



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

### **Usage guidelines**

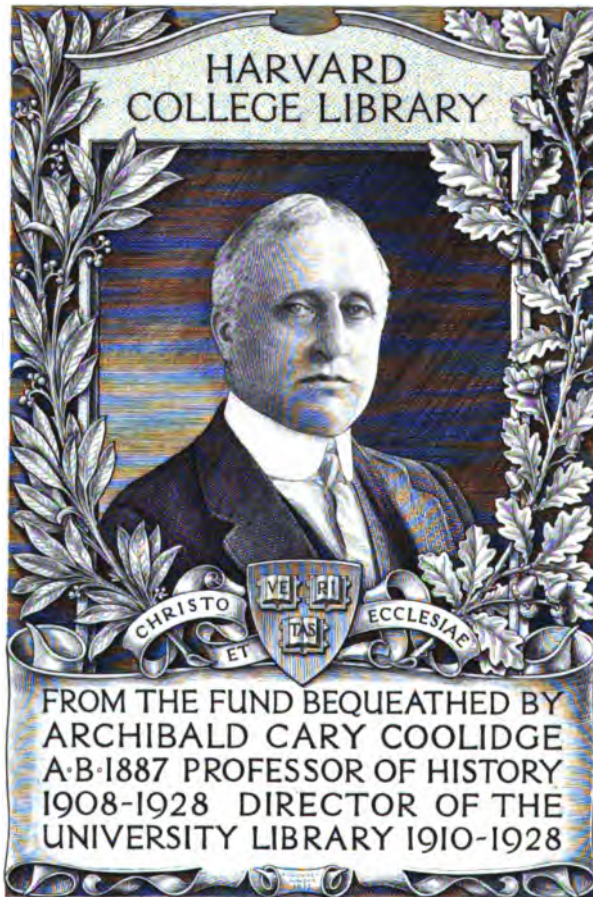
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

### **About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



# Подлинное сочиненіе Герберта объ абакѣ.

*Филологическій этюдъ въ области исторіи математики.*

## ГЛАВА I.

Опредѣленіе текста сочиненія Герберта объ абакѣ. Рукописи и изданія его. Путаница мнѣній о немъ.

Сочиненіе Герберта о способахъ обращенія съ числами на абакѣ („de numerorum abaci rationibus“) по размѣру своему небольшое, но значеніе въ исторіи ариметики оно имѣетъ очень большое. Раскрытіе этого его большаго значенія есть, однако, уже подарокъ XIX столѣтія. Ранѣе же его или не понимали совсѣмъ, или же, если и понимали, то не могли придавать ему большаго значенія (напримѣръ въ XI и XII вв.).

Оно написано Гербертомъ, еще въ бытность его схоластикомъ (т. е. до 982 г.), къ его другу Константину около 980 года<sup>1</sup>. Уже около 995 г. оно включено въ составленный около этого времени и посвященный Оттону III „древнѣйшій сборникъ абацистовъ“. Въ немъ, въ этомъ сборникѣ, его текстъ проходитъ длинную эволюцію и ему, этому сборнику, почти исключительно обязанъ своею сохраненностью до нашего времени. Рядъ копій съ этого сборника представленъ еще и теперь цѣлою плеядой рукописей XI и XII вв.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>) См. гл. II.

<sup>2</sup>) О древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ см. *Vidnov, Gerberti Opera Mathematica*, Berlin 1889, pp. 294—296. Онъ заключалъ въ себѣ сочиненія Герберта и Геригера объ абакѣ, а также сочиненіе неизвѣстнаго о дробяхъ на абакѣ, что, въ виду отсутствія у Герберта и Геригера ученія о дробяхъ, давало ему законченность, какъ руководству по абаку. Эти три древнѣйшія изъ извѣстныхъ сочиненій объ абакѣ составляли его ядро, къ которому потомъ прибавились комментарій на Герберта и извлеченіе изъ Геригера. См. конецъ второй главы.

Такимъ образомъ, рукописная традиція въ хронологическомъ отноше-  
нии въ состояніи удовлетворить самаго възыскательнаго историка.  
Другія же стороны этой традиціи до сихъ поръ оставались безо  
всякаго вниманія. Но, кромѣ рукописей, мы имѣемъ и рядъ лите-  
ратурныхъ указаній на сочиненіе Герберта объ абакѣ, начиная съ  
ученика его Рихера, который еще при жизни Герберта, а именно  
въ 996—998 г., упоминаетъ его „книгу“ объ абакѣ, написанную  
для Константина грамматика<sup>3</sup>. Около 1000 года оно становится  
объектомъ комментарія, авторъ котораго приводитъ изъ него цѣлыя  
фразы<sup>4</sup>. Эти фразы вполне убѣждаютъ насъ въ тождественности  
находившагося у него въ рукахъ сочиненія „господина папы Гер-  
берта“ съ тѣмъ, которое мы здѣсь изучаемъ. Въ XI вѣкѣ два аба-  
циста (Бернелинъ и другой анонимный) только потому берутся за  
перо, что считаютъ трактатъ Герберта очень краткимъ<sup>5</sup>, въ XII вѣкѣ  
Вильгельмъ изъ Мальмесбери вторитъ имъ въ тонъ, когда гово-  
рить, что правила Герберта едва понятны абацистамъ<sup>6</sup>. И, дѣй-  
ствительно, таковы тѣ правила, которыя дошли до насъ. Рихеру,  
правда, они представлялись въ 996—998 году достаточно подро-  
бными. Такъ опъ, по крайней мѣрѣ, говоритъ<sup>7</sup>. Но бывшее подро-  
бнымъ въ 996—998 г. не могло сдѣлаться краткимъ къ 1000 при-  
близительно году, когда неизвѣстный абацистъ принялся разъяснять  
Герберта въ обширномъ комментарий<sup>8</sup>, очевидно, найдя его вмѣстѣ

<sup>3</sup>) *Rich.* III с. 54 *Confectio abaci*; *Bubnov*, *Gerberti Opera Math.* p. 381 l. 8.  
„*Quorum scientiam qui ad plenum scire desiderat. legat ejus librum, quem scri-  
bit ad Constantinum grammaticum. Ibi enim haec satis habundanterque tractata  
inveniet.* Cf. ed. Waitz, Hannoverae 1877 (ex Mon. Germ.).

<sup>4</sup>) *Bubnov*, *Gerberti Opera Math.* pp. 246—269, особ. p. 250 l. 18—251 l. 4.  
Здѣсь авторъ комментарія говоритъ о нашемъ трактатѣ, называя его: „*domini  
papae Gerberti, viri eruditissimi nostrisque temporibus tam scientia, quam etiam  
honorum gradibus cunctis praelati—scripta.*“ Другими словами, когда онъ писалъ.  
Гербертъ былъ уже папой, но еще не умеръ. Иначе о немъ авторъ не могъ бы  
сказать, что онъ „стоитъ выше всѣхъ на лѣстницѣ почестей въ наши вре-  
мена“. По смерти Герберта другіе папы стояли на той же высотѣ по поло-  
женію. Поправку „*honorum*“ вмѣсто неизвѣснаго смысла чтенія рукописи „*ho-  
rum*“ я сдѣлалъ уже послѣ изданія комментарія, а потому раньше я не могъ  
дать его точной даты, которая есть 999—1003 (папствованіе Герберта).

<sup>5</sup>) *Gerb. Opp. Math.* 383 l. 14. *Olleris*, *Oeuvres de Gerbert* pp. 257 и слѣд.:  
*Gerb. Opp. Math.* 385 ll. 20—23. См. ниже прим. 32.

<sup>6</sup>) *Gerb. Opp. Math.* 387 l. 20: „*Abacum certe primus a Sarracenis rapiens  
regulas dedit, quae a sudantibus abacistis vix intelliguntur.*“ *Cp. Monum. Germ.  
Hist.* X p. 461 sqq.

<sup>7</sup>) *Rich.* III с. 54. См. прим. 3.

<sup>8</sup>) См. прим. 4.

съ другими двумя абацистами очень краткимъ. Несомнѣнное противорѣчіе между Рихеромъ и другими абацистами, однако, еще совсѣмъ не обозначаетъ, чтобы у него въ рукахъ было особое болѣе подробное сочиненіе Герберта объ абакъ, или чтобы онъ пользовался болѣе распространенной редакціей того же самаго сочиненія. Существованіе двухъ редакцій сочиненія Герберта (А и В) будетъ мной сейчасъ доказано, но и о болѣе длинной изъ нихъ (на 4 главки и нѣсколько глоссъ) ни въ какомъ случаѣ нельзя сказать, что правила въ ней „satis habundanterque tractata“. Прибавка четырехъ тавтологическаго характера главъ и нѣсколькихъ сомнительной необходимости (кромѣ одной) глоссъ не дѣлаютъ болѣе длинную изъ нихъ (В) болѣе распространенной и понятной. Да, кромѣ того, и у комментатора, писавшаго около 1000 года, была въ распоряженіи еще кратчайшая редакція (съ прибавкой всего лишь одной главки), изъ которой болѣе распространенная возникла, какъ мы ниже увидимъ, лишь не ранѣе 1000 года<sup>9</sup>. Не могъ ея имѣть подъ руками Рихеръ въ 996--8 гг., а, если бы и имѣлъ, то его выраженіе „satis habundanterque“ было бы столь же неподходящимъ къ ней, какъ и къ первой. Существованіе же другого болѣе подробнаго, самостоятельнаго сочиненія объ абакъ рукописями не подтверждается. Правда, въ одной изъ нихъ (Vatic. 3123) я нашелъ новое письмо къ Константину того же Герберта, гдѣ дѣло идетъ объ абакъ, и даже предположилъ, что оно есть осколокъ другого сочиненія Герберта, въ которомъ онъ писалъ, должно быть, о внѣшнемъ видѣ и общихъ понятіяхъ абака. Но совершенно невѣроятно, чтобы онъ въ немъ вновь подробнѣе и понятнѣе излагалъ тѣ же правила умноженія и дѣленія. Иначе почему же никто изъ абацистовъ этого сочиненія не зналъ, а нѣкоторые изъ нихъ не мало потрудились надъ разъясненіемъ именно болѣе краткаго сочиненія, которое должно было бы, повидимому, быть совершенно вытѣснено болѣе понятнымъ сочиненіемъ? Почему около 995 г. именно краткое сочиненіе попало бы въ „древнѣйшій сборникъ абацистовъ“, а переписчики XI и XII вѣка, когда абакъ былъ еще въ полномъ ходу, упорно переписывали именно это несчастное краткое сочиненіе? Ни одна изъ рукописей не обнаруживаетъ слѣдовъ именно этого подробнаго трактата. Открытіе такого подробнаго сочиненія объ абакъ въ одной изъ ватиканскихъ рукописей далеко не дѣлаетъ чести Berthelot<sup>10</sup>, такъ какъ ничего подобнаго въ ней нѣтъ,

<sup>9</sup>) См. гл. III въ концѣ.

<sup>10</sup>) См. ниже прим. 29.

а есть нѣчто совсѣмъ, какъ мы вскорѣ увидимъ, другое. Да и нечего его, это желанное подробное сочиненіе, разыскивать такъ упорно по рукописямъ. Вѣдь отличная отъ спеціалистовъ абацистовъ оцѣнка труда Герберта у Рихера легко можетъ быть объяснена не различіемъ объектовъ оцѣниваемыхъ, а субъектовъ оцѣнивающихъ. Какъ оцѣнивающій субъектъ Рихеръ теряетъ значительную долю авторитета при очной ставкѣ со спеціалистами, изъ которыхъ одинъ такой прекрасный абацистъ, какъ Бернелинъ. Кроме того, у него могли быть и чисто субъективныя причины для такого его отзыва. Вѣдь онъ преданный Герберту ученикъ его! Его учитель долженъ былъ уже а priori все трактовать „satis habundanterque“. Для Рихера, какъ для ученика Герберта, многое въ его сочиненіяхъ могло казаться вполне понятнымъ, что для постороннихъ, даже спеціалистовъ, далеко не было такъ ясно. Рихеръ, какъ и Константинъ, для котораго Гербертъ писалъ, могли понимать своего знаменитаго учителя по намекамъ, для постороннихъ же лицъ требовалось болѣе ясное и подробное изложеніе. Наконецъ, рихеровское „satis habundanterque“ есть, можетъ быть, просто риторическій фортель, которымъ онъ отбояривается отъ изложенія содержанія этого трактата. Онъ писалъ не математическое произведеніе, а исторію своего времени по порученію Герберта. Преподаванію Герберта и, вообще, его учебной и ученой дѣятельности онъ и такъ отвелъ несоразмѣрно большое мѣсто. Онъ дошелъ даже до краткаго описанія внѣшняго вида абака. Не описывать же въ самомъ дѣлѣ еще и операціи на абакѣ? Вотъ онъ и скользнулъ по нимъ удобно и достойной репутаціи своего учителя фразою: „Кто же желаетъ имѣть о нихъ полное понятіе, тотъ пусть прочтаетъ сочиненіе его, которое онъ пишетъ къ Константину грамматику. Тамъ онъ найдетъ это въ весьма достаточномъ изложеніи“<sup>11</sup>.

Итакъ, всѣ литературныя свидѣтельства XI—XII вв. о сочиненіи Герберта объ абакѣ прекрасно сходятся на одномъ объектѣ, на дошедшемъ до насъ текстѣ этого его сочиненія. Этого вмѣстѣ съ рукописной традиціей, восходящей къ началу XI в. (а Гербертъ умеръ въ 1003, писалъ же объ абакѣ около 980 г.), болѣе, чѣмъ достаточно для самаго придирчиваго историка, который долженъ будетъ признать, что на этотъ разъ все въ исторической лабораторіи въ порядкѣ<sup>12</sup>.

<sup>11</sup>) *Rich.* III с. 54, см. прим. 3 и 7.

<sup>12</sup>) *P. Tannery*, въ рецензій на мое сочиненіе (*Revue de Philol., Nouv. série* t. XXIV, 1 livr., Janvier 1900), старается заморозить свой скепсисъ вклю-

Съ XIII вѣка, если исключить Альберика <sup>13</sup>, повторяющаго слова писателя XII в., Вильгельма изъ Мальмесбери, литературныя свидѣтельства о сочиненіи Герберта исчезаютъ. Оно и понятно. Въ то время наша современная ариѳметика, которая называлась алгоритмомъ, а иногда и абакомъ, каковой терминъ къ тому времени получилъ значеніе просто счѣтнаго искусства, вытѣсняла болѣе сложный и обстановочный абакъ. Современники имѣли уже два абака, одинъ старый абакъ Герберта (*abacus Gerberti*), другой новый, нашу современную ариѳметику <sup>14</sup>. Сужденія людей XIII в. были не въ пользу стараго абака. Упомянувъ о сочиненіи Геригера, посвященномъ этому старому абаку, который уже такъ и назывался абакомъ Герберта, Альберикъ замѣчаетъ: „Мало ли чѣмъ занимались въ старину, надъ чѣмъ теперъ смѣются“ <sup>15</sup>! Какое разстояніе отдѣляетъ Альберика отъ Рихера!

чтительно до сомнѣнія въ подлинности всѣхъ сочиненій Герберта, кромѣ писемъ: „*quand même ils auraient, dès leur apparition, valu comme de Gerbert, ils n'en sont pas moins suspects à divers titres (à part quelques exceptions insignifiantes); à mon sens, il n'y a que les Lettres qui puissent sérieusement compter comme authentiques*“. Кажется, что этотъ скепсисъ навѣявъ неудачнымъ въ методологическомъ отношеніи его сомнѣніемъ въ подлинности геометріи Герберта, о чемъ скажу подробнѣе въ сочиненіи „Абакъ и арабы. Легендарный и настоящій Гербертъ“. Интересно знать, распространяется ли этотъ скепсисъ и на сочиненіе Герберта объ абакѣ. Оно вѣдь можетъ быть разсматриваемо, какъ письмо къ Константину, съ другой стороны, письмо къ Константину можно считать за прологъ къ сочиненію объ абакѣ!

<sup>13</sup>) *Gerb. Opp. Math. 392 ll. 15—17 (Mon. Germ. Hist. SS. XXIII, p. 775): „Abbacum certe primus a Sarracenis rapuit et regulas dedit, quae a sudantibus abacistis vix intelliguntur“*. Ср. прим. 6.

<sup>14</sup>) См. ниже слѣд. прим. О томъ, что наша ариѳметика (абакъ безъ колоннъ) тоже называлась абакомъ, лучше всего свидѣтельствуеетъ сочиненіе Леонардо Фибоначчи, которое дало преобладаніе нашей ариѳметикѣ надъ абакомъ съ колоннами и которое, вводя нашу ариѳметику, называется „*liber abbaci*“.

<sup>15</sup>) *Gerb. Opp. Math. 392 ll. 4—7: „Herigerus—cujus habentur regulae numerorum super abbacum Gerberti. In multis namque studebant antiqui, quae hodie habentur derisui“*. Возстановленное мною впервые изъ обломковъ сочиненіе Геригера совсѣмъ не есть комментарий на сочиненіе Герберта, какъ можно было бы заключить изъ словъ Альберика „*super abbacum Gerberti*“, а есть просто сочиненіе о томъ же абакѣ съ колоннами, о которомъ писалъ Гербертъ. Найденныя мною въ Лейденской рукописи Voss in 8 № 95 (конца XI, начала XII в.) „*Regulae Gerberti de divisionibus*“ (*Gerb. Opp. Math. p. 291*) тоже, оказывается, имѣютъ съ гербертовскими только то общее, что касаются абака съ колоннами. Людей, хорошо считавшихъ на абакѣ съ колоннами, уже въ XI в. называли „*girbercistae*“ (см. *Gerb. Opp. Math. p. 291*). Въ сочиненіи „Абакъ и Арабы. Легендарный и настоящій Гербертъ“ мы объяснимъ, какъ

Прошло еще три столѣтія. Абакъ (старый гербертовскій) быть совершенно забытъ. Никто въ немъ не понималъ ровно ничего. По крайней мѣрѣ, это можно съ положительностью утверждать о первыхъ издателяхъ сочиненія Герберта, которые напечатали его (какъ бы вы думали гдѣ) въ собраніи сочиненій Бэды.

*Venerabilis Bedae Presbyteri Opera, Basileae 1563.* Здѣсь въ томъ первомъ на столбцѣ 110 мы съ изумленіемъ читаемъ напѣ трактатъ подѣ заглавіемъ „Bedae presbyteri praefatio in libellum de numerorum divisione. Ad Constantinum suum“. Уже и Бэда въ концѣ VII и началѣ VIII в. тоже захотѣлъ писать къ Константину, который въ другихъ его писаніяхъ не встрѣчается, но за то прекрасно намъ извѣстенъ въ X столѣтіи изъ переписки Герберта! Такая бѣда произошла съ Бэдой не по его винѣ, а исключительно по винѣ его издателей. Они ровно ничего не поняли изъ найденнаго ими въ бывшей у нихъ подѣ руками (какъ увидимъ, изъ библіотеки Николая Лефевра) рукописи сочиненія объ абакѣ. Будь при немъ имя автора, они, конечно, не стали бы, вопреки авторитету рукописи, печатать его въ сочиненіяхъ Бэды. Но оно, очевидно, какъ и въ нѣкоторыхъ другихъ рукописяхъ, было анонимно. Надо было найти автора. Термины „digitus“ (палецъ) и „articulus“ (суставъ пальца) постоянно встрѣчались въ найденномъ ими сочиненіи. На бѣду они, какъ издатели Бэды, вспомнили о сочиненіи его „de ratione temporum“, гдѣ первая глава (de computo vel loquela digitorum) излагаетъ античный способъ изображеніе числа пальцами и согбеніемъ суставовъ пальцевъ. Вотъ они и рѣшили, что анонимное сочиненіе принадлежитъ Бэдѣ и, надо думать, были очень рады случаю приписать своему автору еще одно, правда, довольно таки мудреное сочиненіе?! Увы! это было не открытіе, а неосновательное предположеніе. Нѣтъ ни одной рукописи съ именемъ Бэды, какъ автора этого сочиненія. Во всѣхъ согласно авторомъ называется Гербертъ. Дигитъ же и артикулъ встрѣчается постоянно и въ искусствѣ абака, которое, однако, не имѣетъ никакого отношенія къ изображенію чиселъ пальцами. Ошибка изданія Бэды 1563 повторена и въ изданіи 1612, томъ I столбцы 123—126, хотя уже къ тому вре-

---

возникла такая великая слава Герберта въ искусствѣ абака съ колоннами. Понятно, почему его имя могло прирости къ абаку съ колоннами, какъ будто онъ былъ его изобрѣтатель. Отсюда ясно, что слова Альберика, писавшаго, когда абакъ съ колоннами сталъ вытѣсняться абакомъ безъ колоннъ, т. е. нашей ариѳметикой, могутъ быть поняты только вышеозначеннымъ образомъ, какъ нарицательное обозначеніе.



мени существовало основаніе сомнѣваться въ правильности предположенія, въ видѣ:

*J. Massonus, Gerberti Epistolae, Parisiis anno 1611.* Здѣсь р. 71 напечатанъ, какъ 160-е письмо Герберта, прологъ къ правиламъ объ умноженіи и дѣленіи на абакъ подѣ своимъ настоящимъ заглавіемъ съ замѣчаніемъ „Haec epistola praeficitur libello suo de numerorum divisione, cujus initium est: De simplici. Si multiplicaveris singularem“ etc. Массонъ для своего изданія писемъ Герберта пользовался очень важной рукописью, которую я впервые опредѣлилъ и обозначилъ cod. P, такъ какъ она находилась въ библиотекѣ его брата Папірія (P.) Массона. Но въ этой рукописи, какъ я покажалъ, пролога къ правиламъ дѣленія и умноженія не было и не могло быть, такъ какъ она содержитъ въ себѣ серію писемъ 983—998 г., а прологъ написанъ около 980 г. Прологъ Массонъ взялъ, слѣдовательно, не изъ рукописи своего брата Папірія, съ которой ранѣе 1607 снялъ копію Лефевръ и послалъ ее въ Римъ къ Баронію (теперь cod. Vallicellanus G 94), а изъ другихъ матеріаловъ, находившихся у его брата Папірія. Теперь я нашелъ эти бумаги въ рукописяхъ Балюза (Bibliothèque Nationale, fonds Baluze № 129, листы 128—171). Балюзъ (ibid. листъ 126) указываетъ, что эти бумаги Папірія Массона онъ купилъ на „quay de la Tournelle au mois de Juillet 1700“. Въ этихъ бумагахъ (листы 128—131) находится копія сочиненія Герберта объ абакѣ. На поляхъ отмѣчено „Mr. Lefevre“. Значеніе отмѣтки объяснено Балюзомъ (листъ 126) такъ: „сесу a esté copié sur un ancien MS de M. Le Fevre“. Итакъ, трактатъ въ бумагахъ Папірія Массона есть копія съ древней рукописи Николая Лефевра. Сличеніе вариантовъ этой копіи съ изданіемъ этого сочиненія подѣ именемъ Бэды ставитъ виѣ всякаго сомнѣнія фактъ, что рукопись издателей Бэды (1563 г.) перешла потомъ къ Николаю Лефевру (1564—1612), и послужила оригиналомъ для копіи Папірія Массона. Теперь она, повидимому, пропала. Не мудрено поэтому, что и въ бумагахъ Папірія мы находимъ при сочиненіи Герберта заглавіе издателей Бэды „De numeris. Bedae presbyteri praefatio in libellum de numerorum divisione ad Constantinum suum“. Но это заглавіе было признано Папіріемъ ошибочнымъ, зачеркнуто и вмѣсто него написано „Epistola Gerberti in libellum de numerorum divisione. Constantino suo“. Очевидно, Папірій къ этому времени познакомился съ какой нибудь рукописью, гдѣ трактатъ стоялъ уже не анонимно и гдѣ догадки были поэтому ненужны. Отсюда-то, изъ бумагъ Папірія, и взялъ свое 160-е письмо Іоаннъ Массонъ, издавшій немедленно послѣ смерти своего брата Папірія приго-

товленное имъ собраніе писемъ Герберта. Самыя же правила умноженія и дѣленія на абакѣ, какъ вещь специальную, а главное непонятную, Массонъ благоразумно выпустилъ. О рукописяхъ Папирія Массона и матеріалахъ Балюза см. мой *Сборникъ писемъ Герберта* т. I (СПБ. 1888) стр. 105—128, 142—146.

*A. Duchesne, Historiae Francorum Scriptores t. II, 1636*, p. 827, перепечатываетъ прологъ къ правиламъ умноженія и дѣленія изъ изданія I. Массона, но уже подъ № 161.

Такимъ образомъ, если не считать изданій Бэды, то, какъ произведение Герберта, цѣликомъ это сочиненіе такъ-таки и не было напечатано вплоть до середины XIX в. Никто не обнаруживалъ желанія знакомить публику съ правилами, смыслъ которыхъ казался совершенно непонятнымъ. Наконецъ, въ сороковыхъ годахъ XIX в. смыслъ и значеніе трактата были разъяснены М. Chasles'емъ, съ котораго собственно и начинается изученіе его. Но тутъ съ нимъ произошла другая бѣда: всѣ издатели давали не подлинный текстъ Герберта, а уже подправленный въ школахъ абацистовъ X—XI вѣка, не подозревая тѣхъ трудностей, которыя всплываютъ при внимательномъ изученіи разночтеній многочисленныхъ рукописей. Эти изданія суть слѣдующія:

*M. Chasles, Comptes Rendus des séances de l'Académie des sciences t. XVI (1843)*, pp. 295—299.

*Migne, Patrologiae cursus completus t. 90 (t. I Bedae), 1850*, col. 682—684, гдѣ, впрочемъ, издателями сочиненіе поставлено въ число подложныхъ (spuria) сочиненій Бэды.

*Migne, Patrologiae cursus completus t. 139 (1853)*, coll. 85—92: „*Gerberti—libellus de numerorum divisione. Hucusque inter opuscula spuria Venerabilis Bedae (Opp. tom. I col. 681) relegatus, nunc primum suo auctori restitutus et recensitus ad fidem codicis Scaligeriani XXVIII in bibliotheca Lugduni Batavorum asservati (e schedis D. Pitra)*“. Издатели ссылаются на t. 90 (= t. I Bedae) своего изданія сочиненій Бэды (t. I 682), но напрасно думаютъ, что они впервые возвратили это сочиненіе Герберту. Мы видѣли, что это сдѣлано уже дважды. Массономъ въ 1612 г. и Chasles'емъ въ 1843. Рукопись Скалигера, на которую они ссылаются, обозначена на самомъ дѣлѣ, какъ мы сейчасъ увидимъ, не XXVIII, а XXXVIII. Она хранится и теперь въ Лейденѣ.

*Olleris, Oeuvres de Gerbert in 4, Clermont Ferrand et Paris 1867*, pp. 349—356.

*Haret, Lettres de Gerbert, Paris 1889*, pp. 238 печатаетъ опять таки только прологъ, т. е. письмо къ Константину, такъ какъ математическая часть сочиненія его не интересовала.

Рукописная подкладка этихъ изданій будетъ выяснена мною ниже. Здѣсь я повторю только, что чистый текстъ правилъ Герберта былъ неизвѣстенъ до 1899, когда появилось мое изданіе.

*Nic. Bubnov, Gerberti postea Silvestri II papae Opera Mathematica (972—1003), Berolini 1899*. Здѣсь читатель на стр. 1—22 найдетъ текстъ, критическій аппаратъ и примѣчанія.

Дальнѣйшія разсужденія мои основаны, разумѣется, на этомъ критическомъ аппаратѣ и на этомъ текстѣ, а потому я долженъ остановиться здѣсь на принятыхъ мною сокращенныхъ обозначеніяхъ, какъ рукописей, такъ и ихъ взаимной зависимости.

Первоначальный текстъ Герберта обозначенъ у меня литерой А, переработанная (не гербертовская) его редакція литерой В. Такъ какъ въ изданіи различены: прологъ—обращеніе Герберта къ Константину, часть I объ умноженіи, часть II о дѣленіи, и внутри частей I и II отдѣльныя правила или главки, то ссылки на мѣста сочиненія получаютъ слѣдующій видъ: А prol., В prol. (т. е. прологъ), А I 15 (редакція А, часть I объ умноженіи правило 15), А II 2 (редакція А, часть II о дѣленіи, правило или глава 2), В II 6 (шестая глава редакціи В о дѣленіи), А II 10 В II 2 (1 глава о дѣленіи редакціи А соотвѣтствуетъ 2 главѣ о дѣленіи въ редакціи В).

Какъ мы увидимъ, текстъ А постепенно покрывается извѣстными новыми наслоеніями, переходитъ въ В, на которомъ въ свою очередь наслоятся новыя слои текста. Всякое новое измѣненіе текста, которое существовало нѣкоторое время безъ послѣдующихъ измѣненій, другими словами каждый фазисъ развитія текста я обозначаю въ послѣдовательномъ порядкѣ номеромъ подъ буквой, напр.: А<sub>1</sub> это значить текстъ А съ небольшою прибавкой, а всякая прибавка къ тексту А, приближающая его къ редакціи В, обозначается тоже буквой В. Напримѣръ, первой прибавкой въ текстъ А является глава В II 5. Текстъ А съ этой главой есть уже текстъ А<sub>1</sub>. Развитіе этого текста идетъ въ двухъ направленіяхъ. Эти направленія я обозначаю буквами *a* и *b* сзади большой буквы А<sub>1</sub>. Такимъ образомъ, получаютъ фазы развитія текста А<sub>2</sub> *a* и А<sub>2</sub> *b*. Текстъ А<sub>2</sub> *b* характеризуется нѣсколькими инымъ расположеніемъ правилъ умноженія, непохожимъ ни на А, А<sub>1</sub>, А<sub>2</sub> *a*, ни на В. Это расположеніе мы находимъ въ рукописяхъ Paris Bibl. Nat. 6620 и Chartres 41, которыя происходятъ, слѣдовательно, отъ А<sub>2</sub> *b* (онѣ независимы

другъ отъ друга), но есть еще цѣлыхъ двѣ рукописи (тоже независимыя другъ отъ друга), въ которыхъ варианты правилъ о дѣленіи очень сходны съ вариантами только что названныхъ рукописей. Сходно должно быть было и расположеніе правилъ умноженія, но эти правила вмѣстѣ съ прологомъ въ этихъ послѣднихъ двухъ рукописяхъ выпущены. Значить, онѣ происходятъ отъ одной общей рукописи  $A_3 b$ , которая родная сестра рукописямъ Paris 6620 и Chartres 41 и характеризуется именно выпускомъ пролога и правилъ объ умноженіи. Текстъ  $A_3 a$  я, въ виду множества новыхъ наслоеній на немъ и въ виду извѣстной системы при его разработкѣ, обозначаю буквой В. Это и есть вторая редакція В. Въ ней переставлены и правила умноженія и правила дѣленія. Наконецъ, прибавлено въ правилахъ дѣленія четыре главы. Она, въ свою очередь, развѣтвляется на  $B_1 a$ — $B_7 a$  и  $B_1 b$ — $B_2 a$ . Въ своемъ изданіи я помѣстилъ таблицу, показывающую сложную генеалогію рукописей гербертовскаго сочиненія объ абакѣ. Настоящій этюдъ имѣетъ цѣлью, въ виду большаго въ исторіи ариметики значенія этого сочиненія, разяснить и доказать эту таблицу.

Рукописи, на которыя я ссылаюсь, я для выигрыша мѣста и большей простоты обозначаю, извѣстными условными сокращеніями. Вотъ ихъ перечень:

- Bal = Paris Bibl. Nat. fonds Baluze 129 s. XVII, foll. 128 r.—131 v. (классъ  $B_2 a$ ).
- Bern = Bern Bong. № 299, XI в. начала, fol. 30 v. (правила умноженія редакціи А).
- Br B = Bruxelles 10095 s. XII (классъ  $B_1 b$ ).
- Carn B = Chartres (Carnutum) 41 s. XI foll. 87 v.—89 r. ( $A_2 b$ ).
5. Chr = Roma. Vatic. Christinae 1661 s. XI ex. vel. XII in. foll. 2 v.—4 r. ( $B_7 a$ ).
- Chr A = Roma. Vatic. Christ. 1071 s. XI ex. vel. XII in. foll. 9 r.—12 r. ( $B_2 b$ ).
- Chr Ba = Roma. Vatic. Christ. 1405 s. XI ex. ( $B_2 b$ ).
- Chr Bb = Roma. Vatic. Christ. 1405 s. XI ex. ( $A_3 b$ ; т. е. другой текстъ въ той же рукописи).
- Lgd = Leydem (Lugdunum Batav.) Voss. in Q. № 54 s. XVII foll. 99 r.—102 v. ( $B_6 a$ ).
10. MC = Montecassino 189 s. XI ex. vel XII in. pp. 132—137 ( $B_5 a$ ).

- Mon D = München (Monachium) 14689 s. XII foll. 97 r.—98 r. (B<sub>3</sub> a).
- Mon F = München 14436 s. XII foll. 114 r.—115 v. (B<sub>1</sub> a).
- MP = Montpellier H. 491 s. XI foll. 2—6 (B<sub>7</sub> a).
- Par Ha = Paris Bibl. Nat. lat. 8663 s. XI foll. 47 r.—v. (A).
15. Par Hb = Paris Bibl. Nat. lat. 8663 s. XI foll. 49 r.—v. (здѣсь переписаны тѣ главы текста B<sub>2</sub> b, которыхъ нѣтъ въ стоящемъ выше въ той же рукописи текстѣ A).
- Par K = Paris Bibl. Nat. lat. 6620 s. X vel XI in. foll. 57 r.—58 v. (A<sub>2</sub> b).
- Par La = Paris Bibl. Nat. lat. 7189 A s. XVI foll. 1 r.—5 r. (B<sub>2</sub> b).
- Par Lb = Paris Bibl. Nat. lat. 7189 A s. XVI (A<sub>3</sub> b, т. е. копія въ той же рукописи другого текста этого сочиненія).
- Par Ma = Paris Bibl. Nat. lat. 17192 s. XVIII foll. 171 r.—175 r. (B<sub>2</sub> b).
20. Par Mb = Paris Bibl. Nat. lat. 17192 s. XVIII (A<sub>3</sub> b, т. е. другая копія въ той же рукописи).
- Rot = Rouen (Rotomagus) 489 s. XI ex. vel XII in. foll. 72 v.—73 r. (A<sub>3</sub> b).
- Sc. = Leyden Scaliger 38 s. XI foll. 52 r.—54 r. (B<sub>4</sub> a).
- Vat A = Roma. Vatic. 3896 s. XVII foll. 56 r.—58 v. (B<sub>6</sub> a).
- Vat B = Roma. Vatic. 4539 s. XVII foll. 62 r.—65 r. (B<sub>6</sub> a).
25. Vat C = Roma. Vatic. 3123 s. XII foll. 40 v.—41 v. (B<sub>3</sub> a)
- 26 рукописью, упоминаемой въ изслѣдованіи, является рукопись, принадлежавшая въ концѣ XVI Nicolas Lefèvre (N. Faber), теперь утраченная (B<sub>2</sub> a).

Текстъ моего изданія кореннымъ образомъ отличается отъ текста предыдущихъ изданій. Это объясняется не столько большимъ числомъ рукописей, легшихъ въ основу изданія, сколько внимательнымъ критическимъ изученіемъ ихъ. Изъ моихъ указаній, которыя сдѣланы мною впереди текста нашего трактата, читатель увидитъ, что, если текстъ издателей Бэды основанъ на одной рукописи, текстъ изданія Миня тоже всего лишь на одной рукописи, при чемъ былъ принятъ въ соображеніе и текстъ издателей Бэды, то въ другихъ изданіяхъ число рукописей является уже довольно значительнымъ. Chasles'у извѣстны были девять рукописей, изъ которыхъ для изданія онъ пользуется, главнымъ образомъ, только

двумя, Оллерисъ цитируетъ всего восемь рукописей, но текстъ его является некритической комбинаціей текста Шаля съ текстомъ четырехъ лишь рукописей. Если же подсчитать всѣ рукописи, привлеченныя до моего изданія такъ или иначе къ дѣлу, то мы получимъ цифру 14: Nicolai Fabri, Sc, Par K, Par L, Par H, Val, Carn B, Rot, Mon D, Br B, Chr, MP, Lgd, Chr B. Этимъ однако не сказано, чтобы чтенія всѣхъ этихъ четырнадцати рукописей были внимательно изучены или, по крайней мѣрѣ, указаны предыдущими издателями. Подъ текстомъ Шаля было бы напрасно искать вариантовъ девяти извѣстныхъ ему рукописей, такъ что читатель лишень возможности отдать себѣ отчетъ о происхожденіи его текста, а внимательное сличеніе показало мнѣ, что онъ слѣдовалъ, главнымъ образомъ, чтенію всего лишь двухъ рукописей (Val, Br B). Оллерисъ опять таки указалъ подъ текстомъ варианты четырехъ рукописей (Chr, MP, Lgd, Chr B), относительно другихъ четырехъ рукописей (Par K, Par L, Val, Mon D) онъ имѣлъ лишь весьма поверхностныя свѣдѣнія, которыя и сообщаетъ pp. 585, 586. Если припомнить, что изданіе Бэды представляетъ собой чтеніе рукописи, бывшей одно время въ распоряженіи Николая Лефевра (1544—1612), теперь, повидимому, утраченной, а изданіе Миня текстъ рукописи Sc, то мы можемъ сказать, что настоящимъ образомъ были привлечены къ дѣлу до сихъ поръ всего лишь 8 рукописей (Val, Br B, Chr, MP, Lgd, Chr B, Sc, Nicolai Fabri), а въ смыслѣ указанія вариантовъ даже того менѣе—6 (тѣже безъ Val, Br B, варианты которыхъ, какъ мы видѣли, не указаны Шалемъ).

Рукописный горизонтъ моего изданія значительно шире. Если исключить рукопись Николая Лефевра, которой я нигдѣ не могъ найти и отсутствіе которой въ значительной мѣрѣ вознаграждается рукописью Val, являющейся несомнѣнно копіей съ нея, хотя и не совсѣмъ точной, то я могу сказать, что къ списку тринадцати остальныхъ извѣстныхъ до сихъ поръ рукописей нашего трактата мнѣ удалось прибавить еще восемь (Par M, Bern., Vat A, Vat B, Chr A, Mon F, M C, Vat C). Нѣкоторыя изъ этихъ двадцати одной рукописей заключаютъ въ себѣ по два различныхъ извода текста „Правиль Герберта“, (Par Na, Nb, Par La, Lb, Par Ma, Mb, Chr Va, Chr Vb), что совершенно было упущено изъ виду предыдущими издателями, а потому общее число рукописныхъ текстовъ, варианты которыхъ указаны въ моемъ изданіи достигаетъ съ присоединеніемъ сюда изданія Бэды, сдѣланнаго по рукописи Лефевра, до двадцати шести. Лишь двухъ изъ нихъ, а именно текста рукописи, бывшей у издателей Бэды, и рукописи MP мнѣ не удалось сличить лично.

