

ISBN 978-5-9729-2248-2



9 785972 922482



ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ

«Инфра-Инженерия»

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ

Ж. Г. ВЕГЕРА
В. В. СЛЕПЦОВ

Ж. Г. ВЕГЕРА, В. В. СЛЕПЦОВ

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ**

Учебное пособие

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2025

УДК 681.2
ББК 32.813
В26

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Диагностические информационные технологии» ФГБОУ ВО «НИУ "МЭИ"» *Хвостов А. А.*;
кандидат технических наук, доцент, заведующая кафедрой информатики Института кибербезопасности и цифровых технологий РТУ МИРЭА *Шмелева А. Г.*

Вегера, Ж. Г.

В26 Основы теории автоматического управления для инженеров : учебное пособие / Ж. Г. Вегера, В. В. Слепцов. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2025. – 100 с. : ил., табл.

ISBN 978-5-9729-2248-2

Изложены материалы по анализу и синтезу управляющих систем с традиционными, нечеткими и нейросетевыми регуляторами. Особое внимание уделено выводу основных формул. Все разделы содержат примеры решения конкретных практических задач.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки 12.03.01 «Приборостроение», а также для специалистов – разработчиков сложных управляющих автоматических систем.

Печатается в авторской редакции.

УДК 681.2
ББК 32.813

ISBN 978-5-9729-2248-2

© Вегера Ж. Г., Слепцов В. В., 2025
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2025
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
ГЛАВА 1. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	7
1.1. Математическое описание динамических звеньев и систем	10
1.2. Разложение степенных многочленов на множители	15
1.3. Исследование устойчивости линейных систем	22
1.4. Исследование устойчивости нелинейных систем	28
1.5. Определение переходных процессов в линейных системах	33
1.6. Определение переходных процессов в нелинейных системах	36
1.7. Синтез систем автоматического управления с помощью логарифмических амплитудно- и фазочастотных характеристик	38
ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПОДЧИНЕННЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ ПАРАМЕТРОВ	45
2.1. Основные принципы построения систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров	45
2.2. Синтез систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров	48
ГЛАВА 3. СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	53
3.1. Адаптивные системы автоматического управления	53
3.2. Системы автоматического управления с нечеткими регуляторами	59
3.3. Системы автоматического управления с нейрорегуляторами	63
ГЛАВА 4. ПРИМЕРЫ ИССЛЕДОВАНИЯ САУ	68
4.1. Разработка системы управления квадрокоптера	68
4.2. Метрологическое обеспечение определения показателей качества регулируемых электроприводов на стадии проектирования	82
Заключение	93
Список литературы	94

Приложение 1. Таблица соответствия оригиналов и изображений (преобразование Лапласа).....	96
Приложение 2. Коэффициенты гармонической линеаризации типовых нелинейностей.....	98

ВВЕДЕНИЕ

Тенденции развития современного технологического оборудования (станков, промышленных роботов, лазерных технологических установок и пр.), автомобилей и предметов бытового назначения (стиральных машин, культиваторов и пр.) свидетельствуют о широком внедрении в нашу жизнь систем автоматического управления (САУ). Для упрощения понимания излагаемого материала дадим некоторые определения.

Управление – это совокупность действий, направленных на обеспечение такого процесса функционирования управляемого объекта, при котором достигается заданная цель управления при наличии заданных ограничений и воздействий со стороны окружающей среды.

Цель управления – обеспечение желаемого изменения во времени группы переменных, характеризующих состояние объекта.

Объектом управления называется объект, который требуется заставить совершать требуемые действия.

Управляющее воздействие прикладывается со стороны устройства управления к объекту управления с целью достижения цели управления.

Системой автоматического управления (САУ) называется совокупность взаимодействующих друг с другом устройств управления, объекта управления и комплекса датчиков обратных связей.

Вопросам разработки САУ посвящено множество работ как отечественных, так и зарубежных авторов, но большинство из них имеют чисто теоретическую направленность, а приводимые примеры абстрактны. Данное учебное пособие предназначено, в первую очередь, для разработчиков – практиков и содержит, в основном, готовые формулы и выводы. Кроме того, все разделы содержат необходимые примеры решения конкретных практических задач.

Пособие состоит из введения, 4-х глав, заключения и списка литературы.

В *первой главе* изложен материал по классической теории управления, касающийся математического описания динамических звеньев и систем, разложения степенных многочленов на множители, исследования устойчивости линейных систем, исследования устойчивости нелинейных систем, определения переходных процессов в линейных системах, определения переходных процессов

в нелинейных системах, синтеза систем автоматического управления с помощью логарифмических амплитудно- и фазочастотных характеристик.

Во *второй главе* изложен материал по основным принципам построения систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров и синтезу систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров.

В *третьей главе* изложен материал по современной теории управления, касающийся адаптивных систем автоматического управления, систем автоматического управления с нечеткими регуляторами, систем автоматического управления с нейрорегуляторами.

В *четвертой главе* изложены примеры исследования системы управления квадрокоптера, регулируемого электропривода с вентильным двигателем.

ГЛАВА 1. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Как научная дисциплина теория автоматического управления (ТАУ) зародилась около 100 лет назад [1, 2]. Основоположником этой теории является выдающийся механик И. А. Вышнеградский, профессор Петербургского технологического института (1831–1895). И. А. Вышнеградскому удалось разработать в 1876–1877 гг. основы общей теории регуляторов, решавшей насущные практические вопросы того времени. В своей работе «О регуляторах прямого действия» он впервые показал, что процессы в регуляторе и объекте регулирования неразрывно связаны между собой и поэтому исследовать их надо совместно. Он провел эти исследования для простейших регуляторов. Эта работа оказала огромное влияние на развитие теории регулирования.

Наряду с развитием техники, в основном паровых машин, развивалось регуляторостроение, накапливался опыт управления. Вместе с этим возникали новые проблемы, в том числе стала острой проблема устойчивости систем при автоматическом регулировании. Возникла острая необходимость понять процессы при потере устойчивости и предложить меры борьбы с неустойчивыми движениями.

Основы общей теории устойчивости динамических систем были заложены трудами великого русского математика А. М. Ляпунова, академика, профессора Харьковского университета (1857–1918). В своей знаменитой работе «Общая задача об устойчивости движения» (1892) он впервые дал точное определение задачи устойчивости, наилучшим образом удовлетворяющее многим техническим задачам, обосновал допустимость исследования устойчивости «в малом» по первому приближению (по линеаризованным уравнениям) и дал метод исследования устойчивости «в большом» с помощью функций Ляпунова. XX век явился началом невиданного научно-технического прогресса, который перерос в научно-техническую революцию. Техника вступила в новый этап своего развития – этап автоматизации, которая представляет собой генеральное направление производственного применения результатов научно-технической революции. Теория автоматического управления является фундаментом автоматизации – её теоретическими основами. Поэтому на заре научно-технической революции (в 30-х годах XX столетия) наиболее интенсивно начала развиваться, прежде всего, теория автоматического регулирования (ТАР), являющаяся частью теории автоматического управления. Именно в эти годы были разработаны частотные методы анализа устойчивости линейных систем, поставлена задача исследования

качества регулирования и заложены основы методов исследования нелинейных систем. Из наиболее видных учёных этого периода можно назвать И. А. Вознесенского, создавшего теорию автономного регулирования, Н. Н. Лузина и Г. В. Щипанова, создавших теорию инвариантности, А. В. Михайлова, разработавшего критерий устойчивости и структурный метод анализа автоматических систем и А. А. Соколова, предложившего метод построения областей устойчивости.

Разработка метода гармонической линеаризации в 70-е годы прошлого столетия позволили разработать новое направление в ТАУ. Большое значение в развитии ТАУ имели работы Удермана Э. Г., посвященные разработке корневых методов. Разработаны методы оценки качества переходных процессов, динамической точности линейных систем под действием случайных возмущений. Созданы методы синтеза систем автоматического регулирования (САР), обеспечивающих желаемую динамику. Развита теория исследования нелинейных систем. Разработана теория релейных и дискретных САР. Создана теория инвариантности.

В последнее время возникли целые научные направления: теория оптимальных самонастраивающихся систем, теория распознавания образов, теория чувствительности и т. д. На базе слияния теории автоматического регулирования с теорией информации и теорий вычислительных и логических машин и развивается теория автоматического управления. Формирование этой теории есть новый этап развития автоматики.

В развитии ТАУ большие заслуги советских ученых. Ими сделаны следующие разработки:

- точные методы исследования нелинейных систем (вопросы фазового пространства и точечных преобразований) – А. А. Андроновым и его учениками; дальнейшее развитие теории нелинейных систем и её инженерное приложение осуществлялось А. И. Лурье, Л. С. Гольдфарбом, Е. П. Поповым, Г. С. Поспеловым, В. И. Zubовым, Р. А. Нелепиным, Е. И. Хлыпало и др.;
- частотные методы исследования автоматических систем – В. В. Солодовниковым, В. С. Пугачёвым, И. Е. Казаковым, Б. Г. Доступовым, К. А. Пупковым, В. П. Перовым и др.;
- теория импульсных систем – Я. З. Цыпкиным, Л. Т. Кузиным, Ю. Г. Корниловым, С. М. Фёдоровым и др.;
- теория инвариантности – Н. Н. Лузиным, Г. В. Щипановым, В. С. Кулебакиным, Б. Н. Петровым, А. Г. Ивахненко, Г. М. Улановым и др.;
- теория оптимального управления – Л. С. Понтрягиным и его учениками, А. А. Фельдбаумом, Н. Н. Красовским, А. М. Лемовым, В. М. Пономарёвым и др.;

- теория самонастраивающихся (адаптивных) систем – А. А. Красовским, Г. С. Поспеловым, А. Г. Кухтенко, П. И. Чинаевым и др.

Вся история развития ТАУ, как и других наук, происходит в соответствии с основными законами диалектики в единстве и борьбе противоположностей, как переход количества в качество и обратно.

В заключение целесообразно отметить основные этапы в развитии теории и практики автоматического управления.

1765 г. Создание И. П. Ползуновым поплавкового регулятора уровня воды в котле (на принципе регулирования по отклонению).

1779 г. Развитие Лапласом своего метода изображений (Франция).

1788 г. Применение Дж. Уаттом центробежного регулятора в паровой машине (на принципе регулирования по отклонению).

1789–1857 гг. Разработка Коши теории функций комплексного переменного (Франция).

1830 г. Работа Понселе по регуляторам (на принципе регулирования по нагрузке или по возмущению) (Франция).

1832 г. Изобретение П. Л. Шиллингом электрического реле (Россия).

1845 г. Установление В. Сименсом принципа регулирования по производной (Германия).

1874 г. Создание В. Н. Чиколевым ряда регуляторов дугowych ламп (на принципе регулирования по возмущению).

1876 г. Работа И. А. Вышнеградского «О регуляторах прямого действия».

1877 г. Разработка критерия устойчивости Е. Рауса (Англия).

1878 г. Работа И. А. Вышнеградского «О регуляторах не прямого действия».

1892 г. Работа А. М. Ляпунова «Общая задача об устойчивости движения».

1895 г. Работа А. Гурвица «Об условиях, при которых уравнение имеет только корни с отрицательной действительной частью» (Германия).

1902 г. Создание М. О. Доливо-Добровольским системы компаундирования электрических генераторов (на принципе компенсации возмущения нагрузки).

1909 г. Работа П. Е. Жуковского «Теория регулирования хода машин».

1922 г. Работа Н. Минарского «Устойчивость направления движения автоматически управляемых тел» (США).

1932 г. Работа Х. Найквиста «Теория регенерации» (выдвинувшая частотный критерий устойчивости) (США).

1933 г. Первое применение автоматизированного электропривода вентилятора с использованием магнитного усилителя (Германия).

1934 г. Работа Х. С. Блэка «Усилители с обратной связью», содержащая математическое обоснование обратной связи и её действия в различных схемах (Англия).

1937 г. Работа А. А. Андропова и С. Э. Хайкина «Теория колебаний».

1938 г. Работа А. В. Михайлова «Метод гармонического анализа в теории регулирования» (в которой предложен новый критерий устойчивости).

1939 г. Организация в Москве института автоматики и телемеханики АН СССР.

1944 г. Изложение теории регулирования в книге Р. Ольденбурга и Г. Сарториуса «Динамика автоматического регулирования» (Германия).

1944 г. Появление электронных вычислительных машин (США).

1948 г. Работа Н. Винера «Кибернетика или управление и связь в животном и машине» (в которой вводится термин «кибернетика») (США).

1952 г. Применение магнитных усилителей в автоматизированном электроприводе прокатных станов (Германия).

1956 г. Организация «Международной федерации по автоматическому регулированию – ИФАК» (АС).

1.1. Математическое описание динамических звеньев и систем

Любая система автоматического управления (САУ) состоит из ряда динамических звеньев (включая и объект управления), динамику которых описывают дифференциальными уравнениями. САУ считается *линейной*, если все ее звенья описываются линейными дифференциальными уравнениями [3]. Если хотя бы одно из звеньев описывается нелинейным дифференциальным уравнением, то это звено называется нелинейным и САУ считается *нелинейной*. Если нелинейное дифференциальное уравнение звена удастся с помощью метода малых отклонений заменить линейным, то такое звено называют линеаризуемым, а САУ считается *линеаризуемой*.

Динамика линейной САУ описывается линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = \\ = b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t). \end{aligned} \quad (1.1.1)$$

Приняты следующие обозначения:

$x(t)$ – переменная состояния системы;

$u(t)$ – внешнее возмущение;

$a_0 \dots a_n, b_0 \dots b_m$ – коэффициенты уравнения.

В преобразованном по Лапласу виде, уравнение вида (1.1.1) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} (a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0) X(S) = \\ = (b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_1 S + b_0) U(S), \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

где S – оператор Лапласа.

Из алгебраического уравнения (1.1.2) можно получить передаточную функцию линейной САУ:

$$W(S) = \frac{X(S)}{U(S)} = \frac{b_m S^m + b_{m-1} S^{m-1} + \dots + b_1 S + b_0}{a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0}. \quad (1.1.3)$$

Часто передаточную функцию вида (1.1.3) представляют в ином виде:

$$W(S) = \frac{X(S)}{U(S)} = \frac{K_w (b_m^* S^m + b_{m-1}^* S^{m-1} + \dots + b_1^* S + 1)}{(a_n^* S^n + a_{n-1}^* S^{n-1} + \dots + a_1^* S + 1)}, \quad (1.1.4)$$

где $K_w = \frac{b_0}{a_0}$, а коэффициенты со звездочкой (*) обозначают коэффициенты, деленные на a_0 или b_0 в зависимости от нахождения в числителе или знаменателе.

Следует отметить, что в инженерной практике чаще всего используются математические модели звеньев в виде структурных схем, позволяющих наблюдать и анализировать взаимосвязи между звеньями. На рис. 1.1.1 представлены различные схемы соединения звеньев – последовательное (а), параллельное (б) и с обратной связью (в).

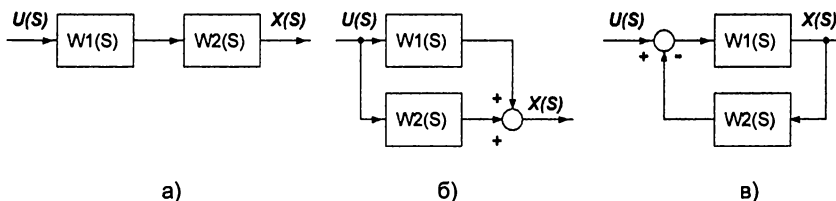


Рисунок 1.1.1. Соединения звеньев: последовательное (а), параллельное (б) и с обратной связью (в)

Для таких соединений можно написать:

$$W_{oa}(S) = W_1(S) \times W_2(S), \quad (1.1.5)$$

$$W_{ob}(S) = W_1(S) + W_2(S), \quad (1.1.6)$$

$$W_{oc}(S) = \frac{W_1(S)}{1+W_1(S) \times W_2(S)}. \quad (1.1.7)$$

Кроме того, важно отметить, что в инженерной практике часто используют логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики, соответствующие передаточным функциям типа (1.1.3).

При подстановке $S = j\omega$ можно получить:

$$W(j\omega) = A(j\omega) + j \times B(j\omega) = \sqrt{A(j\omega)^2 + B(j\omega)^2} \times e^{j \arctg \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}} \quad (1.1.8)$$

В этом случае выражение $K(\omega) = \sqrt{A(j\omega)^2 + B(j\omega)^2}$ определяет модуль коэффициента передачи, а $\arctg \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}$ – аргумент, сдвиг по фазе звена с передаточной функцией $W(S)$.

Соотношение (1.1.8) позволяет установить физический смысл модуля и аргумента передаточной функции. Модуль есть отношение амплитуд выходного и входного сигналов системы в режиме установившихся гармонических колебаний на данной частоте. Аргумент – сдвиг по фазе между выходным и входным сигналами системы в режиме установившихся гармонических колебаний на данной частоте. Графики функций $K(\omega)$ и $Z(\omega)$ называются соответственно амплитудной частотной (АЧХ) и фазовой частотной (ФЧХ) характеристиками. Указанный выше физический смысл каждой ординаты $K(\omega)$ и $Z(\omega)$ является основанием для экспериментального получения АЧХ и ФЧХ линейных звеньев и систем. Графики АЧХ и ФЧХ, построенные в логарифмическом масштабе, называют логарифмическими частотными характеристиками: ЛАЧХ и ЛФЧХ.

ЛАФЧХи строят на базе выражений типа (1.1.8), однако существует и целый ряд известных методик [1, 3].

На рисунках 1.1.2–1.1.5 представлены ЛАФЧХи некоторых типовых звеньев.

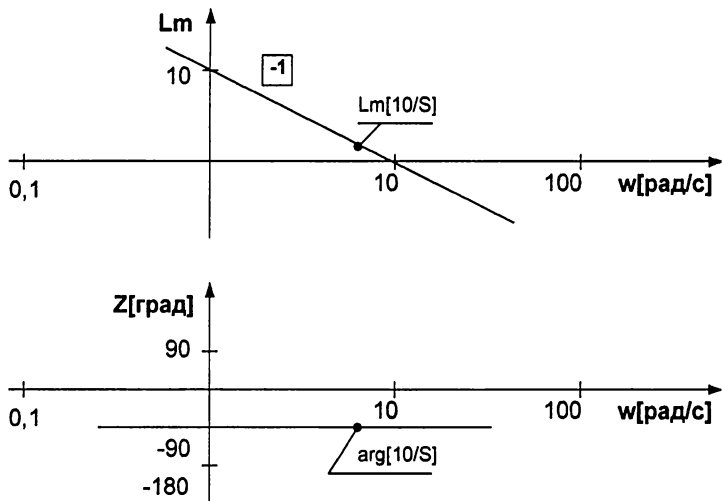


Рисунок 1.1.2. ЛАФЧХи звена с передаточной функцией

$$W(S) = \frac{10}{S}$$

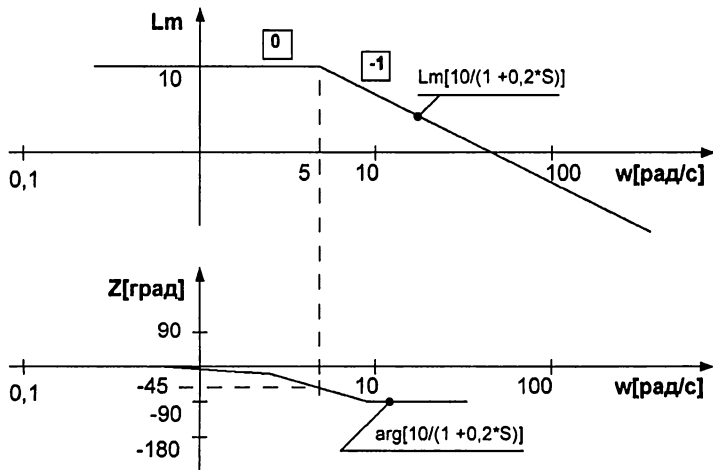


Рисунок 1.1.3. ЛАФЧХи звена с передаточной функцией

$$W(S) = \frac{10}{1+0,2*S}$$

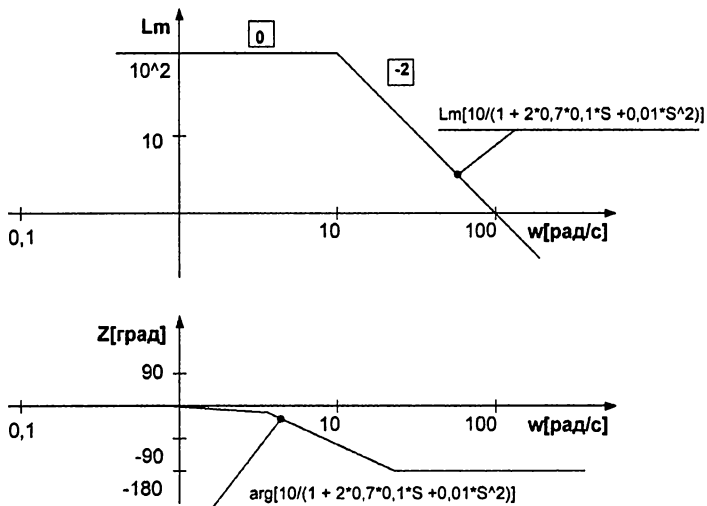


Рисунок 1.1.4. ЛАФЧХи звена с передаточной функцией

$$W(S) = \frac{100}{1 + 2 \times 0,7 \times 0,1 \times S + 0,01 \times S^2}$$

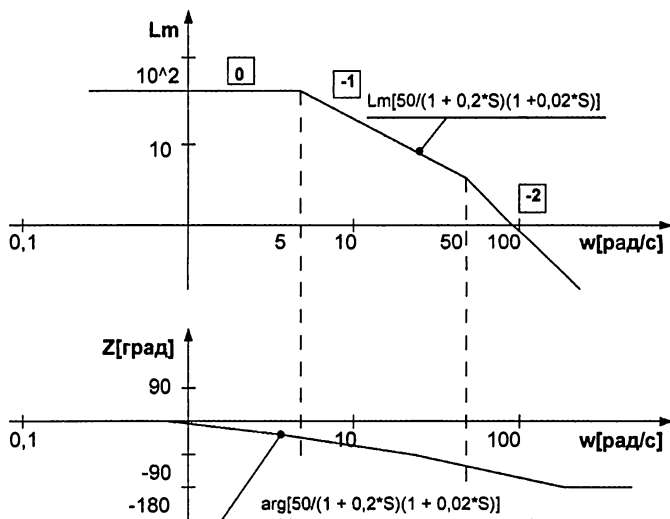


Рисунок 1.1.5. ЛАФЧХи звена с передаточной функцией

$$W(S) = \frac{50}{(1 + 0,1 \times S)(1 + 0,02 \times S)}$$

1. Определить общую передаточную функцию системы, состоящей из 2-х элементов с передаточными функциями $W_1(S) = \frac{100(1+0,1S)}{S}$ и $W_2(S) = \frac{100(1+0,01S)}{1+S}$, и построить его ЛАФЧХи.
2. Определить общую передаточную функцию системы, состоящей из 2-х элементов с передаточными функциями $W_1(S) = \frac{10(1+0,1S)}{1+5S}$ и $W_2(S) = \frac{100(1+0,01S)}{1+0,05S}$, и построить его ЛАФЧХи.

1.2. Разложение степенных многочленов на множители

В дальнейших исследованиях необходимо многочлены, представленные в числителе и знаменателе передаточной функции $W(S)$, уметь раскладывать на простейшие двучлены и трехчлены [4]. Форма таких многочленов имеет стандартный вид типа:

$$D(S) = 1 + c_1 S + c_2 S^2 + \dots + c_n S^n. \quad (1.2.1)$$

Рассмотрим частный случай многочлена (1.2.1), в котором c_i только положительные действительные числа, а i – только целые положительные числа. Если найти корни уравнения $D(S) = 0$, то многочлен $D(S)$ можно разложить на множители. Так как корни уравнения могут быть либо действительными, либо комплексно-сопряженными, то можно написать:

$$D(S) = 1 + \sum_{i=1}^n c_i S^i = \prod_{k=1}^K (1 + T_k S) \prod_{l=1}^L (1 + 2g_l T_l S + T_l^2 S^2), \quad (1.2.2)$$

где $K + 2L = n$, g – показатель колебательности, T_k и T_l – постоянные времени.

Двучлен $(1 + T_k S)$ определяет действительный корень, а трехчлен $(1 + 2g_l T_l S + T_l^2 S^2)$ определяет либо комплексно-сопряженная пара корней (при $g < 1$), либо два действительных корня (при $g \geq 1$). Действительно, при $1 + T_k S = 0$ имеем:

$$S_k = -\frac{1}{T_k}. \quad (1.2.3)$$

При $1 + 2g_l T_l S + T_l^2 S^2 = 0$ имеем:

$$S_{l1} = \frac{-g_l T_l + \sqrt{g_l^2 T_l^2 - T_l^2}}{T_l^2}; S_{l2} = \frac{-g_l T_l - \sqrt{g_l^2 T_l^2 - T_l^2}}{T_l^2}. \quad (1.2.4)$$

Из этого следует, что если удастся определить корни уравнения $D(S) = 0$, то удастся разложить многочлен $D(S)$ на множители.

Ниже изложен *метод разложения многочлена $D(S)$ на множители с использованием аппарата логарифмических амплитудно и фазочастотных характеристик (ЛАФЧХ)*.

