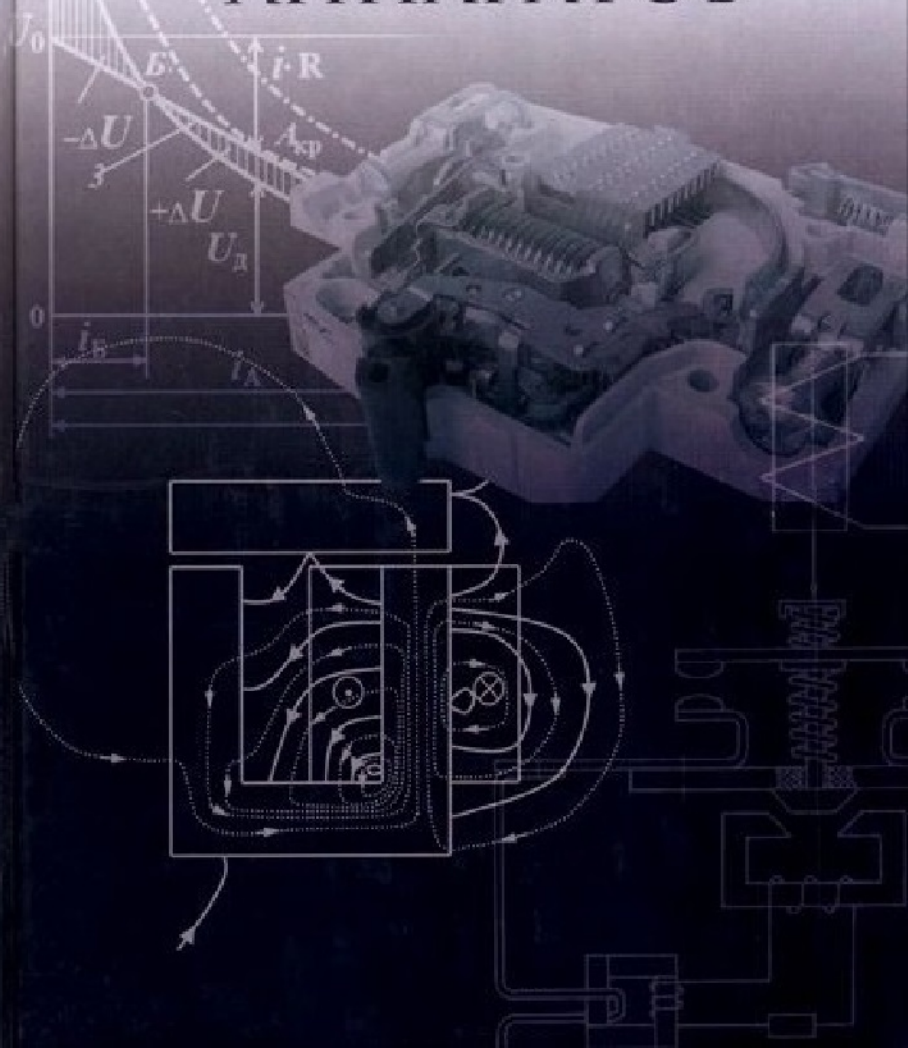




# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ



# ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Под редакцией профессора П. А. Курбатова

*Издание пятое, переработанное и дополненное*

ДОПУЩЕНО

*УМО вузов России по образованию в области  
энергетики и электротехники в качестве учебника  
для студентов вузов, обучающихся  
по направлению подготовки  
«Электроэнергетика и электротехника»*



• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ •  
• МОСКВА •  
• КРАСНОДАР •  
2015

ББК 31.264я73

О 75

**О 75** Основы теории электрических аппаратов / Под ред. П. А. Курбатова. — 5-е изд., перераб. и доп. — СПб.: Издательство «Лань», 2015. — 592 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

**ISBN 978-5-8114-1800-8**

В учебнике рассмотрены научно-технические вопросы, составляющие основу теории электрических аппаратов (ЭА). В его состав входят: раздел, связанный с электромеханическими системами ЭА (магнитными системами и цепями, механическими узлами, электромагнитными, электродинамическими и индукционными системами, магнитными механизмами); раздел, посвященный теории нагрева и охлаждения ЭА; разделы, в которых рассматриваются теория коммутации и коммутирующие устройства ЭА, и раздел, связанный с контактами и контактными явлениями в ЭА.

Рассмотрены методы моделирования процессов в электрических аппаратах в программной среде Matlab.

Учебник предназначен для студентов университетов и технических вузов, обучающихся по направлению подготовки «Электроэнергетика и электротехника».

**ББК 31.264я73**

**Рецензенты:**

*Б. Н. ЛОБОВ* — доктор технических наук, профессор кафедры «Электро-механика и электрические аппараты» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) им. М. И. Платова;  
*О. Б. БУЛЬ* — кандидат технических наук, доцент кафедры «Электрические системы» Московского государственного машиностроительного университета.

**Обложка**

*Е. А. ВЛАСОВА*

*Охраняется законом РФ об авторском праве.  
Воспроизведение всей книги или любой ее части  
запрещается без письменного разрешения издателя.  
Любые попытки нарушения закона  
будут преследоваться в судебном порядке.*

© Издательство «Лань», 2015  
© Коллектив авторов, 2015  
© Издательство «Лань»,  
художественное оформление, 2015



**И. С. Таев — яркий представитель классического коммутационного направления кафедры, заведующий кафедрой «Электрические аппараты» МЭИ с 1974 по 1989 гг. Учебник «Основы теории электрических аппаратов», изданный в 1987 г. под его редакцией, признан одним из лучших учебников по теории электрических аппаратов.**

---

## ПРЕДИСЛОВИЕ

**Т**еория электрических аппаратов является основополагающим курсом в программе подготовки специалистов по направлению 140400 «Электроэнергетика и электротехника». Причем ее роль в двухуровневой системе образования бакалавр–магистр еще больше возрастает. Причиной является, с одной стороны, определенная законченность образовательного процесса на уровне подготовки бакалавра, когда необходим набор знаний по современным общеобразовательным дисциплинам, а с другой — требуется добротная основа для продолжения образовательного процесса на втором уровне обучения — в магистратуре, где полученные ранее знания — залог успешного освоения новых специальных дисциплин.

Первая попытка создания учебного пособия по теории электрических аппаратов была предпринята еще в 1946 г. доктором технических наук, профессором А. Я. Буйловым, продолжена в 1958 г. доктором технических наук, профессором М. А. Бабиковым и в 1970 г. — доктором технических наук Г. В. Буткевичем. Последнее издание под названием «*Основы теории электрических аппаратов*», подготовленное в 1987 г. коллективом кафедры под редакцией доктора технических наук, профессора И. С. Таева, вот уже более 25 лет является основой теоретической подготовки студентов-электроаппаратчиков по существующим учебным программам.

Настоящий учебник существенно отличается от ранее изданных учебных пособий по теории электрических ап-

паратов. В первую очередь, благодаря использованию современных методов организации обучающего процесса. На первый план выходит визуализация явлений, происходящих в электрических аппаратах, путем использования пакета прикладных программ MATLAB. Это позволяет уделять больше внимания не математической интерпретации физических явлений в аппаратах, а их физической сущности на основе математического моделирования и полученных осциллограмм процессов в элементах и узлах электрических аппаратов. Такое представление теории электроаппаратостроения является более наглядным и восприимчивым.

В учебнике приводятся основные законы и уравнения электромагнитных, электромеханических, тепловых и дуговых процессов в электрических аппаратах, но они не повторяют, а дополняют полученные ранее знания из дисциплин: «Физика», «Высшая математика», «Информатика», «Теоретические основы электротехники», «Теоретическая и прикладная механика», «Электрические и электронные аппараты». На основе курса созданы специальные дисциплины: «Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов», «Механизмы электрических аппаратов», «Проектирование электрических аппаратов», «Аппараты высокого напряжения», «Электрические контакты», «Электрические аппараты в сетях низкого напряжения».

Учебник включает главы, которые не только соответствуют существующему курсу «Основы теории электрических аппаратов», но и являются основой новых учебных программ двухуровневой системы образования, которые готовятся в настоящее время:

- *глава 1 — электромеханические системы электрических аппаратов* (магнитные системы и магнитные цепи, механические узлы электрических аппаратов, электромагнитные и магнитоэлектрические системы, электродинамические и индукционные системы, магнитные механизмы электрических аппаратов);
- *глава 2 — нагрев и охлаждение электрических аппаратов;*

- глава 3 — коммутация электрических цепей;
- глава 4 — коммутирующие устройства аппаратов (основы расчета дугогасительных устройств, коммутационные аппараты с ограниченным дугообразованием, особенности процессов коммутации малых уровней токов и напряжения);
- глава 5 — электрические контакты.

Над материалом учебника работали: доктор технических наук, профессор *П. А. Курбатов* — параграфы 1.2–1.4 и 1.6–1.9; доктор технических наук, профессор *В. Н. Шоффа* — параграфы 1.5, 4.3; доктор технических наук, профессор *В. Г. Дегтярь* — главы 2.1–2.4, 5.4; кандидат технических наук, доцент *А. Г. Годжелло* — параграфы 2.5–2.7, 5.1–5.3; доктор технических наук, профессор *И. С. Таев* — подпараграф 3.4.3; доктор технических наук, профессор *Г. С. Белкин* — параграфы 3.2, 3.3; кандидат технических наук, доцент *Е. Г. Акимов* — параграфы 3.1, 3.4, 4.1, 4.2, предисловие, заключение; доктор технических наук, профессор *В. Е. Райнин* — параграф 4.2, введение.

Авторский коллектив выражает благодарность кандидату технических наук, профессору *О. Б. Булю* и доктору технических наук, профессору кафедры «Электромеханика и электрические аппараты» ФГБОУ ВПО ЮРГПУ (НПИ) им. М. И. Платова *Б. Н. Лобову* за ценные советы, высказанные в их рецензиях по данному учебнику.

*Авторы*

---

## СПИСОК ОСНОВНЫХ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

### *По главе 1*

- $\mu_0$  — магнитная постоянная;  
 $M$  — намагниченность вещества;  
 $H$  — напряженность магнитного поля;  
 $B$  — магнитная индукция;  
 $A$  — векторный магнитный потенциал;  
 $\Psi$  — потокосцепление;  
 $\Phi$  — магнитный поток;  
 $B_r$  — остаточная магнитная индукция;  
 $M_r$  — остаточная намагниченность;  
 $H_c$  — коэрцитивная сила;  
 $M_S$  — намагниченность насыщения;  
 $L$  — собственная индуктивность катушки;  
 $P_{эм}$  — электромагнитная сила;  
 $W$  — магнитная энергия;  
 $\sigma$  — плотность магнитных зарядов;  
 $\varphi_m$  — магнитный потенциал;  
 $\Phi_T$  — тепловой поток;  
 $M_{эм}$  — электромагнитный момент;  
 $\delta$  — рабочий воздушный зазор;  
 $F$  — магнитодвижущая сила;  
 $U_m$  — магнитное напряжение;  
 $R_m$  — магнитное сопротивление;  
 $\Lambda$  — магнитная проводимость;  
 $Z_m$  — комплексное магнитное сопротивление;  
 $\mu_a$  — комплексная магнитная проницаемость материала.

### *По главам 2, 5*

- $T$  — температура;  
 $Q$  — количество теплоты;



- $q$  — плотность источников теплоты;  
 $k_{\text{п}}$  — коэффициент поверхностного эффекта;  
 $k_{\text{б}}$  — коэффициент близости;  
 $P_{=}$  — потери энергии в проводнике по постоянному току;  
 $P_{-}$  — потери энергии в проводнике по переменному току;  
 $p$  — плотность теплового потока;  
 $A$  — коэффициент поглощения;  
 $R$  — коэффициент отражения;  
 $D$  — коэффициент проницаемости;  
 $\varepsilon$  — степень черноты излучающего тела;  
 $k_{\text{т}}$  — коэффициент теплоотдачи;  
 $k_{\text{тк}}$  — коэффициент теплоотдачи конвекцией;  
 $k_{\text{т из}}$  — коэффициент теплоотдачи излучением;  
 $\theta$  — перепад температур; превышение температуры;  
**Nu** — критерий подобия Нуссельта;  
**Fo** — критерий подобия Фурье;  
**Gr** — критерий подобия Грасгофа;  
**Re** — критерий подобия Рейнольдса;  
**Pr** — критерий подобия Прандтля;  
**Bi** — критерий подобия Био;  
 $R_{\text{Т}}$  — тепловое сопротивление;  
 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  
 $\tau_{\text{Т}}$  — постоянная времени (нагрева и остывания);  
 $k_p$  — коэффициент перегрузки по мощности;  
 $k_I$  — коэффициент перегрузки по току;  
**ПВ%** — относительная продолжительность включения;  
 $B$  — плотность интеграла Джоуля (квадратичный импульс плотности тока);  
 $t_{\text{ф}}$  — фиктивное время короткого замыкания;  
 $I_{\infty}$  — действующее значение установившегося ожидаемого тока короткого замыкания;  
 $R_{\text{к}}$  — сопротивление контакта;  
 $R_{\text{с}}$  — сопротивление стягивания;  
 $R_{\text{пл}}$  — сопротивление пленок;  
 $a$  — радиус площадки соприкосновения (смятия);  
 $\sigma_{\text{см}}$  — временное сопротивление смятия материала контактов;

- $\epsilon_0$  — электрическая постоянная;  
 $\rho$  — удельное электрическое сопротивление;  
 $U_p$  — напряжение рекристаллизации (напряжением размягчения);  
 $U_{пл}$  — напряжение плавления;  
 $U_{кип}$  — напряжение кипения;  
 $T_a$  — температура площадки касания;  
 $I_{пл. \infty}$  — минимальный плавящий ток;  
 $G$  — весовой (объемный) износ;  
 $m$  — массовый износ.

*По главам 3, 4*

- $U_{в.п}$  — восстанавливаемая прочность;  
 $U_{в.п}^0$  — начальная восстанавливаемая прочность;  
 $k_{п}$  — скорость роста восстанавливаемой прочности;  
 $U_v$  — переходное восстанавливаемое напряжение (ПВН);  
 $k_a$  — коэффициент амплитуды;  
 $K_{сх}$  — коэффициент схемы;  
 $f_0$  — собственная частота колебаний ПВН;  
 $U_0$  — мгновенное значение напряжения источника при нуле тока (возвращающееся напряжение);  
 $R_d$  — сопротивление дуги;  
 $l_d$  — длина дуги;  
 $\vartheta$  — тепловая постоянная времени дуги;  
 $U_{iэфф}$  — эффективный потенциал ионизации;  
 $U_{пр}$  — напряжение пробоя промежутка;  
 $U_k$  — прикатодное падение напряжения;  
 $E$  — градиент напряжения (напряженность);  
 $t_d$  — длительность горения дуги;  
 $\tau_d$  — скорость спада проводимости дуги (подкаательная);  
 $V_d$  — скорость перемещения опорных точек дуги;  
 $h_k$  — глубина коммутации;  
 $K_{уд}$  — ударный коэффициент;  
 $P_d$  — мощность дуги;  
 $W_d$  — энергия дуги.

---

## ВВЕДЕНИЕ

**Э**лектрические аппараты являются неизменным элементом любой электроустановки и широко применяются в электроэнергетике, в системах электроснабжения и электропривода, в электротехнологиях и электрооборудовании промышленности и сельского хозяйства, на всех видах транспорта, в устройствах электропитания систем информационных технологий, радио- и электросвязи, в бытовой и медицинской технике.

*Аппарат* (от лат. apparatus — оборудование) — это прибор, техническое устройство, приспособление. Применительно к электрическим аппаратам многозначность и неопределенность термина можно конкретизировать, рассмотрев их функциональное назначение.

Под электрическими аппаратами понимают электротехнические устройства, выполняющие следующие функции:

- включение и отключение электрических цепей в объектах, предназначенных для производства, преобразования, передачи и потребления электроэнергии;
- контроль и измерение параметров указанных объектов;
- защита объектов от аварийных режимов и защита человека и имущества при повреждении электрооборудования;
- регулирование параметров объектов, силовых и регулирующих исполнительных механизмов, управление технологическими процессами;

- преобразование неэлектрических величин в электрические;
- создание магнитного поля с заданными параметрами и конфигурацией.

Такое разнообразие функций привело к появлению многих видов электрических аппаратов, существенно отличающихся по принципу действия и конструкции и, тем не менее, обладающих общим свойством по назначению. В современном представлении *электрический аппарат* — это электротехническое устройство для управления потоками энергии и информации.

С учетом вышеизложенного и различий в традициях мировых электротехнических школ классификация аппаратов достаточно условна.

Аппараты разделяют, прежде всего, на две большие группы по принципу действия:

- *электромеханические*, непременно содержащие подвижные элементы, в результате перемещения которых и осуществляется функционирование аппарата;
- *статические* (иногда называемые бесконтактными) или силовые электронные, не имеющие подвижных частей и выполняющие возложенную на них функцию путем изменения параметров и характеристик входящих в их состав элементов и блоков.

Общеприняты также следующие классификационные признаки:

- напряжение главной цепи аппарата: *аппараты высокого напряжения* (свыше 1000 В) и *аппараты низкого напряжения* (до 1000 В);
- функциональное назначение: *коммутационные аппараты, ограничивающие аппараты, аппараты автоматического регулирования, аппараты автоматики, измерительные аппараты*;
- среда, используемая для гашения дуги в электромеханических аппаратах, например, воздушные, масляные, элегазовые или вакуумные аппараты.

Аппараты низкого напряжения иногда классифицируют по току: *слаботочные* (до 10 А) и *сильноточные* (свыше 10 А).

В свою очередь, коммутационные аппараты разделяют на:

- *аппараты распределения* (выключатели, переключатели, разъединители, короткозамыкатели, отделители и т. д.);
- *аппараты управления* (контакторы, пускатели, реле).

Автоматические выключатели, предохранители, тепловые реле, аппараты, управляемые дифференциальным током, часто выделяют в отдельную группу — *аппараты защиты*.

*Коммутационные аппараты* применяются для формирования конфигурации распределительной электросети, защиты сети и приемников электроэнергии от аварийных режимов, разъединения сети на части для безопасного обслуживания, для управления нагрузками по принципу «включено–выключено» и для защиты человека от поражения электрическим током.

*Ограничивающие аппараты* используются для ограничения токов коротких замыканий (реакторы и дуговые электродинамические токоограничители) или как средство защиты от перенапряжений (шунтирующие реакторы, дуговые разрядники и статические ограничители перенапряжений на основе элементов с нелинейной вольт-амперной характеристикой).

*Аппараты автоматического регулирования* в большинстве случаев являются статическими и предназначены для стабилизации и регулирования напряжения, мощности тока и других параметров электроэнергии. Применение таких устройств в системах высокого напряжения определяется достигнутым уровнем развития элементной базы силовой электроники.

*Аппараты автоматики* — реле, датчики, усилители, преобразователи, контроллеры и т. д. широко используются как средства автоматизации во всех областях техники. В настоящее время электромеханические аппараты автоматики интенсивно вытесняются статическими устройствами на микропроцессорной основе.

Обучению специальной дисциплины «Основы теории электрических аппаратов» предшествует изучение самих

аппаратов в общем курсе. Напомним принципы действия, особенности конструкции и примеры применения наиболее характерных аппаратов.

**Электрические аппараты высокого напряжения** работают в энергосистемах, представляющих собой совокупность электрических станций, трансформаторных подстанций и линий электропередач высокого напряжения (6–1150 кВ). С ростом напряжения габариты аппаратов увеличиваются и при 500 кВ достигают высоты многоэтажного дома. В установках высокого напряжения применяются следующие аппараты: *выключатели, предохранители, разъединители, отделители, короткозамыкатели, измерительные трансформаторы тока и напряжения, реакторы и разрядники*. На основе аппаратов создаются различные комплектные распределительные устройства. Функционирование энергосистемы поддерживается аппаратурой релейной защиты и автоматики.

На рисунке В.1 дана схема включения аппаратов на электрической станции и примыкающей к ней повышающей подстанции. От генераторов  $G$  через выключатели  $B$  напряжение подается на сборные шины. Силовой трансформатор  $T_r$  преобразует генераторное напряжение (20 кВ) в более высокое (220 кВ) для передачи его на дальние расстояния через линии электропередачи ЛЭП, оперативные коммутации которых осуществляются выключателями  $B$ . На фидерах установлены измерительные трансформаторы тока  $T_T$ , а на шинах — измерительные трансформаторы напряжения  $T_H$ . Предохранители  $P$  защищают трансформаторы  $T_H$  от токов коротких замыканий. Вторичные обмотки  $T_T$  и  $T_H$  подключаются к электрическим аппаратам релейной защиты и автоматики РЗА. Для защиты от атмосферных и коммутационных перенапряжений на шинах подстанции установлены разрядники  $R_z$ . На отходящих фидерах устанавливаются реакторы  $P$ , одно из назначений которых — ограничение токов короткого замыкания. На схеме не показаны разъединители, необходимые, прежде всего, для безопасного обслуживания элементов энергосистемы.

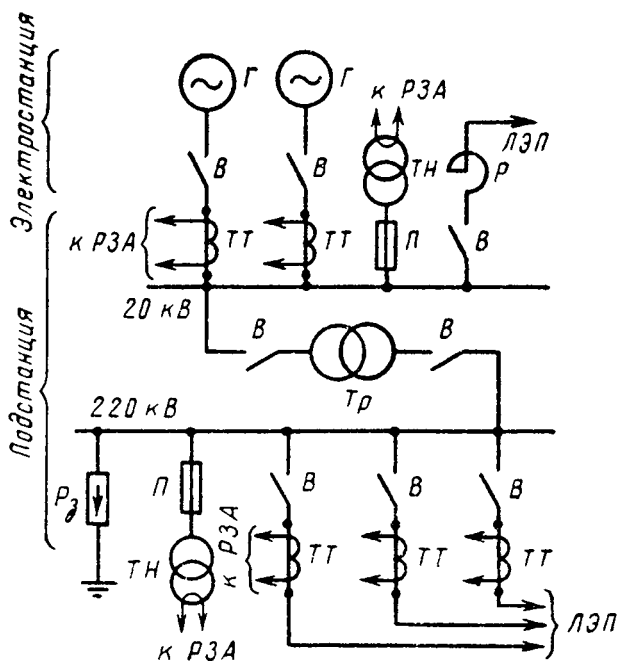


Рис. В.1

Схема включения аппаратов высокого напряжения

*Выключатели высокого напряжения* служат для коммутации тока в нормальных режимах и при коротких замыканиях, когда токи достигают значений десятков килоампер. Отключение больших токов в сочетании с высоким напряжением сети создает сложные условия для коммутации. Основными типами высоковольтных выключателей являются масляные, воздушные (сжатого воздуха), элегазовые и вакуумные. Разрыв цепи тока в выключателях осуществляется за счет гашения дуги, возникающей между контактами. При этом газоразрядный межконтактный промежуток превращается из проводника электрического тока в изолятор. Этот процесс обычно длится 0,01–0,1 с.

*Масляные выключатели* осуществляют гашение электрической дуги в заполненном трансформаторным

маслом объеме. При высокой температуре электрической дуги масло разлагается на газообразные составляющие (водород — 75%, ацетилен — 15% и др.), которые интенсивно гасят электрическую дугу благодаря их большой теплоотводящей способности и сильному деионизирующему воздействию на газоразрядный столб.

*Воздушные выключатели* представляют собой такую конструкцию, в которой для гашения электрической дуги используется интенсивный поток сжатого воздуха.

Лучшие условия для гашения дуги создаются в *элегазовых выключателях*, когда дуга охлаждается потоком специального газа SF<sub>6</sub> (шестифтористая сера).

В настоящее время в системах среднего напряжения (6–35 кВ) широко применяются *вакуумные выключатели*, в которых контакты находятся в герметичной среде с низким давлением откаченного воздуха (менее 10<sup>-3</sup> Па). Вакуум препятствует образованию мощного дугового разряда, поэтому вакуумные аппараты обладают повышенным ресурсом и надежностью.

*Предохранители* защищают установки от сверхтоков. При возникновении тока короткого замыкания в них расплавляется металлическая вставка, возникает и гасится электрическая дуга, в результате чего цепь тока разрывается.

*Реакторы* — это катушки индуктивности, включаемые последовательно в цепь тока. Индуктивное сопротивление реактора существенно меньше сопротивления нагрузки, но больше сопротивления проводов. В нормальном режиме реакторы практически не ограничивают ток в цепи. При коротком замыкании доля сопротивления реактора в суммарном сопротивлении контура КЗ резко возрастает, поэтому реакторы ограничивают ток КЗ и облегчают условия его отключения.

*Разрядники* осуществляют защиту электроустановок от перенапряжений. При грозах или в переходных режимах в сетях на проводах появляются избыточные электрические заряды, вызывающие повышение напряжения сверх рабочего — перенапряжения. В этом случае разрядники отводят избыточные заряды в землю.



*Трансформаторы тока и напряжения* предназначены для передачи сигнала измерительной информации средствам измерения, защиты, автоматики, сигнализации и управления. Они трансформируют измеряемые на стороне высокого напряжения токи и напряжения в существенно меньшие пропорциональные значения, необходимые для работы электромеханических или электронных реле защиты и автоматики.

Аппараты низкого напряжения делятся на аппараты для управления режимами работы распределительных низковольтных электрических сетей и их защиты от ненормальных режимов (аппараты распределения энергии) и на аппараты для управления режимами работы разнообразного электрооборудования (аппараты управления).

Деление коммутационных аппаратов низкого напряжения на аппараты управления и аппараты распределения возникло исторически из-за разных требований к аппаратам (по коммутационному ресурсу и по коммутируемым и сквозным токам и т. д.) на стадии распределения энергии и стадии ее потребления. Различие в требованиях привело к принципиально разным конструкциям, общим признаком которых остается наличие контактно-дугогасительной системы.

*Аппараты распределения энергии* предназначены для относительно редких оперативных коммутаций преимущественно в распределительных сетях и осуществляют защиту установок и сетей от аварийных режимов работы (токов КЗ и перегрузки, понижения напряжения), а также защиту людей от поражения электрическим током. К аппаратам распределения энергии относятся автоматические выключатели, выключатели нагрузки, разъединители (рубильники), предохранители.

Аппараты управления предназначены для частых оперативных отключений и включений нормальных (номинальных) токов нагрузки и нечастых коммутаций токов перегрузки, обычно превышающих номинальные в 5–20 раз. К аппаратам управления относятся контакторы, пускатели, командоаппараты, реле.

Рассмотрим пример применения аппаратов низкого напряжения. На рисунке В.2а приведена упрощенная радиальная схема электроснабжения потребителей 0,4 кВ. Вторичная сторона понижающего трансформатора Т через вводный автоматический выключатель QF10 подключена к сборным шинам. Отходящие к потребителям линии защищены автоматическими выключателями QF11 и QF12. В конце кабельной линии  $l_0$  расположено низковольтное комплектное устройство (НКУ), необходимое для управления потоком электроэнергии, поступающей к потребителям: электродвигателю М и нагрузке. НКУ выполняется в виде электрощита, в котором установлены электрические аппараты, соединенные согласно электрической схеме. В качестве вводного аппарата в зависимости от предъявляемых требований могут быть использованы либо автоматический выключатель QF0, либо выключатель нагрузки QS0.