Остальные двадцать четыре текста были, въ виду большого въ исторіи математики значенія этого сочиненія Герберта, изучены мною лично во время моихъ путешествій по Европѣ 1882—1885, предпринятыхъ для изученія рукописей переписки Герберта.

Но, какъ сказано было выше, настоящее изданіе отличается отъ предыдущихъ не столько большимъ числомъ рукописей, легшихъ въ основаніе текста, сколько внимательнымъ критическимъ изученіемъ ихъ. Изученіе рукописей привело меня къ твердому убѣжденію, что ихъ слѣдуетъ дѣлить на два класса, заключающіе въ себѣ двѣ различныя редакціи гербертовскаго сочиненія. Этотъ фактъ капитальной важности, ставящій вопросъ о томъ, объ ли эти редакціи вышли изъ подъ пера Герберта, а, если только одна, то которая изъ нихъ, и нѣсколько другихъ, съ ними связанныхъ, были совершенно упущены изъ виду предыдущими издателями, которые поэтому подъ видомъ гербертовскаго подносили читателю позднѣйшій глоссированный и увеличенный разными первоначально ему совершенно чуждыми придатками текстъ. Между тѣмъ въ распоряженіи Шаля и Оллериса находились рукописи, въ которыхъ встрѣчались тексты обѣихъ редакцій, и, если бы они постарались углубиться въ генеалогію рукописей, то этотъ важный и впервые мной установленный фактъ былъ бы давно открытъ. Но знаменитый геометръ и историкъ математики интересовался, какъ это ему и слѣдовало сообразно его специальности, главнымъ образомъ, вопросомъ о смыслѣ, который имъ впервые и раскрытъ, и значеніи сочиненія Герберта, оставляя вопросъ объ отношеніи рукописей и ихъ текстахъ людямъ, по своему образованію больше его знакомыхъ съ подобнаго рода работой. Оллерисъ, хотя и взялся за критическое изданіе произведеній Герберта, однако, какъ это я уже показалъ въ моемъ трудѣ о *Сборникъ писемъ Герберта*, оказался въ исторической части своего изданія стоящимъ далеко не на высотѣ своей задачи, что же касается математической части, то, какъ это видно изъ моего изданія Gerberti Opp. Math., здѣсь онъ стоялъ еще ниже, такъ какъ въ данномъ случаѣ къ невнимательному и неумѣлому обращенію съ рукописями присоединилось еще и полное непониманіе большей части издаваемыхъ текстовъ.

Если, такимъ образомъ, мнѣ удалось впервые установить фактъ существованія двухъ редакцій „Правилъ Герберта“, то я все же долженъ признать, что о возможности существованія ихъ было говорено и до меня, но, какъ мы сейчасъ увидимъ, на основаніи лишь разнаго рода соображеній, не отличающихся доказательностью.

Такъ Martin <sup>16</sup>, найдя въ рукописи Paris 7189 A (=Par L.) имя Теофила (вмѣсто Константина), говоритъ, что, если бы кромѣ этой рукописи позднѣйшаго происхожденія, а именно XVII (на самомъ дѣлѣ XVI) вѣка, такое имя можно было бы указать въ какой нибудь древней рукописи, то это свидѣтельствовало бы о существованіи двухъ экземпляровъ сочиненія Герберта, изъ которыхъ одинъ былъ адресованъ къ Константину, а другой къ Теофилу. Правда, Martin ничего не говоритъ о томъ, отличались ли они одинъ отъ другого или были тождественны, но какъ видно изъ того, что оба имени встрѣчаются только въ письмѣ „Vis amicitiae —compratum“, стоящемъ во главѣ трактата, онъ, во всякомъ случаѣ, предполагаетъ, что въ обонхъ экземплярахъ стояло одно и тоже письмо. И такъ, оказывается, Гербертъ, отправляя экземпляры своего сочиненія двумъ различнымъ лицамъ, не потрудился даже написать различныя обращенія къ адресатамъ, а сохранилъ въ обонхъ случаяхъ одно и тоже предисловіе, которое, по своимъ личнымъ намекамъ, могло подходить лишь къ одному изъ адресатовъ. Въ этомъ обстоятельстве находится могила предположенія Мартена, которое не можетъ быть извлечено изъ нея никакими болѣе древними рукописями, каковыми въ данномъ случаѣ являются Chr A и Chr Ba <sup>17</sup>.

Не меньшей произвольностью характеризуется и предположеніе Friedlein'a <sup>18</sup> который, являясь однимъ изъ главныхъ представителей взгляда, по которому до „Правиль“ Герберта въ западной античной и христіанской литературѣ не было ни одного подобнаго сочиненія, и въ угоду этому взгляду затемняя ясный смыслъ письма къ Константину, стоящаго въ началѣ „Правиль“, приходитъ къ заключенію, будто бы Гербертъ писалъ объ абакѣ дважды, и между этими сочиненіями лежитъ періодъ въ 15 лѣтъ. Въ этомъ письмѣ Герберта мы читаемъ въ началѣ <sup>19</sup>: „Сила дружбы обращаетъ въ возможное почти невозможное. Иначе, какъ по твоей просьбѣ, какимъ образомъ могъ бы я приняться за разъясненіе способовъ обращаться съ числами абака, о сладкая утѣха трудовъ моихъ, Константинъ? И вотъ, хотя уже успѣло пройти нѣсколько пятилѣтій (люстровъ) съ того времени, какъ у меня не было ни

<sup>16</sup>) Revue Arch., A XIII 520.

<sup>17</sup>) *Bubnov*, Gerb. Opp. Math. p. 6 varr. a et h.

<sup>18</sup>) *Friedlein*, Gerbert, die Geometrie der Boetius und die indischen Ziffern Erlangen 1861 p. 53.

<sup>19</sup>) Gerb. Opp. Math. p. 6.



книги объ этихъ вещахъ, ни упражненія въ нихъ, я всеже излагаю здѣсь одно по памяти въ тѣхъ же словахъ, другое въ томъ же смыслѣ“. Хотя для каждаго непредубѣжденнаго человѣка ясно, что Гербертъ здѣсь говоритъ о чемъ то бывшемъ у него „нѣсколько пятилѣтій“ назадъ въ рукахъ сочиненіи объ абакѣ, однако Фридлейнъ, сообразно своему взгляду на Герберта, какъ на автора перваго въ западной Европѣ латинскаго трактата объ абакѣ, видитъ въ „книгѣ“ письма не чье нибудь другое сочиненіе, а трудъ того же самаго Герберта, такъ что выходитъ, будто послѣдній дважды писать по этому предмету. Во второй разъ онъ взялся за перо по просьбѣ Константина, который находилъ его первое сочиненіе не особенно вразумительнымъ. Однако уже та педантичная точность, съ которой Гербертъ стремится воспроизвести по памяти какое то сочиненіе по возможности дословно, показываетъ, что сочиненіе Герберта было вызвано просьбой Константина не объяснить какой нибудь предыдущій трактатъ, а напротивъ разъяснить возникавшія въ умѣ Константина сомнѣнія относительно правилъ, прилагаемыхъ на абакѣ, и Гербертъ не нашелъ ничего лучшаго, какъ подойти возможно ближе къ тому руководству, которое было извѣстно ему много лѣтъ тому назадъ и механическія правила котораго онъ помнилъ, какъ мы таблицу умноженія. Этого сочиненія не было въ данный моментъ у Константина, и онъ обратился за помощью къ реймскому схоластику. Мы не станемъ здѣсь опровергать тѣ quasi—доказательства, при посредствѣ которыхъ Фридлейнъ стремится сдѣлать свое толкованіе письма къ Константину вѣроятнымъ, такъ какъ обо всемъ этомъ мы говоримъ подробно въ другомъ мѣстѣ<sup>20</sup>. Фридлейнъ не удовольствовался этимъ, а зашелъ еще дальше въ дебри произвольныхъ гипотезъ. Онъ даже дѣлаетъ попытку возстановить, хотя бы отчасти, текстъ перваго сочиненія объ абакѣ. Такъ отдѣлъ объ умноженіи въ немъ былъ будто бы формулированъ иначе, чѣмъ во второмъ, а именно Гербертъ въ немъ придерживался формулъ въ родѣ „Singularis multiplicator deceni digitos in decenis, articulos in centenis habebit“, а не „si multiplicaveris singularem per decenum, dabis unicuique digito decem et omni articulo centum“, какъ это мы читаемъ въ дошедшемъ до насъ сочиненіи Герберта. Да не подумаетъ однако читатель, что Фридлейнъ узналъ объ этомъ изъ какой нибудь рукописи, гдѣ такая формулировка была соединена съ именемъ Герберта. Такихъ

<sup>20</sup>) Именно въ готовящихся къ печати сочиненіяхъ: „Абакъ и Арабы“ и „Абакъ и Боэцій“

нѣтъ. Откуда же онъ ее взялъ? Изъ конца первой книги геометріи, приписываемой, по мнѣнію Фридлейна, несправедливо Боэцію, гдѣ мы находимъ правила объ умноженіи и дѣленіи на абакѣ, сильно напоминающія гербертовскія. Даже, если и повѣрить Фридлейну на слово, что правила объ абакѣ въ геометріи, приписываемой Боэцію, извлечены непосредственно изъ сочиненія Герберта (а этого именно Фридлейнъ и не доказалъ, теперь же это впервые доказано мною, но извлечение это, какъ мы увидимъ <sup>21</sup>, сдѣлано не изъ воображаемаго Фридлейномъ текста Герберта, а изъ хорошо намъ извѣстномъ типа  $B_{3a} - B_{7a}$ , гдѣ правила умноженія совсѣмъ не имѣютъ желаемого Фридлейномъ вида), то все же остается достойной лучшей участи увѣренность Фридлейна, будто бы тотъ, кто дѣлалъ это извлечение, не *посмѣлъ бы* измѣнить гербертовской формулировки правилъ умноженія. Итакъ, предположеніе Фридлейна о двухъ сочиненіяхъ или двухъ редакціяхъ одного и того же сочиненія объ абакѣ есть произвольное построеніе, не только не имѣющее ничего общаго съ открытыми мной редакціями, изъ которыхъ однако лишь одна, какъ мы увидимъ, принадлежитъ Герберту, но и несколько не подтверждающееся нашими рукописями.

Нельзя однако сказать, чтобы крупныя отличія между текстами рукописей двухъ отмѣченныхъ мною классовъ оставались до сихъ поръ совершенно незамѣченными. Трудно было не замѣтить, напримѣръ, что та или другая рукопись совершенно опускаетъ ту или другую главу, встрѣчающуюся въ остальныхъ кодексахъ. Такъ Шаль <sup>22</sup>, толкуя главу, codd. B II с. 4 (=codd. A II 2), находитъ смыслъ ея темнымъ, а относительно второй ея половины, начиная съ „Et in centenis“, совершенно вѣрно замѣчаетъ, что текстъ ея „semble faire double emploi avec le chapitre suivant“ (codd. B II с. 5), гдѣ, дѣйствительно, излагается въ сущности то же, только нѣсколько подробнѣе. Шаль указываетъ на отсутствіе второй половины главы codd B II с. 4 въ двухъ извѣстныхъ ему рукописяхъ (=Carn B, Rot.), но идти на какія нибудь предположенія о причинѣ этого отсутствія не рѣшается. Фридлейнъ въ своей статьѣ <sup>23</sup>, посвященной выясненію смысла гербертовскаго сочиненія, идетъ нѣ-

<sup>21</sup>) Обо всемъ этомъ см. конецъ гл. VI, а такъ же Gerberti Opp. Math. p. 160 nn. 23, 24.

<sup>22</sup>) CC. RR. Ac. des Sc. XVI 289; главы codd. B II с. 4 и 5 см. Gerb. Opp. Math. pp. 14, 15.

<sup>23</sup>) (*Schlömilch's*) Zeitschrift für Math. u. Phys. IX 153, 154.

<sup>24</sup>) *Charles* CC. RR. XVI 287, *Friedlein* Zeitschrift f. M. Ph. IX 150. Главу B II с. 3 см. Gerb. Opp. Math. pp. 13, 14.

сколько дальше: онъ готовъ считать всю вторую половину codd. В II с. 4 за повздиѣвшую вставку или же, что, по его мнѣнію, еще вѣроятнѣе, согласенъ допустить, что вся слѣдующая глава (В II с. 5) есть только разъясненіе второй половины предыдущей (В II с. 4), сдѣланное однимъ изъ учениковъ Герберта. Онъ указываетъ даже въ ней нѣсколько „негербертовскихъ“, по его убѣжденію, выраженій: „primus centenus“ (вм. „unus с.“), „ad compositionem addere“ (вм. „componere“), „esse in summa proxima ac minore“ (вм. „secundari“).

Исключительно вслѣдствіе соображеній, основанныхъ на внутреннемъ смыслѣ текста, безъ какихъ нибудь ссылокъ на чтеніе рукописей, Шаль, а за нимъ Фридеманъ предлагаютъ считать за глоссу слова В II с. 3 „id est per vocabula singularis ac deceni“. Наконецъ, Фридеманъ вѣрно узналъ глоссу въ словахъ текста Шаля В II с. 4 var κ: „id est, sicut unum centenum vel millenum dissipabis in sede denarii ac centenarii de proposito dividendo, sic reliquos singillatim dissipa“, и указывалъ на „müssigen Zusatz“: „vel millenus“ въ В II с. 6 var. d, который однако является общимъ для всѣхъ рукописей, гдѣ только встрѣчается эта глава. Какъ мы увидимъ въ свое время <sup>25</sup>, за исключеніемъ вѣрно отгаданной глоссы рукописи Вг В въ В II с. 4 var κ во всѣхъ остальныхъ случаяхъ оба превосходныхъ изслѣдователя смысла текста гербертовскаго трактата лишь вступили на стезю, ведущую къ истинѣ, но до самой истины еще далеко не дошли.

Если таково все, что могло быть достигнуто въ этомъ направленіи въ серединѣ XIX столѣтія двумя лучшими работниками на нашей нивѣ, то ясно, что у другихъ, и особенно въ болѣе раннюю эпоху, когда смыслъ трактата оставался загадочнымъ <sup>26</sup>, а о

<sup>25</sup>) См. ниже главы III и IV.

<sup>26</sup>) Такъ, напримѣръ, *Le Beuf*, Recueil des divers écrits pour servir d'éclaircissement à l'histoire de la France II (1738) 85: On voit (par le traité de Gerbert) que les supputations se faisaient alors par les doigts qu'on tenait tantôt droits, tantôt pliés, selon que les nombres étaient simples ou composés, et cette science passait pour avoir son mérite. Для бенедиктинцевъ, авторовъ *Histoire littéraire de la France* VI 577 и слѣд. абакъ „n'est autre chose que des tables d'arithmétique, où Gerbert a tracé les différentes combinaisons des chiffres arabes“, а умноженіе на абакъ „les règles des multiplications par les doigts“. Другіе отождествляли абакъ съ римской счетной машиной въ родѣ нашихъ русскихъ счетовъ (китайское Suan—pan) и даже видѣли въ немъ какую-то связь съ алгеброй (Chasles CRR XVI 157). Такое непониманіе замѣчается даже послѣ объясненій, данныхъ въ 1843 году Chasles'емъ, у *Büdin-*

рукописяхъ имѣлись лишь весьма неопредѣленные свѣдѣнія, когда возможно было самый трактатъ приписать Бэдѣ, или же различать нѣсколько гербертовскихъ трактатовъ тамъ, гдѣ подъ различными заглавіями скрывался интересующій насъ въ настоящее время, или подъ повидимому сходными заглавіями различныя сочиненія Герберта, было бы совершенно напрасно искать какихъ нибудь цѣнныхъ и новыхъ указаній.

Чтобы утверждение это не было голоснымъ, я приведу примѣры.

Издатели Бэды (1563), пользовавшіеся, какъ мы видѣли, рукописью Лефевра, присоединили къ нашему трактату еще одну главу „De protensione quarundam mensurarum terrae“, которая ничего общаго съ нимъ не имѣла, кромѣ развѣ термина „digitus“ (въ смыслѣ однако извѣстной мѣры, а не въ томъ смыслѣ, какъ на абакѣ) и того, что въ упомянутой рукописи она слѣдовала за главой В II 10 (=А II 6), какъ это часто случается, безъ замѣтной отмѣтки о томъ, что съ нея начинается уже нѣчто новое. Эту ошибку повторили и позднѣйшіе издатели, Минь и Оллерисъ, не смущаясь тѣмъ, что Шаль не принялъ ея въ свой текстъ, а Оллерисъ (р. 355 п. 9.) такъ даже замѣтилъ, что она будто бы находится въ рукописи Vat. Christ. 1661 (=Chr нашего изданія), что совершенно невѣрно. Часть этой главы находится, дѣйствительно, въ одной ватиканской рукописи, оставшейся неизвѣстной Оллерису, именно въ Vat C и еще въ Seo чемъ см. В II с. 10 var u (Gerb. Opp. Math. p. 22). Невѣрное утверждение Оллериса не могло, разумѣется, спасти эту главу (XVI изд. Оллериса) въ глазахъ людей, пошмавшихъ текстъ нашего трактата, и мы видимъ, что одни изъ нихъ, а именно Avezac Macaya въ статьѣ, посвященной исправленію текста упомянутой главы<sup>27</sup>, позволяетъ себѣ высказать сомнѣніе относительно мнимаго авторитета Vat. Christ. 1661 „dont l'âge, ni la valeur, pas plus que le format, la matière et les autres détails accessoires ne sont décrits“ (par Olleris), а другой, —Martin<sup>28</sup> совершенно отрицаетъ ея принадлежность къ сочиненію Герберта, ссылаясь на авторитетъ Par. K. (Bibl. Nat. lat. 6620) и Par. L. (Bibl. Nat. lat. 7189 A.).

*ger.* Ueber Gerbert's wissenschaftliche und politische Stellung. Kassel 1851, pp. 27, 28, для котораго абакъ Герберта есть ничто иное, какъ таблица, имѣвшая цѣлью утверждение въ памяти учащихся таблицы умноженія и усвоеніе ими новыхъ (т. н. арабскихъ) цифръ. Онъ даетъ даже вѣднѣе изображеніе абака, разумѣется, совершенно фантастическое.

<sup>27</sup>) CC. RR. de l'Ac. Inser. et B. L., nouvelle série VI (1868) 141—148.

<sup>28</sup>) Revue Arch. A XIII 520.

Еще болѣе грубую ошибку относительно состава сочиненія Герберта дѣлаетъ А. Berthelot<sup>29</sup>, который, правда, уже не присоединяетъ сюда только что упомянутой главы, но за то полагаетъ, что „la lettre de Gerbert à Constantin de Fleury comprenait les XV premiers chapitres de l'éd. Olleris, suivis de la Regula de Abaco computi, et deux chapitres sur la multiplication et la division, omis jusqu'ici. C'est du moins ainsi que les choses sont présentées dans le ms. de la reine Christine (n. 1661) et dans celui du Vatican (n.4559)“. Упомянутая здѣсь „Regula de abaco computi“ напечатана Оллерисомъ на страницахъ 311—348, какъ принадлежащая будто бы Герберту, по, слава Богу, лишь какъ отдѣльное произведеніе, а „deux chapitres“, присоединяемая сюда Berthelot опять-таки лишь потому, что въ двухъ рукописяхъ они слѣдуютъ за „Regula“, начинаются словами первая: „De numerorum divisione. Singularis cujusque divisor denominationes secundabit ab eo, quem dividit“,—вторая: „De multiplicatione. Singularis quemcumque multiplicaverit, in eodem pone digitos, in ulteriore articulos (см. Gerb. Opp. Math. p. 224 ll. 17—20). Хотя Berthelot къ двумъ упомянутымъ рукописямъ, которыя мы видѣли лично (=Chr. Vat B), присоединяетъ еще и Montpellier H. 491 (=MP), лично имъ не изученную, однако для всякаго, кто хоть нѣсколько знакомъ съ виѣшнимъ видомъ рукописей, простое слѣдованіе текстовъ одного за другимъ, хотя бы безъ всякой помѣтки, даже въ строку, еще не служитъ мотивомъ для соединенія ихъ въ одно сочиненіе. Но Berthelot приводитъ еще два мотива: 1) отсутствіе предисловія въ „Regula“; 2) свидѣтельство Рихера<sup>30</sup>, изъ котораго будто бы слѣдуетъ, что сочиненіе Герберта было очень подробнымъ, между тѣмъ, какъ гербертовскій трактатъ въ напечатанномъ Оллерисомъ видѣ никакъ не можетъ быть названъ подробнымъ. Что касается перваго аргумента, то неосновательность его очевидна до тѣхъ поръ, пока не будетъ доказано, что всякое сочиненіе должно необходимо имѣть предисловіе, а въ случаѣ отсутствія его должно быть присоединяемо къ предыдущему. Второю аргументъ, несмотря на его кажущуюся съ перваго взгляда солидность, тоже ничего не доказываетъ, такъ какъ основанъ, какъ мы видѣли, на субъективномъ мнѣніи непосредственнаго ученика

<sup>29</sup>) Mélanges d'archéologie et d'histoire de l'École française de Rome 1885, pp. 189—192.

<sup>30</sup>) Richeri, *Historiarum libri IV*, (MGHSS T. III; ed. altera in usum scholarum, Waitz) lib. III c. 51 (Confectio abaci): „Quorum scientiam qui ad plenum scire desiderat, legat ejus librum, quem scribit ad Constantinum grammaticum. Ibi enim haec satis habundanterque tractata inveniet“.

Герберта<sup>31</sup>. Что для Рихера, находившагося много лѣтъ въ общеніи съ Гербертомъ, и, по всей вѣроятности, и для Константина, которому и писалъ Гербертъ, было „satis habundanterque“, то могло казаться и, какъ мы знаемъ, дѣйствительно, казалось слишкомъ краткимъ и недостаточнымъ другимъ<sup>32</sup>. Да и какъ можно допустить, чтобы одинъ изъ ученѣйшихъ людей своего времени и вмѣстѣ опытнѣйшій абаццезъ въ одномъ и томъ же сочиненіи сначала изложилъ бы правила умноженія и дѣленія кратко, потомъ сталъ бы излагать тѣ же самыя правила съ присоединеніемъ дѣйствій надъ дробями подробнѣе, и, наконецъ, вернулся бы въ третій разъ къ тому же самому? Между тѣмъ такъ оно выходило бы изъ реконструкціи Berthelot. Наконецъ, чтобы покончить съ этимъ вопросомъ, скажу, что, какъ это мной показано въ своемъ мѣстѣ, такъ называемая „Regula de abaco computi“ сама уже не есть цѣльное произведеніе, а составлена изъ нѣсколькихъ первоначально самостоятельныхъ статей, изъ которыхъ ни одну мы не имѣемъ основаній приписывать Герберту, а именно сочиненія современника Герберта Геригера (Herigerus), коментарія 999—1003 гг. на сочиненіе Герберта, и неизвѣстнаго о дробяхъ на абакѣ. Если сюда присоединить само сочиненіе Герберта, то мы и получимъ тотъ сборникъ, который я возстановилъ какъ цѣлое и назвалъ „древнѣйшимъ сборникомъ абаццезовъ“<sup>33</sup>.

Какія неясныя представленія существовали во второй половинѣ восемнадцатаго столѣтія относительно рукописей, заключавшихъ въ себѣ математическія произведенія Герберта, разительный тому примѣръ даютъ ученые авторы *Histoire littéraire de la France* тамъ<sup>34</sup>, гдѣ они говорятъ объ арифметическихъ его сочиненіяхъ, къ которымъ съ современной точки зрѣнія относятся сочиненія объ абакѣ. Мы говоримъ „съ современной“, такъ какъ во времена Герберта искусство абака связывалось обыкновенно съ геометрией. Они дѣлаютъ рядъ крупныхъ и грубыхъ смѣненій, слѣдуя отчасти указаніямъ своихъ предшественниковъ. Такъ въ то время, какъ

<sup>31</sup>) См. выше прим. 11.

<sup>32</sup>) Abacus *Bernelini* (Olleris p. 357): „abaci rationes. . . . a domino papa Gerberto . . . breviter et subtilissime seminatatas. . . si domini papae (sc. Gerberti) regula de his subtilissime scripta, tantum sapientissimis non esset reservata;—*ibid.* (p. 358): „adscribemus eorum simplices compositasque divisiones, non confuse, Deo juvante, nec justo brevius scriptas“.

<sup>33</sup>) См. *Gerberti Opera Math.* pp. 245 l. 35, 207 l. 9, 223 l. 27, 294—296.

<sup>34</sup>) T. VI (1742) p. 577 sqq.

намъ извѣстно кромѣ писемъ лишь одно ариѳметическое произведе-  
ніе Герберта, именно правила о дѣйствіяхъ на абакѣ, у нихъ ихъ  
является нѣсколько. Слѣдуя предположенію Pez'a<sup>35</sup>, они въ „G. liber  
subtilissimus de arithmetia“, начинающемся словами „Doctori et  
patri Theosopho I. G.“ и находящемся въ бывшей рукописи Mona-  
sterii Emmerammensis Ratisbonae, теперь cod. Monac. 14689 (Emmer.  
G. LXXIII)=Mon. D. foll. 105 r.—117 v., видятъ сочиненіе Герберта,  
между тѣмъ какъ это работа даже и не Герланда, какъ думали  
нѣкоторые, а неизвѣстнаго намъ автора<sup>36</sup>. Вслѣдъ за Oudin'омъ<sup>37</sup>,  
они считаютъ за *théorie d'arithmétique* сочиненіе, озаглавленное  
„Gerberti Theorica cum prologo in eandem“ и находящееся въ руко-  
писи № 3413 in 4 библиотеки Jean Selden, что, какъ мнѣ извѣстно,  
есть геометрія Герберта рукописи Oxford, Bodleian Library Selden  
25 supra (=Sd), озаглавленная „Incipit prologus in theoricam Ger-  
berti“ (theorica geometria).<sup>38</sup> Бенедиктинцы пытаются даже отоже-  
ствить это произведеніе съ „G. liber subtilissimus de arithmetica“<sup>39</sup>.  
Кромѣ того, бенедиктинцы различаютъ еще слѣдующія ариѳмети-  
ческія сочиненія Герберта:

1) Сочиненіе объ абакѣ, сохранившееся въ нѣсколькихъ рукопи-  
сяхъ, а именно: въ упомянутой выше рукописи св. Эммерамма (Mon D),  
изъ которой они вслѣдъ за Пецомъ<sup>40</sup>, откуда они черпаютъ свои свѣдѣ-  
нія о ней, заключаютъ, что оно адресовано императору Отгону; затѣмъ  
въ парижскихъ рукописяхъ библиотеки „du Roi“ 5366.5 (это, добавляю  
я отъ себя, =Regius 5366.5 =Paris Bibl. Nat. lat. 7193)<sup>41</sup>, 2231 (до-

<sup>35</sup>) Thesaurus Anecdotorum Noviss. t. I (1721) Diss. isag. p. XXXVIII, n. LXIII. Онъ смѣло изъ „G“ сдѣлалъ Герберта, а изъ „J“ Иосифа, книгу котораго  
объ умноженіи и дѣленіи упоминаетъ переписка Герберта. См. письма 17, 25.

<sup>36</sup>) См. Gerberti Opp. Math. XCI и XCII. Въ мюнхенской рукописи  
14689 (прежде Emmer. G 73) стояли рядомъ трактатъ Герланда, начинаю-  
щійся словами „Nonnullis arbitrantibus“ и трактатъ „Doctori et parti Theosopho  
J. G., filius eius“. Ихъ смѣшивали. См. Chasles, CC RR. XVI 1396 n. 1; *Hock*  
Gerbert 184, *Olleris* 588. *Barse de Riom*, Lettres et discours de Gerbert II 446  
недоволенъ тѣмъ, что Chasles отнялъ это произведеніе у Герберта, такъ какъ  
„le style est tout—à—fait celui de Gerbert“ (!).

<sup>37</sup>) Commentarius de scriptoribus ecclesiasticis (1722) t. II 512.

<sup>38</sup>) Gerb. Opp. Math. p. 47 l. 9, 48 var. a.

<sup>39</sup>) Cf. *Barthélemy*, Gerbert p. 103. Удивительно, что еще *Martin*, *Revue*  
*Arch. A. XIII* 521 находилъ возможнымъ отождествлять эту Theorica съ разбирае-  
мымъ нами трактатомъ Герберта, адресованнымъ къ Константину.

<sup>40</sup>) Thesaurus An. Nov I, Diss. isag. p. XXXVIII, n. LXIII.

<sup>41</sup>) Это свѣдѣніе бенедиктинцы почерпнули изъ *Le Beuf* II 84, not. *Hock*.  
*Gerbert* p. 185, невнимательно читая *Hist. littéraire*, представляетъ дѣло  
такъ, будто бы рукопись парижская 5366.5 идентична съ скалигеровской.

бавлю отъ себя: =Colbert 2231 =Par 7189 A =Par. L)<sup>42</sup>, 4312 (это ошибка вмѣсто 4313 =Colbert 4313 =Regius 5366.5 =Par 7193); далѣе тоже сочинение они нашли въ сопровожденіи сочиненія объ умноженіяхъ и письма къ Константину („ce traité se trouvant avec celui des multiplications et une lettre à Constantin“) dans un des manuscrits que Joseph Scaliger légua à la bibliothèque de l'université de Leyde (это теперь =Leyden. Scaliger 38 =Sc), и наконецъ, подъ заглавіемъ „Gerberti scholastici abacus compositus“ въ Ватиканѣ „parmi les manuscrits de Christine“ (это рукопись, когда то бывшая =Bibl. Petavii 349, гдѣ находился, какъ мы знаемъ<sup>43</sup> „Gerberti scholastici abacus compositus“ =Vat. Chr. 1661 =Chr.).

2) *Libellus multiplicationum*, адресованный къ Константину и сохранившійся вмѣстѣ первымъ сочиненіемъ № 1 въ упомянутой выше рукописи Scaliger'a (=Sc) и въ „bibliothèque du Roi 5436.3“, гдѣ его видѣлъ Le Beuf (это, добавлю отъ себя, есть рукопись Colbert 2231, Regius 5436.3 =Par. 7189 A =Par. L).

3) *De numerorum divisione*. Этотъ трактатъ находился и въ рукописи перваго (1611 г.) издателя писемъ Герберта, Массона, которая, какъ мнѣ извѣстно<sup>44</sup>, сохранилась до насъ въ бумагахъ Балюза (=Bal или ея оригиналь, рукопись Лефевра), и „dans un manuscrit d'Isaac Vossius“, гдѣ онъ озаглавленъ „Regulae de divisionibus“ (теперь это есть, добавлю я отъ себя, Leyden Voss in 4, № 54 =Lgd). Хотя въ изданіи Массона съ этимъ трактатомъ связано письмо къ Константину, но оно, по мнѣнію бенедиктинцевъ, не имѣетъ, по всей вѣроятности, никакого отношенія къ этому трактату, такъ какъ въ немъ Гербертъ общается своему другу сочиненіе, относящееся къ геометріи, а не къ ариметикѣ, а затѣмъ въ изданіи A. Duchesne'a (1636) оно напечатано отдѣльно, безъ связанныхъ съ нимъ въ изданіи Массона словъ „De simplici. Si multiplicaveris singularem numerum“ etc.

Наконецъ, бенедиктинцы сомнѣваются, слѣдуетъ ли отождествлять съ первымъ сочиненіемъ объ абакѣ двѣ работы съ име-

<sup>42</sup>) Оба эти номера заимствованы изъ *Montfaucon* Bibl. Bibl. II pp. 955 b, 987 a (бенедиктинцы не отмѣтили тома), причѣмъ въ послѣднемъ случаѣ 4312 есть, по наведеннымъ мною на мѣстѣ справкамъ, просто опечатка Mautfaucon'a.

<sup>43</sup>) См. *Gerb. Opp. Math.* p. LXXXII и p. LXXXIII. Въ томъ же Ms. Petavii 349 находился, по свидѣт. *Montfaucon'a*, „Ad Alboldum quendam“, что мы тоже находимъ въ Chr.

<sup>44</sup>) См. *Вубновъ*, Сборникъ писемъ Герберта Т. I (Спб. 1888 стр. 142—144) и *Gerb. Opp. Math.* pp. LXVII—LXX.



лемъ Герберта („du même auteur“), паходящіяся между тѣми же рукописями Христины („parmi les mêmes manuscrits“, не сказано ясно, въ одной ли, или въ двухъ), а именно: *Regulae Abaci* (теперь это = *Vat Chr 1071* = *Chr A*, въ которой *Montfaucon I 38* подъ № 1155 отмѣчаетъ „*Fragm. Gerberti Regulae de Abaco*“ и гдѣ рукоѣ XVII в. на бумажномъ листѣ впереди рукописи написано „*Gerberti Regula de Abaco*“) и „*De numeris*“ (теперь это, добавлю отъ себя, = *Vat. Chr. 1071* = *Chr A*, гдѣ *fol. 9 r.* рукоѣ современной тексту читаемъ: „*De numeris abaci Gerberti Regula docti*“, или же эти два сочиненія не что иное, какъ „*Regulae numerorum super abacum Gerberti*“, принадлежащія Гергеру. Надо думать, что эти рукописи Христины находились раньше въ библиотекѣ *A. Pétau* (*Petavius*) и отсюда, вмѣстѣ съ другими его рукописями, попали въ 1650 г. въ библиотеку Христины. По крайней мѣрѣ, *Montfaucon*, напечатавшій рядомъ съ каталогомъ рукописей Христины и каталогъ рукописей *Pétau*, перешедшихъ къ Христинѣ, такъ какъ онъ лучше составленъ, чѣмъ каталогъ Христины, указываетъ въ числѣ рукописей *Peto* № 1321 „*de numeris*“, а №№ 953 и 460 „*Regulae Abaci*“.

Читатель видитъ ясно, съ какою путаницей мы здѣсь имѣемъ дѣло. На нее обратить вниманіе уже *Chasles*, который категорически заявилъ <sup>45</sup>, что „*De numerorum divisione*“, „*Rationes numerorum abaci*“ (какового заглавія, впрочемъ, у бенедиктинцевъ и нѣтъ) и „*Abacus*“ Герберта — одинъ и тотъ же трактатъ, адресованный къ *Константину*, но не считать пужнымъ или, можетъ быть, не могъ разбить по пунктамъ построеніе бенедиктинцевъ. Еще нѣсколькими годами ранѣе *Шаля Нокъ* <sup>46</sup> находилъ возможнымъ спрашивать, не идентичны ли „*Regulae de divisionibus*“ Герберта съ тѣмъ сочиненіемъ, о которомъ Гербертъ говоритъ въ своемъ письмѣ къ *Ремигію*, какъ о посланномъ этому трирекому монаху <sup>47</sup>, т. е. предполагалъ его адресованнымъ къ *Ремигію*. Нѣсколько ниже онъ доказываетъ тождественность ритмомахин (особаго рода игра на числахъ), иногда приписываемой Герберту <sup>48</sup>, и „*libelli multiplicationis*“ съ „*de numerorum divisione*“, поправляя, такимъ образомъ, отчасти бенедик-

<sup>45</sup>) *CC. RR. XVI 156* (п. 1). Его повторяетъ *Lausser*, *Gerbert* p. 60 п. 2.

<sup>46</sup>) *Hock*, *Gerbert* (1837) pp. 185, 187.

<sup>47</sup>) *Havet*. *Lettres de Gerbert* (1889), ep. 134. Не отсюда ли взялъ свое утверженіе *Péchenard*, *De schola Remensi* p. 59: „*Epistolam, scilicet, de numerorum multiplicatione misit Remigio Trevirensi monacho*“?

<sup>48</sup>) *Gerb. Opp. Math.* p. *XCVI—XCVIII*.

тинцевъ, раздѣлявшихъ два послѣднихъ сочиненія, по вмѣстѣ съ тѣмъ пристегивая сюда не идущую къ дѣлу ритмомахію. Наконецъ, Martin<sup>49</sup>, получившій черезъ Шаля неопредѣленное свѣдѣніе, что въ цитируемой бенедиктинцами эмераммской рукописи (Mon D) находится кромѣ упомянутаго имъ трактата, адресованнаго будто бы къ Оттону, еще и текстъ трактата, направленнаго по другимъ рукописямъ къ Константину, остается въ недоумѣніи, есть ли первый самостоятельное произведеніе, или лишь первая часть второго (!).

При помощи добытыхъ мной точныхъ свѣдѣній о рукописяхъ трактата Герберта, вся эта путаница распутывается довольно легко. Ошибки бенедиктинцевъ объясняются, конечно, тѣмъ, что они изученіемъ самихъ рукописей интересовались также мало, какъ и всѣ ихъ преемники, за исключеніемъ Шаля и отчасти Олмериса. Намъ удалось отожествить цитируемыя ими иногда по номерамъ въ прежнихъ коллекціяхъ, иногда же и совсѣмъ неопредѣленно, рукописи и оказалось, что нѣкоторыя рукописи у нихъ являются дважды, подъ различными обозначеніями, какъ бы самостоятельныя, и это произошло отъ того, что они черпали свои свѣдѣнія изъ Le Veuf'a (1738) и изъ Moutfaucou (1739), не замѣтивъ, что первый цитируетъ уже по номерамъ королевской коллекціи, а второй еще по номерамъ коллекціи Colbert, слившейся съ королевскою. Такимъ образомъ, рукопись 5366. 5 Reg. оказалась идентичной съ 4312 (4313) Colbert, а 5436. 3 Reg. съ 2231 Colbert. Что касается рукописи 4313 Colbert=5366. 5=Par 7193, то она попала сюда лишь по недоразумѣнію, ведущемъ свое начало отъ Montfaucou'a, который нашелъ въ ней „Gerberti tractatus de Abaco“, между тѣмъ какъ въ ней есть лишь абакъ Бернелина<sup>50</sup>. Онъ просто принялъ находящуюся на fol. 1 сверху передъ бернелиновымъ трактатомъ, который въ виду отсутствія предисловія является здѣсь анонимнымъ, современную

<sup>49</sup>) См. выше прим. 28.