Преобразованный по Фурье многочлен $D(S)$ (путем замены S на $(j \cdot \omega)$, где j – мнимая единица, а ω – круговая частота) имеет вид:

$$D(j\omega) = 1 + \sum_{i=1}^n c_i (j\omega)^i. \quad (1.2.5)$$

В этом случае можно написать:

$$D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad (1.2.6)$$

или:

$$D(j\omega) = \sqrt{U(\omega)^2 + V(\omega)^2} e^{j \arctg[V(\omega)/U(\omega)]}, \quad (1.2.7)$$

где $\sqrt{U(\omega)^2 + V(\omega)^2} = K(\omega)$ – коэффициент передачи многочлена $D(j\omega)$, а $\arctg \left[\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right] = \varphi(\omega)$ – его сдвиг по фазе.

Многочлен $D(j\omega)$ удобно отображать в виде вектора на плоскости U, V . Если ω менять непрерывно от 0 до ∞ , то этот вектор будет своим концом описывать некоторую кривую (годограф).

Информативными являются характеристики $K(\omega)$ и $\varphi(\omega)$, однако сложность их построения заключается в трудности масштабирования из-за широкого диапазона изменения ω , поэтому в инженерной практике используют логарифмические амплитудно- и фазочастотные характеристики (ЛАФЧХ). ЛАФЧХ удобно строить на миллиметровой бумаге или на листах в клетку, корректируя их по шаблонам [3], представленным на рис. 1.2.1.

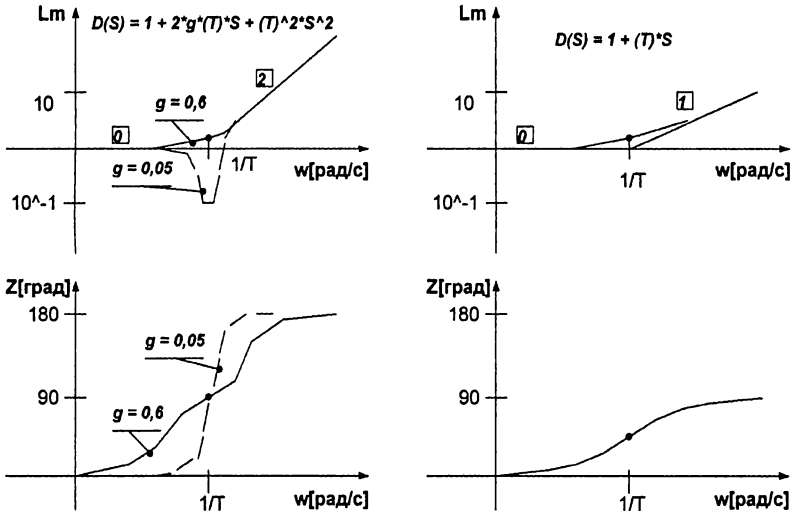


Рисунок 1.2.1. Шаблоны для построения ЛАФЧХ многочленов

Для понимания сути метода построим ЛАЧХ конкретного многочлена

$$D(S) = (1 + S)(1 + 0,01S)(1 + 0,1S + 0,0001S^2). \quad (1.2.8)$$

ЛАЧХ многочлена, построенная по традиционной методике [4], представлена на рис. 1.2.2.

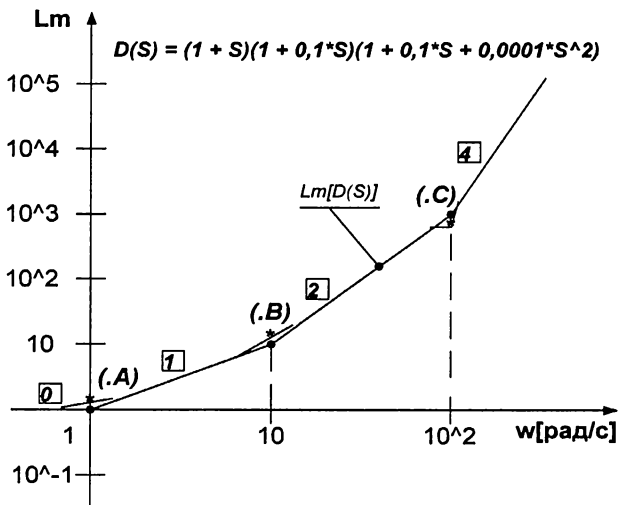


Рисунок 1.2.2. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(S) = (1 + S)(1 + 0,01S)(1 + 0,1S + 0,0001S^2)$

ЛАЧХ уточнена по шаблонам и изображена пунктиром.

На основании вышеизложенного, можно сделать следующий важный вывод: *точки излома асимптотической ЛАЧХ многочлена $D(S)$ определяются корнями уравнения $D(S) = 0$* [4]. Отсюда следует, что если каким-либо способом построить ЛАЧХ многочлена типа (1.2.1), то *точки излома асимптотической ЛАЧХ позволят определить корни уравнения*, соответствующего указанному многочлену.

Суть метода состоит в *приближенном построении ЛАЧХ* многочлена $D(S)$ с последующим *анализом точек излома*.

При этом следует учитывать, что близкорасположенные корни влияют друг на друга, что необходимо учитывать при построении ЛАФЧХ – это можно сделать путем векторного суммирования элементов многочлена $D(j\omega)$ при различных ω_i .

Рассмотрим примеры нахождения корней уравнения многочлена $D(s) = 0$ и разложения его на типовые множители на следующих примерах.

ПРИМЕР 1.2.1

$$D(S) = 1 + 0,1S. \quad (1.2.9)$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$ и $Lm[0,1S]$. Они представлены на рис. 1.2.3. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

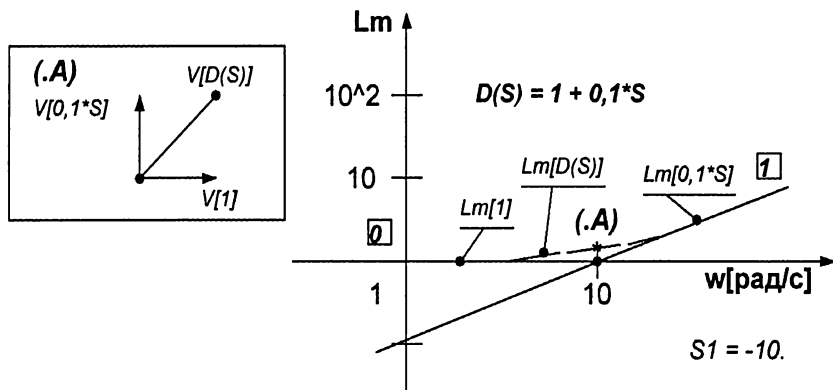


Рисунок 1.2.3. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(S) = 1 + 0,1S$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точке (А) методом суммирования векторов. Корнем уравнения является значение $S = -10$.

ПРИМЕР 1.2.2

$$D(S) = 1 + 0,1S^2. \quad (1.2.10)$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$ и $Lm[0,1S^2]$. Они представлены на рис. 1.2.4. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

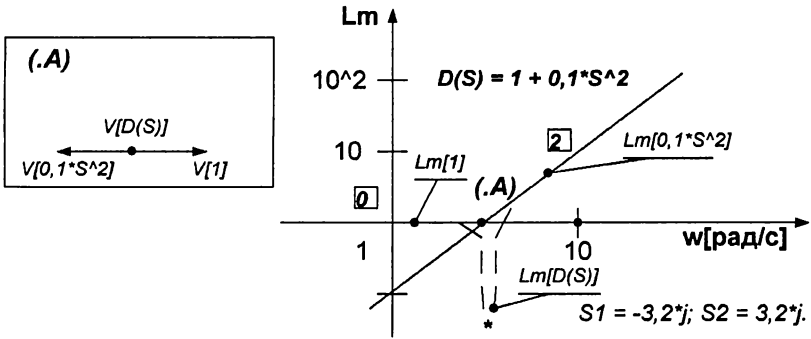


Рисунок 1.2.4. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(s) = 1 + 0,1s^2$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точке (А) методом суммирования векторов. Корнями уравнения являются значения $S_1 = -3,2j$; $S_2 = +3,2j$.

ПРИМЕР 1.2.3

$$D(s) = 1 + s + 0,1s^2. \tag{1.2.11}$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$, $Lm[S]$ и $Lm[0,1s^2]$. Они представлены на рис. 1.2.5. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

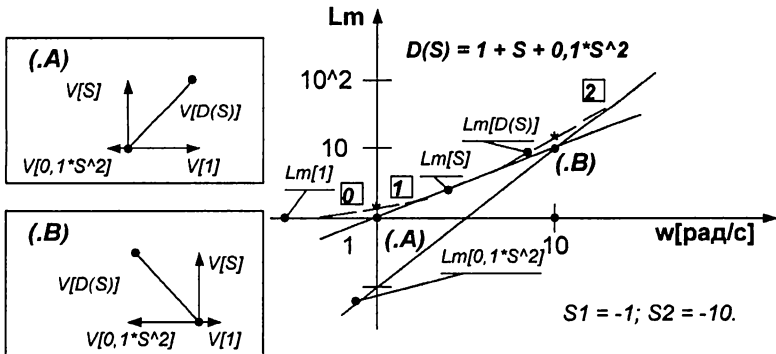


Рисунок 1.2.5. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(s) = 1 + s + 0,1s^2$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точках (А) и (В) методом суммирования векторов. Корнями уравнения являются значения $S_1 = -1$; $S_2 = -10$.

ПРИМЕР 1.2.4

$$D(S) = 1 + 0,3S + 0,1S^2. \tag{1.2.12}$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$, $Lm[0,3S]$ и $Lm[0,1S^2]$. Они представлены на рис. 1.2.6. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

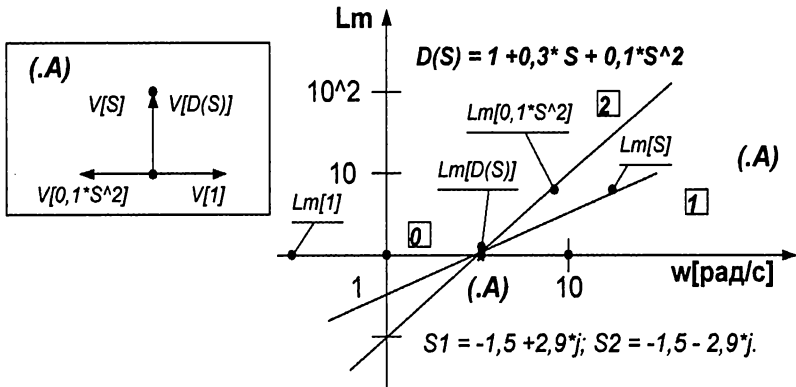


Рисунок 1.2.6. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(S) = 1 + 0,3S + 0,1S^2$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точке (А) методом суммирования векторов. Корнями уравнения являются значения $S_1 = -1,5 + 2,9j$; $S_2 = -1,5 - 2,9j$.

ПРИМЕР 1.2.5

$$D(S) = 1 + 0,25S + 0,15S^2 + 0,0001S^3. \tag{1.2.13}$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$, $Lm[0,25S]$, $Lm[0,015S^2]$ и $Lm[0,0001S^3]$. Они представлены на рис. 1.2.7. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

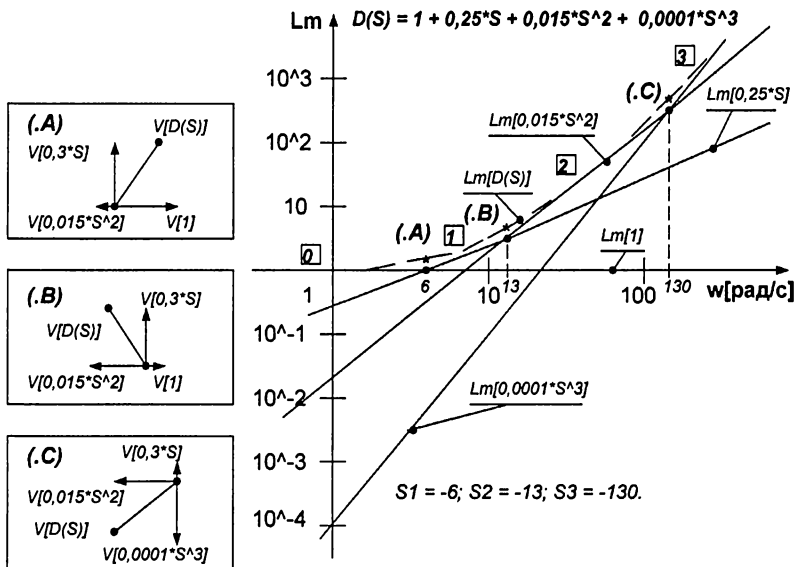


Рисунок 1.2.7. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(S) = 1 + 0,25S + 0,15S^2 + 0,0001S^3$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точках (А), (В), (С) методом суммирования векторов. Корнями уравнения являются значения $S_1 = -6$; $S_2 = 13$; $S_3 = -130$.

ПРИМЕР 1.2.6

$$D(S) = 1 + S + 0,015S^2 + 0,0001S^3. \quad (1.2.14)$$

В соответствии с предлагаемым алгоритмом определения корней построим ЛАЧХи от членов многочлена – $Lm[1]$, $Lm[S]$, $Lm[0,015S^2]$ и $Lm[0,0001S^3]$. Они представлены на рис. 1.2.8. Там же представлена итоговая ЛАЧХ, построенная по их огибающим. Пунктиром указана уточненная ЛАЧХ.

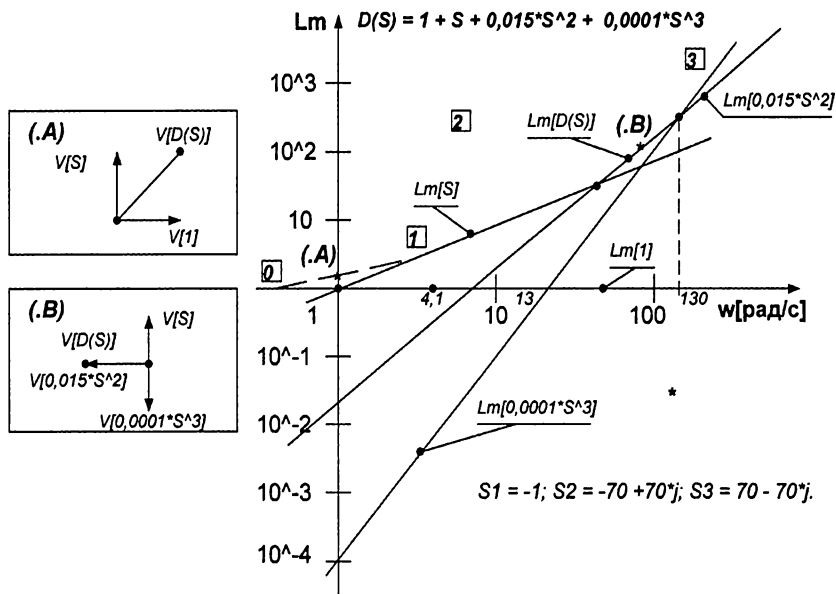


Рисунок 1.2.8. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика многочлена $D(S) = 1 + S + 0,015S^2 + 0,0001S^3$

Итоговая ЛАЧХ уточнена в точках (А), (В) методом суммирования векторов. Корнями уравнения являются значения $S_1 = -1$; $S_2 = -70 + 70j$; $S_3 = -70 - 70j$.

Контрольные вопросы

1. Разложить на множители многочлен вида $D(S) = 1 + 2S + 0,005S^2 + 0,00001S^3$;
2. Разложить на множители многочлен вида $D(S) = 1 + 0,5S + 0,05S^2 + 0,00005S^3$.

1.3. Исследование устойчивости линейных систем

Одним из важнейших условий работоспособности САУ является *устойчивость* [5]. Система, не обладающая устойчивостью, вообще не способна выполнять функции управления. Неустойчивая система может привести управляемый объект в аварийное состояние.

Раскроем физический смысл понятия «устойчивость». Устойчивость САУ – это свойство возвращаться в исходное состояние равновесия после прекращения воздействия, выведшего ее из этого состояния.

Неустойчивая система не возвращается в исходное состояние, а непрерывно удаляется от него.

Раскроем математический смысл понятия «устойчивость». Для этого рассмотрим уравнение (1.1.1) без правой части. Оно имеет вид:

$$a_n \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx(t)}{dt} + a_0 x(t) = 0. \quad (1.3.1)$$

Ему соответствует характеристическое уравнение вида:

$$a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0. \quad (1.3.2)$$

Система является *устойчивой*, если свободная составляющая $X_{св}(t)$ переходного процесса с течением времени стремится к нулю, т. е. если выполняется условие:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [X_{св}(t)] = 0. \quad (1.3.3)$$

Очевидно, что при этом выходная величина системы будет стремиться к вынужденной составляющей, определяемой правой частью уравнения (1.1.1). Устойчивость в смысле условия (1.3.2) принято называть *асимптотической*.

Если свободная составляющая неограниченно возрастает, т. е. если выполняется условие:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [X_{св}(t)] = \infty, \quad (1.3.4)$$

то система *неустойчива*.

Наконец, если свободная составляющая не стремится ни к нулю, ни к бесконечности, то система находится на *границе устойчивости*.

Устойчивость системы зависит только от вида корней характеристического уравнения и не зависит от характера внешних воздействий на систему. Устойчивость есть внутреннее свойство системы, присущее ей вне зависимости от внешних условий.

Теперь можно сформулировать условие устойчивости:

- для устойчивости линейной стационарной САУ необходимо и достаточно, чтобы *действительные* части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными.

Однако для определения устойчивости САУ необязательно решать характеристическое уравнение и находить корни – для этого можно использовать *алгебраические* или *частотные критерии* устойчивости [6].

Наиболее распространен в инженерной практике алгебраический критерий *Гурвица*.

Для анализа устойчивости с помощью критерия Гурвица необходимо составить матрицу коэффициентов характеристического уравнения следующего вида:

$$\begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n & \cdot & \cdot & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & a_{n-2} & \cdot & \cdot & 0 \\ a_{n-7} & a_{n-6} & a_{n-5} & a_{n-4} & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_1 & a_0 \end{bmatrix}. \quad (1.3.5)$$

Линейная система устойчива, если при $a_n > 0$ положительны все диагональные миноры матрицы коэффициентов, т. е.

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0, \quad (1.3.6)$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{bmatrix} > 0, \quad (1.3.7)$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{bmatrix} > 0, \quad (1.3.8)$$

и т. д., или в общем виде:

$$\Delta_i = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n-(2i-1)} & a_{n-(2i-2)} & a_{n-(2i-3)} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{n-i} \end{bmatrix} > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.3.9)$$

Если хотя бы один из определителей (1.3.9) отрицателен, то система неустойчива.

Так как последний столбец главного определителя Δ_n содержит всегда только один элемент a_0 отличный от нуля, то, согласно известному свойству определителей,

$$\Delta_n = a_0 \Delta_{n-1}. \quad (1.3.10)$$

Если $\Delta_n = 0$, а все остальные определители положительны, то система находится на *границе устойчивости*. С учетом (1.3.10) это условие распадается на два:

$$a_0 = 0 \text{ и } \Delta_{n-1} = 0. \quad (1.3.11)$$

Условию $a_0 = 0$ соответствует один нулевой корень, т. е. это апериодическая граница устойчивости, а условию $\Delta_{n-1} = 0$ – пара мнимых корней, т. е. это колебательная граница устойчивости.

Совершенно очевидно, что для систем первого и второго порядка необходимым и достаточным условием устойчивости является положительность коэффициентов характеристического уравнения.

Для системы третьего порядка с характеристическим уравнением вида:

$$a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0 \quad (1.3.12)$$

условие устойчивости имеет вид:

$$\Delta_2 = \left. \begin{array}{l} a_3 = 0, \Delta_1 = a_1 > 0, \\ \left| \begin{array}{cc} a_2 & a_3 \\ a_0 & a_1 \end{array} \right| = a_2 a_1 - a_3 a_0 > 0, \Delta_3 = a_0 \Delta_2 > 0 \end{array} \right\}. \quad (1.3.13)$$

Последнее неравенство при $a_0 > 0$ эквивалентно неравенству $\Delta_2 > 0$. Следовательно, для системы третьего порядка, кроме положительности всех коэффициентов характеристического уравнения, требуется, чтобы $\Delta_2 > 0$.

Для устойчивости системы четвертого порядка с характеристическим уравнением вида:

$$a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0 \quad (1.3.14)$$

кроме положительности всех коэффициентов требуется выполнение условия

$$\Delta_3 = a_3 a_2 a_1 - a_4 a_1^2 - a_3^2 a_0 > 0. \quad (1.3.15)$$

Нетрудно доказать, что при положительности всех коэффициентов условие (1.3.15) обеспечивает выполнение необходимого неравенства $\Delta_2 > 0$.

Критерий Гурвица целесообразно применять для анализа устойчивости систем не выше пятого порядка. При $n > 5$ достаточные условия устойчивости усложняются, а вычисления определителей становится громоздким.

ПРИМЕР 1.3.1

Определим с помощью критерия Гурвица устойчивость САУ с характеристическим уравнением вида (1.3.12) при следующих значениях параметров:

$$a_3 = 0,0015 \text{ с}^3; a_2 = 0,16 \text{ с}^2; a_1 = 1,01 \text{ с}; a_0 = 16.$$

Все коэффициенты характеристического уравнения положительны, т. е. необходимое условие устойчивости выполняется. Проверим выполнение достаточного условия, для чего вычислим определитель

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= a_1 a_2 - a_3 a_0 = 1,01 \cdot 0,16 - 0,0015 \cdot 16 = \\ &= 0,1616 - 0,0224 = 0,1376, \end{aligned}$$

$\Delta_2 > 0$, следовательно, система устойчива.

Анализ устойчивости по логарифмическим амплитудно- и фазочастотным характеристикам разомкнутых систем выполняется на основе критерия устойчивости Найквиста-Михайлова и базируется на следующих соображениях. Для схемы, представленной на рис. 1.1.1, в, характеристическое уравнение, соответствующее границе устойчивости, можно записать в виде:

$$1 + W1(S) \times W2(S) = 0. \quad (1.3.16)$$

Это условие означает, что если САУ находится на границе устойчивости, то передаточная функция разомкнутого контура должна определяться по формуле:

$$Wp(S) = W1(S) \times W2(S) = -1. \quad (1.3.17)$$

ЛАЧХи устойчивой и неустойчивой САУ представлены на рис. 1.3.1.

Приняты следующие обозначения: ω_{cp} – частота среза – частота пересечения ЛАЧХ с прямой 1; ω_{n1} , ω_{n2} – частоты пересечения ЛФЧХ неустойчивой и устойчивой САУ с прямой -180° .

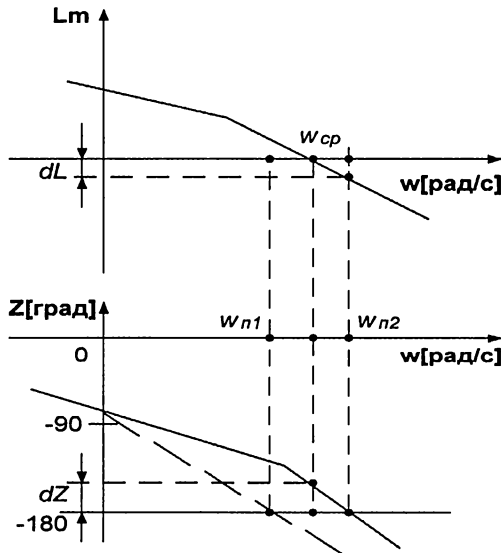


Рисунок 1.3.1. ЛАФЧХ устойчивой (сплошная линия) и неустойчивой (пунктирная линия) САУ

САУ считается устойчивой, если $\omega_{cp} < \omega_n$. Это означает, что коэффициент передачи системы меньше 1 на частоте, при которой сдвиг по фазе равен -180° , т. е. процесс затухающий.

САУ считается неустойчивой, если $\omega_{cp} > \omega_n$. Это означает, что коэффициент передачи системы больше 1 на частоте, при которой сдвиг по фазе равен -180° , т. е. процесс расходящийся.

САУ находится на границе устойчивости, если $\omega_{cp} = \omega_n$. Это означает, что коэффициент передачи системы равен 1 на частоте, при которой сдвиг по фазе равен -180° , т. е. процесс незатухающий колебательный.

Величины dL и dZ называют запасами устойчивости по амплитуде и по фазе. Принято считать достаточно хорошими для типовых систем $dL = 10$ дБ и $dZ = 30^\circ$.

ПРИМЕР 1.3.2

Определить запасы устойчивости САУ с передаточной функцией разомкнутого контура, равной:

$$Wp(S) = \frac{9}{S(1+0,2S)(1+0,03S)} \quad (1.3.18)$$

ЛАФЧХи, соответствующие данной передаточной функции, представлены на рис. 1.3.2.

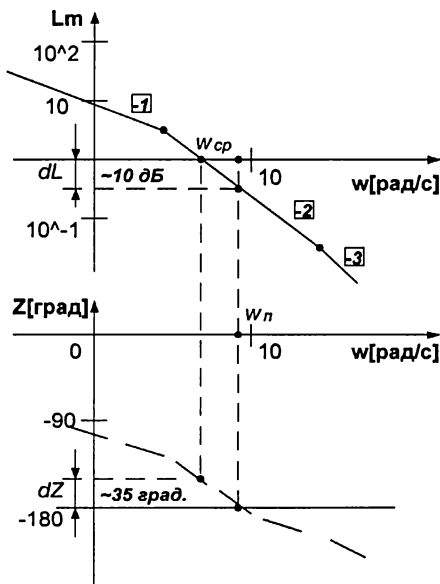


Рисунок 1.3.2. ЛАФЧХи, соответствующие передаточной функции

$$Wp(S) = \frac{9}{S(1+0,2S)(1+0,03S)}$$

Из рисунка видно, что запас устойчивости по амплитуде равен 10 дБ, а по фазе – 35 градусов.