Схема управления (СУ) асинхронным двигателем М приведена на рисунке В.2б. Автоматический выключа-

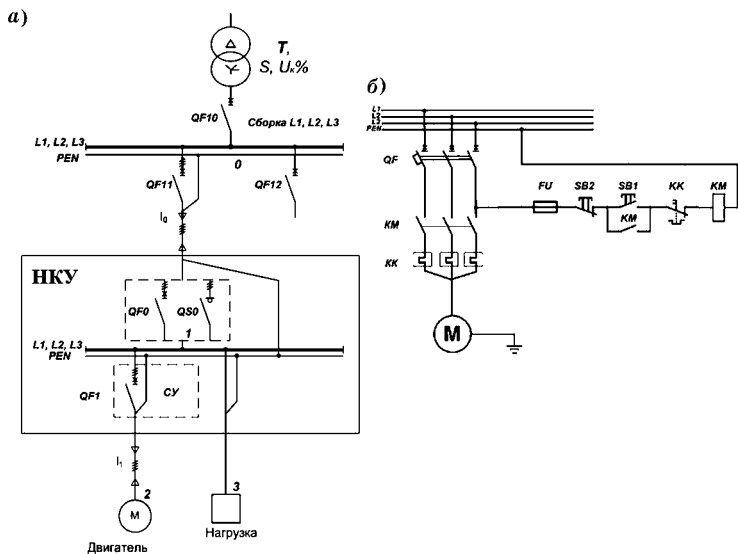


Рис. В.2  
Радиальная схема электроснабжения (а) и схема управления (СУ) асинхронным двигателем (б)

тель QF подает напряжение 380 В в схему питания двигателя и в отключенном положении отсоединяет нижестоящий участок электроустановки от сети. Многие современные выключатели обладают функцией гарантированного разъединения. Поэтому в данном случае для безопасного обслуживания установки рубильник с видимым разрывом не требуется.

Выключатель QF осуществляет также защиту электроустановки при коротких замыканиях, перегрузках и недопустимом снижении напряжения. Токи короткого замыкания и перегрузки вызывают опасный нагрев оборудования, а пониженное напряжение приводит к затормаживанию двигателей и повышенным токам вследствие резкого уменьшения их электрического сопротивления.

Управление работой двигателя выполняется при помощи электромагнитного контактора КМ. Включение и отключение контактора происходит соответственно при нажатии кнопок SB1 (ПУСК) и SB2 (СТОП), включенных последовательно в цепь питания катушки КМ электромагнитного привода контактора от фазного напряжения сети. При нажатии кнопки SB1 помимо замыкания главных контактов контактора КМ замыкаются и его вспомогательные контакты, шунтирующие кнопку SB1, что исключает остановку двигателя при отпускании кнопки.

Защита двигателя от перегрузки выполняется тепловым реле КК. Нагревательные элементы теплового реле включены последовательно в главную цепь контактора. При токе перегрузки происходит нагрев чувствительного элемента теплового реле. При достижении температуры срабатывания размыкающие контакты реле КК, включенные в цепь катушки контактора КМ, прерывают ток в цепи катушки, и контактор отключается. Предохранитель FU защищает цепь катушки при коротком замыкании.

Контактор совместно с тепловым реле и кнопками образуют схему пускателя, который может выпускаться как самостоятельное изделие.

Главным отличием автоматического выключателя от контактора является наличие механизма свободного рас-

цепления. В работе аппарата защиты возможны два взаимоисключающих процесса: включение аппарата и одновременно его автоматическое срабатывание. Механизм свободного расцепления как раз и обеспечивает автоматическое размыкание контактов при включении аппарата на короткое замыкание независимо от работы включающего привода. Срабатывание выключателя в аварийных режимах выполняется по команде расцепителей, в основном, теплового или электромагнитного действия. В выключателях, предназначенных для защиты разветвленных распределительных сетей, применяются электронные (микропроцессорные) расцепители, обладающие повышенной чувствительностью, быстродействием и селективностью и способные интегрировать аппараты в информационные сети.

Сети низкого напряжения в отличие от высоковольтных имеют в сотни раз большие кратности токов КЗ относительно рабочих токов. Поэтому современные аппараты защиты выполняют токоограничивающими путем быстрого разведения контактов, поскольку раннее появление электрической дуги препятствует нарастанию тока КЗ до ударного значения. Использование электродинамических сил для разведения контактов позволило довести предельную коммутационную способность автоматических выключателей до 150 кА и благодаря токоограничению в десятки раз уменьшить электродинамическое и термическое воздействия токов КЗ на сети и электроустановки в целом.

Для улучшения условий коммутации тока в аппаратах управления применяются *полупроводниковые приборы*, шунтирующие механические контакты. В таких *гибридных аппаратах* длительное проведение тока осуществляют контакты, в то время как полупроводниковые приборы практически обесточены. В момент коммутации при размыкании контактов ток кратковременно отводится в полупроводниковый прибор, который затем выключается, в результате чего практически устраняется дугообразование в аппарате и существенно повышается срок его службы.

Исключительно высокими функциональными возможностями обладают статические аппараты (без механических контактов) на основе приборов силовой электроники. Они позволяют в одном устройстве объединить аппарат управления (с неограниченным ресурсом выполнения операции «включено–выключено»), сверхбыстродействующий аппарат защиты и регулятор подводимой к нагрузке мощности. Поэтому применявшиеся в свое время различные электромеханические регуляторы (например, угольный регулятор напряжения и т. д.) повсеместно вытеснены статическими аппаратами.

Зона использования статических аппаратов низкого напряжения постоянно увеличивается. Однако для гарантированного разъединения частей электроустановки по правилам электробезопасности всегда будут применяться аппараты с ручным управлением, механическим разрывом цепи и механической блокировкой.

**Аппараты автоматического регулирования**, необходимые для автоматизации производственных процессов, преобразования и накопления энергии и для поддержания качества электроэнергии в условиях преобладания нелинейных нагрузок, переживают бурный период развития, особенно с появлением полностью управляемых полупроводниковых приборов. Помимо применения в системах промышленного и городского электроснабжения они широко используются как стабилизаторы напряжения, корректоры и регуляторы мощности и др. во вторичных источниках питания и в автономной энергетике. Совместно с объектом регулирования такие аппараты образуют замкнутую систему регулирования на основе отрицательных обратных связей. Теория аппаратов регулирования основана на использовании методов теории автоматического управления и в данном учебнике не рассматривается. В то же время вопросы нагрева и охлаждения приборов силовой электроники, процессы в электромагнитных компонентах могут быть изучены на базе знаний, полученных при чтении данного учебника.

**Аппараты автоматики.** Они работают при небольших напряжениях (до сотен вольт) и токах (до 10 А) и обычно

выполняют функции *контроля* какого-либо электрического (реле) и *неэлектрического* (датчики) входного параметра. Когда входной (контролируемый) параметр реле достигает заданной величины, происходит срабатывание электрического реле и «выдача сигнала» на выходе. Это осуществляется размыканием или замыканием контактов (контактные или *электромеханические* реле) или резким изменением электрического сопротивления на выходе (бесконтактные или *статические* реле). В любом случае происходит скачкообразное изменение тока в оперативной цепи, в которую включен выходной элемент. Поэтому кривая зависимости выходного сигнала от входного обычно имеет «*релейный*» характер.

В датчиках зависимость выходного сигнала от входного другая. Она имеет плавный вид: малое изменение входного сигнала вызывает пропорциональное небольшое изменение сигнала на выходе. Электромеханические реле не нуждаются в подведении к ним напряжения питания и используются, в основном, в простейшей электроавтоматике. В устройствах средней сложности, как более надежные и гибкие, применяются статические реле на микроэлектронной базе. В устройствах со сложным алгоритмом работы, с относительно большим количеством входов и выходов в настоящее время используются микропроцессорные программируемые контроллеры. Современная релейная защита строится на базе микропроцессорных устройств.

В то же время в аппаратуре автоматики успешно применяются некоторые электромеханические устройства.

На электромагнитном принципе работают *магнитоуправляемые контактные аппараты*. Контакты находятся в стеклянном герметичном баллоне с инертным газом для уменьшения воздействия на них окружающей среды, поэтому их называют герметизированными контактами (герконами). Контакт-детали выполнены в виде ферромагнитных упругих пластин, которые под воздействием внешнего магнитного поля притягиваются, что приводит к замыканию контактов. При снятии внешнего магнитного поля силы упругости возвращают контак-

ты в исходное состояние. Благодаря такой конструкции герконы легко управляются и обладают очень высоким коммутационным ресурсом. Герконы также способны работать при малых токах (менее 20 мА) и напряжениях (5–15 В и менее), что делает их совместимыми с микропроцессорными устройствами. Поэтому герконовые реле эффективно применяются в самых различных областях техники и многие электромеханические датчики строятся на базе герконов.

Изменение параметров магнитного или электрического поля при перемещении твердых тел, при изменении уровней жидкостей или сыпучих тел лежит в основе принципа действия различных *индуктивных и емкостных датчиков* (первичных преобразователей).

Такие датчики позволяют осуществить контроль угловых и линейных перемещений деталей, давления газов и жидкостей, уровней жидких и сыпучих тел, механических усилий и моментов, скоростей движения и т. д.

*Магнитоупругие датчики* используют эффект изменения магнитной проницаемости некоторых материалов при появлении в них механических напряжений и деформаций.

К *силовым и регулирующим исполнительным механизмам* относятся электромеханические электрические аппараты, выполняющие функции позиционеров в роботизированных производствах и установках, управляемых клапанных устройствах для газообразных и жидких сред в трубопроводах, двигателях, гидравлических системах, вибрационных устройств и различных механизмов возвратно поступательного действия. В этой же группе аппаратов находятся статические и управляемые бесконтактные магнитные механизмы: магнитные муфты, редукторы, мультипликаторы, магнитные опоры, подвесы и подшипники.

**Из истории электрических аппаратов.** Наиболее ранние сведения об электрических аппаратах относятся к 1802 г., когда профессор физики Петербургской Военно-медико-хирургической академии В. В. Петров открыл явление электрической дуги между размыкающимися под

током медными электродами, осуществлявшими функцию отключающего аппарата.

Видный русский ученый Б. С. Якоби в 30-х гг. XIX в. впервые разработал автоматические ртутные соединители (контакты) и применил их в системе полевого минирования.

Первое реле было изобретено в России в 1830 г. П. Шиллингом, автором первого телеграфного аппарата. В подвижную систему реле встраивалась магнитная стрелка, помещавшаяся внутри катушки. При протекании тока по катушке стрелка отклонялась создаваемым магнитным полем. Это соответствовало «срабатыванию реле».

Первый автоматический регулятор был изобретен в России в 1845 г. К. И. Константиновым. Этот регулятор был основан на электромагнитном принципе и применялся для автоматического регулирования частоты вращения ракетоподводного устройства, а также для регулирования паровых машин.

К концу XIX в. появились сравнительно мощные электрические станции и распределительные электрические сети. Это вызвало необходимость разработки более совершенных способов отключения цепей с током. В 1893 г. Э. Томсон (США) открыл принцип гашения электрической дуги в трансформаторном масле, а инженеры Д. Хиллард и Ч. Парсонс (США) предложили конструкцию масляного выключателя.

Использование дуги сжатым воздухом на электрическую дугу, возникающую между контактами аппарата, было впервые предпринято в 1897 г. Д. Пробстом (Германия). Однако широкое промышленное внедрение воздушных выключателей началось в 40-х гг. XX столетия. Большие заслуги в создании этих выключателей и разработке их теории принадлежат советскому ученому Е. М. Цейрову.

Видный русский ученый М. О. Доливо-Добровольский в 1913–1914 гг. изобрел дугогасительную решетку, которая и сегодня широко используется. Электрическая дуга «вдувается» в пакет из металлических



пластин и интенсивно охлаждается там за счет отвода теплоты в пластины. Доливо-Добровольским разработан также аппарат с щелевой дугогасительной камерой. В настоящее время эти принципы построения коммутационных устройств являются преобладающими в аппаратах управления и распределения энергии на напряжение до 1000 В.

Первый завод, выпускавший электрические аппараты в России, был основан в 1879 г. П. Н. Яблочковым на Обводном канале в Петербурге. Он принадлежал фирме «П. Н. Яблочков — изобретатель. Товарищество электрического освещения и изготовления электрических аппаратов и машин в России» и выпускал осветительные выключатели, предохранители, регуляторы, реле. Этот завод прекратил свое существование в 1887 г. из-за недостатка средств и отсутствия поддержки со стороны правительства.

В 1914 г. в России было несколько электротехнических заводов, выпускавших электрические аппараты. На заводе «Электросила» (быв. фирмы «Сименс-Шуккерт») производились реостаты; на их выпуске было занято около 160 человек. На Ленинградском заводе «Электроаппарат» (быв. фирмы «Сименс») изготовлялись предохранители и распределительные щиты; количество рабочих по производству аппаратов составляло около 250 человек. На Харьковском электромеханическом заводе, образовавшемся на базе эвакуированного в Первую мировую войну рижского завода фирмы «АЕГ», выпускались различные низковольтные аппараты, в производстве которых участвовало около 170 рабочих. И, наконец, на заводе «Динамо», принадлежавшем до Октябрьской революции Русскому акционерному обществу, на выпуске аппаратов было занято примерно 120 рабочих. К концу 1920 г. в нашей стране в производстве электрических аппаратов участвовало около 1700 человек. В дальнейшем электроаппаратная промышленность получила широкое развитие, особенно в годы первых пятилеток. Многие крупные предприятия появились в результате эвакуации (Чебоксарский электроаппаратный завод, Ульяновский завод

«Контактор» и т. д.). В послевоенные и последующие годы появились крупные заводы в Курске, Дивногорске, Ангарске, Минусинске и был построен целый ряд предприятий на Украине, в Средней Азии, Северном Кавказе и Закавказье.

Наиболее ранние работы по теории электрических аппаратов относятся к 1876 г., когда русский ученый И. А. Вышнеградский опубликовал свои разработки по теории автоматического регулирования и по анализу устойчивости регуляторов.

В 1902 г. Г. Айртон (Англия) провела исследование статических вольтамперных характеристик электрической дуги и представила их результаты в виде известной эмпирической формулы. Видный русский электротехник академик В. Ф. Миткевич в 1902–1905 гг. опубликовал свои работы по электрической дуге, в которых, в частности, исследовал процессы на катоде и указал на определяющую роль термоэлектронной эмиссии в общем механизме дугового разряда.

Первые отечественные работы по теории электромагнитных устройств, широко применяемых в различных аппаратах, были выполнены А. Г. Столетовым в 1872 г. и В. К. Аркадьевым в 1912 г.

В 1920 г. индийский ученый Сага вывел теоретическую зависимость степени ионизации газа от температуры, давления и других физических факторов. Эта формула нашла широкое распространение в теории процессов коммутации в электрических аппаратах и вошла в теорию коммутации под названием «формула Сага».

Американский ученый Д. Слепян в 1928–1932 гг. опубликовал ставшие широко известными работы по теории процессов коммутации электрических цепей и исследованию электрической дуги отключения, в которых дал объяснение роли электрической дуги при отключении цепей постоянного тока, и сформулировал общее условие гашения дуги.

Одна из первых работ по теории восстановления напряжения на коммути-

рующихся элементах аппаратов была опубликована Р. Парком и В. Скитсом в 1931 г. Первые отечественные работы в этом направлении были выполнены в 1936–1940 гг. профессором А. Я. Буйловым. Большой вклад в исследование и разработку теории восстанавливающегося напряжения внес П. Хаммарлу, а в исследование и разработку теории электрических контактов — Р. Хольм.

Первая русская книга по электрическим аппаратам, вышедшая в 1878 г., называлась «Аппараты автоматической стрельбы», автор Н. А. Азаров. Первое систематизированное изложение теории и устройства электрических аппаратов было выполнено в нашей стране профессором А. А. Смуровым в его книге «Электротехника высокого напряжения», вышедшей в 1935 г. В 1946 г. профессор А. Я. Буйлов опубликовал первую фундаментальную книгу по общей теории электрических аппаратов под названием «Основы электроаппаратостроения» [1]. Систематизированный труд по теории и устройству электрических аппаратов (в трех частях) был выпущен профессором М. А. Бабиковым в 1951–1958 гг. В дальнейшем теория электрических аппаратов освещалась в изданиях кафедры «Электрические аппараты» МЭИ в 1958, 1970 и 1987 гг.

Персональные и суперкомпьютеры, Интернет принципиально изменили инженерную деятельность, в основе которой доминируют информационные технологии. Стали доступны для решения задачи большой сложности, к которым относятся задачи с распределенными параметрами — полевые задачи, графические системы конструирования. Накопленные профессиональным мировым сообществом знания концентрируются в программных комплексах и базах данных, электронных библиотеках, ориентированных на оперативное использование исследователями, разработчиками, проектировщиками, эксплуатационным персоналом, где бы они не находились. Конечно, бесполезно пытаться глубоко освоить все имеющиеся знания даже в пределах одной отрасли — электротехники. Объем их слишком велик. Доступность применения современных инструментов не только в смысле их

приобретения, но и возможностях их ускоренного освоения без специальной подготовки, стало возможным при использовании более простых способов представления физических процессов в виде понятных визуальных образов. В данном учебнике при изложении принципов работы электромеханических электрических аппаратов применены методы макроскопического моделирования процессов в программной среде MATLAB Simulink, получившей широкое распространение в мировой инженерной практике. Для уточненного анализа электромагнитных параметров таких моделей сделана ориентация на численные методы полевого анализа, которые также широко распространяются.

Огромную роль в развитии отечественного электроаппаратостроения сыграли Харьковская электроаппаратная школа (аппараты низкого напряжения), Ленинградская и Московская электроаппаратные организации (аппараты высокого и низкого напряжения), научно-исследовательские и производственные организации г. Чебоксары (аппараты управления и аппараты релейной защиты).

Большой вклад в развитие теории электрических аппаратов внесли работавшие в этой области отечественные ученые Г. Н. Александров, А. Я. Буйлов, Г. В. Буткевич, О. Б. Брон, А. М. Залесский, В. С. Кулебакин, Р. С. Кузнецов, Н. Е. Лысов, И. С. Таев, Г. Т. Третьяк, Е. М. Цейров и др.

# ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

## 1.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

**Э**лектромеханическая система — совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих электрических, электромеханических, электронных, механических и информационных преобразователей энергии.

*Электромеханический преобразователь* выполняет функцию преобразования электрической энергии в механическую энергию движения рабочего органа или функцию обратного преобразования механической энергии в электрическую.

*Механический узел* — совокупность деталей, предназначенная для выполнения одной или нескольких механических функций устройства на основе прочностных, упругих, термических, электрических и магнитных свойств материалов.

*Электромагнит* — устройство, создающее магнитное поле при прохождении электрического тока по отдельному проводнику или обмотке в присутствии деталей из магнитомягких материалов, которые намагничиваются в магнитном поле тока и усиливают его. Электромагниты изготавливают постоянного и переменного тока, а также поляризованные с постоянными магнитами.

*Постоянный магнит* — изделие из магнитотвердого материала с высокой остаточной магнитной индукцией и коэрцитивной силой, сохраняющее состояние намагниченности в течение длительного времени.

*Электромагнитная система* электромеханического преобразователя создает силовое взаимодействие магнит-

ного поля электромагнита с элементами из магнитомягких материалов, которые намагничиваются в магнитном поле электромагнита.

*Магнитоэлектрическая система* электромеханического преобразователя создает силовое взаимодействие магнитного поля электромагнита с предварительно намагниченными элементами из магнитотвердых материалов (постоянными магнитами).

*Электродинамическая система* электромеханического преобразователя создает силовое взаимодействие магнитного поля электромагнита или постоянного магнита с проводниками (катушками) с токами, созданными сторонними источниками.

*Индукционная система* электромеханического преобразователя создает силовое взаимодействие переменного магнитного поля электромагнита с индуцированными в его поле токами в элементах из электропроводящих материалов.

*Магнитная муфта* — устройство для бесконтактной передачи механической энергии вращения, без изменения ее параметров, за счет силовых взаимодействий в магнитном поле, созданном электромагнитами или постоянными магнитами. Более общее понятие — *магнитная трансмиссия* охватывает все виды движения и преобразование сил, моментов линейных и угловых скоростей (магнитные редукторы, мультипликаторы и пр.).

*Статическая магнитная опора* — устройство, не обладающее полной пространственной устойчивостью, предназначенное для бесконтактной полной или частичной компенсации силы тяжести объекта и паразитных механических воздействий на него, за счет силовых взаимодействий в магнитном поле, созданном постоянными магнитами.

*Статический магнитный подшипник* — статическая магнитная опора, выполняющая функцию бесконтактного подшипника валов только по одному из направлений (осевой или радиальный подшипник).

*Управляемый (активный) магнитный подвес* — бесконтактное устройство, обеспечивающее полную про-

странственную устойчивость удерживаемого в магнитном поле объекта, за счет регулируемых силовых взаимодействий в магнитном поле электромагнитов.

## 1.2. АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### 1.2.1. Электромагнитные величины

Работа электрического аппарата сопровождается электромагнитными явлениями в электропроводящих, полупроводниковых, диэлектрических, твердых жидких и газообразных средах. Эти явления подчиняются законам электромагнитного поля.

*Электромагнитное поле — это особый вид материи, посредством которой осуществляется взаимодействие между подвижными и неподвижными электрически заряженными частицами* [19], [40]. Основные физические величины, связанные с электромагнитным полем, опираются на понятие электрического заряда  $Q$  [Кл] — скалярной величины, связанной с элементарными частицами и с макроскопическими телами, характеризующими их электромагнитные взаимодействия. Электрический заряд подчиняется закону сохранения и закону Кулона, который определяет силу между двумя заряженными частицами:

$$\mathbf{P}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{21}}{r} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \mathbf{e}_{21},$$

где  $\mathbf{P}_{12}$  — вектор силы, действующей на частицу с электрическим зарядом  $Q_1$  от воздействия частицы с электрическим зарядом  $Q_2$ ;  $k$  — положительная постоянная, которая в вакууме равна  $1/(4\pi\epsilon_0)$ ;  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi \times c^2} [\text{м}^{-3} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^4 \cdot \text{А}^2] = 8,854187817... [\text{пФ/м}],$$

где  $c = 299\,792\,458$  м/с — скорость света в вакууме;  $\mathbf{r}_{21}$  — вектор, направленный от частицы с электрическим зарядом  $Q_2$  к частице с электрическим зарядом  $Q_1$ ;  $r = |\mathbf{r}_{21}|$  — расстояние между частицами  $\mathbf{e}_{21} = \mathbf{r}_{21}/r$  — единичный вектор.

Магнитная постоянная  $\mu_0$  объединена с электрической постоянной  $\epsilon_0$  и со скоростью света в вакууме  $c$  соотношением  $\epsilon_0\mu_0c^2 = 1$ . Значение магнитной постоянной точно равно

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{м} \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-2}] = 1,2566370614 \dots [\text{мкГн/м}].$$

Распределенный электрический заряд представляется функцией *плотности электрического заряда* от пространственных координат: *объемной* —  $\rho$  [Кл/м<sup>3</sup>], *поверхностной*  $\xi$  [Кл/м<sup>2</sup>], *линейной*  $\tau$  [Кл/м]. Характеризует электрическое поле векторная величина — *напряженность электрического поля*  $\mathbf{E}$  [В/м], которая определяет силу, действующую на любую заряженную частицу в покое в электрическом поле, равную произведению  $\mathbf{E}$  и электрического заряда  $Q$  частицы:  $\mathbf{P} = Q\mathbf{E}$ .

Заряженные частицы, свободно движущиеся под влиянием приложенного электрического поля, образуют объемный электрический ток проводимости с *объемной плотностью тока проводимости*  $\mathbf{J}$  [А/м<sup>2</sup>], которая равна сумме произведений электрического заряда и скорости для всех свободных носителей заряда внутри малой области,

деленной на ее объем  $V$ :  $\mathbf{J} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n Q_i \mathbf{v}_i$ , где  $n$  — число сво-

бодных носителей внутри объемного элемента;  $Q_i$  — электрический заряд  $i$ -го носителя;  $\mathbf{v}_i$  — его скорость.

Поток плотности электрического тока  $\mathbf{J}$  через определенную направленную поверхность  $\mathbf{S}$  равен электрическому току  $I$  [А], проходящему через эту поверхность:

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{e}_n dS,$$

где  $d\mathbf{S} = \mathbf{e}_n dS$  — векторный поверхностный элемент. Электрический ток, проходящий через поверхность, равен пределу отношения электрического заряда, переносимого через эту поверхность в течение интервала времени, при длительности этого интервала, стремящейся к нулю, т. е.  $I = dQ/dt$ .

*Электрический диполь* — объект, который создает во всех точках пространства на расстояниях, достаточно



больших по сравнению с его геометрическими размерами, такую же напряженность электрического поля, как два размещенных в нем отдельных электрических точечных заряда, равных по абсолютному значению и противоположных по знаку (при отсутствии изменений во времени). *Электрический дипольный момент*  $\mathbf{p}$  [Кл·м], характеризующий электрический диполь — векторная величина, равная произведению положительного заряда и расстояния между зарядами и направленная от отрицательного заряда к положительному. Для совокупности электрических диполей  $\mathbf{p}$  равен векторной сумме всех электрических дипольных моментов совокупности, т. е. объемному интегралу электрической поляризации  $\mathbf{P}_e$ :

$$\mathbf{p} = \int_V \mathbf{P}_e dV.$$

*Электрическая поляризация*  $\mathbf{P}_e$  [Кл/м<sup>2</sup>] — это удельный параметр, равный электрическому дипольному моменту  $\mathbf{p}$  совокупности электрических диполей, содержащейся внутри малой области, деленному на ее объем  $V$ :  $\mathbf{P}_e = \mathbf{p}/V$ . Электрическая поляризация  $\mathbf{P}_e$  удовлетворяет соотношению:  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e$ , где  $\mathbf{D}$  [Кл/м<sup>2</sup>] — *электрическая индукция*. Величина  $\mathbf{E}_i = \mathbf{P}_e/\epsilon_0$  называется *электризацией*. В вакууме электрическая индукция во всех точках равна произведению напряженности электрического поля и электрической постоянной:  $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ .

Производная по времени от электрической индукции:  $\mathbf{J}_D = \partial \mathbf{D} / \partial t$  — есть *плотность электрического тока смещения*. В общем случае *плотность полного тока*  $\mathbf{J}_t$  равна сумме плотностей электрического тока проводимости  $\mathbf{J}$  и плотности тока смещения  $\mathbf{J}_D$ :  $\mathbf{J}_t = \mathbf{J} + \mathbf{J}_D$ .

Магнитная индукция  $\mathbf{B}$  [Тл] определяет силу, действующую на любую движущуюся в магнитном поле заряженную частицу со скоростью  $\mathbf{v}$  [м/с] и зарядом  $Q$  [Кл]:  $\mathbf{P} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ . В электромагнитном поле на заряженную частицу действует сила Кулона–Лоренца, определяемая соотношением  $\mathbf{P} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$  [Н], где  $\mathbf{E}$  [В/м] — напряженность электрического поля и  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция;  $Q\mathbf{E}$  — *сила Кулона*,  $Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$  — *сила Лоренца* (рис. 1.1).

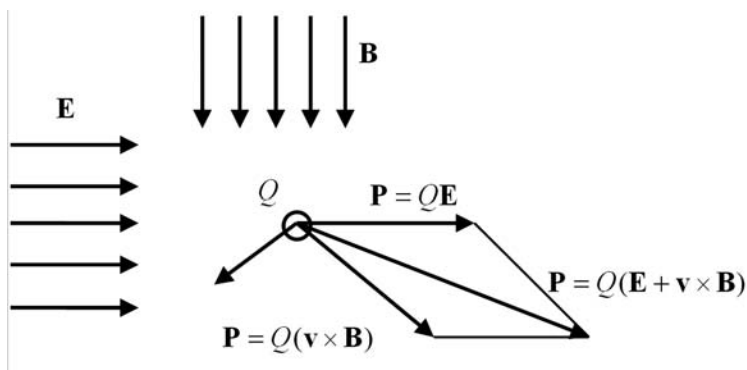


Рис. 1.1

Силы, действующие на электрический заряд в электромагнитном поле

*Намагниченность вещества*  $M$  [А/м] — это удельный параметр, равный магнитному дипольному моменту  $m$  [А·м<sup>2</sup>] совокупности магнитных диполей, содержащейся внутри малой области, деленному на ее объем  $V$ :  $M = m/V$  (рис. 1.2). *Магнитный дипольный момент*  $m$  — векторная величина, равная произведению тока (микротоки — движение заряженных частиц в магнитном материале, в основном электронов), площади витка тока и единичного вектора, перпендикулярного к плоскости витка, направление которого соответствует ориентации витка (правый винт по току).