<sup>50</sup>) Рукопись Par. 7193 (Colbert 4313, Regius 5366. 5) есть рукопись in 4 maj. и состоитъ изъ многихъ тетрадей различныхъ временъ. Насъ интересуетъ лишь первая, fol. 1—16 v. s. XII, заключающая въ себѣ абакъ Бернелина безъ пролога, всѣ четыре книги („Abaci tabula—argumento comproba“, Olleris 359—400). На fol. 1 г. вверху передъ текстомъ стоятъ современныя, повидимому, тексту, написанныя краснымъ черниломъ слова: „Gerbt. in regulam abaci“, а затѣмъ находятся еще слѣдующія помѣтки рукой XVII в. сбоку: „In meo exemplari praecedit Gerberti Scolastici ad Constantinum de abaco liber alius abaci“ и въ самомъ верху: „Pars (!) librorum IV Abaci, quos junior Bernelinus edidit Parisiis. Deest praefatio ad dominum Amelium“. Варианты показаны у Olleris'a съ ошибками.

тексту (XII в.) помятку „Gerberti in regulam abaci“, т. е. „на гербертовское правило объ абакѣ“ за заглавіе, а она есть лишь вѣрное замѣчаніе, что абакъ Бернелина есть въ сущности пространное поясненіе къ трактату Герберта. Если исключить Par 7193 и предполагаемую, очевидно, бенедиктинцами рукопись A. Duchesne'a, который просто взялъ текстъ письма къ Константину изъ Массона (Bal), отбросивъ ненужное ему продолженіе его, то окажется, что въ цитатахъ бенедиктинцевъ мы имѣемъ въ сущности дѣло съ знакомыми намъ рукописями Mon D, Par L, Sc, Chr, Bal, Lgd, Chr A, варианты которыхъ отмѣчены у меня въ изданіи подъ текстомъ, а содержаніе описано въ находящемся впереди изданія спискѣ рукописей<sup>51</sup>. Во всѣхъ ихъ, какъ намъ извѣстно, встрѣчается одинъ и тотъ же трактатъ Герберта, адресованный къ Константину. Въ немъ заключается и „libellus multiplicationum“ бенедиктинцевъ и ихъ „de numerorum divisione“, а весь онъ появляется въ рукописяхъ подъ разными заглавіями, въ которыхъ такъ или иначе встрѣчается слово „abacus“<sup>52</sup>.

Остается объяснить, какимъ образомъ Pez, а за нимъ авторы Hist. littéraire de la France пришли къ убѣжденію, что существовалъ отличный отъ нашего трактатъ Герберта объ абакѣ, адресованный къ Оттону. Это опять таки не болѣе, какъ недоразумѣніе, основанное на внѣшнемъ видѣ бывшей у нихъ въ рукахъ эммераммской, теперь мюнхенской (Mon D), рукописи. Трактатъ, адресованный будто бы Гербертомъ къ Оттону и отличающійся отъ направленного къ Константину, находится, какъ это видно изъ описанія этой рукописи<sup>53</sup>, на изолированномъ листкѣ 96 r--v, написанномъ почеркомъ XII столѣтія. Начала его нѣтъ, какъ это видно изъ смысла начальныхъ строкъ и изъ того, что впереди въ рукописи вырваны три листа. Оканчивается онъ на серединѣ обратной стороны fol. 96, такъ что нижняя половина этой стороны оставлена бѣлой<sup>54</sup>.

<sup>51</sup>) См. Gerb. Opp. Math. pp. XLIII (Mon. 14689), p. LIV (Par. 7189 A), p. XXXIV (Leyden Scal. 38), LXXXII (Vat. Christ. 1661), LXVII (Bal. 129), XXXII (Leyden Voss Q. 54), LXXXI (Vat. Christ. 1071).

<sup>52</sup>) О заглавіяхъ этихъ и названіяхъ этого трактата у позднѣйшихъ абацистовъ см. Gerb. Opp. Math. p. 1 n. 2. Я считаю наиболѣе правильнымъ озаглавить сочиненіе Герберта „de numerorum abaci rationibus“. Въ рукописяхъ оно озаглавлено просто: „Constantino suo Gerbertus scolasticus“, а потому есть въ сущности не трактатъ, а письмо къ Константину.

<sup>53</sup>) См. Gerb. Opp. Math. p. XLIII и особ. p. XLIV.

<sup>54</sup>) Оллерисъ получилъ черезъ Halm'a его текстъ изъ Мюнхена и, руководствуясь желаніемъ Chasles'я, напечаталъ его съ ошибками pp. 587, 588.

Заглавіе его написано кѣмъ то рукою XVII вѣка: „Gerberti abacus, hoc est algorismus sive ἀλγόριθμος ad Otonem imp. Principium non adest“. Что у трактата нѣтъ начала, это ясно, но откуда написавшій эти строки узналъ остальное? Не взялъ ли онъ это все съ отрѣзанных листовъ? Нѣтъ: иначе бы онъ не написалъ „principium non adest“. Какъ же онъ добылъ имена Герберта и Оттона? А вотъ какъ. Замѣтимъ прежде всего, что онъ не былъ специалистомъ въ этихъ вопросахъ. Иначе онъ не могъ бы написать „Gerberti abacus hoc est algorismus“, такъ какъ алгоритмъ совсѣмъ не абакъ. Это наша арметика, смѣнившая въ XII и XIII ст. систему абака. Правда, въ XII вѣкѣ иногда и алгоритмъ назывался абакомъ, который въ то время сдѣлался синонимомъ счетнаго искусства, но абакъ Герберта уже ничего общаго съ алгоритмомъ, во всякомъ случаѣ, не имѣетъ. Отсюда мы еще не будемъ заключать, что ученый XVII в. не понималъ читаемыхъ имъ текстовъ, но, во всякомъ случаѣ, это даетъ намъ право относиться къ его показаніямъ скептически. Просматривая рукопись дальше, онъ на слѣдующемъ fol. 97 r—98 v нашелъ трактатъ Герберта, направленный къ Константину, но безъ начала (онъ начинается съ середины правилъ объ умноженіи)<sup>55</sup>. Очевидно, что передъ fol. 97 r, съ первой строчки котораго начинается нашъ трактатъ, было что то вырѣзано и что листы 97—98, заключающіе въ себѣ (98 r—98 v) еще „Aliae regulae Herigeri in abacum“ и написанные почеркомъ (XI или XII в.), отличнымъ отъ почерка листовъ 96 и 99, составляютъ вставку, не имѣющую ничего общаго съ трактатомъ листа 96, писаннаго въ XII в. и оканчивающимся на серединѣ 96 v. Все это упустилъ изъ виду нашъ невнимательный изслѣдователь и, найдя встѣдъ за трактатомъ fol. 97 r—98 r, т. е. трактатомъ Герберта, загадочную надпись, современную тексту: „Cesaris Ottonis studio (.....) geometres. Explicit lectiones vel regulae Gerberti super abacum“, заключилъ довольно поспѣшно, что текстъ листовъ 97 и 98 составляетъ продолженіе текста листа 96, на которомъ онъ и сдѣлалъ соответствующую отмѣтку. Всякій, хоть сколько нибудь знакомый съ текстами трактатовъ объ абакѣ, прочитавъ отрывокъ на листѣ 96 и сочиненіе на листѣ 97, скажетъ безъ запинки, что мы имѣемъ здѣсь два различныя сочиненія объ абакѣ. Значеніе загадочныхъ словъ въ концѣ гербертовскихъ правилъ будетъ объяснено въ своемъ мѣстѣ<sup>56</sup>.

Читатель уже несомнѣнно усталъ слѣдовать за этими скучными справками въ предыдущей литературѣ, но онѣ были мнѣ не

<sup>55</sup>) См. Gerb. Opp. Math. p. 10 var. 3.

<sup>56</sup>) См. ниже конецъ главы II.

обходими. Я хотѣлъ добыть себѣ право въ своемъ дальнѣйшемъ изслѣдованіи о текстѣ нашего трактата быть свободнымъ отъ обязательства принимать въ соображеніе мнѣнія моихъ предшественниковъ и испенрять мое изложеніе литературными цитатами. Все, только что изложенное, должно убѣдить всякаго, что это было бы совершенно бесполезно, ибо, какъ видно, изъ этой главы:

1. Мнѣ удалось изучить лично не только всѣ, за исключеніемъ двухъ <sup>57</sup> рукописи, которыя были изучаемы моими предшественниками и которыхъ было очень немного (8), и даже не только всѣ тѣ, которыя были когда нибудь цитируемы, хотя бы лишь по названію, но и большее ихъ число.

2. При этой рукописной подкладкѣ мнѣнія предыдущихъ изслѣдованій, которыя оказываются при повѣркѣ, по большей части, ошибками или робкими предположеніями, объясняющимися недостаточнымъ знакомствомъ съ рукописями или же знакомствомъ съ малымъ ихъ числомъ, могутъ имѣть развѣ лишь архивное значеніе, а не по существу.

---

<sup>57</sup>) Именно рукописи Nicolai Fabri, которая почти замѣняется присутствіемъ Val, и рукописи MP (Montpellier), варианты которой отмѣчены, однако, у Оллериса. Сюда, можетъ быть, слѣдуетъ прибавить рукопись, находящуюся въ Toul'ѣ въ монастырѣ S. Apri до 1084 года по каталогу того времени, писанному при аббатѣ Видонѣ († 1084), подъ номеромъ 252: „Boetius de arithmetica cum Gerberto de abaco vol. I (см. Gerb Opp. Math. p. LXXXVIII), если она не идентична съ которой нибудь изъ извѣстныхъ мнѣ, и, наконецъ, берлинскую рукопись, въ которой по свидѣтельству Charles'a CC. RR. XVI 295 n.1 видѣлъ нашъ трактатъ Boeckh (Index lectionum... per semestre aestivum A. 1841 p. II) и которой мнѣ не удалось найти. Въ MS Berlin 106 in 4s. XII, XIII foll. 126—156 находится трактатъ озаглавленный „Praefatio super regulas abaci“, но, оказывается, что это сочиненіе о компутѣ „Saepe volumina domini Bedae de scientia computandi replicans“, т. е. сюда не относящееся. Vignier, Sommaire de l'histoire des Français (Paris 1579) l. III p. 218: „Ce qui me fait aussi conjecturer que ce pourroit estre de luy un traité fort ancien d'Arithmétique que j'ay devers moy intitulé: Gilbertus in Regulas abaci“. Это заглавіе сильно напоминаетъ Pag 7193 (см. прим. 50).

## Г Л А В А II.

Начало сочиненія Герберта объ абакѣ, его настоящее заглавіе, время и обстоятельства написанія.

Вышнее отличіе моего изданія текста сочиненія Герберта объ абакѣ состоитъ въ томъ, что здѣсь напечатаное en regard въ двухъ столбцахъ два текста, изъ которыхъ каждый имѣеть, какъ я въ этомъ убѣдился изъ внимательнаго изученія рукописей и самаго содержанія текста, вполне самостоятельное значеніе и интересъ. Я сдѣлалъ это для того, чтобы отличія этихъ двухъ текстовъ, необходимыя для построенія всѣхъ слѣдующихъ выводовъ, сильнѣе бросались въ глаза читателю, который при чтеніи этого изслѣдованія легко оцѣнитъ значеніе такого расположенія текста и принятаго мною способа обозначать варианты классами рукописей и его удобство. Внимательный читатель не замедлитъ точно также убѣдиться, что всѣ тѣ выводы, съ которыми онъ познакомится ниже и часть которыхъ онъ, можетъ быть, и самъ могъ бы сдѣлать при чтеніи моего изданія сочиненія Герберта объ абакѣ, уже были сдѣланы издателемъ ранѣе, чѣмъ онъ приступилъ къ изданію. Самое изданіе поэтому уже, если такъ можно выразиться, пропикнуто этими выводами и является въ сущности лишь графическимъ доказательствомъ того, что сейчасъ будетъ доказано словеснымъ путемъ. Я не стыжусь признаться, что критическая обработка крошечнаго, въ сущности, гербертовскаго сочиненія объ абакѣ оказалось во всемъ моемъ изданіи математическихъ сочиненій Герберта самой трудной задачей. Потребовалось много времени, много кропотливой, механической и умственной работы, пока все разъяснилось и текстъ съ вариантами принялъ такой, надѣюсь, ясный видъ, что, прочитавъ его, многіе, пожалуй улыбнутся скептически, если имъ сказать, что

въ немъ находится въ скрытомъ состояніи энергія нѣсколькихъ мѣсяцевъ человѣческой жизни. Но простыя вещи и есть самыя трудныя, а секретъ успѣшнаго научнаго движенія кроется въ отсутствіи для преемниковъ необходимости вповь пережить и выстрадать скрытую работу предшественниковъ, или даже имѣть о ней хотя бы какое нибудь представленіе.

Напечатанный мною текстъ сочиненія объ абакѣ состоитъ изъ трехъ частей: 1) письма къ Константину, стоящаго въ началѣ трактата, 2) текста правилъ объ умноженіи, 3) текста правилъ о дѣленіи въ двухъ редакціяхъ.

Изъ этихъ трехъ частей въ вопросѣ о редакціяхъ имѣетъ важное значеніе только третья.

Дѣйствительно, хотя и правила объ умноженіи у насъ напечатаны въ двухъ столбцахъ, однако, здѣсь правый столбецъ не можетъ быть нами принимаемъ за тотъ первоначальный текстъ В, отъ котораго пошли все рукописи категоріи В, а именно  $V_1a$  и  $V_1b$ — $V_2b$ . Весь классъ  $V_1b$  и одна изъ рукописей класса  $V_1a$  (именно Моп F) имѣютъ, оказывается, правила объ умноженіи совершенно сходнаго съ одной изъ рукописей класса А, именно Раг На (А), расположенія. Это расположеніе и этотъ текстъ и есть, слѣдовательно, древнѣйшій. Онъ подвергся нѣкоторой передѣлкѣ (см. Gerberti Opp. Math. p. 9 var. e) въ рукописяхъ  $A_2a$ , какъ это видно изъ двухъ рукописей этого класса, въ которыхъ правила объ умноженіи не выброшены, именно Раг К и Сагн В (въ дальнѣйшемъ развитіи этого класса въ  $A_3a$  письмо и правила умноженія совсѣмъ выброшены), и перестановкѣ въ  $V_2a$ . Отсюда слѣдуетъ, что въ текстѣ В правила объ умноженіи подверглись перестановкѣ (въ этомъ и состоитъ ихъ главное отличіе: они сгруппированы болѣе систематично, по группамъ съ одинаковымъ множимымъ) уже послѣ того, какъ отъ этого текста отдѣлился классъ рукописей  $V_1b$  и была написана одна изъ первыхъ рукописей класса Ва, а именно  $V_1a$ , т. е. Моп F. Поэтому объясненіе этихъ измѣненій въ правилахъ объ умноженіи относится къ четвертой главѣ, гдѣ говорится о дальнѣйшемъ развитіи текста В уже послѣ того, какъ онъ сложился въ редакцію, лежащую въ основаніи всехъ рукописей класса В, т. е. Ва и Вb, что разъяснено въ третьей главѣ. Тамъ же будетъ сказано нѣсколько словъ и о попыткахъ преобразованія первоначальнаго расположенія этихъ правилъ въ рукописяхъ класса  $A_2b$ , именно въ Раг К, Сагн В.

Что касается письма къ Константину, стоящаго въ началѣ трактата, то оно является общимъ обѣимъ редакціямъ. Его, правда,

нѣтъ въ нѣкоторыхъ рукописяхъ текста А (т. е. въ классѣ  $A_2b$  Rot, Chr Bb съ копіями: Par Lb, Par Mb), и текста В (Mon D, Mon F), но это нисколько не разрываетъ его связи съ нашими текстами, такъ какъ, во-первыхъ, молчанію этихъ непогихъ противоположается положительное свидѣтельство многихъ рукописей, а, во-вторыхъ, отсутствіе письма въ нихъ находитъ себѣ вполне удовлетворительное объясненіе. Переписчики Rot и Chr Bb интересовались только самою важною и сложною частью трактата, именно правилами о дѣленіи: ясныя и понятныя правила объ умноженіи они выпустили. Они могли, слѣдовательно, оставить въ сторонѣ и находившееся передъ правилами умноженія въ ихъ оригиналѣ письмо къ Константину. Для Mon D отсутствіе этого письма объясняется фрагментарнымъ состояніемъ той тетради, fol. 97 r—98 v, гдѣ находится нашъ трактатъ: здѣсь передъ fol. 97 r вырѣзаны листы, а потому на fol. 97 r текстъ начинается съ середины правилъ объ умноженіи (см. текстъ часть I р. 10 var s). Отсутствіе письма въ Mon F тоже, очевидно, объясняется случайностью, такъ какъ мы находимъ его во всѣхъ рукописяхъ того же класса Ba. Во всѣхъ тѣхъ рукописяхъ, гдѣ это письмо находится, за исключеніемъ всего лишь трехъ: Par Na, Chr A и Vat C, оно озаглавлено: „Constantino (Chr Ba, Par La, Par Ma: Theophilo) suo Gerbertus (MC, Lgd, Vat A, Vat B: „G“) scolasticus“. Въ рукописи Chr A это заглавіе обратилось въ „De numeris abaci Girberti regula docti“, а въ Vat C въ „Incipiunt multiplicationes G. ad Constantinum“, такъ что имя Герберта все же является. Его нѣтъ только въ одной рукописи Par Na, гдѣ заглавіе письма, очевидно, по недосмотру выпущено, но гдѣ дальше въ письмѣ все же появляется имя Константина въ сокращенномъ видѣ „Const.“. Итакъ, авторомъ письма является вездѣ согласно Гербертъ. Только относительно адресата замѣчается колебаніе. Именно въ двухъ древнихъ рукописяхъ класса  $B_2b$ , Chr A и Chr Ba (съ позднѣйшими копіями), является имя Теофила: въ первой въ текстѣ письма („Theophile“), во второй и въ текстѣ и заглавіи („Theo Philo“). Но, такъ какъ въ третьей рукописи того же класса, а именно  $B_2b$ , т. е. Br B мы имѣемъ опять таки заглавіе „Constantino suo Gerbertus scolasticus“, то, очевидно, что въ Chr A и Chr Ba мы имѣемъ дѣло съ ошибкой, которая, вѣроятно, сначала была сдѣлана въ текстѣ (Chr A, Chr Ba) и потомъ уже была перенесена въ заглавіе (только въ Chr Ba). Дѣйствительно, въ оригиналѣ класса Bb была въ текстѣ письма несомнѣнно какая то неясность. Имя адресата было написано неясно, можетъ быть, сокращено, какъ, напримѣръ, въ Par Na: „Co“, и въ добавокъ сокращеніе



испорчено. По крайней мѣрѣ, переписчикъ Bg B счелъ его почему то нужнымъ пропустить въ своемъ текстѣ, хотя онъ и зналъ адреса изъ заглавія. Переписчики же Chr A и Chr Ba могли принять это испорченное сокращеніе за „Theo“ (см. Chr Ba: Theo Philo), которое они дополнили въ „Theophile“. Не даромъ же въ текстѣ письма въ Chr Ba это имя является на выскобленномъ мѣстѣ, что показываетъ, что и у переписчика Chr Ba были тѣ же сомнѣнія, которыя заставили переписчика Bg B совсѣмъ его выпустить въ этомъ мѣстѣ.

Итакъ, подлинное заглавіе письма въ нашемъ трактатѣ есть „Constantino suo Gerbertus scolasticus“. Константинъ, какъ лицо, переписывавшееся съ Гербертомъ по разнаго рода вопросамъ, между прочимъ и математическимъ, извѣстно намъ хорошо изъ переписки Герберта. Онъ происходилъ изъ весьма знатной фамиліи, былъ сначала преподавателемъ (схоластикомъ) въ монастырѣ Fleury (S. Benoît-sur-Loire), а потомъ въ 989—995 годахъ сдѣлался аббатомъ Mici. Онъ былъ въ дружескихъ отношеніяхъ къ Герберту. Въ одномъ изъ писемъ, помѣщенныхъ въ сборникѣ и написанныхъ въ концѣ 995 или началѣ 996 г., Гербертъ титулуетъ его „аббатомъ Mici“<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Ed. *Havet* opp. 86 Constantino scolastico“, 92 „vel in musica perdiscenda, vel ex his, quae fiunt ex organis, per Constantinum Floriacensem supplere curabo. Est enim nobilis scolasticus, adprime eruditus, michique in amicitia conjunctissimus“, 142 „A episcopus N et G (sc. Gerbertus) scholaris abbas Constantino scolastico (cod P: suo), 143 „Constantinus ad Girbertum“, 191 „Ger. Constantino Miciacensi abbati“. см. затѣмъ еще письма чисто математическія къ Константину, напечатанныя Gerb. Opp. Math. pp. 2:—35. Время написанія opp. 86, 92, 142, 143, 191 см. *Бубновъ*, Сборникъ писемъ Герберта, II, pp. 380, 405, 565, 566, 823 и 824 Въ ep. 86 близко предстоящей датой является 17 августа 986 года въ ep. 92 подъ „прошлой“ разумѣется осень 986 года. ep. 142 и 143 написаны въ концѣ 988 (ep. 142 предстоящей датой является 13 января 989) около времени избранія аббатомъ Fleury Аббона, Константинъ все еще во Флери, гдѣ онъ былъ схоластикомъ, т. е. учителемъ въ монастырской школѣ, ep. 191 относится къ концу 995 или началу 996 (*Havet*, p. 178 п. 2 опредѣляетъ неточно 992—995) Отсюда слѣдуетъ, что Константинъ сдѣлался аббатомъ Mici въ 989—995 годахъ. А изъ „Vita Gauzlini, abbatis Floriacensis“, написанной въ половинѣ XI вѣка Андреемъ изъ Fleury и напечатанной въ *Neues Archiv*, III, 352, мы узнаемъ, что аббатомъ его сдѣлалъ Арнульфъ, епископъ Орлеанскій (972—1003, Gallia Christiana VIII, coll. 1428—1430): „His etenim diebus historia patris Benedicti adventus, quam Constantinus, illius loci (=Fleury) nutritus atque abbatiae Miciacensis honore ab Arnulfo Aurelianensium presule donatus, musicę artis dictaverat pneumaticibus, suasu Helgaudi precentoris permissuque Gauzlini abbatis Floriacensis loco primo insonuit“. О его чуть ли не королевскомъ происхожденіи см. *Бубновъ*, Сборникъ писемъ Герберта II 330, прим. 51.

Въ нашемъ же письмѣ онъ называетъ его „своимъ Константиномъ“. Это можно объяснить скорѣе всего тѣмъ, что Константинъ въ моментъ его написанія еще былъ флерійскимъ схоластикомъ. Въ качествѣ такового, онъ болѣе долженъ былъ интересоваться подобнаго рода вопросами, чѣмъ въ то время, когда на него легли заботы по управленію монастыремъ Мисі. Замѣтимъ точно также, что Гербертъ самого себя называетъ схоластикомъ. Онъ не называетъ себя аббатомъ Боббіо, какимъ онъ былъ съ конца 982 или начала 983 года<sup>2</sup>. Въ концѣ 983 года онъ долженъ былъ оставить свое аббатство и въ началѣ февраля 984 уже былъ въ Реймсѣ. Въ продолженіи 15 лѣтъ онъ сохранялъ за собой лишь номинальное званіе аббата Боббіо. На дѣлѣ его власть въ Боббіо была восстановлена лишь къ сентябрю 998 года Оттономъ III. Впрочемъ, съ 991 года (до поября) Гербертъ съ этимъ званіемъ соединилъ еще званіе реймскаго архіепископа, которое съ апрѣля 998 года было замѣнено званіемъ равенскаго архіепископа, а въ 999 году онъ былъ возведенъ на папскій престолъ подъ именемъ Сильвестра II<sup>3</sup>. Уже въ письмахъ 983 года изъ Боббіо Гербертъ, сожалѣя о своемъ прежнемъ свободномъ положеніи схоластика, называетъ себя „G. quondam liber“, и даже „G. quondam scolasticus“, сознательно противопоставляя свое теперешнее положеніе аббата прежнему свободному положенію схоластика<sup>4</sup>. Онъ продолжаетъ называть себя аббатомъ и послѣ удаленія изъ Боббіо<sup>5</sup>, хотя и понимаетъ, что онъ аббатъ только по имени<sup>6</sup> и иногда называлъ себя въ шутку не монастырскимъ, а „школьнымъ аббатомъ“<sup>7</sup>, такъ какъ онъ продолжалъ по прежнему, какъ это было до 982, руководить реймской школой. Прямо же схоластикомъ онъ не называетъ себя ни въ одномъ изъ писемъ сборника, т. е. написанныхъ имъ между 982 и 998 годами, когда онъ сдѣлался архіепископомъ Равенны. Это и понятно: онъ имѣлъ съ 982 всегда болѣе высокое званіе аббата. Съ 991 года онъ сталъ архіепископомъ, съ 999 папой. Эти высокія званія исключали, разумѣется, скромное званіе учителя монастырской или епископской школы, званіе схоластика.

<sup>1</sup>) Вубновъ, Сборникъ писемъ Герберта II, 9, прим. 20.

<sup>2</sup>) Вубновъ, II, 182, 889 прим. 41, 735 прим. 99, 887, 888 прим. 40.

<sup>3</sup>) Havel ep. 1, 7.

<sup>4</sup>) Ep. 18, 19, 82, 91 (гдѣ монахи Боббіо называются „monachi mei“ и гдѣ упоминаются его „milites“), особенно 117, гдѣ Адальберонъ, арх. реймскій, въ официальномъ письмѣ 988 года называетъ „abbatem Gerbertum“, 161, 179, т. е. въ документѣ объ избраніи его въ 991 году въ реймскіе архіепископы „eligimus nobis archiepiscopum abbatem Gerbertum“.

<sup>5</sup>) Ep. 14: „G. solo nomine officii Ebobiensis coenobii abbas“.

Итакъ, изъ заглавія письма, стоящаго вначалѣ нашего трактата ясно, что оно написано не только до избранія Константина аббатомъ Місі, но даже и до назначенія Герберта аббатомъ Боббіо, а именно въ то время, когда онъ былъ преподавателемъ реймской епископской школы, не имѣвшимъ никакого иного оффиціального положенія, кромѣ званія схоластика, т. е. между 972 и 982 годами. Гербертъ родился нѣсколькими годами раньше 950 г. и былъ отданъ своими родителями въ монастырь св. Геральда въ Орильякѣ (Aurillac) въ Оверни. недалеко отъ Клермона. Здѣсь онъ учился въ монастырской школѣ подъ руководствомъ схоластика Раймунда и при аббатѣ Геральдѣ (другомъ, не святомъ), которыхъ онъ упоминаетъ въ своей перепискѣ. Можетъ быть, въ юношескомъ возрастѣ онъ посѣтилъ еще знаменитыя школы въ Реймсѣ и Флерн. Во всякомъ случаѣ, не позже 967 г. онъ поѣхалъ вмѣстѣ съ проѣзжавшимъ черезъ Орильякъ Борреллемъ, однимъ изъ графовъ испанской марки (а, можетъ быть, уже и маркграфомъ), за Пуриен, гдѣ онъ былъ порученъ Аттопу, епископу города Вика (Ausona), у котораго онъ, по свидѣтельству своего ученика Рихера, учился математикѣ много и съ успѣхомъ. Позднѣйшая (начиная съ нач. XI в., см. Адемара) легенда направила его южнѣе, чѣмъ р. Эбро, прямо къ арабамъ и никакъ не могла рѣшить, гдѣ именно, въ Кордовѣ или Севильѣ (которая во время Герберта была лишь незначительнымъ городкомъ) учился Гербертъ. На самомъ дѣлѣ онъ не учился ни въ Кордовѣ, ни въ Севильѣ, и вообще къ арабамъ не ѣздилъ и ничему у нихъ не учился. Въ 970 г. Гербертъ съ тѣмъ же Борреллемъ и Аттономъ направился изъ Вика въ Римъ къ папѣ Іоанну XIII, который представилъ молодого ученаго императору Оттону I, вѣроятно, на Рождествѣ 970. При дворѣ Оттона I Гербертъ пробылъ около двухъ лѣтъ. Молодой Оттонъ II, которому было лѣтъ 16, присутствовалъ иногда на лекціяхъ юнаго ученаго. Гербертъ былъ конечно, свидѣтелемъ бракосочетанія Оттона II съ византійской принцессой Теофано, состоявшемся въ Римѣ 14 апрѣля 972 г. Тутъ же въ это время былъ Адальберонъ, архіепископъ Реймса, а вскорѣ ко двору прибылъ и Гераннъ, архидіаконъ реймскій, большой знатокъ тривіума, который былъ недостаточно хорошо извѣстенъ Герберту. Жажда знанія заставила Герберта бросить дворъ. Въ концѣ лѣта 972 г. онъ пріѣхалъ въ Реймсѣ и, участь самъ, приступилъ къ преподаванію. Такъ сдѣлался онъ схоластикомъ въ Реймсѣ <sup>8)</sup>.

<sup>7)</sup> Ep. 142: „G. scholaris abbas“.

<sup>8)</sup> См. *Richeri*, *Historiarum* I. III, сс. 43—54. *Вубновъ*. Сб. писемъ Герб. II, стр. 11—36.

Если въ только что изложенную біографію первой половины жизни Герберта мы вставимъ свѣдѣніе, сообщаемое Гербертомъ въ нашемъ письмѣ къ Константину, именно, что онъ уже въ продолженіи нѣсколькихъ лустровъ (пятилѣтій) не имѣлъ ни книги объ абакѣ, ни упражненія въ немъ<sup>9)</sup>, то намъ станетъ совершенно ясно, что письмо къ Константину не могло быть написано въ началѣ дѣятельности Герберта въ Реймсѣ въ качествѣ схоластика, а лишь въ концѣ ея, т. е. значительно ближе къ 982 г. Тогда только указанный Гербертомъ періодъ въ нѣсколько лустровъ, которому мы не придаемъ значенія точнаго хронологическаго опредѣленія, по которому все же врядъ ли можетъ быть менѣе десяти лѣтъ, вполне подойдетъ себѣ мѣсто въ его біографіи. Книгу объ абакѣ онъ имѣлъ въ своихъ рукахъ, очевидно, во время своихъ математическихъ занятій въ школѣ во второй половинѣ шестидесятыхъ годовъ X в. Затѣмъ, послѣ короткаго пребыванія въ Испаніи, онъ въ 970 г. уже находится въ Римѣ, а къ 972 попадаетъ въ Реймсѣ и уже болѣе не видитъ той книги, по которой онъ изучалъ искусство вычислять на абакѣ. Итакъ, письмо Герберта вмѣстѣ съ трактатомъ не могло быть написано ранѣе періода 980—982 г., а самый трактатъ, написанный по просьбѣ Константина, знаменуетъ собой возвращеніе Герберта къ давно оставленнымъ занятіямъ абакомъ, при чемъ онъ оказывается въ состояніи возстановить по памяти затверженныя, очевидно, наизусть формулообразныя правила своего учебника. Затѣмъ подъ влияніемъ этого толчка онъ вводитъ абакъ въ сферу своего преподаванія въ Реймсѣ и вызываетъ у одного изъ своихъ учениковъ—Рихера, восхищеннаго этимъ преподаваніемъ, желаніе познакомить читателя въ нѣсколькихъ словахъ и виѣшнимъ образомъ съ гербертовскими операціями на абакѣ. Насколько все вышеизложенное справедливо и насколько интересъ самаго Герберта въ восьмидесятихъ годахъ къ абаку, которымъ онъ къ этому времени подъ влияніемъ обстоятельствъ сталъ вновь заниматься, былъ силенъ, это видно изъ того, что, вернувшись послѣ годового приблизительно отсутствія уже въ качествѣ аббата Боббіо въ началѣ 984 г. въ Реймсѣ и попавъ вновь въ свою прежнюю ученую среду, онъ дѣлаетъ попытку достать себѣ правила объ умноженіи и дѣленіи чиселъ. Такъ уже въ апрѣлѣ приблизительно 984 г. Гербертъ проситъ Бонифилія, епископа Жироны въ испанской маркѣ, о томъ, чтобы тотъ прислалъ на имя реймскаго архіепископа Адалъберона

<sup>9)</sup> „... cum aliquot lustra jam transierint, ex quo nec librum, nec exercitium harum rerum habuerimus“.

сочиненіе Іосифа Испанца объ умноженіи и дѣленіи чиселъ<sup>10</sup>. Еще нѣсколько раньше, получивъ извѣстіе, что нѣкій аббатъ Варперіи, проѣзжая черезъ Орильякъ, оставилъ въ монастырѣ св. Геральда экземпляръ этого сочиненія, онъ обращается съ той же просьбой къ аббату монастыря Геральду<sup>11</sup>. Какъ видно изъ выраженій, въ которыхъ Гербертъ обращается къ Боицилію, содержаніе трактата Іосифа было ему неизвѣстно, откуда слѣдуетъ, что это сочиненіе не есть та книга, по которой Гербертъ когда то учился абаку, и въ ней даже, можетъ быть, рѣчь шла о другихъ методахъ умноженія и дѣленія. О ея существованіи Гербертъ узналъ должно быть отъ самаго Варненія, который могъ оставить эту книгу въ Орильякъ во время своего путешествія въ Реймсъ. Здѣсь онъ засталъ въ полномъ разгарѣ интересъ къ подобнаго рода вопросамъ и своимъ сообщеніемъ о книгѣ Іосифа возбудилъ въ Реймсѣ желаніе имѣть ее. Получилъ ли Гербертъ эту книгу, или нѣтъ, намъ неизвѣстно.

Установленная мною впервые точная датировка письма Герберта къ Константину, а равно и другія, высказанныя только что соображенія о книгѣ, по которой учился самъ Гербертъ и о книгѣ Іосифа имѣютъ громадное значеніе при опредѣленіи источниковъ математическихъ знаній реймскаго схоластика. Я отношу это сочиненіе къ 980 приблизительно году, но никакъ не позже 982 года, между тѣмъ какъ до сихъ поръ его отодвигали<sup>12</sup> къ 987 и 996, 997 и даже 999 годамъ, забывая, что въ серединѣ 996 г. Гербертъ уже оставилъ Францію, чтобы болѣе туда не возвращаться, что Рихеру это сочиненіе уже извѣстно въ 996—998 г. и что ученая переписка трудно поддерживается на такомъ для того времени громадномъ разстояніи, а тѣмъ болѣе въ тѣхъ печальныхъ условіяхъ, въ кото-

<sup>10</sup>) *Havet*, ep. 25, (см. *Бубновъ*, Сборникъ писемъ Герберта II 221): „De multiplicatione et divisione numerorum, Ioseph sapiens sententias quasdam edidit, eas pater meus Adalbero Remorum archiepiscopus vestro studio habere cupit“.

<sup>11</sup>) *Havet*, ep. 17 „De multiplicatione et divisione numerorum libellum a Joseph Hispano editum abbas Warnerius penes vos reliquit, ejus exemplar in commune rogamus“. Личность Варненія совершенно неизвѣстна, см. *Бубновъ* II 204 прим. 67.

<sup>12</sup>) Къ 987 г. *Colombier*, Regestum de Gerbert (Études religieuses historiques et littéraires IV p. 448). *Hock*, Gerbert (1837) p. 192 къ періоду 995—999, pp. 147, 148 ко времени похода Оттона III въ Италію противъ Кресценція, который онъ относитъ къ 996 г., но во всякомъ случаѣ къ тому времени, когда Гербертъ былъ на службѣ у Оттона III (съ 995 г.). Тоже *Werner*, Gerbert p. 74 и другіе.

рыхъ находился между 996—998 годами Гербертъ. Последнее сохранившееся въ сборникѣ письмо къ Константину адресовано уже „къ аббату Мисі“ и написано въ концѣ 995 года. Изъ него, а также изъ написаннаго около того же времени письма къ Сигуину, архіепископу Sens, да вообще изъ всѣхъ сохранившихся писемъ 995—997 видно, что Гербертъ былъ всецѣло занятъ своими собственными злоключеніями. Папа не призналъ его избраніе въ реймскіе архіепископы законнымъ, низложилъ его, а онъ организуетъ во Франціи епископскую оппозицію папѣ. Григорій V на соборѣ въ Римѣ 25 мая 996 г. объявляетъ его узурпаторомъ и зоветъ всѣхъ участвовавшихъ въ его избраніи епископовъ на судъ въ Павію. Въ концѣ іюня или началѣ іюля 996 года Гербертъ оставляетъ навсегда Францію и съ тѣхъ поръ находится то въ Италіи, то въ Германіи, то при дворѣ Оттона III, то хлопочетъ передъ папой, пока, наконецъ, на павійскомъ соборѣ начала 997 г. окончательно не прогнываетъ своего дѣла. Въ 998 году Оттонъ III дѣлаетъ его равенскимъ архіепископомъ, а черезъ годъ папой. Гдѣ же ему было, спрашивается, посвящать свое вниманіе вопросу объ абакѣ и писать по этому поводу своему старому другу Константину? Константинъ остался далеко во Франціи, которую Гербертъ, убѣжденный сторонникъ имперіи Оттоновъ, почти всегда считалъ за мѣсто изгнанія<sup>13</sup>.

Если бы мнѣ показали въ числѣ сочиненій Бэды текстъ, идентичный съ текстомъ того трактата, который слѣдуетъ за письмомъ къ Константину, написаннымъ, какъ мы видѣли, около 980 г., я нисколько бы не удивился. Вѣдь Гербертъ въ своемъ письмѣ къ Константину самъ говоритъ, что онъ въ сущности возстановляетъ по памяти и по возможности буквально ту книгу, которой онъ не видѣлъ уже много лѣтъ, а не пишетъ что-нибудь оригинальное. Эта книга существовала, слѣдовательно, до Герберта и могла находиться въ рукахъ Бэды и даже принадлежать его перу. Я сказалъ бы только: славная была память у Герберта. Но если бы мнѣ указали трактатъ, идентичный съ нашимъ и притомъ имѣющій во главѣ письмо къ Константину, и сказали бы, что все это вышло изъ подъ пера Бэды, то я послѣ всего только что изложеннаго могъ бы съ абсолютной увѣренностью утверждать, что это или сознательная ложь, или неосновательное предположеніе. Сознательной лжи

<sup>13</sup>) См. Бубновъ II 822 (ер. 191), 823 (ер. 192), 852 (ер. 204), 853 (ер. 205), 855 (ер. 208), 864 и всю главу XII.