Контрольные вопросы

1. Определить запасы устойчивости САУ, охваченной единичной обратной связью, с передаточной функцией разомкнутого контура, равной:

$$W_p(S) = \frac{50}{S(1 + 0,02S)(1 + 0,003S)} \quad (1.3.19)$$

2. Определить запасы устойчивости САУ, охваченной единичной обратной связью, с передаточной функцией разомкнутого контура, равной:

$$W_p(S) = \frac{150}{S(1 + 0,01S)(1 + 0,001S)} \quad (1.3.20)$$

1.4. Исследование устойчивости нелинейных систем

Система автоматического управления считается *нелинейной*, если она содержит хотя бы одно звено с нелинейной характеристикой.

Уравнение звена считается нелинейным, если некоторые координаты или их производные входят в уравнение в виде произведения или степени, а также в виде нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Далее рассмотрено влияние статических нелинейных зависимостей на динамические характеристики системы.

Нелинейные звенья, с одной стороны, делают поведение системы менее предсказуемой. Но, с другой стороны, нелинейные звенья могут специально вводиться в систему для придания системе управления особых свойств, которые принципиально недостижимы с помощью линейных звеньев [7].

При рассмотрении нелинейного элемента принимаем, что выходная величина зависит от одной входной переменной $x_{вх}$.

Если каждому значению $x_{вх}$ соответствует одно определённое значение выходной переменной $x_{вых}$, то такую характеристику называют *однозначной*.

Если одному значению $x_{вх}$ соответствует несколько значений $x_{вых}$, то такую характеристику называют *многозначной*.

Несущественно-нелинейной статической характеристикой называется такая, которая может быть аппроксимирована линейной зависимостью без нарушения качественных показателей нелинейной системы.

Существенно-нелинейной статической характеристикой называется такая, которую нельзя аппроксимировать линейной зависимостью без нарушения качественных показателей нелинейной системы.

Нелинейные характеристики делятся на *естественные и искусственные*.

Естественная нелинейная характеристика элемента является результатом его физической природы и принципа действия.

Искусственная нелинейность специально вводится в характеристики элементов с целью получения новых динамических свойств системы, которые другим методом получить достаточно сложно.

Нелинейные характеристики могут иметь различные типы симметрии: чётно-симметричная характеристика, нечётно-симметричная характеристика, несимметричная характеристика.

Если нелинейная характеристика удовлетворяет условию $F(x) = F(-x)$, то такую характеристику называют **симметричной относительно оси ординат или чётно-симметричной**.

Если нелинейная характеристика удовлетворяет условию $F(x) = -F(-x)$, то такую характеристику называют **симметричной относительно начала координат или нечётно-симметричной**.

Если нелинейная характеристика не удовлетворяет ни одному из приведённых условий, то такую характеристику называют **несимметричной**.

Нелинейные характеристики разделяются на гладкие, ломанные и кусочно-линейные.

Если в любой точке характеристики существует производная $dx_{вых}/dx_{вх}$, то такая характеристика считается **гладкой**.

Если характеристика имеет изломы, в которых производная $dx_{вых}/dx_{вх}$ однозначно не определяется, то такая характеристика считается **ломаной**.

Если характеристика между точками излома имеет прямолинейную зависимость, то такая характеристика считается **кусочно-линейной**.

В ряде случаев для упрощения расчёта гладкие характеристики приближенно заменяют кусочно-линейными, которые разделяются на непрерывные и разрывные.

Если в точке излома характеристика имеет однозначное значение, то такая характеристика считается **непрерывной**.

Если в точке излома характеристика имеет неоднозначное значение, то такая характеристика считается **разрывной**.

Нелинейные характеристики с однозначной и неоднозначной нелинейностью – это *статические характеристики*. Нелинейные характеристики в виде дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, которые содержат производные (или другие комбинации) – это *динамические характеристики*. Нелинейные характеристики, которые изменяют параметры системы по правилам «если-то» называются *логическими характеристиками*.

Все статические характеристики разделяются на типовые и нетиповые (или особые).

Типовые статические характеристики при соответствующем упрощении могут быть представлены кусочно-линейными зависимостями симметрично относительно начала координат (*нечётно-симметричные*).

Нетиповые статические характеристики не могут быть представлены кусочно-линейными зависимостями симметрично относительно начала координат.

Основные типы нелинейностей представлены на рис. 1.4.1.

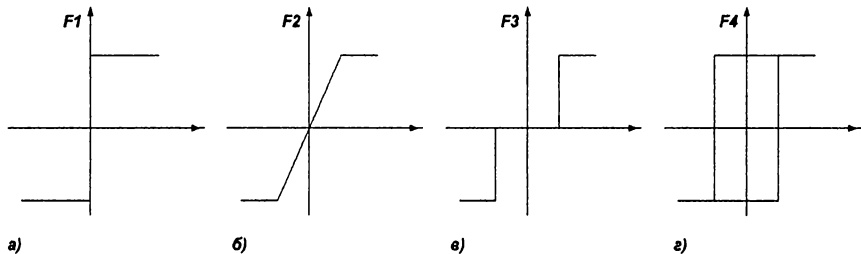


Рисунок 1.4.1. Основные типы нелинейностей:

- а) «реле»; б) «усилитель с ограничением»; в) «звено с силовым люфтом»; г) «звено с приборным люфтом»

Теория нелинейных колебаний довольно сложна, что обусловлено отсутствием общей теории решения нелинейных дифференциальных уравнений и нарушением принципа суперпозиции в нелинейных системах. Поэтому при анализе нелинейных систем часто ограничиваются качественными или приближенными методами исследований. Каждый метод обладает определенными преимуществами при решении задач в некоторых случаях, уступая другим в иных случаях.

Даже при исследовании одной и той же динамической системы в зависимости от режима ее работы, от требуемой точности и наглядности решения, приходится применять различные методы. Их условно можно разделить на две группы:

- методы, обладающие общностью, применимые при любой нелинейности, большой и малой;
- методы ограниченной применимости – для очень малых или очень больших нелинейностей. Отметим наиболее распространенные методы анализа.

К первой группе можно отнести:

- методы качественного интегрирования дифференциальных уравнений для нелинейных систем (метод фазовой плоскости). Метод пригоден для исследования как синусоидальных, так и несинусоидальных колебаний. К недостаткам метода следует отнести необходимость выполнения трудоемких построений и отсутствие аналитических решений;
- методы численного интегрирования (математического моделирования). Они основаны на формировании уравнений в виде, удобном для решения численными методами. Преимущества методов возрастают по мере повышения порядка дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы.

Ко второй группе относятся следующие методы:

- метод малого параметра, который основан на отыскании решения в виде ряда по степеням малого параметра и используется для анализа стационарных колебаний;
- различные квазилинейные методы, основанные на линеаризации рабочего участка характеристики. Применяются для систем, колебания в которых близки к гармоническим;
- метод медленно меняющихся амплитуд (ММА), также применяется для исследования колебаний, по форме близких к синусоидальным, когда амплитуда и фаза колебаний сравнительно медленно меняются во времени (за период) (близким по сути к данному методу является метод Теодорчика).

Исследование устойчивости нелинейных систем удобно проводить с использованием приближенного метода гармонической линеаризации, разработанного Е. П. Поповым. Суть метода заключается в замене выражения $Y = F(X, S \times X)$ при $X = a \times \sin(\omega t)$ выражением $Y = Q(a, \omega)X + \frac{q(a, \omega)}{\omega} S \times X$. Этот процесс и называется *гармонической линеаризацией*.

Коэффициенты Q и q определяются по формулам:

$$Q = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} F[a \times \sin(R)] \sin(R) dR, \quad (1.4.1)$$

$$q = \frac{1}{\pi a} \int_0^{2\pi} F[a \times \sin(R)] \cos(R) dR. \quad (1.4.2)$$

Для нелинейности типа «усилитель с ограничением» (см. рис. 1.4.1, б) можно написать:

$$Q = \frac{2K}{\pi} \arcsin\left(\frac{c}{aK}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{c^2}{a^2K^2}\right)}, \quad (1.4.3)$$

$$q = 0. \quad (1.4.4)$$

ПРИМЕР 1.4.1

Определить параметры автоколебаний САУ, структурная схема которой представлена на рис. 1.4.2.

Для схемы:

$$C = 10; b = 1; W(S) = \frac{10}{(1+0,02S)(1+0,005S)(1+0,001S)}. \quad (1.4.5)$$

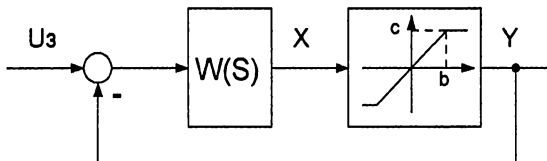


Рисунок 1.4.2. Структурная схема нелинейной САУ

График зависимости коэффициента гармонической линеаризации Q от амплитуды автоколебаний a для нелинейности типа «усилитель с ограничением» представлена на рис. 1.4.3.

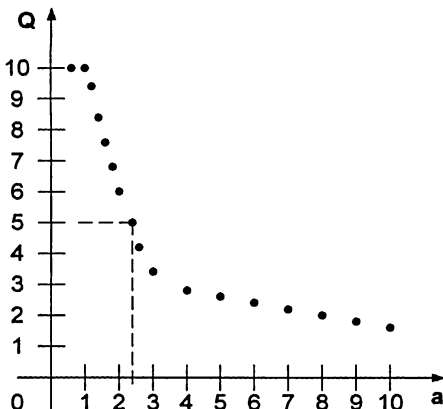


Рисунок 1.4.3. График коэффициента гармонической линеаризации

Построим ЛАФЧХ разомкнутого контура при работе системы в линейной зоне как на рис. 1.4.4 и определим коэффициент разомкнутого контура системы, находящейся на границе устойчивости.

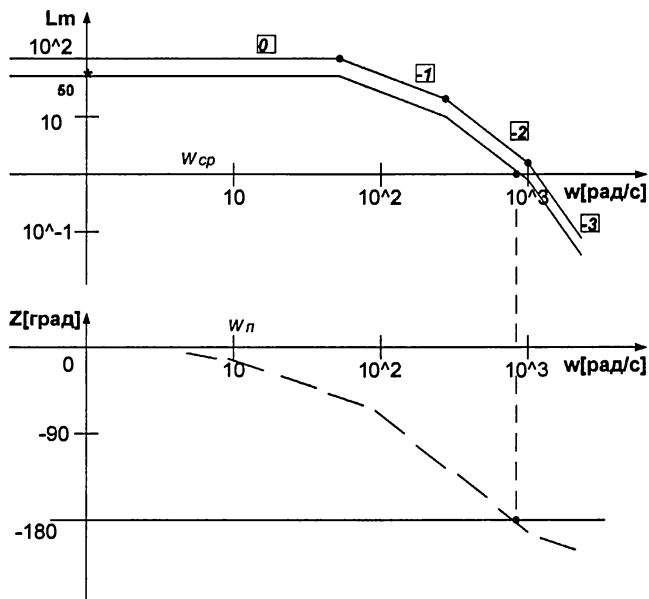


Рисунок 1.4.4. ЛАЧХ разомкнутого контура САУ

Из рис. 1.4.4 видно, что при добротности САУ, равной 50 в системе возникают автоколебания амплитудой 2,5 и частотой $900 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

1.5. Определение переходных процессов в линейных системах

Определение переходных процессов в линейных системах базируется в общем случае на использовании прямого и обратного преобразования Лапласа [8]. Для звеньев, структурные схемы которых представлены на рис. 1.1.1, можно написать:

$$X(S) = U(S) \times W_o(S). \quad (1.5.1)$$

В этом случае:

$$X(t) = L^{-1}[X(S)]. \quad (1.5.2)$$

ПРИМЕР 1.5.1

Для САУ, представленной на рис. 1.1.1, а, определить выходной сигнал при подаче на ее вход сигнала:

$$U(t) = 5. \quad (1.5.3)$$

При этом:

$$W1(S) = \frac{2}{1+0,1S}, \quad (1.5.4)$$

$$W2(S) = \frac{5}{S}. \quad (1.5.5)$$

По таблице прямого преобразования Лапласа можно определить:

$$U(S) = \frac{5}{S}. \quad (1.5.6)$$

Тогда:

$$X(S) = \frac{50}{S^2(1+0,1S)}. \quad (1.5.7)$$

По таблице обратного преобразования Лапласа можно определить:

$$X(t) = 50t - 5 + 5e^{-10t}. \quad (1.5.8)$$

График изменения $X(t)$ представлен на рис. 1.5.1.

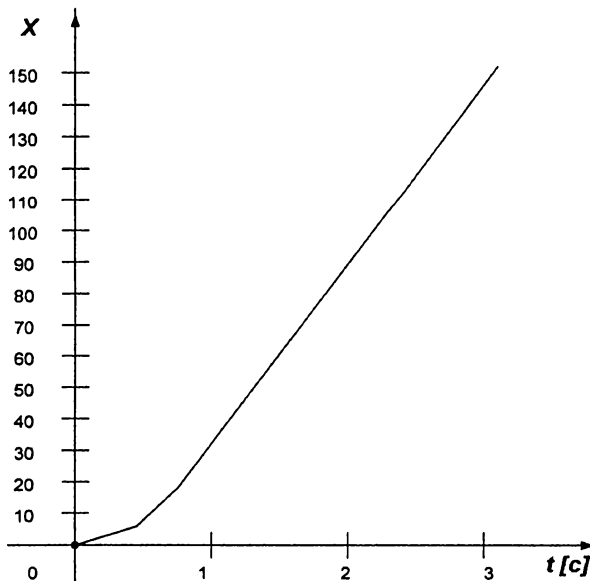


Рисунок 1.5.1. График изменения $X(t)$

Переходные процессы в линейных системах достаточно просто определяются для гармонических входных сигналов. В этом случае входной гармонический сигнал, проходя через линейную систему, изменяет амплитуду и фазу.

ПРИМЕР 1.5.2

Для САУ, представленной на рис. 1.5.2, определить выходной сигнал при подаче на ее вход сигнала:

$$U = 5 \sin(100t). \quad (1.5.9)$$

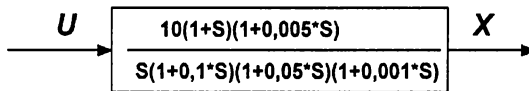


Рисунок 1.5.2. Структурная схема САУ

Построим ЛАФЧХ САУ. Она представлена на рис. 1.5.3.

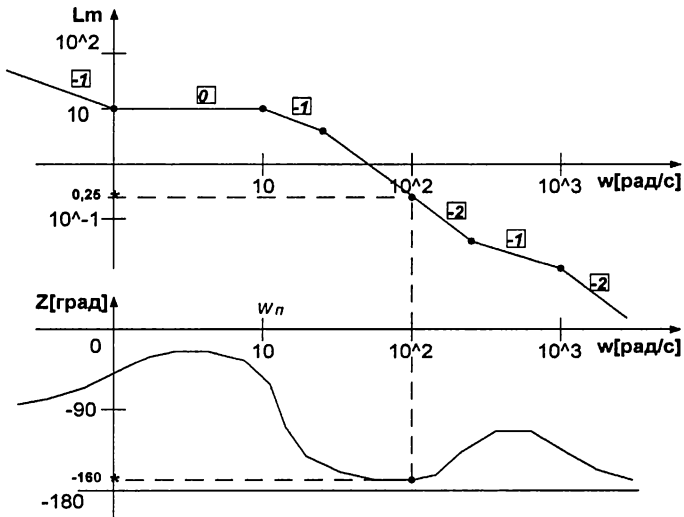


Рисунок 1.5.3. ЛАФЧХ САУ

Проведем вертикаль через рабочую частоту ω_p , равную $100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$ и определим коэффициент передачи (0,25) и сдвиг по фазе (-160° или $\frac{8}{9}\pi$ рад) на рабочей частоте. Тогда можно написать:

$$X = 5 \times 0,25 \times \sin\left(100t - \frac{8}{9}\pi\right) = 1,25 \times \sin\left(100t - \frac{8}{9}\pi\right). \quad (1.5.10)$$

Графики входного и выходного сигналов представлены на рис. 1.5.4.

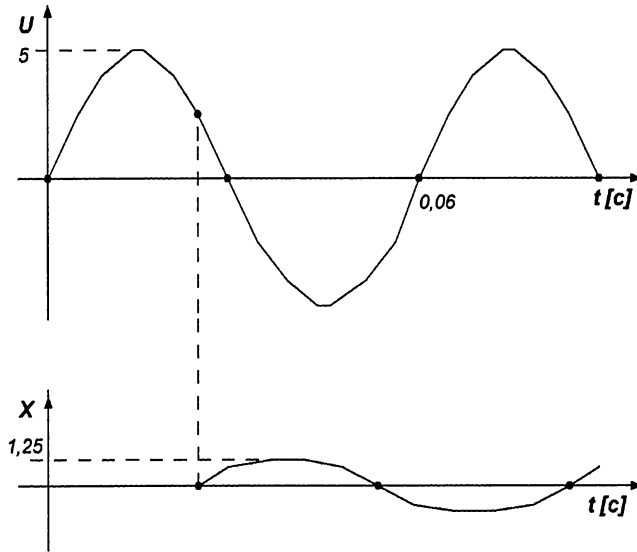


Рисунок 1.5.4. Графики входного (U) и выходного (X) сигналов

Контрольные вопросы

1. Для САУ, представленной на рис. 1.5.2, определить выходной сигнал при подаче на ее вход сигнала $U = 15\sin(62,8t)$.

1.6. Определение переходных процессов в нелинейных системах

Определение переходных процессов в нелинейных системах представляет собой сложную проблему. Хотя возможно их исследование аналитическими или графоаналитическими методами (метод фазовой плоскости, метод точечных преобразований, метод приспособывания, метод гармонической линеаризации, метод гармонического эквивалента), но они трудоемки и малонаглядны.

Можно утверждать, что наиболее эффективно определять переходные процессы в нелинейных системах путем интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих САУ. При этом целесообразно использовать стандартные пакеты программ типа MATLAB, SIAM и др. [9].

Особое значение при анализе нелинейных систем приобретает учет эффектов квантования по уровню и по времени [10]. Эти эффекты отображены на рис. 1.6.1 и рис. 1.6.2. Учет этих эффектов возможен, но трудоемок, поэтому в инженерной практике принято осуществлять меры, позволяющие пренебрегать этими эффектами.

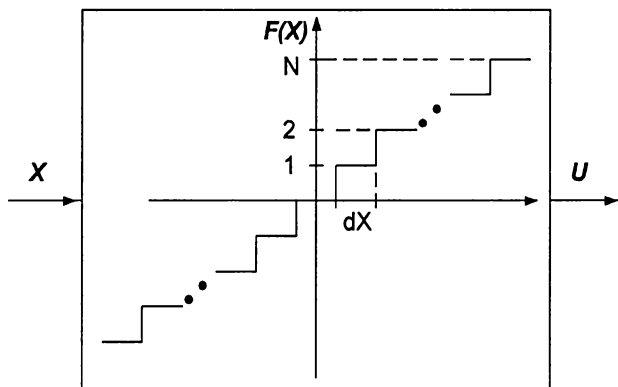


Рисунок 1.6.1. Звено с эффектом квантования по уровню

Для того, чтобы можно было пренебречь эффектом квантования по уровню необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$2^N \geq \frac{X_{max}}{dx}. \quad (1.6.1)$$

Приняты следующие обозначения: dx – шаг квантования по переменной X ; N – число разрядов.

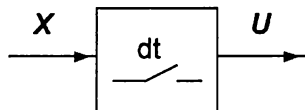


Рисунок 1.6.2. Звено с эффектом квантования по времени

Для того, чтобы можно было пренебречь эффектом квантования по времени необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$dt \leq \frac{T_{\min}}{8}. \quad (1.6.2)$$

Приняты следующие обозначения: dt – шаг квантования по времени; T_{\min} – минимальное из постоянных времени в контуре управления.

1.7. Синтез систем автоматического управления с помощью логарифмических амплитудно- и фазочастотных характеристик

Обычно под синтезом замкнутой системы регулирования подразумевается расчет и включение в контур регулирования дополнительных динамических звеньев, корректирующих устройств, с целью достижения требуемых показателей качества в установившемся и переходном режимах, которые задаются в технических требованиях.

На практике наибольшее распространение получил частотный метод синтеза корректирующих устройств с использованием *логарифмических амплитудных и логарифмических фазовых (ЛАФЧХ) частотных характеристик* разомкнутой системы регулирования [11].

В качестве исходных данных для синтеза принимаются технические требования к точности системы регулирования в установившихся режимах работы и динамические показатели переходного процесса отработки ступенчатого задающего воздействия.

Технические требования к системе регулирования обычно составляются на основании параметров технологического процесса, в реализации которого используются система регулирования.

Точность системы регулирования в установившемся режиме при отработке воздействия U_z называют статизмом по воздействию U_z .

Статизм St определяется соотношением:

$$St = \frac{X_z - X_b}{X_z} 100 \%, \quad (1.7.1)$$

где X_z – заданное значение выходной координаты;

X_b – выходная координата после отработки воздействия U_z .

Если статизм равен нулю, т. е. $St = 0$, то система называется астатической по входу U_z .

К динамическим показателям переходного процесса отработки ступенчатого воздействия относятся:

1. Время переходного процесса $T_{пп}$ [с], которое определяется моментом вхождения выходной координаты $X_{в}$ в зону допустимых отклонений, после которого она уже не выходит из этой зоны.

2. Перерегулирование dX [%], которое определяется по формуле:

$$dX = \frac{X_{в \text{ макс}} - X_{в \text{ уст}}}{X_{в \text{ уст}}} 100 \%. \quad (1.7.2)$$

3. Число колебаний регулируемой координаты – n_k .

4. Время нарастания до заданного значения – T_n [с].

На основании технических требований по точности, времени переходного процесса $T_{пп}$ и допустимому перерегулированию dX выбирается вид желаемой ЛАФЧХ разомкнутой скорректированной системы. В теории регулирования выявлено, что существует определенная взаимосвязь между ЛАФЧХ разомкнутой системы и точностью, временем переходного процесса $T_{пп}$ и перерегулированием dX в замкнутом контуре регулирования.

Типовые желаемые ЛАФЧХ разомкнутых скорректированных систем приведены на рисунке 1.7.1, а, б, в. Они имеют асимптоты с наклоном – 0, –20, –40 ДБ/дек (рис. 1.7.1, а); –20, –20, –40 ДБ/дек (рис. 1.7.1, б); –40, –20, –40 ДБ/дек (рис. 1.7.1, в). При этом первым указывается наклон низкочастотной асимптоты.

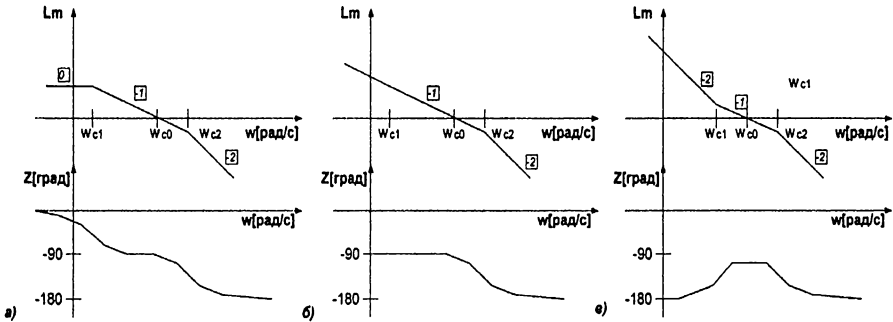


Рисунок 1.7.1. Типовые желаемые ЛАФЧХ

Разомкнутый контур с ЛАЧХ вида 0; –20; –40 Дб/дек имеет передаточную функцию:

$$W1(S) = \frac{K}{(1+T1 \times S)(1+T2 \times S)}. \quad (1.7.3)$$

Разомкнутый контур с ЛАЧХ вида $-20; -20; -40$ Дб/дек имеет передаточную функцию:

$$W1(S) = \frac{K}{s(1+T1 \times s)}, \quad (1.7.4)$$

Разомкнутый контур с ЛАЧХ вида $-40; -20; -40$ Дб/дек имеет передаточную функцию:

$$W1(S) = \frac{K(1+T1 \times s)}{s^2(1+T2 \times s)}, \quad (1.7.5)$$

На каждой ЛАЧХ рис. 1.7.1 можно выделить три участка:

- низкочастотный;
- среднечастотный;
- высокочастотный.

