определяют в соответствии со следующими положениями.

При воздействии на ушко силы  $P_c$  на резиновой опоре возникает реакция

$$Q = P_c \frac{l_c}{l_o},$$

деформация опоры

$$f_0 = \frac{Q}{c_o} = \frac{P_c \frac{l_c}{l_o}}{c_o}$$

и соответствующее перемещение ушка

$$f'_0 = f_0 \frac{l_c}{l_o} = \frac{P_c}{c_o} \left( \frac{l_c}{l_o} \right)^2.$$

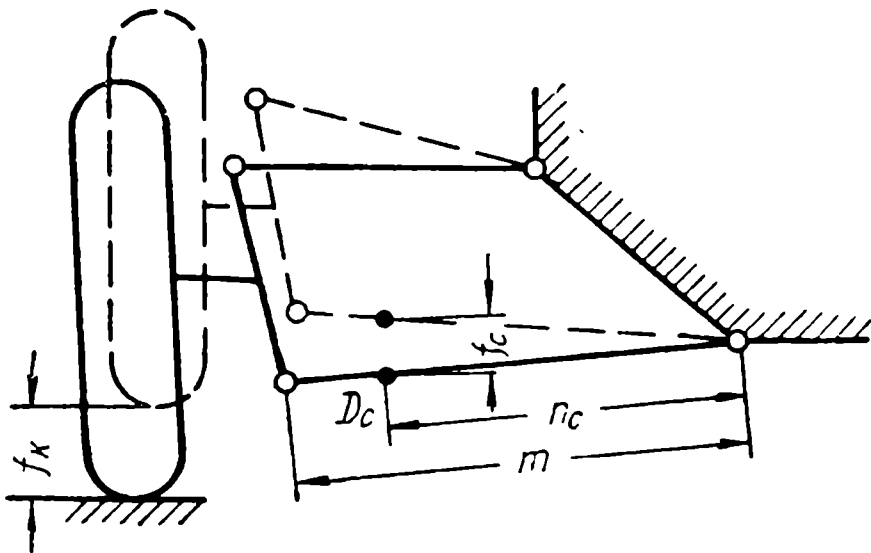
Отсюда

$$c'_o = \frac{P_c}{f'_o} = c_o \left( \frac{l_o}{l_c} \right)^2.$$

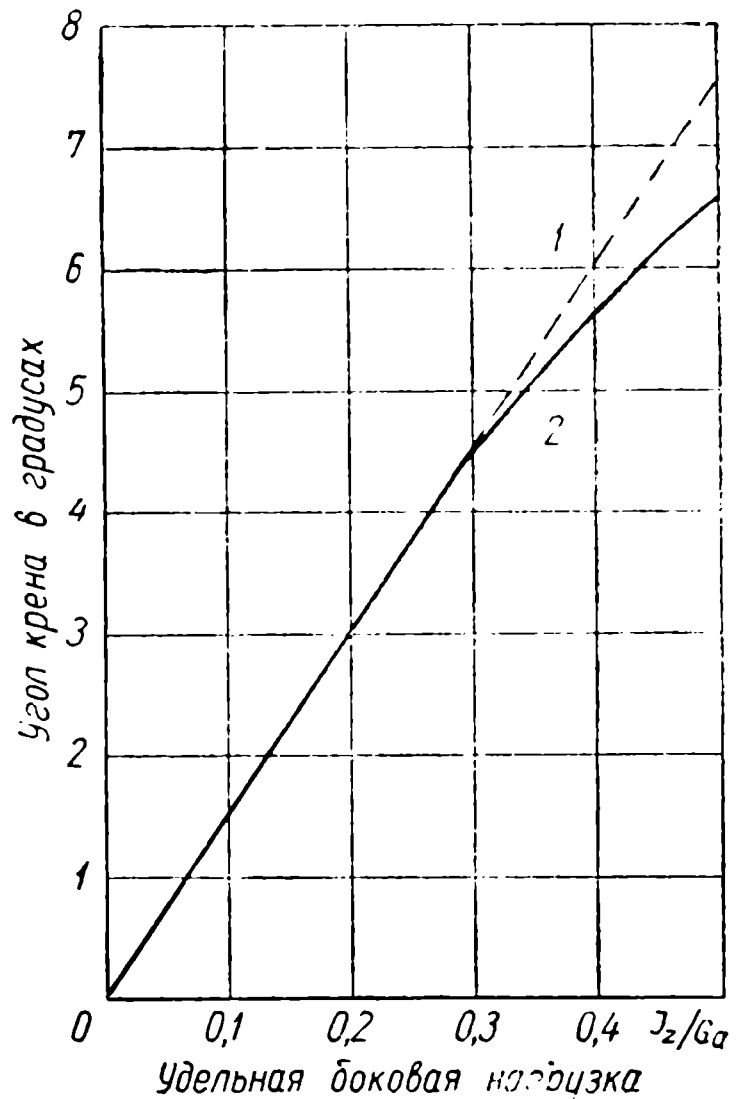
Из уравнений (9), (10), (12) и (13) получим окончательное выражение для угловой жесткости  $c'_c$

$$c'_c = \frac{B^2 \eta_c^2}{\frac{l_T l^2}{GJ_p} + \frac{2l_1^3 + l_0(l_2 + l_3)^2}{3EJ} + \frac{2}{c_{рез}}}. \quad (14)$$

Весьма точным методом определения коэффициента  $\eta_c$  для независимых подвесок является графический — путем построения нескольких положений



Фиг. 8. Схема перемещений рычагов подвески при подъеме колеса.



Фиг. 9. Зависимость угла крена автомобиля ЗИМ от удельной боковой нагрузки:

1 — без учета влияния буферов; 2 — с учетом влияния буферов.

подвески. Приблизительно для поперечных (передняя подвеска автомобиля М-20 „Победа“) и диагональных (передняя подвеска автомобиля ЗИС-110) подвесок (фиг. 8)

$$\eta_c = \frac{n_c}{m}.$$

Для неразрезной оси

$$\eta_c = \frac{l_c}{B}.$$

Во всех предыдущих выводах предполагалось, что жесткость упругих элементов (и подвески в целом) постоянна. Для большинства современных автомобилей это предположение можно считать справедливым в достаточно широком диапазоне нагрузок. Однако у некоторых автомобилей уже при сравнительно небольшом перемещении колес вступают в действие резиновые буфера и жесткость подвески резко меняется. Очевидно, в этом случае и угловая жесткость подвески не будет постоянной.

Если упругая характеристика подвески (включая буфера) известна, углы крена могут быть приблизительно определены графо-аналитическим методом. Не останавливаясь на подробностях, приведем результаты расчета для автомобиля ЗИМ (фиг. 9). Прямая 1 выражает зависимость

угла бокового крена от удельной боковой нагрузки в предположении отсутствия буферов и построена по уравнению (4). Кривая 2 построена с учетом влияния буферов вследствие увеличения угловой жесткости подвески при вступлении в работу буферов; угол крена при больших боковых нагрузках растет менее интенсивно.

## ПРИМЕРНЫЙ РАСЧЕТ

В качестве примера ниже приведен расчет угла бокового крена автомобиля М-20 „Победа“ при полной нагрузке (5 чел.).

Исходные данные для расчета взяты на основании измерений и испытаний, проведенных в НАМИ.

### Параметры автомобиля

База $L$ в мм . . . . .	2700
Колея в мм:	
передних колес $B_n$ . . . . .	1370
задних колес $B_z$ . . . . .	1370
Расстояние между листовыми рессорами $A_z$ в мм . . . . .	1012
Расстояние до центра тяжести подрессоренных частей в мм:	
от передней оси $a_k$ . . . . .	1360
„ задней оси $b_k$ . . . . .	1340
„ поверхности дороги $h_k$ . . . . .	672
Расстояние от поверхности дороги до центров крена в мм:	
переднего $h_n$ . . . . .	0
заднего $h_z$ . . . . .	282
Вертикальная жесткость в кг/см:	
рессор передней подвески $c_{n.p}$ . . . . .	42
рессор задней подвески $c_{z.p}$ . . . . .	56
шин передней подвески $c_{n.ш}$ . . . . .	400
шин задней подвески $c_{z.ш}$ . . . . .	400
Вес подрессоренных частей $G_k$ в кг . . . . .	1610

### Угловая жесткость стабилизатора

Размеры стабилизатора даны на фиг. 7.

Отношение перемещения ушка к перемещению колеса

$$\eta_c = \frac{n_c}{m} = 0,765.$$

Крепление стоек к стабилизатору и неподрессоренным частям осуществляется через резиновые подушки, жесткость которых  $c_{н.п} = c_{в.п} = 200$  кг/см. Жесткость резиновых сочленений принята ориентировочно (на основании опубликованных данных [1]). В этом случае

$$c_n = \frac{c_{н.п} c_{в.п}}{c_{н.п} + c_{в.п}} = 100 \text{ кг/см.}$$

Жесткость каждой из резиновых опор  $c_o = 350$  кг/см. Приведенная жесткость опоры

$$c'_o = c_o \left( \frac{l_o}{l_c} \right)^2 = 185 \text{ кг/см.}$$

Жесткость резиновых сочленений

$$c_{рез} = \frac{c'_o c_n}{c'_o + c_n} = 65 \text{ кг/см.}$$

Угловую жесткость стабилизатора определяем по формуле (14). Принимая для прутка круглого сечения  $J_p = 2J = 0,1d^4$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup> и  $G = 8 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>, получим (размеры взяты в см)

$$c'_{n.c} = \frac{3,15 \cdot 10^5 (B \cdot \eta_c)^2}{3,94l_T l^2 + 2l_1^3 + l_o(l_2 + l_3)^2 + 6,3 \cdot 10^5 \frac{d^4}{c_{рез}}} = 124000 \text{ кгсм/рад} = 1240 \text{ кгм/рад.} \quad (15)$$

### Угловая жесткость подвески автомобиля

Угловая жесткость:

рессор передней подвески

$$c'_{n.p} = \frac{1}{4} c_{n.p} B_n^2 = 1980 \text{ кгм/рад};$$

шин передней подвески

$$c'_{n.ш} = \frac{1}{4} c_{n.ш} B_n^2 = 18800 \text{ кгм/рад};$$

рессор и стабилизатора

$$c'_{n.c} + c'_{n.p} = 3220 \text{ кгм/рад};$$

передней подвески без стабилизатора

$$c'_n = \frac{c'_{n.p} c'_{n.ш}}{c'_{n.p} + c'_{n.ш}} = 1790 \text{ кгм/рад},$$

со стабилизатором

$$c'_n = \frac{(c'_{n.p} + c'_{n.c}) c'_{n.ш}}{c'_{n.p} + c'_{n.c} + c'_{n.ш}} = 2730 \text{ кгм/рад};$$

рессор задней подвески

$$c'_{з.p} = \frac{1}{4} c_{з.p} A_{з.p}^2 \eta = 1580 \text{ кгм/рад},$$

где  $\eta$  — коэффициент, учитывающий влияние скручивания рессор на угловую жесткость; для автомобилей среднего класса можно взять  $\eta = 1,1$ ;

шин задней подвески

$$c'_{з.ш} = \frac{1}{4} c_{з.ш} B_3^2 = 18800 \text{ кгм/рад};$$

задней подвески

$$c'_z = \frac{c'_{z.p} c'_{z.ш}}{c'_{z.p} + c'_{z.ш}} = 1460 \text{ кгм/рад}.$$

Угловая жесткость подвески автомобиля

$$c'_a = c'_n + c'_z$$

без стабилизатора  $c'_{a.б} = 3250 \text{ кгм/рад}$ ,

со стабилизатором  $c'_a = 4190 \text{ кгм/рад}$ .

При наличии стабилизатора угловая жесткость увеличивается на

$$\frac{c'_a - c'_{a.б}}{c'_a} 100 = 22,4\%.$$

Отношение угловой жесткости передней подвески к угловой жесткости задней подвески

без стабилизатора  $\frac{c'_n}{c'_z} = 1,225$ ,

со стабилизатором  $\frac{c'_n}{c'_z} = 1,87$ .

Отношение угловой жесткости подвески автомобиля к весу подвесочных частей (удельная угловая жесткость)

без стабилизатора  $\frac{c'_{a.б}}{G_k} = 2,02$ ,

со стабилизатором  $\frac{c'_a}{G_k} = 2,6$ .

**Расстояние (по вертикали) от центра тяжести кузова до оси крена**

Передняя подвеска автомобиля М-20 „Победа“ представляет собой двухрычажную поперечную подвеску. При полной нагрузке рычаги этой подвески параллельны плоскости дороги. В этом случае центр крена лежит на плоскости дороги, т. е.

$$h_n = 0.$$

Центр крена подвески на неразрезной оси с продольными листовыми рессорами лежит в точке пересечения плоскости симметрии автомобиля с плоскостью, проходящей через уши рессор, и с поперечной плоскостью, проходящей через центры колес. По чертежу

$$h_z = 282 \text{ мм}.$$

Тогда расстояние (по вертикали) от центра тяжести кузова до оси крена

$$h_o \approx h_k - \frac{a_k h_z + b_k h_n}{L} = 530.$$

## Угол крена автомобиля при движении по кругу в радианах

$$\alpha = \frac{J_z}{G_a} \mu = \frac{J_z}{G_a} \cdot \frac{h_0 + \frac{a_k}{L} h_z \frac{c'_z}{c'_{z.ш}} + \frac{b_k}{L} h_n \frac{c'_n}{c'_{n.ш}}}{\frac{c'_a}{G_k} - h_0}.$$

Для сравнения различных автомобилей угол крена определяют при удельной боковой нагрузке  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$ . Тогда угол крена

без стабилизатора  $\alpha' = 8,3^\circ$ ,

со стабилизатором  $\alpha = 6,0$ .

Отметим, что если не учитывать влияния второго и третьего членов числителя выражения (4), то ошибка будет незначительна. В рассматриваемом случае эта ошибка будет менее 2%.<sup>0</sup>

Поэтому при определении углов крена можно также использовать приближенную формулу

$$\alpha \approx \frac{J_z}{G_a} \frac{h_0}{\frac{c'_a}{G_k} - h_0} \approx \frac{J_z}{G_a} \mu. \quad (16)$$

При проектировании автомобиля необходимо выяснить, нужен ли стабилизатор, и, если необходимо его установить, определить диаметр прутка стабилизатора.

Угловую жесткость подвески автомобиля можно выразить следующей формулой:

$$c'_a = c'_n + c'_z = \frac{(c'_{n.p} + c'_{n.c}) c'_{n.ш}}{c'_{n.p} + c'_{n.c} + c'_{n.ш}} + c'_z.$$

По приближенной формуле (16)

$$\mu = \frac{h_0}{\frac{c'_a}{G_k} - h_0}.$$

Из этих двух формул определяем требуемую угловую жесткость стабилизатора

$$c'_{n.c} = \frac{h_0 G_k \frac{1 + \mu}{\mu} - c'_{a.б}}{c'_z + c'_{n.ш} - h_0 G_k \frac{1 + \mu}{\mu}} (c'_{n.p} + c'_{n.ш}). \quad (17)$$

На основании результатов эксперимента рекомендуется, чтобы угол крена автомобиля при удельной нагрузке  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$  был не более 6—7°. Поэтому в формуле (17) принимаем  $\mu = 0,25$ , что соответствует (при  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$ ) 5°45' крена автомобиля.

Зная требуемую угловую жесткость стабилизатора  $c'_{n.c}$ , находим по формуле (15) диаметр прутка стабилизатора в *см*

$$d = \sqrt[4]{\frac{3,94l_T l^2 + 2l_1^3 + l_0(l_2 + l_3)^2}{315000 \frac{(B \cdot \eta_c)^2}{c'_{n.c}} - \frac{630000}{c_{рез}}}} \quad (18)$$

Например, для автомобиля М-20 „Победа“ при подсчете по формулам (17) и (18) получаем, что требуемая угловая жесткость стабилизатора  $c'_{n.c} = 1325 \text{ кгм/рад}$ , а диаметр прутка  $d = 16,6 \text{ мм}$ .

### ВЛИЯНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ И КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДВЕСКИ НА БОКОВОЙ КРЕН

Из уравнения (16) видно, что величина бокового крена при данной удельной боковой нагрузке в основном определяется двумя параметрами: угловой жесткостью подвески  $c'_a$  и расстоянием  $h_0$  от центра тяжести поддрессоренных масс до оси крена. Чем больше  $c'_a$  и чем меньше  $h_0$ , тем меньше будет и угол крена.

Однако обе величины  $c'_a$  и  $h_0$  не всегда являются независимыми. Выбор той или иной схемы подвески часто влияет как на величину  $c'_a$ , так и на величину  $h_0$ . Для иллюстрации приводим расчет углов бокового крена для четырех вариантов, взятого для примерного расчета автомобиля. Варианты отличаются один от другого кинематическими схемами подвесок.

Вертикальную жесткость подвески для всех вариантов принимаем одинаковой, так как эту величину выбирают из условий плавности хода.

Параметры автомобиля следующие:

Вес поддрессоренных масс $G_k$ в <i>кг</i> . . . . .	1500
База $L$ в <i>мм</i> . . . . .	2600
Колея в <i>мм</i> :	
передних колес $B_n$ . . . . .	1400
задних колес $B_z$ . . . . .	1400
Расстояние до центра тяжести поддрессоренных масс в <i>мм</i> :	
от передней оси $a_k$ . . . . .	1300
„ задней оси $b_k$ . . . . .	1300
„ поверхности дороги $h_k$ . . . . .	650
Радиус качения колес $r$ в <i>мм</i> . . . . .	320
Вертикальная жесткость в <i>кг/см</i> :	
рессор в задней подвеске $c_{z.p}$ . . . . .	50
рессор в передней подвеске $c_{n.p}$ . . . . .	40
шин в задней подвеске $c_{z.ш}$ . . . . .	350
шин в передней подвеске $c_{n.ш}$ . . . . .	350

При расчете принято, что центр крена независимой подвески (за исключением подвески типа „качающаяся ось“) лежит на поверхности дороги, центр крена для неразрезной оси лежит на линии центров колес и центр крена для подвески типа „качающаяся ось“ несколько

**Углы крена автомобиля при четырех вариантах  
кинематических схем подвесок**

Параметры	Варианты			
	I	II	III	IV
Конструкция подвески:				
передней . . . . .	Нераз- резная ось	Незави- симая под- веска <sup>1</sup>	Незави- симая под- веска	Незави- симая под- веска
задней . . . . .	То же	Нераз- резная ось	Качаю- щаяся ось	То же
Расстояние между рессорами в мм:				
передними $A_n$ . . . . .	700	—	—	—
задними $A_z$ . . . . .	1 050	1 050	—	—
Расстояние от поверхности дороги до центра крена подвески в мм:				
передней $h_n$ . . . . .	320	0	0	0
задней $h_z$ . . . . .	320	320	400	0
Расстояние $h_0$ от центра тяжести ку- зова до оси крена в мм . . . . .	330	490	450	650
Угловая жесткость в кгм/рад рессор подвески:				
передней $c'_{n.p}$ . . . . .	490	1 960	1 960	1 960
задней $c'_{z.p}$ . . . . .	1 375	1 375	2 450	2 450
шин подвески:				
передней $c'_{n.ш}$ . . . . .	17 150	17 150	17 150	17 150
задней $c'_{z.ш}$ . . . . .	17 150	17 150	17 150	17 150
подвески:				
передней $c'_n$ . . . . .	475	1 760	1 760	1 760
задней $c'_z$ . . . . .	1 270	1 270	2 140	2 140
подвески автомобиля $c'_a$ . . . . .	1 745	3 030	3 900	3 900
Удельная угловая жесткость (отноше- ние $\frac{G'_a}{G_k}$ ) в м . . . . .	1,16	2,02	2,6	2,6
Угол $\alpha$ крена по формуле (4) в град.	9,6	7,5	5,1	7,6
Угол $\alpha'$ крена по приближенной фор- муле (16) в град. . . . .	9,1	7,3	4,8	7,6
Величина ошибки по сравнению с фор- мулой (4) в % . . . . .	5	3	6	0

<sup>1</sup> Любая независимая подвеска, кроме подвески типа „качающаяся ось“.

Параметры	Варианты			
	I	II	III	IV
Угол $\alpha''$ крена, определенный без учета влияния шин на угловую жесткость подвески и смещения центра тяжести, в град. . . . .	6,1	5,0	3,5	5,0
Величина ошибки по сравнению с формулой (4) в % . . . . .	37	33	31	34
Угловая жесткость $c'_c$ стабилизатора, необходимая, чтобы уменьшить угол крена до $5,75^\circ$ , в $кгм/рад$ . . . . .	1 075	1 390	—	1 750
Диаметр $d$ прутка стабилизатора <sup>1</sup> в мм . . . . .	15,4	16,7	—	18,8

<sup>1</sup> При расчете принято, что размеры стабилизатора (кроме диаметра) и коэффициент  $\eta_c$  такие же, как у стабилизатора на автомобиле М-20 „Победа“.

выше центров колес (на пересечении прямой, проходящей через точку опоры колеса и центр качания оси, с плоскостью симметрии автомобиля). Примером подвески типа „качающаяся ось“ является задняя подвеска автомобиля „Татра-87“.

Результаты расчетов даны в табл. 1, причем углы крена определены для удельной боковой нагрузки  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$ .

Из анализа табл. 1 видно, что угловая жесткость независимой подвески больше, чем угловая жесткость подвески на неразрезной оси. В то же время центр крена независимой подвески (за исключением подвески типа „качающаяся ось“) расположен ниже, вследствие чего увеличивается расстояние  $h_0$ . В результате, при замене неразрезной оси независимой подвеской боковой крен автомобиля может уменьшиться или увеличиться в зависимости от соотношения обоих факторов.

При замене подвески передней оси получается особенно большое увеличение угловой жесткости, так как расстояние между рессорами у передней неразрезной оси обычно мало.

Подвеска типа „качающаяся ось“ имеет большую угловую жесткость и малое расстояние  $h_0$  вследствие высокого расположения центра крена. Следовательно, при установке подвески такого типа уменьшаются углы крена.

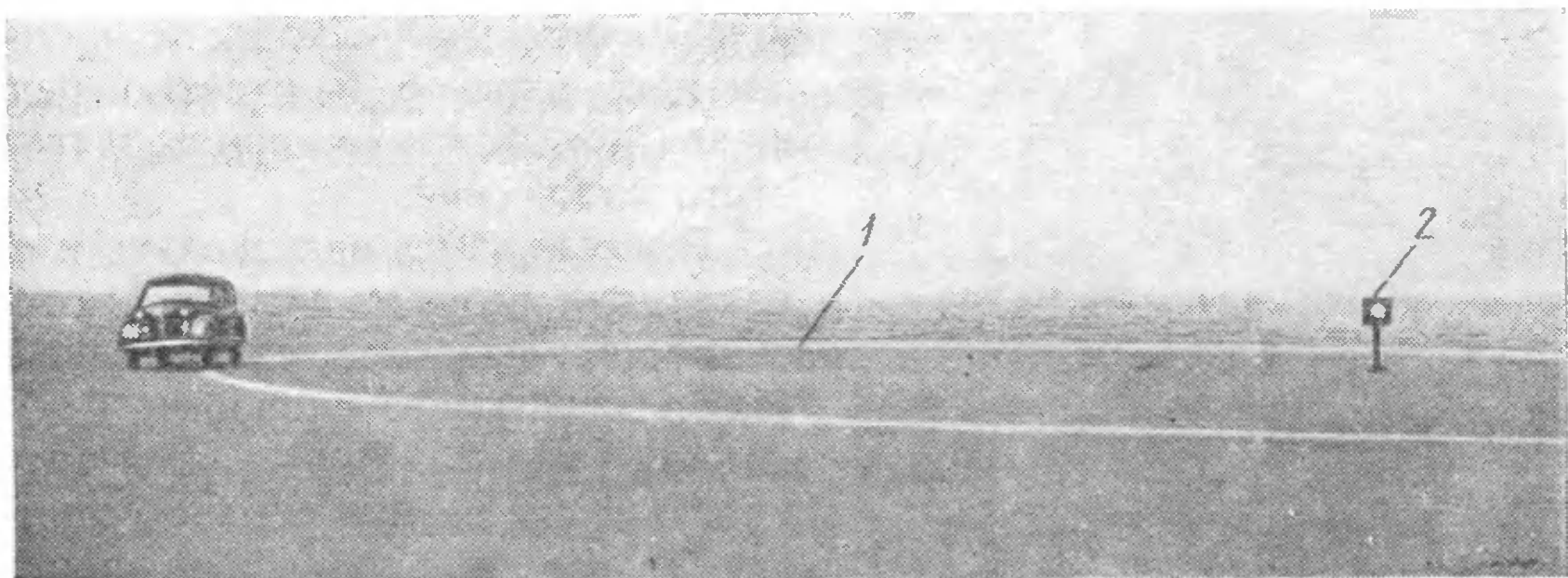
Необходимо иметь в виду, что тип передней и задней подвески выбирают, учитывая факторы устойчивости, держания дороги, удобства компоновки и т. д. Угол бокового крена при заданном типе подвески может быть снижен до нужной величины путем применения поперечных стабилизаторов. Из сравнения расчетов вариантов II и IV в табл. 1

видно, что в зависимости от типа подвески могут понадобиться стабилизаторы разной жесткости, для того чтобы получить углы крена одинаковой величины.

Из сравнения результатов расчетов угла крена по формуле (4) и по приближенной формуле (16) видно, что формула (16) вполне пригодна для использования. В то же время, при расчете без учета влияния упругости шин и смещения центра тяжести кузова, ошибка получается недопустимо большая.

## ИСПЫТАНИЯ АВТОМОБИЛЯ НА БОКОВОЙ КРЕН

Испытания автомобиля на боковой крен проводятся с целью объективной оценки подверженности автомобиля боковому крену при повороте. Наиболее простым и удобным является способ измерения углов крена кузова при установившемся движении автомобиля по кругу, т. е. для



Фиг. 10. Испытание автомобиля „Москвич“ на крен.

тех же условий, для которых был выполнен расчет углов крена. При этом способе обеспечивается единообразие условий испытания и могут быть получены достаточные материалы для сравнения различных автомобилей.

Согласно разработанной в НАМИ методике, испытания проводятся на ровной горизонтальной площадке (фиг. 10), на которой нанесена окружность 1 диаметром 40 м. В центре окружности устанавливают штангу, на которой укрепляют черный экран 2 с белым кругом по середине.

В кузове автомобиля (фиг. 11) на специальном массивном штативе 1, неподвижно скрепленном с полом, устанавливают пленочный фотоаппарат 2.

С помощью двух соединенных шарнирно скоб 3, помещаемых между площадкой штатива и фотоаппаратом, можно повернуть аппарат в горизонтальной и вертикальной плоскости при его первоначальной установке.

При испытаниях автомобиль движется с постоянной скоростью по начерченной окружности; в это время производится фотосъемка экрана, находящегося в центре круга. Положение экрана (белого круга) на

снимке смещается по вертикали в зависимости от угла крена кузова; если расстояние пленки от объектива аппарата  $\rho$  равно фокусному расстоянию  $f$ , а смещение изображения экрана на снимке равно  $n$ , то соответствующее изменение угла крена определяют из выражения

$$\operatorname{tg} \Delta \alpha = \frac{n}{\rho} = \frac{n}{f}. \quad (19)$$

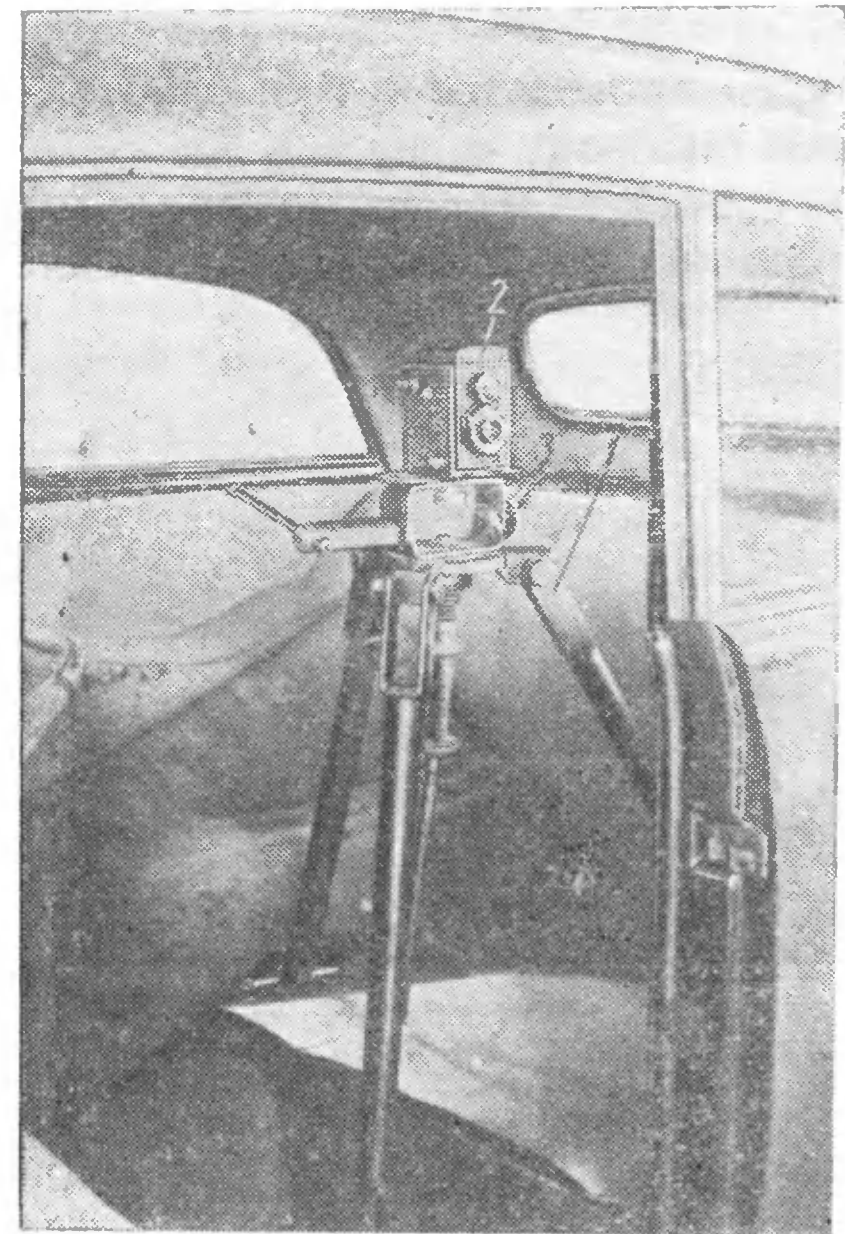
Первоначально автомобиль движется по окружности с минимальной скоростью (7—10 км/час). При этом, поворачивая аппарат на штативе,

устанавливают его таким образом, чтобы изображение экрана было примерно посередине кадра. В этом положении аппарат закрепляют и в дальнейшем ходе испытания положение его не меняют.

Положение изображения экрана при минимальной скорости принимают за нулевое и отсчет перемещения изображения производят от этого положения.

Рекомендуется производить измерения при четырех-пяти различных скоростях; наиболее удобными оказались следующие скорости: 7—10, 18—20, 24—25, 29—30 км/час и максимально возможная (по условию следования автомобиля по окружности) скорость<sup>1</sup>.