въ почтенныхъ издателяхъ Бэды я не имѣю ни малѣйшаго основанія предполагать. Я имѣю, слѣдовательно, одно лишь возможное объясненіе появленія имени Бэды въ заглавіи нашего трактата „Bedaе presbyteri praefatio in libellum de numerorum divisione“, а именно: въ рукописи Лефевра, которой пользовались издатели Бэды, заглавіе „Constantino suo Gerbertus scolasticus“ вышло, подобно тому, какъ это случилось въ Par. На, и издатели взяли свое заглавіе изъ простаго предположенія. Эта ошибка пошла потомъ и въ рукопись Val, являющуюся, какъ намъ извѣстно, копией съ рукописи Лефевра. Здѣсь fol. 128 r. было написано „De numeris. Bedae presbyteri praefatio in libellum de numerorum divisione ad Constantinum suum“. Загѣмъ это зачеркнуто и написано новое заглавіе: „Epistola Gerberti in libellum de numerorum divisione. Constantino suo“<sup>14</sup>.

Если такимъ образомъ авторство Бэды оказывается не больше, какъ ошибочнымъ предположеніемъ, неподкрѣпленнымъ авторитетомъ рукописей, то что сказать объ Оттонѣ III, какъ лицѣ, къ которому нашъ трактатъ будто бы адресованъ? Одна изъ рукописей нашего трактата, а именно Mon D (München 14689), помѣщаетъ вслѣдъ за текстомъ трактата слѣдующее, относящееся къ нему замѣчаніе: „Cesaris Ottonis studio . . . . . (пропускъ одного слова; имени?) geometres. Explicit lectiones vel regule Gerberti super abacum“, т. е. „для занятій Оттона Кесаря . . . . . геометръ. Кончаются чтенія или правила Герберта объ абакѣ“. Эта замѣтка мюнхенской рукописи будетъ мною подвергнута тщательному анализу въ другомъ мѣстѣ<sup>15</sup>. Мы тамъ увидимъ, что Оттонъ мюнхенской рукописи никто иной, какъ Оттонъ III, а геометръ, посвящающій ему свое сочиненіе не Гербертъ, а одинъ изъ лотарингскихъ ученыхъ, по всей вѣроятности, Адальбольдъ. Этотъ лотарингскій ученый составилъ для Оттона III, можетъ быть, по его желанію (studio), или только посвятилъ Оттону III, въ качествѣ руководства для занятій его (studio), составленный имъ

<sup>14</sup>) См. выше стр. 7. Рукопись Val. описана мной въ „Сборн. пис. Герберта I 128—146, а математическая часть ея и въ Gerberti Opp. Math. pp. LXVII—LXX. Что она копія съ рукописи Лефевра, это кромѣ вариантовъ подтверждается еще и помѣтками на Val, гдѣ встрѣчается имя „Mr Lefevre“. См. выше стр. 7. Büdinger pp. 34, 35 серьезно оспариваетъ принадлежность этого трактата Бэдѣ и приводитъ нѣсколько мотивовъ, но они теперь не имѣютъ значенія.

<sup>15</sup>) Въ сочиненіи *Абакъ и арабы*, каковое сочиненіе вскорѣ выйдетъ. Въ связи этого сочиненія лучше объяснится настоящее значеніе этой замѣтки.

сборникъ произведеній по абаку, уже появившихся до 995 года, когда Отгонъ III занимался абакомъ. Этотъ, какъ мы его называемъ, древнѣйшій сборникъ абацистовъ, состоялъ первоначально изъ трехъ сочиненій: Герберта, Герингера и анонима (о дробяхъ на абакѣ). Потомъ въ него начали входить и другія произведенія, напримѣръ, комментарий на Герберта, написанный между 999—1003 г.<sup>16</sup> Сочиненіе Герберта находилось въ головѣ и при немъ стояло общее заглавіе сборника, въ которомъ указывалось, для кого и кто составилъ сборникъ. Замѣтка мюнхенской рукописи есть осколокъ этого заглавія или извлеченіе изъ него, поставленное переписчикомъ мюнхенской рукописи въ концѣ сочиненія Герберта, во всякомъ случаѣ неудачно. Дѣло въ томъ, что мюнхенская рукопись принадлежитъ къ классу  $V_3a$  текста Герберта, а во всѣхъ рукописяхъ классовъ  $V_{1a}$ — $V_{7a}$  въ началѣ стоитъ письмо Герберта къ Константину, которое ставитъ внѣ сомнѣнія адресата сочиненія Герберта. Правда, въ нашей рукописи нѣтъ этого письма, но это обстоятельство нельзя эксплуатировать въ смыслѣ предположенія о существованіи такихъ экземпляровъ трактата, гдѣ письмо Герберта къ Константину было бы замѣнено письмомъ его же къ Оттону III. Дѣло въ томъ, что пропускъ письма къ Константину въ мюнхенской рукописи совсѣмъ не намѣренный, а случайный. вмѣстѣ съ письмомъ выскочила и часть правилъ умноженія и выскочила просто по тому, что впереди вырѣзаны листки и на сохранившихся листкахъ текстъ прямо начинается съ середины правилъ умноженія (Gerb. Opp. Math. p. 10 var. s). Принадлежность рукописи къ классу  $V_3a$  служитъ лучшей порукой тому, что и выскочившія части ничѣмъ не отличались отъ аналогичныхъ частей рукописей  $V_{1a}$ — $V_{7a}$ , т. е. въ началѣ стояло число къ Константину. Нигдѣ нѣтъ рукописи, гдѣ въ началѣ нашего трактата стояло бы письмо къ Оттону III, изъ котораго можно было бы объяснить замѣтку мюнхенской рукописи. Да такой рукописи и быть не могло. Донельзя краткое руководство Герберта было вызвано къ появленію на свѣтъ Божій запросомъ его ученаго друга, Константина, который уже былъ знакомъ съ абакомъ и потому могъ его уразумѣть по намекамъ. Оно написано было 980 г., когда Отгонъ III былъ еще младенцемъ. Было бы очень мудрено, если бы ученый реймскій схоластикъ не менѣе, чѣмъ 15 л. послѣ того, послалъ бы въ качествѣ руководства эту свою въ сущности краткую справку

<sup>16</sup>) См. *Vubnov Gerberti Opp. Math pp. 294—296*. См. выше стр. 2, прим. 4.



едва начинавшему свое математическое образованіе Оттону III. Онъ, вѣроятно, не полѣнился бы написать для своего друга и что нибудь болѣе удобопонятное. То, чего не сдѣлалъ Гербертъ, то сдѣлалъ лотарингскій схоластикъ, знавшій, что Оттонъ III интересуется абакомъ, и потому составившій посвященный ему сборникъ древнѣйшихъ произведеній объ абакѣ, гдѣ гербертовскій трактатъ фигурируетъ уже не одинъ, а въ сопровожденіи другихъ, болѣе удобопонятныхъ. Какъ бы то ни было, правится, или не правится кому либо мое объясненіе появленія замѣтки мюнхенской рукописи, ясно одно, что трактатъ Герберта объ абакѣ писанъ около 980 г. во всякомъ случаѣ для Константина, а не для младенца Оттона III.

Итакъ, Оттонъ III, въ качествѣ адресата нашего трактата, ни въ какомъ случаѣ не можетъ вытѣснить Константина.

Другое письмо къ Константину, находящееся въ рукописи Vat C въ текстѣ нашего трактата, будетъ нами рассмотрѣно въ отдѣльной главѣ ниже <sup>17</sup>, такъ какъ оно сохранено намъ только въ рукописи Vat C, а эта послѣдняя рукопись представляетъ собой одинъ изъ позднихъ фактовъ развитія текста В.

Общее заключеніе изъ всего этого изслѣдованія слѣдующее.

Разбираемый здѣсь трактатъ о правилахъ умноженія и дѣленія на абакѣ вмѣстѣ съ перазрывно съ нимъ связаннымъ письмомъ, стоящимъ въ началѣ его, написанъ Гербертомъ (а не Бэдой) къ Константину (а не къ Теофилу или Оттону II или III) изъ Флери, бывшему тогда или ученикомъ, или уже схоластикомъ школы этого монастыря, въ бытность Герберта реймскимъ схоластикомъ (972—982), много лѣтъ спустя послѣ первыхъ занятій Герберта абакомъ въ отроческомъ возрастѣ, т. е. около 980 года. Этотъ трактатъ попалъ въ древнѣйшій сборникъ абадистовъ, составленный въ Лотарингіи для Оттона III или посвященный ему, свѣдѣніе о чемъ и сохранилось въ помѣткѣ одной изъ рукописей (Mon. D). Сочиненіе Іосифа Мудраго объ умноженіи и дѣленіи чиселъ, присылки котораго Гербертъ ожидалъ въ нач. 984, могло быть получено имъ лишь послѣ написанія своего сочиненія объ абакѣ и не было тѣмъ учебникомъ, по которому онъ самъ учился.

---

<sup>17)</sup> См. главу V.

### ГЛАВА Ш.

Двѣ редакціи сочиненія Герберта объ абакахъ: гербертовская А и негербертовская В.

Лишнія главы, части и заглавія главъ въ текстѣ В.

Достаточно самаго бѣлаго взгляда на текстъ правилъ о дѣленіи (Gerb. Orr. Math. pp. 12—22), чтобы увидѣть, что: 1) въ текстѣ В (правый столбецъ) есть нѣсколько такихъ главъ, которыхъ нѣтъ въ текстѣ А (лѣвый столбецъ), а именно В II 3, 5, 6, 9;— 2) въ текстѣ В главы В II 1, 2 имѣютъ вступительные пассажи, которыхъ нѣтъ въ соответствующихъ имъ главахъ текста А, а именно въ А II 3, 2;—3) въ текстѣ В всѣ главы имѣютъ заглавія, а въ текстѣ А нѣтъ ни одной главы съ заглавіемъ;—наконецъ, 4) глава третья текста А (А II 3) поставлена въ текстѣ В на первомъ мѣстѣ (В II 1).

Наибольшую важность имѣетъ здѣсь фактъ присутствія въ текстѣ В лишнихъ сравнительно съ текстомъ А главъ и частей главъ. Для объясненія этого факта возможно сдѣлать всего лишь два предположенія: или текстъ В получился изъ А посредствомъ включенія въ него новыхъ элементовъ, или же первоначальнымъ является текстъ В, и тогда А образовался изъ В посредствомъ исключенія нѣкоторыхъ главъ и частей главъ. Которое изъ этихъ предположеній правильно? Какъ мы сейчасъ увидимъ, только первое.

Это ясно прежде всего изъ слѣдующаго общаго соображенія. Текстъ правилъ о дѣленіи, даже въ редакціи В, все же еще очень кратокъ, формулообразенъ, для того, чтобы кому нибудь изъ переписчиковъ могло прійти въ голову сократить его на нѣсколько главъ. Мы видимъ, что эти правила вызываютъ, напротивъ, рядъ подробныхъ комментаріевъ, имѣющихъ цѣлью разъяснить ихъ фор-

мулообразныя предписанія о способахъ дѣленія на абакъ<sup>1</sup>. Съ другой стороны, намъ извѣстно, какъ охотно принимались переписчиками въ текстъ разнаго рода ему первоначально чуждыя глоссы и распространенія. Весьма поэтому вѣроятно, что первоначальный текстъ А могъ такимъ путемъ дорости до вида В.

Анализъ содержанія текстовъ А и В превратитъ сейчасъ эту вѣроятность въ достовѣрность<sup>2</sup>.

Познакомимся сначала съ правилами въ редакціи А.

А II 1 заключаетъ въ себѣ правила о дѣленіи десятковъ, сотенъ и тысячъ на единицы.

А II 2 налагаетъ правило дѣленія десятковъ на дѣлители, состоящіе изъ десятковъ сложенныхъ съ единицами, напр.:  $70:17$ ,  $87:24$ .

Конецъ этой главы даетъ краткое указаніе на необходимую модификацію этого правила въ случаѣ, когда тотъ же дѣлитель, состоящій изъ десятковъ и единицъ, дѣлитъ высшія числа: сотни и тысячи; напр.:  $700:17$ — $8700:24$ . Модификація эта состоитъ въ необходимости одну изъ дѣлимыхъ сотенъ или тысячъ превратить („разсыпать“ „*dissipare*“) въ десятки или тысячи.

А II 3 даетъ правило дѣленія въ тѣхъ случаяхъ, когда дѣлимое и дѣлитель числа одинаковаго порядка, напримѣръ, когда оба или десятки (безъ единицъ), или сотни (безъ десятковъ и единицъ), или тысячи (безъ сотенъ, десятковъ и единицъ). Тотъ случай, когда дѣлимое и дѣлитель единицы не упомянуть, ибо для каждаго было ясно, что дѣленіе въ такомъ случаѣ есть послѣдовательное вычитаніе дѣлителя изъ дѣлимаго. Разъясненъ въ этой главѣ лишь вопросъ, примѣнимо ли это коренное и элементарное правило и при дѣленіи десятковъ на десятки, сотни на сотни и т. д.; напр.  $50:20$ ,  $600:300$ ,  $8000:3000$ . Оказывается, что да. Если въ этой главѣ объяснялся бы и способъ дѣленія единицъ на единицы, то это элементарнѣйшее правило дѣленія должно было бы фигурировать первымъ. Но, такъ какъ оно, какъ предполагавшееся извѣстнымъ, совсѣмъ не упомина-

<sup>1</sup>) См *Commentarii in Gerberti regulas* №№ I, II, III, IV (*Gerb. Opp. Math.* pp. 245—284). Абацисты XI в. считали правила Герберта черезчуръ краткими (см. *Bernelinus*, *Gerb. Opp. Math.* p. 383 lin. 17, 20; *Incertus*, *ibid.* 385 lin. 22).

<sup>2</sup>) Чтобы слѣдить за дальнѣйшимъ разсужденіемъ, необходимо собственнo знакомство съ дѣйствіями на абакѣ, но я постараюсь излагать дѣло такъ, чтобы дальнѣйшее было понятно всякому. Объ этихъ дѣйствіяхъ см *Chasles*, *CC. RR. d. séances de l'Ac. Sc. t. XVI* pp. 156—174, 218—246, 281—299. *Friedlein*, *Zeitschr. f. Mathem.* IX pp. 145 ff. На русскомъ языкѣ въ удобопонятной формѣ сущность операций на абакѣ будетъ изложена въ сочиненіи *Арифметическая самостоятельность европейской культуры*, которое вскорѣ выйдетъ.

нуто въ текстѣ А, а глава А II 3 лишь отвѣчаетъ на вопросъ, распространимо ли это правило и на случаи дѣленія другихъ чиселъ одинаковаго, но высшаго чѣмъ единицы, порядка, то первое мѣсто могла занять глава А II 1, гдѣ дѣлителемъ являются единицы, т. е. числа меньшія, чѣмъ меньшій дѣлитель, предполагаемый въ А II 3, гдѣ меньшій дѣлитель есть десятки.

Въ А II 4 дѣлимымъ являются сотни и тысячи, а дѣлителемъ десятки: а) простые, б) сложенные съ единицами, или же дѣлимымъ тысячи, а дѣлителемъ сотни: с) простые или д) сложенные съ десятками; напр. а) 300:20, 350:20, 3000:20, 3562:20, б) 700:17, 8700:24, с) 3000:200, 3562:40, д) 3000:250, 3562:420. Здѣсь случаи а и с есть распространіе правила А II 1, гдѣ дѣлитель состоитъ изъ единицъ, на тѣ примѣры, гдѣ дѣлитель десятки и сотни, а случаи д есть такое же распространіе правила А II 2, гдѣ дѣлитель состоитъ изъ десятковъ съ единицами, на тѣ примѣры, гдѣ дѣлитель состоитъ изъ сотенъ съ десятками. Случай б уже разсмотрѣнъ во второй половинѣ А II 2. Тѣмъ не менѣе мы не можемъ сказать ни, чтобы вторая половина А II 2 была излишней, ни чтобы появленіе случая б въ А II 4 было особенно предосудительнымъ для логичности изложенія повтореніемъ. Если бы не существовало второй половины А II 2, то читатель ничего бы не зналъ о необходимости при дѣленіяхъ, какъ напр. 700:17, 8700:24, обратить („dissipare“) одну изъ 7-ми или 87-ми сотенъ въ десятки, а въ случаяхъ д одну изъ тысячъ въ сотни, такъ какъ объ этомъ необходимомъ дѣйствіи въ А II 4 нѣтъ ни слова. Съ другой стороны, если случай главы А II 2 является въ А II 4 уже во второй разъ, хотя въ сущности лишь въ скрытомъ видѣ, то это произошло вслѣдствіе особенностей формулировки главы А II 4. Авторъ начинаетъ, по видимому, со случаевъ, которыхъ онъ до сихъ поръ не разсматривалъ. „Если захочешь раздѣлить сотни или тысячи на десятки (этого нѣтъ въ А II 1, 2, 3), или тысячи на сотни“ (чего тоже нѣтъ). Если бы онъ ограничился здѣсь дѣлителями простыми: десятками (безъ единицъ), или сотнями (безъ десятковъ), то тогда мы имѣли бы въ А II 4 лишь новые случаи дѣленія (а и с), а остающійся неразсмотрѣннымъ въ А II 1, 2, 3, 4 случай д могъ бы составить изъ себя новую главу, которая, по аналогіи съ А II 2, начиналась бы словами: „Si volueris per compositum centenum cum deceno dividere millenium“. Но авторъ предпочелъ сгруппировать все въ одной главѣ А II 4 и, какъ видно изъ ея дальнѣйшаго изложенія, понималъ здѣсь подъ дѣлителями, какъ простые десятки и сотни, такъ и сложные. Вслѣдствіе этого случай д попалъ въ главу А II 4, ко-

торая въ такой своей общей формулировкѣ захватила и случай *b*, уже рассмотрѣнный выше въ А П 2, во второй половинѣ, при чемъ одно изъ условій второй половины А П 2 (*dissipatio unius centeni vel milleni in ceteros*), необходимое не только для *b*, но и для *d*, осталось неповтореннымъ. Для *b* оно было ясно изъ предыдущаго, а для *d* подразумѣвалось по аналогіи.

А П 5 разсматриваетъ новый случай дѣленія, а именно гдѣ дѣлителемъ является согня сложенная съ единицами, или тысяча сложенная съ десятками (напр.: 101, 1010), тогда какъ прежде разсматривались лишь сложные дѣлители, состоящіе изъ двухъ рядовъ (въ смежныхъ столбцахъ абака) стоящихъ цифръ.

Наконецъ, А П 6 даетъ правила образованія частнаго для всѣхъ рассмотрѣнныхъ случаевъ, такъ какъ въ А П 1—5 описывались въ сущности лишь операціи, ведшія къ полученію вмѣсто дѣлимаго числа равнаго дѣлителю или меньшаго, а способъ суммированія изъ постепенно получавшихся частичныхъ частныхъ одного общаго частнаго и расположенія по колоннамъ абака этихъ частичныхъ частныхъ не излагался.

Такимъ образомъ, изложеніе правилъ дѣленія въ текстѣ А должно быть признано, хотя и очень краткимъ, но послѣдовательнымъ и логичнымъ, а изучившій этотъ текстъ предполагался умѣвшимъ дѣлить:

I. На простые дѣлители—дѣлимая сложныя или простыя:

A) числа высшаго порядка:

- a) на единицы—числа высшаго порядка: десятки, сотни и тысячи (А П 1)
- b) на десятки—числа высшаго порядка: сотни и тысячи (А П 4)
- c) на сотни—числа высшаго порядка: тысячи (А П 4).

B) числа одинаковаго съ дѣлителемъ порядка (А П 3):

- a) на десятки—десятки
- b) на сотни—сотни
- c) на тысячи—тысячи.

II. На сложные дѣлители:

A) состоящіе изъ двухъ чиселъ, стоящихъ въ двухъ смежныхъ столбцахъ абака:

- a) на десятки съ единицами дѣлить десятки (А П 2)
- b) на десятки съ единицами—сотни и тысячи (А П 2, А П 4)
- c) на сотни съ десятками—тысячи (А П 4).

В) состоящие изъ двухъ чиселъ, стоящихъ въ двухъ, раздѣленныхъ однимъ столбцомъ, столбцахъ абака (А II 5)

а) на сотни съ единицами—сотни

б) на сотни съ единицами—тысячи

с) на тысячи съ десятками—тысячи.

Мало того, разобранные въ текстѣ А случаи дѣленія составляютъ изъ себя довольно полный циклъ, который всякимъ, достигшимъ сущность дѣла, можетъ быть расширяемъ по желанію, напримеръ, на числа высшаго порядка, чѣмъ тысячи, или на дѣлителей, состоящихъ изъ двухъ раздѣленныхъ двумя столбцами абака цифръ или же изъ болѣе, чѣмъ двухъ цифръ.

Итакъ, текстъ А не обнаруживаетъ никакихъ пропусковъ, которые были бы сдѣланы кѣмъ нибудь для улучшения его, не нуждается ни въ какихъ дополненіяхъ, т. е. является другими словами самодовлѣющимъ цѣлымъ, вполне пригоднымъ для того, чтобы наставить на путь истинный ученаго адресата Герберта, Константина, который и самъ былъ порядочнымъ математикомъ.

Перейдемъ теперь къ тексту В и посмотримъ, каково содержаніе тѣхъ главъ и частей главъ, которыхъ нѣтъ въ текстѣ А.

В II 3 заключаетъ въ себѣ правила для дѣленія на простые десятки сотенъ и тысячъ, на простыя сотни тысячъ, и на простыя тысячи чиселъ высшаго порядка, т. е. правило, находящееся въ томъ же текстѣ В ниже въ отдѣльной главѣ В II 7 (=А II 4) съ попыткой расширить его въ одномъ изъ указанныхъ выше направлений, на числа высшаго, чѣмъ тысячи, порядка, которая однако, нисколько не спасаетъ права существованія главы В II 3 рядомъ съ В II 7.

Глава В II 5 есть, какъ это уже предполагать Фридрихъ<sup>3</sup>, не что иное, какъ распространеніе находящейся въ томъ же текстѣ В второй половины В II 4 (=А II 2). Одно изъ двухъ: или вторая половина В II 4, или В II 5, является въ текстѣ В лишнимъ добавленіемъ.

Глава В II 6 учитъ дѣлить сотни и тысячи на сотни съ десятками, или же тысячи и числа высшаго порядка на тысячи съ сотнями: т. е. заключаетъ въ себѣ то, что входитъ въ содержаніе другой главы того же текста В II 7 (=А II 4) съ попыткой расши-

<sup>3</sup>) См. Zeitschrift f. Math. und Phys. IX pp. 153, 154. Cp. Charles, Comptes Rendus de l'Ac. des Sc. XVI (1848) p. 289.

рить это правило и на дѣлители и дѣлимья высшаго порядка, попыткой пехитрой, а главное для хоть сколько нибудь понимающаго дѣлю совершенно ненужной.

Наконецъ В II 9, учащая дѣлить тысячи и числа высшаго порядка на сотни съ единицами, или же тысячи и десятки тысячъ на тысячи съ десятками, есть повтореніе предыдущей главы В II 8 (=А II 5) съ попыткой расширить ея значеніе на десятки тысячъ и выше. для чего уже совершенно не стоило писать отдѣльную главу.

Лишняя сравнительно съ текстомъ А часть главы В II 1 (=А II 3) гласитъ слѣдующее: „При дѣленіи чисель на абакъ десятки относятся къ десяткамъ, сотни къ сотнямъ, тысячи къ тысячамъ, точно также, какъ единицы относятся къ единицамъ“, другими словами: при дѣленіи десятковъ на десятки, сотенъ на сотни, и такъ далѣе, слѣдуетъ поступать также, какъ и при дѣленіи единицъ на единицы, т. е. примѣнять элементарнѣйшее правило дѣленія—последовательное вычитаніе. Такъ какъ совершенно тоже высказывается только другими словами въ слѣдующей за тѣмъ общей обоимъ текстамъ части разбираемой главы (А II 3), то ясно, что лишняя часть ея въ В II 1 есть не болѣе, какъ общее заключеніе изъ общей обоимъ текстамъ части главы, правильное, но ненужное. Авторъ этого заключенія вѣрно понялъ смыслъ разбираемой главы, что при дѣленіи десятковъ на десятки (простые), сотенъ на сотни (простые), и такъ далѣе, слѣдуетъ изъ числа десятковъ или сотенъ, и такъ далѣе, дѣлимаго вычитать последовательно число десятковъ, сотенъ дѣлителя, т. е. другими словами изъ единицъ вычитать единицы, какъ при дѣленіи единицъ на единицы. Усмотрѣвъ это, онъ въ своемъ заключеніи еще прямѣе указываетъ, что дѣленіе чисель высшихъ порядковъ на (простые) дѣлители одного съ ними порядка на абакъ есть въ сущности дѣленіе единицъ на единицы, что въ общей обоимъ текстамъ части А II 3 (В II 1), только подразумевается, какъ ясное само собой. Такимъ образомъ, съ прибавкой этого заключенія и особенно съ прибавкой заглавія, начинающагося словами: „Quomodo singularis dividatur per singularem“, разбираемая глава обогатилась элементарнѣйшимъ и простѣйшимъ случаемъ дѣленія (единиць на единицы), а потому явилось основаніе поставить ее на первое мѣсто, между тѣмъ какъ въ своемъ первоначальномъ видѣ она, какъ мы замѣтили выше<sup>4</sup>, могла вполне по праву стоять на третьемъ мѣстѣ въ текстѣ А. И, дѣй-

<sup>4</sup>) См. стр. 41.

ствительно, въ текстѣ В она передвинута на первое мѣсто, конечно, тѣмъ же лицомъ, которое сдѣлало эти прибавки.

Въ лишней, сравнительно съ текстомъ А части В II 2, читаемъ: „При дѣленіи чиселъ на абакѣ десятки относятся къ сотнямъ и тысячамъ, а сотни къ тысячамъ и десяткамъ тысячъ, а тысячи къ выше ихъ стоящимъ десяткамъ и сотнямъ тысячъ также, какъ единицы относятся къ десяткамъ и сотнямъ и тысячамъ, такимъ образомъ“. Слѣдуетъ общая часть главы А II 1 (В II 2), заключающая въ себѣ правило о дѣленіи десятковъ, сотенъ, тысячъ на единицы, другими словами: приставленное къ общей части вступленіе расширяетъ это правило и на случаи дѣленія сотенъ и тысячъ на десятки, тысячъ на сотни и т. д. Замѣтимъ прежде всего, что въ этомъ вступленіи мы встрѣчаемся опять съ отмѣченнымъ нами уже не разъ въ главахъ, находящихся только въ текстѣ В, стремленіи расширить схему дѣленія, доходящую въ главахъ общихъ обоимъ текстамъ всего лишь до тысячи, и на числа вышшаго порядка. Уже это одно заставляетъ насъ смотрѣть на это вступленіе подозрительно. Но, мало того, лишняя сравнительно съ текстомъ А часть главы В II 2 (А II 1) есть опять таки не болѣе, какъ общее заключеніе, которое всякій понимающій дѣло абацнствъ могъ добавить къ тексту прямо изъ головы, читатель текста А въ частности изъ А II 4, а читатель текста В кромѣ В II 7 (А II 4) еще, и притомъ ближе всего, изъ В II 3. Что для читателя текста В такое заключеніе вытекало прежде всего изъ В II 3 на это указываетъ, общее автору этого заключенія и автору В II 3, стремленіе расширить схему дѣленія и на числа вышшія, чѣмъ тысячи, стремленіе отсутствующее въ главахъ, общихъ А и В, а слѣдовательно и въ А II 4. Итакъ, вступленіе В II 2 и глава В II 3 принадлежать, по всей вѣроятности, одному и тому же автору, не особенно избѣгавшему повтореній.

До сихъ поръ мы склонны были всѣ лишнія сравнительно съ А части текста В считать за одновременно возникшія. Конечно, возможно, что тутъ была извѣстная постепенность, и редакция В принадлежитъ труду не одного, а нѣсколькихъ работниковъ. Но рукописи этого предположенія не подтверждаютъ. Это ясно для В II 5. Оказывается, что въ классѣ А<sub>2</sub>в рукописей, заключающихъ въ себѣ текстъ А, уже находится глава В II 5, но еще нѣтъ другихъ лишнихъ сравнительно съ текстомъ А частей текста В. Мы знаемъ, что В II 5 есть по своему содержанію комментарий ко второй половинѣ В II 4 (=А II 2), и что въ текстѣ В мы имѣемъ рядомъ повтореніе одного и того же нѣсколько другими словами. Со-



составитель архетипа рукописей  $A_2b$  оказался однако достаточно понимающим дѣло, чтобы, сохранивъ найденную имъ, вѣроятно, на поляхъ его оригинала въ качествѣ глоссы къ В II 4=A II 2 главу В II 5 выкинуть, по крайней мѣрѣ, вторую половину В II 4=A II 2, которой, дѣйствительно, и нѣтъ въ рукописяхъ  $A_2b$ . Замѣтить повтореніе въ двухъ рядомъ стоящихъ главахъ и притомъ повтореніе вполне ясное было дѣломъ, впрочемъ, неособенно труднымъ. Мы видѣли, что его замѣтили уже Шаль и Фридлейнъ<sup>5</sup>. Мы знаемъ однако, что оба эти наследователя, которыхъ уже ни въ какомъ случаѣ нельзя упрекнуть въ отсутствіи критическаго такта, не пошли дальше этого и не стали сомнѣваться въ принадлежности дополненій къ главамъ А II 3 (В II 1) и А II 1 (В II 2) и цѣлыхъ главъ В II 3, В II 6, В II 9 къ первоначальному тексту нашего трактата. И у насъ это сомнѣніе созрѣло вѣдь не на основаніи внутренней критики текста. Оно зародилось изъ сравненія множества рукописей, давашаго намъ возможность выбирать между текстами А и В, и было перенесено нами въ область внутренней критики, принося весьма плодотворные результаты. Предположить же, чтобы составитель архетипа рукописей класса  $A_2b$  оказался въ состояніи произвести эту критическую работу на границѣ X и XI вѣка<sup>6</sup>, т. е. чтобы онъ, найдя въ своемъ оригиналѣ все лишнія, сравнительно съ текстомъ А, части текста В, удержалъ изъ нихъ только одну главу В II 5 и выкинулъ все остальныя и еще вторую половину В II (А II 2), усумнившись въ ихъ принадлежности къ первоначальному тексту, разумѣется, совершенно невозможно. Такое сомнѣніе безъ наличности рукописей съ текстомъ А было бы кромѣ того и критически неправильно. Ибо оно вѣдь было бы построено исключительно на предположеніи, что первоначальный текстъ нашего трактата долженъ быть свободенъ отъ всякихъ, хотя бы и отдаленныхъ, повтореній, а такое предположеніе безъ рукописной наличности текста А и даже въ зависимости отъ вопроса объ авторѣ было бы весьма рискованнымъ. Наконецъ, если бы передъ составителемъ оригинала рукописей  $A_2b$  былъ текстъ В въ его теперешнемъ видѣ съ главой В II 1, стоящей въ немъ, какъ мы видѣли<sup>7</sup>, не безъ основанія на первомъ мѣстѣ, то какъ бы онъ могъ додуматься до того, чтобы поставить ее на томъ же мѣстѣ, гдѣ

<sup>5</sup>) См. прим. 3.

<sup>6</sup>) Къ этому времени относится одна изъ рукописей этого класса Par K (Paris Bibl. Nat. 6620).

<sup>7</sup>) См. выше стр. 45. 46.

она опять таки по праву<sup>8</sup> (въ виду отсутствія къ ней вступленія и заглавія), стоитъ въ текстѣ А, т. е. между А II 2 и А II 4?

Итакъ, несомнѣнно, что составитель оригинала рукописей А<sub>2</sub>В пользовался рукописью, гдѣ, во-первыхъ, еще были сохранены порядокъ главъ текста А, во-вторыхъ уже находилось (вѣроятно, на поляхъ) разъясненіе ко второй половинѣ А II 2 (В II 4), именно глава В II 5, но еще безъ заглавія, такъ какъ въ рукописяхъ А<sub>2</sub>В исполнѣ согласно съ первоначальнымъ текстомъ А (Аа) нѣтъ еще заглавій ни при одной главѣ, не исключая и В II 5.

Отсюда опять таки съ несомнѣнностью слѣдуетъ, что В II 5 есть первая прибавка къ тексту А. Это подтверждается кромѣ вышшихъ, основанныхъ на состояніи рукописей, еще и внутренними мотивами. Вторая половина В II 4, дѣйствительно, черезчуръ уже кратко излагаетъ самостоятельный случай дѣленія сотенъ и тысячъ на десятки съ единицами, который уже потому заслуживалъ бы отдѣльной главы и особеннаго вниманія, что въ немъ есть весьма важное усложненіе въ дѣйствіяхъ съ дѣлимымъ, именно: обращеніе одной сотни или тысячи дѣлимаго въ десятки или сотни. Если какое нибудь мѣсто трактата и нуждалось въ дополнительномъ толкованіи, то прежде всего именно вторая половина А II 2 (В II 4), и потому немудрено, что первой прибавкой является разъясняющая ее В II 5.

Опираясь на доказанные мною факты: 1) что первой по времени возникновенія лишней сравнительно съ текстомъ А частью текста В слѣдуетъ считать В II 5; 2) что вступленіе къ правилу В II 2 (А II 1), а слѣдовательно и совершенно съ нимъ аналогичное вступленіе къ В II 1 (А II 3) логически могли появиться послѣ или одновременно съ возникновеніемъ В II 3; 3) что, послѣ появленія В II 5, порядокъ главъ текста еще равенъ порядку главъ текста А; 4) что основаніе къ постановкѣ А II 3 на первомъ мѣстѣ появляется лишь съ появленіемъ вступленія къ ней В II 1, я могу нарисовать такую картину возникновенія текста В.

1. Основа его развитія есть текстъ А: А II 1 (В II 2 безъ вступленія и заглавія), А II 2 (В II 4, безъ заглавія), А II 3 (В II 1, безъ вступленія и заглавія), А II 4 (В II 7, безъ заглавія), А II 5 (В II 8, безъ заглавія), А II 6 (В II 10, безъ заглавія).

2. Между А II 2 и А II 3 появляется В II 5 (безъ заглавія), а все остальное остается по старому. Въ такомъ видѣ текстъ нахо-

<sup>8</sup>) См. стр. 41.

дился передъ составителемъ оригинала  $A_2b$ , или передъ составителями рукописей  $A_2b$ , если они независимы другъ отъ друга.

3. Затѣмъ между А II 1 и А II 2, появляется глава В II 3 (безъ заглавія) и, вѣроятно одновременно съ ней, между А II 3 и А II 4 глава В II 6, а между А II 5 и А II 6 глава В II 9, такъ что текстъ получаетъ слѣдующій видъ: А II 1 (В II 2, безъ вступленія и заглавія), В II 3 (безъ заглавія), А II 2 (В II 4, безъ заглавія), В II 5 (безъ заглавія), А II 3 (В II 1, безъ вступленія и заглавія), В II 6 (безъ заглавія), А II 4 (В II 7, безъ заглавія), А II 5 (В II 8, безъ заглавія), В II 9 (безъ заглавія), А II 6 (В II 10, безъ заглавія).

4. Наконецъ, главы А II 1 (В II 2) и А II 3 (В II 1) получаютъ свои вступленія, уже послѣ этого глава В II 1 (А II 3), а слѣдовательно и всѣ остальные, получила свое заимствованное, впрочемъ, цѣликомъ изъ другого сочиненія объ авакаѣ (см. слѣд. стр.) заглавіе „*Quomodo dividatur singularis per singularem*“ etc., оправдываемое именно только вступленіемъ („*sicut se habent singulares ad singulares*“), а не общей текстамъ А и В частью главы, гдѣ простѣйшій случай дѣленія есть „*dividere decenum per decenum*“<sup>9</sup>. вмѣстѣ же съ появленіемъ такого заглавія явилась и необходимость поставить А II 3 на первое мѣсто, ибо въ ней оказался не существовавшій въ текстѣ А простѣйшій случай дѣленія „*singularis per singularem*“. Такъ образовался, наконецъ, извѣстный намъ текстъ В.

5. Разумѣется, что измѣненія 3 и 4 могли быть сдѣланы и однимъ лицомъ. Въ такомъ случаѣ, послѣдовательность ихъ есть только логическая, а не хронологическая.

Общее заключеніе изъ всего сказаннаго слѣдующее. Лишнія сравнительно съ текстомъ А части текста В:

1. Не заключаютъ въ себѣ ничего такого, чего бы уже не было въ текстѣ А, за исключеніемъ развѣ похвального, но въ виду ясности дѣла совершенно ненужнаго, стремленія расширить схему дѣленій и на числа высшія, чѣмъ тысячи.

2. Вносятъ въ текстъ А нѣсколько ненужныхъ и плохо съ текстомъ А вяжущихся повтореній и общихъ заключеній.

3. Обнаруживаютъ извѣстную, довольно точно, надѣюсь, мною опредѣленную послѣдовательность въ своемъ возникновеніи, показывающую, что онѣ не могутъ принадлежать одному лицу.

<sup>9</sup>) Потомъ уже глоссаторы внесли слова „*singularem per singularem*“ изъ заглавія и въ самый текстъ (см. текстъ А II 3 *Glossa a codd. Vat C, Mon D, Val*).

4. Основой, на которой они постепенно наслаются, является текстъ А.

Этихъ четырехъ выводовъ совершенно достаточно, чтобы съ полной математической точностью сдѣлать изъ всего предыдущаго слѣдующее заключеніе.

Таксть В, какъ образовавшійся путемъ постепеннаго наслоенія на основѣ текста А съ цѣлью объясненія его и потому оказывающійся заключающимъ въ себѣ нѣсколько плохо пригнанныхъ другъ къ другу шероховатостей, въ видѣ ненужныхъ повтореній, общихъ заключеній и стремленія расширить схему дѣленій на числа высшаго порядка, чѣмъ тысячи, не можетъ принадлежать Герберту. Ему, слѣдовательно, принадлежитъ текстъ А.