Динамические показатели замкнутой системы регулирования определяются *среднечастотным участком* ЛАЧХ, который располагается слева и справа относительно частоты среза $\omega_{cp} = \omega_{c0}$, где ЛАЧХ пересекает ось частот. Эмпирически было определено:

- среднечастотный участок ЛАЧХ должен иметь наклон -20 Дб/дек, а его протяженность должна составлять не менее одной декады;
- время переходного процесса $T_{пп}$ и частота среза ω_{cp} связаны следующим соотношением:

$$T_{пп} \approx \frac{10}{\omega_{cp}}, \quad (1.7.6)$$

- величина перерегулирования dX и запас устойчивости dZ связаны следующим соотношением:

$$dX = (1 - \sin[dZ])100 \%. \quad (1.7.7)$$

Низкочастотный участок ЛАЧХ определяет точность замкнутой системы регулирования и лежит слева от среднечастотного вплоть до инфранизких частот. Низкочастотный участок ЛАЧХ может иметь наклон 0 Дб/дек, -20 Дб/дек или -40 Дб/дек. и должен проходить выше точки с координатами рабочей частоты ω_p и коэффициента передачи K_p , определяемого по формуле:

$$K_p = \frac{A_p}{\Delta p}, \quad (1.7.8)$$

где A_p , ω_p – амплитуда и частота выходной координаты, меняющейся по гармоническому закону:

$$X = A_p \times \sin(\omega_p t). \quad (1.7.9)$$

Δp – допустимая погрешность.

Высокочастотный участок ЛАЧХ располагается правее среднечастотного участка вплоть до ультравысоких частот. Наклон этого участка может быть -40 Дб/дек , но чаще все-таки бывает -60 Дб/дек и более. От наклона высокочастотного участка ЛФЧХ зависит предел, к которому стремится ЛФЧХ на высоких частотах.

Наклон высокочастотного участка определяется наличием динамических звеньев с малыми постоянными времени в исходной неизменяемой части системы:

- редко – 40 Дб/дек ;
- обычно – 60 Дб/дек ;
- или – 80 Дб/дек .

Зная передаточную функцию исходной нескорректированной системы $W_{исх}(S)$ и желаемую передаточную функцию системы $W_{ж}(S)$, обладающей требуемыми показателями, можно вычислить передаточную функцию корректирующего устройства $W_{ку}(S)$ по формуле:

$$W_{ку}(S) = \frac{W_{ж}(S)}{W_{исх}(S)}. \quad (1.7.10)$$

ЛАЧХ корректирующего устройства можно найти вычитанием ЛАЧХ, соответствующих передаточным функциям $W_{ж}(S)$ и $W_{исх}(S)$.

ПРИМЕР 1.7.1

Определить передаточную функцию регулятора $W_p(S)$ системы управления скоростью, структурная схема которой представлена на рис. 1.7.2, причем амплитуда гармонического сигнала $A_p = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, рабочая частота $\omega_p = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, допустимая погрешность скорости $\Delta p = 0,1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Приняты следующие обозначения: $U_{зс}$, $U_{дс}$ – сигнал задания скорости и с датчика скорости САУ; V – скорость исполнительного органа САУ.

Коэффициент передачи в рабочей точке (.А) определим по формуле (1.7.8):

$$K_p = \frac{2}{0,1} = 20. \quad (1.7.11)$$

Передаточная функция исходной части системы $W_{исх}(S)$ имеет следующий вид:

$$W_{исх}(S) = \frac{50}{1+0,02S} \times \frac{1}{S} \times \frac{0,2}{1+0,006S} = \frac{10}{S(1+0,02S)(1+0,006S)}. \quad (1.7.12)$$

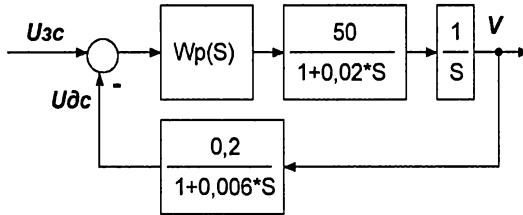


Рисунок 1.7.2. Структурная схема системы управления скоростью

Построим ЛАЧХ, соответствующий $W_{исх}(S)$, он представлен на рис. 1.7.3 и имеет наклоны -20 Дб/дек, -40 Дб/дек, -60 Дб/дек, которые меняет в точках $\omega = 50 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\omega = 150 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Поднять ЛАЧХ, соответствующую $W_{исх}(S)$, выше (.А) не представляется возможным, т. к. в этом случае САУ будет неустойчивой, поэтому необходимо выбрать желаемую ЛАЧХ такой, чтобы среднечастотная часть была длиной в одну декаду и совпадала со среднечастотной частью ЛАЧХ, соответствующей $W_{исх}(S)$. В низкочастотной части необходимо использовать наклон -40 Дб/дек, позволяющий охватить рабочую точку (.А). Желаемая ЛАЧХ представлена на рис 1.7.3 и имеет наклоны -40 Дб/дек, -20 Дб/дек, -40 Дб/дек, которые меняет в точках $\omega = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\omega = 50 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

ЛАЧХ регулятора определим путем вычитания ЛАЧХ, соответствующих передаточным функциям $W_{ж}(S)$ и $W_{исх}(S)$. Он представлен на рис. 1.7.3 и имеет наклоны -20 Дб/дек, 0 Дб/дек, -20 Дб/дек.

Передаточная функция регулятора, соответствующая определенной ЛАФЧХ, имеет следующий вид:

$$W_p(S) = \frac{3(1+0,2S)}{S(1+0,006S)}. \quad (1.7.13)$$

Следует отметить, что в инженерной практике получил очень широкое распространение метод синтеза корректирующих устройств с помощью обратных ЛАФЧХов. Этот метод очень удобен в случае синтеза систем управления с параллельными корректирующими устройствами. Покажем его возможности на следующем примере.

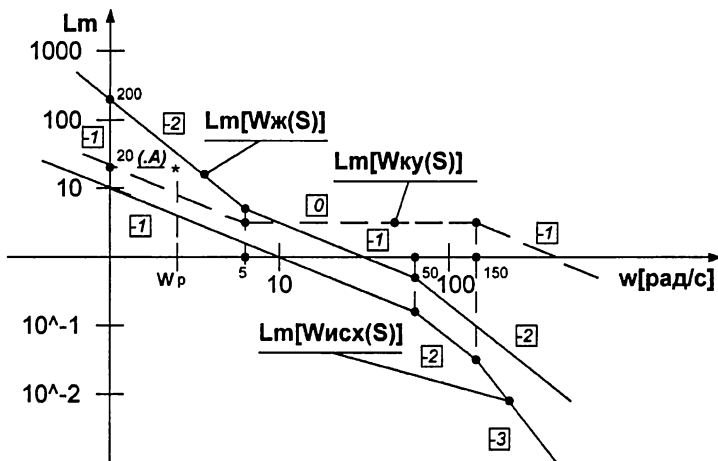


Рисунок 1.7.3. Определение передаточной функции корректирующего устройства

ПРИМЕР 1.7.2

Определить передаточную функцию параллельного корректирующего устройства $W_{к(с)}(S)$, обеспечивающего при заданной неизменяемой части системы автоматического управления, представленной на рис. 1.7.4, желаемую передаточную функцию вида:

$$W_{ж}(S) = \frac{1000(1+0,04S)}{(1+0,4S)(1+0,001S)} \quad (1.7.14)$$

Для такой системы можно написать:

$$W_{ж}(S)^{-1} = \frac{S(1+0,1S)(1+0,001S)}{1000(1+0,01S)} = \frac{W_{к(с)}(S)(1+0,1S)}{100(1+0,01S)} \quad (1.7.15)$$

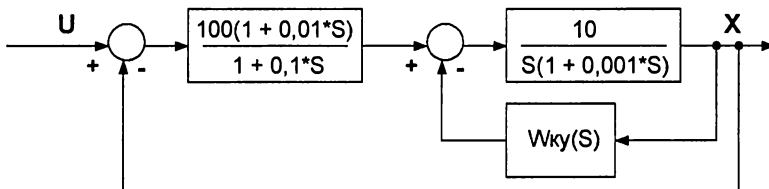


Рисунок 1.7.4. Структурная схема системы автоматического управления

Построим логарифмические амплитудно-частотные характеристики для системы как на рис. 1.7.5.

Если теперь вычесть из $Lm[Wж(S)]$ $Lm[0,001(1+0,1\cdot S)(1+0,001\cdot S)/(1+0,01\cdot S)]$, то получим:

$$\frac{W_{кy}(S)(1+0,1S)}{100(1+0,01S)} = \frac{0,0006 \times S^2}{1+0,004S} \quad (1.7.16)$$

Откуда:

$$W_{кy}(S) = \frac{0,006 \times S^2(1+0,01S)}{(1+0,1S)(1+0,04S)} \quad (1.7.17)$$

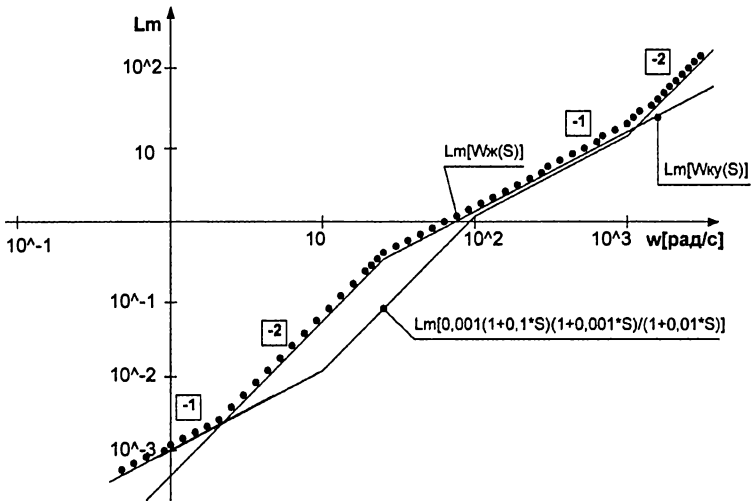


Рисунок 1.7.5. ЛАЧХи желаемой передаточной функции $Wж(S)$, неизменяемой части и передаточной функции корректирующего устройства $Wкy(S)$

Контрольные вопросы

1. Определить передаточную функцию регулятора $Wp(S)$ системы управления скоростью, структурная схема которой представлена на рис. 1.7.2, причем амплитуда гармонического сигнала $A_p = 3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, рабочая частота $\omega_p = 5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; допустимая погрешность скорости $\Delta p = 0,05 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.
2. Определить передаточную функцию регулятора $Wp(S)$ системы управления скоростью, структурная схема которой представлена на рис. 1.7.2, причем амплитуда гармонического сигнала $A_p = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, рабочая частота $\omega_p = 7 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; допустимая погрешность скорости $\Delta p = 0,01 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

ГЛАВА 2. ТЕОРИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПОДЧИНЕННЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ ПАРАМЕТРОВ

Для решения задач синтеза замкнутых систем управления, обладающих хорошим быстродействием и желаемым характером переходных процессов, разработан инженерный метод синтеза, получивший название метода последовательной коррекции с подчиненным регулированием координат или сокращенно метод подчиненного регулирования [12]. В основе этого метода лежит разработка многоконтурных систем, когда в результате синтеза каждый из контуров описывается передаточной функцией второго или третьего порядка и обеспечивает оптимальное управление своей выходной регулируемой координатой.

2.1. Основные принципы построения систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров

Для построения такой системы в структурной схеме неизменяемой части системы выделяют последовательность динамических звеньев, каждое из которых имеет на своем выходе соответствующую регулируемую координату. В результате образуется многоконтурная (двух или трехконтурная) система подчиненного регулирования, построенная по иерархическому принципу, как показано на рис. 2.1.1.

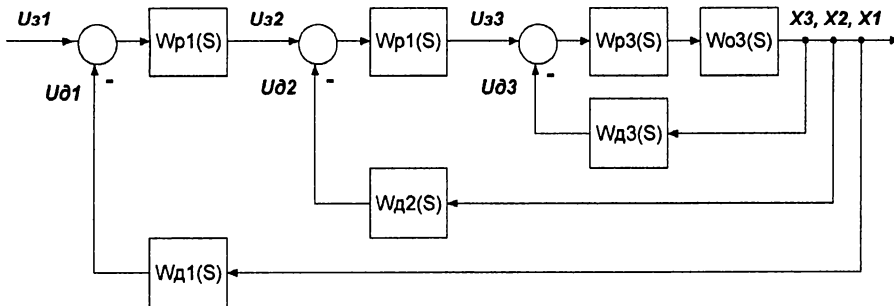


Рисунок 2.1.1. Структурная схема трехконтурной системы автоматического управления с подчиненным регулированием параметров

Приняты следующие обозначения:

X_1, X_2, X_3 – регулируемые параметры;

$W_{p1}(S), W_{p2}(S), W_{p3}(S)$ – передаточные функции регуляторов параметров;

$W_{d1}(S), W_{d2}(S), W_{d3}(S)$ – передаточные функции датчиков параметров;

$W_{oi}(S)$ – передаточная функция объекта управления;

U_{z1}, U_{z2}, U_{z3} – сигналы задания параметров;

U_{d1}, U_{d2}, U_{d3} – сигналы с датчиков параметров.

В состав каждого контура входит объект регулирования с передаточной функцией $W_{oi}(S)$, датчик параметра с передаточной функцией $W_{di}(S)$ и регулятор с передаточной функцией $W_{pi}(S)$, как на рис. 2.1.2, т. е. можно говорить об унифицированном контуре управления.

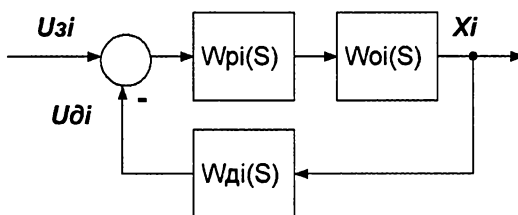


Рисунок 2.1.2. Структурная схема унифицированного контура управления

После этого синтезируют контуры регулирования, начиная с контура первой внутренней координаты. Синтез обычно выполняется с использованием активных последовательных корректирующих звеньев (регуляторов), реализуемых или на операционных усилителях постоянного тока с большим коэффициентом усиления или на микропроцессорах.

При синтезе контуров регулирования используется два типа оптимальных настроек [13]: настройка на модульный оптимум (МО) и настройка на симметричный оптимум (СО). Выбор типа настройки определяется требованиями к статическим и динамическим характеристикам при обработке управляющих воздействий и возмущений, действующих внутри контура регулирования.

Считается, что контур управления настроен на *модульный оптимум*, если выполняется условие:

$$W_{pi}(S) \times W_{oi}(S) \times W_{di}(S) = \frac{1}{2\tau S(1+\tau S)}, \quad (2.1.1)$$

где $\tau = \min[T_i]$ – некомпенсированная постоянная времени контура. Из этого уравнения при известных $W_{oi}(S)$ и $W_{di}(S)$ легко найти $W_{pi}(S)$. В этом случае

передаточную функцию замкнутого контура $\Phi(S)$ можно определить по формуле:

$$\Phi(S) = \frac{U_{дi}(S)}{U_{зи}(S)} = \frac{1}{1+2\tau S+2\tau^2 S^2}. \quad (2.1.2)$$

Переходной процесс обработки ступенчатого входного сигнала описывается уравнением:

$$U_{дi}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{2\tau}} \left[\cos\left(\frac{t}{2\tau}\right) + \sin\left(\frac{t}{2\tau}\right) \right]. \quad (2.1.3)$$

Он представлен на рис. 2.1.3.

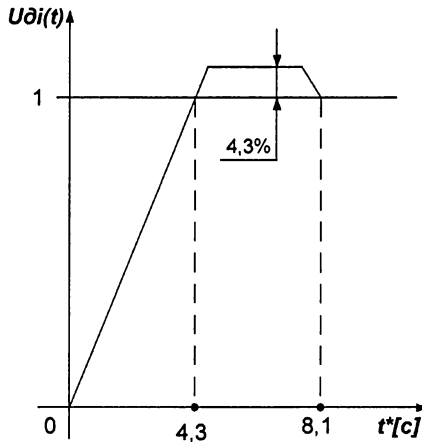


Рисунок 2.1.3. Переходной процесс в контуре, настроенного на технический оптимум

ЛАФЧХ контура, настроенного на технический оптимум, совпадают с представленными на рис. 1.7.1, б, где $\omega_{e2} = \frac{1}{\tau}$.

Считается, что контур управления настроен на **симметричный оптимум**, если выполняется условие:

$$W_{pi}(S) \times W_{oi}(S) \times W_{дi}(S) = \frac{1+4\tau S}{8\tau^2 S^2 (1+\tau S)}, \quad (2.1.4)$$

где $\tau = \min[T_i]$ – нескомпенсированная постоянная времени контура. Из этого уравнения при известных $W_{oi}(S)$ и $W_{дi}(S)$ легко найти $W_{pi}(S)$. В этом случае передаточную функцию замкнутого контура $\Phi(S)$ можно определить по формуле:

$$\Phi(S) = \frac{U_{дi}(S)}{U_{зи}(S)} = \frac{1+4\tau S}{1+4\tau S+8\tau^2 S^2+8\tau^3 S^3}. \quad (2.1.5)$$

Переходной процесс отработки ступенчатого входного сигнала описывается уравнением:

$$U_{дi}(t) = 1 + e^{-\frac{t}{2\tau}} - e^{-\frac{t}{4\tau}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{t}{\tau}\right). \quad (2.1.6)$$

Он представлен на рис. 2.1.4.

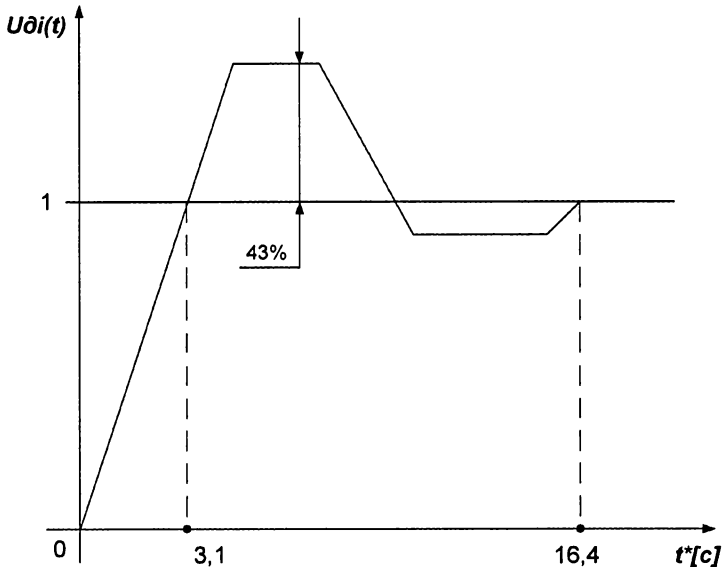


Рисунок 2.1.4. Переходной процесс в контуре, настроенного на симметричный оптимум

ЛАФЧХ контура, настроенного на технический оптимум, совпадают с представленными на рис. 1.7.1, в, где $\omega_{c1} = \frac{1}{4\tau}$, $\omega_{c2} = \frac{1}{\tau}$.

2.2. Синтез систем автоматического управления с подчиненным регулированием параметров

Синтез САУ с подчиненным регулированием представляет собой простую и логичную процедуру, которую поясним на двух примерах.

ПРИМЕР 2.2.1

Определить $W_p(p)$, обеспечивающую настройку контура, представленного на рис. 2.2.1, на технический оптимум.

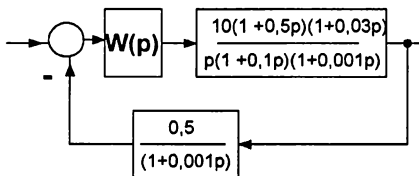


Рисунок 2.2.1. Структурная схема контура

Шаг № 1. Составим уравнение настройки контура на ТО:

$$W_p(P) \times \frac{10(1+0,5p)(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,001p)} \times \frac{0,5}{1+0,001p} = \frac{1}{2\tau p(1+\tau p)}, \quad (2.2.1)$$

где $\tau = 0,001$ с.

Тогда:

$$W_p(P) \times \frac{10(1+0,5p)(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,001p)} \times \frac{0,5}{1+0,001p} = \frac{1}{2 \times 0,001p(1+0,001p)}. \quad (2.2.2)$$

Откуда:

$$W_p(P) = \frac{100(1+0,1p)(1+0,001p)}{(1+0,5p)(1+0,03p)}. \quad (2.2.3)$$

Шаг № 2. Изобразим переходную функцию $H(t)$:

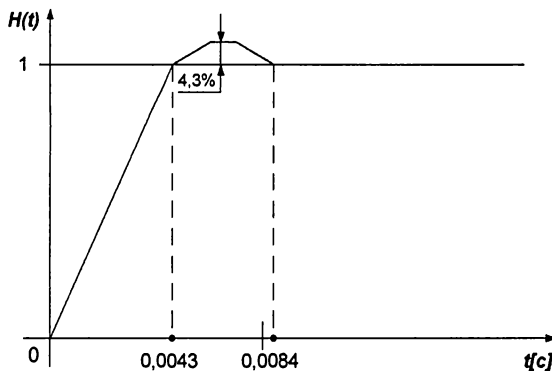


Рисунок 2.2.2. Переходной процесс в контуре, настроенном на технический оптимум

Шаг № 3. Изобразим ЛАФЧХ контура:

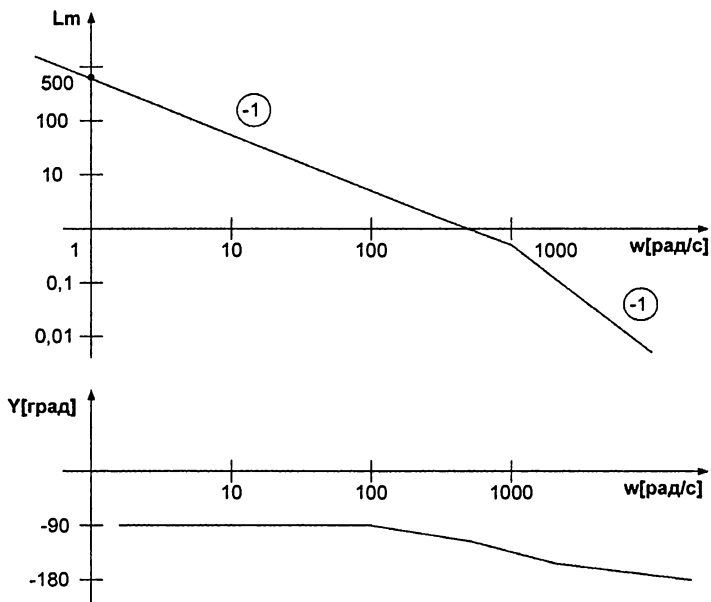


Рисунок 2.2.3. ЛАФЧХ контура, настроенного на технический оптимум

ПРИМЕР 2.2.2

Определить $Wp(p)$, обеспечивающую настройку контура, представленного на рис. 2.2.1, на симметричный оптимум.

Шаг № 1. Составим уравнение настройки контура на СО:

$$Wp(P) \times \frac{10(1+0,5p)(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,001p)} \times \frac{0,5}{1+0,001p} = \frac{1+4\tau p}{8\tau^2 p^2 (1+\tau p)}, \quad (2.2.4)$$

где $\tau = 0,001$ с.

Тогда:

$$Wp(P) \times \frac{10(1+0,5p)(1+0,03p)}{p(1+0,1p)(1+0,001p)} \times \frac{0,5}{1+0,001p} = \frac{1+0,004p}{2 \times 0,000001 p^2 (1+0,001p)}. \quad (2.2.5)$$

Откуда:

$$Wp(P) = \frac{10000p(1+0,1p)(1+0,001p)(1+0,004p)}{(1+0,5p)(1+0,03p)}. \quad (2.2.6)$$

Шаг № 2. Изобразим переходную функцию $H(t)$:

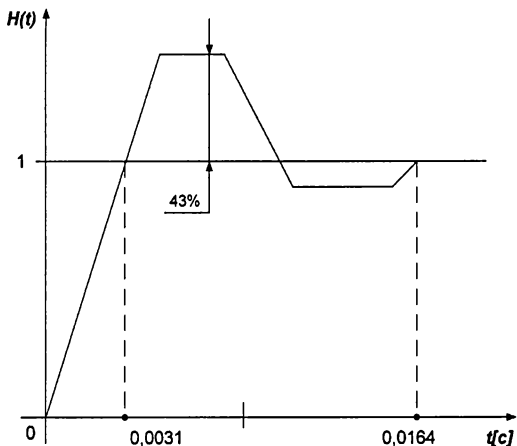


Рисунок 2.2.4. Переходной процесс в контуре, настроенном на симметричный оптимум

Шаг № 3. Изобразим ЛАФЧХ контура:

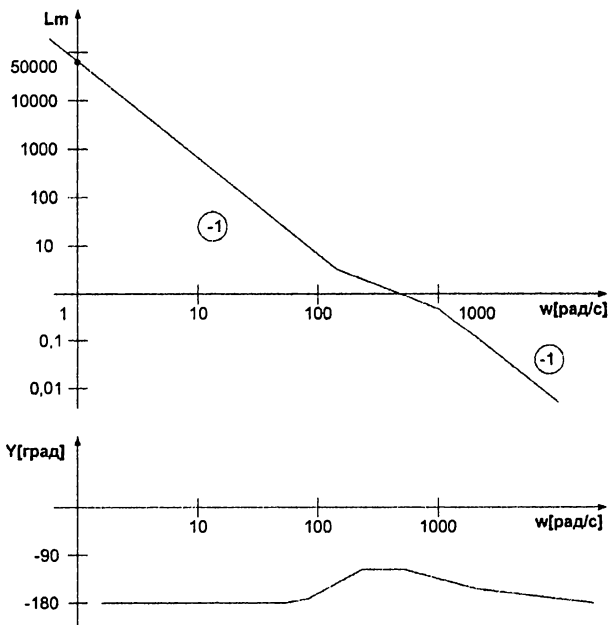


Рисунок 2.2.5. ЛАФЧХ контура, настроенного на симметричный оптимум

Контрольные вопросы

1. Определить передаточную функцию регулятора $W_{pi}(S)$, обеспечивающего настройку контура, представленного на рис. 2.1.2, на технический оптимум при

$$W_{oi}(S) = \frac{100}{S(1 + 0,01S)(1 + 0,005S)}$$

$$W_{di}(S) = \frac{0,5}{1 + 0,001S}$$

2. Определить передаточную функцию регулятора $W_{pi}(S)$, обеспечивающего настройку контура, представленного на рис. 2.1.2, на симметричный оптимум при

$$W_{oi}(S) = \frac{100}{S(1 + 0,01S)(1 + 0,005S)}$$

$$W_{di}(S) = \frac{0,5}{1 + 0,001S}$$

ГЛАВА 3. СОВРЕМЕННАЯ ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

3.1. Адаптивные системы автоматического управления

Адаптивные САУ применяются в случае изменения условий работы, вызванных внешними возмущениями [14], с целью компенсации последствий от них. Различают следующие виды адаптивных САУ:

- с *разомкнутыми цепями* самонастройки;
- с *замкнутыми цепями* самонастройки;
- с *экстремальной* самонастройкой.