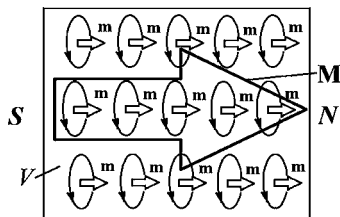


Рис. 1.2

Вектор намагниченности — плотность магнитных моментов

Намагниченность  $M$  удовлетворяет соотношению  $B = \mu_0(H + M)$ , где  $H$  — напряженность магнитного поля — векторная величина, определяемая данным соотношением:  $H = B/\mu_0 - M$ . В вакууме напряженность магнитного поля во всех точках равна магнитной индукции, деленной на магнитную постоянную:  $H = B/\mu_0$ .

Пространственная картина или топография какого-либо вектора электромагнитного поля в общем случае состоит из

комбинаций потенциальной и вихревой структур, которые проявляются соответственно в существовании в пространстве областей с отличными от нуля потоками вектора через замкнутую поверхность и криволинейного интеграла вектора по замкнутому контуру. Такие области содержат источники электромагнитного поля, определенные дивергенцией и ротором вектора в законах электромагнитного поля.

В магнитной системе электротехнического устройства создают электромагнитное поле катушки с током, постоянные магниты, а также детали устройства, выполненные из магнитных материалов: магнитопроводы, полюсные наконечники, и детали из электропроводящих и диэлектрических материалов, в которых имеются остаточные источники или появляются новые источники электромагнитного поля при воздействии на них внешнего электромагнитного поля. Уравнения Максвелла представляют законы электромагнитного поля и указывают, в каких элементах устройств имеются источники вихревой и потенциальной составляющих рассматриваемого вектора поля [19], [34]. К ним относятся: закон Гаусса для электрической индукции  $\mathbf{D}$ , закон Гаусса для магнитной индукции  $\mathbf{B}$ , закон Фарадея для напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  и теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  (табл. 1.1).

В таблице 1.1 обозначено:  $S$  — замкнутая поверхность, охватывающая объем  $V$ ;  $L$  — замкнутый контур, охватывающий площадку  $S$ ;  $Q$  — сумма электрических зарядов в объеме  $V$ ;  $I_\Sigma$  — сумма токов, охваченных контуром  $L$ .

Дивергенция и ротор вектора вычисляются через пространственные производные вектора (обозначим вектор  $\mathbf{F}$ ) [29]:

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z};$$

$$\nabla \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \mathbf{j} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \mathbf{k},$$

Таблица 1.1

**Законы электромагнитного поля**

Название	Интегральная форма	Дифференциальная форма
Закон Гаусса для электрической индукции	$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$	$\operatorname{div} \mathbf{D} = \nabla \cdot \mathbf{D} =$ $= \lim_{V \rightarrow 0} \left( \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} / V \right) = \rho$
Закон Гаусса для магнитной индукции	$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$	$\operatorname{div} \mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} =$ $= \lim_{V \rightarrow 0} \left( \oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} / V \right) = 0$
Закон Фарадея — закон электромагнитной индукции	$\oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S}$	$\operatorname{rot} \mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{E} =$ $= \lim_{S \rightarrow 0} \left( \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} / S \right) = - \frac{d\mathbf{B}}{dt} =$ $= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$
Теорема о циркуляции магнитного поля — закон полного тока	$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = I_\Sigma$	$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{H} =$ $= \lim_{S \rightarrow 0} \left( \oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} / S \right) = \mathbf{J}$

где  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные орты декартовой правосторонней системы координат.

Источники векторного поля находятся в областях, где значения ротора или дивергенции вектора отличны от нуля. Значение дивергенции — плотность источника потенциальной составляющей, значение ротора — плотность источника вихревой составляющей векторного поля.

Источники поля вектора магнитной индукции определены только ротором вектора, так как его дивергенция равна нулю

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\nabla \times \mathbf{H} + \nabla \times \mathbf{M}) = \mu_0 (\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}),$$

т. е. источники  $\mathbf{B}$  — плотность тока  $\mathbf{J}$  и ротор намагниченности  $\mathbf{M}$ , умноженные на магнитную постоянную  $\mu_0$ .

У поля вектора напряженности магнитного поля могут существовать и потенциальная, и вихревая со-

ставляющие. Источник потенциальной составляющей поля вектора напряженности магнитного поля — дивергенция намагниченности  $\mathbf{M}$ . Из условия  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  следует  $\nabla \cdot \mathbf{H} = -\nabla \cdot \mathbf{M}$ .

Источник вихревой составляющей  $\mathbf{H}$  — его ротор, в соответствии с законом полного тока он равен плотности тока  $\mathbf{J}$ .

В переменном электромагнитном поле электрическое и магнитное поля связаны законом электромагнитной индукции. Для записи в дифференциальной форме:  $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt}$  — ротор напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  равен полной производной по времени магнитной индукции  $\mathbf{B}$ . Изменение  $\mathbf{B}$  может быть связано как с непостоянством во времени источника поля, так и с движением рассматриваемого тела со скоростью  $\mathbf{v}$  в пространстве с неоднородной магнитной индукцией. Полную производную по времени можно представить двумя слагаемыми

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{B}}{dt} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Для поля вектора магнитной индукции, имеющей вихревой характер, используют векторный магнитный потенциал  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A},$$

что позволяет получить выражение для вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  в виде:

$$\mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{A}}{dt} - \nabla \varphi_e = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \nabla \varphi_e,$$

где  $\varphi_e$  — скалярный электрический потенциал.

Расчет электрического напряжения  $U$  выполняется интегрированием по заданной линии  $L$  вектора  $\mathbf{E}$

$$U = \int_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\int_L \left( \frac{d\mathbf{A}}{dt} + \nabla \varphi_e \right) d\mathbf{l} = -\int_L \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \nabla \varphi_e \right) d\mathbf{l}.$$

Разность электрических потенциалов между точками  $A$  и  $B$  определяется криволинейным интегралом потенциальной составляющей  $\mathbf{E}$  по произвольной линии, соединяющей эти две точки

$$\varphi_B - \varphi_A = \int_{L_{AB}} \left( \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) d\mathbf{l}.$$

Таким образом, разность электрических потенциалов и электрическое напряжение в переменном магнитном поле могут иметь разное значение.

Закон электромагнитной индукции в интегральной форме записи имеет вид полной производной потокосцепления  $\Psi$ :  $e = -\frac{d\Psi}{dt}$ , где  $e$  — ЭДС, индуцируемая между точками  $A$  и  $B$  линии  $L_{AB}$ ;  $\Psi = \int_{L_{AB}} \mathbf{A} d\mathbf{l}$  — криволинейный

интеграл векторного магнитного потенциала по линии соединяющей эти две точки — *основное определение термина «потокосцепление»*.

Для замкнутой линии  $C$  потокосцепление равно магнитному потоку  $\Phi$ , проходящему через какую-либо поверхность  $S$ , охваченную этой линией:

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_n dS = \Phi,$$

где  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция;  $\mathbf{e}_n dS$  — векторный поверхностный элемент.

Для катушек с близко расположенными  $N$  витками потокосцепление приблизительно равно  $N\Phi$ , где  $\Phi$  — магнитный поток, проходящий через какую-либо поверхность, охваченную одним витком.

В электромеханических системах электрических аппаратов ограничиваются анализом *статических, стационарных и переменных квазистационарных полей*.

В *статическом* поле электрические заряды неподвижны, намагниченность неизменна, нет токов и отсутствует движение деталей электромагнитной системы.

В *стационарных* полях есть установившееся движение электрических зарядов, т. е. постоянные токи.

*Квазистационарное* поле, переменное во времени, создается в электромагнитных системах с переменным током, возможным движением деталей, но из-за малых скоростей изменения параметров с пренебрежимо малым влиянием волновых процессов.

Уравнения Максвелла в этих частных случаях электромагнитного поля сведены в таблице 1.2 [34].

Таблица 1.2

**Уравнения Максвелла в частных случаях электромагнитного поля**

Статическое электрическое поле. Электростатика	$\nabla \times \mathbf{E} = 0, \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}, \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}_e$
Статическое магнитное поле. Магнитостатика	$\nabla \mathbf{B} = 0, \nabla \times \mathbf{H} = 0, \mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$
Стационарное магнитное поле	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$
Квазистационарное электромагнитное поле	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \nabla \times \mathbf{E} = -d\mathbf{B}/dt,$ $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \nabla \cdot \mathbf{J} + \partial \rho / \partial t = 0, \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E},$ $\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$

### 1.2.2. Интегральные соотношения электромагнитного поля

Основные интегральные соотношения для параметров электромагнитного поля сведены в таблице 1.3. Их значения рассчитываются путем интегрирования по распределенным источникам электромагнитного поля [34].

Напряженность электрического поля зарядов, распределенных в объеме  $V$  с плотностью  $\rho$  в электростатике, выражается через градиент скалярного электрического потенциала  $\mathbf{E} = -\nabla \phi_e$  интегральным соотношением (1) (табл. 1.3), где  $\epsilon_r$  — относительная диэлектрическая проницаемость;  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор. Радиус-вектор и его градиент в декартовой системе координат вычисляется по формулам:

$$\mathbf{r} = (x_P - x_Q)\mathbf{i} + (y_P - y_Q)\mathbf{j} + (z_P - z_Q)\mathbf{k};$$

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2};$$

$$\frac{\mathbf{r}}{r^3} = -\nabla_Q \frac{1}{r} = \frac{(x_P - x_Q)\mathbf{i} + (y_P - y_Q)\mathbf{j} + (z_P - z_Q)\mathbf{k}}{\left(\sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2 + (z_P - z_Q)^2}\right)^3}.$$

Таблица 1.3

**Интегральные соотношения для параметров электромагнитного поля**

<p>Статическое электрическое поле. Электростатика</p>	$\mathbf{E}_Q = -\nabla \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_P}{r} dV_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \int_V \frac{\rho_P \mathbf{r}}{r^3} dV_P; \quad (1)$
	$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \int_{V_M} \left[ \frac{3(\mathbf{P}_e \mathbf{r}) \mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{P}_e}{r^3} \right] dV \right) \quad (2)$
<p>Статическое магнитное поле. Магнитостатика</p>	$\mathbf{H}_Q = -\nabla_Q \varphi_M = -\nabla_Q \frac{1}{4\pi} \left( \int_{V_M} \frac{\nabla_P \mathbf{M}}{r} dV_P - \int_{S_M} \frac{\mathbf{n}_P \mathbf{M}_P}{r} dS_P \right) = \quad (3)$
	$= \frac{1}{4\pi} \left( \int_{V_M} \frac{(\nabla \mathbf{M}) \mathbf{r}}{r^3} dV - \int_{S_M} \frac{(\mathbf{nM}) \mathbf{r}}{r^3} dS \right);$ $\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \left( \int_{V_M} \left[ \frac{3(\mathbf{M} \mathbf{r}) \mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{M}}{r^3} \right] dV \right) \quad (4)$
<p>Стационарное магнитное поле</p>	$\mathbf{H} = \mathbf{H}^B + \mathbf{H}^H =$ $= -\frac{1}{4\pi} \int_{V_H} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} \cdot dV + \frac{1}{4\pi} \left( \int_{V_M} \frac{(\nabla \mathbf{M}) \mathbf{r}}{r^3} dV - \int_{S_M} \frac{(\mathbf{nM}) \mathbf{r}}{r^3} dS \right); \quad (5)$
	$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} =$ $= \frac{\mu_0}{4\pi} \nabla \times \left( \int_{V_H} \frac{\mathbf{J}}{r} dV + \int_{V_M} \frac{\nabla \times \mathbf{M}}{r} dV - \int_{S_M} \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{M}}{r} dS \right) = \quad (6)$ $= -\frac{\mu_0}{4\pi} \left( \int_{V_H} \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{r}}{r^3} dV + \int_{V_M} \frac{(\nabla \times \mathbf{M}) \times \mathbf{r}}{r^3} dV - \int_{S_M} \frac{(\mathbf{n} \times \mathbf{M}) \times \mathbf{r}}{r^3} dS \right)$
<p>Квазистационарное электромагнитное поле</p>	$\mathbf{A}(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ \int_V \frac{\mathbf{J}(t) + \nabla \times \mathbf{M}(t)}{r} dV - \oint_S \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{M}(t)}{r} dS \right] + \mathbf{A}^{вн}(t); \quad (7)$
	$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} = -\gamma \frac{d\mathbf{A}}{dt} - \gamma \mathbf{E}^H; \quad (8)$
	$\mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \mathbf{A}; \quad \mathbf{M} = f(\mathbf{B}); \quad (9)$
	$\frac{\xi}{2\epsilon_0} = -\mathbf{n} \cdot \left( \mu_0 \frac{d}{dt} \mathbf{A} + \frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{E}^H \right) \quad (10)$



Индексы  $P, Q$  указывают на текущую точку интегрирования и точку наблюдения.

Для поляризованного диэлектрика с распределенным по объему вектором поляризации  $\mathbf{P}_e$  напряженность электрического поля вычисляется по формуле (2) (табл. 1.3).

В *статическом магнитном поле* отсутствуют токи и поле создается только намагничеными деталями. Статическое поле вектора  $\mathbf{H}$ , также как и статическое поле вектора  $\mathbf{E}$ , потенциальное. Источники статического поля вектора  $\mathbf{H}$  — только дивергенция намагниченности. Напряженность магнитного поля  $\mathbf{H}$  определяются подобными электростатическому полю соотношениями (3) (табл. 1.3). Интегрирование осуществляется по всем намагниченым объемам  $V_m$  и их поверхностями  $S_m$ . Здесь и далее  $\mathbf{n}$  — единичный вектор внешней нормали к поверхности интегрирования.

По аналогии с электростатическим полем можно использовать понятие магнитных зарядов (фиктивных):  $\rho_m = -\mu_0 \nabla \cdot \mathbf{M} = -\mu_0 \operatorname{div} \mathbf{M}$  — объемная плотность магнитных зарядов определена объемной дивергенцией  $\mathbf{M}$ ;  $\sigma_m = \mu_0 \mathbf{n} \cdot \mathbf{M} = -\mu_0 \operatorname{div} \mathbf{M}$  — поверхностная плотность магнитных зарядов определена поверхностной дивергенцией  $\mathbf{M}$ . Другая запись формулы для  $\mathbf{H}$  получается после тождественных векторных преобразований и содержит только объемный интеграл для вектора намагниченности (4) (табл. 1.3).

Для однородно намагниченного постоянного магнита  $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$  и  $\rho_m = 0$ .

Поэтому расчетная модель представляется только поверхностными слоями магнитных зарядов (рис. 1.3), а напряженность магнитного поля в любой точке пространства вычисляется по формуле

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_m} \frac{\sigma_m \mathbf{r}}{r^3} dS = -\frac{1}{4\pi} \int_{S_m} \frac{(\mathbf{nM})\mathbf{r}}{r^3} dS.$$

В *стационарном магнитном поле* имеются постоянные токи, но отсутствует электромагнитная индукция. Система уравнений Максвелла (табл. 1.2) включает условие непрерывности линий магнитной индукции и закон полного тока.

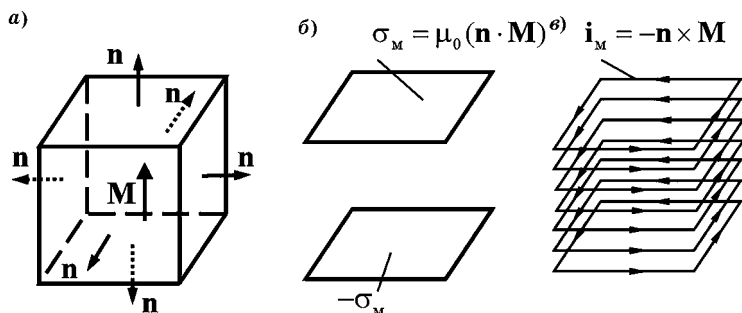


Рис. 1.3

Однородно намагниченный призматический постоянный магнит: *a* — модель с вектором намагниченности; *б* — модель со слоями поверхностных зарядов; *в* — модель со слоями поверхностных токов (эквивалентный соленоид).

Истоки потенциальной составляющей  $\mathbf{H}^{\text{П}}$  расположены внутри ферромагнитных элементов, а вихревой  $\mathbf{H}^{\text{В}}$  — в проводниках с током (5) (табл. 1.3). У поля вектора магнитной индукции истоки отсутствуют, а вихри располагаются в проводниках с током и в ферромагнитных элементах. Помимо намагниченных объемов добавляется интегрирование по объемам всех проводников с токами  $V_{\text{п}}$ . Поле вектора магнитной индукции только вихревое. Его определяют через векторный магнитный потенциал  $\mathbf{A}$  (6) (табл. 1.3).

По аналогии с полем вектора магнитной индукции, созданного распределенными электрическими токами проводимости (первое слагаемое), намагниченные детали можно представить в виде магнитных токов (фиктивных):  $\mathbf{J}_{\text{м}} = \nabla \times \mathbf{M} = \text{rot} \mathbf{M}$  — объемная плотность магнитных токов определена объемным ротором  $\mathbf{M}$ ;  $\mathbf{i}_{\text{м}} = -\mathbf{n} \times \mathbf{M} = -\text{rot} \mathbf{M}$  — поверхностная плотность магнитных токов определена поверхностным ротором  $\mathbf{M}$ .

Для однородно намагниченного постоянного магнита  $\nabla \times \mathbf{M} = 0$  расчетная модель представляется поверхностными слоями фиктивных магнитных токов (рис. 1.3) и магнитная индукция в любой точке пространства вычисляется по формуле

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_{\text{м}}} \frac{\mathbf{i}_{\text{м}} \times \mathbf{r}}{r^3} dS = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_{\text{м}}} \frac{(\mathbf{n} \times \mathbf{M}) \times \mathbf{r}}{r^3} dS.$$

У намагниченных деталей магнитной системы источники магнитного поля будут располагаться только на поверхности деталей и в случаях с постоянной относительной магнитной проницаемостью, так как из условия  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  следует  $\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla(\mu_0 \mu_r \mathbf{H}) = \mu_0 \mu_r \nabla \cdot \mathbf{H} = 0$  и  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$ . А из равенства  $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$  получаем, что и объемная дивергенция намагниченности  $\nabla \cdot \mathbf{M} = 0$ . Аналогично в намагниченном теле (нет токов проводимости)  $\nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times (\mu_0 \mu_r \mathbf{H}) = \mu_0 \mu_r \nabla \times \mathbf{H} = 0$  и  $\nabla \times \mathbf{M} = \nabla \times (\mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{H}) = 0$ .

Переменное электромагнитное поле возникает при протекании переменного тока, при создании переменной разности электрических потенциалов и при движении намагниченных деталей или проводников с током. В отличие от стационарного магнитного поля в таких условиях имеют место явления, описываемые законом электромагнитной индукции. В электротехнических устройствах электромеханики обычно рассматриваются электромагнитные поля в квазистационарном приближении, когда можно пренебречь токами электрического смещения в вакууме. При этих условиях система уравнений Максвелла имеет вид, представленный в таблице 1.2. Результирующая плотность тока  $\mathbf{J} = \mathbf{J}^B + \mathbf{J}^{ст}$  — в общем случае сумма плотностей индуцированного и стороннего тока;  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_и + \mathbf{E}_{ст} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$  — результирующий вектор напряженности электрического поля, равный сумме индукционной и сторонней составляющих, а также составляющей от движения в магнитном поле;  $d\mathbf{B}/dt$  — полная производная вектора магнитной индукции, учитывающая изменение во времени источников поля и движение. Кроме того, в систему уравнений переменного электромагнитного поля входит уравнение непрерывности полного тока:  $\nabla \mathbf{J} + \partial \rho / \partial t = 0$ . Для электропроводящих материалов  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ .

Предположим, имеем деталь из ферромагнитного электропроводящего материала, помещенную в переменное магнитное поле. Для векторного магнитного потенциала в переменном поле с учетом принятых допущений справедливо аналогичное стационарному магнитному полю выражение (7) (табл. 1.3). Принято обозначение  $\mathbf{A}^{вш}$  — векторный потенциал, созданный заданными

внешними источниками  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{J}$ ,  $\mathbf{M}$ , зависят от времени и учитываются как сторонние, так и индуцированные токи.

В выражении напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  через векторный магнитный потенциал источником потенциальной составляющей  $\mathbf{E}^n = -\nabla\varphi_e$  при постоянной электрической проводимости  $\gamma$  служит простой слой электрических зарядов с плотностью  $\xi$ , наведенных на поверхностях электропроводящих деталей

$$\mathbf{E}^n = -\nabla\varphi_e = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint_S \frac{\xi \mathbf{r}}{r^3} dS.$$

Пространственные интегральные уравнения (8)–(10) (табл. 1.3), можно использовать для расчетов источников переменного квазистационарного электромагнитного поля [12]: плотности индуцированных токов  $\mathbf{J}$ , намагниченности деталей  $\mathbf{M}$  и плотности поверхностных электрических зарядов  $\xi$ .

Уравнение для  $\mathbf{J}$  получено умножением выражения для напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  на удельную электрическую проводимость материала  $\gamma$ . Для намагниченности в ферромагнитной детали электромагнитного устройства магнитную индукцию выражают через векторный магнитный потенциал и дополняют полученное равенство магнитной характеристикой материала:  $\mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times \mathbf{A}$ ;  $\mathbf{M} = f(\mathbf{B})$ . Также можно использовать выражение для напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  и материальное уравнение в виде  $\mathbf{M} = f(\mathbf{H})$ .

Уравнение для скалярного электрического заряда выводят подстановкой выражения для  $\mathbf{E}$  в граничное условие нормальной компоненты  $\mathbf{nE} = 0$  у поверхности проводника (линии тока касательные к поверхности проводника). Устремив точку наблюдения к поверхности со стороны проводника, с учетом предельных свойств интегрального оператора в выражении  $\mathbf{E}^n$ , получают граничное интегральное уравнение 2-го рода для определения  $\xi$  (10) (табл. 1.3).

На границах раздела разнородных электропроводящих материалов используют граничное условие равенства

нормальных к поверхности раздела компонент плотности тока  $\mathbf{n}(\gamma_1 \mathbf{E}_1 - \gamma_2 \mathbf{E}_2) = 0$ .

Намагниченность  $\mathbf{M}$  в деталях магнитной системы имеет вид непрерывных распределений векторов и, как правило, заранее неизвестна. Представить объемную картину распределения векторных источников дискретной моделью, асимптотически снижающей погрешности при уменьшении шага дискретизации (размера дискретного элемента), наиболее просто позволит кусочно-постоянная аппроксимация намагниченности по элементарным объемам  $\mathbf{M}_j = \text{const}$ , где  $j = 1, 2, \dots, N$  — номер элементарного объема (рис. 1.4). В этом случае интегрирование производится по всем поверхностям  $\Delta S_j$ , ограничивающим элементарные объемы,

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Delta S_j} (\mathbf{n}_j \mathbf{M}_j) \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS;$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{j=1}^N \int_{\Delta S_j} (\mathbf{n}_j \times \mathbf{M}_j) \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} dS,$$

где  $j$  — номер элементарного объема;  $N$  — общее число выделенных элементарных объемов;  $\Delta S_j$  — площадь поверхности элементарного объема.

Эти формулы рассматривают как пространственные интегральные уравнения для  $\mathbf{M}$ . К ним и добавляют материальные уравнения среды, задающие магнитные свойства материалов.

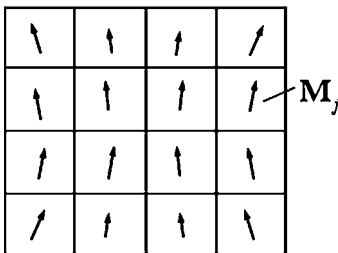


Рис. 1.4  
Объемная картина  
распределения векторных  
источников

Помещая точку наблюдения последовательно в средние точки каждого выделенного элементарного объема, записывают  $N$  выражений для  $\mathbf{H}$ . В результате получают систему линейных алгебраических уравнений, связывающую неизвестные значения напряженности поля в элементарных объемах с иско-

мыми значениями намагниченности. В матричной записи она имеет вид

$$\mathbf{H} = \mathbf{A}\mathbf{M} + \mathbf{H}^{\text{вн}},$$

где многомерные векторы  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{H}^{\text{вн}}$  содержат компоненты векторов напряженности поля и намагниченности в каждом элементарном объеме и поля, созданного внешними источниками.

Матрица  $\mathbf{A}$  состоит из  $3N \times 3N$  коэффициентов, которые определяются геометрической формой детали и способом разбиения на элементарные объемы. Для поиска неизвестного распределения векторов намагниченности по элементарным объемам решают полученную систему уравнений вместе с магнитными характеристиками материала  $\mathbf{M} = f(\mathbf{H})$ .

### 1.2.3. Метод конечных элементов

В методе конечных элементов (МКЭ) расчет электромагнитного поля производится путем решения дифференциального уравнения в частных производных для скалярного или векторного параметра поля с учетом граничных и начальных условий. Такие уравнения получают из соответствующих законов электромагнитного поля — уравнений Максвелла. Возможны различные варианты записи уравнений.

В *электростатическом поле* используют скалярный электрический потенциал  $\varphi$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad \nabla\mathbf{D} = \nabla(\varepsilon_r\varepsilon_0\mathbf{E}) = -\nabla(\varepsilon_r\varepsilon_0\nabla\varphi) = \rho.$$

Если  $\varepsilon_r$  не зависит от координат и  $\mathbf{E}$ , то последнее равенство принимает вид:  $\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$  — уравнения Пуассона. Если заряды отсутствуют, то  $\nabla^2\varphi = 0$  — уравнения Лапласа. В качестве условий на границах области исследования для таких задач используют значения потенциала (первая краевая задача, задача Дирихле), значения нормальной производной потенциала (вторая краевая задача, задача Неймана) или смешанные граничные условия первого и второго рода (третья краевая задача).

В статическом магнитном поле имеют место подобные электростатике уравнения для скалярного магнитного потенциала  $\varphi_M$

$$\mathbf{H} = -\nabla\varphi_M, \quad \nabla\mathbf{B} = \nabla(\mu_r\mu_0\mathbf{H}) = -\nabla(\mu_r\mu_0\nabla\varphi_M) = \mathbf{0}.$$

Если  $\mu_r$  не зависит от координат и  $\mathbf{H}$ , то последнее равенство принимает вид:  $\nabla^2\varphi_M = \mathbf{0}$  — уравнение Лапласа.

Если магнитный материал имеет нелинейные свойства, то уравнение удобно записать с использованием вектора намагниченности  $\mathbf{M}$

$$\nabla\mathbf{B} = \nabla\mu_0(\mathbf{M} + \mathbf{H}) = \mathbf{0}, \quad \nabla\mathbf{H} = -\nabla\nabla\varphi_M = -\nabla^2\varphi_M = -\nabla\mathbf{M}$$

и получаем уравнение Пуассона в виде:  $\nabla^2\varphi_M = \nabla\mathbf{M}$ . В качестве условий на границах области исследования применяют аналогичные электростатике значения магнитного потенциала, нормальной производной магнитного потенциала и смешанные граничные условия.

В стационарном магнитном поле, когда есть постоянные токи, можно использовать скалярный магнитный потенциал при дополнительном учете его особенностей в катушках с током. Более общее уравнение имеет место для векторного магнитного потенциала

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla\nabla\mathbf{A} - \nabla^2\mathbf{A} = \nabla \times (\mu_r\mu_0\mathbf{H}).$$

В стационарном поле принимается (нормируется)  $\nabla\mathbf{A} = \mathbf{0}$ . Если  $\mu_r = \text{const}$ , т. е. не зависит ни от координат, ни от  $\mathbf{H}$ , то получаем векторное уравнение  $\nabla^2\mathbf{A} = -\mu_r\mu_0\mathbf{J}$ , так как согласно закону полного тока  $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ .

Для магнитных материалов с нелинейными свойствами используют запись для вектора намагниченности  $\mathbf{M}$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla\nabla\mathbf{A} - \nabla^2\mathbf{A} = \mu_0(\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M})$$

или

$$\nabla^2\mathbf{A} = -\mu_0(\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}).$$

В квазистационарном электромагнитном поле уравнение для векторного магнитного потенциала записывается следующим образом

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \times (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla \nabla \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 (\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}),$$

$$\text{где } \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\frac{d\mathbf{A}}{dt} - \nabla \varphi_e.$$

После подстановки получаем

$$\nabla \nabla \mathbf{A} - \nabla^2 \mathbf{A} = \mu_0 \left( -\gamma \frac{d\mathbf{A}}{dt} - \gamma \nabla \varphi_e + \nabla \times \mathbf{M} \right).$$

У векторного магнитного потенциала принимают  $\nabla \mathbf{A} = -\mu_0 \gamma \varphi_e$  и уравнение квазистационарного электромагнитного поля записывается в виде:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \gamma \mu_0 \frac{d\mathbf{A}}{dt} = -\mu_0 \nabla \times \mathbf{M}.$$

При использовании записи, связывающей магнитную индукцию с напряженностью магнитного поля через относительную магнитную проницаемость  $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ , и нормировки векторного магнитного потенциала  $\nabla \mathbf{A} = -\mu_0 \mu_r \gamma \varphi_e$  в случае  $\mu_r = \text{const}$ , получаем

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \gamma \mu_0 \mu_r \frac{d\mathbf{A}}{dt} = 0.$$

Для гармонических полей в линейных средах в комплексной форме записи последнее уравнение принимает вид уравнения Гельмгольца

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{A}} - j\omega \gamma \mu_0 \mu_r \dot{\mathbf{A}} = 0.$$

Граничные условия для векторного магнитного потенциала на границах раздела разнородных сред следуют из равенства  $\nabla \mathbf{B} = 0$ , нормировок векторного магнитного потенциала:  $\nabla \mathbf{A} = 0$ ,  $\nabla \mathbf{A} = -\mu_0 \gamma \varphi_e$ ,  $\nabla \mathbf{A} = -\mu_0 \mu_r \gamma \varphi_e$ , а также учитываемых условий на плоскостях симметрий и внешних границах.

В МКЭ [9] расчетная область разбивается на элементы конечного размера в общем случае нерегулярной структуры. В каждом из элементов произвольно выбирается



вид аппроксимирующей функции искомого параметра. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Значения функций на границах элементов (узлах) являются решением задачи и заранее неизвестны. Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищутся из условия равенства значений соседних функций на границах между элементами (в узлах). Затем эти коэффициенты выражаются через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых ищется решение исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями компьютера. Для двумерной задачи и треугольного элемента (рис. 1.5) с линейной аппроксимацией искомой функции  $\varphi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2x + \alpha_3y$ .

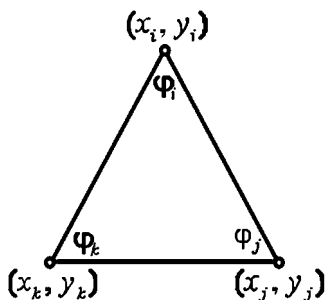


Рис. 1.5  
Аппроксимация функции на  
конечном элементе

В узлах треугольного конечного элемента с координатами  $(x_i, y_i)$ ,  $(x_j, y_j)$ ,  $(x_k, y_k)$ , искомая функция принимает значения соответственно  $\varphi_i, \varphi_j, \varphi_k$

$$\varphi_i = \alpha_1 + \alpha_2x_i + \alpha_3y_i;$$

$$\varphi_j = \alpha_1 + \alpha_2x_j + \alpha_3y_j;$$

$$\varphi_k = \alpha_1 + \alpha_2x_k + \alpha_3y_k,$$

которую можно в матричной форме записать следующим образом:

$$\varphi_l = Y\alpha,$$

где  $\varphi_l$  — вектор-столбец искомых функций в узлах элемента;

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{pmatrix}.$$

Из этих соотношений следует, что коэффициенты

$$\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \mathbf{Y}^{-1}\varphi_l \text{ и } \varphi(x, y) = [(\mathbf{Y}^{-1})^T \mathbf{x}]^T \varphi_l = \boldsymbol{\beta}_l^T \varphi_l,$$

где  $\boldsymbol{\beta}_l$  — вектор-столбец интерполяционных функций или функций формы конечного элемента, зависящих от координат узлов данного элемента

$$\boldsymbol{\beta}_l = (\mathbf{Y}^{-1})^T \mathbf{x}; \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix}.$$

В расчетной области проводят сквозную нумерацию всех узлов и элементов. Для всей расчетной области  $D$  уравнения можно записать путем суммирования по всем узлам области

$$\varphi(x, y) = \boldsymbol{\beta}^T \boldsymbol{\varphi},$$

где  $\boldsymbol{\beta}$  — вектор-столбец интерполяционных функций расчетной области  $D$ ;  $\boldsymbol{\varphi}$  — вектор-столбец значений искомых функций в узлах расчетной области  $D$ .

Элементы вектора  $\boldsymbol{\beta}$ , являющиеся интерполяционными функциями, отличны от нуля только лишь внутри соответствующих им элементов. Каждое уравнение системы содержит неизвестные значения искомой функции в узлах и коэффициенты формы.

Для построения сетки МКЭ чаще всего используют триангуляцию Делоне  $DT(S)$ . Для множества точек  $S$  (узлов триангуляции) на плоскости триангуляцией  $DT(S)$  называют такую, что никакая точка  $A$  из  $S$  не содержится внутри окружности, описанной вокруг любого треугольника из  $DT(S)$ , такого, что ни одной из вершин его не является точка  $A$  (рис. 1.6).

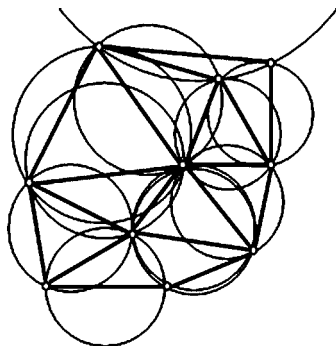


Рис. 1.6  
Триангуляция Делоне

Решение уравнений поля на конечно-элементной сетке осуществляют различными способами: методом Ритца, методом Галеркина и др. При использовании метода Ритца минимизируют энергетический функционал магнитного поля. В методе Галеркина записывается условие ортогональности невязки решаемого дифференциального уравнения и интерполяционных функций МКЭ.

Энергетический функционал магнитного поля в области  $D$  для плоскопараллельного стационарного магнитного поля, имеющего одну составляющую вектора  $\mathbf{A}$ , направленную ортогонально исследуемой плоскости  $\nabla^2 A = -\mu_r \mu_0 J$  записывается следующим образом

$$I(A) = 0,5 \iint_D [(\partial A / \partial x)^2 + (\partial A / \partial y)^2] dx dy - 2\mu_0 \mu_r \iint_D J A dx dy.$$

Из условия ортогональности невязки уравнения поля и интерполяционных функций МКЭ получают уравнения по методу Галеркина. Учитывая, что невязка равна

$$\Delta(A) = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \mu_0 \mu_r J.$$

Решение задачи дает уравнение

$$I(A) = \sum_{l=1}^N \iint_D \beta_l \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \mu_0 \mu_r J \right) dx dy = 0,$$

где  $N$  — число элементов области.

Метод Галеркина является наиболее эффективным и универсальным методом, с помощью которого можно получить приближенное решение исходного дифференциального уравнения не только при расчете стационарных, но и квазистационарных полей.

Записывая уравнения невязок для принятых аппроксимаций на сетке конечных элементов в расчетной области, получаем систему алгебраических уравнений  $\mathbf{CA} = \mathbf{f}$ , где  $\mathbf{C}$  — ленточная матрица коэффициентов;  $\mathbf{A}$  — вектор-столбец искомого потенциалов в узлах;  $\mathbf{f}$  — вектор-столбец, определяемый сторонними источниками тока и граничными условиями с известными значениями потенциалов.

Для решения уравнений применяются, как правило, итерационные методы, сходимость которых зависит от геометрической конфигурации магнитной системы, созданной сетки конечных элементов, электрофизических свойств материалов. После определения узловых значений векторного магнитного потенциала рассчитываются необходимые дифференциальные и интегральные параметры поля.

#### 1.2.4. Магнитные свойства материалов

*Магнитные материалы* [32] отличаются тем, что в магнитном поле в них возникает или изменяется намагниченность. Возникновение намагниченности при помещении материалов в магнитное поле происходит в соответствии со следующей классификацией явлений.

*Диамагнетизм* — явление, при котором магнитное вещество в магнитном поле приобретает намагниченность в направлении, противоположном вектору напряженности магнитного поля.

*Идеальный диамагнетизм* — диамагнетизм, при котором намагниченность полностью компенсирует напряженность магнитного поля, так что магнитная индукция становится равной нулю.

*Парамагнетизм* — явление, при котором разупорядоченные в пространстве из-за теплового движения магнитные моменты атомов или ионов в веществе приобретают под воздействием магнитного поля преимущественную ориентацию в направлении напряженности магнитного поля.

Диамагнетики и парамагнетики относятся к материалам со слабыми магнитными свойствами. Магнитная восприимчивость  $\chi = M/H$  диамагнетиков отрицательна и слабо зависит от напряженности магнитного поля и от температуры.

*Ферромагнетизм* — явление, при котором магнитные моменты соседних атомов или ионов в веществе взаимодействуют между собой таким образом, что их магнитные моменты ориентируются в одном направлении, образуя области спонтанной намагниченности. При приложении

внешней возрастающей напряженности магнитного поля происходит постепенная переориентация магнитных моментов областей спонтанной намагниченности в направлении поля и возрастание результирующего магнитного момента вещества в этом направлении до определенного предела.

*Антиферромагнетизм* — явление, при котором в отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты соседних атомов или ионов в веществе удерживаются в равновесном состоянии, благодаря их взаимодействиям так, что результирующий магнитный момент становится равным нулю. Приложенное внешнее магнитное поле изменяет направление магнитных моментов и возникает результирующий магнитный момент, возрастающий до определенного предела с напряженностью магнитного поля.

*Ферримагнетизм* — явление, при котором в отсутствие внешнего магнитного поля, магнитные моменты одинаковых смежных атомов или ионов в веществе удерживаются, благодаря их взаимодействиям в частично скомпенсированном состоянии так, что остается результирующий магнитный момент. Приложенное внешнее магнитное поле изменяет направление магнитных моментов и результирующий магнитный момент возрастает до определенного предела с напряженностью магнитного поля.

Температура, ниже которой магнитное вещество является ферромагнитным, или ферримагнитным, а выше которой оно парамагнитное, называется *температурой Кюри*. Температура, ниже которой магнитное вещество является антиферромагнитным, а выше которой оно парамагнитное, называется *температурой Нееля*.

Магнитные свойства материалов представляются зависимостями магнитной индукции  $\mathbf{B}$  или намагниченности  $\mathbf{M}$  от напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  — *материальными уравнениями*. Эти уравнения соотносятся с конкретной точкой в объеме изделия и в общем случае имеют вид векторных функций векторных параметров магнитного поля, а также предыстории намагничивания. Такие функции позволяют воспроизводить как изотропные, так и анизотропные и гистерезисные свойства магнитных материалов.

Наиболее сильный эффект намагничивания наблюдается у ферромагнетиков и ферримагнетиках. Ферромагнетизм наблюдается у некоторых металлов (железа, кобальта, никеля). Кроме того, ферромагнитными могут быть сплавы из ферромагнитных и из ферромагнитных и неферромагнитных элементов.

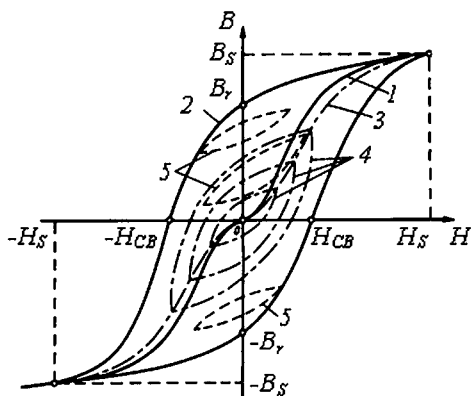
При наложении внешнего магнитного поля с возрастающей напряженностью векторы спонтанной намагниченности, изначально ориентированные в разных доменах по-разному, постепенно выстраиваются в одном направлении до достижения насыщения. Этот процесс называется техническим намагничиванием. Он характеризуется *кривой начального намагничивания* (рис. 1.7).

Процессы намагничивания ферромагнитных материалов разделяются на *обратимые* и *необратимые* по отношению к изменению магнитного поля. Если после снятия возмущения внешнего поля намагниченность материала возвращается в исходное состояние, то такой процесс обратимый, в противном случае — необратимый. Необратимое изменение магнитной индукции или намагниченности в ферромагнитном или ферримагнитном материале, связанное с изменением напряженности магнитного поля и не зависящее от скорости этого изменения, называется *магнитный гистерезис*, который характеризуется *петлей магнитного гистерезиса* —

Рис. 1.7

Петля гистерезиса:

1 — начальная кривая намагничивания; 2 — предельная петля магнитного гистерезиса; 3 — основная кривая намагничивания; 4 — симметричные частные циклы; 5 — несимметричные частные циклы.



замкнутой кривой намагничивания размагничивания, когда напряженность магнитного поля изменяется циклически. На предельной петле магнитного гистерезиса, полученной после намагничивания до насыщения и монотонном снижении напряженности магнитного поля до нуля и далее в отрицательные значения, выделяют следующие точки (рис. 1.7): *магнитная индукция  $B_S$  и напряженность магнитного поля  $H_S$  насыщения; остаточная магнитная индукция  $B_r$ ; коэрцитивная сила по магнитной индукции  $H_{cB}$* . Петля магнитного гистерезиса часто представляется в виде зависимости намагниченности от напряженности магнитного поля, связанной с магнитной индукцией соотношением  $B = \mu_0(H + M)$ . На ней выделяют точки: *намагниченность насыщения  $M_S$ ; остаточная намагниченность  $M_r$ ; коэрцитивная сила по намагниченности  $H_{cM}$* .

В переменном магнитном поле в материале возникают *магнитные потери*, представляющие собой при низких частотах в основном энергию, рассеиваемую при нагреве материала из-за магнитного гистерезиса и возникновения индуцированных токов.

При испытаниях материалов петли магнитного гистерезиса строятся для функций  $B(H)$  или  $M(H)$  внутри материала в зафиксированном направлении. Они определяются при медленном изменении внешнего поля для снижения влияния на результаты измерений индуцированных токов. Множество состояний материала внутри предельной петли гистерезиса может быть достигнуто при различных изменениях напряженности магнитного поля, приводящих к частным симметричным или частным несимметричным гистерезисным циклам.

*Частные симметричные гистерезисные циклы* (циклы 4 на рис. 1.7) опираются вершинами на *основную (коммутационную) кривую намагничивания* (кривая 3 на рис. 1.7). *Частные несимметричные гистерезисные циклы* образуются, если начальная точка отхода не находится на основной кривой намагничивания при симметричном изменении напряженности магнитного поля (циклы 5 на рис. 1.7).

Ферромагнитные и ферримагнитные материалы разделяют на магнитомягкие и магнитотвердые. *Магнитотвердый материал* — магнитный материал, обладающий высокой коэрцитивной силой как для магнитной индукции, так и для намагниченности. *Магнитомягкий материал* — магнитный материал, обладающий низкой коэрцитивной силой как для магнитной индукции, так и для намагниченности. Точное значение коэрцитивной силы, определяющей границу между магнитотвердыми и магнитомягкими материалами, установить трудно, но обычно оно находится в пределах от 1 до 10 кА/м.

К магнитомягким материалам с малой коэрцитивной силой, высокой магнитной проницаемостью и большой магнитной индукцией насыщения относятся: технически чистое железо, электротехнические и большинство конструкционных сталей, сплавы: железокремниевые, железоникелевые — пермаллой, железокобальтовые — пермендюры, магнитомягкие ферриты, аморфные и композиционные материалы на основе порошков из магнитомягких материалов с немагнитной и неэлектропроводящей связкой. Магнитомягкие материалы в электрических аппаратах применяются для изготовления магнитопроводов и концентраторов магнитных потоков, т. е. для передачи магнитной энергии с минимальными потерями и формирования требуемой топографии магнитного поля. Основные кривые намагничивания некоторых из таких материалов приведены на рисунке 1.8а. Из магнитотвердых материалов, отличающихся большими значениями коэрцитивной силы, изготавливают *постоянные магниты*, которые в намагниченном состоянии служат источниками магнитного поля. Важнейшей характеристикой таких материалов является кривая размагничивания. Кривые размагничивания наиболее используемых в настоящее время магнитотвердых материалов для постоянных магнитов даны на рисунке 1.8б.

Выбор магнитотвердого материала определяется назначением постоянного магнита, а также технологическими и экономическими соображениями. Кроме того, необходимо учитывать вопросы механической прочности,



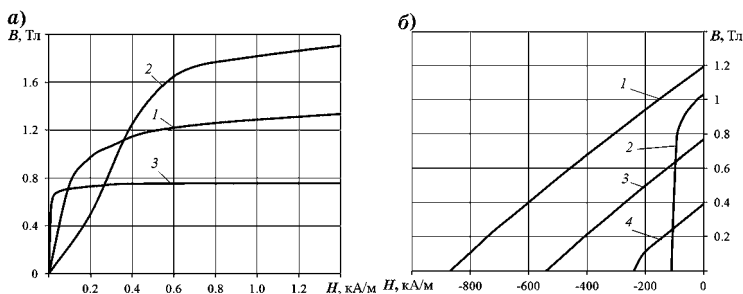


Рис. 1.8

Магнитные характеристики часто используемых материалов:

*a* — магнитомягкие материалы: 1 — электротехническая сталь 1513, 2 — пермендюр 49КФ2ВИ, 3 — пермаллой 79НМ; *б* — магнитотвердые материалы: 1 — NdFeB, 2 — ЮНДК35Т5БА, 3 — КС25, 4 — феррит 28СА220.

устойчивости к воздействию размагничивающих полей и окружающей температуры.

При расчетах задание предельных и частных гистерезисных циклов магнитных материалов в табличном виде возможно только для заранее определенных участков кривых намагничивания и размагничивания [4], [12]. Более удобны для использования аналитические модели, которые учитывают как нелинейный характер магнитных свойств, так и предысторию намагничивания. Отметим наиболее часто используемые приближенные модели магнитных гистерезисных свойств.

Модель Джилса–Атертона [38] представлена дифференциальным уравнением для намагниченности  $M$  как функции  $H$ :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\frac{M_{an} - M}{\delta k - \alpha(M_{an} - M)} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + c - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e}},$$

где  $M_{an}$  — безгистерезисная намагниченность, определяемая по уравнению Ланжевена

$$M_{an}(H_e) = M_s \left( \coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right);$$

$H_e = H + \alpha M$  — эффективная напряженность магнитного поля Вейсса;  $\delta = \text{sign}\left(\frac{dH}{dt}\right)$  — указывает знак изменения напряженности магнитного поля;  $\alpha$ ,  $a$ ,  $c$ ,  $k$ ,  $M_S$  — параметры модели, где  $a$  — форм-фактор;  $c$  — коэффициент обратимости движения стенок доменов;  $M_S$  — намагниченность насыщения;  $k$  и  $\alpha$  представляют гистерезисные потери и взаимодействие между доменами соответственно. Для каждого магнитного материала эти коэффициенты подбираются по имеющимся экспериментальным данным. Алгоритм вычислений модели Джилса–Атертона иллюстрирует пример, где напряженность магнитного поля перемагничивания уменьшается обратно пропорционально номеру цикла перемагничивания (рис. 1.9).

Модель Дж. Чана [39] использует аппроксимирующие функции для верхней ветви петли гистерезиса в виде:

$$B_+(H) = B_S \frac{H + H_C}{|H + H_C| + H_C \left(\frac{B_S}{B_r} - 1\right)} + \mu_0 H,$$

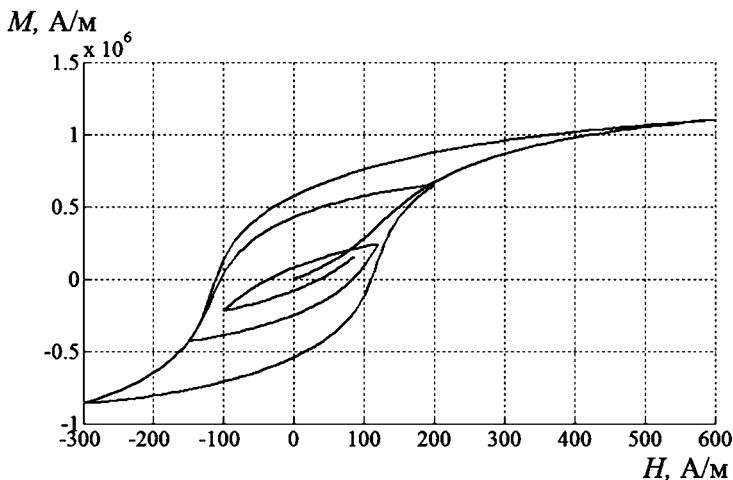


Рис. 1.9

Частные гистерезисные циклы, рассчитанные по модели Джилса–Атертона при уменьшении напряженности магнитного поля

где  $H_C$  — коэрцитивная сила;  $B_S$  — магнитная индукция насыщения;  $B_r$  — остаточная магнитная индукция, и для нижней ветви петли гистерезиса в виде:

$$B_-(H) = B_S \frac{H - H_C}{|H - H_C| + H_C \left( \frac{B_S}{B_r} - 1 \right)} + \mu_0 H.$$

Основная кривая намагничивания рассчитывается как среднее значение

$$B_0(H) = \frac{B_-(H) + B_+(H)}{2}.$$

Модели частных петель:

- симметричные  $H_{\max} = -H_{\min}$  — нижняя и верхняя ветви петли гистерезиса соответственно поднимаются и опускаются так, чтобы они пересекались в точках с абсциссами  $H_{\max}$  и  $H_{\min}$ , и ординатами, соответствующими основной кривой намагничивания;
- несимметричные  $H_{\max} > H_{\min}$ ,  $H_{\max} > |H_{\min}|$  — верхняя ветвь принимается такой, как если бы петля была симметричной, а нижняя является переносом нижней ветви симметричной петли вверх и вправо так, чтобы левая вершина полученной несимметричной петли гистерезиса имела координату  $H_{\min}$ . То есть верхняя ветвь является переносом верхней ветви полной петли гистерезиса вниз на  $B_0(H_{\max}) - B_+(H_{\max})$ , а нижняя — переносом нижней ветви полной петли гистерезиса вверх на  $B_+(H_{\min}) - B_+(H_{\max}) + B_0(H_{\max}) - B_-(-H_{\max})$  и вправо на  $H_{\max} + H_{\min}$ .

При большом  $H_{\max}$  несимметричная частная петля гистерезиса выходит за полную, соответственно и площадь петли гистерезиса окажется завышенной. Модели магнитного гистерезиса постоянно совершенствуются и уточняются на основе данных экспериментальных исследований на специальных установках.

В более общем случае необходимо принимать во внимание анизотропию магнитных свойства материалов, которая может быть определена как структурой материала, так и предысторией намагничивания в одном направле-

нии и последующим изменением намагниченности в другом направлении.

У анизотропных материалов свойства определяются в осях анизотропии ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ), где  $\alpha$  — ось легкого намагничивания. Для двух осей качественный вид магнитных свойств магнитомягкого материала можно интерпретировать поверхностью, показанной на рисунке 1.10а.

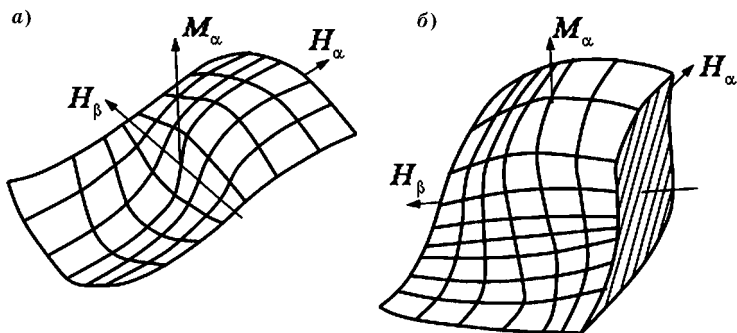


Рис. 1.10

Интерпретация намагничивания анизотропного материала  $M_\alpha$  в направлении  $\alpha$  как функции двух составляющих напряженности магнитного поля ( $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ):

а — магнитомягкий материал; б — магнитотвердый материал.

На рисунке 1.10б показана объемная фигура возможных значений намагниченности магнитотвердого (гистерезисного) материала в направлении оси легкого намагничивания  $\alpha$  от составляющих напряженности магнитного поля по двум осям  $\alpha$ ,  $\beta$ .

Отличительная особенность *гистерезисных* материалов — зависимость от предыстории намагничивания, т. е. принципиальная неоднозначность. Однако анализ предыстории дает возможность выделить однозначные участки характеристики, на которых находятся искомые рабочие точки элементарных объемов деталей из гистерезисных материалов. Такие участки по аналогии с одномерным случаем можно назвать гиперповерхностями размагничивания.

Среди множества всех возможных состояний материала, задающих предысторию его намагничивания, с практической точки зрения для постоянных магнитов наиболее

лее интересны три, которые связаны с технологией изготовления магнитных систем:

1) намагничивание постоянных магнитов выполняется в собранной магнитной системе до достижения намагниченности насыщения в направлении осей легкого намагничивания  $\alpha$ ;

2) постоянные магниты намагничиваются отдельно в уединенном состоянии до насыщения, а затем собирается магнитная система;

3) намагничивание собранной магнитной системы происходит в условиях, требующих дополнительного анализа распределения поля.

Первое состояние постоянных магнитов определяется предельной кривой размагничивания (рис. 1.11а), при втором магниты будут работать на частных циклах, а для их определения требуется предварительный расчет магнита в уединенном состоянии по предельной кривой размагничивания, который дает точки отхода частных циклов (рис. 1.11б). В третьем состоянии для определения характеристики каждого элементарного объема в размагничивающих полях необходим предварительный анализ процесса намагничивания постоянных магнитов в собранной системе, который должен быть построен на основе характеристик первоначального намагничивания (рис. 1.11в). Такой анализ, по сути, аналогичен анализу магнитного состояния из анизотропного безгистерезисного материала.

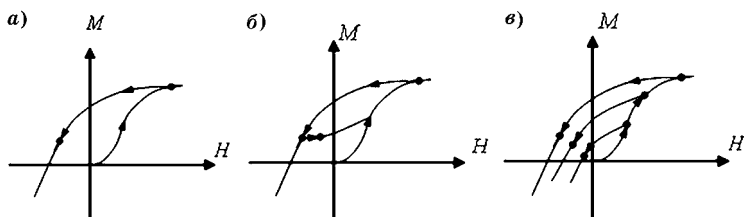


Рис. 1.11

Расположение рабочих точек на гистерезисных циклах материала постоянного магнита:

*а* — намагничивание постоянных магнитов выполняется в магнитной системе до насыщения в направлении осей легкого намагничивания  $\alpha$ ; *б* — постоянные магниты намагничиваются отдельно до насыщения, а затем устанавливаются в магнитную систему; *в* — намагничивание собранной магнитной системы производится в условиях, требующих дополнительного анализа распределения поля.