Гдѣ же и при какихъ внѣшнихъ условіяхъ происходила эволюція текста А въ текстъ В? Тамъ же, конечно, гдѣ вообще сохранились тексты А и В, а они, какъ мы видѣли выше, всѣ почти во всѣхъ градаціяхъ своего развитія являются копіями составленнаго въ самомъ концѣ X вѣка древнѣйшаго сборника абацистовъ, въ которомъ правила Герберта стояли на первомъ мѣстѣ. Въ томъ же сборникѣ находился и обширный комментарий на правила Герберта, обозначенный мною литерою N. Оказывается, что нѣкоторыя изъ заглавій главъ дѣленія въ текстѣ В (въ А заглавій, какъ мы помнимъ, совсѣмъ нѣтъ), а именно заглавія В II 1, В II 2, В II 4, В II 5, В II 7, В II 8 буквально сходны съ заглавіями главъ II 2, 3, 4, 5, 6, 7 въ комментарий, обозначенномъ буквою N. Авторъ комментарія не могъ взять этихъ заглавій изъ трактата Герберта. Его онъ комментировалъ по тексту А<sub>1</sub>, т. е. по очень еще чистому тексту, а въ рукописяхъ А<sub>1</sub> А<sub>2</sub> а и А<sub>2</sub> b нѣтъ заглавій. Слѣдовательно, эти заглавія попали въ текстъ В, когда онъ развивался въ рукописяхъ древнѣйшаго сборника абацистовъ, изъ находившагося въ томъ же сборникѣ комментарія на Герберта, написаннаго между 999—1003 г.<sup>10</sup> Остальныя заглавія составлены по примѣру этихъ. Какого еще лучшаго доказательства надо для установленія факта постепеннаго происхожденія текста В (не ранѣе 999—1003) изъ текста А (около 980 г.)?

<sup>10</sup>) См. выше стр. 1 прим. 2, стр. 2 прим. 4.

## Подлинное сочиненіе Герберта объ абакѣ.

*Филологическій этюдъ въ области исторіи математики.*

### ГЛАВА III.

(Продолженіе).

Вставки въ текстъ А. сдѣланныя съ цѣлью разъяснить его смыслъ (глоссы).

Въ предыдущемъ отдѣлѣ мы наблюдали, что редакторъ В при передѣлкѣ правилъ о дѣленіи приставилъ къ нѣкоторымъ главамъ вступленія, ко всѣмъ главамъ заглавія (взятыя изъ комментатора на Герберта), прибавилъ нѣсколько новыхъ главъ, и, наконецъ, измѣнилъ порядокъ главъ. Это не былъ простой глоссаторъ. Это былъ именно редакторъ. Но это его высокое качество не мѣшало ему выступить и въ болѣе скромной роли глоссатора.

Дѣйствительно, изъ сравненія рукописей В мы приходимъ къ заключенію, что въ текстѣ правилъ о дѣленіи В уже съ самаго его начала были разъяснительныя вставки, глоссы. Онѣ, слѣдовательно, принадлежать тому же человѣку, который придалъ правиламъ дѣленія видъ В, т. е. редактору В.

Насъ интересуютъ, разумѣется, лишь вставки въ гербертовскій текстъ А, но для полноты я укажу и одну вставку редактора В въ текстъ комментатора Герберта. Мы видѣли, что у этого комментатора редакторъ В заимствовалъ заглавія къ отдѣльнымъ главамъ о дѣленіи. Я говорю о глоссѣ В II 4 var. c. Списывая изъ комментатора заглавіе для главы В II 4 (А II 2) онъ нѣсколько измѣнилъ его и прибавилъ совершенно ненужное слово „dividendos“.

Комментаторъ (Gerb. Opp. Math. p. 264 l. 9) ставитъ при своей главѣ III 3 заглавіе: „Quomodo singulares juncti decenis metiantur decenum, centenum, millenum, vel ulteriores, vel simul vel intermisse“. Дѣло тутъ идетъ о дѣлимыхъ сплошныхъ (simul), какъ 115. 2340, или съ пропускомъ одной графы по серединѣ (intermisse), или, какъ мы сказали бы теперь, съ нулемъ или нулями по серединѣ цифръ, какъ напримѣръ: 105, 2040. Смыслъ совершенно понятенъ. Редакторъ В списалъ это заглавіе буквально, но вниматель-

ный единственнаго замѣнили винительнымъ множественнаго: „decenos, centenos, millenos“, пропустилъ „vel ulteriores“, а послѣ „simul“ поставилъ разъясненіе: „dividendos“. Разъясненіе правильное, но излишнее. Какъ видно изъ употребленія выраженій „simul“ и „intermisse“ у абацистовъ, они и безъ всякихъ разъясненій понимали эти условные термины. Гербертъ (въ текстѣ А П 1, а редакторъ В оставилъ текстъ А безъ разъясненія—В П 2) въ первой главѣ своихъ правилъ о дѣленіи говоритъ о „dividere decenum aut centenum aut millenum, vel simul vel intermisse“ (Gerb. Opp. Math. 13 l. 7). Комментаторъ (№ 1) на Герберта разъясняетъ эти техническія термины (Gerb. Opp. Math. 251 l. 28—252 l. 3) въ одномъ мѣстѣ, но затѣмъ повсюду (264 l. 10, 267 l. 10) употребляетъ ихъ безъ ненужнаго объясненія „dividendos“. Прибавка слова „dividendos“ принадлежитъ несомнѣнно редактору В, такъ какъ мы ее находимъ въ обоихъ развѣтвленіяхъ текста В, а именно въ  $V_1 a$  и  $V_1 b$ . Присутствіе ея въ  $V_1 b$  и происходящемъ отсюда классѣ  $V_2 b$  доказывається тѣмъ, что она находится въ рукописяхъ этихъ классовъ  $B_7 B—V_1 b$ ,  $Chr B a—V_2 b$  (и копіяхъ съ  $Chr B a—Pag La$ ,  $Pag Ma$ ). Отсутствіе ея въ  $Pag Hb$  ( $V_2 b$ ) объясняется тѣмъ, что въ этой рукописи стоятъ рядомъ текстъ А ( $Pag Ha$ ) и текстъ В ( $Pag Hb$ ), причѣмъ переписчикъ въ текстѣ В пропускалъ тѣ главы, которыя уже списаны были выше по редакціи А. Къ числу ихъ относится и глава В П 4, а потому, разумѣется, нѣтъ и глоссы „dividendos“. Остается одна рукопись  $Chr A—V_2 b$ , гдѣ эта глосса, стоявшая, вѣроятно, въ В надъ текстомъ пропущена или случайно, или даже сознательно, какъ ни къ чему не нужная. Присутствіе слова „dividendos“ въ развѣтвленіи  $V_1 a$  доказывається тѣмъ, что она есть въ происходящей отсюда  $Mon F$ , и была въ происходящей отсюда же, но независимо отъ  $Mon F$ ,  $V_2 a$ , такъ какъ она находится въ ея потомствѣ  $V_3 a$ ,  $V_4 a$  и  $V_5 a$ . Такимъ образомъ, пропускъ ея въ слѣдующихъ фазисахъ  $V_6 a$ ,  $V_7 a$  и въ отдѣльныхъ рукописяхъ  $V_2 a$  (MS ed. Bedae и копіи съ нея  $Val$ ) и  $V_3 a$  ( $Mon D$ ) объясняется сознательнымъ ея удаленіемъ за ненужностью, или случайными обстоятельствами (напр., нахожденіемъ надъ строкой).

Теперь перейдемъ къ глоссамъ редактора В къ тексту А. Одна изъ нихъ отличается такою же ненужностью, какъ и только что разобранная. Кому изъ абацистовъ не было извѣстно, что, когда говорили „differentia“, то разумѣли разность между дѣлителемъ каждаго разряда и десятью или девятью? Напримѣръ, если дѣлитель 8, то разность (differentia) 2; если дѣлитель 82, то разность 18 (т. е.  $8=10-2$ ,  $1=9-8$ ). Нигдѣ въ абакѣ не берется, да

и не надо брать разности къ дѣлимому. Вездѣ поэтому говорится просто „differentia“ и не прибавляется „divisoris“. Редакторъ В счелъ нужнымъ вставить эту глоссу одинъ разъ въ свою редакцію, а именно въ В II 5 var. с.

Глосса В II 5 var. с: „s. divisoris“, хотя она въ Chr Va (B<sub>2</sub> b) стоитъ и надъ строкой, не можетъ быть признана за позднѣйшую, такъ какъ она встрѣчается и въ независимой отъ Chr Va рукописи Br B (B<sub>1</sub> b) и притомъ въ той же формѣ: „s. (= scilicet) divisoris“ и тоже надъ строкой, да кромѣ того мы наталкиваемся на нее во всѣхъ рѣшительно рукописяхъ класса B<sub>1</sub> a (съ производными до B<sub>7</sub> a), гдѣ она уже, впрочемъ, включена въ текстъ, а потому и оказавшееся излишнимъ „scilicet“ выпущено. Итакъ въ общемъ оригиналъ B<sub>1</sub> a и B<sub>1</sub> b, т. е. въ рукописи В, глосса В II 5 var с уже была, но стояла еще надъ строкой и имѣла видъ: „s. divisoris“, что и передано вѣрно въ B<sub>1</sub> b, а отсюда въ Chr Va и Br B.

Послѣдняя прибавка редактора В къ тексту А и вмѣстѣ съ тѣмъ первая и единственно-необходимая для смысла есть глосса В II 8 (А II 5) var h (Gerb. Opp. Math. 19 l. 1): „solus digitus integram supponit et tum ei, qui ad minuta componenda seclusus est, integra secundabitur“. Уже поэтому она заслуживаетъ большаго вниманія, но она интересна еще и для характеристики способа работы В, и для генеалогіи рукописей В, и какъ наглядное доказательство отсутствія въ оригинальномъ текстѣ Герберта (А) даже дѣйствительно необходимаго. Но для выясненія этого факта необходимо пуститься въ нѣкоторыя подробности объ операціяхъ на абакѣ.

Дѣло идетъ здѣсь о такихъ дѣлимыхъ, какъ 2—9 съ двумя или тремя нулями, выражаясь по современному, или какъ 2—9 въ графѣ сотенъ или тысячъ, выражаясь языкомъ X в., и такихъ дѣлителяхъ, какъ сотни съ единицами или тысячи съ десятками. Напримѣръ 807:302, или 8000:3020. Для абациста, располагавшаго жетоны по столбцамъ абака, здѣсь былъ не одинъ дѣлитель, какъ мы теперь говоримъ, а два: большій (въ данномъ случаѣ 3) и меньшій (въ данномъ случаѣ 2), которые лежали отдѣльно въ столбцахъ абака, не связанныя между собою связью нуля. Характерная черта абацистовъ оперировать по возможности не болѣе, какъ съ двумя цифрами, сказалась здѣсь въ томъ, что меньшій дѣлитель (minutum) покаместъ оставлялся безъ вниманія. Сравнивались между собой только дѣлимые сотни и тысячи и высшій дѣлитель (maximus divisor). Однако, при такой процедурѣ сравнивать высшій дѣлитель, сотни и тысячи, съ дѣлимымъ, тоже сотни и ты-

сячи, частное, которое, конечно, можетъ быть только единицы, могло бы получиться и больше настоящаго, напримѣръ:  $900:302=3$ . Поэтому абацистъ отдѣлялъ (*secludebat*) одну сотню или тысячу отъ дѣлимаго про запасъ для вычета изъ нея произведенія меньшаго дѣлителя (*minutum*) на частное („*ad minuta componenda*“). Отдѣленная сотня или тысяча вполнѣ была достаточна, такъ какъ произведеніе единицъ (частнаго) на единицы (меньшій дѣлитель) не давало никогда сотни или болѣе, а произведеніе единицъ (частное) на десятки (меньшій дѣлитель въ дѣлителяхъ, какъ 3020 и т. п.) никогда не давало тысячи или болѣе. Уменьшенное на единицу дѣлимое сравнивалось съ высшимъ дѣлителемъ. Произведеніе этого дѣлителя на частное вычиталось изъ уменьшеннаго дѣлимаго и получались высшая цифра остатка. Произведеніе меньшаго дѣлителя на частное вычиталось изъ запасной сотни или тысячи, и получались двѣ нисшія цифры остатка. Глосса наша относится къ той фразѣ этой главки, которая учитъ вычитать изъ запасной сотни единицы или десятки, или десятки съ единицами, получающіяся отъ умноженія меньшаго дѣлителя на частное. Случай, когда дѣлимая тысячи, а меньшій дѣлитель десятки не отличается отъ перваго, такъ какъ кто умѣетъ изъ 100 вычесть 4, 60 или 64, тотъ при помощи тѣхъ же правилъ вычтетъ 40, 600 или 640 изъ 1000.

Итакъ, дѣло здѣсь идетъ о вычитаніи изъ такихъ уменьшаемыхъ, какъ 100, 1000 и т. д., такихъ вычитаемыхъ, которыя являются произведеніемъ цифръ двухъ отдѣльныхъ разрядовъ, напр.  $2 \times 6$ ,  $20 \times 6$ ,  $2 \times 60$ ,  $20 \times 30$ ,  $50 \times 6$  и т. д. Произведенія состоятъ, конечно, всегда изъ двухъ значащихъ цифръ или одной. Если ихъ двѣ, то высшая (лѣвая) есть артикуль, а нисшая (правая) есть дигитъ. Если является одна значащая цифра, то надо сообразить, получилась ли она по таблицѣ умноженія, какъ единицы, или какъ десятки. Въ первомъ случаѣ это дигитъ, напримѣръ,  $30 \times 20=600$ ; здѣсь 6 есть дигитъ, такъ какъ получается изъ  $3 \times 2=6$ , положеніе же его на разрядъ выше десятковъ множимаго есть результатъ положенія множителей 3 и 2 каждаго на второмъ мѣстѣ справа. Во второмъ случаѣ это артикуль. Напримѣръ  $50 \times 6=300$ . Здѣсь три есть артикуль, такъ какъ по таблицѣ умноженія  $5 \times 6=30$ , т. е. три десятка (всѣ десятки таблицы умноженія отъ одного до девяти будутъ артикулы). Теперь предположимъ, что мы производимъ вычитаніе этихъ произведеній изъ 100. На абакѣ разность раскладывалась между уменьшаемымъ и вычитаемымъ, а не подъ вычитаемымъ. Ясно, поэтому, что мы получимъ слѣдующее:



100 уменьшаемое

88 разность, т. е. полная разность до 10 для дигита 2 (= 8), и другая разность не полная (на единицу меньшая) для артикула 1

12 вычитаемое, произведеніе  $2 \times 6$ , дающее 12, т. е. 1 артикуль и 2 дигитъ.

Другими словами, абацистъ дѣлать не такъ, какъ мы, раздробляющіе 100 на 10 десятковъ и изъ нихъ переносящіе девять десятковъ въ разрядъ десятковъ, а одинъ, раздробленный въ единицы, въ разрядъ единицъ. Мы получаемъ такимъ образомъ девять въ графѣ десятковъ и десять единицъ въ графѣ единицъ. Ясно что 2 намъ приходится вычитать изъ десяти, а 1 изъ девяти только, стоящихъ въ разрядѣ десятковъ.

Мы стоимъ вполне на логическомъ пути. Абацистъ, предпочитавшій приводящія къ тѣмъ же результатамъ механическія правила, въ данномъ случаѣ всегда мыслилъ себѣ вычитаніе изъ 10 во всѣхъ разрядахъ, но только училъ, когда брать полную разность (perfecta), когда неполную разность, на единицу меньшую. Логики же этого дѣйствія онъ не всегда находилъ нужнымъ объяснять. Силою какихъ обстоятельствъ абацистъ былъ приведенъ къ мысли искать каждый разъ для всѣхъ разрядовъ разность до десяти, или въ зависимости отъ обстоятельствъ разность на единицу меньшую, это будетъ нами объяснено въ спеціальномъ сочиненіи „Абакъ—колыбель современной ариѳметики“ и въ популярномъ очеркѣ „Ариѳметическая самостоятельность европейской культуры“. Ясно, во всякомъ случаѣ, что, въ разрядѣ дигитовъ (in digitis) всегда ставится полная разность (до 10), будутъ ли стоять дигиты одни или съ артикулами, а вотъ относительно артикуловъ надо еще посмотреть, стоитъ ли онъ одинъ, или съ дигитами. Если одинъ, то разность берется, конечно, полная. Напримѣръ  $100 - 6 \times 5 = 100 - 30$  (здѣсь 3 артикуль), будетъ на абакѣ:

100 (уменьшаемое)

70 (разность полная, результатъ вычитанія)

30 (три, артикуль, —вычитаемое).

7 здѣсь по расположенію дѣйствій на абакѣ стоитъ по направленію этихъ дѣйствій (сверху внизъ) впереди 3 и про эту цифру можно сказать „передъ“ (ante). Если же рядомъ съ артикуломъ вправо отъ него стоитъ дигитъ, то разность, конечно, не полная, а одной единицей

меньше настоящей, какъ это объяснено выше при вычитаніи изъ 100 12, гдѣ къ 2 ставится полная разность 8 (10—2), а къ 1 неполная (10—1—1). Для дигитовъ же совершенно не надо было различать, одни они, или не одни, такъ какъ при нихъ и въ томъ, и въ другомъ случаѣ ставится полная разность.

Послѣ этого вполне будутъ понятны краткія и правильныя разъясненія Герберта „Et in digitis quidem perfecta ponetur differentia, ante articulos vero altera differentia, quasi rationem habens ad juxta positos, cum sunt digiti et articuli: nam solus articulus integram proponit sibi differentiam“. Это значитъ: „И при дигитахъ будетъ поставлена полная разность, передъ (т. е. выше, какъ объяснено уже нѣсколько впереди) артикулами же другого рода разность (altera differentia), т. е. въ томъ случаѣ, когда есть и дигиты и артикулы (cum sunt digiti et articuli), какъ бы принимая въ соображеніе ихъ сопоставленіе (quasi rationem habens ad juxta positos, т. е. articulos и digitos), такъ какъ артикулъ, если опъ одинъ, ставитъ выше себя (proponit; почему выше, объяснено раньше) полную разность“. Таковъ текстъ рукописей А, т. е. гербертовскій. Онъ совершенно ясенъ и, если въ какомъ либо отношеніи и нуждается въ разъясненіи, то развѣ лишь относительно словъ „другого рода“. Секретъ, впрочемъ, былъ не хитеръ и для людей, хоть сколько нибудь знакомыхъ съ абакомъ, а для такихъ Гербертъ и писалъ, составлялъ тайну полишинеля. Но нашлись люди, нашедшіе нужнымъ поставить точки надъ „і“. Это они могли легко сдѣлать изъ собственной головы, но и головы даже нечего было беспокоить, такъ какъ въ томъ же самомъ „древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ“, въ которомъ можно было читать Герберта, можно было читать и Гернигера и комментаріи на Герберта, обозначенный у меня буквой N и номеромъ первымъ <sup>11</sup>. У Гернигера эта неполная разность называется „uno numero minus ab integris“, (Gerb. Opp. Math. 215 l. 14), uno minus ab integra (216 l. 10; cf. 217 l.5.15, 219l.7, 220l.17), а у комментатора, приводящаго (ibid. 268l.29) буквально слова Герберта, въ нихъ вставлено выраженіе „non perfecta“. Дѣйствительно, мы у него читаемъ: „altera differentia, non perfecta, quasi rationem habens ad juxta positos“, а онъ пользовался текстомъ Герберта въ редакціи А<sub>1</sub> <sup>12</sup>, гдѣ словъ „non perfecta“ нѣтъ и помину. Дальнѣйшее гербертовское „cum sunt digiti et articuli“ комментаторъ счелъ неис-

<sup>11</sup>) См. выше стр. 1 прим. 2, стр. 2 прим. 4, стр. 50.

<sup>12</sup>) См. Gerb. Opp. Math. p. 246 n. 1.

ключающимъ недоразумѣніе выраженіемъ и потому вмѣсто него говорить вполне правильно и опредѣленно: „Et hoc tantummodo fiet, cum simul, ut dictum est, fuerint digiti et articuli“, т. е. „это будетъ только въ томъ случаѣ, когда будутъ одновременно, какъ сказано, дигиты и артикулы“. Но комментаторъ въ своемъ стремленіи къ полной ясности не боится и повтореній. Такъ, переписавъ, слѣдующія затѣмъ слова Герберта „nam solus articulus integram proponit sibi differentiam“, комментаторъ еще настаиваетъ „digitus, sive solus sit, vel cum articulo, integram supponit“, т. е. „дигитъ, будь онъ одинъ или съ артикуломъ кладетъ ниже (supponit) полную разность“, хотя въ текстѣ Герберта и сказано безъ всякихъ ограниченій, что при дигитахъ ставится полная разность. Комментаторъ говоритъ „supponit“, какъ бы по антитезѣ предыдущему „proponit“. И то и другое вѣрно: про цифру, стоящую между уменьшаемымъ и вычитаемымъ, какъ ставилась на абакѣ разность, можно сказать, что она стоитъ впереди (по направленію сверху внизъ) вычитаемого (proponit sibi) и ниже уменьшаемого (supponit). Правила Герберта были однако серьезно неполны въ одномъ отношеніи. Вѣдь когда мы вычитаемъ изъ 100 напримѣръ 2, то мы получаемъ 98. Между тѣмъ, по этимъ правиламъ слѣдуетъ передъ дигитами поставить полную дифференцію, т. е. 8, а откуда же взять еще недостающія 90? Ничего объ этомъ не сказано. Очевидно, что въ данномъ случаѣ сотня или тысяча, являющіяся оставляемой про запасъ частью дѣлнмаго (напримѣръ, при дѣленіи 800 на 302, дѣлится на 302 лишь 700, а сотня удерживается про запасъ, чтобы изъ нея можно было вычесть произведеніе 2 въ числѣ 302 на частное) переносятся въ графу десятковъ и изображаются какъ одинъ плюсъ девять (1+9). Такимъ образомъ, дѣйствіе получаетъ такой видъ.

$$\begin{array}{cccc}
 \text{C X I} & & \text{C X I} & & \text{C X I} & & \text{C X I} \\
 800 : 302 = 8 & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} & : & 3 & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} & 2 = & 7 & \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 9 \\ \hline \end{array} & : & 3 & \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} & 2 = 2.
 \end{array}$$

Умножаемъ  $302 \times 2 = 604$ , вычитаемъ 600 изъ 700 = 100, а 4 изъ 1, стоящей въ графѣ десятковъ, т. е. изъ 10, получаемъ полную разность 6, которую ставимъ, конечно, въ графѣ единицъ. Послѣ нахождения полной разности (6) и поставленія ея въ графу единицъ, т. е. на одну графу вправо отъ перенесенной единицы, эта послѣдняя снималась и въ графѣ единицъ оставалась только 9, которая вмѣстѣ съ 6 давала 96. Прибавивъ сюда оставшуюся въ



берта такъ. При вычитаніи однихъ дигитовъ нужно при дигитахъ поставить полную разность, а въ графѣ артикуловъ ставить 9. Такъ это и совѣтуютъ дѣлать нѣкоторые абацисты<sup>13</sup>.

Иное правило находимъ у другихъ абацистовъ, какъ, напри- мѣръ, у третьяго комментатора на Герберта, совѣтующаго, какъ мы видѣли, переносить 1 (удержанная сотня) изъ графы сотенъ въ графу десятковъ и ставить въ ней полную разность къ этой единицѣ, т. е. 9 въ графѣ десятковъ (=90). Спасительная девятка является здѣсь подъ другимъ соусомъ.

Наконецъ, нашъ, т. е. первый, комментаторъ на Герберта даетъ правило еще механичѣе, но за то еще удобнѣе. Не за чѣмъ переносить единицу, удержанную для вычета изъ нея произведенія меньшаго дѣлителя на частное (*ad minuta componenda seclusus*), въ графу десятковъ. Можно, и оставивъ ее въ графѣ сотенъ, взять для нея полную разность 9 и поставить эту полную разность въ слѣдующую, т. е. вторую, графу вправо (*integram secundare*). Результатъ разумѣется тотъ же. Это правило комментаторъ выражаетъ такъ (*Gerb. Opp. Math. p. 269*): „*Et hoc attende, quod, cum soli fuerint digiti, tum ei, qui ad minuta componenda seclusus est, integra differentia secundabitur, quod nec in solis articulis, nec in simul positis digitis et articulis continget*“. Это значить: „И вотъ на что обрати вниманіе: когда будутъ одни дигиты, тогда станетъ на второе мѣсто *secundabitur* отъ того, который былъ удержанъ для вычитанія произведенія меньшаго дѣлителя на частное (*ad minuta componenda seclusus*), полная къ нему разность, чего не случается ни при однихъ артикулахъ, ни при дигитахъ вмѣстѣ съ артикулами“.

Набольшая фраза въ трактатѣ Герберта „*Et in digitis quidem perfecta ponetur differentia, ante articulos vero altera differentia, quasi rationem habens ad juxta positos, cum sunt digiti et articuli: nam solus articulus integram proponit sibi differentiam*“ заставила меня обратиться за справками въ другія произведенія объ абакѣ, находившіяся вмѣстѣ съ текстомъ Герберта въ древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ, и дать разъясненія изъ области операций на абакѣ, довольно длинныя, а главное болѣе умѣстныя въ спеціальной и математической главѣ объ этихъ операцияхъ. Но иначе, какъ самыя слова Герберта, такъ и прилѣпившіяся къ нимъ глоссы были бы непонятны ни въ смысловомъ, ни въ гене-

<sup>13)</sup> См., напр., *Bernelinus, Liber abaci, liber III (Olleris, Oeuvres de Gerbert, p. 384 l. 22)*.

тическомъ отношеніи. За то теперь, надѣюсь, вполнѣ будутъ понятны: 1) смыслъ словъ Герберта, 2) умѣстность и правильность глоссы къ словамъ „altera differentia“, 3) желательность дополнительныхъ разъясненій въ концѣ словъ Герберта о томъ, какую разность ставить въ графѣ, гдѣ ставятся артикулы, если артикуловъ нѣтъ, а есть только дигиты (въ родѣ правила, что въ этой графѣ въ этомъ случаѣ ставится девятка), 4) происхожденіе этихъ двухъ глоссъ: а) первой изъ текста Геригера или комментатора (№ 1) на Герберта, б) второй изъ сокращенія текста этого самаго комментатора.

Глоссы къ словамъ „altera differentia“ въ родѣ „uno minus“ или „non perfecta“, или „non perfecta, sed uno minus“ не общи всѣмъ рукописямъ текста Герберта не только въ его редакціи А. но даже и въ его редакціи В. А такъ какъ здѣсь мы разсматриваемъ редакцію В, т. е. то, что обще всѣмъ рукописямъ редакціи В, то, отлагая подробности объ этихъ глоссахъ до подходящаго мѣста (въ слѣд. главѣ). остановимся на глоссѣ къ концу словъ Герберта.

Ея характеръ, какъ глоссы устанавливается, какъ мы видѣли. тѣмъ фактомъ, что ея нѣтъ ни въ одной изъ рукописей А. Отсутствіе ея въ нихъ объясняется, конечно, не стремленіемъ абацистовъ сокращать и безъ того краткое, тѣмъ болѣе, что вѣдь только начальныя слова глоссы („solus digitus integram supponit“) являются повтореніемъ, остальное же ново и для полноты необходимо. У нихъ не было позыва къ изверженію чего либо изъ текста. Наоборотъ: у нихъ такъ и чесались руки вклеить сюда дополнительное объясненіе. Это прекрасно видно изъ того, что переписчикъ одной изъ рукописей А, а именно руанской (Rot) не устоялъ и разразился слѣдующей глоссою за свой страхъ и рискъ: „digitus vero solus juncta sibi integra differentia sua, reflexusque ad articulos integram sibi proponit similiter differentiam“. Ее нужно понимать, очевидно, такъ. „Proponit“ въ текстѣ Герберта понято глоссаторомъ, повидимому, въ томъ же смыслѣ ставить, „впереди“ какъ это объяснено мною выше, т. е. въ смыслѣ „выше“ образовавшагося артикула. Въ этомъ по крайней мѣрѣ. смыслъ употребляетъ это выраженіе самъ глоссаторъ. Онъ говоритъ „дигитъ же, если онъ одинъ, ставитъ при себѣ полную разность и, обратившись съ присоединеніемъ ея къ себѣ, въ артикуль, ставитъ и впереди себя (т. е. въ колоннѣ десятковъ выше себя) точно также полную разность“. Объяснимъ примѣромъ: пусть нужно вычесть изъ 100 дигитъ четыре.

100 уменьшаемое  
96 разность  
4 вычитаемое.

Полная разность къ дигиту 4 есть 6,  $4+6=10$ , т. е. одинъ артикуль, или единица въ графѣ десятковъ, полная разность къ этой единицѣ 9 (въ графѣ десятковъ); итого 96. Правило это нельзя сказать, чтобы было удачно выражено, но сущность его вѣрна и совсѣмъ не механична, какъ это кажется, съ перваго взгляда.  $100-4$ , т. е. сколько нужно прибавить къ 4, чтобы получить 100? Будемъ прибавлять въ каждой графѣ до 10. Прибавимъ къ 4 шесть,  $4+6$  будетъ 10, т. е. 1 въ графѣ десятковъ. Прибавимъ къ этой единицѣ въ разрядѣ десятковъ 9, получимъ 90.  $90+6=96$ .

Изъ этого видно, что глоссаторъ вѣрно понялъ неполноту текста Герберта и далъ вѣрное къ нему прибавленіе, которое онъ выразилъ, если и не вполне для людей XX в. ясно, то за то вполне согласно традиціямъ абацистомъ, замѣнявшихъ вычитаніе частичнымъ сложеніемъ въ каждомъ разрядѣ до  $10^{14}$ . Но попытка его не имѣла распространенія и такъ и заглохла въ его запыленной рукописи.

Гораздо счастливѣе оказалась попытка перваго комментатора текста Герберта, сдѣланная въ бытность Герберта папой: <sup>15</sup> она имѣла большой успѣхъ у переписчиковъ. Комментаторъ имѣлъ передъ собою текстъ Герберта въ редакціи А, гдѣ слова Герберта еще не были расцвѣчены никакими разъясненіями. Онъ сдѣлалъ свои, казавшіеся ему необходимыми, разъясненія и далъ необходимое механическое, но вѣрное правило о спасительной девяткѣ.

Вотъ этими то разъясненіями и воспользовался тотъ, кто переработалъ гербертовскія правила о дѣленіи въ редакціи В, для глоссы, которая встрѣчается въ своемъ первоначальномъ или переработанномъ видѣ во всѣхъ безъ исключенія рукописяхъ В, за исключеніемъ Pap Нв, гдѣ сознательно выпущена вся эта глава, уже разъ въ той же рукописи переписанная изъ рукописей А (Pap На). Значитъ эта глосса современна появленію на свѣтъ правилъ о дѣленіи въ редакціи В. Что она заимствована

<sup>15)</sup> Все это будетъ разъяснено въ сочиненіяхъ „Абакъ—колыбель современной арифметики“ и „Арифметическая самостоятельность европейской культуры“.

<sup>16)</sup> См. выше стр. 58, сравни стр. 2 прим. 4.

у перваго комментатора на Герберта, это не подлежит никакому сомнѣнію и доказывается простымъ сопоставленіемъ.

Комментаторъ Герберта.

„digitus, sive solus sit, vel cum articulo, integram supponit. Et hoc attende, quod cum soli fuerint digiti, tum ei, qui ad minuta componenda seclusus est, integra differentia secundabitur“.

Составитель правилъ дѣленія редакціи В.

„solus digitus integram supponit et tum ei, qui ad minuta componenda seclusus est, integra secundabitur“.

Въ такомъ именно первоначальномъ видѣ эта гласса обща обоимъ развѣтвленіямъ текста В. а именно ихъ древнѣйшимъ изводамъ В<sub>1</sub> а и В<sub>1</sub> b. Но уже въ слѣдующемъ фазисѣ В<sub>2</sub> а мы встречаемъ новыя дополненія: къ слову „tum“, вѣрно, но безъ надобности прибавлено „quum solus est digitus“, а передъ „integra“ тоже вѣрно и тоже безъ надобности поставлено „differentia“. Въ этомъ видѣ гласса, переходитъ въ оба развѣтвленія В<sub>2</sub> а, съ одной стороны въ утраченную теперь, но извѣстную намъ по копіи съ нея XVII в. Val, рукопись Николая Лефевра, съ другой въ рукопись В<sub>3</sub> а съ ея потомствомъ В<sub>4</sub> а—В<sub>7</sub> а. Только въ рукописи В<sub>3</sub> а и ея потомствѣ В<sub>4</sub> а—В<sub>7</sub> а слова „solus digitus“ замѣнены болѣе правильными „digitus sive solus sit, sive (В<sub>4</sub> а—В<sub>7</sub> а: uel) cum articulo semper“. что понимающимъ дѣло абацисомъ легко могло быть взято изъ головы, или же даже изъ новаго сличенія съ комментаторомъ, у котораго пѣтъ только слова „semper“. Съ другой же стороны и въ развѣтвленіи В<sub>1</sub> b были сдѣланы самостоятельныя попытки развить глассу В II 8 h. Въ рукописи происходящей черезъ В<sub>2</sub> b отъ В<sub>1</sub> b, а именно Chr Va, къ слову „Tum“ опять таки прибавлено: „scilicet quando soli digiti provenerint“, къ слову „ei“ прибавлено: „id est uno centeno“, къ слову „integra“ разъясненіе „id est novenarius“. Такимъ образомъ, глоссаторъ рукописи Chr Va вѣрно поставилъ точки надъ „i“, и послѣ его глоссы смыслъ фразы развѣ навсегда вѣрно фиксировался.

Общее заключеніе изъ разсмотрѣнія только что приведенныхъ глоссъ закрѣпляетъ за редакторомъ В уже выяснившійся раньше репутацию человѣка добросовѣтнаго, педантичнаго, тавтолога большой руки, имѣвшаго въ своемъ распоряженіи литературу древнѣйшаго сборника абацисовъ и старательно ею пользовавшагося для своей редакціи (В) гербертовскаго текста (А). Пользовался онъ не только Геригеромъ, писавшимъ около 980 года, т. е. одновременно съ



Гербертомъ, объ абакъ, но и первымъ комментаторомъ на Герберта, который объяснялъ трактатъ великаго схоластика въ бытность его папой (999—1003). Въ чемъ состояли измѣненія текста А въ редакціи В, это достаточно нами уже выяснено. Мы только подчеркнемъ тотъ фактъ, что редакція В не могла появиться раньше 999 г., т. е. на 20 почти лѣтъ спустя послѣ написанія Гербертомъ своего трактата объ абакъ.

---

## ГЛАВА IV.

Дальнѣйшее развитіе текста В. Видоизмѣненія правилъ объ умноженіи. Лишняя глава и глоссы въ текстѣ о дѣленіи.

Опираясь на только что установленные факты, что текстъ В, т. е. общій оригиналъ всѣхъ рукописей класса В, произошелъ путемъ постепеннаго наслоенія на первоначальномъ гербертовскомъ текстѣ А, мы имѣемъ право примѣнить эту эволюціонную точку зрѣнія и къ тѣмъ различіямъ, которыя наблюдаются въ текстахъ отдѣльныхъ рукописей класса В и, если не найдемъ ничего, что исключало бы такую точку зрѣнія, то это будетъ еще однимъ лишнимъ доказательствомъ ея правильности. И, дѣйствительно, взглянувъ на различія между текстами отдѣльныхъ рукописей класса В, какъ на результатъ дальнѣйшаго развитія текста В, мы увидимъ, что такимъ образомъ всѣ эти различія вполне объясняются.

Переработка правилъ умноженія въ текстѣ В.

Мы уже имѣли случай указывать<sup>1</sup>, что первоначальной формой правилъ объ умноженіи является та, которую мы извлекли изъ рукописи Pap Na (A) и помѣстили въ лѣвомъ столбцѣ, гдѣ напечатанъ текстъ А. Это доказывается тѣмъ, что точно такая же таблица находится и въ нѣкоторыхъ рукописяхъ класса В, гдѣ правила о дѣленіи уже успѣли пройти рядъ измѣненій, общихъ всѣмъ этимъ рукописямъ, а именно во всѣхъ рукописяхъ класса В<sub>1b</sub> и одной класса В<sub>1a</sub> (Mon F). Отсюда ясно, что былъ такой промежутокъ времени, когда передъ измѣненными уже сообразно типу В правилами о дѣленіи продолжали еще находиться правила объ умноженіи того же типа, который представленъ въ рукописи Pap

<sup>1</sup>) См. выше стр. 29.

На (А). Этимъ уже вполне достаточно доказывается первоначальность правилъ объ умноженіи типа А, но ее можно вывести еще и другимъ путемъ. Главное отличіе правилъ объ умноженіи типа В отъ типа А состоитъ въ томъ, что въ В они расположены въ строгой системѣ, а именно по одинаковымъ множимымъ: берется одно множимое, напримѣръ 10, и умножается на всѣ множители до 100000. Это дало возможность раздѣлить правила на параграфы, озаглавленные сообразно множимымъ: „de singulari (s. multiplicando), de deceno“ etc. Между тѣмъ расположеніе ихъ въ типѣ А не представляетъ такой системы. Правила типа А мы можемъ раздѣлить на четыре группы:

1) Въ первыхъ шести правилахъ (лѣваго столбца, Gerb. Orr. Math. pp. 9—11) мы видимъ такое расположеніе, что, отправляясь отъ умноженія  $1 \times 10$ , въ нихъ постепенно увеличивается въ десять разъ сначала множимое, потомъ множитель:  $1 \times 10$ ,  $10 \times 10$ ,  $10 \times 100$ ,  $100 \times 100$ ,  $100 \times 1000$ ,  $1000 \times 1000$ .

2) Въ слѣдующихъ трехъ (7, 8, 9) тотъ же принципъ приложень къ умноженію чиселъ, начиная отъ  $1 \times 100$ , за исключеніемъ, разумѣется, случаевъ, уже встрѣчавшихся раньше:  $1 \times 100$ , ( $10 \times 100$  уже было; поэтому увеличивается въ десять разъ не множимое, а множитель),  $1 \times 1000$ ,  $10 \times 1000$ .

Затѣмъ въ двухъ другихъ группахъ правила расположены уже по одинаковымъ множителямъ.

3) Множимое отъ 100000 до 1, а множитель вездѣ 100000 (правила 10—15).

4) Множимое отъ 10000 до 1, а множитель вездѣ 10000 (правила 16—20).