Рассмотрим САУ с *разомкнутыми* цепями самонастройки. Типовая структурная схема такой системы представлена на рис. 3.1.1, где M – внешнее возмущение, действующее на звено с передаточной функцией $W2(S)$.

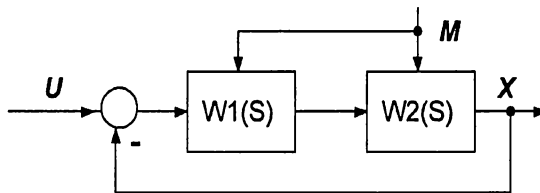


Рисунок 3.1.1. Структурная схема САУ с разомкнутой цепью самонастройки

Для компенсации действия внешнего возмущения его необходимо «подвести» к звену с передаточной функцией $W1(S)$.

Для такой системы можно определить передаточную функцию замкнутой системы $\Phi(S)$:

$$\Phi(S) = \frac{W1(S) \times W2(S)}{1 + W1(S) \times W2(S)}. \quad (3.1.1)$$

Видно, что для компенсации действия внешнего возмущения необходимо выполнить условие:

$$W1(S) \times W2(S) = const. \quad (3.1.2)$$

Это означает, что передаточная функция $W1(S)$ должна меняться по зависимости:

$$W1(S) = \frac{W10(S) \times W20(S)}{W2(S)}, \quad (3.1.3)$$

где $W10(S), W20(S)$ – передаточные функции для начального состояния.

Рассмотрим САУ с *замкнутыми* цепями самонастройки, использующими эталонную модель с передаточной функцией $Wэ(S)$, представленные на рис. 3.1.2. В этом случае возможно исполнение САУ с параметрической и сигнальной коррекцией.

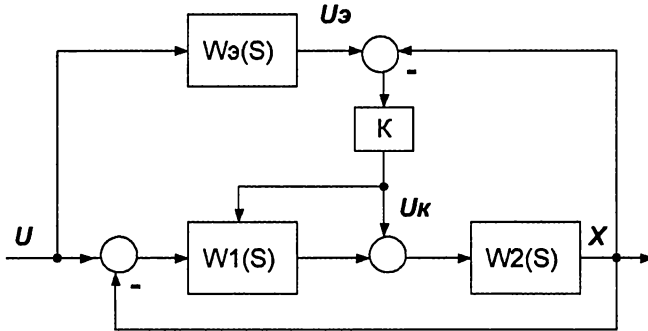


Рисунок 3.1.2. Структурная схема САУ с эталонной моделью

Для такой системы с сигнальной коррекцией можно определить передаточную функцию замкнутой системы $\Phi(S)$:

$$\Phi(S) = \frac{W1(S) \times W2(S) + K \times W2(S) \times Wэ(S)}{1 + W1(S) \times W2(S) + K \times W2(S)}. \quad (3.1.4)$$

$$\text{При } K \rightarrow \infty \text{ имеем: } \Phi(S) = Wэ(S). \quad (3.1.5)$$

Для системы с параметрической коррекцией нужно подстраивать параметры звена с передаточной функцией $W1(S)$ для стремления сигнала $Uк$ к нулю.

Рассмотрим САУ с *экстремальными* самонастройками, использующими оптимальный синтез регуляторов. Такая типовая схема представлена на рис. 3.1.3.

В основу работы вычислительного устройства положен некоторый критерий оптимальности $Jск$, например:

$$Jск = \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [U - X]^2 dt \right). \quad (3.1.6)$$

Такие САУ обладают хорошими характеристиками, но сложны в разработке, изготовлении и эксплуатации.

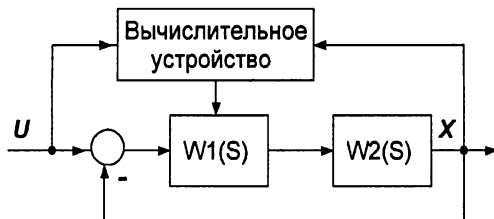


Рисунок 3.1.3. Структурная схема САУ с экстремальными самонастройками

ПРИМЕР 3.1.1

Для системы управления, представленной на рис. 3.1.4, требуется уменьшить влияние широтно-импульсного модулятора на работу системы за счет эталонной модели и корректирующего устройства.

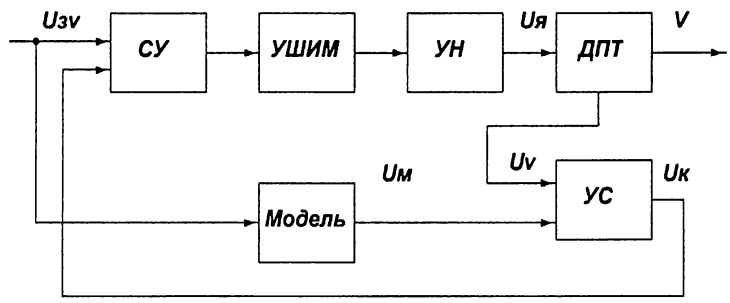


Рисунок 3.1.4. Функциональная схема системы с моделью

Приняты обозначения: СУ – суммирующее устройство; УШИМ – устройство широтно-импульсной модуляции; УН – усилитель напряжения; ДПТ – двигатель постоянного тока; УС – устройство сравнения; U_{zv} – сигнал задания скорости; $U_{я}$ – напряжение на якорной обмотке; V – скорость исполнительного вала двигателя; U_v – напряжение противо-ЭДС; U_m – сигнал с модели; U_k – корректирующий сигнал. С учетом физической реализации системы разработана ее математическая модель, которая представлена на рис. 3.1.5.

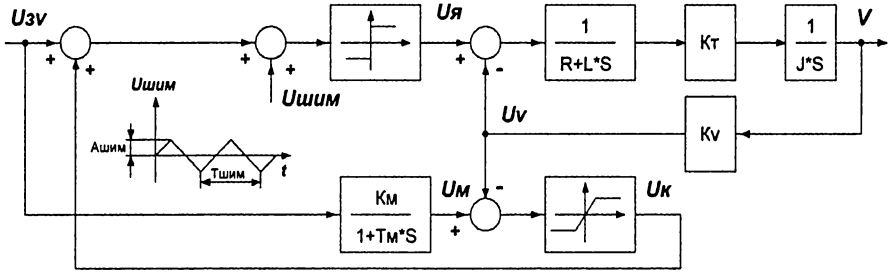


Рисунок 3.1.5. Структурная схема системы с моделью

Приняты дополнительные обозначения: K_m , T_m – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени эталонной модели; $A_{шм}$, $T_{шм}$ – соответственно амплитуда и период треугольного тактирующего сигнала.

Моделирование системы управления проведено для двух случаев – без эталонной модели и коррекции и с эталонной моделью и с коррекцией при прямоугольном входном сигнале, представленном на рис. 3.1.6. Параметры модели: $R = 1 \text{ Ом}$; $L = 0,005 \text{ Гн}$; $K_m = 10$; $T_m = 0,0001 \text{ с}$; $K_t = 0,25 \frac{\text{Н} \times \text{м}}{\text{А}}$; $J = 0,001 \text{ кг} \times \text{м}^2$; $K_v = 0,35 \frac{\text{В} \times \text{с}}{\text{рад}}$; $A_{шм} = 6 \text{ В}$; $T_{шм} = 0,0001 \text{ с}$; $U_{я\text{макс}} = 100 \text{ В}$; $U_{к\text{макс}} = 10 \text{ В}$. Результаты моделирования представлены на рис. 3.1.7 и рис. 3.1.8.

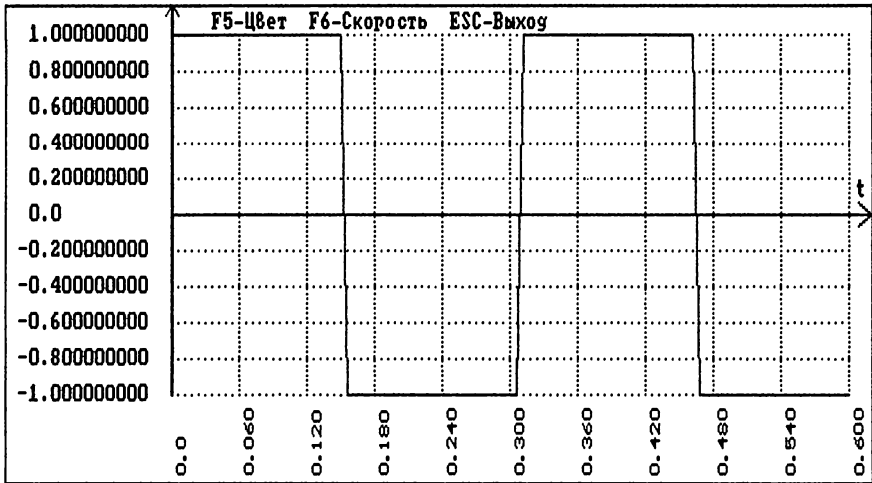
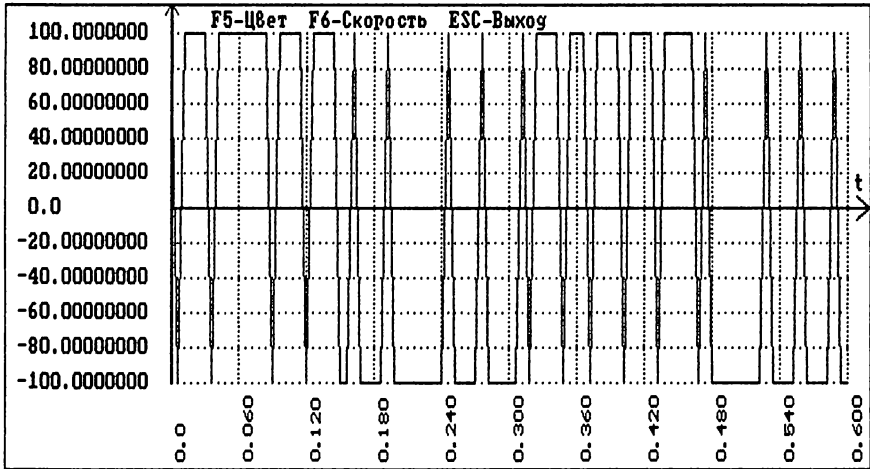
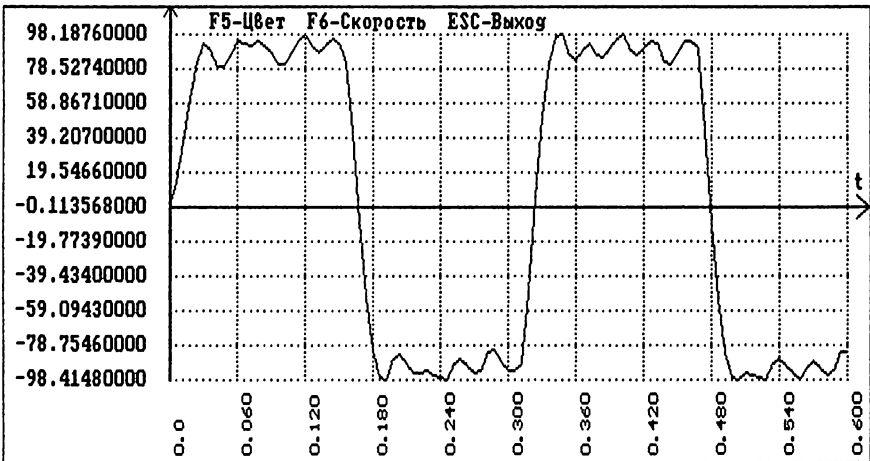


Рисунок 3.1.6. График входного сигнала задания скорости

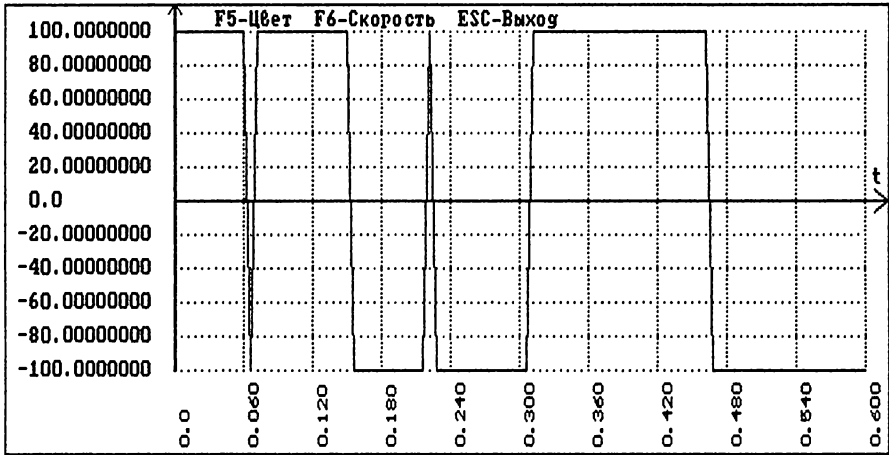


а)

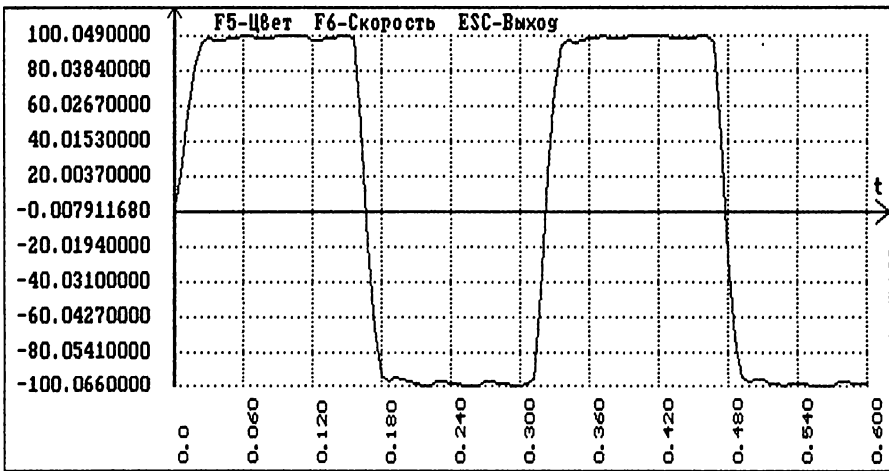


б)

Рисунок 3.1.7. Графики напряжения на якорной обмотке (а) и скорости электродвигателя (б) в САУ без коррекции



а)



б)

Рисунок 3.1.8. Графики напряжения на якорной обмотке (а) и скорости электродвигателя (б) в САУ с коррекцией

Из рисунков видно, что в случае введения эталонной модели и корректирующего устройства пульсации скорости в системе управления существенно (в ~10 раз) уменьшаются, что говорит об эффективности коррекции.

1. Доработать систему управления двигателем, представленную на рис. 3.1.1, для исключения влияния изменения момента инерции J на ее характеристики.
2. В каких случаях предпочтительнее применение сигнальной и в каких случаях параметрической коррекции?

3.2. Системы автоматического управления с нечеткими регуляторами

Анализ САУ традиционными методами часто требует применения сложных математических моделей, построение которых вызывает значительные трудности. В некоторых случаях выходом является использование более простых и неточных математических моделей с регуляторами, допускающими неопределенность и недостаток информации об объекте. В таких случаях говорят об использовании в САУ регуляторов на основе нечеткой логики [15].

Построение нечетких регуляторов основано на имитации спецвычислителями управляющих действий человека с использованием его опыта и интуиции.

Нечеткая логика (*fuzzi logic*), лежащая в основе такого управления – это специальный раздел математики, теоретические основы которого были заложены в 1965 году Лотфи Заде [16].

Одним из основных понятий нечеткой логики является *функция принадлежности* $M(X)$, показывающая степень принадлежности элемента X нечеткому множеству. Наиболее распространенными функциями принадлежности являются трапецеидальная, треугольная, Z-типа и S-типа, представленные на рис. 3.2.1 и рис. 3.2.2.

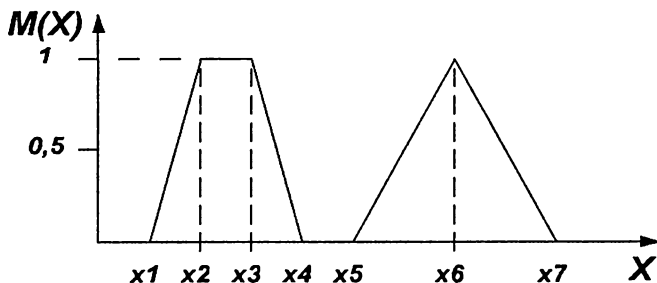


Рисунок 3.2.1. Трапецеидальная и треугольная функции принадлежности

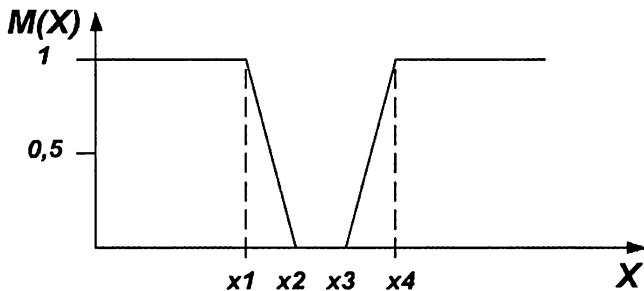


Рисунок 3.2.2. Функции принадлежности Z- и S-типа

В САУ, построенных на основе нечеткой логики, правила составления управляющих воздействий составляются на основе *лингвистики*, при этом основным элементом является *лингвистический терм* (описание).

Операции с нечеткими множествами совершаются с помощью *логических операторов* (операторов Заде).

Оператор *AND (И)* является оператором конъюнкции.

Оператор *OR (ИЛИ)* является оператором дизъюнкции.

Оператор *NOT (НЕ)* является оператором отрицания.

На базе логических операторов создаются *нечеткие алгоритмы*, построенные по схеме логической импликации «*ЕСЛИ-ТО*».

Практическое применение регуляторов на основе нечеткой логики началось в 1975 году Ебрахимом Мамдани, предложившем классическую схему системы нечеткого управления, представленную на рис. 3.2.3.

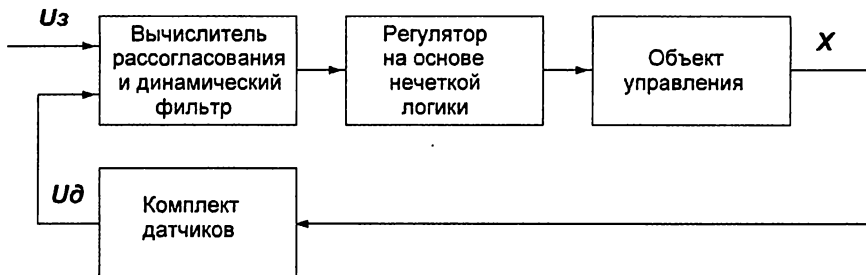


Рисунок 3.2.3. Функциональная схема системы нечеткого управления

Процесс обработки информации в регуляторах на основе нечеткой логики содержит три этапа:

- этап фаззификации, заключающийся в преобразовании физических переменных в значения термов в соответствии с функциями принадлежности;
- этап нечеткого логического вывода, производимого на основе обработки лингвистических переменных на основании нечетких правил;
- этап дефаззификации, заключающийся в преобразовании выводов нечеткой логики в физические управляющие воздействия.

ПРИМЕР 3.2.1

Рассмотрим управляющую систему, регулирующую скорость подачи воды, представленную на рис. 3.2.4.



Рисунок 3.2.4. САУ скоростью подачи воды

Задачей САУ является обеспечение подачи воды со скоростью 100 литров в минуту.

Введем лингвистическую переменную «скорость подачи воды» и две функции принадлежности термов этой переменной как на рис. 3.2.5.

Введенные функции принадлежности используются для управления скоростью подачи воды. На каждом шаге расчета вычисления производятся по формуле:

$$X_{ш} = X_{ш} + K[M1(X) - M(X)], \quad (3.2.1)$$

где K – коэффициент.

Алгоритм работы САУ при $K = 10$ следующий:

Шаг 1: при начальной скорости

$$X = 110 \frac{\text{литров}}{\text{минуту}} \text{ имеем } M1(X) = 0, \text{ а } M2(X) = 0,5.$$

Шаг 2: имеем в этом случае

$$X = 105 \frac{\text{литров}}{\text{минуту}}, \text{ тогда получим } M_1(X) = 0, \text{ а } M_2(X) = 0,25.$$

Шаг 3: имеем в этом случае

$$X = 102,5 \frac{\text{литров}}{\text{минуту}}, \text{ тогда получим } M_1(X) = 0, \text{ а } M_2(X) = 0,1.$$

Шаг 4: имеем в этом случае

$$X = 101 \frac{\text{литров}}{\text{минуту}} \text{ и т. д.}$$



Рисунок 3.2.5. Функции принадлежности термов
«скорость подачи воды мала»
и «скорость подачи воды велика»

Контрольные вопросы

1. В каких случаях предпочтительнее выбирать ту или иную функцию принадлежности (трапециевидальную, треугольную и т. д.)?
2. В каких случаях целесообразно использовать нечеткие регуляторы?

3.3. Системы автоматического управления с нейрорегуляторами

САУ с нейрорегуляторами имеют в своем составе искусственные нейронные сети (*ИНС* – neural network) и представляют собой систему соединенных между собой и взаимодействующих друг с другом элементов, называемых *искусственными нейронами*, реализуемых на отдельных процессорах [17]. Такие ИНС обладают рядом достоинств:

- способностью к обучению;
- способностью к адаптации к изменению свойств объекта управления;
- устойчивостью к повреждениям некоторого количества нейронов.

В процессе обучения происходит трансформация ИНС – ее параметрическая оптимизация.

Искусственный нейрон обладает группой *синапсов* (однаправленных входных связей) и имеет один выход – *аксон*. Каждый синапс характеризуется весом L_i . Весы синапсов определяются при обучении нейронной сети.

Структура искусственного нейрона, предложенного Мак-Каллоком и Питсом, представлена на рис. 3.3.1.

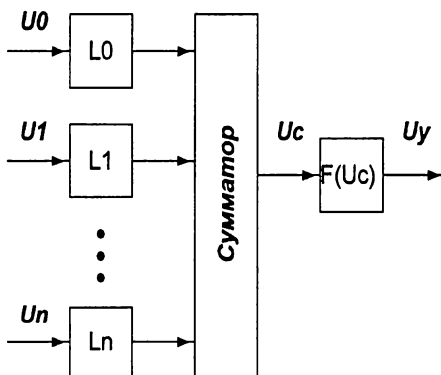


Рисунок 3.3.1. Структура искусственного нейрона

Текущее состояние нейрона U_c определяется взвешенной суммой его входов:

$$U_c = \sum_0^n (U_i \times L_i). \quad (3.3.1)$$

Величина на выходе нейрона U_y формируется как нелинейная функция (активационная функция) его состояния. Типовые функции активации представлены на рис. 3.3.2.

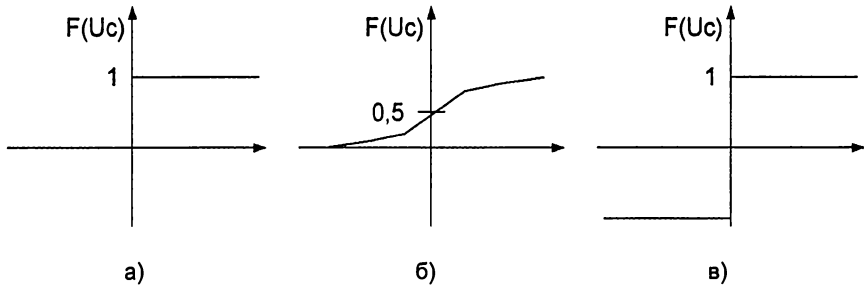


Рисунок 3.3.2. Функции активации: униполярная (а); сигмоидальная (б) и биполярная (в)

Их можно описать следующими формулами (при $U_0 = -1$):

$$F(U_c) = 0,5[\text{sign}(U_c) + 1], \quad (3.3.2)$$

$$F(U_c) = \frac{1}{1 + e^{-bU_c}}, \quad (3.3.3)$$

$$F(U_c) = \text{sign}(U_c). \quad (3.3.4)$$

Следует отметить, что возможности простых однослойных искусственных нейронных сетей сильно ограничены, поэтому в настоящее время стали использовать многослойные ИНС, представляющие собой сети, в которых информация передается от входного слоя через K скрытых слоев к выходному слою. Такая ИНС представлена на рис. 3.3.3.