Сначала требуемую скорость автомобиля устанавливают по спидометру, затем, во время фотосъемки, определяют с помощью секундомера время прохождения автомобилем одного круга. Таким образом устанавливают более точное значение



Фиг. 11. Установка фотоаппарата в кузове автомобиля.

действительной скорости автомобиля. Опыт показывает, что расхождение действительной скорости с кажущейся (по средним показаниям спидометра) из-за больших колебаний стрелки спидометра может быть значительным.

Фотографирование при всех скоростях движения надо производить в одном определенном месте окружности, чтобы избежать ошибки вследствие неровностей площадки. Для фотографирования должно быть выбрано ровное место, где движение автомобиля по окружности осуществляется наиболее точно и равномерно.

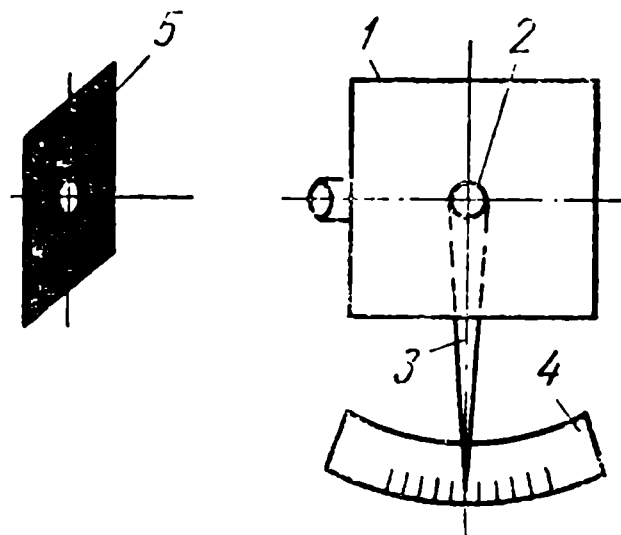
Во избежание случайных ошибок при каждой скорости движения фотографирование следует производить несколько раз.

<sup>1</sup> Достаточно точное следование автомобиля по начерченной окружности вначале представляет для водителя некоторое затруднение, но после небольшой тренировки осваивается им.

Величину смещения изображения измеряют непосредственно по негативу. На негативе изображение белого пятна получается в виде черной точки. Расстояние от этой точки до верхнего (или нижнего) края кадра измеряют с помощью инструментального микроскопа. На основании полученных данных определяют перемещение точки от первоначального нулевого положения.

Зависимость между смещением изображения точки и углом крена, т. е. поворотом оптического луча, лишь приближенно отражается уравнением (19). Более точно эта зависимость может быть определена путем тарировки.

Схема тарировки показана на фиг. 12. Фотоаппарат 1, помещенный на штативе, может поворачиваться вокруг горизонтальной оси 2. При этом скрепленная с аппаратом стрелка 3 скользит по шкале 4, протарированной в градусах. Экран 5 устанавливают на таком же расстоянии от аппарата, на каком он находится от него во время проведения испытаний на площадке. Затем фотографируют при разных углах поворота фотоаппарата (2, 4, 6° и т. д.).



Фиг. 12. Схема тарировки фотоаппарата.

После проявления пленки измеряют смещение изображения белого круга на экране от первоначального нулевого положения.

В результате тарировки строят кривую зависимости смещения изображения от угла поворота аппарата, т. е. от угла крена.

Следует упомянуть, что вертикальные перемещения фотоаппарата, которые могут быть при испытаниях вследствие деформации рессор, не оказывают существенного влияния на смещение изображения.

Если вертикальное смещение фотоаппарата равно  $m$ , то соответствующее смещение изображения экрана на снимке

$$n' \approx m \frac{f}{R},$$

где  $R$  — расстояние от экрана до аппарата.

При  $R = 20$  м,  $f = 50$  мм (фотоаппарат ФЭД) получим

$$n' \approx 0,0025m.$$

По результатам испытаний строят кривую зависимости угла бокового крена кузова  $\alpha$  от удельной боковой нагрузки  $\frac{J_z}{G_a}$ . Величину  $\frac{J_z}{G_a}$  подсчитывают для каждой скорости движения по уравнению

$$\frac{J_z}{G_a} = \frac{v_o^2}{gR_o},$$

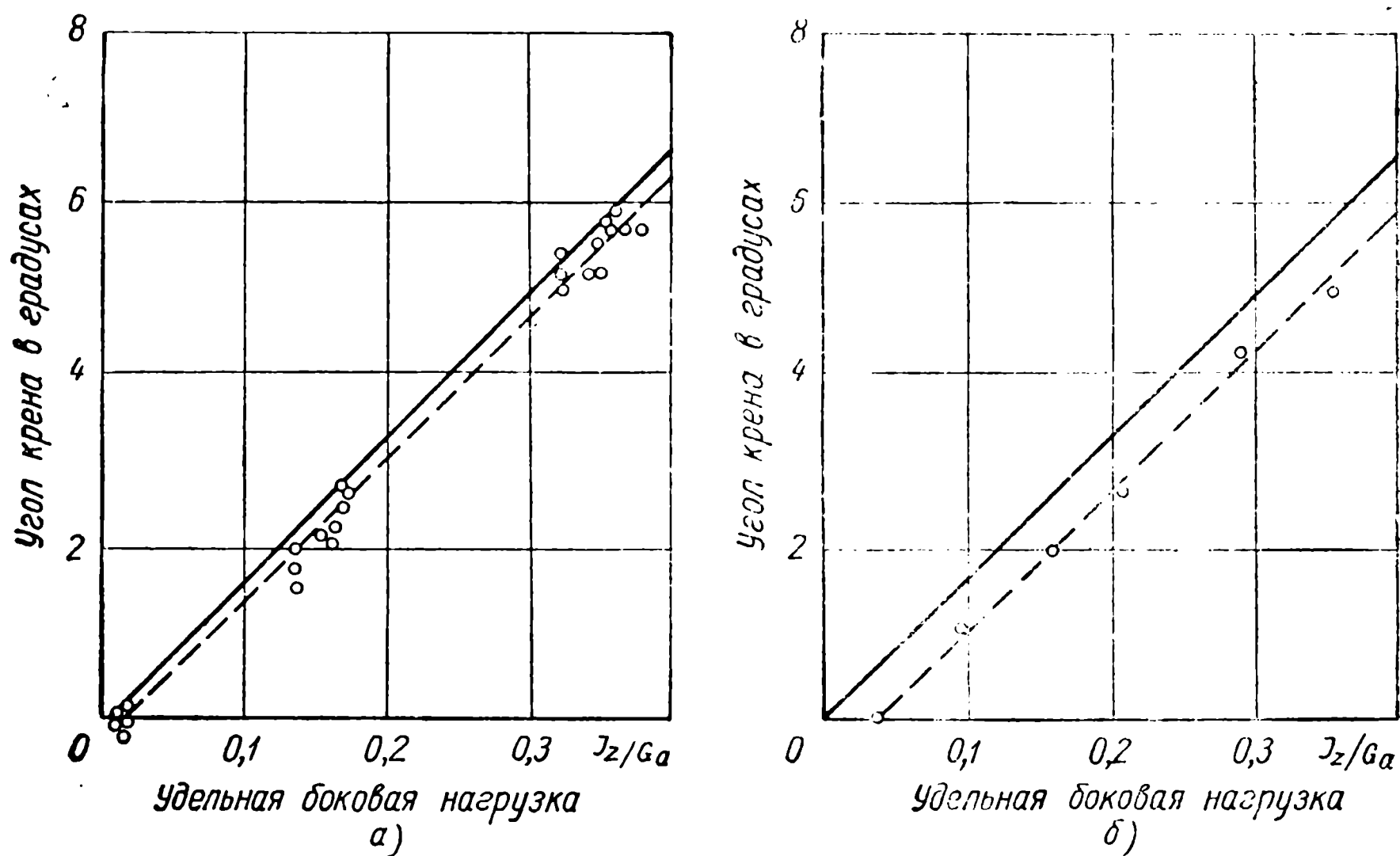
где  $v_o$  — скорость движения центра тяжести автомобиля при движении его по окружности;

$R_o$  — радиус окружности, по которой движется центр тяжести;

$$g = 9,81 \text{ м/сек}^2.$$

Результаты испытаний на боковой крен автомобилей „Москвич“ и М-20 „Победа“ при полной нагрузке показаны на фиг. 13.

Пунктирные прямые проведены по экспериментальным точкам. Эти прямые не идут через начало координат, так как согласно принятой методике среднее значение угла крена при минимальной скорости автомобиля принято равным нулю. Сплошные линии проведены с учетом необходимой поправки; такая поправка может быть сделана простым смещением полученной кривой вверх, так как в начальной части зависимости между углом крена и удельной боковой нагрузкой всегда прямолинейна.



Фиг. 13. Зависимость угла крена от удельной боковой нагрузки:

а — автомобиль „Москвич“; б — автомобиль М-20 „Победа“.

Описанный метод испытания и обработки результатов, основанный на измерении увеличения угла крена по отношению к условному нулевому положению, значительно проще и удобнее, чем метод измерения абсолютной величины угла крена.

Основной недостаток второго метода заключается в том, что при отсутствии боковой силы угол бокового крена кузова практически никогда не равен нулю и может значительно колебаться из-за наличия трения в подвеске. Поэтому установка кузова в горизонтальное положение представляет большие затруднения.

Как показывает кучность экспериментальных точек на фиг. 13, испытания дают удовлетворительную точность.

Зависимость угла крена от удельной боковой нагрузки для автомобилей „Москвич“ и М-20 „Победа“ линейная на всем диапазоне. Такой характер зависимости получается при линейной характеристике подвески, если при крене не вступают в работу буфера.

Абсолютная величина углов крена  $6^{\circ}$ — $7^{\circ}$  при удельной боковой нагрузке  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$  является обычной для современных легковых автомобилей.

В табл. 2 приведены величины углов крена автомобилей „Москвич“, М-20 „Победа“ и ЗИС-110, полученные расчетным путем по уравнению (4) и в результате испытаний. Все углы крена даны для удельной боковой нагрузки  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$ .

Таблица 2

Углы бокового крена кузова автомобилей „Москвич“, М-20 „Победа“ и ЗИС-110 при  $\frac{J_z}{G_a} = 0,4$

Углы	Автомобиль			
	„Москвич“	М-20 „Победа“		ЗИС-110
		без стабилизатора	со стабилизатором	
Угол крена:				
по расчету . . . . .	$6^{\circ}24'$	$8^{\circ}18'$	$6^{\circ}$	$7^{\circ}42'$
по испытаниям . . . . .	$6^{\circ}45'$	$8^{\circ}$	$6^{\circ}30'$	$7^{\circ}$

Из табл. 2 видно, что расчетные и экспериментальные данные достаточно близки. Аналогичные результаты были получены при испытаниях других автомобилей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мазалов Н. Д., Подбор и испытание стабилизаторов поперечной устойчивости легковых автомобилей, сборник „Подвеска автомобиля“, изд. АН СССР, 1951.
2. Марун Г., Теоретические основы подвески автомобиля, ОНТИ, М.—Л., 1936.
3. Фалькевич Б. С., Исследование влияния схемы подвески автомобиля на его эксплуатационные качества, сборник „Подвеска автомобиля“, изд. АН СССР, 1951.
4. Чудаков Е. А., Теория автомобиля, Машгиз, 1950.

## **УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ**

В статье рассмотрено влияние поперечных колебаний кузова, наклона колес к плоскости дороги и поворота неразрезной оси относительно кузова в плоскости дороги на устойчивость автомобиля. На основании дифференциальных уравнений движения автомобиля получены условия устойчивости, что позволило исследовать влияние конструктивных параметров на устойчивость автомобиля.

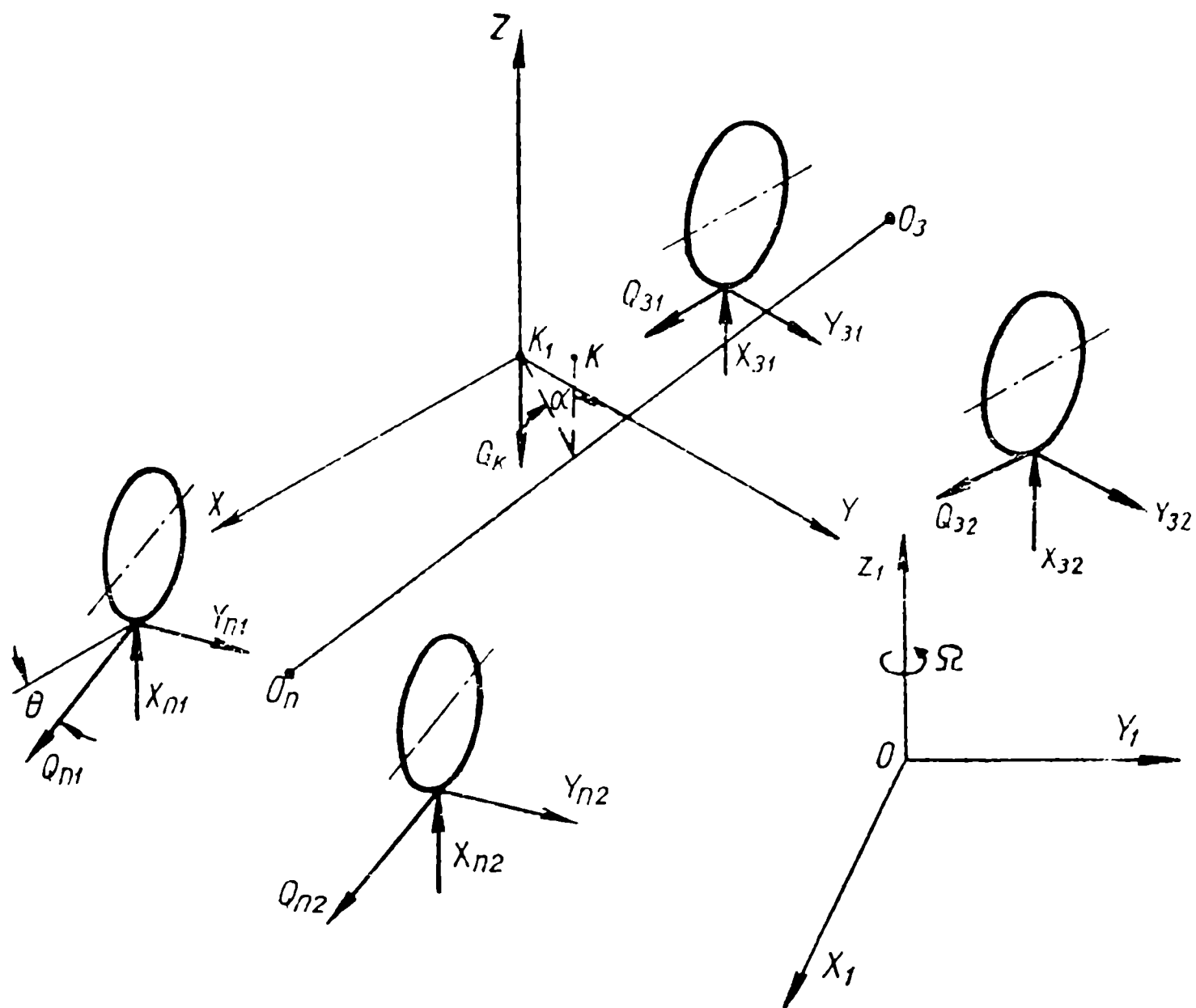
### **ВВЕДЕНИЕ**

В большинстве исследований по устойчивости движения автомобиля не учитываются поперечные колебания кузова. В этом случае исследование значительно облегчается, так как вместо пространственного движения можно рассматривать плоское движение. При таком предположении автомобиль, движущийся с постоянной скоростью, имеет две степени свободы — боковое перемещение центра тяжести и угол поворота вокруг центра тяжести. Существующие в настоящее время условия устойчивости движения автомобиля выведены при исследовании схемы автомобиля с двумя степенями свободы. В данной работе принято, что автомобиль имеет три степени свободы — боковое перемещение центра тяжести, угол поворота вокруг центра тяжести в горизонтальной плоскости и угол крена. Исследование устойчивости движения автомобиля с учетом угла крена позволяет выявить влияние поперечных колебаний, наклона колес к плоскости дороги и поворота неразрезной оси в плоскости дороги на устойчивость.