Такимъ образомъ, здѣсь правила расположены: то по одинаковымъ множителямъ съ множимымъ постепенно уменьшающимся въ десять разъ, то по принципу чередованія десятернаго нарастанія множимаго и множителя. Такое расположеніе въ смыслъ разумности и простоты не можетъ идти въ сравненіе съ расположеніемъ правилъ типа В, гдѣ примѣненъ повсюду принципъ одинаковаго множимаго съ постепеннымъ увеличеніемъ множителя въ 10 разъ. Если бы этотъ послѣдній типъ былъ первоначальный, то надо было имѣть солому въ головѣ, чтобы передѣлать его въ типъ А. Между тѣмъ, если первоначальнымъ является типъ А, то понятно, что современемъ переписчики могли сдѣлать попытку усовершенствовать его сообразно вышеизложенной схемѣ.

Что необходимость реформировать типъ А была сознаана весьма рано, это ясно изъ того, что такую попытку мы можемъ указать въ двухъ рукописяхъ класса А, гдѣ правила о дѣленіи успѣли пройти лишь первую стадію тѣхъ измѣненій, которыя отличаютъ текстъ В отъ А<sup>2</sup>, именно въ *Par K* и *Capn B*<sup>3</sup>. Здѣсь мы 1) прежде всего видимъ не совсѣмъ послѣдовательно проведенный принципъ чередованія въ паростаніи множимаго и множителя (1, 7, 3, 2, 4):  $1 \times 10$ ,  $1 \times 100$ ,  $10 \times 100$ ,  $10 \times 10$ ,  $100 \times 100$ ; 2) затѣмъ принципъ одинаковыхъ множителей при множимомъ постепенно увеличивающемся въ 10 разъ: а) 1, 10, 100 множится (8, 9, 5) на 1000; б) 1, 10, 100 множится (20, 19, 18) на 100000; с) 1, 10, 100 множится (15, 14, 13) на 100000; и 3), наконецъ, принципъ одинаковаго множимаго при увеличивающемся въ 10 разъ множителѣ, т. е. принципъ, послѣдовательно проведенный въ типѣ В: а) 1,000 множится на 1,000, 10,000, 100000 (прав. 6, 17, 12), б) 10,000 на 10,000, 100,000 (прав. 16, 11) и, наконецъ,  $100,000 \times 100,000$  (прав. 10). Однимъ словомъ, въ логическомъ отношеніи правила *Par K* и *Capn B* являются переходной ступенью отъ типа А къ типу В.

Итакъ, первоначальнымъ типомъ правилъ объ умноженіи должны быть признаны типъ А, типъ рукописей *Par K*, *Capn B* есть не совсѣмъ удачная попытка усовершенствовать типъ А, сдѣланная еще до того времени, когда правила о дѣленіи вполне приняты видѣ, общій всѣмъ рукописямъ В; типъ В есть удачная попытка реформировать типъ А, которая была сдѣлана уже послѣ того, какъ правила о дѣленіи выработались въ общій всѣмъ рукописямъ В видѣ, почему въ нѣкоторыхъ рукописяхъ В сохраняется еще типъ А (*V<sub>1b</sub>* и *V<sub>1a</sub>*—*Mon F*).

Эти наблюденія надъ расположеніемъ правилъ объ умноженіи, какъ нельзя лучше, подтверждаютъ наши выводы<sup>4</sup> о положеніи рукописей класса *A<sub>2b</sub>*, къ которому относятся *Par K*, *Capn B*. Мы видѣли въ ихъ правилахъ о дѣленіи первый по времени притокъ къ тексту А, именно главу В II 5, который наблюдается во всѣхъ рукописяхъ класса В. Теперь въ тѣхъ двухъ рукописяхъ этого класса, гдѣ только сохранились правила объ умноженіи (въ *Rot* и *Chr Vb* и копійяхъ съ *Chr Vb*, а именно *Par Lb*, *Par Mb* они выпущены), мы констатируемъ попытку реформировать расположеніе правилъ умноженія, сдѣланную раньше аналогичной и болѣе

<sup>2</sup>) См. стр. 46, 47, 49.

<sup>3</sup>) См. *Gerb. Opp. Math.* p. 9 n. e.

<sup>4</sup>) См. выше, стр. 49.

удачной попытки, сохранившейся во многихъ рукописяхъ класса В. Отсюда ясно, что рукописи класса  $A_2b$  ( $A_3b$ ) представляютъ собой одинъ изъ самыхъ раннихъ періодовъ развитія текста А. Теперь мы можемъ къ этому прибавить, что они представляютъ собой, во всякомъ случаѣ, не первый фазисъ развитія этого текста, а лишь производный отъ перваго. Если бы, дѣйствительно, классъ  $A_2b$  былъ бы первымъ этапомъ въ эволюціонномъ движеніи текста А въ направленіи къ В, то тогда ни въ одной изъ рукописей В мы не имѣли бы второй половины главы В II 4, такъ какъ ея нѣтъ въ  $A_2b$ , и съ другой стороны хотъ въ одной изъ рукописей В мы нашли бы правила объ умноженіи реформированнаго типа  $A_2b$ , а этого не только нѣтъ, но даже въ нѣкоторыхъ рукописяхъ В мы встрѣчаемъ первоначальную форму этихъ правилъ А. Итакъ, передъ составителемъ оригинала  $A_2b$  находилась рукопись, гдѣ правила объ умноженіи сохраняли еще видъ А, а въ правилахъ о дѣленіи стояли рядомъ идентичныя по смыслу вторая половина главы В II 4 (А II 2) и глава В II 5. Отъ этой рукописи и произошелъ путемъ дальнѣйшихъ наслоеній въ правилахъ о дѣленіи текстъ В, гдѣ вторая половина В II 4 и глава В II 5 продолжаютъ стоять рядомъ, а правила объ умноженіи нѣкоторое время сохраняютъ видъ А. Отъ нея же съ другой стороны произошелъ классъ  $A_2b$ : составитель оригинала этого класса выкинулъ вторую половину В II 4 (А II 2) и не совсѣмъ удачно реформировалъ правила объ умноженіи. Но текстъ В получаетъ дальнѣйшее развитіе, между тѣмъ какъ въ другомъ направленіи развитіе текста трактата гложеть въ классѣ  $A_2b$ , такъ какъ классъ  $A_3b$  отличается отъ  $A_2b$  только пропускомъ письма къ Константину и правилъ объ умноженіи. Классъ  $A_2b$ , являясь производнымъ отъ той же рукописи, которая есть первый фазисъ въ общемъ развитіи текста А въ направленіи В и дальше, самъ однако не составляетъ органическаго звѣна въ цѣпи фазисовъ этого развитія.

Но отличіе правилъ объ умноженіи типа А отъ типа В состоитъ не въ одномъ ихъ расположеніи.

Такъ, прежде всего, передъ правиломъ, которое въ расположеніи типа А является первымъ (1), мы находимъ въ В весьма характерную приставку (Gerb. opp. Math. p. 8 lin. 5): „Si multiplicaveris singularem numerum per singularem, dabis unicuique digito singularem et omni articulo decem, directe scilicet et conversim“. Это значить: „если будешь помножать единицы на единицы, то дашь каждому дигиту единицы, а каждому артикулу десятки, все равно

будешь ли множить прямо или обратно“, т. е. будешь ли множить  $5 \times 2$  или  $2 \times 5$ ,  $7 \times 6$  или  $6 \times 7$ .

При помноженіи единицъ на единицы, т. е. въ таблицѣ умноженія, могутъ получаться или числа меньшія десяти, или десятки, или наконецъ десятки съ числами меньшими десяти. Говоря терминами того времени, мы можемъ сказать, что могутъ получаться или одни дигиты (числа меньшія десяти:  $3 \times 3 = 9$ ), или одни артикулы (напр.:  $6 \times 5 = 30$ ), или артикулы съ дигитами ( $5 \times 5 = 25$ , гдѣ 2 артикуль, а 5 дигитъ). Зпаніе таблицы умноженія, а равно и пониманіе терминовъ „дигитъ“ и „артикуль“, при помощи которыхъ различаются разныя части произведеній, получаемыхъ на таблицѣ умноженія, является для абацита знаніемъ совершенно элементарнымъ. Безъ него нельзя ступить и шагу. Это знаніе можно или предполагать въ читателѣ трактата объ абакѣ, или же надо сообщить ему въ самомъ началѣ трактата, по крайней мѣрѣ, хоть нѣкоторое представленіе о томъ, что такое дигитъ и артикуль. Но ни въ текстѣ А, ни въ текстѣ В такого введенія нѣтъ, такъ какъ нельзя же принимать за таковое первое правило объ умноженіи въ текстѣ В, только что нами переведенное: въ немъ все таки не дано опредѣленія этихъ терминовъ. Слѣдовательно и въ В, а тѣмъ болѣе въ А, они предполагаются извѣстными читателю. Читателю надо было только растолковать, что дѣлать съ дигитами и артикулами, получающимся при умноженіи высшихъ, чѣмъ единицы, чиселъ, такъ какъ результаты умноженія единицъ на единицы ему не надо было добывать на абакѣ: они ему были извѣстны изъ таблицы умноженія. Напримѣръ, что дѣлать съ артикулами и дигитами, которые могутъ получиться отъ умноженія десятковъ на единицы, напримѣръ, тридцати на пять? Помножая три на 5, онъ получаетъ 1 артикуль и 5 дигитъ. Что съ ними дѣлать? На это онъ находилъ отвѣтъ въ правилахъ объ умноженіи (первомъ текста А): „Если умножаешь единицы на десятки, дай каждому дигиту по десятку, а каждому артикулу по сотнѣ“. Тогда у него уже получится одна сотня и пять десятковъ, которые онъ и ставитъ въ соответствующія графы абака. Такъ какъ всякое умноженіе конится на таблицѣ умноженія, то ясно, что эта формулировка вполне удовлетворяла цѣли учебника дѣйствіи на абакѣ. Въ текстѣ А означенное правило есть первое, какъ это и должно быть, такъ какъ для болѣе простаго случая умноженія, т. е. умноженія единицъ на единицы, мѣсто не въ учебникѣ объ абакѣ, а въ таблицѣ умноженія.

Изъ всего этого слѣдуетъ, что только что переведенное нами правило текста В является совершенно излишнимъ прибавленіемъ

къ правиламъ объ умноженіи, да и къ тому же бессмысленнымъ прибавленіемъ. Какой смыслъ говорить, „давай каждому дигиту единицу“, когда дигитъ и есть единицы, получающіяся въ произведеніи единицъ на единицы, и „давай каждому артикулу десятокъ“, когда артикулъ и есть десятки, получающіеся въ произведеніи отъ умноженія единицъ на единицы? Ясно, что это правило есть позднѣйшій придатокъ къ первоначальному тексту А, паходящійся въ полнѣйшемъ соотвѣтствіи съ прибавленіемъ къ правилу о дѣленіи А II 3 (В II 1), о которомъ мы говорили выше <sup>5</sup>.

Всѣ эти соображенія, какъ нельзя лучше, подтверждаютъ сдѣланный раньше выводъ, что правила умноженія на авакъ типа А первоначальныя, а въ В мы имѣемъ производный отъ А текстъ. На этомъ развитіе текста правилъ объ умноженіи не остановилось. Помимо измѣненія порядка правилъ и приставки впереди совершенно ненужнаго и даже бессмысленнаго правила, мы замѣчаемъ въ немъ еще нѣкоторыя дальнѣйшія измѣненія.

Прежде всего нашлись охотники объяснять это совершенно ненужное и даже бессмысленное правило. Какой то мудрецъ нашелъ нужнымъ объяснить бессмысленницу, состоящую въ предписаніи, что при умноженіи единицъ на единицы нужно давать каждому дигиту единицу (когда дигитами то и называются единицы-получающіяся при умноженіи единицъ на единицы). Онъ надъ словами „unicuique digito singularem“ („каждому дигиту единицу“) или на поляхъ написалъ „digito, dumtaxat usque ad terminos quinques binos, deinceps pones digitos in singularibus et articulos in decenis“, т. е. повторилъ то слово (digito) текста, къ которому его глосса должна относиться, и объяснилъ его словами: „но только (dumtaxat) до чиселъ (terminos) пятью два, а далѣе клади дигиты въ единицахъ, а артикулы въ десяткахъ“. Такимъ образомъ, одна глупость родила другую. Пятью два будетъ, дѣйствительно, 10, а десять есть уже артикулъ, а не дигитъ (1—9), но къ чему вся эта премудрость, когда это все и безъ того ясно изъ самаго значенія этихъ терминовъ и когда ниже вѣдь говорится, что артикулу нужно придавать десятки. Вѣдь кто понимаетъ значеніе словъ „дигитъ“ и „артикулъ“, того это замѣчаніе можетъ лишь привести въ веселое расположеніе духа, а кто этого не знаетъ, тому опредѣленіе дигитовъ „до пятью два“, устанавливаемое глоссой, не покажется особенно яснымъ и не замѣнитъ основательнаго разъясненія, отсутствующаго,

<sup>5</sup>) См. выше, стр. 45, ср. ниже стр. 76.

щаго въ нашемъ трактатѣ. Къ чему далѣе говорить, что, начиная съ произведенія равнаго 10 и выше, нужно дигиты класть въ графѣ единицъ на абакѣ (in singularibus), а артикулы въ графѣ десятковъ (in decenis), когда вѣдь умноженіе единицъ на единицы ( $1 \times 1$  до  $9 \times 9$ ) на абакѣ не производилось, а составляло содержаніе таблицы умноженія, безъ которой абакъ былъ ровно ни къ чему? Эта глосса была уже въ формѣ развитія текста, обозначенной у меня  $V_4 a$ , т. е. текстъ  $V$ , развѣтвленіе  $a$  (такъ какъ есть и развѣтвленіе  $b = Vb$ ), четвертая стадія развитія. Она даже была внесена въ текстъ, переписчикомъ  $V_4 a$ , который по неосторожности и слово „digito“ написанное сверху строчки или на поляхъ передъ глоссой съ цѣлью локализациі глоссы, внесъ вмѣстѣ съ глоссой вторично въ текстъ, который у него принялъ поэтому слѣдующій видъ: „dabis unicuique digito singularem, digito dumtaxat usque ad terminos quinquies binos, deinceps pones digitos in singularibus et articulos in decenis“. Слова первоначальнаго текста „et omni articulo decem“, какъ уже ненужныя рядомъ съ словами „et articulos in decenis“, говорящими тоже самое, выкинуты. Въ этомъ видѣ это первое правило умноженія текста  $V$  мы встрѣчаемъ въ рукописяхъ дальнѣйшихъ стадій развитія, но только переписчикъ  $V_5 a$  замѣтилъ ненужное повтореніе слова „digito“ послѣ „singularem“ и выкинулъ его, чѣмъ спасъ отъ ошибки дальнѣйшіе отъ него происходящіе тексты  $V_5 a$ ,  $V_6 a$ ,  $V_7 a$ . Списывавшіи же прямо съ  $V_4 a$  переписчикъ рукописи  $Sc$  (Скалингера) удержалъ ошибку  $V_4 a$  и пустился въ дальнѣйшія глоссы: именно къ глоссѣ „dumtaxat usque ad terminos quinquies binos“ прилѣпилъ новую глоссу „vel articulum“ (у него ошибочно: vel articulo), изъ которой читатель уже подъ другимъ соусомъ узнавалъ, все то же самое, а именно, что „пятью два десять“ даетъ артикулъ (первый изъ артикуловъ).

Мы только что прослѣдили исторію текста небольшоіи позднѣйшей вставки, находящейся впереди правилъ умноженія въ редакціи  $V$ , а именно впереди перваго изъ параграфовъ, въ которые въ этой редакціи сгруппированы правила умноженія. Параграфъ этотъ заключаетъ въ себѣ правила умноженія однихъ и тѣхъ же множимыхъ, именно единицъ, на различные множители, а потому озаглавленъ: о (множимыхъ) единицахъ (de singulari). Вставка въ началѣ этого параграфа обща всѣмъ рукописямъ, въ которыхъ, помимо правилъ о дѣленіи, переработанныхъ въ редакцію  $V$ , подверглись переработкѣ, въ смыслѣ болѣе систематическаго расположенія, и правила объ умноженіи, т. е. эту вставку мы встрѣчаемъ во всѣхъ рукописяхъ редакціи  $V$ , начиная съ фазиса, обозначеннаго мною



$B_2 a$  и ниже, т. е.  $B_3 a$ — $B_7 a$ . Ея пѣтъ въ предыдущемъ фазисѣ  $B_1 a$  и въ развѣтвленіи  $B_1 b$  ( $B_2 b$ ), въ которыхъ правила умноженія еще не подвергались переработкѣ и сохранили свой первоначальный типъ А. Отсюда ясно, что эта вставка была сдѣлана одновременно съ общей переработкой правилъ объ умноженіи.

Значительно позже этой общей переработки были сдѣланы въ текстѣ правилъ объ умноженіи другія вставки. Онѣ поэтому встрѣчаются не во всѣхъ рукописяхъ, начиная въ  $B_2 a$  и внизъ до  $B_7 a$ , которымъ обща переработанная редакція правилъ объ умноженіи, а лишь начиная съ позднѣйшаго фазиса развитія  $B_6 a$  (и ниже до  $B_7 a$ ). Куда же вставлены эти добавленія и каково ихъ содержаніе?

Вставлены онѣ по аналогіи съ вставкой, стоящей въ началѣ параграфа „о единицахъ“ (множимыхъ: de singulari), въ началѣ слѣдующихъ параграфовъ: „о десяткахъ“, т. е. множимыхъ (de deceno) „о сотняхъ“ (de centeno), „о тысячахъ“ и „десяткахъ тысячъ“ (см. Gerberti Opp. Math. pp. 10, 11, варианты l, p, u, y). Параграфъ о множимыхъ сотняхъ тысячъ оставленъ безъ подобнаго вступленія. Оно и понятно. Онъ состоитъ всего лишь изъ одного правила (10), а потому никакое обобщеніе здѣсь не нужно. Другіе же вставки, о которыхъ теперь идетъ рѣчь, имѣли именно цѣлью поставить впереди двухъ (16, 11), трехъ (6, 17, 11), четырехъ (4, 5, 18, 13), пяти правилъ (2, 3, 9, 19, 14) частнаго характера одно замѣняющее ихъ общее. Хотя одно и не вяжется съ другимъ, являясь во всякомъ случаѣ лишнимъ, однако примѣры такого смысловаго плеоназма мы встрѣчаемъ и въ другихъ произведеніяхъ объ абакѣ. Взять хотя бы правила объ умноженіи въ произведеніи Геригера, гдѣ впереди каждой группы правилъ объ умноженіи стоитъ заглавіе, которое есть въ сущности общее правило для всѣхъ стоящихъ въ группѣ правилъ (Gerb. Opp. Math. pp. 208, 209). Вывести такое правило дѣло крайне нехитрое, и мы могли бы кредитовать въ этомъ отношеніи неизвѣстнаго редактора правилъ Герберта, если бы его формулировка не обнаруживала предательскаго сходства съ извлеченіемъ изъ правилъ Геригера (Ratio numerorum abaci secundum Herigerum, Gerb. Opp. Math. pp. 221, 222), которое, какъ и сочиненія Геригера и Герберта, стояло въ томъ же извѣстномъ намъ „древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ“, въ которомъ вообще и происходила эволюція текста Герберта. Сходство это столь близкое, что врядъ ли можетъ быть признано случайнымъ.

Нашъ редакторъ говоритъ: „Quemcunque decenus multiplicat, in secundo ab illo digitos, in tertio articulos ponet“. Это значить:

„десятки, если они являются множителями для какого либо числа, кладутъ дигиты на второе, а артикулы на третье отъ этого числа мѣсто“, т. е. при умноженіи на десятки дигиты каждаго частичнаго произведенія подвигаются въ слѣдующую по направленію влѣво колонну абака, а артикулы на еще одну колонну дальше.

Извлеченіе изъ Геригера говоритъ: „Decenus quemcunque multiplicat, in secundo ab illo, quem multiplicat, ponit digitum, in ulteriore articulum“.

Вся разница здѣсь (кроме небольшой перестановки словъ) состоитъ въ выпускѣ у нашего редактора излишняго опредѣлительнаго придаточнаго предложенія „quem multiplicat“ и замѣнъ слова „ulteriore“ словомъ „tertio“. Но и эта разница исчезаетъ въ слѣдующихъ правилахъ.

Редакторъ правилъ Герберта: „Quemcunque centenus multiplicat, in tertio ab illo digitos, in ulteriore articulos ponet“.

Извлеченіе изъ Геригера: „Centenus quemcunque multiplicat, in tertio ab illo ponit digitum, in ulteriore articulum“.

Такое же совершенно близкое сходство обнаруживаютъ у редактора Герберта и эксцерптора изъ Геригера и правила объ умноженіи на тысячи, десятки тысячъ.

Итакъ, представляется несомнѣннымъ, что послѣдній редакторъ правилъ умноженія (B<sub>6</sub> a) Герберта пользовался при своей работѣ извлеченіемъ изъ Геригера, откуда онъ и взялъ свои тавтологическія добавленія къ тексту Герберта. Онъ, слѣдовательно, дѣйствовалъ совершенно по рецепту редактора правилъ дѣленія B, т. е. вводилъ въ стоящій въ „древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ“ текстъ Герберта добавленія изъ стоящихъ въ томъ же сборникѣ другихъ сочиненій объ абакѣ.

Можно думать, что и самая идея переставить правила Герберта объ умноженіи по группамъ съ одноразрядными множимыми (единицы, десятки и т. д.) пришла одному изъ передѣльвателей гербертовскаго текста въ голову (B<sub>2</sub> a) подъ вліяніемъ примѣра расположенія этихъ правилъ у Геригера (Gerb. Opp. Math. pp. 208, 209).

Разрозненныя, а потому для насъ и не имѣющія особеннаго значенія попытки обобщить правила умноженія мы находимъ въ рукописяхъ еще и до общей переработки правилъ умноженія. Такова глосса рукописи Carn B (Chartres 41), принадлежащей фазису A<sub>2</sub> b („Singularis quemcunque multiplicat, in eodem pone digitum in

ulteriore articulum“), такова же глосса рукописи Chr A (Vatic. Christ. 1071) фазиса  $B_2 b$  („Generalis regula multiplicationis singularium per sequentes. Singularis quemcunque multiplicat in eodem digitos in ulteriore articulos ponit. Generalis regula divisionis singularium. Singularis cujusque divisor denominationes secundabit ab eo, quem dividit“). Но и въ рукописяхъ съ переработанными уже правилами умноженія (съ  $B_2 a$  внизъ до  $B_7 a$ ) мы тоже видимъ такія попытки обобщенія, хотя бы въ происходящей отъ класса  $B_3 a$  (значить еще за долго до разсмотрѣнныхъ нами выше обобщающихъ глоссъ  $B_6 a$ ) рукописи Vat C (Vatic. 3123), гдѣ тоже есть довольно объемистая глосса, напечатанная Gerb. Opp. Math. p. 11 l. 15---27 правый столбецъ. Смотри еще *ibid.* p. 11 вариантъ *aa* и p. 22 вариантъ *u* (въ концѣ).

Само собою разумѣется, что и эти разрозненные попытки могутъ быть почерпнуты изъ того извлеченія изъ Геригера, или изъ самаго Геригера. Глосса Chr A въ частности буквально сходна съ извлеченіемъ изъ извлеченія изъ Геригера, напечатаннаго мною Gerb. Opp. Math. p. 224 II. 17--20. Это извлеченіе изъ извлеченія тоже находилось въ нѣкоторыхъ изъ рукописей древнѣйшаго сборника абацистовъ (напримѣръ Baluze 129 и München 14689, см. Gerb. Opp. Math. pp. 224 и 295).

Общее заключеніе, которое мы дѣлаемъ относительно правилъ умноженія, слѣдующее. Общая переработка ихъ въ смыслѣ болѣе логичнаго расположенія по одноразряднымъ множимымъ, хотя и принадлежитъ болѣе поздней порѣ развитія текста ( $B_2 a$ ), чѣмъ общая переработка правилъ о дѣленіи ( $B=A_3 a$ ), но и она сдѣлана подъ вліяніемъ другого сочиненія объ абакѣ въ „древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ“. При переработкѣ правилъ дѣленія мы замѣтили вліяніе комментарія (№ 1) на сочиненіе Герберта, при переработкѣ правилъ объ умноженіи обнаружилось вліяніе Геригера или, точнѣе, сочиненій, представляющихъ собою извлеченія изъ Геригера.

Хотя правила типа A не представляютъ собой такой выдержанной системы, какъ правила типа B, но этотъ ихъ нѣсколько хаотическій характеръ не можетъ быть эксплуатированъ въ смыслѣ непринадлежности ихъ Герберту, который, какъ знаменитый схоластикъ, конечно, долженъ былъ писать самымъ математически-логическимъ образомъ. Надо принять въ соображеніе выясненные нами выше условія написанія Гербертомъ своего трактата. Въдъ это даже и не трактатъ, а справка, въ формѣ письма къ Константину, справка на запросъ Константина, явившійся неожиданно и заставшій Герберта уже не одно пятилѣтіе совершенно абакомъ

незанимавшимся. Написано она, по откровенному признанію автора, не безъ напряженія памяти и во всякомъ случаѣ безъ систематизирующихъ поправленій, наскоро. При такихъ условіяхъ вѣсколько хаотическій характеръ правилъ типа А служитъ надежнымъ ручательствомъ за принадлежность ихъ Гербергу. Чего добраго, знаменитый схоластикъ могъ въ данномъ случаѣ лишь черезчуръ удачно возстановить по памяти тотъ порядокъ, въ которомъ онъ самъ когда то вызубрилъ эти правила въ школѣ.

## ГЛАВА IV.

(Продолженіе).

Дальнѣйшее развитіе правилъ о дѣленіи въ текстѣ В.

Какъ на дальнѣйшее развитіе текста В въ правилахъ дѣленія мы должны, прежде всего, указать на появленіе еще одной новой главы между В П 9 и В П 10. Эта глава находится только въ тѣхъ рукописяхъ В, которыя выдѣлены мною въ классъ В b ( $V_1 b$  и  $V_2 b$ ). Отсутствіе ея въ другихъ рукописяхъ В, а равно и во всѣхъ рукописяхъ А, ясно показываетъ, что ея не только не было въ А, но и въ В она является сравнительно поздней прибавкой, сдѣланной только въ развѣтвленіи  $V_1 b$  и отсутствующей поэтому въ развѣтвленіи  $V_1 a$  (до  $V_7 a$ ). Это вполне подтверждается и ея содержаніемъ. Она учитъ дѣлить тысячи и высшія числа на тысячи съ единицами, десятки тысячъ съ единицами и даже сотни тысячъ съ единицами, т. е., другими словами, расширяетъ значеніе предыдущей В П 9, которая уже является, какъ мы видѣли<sup>6</sup>, позднѣйшей прибавкой къ тексту А, и обнаруживаетъ стремленіе расширить схему дѣленій на числа высшія, чѣмъ тысячи, отмѣченное нами во всѣхъ прибавкахъ къ тексту А. Однако ея нельзя считать возникшей одновременно съ В П 9: иначе отсутствіе ея въ классахъ  $V_1 a$  (и внизъ до  $V_7 a$ ) было бы непонятно. Итакъ, глава В П 9 bis вошла въ текстъ В уже послѣ того, какъ отъ него произошли тексты классовъ  $V_1 a$ — $V_7 a$ , но еще ранѣе преобразованія правилъ объ умноженіи по типу В, такъ какъ въ рукописяхъ  $V_1 b$  мы находимъ еще типъ А.

Затѣмъ развитіе текста В обнаруживается въ появленіи разнаго рода глоссъ въ главахъ общихъ текстамъ В и А, т. е. перешедшихъ изъ А въ В, при чемъ глоссы эти сдѣланы уже послѣ

<sup>6</sup>) См. выше. стр. 45, 49.

того, какъ была выработана редакція В. Это ясно изъ того, что ихъ не только нѣтъ въ рукописяхъ редакціи А, но и въ рукописяхъ то В онѣ непостоянныя и позднія гости.

Изъ этихъ глоссъ мы перечислимъ сначала тѣ, которыя не имѣютъ значенія для генеалогіи рукописей В, такъ какъ онѣ или встрѣчаются въ одной только рукописи, или же по своему содержанию и формѣ таковы, что могли возникнуть самостоятельно въ каждой изъ рукописей, заключающихъ ихъ. На нихъ нечего останавливаться подробнѣе. Значенія онѣ не имѣютъ. Ихъ достаточно просто перечислить.

Встрѣчаются только въ одной рукописи глоссы:

В II 4 (А II 2) var. *k*: „id est, sicut unum centenum vel mille-  
num dissipabis in sede denarii ac centenarii de proposito dividendo,  
sic reliquos singillatim dissipa“ (Br B).

В II 5 var. *d*: „id est quod habet ad decenum“ (Br B supra  
lineam).

В II 7 (А II 4) var. *h*: „videlicet“ (Bal).

В II 8 (А II 5) var. *f*: „id est sine digitis“ (Bal).

В II 10 (А II 6) var. *k*: „tantum“ (Sc.).

Встрѣчаются въ нѣсколькихъ рукописяхъ, но могли возникнуть въ каждой изъ нихъ самостоятельно глоссы:

А II 3 (В II 1 часть общая съ А II 3, Gerb. Opp. Math. p. 16)  
var. *a*: „singularem per singularem“ (Vat C, Mon D, B<sub>7</sub> a). „singula-  
res per singulares“ (Bal). Эта глосса могла возникнуть изъ заглавія  
этой главы въ текстъ В совершенно независимо въ каждой изъ  
этихъ трехъ рукописей. О ней я уже говорилъ выше<sup>7</sup>.

В II 2 (А II 1) var. *b*: „divisoris“ (Chr, MP), divisionis (Bal),  
которая точно также могла изъ смысла этого мѣста возникнуть са-  
мостоятельно въ каждой изъ этихъ рукописей и появляется даже  
въ одной изъ рукописей А<sub>2</sub> b (Carn B).

Разумѣется, что предположеніе о самостоятельномъ возникно-  
вленіи этихъ глоссъ въ разныхъ рукописяхъ становится излишнимъ  
во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ взаимная генеалогическая связь ру-  
кописей ясна изъ другихъ болѣе несомнѣнныхъ соображеній.

<sup>7</sup>) См. предыд. главу прим. 9.

Глоссы, которыя не могли въ разныхъ рукописяхъ возникнуть самостоятельно и потому указываютъ на генеалогическую связь заключающихъ ихъ рукописей, суть слѣдующія:

Глосса В II 8 (А II 5) var. d. Это есть то мѣсто сочиненія Герберта, которое нами разъяснено выше (стр. 56—60) и которое даетъ правило вычитанія изъ сотни единицъ, десятковъ, единицъ съ десятками. Правило это состоитъ, какъ мы видѣли, въ указаніи, какую разность до 10 надо ставить въ каждой графѣ, полную ли, или неполную. Неполная разность на единицу меньше полной. У Герберта полная названа „perfecta“, т. е. совершенной, а неполная указана неопредѣленнымъ „altera differentia“. Вотъ эту неопредѣленность принялись разъяснять глоссаторы, для чего имъ даже нечего было цапргать своей головы, такъ какъ они могли при этомъ пользоваться и находившимися въ одномъ съ гербертовскимъ трактатомъ сборникъ сочиненіемъ Геригера и комментаторомъ Герберта, писавшимъ между 999—1003 годами. Изъ геригеровскаго „*itio minus ab integris*“ или „*itio minus ab integra*“ легко объясняется глосса рукописей В<sub>2</sub> а—В<sub>4</sub> а „*itio minus*“, изъ комбинаціи Геригера и комментатора („*non perfecta*“) объясняется глосса В<sub>5</sub> а—В<sub>7</sub> а „*non perfecta, sed (или scilicet) itio minus*“. Въ В<sub>1</sub> а еще не было никакой глоссы, такъ какъ происходящая отсюда рукопись Мон F еще ее не имѣетъ<sup>8</sup>, но въ происходящей отъ той же В<sub>1</sub> а рукописи В<sub>2</sub> а она уже фигурируетъ. Нѣтъ ее и въ рукописяхъ В<sub>1</sub> b и В<sub>2</sub> b за исключеніемъ Chg Va (и копій съ нея Pag La, Pag Ma), гдѣ надъ строкой появляется замѣтка „*sed non perfecta*“, легко объясняющаяся или аптитезой предыдущему „*perfecta*“, или изъ того же комментатора, или, наконецъ, сравненіемъ Chg Va съ текстомъ В<sub>5</sub> а, на что указываетъ и другая глосса, написанная въ Chg Va тоже надъ строкой<sup>9</sup>.

Теперь перейдемъ къ глоссамъ, проникшимъ въ текстъ главы А II 6 (В II 10), т. е. къ var *m* и *n* В II 10.

Въ этой главѣ Гербертъ собралъ правила образованія частнаго. Дѣлю въ томъ, что у абацистовъ дѣленіе состояло изъ двухъ параллельныхъ и до известной степени независимыхъ другъ отъ друга дѣйствій. Одни дѣйствія имѣли въ виду постепенное методическое уменьшеніе дѣлимаго до полученія нуля или остатка меньшаго, чѣмъ дѣлитель. Другія дѣйствія должны были обращать получав-

<sup>8</sup>) Исправить то, что сказано Gerb. Opp. Math. p. 18 l. 20 var d.

<sup>9</sup>) См. глоссу В II var *n* ниже въ концѣ этой главы; см. прим. 10.

шіяся при первыхъ дѣйствіяхъ постепенно частичныя частныя въ настоящее общее частное. Мы теперь при дѣленіи стараемся отгадать сразу цифру каждаго разряда частнаго и постепенность наблюдается у насъ лишь въ томъ, что, опредѣливъ высшую цифру, мы постепенно въ убывающемъ порядкѣ опредѣляемъ сразу цифры остальныхъ разрядовъ частнаго. Абацистъ тоже придерживался этой постепенности, но у него была еще и другая постепенность: онъ получалъ даже въ каждомъ разрядѣ частнаго вѣрную цифру не сразу, а постепенно, какъ сумму частичныхъ частныхъ, меньшихъ, чѣмъ настоящее. Меньшую цифру въ разрядахъ частнаго онъ получалъ потому, что любилъ дѣлить не на настоящій дѣлитель, а на большій настоящаго. Въмѣсто 8 онъ дѣлил на десять, вычиталъ произведеніе 10 на это меньшее настоящаго частнаго изъ дѣлимаго, а послѣ добавлялъ излишне вычтенное, т. е. произведеніе разности отъ 8 до 10 и дѣлителя на это меньшее частное. При этомъ могло получиться такое число, которое при дальнѣйшемъ дѣленіи на 10 (вмѣсто 8) могло дать новое частичное частное въ той же графѣ, въ которой уже стояло первое частичное частное. Тогда, въ концѣ концовъ, приходилось складывать эти частичныя частныя для полученія настоящаго. Точно также, дѣля, напримѣръ, 90 на 12 абацистъ дѣлитъ 90 на большій, но болѣе удобный дѣлитель, напр., 20, и потомъ поправляетъ ошибку.  $90 : 20 = 4$  и остатокъ 10. Частное у насъ меньше, чѣмъ получилось бы при дѣленіи на 12, такъ какъ дѣлитель больше. Это не бѣда, какъ нѣтъ бѣды въ томъ, если при дѣленіи  $90 : 12$  я задамся 4;  $90 - 4 \times 12 = 42$ . Остатокъ 42 я могу вновь дѣлить на 12, напр.:  $42 : 12 = 3$  и остатокъ 6. Складывая частичныя частныя  $4 + 3$ , получаю настоящее частное 7 и остатокъ 6, т. е.  $90 = 12 \times 7 + 6$ . Но вотъ бѣда въ чемъ: остатокъ у меня получился меньшій, чѣмъ, если бы я вычелъ  $12 \times 4 = 48$  изъ 90, такъ какъ я вычелъ  $20 \times 4$  изъ 90. Поэтому къ остатку 10 я долженъ прибавить излишне вычтенныя единицы, т. е.  $(20 - 12) \times 4 = 8 \times 4 = 32$ .  $32 + 10 = 42$ . Это есть тотъ остатокъ, который мы получили бы, если бы изъ 90 вычли  $12 \times 4$ . Далѣе дѣлимъ 42 на 12 по тому же правилу.  $42 : 20 = 2$  остатокъ 2; къ этому остатку прибавляю  $(20 - 12) \times 2 = 16$ , получаю 18; далѣе изъ 18 вычитаю дѣлитель 12 и вижу, что его можно вычестъ 1 разъ и въ остаткѣ будетъ 6. Теперь складываю частичныя частныя  $4 + 2 + 1 = 7$ , что и вѣрно.

Такое правило дѣленія десятковъ или десятковъ съ единицами на десятки съ единицами преподаетъ очень лапидарно Гербертъ во второй главѣ (А II 2 = В II 4) своего трактата въ началѣ,



а въ концѣ той же главы онъ еще ланцидарнѣе излагаетъ способъ дѣлить сотни и тысячи на десятки съ единицами. Здѣсь мы наблюдаемъ другіе приемы. Здѣсь уже и дѣлимое бралось не настоящее, а упрощенное, и потомъ исправлялась ошибка. Затѣмъ этотъ случай стараются привести къ первому, т. е. чтобы вновь дѣлимое было одного разряда съ дѣлителемъ, т. е. десятки. Напримѣръ, если надо дѣлить 900 на 12, то брался уже не только упрощенный дѣлитель 20 (вмѣсто 12), но и упрощенное дѣлимое 100, которое разсматривалось какъ десять въ графѣ десятковъ, чѣмъ этотъ случай и приводился къ первому (дѣлимое въ графѣ дѣлителя). Дѣлилось 10 десятковъ на 20, т. е. на 2 десятка  $= 5$ ;  $100 - 20 \times 5 = 0$ ; къ этому остатку прибавляемъ  $(20 - 12) \times 5 = 40$ , получаемъ 40; дѣлимъ  $40 : 20 = 2$ ;  $40 - 20 \times 2 = 0$ ; прибавляемъ  $(20 - 12) \times 2 = 16$ ; изъ 16 вычитаемъ дѣлитель 12; получаемъ 4 и остатокъ 4. Складываемъ частичныя частныя  $5 + 2 + 1 = 8$ . Итакъ остатокъ 4, а частное 8, т. е.  $100 = 12 \times 8 + 4$ . Но намъ надо было дѣлить не 100, а 900. Ясно, что и остатокъ и частное будутъ въ девять разъ болѣе, т. е. надо и частное помножить на девять ( $8 \times 9 = 72$ ) и остатокъ ( $4 \times 9 = 36$ ). Теперь дѣленіе сводится къ дѣленію 36 на 12, которое, если мы произведемъ указаннымъ выше способомъ [т. е.  $36 : 20 = 1$  и остатокъ 16, къ которому прибавляемъ  $(20 - 12) \times 1 = 8$ , получаемъ 24;  $24 : 20 = 1$  и остатокъ 4;  $4 + (20 - 12) \times 1 = 12$ ;  $12 - 12 = 0$ ; итого  $1 + 1 + 1 = 3$ ], получимъ 3.  $72 + 3 = 75$ . 75 настоящее частное получилось изъ частичныхъ частныхъ путемъ умноженія и сложенія.