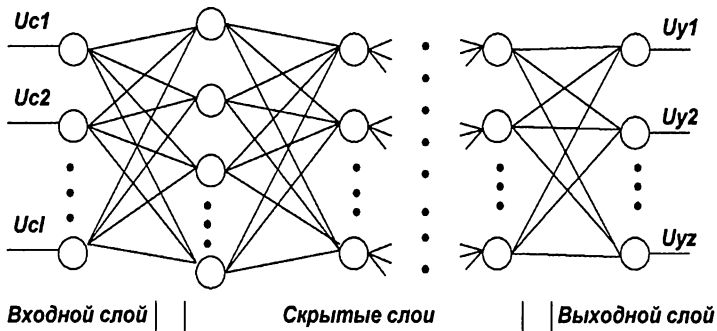


Рисунок 3.3.3. Структура многослойной искусственной нейронной сети

Обучение такой сети представляет достаточно сложную задачу, при решении которой используются различные оптимизационные методы [18].

САУ с нейрорегуляторами используют *прямые* (ИНС применяется для непосредственного управления объектом) и *непрямые* (ИНС применяется для решения вспомогательных задач, например идентификации) методы [19]. Следует отметить ряд наиболее эффективных методов нейроуправления: *подражающее* нейроуправление, *нейроуправление с эталонной моделью* и *гибридное* нейроуправление.

Рассмотрим САУ с *подражающим* нейроуправлением. Функциональная схема такой САУ в режиме обучения представлена на рис. 3.3.4.

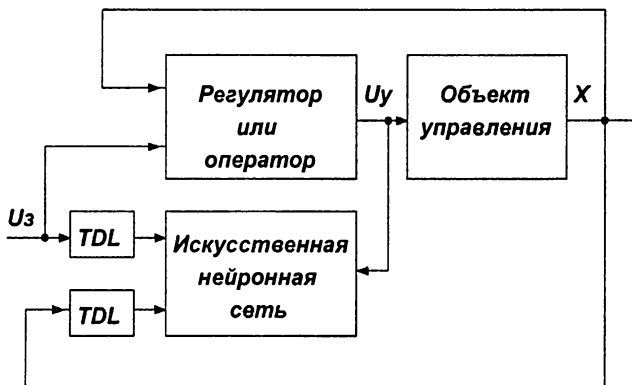


Рисунок 3.3.4. Функциональная схема САУ с подражающим нейроуправлением в режиме обучения

Искусственная нейронная сеть обучается на примерах динамического поведения предварительно настроенной системы. Элементы временной задержки TDL необходимы для правильного протекания процесса обучения. После обучения искусственная нейронная сеть подключается вместо регулятора как на рис. 3.3.5.

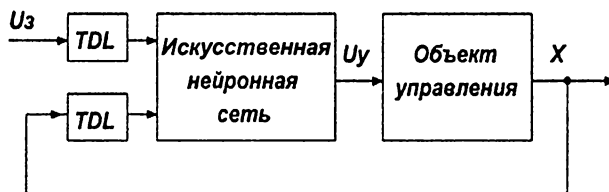


Рисунок 3.3.5. Функциональная схема САУ с подражающим нейроуправлением в рабочем режиме

Если параметры регулятора неизвестны, то использовать подражающее нейруправление нельзя. В этом случае можно использовать САУ с *эталонной моделью* и нейруправлением. Эталонную модель выбирают исходя из желаемых свойств всей системы. Функциональная схема САУ с эталонной моделью и нейруправлением в режиме обучения представлена на рис. 3.3.6.

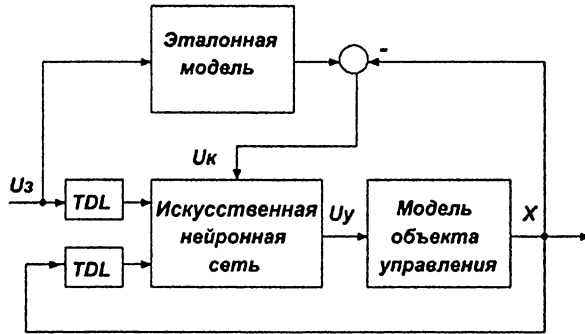


Рисунок 3.3.6. Функциональная схема САУ с эталонной моделью и нейруправлением в режиме обучения

В такой схеме реальный объект управления в режиме обучения не используется. Эталонная модель может быть представлена в виде системы дифференциальных уравнений, имитирующей объект управления, как на рис. 3.3.7.

Функциональная схема САУ с эталонной моделью и нейруправлением в рабочем режиме совпадает с СС схемой, представленной на рис. 3.3.5.

Гибридное управление заключается в применении в САУ как стандартного регулятора (например ПИД-регулятора) и искусственной нейронной сети, как на рис. 3.3.8.

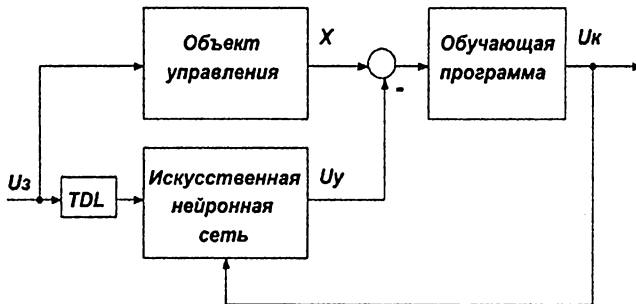


Рисунок 3.3.7. Функциональная схема САУ с эталонной моделью в виде системы дифференциальных уравнений и нейруправлением в режиме обучения

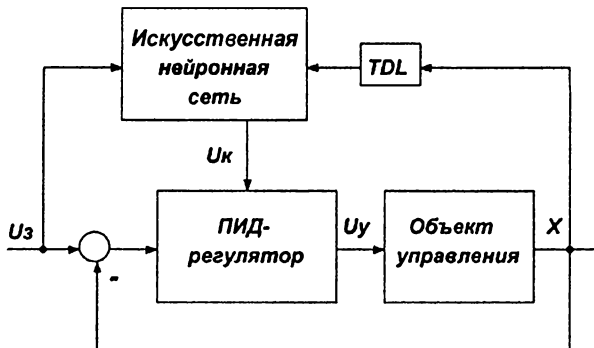


Рисунок 3.3.8. Функциональная схема САУ с гибридным ПИД-регулятором в рабочем режиме

В такой САУ ПИД-регулятор имеет дополнительные входы, позволяющие корректировать как его параметры, так и сигналы с помощью искусственной нейронной сети. Обучение нейронной сети происходит в реальном времени.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях предпочтительнее выбирать ту или иную функцию активации (униполярную, биполярную и сигмоидальную)?
2. В каких случаях целесообразно использовать нейросетевые регуляторы?

ГЛАВА 4. ПРИМЕРЫ ИССЛЕДОВАНИЯ САУ

В данной главе рассмотрены две важные инженерные задачи из разных областей технической деятельности – разработка системы управления квадрокоптером и анализ показателей качества современного автоматизированного электропривода. Этот выбор обусловлен актуальностью их решения ввиду широчайшего использования в современной жизни этих объектов исследования.

4.1. Разработка системы управления квадрокоптера

Современный квадрокоптер (КК) представляет беспилотное летающее устройство, имеющее четыре управляемых винта, обеспечивающих перемещение по заданной траектории, и предназначенное для транспортировки, как правило, легких приборов и предметов на ограниченное расстояние, для разведки полезных ископаемых и других наблюдений. Общий вид типового квадрокоптера представлен на рис. 4.1.1.

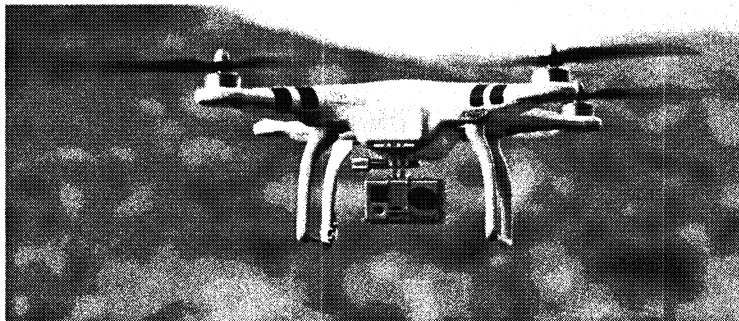


Рисунок 4.1.1. Общий вид типового квадрокоптера

Применение квадрокоптеров обладает преимуществами:

- рентабельностью;
- оперативностью;
- способностью развивать высокую скорость, планировать, а также зависать над контрольной точкой;
- существенно меньшая стоимость их создания и эксплуатации (при условии равной эффективности выполнения поставленных задач;

- возможностью применения без участия летчиков и при этом не вызывает опасность травмирования или катастрофа пилотов.

Движение квадрокоптера описывается в неподвижной и подвижной системе координат, представленных на рис. 4.1.2.

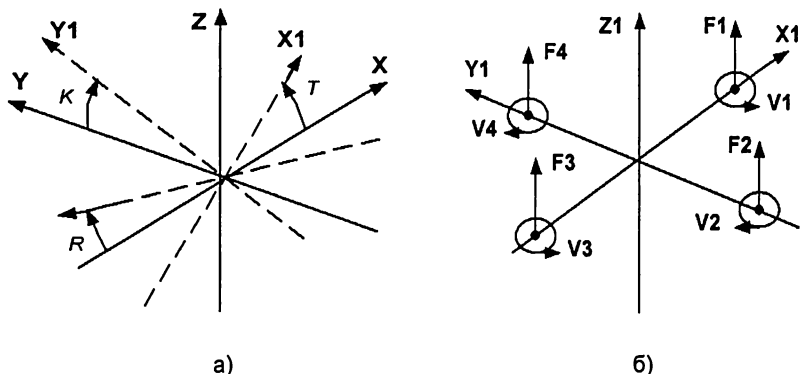


Рисунок 4.1.2. Неподвижная и подвижная системы координат (а) и кинематическая схема квадрокоптера (б)

Приняты следующие обозначения: X, Y, Z – неподвижная система координат, X_1, Y_1, Z_1 – подвижная система координат, R – угол рыскания; T – угол тангажа; K – угол крена.

Система дифференциальных уравнений, описывающая динамику квадрокоптера, имеет следующий вид [20]:

$$X^{**} = \frac{(F_1+F_2+F_3+F_4)}{m} [\cos(R)\sin(T)\cos(K) + \sin(R)\sin(K)] - \frac{Ax}{m} X^*; \quad (4.1.1)$$

$$Y^{**} = \frac{(F_1+F_2+F_3+F_4)}{m} [\sin(R)\sin(T)\cos(K) + \cos(R)\sin(K)] - \frac{Ay}{m} Y^*; \quad (4.1.2)$$

$$Z^{**} = \frac{(F_1+F_2+F_3+F_4)}{m} [\cos(T)\cos(K)] - \frac{Az}{m} Z^* - g; \quad (4.1.3)$$

$$T^{**} = \frac{l}{J_{xx}} (F_4 - F_2); \quad (4.1.4)$$

$$K^{**} = \frac{l}{J_{yy}} (F_3 - F_1); \quad (4.1.5)$$

$$R^{**} = \frac{lb}{J_{zz \times K_T}} (F_1 - F_2 + F_3 - F_4); \quad (4.1.6)$$

$$F_i = K_T \times (\omega_i)^2. \quad (4.1.7)$$

Приняты следующие обозначения:

F_i – силы тяги винтов ($i = 1 \dots 4$);

J_{xx} , J_{yy} , J_{zz} – моменты инерции квадрокоптера вокруг соответствующих осей;

m – масса квадрокоптера;

l – расстояние от центра квадрокоптера до мест крепления электродвигателей;

b – технологический коэффициент.

Конкретные значения квадрокоптера:

$$m = 0,5 \text{ кг};$$

$$l = 0,25 \text{ м};$$

$$K_T = 4 \times 10^{-5} \frac{\text{Н} \times \text{с}^2}{\text{рад}^2};$$

$$b = 1,2 \times 10^{-7} \frac{\text{Н} \times \text{м} \times \text{с}^2}{\text{рад}^2};$$

$$A_x = A_y = A_z = 1 \frac{\text{кг}}{\text{с}};$$

$$J_{xx} = J_{yy} = 5 \times 10^{-3} \text{ кг} \times \text{м}^2;$$

$$J_{zz} = 9 \times 10^{-3} \text{ кг} \times \text{м}^2;$$

$$\omega_{i \text{ макс}} = 300 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Так как предполагается плавное движение КК с малыми углами крена и тангажа, то $\cos(T) \approx \cos(\gamma) \approx \cos(R) \approx 1$, а $\sin(T) \approx T$, $\sin(K) \approx K$, $\sin(R) \approx 0$. Кроме того, предполагая плавное движение в плоскости XOY, т. е. выполнение условия $(F_1 + F_2 + F_3 + F_4) = mg$, то уравнения могут быть представлены в виде:

$$X^{**} = K_T x \times (T) - \frac{A_x}{m} X^*; \quad (4.1.8)$$

$$Y^{**} = -K_T y \times (K) - \frac{A_y}{m} Y^*; \quad (4.1.9)$$

$$Z^{**} = \frac{(F_1 + F_2 + F_3 + F_4)}{m} - \frac{A_z}{m} Z^* - g; \quad (4.1.10)$$

$$T^{**} = \frac{l}{J_{xx}} \times (F_4 - F_2); \quad (4.1.11)$$

$$K^{**} = \frac{l}{J_{yy}} \times (F_3 - F_1); \quad (4.1.12)$$

$$R^{**} = \frac{l \times b}{J_{zz} \times K_T} \times (F_1 - F_2 + F_3 - F_4). \quad (4.1.13)$$

Для исключения возможных неопределенностей в понимании дальнейшего материала, введем понятие ИИУС КК.

Под **САУ КК** понимают совокупность технических средств и программного обеспечения, осуществляющую сбор, хранение и обработку информации о параметрах движения, а также выработку управляющих воздействий на элементы управления.

Для определения параметров координат квадрокоптера применяют следующие основные датчики.

Барометр представляет собой прибор для измерения давления. Датчик давления на КК может дать точное значение высоты устройства над уровнем моря. Наиболее точную информацию о высоте дает комбинация датчика давления и высоты GPS. Параметры широко применяемого барометра MS5611 (компания MEAS Switzerland) следующие:

- измеряемое давление: от 10 гПа до 1200 гПа;
- точность: до 0,1 м в самом точном режиме;
- время измерения: до 10 мс.

Ультразвуковой датчик представляет собой прибор для получения надежной информации о расстоянии до крупных целей даже в средах с сильными акустическими или электрическими источниками шума. Параметры широко применяемого ультразвукового датчика I2XL-MaxSonar-EZ4 следующие:

- интервал считывания показаний 67 мс (15 Гц);
- максимальное расстояние: 765 см;
- разрешение в диапазоне от 25 до 765 см: – 0,1 м.

Магнитометр представляет собой электронный компас, размещенный на плате контроллера. Это особенно необходимо для выравнивания направления КК по сравнению с магнитным полем земли.

Гироскоп представляет собой прибор для измерения скорости изменения углов (их можно измерить по 3 осям).

Акселерометр представляет собой прибор для измерения линейного ускорения КК в 3-осевой системе.

Параметры широко применяемого совмещенного в одном корпусе гироскоп и акселерометра MPU6050 следующие:

- гироскоп, диапазон: $\pm 250, 500, 1000, 2000$ °/с;
- акселерометр, диапазон: $\pm 2, 4, 8, 16$ g.

Видеокамера представляет собой прибор для записи фиксируемого изображения. Параметры широко применяемой видеокамеры Stack-X-1080P следующие:

- фокусное расстояние камеры: 2,8 мм;
- угол объектива камеры: Н: 130 градусов, V: 98 градусов;
- датчик камеры: 1 / 2.5 дюймов CMOS;
- частота кадров DVR: 60 кадров в секунду;
- формат видео: NTSC или PAL.

Модуль навигации «GPS – Глонасс» (например, Flight control PCBA – H507A-05) позволяют отслеживать и измерять такие параметры, как расстояние, скорость и время. Это фактически и система слежения, позволяющая определять точное местоположение аппарата.

Модуль контроллера полета позволяет квадрокоптеру отслеживать свое текущее положение и скорость. Кроме того, он получает сигналы от передатчика оператора. Контроллер полета также полезен для работы вместе с датчиками, которые размещены на борту для плавного полета. К ним относятся такие устройства, как акселерометр, гироскопы и тому подобное. Контроллер выполняет еще одну функцию. Квадрокоптер поставляется с четырьмя различными двигателями. Контроллер полета способен вычислять скорость каждого из четырех двигателей, затем он отправляет сигнал на электронные контроллеры скорости или ESC.

Регулируемые по скорости электроприводы (РЭП) играют важную роль в квадрокоптерах. РЭП состоят из блока управления – в англоязычном сообществе его называют «Electric Speed Controller» (электронный контроллер скорости) или сокращенно – ESC и электродвигателя. Следует отметить, что в настоящее время в качестве электродвигателей в квадрокоптерах применяются как магнитоэлектрические двигатели постоянного тока, так и вентильные двигатели. Однако в последнее время стали широко использоваться вентильные электродвигатели (ВД), что связано с их хорошими эксплуатационными характеристиками:

- большим удельным моментом;
- малой инерционностью;
- простотой управления.

Параметры широко применяемого РЭП, состоящего из блока управления ESC HW30A и электродвигателя Walkera QR X350, следующие:

- напряжение питания – 12 В;
- максимальный ток – 30 А;
- номинальная частота вращения ротора – 314 рад/с.

Перейдем к разработке функциональной схемы и математической модели САУ КК, уделяя особое внимание ее компонентам. При этом пристальное внимание будем уделять величинам запаздываний поступления информации с соответствующих датчиков параметров квадрокоптера – по положению координат и их скоростям. Эти запаздывания будем учитывать в виде постоянных времени передаточных функций соответствующих датчиков.

С учетом представленных выше уравнений была разработана функциональная и структурная схема САУ КК, представленные на рис. 4.1.3 и рис. 4.1.4.

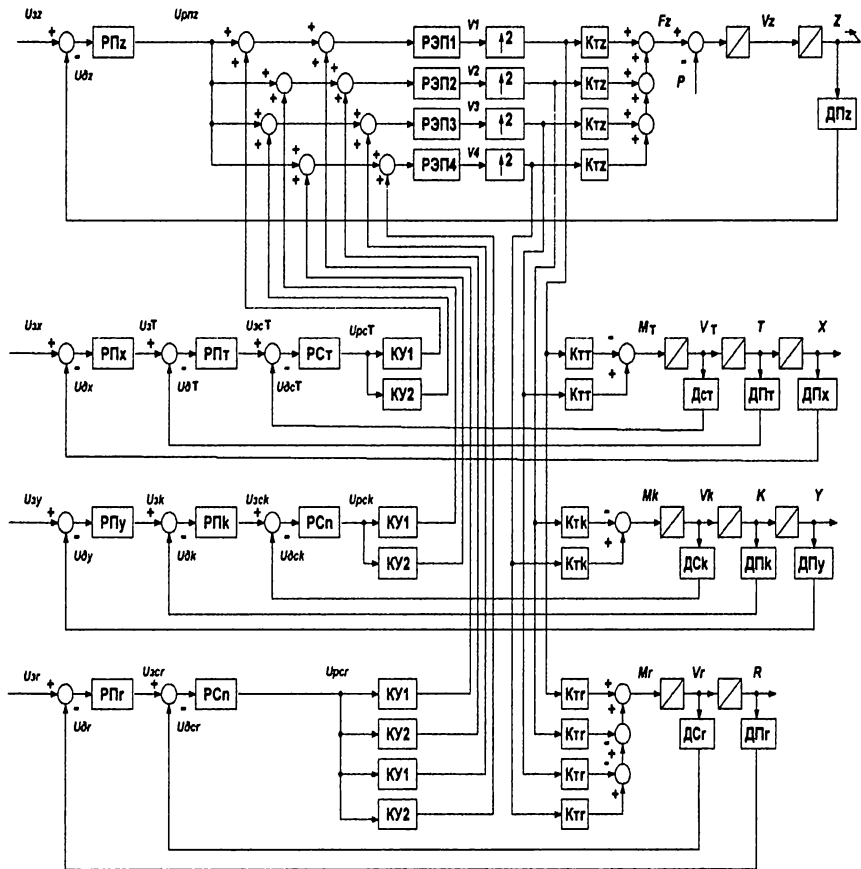


Рисунок 4.1.3. Функциональная схема САУ КК

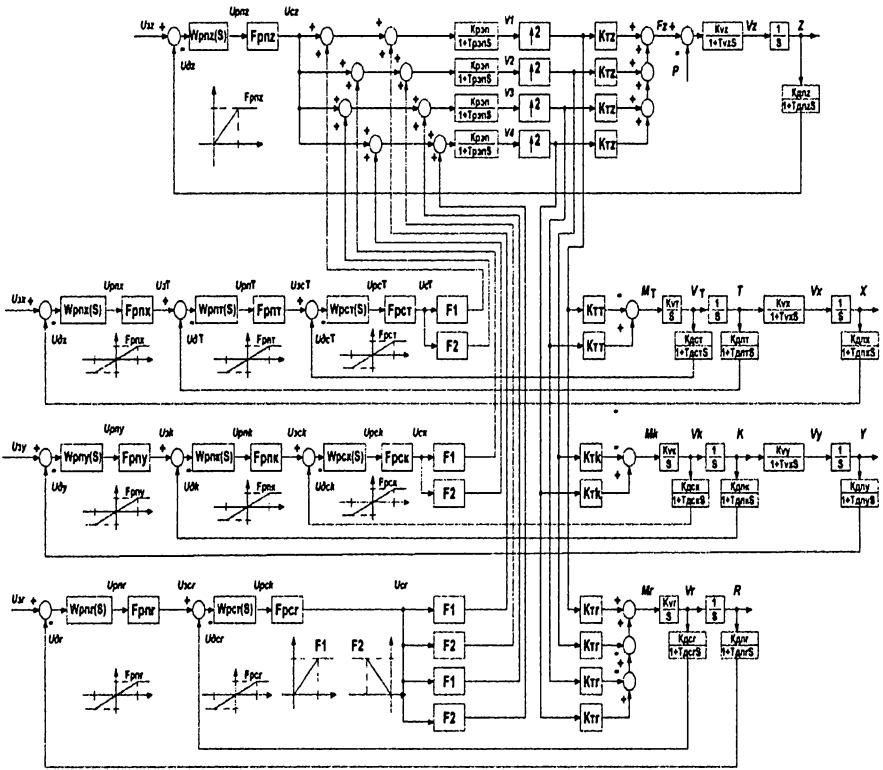


Рисунок 4.1.4. Структурная схема САУ квадрокоптера

Приняты следующие обозначения: R_{Pz} , R_{Px} , R_{Py} , R_{Pt} , R_{Pk} , R_{Pr} – соответственно регуляторы положений по координатам Z , X , Y , T , K , R ; $RЭП1$ – $RЭП4$ – четыре регулируемых по скорости электропривода; R_{cT} , R_{cK} и R_{cR} – регуляторы скорости по координатам T , K и R ; D_{Pz} , D_{Px} , D_{Py} , D_{Pt} , D_{Pk} , D_{Pr} – соответственно датчики положений по координатам Z , X , Y , T , K , R ; D_{cT} , D_{cK} , D_{cR} – датчики скорости по координатам T , K и R ; $KУ1$, $KУ2$ – корректирующие элементы; U_{zZ} , U_{zX} , U_{zY} , U_{zT} , U_{zK} , U_{zR} – соответственно сигналы задания положений по координатам Z , X , Y , T , K , R ; U_{rpz} , U_{rpr} – соответствующие выходные сигналы с регуляторов положения координат Z и R ; U_{zt} , U_{zk} – сигналы задания координат T и K ; U_{zst} , U_{zsk} , U_{zsr} – сигналы задания скоростей координат T , K и R ; U_{rst} , U_{rsk} , U_{rsr} – сигналы с регуляторов скорости координат T , K и R ; F_z – сила тяги по координате Z ; P – вес KK ; V_z – скорость перемещения по координате Z ; M_t , V_t – соответственно момент и скорость по координате T ; M_k ,

V_k – соответственно момент и скорость по координате K ; M_r, V_r – соответственно момент и скорость по координате R ; $K_{tz}, K_{tr}, K_{tk}, K_{tr}$ – физические коэффициенты; $W_{pz}(S), W_{px}(S), W_{py}(S), W_{pt}(S), W_{pk}(S), W_{pr}(S)$ – соответственно передаточные функции регуляторов положений по координатам Z, X, Y, T, K, R ; $W_{rst}(S), W_{rsk}(S)$ – соответственно передаточные функции регуляторов скорости по координатам T, K ; $K_{рэп}, T_{рэп}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени РЭП; $K_{дпз}, T_{дпз}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате Z ; $K_{дпх}, T_{дпх}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате X ; $K_{дпу}, T_{дпу}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате Y ; $K_{дпт}, T_{дпт}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате T ; $K_{дпк}, T_{дпк}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате K ; $K_{дпр}, T_{дпр}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика положения по координате R ; $K_{дст}, T_{дст}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика скорости по координате T ; $K_{дск}, T_{дск}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика скорости по координате K ; $K_{дсг}, T_{дсг}$ – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени датчика скорости по координате R ; K_{vz}, T_{vz} – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени узла скорости по координате Z ; K_{vx}, T_{vx} – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени узла скорости по координате X ; K_{vy}, T_{vy} – соответственно коэффициент передачи и постоянная времени узла скорости по координате Y ; K_{vt} – коэффициент передачи узла скорости по координате T ; K_{vk} – коэффициент передачи узла скорости по координате K ; K_{vr} – коэффициент передачи узла скорости по координате R ; $F_{pz}, F_{px}, F_{py}, F_{pt}, F_{pk}, F_{pr}$ – соответственно нелинейности регуляторов положений по координатам Z, X, Y, T, K, R ; F_1, F_2 – нелинейности корректирующих устройств; F_{rst}, F_{rsk} – нелинейности регуляторов скорости по координатам T и K . Контур управления координатами КК настраивают на технический и симметричный оптимумы.