### 1.3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

#### 1.3.1. Расчет потокосцеплений, индуктивностей и ЭДС

Точный расчет потокосцеплений катушек затрудняет существенное отличие магнитных потоков в витках из-за неоднородного поля вектора магнитной индукции и пространственной конфигурации намотки провода. Для расчета потокосцеплений объемных катушек магнитных систем применяются методы численного анализа электромагнитного поля.

Предположим, имеется катушка произвольной геометрии с общим числом витков  $N_\Sigma$ , неоднородно распределенных по сечению и длине витков. Выделим в поперечном сечении катушки  $n$  групп витков, в которых число витков равно  $N_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Группы витков занимают площадь поперечного сечения катушки  $S_i$  и выбираются из условия их приближенной замены одним контуром (рис. 1.12).

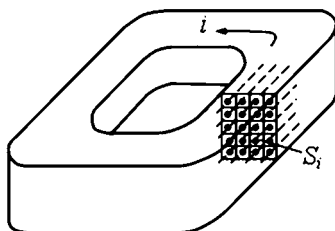


Рис. 1.12  
Расчет потокосцепления катушки

и выбираются из условия их приближенной замены одним контуром (рис. 1.12). Магнитный поток через ограниченную контуром  $l_i$  поверхность  $S_i$  определяется через циркуляцию векторного магнитного потенциала по этому контуру

$$\Phi_i = \int_{S_i} \mathbf{B} d\mathbf{S} = \oint_{l_i} \mathbf{A} d\mathbf{l}.$$

Рассчитав с помощью программы анализа электромагнитных полей криволинейные интегралы векторного потенциала  $\mathbf{A}_i$  по выделенным в катушке замкнутым контурам, суммарное потокосцепление представим в виде:

$$\Psi = \sum_{i=1}^n N_i \Phi_i = \sum_{i=1}^n \left( N_i \oint_{l_i} \mathbf{A} d\mathbf{l} \right) = N_\Sigma \sum_{i=1}^n \left( \frac{N_i}{N_\Sigma} \oint_{l_i} \mathbf{A} d\mathbf{l} \right) = N_\Sigma \Psi_0,$$

где  $N_i$  — число витков в  $i$ -м контуре;  $N_\Sigma$  — суммарное число витков в катушке. При равномерном распределении витков по сечению катушки  $\frac{N_i}{N_\Sigma} = \frac{S_i}{S_\Sigma}$ , где  $S_i$ ,  $S_\Sigma$  — площадь поперечного сечения катушки, занятая  $i$ -й группой витков, и площадь сечения всей катушки.

В формулах для расчетов значений параметров модели электротехнических устройств при их подключении к источнику напряжения удобно выделять в качестве искомой неизвестной суммарное число витков в катушке  $N_\Sigma$ . Это требуется потому, что последовательность расчетов предполагает сначала определение в катушке допустимой по тепловому режиму МДС и конструктивных параметров устройства, а затем подбор числа витков по заданному напряжению источника питания, обеспечивающих получение заданной МДС.

Возникающая в катушке ЭДС при изменении потокосцепления, вызванном вариацией собственного тока в рассматриваемой катушке или внешних источников магнитного поля, вычисляется дифференцированием потокосцепления  $e(t) = -d\Psi/dt$ . Собственная индуктивность катушки определяется отношением потокосцепления к собственному току  $L = \Psi/i = L_0 N_\Sigma^2$ , где  $L_0 = \Psi_0/(i N_\Sigma)$ . Соответственно взаимная индуктивность между первой и второй катушкой  $M_{12}$  вычисляется как отношение потокосцепления первой катушки к току второй катушки  $M_{12} = \Psi_1/i_2 = M_0 N_{\Sigma 1} N_{\Sigma 2}$ , где  $M_0 = \Psi_0/(i_2 N_{\Sigma 2})$ ;  $N_{\Sigma 1}$ ,  $N_{\Sigma 2}$  — суммарное число витков в первой и второй катушке.

При анализе процессов в частотной области для синусоидальных токов и линейных свойствах материалов, в том числе в условиях упрощающих допущений, индуцируемую в катушке ЭДС можно представить напряжением на эквивалентном комплексном сопротивлении  $Z = R + j\omega L$ , если изменение потокосцепления вызвано изменением собственного тока  $\dot{I}$  в катушке.

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U_R + jU_L = -\dot{E} = j\omega\dot{\Psi} = j\omega(\text{Re}\dot{\Psi} + j\text{Im}\dot{\Psi}) = \\ &= -\omega\text{Im}\dot{\Psi} + j\omega\text{Re}\dot{\Psi} = (R + j\omega L)\dot{I}, \end{aligned}$$

где  $R = -\omega\text{Im}\dot{\Psi}/\dot{I}$ ;  $L = \text{Re}\dot{\Psi}/\dot{I}$ .

В эквивалентной схеме электрической цепи вместо ЭДС включаются резистор и катушка индуктивности, напряжение на которых равно и имеет обратный знак индуцированной в катушке ЭДС, вызванной изменением потокосцепления от собственного тока и всех иницированных этим током вторичных процессов: вихревые токи и потери на перемагничивание в сердечниках катушек.

### 1.3.2. Расчет сил в магнитном поле

Модели намагниченных деталей с кусочно-постоянным распределением намагниченности по элементарным объемам можно рассматривать как распределение поверхностных токов или зарядов, а силы, действующие на них, вычисляются по известным формулам (сила Ампера и сила Кулона) [34], [10]:

- модель для фиктивных магнитных токов

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^N \int \mathbf{i}_j \times \mathbf{B}_2 dS = - \sum_{j=1}^N \int (\mathbf{n}_j \times \mathbf{M}_j) \times \mathbf{B}_2 dS;$$

- модель для фиктивных магнитных зарядов

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^N \int \sigma_j \mathbf{H}_2 dS = \mu_0 \sum_{j=1}^N \int (\mathbf{n}_j \mathbf{M}_j) \mathbf{H}_2 dS,$$

где  $\mathbf{M}_j$  — намагниченность  $j$ -го элементарного объема;  $S_j$  — поверхность, ограничивающая  $j$ -й элементарный объем;  $\mathbf{n}_j$  — единичный вектор внешней нормали к поверхности элементарного объема;  $\mathbf{B}_2$ ,  $\mathbf{H}_2$  — магнитная индукция и напряженность магнитного поля, создаваемые одной из взаимодействующих групп деталей, причем интегрирование производится по источникам, расположенным на поверхностях элементарных объемов другой группы деталей магнитной системы (рис. 1.13).

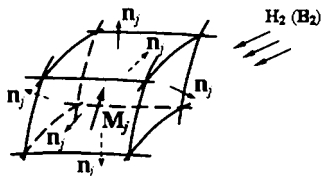


Рис. 1.13  
К расчету сил методом интегрирования по источникам магнитного поля



В более общем случае кусочно-непрерывных распределений намагниченности присутствует объемная дивергенция и ротор намагниченности — фиктивные объемные распределения магнитных зарядов и токов:

- модель для фиктивных магнитных токов

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^N \int_{V_j} (\nabla \times \mathbf{M}_j) \times \mathbf{B}_2 dV - \sum_{j=1}^N \int_{S_j} (\mathbf{n}_j \times \mathbf{M}_j) \times \mathbf{B}_2 dS;$$

- модель для фиктивных магнитных зарядов

$$\mathbf{P} = -\mu_0 \sum_{j=1}^N \int_{V_j} (\nabla \mathbf{M}_j) \mathbf{H}_2 dV + \mu_0 \sum_{j=1}^N \int_{S_j} (\mathbf{n}_j \mathbf{M}_j) \mathbf{H}_2 dS.$$

Алгоритм расчета предусматривает численное интегрирование по всем элементарным объемам и их поверхностям функций напряженности или магнитной индукции. Увеличение точности достигается повышением степени дискретизации ферромагнитных элементов, что приводит к возрастанию объема вычислений как на этапе расчета распределения намагниченности, так и на этапе расчета сил.

Для расчета сил, действующих на отдельные частицы вещества (в магнитных сепараторах, в магнитных жидкостях и др.), используется другая формула силы, которая может быть получена из предыдущих путем векторных преобразований:

$$\mathbf{P} = \mu_0 \int_V (\mathbf{M} \nabla) \mathbf{H}_2 dV,$$

где  $(\mathbf{M} \nabla) \mathbf{H}_2 = M_x \partial \mathbf{H}_2 / \partial x + M_y \partial \mathbf{H}_2 / \partial y + M_z \partial \mathbf{H}_2 / \partial z$ .

Сила, действующая на намагниченную частицу, пропорциональна пространственной производной напряженности магнитного поля. В однородном магнитном поле сила равна нулю. Намагниченность частицы из магнитомягкого материала также пропорциональна напряженности магнитного поля (в линейном приближении магнит-

ных свойств материалов), поэтому для нее сила пропорциональна произведению напряженности магнитного поля на ее пространственную производную в направлении поля  $F \Rightarrow H \partial H / \partial l$ . Например, если в магнитное поле с напряженностью  $H$  поместить стальной шарик с относительной магнитной проницаемостью  $\mu_r$  и объемом  $V$ , он приобретет однородную намагниченность  $M = H / (1/3 + 1/(\mu_r - 1))$  и на него будет действовать сила

$$\mathbf{P} = \mu_0 M \int_V (\partial H / \partial l) dV.$$

Для расчета сил в электромеханических системах часто удобно использовать *метод ограничения области взаимодействия* [10]. Выделим в системе с помощью замкнутой поверхности ту деталь или группы деталей, на которые действует искомая сила (рис. 1.14). Поверхность должна располагаться полностью в немагнитном пространстве. Суть метода ограничения области взаимодействия состоит в том, что отбрасывается одна из взаимодействующих частей магнитной системы, а ее влияние на напряженность магнитного поля учитывается введением поверхностных источников на разделяющей поверхности: зарядов и токов.

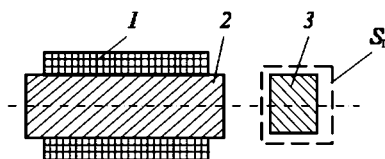


Рис. 1.14

К расчету сил методом ограничения области взаимодействия:

1 — катушка; 2 — стальной сердечник; 3 — якорь электромагнита, где рассчитывается сила.

Расчетная формула может быть получена из векторной формулы Грина для вектора напряженности магнитного поля с учетом того, что в немагнитном пространстве:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi} \oint_{S_r} \left[ (\mathbf{nH}) \nabla \frac{1}{r} + (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \times \nabla \frac{1}{r} \right] dS + \mathbf{H}_1,$$

где  $\mathbf{n}$  — единичная внешняя нормаль к ограничивающей поверхности  $S_r$ ;  $\mathbf{H}_1$  — напряженность магнитного поля,

созданная источниками внутри ограничивающей поверхности (на рисунке якорем электромагнита).

Нормальные и касательные составляющие  $\mathbf{H}$  на  $S_r$  дают вклад в поле такой, как простой слой зарядов и простой слой токов плотностью  $\sigma = \mu_0(\mathbf{n} \cdot \mathbf{H})$  и  $\mathbf{i} = \mathbf{n} \times \mathbf{H}$  соответственно. Следовательно, используя аналогии, силу, действующую на поверхность  $S_r$ , можно вычислить по формуле

$$\mathbf{P} = \mu_0 \int_{S_r} (\sigma \mathbf{H}_1 + \mathbf{i} \times \mathbf{H}_1) dS = \mu_0 \int_{S_r} [(\mathbf{nH})\mathbf{H}_1 + (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}_1] dS.$$

Сила, действующая на  $S_r$ , равна по значению силе, действующей на внешнюю к ней часть магнитной системы (электромагнит), и противоположна по знаку силе, действующей на внутреннюю выделенную часть (якорь). После векторных преобразований получаем другую запись этой формулы для результирующей напряженности магнитного поля — *формулу Максвелла* для пондеромоторной силы [34]:

$$\mathbf{P} = \mu_0 \int_{S_r} [(\mathbf{nH})\mathbf{H} - 0,5\mathbf{n}H^2] dS.$$

У магнитных систем с малым немагнитным зазором между взаимодействующими деталями, например в электромагните клапанного типа, принимается, что напряженность магнитного поля имеет только одну составляющую, и формулу для расчета силы приближенно сводят к более простой

$$P_{\text{эм}} = \Phi^2 / (2\mu_0 S_{\text{экв}}) = B^2 S_{\text{экв}} / (2\mu_0),$$

где  $\Phi$  — магнитный поток, проходящий между деталями в немагнитном зазоре через поперечное сечение трубки этого потока с площадью  $S_{\text{экв}}$ . Основные допущения: в трубке потока магнитная индукция постоянна; сила направлена вдоль образующей трубки. Если взаимодействующие группы деталей имеют в немагнитном зазоре несколько таких трубок и другими магнитными потоками пренебрегаем, то результирующая сила будет равна векторной сумме сил, рассчитанных во всех трубках.

Более общий способ расчета силы в магнитном поле по изменению магнитной энергии (энергетический метод) при малых перемещениях деталей системы [4]. Например, для электромагнита баланс энергии от момента включения источника электрической энергии до рассматриваемого момента времени можно записать в виде соотношения  $W_{\text{и}} = W_{\text{п}} + W_{\text{м}}$ , где  $W_{\text{и}}$  — энергия, полученная от источника;  $W_{\text{п}}$  — потери энергии, включающие тепловые от протекания тока (в проводе катушек и индуцированных токов), механические — от трения и т. п., а также полезную работу устройства;  $W_{\text{м}}$  — магнитная энергия, полученная электромагнитом. Магнитную энергию вычисляют как сумму энергий всех катушек электромагнита по известным вебер-амперным характеристикам для зафиксированного положения всех деталей.

Предположим, электромагнит имеет только одну катушку, активное сопротивление провода которой составляет  $R_{\text{сп}}$  (рис. 1.15), и в данном положении якоря его вебер-амперная характеристика — зависимость потокосцепления катушки от перемещения якоря, соответствует кривой  $i_1(\Psi)$  на рисунке 1.16. Эта зависимость рассчитывается с помощью программы численного анализа электромагнитного поля при медленном изменении тока от нуля до максимального значения, т. е. в стационарном приближении.

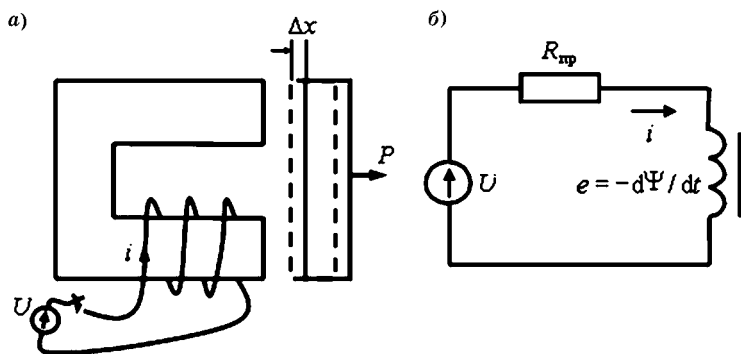


Рис. 1.15

Расчет сил энергетическим методом:

а — электромагнит; б — электрическая цепь электромагнита.

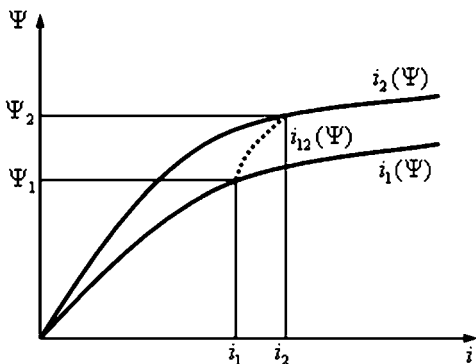


Рис. 1.16  
К расчету  
магнитной энергии  
в электромагнитной  
системе

При включении электромагнита до момента времени  $t$ , когда потокосцепление катушки стало  $\Psi_1$  (без учета потерь на индуцированные токи):

$$W_{\text{н}} = \int_0^t (U \cdot i(t)) dt;$$

$$W_{\text{п}} = \int_0^t i(t)^2 \cdot R_{\text{пр}} dt;$$

$$W_{\text{м}} = - \int_0^t (e(t) \cdot i(t)) dt = \int_0^t \left( \frac{d\Psi(t)}{dt} \cdot i(t) \right) dt = \int_0^{\Psi_1} (i_1(\Psi)) d\Psi.$$

Переместим якорь электромагнита на малое расстояние  $\Delta x$  (виртуальное перемещение). Изменится вебер-амперная характеристика катушки электромагнита (кривая  $i_2(\Psi)$  на рис. 1.16) и ее потокосцепление станет  $\Psi_2$ . При этом будет совершена работа внешними силами против сил электромагнита. Приращение энергии источника  $dW_{\text{н}}$  за вычетом приращения энергии потерь  $dW_{\text{п}}$  определит приращение магнитной энергии, полученной от источника, которая частично израсходуется на совершения работы по перемещению якоря и изменит магнитную энергию электромагнита

$$dW_{\text{н}} - dW_{\text{п}} = dW_{\text{м}} = -A_{\text{вн}} + \Delta W_{\text{м}} = P_{\text{мх}} \Delta x + \Delta W_{\text{м}},$$

где  $dW_M = \int_{\Psi_1}^{\Psi_2} i_{12}(\Psi)d\Psi$  — приращение магнитной энергии

(рис. 1.16);  $\Delta W_M = \int_0^{\Psi_2} i_2(\Psi)d\Psi - \int_0^{\Psi_1} i_1(\Psi)d\Psi$  — изменение

магнитной энергии электромагнита;  $A_{внш} = \Delta W_M - dW_M$  — работа внешних сил по перемещению якоря;  $P_{мх} = -(\Delta W_M - dW_M)/\Delta x$  — магнитная сила в направлении перемещения.

Если при перемещении поддерживать постоянное токосцепление катушки, то приращение магнитной энергии  $dW_M = 0$  и

$$P_{мх} = -\Delta W_M / \Delta x = \int_0^{\Psi} (i_2(\Psi) - i_1(\Psi))d\Psi / \Delta x.$$

Для линейных вебер-амперных характеристик токи можно выразить через индуктивности электромагнита:  $i_1(\Psi) = \Psi/L_1$ ;  $i_2(\Psi) = \Psi/L_2$ . При  $\Psi = \text{const}$  получаем, что

$$P_{мх} = -\Delta W_M / \Delta x = -\frac{\Psi^2}{2\Delta x} \left( \frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1} \right) = -\frac{\Psi}{2\Delta x} (i_2 - i_1)$$

или для предельно малых перемещений

$$P_{мх} = -\frac{\Psi}{2} \frac{di}{dx} = \frac{\Psi^2}{2L^2} \frac{dL}{dx} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} = -\frac{\Psi^2}{2N^2} \frac{dR_{м\Sigma}}{dx},$$

где  $R_{м\Sigma} = N^2/L$  — суммарное магнитной сопротивление магнитной цепи электромагнита;  $L$  — индуктивность катушки при рассматриваемом положении якоря;  $N$  — число витков катушки. Производные всех параметров вычисляются при  $\Psi = \text{const}$ . Линейные магнитные системы электромагнита переменного тока с обмоткой напряжения рассмотрены ниже в других разделах.

Выражение для магнитной энергии можно преобразовать, используя метод интегрирования по частям:

$$W_M = \int_0^{\Psi} i(\Psi)d\Psi = i\Psi - \int_0^i \Psi di,$$

тогда:

$$A_{\text{внш}} = \Delta W_{\text{м}} - dW_{\text{м}} = - \left( \int_0^{i_2} \Psi_2 di - \int_0^{i_1} \Psi_1 di - \int_{i_1}^{i_2} \Psi_{12} di \right).$$

Для такой формы записи удобно принять, что перемещения осуществляются при поддержании тока неизменным  $i = \text{const}$ , когда последний интеграл в формуле работы равен нулю. При линейных вебер-амперных характеристиках электромагнита получаем аналогичные формулы для магнитной силы  $P_{\text{мх}}$ , что и при  $\Psi = \text{const}$ .

Если материал сердечника электромагнита имеет магнитный гистерезис, то расчеты изменения энергии должны быть выполнены по частным циклам перемагничивания.

### 1.3.3. Расчет магнитных проводимостей

Основную трудность при расчетах магнитных систем методом магнитных цепей представляет определение магнитных проводимостей, для которых имеются различные приближенные формулы [3]. Более точный и универсальный метод определения проводимостей базируется на численном решении краевой задачи для выделенной в магнитной системе трубки магнитного потока.

Предположим, требуется определить магнитную проводимость между двумя торцевыми эквипотенциальными поверхностями  $S_1$  и  $S_2$  вдоль трубки магнитного потока, ограниченной боковой поверхностью  $S_{\text{бок}}$  (рис. 1.17). Расчет сводится к решению внутренней краевой задачи для скалярного магнитного потенциала со смешанными граничными условиями: на  $S_1$ ,  $S_2$  задаются фиксированные потенциалы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , а на  $S_{\text{бок}}$  — отсутствуют нормальные компоненты магнитной индукции или напряженности магнитного поля, т. е.  $\partial\varphi/\partial n = 0$ . Предполагается, что область с постоянной относительной магнитной проницаемостью и  $\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$ .

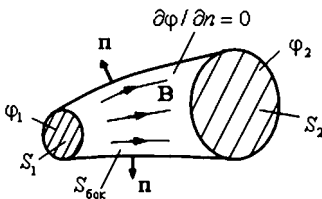


Рис. 1.17  
Трубка магнитного потока

Предполагается, что область с постоянной относительной магнитной проницаемостью и  $\mathbf{B} = \mu_0\mu_r\mathbf{H}$ .

Решение задачи с использованием метода конечных элементов (см. п. 1.2.3) сводится к уравнению Лапласа для скалярного магнитного потенциала  $\nabla^2\varphi = 0$  с указанными граничными условиями. Сетка конечных элементов строится внутри трубки.

Для решения задачи с помощью граничных интегральных уравнений [19] на поверхности трубки помещается простой слой фиктивных магнитных зарядов с заранее неизвестной плотностью  $\sigma$ . Внутри трубки будут справедливы следующие интегральные выражения:

- магнитного потенциала

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_T} \frac{\sigma}{r} dS;$$

- вектора напряженности магнитного поля

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_T} \frac{\sigma \mathbf{r}}{r^3} dS,$$

где интегрирование выполняется по всей поверхности трубки  $S_T$ .

Точка наблюдения  $Q$  устремляется к границе изнутри области. На торцевых поверхностях  $S_1$ ,  $S_2$  записываем уравнения для заданных потенциалов:

$$\frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_T} \frac{\sigma}{r} dS = \begin{cases} \varphi_1, & Q \in S_1; \\ \varphi_2, & Q \in S_2, \end{cases}$$

а на боковой поверхности  $S_{\text{бок}}$  для нормальной производной потенциала [19]

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \mathbf{nH} = \frac{\sigma}{2\mu_0} + \frac{1}{4\pi\mu_0} \int_{S_T} \frac{\sigma(\mathbf{nr})}{r^3} dS = 0, \quad Q \in S_{\text{бок}}.$$

Дополнительное слагаемое в уравнении производной потенциала получено после выделения особенности содержащегося в уравнении несобственного интеграла. По плотности зарядов  $\sigma$  вычисляется магнитный поток  $\Phi$



в произвольном сечении  $S$  трубки, так как в трубке он везде одинаков

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S \left( \frac{\mu_r}{4\pi} \int_{S_T} \frac{\sigma \mathbf{r}}{r^3} dS \right) d\mathbf{S}.$$

Искомая магнитная проводимость трубки рассчитывается по формуле

$$\Lambda = \Phi / (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Численное решение уравнений для плотности зарядов производится сведением к системе линейных алгебраических уравнений, например с помощью кусочно-постоянной аппроксимации  $\sigma$  по поверхности трубки. Вся поверхность  $S_T$  разбивается на малые элементарные площадки, в пределах которых принимается  $\sigma_j = \text{const}$ . После этого интегральные уравнения преобразуются в алгебраические. Точка наблюдения последовательно помещается в центры каждой элементарной площадки и записывается соответствующее граничным условиям уравнение. Число уравнений будет равно числу неизвестных плотностей зарядов.

## 1.4. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

### 1.4.1. Основные понятия и определения

Электромеханические системы электрических аппаратов [4] — сложные для моделирования объекты. Они отличаются разнообразностью конструкций и происходящих в них физических процессов. Подробная математическая модель устройств имеет большое число неизвестных параметров и требует значительных вычислительных ресурсов при анализе. Электромеханическая система в широком смысле включает помимо основных частей все, что связывает ее с внешней средой и с источниками энергии, саму внешнюю среду и источники энергии.

При моделировании процессов описание электромеханической системы электрического аппарата, напри-

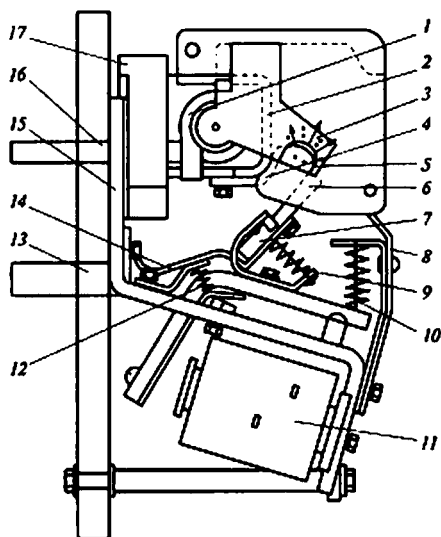


Рис. 1.18

Контактор постоянного тока серии КПВ-600:

1 — дугогасящая катушка; 2, 15 — скобы; 3 — пластина магнитного дутья; 4 — неподвижный контакт; 5 — дуга; 6 — подвижный контакт; 7 — опора; 8 — контакт-рог; 9, 10, 12 — пружины; 11 — обмотка; 13, 16 — выводы; 14 — гибкий проводник; 17 — основание.

мер контактора на рисунке 1.18, разделяют на части или подсистемы с одним видом преобразуемой энергии. *Электрическая подсистема* представляет передачу энергии электрического тока от источника питания к катушке электромагнита и включает детали: источник питания, провода и катушку. В *магнитной подсистеме* осуществляется распределение энергии электромагнитного поля, существующего в деталях электромагнита: катушке, намагничиваемых магнитопроводе и других деталях из магнитных материалов, а также в окружающем пространстве. В *механической подсистеме* происходит преобразование механической энергии движения деталей механизма контактора под действием электромагнитных сил, сил упругости пружин, трения и инерционных сил. *Тепловая подсистема* представляет распространение тепловой энергии в деталях контактора и в окружающем пространстве.

Модели подсистем описывают процессы преобразования энергии только своей физической природы. Модель отдельной подсистемы должна устанавливать правила преобразования энергии своего вида, а также связывать различные подсистемы.

Физический процесс происходит в пространстве и во времени. Даже в ограниченном диапазоне пространственно-временных координат имеем бесконечное множество значений параметров, характеризующих процесс. Для построения математических моделей конечной размерности применяются аппроксимирующие функции, которые позволяют приближенно определить значения параметров в любой точке пространства и в любой момент времени по значениям в ограниченном числе узловых точек пространства и моментов времени. Чем больше узловых точек, тем точнее производится аппроксимация. Поэтому такие модели имеют асимптотическое уточнение решения. В зависимости от точности пространственной аппроксимации параметров принято разделять *микромоде-ли* и *макромоде-ли*.

*Микромодель* имеет множество узлов для аппроксимации в пространстве, в общем случае изменяющихся во времени функций, которые выбираются с учетом характера пространственно-временного распределения параметров. Так решаются задачи численного анализа векторных или скалярных полей, например расчет поля вектора магнитной индукции электромагнита. Сама модель — это системы уравнений: дифференциальных в частных производных, интегродифференциальных или интегральных для функций координат и времени. При численном решении все типы уравнений сводятся к алгебраическим для последующего решения на компьютере.