В общем случае движение автомобиля есть движение на повороте переменной кривизны с переменной скоростью. В настоящей работе рассмотрен наиболее интересный случай — движение на повороте переменной кривизны с постоянной скоростью. При этом разобрано только движение при небольших удельных боковых нагрузках на автомобиль, когда отсутствуют частичное проскальзывание шин и зависимость угла увода шины от боковой нагрузки линейна. Принято также, что дорога представляет собой горизонтальную плоскость. Трением в подвеске пренебрегаем.

## УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

Вследствие малой величины углов крена можно принять, что поперечные колебания кузова совершаются вокруг прямой, имеющей для данного автомобиля независимо от характера его движения постоянное положение. При этом при изучении поперечных колебаний можно пренебречь влиянием жесткости шин на положение этой прямой. Такую прямую обычно называют осью крена. Точки пересечения оси



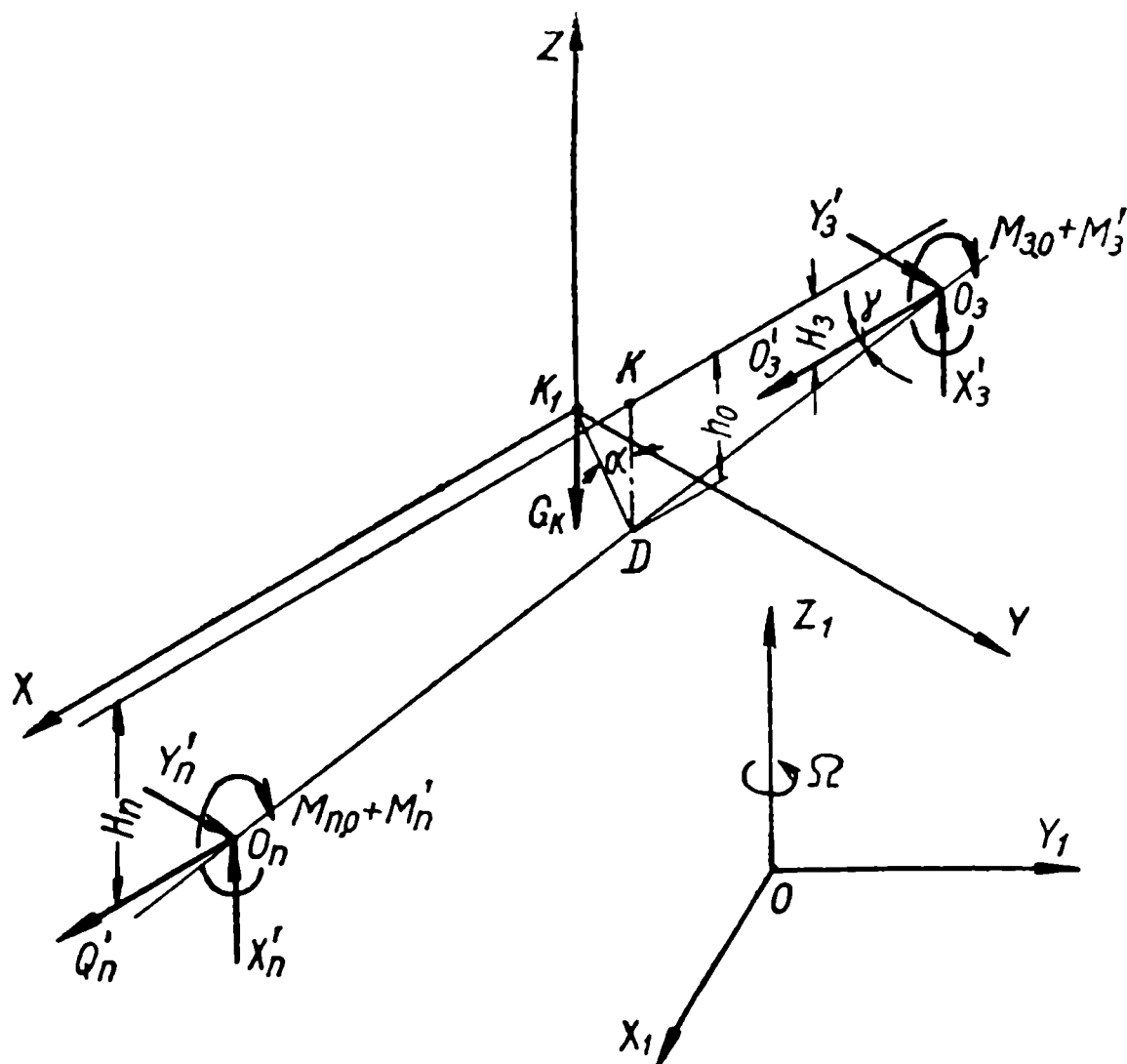
Фиг. 1. Силы, действующие на кузов при крене во время поворота автомобиля.

крена с плоскостями, проведенными через центры передних или задних колес перпендикулярно плоскости дороги, называются центрами крена передней и задней подвесок.

На фиг. 1 показано положение центра тяжести кузова при крене на угол  $\alpha$  (точка  $K_1$ ) и положение центра тяжести при прямолинейном движении (точка  $K$ ), ось крена  $O_n O_z$ , сила тяжести кузова  $G_k$  и реакции дороги на колеса. При изучении движения автомобиля будем применять подвижную  $K_1 X Y Z$  (фиг. 1) и неподвижную  $O X_1 Y_1 Z_1$  системы координат. Плоскость  $O X_1 Y_1$  неподвижной системы координат совпадает с плоскостью дороги. Начало координат подвижной системы совпадает с центром тяжести кузова (точка  $K_1$ ), плоскость  $K_1 X Y$  всегда параллельна плоскости дороги, плоскость  $K_1 X Z$  всегда параллельна оси крена  $O_n O_z$ .

Составляя уравнения движения автомобиля, применим уравнения движения твердого тела, отнесенные к осям, имеющим собственное движение [3]. Для того чтобы воспользоваться этими уравнениями, необходимо рассматривать движение кузова, заменив силы, действующие на него от неподрессоренных частей, реакциями. На фиг. 2 показаны реакции,

действующие на кузов. Действие подвески на кузов в поперечной плоскости можно свести к моменту упругих сил  $M_0$  (моменты  $M_{n.0}$  и  $M_{з.0}$  на фиг. 2), боковой реакции  $Y'$  и вертикальной реакции  $X'$ . Эти реакции приложены в центре крена. При криволинейном движении амортизаторы также препятствуют крену. Принимаем, что момент, создаваемый амортизаторами при крене, пропорционален угловой скорости поперечных колебаний ( $M' = \xi \dot{\alpha}$ ). Этот момент действует в поперечной плоскости. На фиг. 2 не показаны моменты, действующие в продольной плоскости, и принято, что продольные горизонтальные реакции приложены в цент-



Фиг. 2. Упрощенная схема реакций передней и задней подвесок на кузов.

рах крена. Такое упрощение возможно, так как динамическое перераспределение нагрузок в данной работе не рассматривается.

Обозначим:

$v$  — скорость центра тяжести кузова;

$\omega$  — угловая скорость кузова;

$\Omega$  — угловая скорость подвижной системы координат относительно неподвижной.

Составляющие этих скоростей будут:

$v_y$  — боковая скорость автомобиля;

$v_a$  — скорость автомобиля (продольная составляющая скорости центра тяжести);

$v_z$  — вертикальная составляющая скорости автомобиля.

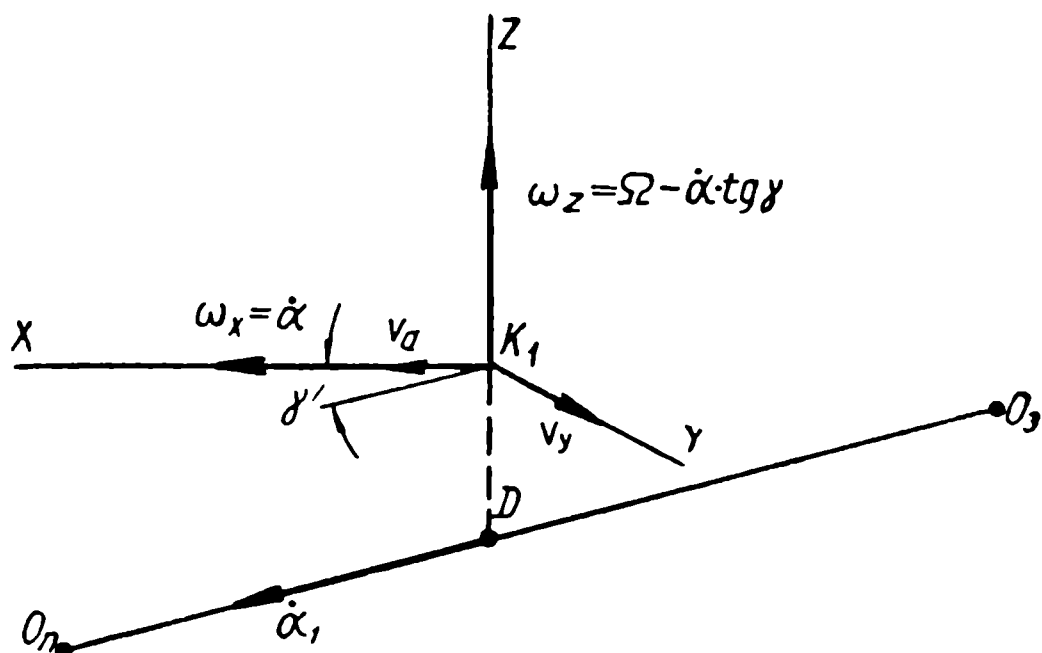
Так как при крене кузова смещение центра тяжести по вертикали незначительно, то принимаем, что вертикальная составляющая скорости автомобиля равна нулю,

$\omega_x = \dot{\alpha}$  — составляющая угловой скорости кузова по оси X (фиг. 3);

$\omega_y = 0$  — составляющая угловой скорости тела по оси Y;

- $\omega_z = \Omega - \dot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma$  — составляющая<sup>1</sup> угловой скорости по оси  $Z$  (фиг. 3);  
 $\Omega_x = 0$  — составляющая угловой скорости подвижной системы относительно неподвижной по оси  $X_1$ ;  
 $\Omega_y = 0$  — составляющая угловой скорости подвижной системы относительно неподвижной по оси  $Y_1$ ;  
 $\Omega_z = \Omega$  — угловая скорость автомобиля (составляющая угловой скорости подвижной системы относительно неподвижной по оси  $Z_1$ ).

При составлении уравнений движения пренебрегаем влиянием неподдрессоренных масс, в частности весом неподдрессоренных масс, т. е. принимаем, что вес кузова  $G_k$  равен весу автомобиля  $G_a$  и положение центров тяжести кузова и автомобиля совпадают. Принимаем, что вследствие малой величины угла крена  $\alpha$  главные моменты инерции не изменяются при изменении угла крена. Так как ось  $K_1Y$  перпендикулярна плоскости симметрии, то центробежные моменты инерции  $J_{xy}$  и  $J_{zy}$  равны нулю. Принимаем также, что центробежный момент инерции  $J_{xz}$  равен нулю.



Фиг. 3. Схема для определения составляющих угловой скорости кузова.

Схема сил, показанная на фиг. 1 и 2, несколько упрощена, но все возможные уточнения, которые могут быть введены, незначительно влияют на определяемые величины.

Напишем уравнения движения, учитывая принятые допущения.

Так как в настоящей работе нас не интересует динамическое перераспределение нагрузок между осями и связь между ускорением и тяговым усилием, поэтому уравнения, отражающие эти явления, не рассмотрены.

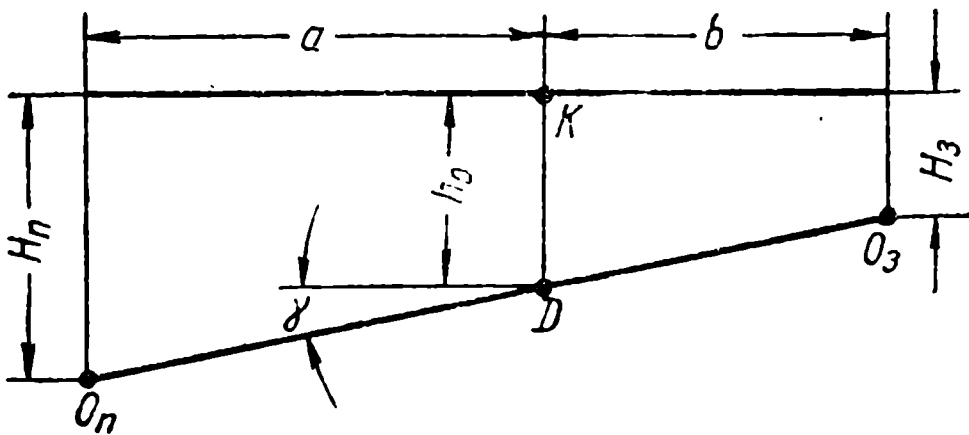
$$\left. \begin{aligned}
 M(\dot{v}_y + \Omega v_a) &= Y'_n + Y'_z; \\
 X'_n + X'_z &= G_k; \\
 J_x \ddot{\alpha} &= (X'_n + X'_z) \alpha h_0 + Y'_n H_n + Y'_z H_z - \\
 &\quad - M_{n.o} - M_{z.o} - M'_n - M'_z; \\
 J_z(\dot{\Omega} - \dot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma) &= Y'_n a - Y'_z b - (Q_n + Q_z) \alpha h_0.
 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $M = \frac{G_a}{g}$  — масса автомобиля;

<sup>1</sup> Принято, что при крене происходит поворот кузова относительно оси крена  $O_n O_3$  (фиг. 3).

Пусть скорость угловых колебаний вокруг оси  $O_n O_3$  будет  $\dot{\alpha}_1$ , а составляющая скорости угловых колебаний вокруг оси  $K_1 X$  будет  $\dot{\alpha}$ . Очевидно, тогда  $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_1 \cos \gamma$  (фиг. 3), а составляющая скорости угловых колебаний вокруг оси  $K_1 Z$  равна  $\dot{\alpha}_1 \sin \gamma = -\dot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma$ . Тогда  $\omega_z = \Omega - \dot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma$ .

- $J_x, J_z$  — моменты инерции кузова относительно осей  $K_1X$  и  $K_1Z$ ;  
 $h_0$  — расстояние (по вертикали) от центра тяжести автомобиля до оси крена  $O_nO_3$ ;  
 $a$  — расстояние (по горизонтали) от центра тяжести автомобиля до передней оси;  
 $b$  — расстояние (по горизонтали) от центра тяжести автомобиля до задней оси;  
 $\gamma$  — угол между осью крена и плоскостью дороги;  
 $X'_n, Y'_n, Q'_n$  — составляющие реакции передней подвески на кузов;  
 $X'_3, Y'_3, Q'_3$  — составляющие реакции задней подвески на кузов;  
 $M_{n.o}$  — момент упругих сил, развиваемый при крене рессорами и стабилизатором передней подвески;  
 $M_{3.o}$  — то же для задней подвески;  
 $M'_n$  — момент сил сопротивления амортизаторов передней подвески крену;  
 $M'_3$  — то же для задней подвески.