Конкретные значения САУ КК приведены ниже.

Для контура управления по координате Z :

$$K_{tz} = 4 \times 10^{-5} \frac{H \times c^2}{\text{рад}^2};$$

$$K_{vz} = 5 \frac{1}{c}; \quad T_{vz} = 2 \text{ с};$$

$$K_{рэп} = 2,5 \frac{\text{рад}}{\text{дискрет} \times c};$$

$$T_{рзп} = 0,001 \text{ с};$$

$$K_{дпз} = 1;$$

$$T_{дпз} = 0,01 \text{ с}.$$

Контур настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рпз}(S) = 5000(1 + 0,5S)/(1 + 0,05S).$$

Для контура управления по координате X:

$$K_{тг} = 4 \times 10^{-5} \frac{\text{Н} \times \text{с}^2}{\text{рад}^2};$$

$$K_{вт} = 50 \frac{1}{\text{кг} \times \text{м}^2};$$

$$K_{vx} = 50 \frac{1}{\text{с}};$$

$$T_{vx} = 2 \text{ с};$$

$$K_{дст} = 1;$$

$$T_{дст} = 0,01 \text{ с};$$

$$K_{дпт} = 1;$$

$$T_{дпт} = 0,05 \text{ с};$$

$$K_{дпх} = 1;$$

$$T_{дпх} = 0,05 \text{ с}.$$

Контур скорости по координате T настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рст}(S) = 500.$$

Контур положения по координате T настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рпт}(S) = 500.$$

Контур положения по координате X настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рпх}(S) = 0,1(1 + 0,5S)/(1 + 0,05S).$$

Для контура управления по координате Y:

$$K_{TK} = 4 \times 10^{-5} \frac{H \times c^2}{\text{рад}^2};$$

$$K_{vK} = 50 \frac{1}{\text{кг} \times \text{м}^2};$$

$$K_{vy} = 50 \frac{1}{c};$$

$$T_{vy} = 2 \text{ с};$$

$$K_{дск} = 1;$$

$$T_{дск} = 0,01 \text{ с};$$

$$K_{дпк} = 1;$$

$$T_{дпк} = 0,05 \text{ с};$$

$$K_{дпу} = 1;$$

$$T_{дпу} = 0,05 \text{ с}.$$

Контур скорости по координате K настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рск}(S) = 500.$$

Контур положения по координате K настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рпк}(S) = 500.$$

Контур положения по координате Y настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{рпу}(S) = 0,1(1 + 0,5S)/(1 + 0,05S).$$

Для контура управления по координате R:

$$K_{TR} = 4 \times 10^{-5} \frac{H \times c^2}{\text{рад}^2};$$

$$K_{vT} = 50 \frac{1}{\text{кг} \times \text{м}^2};$$

$$K_{дсг} = 1;$$

$$T_{дсг} = 0,01 \text{ с};$$

$$K_{дпг} = 1;$$

$$T_{дпр} = 0,01 \text{ с.}$$

Контур скорости по координате R настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{пр}(S) = 500.$$

Контур положения по координате R настроен на технический оптимум, тогда:

$$W_{пр}(S) = 500.$$

Так как все системы управления координатами квадрокоптера осуществляют свои функции через 4 исполнительных электродвигателя, то между ними существует сильное взаимовлияние, которое необходимо учитывать при работе.

В работе исследовался следующий достаточно простой, но показательный алгоритм работы САУ КК:

- подъем квадрокоптера на высоту 1 м;
- через 1 с движение квадрокоптера вправо на 1 м;
- движение квадрокоптера влево на 1 м.

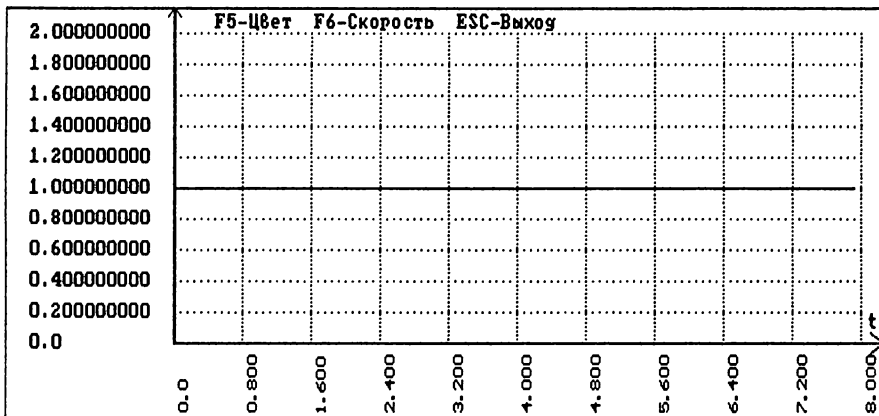
В этом случае в квадрокоптере задействованы системы управления координатой Z, координатой X, а также координатой T (как промежуточной). При этом принципиально важно наблюдать при работе системы управления по одной координате (например, X) за ее влиянием на работу системы управления по другой координате (например, Z). В случае правильно выбранных регуляторов такое влияние должно быть минимальным.

Поведение синтезированной САУ КК было промоделировано путем подачи на вход системы управления координатой Z ступенчатого сигнала амплитудой 1 м, а на вход системы управления координатой X через время, равное 1 с сигнала типа «меандр» амплитудой 1 м и частотой 0,125 Гц.

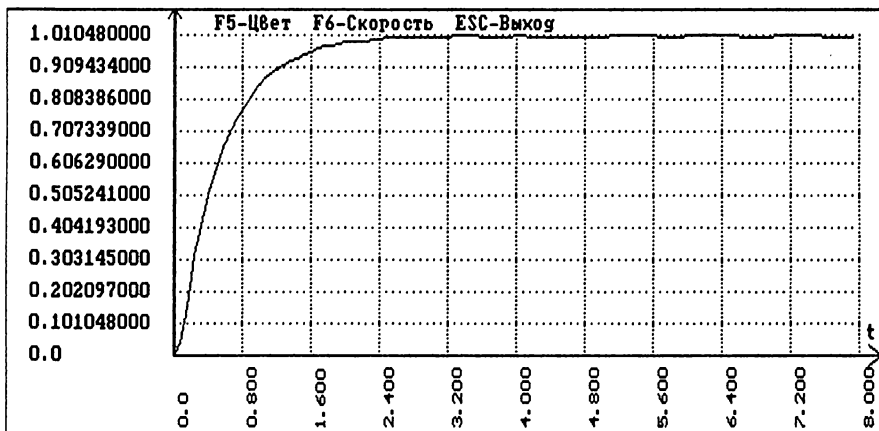
Результаты моделирования представлены на рис. 4.1.5 – 4.1.7.

Анализ рис. 4.1.5 – 4.1.7 показывает, что синтезированная САУ в составе КК обладает хорошими регулировочными характеристиками – отсутствием перерегулирования и малой статической ошибкой (менее 10 мм). Следует отметить, что такие хорошие показатели были получены при условии неучета погрешностей датчиков параметров координат квадрокоптера. В случае их учета статические ошибки существенно возросли.

Кроме того, видно, что регуляторы систем управления координатами САУ КК нейтрализуют взаимовлияния координат.

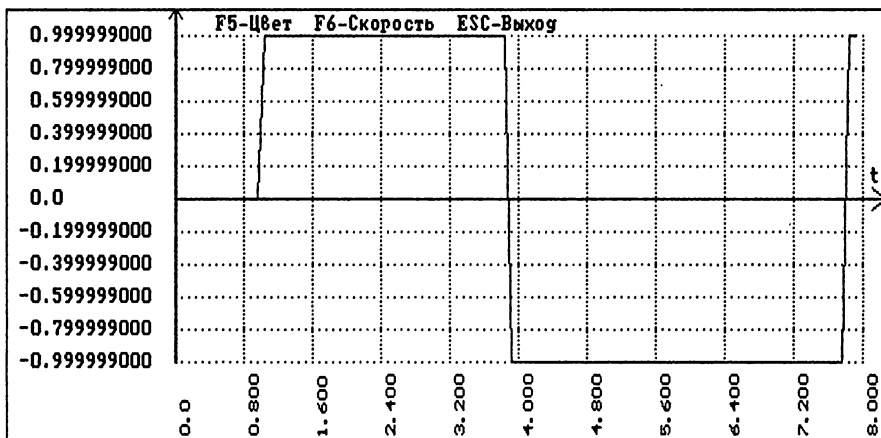


а)

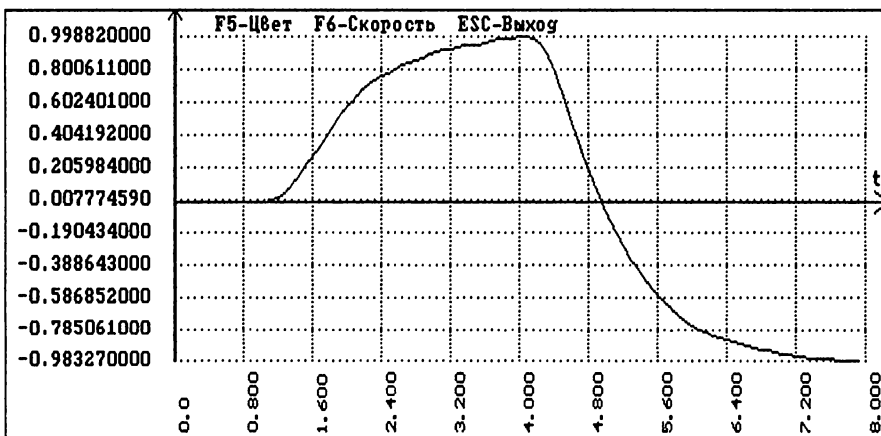


б)

Рисунок 4.1.5. *Сигналы задания положения по координате Z (а) и реального положения (б)*

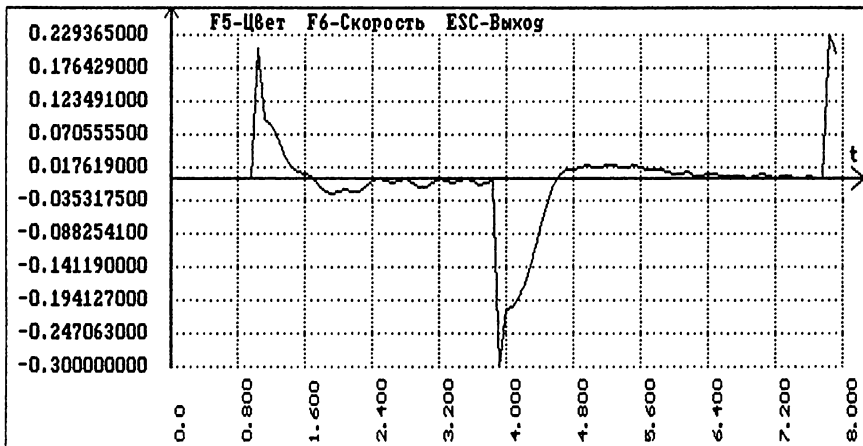


а)

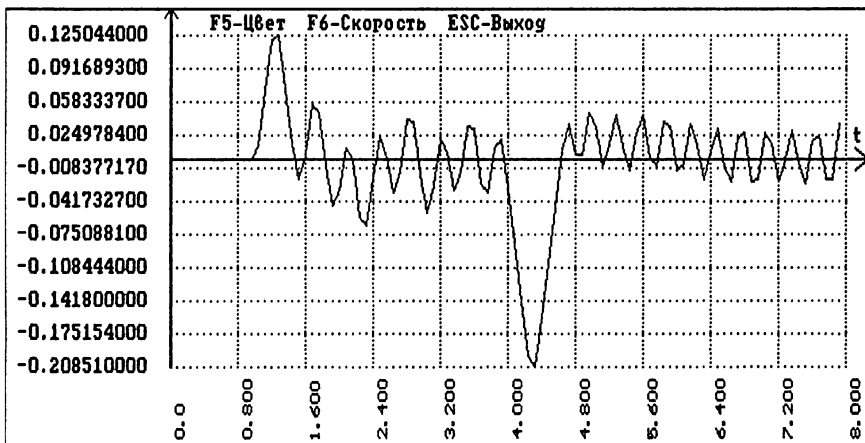


б)

Рисунок 4.1.6. *Сигналы задания положения по координате X (а) и реального положения (б)*



a)



б)

Рисунок 4.1.7. Сигналы задания положения по координате T (а) и реального положения (б)

4.2. Метрологическое обеспечение определения показателей качества регулируемых электроприводов на стадии проектирования

В настоящее время в промышленности наибольшее распространение получили гибкие производственные системы, в которых энергетической основой являются автоматизированные электроприводы. При этом наиболее распространенным видом автоматизированного электропривода является регулируемый электропривод (привод, замкнутый по частоте вращения вала исполнительного двигателя) – РЭП.

Разработкой РЭП занимаются множество фирм в развитых странах – «BOSCH», «INDRAMAT», «Lenze», «Siemens» (Германия); «Fanuc» (Япония); «ABBА» (Швеция), «SOPREL» (Италия); «Artech» (Болгария), «Триол» (Россия) и др.

Анализ продукции ведущих мировых производителей систем привода и материалов опубликованных научных исследований в этой области позволяет отметить следующие ярко выраженные тенденции развития электропривода:

- неуклонно снижается доля систем привода с двигателями постоянного тока и увеличивается доля систем привода с двигателями переменного тока, что связано с низкой надежностью механического коллектора и более высокой стоимостью коллекторных двигателей постоянного тока по сравнению с двигателями переменного тока (по прогнозам специалистов в начале следующего века доля приводов постоянного тока сократится до 10 % от общего числа приводов);
- преимущественное применение в настоящее время имеют приводы с короткозамкнутыми асинхронными двигателями, при этом большинство таких приводов (около 80 %) нерегулируемые (следует отметить, что в связи с резким удешевлением статических преобразователей частоты доля частотно-регулируемых асинхронных электроприводов быстро увеличивается);
- естественной альтернативой коллекторным приводам постоянного тока являются привода с вентильными, т. е. электронно-коммутируемыми двигателями (этот тип привода наиболее перспективен для станкостроения и робототехники, однако, является самым дорогостоящим).

Такие электроприводы широко применяются в различных технологических машинах: промышленных роботах, лазерных технологических установках, металлорежущих станках, координатно-измерительных машинах и пр.

В связи с тем, что характеристики технологических машин во многом зависят от показателей качества РЭП, то вопросам их совершенствования и регламентации уделяется серьезное внимание. Так в настоящее время действует ГОСТ 27803-91 «Электроприводы, регулируемые для металлообрабатывающего оборудования и промышленных роботов. Технические требования». В указанном ГОСТе описаны основные технические характеристики РЭП и способы их определения. Из общего количества технических требований, предъявляемых к РЭП, следует отметить следующие параметры: диапазон регулирования скорости, коэффициент неравномерности вращения вала исполнительного двигателя и полосу пропускания частот. Эти показатели фактически определяют как точность, так и быстродействие регулируемых электроприводов.

На практике диапазон регулирования скорости электропривода D_c определяется путем измерения максимального и минимального значения скорости вращения двигателя и рассчитывается по их отношению. Диапазон регулирования скорости современного РЭП должен быть более 10000.

Коэффициент неравномерности вращения K_n определяется как удвоенное отношение разности максимального и минимального значения мгновенной скорости вращения двигателя к их сумме. Коэффициент неравномерности вращения на минимальной частоте вращения не должен превышать 25 % (этот режим является наиболее тяжелым и показательным для РЭП).

Полоса пропускания замкнутого контура регулирования скорости F_c определяется диапазоном частот, в котором сдвиг по фазе первых гармоник сигналов обратной связи по скорости и управляющего сигнала не превышает 90 электрических градусов или, в котором снижение амплитуды выходного сигнала не более 3 дБ. Полоса пропускания частот замкнутого контура регулирования скорости при работе электропривода вхолостую при амплитуде управляющего напряжения не более 0,1 В должна быть не менее 100 Гц для транзисторных электроприводов.

Для определения реальных показателей качества разрабатываемых и выпускаемых РЭП применяются достаточно сложные и дорогостоящие стенды, типа представленного на рис. 4.2.1.

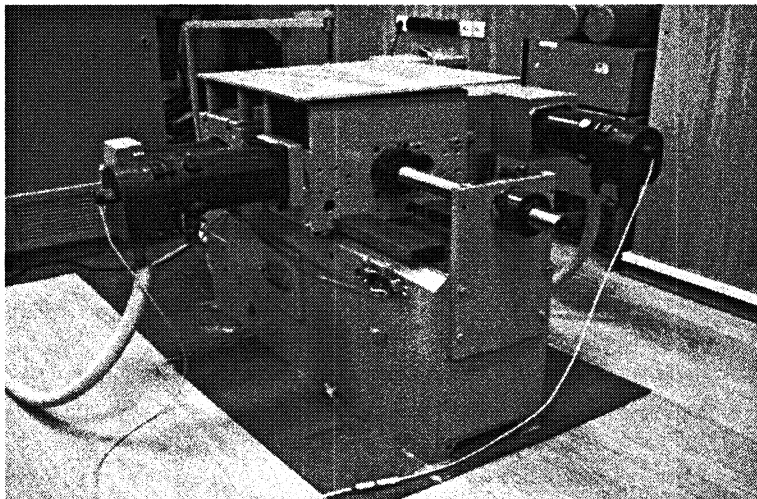


Рисунок 4.2.1. *Общий вид стенда*

Поэтому актуальной и важной задачей является разработка математического и программного аппарата, позволяющего анализировать показатели качества РЭП на различных стадиях разработки, изготовления и эксплуатации.

В настоящем пособии в качестве примера проведен анализ показателей качества регулируемого электропривода EPS-B1-0D75AA (Германия).

Общий вид такого электропривода представлен на рис. 4.2.2.

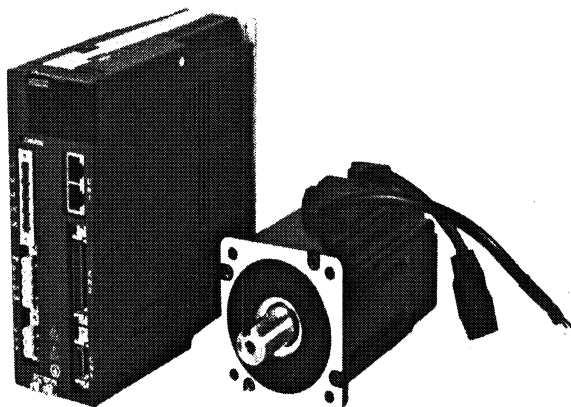


Рисунок 4.2.2. *Общий вид электропривода EPS-B1-0D75AA*

Функциональная схема такого РЭП с тремя контурами тока представлена на рис. 4.2.3.

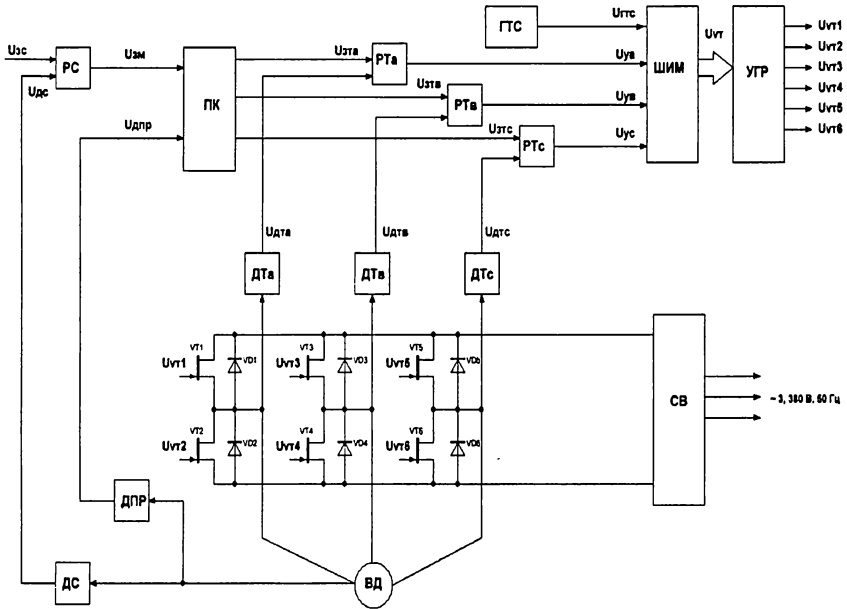


Рисунок 4.2.3. Функциональная схема РЭП с тремя контурами тока и вентильным электродвигателем

Приняты следующие обозначения:

- РС, Рта, РТв, РТс – соответственно регуляторы скорости и фазных токов;
- ГТС – генератор треугольного сигнала;
- ШИМ – широтно-импульсный модулятор;
- УГР – устройство гальванической развязки;
- ДТа, ДТв, ДТс – датчики фазных токов;
- СВ – силовой выпрямитель; ВД – вентильный двигатель;
- ДПР – датчик положения ротора; ДС – датчик скорости;
- VT1 – VT6, VD1 – VD6 – силовые транзисторы и диоды усилителя мощности;
- Uзс, Uзм – соответственно сигналы задания скорости и момента;
- Uдс, Uдт – соответственно сигналы с датчика скорости и тока;
- Uгтс – периодический треугольный сигнал;
- Uдпр – сигнал с датчика положения ротора;
- Uуа, Uув, Uус – управляющие сигналы;
- Uзта, Uзтв, Uзтс – сигналы задания фазных токов;

Удта, Удтв, Удтс – сигналы с датчиков фазных токов;

Ушим – промодулированный управляющий сигнал;

Увт1 – Увт6 – сигналы управления силовыми транзисторами.

Для проведения схемотехнического моделирования необходимо разработать математическую модель РЭП. При этом первоочередной задачей является выбор математической модели вентильного электродвигателя (ВД). В настоящее время используются различные модели ВД – как трехфазные, так и двухфазные. Однако авторами было выявлено, что для схемотехнического моделирования такого РЭП наиболее удобна математическая модель, описываемая следующими уравнениями [21]:

$$U_{\phi a}(t) = R \times I_{\phi a}(t) + L \times \frac{dI_{\phi a}(t)}{dt} + F_{oa}(t) \times V(t); \quad (4.2.1)$$

$$U_{\phi b}(t) = R \times I_{\phi b}(t) + L \times \frac{dI_{\phi b}(t)}{dt} + F_{ob}(t) \times V(t); \quad (4.2.2)$$

$$U_{\phi c}(t) = R \times I_{\phi c}(t) + L \times \frac{dI_{\phi c}(t)}{dt} + F_{oc}(t) \times V(t); \quad (4.2.3)$$

$$M_a(t) = I_{\phi a}(t) \times F_{oa}(t); \quad (4.2.4)$$

$$M_b(t) = I_{\phi b}(t) \times F_{ob}(t); \quad (4.2.5)$$

$$M_c(t) = I_{\phi c}(t) \times F_{oc}(t); \quad (4.2.6)$$

$$M_d(t) = [M_a(t) + M_b(t) + M_c(t)] \times K_M; \quad (4.2.7)$$

$$\dot{M}_d(t) - M_c(t) = J \times \frac{dV}{dt}; \quad (4.2.8)$$

$$V = \frac{dP}{dt}; \quad (4.2.9)$$

$$U_{\phi a}(t) = U_a(t) \times \sin(Z \times P); \quad (4.2.10)$$

$$U_{\phi b}(t) = U_b(t) \times \sin(Z \times P - 120^\circ); \quad (4.2.11)$$

$$U_{\phi c}(t) = U_c(t) \times \sin(Z \times P - 240^\circ); \quad (4.2.12)$$

$$F_{oa}(t) = F_0 \times \sin(Z \times P); \quad (4.2.13)$$

$$F_{ob}(t) = F_0 \times \sin(Z \times P - 120^\circ); \quad (4.2.14)$$

$$F_{oc}(t) = F_0 \times \sin(Z \times P - 240^\circ). \quad (4.2.15)$$

На основании функциональной схемы, представленной на рис. 4.2.3 с учетом уравнений, описывающих работу РЭП, математическую модель электропривода в виде структурной схемы можно представить как на рис. 4.2.4.