*Макромодель* наоборот использует грубую пространственную аппроксимацию параметров, которая позволяет не учитывать зависимости параметров процессов от пространственных координат. Она удобна там, где имеются сосредоточенные в пространстве элементы моделирования, например в электрической цепи — резистор, конденсатор или катушка индуктивности. В механике твердые тела представляются системой материальных точек со своими массами и воздействующими на них сторонними силами, силами трения и силами упругих связей с другими материальными точками. Математическая макро-модель физической системы — это замкнутая система

алгебраических и обыкновенных дифференциальных (интегральных) уравнений с одной независимой переменной — временем.

Макромодель составляется из элементов, не имеющих пространственных размеров. Свойства отдельных деталей моделируемого объекта представляются в ней интегральными параметрами, выраженными в виде констант или простых алгебраических функций. Определение параметров моделей отдельных элементов выделяется в самостоятельную задачу.

Составление математической модели системы, включающей несколько подсистем различной физической природы, основано на общих для всех подсистем понятиях, позволяющих добиться единообразия формы записи уравнений. К ним относятся [12] понятия фазовых переменных и элементов. Физические процессы представляются в виде зависимостей от времени определенных параметров, которые составляют совокупность искомых неизвестных математической модели и носят название *фазовых переменных*. По своему характеру такие переменные в каждой подсистеме могут быть отнесены к одному из двух типов: переменные типа *потока* и переменные типа *потенциала*, например ток  $i$  и напряжение  $U$  в электрической цепи. Фазовые переменные обычно выбираются из условия, что их произведения определяют мощность преобразуемой энергии, а тип (поток или потенциал) с точки зрения математического моделирования может быть назначен произвольно. Кроме того, фазовые переменные должны быть удобны для записей физических законов в традиционной форме.

Названия пассивных элементов макромодели для любой из подсистем одинаковы и связаны с характером преобразования энергии в них. Таких элементов три. По аналогии с электрическими цепями их обозначают и называют: резистор, катушка индуктивности и конденсатор, добавляя общее слово: электрический, магнитный, механический, тепловой и т. п.

В резисторе  $R$  происходит безвозвратное рассеяние энергии  $W_R = \int_0^t i^2 R dt$ . В катушке индуктивности  $L$  и кон-

денсаторе  $C$  накапливается энергия  $W_L = Li^2/2$ ,  $W_C = CU^2/2$ , где  $U$ ,  $i$  — параметры процесса (для каждой подсистемы свои);  $t$  — время.

Источники энергии в физических подсистемах моделируются *источниками фазовых переменных* двух типов: источники типа потока (аналог источника тока в электрических цепях) и источники типа потенциала (источник ЭДС в электрических цепях). В графическом представлении математическая модель изображается *эквивалентными схемами* подобно электрическим цепям, содержащим требуемый набор активных и пассивных элементов.

Составляющие математическую модель уравнения определяют связи между фазовыми переменными. По смысловому содержанию формируемые уравнения объединяются названиями либо компонентных, либо топологических уравнений.

*Компонентные уравнения* отражают закон функционирования каждого элемента системы и связывают разнородные фазовые переменные (поток — потенциал). Они выводятся как на основе известных фундаментальных законов и их следствий (например, второй закон Ньютона в механике), так и на основе данных специальных теоретических или экспериментальных исследований (в частности, микромоделированием полей, физическим макетированием и др.).

*Топологические уравнения* отражают структуру связей между различными элементами в подсистеме и в целом в системе и записываются для однородных фазовых переменных: отдельно для потоков и потенциалов. Вывод топологических уравнений легко поддается формализации, так как опирается на общие правила функционирования любых технических подсистем, представляющие законы непрерывности и равновесия.

Благодаря существующему подобию процессов различной физической природы по отношению к накоплению и рассеянию энергии конкретного вида, компонентные уравнения различных подсистем имеют одинаковые записи. Подобие процессов выражается в пропорциональном изменении во времени фазовых переменных. Поэто-

му модели различных подсистем можно представить совокупностью моделей одной подсистемы, например привычной для нас электрической цепью.

Для выявления возможного подобия процессов должны быть выполнены два требования к математической записи уравнений [12].

1. Уравнение физического процесса представляет сумму однородных слагаемых  $\sum_{i=1}^n f_i(x_j) = 0$ , где  $n$  — число слагаемых уравнения;  $x_j$  — параметры слагаемого. Это значит, что все слагаемые имеют одну и ту же размерность (*правило Фурье*).

2. Уравнение физического процесса должно быть полным, т. е. не содержать констант, определенных в частных случаях при конкретном выборе системы единиц измерения. Замена единиц измерения параметров в уравнении процесса не должна приводить к изменению вида уравнений.

Выявление подобных процессов разнородных физических подсистем производится на основе теорем подобия: *первая и вторая теоремы подобия* указывают на существование определенных соотношений между параметрами подобных процессов — *критериев подобия*, а третья теорема вместе с дополнительными положениями к ней устанавливает необходимые и достаточные условия подобия.

При определении критериев подобия исходное уравнение можно разделить на любой из членов и получить различные формы записи критериев. Каждое слагаемое после этого становится критерием подобия. В критериях подобия знаки интегралов и дифференциалов исключаются. Критериями подобия будут также аргументы трансцендентных функций. Комбинации критериев подобия, полученные умножением, делением, возведением в степень и умножением на постоянный коэффициент тоже являются критериями подобия. Другой способ определения критериев подобия основывается на анализе размерностей и не требует записи уравнения процесса.

Теоремы подобия имеют следующие формулировки [12].

**Первая теорема.** *У подобных процессов критерии подобия численно одинаковы.*

**Вторая теорема.** *Всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено в виде зависимости между критериями подобия.*

**Третья теорема.** *Необходимыми и достаточными условиями подобия являются равенство определяющих критериев подобия и пропорциональность сходственных величин, входящих в условия однозначности.*

Третья теорема устанавливает для доказательства подобия жесткие требования аналогичности математических записей уравнений процессов, что обеспечивает одинаковое число и возможные формы записи определяющих критериев подобия. Условия однозначности в макромоделировании включают начальные и граничные условия.

Рассмотрим более подробно компонентные уравнения, связывающие разнородные фазовые переменные в элементах различных подсистем.

#### 1.4.2. Модель электрической подсистемы

*Электрическая подсистема* — это цепи постоянного или переменного электрического тока, составленные из резисторов, катушек индуктивности, конденсаторов и источников ЭДС и источников тока. В моделях в качестве фазовых переменных используют токи в ветвях и напряжения на ее участках. Источник фазовой переменной типа потенциала в модели будет источник ЭДС, а переменной типа потока — источник тока.

Компонентные уравнения определяют связи напряжений и токов на элементах цепи. Для электрического резистора  $R$  справедлив закон Ома  $U_R = iR$  и критерий подобия

$$\pi_1 = \frac{iR}{U_R}.$$

Для собственной индуктивности  $L$  электрической катушки в соответствии с законом электромагнитной ин-

дукции имеем:  $U_L = -e(t) = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\Psi}{di} \frac{di}{dt}$ , где  $\Psi$  — потоко-  
сцепление катушки;  $i$  — ток в катушке. В линейном слу-  
чае  $\frac{d\Psi}{di} = \frac{\Psi}{i} = L = \text{const}$ ,  $U_L = L \frac{di}{dt}$ . Критерий подобия для  
собственной индуктивности катушки

$$\pi_2 = \frac{Li}{U_L t}.$$

Напряжение  $U_L$  вызвано и определяется ЭДС, инду-  
цированной в катушке переменным током в этой же ка-  
тушке (ЭДС самоиндукции). Если переменный магнит-  
ный поток в катушке создан другим током, то получаем  
ЭДС взаимной индукции, напряжение которой можно  
выразить через взаимную индуктивность  $U_{M12} = M_{12} di_2 /$   
 $/dt$ ,  $M_{12} = \Psi_{12} / i_2$ , где  $U_{M12}$  — напряжение, индуцирован-  
ное в первой катушке магнитным потоком, созданным  
током  $i_2$  во второй катушке;  $M_{12}$  — взаимная индуктив-  
ность катушек. Критерий подобия для взаимной индук-  
тивности

$$\pi_4 = \frac{M_{12} i_2}{U_{M12} t}.$$

Переменный магнитный поток может быть создан дви-  
жущимся намагниченным телом — постоянным магни-  
том. В этом случае магнитный поток зависит от положе-  
ния постоянного магнита, а ЭДС от скорости движения.

$$e(t) = -\frac{d\Psi_{\text{пм}}(x)}{dt} = -\frac{d\Psi_{\text{пм}}(x)}{dx} \frac{dx}{dt}, \quad \frac{dx}{dt} = v,$$

где  $\Psi_{\text{пм}}(x)$  — потоко-сцепление катушки с магнитным по-  
током постоянного магнита;  $x$  — координата;  $v$  — ско-  
рость движения магнита.

Критерий подобия процесса возникновения ЭДС в ка-  
тушке от движущегося постоянного магнита

$$\pi_5 = \frac{\Psi_{\text{пм}}(x)}{e(t)t} \quad \text{или} \quad \pi_6 = \frac{\Psi_{\text{пм}}(x)}{e(t)x} v.$$



В общем случае в системе неподвижных и подвижных катушек с током и постоянных магнитов результирующая индуцируемая в катушке или отрезке проводника ЭДС вычисляется как полная производная по времени потокосцепления  $e(t) = -d\Psi_{\Sigma}/dt$ .

Для электрического конденсатора  $C$  в соответствии с законом электрической индукции принято соотношение:  $i = CdU_C/dt$ ,  $C = q/U$ , где  $q$  — заряд конденсатора. Критерий подобия для конденсатора  $\pi_3 = i \cdot t / (C \cdot U_C)$ .

Кроме модели с конденсатором, процесс электрической индукции может быть представлен моделью источника тока  $i = dq/dt$  и критерием подобия  $\pi_7 = q / (i \cdot t)$ .

### 1.4.3. Модель магнитной подсистемы

Макромодель магнитной подсистемы строится на основе принятого в теоретической электротехнике определения магнитной цепи [19], т. е. используется представление пространственной картины магнитного поля в виде отдельных трубок магнитного потока. Трубка магнитного потока представляет собой мысленно выделенный в пространстве объем, ограниченный торцевыми эквипотенциальными поверхностями и боковыми силовыми поверхностями. Каждая трубка потока заменяется эквивалентной цепью с сосредоточенными параметрами, содержащими источник магнитодвижущей силы (МДС) или потока и магнитные активные или реактивные сопротивления. Форма трубок определяется либо точным расчетом магнитного поля, либо эвристическими методами, основанными на данных эксперимента.

В магнитной цепи используют фазовые переменные: магнитный потенциал  $\varphi_m$  и магнитный поток  $\Phi_m$ . Разность магнитных потенциалов есть магнитное напряжение  $U_m$ . При таком выборе фазовых переменных трубка магнитного потока имеет активное магнитное сопротивление  $R_m$ , которое зависит от формы трубки и магнитных свойств материала. Трубка магнитного потока со сложной формой границ может быть представлена геометрической формой с постоянным поперечным сечением и однородной маг-

нитной индукцией, для которой магнитное сопротивление вычисляется по простой формуле

$$R_M = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{l_{\text{экв}}}{S_{\text{экв}}},$$

где  $l_{\text{экв}}$  — эквивалентная длина трубки;  $S_{\text{экв}}$  — эквивалентное поперечное сечение трубки. Закон Ома для магнитной цепи имеет вид:  $U_M = \Phi_M R_M$ .

Источники фазовой переменной типа потенциала представлены магнитодвижущей силой (МДС)  $F = iN$ , где  $N$  — число витков катушки с током  $i$ , создающей МДС. Если источники МДС распределены вдоль трубки магнитного потока, например как у катушки на стальном сердечнике, то уточняет модель магнитной цепи представление распределенного источника в виде последовательно соединенных магнитных резисторов и МДС, определенных для отдельных малых участков (рис. 1.19).

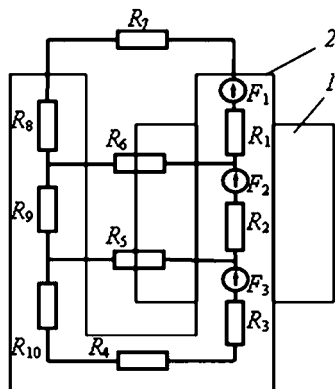


Рис. 1.19  
Модель магнитной цепи катушки со стальным сердечником:

1 — катушка; 2 — сердечник.

Переменный магнитный поток вызывает в электропроводящей среде индуцированные токи (токи Фуко). Электрическая энергия этих токов частично преобразуется в тепловую энергию. В макроскопической модели эти токи приближенно принимают индуцированными в эквивалентном витке или соленоиде, расположенном на поверхности магнитопровода. При этом сам магнитопровод считают не электропроводящим с прежними магнитными свойствами. Комплексное сопротивление эквивалентного витка  $Z_{\text{экв}}$  должно обеспечивать значение магнитного потока такое же, как в реальных условиях. В этом случае потери  $\Delta P$  на индуцированные токи в объеме  $V$  магнитопровода из электропроводящего материала будут равны

потерям на активном сопротивлении  $R_{\text{ЭКВ}}$  эквивалентного витка (или соленоида)

$$\Delta P = \int_V \frac{J_B^2}{\gamma} dV = I_B^2 R_{\text{ЭКВ}},$$

где  $J_B$  — плотность индуцированного в объеме анализируемого участка магнитопровода тока;  $\gamma$  — электрическая проводимость материала;  $I_B$  — ток в эквивалентном витке. Ток  $I_B$  будет дополнительным источником МДС в магнитной цепи, а также может быть представлен как магнитное напряжение на соответствующем по значению комплексном магнитном сопротивлении.

Кроме потерь энергии на индуцированные токи, часть энергии расходуется на выделение теплоты при перемагничивании материала, обладающего магнитным гистерезисом. Эти потери пропорциональны площади петли гистерезиса. Предположим, трубка магнитного потока выделена в материале с известными основной кривой намагничивания и предельным гистерезисным циклом — статической магнитной характеристикой  $B(H)$ . Заменяем эту трубку на эквивалентную с постоянным сечением и однородной магнитной индукцией. Умножим на графике магнитной характеристики магнитную индукцию на поперечное сечение трубки  $\Phi_m = BS_{\text{ЭКВ}}$ , а напряженность магнитного поля — на длину трубки  $U_m = Hl_{\text{ЭКВ}}$ . Получим

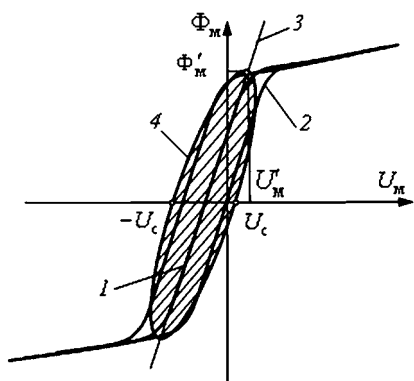


Рис. 1.20

Приближенное представление вебер-амперной характеристики трубки магнитного потока при анализе потерь на перемагничивание:

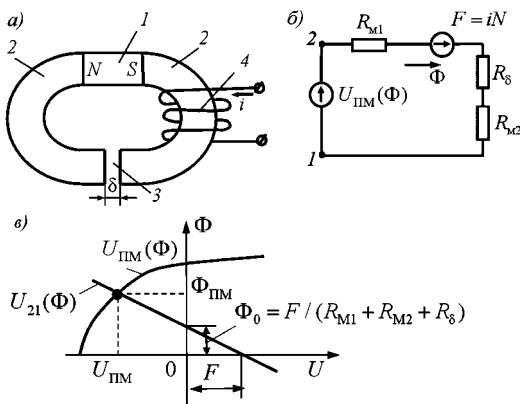
1 — основная кривая; 2 — предельный гистерезисный цикл; 3 — линейризованная основная кривая; 4 — эллипс, эквивалентный по площади предельному гистерезисному циклу.

основную вебер-амперную характеристику трубки (кривая 1 на рис. 1.20) и предельную петлю гистерезиса вебер-амперной характеристики (кривая 2 на рис. 1.20). При пошаговом анализе во времени процессов намагничивания и перемагничивания в этой трубке ее свойства могут быть представлены нелинейным гистерезисным источником МДС, который должен позволять воспроизводить все частные циклы перемагничивания с различной амплитудой и временной функцией магнитного потока.

В условиях синусоидального магнитного потока вебер-амперную характеристику материала приближенно представляют в виде эллипса (кривая 4 на рис. 1.20), площадь которого равна площади петли гистерезиса. Это соответствует заданию параметров трубки магнитного потока в виде комплексного активно-индуктивного магнитного сопротивления  $Z_m = R_m + j\omega L_m$ , которое определяет ориентацию и размеры осей эллипса (см. также п. 1.4). Пересечение эллипса с осью абсцисс в точке  $U_c$  устанавливает значение магнитной индуктивности в соответствии с формулой  $L_m = |U_c| / (\omega \Phi'_m)$ , а магнитное сопротивление определяется из соотношения  $R_m = U'_m / \Phi'_m$ , где  $\Phi'_m$  — амплитуда магнитного потока (рис. 1.20).

Другой источник магнитного поля — это предварительно намагниченный постоянный магнит. Его моделируют источником МДС или источником магнитного потока с соответствующей нелинейной вебер-амперной характеристикой. Рассмотрим постоянный магнит и подключенную к нему внешнюю магнитную цепь, содержащую как пассивные, так и возможно активные (источники) элементы (рис. 1.21а).

Эквивалентная схема магнитной цепи представлена на рисунке 1.21б. В нее включены следующие элементы:  $R_{m1}$ ,  $R_{m2}$ ,  $R_b$  — магнитные сопротивления магнитопроводов 2 и немагнитного промежутка 3;  $F$  — МДС катушки;  $U_{\text{пм}}(\Phi)$  — вебер-амперная характеристика постоянного магнита 1. Для внешней к постоянному магниту цепи вычисляется зависимость магнитного напряжения от магнитного потока —  $U_{21}(\Phi)$ , пересечение которой с характеристикой постоянного магнита определяет МДС



**Рис. 1.21**  
 Модель постоянного магнита в магнитной цепи:

*a* — магнитная цепь с постоянным магнитом; *б* — эквивалентная схема магнитной цепи с нелинейным источником магнитного напряжения; *в* — графический способ определения магнитного напряжения на постоянном магните.

постоянного магнита (рис. 1.21*в*). В зависимости от принятого технологического процесса изготовления системы с постоянными магнитами будут различными его вебер-амперные характеристики (см. п. 1.2.4).

Для электромеханической системы характерна схема преобразования электрической энергии сначала в электромагнитную, а затем в механическую. И наоборот, механическая энергия преобразуется в электрическую через электромагнитную. Электрическая энергия тоже электромагнитная энергия, но она выделяется в отдельную подсистему. В магнитных подсистемах изменяют ее параметры для удобного преобразования в механическую энергию.

#### 1.4.4. Модели механической подсистемы

*Механическая подсистема* включает элементы конструкции, которые участвуют в передаче и преобразованиях механической энергии. Свойства элементов механической подсистемы: масс, пружин, трения определяются в их компонентных уравнениях. При макро моделировании рассматривают поступательное и вращательное движение твердых тел, не имеющих пространственных размеров, т. е. материальные точки [12].

В механике поступательного движения в качестве фазовых переменных используют силу  $P$  и скорость  $v$ . Причем в зависимости от того, какая из них принимается за

переменную типа потока, а какая за переменную типа потенциала, получаем различные модели, одинаково пригодные для анализа.

В прямой модели механической поступательной подсистемы (рис. 1.22а) в качестве переменной типа потока выбрана сила  $P$ , переменной типа потенциала — скорость  $v$ . Здесь тело массой  $m$  под действием силы  $P$  скользит по горизонтальной поверхности с коэффициентом вязкого трения  $k_{тр}$ , преодолевая упругую силу пружины, имеющую жесткость  $k_y$ .

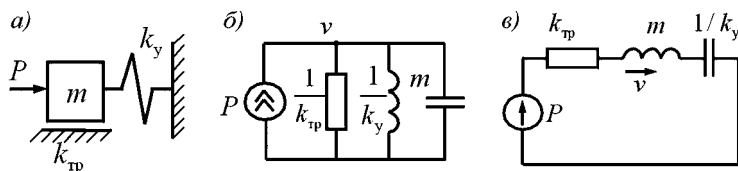


Рис. 1.22

Кинематическая (а) и эквивалентные схемы (б, в) механического узла поступательного движения

Законы функционирования механической подсистемы выражаются уравнениями, связывающими силы и скорости на элементах: механическом резисторе  $R_{мех}$ , механической индуктивности  $L_{мех}$  и механическом конденсаторе  $C_{мех}$ .

Из закона вязкого трения (сила трения прямо пропорциональна скорости движения):  $P = k_{тр}v = v/R_{мех}$ , где  $k_{тр}$  — коэффициент вязкого трения;  $v$  — относительная линейная скорость трущихся деталей, следует, что для сохранения подобия в системе по критерию  $\pi_1$  сопротивление механического резистора должно определяется соотношением  $R_{мех} = 1/k_{тр}$ . Для механической подсистемы критерий  $\pi_1 = k_{тр}v/P$ . В более общем случае сила трения имеет сложную зависимость от скорости движения (рис. 1.23) и содержит следующие составляющие: силу трения трогания  $P_{трог}$ , сухое трение  $P_{сух}$  (не зависит от скорости), вязкое трение, пропорциональное скорости  $P_v = k_{тр}v$ , и переходную зону уменьшения силы трения после трогания.

Суммарную силу трения аппроксимируют следующей функцией [26]:

$$P = (P_{\text{сух}} + (P_{\text{тр}} - P_{\text{сух}})\exp(-c_v|v|))\text{sign}(v) + k_{\text{тр}}v.$$

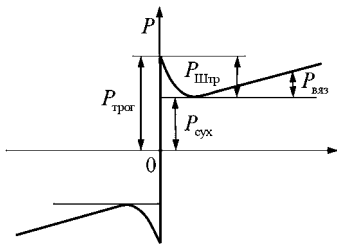


Рис. 1.23

Зависимость силы трения от скорости движения в общем случае

Свойства упругого элемента — пружины, отражает закон Гука:  $P = k_y x$ , где  $k_y$  — жесткость пружины;  $x$  — перемещение. Или после дифференцирования по времени:  $dP/dt = k_y dx/dt = k_y v$ . По критерию  $\pi_2$  механическая индуктивность должна быть коэффициентом пропорциональности между скоростью и производной силы, т. е.  $v = L_{\text{мех}} dP/dt$ , где  $L_{\text{мех}} = 1/k_y$ .

Критерий подобия  $\pi_2 = L_{\text{мех}} P/(vt)$  или  $\pi_2 = k_y vt/P$ .

Второй закон Ньютона представляет собой уравнение для массы  $P = m dv/dt$ , где массу тела  $m$  как коэффициент пропорциональности между силой и производной скорости для сохранения подобия по критерию  $\pi_3$  необходимо обозначить *механическим конденсатором* с емкостью  $C_{\text{мех}} = m$ . Критерий подобия для механического конденсатора  $\pi_3 = mv/(Pt)$ .

В прямой модели поступательного движения источниками фазовых переменных будут силы — аналог источника тока в электрической цепи и источник скорости — аналог источника ЭДС.

Пример эквивалентной схемы прямой модели механического узла рисунка 1.22а показан на рисунке 1.22б.

*Обращенная модель механической поступательной подсистемы* обосновывается для фазовых переменных типа потока — скорость  $v$ , и типа потенциала — сила  $P$ . Тогда для сохранения прежних критериев подобия получаем: для вязкого трения  $P = v \cdot R_{\text{мех}}$ , где сопротивление механического резистора  $R_{\text{мех}} = k_{\text{тр}}$ , для пружины  $v = C_{\text{мех}} dP/dt$ , где емкость механического конденсатора  $C_{\text{мех}} = 1/k_y$ , для массы  $P = L_{\text{мех}} dv/dt$ , где механическая ин-

дуктивность  $L_{\text{мех}} = t$ . В обращенной модели поступательного движения источниками фазовых переменных будут силы — аналог источника ЭДС в электрической цепи и источник скорости — аналог источника тока.

Пример эквивалентной схемы обращенной модели механического узла рисунка 1.22а показан на рисунке 1.22в.

*Прямая модель вращательного движения* (рис. 1.24а) составляется с фазовыми переменными: типа потока — момент сил  $M$  и типа потенциала — угловая скорость  $\omega$ . На рисунке изображено тело с моментом инерции  $J$ , которое под действием момента  $M$  вращается в подшипниках с коэффициентом вязкого трения  $k'_{\text{тр}}$ , преодолевая упругую силу пружины кручения, имеющую угловую жесткость  $k'_y$ .

Момент вязкого трения вращательного движения

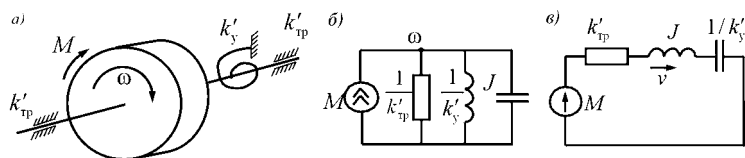


Рис. 1.24

Кинематическая (а) и эквивалентные схемы (б, в) механического узла вращательного движения

определяется соотношением  $M = k'_{\text{тр}} \omega = \omega / R'_{\text{мех}}$ , где сопротивление механического резистора  $R'_{\text{мех}} = 1 / k'_{\text{тр}}$ ,  $\omega$  — относительная угловая скорость трущихся деталей. Критерий подобия для этого элемента  $\pi_1 = k'_{\text{тр}} \omega / M$ . В более общем случае зависимость силы трения вращения от угловой скорости имеет аналогичный рисунку 1.23 вид при замене силы на момент, линейной скорости на угловую:

$$M = (M_{\text{сyx}} + (M_{\text{трор}} - M_{\text{сyx}}) \exp(-c_v |\omega|)) \text{sign}(\omega) + k'_{\text{тр}} \omega.$$

Закон Ньютона вращательного движения  $M = J d\omega / dt$ , где  $J$  — момент инерции записывается по условиям подобия через емкость механического конденсатора:  $M = C'_{\text{мех}} d\omega / dt$ , где  $C'_{\text{мех}} = J$ . Критерий подобия  $\pi_2 = J\omega / (Mt)$ .



Спиральные пружины представляют упругие элементы в моделях вращательного движения. Для них справедливо уравнение  $M = k'_y \varphi$ , где  $\varphi$  — угол закручивания. После дифференцирования, принимая во внимание, что  $\omega = d\varphi/dt$ , получаем из условий подобия  $\omega = L'_{\text{мех}} dM/dt$ . *Механическая индуктивность*  $L'_{\text{мех}} = 1/k'_y$ , а критерий подобия  $\pi_3 = k'_y \omega t / M$ .

В прямой модели вращательного движения источниками фазовых переменных будут моменты — аналоги источников тока в электрической цепи и источники скорости — аналоги источников ЭДС.

Запись *обращенной модели вращательного движения* с фазовыми переменными типа потока — угловая скорость  $\omega$  и типа потенциала — момент  $M$ , дает следующие выражения для элементов:  $R'_{\text{мех}} = k'_{\text{тр}}$ ,  $L'_{\text{мех}} = J$ ,  $C'_{\text{мех}} = 1/k'_y$ , при условии сохранения критериев подобия прямой модели. В обращенной модели вращательного движения источниками фазовых переменных будут моменты — аналоги источников ЭДС в электрической цепи и источники скорости — аналоги источников тока.

Примеры эквивалентных схем механического узла вращательного движения приведены на рисунке 1.24б, в.

В механических подсистемах электрических аппаратов имеются *упоры и люфты*. Упор ограничивает перемещение, и в идеальном приближении может быть представлен координатной точкой, в которой скорость движения становится равной нулю, а перемещение остается неизменным до начала движения в обратном направлении. Более точное воспроизведение процессов в механическом упоре может быть получено заменой упора нелинейной пружиной с внутренним трением. Свойства пружины — упора в виде зависимости жесткости от перемещения приведены на рисунке 1.25а. В момент касания упора в точке  $x_1$  наступает резкое увеличение жесткости до достижения в точке  $x_2$  полного контакта с максимальной жесткостью.