Фиг. 4. Схема для определения связи между параметрами, характеризующими положение центра тяжести кузова и оси крена.

Согласно схеме, показанной на фиг. 4,

$$\begin{aligned}
 H_n &= h_0 + a \operatorname{tg} \gamma, \\
 H_3 &= h_0 - b \operatorname{tg} \gamma.
 \end{aligned}
 \quad (2)$$

В дальнейшем пренебрегаем величиной  $(Q_n + Q_3)ah_0$ .

Моменты сил сопротивления амортизаторов крену  $M'_n$  и  $M'_3$  выразим как функцию угловой скорости

$$\begin{aligned}
 M'_n &= \xi_n \dot{\alpha}, \\
 M'_3 &= \xi_3 \dot{\alpha}.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$M'_n + M'_3 = \xi \cdot \dot{\alpha}, \quad (3)$$

где

$$\xi = \xi_n + \xi_3.$$

Коэффициенты  $\xi_n$  и  $\xi_3$  можно определить по следующим уравнениям:

$$\xi_n = \frac{n_{n1} + n_{n2}}{4} B_n^2 \gamma_{1n};$$

$$\xi_3 = \frac{n_{31} + n_{32}}{4} B_3^2 \gamma_{13},$$

где  $n_{n1}, n_{n2}$  — коэффициент сопротивления соответственно левого и правого амортизаторов передней подвески;

$n_{31}, n_{32}$  — то же для задней подвески;

$B_n, B_3$  — колея передних  $B_n$  и задних  $B_3$  колес;

$\gamma_{1n}, \gamma_{13}$  — коэффициент, учитывающий соотношение между перемещением стойки амортизатора и перемещением колеса для передней  $\gamma_{1n}$  и задней  $\gamma_{13}$  подвесок.

Приближенно связь между моментами  $M_{n.o}$ ,  $M_{з.о}$  и углом крена  $\alpha$  можно выразить уравнением

$$M_{n.o} + M_{з.о} = \alpha c'_a,$$

где  $c'_a$  — угловая жесткость подвески автомобиля.

Обозначим

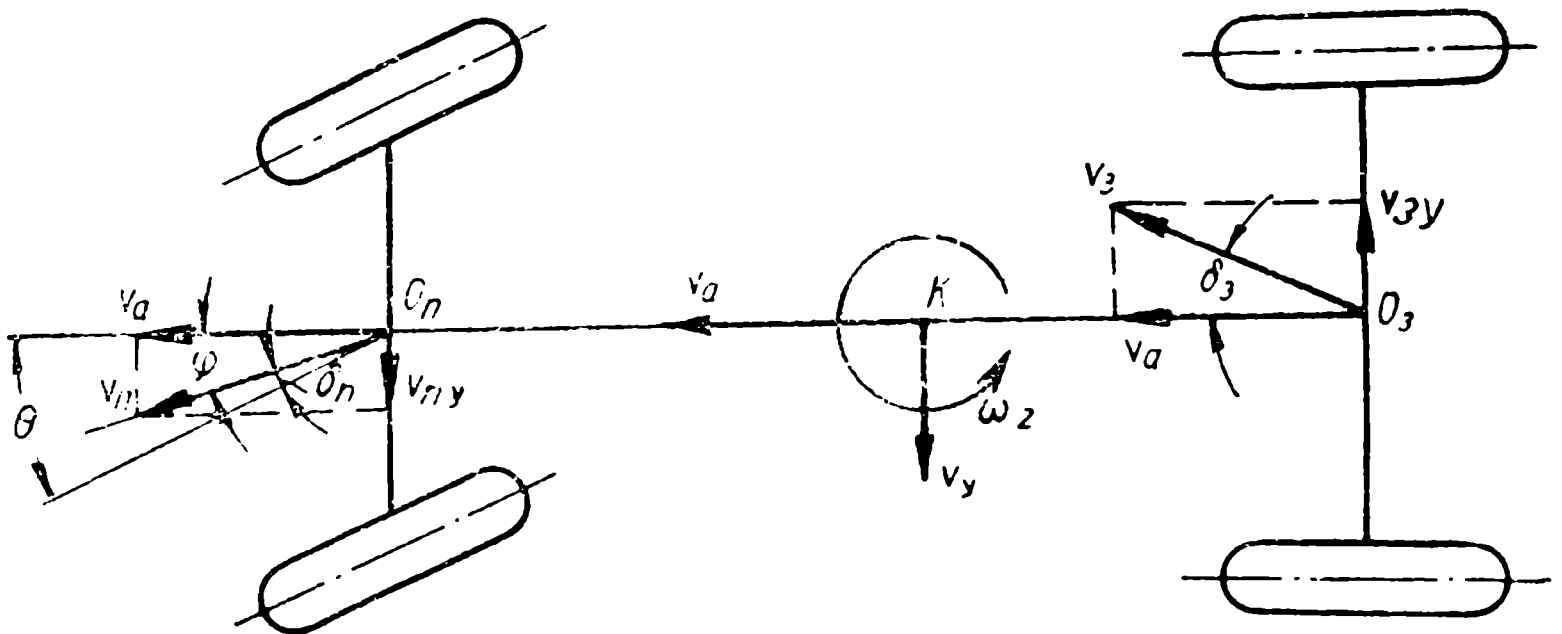
$$c'_1 = c'_a - G_k h_0. \quad (4)$$

После проведенных преобразований и упрощений получим из уравнений (1)

$$M(\dot{v}_y + \Omega v_a) = Y'_n + Y'_з; \quad (5)$$

$$J_x \ddot{\alpha} = Y'_n H_n + Y'_з H_з - \alpha c'_1 - \xi \dot{\alpha}; \quad (6)$$

$$J_z (\dot{\Omega} - \ddot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma) = Y'_n a - Y'_з b. \quad (7)$$



Фиг. 5. Схема движения автомобиля на повороте.

Приведем уравнения (5)—(7) к более удобному виду.

Из уравнений (2), (5) и (7) имеем

$$Y'_n H_n + Y'_з H_з = M h_0 (\dot{v}_y + \Omega v_a) + J_z \operatorname{tg} \gamma (\dot{\Omega} - \ddot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma).$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} M(\dot{v}_y + \Omega v_a) &= Y'_n + Y'_з. \\ (J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma) \ddot{\alpha} + \xi \dot{\alpha} + c'_1 \alpha - M h_0 \dot{v}_y - J_z \operatorname{tg} \gamma \dot{\Omega} - M h_0 v_a \Omega &= 0; \\ J_z (\dot{\Omega} - \ddot{\alpha} \operatorname{tg} \gamma) &= Y'_n a - Y'_з b. \end{aligned} \right\} (8)$$

В результате преобразований были получены три уравнения, содержащие пять неизвестных ( $v_y$ ,  $\Omega$ ,  $\alpha$ ,  $Y'_n$  и  $Y'_з$ ). Для решения этих уравнений необходимо составить еще два уравнения. Найдем эти уравнения из условий увода.

Назовем направлением перемещения оси направление перемещения центра крена подвески. Для задней оси угол увода есть угол между направлением скорости  $v_a$  и скоростью оси  $v_з$  (фиг. 5). Угол увода передней оси представляет собой разность между средним углом поворота передних колес  $\theta$  и углом  $\varphi$ , образуемым скоростью  $v_a$  и скоростью оси  $v_n$ .

За положительное направление углов увода примем направление по часовой стрелке. При этом направлении перемещение автомобиля должно совпадать с принятым направлением оси  $K_1X$ .

Колеса автомобиля с независимой подвеской обычно имеют при крене значительный наклон к плоскости дороги. Траектория движения наклоненного колеса отличается от траектории колеса, плоскость которого перпендикулярна плоскости дороги; наклоненное колесо стремится отклониться от прямолинейного движения в сторону наклона. Поэтому увод оси в значительной мере зависит от наклона колес.

При крене вследствие неодинаковой деформации рессор неразрезная ось с продольными листовыми рессорами поворачивается в плоскости дороги. При повороте неразрезной оси в плоскости дороги вследствие изменения угла увода оси изменяется траектория движения автомобиля, что влияет на его устойчивость. Особенно значительно увод оси зависит от боковой упругости шин [2].

В общем случае угол увода оси  $\delta$  можно рассматривать как сумму углов, образующихся вследствие наклона колес  $\delta_k$ , поворота неразрезной оси  $\delta_o$  и увода вследствие боковой упругости шин  $\delta_y$ , т. е.

$$\delta = \delta_k + \delta_o + \delta_y. \quad (9)$$

Если не учитывать влияния упругости шин на наклон колес и поворот неразрезной оси, то углы  $\delta_k + \delta_o$  будут пропорциональны углу  $\alpha$ , т. е.

$$\delta_k + \delta_o = \nu \cdot \alpha, \quad (10)$$

где  $\nu$  — коэффициент, характеризующий влияние угла крена на увод.

До начала частичного проскальзывания шин

$$\delta = \frac{Y}{k}, \quad (11)$$

где  $k$  — коэффициент сопротивления уводу оси.

Согласно уравнениям (9) — (11)

$$\delta_y = \frac{Y}{k} + \nu \alpha.$$

В настоящем исследовании не учтено влияние неподрессоренных масс; поэтому, а также вследствие малости угла  $\theta$  можно принять, что боковые реакции, действующие на кузов (силы  $Y'_n$  и  $Y'_z$  на фиг. 2), равны боковым реакциям, действующим на колеса автомобиля (силам  $Y_n = Y_{n1} + Y_{n2}$  и  $Y_z = Y_{z1} + Y_{z2}$ ). Учитывая эти замечания, получаем уравнения для определения углов увода передней и задней осей

$$\left. \begin{aligned} \delta_n = \theta - \varphi &= \frac{Y'_n}{k_n} + \nu_n \alpha; \\ \delta_z &= \frac{Y'_z}{k_z} + \nu_z \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Преобразовав эти уравнения, получим

$$\left. \begin{aligned} Y'_n &= k_n (\theta - \varphi - \nu_n \alpha); \\ Y'_z &= k_z (\delta_z - \nu_z \alpha). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Согласно схеме на фиг. 5

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{v_{n.y}}{v_a}; \\ \delta_3 &= \frac{v_{з.у}}{v_a}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где  $v_{n.y}$  и  $v_{з.у}$  — боковые составляющие скоростей передней и задней осей.

Рассматривая схемы на фиг. 3—5, нетрудно найти зависимость скоростей  $v_{n.y}$  и  $v_{з.у}$  от скорости  $v_y$  и угловых скоростей  $\dot{\alpha}$  и  $\Omega$

$$\left. \begin{aligned} v_{n.y} &= v_y + \dot{\alpha}h_0 + a\Omega; \\ v_{з.у} &= -v_y - \dot{\alpha}h_0 + b\Omega. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Из уравнений (13 и 15) получим окончательные выражения для  $Y'_n$  и  $Y'_3$

$$\left. \begin{aligned} Y'_n &= k_n \left( \theta - \nu_n \alpha - \frac{v_y + a\Omega + \dot{\alpha}h_0}{v_a} \right); \\ Y'_3 &= -k_3 \left( \nu_3 \alpha + \frac{v_y - b\Omega + \dot{\alpha}h_0}{v_a} \right). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Уравнения (16), полученные из условий увода, совместно с уравнением (8), достаточны для определения неизвестных, входящих в эти уравнения. Согласно уравнениям (16)

$$\begin{aligned} Y'_n + Y'_3 &= k_n \theta - \frac{k_n + k_3}{v_a} v_y - \frac{ak_n - bk_3}{v_a} \Omega - (\nu_n k_n + \nu_3 k_3) \alpha - \\ &\quad - \frac{k_n + k_3}{v_a} h_0 \dot{\alpha}; \\ Y'_n a - Y'_3 b &= ak_n \theta - \frac{ak_n - bk_3}{v_a} v_y - \frac{a^2 k_n + b^2 k_3}{v_a} \Omega - (ak_n \nu_n - bk_3 \nu_3) \alpha - \\ &\quad - \frac{ak_n - bk_3}{v_a} h_0 \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (17)$$

Обозначим:

$$A = a^2 k_n + b^2 k_3;$$

$$B = k_n + k_3;$$

$$C = ak_n - bk_3;$$

$$D = \nu_n k_n + \nu_3 k_3;$$

$$E = -(ak_n \nu_n - bk_3 \nu_3).$$

Перепишем уравнение (8), учитывая введенные обозначения и уравнения (17)

$$\left. \begin{aligned} M\dot{v}_y + \left( Mv_a + \frac{C}{v_a} \right) \Omega + \frac{Bh_0}{v_a} \dot{\alpha} + D\alpha &= k_n \theta; \\ (J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma) \ddot{\alpha} + \xi \dot{\alpha} + c'_1 \alpha - Mh_0 \dot{v}_y - J_z \operatorname{tg} \gamma \dot{\Omega} - \\ &- Mh_0 v_a \Omega = 0; \\ J_z \operatorname{tg} \gamma \ddot{\alpha} - \frac{h_0 C}{v_a} \dot{\alpha} + E\alpha - J_z \dot{\Omega} - \frac{A}{v_a} \Omega - \frac{C}{v_a} v_y &= -ak_n \theta. \end{aligned} \right\} (18)$$

Для исследования устойчивости движения относительно параметров  $v_y$ ,  $\Omega$  и  $\alpha$  достаточно рассмотреть характеристическое уравнение системы (18):

### Условия устойчивости движения автомобиля

Характеристическое уравнение системы (18) будет

$$\begin{vmatrix} MS + \frac{B}{v_a} & \frac{Bh_0}{v_a} S + D & Mv_a + \frac{C}{v_a} \\ -Mh_0 S & (J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma) S^2 + \xi S + c'_1 & -J_z \operatorname{tg} \gamma S - Mh_0 v_a \\ -\frac{C}{v_a} & J_z \operatorname{tg} \gamma S^2 - \frac{h_0 C}{v_a} S + E & -J_z S - \frac{A}{v_a} \end{vmatrix} = 0. \quad (19)$$

Раскрывая детерминант уравнения (19), получим характеристическое уравнение системы (18) в виде

$$S^4 + a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4 = 0, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{\xi}{J_x} + \frac{1}{v_a} \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) + \frac{A \operatorname{tg}^2 \gamma + Bh_0^2 + 2Ch_0 \operatorname{tg} \gamma}{J_x \cdot v_a}; \\ a_2 &= \frac{\xi}{J_x v_a} \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) + \frac{AB - C^2}{v_a^2} \cdot \frac{J_x + Mh_0^2 + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma}{MJ_x J_z} + \\ &+ \frac{c'_1 + D \cdot h_0 - E \operatorname{tg} \gamma - Bh_0 \operatorname{tg} \gamma}{J_x} - C \frac{J_x - J_z \operatorname{tg}^2 \gamma}{J_x J_z}; \\ a_3 &= \frac{\xi}{J_x} \left( \frac{AB - C^2}{MJ_z v_a^2} - \frac{C}{J_z} \right) + \frac{c'_1}{J_x v_a} \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) - \\ &- \frac{DC + EB}{v_a MJ_x} \operatorname{tg} \gamma + \frac{EC + DA}{v_a J_x J_z} h_0; \\ a_4 &= \frac{c'_1}{J_x} \frac{AB - C^2}{MJ_z v_a^2} - \frac{DC + EB}{J_x J_z} h_0 - \frac{c'_1 C}{J_x J_z}. \end{aligned}$$

Если все корни данного характеристического уравнения отрицательны или комплексны с отрицательной вещественной частью, то исследуемое движение устойчиво.

Воспользуемся условиями Рауса — Гурвица, при выполнении которых вещественные части всех корней заданного алгебраического уравнения отрицательны [1].