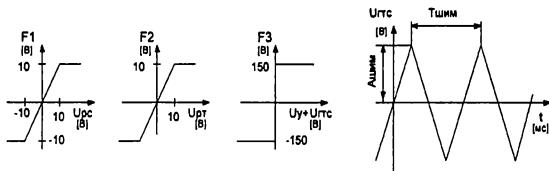
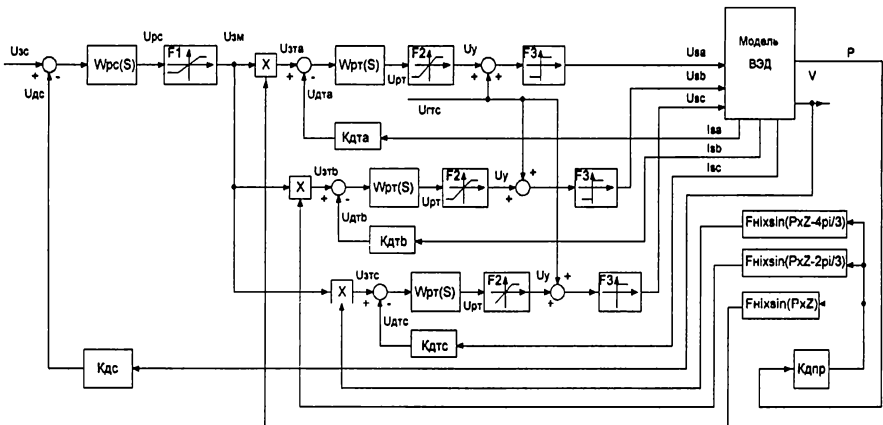


Рисунок 4.2.4. Математическая модель РЭП с тремя контурами тока

Приняты следующие обозначения:

$W_{прс}(S)$, $W_{прт}(S)$ – передаточные функции регулятора скорости и токов;

$K_{дта}$, $K_{дтб}$, $K_{дтс}$ – коэффициенты передачи датчиков фазных токов;

$F1$ – нелинейности типа «ограничение» сигнала;

$F2$ – нелинейности типа «реле» ШИМ;

$F3$ – нелинейность ШИМ;

$F4$ – нелинейность выделения положительного сигнала;

$K_{дпр}$ – коэффициент передачи датчика положения ротора;

$K_{дс}$ – коэффициент передачи датчика скорости;

Ашим, Тшим – амплитуда и частота ШИМ.

Передаточные функции регуляторов фазных токов выбраны из условий настройки контуров на технический оптимум, передаточная функция регулятора скорости выбрана из условий настройки контура на симметричный оптимум.

Поэтому можно написать:

$$W_{прт}(S) \times \frac{1}{(R+L \times S)} \times \frac{K_y}{1+T_y \times S} \times K_{дти} = \frac{1}{2 \times \tau_1 \times S \times (1 + \tau_1 \times S)}; i = 3; \quad (4.2.16)$$

где $\tau_1 = T_y$; K_y , T_y – коэффициент передачи и постоянная времени усилителя мощности, откуда:

$$W_{\text{пр}}(S) = \frac{(R+L \times S)}{2 \times \tau_1 \times K_{\text{у}} \times K_{\text{дт}} \times S} = \frac{(R+L \times S)}{2 \times T_{\text{у}} \times K_{\text{у}} \times K_{\text{дт}} \times S} = \frac{K_{\text{р}} \times (1 + T_{\text{р}} \times S)}{S}; \quad (4.2.17)$$

Тогда:

$$W_{\text{кт}}(S) = \frac{1}{K_{\text{дт}} \times (1 + 2 \times T_{\text{у}} \times S)}; \quad W_{\text{км}}(S) = \frac{K_{\text{м}}}{K_{\text{дт}} \times (1 + 2 \times T_{\text{у}} \times S)}; \quad (4.2.18)$$

$$W_{\text{р}}(S) \times \frac{1}{(1 + 2 \times T_{\text{у}} \times S)} \times K_{\text{м}} \times \frac{1}{J \times S} \times K_{\text{дс}} = \frac{(1 + 4 \times \tau \times S)}{8 \times \tau^2 \times S^2 \times (1 + 2 \times \tau \times S)}, \quad (4.2.19)$$

где $\tau_2 = 2 \times T_{\text{у}}$, откуда:

$$W_{\text{р}}(S) = \frac{J \times (1 + 4 \times \tau \times S)}{8 \times K_{\text{м}} \times K_{\text{дс}} \times \tau^2 \times S \times (1 + 2 \times \tau \times S)} = \frac{J \times (1 + 8 \times T_{\text{у}} \times S)}{32 \times K_{\text{м}} \times K_{\text{дс}} \times T_{\text{у}}^2 \times S} = \frac{K_{\text{р}} \times (1 + T_{\text{р}} \times S)}{S}. \quad (4.2.20)$$

Необходимо отметить следующее. При определении передаточных функций регуляторов скорости и токов реальный усилитель мощности на базе генератора и трех компараторов был описан передаточной функцией аperiodического звена с постоянной времени, равной:

$$T_{\text{у}} = \frac{1}{f_{\text{г}}}. \quad (4.2.21)$$

Параметры модели:

$R_{\text{s}} = 3 \text{ Ом};$

$L_{\text{s}} = 30 \text{ мГн};$

$J = 0,0008 \text{ кг} \times \text{м}^2;$

$K_{\text{м}} = 1 \text{ Н} \times \text{м}/\text{А}; \quad Z = 1;$

$U_{\text{гтс}} = 10 \sin(20000t);$

$K_{\text{дс}} = 0,06 \text{ В} \times \text{с}/\text{рад};$

$K_{\text{к}} = 2;$

$K_{\text{дта}} = K_{\text{дтб}} = K_{\text{дтс}} = 3 \text{ В}/\text{А};$

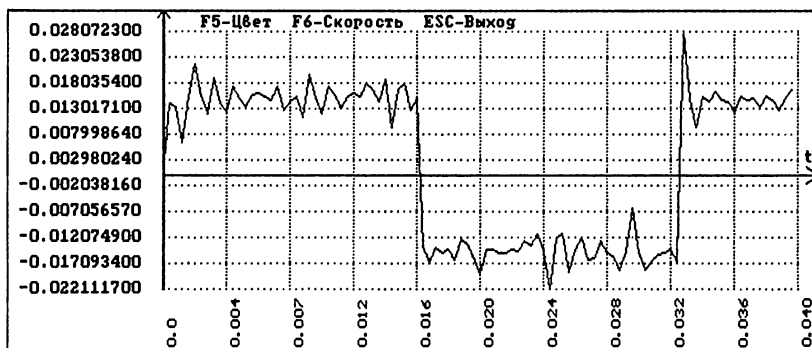
$K_{\text{дпр}} = 1;$

$f_{\text{г}} = 3 \text{ кГц}.$

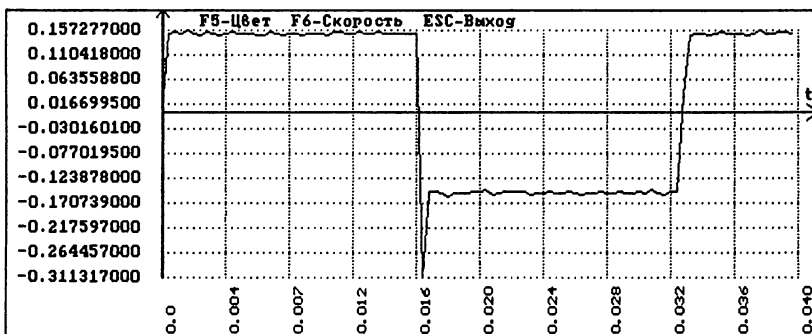
Математическое моделирование РЭП проведем в соответствии с требованиями и методикой, изложенными в ГОСТ 27803-91 [4]:

- определим тахограммы в РЭП после подачи на его вход сигналов $U_{\text{зс}}(t) = \pm 0,001 \text{ В}, U_{\text{зс}}(t) = \pm 0,01 \text{ В}, U_{\text{зс}}(t) = \pm 0,1 \text{ В}, U_{\text{зс}}(t) = \pm 1 \text{ В}, U_{\text{зс}}(t) = \pm 10 \text{ В};$
- определим по полученным тахограммам коэффициенты неравномерности вращения;
- определим тахограммы в РЭП после подачи на его вход сигналов $U_{\text{зс}}(t) = 0,1 \sin(62,8t), U_{\text{зс}}(t) = 0,1 \sin(628t), U_{\text{зс}}(t) = 0,1 \sin(3140t);$
- определим по полученным тахограммам полосу пропускания частот.

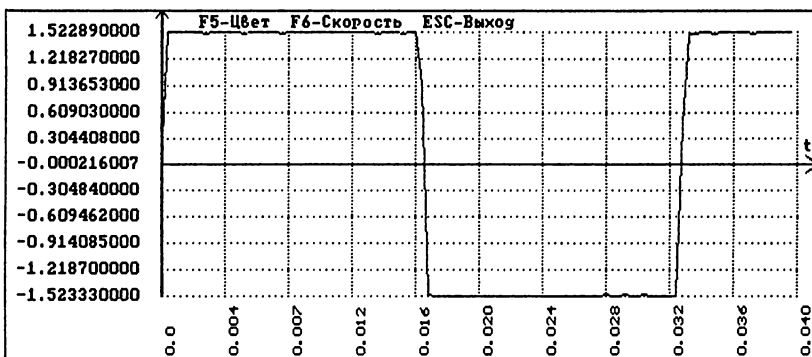
Результаты моделирования представлены на рис. 4.2.5 и рис. 4.2.6.



а)

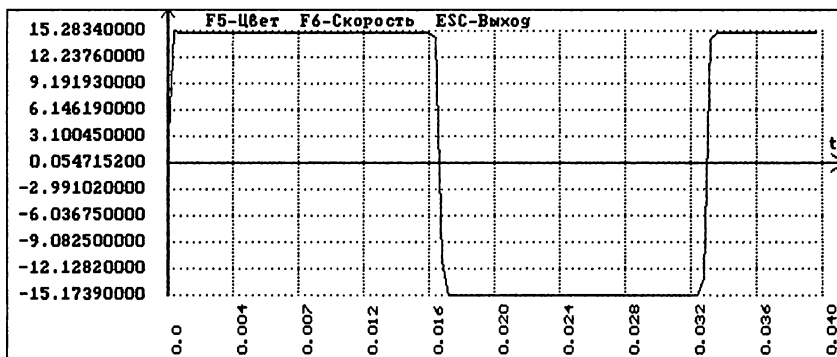


б)

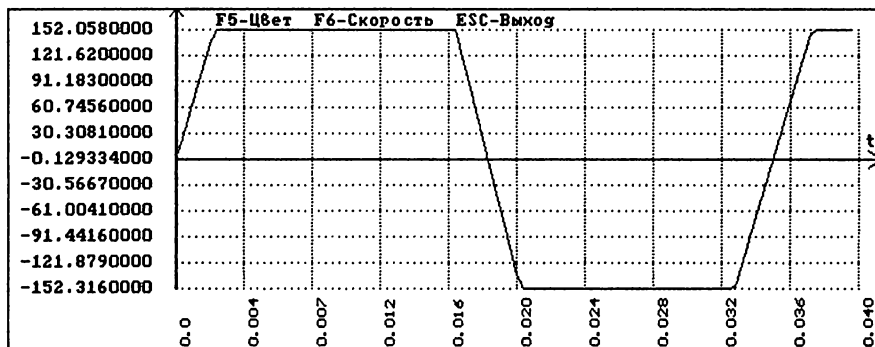


в)

Рисунок 4.2.5 (начало). Тахограммы при $U_{зс}(t) = \pm 0,001$ В (а),
при $U_{зс}(t) = \pm 0,01$ В (б), при $U_{зс}(t) = \pm 0,1$ В (в)

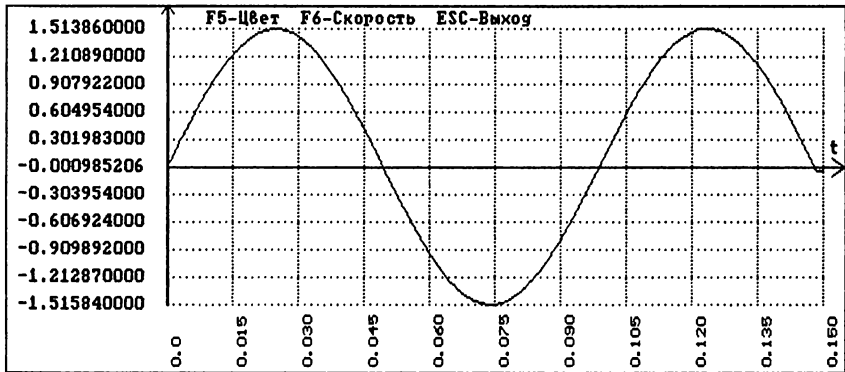


г)

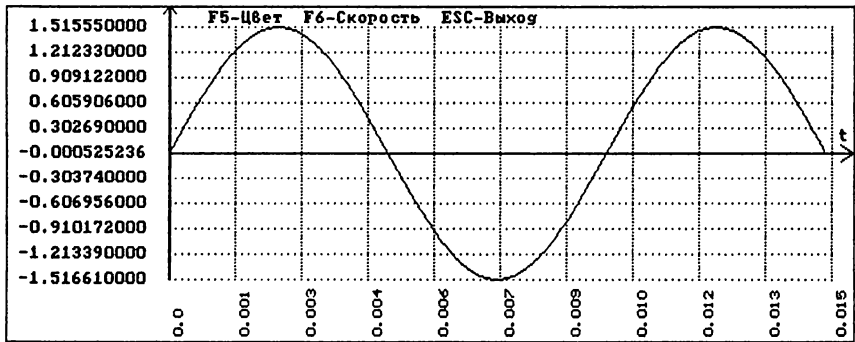


д)

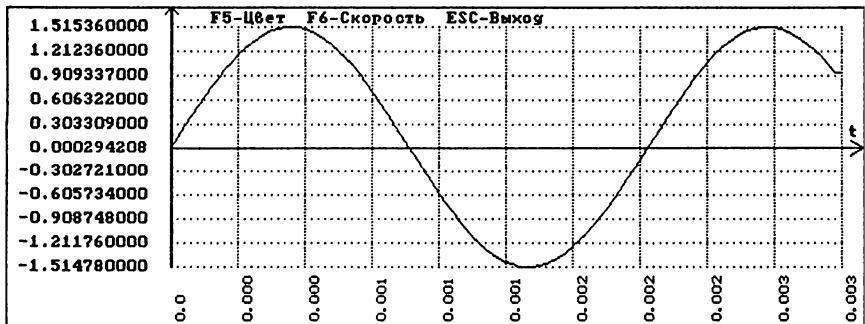
**Рисунок 4.2.5 (окончание). Тахограммы при $U_{зс}(t) = \pm 1$ В (е),
при $U_{зс}(t) = \pm 10$ В (д)**



a)



б)



в)

Рисунок 4.2.6. Тахограммы при $U_{зс}(t) = 0,1\sin(62,8t)$ (а),
при $U_{зс}(t) = 0,1\sin(628t)$ (б), при $U_{зс}(t) = 0,1\sin(3140t)$ (в)

Анализ полученных тахограмм позволяет сделать следующие выводы:

- диапазон регулирования частоты вращения рассматриваемого электропривода равен 10000;
- коэффициент неравномерности частоты вращения не превышает 25 %;
- полоса пропускания частот составляет 500 Гц.

Следует отметить, что экспериментальные исследования опытного образца рассматриваемого РЭП подтвердили правильность проведенных расчетов – диапазон регулирования частоты вращения электропривода составил 10000, а вот полоса пропускания частот составила 450 Гц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенные методы анализа и синтеза САУ были многократно использованы авторами как при проектировании конкретных систем автоматического управления (промышленными роботами типа «Универсал-5.02», «Универсал-5.03», РПМ-25, РПКСМ, СУР-МС, лазерной технологической установкой ЛТУ-1, координатно-измерительной машиной КИМ-900 и др.), так и при преподавании дисциплин «Основы автоматического управления», «Информационно-измерительные и управляющие системы», «Электроприводы станков и промышленных роботов» в МГТУ им Н. Э. Баумана, МГТУ «СТАНКИН», РТУ МИРЭА.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Часть 1. Линейные системы регулирования одной величины. – М. : Издательство «Энергия», 1965. – 395 с.
2. Гноенский Л. С., Каменский Г. А., Эльсгольц Л. Э. Математические основы теории управляемых систем. – М. : Издательство «Наука», 1969. – 512 с.
3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. – М. : Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1972. – 768 с.
4. Слепцов В. В. Метод приближенного решения уравнений // Электронный сетевой научно-методический журнал «Вестник МГТУ МИРЭА». 2015. № 3(8), том 1. С. 16-30.
5. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. 4-е изд. – СПб. : БХВ – Петербург, 2016. – 560 с.
6. Теория автоматического управления / под ред. А. А. Воронова. – М. : Издательство «Высшая школа», 1986. – 367 с.
7. Попов Е. П. Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. – М. : Главная редакция физико-математической литературы, 1973. – 584 с.
8. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). – М. : Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1974. – 831 с.
9. Дьяконов В. П. MATLAB. Полный самоучитель. – М. : ДМК Пресс, 2012. – 768 с.
10. Солодовников В. В., Зверев Ю. В. Расчет линейных стационарных систем автоматического регулирования с микропроцессорными промышленными регуляторами. Учебное пособие. – М. : Издательство МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1985. – 58 с.
11. ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА. Теория автоматического регулирования. Книга 2. Анализ и синтез линейных непрерывных и дискретных систем автоматического регулирования / под ред. В. В. Солодовникова. – М. : Издательство «Машиностроение», 1967. – 682 с.
12. Обрабатывающее оборудование нового поколения. Концепция проектирования / В. Л. Афонин, А. Ф. Крайнев, В. Е. Ковалев и др.; под ред. В. Л. Афонина. – М. : Издательство «Машиностроение», 2001. – 255 с.

13. Терехов В. М. Системы управления электроприводов: Учебник для студентов высших учебных заведений – М. : Издательский центр «Академия», 2005. – 304 с.

14. Методы робастного, нейронечеткого и адаптивного управления: Учебник/ Под ред. Н. Д. Егупова, 20-е изд. – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 744 с.

15. Чернов В. Г. Нечеткие контроллеры. Основы теории и построения: Учебное пособие по курсу «Интеллектуальные системы управления». Владимир: Издательство Владимирского государственного университета, 2003. – 148 с.

16. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к приложению приближенных решений. – М. : Издательство «Мир», 1976. – 166 с.

17. Афонин В. Л., Илюхин Ю. В. Интеллектуальное управление в робототехнике и мехатронике: учебное пособие. – М. : Издательство ФГБОУ ВО МГТУ «СТАНКИН», 2018. – 220 с.

18. Чернодуб А. Н., Дзюба Д. А. Обзор методов нейроуправления // Проблемы программирования. 2011. № 2. С. 79–94.

19. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М. : Издательство «Финансы и статистика», 2002. – 334 с.

20. Luukkonen T. Modelling and Control of Quadcopter. School of Science, Espoo, August 22, 2011. P. 26. Режим доступа: http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11_public.pdf (дата обращения 16.05.2014).

21. Сергей Герман-Галкин. Школа МАТЛАБ. Виртуальные лаборатории устройств силовой электроники в среде MATLAB+Simulink с бесконтактным двигателем постоянного тока // Силовая электроника. 2017. № 4. С. 72–79.

22. В. В. Слепцов, В. Л. Афонин, А. Е. Аблаева, Ба Фыонг Динь. Разработка информационно-измерительной и управляющей системы квадрокоптера // Российский технологический журнал. 2021. № 9(6). С. 26–36.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Таблица соответствия оригиналов и изображений (преобразование Лапласа)

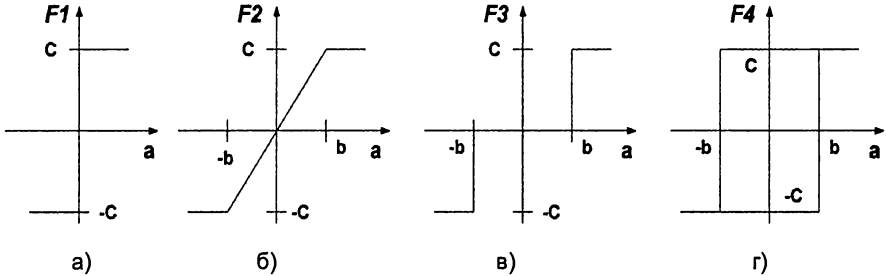
Данный справочный материал несколько отличается от стандартной таблицы преобразования Лапласа, которую можно найти в различных источниках. По содержанию и обозначениям таблица оптимизирована под решение конкретных практических задач анализа и синтеза систем автоматического управления.

№ п/п	Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа)	Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа)
1.	$x(t) \rightarrow X(S)$	$X(S) \rightarrow x(t)$
2.	$\frac{dx(t)}{dt} \rightarrow S \times X(S) - x(0)$	На практике не потребуется
3.	$\frac{d^2x(t)}{dt^2} \rightarrow S^2 \times X(S) - S \times x(0) - \frac{dX(0)}{dt}$	На практике не потребуется
4.	$1 \rightarrow \frac{1}{S}$	$\frac{1}{S} \rightarrow 1$
5.	$t \rightarrow \frac{1}{S^2}$	$\frac{1}{S^2} \rightarrow t$
6.	$e^{axt} = \frac{1}{S-a}$	$\frac{1}{S-a} \rightarrow e^{axt}$
7.	$t \times e^{axt} \rightarrow \frac{1}{(S-a)^2}$	$\frac{1}{(S-a)^2} \rightarrow t \times e^{axt}$
8.	$t^2 \times e^{axt} \rightarrow \frac{2}{(S-a)^3}$	$\frac{1}{(S-a)^3} \rightarrow \frac{1}{2} \times t^2 \times e^{axt}$
9.	$\sin(b \times t) \rightarrow \frac{b}{S^2 + b^2}$	$\frac{1}{S^2 + b^2} \rightarrow \frac{1}{b} \times \sin(b \times t)$

№ п/п	Переход от оригиналов к изображениям (прямое преобразование Лапласа)	Переход от изображений к оригиналам (обратное преобразование Лапласа)
10.	$\cos(b \times t) \rightarrow \frac{S}{S^2 + b^2}$	$\frac{S}{S^2 + b^2} \rightarrow \cos(b \times t)$
11.	$t \times \sin(b \times t) \rightarrow \frac{2 \times S \times b}{(S^2 + b^2)^2}$	$\frac{S}{(S^2 + b^2)^2} \rightarrow \frac{1}{2 \times b} \times t \times \sin(b \times t)$
12.	$t \times \cos(b \times t) \rightarrow \frac{S^2 - b^2}{(S^2 + b^2)^2}$	$\frac{S^2 - b^2}{(S^2 + b^2)^2} \rightarrow t \times \cos(b \times t)$
13.	$e^{axt} \times \sin(b \times t) \rightarrow \frac{b}{(S - a)^2 + b^2}$	$\frac{1}{(S - a)^2 + b^2} \rightarrow \frac{1}{b} \times e^{axt} \times \sin(b \times t)$
14.	$e^{axt} \times \cos(b \times t) \rightarrow \frac{S - a}{(S - a)^2 + b^2}$	$\frac{S - a}{(S - a)^2 + b^2} \rightarrow e^{axt} \times \cos(b \times t)$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Коэффициенты гармонической линейизации типовых нелинейностей



а) релейное звено:

$$Q = \frac{4 \times c}{\pi \times a};$$

$$q = 0.$$

б) усилительное звено с насыщением:

$$Q = \frac{2 \times K}{\pi} \times \left[\arcsin\left(\frac{c}{a \times K}\right) + \left(\frac{c}{a \times K}\right) \times \sqrt{1 - \left(\frac{c^2}{a^2 \times K^2}\right)} \right];$$

$$q = 0.$$

в) релейное звено с зоной нечувствительности:

$$Q = \frac{4 \times c}{\pi \times a} \times \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}};$$

$$q = 0.$$

г) релейное звено с гистерезисом:

$$Q = \frac{4 \times c}{\pi \times a} \times \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}};$$

$$q = \frac{-4 \times b \times c}{\pi \times a^2}.$$



Инфра-Инженерия

Издательство технической литературы

Издательство предлагает учебную литературу по следующим направлениям:

- IT. Информатика
- Авиационная и ракетно-космическая техника
- Автоматизация
- Автомобильная техника
- Арматура. Трубопроводы
- Бетоны
- Бурение нефтяных и газовых скважин
- Вооружение. Радиоэлектронные системы
- Газовое хозяйство
- Геодезия, картография и маркшейдерское дело
- Геология. Геофизика. Геохимия
- Горное дело
- Железнодорожный транспорт
- Лесная промышленность
- Логистика
- Машиностроение
- Медицина и биоинженерия
- Metallургия
- Нефтегазовая промышленность
- Педагогика. Психология
- Пищевая промышленность
- Промышленная безопасность. Охрана труда
- Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений
- Сварочное дело
- Словари
- Сети и коммуникации. Волоконно-оптическая техника
- Строительство
- Судостроение
- Транспортное строительство. Дороги. Мосты. Тоннели
- Физико-математические науки
- Химия. Химические технологии
- Экология. Безопасность жизнедеятельности
- Экономика. Управление. Электронная коммерция
- Электроника
- Электро- и теплоэнергетика

Интернет-магазин
infra-e.ru



WhatsApp



VK



Telegram



Телефон

8-800-250-66-01
8-911-512-48-48

Более 2000 выпущенных книг
по 30 темам и направлениям

Доставляем наши книги по
всей России от Калининграда
до Камчатки, а также в
страны СНГ

Нам доверяют более 90
учебных заведений в России
и за рубежом

Учебное издание

Жанна Геннадьевна Вегера
Владимир Владимирович Слепцов

ОСНОВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ ИНЖЕНЕРОВ

Учебное пособие

ISBN 978-5-9729-2248-2



Подписано в печать 28.06.2024
Формат 60×84/16. Усл. печ. л. 5,81. Печать по требованию.
Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Издательство «Инфра-Инженерия»
160011, г. Вологда, ул. Козленская, д. 63
Тел.: 8 (800) 250-66-01
E-mail: booking@infra-e.ru
<https://infra-e.ru>

Издательство приглашает
к сотрудничеству авторов
научно-технической литературы