Люфт в механическом соединении подвижных деталей представляют как два расположенных с малым зазором упора и моделируют нелинейной пружиной с харак-

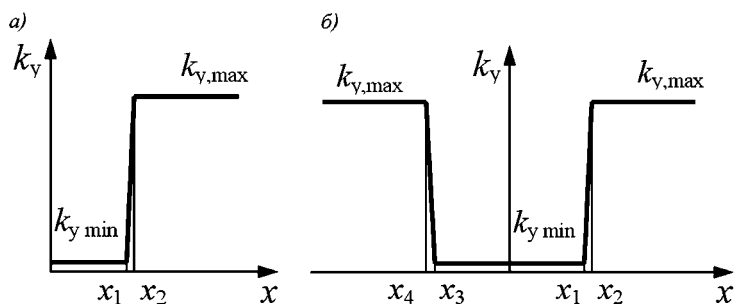


Рис. 1.25  
 Моделирование упора и люфта:

*a* — упор; *b* — люфт.

теристикой жесткости, представленной на рисунке 1.25б. При положительном перемещении в точке  $x_1$  происходит касание и в точке  $x_2$  полный контакт деталей. При отрицательном перемещении аналогичные точки обозначены  $x_3$  и  $x_4$ . Расстояние  $x_1 - x_3$  равно размеру люфта.

#### 1.4.5. Модель тепловой подсистемы

*Тепловая подсистема.* Математическая макромодель для анализа распределений теплоты обосновывается при использовании фазовых переменных типа потока — тепловой поток  $\Phi_T$ , и типа потенциала — температура  $\vartheta$ . Передача теплоты теплопроводностью и конвекцией происходит по законам Фурье и Ньютона. В макромоделях применяют одномерные приближения этих законов:  $\psi_T = -k_T d\vartheta/dx \approx -k_T(\vartheta_2 - \vartheta_1)/l$  — для теплопроводности и  $\psi_T = -k_{KB}(\vartheta_2 - \vartheta_1)$  — для конвекции, где  $\psi_T$  — плотность теплового потока;  $k_T$  — коэффициент теплопроводности;  $k_{KB}$  — коэффициент теплообмена через конвекцию;  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$  — температуры тела на границах рассматриваемого участка длиной  $l$  для теплопроводности или  $\vartheta_1$  — температура тела и  $\vartheta_2$  — температура окружающей среды для конвекции. Если умножить уравнения передачи теплоты на площадь сечения  $S$  рассматриваемого участка, то получим соотношения для тепловых потоков  $\Phi_T$  и температур, которые запишем через тепловые сопротивления тепловых резисторов:

$$\Phi_T = \Delta\vartheta/R_{T,T} \text{ и } \Phi_T = \Delta\vartheta/R_{T,KB},$$

где  $R_{T,T} = l/(k_T S)$ ,  $R_{T,KB} = 1/(k_{KB} S)$  — сопротивления тепловых резисторов при передаче теплоты теплопроводностью и конвекцией;  $\Delta\vartheta = \vartheta_2 - \vartheta_1$  — разность температур. Критерии подобия:

$$\pi_1 = \Phi_T R_{T,T} / \Delta\vartheta = \Phi_T l / (k_T S \Delta\vartheta)$$

или

$$\pi_1 = \Phi_T R_{T,KB} / \Delta\vartheta = \Phi_T / (k_{KB} S \Delta\vartheta).$$

Тепловым конденсатором может быть тело, обладающее теплоемкостью  $C_T = ct$ , где  $c$  — удельная теплоемкость;  $t$  — масса тела. Уравнение теплоемкости связывает изменение количества теплоты  $dQ$  с изменением температуры  $d\vartheta$  тела  $dQ = C_T d\vartheta$ . Тепловой поток выражает изменение количества теплоты в единицу времени, поэтому  $\Phi_T = dQ/dt = C_T d\vartheta/dt$ . Таким образом, для обеспечения подобия тепловым конденсатором в математической модели будет теплоемкость тела, а критерий подобия для этого элемента  $\pi_3 = C_T \vartheta / (\Phi_T t)$ .

Компонентное уравнение для тепловой индуктивности не имеет физического смысла при оперировании выбранными выше фазовыми переменными.

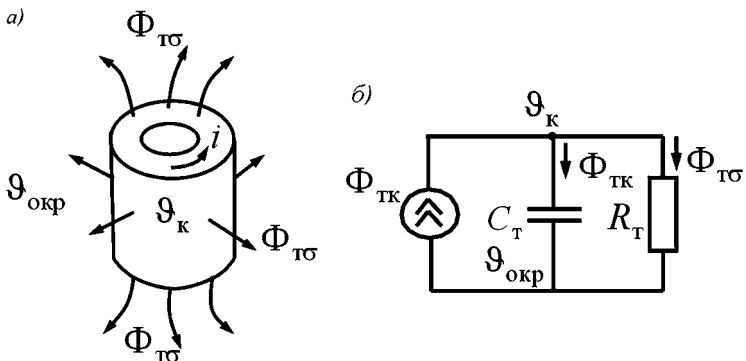


Рис. 1.26

Модель тепловой подсистемы катушки:

*a* — катушка с током в воздухе; *b* — эквивалентная схема тепловой подсистемы.

В модели тепловой подсистемы источниками фазовых переменных будут источники тепловых потоков — аналоги источников тока в электрической цепи и температуры — аналоги источников ЭДС.

На рисунке 1.26а изображена катушка с током. Под действием выделяющейся в проводе теплоты (поток  $\Phi_{Ti}$ ) катушка нагревается (поток  $\Phi_{TK}$ ). Часть теплового потока теплопроводностью и конвекцией рассеивается в окружающей среде (поток  $\Phi_{TG}$ ). Эквивалентная схема этой тепловой подсистемы показана на рисунке 1.26б.

В таблице 1.4 приведены аналогии фазовых переменных и элементов основных подсистем электромеханической системы, а также критерии подобия.

Таблица 1.4

Аналогии фазовых переменных и элементов электромеханических систем

Подсистемы	Фазовые переменные		Элементы			Критерии подобия		
	потенциал $\Phi$	поток $\Phi$	$R$	$L$	$C$	$\pi_1$	$\pi_2$	$\pi_3$
Электрическая	$U$	$i$	$R$	$L$	$C$	$\frac{iR}{U}$	$\frac{Li}{Ut}$	$\frac{it}{CU_C}$
Магнитная	$U_M$	$\Phi_M$	$R_M$	$L_M$	—	$\frac{\Phi_M R_M}{U_M}$	$\frac{L_M \Phi_M}{U_M t}$	—
Механическая поступательная прямая	$v$	$P$	$\frac{1}{k_{TP}}$	$\frac{1}{k_y}$	$m$	$\frac{k_{TP} v}{P}$	$\frac{k_y v t}{P}$	$\frac{mv}{Pt}$
Механическая поступательная обращенная	$P$	$v$	$k_{TP}$	$m$	$\frac{1}{k_y}$	$\frac{k_{TP} v}{P}$	$\frac{mv}{Pt}$	$\frac{k_y v t}{P}$
Механическая вращательная прямая	$\omega$	$M$	$\frac{1}{k'_{TP}}$	$\frac{1}{k'_y}$	$J$	$\frac{k'_{TP} \omega}{M}$	$\frac{k'_y \omega t}{M}$	$\frac{J \omega}{Mt}$
Механическая вращательная обращенная	$M$	$\omega$	$k'_{TP}$	$J$	$\frac{1}{k'_y}$	$\frac{k'_{TP} \omega}{M}$	$\frac{J \omega}{Mt}$	$\frac{k'_y \omega t}{M}$
Тепловая	$\vartheta$	$\Phi_T$	$R_{T,T} = \frac{l}{k_r S}$ $R_{T,KB} = \frac{1}{k_{KB} S}$	—	$cm$	$\frac{\Phi_T l}{k_r S \Delta \vartheta}$ $\frac{\Phi_T}{k_{KB} S \Delta \vartheta}$	—	$\frac{C_T \vartheta}{\Phi_T t}$

### 1.4.6. Топологические уравнения. Построение эквивалентных схем

*Топологические уравнения* определяют структуру всех подсистем рассматриваемой системы и записываются для однородных фазовых переменных каждой подсистемы в отдельности. Взаимосвязь между различными подсистемами при построении макромоделей системы задается через зависимые источники фазовых переменных и зависимые параметры пассивных элементов — зависимые от переменных другой подсистемы. Использование макромоделей с сосредоточенными элементами предоставляет удобную возможность записать топологические уравнения на основе условий равновесия и непрерывности.

Условия равновесия выражаются через фазовые переменные типа потока, а условия непрерывности — через переменные типа потенциала. Форма уравнений одинаковая для любой подсистемы. Следует иметь в виду, что топологические уравнения указанного типа справедливы только для стационарных или квазистационарных режимов, когда допустимо предположение о мгновенном распространении возбуждения по линиям связи (не учитываются волновые процессы).

В электрической подсистеме условия равновесия определяется первым законом Кирхгофа (сумма токов, подсоединенных к узлу ветвей, равна нулю), а уравнение непрерывности — вторым законом Кирхгофа (в замкнутом контуре сумма напряжений на элементах равна нулю):

$$\sum_{n_j} i_{j,k} = 0; \quad \sum_{m_l} U_{l,k} = 0,$$

где  $n_j$  — число ветвей, подсоединенных к  $j$ -му узлу;  $m_l$  — число элементов в  $l$ -м контуре;  $i_{j,k}$  — ток в  $k$ -й ветви  $j$ -го узла;  $U_{l,k}$  — напряжение на  $k$ -м элементе  $l$ -го контура.

Аналогичные соотношения справедливы для других подсистем при замене на соответствующие фазовые переменные.

В магнитной подсистеме сумма магнитных потоков в узле магнитной цепи равна нулю и сумма магнитных напряжений на элементах при обходе по контуру магнитной цепи равна нулю:

$$\sum_{n_j} \Phi_{mj,k} = 0; \quad \sum_{m_l} U_{ml,k} = 0.$$

В механической поступательной подсистеме имеет место принцип Даламбера: сумма действующих на тело сил, включая инерционные, равна нулю:  $\sum_{n_j} P_{j,k} = 0$ . Для коор-

динатных составляющих абсолютных скоростей справедливо соотношение:  $\sum_{m_l} v_{l,k} = 0$ . Аналог электрического узла

в механике — это тело, а контур определяется механическими связями, которые указываются на кинематической схеме устройства. В обращенной модели фазовые переменные меняются местами и топологические уравнения сохраняются.

В механической подсистеме вращательного движения для тела: сумма всех моментов равна нулю и сумма угловых скоростей тел, составляющих связанный контур, вдоль оси вращения равна нулю:

$$\sum_{n_j} M_{j,k} = 0; \quad \sum_{m_l} \omega_{l,k} = 0.$$

В тепловой подсистеме: сумма тепловых потоков в узле разветвления равна нулю и сумма разностей температур при обходе по замкнутому контуру равна нулю:

$$\sum_{n_j} \Phi_{Tj,k} = 0; \quad \sum_{m_l} \Delta\vartheta_{l,k} = 0.$$

Для анализа процессов на основе макромоделей составляются эквивалентные схемы, обычно в широко распространенных пакетах прикладных программ (MATLAB, Pspice и др.), которые автоматически формируют системы расчетных уравнений и осуществляют их решение.

Эквивалентная схема системы — это совокупность схем электрических цепей, представляющих элементы и их связи во всех выделенных подсистемах в соответствии с принятой таблицей аналогий. Составление эквивалентной схемы производится в следующей последовательности [12].

1. На основании анализа конструкции электромеханического устройства выделяют подсистемы: электрическую, магнитную, механическую и другие, которые необходимо включить в общую модель. Если в какой-либо подсистеме имеется несколько функционально независимых частей или подсистема характеризуется сложной разветвленной структурой, то она условно разделяется на простые участки, построение эквивалентных схем для которых не будет вызывать затруднений. Разрывы связей заменяются вспомогательными источниками фазовых переменных.

2. В каждой подсистеме определяются значимые для последующего анализа элементы, обосновываются их электрические аналоги, представляются структуры связей в подсистемах в виде эквивалентных схем электрических цепей.

3. Устанавливаются связи между подсистемами, которые выражаются функциями источников фазовых переменных и пассивных элементов от фазовых переменных других взаимосвязанных подсистем. Например, вынуждающая сила в механической подсистеме будет функцией магнитного потока магнитной подсистемы, а магнитное сопротивление будет функцией перемещения якоря электромагнита.

Построение электрической, магнитной и тепловой эквивалентной схемы обычно не вызывает затруднений, так как распределение электрических токов, магнитных и тепловых потоков просто определяется по заданной конструкции устройства. Некоторые затруднения возникают в разветвленной механической подсистеме. Алгоритм построения эквивалентной схемы прямой модели по заданной кинематической схеме для одной координатной

составляющей движения можно представить в виде графа со следующими этапами.

1. Всем массам присваиваются номера: 1, 2, 3, ... и т. д. Нумеруются в той же последовательности точки, не обладающие массами, но где требуется определение скорости. Скорости этих масс и точек будут определены относительно неподвижного основания.

2. Неподвижному основанию присваивается номер 0.

3. Всем остальным элементам механической подсистемы: пружинам, трениям, источникам сил и скоростей, присваиваются индексы, указывающие тип элемента и номера масс, точек или неподвижного основания, между которыми они подсоединены. Например: пружина  $Pr_{1-2}$ , трение  $Tr_{2-0}$ , источник силы  $I_{P\ 3-6}$ , источник скорости  $I_{V\ 3-1}$ .

4. На рисунке изображаются точки с номерами элементов из п. 1, 2. Это вершины графа.

5. Вершины графа соединяются линиями — ребрами графа, заменяющими элементы, пронумерованные в п. 3. Указывается обозначение каждого ребра.

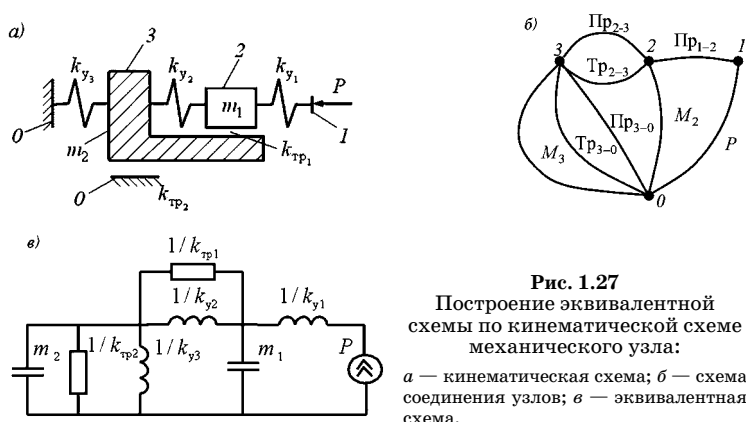
6. Вершины с номерами масс соединяются дополнительно с вершиной, определяющей неподвижное основание ребрами с наименованием  $M_{i-0}$ , где  $i$  — номер вершины.

7. Вместо ребер изображаются соответствующие элементы:  $M$  — конденсатор с емкостью  $m$ ,  $Pr$  — катушка индуктивности с индуктивностью  $1/k_v$ ,  $Tr$  — резистор с сопротивлением  $1/k_{tr}$ ,  $I_P$  — источник тока с током, равным приложенной силе  $P$ ,  $I_V$  — источник ЭДС с напряжением, равным заданной скорости  $V$ .

Потенциалы вершин графа будут скоростями масс или выбранных точек, а токи в ребрах — силами на элементах кинематической схемы.

Для вращательного движения алгоритм построения эквивалентной схемы сохраняется, но с заменой масс на моменты инерций, линейных скоростей на угловые, сил на моменты и линейных трений и упругих элементов на угловые.





На рисунке 1.27а изображена кинематическая схема механического узла. На ней указаны принятые обозначения элементов. На рисунке 1.27б показана схема соединений узлов ветвями в соответствии с пунктами 4–6 алгоритма, а на рисунке 1.27в окончательный вид эквивалентной схемы после замены ветвей элементами.

## 1.5. МАГНИТНЫЕ СИСТЕМЫ И ЦЕПИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### 1.5.1. Основные понятия и определения

*Магнитная цепь* — это упрощенное представление магнитной системы, при котором электромагнитные процессы описываются уравнениями, содержащими физические величины макроскопического уровня: магнитодвижущая сила (МДС), разность скалярных магнитных потенциалов (магнитное напряжение), магнитный поток, магнитная проводимость, магнитное сопротивление (см. также п. 1.4.1). Эти понятия аналогичны, соответственно, понятиям: электродвижущая сила, электрическое напряжение, ток проводимости, проводимость и сопротивление электрической цепи.

Расчет магнитной системы осуществляется либо методами численного анализа электромагнитного поля (поле-

вые методы), либо методами теории цепей, которые основаны на эвристическом анализе в макро моделировании. Полевые методы более универсальны, дают возможность, если требуется, точнее решить задачу, чем могут обеспечить методы теории цепей. Методы теории цепей применяются также широко, в основном, на начальных стадиях расчетов при проектировании.

В электромеханических электрических аппаратах применяются электромагниты — устройства для создания в пространстве магнитного поля с помощью одной или нескольких обмоток, обтекаемых электрическим током. В большинстве случаев электромагниты находят применение в различных *электромагнитных механизмах* в качестве привода для реализации поступательного или вращательного перемещения некоторых частей этих механизмов или для создания удерживающей силы. Примеры электрических аппаратов, содержащих электромагнитные приводы: *электромагнитные реле, электромагнитные клапаны и преобразователи, электромагнитные тормоза, опоры и подвесы, низковольтные автоматические выключатели, контакторы и магнитные пускатели, высоковольтные выключатели.*

В зависимости от вида электропитания различают *электромагниты постоянного и переменного тока.* В свою очередь, электромагниты постоянного тока делятся на *нейтральные и поляризованные.* В нейтральных электромагнитах создается только управляющий магнитный поток и их функционирование не зависит от направления тока в обмотке управления. В поляризованных электромагнитах используются поляризованные магнитные системы; работа этих электромагнитов зависит не только от значения тока в управляющей обмотке, но и от его направления.

Электромагниты постоянного тока бывают *быстродействующие и с замедлением.* Для повышения быстродействия магнитопровод выполняют шихтованным для снижения вихревых токов; применяют также различные схемы форсировки. Для реализации замедления на магнитопровод помещают короткозамкнутые катушки или

гильзы из материала с высокой электрической проводимостью, что вызывает снижение скорости нарастания и затухания магнитного потока в электромагните соответственно при его срабатывании и возврате; используются и специальные схемы.

Электромагниты переменного тока подразделяются на *электромагниты со знакопеременной МДС* (их обмотки питаются непосредственно от источников переменного напряжения или тока) и *электромагниты с пульсирующей МДС*, в которых обмотки подключаются к источникам питания через выпрямитель. Так как во многих случаях выпрямитель конструктивно объединен с электромагнитом, то такие электромагниты получили также название «*электромагнитов со встроенными выпрямителями*».

При разработке различных электромагнитных механизмов проводится согласование тяговой характеристики привода — электромагнита и механической характеристики всего механизма. *Тяговая характеристика электромагнита* — это зависимость создаваемой им электромагнитной силы  $P_{эм}$  (или электромагнитного момента  $M_{эм}$ ), действующей (действующего) на якорь и приведенной (приведенного) к рабочему зазору  $\delta$ , от значения этого зазора (от угла поворота  $\varphi$  якоря).

Тяговая характеристика [ $P_{эм} = f(\delta)$  или  $M_{эм} = f(\varphi)$ ] при медленном перемещении якоря называется *статической*, а при быстром, когда нельзя пренебречь изменением тока в обмотке из-за возникающей в ней при движении якоря противоЭДС, — *динамической*.

Под *механической характеристикой* [ $P_{мх} = f(\delta)$  или  $M_{мх} = f(\varphi)$ ] электромагнитного механизма понимают зависимость суммарной силы (момента) от значения этого зазора (от угла поворота якоря). Механическая характеристика при медленном перемещении подвижных элементов, когда можно пренебречь силами инерции движущихся масс и рядом других факторов, называется *статической механической характеристикой*. В противном случае — это *динамическая механическая характеристика*. В зависимости от вида электромагнитного механизма его механическая характеристика может опреде-

ляться действием сил тяжести подвижных элементов, силами пружин, гидравлическими и пневматическими силами и др.

Подробнее согласование тяговых и механических характеристик рассмотрено в специальной литературе, например [15].

### 1.5.2. Магнитные системы и магнитные цепи постоянного тока

Для анализа и расчета магнитных цепей постоянного тока используются три закона: первый и второй законы Кирхгофа и закон Ома для магнитных цепей.

**Первый закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма магнитных потоков  $\Phi$  в узле магнитной цепи равна нулю.

$$\sum \Phi = 0.$$

Поток, входящий в узел, берется с одним знаком, а выходящий из узла — с другим.

Первый закон Кирхгофа для магнитной цепи вытекает из условия непрерывности линий магнитной индукции

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0,$$

где  $\mathbf{B}$  — магнитная индукция;  $\mathbf{S}$  — площадь некоторой замкнутой поверхности.

**Второй закон Кирхгофа.** Алгебраическая сумма магнитных напряжений на магнитных сопротивлениях любого произвольно выбранного замкнутого контура обхода равна алгебраической сумме МДС, действующих в этом контуре:

$$\sum U_m = \sum F, \quad (1.1)$$

где  $U_m$  — магнитное напряжение на сопротивлении участка контура;  $F$  — МДС, действующая в этом контуре.

Второй закон Кирхгофа для магнитной цепи вытекает из закона полного тока

$$\oint_l \mathbf{H} dl = \sum I,$$

где  $\mathbf{H}$  — напряженность магнитного поля вдоль замкнутого контура обхода длиной  $l$ ;  $\sum I$  — алгебраическая сумма токов, пронизывающих этот контур.

**Закон Ома** для участка магнитной цепи постоянного тока

$$\Phi = U_m / R_m = U_m \Lambda, \quad (1.2)$$

где  $R_m$  — магнитное сопротивление участка магнитной цепи;  $\Lambda$  — магнитная проводимость этого участка.

Точность расчета магнитной системы методами цепей в значительной степени зависит от точности определения магнитных проводимостей участков немагнитного пространства, окружающего систему.

Для простейшего распределения поля — плоскопараллельного участка площадью  $S$  и длиной  $l$ , имея в виду, что для такого поля в пределах всего участка  $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \text{const}$ , следует

$$\Lambda = \mu_0 S / l.$$

Магнитное сопротивление участка магнитопровода с постоянной площадью поперечного сечения  $S$  и длиной  $l$

$$R_{m.m} = l / \mu_a S = \rho_m l / S.$$

Здесь  $\mu_a$  и  $\rho_m = 1 / \mu_a$  — соответственно абсолютная магнитная проницаемость и удельное магнитное сопротивление материала магнитопровода.

При использовании методов расчета цепей поступают следующим образом.

1. Анализируют качественное (но полное) распределение поля в магнитной системе [16].

2. Реальную конфигурацию поля заменяют упрощенной конфигурацией, состоящей из отдельных участков, достаточно просто описываемых математически; некоторыми участками пренебрегают; вихревые области поля часто заменяют безвихревыми, для чего объемное распределение токов приводят к бесконечно тонкой ленте или нити.

3. Составляют магнитную цепь.

4. Находят магнитные проводимости (или магнитные сопротивления) отдельных участков поля в воздухе и других неферромагнитных участках.

5. Проводят расчет магнитной цепи с учетом или без учета магнитного сопротивления магнитопровода.

При расчете магнитной цепи решается обычно одна из двух задач: **прямая** или **обратная**. В прямой задаче известным является магнитный поток  $\Phi$  (или магнитная индукция  $B$ ) на некотором участке магнитной системы; требуется определить магнитодвижущую силу (МДС) обмотки  $F$ . В обратной задаче задана МДС обмотки; требуется определить поток (или индукцию). Как при прямой, так и при обратной задачах известны также все размеры магнитной системы и материал магнитопровода. В подавляющем большинстве случаев расчеты магнитных цепей постоянного тока проводят без учета гистерезиса намагничивания.

Рассмотрим магнитную систему прямоходового электромагнита для привода контактора, изображенную на рисунке 1.28а.

Ее магнитопровод состоит из подвижного элемента — якоря 1 и неподвижного сердечника 2. Последний имеет две вертикальные части и одну соединяющую их внизу горизонтальную часть — ярмо. Якорь отделен от сердечника двумя воздушными зазорами  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , называемыми *рабочими зазорами*. При изменении этих зазоров происходит преобразование энергии и обеспечивается функционирование аппарата. Кроме рабочих зазоров, в магнитной системе могут присутствовать паразитные (немагнитные, воздушные) зазоры, обусловленные особенностями конструкции и технологическими условиями ее выполнения. Магнитное поле создается током в обмотке 3, охватывающей левую вертикальную часть сердечника. Направление тока показано крестиком (от нас) и точкой (к нам) на поперечном сечении обмотки.

Ток и линии магнитной индукции создаваемых им магнитных потоков образуют правовинтовую систему. В дальнейшем магнитный поток, проходящий через рабочие зазоры, будем называть условно *рабочим потоком*, а остальные потоки — *потоками рассеяния*.

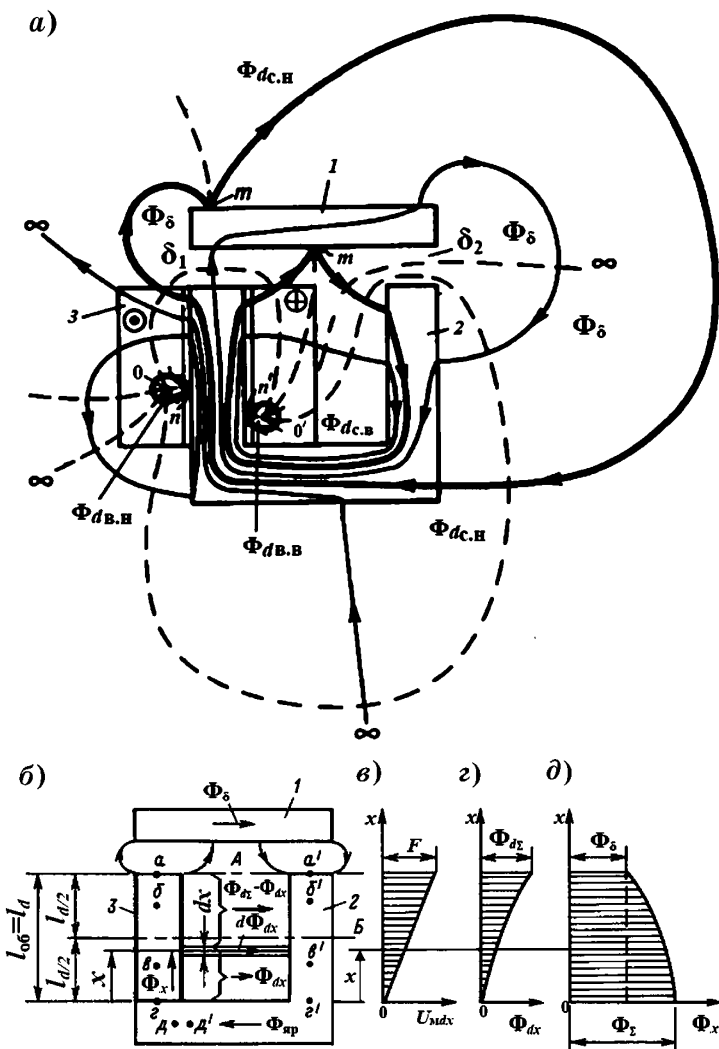


Рис. 1.28

Анализ магнитного поля и распределение магнитных потоков в магнитной системе постоянного тока:

*a* — картина магнитного поля; *б* — упрощенная магнитная система и схема потокораспределения; *в-д* — эпюры изменения, соответственно, разности магнитных потенциалов, потока рассеяния и потока в магнитопроводе.