Согласно условиям Рауса — Гурвица, все корни уравнения (20) будут иметь отрицательные вещественные части, если

$$\begin{aligned} a_1 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_4 > 0; \\ R = a_3 (a_1 a_2 - a_3) - a_4 a_1^2 > 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} P_1 &= \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) + \frac{A \operatorname{tg}^2 \gamma + B h_0^2 + 2 C h_0 \operatorname{tg} \gamma}{J_x} = \frac{(a^2 k_n + b^2 k_3) (J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma)}{J_x J_z} + \\ &+ \frac{(k_n + k_3) (J_x + M h_0^2)}{J_x M} + \frac{2 h_0}{J_x} (a k_n - b k_3) \operatorname{tg} \gamma; \\ P_2 &= \frac{(AB - C^2) (J_x + M h_0^2 + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma)}{M J_x J_z} = L^2 k_n k_3 \frac{J_x + M h_0^2 + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma}{M J_x J_z}; \\ N_2 &= \frac{c'_1 + D h_0 - E \operatorname{tg} \gamma - B h_0 \operatorname{tg} \gamma}{J_x} - C \frac{J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma}{J_x J_z} = \\ &= \frac{c'_1 + (\nu_n k_n + \nu_3 k_3) h_0 + (a k_n \nu_n - b k_3 \nu_3) \operatorname{tg} \gamma - (k_n + k_3) h_0 \operatorname{tg} \gamma}{J_x} - \\ &- (a k_n - b k_3) \frac{J_x + J_z \operatorname{tg}^2 \gamma}{J_x J_z}; \\ P_3 &= \frac{c'_1}{J_x} \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) - \frac{DC + EB}{M J_x} \operatorname{tg} \gamma + \frac{EC + DA}{J_x J_z} h_0 = \\ &= \frac{c'_1}{J_x} \left[ \frac{a^2 k_n + b^2 k_3}{J_z} + \frac{k_n + k_3}{M} \right] + \frac{L k_n k_3}{M J_x} (\nu_n - \nu_3) \operatorname{tg} \gamma + \frac{L k_n k_3}{J_x J_z} (\nu_n b + \nu_3 a) h_0; \\ P_4 &= \frac{c'_1}{J_x} \frac{AB - C^2}{M J_z} = \frac{L^2 k_n k_3}{M J_x J_z} c'_1; \\ N_4 &= - \frac{DC + EB}{J_x J_z} h_0 - \frac{c'_1}{J_x} \frac{C}{J_z} = \frac{L k_n k_3}{J_x J_z} h_0 (\nu_n - \nu_3) - \frac{c'_1}{J_x J_z} (a k_n - b k_3). \end{aligned}$$

Тогда коэффициенты характеристического уравнения (20) можно представить в следующем виде:

$$a_1 = \frac{\xi}{J_x} + \frac{P_1}{v_a};$$

$$a_2 = \frac{\xi}{J_x v_a} \left( \frac{A}{J_z} + \frac{B}{M} \right) + \frac{P_2}{v_a^2} + N_2;$$

$$a_3 = \frac{\xi}{J_x} \left( \frac{AB - C^2}{M J_x v_a^2} - \frac{C}{J_z} \right) + \frac{P_3}{v_a};$$

$$a_4 = \frac{P_4}{v_a^2} + N_4.$$

Примерные расчеты показывают, что условия устойчивости  $a_1 > 0$  и  $a_3 > 0$  всегда выполняются; поэтому в дальнейшем рассматриваем только условия  $a_4 > 0$  и  $R > 0$ .

Перепишем, учитывая введенные обозначения, условие устойчивости  $a_4 > 0$

$$\frac{P_4}{v_a^2} + N_4 > 0. \quad (22)$$

Так как величина  $P_4$  всегда положительна, то при  $N_4 > 0$  условие устойчивости  $a_4 > 0$  выполняется при любых скоростях автомобиля.

Учитывая, что согласно принятым допущениям  $G_k = G_a$ , представим выражение  $N_4$  (см. принятые обозначения) в следующем виде:

$$N_4 = \frac{Lk_n k_z}{J_x J_z} \frac{c_1'}{G_k} \left[ \frac{G_k h_0}{c_1'} (\nu_n - \nu_z) - \left( \frac{G_z}{k_z} - \frac{G_n}{k_n} \right) \right]. \quad (23)$$

Согласно выражению (23), неравенство  $N_4 > 0$  справедливо при

$$\left( \frac{G_n}{k_n} + \mu \nu_n \right) - \left( \frac{G_z}{k_z} + \mu \nu_z \right) > 0, \quad (24)$$

где  $G_n, G_z$  — вес автомобиля, приходящийся на переднюю или заднюю ось;

$\nu_n, \nu_z$  — коэффициент, характеризующий влияние угла крена на увод передней или задней оси;

$k_n, k_z$  — коэффициенты сопротивления уводу передней  $k_n$  и задней  $k_z$  осей;

$\mu = \frac{h_0 G_k}{c_1'}$  — коэффициент, характеризующий величину крена кузова при повороте автомобиля

Если  $N_4 < 0$ , то движение будет устойчиво при

$$v_a < \sqrt{-\frac{P_4}{N_4}} = \sqrt{\frac{gL}{\left( \frac{G_z}{k_z} + \mu \nu_z \right) - \left( \frac{G_n}{k_n} + \mu \nu_n \right)}}. \quad (25)$$

Критическую скорость в этом случае можем определить по уравнению

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{gL}{\left( \frac{G_z}{k_z} + \mu \nu_z \right) - \left( \frac{G_n}{k_n} + \mu \nu_n \right)}}. \quad (26)$$

Левая часть неравенства (24) и знаменатель подкоренного выражения уравнения (26) пропорциональны разности углов увода задней и передней осей при движении по кругу. Действительно, если умножить правую часть неравенства (24) на  $\frac{J_z}{G_a}$ , то, используя уравнения (12) и учитывая, что

$$\alpha = \mu \frac{J_z}{G_a},$$

получим

$$\frac{J_z}{G_a} \left[ \left( \frac{G_n}{k_n} + \mu v_n \right) - \left( \frac{G_3}{k_3} + \mu v_3 \right) \right] = \left( \frac{Y'_n}{k_n} + \alpha v_n \right) - \left( \frac{Y'_3}{k_3} + \alpha v_3 \right) = \delta_n - \delta_3, \quad (27)$$

где  $\delta_n = \delta_{n.y} + \delta_{n.k} + \delta_{n.o}$  — угол увода передней оси, равный сумме углов, образующихся вследствие боковой упругости шин, наклона колес и поворота неразрезной оси;

$\delta_3 = \delta_{3.y} + \delta_{3.k} + \delta_{3.o}$  — то же для задней оси.

Если не учитывать влияния подвески, то условие устойчивости  $a_4 > 0$  превратится в условие устойчивости

$$v_a < \sqrt{\frac{gL}{\frac{G_3}{k_3} - \frac{G_n}{k_n}}}, \quad (28)$$

полученное еще в 1940 г. Я. М. Певзнером при изучении идеализированной схемы автомобиля обладающего двумя степенями свободы — боковое перемещение центра тяжести автомобиля и вращение вокруг центра тяжести. Знаменатель подкоренного выражения неравенства (28) пропорционален разности углов увода задней и передней осей, образующихся вследствие боковой упругости шин. Из неравенства (28) следует, что, если  $\delta_{n.y} > \delta_{3.y}$ , движение устойчиво при любой скорости. Отсюда был сделан вывод, что лучшей устойчивостью обладает автомобиль, угол увода передней оси которого больше угла увода задней оси. Согласно полученному условию устойчивости  $a_4 > 0$  также следует, что устойчивость автомобиля зависит от разности  $(\delta_3 - \delta_n)$  углов увода задних и передних колес и что автомобиль, угол увода передней оси которого больше угла увода задней оси (недостаточное поворачивание), более устойчив, чем автомобиль, угол увода задней оси которого больше угла увода передней оси (излишнее поворачивание); но в нашем исследовании, кроме влияния на увод упругости шин, учтено также влияние на увод наклона колес и поворота неразрезной оси.

В табл. 1 приведены критические скорости, подсчитанные по уравнению (26) для различных вариантов примерного автомобиля. Параметры автомобиля следующие:  $G_a = 2000$  кг;  $h_0 = 0,5$  м;  $L = 3$  м,  $k_n = k_3 = 4000$  кг/рад,  $c'_1 = 4000$  кгм. Взяты два варианта расположения центра тяжести по длине:

первый

$$a = b = 1,5 \text{ м},$$

второй

$$a = 1,8 \text{ м}; \quad b = 1,2 \text{ м}$$

и три варианта сочетаний коэффициентов  $v_n$  и  $v_3$ :

первый

$$v_n = v_3 = 0;$$

второй

$$\nu_n = 0,2; \nu_3 = 0;$$

третий

$$\nu_n = 0; \nu_3 = 0,2.$$

Т а б л и ц а 1

Расположение центра тяжести	$a = b = 1,5 \text{ м}$			$a = 1,8 \text{ м}; b = 1,2 \text{ м}$		
Коэффициенты $\nu_n, \nu_3$	$\nu_n = \nu_3 = 0$	$\nu_n = 0,2; \nu_3 = 0$	$\nu_n = 0; \nu_3 = 0,2$	$\nu_n = \nu_3 = 0$	$\nu_n = 0,2; \nu_3 = 0$	$\nu_n = 0; \nu_3 = 0,2$
Критическая скорость в км/час	$\infty$	—	87,5	61,5	87,5	50,4

Из приведенных в табл. 1 результатов расчетов видно значительное влияние кинематической схемы подвески на критическую скорость.

При исследовании условия устойчивости  $R > 0$  вследствие сложности получающихся выражений, влияние амортизаторов не учитывалось.

Условие  $R > 0$  можно привести к виду

$$P_1 P_3 N_2 - P_3^2 - P_1^2 N_4 + \frac{P_1 P_2 P_3 - P_4 P_1^2}{v_a^2} > 0. \quad (29)$$

Для облегчения сравнения условий устойчивости  $a_4 > 0$  и  $R > 0$  умножим неравенство (29) на  $P_4$  и добавим к нему выражение

$$P_1 P_2 P_3 N_4 - P_1 P_2 P_3 N_4;$$

в результате получим

$$\left( \frac{P_4}{v_a^2} + N_4 \right) (P_2 P_3 - P_1 P_4) P_1 + P_3 (P_1 P_4 N_2 - P_3 P_4 - P_1 P_2 N_4) > 0. \quad (30)$$

При исследовании неравенства (30) разберем два случая.

Первый случай

$$P_2 P_3 - P_1 P_4 > 0.$$

В этом случае неравенство (30) можно представить в виде

$$\frac{P_4}{v_a^2} + N_4 + F > 0, \quad (31)$$

где

$$F = \frac{P_3 (P_1 P_4 N_2 - P_3 P_4 - P_1 P_2 N_4)}{P_1 (P_2 P_3 - P_1 P_4)}.$$

При  $N_4 + F > 0$  условие устойчивости  $R > 0$  выполняется всегда. Если  $N_4 + F < 0$ , то движение будет устойчиво при

$$v_a < \sqrt{-\frac{P_4}{N_4 + F}}. \quad (32)$$

Критическая скорость в этом случае будет

$$v_{кр} = \sqrt{-\frac{P_4}{N_4 + F}}. \quad (33)$$

Второй случай

$$P_2 P_3 - P_1 P_4 < 0.$$

При этом неравенство (30) можно переписать в виде

$$\frac{P_4}{v_a^2} + N_4 + F < 0. \quad (34)$$

Если  $N_4 + F < 0$ , то имеется нижний предел скорости, при которой движение устойчиво,

$$v_a > \sqrt{-\frac{P_4}{N_4 + F}}.$$

Неравенство  $N_4 + F > 0$  несовместимо с условием (34).

Примерные расчеты показывают, что для употребляемых параметров автомобиля

$$P_2 P_3 - P_1 P_4 > 0,$$

т. е. при малых скоростях движение всегда устойчиво.

Обозначим критическую скорость, получающуюся из условия устойчивости  $a_4 > 0$  через  $v_3$ , а из условия  $R > 0$  через  $v_4$ .

Согласно неравенствам (25) и (32)

при  $0 < N_4 < -F$  существует только критическая скорость  $v_4$ ;

при  $N_4 > -F > 0$  или  $N_4 > 0$  и  $F > 0$  критических скоростей  $v_3$  и  $v_4$  не существует;

при  $0 > N_4 > -F$  существует только критическая скорость  $v_3$ ;

при  $N_4 < 0$  и  $F < 0$  существуют обе критические скорости  $v_3$  и  $v_4$ , но в этом случае  $v_4 < v_3$ , поэтому необходимо определять меньшую скорость  $v_4$ ;

при  $N_4 < -F < 0$  существуют обе критические скорости  $v_3$  и  $v_4$ , но в этом случае  $v_3 < v_4$ , поэтому необходимо определить меньшую скорость  $v_3$ .

## ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ АВТОМОБИЛЯ НА ЕГО УСТОЙЧИВОСТЬ

При выяснении влияния конструктивных параметров автомобиля на его устойчивость начнем с простейшего случая и будем затем последовательно усложнять задачу. При этом основное внимание уделим анализу влияния конструктивных параметров автомобиля на условие устойчивости  $R > 0$ , так как влияние параметров автомобиля на условие устойчивости  $a_4 > 0$  выяснено [см. уравнение (26) и табл. 1], а условия устойчивости  $a_1 > 0$  и  $a_3 > 0$  выполняются всегда.

Ввиду сложности аналитических выражений для определения критической скорости  $v_4$ , в дальнейшем влияние параметров автомобиля на

устойчивость иллюстрируется графиками. При построении графиков за основу приняты следующие конструктивные параметры автомобиля:

$$\begin{aligned} M &= 204 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}; & c'_1 &= 4000 \text{ кгм}; \\ J_z &= 200 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}; & L &= 3 \text{ м}; \\ J_x &= 100 \text{ "}; & h_0 &= 0,5 \text{ м}. \\ k_n &= k_3 = 4000 \text{ кг/рад.}; \end{aligned}$$

В дальнейшем на графиках по оси ординат отложена скорость, а по оси абсцисс — расстояние от центра тяжести до передней оси. Область *I* есть область устойчивого движения автомобиля; область *II* — область неустойчивого движения, определяемого из условия устойчивости  $R > 0$ ; область *III* — область неустойчивого движения определяется из условия устойчивости  $a_4 > 0$ . Границами области устойчивости служат кривые  $a_4 = 0$  и  $R = 0$ .

Переход из области *I* в область *II* (переход через границу  $R = 0$ ) означает появление колебательной неустойчивости. Переход через границу  $a_4 = 0$  соответствует появлению апериодической неустойчивости. Согласно исследованиям Я. М. Певзнера [2], апериодическая неустойчивость может привести к заносу автомобиля. Колебательная неустойчивость зависит от поперечных колебаний кузова и поэтому при теоретических исследованиях может быть обнаружена только в том случае, когда при составлении уравнений движения автомобиля учитывают три степени свободы: боковое перемещение центра тяжести, угол поворота вокруг центра тяжести и угол крена.

1. Центр тяжести кузова расположен на оси крена ( $h_0 = 0$ ). Выше было показано, что критическая скорость, определяемая условием устойчивости  $a_4 > 0$ , зависит от разности углов увода передней и задней осей при движении по кругу. Если  $h_0 = 0$ , то при движении по кругу кузов не будет иметь крена и увод осей не будет зависеть от наклона колес и поворота неразрезной оси. Следовательно, в этом случае (даже при  $\nu \neq 0$ ) критическую скорость  $v_3$  можно определить по уравнению, полученному без учета угла крена [2]

$$v_3 = \sqrt{\frac{g \cdot L}{\frac{G_3}{k_3} - \frac{G_n}{k_n}}}. \quad (35)$$

Если при расположении центра тяжести кузова на оси крена ( $h_0 = 0$ ) ось крена непараллельна плоскости дороги ( $\gamma \neq 0$ ), то, как показали примерные расчеты, условие устойчивости  $R > 0$  выполняется всегда.