Отсюда понятно, что правила образованія частичныхъ и общихъ частныхъ можно было разсматривать отдѣльно. Надо было знать, въ какую графу ставить каждое частичное частное, что зависѣло, конечно, отъ положенія дѣлимаго и дѣлителя, какъ поступать, когда остатокъ меньше дополненнаго до 10 (напр.  $8 + 2$ ) или до 20, до 30 ..... 90 дѣлителя, какъ обращаться съ частнымъ отъ дѣленія, напр.,  $100 : 12$ , чтобы получить частное отъ дѣленія 900 на 12.

Все это очень кратко указываетъ Гербертъ въ шестой главѣ (А II 6  $\infty$  В II 10). Въ частности, обращаясь къ дѣленіямъ въ родѣ  $900 : 12$  или  $9000 : 12$ , о которомъ въ главѣ А II 2 шла рѣчь только въ смыслѣ образованія остатка (т. е. умноженія остатка отъ дѣленія  $100 : 12$ , именно 4 на девять), Гербертъ въ А II 6 преподаетъ правило поправки частнаго (т. е. тоже умноженія 8 на 9) въ слѣдующей краткой фразѣ: „Et sicut in centenis et millenis, quod ab uno exsuperat,

per denominationem totius summae multiplicatur, sic divisores per denominationem totius dividendi multiplicabuntur“. Это значитъ: „И сообразно тому, какъ при (дѣлимыхъ) сотняхъ и тысячахъ остатокъ отъ одной (сотни или тысячи) умножается на названіе (denominatio) всей суммы (т. е. числа сотенъ или тысячъ), такъ (въ этомъ случаѣ дѣленія) и частныя (divisores) будутъ умножаться на названіе (denominatio) всего дѣлимаго“ (т. е. на число сотенъ въ дѣлимомъ). Если знать, что у абацистовъ не только дѣлитель, но и частное называлось дѣлителемъ, то тутъ все ясно и достаточно сказано. Никакихъ прибавленій не требуется. Ихъ и нѣтъ ни въ рукописяхъ А, ни даже и въ нѣкоторыхъ В, напримѣръ, В<sub>1</sub> b. За то въ В<sub>1</sub> a—В<sub>5</sub> a сюда прицѣвлена глосса „Sed in ipsis tantummodo centenis et millenis“, которая въ лучшемъ случаѣ ничего кромѣ повторенія не заключаетъ, а въ худшемъ случаѣ, т. е. понимая ее въ смыслѣ ограниченія этого правила только сотнями и тысячами, совсѣмъ не вѣрна. Правило это относится и къ дѣленію десятковъ тысячъ, сотенъ тысячъ, и т. д. на десятки съ единицами, и къ дѣленію ихъ на сотни съ десятками и т. п. Немудрено поэтому, что это прегрѣшеніе безвѣстнаго охочаго до помѣтокъ глоссатора благообразно устранено уже изъ В<sub>6</sub> a, а потому отсутствуетъ и въ В<sub>7</sub> a.

При опредѣленіи графы, въ которую ставятся частныя, Гербертъ употребляетъ выраженія: дѣлитель такой то при дѣлимомъ такомъ то „посылаетъ частное (denominatio; при дѣленіи на упрощенные дѣлители, какъ 10, 100, 1000 и т. д., къ которымъ любилъ обращаться абацисты, частное всегда равно высшей цифрѣ дѣлимаго, т. е. числу десятковъ, сотенъ, тысячъ и т. д.) „ad tertias“, „ad quartas“, „quintas“, подразумѣвается „sedes“. Для всякаго абациста было ясно, что разумѣются колонны (sedes) абака вправо отъ колонны дѣлимаго, при чемъ и она входитъ въ счетъ. Никакихъ разъясненій не требовалось. Ихъ и нѣтъ ни въ А, ни въ В<sub>1</sub> b, ни въ В<sub>2</sub> b (какъ, напримѣръ, Chr A, за исключеніемъ Chr Ba съ копіями Par La, Par Ma). Но вотъ переписчикъ В<sub>1</sub> a раздражается мудрымъ разъясненіемъ „id est ad tertium locum ab eo, quem dividit, scilicet in colligendis divisoribus“—„т. е. къ третьему мѣсту отъ того, котораго дѣлится, т. е. на то мѣсто абака, гдѣ производится сложение (частичныхъ) частныхъ“ (это дѣлалось внизу абака). Эта глосса держится вплоть до В<sub>5</sub> a, потомъ пропадаетъ въ В<sub>6</sub> a, В<sub>7</sub> a. Переписчикъ одной изъ рукописей В<sub>2</sub> b, а именно Chr Ba, который вообще, повидимому, сличалъ свой текстъ съ В<sub>5</sub> a, внесъ отсюда и эту

глоссу въ свою уже готовую рукопись, а потому и поставилъ ее надъ строкою <sup>10</sup>.

Общее заключеніе, которое мы можемъ сдѣлать изъ настоящей главы, слѣдующее. Текстъ В отличался сначала отъ текста А только ной редакціей правилъ дѣленія, но уже въ скоромъ времени въ одномъ изъ развѣтвленій текста В, именно въ Ва, во второмъ фазисѣ его развитія В<sub>2</sub>а, и правила умноженія перерабатываются. Къ правиламъ дѣленія типа В постепенно прибавляются разныя глоссы, которыя ничего существеннаго къ тексту не прибавляютъ, а занимаются лишь толкованіемъ элементарнѣйшихъ сторонъ абака, притомъ не всегда успѣшно. Въ общемъ, онѣ паразиты въ текстѣ Герберта. Я очень радъ, что мнѣ удалось ихъ оттуда вылущить и представить этотъ текстъ въ оригинальномъ здоровомъ видѣ, въ какомъ онъ былъ до этихъ уродливыхъ новообразованій.

---

<sup>10</sup>) Случайно и независимо другъ отъ друга эта глосса въ Chr Va и классѣ V<sub>1</sub>а—V<sub>6</sub>а образоваться не могла, а, такъ какъ она попадаетъ изъ рукописей B b лишь въ одной Chr Va (и копіяхъ съ нея Pag La, Pag Ma) и стоитъ надъ строкой, то ясно, что она сюда попала изъ V<sub>1</sub>а—V<sub>6</sub>а, даже специально изъ V<sub>6</sub>а. Только въ V<sub>6</sub>а есть и эта глосса и глосса „non perfecta, sed uno minus“, откуда объясняется глосса Chr Va „sed non perfecta“, тоже стоящая надъ строкой.

## ГЛАВА V.

Еще письмо Герберта къ Константину объ абакъ въ текстъ рукописи Vat. C. Слѣды другого сочиненія Герберта объ абакъ и характеръ этого сочиненія.

Въ Vat C передъ правилами объ умноженіи стоитъ заглавіе „*Incipiunt multiplicationes G. ad Constantinum*“, за этими правилами находится нигдѣ болѣе не встрѣчающееся обращеніе къ Константину „*O dulce solamen—explicabo*“ (Gerb. Opp. Math. p. 11 l. 29 и pp. 23—24), затѣмъ подъ заглавіемъ „*De divisione incipit*“ слѣдуютъ правила о дѣленіи, гдѣ въ главѣ В П 2 между вступленіемъ, встрѣчающимся только въ В, и общей текстамъ А (А П 1) и В частью этой главы помѣщено извѣстное намъ изъ другихъ рукописей письмо къ Константину, стоящее въ нихъ во главѣ трактата (Gerb. Opp. Math. p. 13 l. 4, В П 2 var *f*). Замѣтимъ прежде всего, что для этого послѣдняго письма мѣсто въ Vat C выбрано во всякомъ случаѣ неудачно: оно стоитъ уже послѣ В П 1 и вступленія къ В П 2. Однако, если принять въ соображеніе тотъ замѣчательный фактъ, что оно тѣсно связано съ слѣдующей за нимъ общею текстамъ А и В частью главы В П 2 (А П 1), а эта часть есть первая глава правилъ о дѣленіи въ текстѣ А, то невольно рождается вопросъ, нельзя ли положеніе письма къ Константину въ cod. Vat C объяснить тѣмъ, что рядомъ съ текстомъ В переписчикъ имѣлъ подъ руками такую рукопись, въ которой правила о дѣленіи были еще въ редакціи А, и передъ первымъ изъ этихъ правилъ находилось вслѣдствіе пропуска всѣхъ правилъ умноженія письмо къ Константину „*Vis amicitiae—plena fide comparatam*“, и что странное положеніе этого письма въ Vat C объясняется комбинаціей этихъ двухъ текстовъ. Переписчикъ избралъ болѣе полный текстъ В, но для письма сохранилъ положеніе его въ другой

рукописи. Намъ извѣстны двѣ такія рукописи редакціи А, гдѣ переписчики пропустили правила объ умноженіи, какъ весьма легкія, и вмѣстѣ съ ними и письмо „Vis amicitiae“, а именно Rot и Chr B b. Чтобы получить таинственную рукопись, на основаніи которой переписчикъ Vat C могъ переставить это письмо, достаточно предположить, что существовала такая рукопись, гдѣ переписчикъ пропустилъ только правила объ умноженіи, а письмо сохранилъ. Тогда это письмо очутилось бы какъ разъ передъ А II 1 (второй половиной В II 2). Это весьма вѣроятное предположеніе достаточно хорошо объясняетъ положеніе письма въ Vat C.

Но на такое предположеніе намъ можно было бы возразить новымъ предположеніемъ, а именно, что могла быть и такая рукопись, болѣе древняя, чѣмъ нашъ текстъ А, въ которой письмо „Vis amicitiae“ стояло передъ А II 1, а передъ нимъ находились правила объ умноженіи въ редакціи А съ письмомъ „O dulce solamen“ въ видѣ послѣсловія. Тогда объ части трактата имѣли бы каждая свое обращеніе къ Константину и могли бы быть, пожалуй, признаны за два первоначально самостоятельныхъ трактата, а текстъ А являлся бы уже не первоначальнымъ, а производнымъ: составитель его выбросилъ письмо „O dulce solamen“, а правила объ умноженіи вставилъ между письмомъ „Vis amicitiae“ и первымъ правиломъ о дѣленіи въ редакціи А. Передъ составителемъ же Vat C находилась бы именно эта первоначальная рукопись, а рядомъ съ ней и рукопись текста В, и его текстъ былъ бы комбинаціей текстовъ этихъ двухъ рукописей.

Такое предположеніе, кажущееся на первый взглядъ не менѣе вѣроятнымъ, чѣмъ наше, на самомъ дѣлѣ, однако, не можетъ быть допущено.

Нельзя, во первыхъ, указать какіе нибудь разумные мотивы, которые заставили бы составителя текста А искалѣчить такимъ образомъ текстъ предполагаемой первоначальной рукописи. Къ чему ему было выкидывать письмо „O dulce solamen“, а правила объ умноженіи передвигать за письмо „Vis amicitiae“?

Во вторыхъ, было бы совершенно напрасно искать въ числѣ извѣстныхъ намъ рукописей такую, которая хоть сколько нибудь свидѣтельствовала бы о такомъ первоначальномъ состояніи текста нашего трактата, между тѣмъ какъ наше предположеніе находитъ себѣ оправданіе въ Rot и Chr B b.

Наконецъ, въ третьихъ, письма „Vis amicitiae“ и „O dulce solamen“ ни въ какомъ случаѣ не могли, какъ это сейчасъ будетъ доказано, стоять въ одномъ и томъ же трактатѣ, а слѣдовательно

противопологаемое нашему предположеніе влекло бы за собою допущеніе существованія двухъ первоначально самостоятельныхъ трактатовъ Герберта: одинъ объ умноженіи съ письмомъ „O dulce solamen“, другой о дѣленіи съ письмомъ „Vis amicitiae“, т. е. возвращало бы насъ къ ошибкамъ авторовъ *Histoire littéraire de la France*<sup>1</sup>. Но въ письмѣ „Vis amicitiae“ Гербертъ самъ говоритъ, что до того времени, когда онъ написалъ его, онъ уже много лѣтъ не занимался абакомъ. Такъ какъ это письмо написано около 980 года въ бытность Герберта схоластикомъ въ Реймсѣ (972—982), то при предположеніи, что трактатъ объ умноженіи написанъ ранѣе, выходило бы, что свой трактатъ объ умноженіи Гербертъ адресовалъ къ Константину во всякомъ случаѣ до 970 года, т. е. или изъ Испаніи, гдѣ онъ учился математикѣ нѣкоторое время (967—970), или еще до отъѣзда въ испанскую марку. Но до отъѣзда онъ былъ еще совершеннымъ юношей, а послѣ отъѣзда онъ находился весьма далеко отъ Константина вплоть до пріѣзда въ Реймсъ въ 972. Да и вообще ни откуда не видно, чтобы онъ былъ уже тогда знакомъ съ Константиномъ изъ Fleury. Ихъ знакомство едва ли могло начаться ранѣе 972 года, когда Гербертъ сдѣлался схоластикомъ въ близкомъ сравнительно отъ Fleury Реймсѣ. Въ письмѣ „O dulce solamen“ нѣтъ ничего такого, что указывало бы его специальное отношеніе къ правиламъ объ умноженіи, да и было бы, наконецъ, совершенно непонятно, какимъ образомъ Гербертъ могъ бы адресовать къ Константину до 970 одни правила объ умноженіи, за которыми правила о дѣленіи послѣдовали бы много лѣтъ спустя, когда эти правила нераздѣлимы и составляютъ необходимое дополненіе другъ къ другу.

Это послѣднее соображеніе сохраняетъ всю свою силу и при допущеніи, что письмо „O dulce solamen“ вмѣстѣ съ связаннымъ съ нимъ въ Vat С предполагаемымъ трактатомъ объ умноженіи написано послѣ 980. Тогда оказывалось бы, что за письмомъ „Vis amicitiae“, написанномъ около 980 года, слѣдовали бы одни лишь правила о дѣленіи. Между тѣмъ въ письмѣ „Vis amicitiae“ нѣтъ ничего такого, что указывало бы на его специальное отношеніе къ однимъ лишь правиламъ о дѣленіи, а есть даже совершенно обратное<sup>2</sup>, и

<sup>1</sup>) См. выше стр. 22.

<sup>2</sup>) Въ немъ говорится вообще о „rationes numerorum abaci“; далѣе Гербертъ спрашиваетъ „Quid enim dicet esse digitos, articulos, minuta“? Термины „digitus“ и „articulus“ относятся прямо къ умноженію и косвенно къ дѣленію, такъ какъ при дѣленіи нельзя обойтись безъ постоянного умноженія. Термины „minuta“ встрѣчается въ правилахъ о дѣленіи А П 5 (В П 8).

было бы прямо изумительно, если бы Гербертъ могъ направить къ Константину правила о дѣленіи безъ правилъ объ умноженіи, когда въ правилахъ о дѣленіи постоянно встрѣчаются случаи умноженія чиселъ на абакъ.

Если же, какъ изъ этого ясно, Гербертъ написалъ около 980 полный трактатъ объ абакъ, то тогда ему не было никакой необходимости отправлять къ Константину послѣ 980 одни лишь правила объ умноженіи.

Итакъ, ни двухъ частичныхъ трактатовъ, ни тѣмъ менѣе двухъ полныхъ объ абакъ нельзя допустить. Но почему оба письма не могли находиться въ одномъ и томъ же трактатѣ? Вотъ почему.

Въ письмѣ „*Vis amicitiae*“ Гербертъ называетъ Константина „*o mi dulce solamen laborum*“, другое письмо начинается словами „*O dulce solamen meorum, Constantine, laborum*“. Въ первомъ Гербертъ, полемизируя съ какимъ то „*philosophus sine litteris*“, спрашиваетъ: „*Quid enim dicet esse digitos, articulos, minuta, qui auditor majorum* (т. е. предковъ, древнихъ) *esse dedignatur*“.—„*Quid cum idem numerus modo simplex, modo compositus, nunc digitus, nunc constituatur ut articulus*“. Во второмъ Гербертъ опять, имѣя въ виду какихъ то „*minus callentes*“, но уже не одного „*philosophus sine litteris*“, спрашиваетъ: „*Nam de numeris aut per se, aut in relatione consistentibus, quid dicent esse digitos, quid etiam articulos, cum totius praedicti substantia numeri solummodo in istarum versetur vicissitudine rerum*“ и общааетъ обо всемъ этомъ поговорить современемъ поподробнѣе. Между тѣмъ, въ первомъ Гербертъ считаетъ вопросъ изложеннымъ, хотя и кратко, но тѣмъ не менѣе достаточно: „*Habes—viam rationis, brevem quidem verbis, sed prolixam sententiis et—plena fide comparatam*“. На пространствѣ такого краткаго сочиненія, какъ нашъ трактатъ, къ чему было бы Герберту дважды титуловать Константина эмфатически „*dulce solamen laborum*“, дважды и къ тому же безъ взаимной ссылки ставить вопросъ о дигитахъ и артикулахъ, не дѣлая ни разу попытки опредѣлить, что такое дигитъ и артикуль? Какъ онъ могъ бы имѣть въ виду то какого то одного „*philosophus sine litteris*“, то многихъ „*minus callentes, qui ipsa norma rationis (sc. abaci) aut neglecta aut funditus ignorata*“? Наконецъ, какимъ образомъ онъ давалъ бы въ одномъ и томъ же трактатѣ такіе противорѣчивые отзывы о ясности его изложенія?

Итакъ, оба разбираемая письма не могутъ относиться ни къ одному и тому же, ни къ двумъ самостоятельнымъ трактатамъ объ абакъ, а, такъ какъ неразрывная связь письма „*Vis amicitiae*“ съ нашимъ

трактатомъ незыблемо утверждается всѣми рукописями, не исключая и Vat C, то ясно, что письмо „o dulce solamen“ не имѣеть никакого отношенія къ нашему трактату.

Что же оно такое и въ какое время оно написано? Такъ какъ до приблизительно 980 г. Гербертъ ничего не писалъ Константину объ абакѣ, а въ этомъ письмѣ Гербертъ говоритъ объ абакѣ, то ясно, что оно написано послѣ 980 года. Это „terminus post quem“. Что касается „terminus ante quem“, его можно было бы установить, если въ нашемъ письмѣ было бы какое нибудь заглавіе въ родѣ, напримѣръ, находящаго въ письмѣ „Vis amicitiae“: Constantino suo Gerbertus scolasticus (972--982). Тогда этотъ „terminus“ былъ бы: „до конца 982“, когда Гербертъ сдѣлался аббатомъ Боббіо. Но, въ виду отсутствія такого заглавія, оно могло быть написано и послѣ 982. Ища въ перепискѣ Герберта поводовъ къ написанію его, мы наталкиваемся на относящіяся къ началу 984 письма, въ которыхъ рѣчь идетъ о присылкѣ въ Реймсъ изъ Орильяка или изъ Испаніи сочиненія нѣкоего испанца Іосифа Мудраго объ умноженіи и дѣленіи чиселъ<sup>3</sup>, а потому самъ собою рождается вопросъ, не есть ли письмо „o dulce solamen“ препроводительная записка, при которой Гербертъ послалъ это сочиненіе Константину. Но, во первыхъ, намъ неизвѣстно изъ переписки, получилъ ли самъ Гербертъ просимое имъ сочиненіе, во вторыхъ, въ „препроводительной“ запискѣ Гербертъ черезчуръ уже напираетъ на „a veteribus dicta“, а Іосифъ едва ли можетъ быть причисленъ къ „veteres“, подъ которыми Гербертъ могъ разумѣть только древнеклассическихъ писателей. Итакъ, если наше письмо есть „препроводительная“ записка, то оно относится къ какому то намъ неизвѣстному произведенію римскихъ временъ. Но всего вѣроятнѣе, что мы имѣемъ дѣло съ отрывкомъ, прологомъ или эпилогомъ, собственнаго произведенія Герберта, въ которомъ онъ опять говоритъ объ абакѣ, наставляя на необходимости обращаться къ „сказанному древними“ для пониманія коренныхъ основъ абака. Каково могло быть содержаніе этого сочиненія? Разъ оно написано послѣ трактата, вышедшаго изъ подъ пера Герберта въ 980 и посланнаго къ Константину, то ясно, что въ немъ Гербертъ уже не могъ повторять правилъ объ умноженіи и дѣленіи ни въ томъ же краткомъ видѣ, ни въ болѣе подробномъ. Если бы болѣе подробное сочиненіе объ этихъ правилахъ когда либо вышло изъ подъ пера Герберта, оно, разумѣется, совер-

<sup>3</sup>) См. выше стр. 34 и 35.



шенно вытѣснило бы его первое сочиненіе, а между тѣмъ такого подробнаго сочиненія нѣтъ въ рукописяхъ и всѣ ближайшіе преемники Герберта знаютъ только это краткое сочиненіе, жалуются на его краткость, и пишутъ къ нему комментаріи<sup>4</sup>. Да и самъ Гербертъ, какъ мы только что видѣли, считалъ это свое краткое сочиненіе достаточно яснымъ. О чемъ же могъ говорить Гербертъ въ томъ сочиненіи, отрывкомъ котораго является письмо „o dulce solamen“. Объ этомъ, мнѣ кажется, лучше всего судить по этому письму: въ этомъ сочиненіи Гербертъ 1) указывалъ на связь абака съ древнеклассическими традиціями, 2) говорилъ о томъ, что такое дигиты и артикулы, о чемъ онъ не сказалъ ни слова въ первомъ трактатѣ, предполагая все это достаточно извѣстнымъ Константину, 3) и вообще обо всемъ, что касается „ipsa norma rationis“ (abaci) и „substantia praedicti numeri“, 4) наконецъ, можетъ быть, описывалъ самое устройство абака, о чемъ въ первомъ трактатѣ нѣтъ ни слова.

Тогда переписка Герберта съ Константиномъ представится намъ въ слѣдующемъ видѣ.

Около 980 во Флерн на Лоарѣ находился молодой Константинъ, который былъ другомъ Герберта („Vis amicitiae“). Онъ былъ въ то время или уже преподавателемъ въ школѣ этого монастыря, схоластикомъ, или, что еще вѣроятнѣе, ученикомъ этой школы, такъ какъ Гербертъ называетъ его просто „своимъ“, а не схоластикомъ. Интересуясь науками математическими, Константинъ занялся, между прочимъ, и абакомъ. По этому вопросу ему приходилось обращаться къ одному изъ ученыхъ, находившемуся, вѣроятно, въ той же монастырской школѣ, можетъ быть, въ качествѣ схоластика. Ученый этотъ, очевидно, представитель строго монашескаго направленія тогдашней мысли, гнушавшейся древне классической языческой науки, преподавалъ искусство оперировать на абакѣ внѣ связи съ древнеклассическими литературными традиціями и потому въ его преподаваніи были кое какія неясности, недомолвки. Тѣмъ не менѣе онъ протестовалъ противъ обращенія къ классическимъ источникамъ и все извлеченное отсюда отвергалъ („putet—haec alius arti vel sibi esse contraria“). Онъ не хотѣлъ считать себя ученикомъ древнихъ („auditor majorum fore dedignatur“)<sup>5</sup> и полагалъ

<sup>4</sup>) См. стр. 2—4, 40—41 прим. 1.

<sup>5</sup>) Обыкновенно „majorum“ считаютъ родительнымъ не отъ „maiores“, а отъ „maiora“. Но что въ абакѣ было „maiora“, чѣмъ ясное представленіе о дигитахъ и артикулахъ? Самъ Гербертъ въ другомъ письмѣ объ абакѣ гово-

себя единственнымъ знатокомъ абака („vult tamen videri solus scire“). Ученый этотъ не только не находился въ личной перепискѣ съ Гербертомъ, но, повидимому, былъ его недоброжелателемъ. По крайней мѣрѣ, Гербертъ, не обинуясь, называетъ его „философомъ незнакомымъ съ (древней) литературой“ („philosophus sine litteris“) <sup>6</sup>. Нельзя не отмѣтить страннаго совпаденія: всѣ эти признаки сходятся на Аббонѣ, который впоследствии сдѣлался аббатомъ Флери (съ 988 года). Онъ былъ представителемъ строго монашескаго направленія мысли, считалъ себя „докторомъ абака“ и даже писалъ объ абакѣ <sup>7</sup>. Около 980 года онъ былъ, вѣроятно, во Флери въ качествѣ схоластика <sup>8</sup>. Онъ не переписывался съ Гербертомъ: по крайней мѣрѣ, ни въ письмахъ Аббона, ни въ письмахъ Герберта мы не встрѣчаемъ и слѣдовъ такой переписки. Гербертъ даже въ перепискѣ съ Константиномъ нигдѣ не упоминаетъ его имени, не исключая даже и писемъ 988, написанныхъ около времени избранія Аббона въ аббаты, хотя онъ, повидимому, долженъ былъ радоваться такому избранію, такъ какъ Аббопъ былъ одинъ изъ ученичайшихъ людей того времени и помимо другихъ знаній и хорошей математикъ <sup>9</sup>. Такое молчаніе едва ли было случайное. Не играло ли здѣсь какой нибудь роли ученое соперничество, которымъ, можетъ быть, объяснено и выраженіе „sine litteris“ въ приложеніи къ такому ученому человѣку, какимъ былъ Аббонъ? Ученая полемика и теперь не всегда ведется сдержанно, а средніе вѣка были очень несдержаны въ спорахъ и игрѣ самолюбія? Намъ извѣстно, кромѣ того, что Аббонъ расходился диаметрально съ Гербертомъ и его другомъ Арнульфомъ, епископомъ орлеанскимъ, во взглядахъ на папскій авторитетъ, значеніе котораго оба друга умалляли, опи-

рять о дигитахъ и артикулахъ, что въ нихъ и состоитъ вся суть: „cum totius prae dicti substantia numeri solummodo in istarum versetur vicissitudine rerum“. Всѣ правила объ умноженіи и дѣленіи были основаны на этомъ различеніи. Нельзя же считать, что этому ученому была извѣстна лишь часть правилъ о дѣйствіяхъ на абакѣ (напримѣръ, объ умноженіи), а объ остальныхъ („тајога“, напримѣръ, правилахъ о дѣленіи) онъ не хотѣлъ и слышать. Это было бы уже совершенно безсмысленно.

<sup>6</sup>) Такъ, очевидно, надо понимать слово „litterae“, а не въ смыслѣ грамотности. Нигдѣ нельзя указать слѣдовъ переписки Герберта съ кѣмъ нибудь другимъ изъ близкихъ по мѣсту жительства къ Константину ученыхъ, кромѣ самаго Константина.

<sup>7</sup>) См. *Bubnov*, *Gerb. Opp. Math.* pp. 203 l. 7, *passim* pp. 199—203. О биографіи Аббона см. *ibid.* p. 197 n. 1.

<sup>8</sup>) *Ibid.* p. 197 n. 1.

<sup>9</sup>) См. *Havet*, *Lettres de Gerbert*, ерр. 142, 143, „А“ въ ср. 191 не есть Аббонъ; см. *Бубновъ*, *Сб. пис. Герб.* II 824 пр. 95, *Havet*, p. 178 n. 3.

раясь на постановленія африканскихъ соборовъ<sup>10</sup>. Аббонъ былъ, кромѣ того, въ личныхъ крайне враждебныхъ отношеніяхъ къ Арнульфу, епископу орлеанскому, который былъ правой рукой Герберта въ оппозиціи противъ папства, когда папы стали оспаривать законность избранія Герберта въ реймскіе архіепископы<sup>11</sup>. Константинъ же былъ другомъ не только Герберта, но и Арнульфа, который сдѣлалъ его между 988—995 годомъ аббатомъ Мисі<sup>12</sup>. Въ вопросѣ о законности избранія Герберта въ реймскіе архіепископы Аббонъ стоитъ всецѣло на сторонѣ папы, о чемъ свидѣлствуетъ его письмо писанное въ 998 году, и энергически помогаетъ папѣ въ дѣлѣ<sup>13</sup> изложенія Герберта и возстановленіи предшественника Герберта Арнульфа. Напрасно поэтому Аббонъ писалъ папѣ, Григорію V: „Такъ случилось и съ реймскою церковью: все зло, совершенное Арнульфомъ и Гербертомъ, оставалось на имуществѣ св. Маріи. Я ихъ обоихъ уважалъ и теперь уважаю, какъ друзей, но, хотя бы это имъ и не правилось, я не молчалъ, когда находилъ въ нихъ что нибудь, достойное порицанія“. Его увѣренія въ дружбѣ къ Герберту были несомнѣнно лицомѣрны.

Все это дѣлаетъ весьма вѣроятнымъ, что учителемъ Константина въ искусствѣ абака былъ именно Аббонъ, на котораго Константинъ и апеллировалъ въ данномъ вопросѣ къ своему ученому другу, реймскому схоластику.

Какъ бы то ни было, обращеніе Константина застало Герберта врасплохъ. Прошло уже много лѣтъ съ тѣхъ поръ, какъ самъ Гербертъ не имѣлъ подъ рукою книги объ абакѣ и даже не упражнялся въ этомъ искусствѣ („*aliquot lustra jam transierint, ex quo nec librum, nec exercitium harum regum habuerimus*“). Тѣмъ не мене, „сила дружбы сдѣлала возможнымъ невозможное“ („*Vis amicitiae pene impossibilia redigit ad possibilia*“), и реймскій схоластикъ исполнилъ просьбу своего друга: онъ изложилъ въ краткой формѣ сложныя („*viam rationis, brevem quidem verbis, sed prolixam sententiis*“) правила о дѣйствіяхъ на абакѣ („*rationes numerorum abaci*“), стараясь по возможности возстановить буквально, или, по крайней мѣрѣ, близко по смыслу („*quaedam repetita memoria eisdem verbis proferimus, quaedam eisdem sententiis*“) бывшее у него когда то

<sup>10</sup>) См. Бубновъ, Сб. пис. Герб. II, стр. 699—711, 744—749.

<sup>11</sup>) См. Бубновъ, Сб. пис. Герб. II, 344, прим. 53, 882—885.

<sup>12</sup>) См. Бубновъ, II, стр. 823, пр. 94 (Gerb. op. 191).

<sup>13</sup>) См. Бубновъ II, 882—885.

подъ руками руководство, формулообразныя правила котораго онъ затвердилъ, какъ мы таблицу умноженія. Несмотря на краткость, онъ считалъ эти правила достаточно ясными („*viam rationis—plena fide comparatam*“), такъ какъ онъ писалъ ихъ для своего друга, который уже былъ раньше знакомъ съ абакомъ и нуждался лишь въ дополненіи своего знанія. Намъ извѣстно, что одинъ изъ учениковъ Герберта Рихеръ считалъ это сочиненіе своего учителя совершенно яснымъ и даже рекомендовалъ его тому, кто хочетъ познакомиться съ тѣмъ, какъ производилъ Гербертъ свои операциі<sup>14</sup>. Если бы предположить, что это сочиненіе адресовано къ человѣку, также мало знакомому съ абакомъ, какъ наши современники, то тогда такая краткая формулировка правилъ, отсутствіе описанія абака и опредѣленій, что такое дигитъ и артикуль, сложное и простое число, были бы совершенно необъяснимы и сочиненіе не имѣло бы никакого смысла: въ этомъ всякій, кто рѣшился бы пропикнуть въ смыслъ трактата, не прибѣгая къ комментаріямъ и сочиненіямъ новѣйшихъ ученыхъ, можетъ убѣдиться собственнымъ опытомъ. Именно только потому, что Гербертъ писалъ къ своему ученому другу, познанія котораго ему были извѣстны, онъ могъ позволить себѣ такую краткость, обойти описаніе самаго абака, лишь вскользь коснуться вопроса о важности и значеніи коренныхъ терминовъ абака (дигитъ, артикуль, минуты, „*perfecta differentia*“, „*altera differentia*“) <sup>15</sup> и уклониться отъ иллюстраціи правилъ численными примѣрами, предоставивъ ее позднѣйшимъ комментаторамъ <sup>16</sup>. Въ письмѣ, поставленномъ въ началѣ сочиненія, Гербертъ сдѣлалъ нѣсколько рѣзкихъ намековъ по адресу того ученаго, который, воображая себя единственнымъ знатокомъ абака въ своемъ высокомѣріи уже считаетъ ниже своего достоинства учиться у древнихъ, и даже называетъ его „*philosophus sine litteris*“.

Въ такомъ видѣ Гербертъ отправилъ около 980 года это свое сочиненіе во Флери, проставивъ въ заголовкѣ свое тогдашнее званіе „схоластикъ“. Константинъ получилъ его и сталъ его пропагандировать, но при этомъ наткнулся на оппозицію, во главѣ которой стоялъ, очевидно, уже упомянутый нами ученый. Начались споры, во время которыхъ выяснилось, что и самыя основныя по-

<sup>14</sup>) Richerus III 54 (см. выше стр. 2 прим. 3).

<sup>15</sup>) См. выше стр. 53—62.

<sup>16</sup>) Совершенно вѣрно замѣчаетъ одинъ изъ нихъ (Gerb. Opp. Math. p. 246 l. 8) о „*rationes numerorum abaci*“: „*facilius etenim, ni fallor, possunt operando enucleari, quam disserendo (какъ это дѣлаетъ Гербертъ) vel colloquendo elucidari*“.

нятія системы абака можно было толковать такъ или иначе. Константинъ еще разъ обратился къ Герберту за дополнительными разъясненіями, которыя тотъ и далъ ему въ другомъ сочиненіи. Здѣсь онъ долженъ былъ разъяснять самую суть системы абака, такъ какъ оказалось, что она оказалась или мало понятной, или даже совершенно неизвѣстной: „qui ipsa norma rationis (sc. abaci, сравни выше „viam rationis—plena fide comparatam“ и „rationes numerorum abaci“) aut neglecta, aut funditus ignorata“<sup>17</sup>, и вообще самую природу чиселъ абака („praedicti substantia numeri“), къ которой относится, главнымъ образомъ, различіе дигитовъ и артикуловъ. Особенно же онъ напиралъ на необходимость постоянно обращаться къ древнеклассическимъ источникамъ, чтобы имѣть правильное обо всемъ этомъ представленіе.

Въ началѣ или концѣ этого сочиненія находилось слѣдующее обращеніе къ Константину: „О сладкая утѣха трудовъ моихъ, Константинъ, твоему пронзательному уму, всегда отличавшемуся непредубѣжденностью и благородствомъ въ научныхъ занятіяхъ, сообщаю я эти аксіомы, чрезвычайно полезныя въ смыслѣ внутренняго упражненія ума, для первоначальнаго ознакомленія (и притомъ) съ той цѣлью, чтобы и у менѣ смыслящихъ открылся смыслъ для совершеннаго ихъ пониманія, т. е. у тѣхъ, которые, или пренебрегши, или и совсѣмъ не зная самой нормы системы („ipsa norma rationis“), тѣмъ не менѣ обычными своими разглагольствованіями надобѣдаютъ всѣмъ лучшимъ представителямъ знанія („sophistici characteris assertores quosque peritissimos“). Если бы они, созерцая вѣроятную природу всякой вещи, какъ за путь спасенія, держались бы за сказанное древними, то изученіе древнихъ не отзывалось бы такъ неблагоприятно въ ихъ собственныхъ вопрошеніяхъ и разсужденіяхъ. А то вѣдь въ случаѣ, если имъ придется говорить о числахъ самихъ по себѣ, или въ ихъ взаимныхъ отношеніяхъ, то какъ они опредѣляютъ дигиты, какъ артикулы? Между тѣмъ, вѣдь сущность всего вышеупомянутаго числа и вращается то вѣдь въ разнообразныхъ чередованіяхъ всего этого (т. е. одно и то же число можетъ являться то какъ дигитъ, то какъ артикулъ). Но все это я, въ виду нашей вышеупомянутой дружбы, если только буду живъ, объясню

<sup>17</sup>) Геригеръ самое устройство абака, именно 27 колоннъ, называетъ „norma abaci“ и вѣрно говоритъ, что при желаніи можно эту норму удлинить, т. е. нарисовать болѣе 27 колоннъ: „Si quis autem velit in infinitum protendere ipsam normam abaci“ (Gerb. Opp. Math. p. 209 l. 13).

тебѣ со временемъ яснѣе, такъ, какъ это необходимо для полнаго пониманія“.

Это свое намѣреніе Гербертъ, занятый съ конца 982 года своимъ аббатствомъ и политическими дѣлами, вѣроятно, не исполнилъ: по крайней мѣрѣ, оно не оставило ни малѣйшихъ слѣдовъ въ извѣстной намъ литературѣ.

Итакъ, письмо „o dulce solamen“ не связано съ правилами Герберта объ умноженіи и дѣленіи и попало въ нихъ въ рукописи Vat C только благодаря тому, что у составителя ея подъ руками рядомъ съ правилами редакціи В и рукописью редакціи А (но безъ правилъ объ умноженіи) находилось еще одно сочиненіе Герберта, посвященное изложенію не правилъ, а „ipsius normaе rationis“ (sc. abaci). Полагая эту норму извѣстной, онъ заимствовалъ изъ этого сочиненія лишь письмо Герберта и поставилъ его за правилами умноженія, сохранивъ намъ, такимъ образомъ, этотъ въ высшей степени интересный документъ.

# Подлинное сочиненіе Герберта объ абакѣ.

*Филологическій этюдъ въ области исторіи математики*

## ГЛАВА VI.

### Выводы.

Если, кромѣ всѣхъ тѣхъ данныхъ, которыя выведены мною въ предыдущихъ главахъ, принять въ соображеніе еще и мелкіе варианты, отмѣченные въ моемъ изданіи, то получится слѣдующая общая картина исторіи текста сочиненія Герберта о правилахъ умноженія и дѣленія на абакѣ.