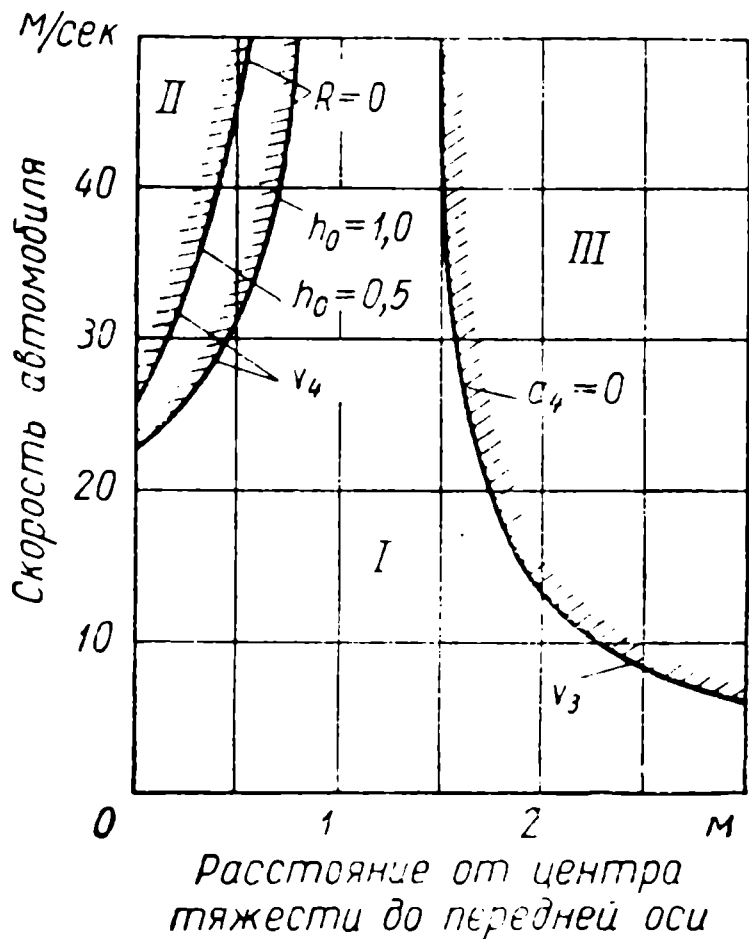
При расположении центра тяжести на оси крена ( $h_0 = 0$ ) и расположении оси крена параллельно плоскости дороги ( $\gamma = 0$ ) система уравнений (18) распадается и условие устойчивости  $R > 0$  отсутствует.

2. Центр тяжести автомобиля не лежит на оси крена ( $h_0 \neq 0$ ), амортизаторов нет ( $\xi = 0$ ), наклон и поворот осей при крене отсутствуют ( $\nu = 0$ ) и ось крена параллельна плоскости дороги ( $\gamma = 0$ ). В этом случае подвеска автомобиля представляет собой подвеску на неразрезных

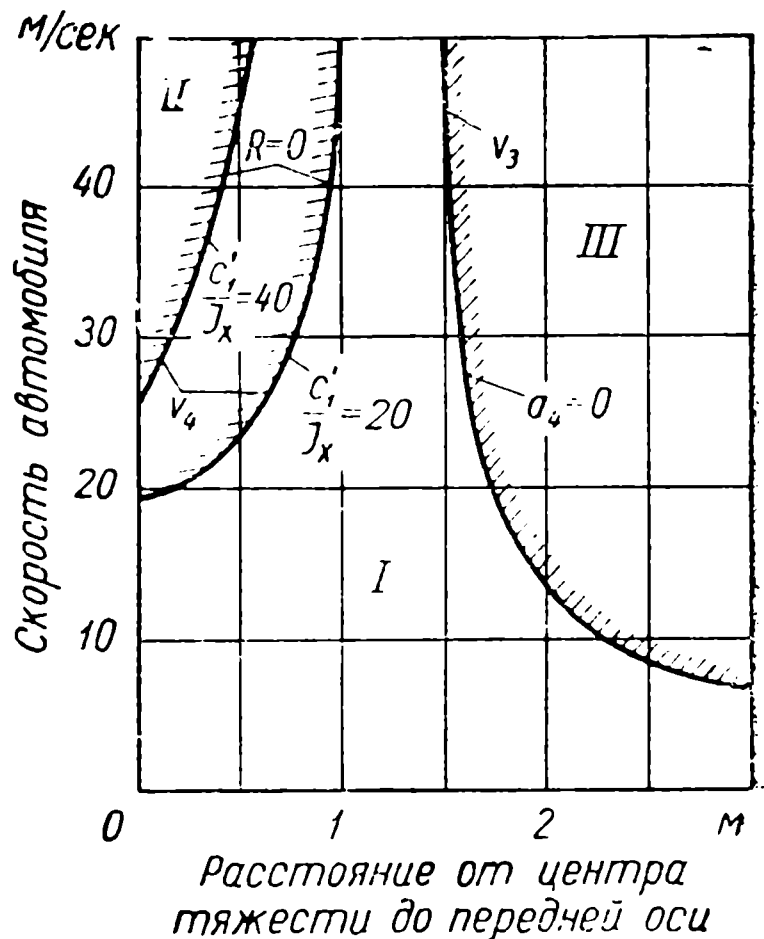
осях, спроектированных так, чтобы при крене не было поворота осей в плоскости дороги.

В этом случае критическую скорость  $v_3$  определяют по уравнению (35).

На фиг. 6—8 показано влияние расстояния  $h_0$  центра тяжести автомобиля от оси крена, отношения  $\frac{c_1'}{J_x}$  и момента инерции относительно вертикальной оси  $J_z$  на величину областей неустойчивости. Для данного типа подвески согласно уравнению (35) и кривым на фиг. 6—8



Фиг. 6. Влияние расстояния от центра тяжести до оси крена на величину областей колебательной и апериодической неустойчивости.



Фиг. 7. Влияние угловой жесткости и момента инерции относительно продольной оси на величину областей колебательной и апериодической неустойчивости.

область III не зависит от параметров  $h_0$ ,  $\frac{c_1'}{J_x}$  и  $J_z$ . При увеличении расстояния от оси крена до центра тяжести  $h_0$  (фиг. 6), уменьшении отношения  $\frac{c_1'}{J_x}$  (фиг. 7) и уменьшении момента инерции относительно вертикальной оси  $J_z$  (фиг. 8) увеличивается область II.

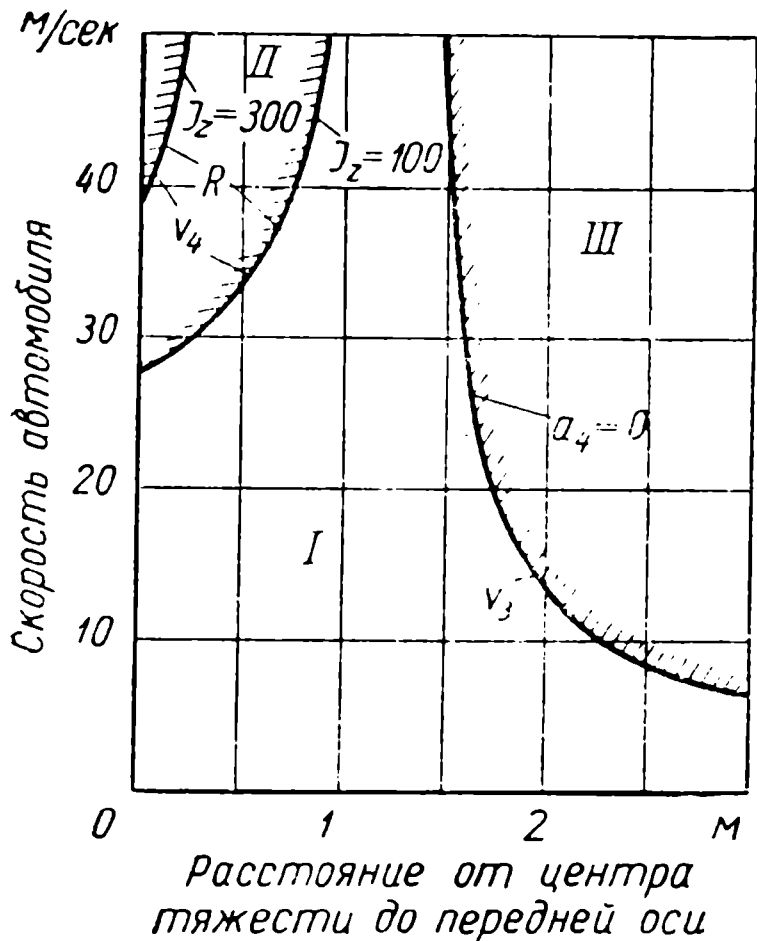
Проведенные примерные расчеты (фиг. 6—8) показывают, что для подвески рассматриваемого типа, при незначительном сдвиге центра тяжести вперед от середины автомобиля, автомобиль не только не имеет критической скорости  $v_4$ , но и условия устойчивости  $R > 0$  выполняются со значительным запасом.

3. Ось крена параллельна плоскости дороги ( $\gamma = 0$ ), амортизаторы отсутствуют ( $\dot{z} = 0$ ), центр тяжести автомобиля не лежит на оси крена ( $h_0 \neq 0$ ), при крене имеется наклон колес и поворот неразрезной оси ( $\nu \neq 0$ ). Этот случай соответствует подвеске автомобиля с одинаковым расположением центров крена спереди и сзади. К таким автомобилям относятся автомобили с подвеской на неразрезных осях и автомобили с передней и задней независимыми подвесками обычно применяемой

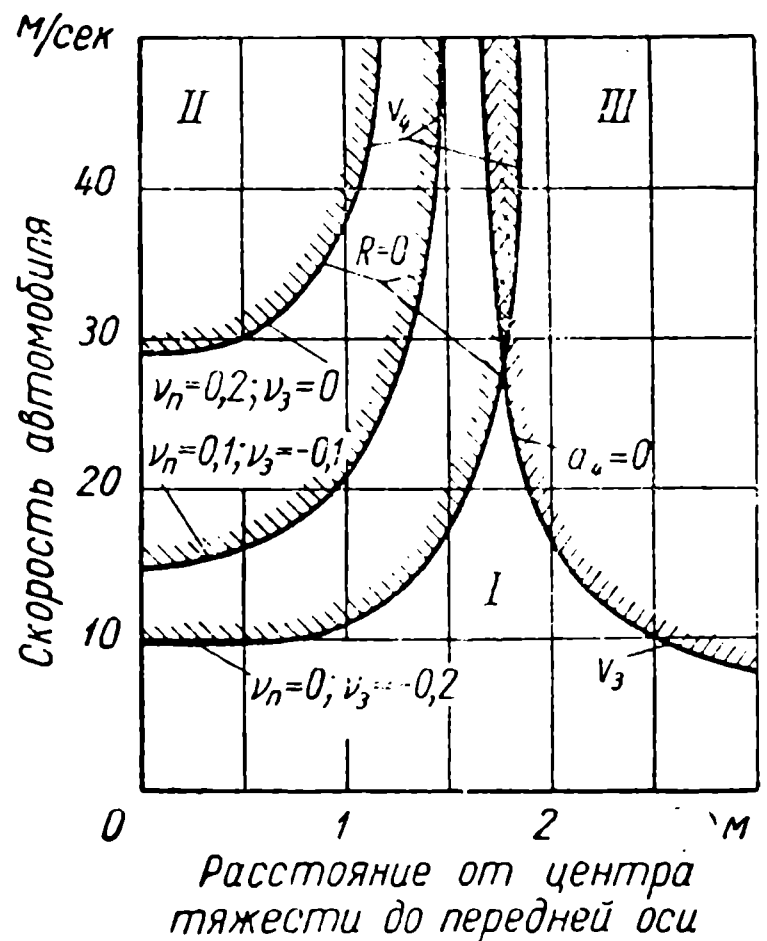
конструкции (кроме автомобилей с задней подвеской типа „качающаяся ось“).

По условию устойчивости  $a_4 > 0$  критическую скорость  $v_3$  определяют по уравнению (26).

Как уже отмечалось, автомобиль с недостаточным поворачиванием имеет преимущества по сравнению с автомобилем, обладающим излишним поворачиванием. Для того чтобы условие устойчивости  $a_4 > 0$  выполнялось при любых возможных в эксплуатации сочетаниях нагрузок и давлений в шинах, желательно иметь отношение  $\frac{\delta_n - \delta_3}{L} \approx 0,5$ . Недоста-



Фиг. 8. Влияние момента инерции относительно вертикальной оси на величину областей колебательной и апериодической неустойчивости.



Фиг. 9. Влияние различных сочетаний величин коэффициентов  $\nu_n$  и  $\nu_3$  (при постоянной разности их) на величину областей колебательной и апериодической неустойчивости.

точное поворачивание большинства современных легковых автомобилей объясняется схемой применяемой подвески.

Если центр тяжести автомобиля расположен по середине базы и коэффициенты сопротивления уводу передней и задней осей равны, то разности углов увода  $\delta_n - \delta_3$  будут пропорциональны разности коэффициентов  $\nu_n - \nu_3$ . Для того чтобы получить отношение  $\frac{\delta_n - \delta_3}{L} \approx 0,5$ , разность  $\nu_n - \nu_3$  должна составлять около 0,2. На фиг. 9 показано влияние различных сочетаний величины коэффициентов  $\nu_n$  и  $\nu_3$  при постоянной разности их  $\nu_n - \nu_3 = 0,2$  на положение областей II и III. При исследовании плоско-параллельного движения автомобиля, т. е. если при исследовании движения автомобиля были учтены только две степени свободы, получалось, что имеется одна область неустойчивости (область III) и что устойчивость зависит только от разности углов увода осей  $\delta_n - \delta_3$ . Согласно проведенным исследованиям имеются две области неустойчивости и устойчивость автомобиля зависит не только

от разности  $\delta_n - \delta_3$ , но и от значения каждой из этих величин. Желательно (фиг. 9), чтобы недостаточное поворачивание обеспечивалось передней подвеской ( $\nu_n = 0,2$ ;  $\nu_3 = 0$ ), так как в этом случае область неустойчивости  $II$  незначительна. Худшим является вариант, при котором недостаточное поворачивание получается за счет задней подвески ( $\nu_n = 0$ ,  $\nu_3 = -0,2$ ). В этом случае уже при скорости 40 км/час движение может быть неустойчивым.

Влияние задней подвески на критическую скорость  $v_4$  показано ниже.

Коэффициент $\nu_3$ . . . .	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2
Критическая скорость $v_4$ в км/час . . . .	40	70	Нет	Нет	Нет

Расчет проведен для случая  $\nu_n = 0$ ;  $a = 1$  м,  $b = 2$  м, остальные параметры примерного автомобиля те же, что и в предыдущих случаях.

Приведенные данные показывают, что при увеличении недостаточного поворачивания ухудшается устойчивость автомобиля.

Согласно проведенным исследованиям, при положительном значении коэффициента  $\nu_3$  возможно появление апериодической неустойчивости, а при отрицательном значении коэффициента  $\nu_3$  — колебательной неустойчивости. Очевидно, компромиссное решение соответствует нулевому значению коэффициента  $\nu_3$ . При проектировании автомобиля желательно, чтобы при средних нагрузках на автомобиль (например, для автомобиля „Москвич“ при нагрузке два человека, а для автомобиля ЗИМ при нагрузке три человека) во время крена не происходило поворота заднего моста.

В этом случае при изменении нагрузки на автомобиль отклонения заднего моста во время крена от нейтрального положения незначительны (величина коэффициента  $\nu_3$  изменяется примерно от  $-0,05$  до  $+0,05$ ). При малых нагрузках при повороте заднего моста будет увеличиваться стремление к излишнему поворачиванию (положительное значение коэффициента  $\nu_3$ ), а при больших нагрузках — к недостаточному поворачиванию (отрицательное значение коэффициента  $\nu_3$ ).

4. Ось крена имеет значительный наклон ( $\gamma \neq 0$ ), амортизаторов нет ( $\xi = 0$ ), центр тяжести не расположен на оси крена ( $h \neq 0$ ), наклон колес и поворот осей отсутствуют ( $\nu = 0$ ). При данной конструкции автомобиля критическую скорость  $v_3$  определяют по уравнению (35).

На фиг. 10 показано влияние наклона оси на положение областей устойчивого и неустойчивого движения. Расчет был проведен при  $\gamma = -0,1$ ;  $\gamma = 0$ ;  $\gamma = 0,1$ ;  $\gamma = 0,2$ .

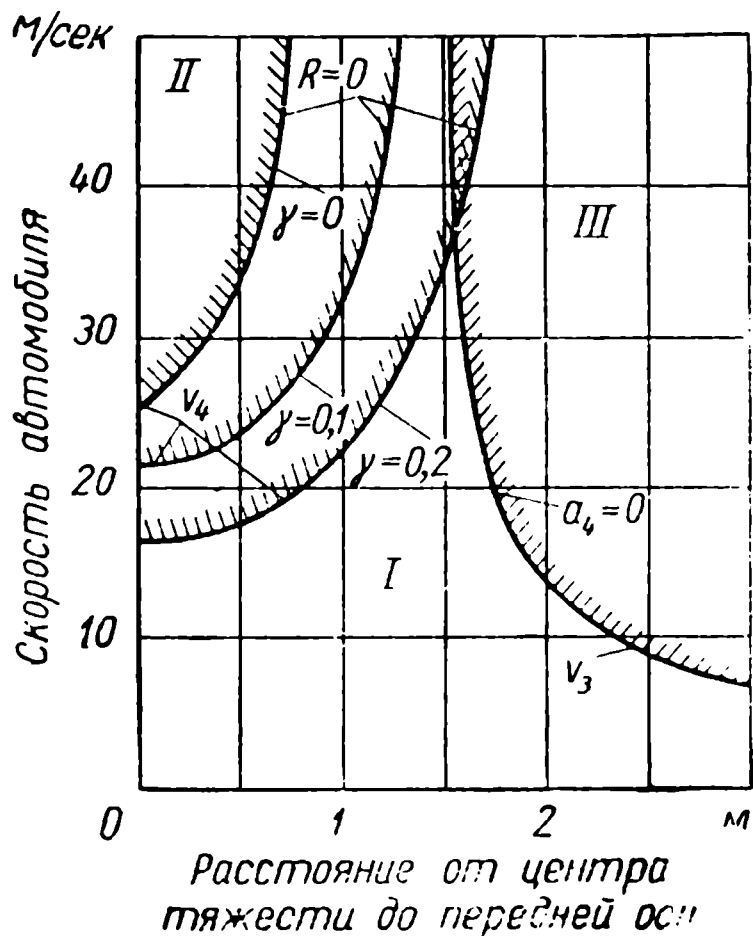
При  $\gamma = -0,1$  критической скорости  $v_4$  не существует. С увеличением угла  $\gamma$  область неустойчивости  $II$  увеличивается.

5. Для большинства современных легковых автомобилей ни один из параметров  $h_0$ ,  $\gamma$  и  $\nu$  нельзя принять равным нулю; они изменяются в следующих пределах:  $h_0 = 0,4 \div 0,7$  м;  $\gamma = 0 \div 0,18$ ;  $\nu = -0,1 \div 0,25$ .

При этом автомобили с сочетанием передней независимой подвески с задней подвеской на неразрезной оси или задней качающейся осью имеют  $\gamma \approx 0,1 \div 0,18$ ;  $\nu_n \approx 0,2$ ;  $\nu_3 = -0,1 \div 0,1$ .

Из условия устойчивости  $a_4 > 0$  имеем

$$v_3 = \sqrt{\frac{g \cdot L}{\left(\frac{G_3}{k} + \nu \nu_3\right) - \left(\frac{G_n}{k_n} + \nu \nu_n\right)}}.$$



Фиг. 10. Влияние наклона оси крена к плоскости дороги на величину областей колебательной и апероидической неустойчивости.

Согласно условию устойчивости  $R > 0$ , при отсутствии амортизаторов [см. неравенство (29)]

$$v_4 = \sqrt{\frac{P_2 \frac{P_3}{P_1} - P_4}{N_4 - \frac{P_3}{P_1} N_2 + \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^2}}. \quad (36)$$

При определении скорости  $v_4$  необходимо вначале отдельно вычислить каждую из величин  $P_1, P_2, P_3, P_4, N_2$  и  $N_4$  (см. принятые обозначения), а затем подставить эти величины в уравнение (36).

На фиг. 11 показано положение кривых  $a_4 = 0$  и  $R = 0$  (т. е. границ областей II и III для автомобиля, имеющего  $\gamma = 0,1$  и три различных варианта соотношений коэффициентов  $\nu_n$  и  $\nu_3$ )

$$\begin{aligned} \nu_n &= 0,2; \quad \nu_3 = 0,1; \\ \nu_n &= 0,2; \quad \nu_3 = 0; \\ \nu_n &= 0,2; \quad \nu_3 = -0,1. \end{aligned}$$

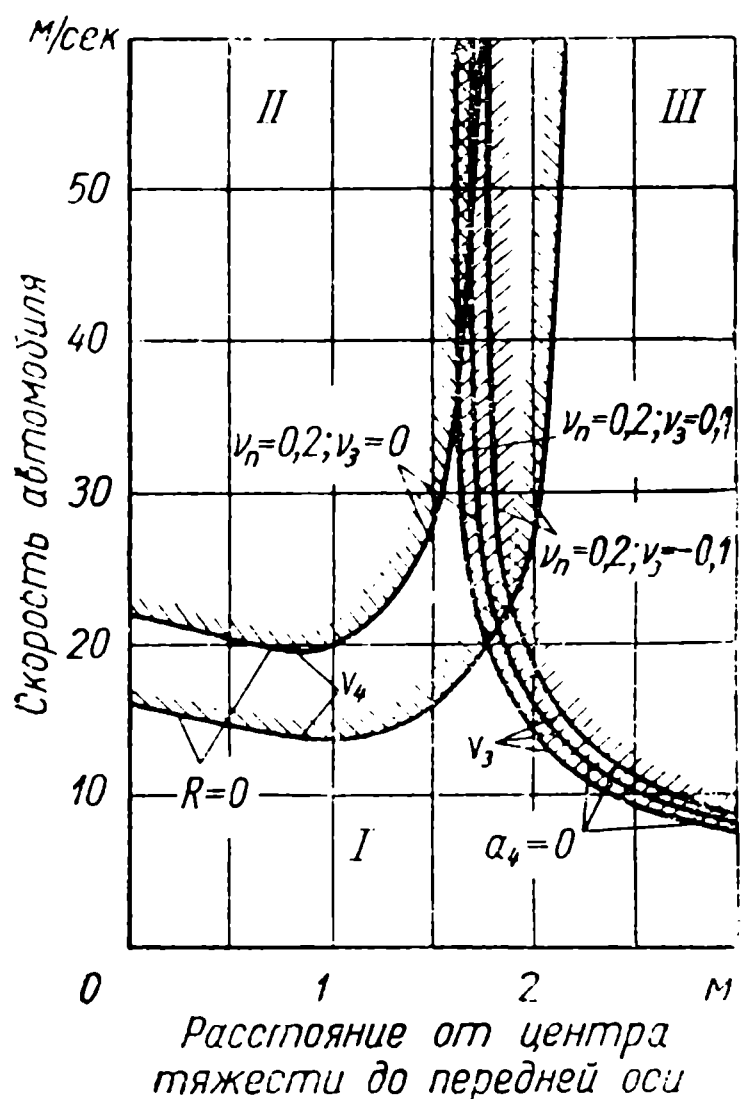
Остальные параметры автомобиля взяты такие же, как и в предыдущих случаях. Амортизаторы отсутствуют.

Из рассмотрения фиг. 11 можно сделать следующие выводы: чем больше разность  $\nu_n - \nu_3$ , тем выше граница области неустойчивости, определяемая из условия устойчивости  $a_4 > 0$  (область III), т. е. возможность несоблюдения условия устойчивости  $a_4 > 0$  уменьшается. На выполнение условия устойчивости  $R > 0$  значительное влияние оказывает величина коэффициента  $\nu_3$ . Если  $\nu_3 = 0,1$ , то критическая скорость наступает при скорости, значительно превышающей скорость современного автомобиля. При  $\nu_3 = 0$  движение автомобиля может быть неустойчивым только на больших скоростях. Если  $\nu_3 = -0,1$ , то уже при скоростях около 50 км/час движение может быть неустойчиво.

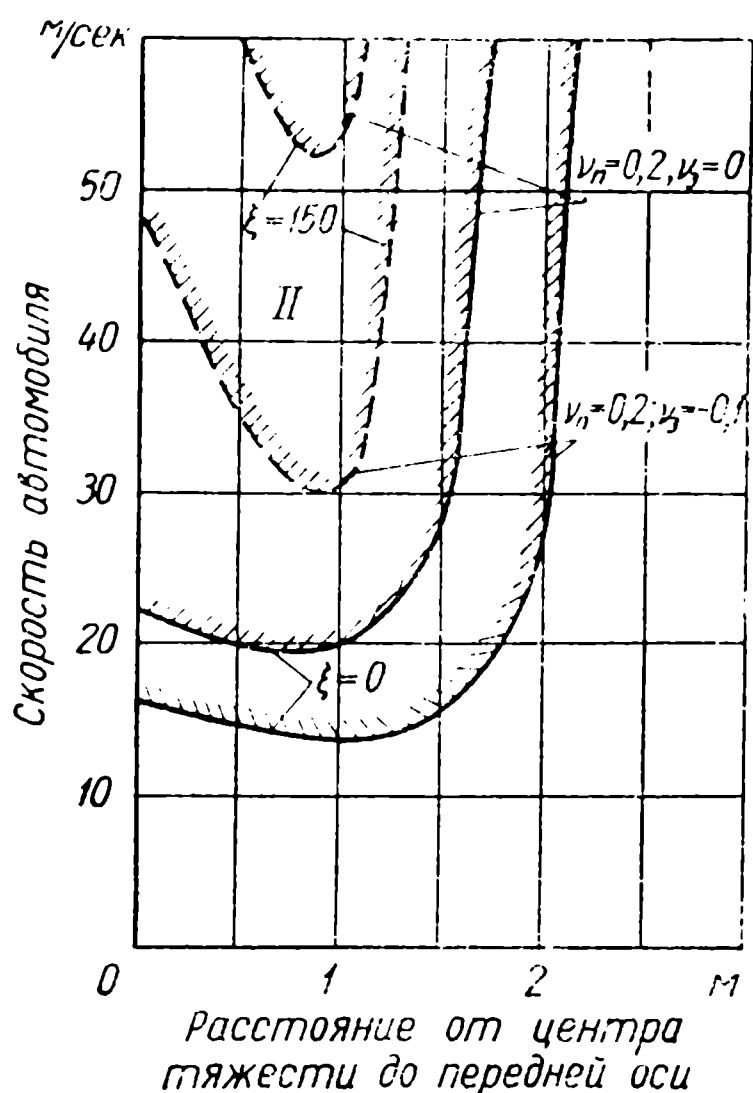
Исследование влияния конструктивных параметров автомобиля на его устойчивость подтвердило известное положение, что для улучшения устойчивости автомобиля угол увода передней оси должен быть больше угла увода задней, но, согласно проведенным исследованиям, желательно,

чтобы такое соотношение между углами  $\delta_n$  и  $\delta_3$  не получалось в результате влияния кинематической схемы задней подвески (из-за отрицательного значения коэффициента  $\nu_3$ ).

На фиг. 12 показано влияние сопротивления амортизаторов на положение области II. Рассмотрены те же случаи сочетания коэффициентов  $\nu_n$  и  $\nu_3$ , что и на фиг. 11. Коэффициент  $\xi$ , учитывающий влияние амортизаторов [уравнение (3)], равен  $150 \text{ кгмсек}$ . Сплошными линиями показаны границы области неустойчивости при отсутствии амортизаторов ( $\xi = 0$ ), пунктирными — с амортизаторами. Вследствие установки амор-



Фиг. 11. Влияние различных сочетаний величин коэффициентов  $\nu_n$  и  $\nu_3$  на положение областей колебательной и апериодической неустойчивости.



Фиг. 12. Влияние сопротивления амортизаторов на положение области колебательной неустойчивости.

тизаторов поперечные колебания кузова затухают, и поэтому колебательная неустойчивость автомобиля уменьшается, т. е. уменьшается область II. Положение границы области III не зависит от сопротивления амортизаторов [см. неравенства (24), (25)].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено исследование устойчивости движения автомобиля с учетом поперечных колебаний кузова, поворота неразрезной оси в плоскости дороги и наклона колес к плоскости дороги при крене. Исследования подтвердили существующее в настоящее время положение о том, что автомобиль, имеющий угол увода передней оси больше угла увода задней (т. е. автомобиль с недостаточным поворачиванием), обладает значительным преимуществом в отношении устойчивости по сравнению с автомобилем, угол увода задней оси которого больше угла увода передней оси.

Как показали исследования, при определении увода осей необходимо учитывать не только боковую упругость шин, но и влияние наклона колес и поворота неразрезной оси.

При этом не безразлично, какая ось — передняя или задняя — вызывает недостаточное поворачивание. Недостаточное поворачивание не должно являться следствием поворота задней оси, что может привести к колебательной неустойчивости автомобиля. Поэтому при конструировании желательно, чтобы при крене задняя неразрезная ось имела наименьший поворот, а недостаточное поворачивание получалось соответствующим подбором конструкции передней подвески и смещения центра тяжести автомобиля вперед. Для уменьшения возможности появления колебательной неустойчивости автомобиля желательно уменьшение наклона оси крена к плоскости дороги. Амортизаторы, способствуя затуханию поперечных колебаний, также уменьшают колебательную неустойчивость автомобиля.

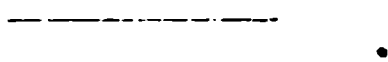
---

### *ЛИТЕРАТУРА*

1. Лойцянский А. Г. и Лурье А. И., Теоретическая механика, ч. 2. Гостехиздат, 1948.
  2. Певзнер Я. М., Теория устойчивости автомобиля, Машгиз, 1947.
  3. Суслов Г. И., Теоретическая механика, Гостехиздат, 1946.
-

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
<i>Д-р техн. наук Я. М. Певзнер и канд. техн. наук А. М. Горелик, Боковой крен автомобиля . . . . .</i>	3
<i>Канд. техн. наук А. М. Горелик, Условия устойчивости дви- жения автомобиля . . . . .</i>	26



Технический редактор *С. М. Попова*  
Корректоры; *Д. Э. Юстус* и *В. А. Перевозчикова*

---

Сдано в производство 4/V 1953 г. Подписано к печати 2/VII 1953 г. Т-01583  
Тираж 1500 экз. Печ. л. 3. Уч.-изд. л. 3. Бум. л. 1,5. Формат 60×92<sup>1</sup><sub>16</sub>. Зак. 669

---

1-я типография Машгиза. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.

Цена 1 р. 50 к.



Москва, Третьяковский проезд, 1.