#### I.

##### Текстъ X.

До 970 существовало сочиненіе неизвѣстнаго автора объ умноженіи и дѣленіи чиселъ на абакѣ, такъ какъ Гербертъ именно до 970 года могъ изучать эту книгу, по всей вѣроятности еще въ школѣ. По крайней мѣрѣ, около 980 г. онъ ссылался на нѣсколько пятнадцатилѣтній, въ продолженіи которыхъ онъ абакѣ совсѣмъ не занимался. Сочиненіе это не есть трудъ испанца Іосифа Мудраго объ умноженіи и дѣленіи чиселъ, такъ какъ содержаніе этого труда не было извѣстно Герберту даже и въ началѣ 984, когда онъ хлопочетъ о доставкѣ ему изъ испанской марки экземпляра сочиненія Іосифа Мудраго (стр. 31—36).

#### II.

##### Гербертовскій текстъ (A).

1. Нѣсколько ранѣе начала восьмидесятихъ годовъ абакѣ занимались и притомъ первоначально внѣ всякой зависимости отъ Герберта, который, какъ разъ въ это время уже давно оставилъ

свои занятія этимъ предметомъ, въ монастырѣ Fleury (S. Benoît-sur-Loire). Къ братіи этого монастыря въ то время принадлежали: Аббонъ, можетъ быть, схоластикъ монастырской школы, бывший съ 988 аббатомъ Fleury, и Константинъ, другъ Герберта, сдѣлавшійся схоластикомъ той же школы, во всякомъ случаѣ, до конца 986 года. Аббонъ считалъ себя докторомъ абака. Тѣмъ не менѣе Константинъ находилъ свѣдѣнія объ абакѣ, циркулировавшія въ монастырской школѣ (можетъ быть именно подъ вліяніемъ преподаванія Аббона) недостаточными и неясными. Онъ обратился къ своему другу, реймскому схоластику (972—982), Герберту за разъясненіемъ, и засталъ его нѣсколько врасплохъ, такъ какъ онъ уже много лѣтъ не занимался операціями на абакѣ и не имѣлъ книги объ этомъ предметѣ подъ руками. Тѣмъ не менѣе онъ оказался въ состояніи возстановить правила умноженія и дѣленія по памяти, то буквально въ тѣхъ же выраженіяхъ, какъ въ бывшей у него до 970 года подъ руками книгѣ, то только приблизительно также, стараясь сохранить лишь тотъ же смыслъ. Онъ сдѣлалъ это, во всякомъ случаѣ, до конца 982 года, времени своего удаленія въ Италію и назначенія аббатомъ Боббіо, когда онъ еще былъ простымъ схоластикомъ въ Реймсѣ, приблизительно около 980 года. Въ предисловіи, адресованномъ къ Константину, Гербертъ, титулуетъ себя именно схоластикомъ и, полемизируя противъ какого то „philosophus sine litteris“, не хотѣвшаго учиться у древнихъ, настаиваетъ на необходимости для пріобрѣтенія правильнаго представленія о терминахъ абака обращаться къ классическимъ литературнымъ традиціямъ.

2. Имя Бэды, какъ автора трактата, и имя Теофила, какъ адресата его, не болѣе какъ ошибки: въ первомъ случаѣ мы имѣемъ дѣло съ неудачной конъектурой къ рукописи, гдѣ трактатъ былъ безъ заглавія, а во второмъ, съ ошибкой въ чтеніи неяснаго письма рукописи.

3. Имя Оттона (III), какъ адресата трактата Герберта, есть не болѣе какъ неудачное заключеніе изъ замѣтки мюнхенской рукописи Mon D (14689). Замѣтка эта, во всякомъ случаѣ, не говоритъ, что трактатъ этотъ написанъ для Оттона III, а лишь о томъ, что кто то (какой то геометръ, абакъ же въ представленіяхъ того времени связалъ съ геометрией) воспользовался сочиненіемъ Герберта въ цѣляхъ приспособить его къ потребностямъ подростка Оттона III, который около 995 г. занимался абакомъ. Совершенно невѣроятно, чтобы этотъ „кто-то“ былъ Гербертъ: для столь высокой цѣли послѣдній не полѣнился бы написать что-нибудь болѣе для 15 лѣтняго юноши удобопонятное, а не посылалъ бы свою старую



ландарнаго стили справку, сдѣланную для знакомаго уже съ дѣломъ друга его Константина и то впопыхахъ по его запросу. Этотъ „кто-то“ есть, по всей вѣроятности, составитель несомнѣнно существовавшаго „древнѣйшаго сборника абацистовъ“, лотарингскій схоластикъ (можетъ быть Адальбольдъ), который, зная интересъ Оттона III къ абаку (или по его желанію?), составилъ этотъ сборникъ, по всей вѣроятности, имѣя въ виду Оттона III. Онъ и отмѣтилъ это въ заглавіи сборника, во главѣ котораго стоялъ трактатъ Герберта. Переписчикъ же рукописи Мон D принялъ это за помѣтку спеціально къ трактату Герберта и поставилъ ее въ концѣ его.

4. Текстъ сочиненія Герберта въ томъ видѣ, какъ онъ вышелъ изъ подъ его пера, состоялъ изъ 1) обращенія къ Константину, 2) правилъ умноженія типа А и 3) правилъ дѣленія типа А. Письмо къ Константину „*o dulce solamen*“, которое въ Vat C поставлено между правилами умноженія типа В и правилами дѣленія того же типа В никакого отношенія къ нашему трактату не имѣетъ: оно есть отрывокъ сочиненія Герберта „*de norma rationis abaci*“, написаннаго послѣ нашего трактата.

5. Первоначальный текстъ Герберта сохранился лишь въ одной рукописи одиннадцатаго вѣка: *Par Na* (= *Paris Bibl. Nat. lat. 8663 foll. 47 r. et v.*). Однако это не оригиналь, а лишь довольно точная копія. Это доказывается какъ временемъ написанія рукописи, такъ и нѣкоторыми несомнѣнными ошибками переписчика, неповторенными ни въ одной изъ другихъ рукописей: *prologus var l* („*artis*“ вм. „*arti*“), *var s* (пропускъ слова „*videri*“ въ перефразировкѣ стиха *Horat. Epist. II, I, 87: „Quod mecum ignorat, solus vult scire videri“*), *A II 2 var m* („*optinent*“ вм. „*obtinebunt*“). Съ другой стороны, *Par Na* сохраняетъ вѣрное чтеніе, гдѣ во всѣхъ остальныхъ рукописяхъ наблюдается ошибочный пропускъ слова „*quintarum*“ (*A II 2 var g*).

6. Своей сохранностью до нашего времени сочиненіе Герберта обязано, какъ мы видѣли выше (см. стр. 1), едва ли не исключительно тому обстоятельству, что оно было включено въ „древнѣйшій сборникъ абацистовъ“. Едва ли не всѣ рукописи нашего трактата представляются копіями съ древнѣйшаго сборника абацистовъ, который былъ очень популяренъ и по справедливости. Онъ заключаетъ въ себѣ древнѣйшія дошедшія до насъ сочиненія объ абакѣ конца X в. и пространный и прекрасный комментарий на Герберта. Въ немъ, въ этомъ сборникѣ происходила эволюція текста Герберта изъ А въ В и разные поздніе виды В, при чемъ другія сочиненія объ абакѣ, паходившіяся въ немъ, вліяли идейно и

текстуально на эту эволюцію, а именно Герригеръ и комментаторъ № 1.

### III.

Постепенное измѣненіе и дополненіе гербертовскаго текста (А) позднѣйшими учеными до выработки другой редакціи этого текста (В).

1. Между А II 2 и А II 3 появляется глава В II 5 (безъ заглавія), а все остальное остается по старому. Въ такомъ видѣ (А<sub>1</sub>) этотъ текстъ находился передъ составителемъ оригинала рукописей класса А<sub>2</sub> b, который однако сдѣлалъ не совсѣмъ удачную попытку *реформировать порядокъ правилъ умноженія* (по крайней мѣрѣ такую попытку мы находимъ въ происходящихъ отсюда Par K и Cap B, а въ происходящей отсюда же А<sub>2</sub> b правила умноженія пропущены сознательно), а въ правилахъ дѣленія выкинулъ вторую половину главы А II 2 (В II 4), которая послѣ появленія В II 5 совершенно вѣрно представлялась ему излишней, такъ какъ въ обоихъ пассажахъ рѣчь идетъ объ одномъ и томъ же.

Изъ рукописей класса А<sub>2</sub> b самой древней является Par K (Paris Bibl. Nat. 6620), написанная въ концѣ X или началѣ XI вѣка. Въ ней встрѣчаются силлабическія тироновы ноты (т. е. римская стенографія) той самой системы, которую мнѣ удалось еще въ 1884 году констатировать въ письмахъ Герберта (см. мой Сборн. пис. Герб. ч. I) впервые, т. е. на три года ранѣе французскаго ученаго Аве. Несмотря на древность этой рукописи (она древнѣе всѣхъ другихъ, заключающихъ этотъ трактатъ) и на присутствіе тироновыхъ нотъ системы, извѣстной Герберту, она уже не заключаетъ оригинальнаго текста Герберта, а тироновы ноты явились въ ней просто какъ ученая шутка переписчика, хотѣвшаго блеснуть ихъ знаніемъ. Нотами онъ выразилъ слѣдующія слова и слоги, обозначенные здѣсь курсивомъ: *si, supra, pro-xima, in, volu-e-ris, vo-lu-e-ris, di-vi-dendi, per, com-po-siti, di-vi-soris, com-po-siti, si, vo-lu-e-ris*. Такъ какъ рукопись Par K есть копія съ трактата Герберта, написаннаго въ Реймсѣ около 980 года и направленнаго къ Константину въ монастырь Флери на Лоарѣ, и притомъ копія, сдѣланная вскорѣ послѣ 980, можетъ быть еще до 1000 года, такъ какъ затѣмъ рукопись эта находится во Франціи и въ ней нѣтъ никакихъ помѣтокъ, изъ которыхъ бы слѣдовало, что она написана въ Италіи, то ясно, что мы имѣемъ дѣло съ рукописью французскаго происхожденія. Если это такъ, то появленіе въ ней тироновыхъ силлабическихъ нотъ и притомъ въ непосредственной связи съ Гербертомъ, свидѣтель-

ствуешь въ пользу того, что знаніе силлабическихъ тироновыхъ нотъ было во время Герберта распространено во Франціи, какъ и знаніе другой ихъ системы, и что мнѣніе Havet (*Lettres de Gerbert, préf.*), полагавашаго, что онѣ вывезены Гербертомъ изъ Италіи лишено основанія.

Несмотря на свою древность, *Par K* не можетъ быть признана оригиналомъ остальныхъ рукописей класса  $A_2b$ . Въ ней есть описки, не повторенныя ни въ одной изъ рукописей  $A_2b$ : „*proposita*“ вм. „*posita*“ (*A II 1 c*), „*ex postremo*“ вм. „*pro extremo*“ (*A II 6 = B II 10 var. h*).

Рукопись *Carn B* (*Chartres 41*) одиннадцатаго столѣтія тоже не могла быть оригиналомъ для другихъ рукописей этого класса. Въ ней есть пропускъ слова: „*supra*“ (*A II 6 var. p*) и самостоятельная глосса: „*divisoris*“ (*A II 1 var. b*), неповторенныя въ другихъ рукописяхъ этого класса. Между тѣмъ, выраженіе „*supra*“, употребленное въ смыслѣ чиселъ высшаго, чѣмъ тысяча, порядка, настолько оригинально, что совершенно невозможно предположить, чтобы оно могло бы при списываніи съ *Carn B* возстановлено совершенно согласно съ чтеніемъ гербертовскаго оригинальнаго текста (*Par Na* и всѣ рукописи *B* кромѣ *Sc.*). Гораздо вѣроятнѣе, напротивъ, что это оригинальное выраженіе могло быть не понято или сочтено по контексту излишнимъ, и было выкинуто въ двухъ совершенно другъ отъ друга независящихъ рукописяхъ. Мы, дѣйствительно, наблюдаемъ такой же пропускъ въ *Sc.*, принадлежащей къ другому классу.

Двѣ другія рукописи класса  $A_2b$ , *Chr B b* (*Vat. Christ. 1405*) и *Rot* (*Rouen 489*), относящіяся къ концу XI или началу XII в., уже потому не могутъ быть признаны источникомъ текста *Par K* и *Carn B*, что въ нихъ сохранилась лишь самая важная и трудная часть трактата, именно правила о дѣленіи. Письмо къ Константину и правила умноженія выпущены, первое какъ неотносящееся собственно къ самимъ операціямъ, вторыя какъ весьма легкія и понятныя. Въ *Chr B b*, въ другомъ мѣстѣ, встрѣчается полный текстъ нашего трактата въ редакціи *B* (*Chr B a*). Поэтому отсутствіе въ ней, впереди правилъ дѣленія типа  $A_2b$ , правилъ умноженія и письма къ Константину можно было бы, повидимому, объяснить тѣмъ, что все это уже находилось въ текстѣ редакціи *B*. Но, если бы переписчикъ занимался подобными сравненіями, то онъ не списывалъ бы и правилъ дѣленія типа  $A_2b$ , ибо этотъ типъ цѣлкомъ заключается въ редакціи *B*. Итакъ, мотивомъ пропуска письма и правилъ умноженія могъ быть только указанный мною выше. Хотя такое

соображеніе и могло прійти въ голову самостоятельно двумъ переписчикамъ, однако все же вѣроятно, что этотъ пропускъ былъ сдѣланъ въ ихъ общемъ оригиналѣ, который былъ правильно переданъ въ Chr B b и съ ошибками въ Rot: „decenus cum singulari compositus“, вм. „comp. d. c. s.“ (A II 2 = B II 4 var. d), „per quem coaequabitur“, вм. „per quem divisor coaequatur“ (A II 5 = B II 8 var. c), „unitatum“, вм. „unitatem“ (A II 6 = B II 10 var. i), „si venerunt“, вм. „mittunt“ (A II 6 t). Наконецъ, въ Rot встрѣчается вполне самостоятельная глосса A II 5 (B II 8) var. h, не похожая на глоссу къ этому мѣсту, общую всѣмъ рукописямъ редакціи B. Въ Chr B b находимъ тоже вполне самостоятельную глоссу A II 2 (B II 4) var. f.

Изъ этихъ вариантовъ ясно, что Chr B b не могла быть копіей съ Rot, но, въ свою очередь, и текстъ Chr B b не объяснилъ бы нѣкоторыхъ ошибокъ переписчика Rot.

Рукопись Chr B b послужила оригиналомъ для двухъ весьма позднихъ рукописей Par Lb (Paris. Bibl. Nat. 7189 A) шестнадцатаго, и Par Mb (ibid. 17192) восемнадцатаго столѣтія.

Итакъ, рукописи Par K, Carn B (копія съ A<sub>2</sub>b) и общій оригиналъ (тоже копія съ A<sub>2</sub>b) для Chr B b, Rot вполне независимы другъ отъ друга. Chr B b, Rot самостоятельныя копіи съ этого оригинала, а Par Lb, Par Mb копіи съ Chr B b.

2. Затѣмъ между A II 1 и A II 2 появляется глава B II 3 и, вѣроятно, одновременно съ ней между A II 3 и A II 4 глава B II 6, а между A II 5 и A II 6 глава B II 9, такъ что текстъ получаетъ слѣдующій видъ: A II 1 (B II 2), B II 3, A II 2 (B II 4), B II 5, A II 3 (B II 1), B II 6, A II 4, A II 5, B II 9, A II 6 (B II 10).

Вѣроятно, въ то же время главы A II 1 (B II 2) и A II 3 (B II 1) получаютъ свои вступленія (B), а глава B II 1 (A II 3), а, слѣдовательно, и всѣ остальные, получила свое заглавіе, заимствованное, какъ и остальные, изъ комментатора на Герберта въ древнѣйшемъ сборникѣ абацистовъ, и начинающееся словами „Quomodo dividatur singularis per singularem“. Дѣло получало такой видъ, какъ будто простѣйшій случай дѣленія въ трактатѣ есть не „dividere decenum per decenum“, а „dividere singularem per singularem“. Въмѣстѣ же съ появленіемъ такого заглавія явилась и необходимость поставить A II 3 на первое мѣсто, такъ какъ въ ней оказался несуществовавшій въ текстѣ A простѣйшій случай дѣленія „singularis per singularem“. Впрочемъ, это мѣсто для A II 3 въ B

могло быть указано сравненіемъ текста Герберта (А) съ текстомъ учебника Герберта, который мной возстановленъ ниже въ кн. II, гл. II. Тутъ эта глава стояла на первомъ мѣстѣ.

Рукописнымъ представителемъ этой стадіи былъ исчезнувшій теперь общій оригиналъ рукописей В, въ которомъ находилась уже и глосса А II 5 (В II 8) var. *h* въ ея первоначальной формѣ, В II 5 var. *c*, и пропускъ В II 2 var. *e*. Эти глоссы и пропускъ появились въ текстѣ В, во всякомъ случаѣ, раньше, чѣмъ отъ него произошли рукописи Ва и Вb.

#### IV.

Дальнѣйшее развитіе текста редакціи В до преобразованія правилъ умноженія изъ первоначальнаго типа А въ типъ В. Рукописи В<sub>1a</sub> и В<sub>1b</sub>.

1. Отъ сложившагося, такимъ образомъ, текста В, заключавашаго въ себѣ письмо къ Константину, правила умноженія первоначальнаго типа (А) и правила дѣленія типа В, произошла, прежде всего, группа рукописей В<sub>1b</sub>, т. е. Br В (Bruxelles 10095) и В<sub>2b</sub>, т. е. Chr Ва (Roma Christ. 1405 a) съ ея позднѣйшими копіями (XVI и XVIII ст.) Par La (Paris 7189 A) и Par M (Paris 17192), Chr А (Roma. Vat. Christ. 1071) и, наконецъ, извлеченія Par Hb (Paris 8663). Передъ переписчикомъ послѣдней рукописи находилось два текста: текстъ А, который онъ списалъ foll. 47 r et v и одна изъ рукописей класса Вb, изъ которой онъ, разумѣется, на foll. 49 r et v списалъ только тѣ главы, которыхъ не было въ текстѣ А на foll. 47 r et v, т. е. В II 3, В II 9, В II 5, В II 6, В II 9 bis.

Присутствіе этой послѣдней, т. е. В II 9 bis, являющейся дальнѣйшимъ прибавленіемъ къ тексту В, и есть главный характеристическій признакъ класса Вb.

Другимъ такимъ признакомъ является нумерація главъ, которой нѣтъ ни въ одной изъ рукописей класса А и класса Ва.

Наконецъ, третій признакъ есть нѣкоторая неясность относительно имени адресата трактата въ текстѣ письма. Эта неясность находилась, очевидно, въ оригиналѣ В<sub>1b</sub> и породила въ Br В пропускъ имени въ текстѣ письма, а въ Chr А и Chr Ва замѣну Константина Теофиломъ сначала въ текстѣ (Chr А, Chr Ва) письма, а затѣмъ и въ заглавіи (Chr Ва). Объ этомъ см. стр. 30, 31.

Въ виду только что указаннаго особеннаго характера текста Par Hb въ немъ, разумѣется, могъ обнаружиться только первый изъ этихъ признаковъ. Намъ прійдется поэтому говорить здѣсь только объ остальныхъ трехъ рукописяхъ этого класса.

Они распадаются на два независимых другъ отъ друга подраздѣленія: 1) Br B и 2) Chr Ba и Chr A.

Br B не можетъ быть ни оригиналомъ для Chr A и Chr Ba, ни копией съ нихъ. Это ясно изъ слѣдующихъ ихъ отличій.

Въ Br B заглавіе: „Constantino suo Gerbertus scolasticus“, въ Chr A (въ текстѣ) и Chr Ba (въ текстѣ и заглавія) является „Theophilus“.

Br B изъ одиннадцати главъ правилъ дѣленія не имѣютъ номеровъ главы В II 5 и В II 9 bis, но первая все же идетъ въ счетъ, тогда какъ вторая не считается, такъ что слѣдующая глава В II 10 имѣетъ номеръ „X“ вм. „XI“. Въ Chr A и Chr Ba главы В II 5 и В II 9 bis не имѣютъ номеровъ и не считаются, являясь какъ бы продолженіемъ предыдущихъ, т. е. главы В II 4 и главы В II 9, такъ что при послѣдней главѣ В II 10 является цифра: VIII.

Br B есть глоссы В II 4 var *k* и В II 5 var *d* (надъ строкой), которыхъ нѣтъ въ двухъ другихъ рукописяхъ, и варианты, несходные съ чтеніемъ послѣднихъ: prol. var. *g, r*, В II 9 var. *c*, В II 10 var. *c*.

Съ другой стороны общіе Chr Ba и Chr A варианты не повторены въ Br B: В II 9 var. *b*, В II 9 bis varr. *f, g, h*.

Изъ рукописей Chr Ba и Chr A вторая не есть оригиналъ первой, такъ какъ варианты Chr A не повторены въ Chr Bb: В II 9 bis varr. *b, d, i*, В II 10 var. *e*. Но, съ другой стороны, и Chr A тоже врядъ ли копія съ Chr Ba: вариантъ Chr Ba въ главѣ В II 10 var. *d* не повторенъ въ Chr A, а въ В II 9 bis Chr A имѣетъ двѣ ошибки, не оправдываемыя текстомъ Chr Ba, но сходныя съ ошибками Br B: В II 9 bis varr. *e, k*.

Эти двѣ послѣднія ошибки, находившіяся, очевидно, въ оригиналѣ B<sub>1</sub>b, исправлены въ Chr Ba и Par Hb, который и въ В II 9 bis var. *g* имѣетъ чтеніе сходное съ Chr Ba (и Chr A), а въ В II 9 bis var. *c* имѣетъ самостоятельный вариантъ.

Итакъ, генеалогія этихъ рукописей слѣдующая.

Отъ общаго оригинала B<sub>1</sub>b происходятъ Br B и общій оригиналъ Chr Ba, Chr A и Par Hb, т. е. B<sub>2</sub>a.

Въ Br B дѣлается попытка исправить неправильную нумерацію, находившуюся въ B<sub>1</sub>b, а въ Chr Ba вносятся надъ строкой двѣ глоссы изъ рукописи класса B<sub>3</sub>a: В II 8 var. *d*, В II 10 var. *n*. Если передъ переписчикомъ Par Hb было двѣ рукописи нашего трактата: одна съ текстомъ A, другая съ текстомъ B<sub>2</sub>b, то нѣтъ ничего удивительнаго въ томъ, что и переписчикъ Chr Ba могъ

имѣть подъ руками кромѣ рукописи класса  $B_2b$  еще и рукопись класса  $B_3a$ .

Наконецъ, глосса В II 10 var. *h*, общая всѣмъ рукописямъ В, получаетъ въ Chr Ba три самостоятельныя надстрочныя объясненія, а переписчики Chr A и Par Nb выпускаютъ глоссу В II 5 var. *c*, переписчикъ Chr A (можетъ быть и оригиналь Par Nb; въ самой Par Nb эта глава уже выпущена, см. стр. 99) глоссу В II 4 var. *c*, которыя были въ В.

2. Тотъ же самый текстъ В, отъ котораго произошелъ оригиналь рукописей  $B_1b$ , послужилъ для образованія оригинала рукописей  $B_1a$ , который тѣмъ отличается отъ текста В, что въ немъ появляются глоссы В II 8 (А II 5) var. *d* (въ первоначальной формѣ: *uno minus*), В II 10 var. *m* и *n*.

Отъ этого оригинала происходятъ въ свою очередь:

Рукопись Mon F (München 14436) двѣнадцатаго вѣка, переписчикъ которой выпустилъ письмо къ Константину съ заглавіемъ, очевидно, полагая, что оно ничего въ трактатѣ не разъясняетъ, а личными отношеніями Герберта онъ не интересовался.

Общій оригиналь класса  $B_2a$ , составитель котораго сохранилъ изъ общаго оригинала В письмо къ Константину, но за то преобразовалъ таблицу умноженія изъ типа А въ типъ В, причемъ первое правило имѣло видъ: „Si multiplicaveris singularem numerum per singularem, dabis unicuique digito singularem et omni articulo decem, directe scilicet et conversim“. О классѣ  $B_2a$  и его дальнѣйшемъ развитіи мы будемъ говорить ниже.

Отсюда ясно, что тѣ варианты, которые находятся въ Mon F и какой нибудь группѣ рукописей класса  $B_2a$ , должны были найдены уже въ ихъ оригиналь  $B_1a$ : ошибка (В II 7 var. *d*) „divisorem“ вм. „divisor est“, встрѣчающаяся кромѣ Mon F еще и въ группѣ Chr, MP, Lgd, Vat A, Vat B класса  $B_1a$  и исправленная въ другихъ рукописяхъ, и, можетъ быть, пропускъ „per“ (В II 6 var. *b*), легко восполненный изъ предыдущаго въ другихъ рукописяхъ. Другіе подобныя варианты суть случайно сходныя описки (В II 10 var. *b*: „sunt“ вм. „sint“ въ Mon F, Mon D класса  $B_3a$ , Chr A и Chr Ba класса  $B_2b$  и Par Na Par K класса А, В II 1 var. *f* пропускъ „vel“ въ Mon F и Sc).

## V.

Развитіе текста В послѣ преобразованія правилъ умноженія изъ первоначальнаго типа А въ типъ В.

1. Составитель оригинала класса В<sub>2а</sub>, руководясь желаніемъ сдѣлать правила (20) умноженія легче обозримыми, расположилъ ихъ группами по одинаковымъ множимымъ, далъ каждой группѣ (6) заглавіе по множимымъ, а во главѣ первой группы, гдѣ множимое—единицы, поставилъ по аналогіи съ правилами дѣленія редакціи В новое правило, учащее умножать единицы на единицы. Это правило совершенно лишнее, и къ тому же ему дана совершенно неудачная редакція, обнаруживающая въ его составителѣ довольно наивнаго абациста. См. стр. 67—69.

2. Отъ этого оригинала В<sub>2а</sub> произошла рукопись, которой пользовались въ XVI столѣтіи (1563) издатели Бэды. Она утеряна. повидному, но текстъ ея сохранился довольно точно въ Val (Paris Bibl. Nat. fonds Baluze 129 sec. XVII). Въ обѣихъ рукописяхъ встрѣчаются слѣдующіе варианты, уклоняющіеся отъ чтенія всѣхъ другихъ рукописей этого класса: В I var. *n*, В II 2 var. *b*, В II 3 var. *b*, *d*, В II 5 var. *b*, *g*, В II 6 var. *c*, В II 9 var. *g*, В II 10 var. *o*, *s*. своеобразное распространіе общей всѣмъ рукописямъ редакціи В глоссы В II 8 (А II 5) var. *h* и, наконецъ, новыя глоссы А II 1 (В II 2) var. *b*, А II 3 var. *a*, В II 7 var. *h*, В II 8 var. *f*. Только въ одномъ случаѣ (В II 5 var. *i*) переписчикъ Val пропустилъ слово „summa“, находившееся въ его оригиналѣ.

3. Отъ него же, т. е. отъ В<sub>2а</sub> произошла рукопись В<sub>3а</sub>, въ которой общая всѣмъ рукописямъ В глосса В II 8 (А II 5) var. *h* была переработана иначе, чѣмъ въ предыдущей В<sub>2а</sub>, а именно получила такую приблизительно форму: „digitus sive solus sit, vel cum articulo, semper integram supponit et tum, cum solus est digitus, ei, qui ad minuta componenda seclusus est, integra secundabitur“. Стр. 62.

Отъ В<sub>3а</sub> произошла:

Vat C (Roma Vatic. 3123 s. XII), дающая слѣдующія отступленія отъ оригинала: prol. var. *i*, *k*, *m*, В I *r*, *z*, А II 3 *c*, въ глоссѣ В II 8 var. *h*: tunc, differentia и глоссу В I aa. Подобно переписчикамъ Par Hb и Chr Va, переписчикъ Vat C имѣлъ подъ руками двѣ рукописи нашего трактата, одну редакціи В (В<sub>3а</sub>), другую редакціи А съ пропущенными правилами умноженія (гдѣ, слѣдовательно, письмо къ Константину стояло прямо передъ А II 1), и даже другое сочиненіе Герберта объ абакѣ „de norma rationis abaci“.



Изъ послѣдняго онъ заимствовалъ письмо „O dulce solamen“ (см. стр. 82—92, особ. стр. 91), а изъ первой положеніе письма „Vis amicitiae“ прямо передъ правилами дѣленія (вмѣсто обыкновеннаго: передъ правилами умноженія).

4. Отъ того же оригинала  $V_3a$  произошла рукопись  $V_4a$  (и ея потомство  $V_3a$ — $V_7a$ ), гдѣ первое правило умноженія было глоссировано („dumtaxat usque ad terminos quinquies binos“) и нѣсколько передѣлано, такъ что получило видъ: „Si multiplicaveris singularem per singularem dabis unicuique digito singularem dumtaxat usque ad terminos quinquies binos, deinceps pones digitos in singularibus et articulos in decenis, directe scilicet et conversim“. Эту форму глоссы мы находимъ во всѣхъ рукописяхъ  $V_3a$ — $V_7a$ . Стр. 69.

Отъ  $V_4a$  произошла рукопись Sc (Leyden Scaliger 38 s. XI), гдѣ еще сохранились слѣды сноски къ слову digito: „*digito* dumtaxat usque ad terminos quinquies binos“ и является еще глосса „vel articulo“ (= articulos), попавшая не на мѣсто: она стоитъ не послѣ „quinquies binos“, а передъ этими словами. См. стр. 70. Sc даетъ еще слѣдующія отступленія отъ оригинала В I *d, g, o*, „*digiti*“ вмѣсто „*digitos*“ въ глоссѣ В II 8 var. *h*, В II 10 *p* (= Carn B) и глоссу В II 10 var. *k*.

Что касается рукописи Mon D (München 14689 s. XII), то въ виду отсутствія въ ней письма къ Константину и начала правилъ умноженія (В I *e*), а, слѣдовательно, и перваго правила, нельзя сказать съ точностью, произошла ли она отъ класса  $V_4a$ , или же отъ  $V_3a$ , но два сходные съ Vat C (отъ  $V_3a$ ) варианта (глосса А II 3 var. *a* и „*tunc*“ въ глоссѣ В II 8 var. *h*), дѣлаютъ очень вѣроятной ея принадлежность къ  $V_3a$ . Самостоятельнымъ въ Mon D является лишь вариантъ В I var. *t*.

Итакъ отъ  $V_3a$  произошли Vat C, Mon D и  $V_4a$ .

5. Отъ рукописи  $V_4a$  произошли съ одной стороны, какъ мы видѣли, рукопись Sc, съ другой  $V_5a$ , въ которой глосса В II 8 (А II 5) var. *d* разростается изъ „*uno minus*“ въ „*non perfecta, sed uno minus*“ и слово „*secludes*“ (В II 9 *e*) было написано неясно, такъ что въ MC (Montecassino 189) оно является въ видѣ: „*secluses*“, а въ Chr, MP, Lgd, Vat A, Vat B въ видѣ: „*seclusus es*“. Можетъ быть, въ немъ были основанія и для варианта В II 3 var. *c* (въ MC и Lgd, Vat A).

Отъ  $V_5a$  произошла рукопись MC (Montecassino 189 s. XI vel XII), представляющая слѣдующіе самостоятельные варианты: prol. *k*, *x*, В II 1 var. *d*, В II 7 var. *c*.

6. Кромѣ MS отъ B<sub>5a</sub> произошла рукопись B<sub>6a</sub>, въ которой правила умноженія обогатились рядомъ глоссъ B I var. *l, p, u, y*, аналогичныхъ глоссъ Vat C (B I aa), но за то глоссы B II 10 (A II 6) varr. *m, n*, какъ лишнія для смысла, выпущены. Кромѣ того въ ней сдѣланъ рядъ ошибокъ: A II I var. *d*, B II 4 var. *h*, B II 5 var. *k*, A II 3 var. *d*, B II 7 var. *d* (= Mon F; можетъ, быть еще изъ B<sub>1a</sub>), B II 7 var. *g*, которыя сохраняются во всѣхъ рукописяхъ B<sub>6a</sub> и B<sub>7a</sub>.

Отъ B<sub>6a</sub> произошли:

A) Рукопись B<sub>7a</sub>, т. е. оригиналъ MP, Chr, въ которомъ была глосса A II 1 var. *b*, и ошибка B II 10 var. *e* и, можетъ быть, ошибка B II 10 var. *f* (Chr, Lgd), prol. *p* (MP, Lgd). Отъ него:

a) MP (Montpellier N 491 s. XI), дающая въ ней одной встрѣчающееся ошибочное чтеніе A II 1 var. *e*.

b) Chr (Vatic. Crist. 1661 s. XI vel XII), дающая ей одной свойственныя чтенія въ B II 1 var. *h*, B II 2 var. *c*, A II 3 var. *b*, B II 7 var. *i*, B II 10 var. *r*.

B) Рукопись, послужившая оригиналомъ для Lgd, Vat A, Vat B, въ которой глоссы B I *l, p, u, y* были нѣсколько переставлены. Отъ нея произошли:

a) Lgd (Leyden Voss in 4 N 54 s. XVII), дающая самостоятельные варианты: prol *n, o*, B II 4 var. *b*.

b) Vat A (Vatic. 3896 s. XVII) и копія съ нея Vat B (Vatic. 4539 s. XVII), дающія варианты B I varr. *m, r, x*.

Только что изложенная генеалогія рукописей трактата Герберта указываетъ на необычайную популярность его въ XI и XII столѣтіяхъ. Дѣйствительно, вмѣстѣ съ оригиналомъ, рукописи этого произведенія насчитываютъ 11 поколѣній, изъ которыхъ самое послѣднее, однако, появилось на свѣтъ еще въ XI вѣкѣ, такъ какъ принадлежащая къ нему рукопись MP написана еще въ XI вѣкѣ. Итакъ, всѣ вышеозначенныя фазы развитія текста трактата прошли въ одно столѣтіе.

Рукописи трактата Герберта, дошедшія до насъ, относятся или къ X—XII столѣтіямъ, или же къ XVI—XVIII. Это не есть простая случайность. Въ XII вѣкѣ система абака теряетъ свое значеніе съ появленіемъ нуля и постепенно замѣняется нашей современной арифметикой. Рукописи же XVI—XVIII столѣтій свидѣтельствуютъ о томъ, что ученые этихъ столѣтій интересовались абакомъ, но, разумѣется, лишь какъ предметомъ ученыхъ изслѣдованій.

Текст трактата Герберта сохранился и приобрѣлъ популярность не самостоятельно, а въ связи съ древнѣйшимъ сборникомъ абацистовъ, въ составъ котораго онъ вошелъ около 995 г. и въ которомъ онъ проходилъ послѣдовательно всѣ фазы своего развитія, не безъ идейнаго и текстуальнаго вліянія со стороны другихъ находившихся въ сборникѣ сочиненій. Нельзя, напримѣръ, отрицать вліянія на составленіе редакціи В текста комментарія на Герберта, написаннаго въ 999—1003 годахъ и включеннаго въ сборникъ уже послѣ составленія его. Такимъ образомъ, *terminus post quem* для редакціи есть во всякомъ случаѣ 999, т. е. она составлена около 20 л. спустя послѣ написанія Гербертомъ своего сочиненія.

Кропотливый, утомительный, много времени поглотившій анализъ текста этого трактата, долгое собираніе вариантовъ рукописей по различнымъ государствамъ Европы, были мною предприняты исключительно для цѣлей критическаго изданія текста математическихъ сочиненій Герберта. Какъ издатель, я, разумѣется, долженъ былъ знать взаимоотношеніе рукописей, выяснитъ причины существованія замѣченныхъ мною двухъ редакцій правилъ объ абакѣ, рѣшить вопросъ, которая изъ нихъ гербертовская, и не принадлежатъ ли онѣ, можетъ быть, объ ему. Результатъ этой трудной и невидной работы отражается въ догматической и сжатой формѣ въ моемъ критическомъ аппаратѣ и изданіи на первыхъ 22 страницахъ *Gerberti Opera Mathematica*.

Однако для того, кто захотѣлъ бы меня по этому сухому формулообразному аппарату провѣрить, кто вздумалъ бы сознательно отнестись къ редакціямъ и фазамъ развитія трактата Герберта, такое изданіе даетъ лишь трудно распутываемыя шифрованные указанія. Если бы конечнымъ выводомъ для историка изъ этого изданія было лишь констатированіе факта, что Гербертъ нѣсколько послѣдовательно, безъ тавтологій и вообще лучше написалъ свой трактатъ, чѣмъ до сихъ поръ думали рѣшительно всѣ, кто объ этомъ много или мало писалъ, то можно было бы оставить читателей въ этомъ лабиринтѣ, заранѣе радуясь затрудненію тѣхъ немногихъ изъ нихъ, которые усумнились бы въ томъ, что Гербертъ былъ чуточку попослѣдовательнѣе абацистъ, чѣмъ его можно было считать по печатавшемуся подъ его именемъ, не имъ глоссированному и переработанному тексту одиннадцатаго поколѣнія. Но данный случай служить блестящей иллюстраціей положенія, что научная работа должна быть всегда серьезна и добросовѣстна даже въ неваж-

ныхъ, повидимому, деталяхъ, такъ какъ дальнѣйшія слѣдствія изъ нея непосредственныхъ результатовъ далеко не всегда поддаются напередъ учету и могутъ своей важностью отодвинуть на второй планъ эти непосредственные результаты. Могъ ли я, среди этой убійственной работы, думать, что она дастъ мнѣ ключъ къ окончательному рѣшенію важнѣйшихъ вопросовъ исторіи ариѳметики? А такъ именно оно и случилось, какъ въ этомъ убѣдится всякій, кто прочтаетъ слѣдующую вторую книгу или хотя бы предисловіе къ ней.

Итакъ, если я въ настоящемъ экскурсѣ въ область исторіи текста Герберта не побоялся быть пространнѣмъ и мелочнѣмъ, если я его вообще написалъ, то это объясняется не только похвальнымъ желаніемъ прійти на помощь тому, кто захотѣлъ бы провѣрить результаты моей работы въ той формѣ, какъ они изложены въ изданіи, но и тѣмъ обстоятельствомъ, что исторія текста этого сочиненія Герберта есть вопросъ первостепенной въ исторіи ариѳметики важности, а потому и фазы развитія текста, фактъ существованія двухъ редакцій должны быть поставлены внѣ всякаго сомнѣнія. Надѣюсь, что это мною и достигнуто и притомъ не дешевымъ для меня образомъ.

---