На рисунке 1.28а представлено распределение линий магнитной индукции (сплошные) и градиентных линий (штриховые) магнитного поля в продольной плоскости симметрии рассматриваемой магнитной системы — картина поля [16].

Введем ряд упрощений в магнитную систему и ее магнитное поле (рис. 1.28б). Обмотку представим в виде бесконечно тонкой ленты  $3$  длиной  $l_{об}$ , расположенной непосредственно на левой вертикальной части сердечника длиной  $l_c$ , и примем  $l_{об} = l_c$ . При указанных представлениях и размещении обмотки исчезают потоки рассеяния  $\Phi_{дв.н}$  и  $\Phi_{дв.в}$  (рис. 1.28а). Пренебрежем также «наружным» потоком рассеяния  $\Phi_{дс.н}$ , считая его существенно меньшим аналогичного «внутреннего» потока рассеяния  $\Phi_{дс.в}$  (рис. 1.28а). Поле последнего примем плоскопараллельным и ограниченным сверху горизонтальной штриховой линией А (рис. 1.28б), т. е. поток рассеяния  $\Phi_{дс.в} = \Phi_d$  проходит на участке длиной  $l_d = l_{об} = l_c$ . Будем также считать, что рабочий поток проходит из сердечника в якорь в зазоре  $\delta_1$  и далее из якоря в сердечник в зазоре  $\delta_2$  только в пределах торцов сердечника, причем области прохождения этого потока в обоих зазорах считаем одинаковыми; для упрощения расчета магнитных проводимостей этих областей ограничим их в плоскости чертежа частями окружности [3], [9].

Рассмотрим элементарную трубку потока рассеяния, удаленную на расстояние  $x$  от ярма (рис. 1.28б).

В общем случае поток, протекающий по этой трубке,

$$d\Phi_{dx} = U_{mdx} \lambda_{dx} dx, \quad (1.3)$$

где  $U_{mdx}$  и  $\lambda_{dx}$  — соответственно магнитное напряжение на элементарной трубке потока (между вертикальными частями сердечника) и удельная (на единицу длины  $l_d$ ) магнитная проводимость рассеяния на расстоянии  $x$  от ярма;  $dx$  — ширина трубки.

При равенстве конфигураций вертикальных частей сердечника для принятой упрощенной картины поля (рис. 1.28б)

$$U_{mdx} = \int_0^E f_x dx - \Phi_{яp} R_{м.яp} - 2 \int_0^E \Phi_x r_{mx} dx. \quad (1.4)$$



Здесь  $f_x$  — удельная (на единицу длины) МДС обмотки;  $\Phi_{\text{яр}}$  — магнитный поток в ярме;  $R_{\text{м.яр}}$  — магнитное сопротивление ярма;  $\Phi_x$  и  $r_{\text{м}x}$  — соответственно магнитный поток в вертикальных частях сердечника и удельное сопротивление этих частей на расстоянии  $x$  от ярма.

Значение удельного магнитного сопротивления

$$r_{\text{м}x} = 1/\mu_{\text{ax}} S_{\text{cx}} = \rho_{\text{м}x}/S_{\text{cx}},$$

где  $\mu_{\text{ax}}$ ,  $\rho_{\text{м}x}$  и  $S_{\text{cx}}$  — абсолютная магнитная проницаемость, удельное магнитное сопротивление материала и площадь поперечного сечения вертикальных частей сердечника на расстоянии  $x$  от ярма.

С учетом (1.1) и (1.2) и закона полного тока

$$\int_0^x \Phi_x r_{\text{м}x} dx = \int_0^x H_x dx,$$

где  $H_x$  — напряженность поля в вертикальных частях сердечника на расстоянии  $x$  от ярма.

С учетом (1.3) и (1.4) следует, что поток рассеяния, ушедший с левой вертикальной части сердечника на его правую часть на расстоянии  $x$ ,

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{dx}} &= \int_0^x U_{\text{м}dx} \lambda_{\text{dx}} dx = \int_0^x \int_0^x f_x \lambda_{\text{dx}} dx dx - \\ &- \Phi_{\text{яр}} R_{\text{м.яр}} \int_0^x \lambda_{\text{dx}} dx - 2 \int_0^E \int_0^E \Phi_x r_{\text{м}x} \lambda_{\text{dx}} dx dx. \end{aligned} \quad (1.5)$$

При пренебрежении магнитным сопротивлением магнитопровода ( $\mu_{\text{ax}} = \infty$ ,  $\rho_{\text{м}x} = 0$ ,  $R_{\text{м.яр}} = 0$ )

$$U_{\text{м}dx} = \int_0^x f_x dx. \quad (1.6)$$

При равномерном распределении витков обмотки вдоль ее длины  $f_x = f = \text{const}$ , из (1.6) следует

$$U_{\text{м}dx} = fx \quad (1.7)$$

(рис. 1.28е).

В упрощенной картине поля (рис. 1.28б) мы допустили равномерность распределения потока рассеяния, что

означает при пренебрежении магнитным сопротивлением магнитопровода  $\lambda_{dx} = \lambda_d = \text{const}$ .

Тогда из (1.3) с учетом (1.7)

$$d\Phi_{dx} = f\lambda_d x dx \quad (1.8)$$

и из (1.5) после интегрирования с учетом  $l_{об} = l_d$

$$\Phi_{dx} = f\lambda_d x^2 / 2 = F\lambda_d x^2 / 2l_d$$

(рис. 1.28з).

Суммарный поток рассеяния ( $x = l_d$ )

$$\Phi_{d\Sigma} = F\lambda_d l_d / 2.$$

Поток в вертикальных частях сердечника на расстоянии  $x$  (рис. 1.28б)

$$\Phi_x = \Phi_\delta + (\Phi_{d\Sigma} - \Phi_{dx}) = F\Lambda_{\delta\text{эк}} + F\Lambda_d \frac{(l_d^2 / 2) - (x^2 / 2)}{l_d},$$

где  $\Lambda_{\delta\text{эк}}$  — эквивалентная магнитная проводимость двух последовательных рабочих зазоров  $\delta_1$  и  $\delta_2$ .

С учетом принятого допущения об идентичности областей поля в рабочих зазорах  $\Lambda_{\delta\text{эк}} = 1/R_{\text{м}\delta\text{эк}} = (\Lambda_{\delta_1}\Lambda_{\delta_2})/(\Lambda_{\delta_1} + \Lambda_{\delta_2}) = \Lambda_\delta/2$ , где  $R_{\text{м}\delta\text{эк}}$  — магнитное сопротивление, соответствующее проводимости  $\Lambda_{\delta\text{эк}}$ .

График распределения потока  $\Phi_x$  вдоль оси  $x$  дан на рисунке 1.28д.

При  $x = l_d$  поток  $\Phi_x$  равен потоку  $\Phi_\delta$ , а при  $x = 0$  — потоку в ярме  $\Phi_{\text{яр}}$  и представляет для принятых допущений (в том числе при  $\mu_a = \infty$ ) суммарный поток магнитной системы

$$\Phi_\Sigma = \Phi_{\text{яр}} = F(\Lambda_{\delta\text{эк}} + K_\Phi \Lambda_{d\Sigma\Gamma}). \quad (1.9)$$

Здесь  $\Lambda_{d\Sigma\Gamma} = \lambda_d l_d$  — суммарная магнитная проводимость плоскопараллельного поля рассеяния рассматриваемой магнитной системы (рис. 1.28б, в), определяемая только ее геометрией;  $K_\Phi = 1/2$  — коэффициент приведения по потоку магнитной проводимости рассеяния этой магнитной системы к МДС обмотки  $F$ .

Часть выражения (1.9), заключенная в скобки, представляет собой суммарную магнитную проводимость маг-

нитной системы, приведенную по потоку  $\Phi_\Sigma$  к МДС обмотки  $F$ :

$$\Lambda_{\Sigma\Phi} = 1/R_{\Sigma\Phi} = \Phi_\Sigma/F = \Lambda_{\delta\text{эк}} + K_\Phi\Lambda_{d\Sigma\Gamma}, \quad (1.10)$$

где  $R_{\Sigma\Phi}$  — магнитное сопротивление, соответствующее суммарной магнитной проводимости  $\Lambda_{\Sigma\Phi}$ .

Отношение  $\Phi_\Sigma/\Phi_\delta = \sigma_{\Sigma\Phi}$  называется **суммарным коэффициентом рассеяния магнитной системы по потоку**.

Суммарное потокосцепление рассматриваемой магнитной системы

$$\Psi_\Sigma = \Psi_\delta + \int_0^{l_d} d\Psi_{dx}. \quad (1.11)$$

Так как линии магнитной индукции рабочего потока  $\Phi_\delta$  в рассматриваемой упрощенной модели поля (рис. 1.28б) охватывают все витки обмотки  $N_\Sigma$ , то  $\Psi_\delta = N_\Sigma\Phi_\delta$ .

Дифференциальное выражение для потокосцепления рассеяния

$$d\Psi_{dx} = N_x d\Phi_{dx}, \quad (1.12)$$

где  $N_x$  — число витков обмотки, охватываемых потоком  $d\Phi_{dx}$ . Для равномерной намотки витков и  $l_{o\delta} = l_d$  имеем  $N_x = N_\Sigma(x/l_d)$ .

Тогда из (1.11) с учетом (1.12) и (1.8) после интегрирования

$$\Psi_\Sigma = N_\Sigma F (\Lambda_{\delta\text{эк}} + K_\Psi \Lambda_{d\Sigma\Gamma}). \quad (1.13)$$

Здесь  $K_\Psi = 1/3$  — коэффициент приведения по потокосцеплению магнитной проводимости рассеяния рассматриваемой магнитной системы к МДС  $F$  и суммарному числу витков  $N_\Sigma$  обмотки.

Часть (1.13), заключенная в скобки, представляет собой суммарную магнитную проводимость магнитной системы, приведенную по потокосцеплению  $\Psi_\Sigma$  к  $F$  и  $N_\Sigma$  обмотки:

$$\Lambda_{\Sigma\Psi} = \Psi_\Sigma/N_\Sigma F = \Lambda_{\delta\text{эк}} + K_\Psi \Lambda_{d\Sigma\Gamma}. \quad (1.14)$$

С учетом того что  $K_\Phi = 1/2$ , а  $K_\Psi = 1/3$ , из сравнения (1.10) и (1.14) следует:  $\Lambda_{\Sigma\Psi} < \Lambda_{\Sigma\Phi}$ .

Отношение  $\Psi_{\Sigma}/\Psi_{\delta} = \sigma_{\Sigma\Psi}$  называется **суммарным коэффициентом рассеяния по потокосцеплению**. Индуктивность  $L$  и магнитная энергия  $W_m$  рассматриваемой магнитной системы при всех принятых выше допущениях

$$L = \Psi_{\Sigma} / I = N_{\Sigma}^2 (\Lambda_{\delta\text{ЭК}} + K_{\Psi} \Lambda_{d\Sigma\Gamma}); \quad (1.15)$$

$$W_m = \Psi_{\Sigma} I / 2 = LI^2 / 2 = F^2 (\Lambda_{\delta\text{ЭК}} + K_{\Psi} \Lambda_{d\Sigma\Gamma}) / 2.$$

Эти выражения могут быть использованы для расчета по энергетическим формулам электромагнитной силы, создаваемой данной магнитной системой. Выражение (1.15), кроме того, необходимо для определения постоянной времени магнитной системы и временных параметров электромеханических аппаратов с ее применением.

На рисунке 1.29а приведена магнитная цепь рассматриваемой магнитной системы, составленная по упрощенной картине поля (рис. 1.28б) без учета магнитного сопротивления магнитопровода. На рисунке 1.29б, в показаны последовательные этапы преобразования этой исходной схемы замещения до простейшей цепи рисунка 1.29в с источником МДС  $F$  и суммарным магнитным сопротивлением  $R_{m\Sigma\Phi}$  на его зажимах.

При анализе магнитной системы с учетом магнитного сопротивления магнитопровода решить аналитически (1.4), (1.5) чаще всего не удается даже при  $f_x = \text{const}$  и  $\lambda_{dx} = \text{const}$ . Это связано со сложностью нахождения  $\mu_{ax}$ , определяемой при заданном материале магнитопровода значением магнитной индукции  $B_x$ , являющейся функцией от искомого значения  $\Phi_x$ .

Для преодоления этого затруднения поступают, например, следующим образом.

1. Детали магнитопровода, между которыми по воздуху проходит распределенный поток (например, поток  $\Phi_d$  в рассматриваемой магнитной системе) разбивают на ряд участков; путь доли суммарного распределенного потока, проходящего между двумя из этих участков по воздуху, представляется как сосредоточенное магнитное сопротив-

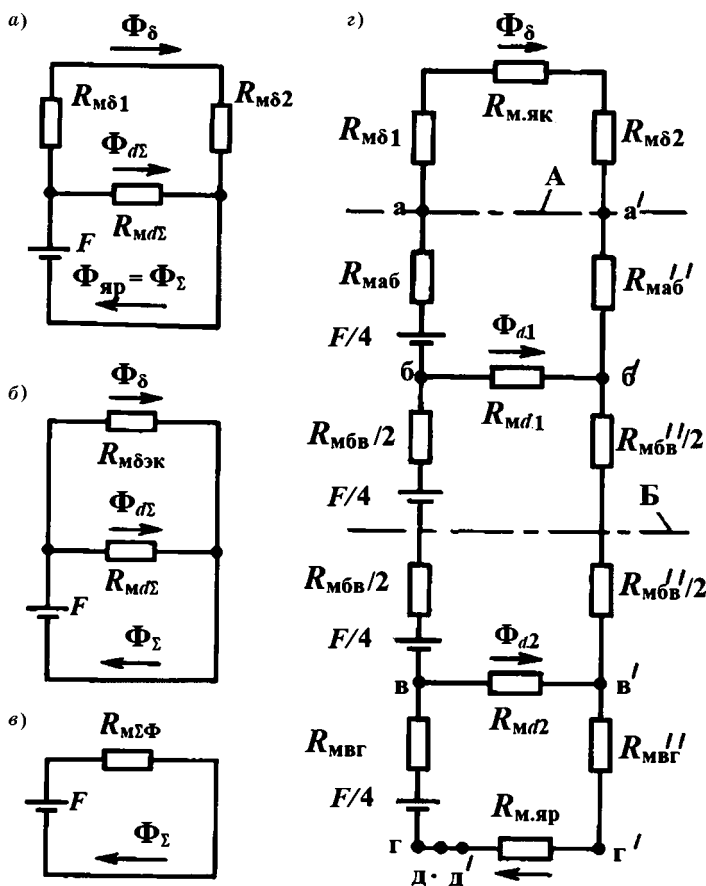


Рис. 1.29

Магнитные цепи системы, изображенной на рисунке 1.28б:

*a-в* — без учета магнитного сопротивления магнитопровода; *z* — с учетом магнитного сопротивления магнитопровода.

ление воздушного промежутка в виде ветви магнитной цепи. На рисунке 1.29z это выполнено в виде ветвей с магнитными сопротивлениями  $R_{Mд1}$  и  $R_{Mд2}$  между серединами участков.

2. Магнитопровод с изменяющимся по его длине магнитным потоком (в рассматриваемой магнитной системе —  $\Phi_x$ ) заменяется суммой участков, в пределах каждо-

го из которых поток принимается неизменным, а соответственно, принимается неизменной и магнитная индукция (при постоянной площади поперечного сечения вдоль длины). Для данного конструктивного решения — чем больше участков, тем ближе расчетная магнитная цепь к принятой модели поля.

В качестве примера каждую из вертикальных частей сердечника длиной  $l_d$  рассматриваемой магнитной системы разобьем на два равных участка (горизонтальная штриховая линия Б на рис. 1.29г). Поток рассеяния  $\Phi_{d1}$  между первыми (верхними) участками сосредоточим в ветвь магнитной цепи с сопротивлением  $R_{md1}$ , подключенным к точкам б и б' посередине соответственно левого и правого верхних участков. Поток рассеяния  $\Phi_{d2}$  между вторыми (нижними) участками сосредоточим в ветвь с сопротивлением  $R_{md2}$ , подключенным к точкам в и в', соответствующим серединам нижних участков.

На рисунке 1.29г приведена эквивалентная принятому разбиению магнитная цепь с учетом магнитного сопротивления магнитопровода. Обозначения в цепи понятны при совместном рассмотрении рисунков 1.28б и 1.29г. Определение параметров такой цепи осуществляется путем последовательных итераций.

Если задан поток  $\Phi_\delta$  и необходимо найти МДС обмотки  $F$ , то задаются последовательно рядом значений  $F$  и при каждом из этих значений рассчитывают магнитную цепь до тех пор, пока магнитное напряжение между бесконечно близкими точками д и д' (рис. 1.28б и 1.29г) не станет отличаться по модулю от нуля меньше заранее заданного малого значения  $\varepsilon \ll F$ . Соответствующее этому условию значение  $F$  и будет искомым.

Для расчета нелинейных магнитных цепей существуют программные средства, например, MATLAB.

### 1.5.3. Магнитные системы и цепи переменного тока

Значение тока в обмотке магнитной системы, подключенной к источнику переменного напряжения  $u$ , не равно этому напряжению, деленному на активное сопротивление провода обмотки, как это имеет место в магнитной

системе постоянного тока в статическом или квазистатическом режимах работы (при бесконечно медленном перемещении якоря).

Связь между мгновенными значениями напряжения  $u$ , тока  $i$ , активного сопротивления  $R$  и потокосцепления  $\Psi$  определяется выражением

$$u = iR + d\Psi_{\Sigma}/dt,$$

где  $iR = u_R$ ,  $d\Psi_{\Sigma}/dt = u_e = -e$ ;  $u_R$  — активная составляющая напряжения;  $u_e$  — реактивная составляющая напряжения.

Если пренебречь  $u_R$  и считать, что

$$\Psi_{\Sigma} = \Psi_{\Sigma m} \sin \omega t,$$

то  $u = \omega \Psi_{\Sigma m} \cos \omega t = \sqrt{2} \omega \Psi_{\Sigma} \cos \omega t = U_m \cos \omega t = \sqrt{2} U \cos \omega t$ .

Откуда

$$\Psi_{\Sigma m} = \sqrt{2} \Psi_{\Sigma} = U_m / \omega = U / 4,44f. \quad (1.16)$$

Таким образом, если задано напряжение, то при допущении  $u_R = 0$  задано и потокосцепление, которое в этом случае не зависит от рабочего зазора  $\delta$ . По обмотке должен протекать ток такого значения, чтобы создать это потокосцепление.

Если пренебречь магнитным сопротивлением магнитопровода, то из (1.16) с учетом (1.14) следует

$$I = \frac{U}{\omega N_{\Sigma}^2 \Lambda_{\Sigma\Psi}}.$$

Таким образом, ток в обмотке будет возрастать с увеличением рабочего зазора  $\delta$ , так как при этом уменьшается значение  $\Lambda_{\Sigma\Psi}$ .

Конечно, из этого не следует делать вывод, что с увеличением  $\delta$  рабочий поток остается неизменным. Суммарное потокосцепление  $\Psi_{\Sigma}$  складывается из рабочего потокосцепления  $\Psi_{\delta}$  и потокосцепления рассеяния  $\Psi_d$ . С увеличением зазора  $\delta$  потокосцепление рассеяния увеличивается, а рабочее потокосцепление уменьшается.

Кроме того, если учесть падение напряжения на активном сопротивлении  $R$ , то

$$\Psi_{\Sigma} = \frac{\sqrt{U^2 - (IR)^2}}{\omega},$$

а так как с увеличением зазора  $\delta$  ток увеличивается, то суммарное потокосцепление  $\Psi_{\Sigma}$  уменьшается. Однако это уменьшение, так же как и уменьшение рабочего потокосцепления (а соответственно, и рабочего потока) значительно меньше, чем в такой же магнитной системе постоянного тока. По этой причине тяговые характеристики магнитной системы (например, зависимости электромагнитной силы от рабочего зазора) переменного тока более пологи, чем тяговые характеристики магнитных систем постоянного тока.

При расчете магнитной системы переменного тока кроме активных магнитных сопротивлений воздушных промежутков и магнитопровода необходимо учитывать потери в магнитопроводе из-за гистерезиса и вихревых токов, а также действие внешних электропроводящих контуров (дополнительные замкнутые обмотки, короткозамкнутые витки, другие электропроводящие тела), пронизываемых потоком первичной обмотки магнитной системы. Потери определяют разные фазы магнитных потоков и МДС. Для учета этой особенности по аналогии с электрическими цепями используются комплексные значения магнитных сопротивлений. Значения магнитного потока, потокосцепления, МДС и магнитного напряжения также представляются в комплексном виде, например,

$$\dot{\Phi}_m = \dot{U}_{mm} / \underline{Z}_m,$$

где  $\underline{Z}_m$  — комплексное магнитное сопротивление, которое определяется как

$$\underline{Z}_m = R_m + jX_m.$$

Здесь  $R_m$  и  $X_m$  — соответственно активная и реактивная составляющие  $\underline{Z}_m$ , определяемые параметрами материала магнитопровода и внешних электропроводящих



контуров (в дальнейшем для сокращения будем использовать термин «экраны»).

Если  $\Phi_t = \Phi_m \sin \omega t$ , то  $u_m = U_{mm} \sin(\omega t + \gamma)$ , где угол  $\gamma = \arctg(X_m/R_m)$  называется углом потерь.

При отсутствии экранов значение  $Z_m$  определяется только комплексным магнитным сопротивлением магнитопровода

$$\underline{Z}_{m.M} = \dot{U}_{m.Mm} / \dot{\Phi}_m = \dot{H}_m l / \dot{B}_m S,$$

где  $\dot{U}_{m.Mm}$  — амплитудное значение падения напряжения на магнитопроводе.

Обозначим  $\underline{\rho}_{mZ} = \dot{H}_m / \dot{B}_m = \dot{H} / \dot{B}$ . Эта величина — комплексное удельное магнитное сопротивление материала магнитопровода. Обратная ей величина  $\mu_a = 1/\rho_{mZ} = \dot{H} / \dot{B}$  — комплексная магнитная проницаемость материала магнитопровода.

Разложим  $\rho_{mZ}$  на активную  $\rho_{mR}$  и реактивную  $\rho_{mX}$  составляющие:

$$\underline{\rho}_{mZ} = \rho_{mR} + j\rho_{mX}.$$

Тогда комплексное магнитное сопротивление  $\underline{Z}_{m.M} = \rho_{mZ} l / S = R_{m.M} + jX_{m.M}$ , где его активная и реактивная составляющие соответственно

$$R_{m.M} = \rho_{mR} l / S; X_{m.M} = \rho_{mX} l / S.$$

Активная  $\dot{U}_{m.MR} = \dot{\Phi}_m R_{m.M}$  и реактивная  $\dot{U}_{m.MX} = j\dot{\Phi}_m X_{m.M}$  составляющие комплексного магнитного сопротивления.

Для вычисления  $\rho_{mX}$  необходимо знать потери на вихревые токи и перемагничивание. Значения этих потерь приводятся в нормативных документах, технических условиях на материал или находятся расчетным путем [3].

Значения модуля  $\rho_{mZ}$  комплексного удельного магнитного сопротивления  $\underline{\rho}_{mZ}$  определяются по кривой намагничивания, снятой на переменном токе соответствующей частоты. Затем рассчитываются значения  $\rho_{mR} = \sqrt{\rho_{mZ}^2 - \rho_{mX}^2}$ .

Для ряда материалов значения  $\rho_{mR}$  и  $\rho_{mX}$  можно найти по кривым их зависимостей от магнитной индукции.

При этом следует иметь в виду, что часто в технической литературе за комплексное удельное магнитное сопротивление вместо  $\rho_{mz} = \dot{H}_m / \dot{B}_m = \dot{H} / \dot{B}$  принято отношение действующего значения напряженности магнитного поля к амплитуде магнитной индукции, т. е.  $\dot{H} / \dot{B}_m$ .

Магнитопроводы магнитных систем переменного тока выполняют в основном из кремнистых электротехнических сталей, которые обладают малыми потерями на перемагничивание (мала коэрцитивная сила) и на вихревые токи (повышенное удельное электрическое сопротивление). В целях уменьшения потерь на вихревые токи магнитопроводы изготавливают шихтованными в виде набора электрически изолированных друг от друга пластин толщиной от 0,1 до 1 мм. Для снижения потерь в магнитной системе переменного тока используют также и другие материалы, например, магнитомягкие ферриты, аморфные сплавы.

Рассмотрим простейшую магнитную систему, представляющую собой тороидальный магнитопровод с равномерно намотанной на нем обмоткой (рис. 1.30а). Полная (для электрической и магнитной цепей) векторная диа-

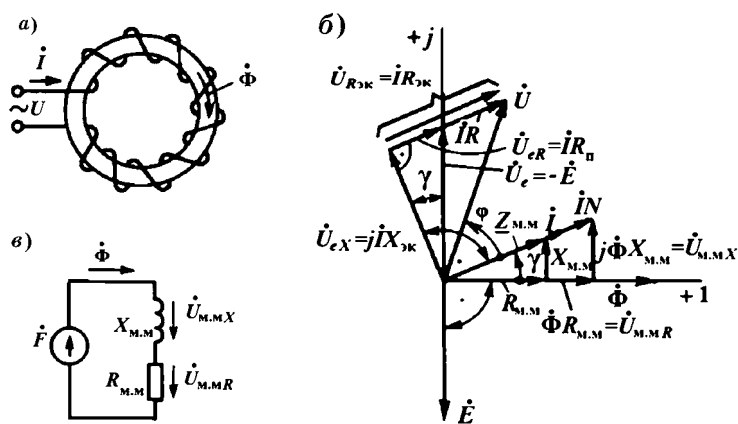


Рис. 1.30

Магнитная система переменного тока в виде тороидального магнитопровода с равномерно намотанной обмоткой (а), ее полная векторная диаграмма (б) и схема магнитной цепи (в)

грамма такой системы дана на рисунке 1.30б, а схема ее магнитной цепи — на рисунке 1.30в. Обмотка имеет активное сопротивление провода  $R$  и подключена к источнику напряжения  $U$  переменного тока. Комплексные действующие значения величин на диаграмме соответствуют эквивалентным синусоидам [15].

Вектор напряжения  $\dot{U}_e$  разложен на две составляющие: активную  $\dot{U}_{eR}$ , совпадающую по фазе с током  $\dot{I}$ , и реактивную  $\dot{U}_{eX}$ , опережающую ток на  $90^\circ$ . В свою очередь,  $\dot{U}_{eR} = \dot{I}R_{\Pi}$ , а  $\dot{U}_{eX} = j\dot{I}X_{\text{ЭК}}$ . Значение  $R_{\Pi}$  определяется потерями в магнитопроводе  $P_{\Pi}$  ( $R_{\Pi} = P_{\Pi}/I^2$ ), а эквивалентное реактивное сопротивление обмотки  $X_{\text{ЭК}} = \omega L_{\text{ЭК}}$ , где  $L_{\text{ЭК}}$  — ее эквивалентная (с учетом потерь в магнитопроводе) индуктивность.

Используя векторную диаграмму рисунка 1.30б, определим выражения для  $L_{\text{ЭК}}$  и  $R_{\Pi}$ . Значение ЭДС  $E = \omega N\Phi$ . Из векторной диаграммы следует, что  $\Phi = IN_{\Sigma} \cos\gamma / R_{\text{М.М}}$ . Тогда  $E = I\omega L_0 \cos\gamma$ , где

$$L_0 = N^2/R_{\text{М}} \quad (1.17)$$

— индуктивность обмотки без потерь в магнитопроводе и экранах.

В рассматриваемом случае  $L_0 = N^2/R_{\text{М.М}}$ . Согласно векторной диаграмме,

$$E = U_e = U_{eX}/\cos\gamma = IX_{\text{ЭК}}/\cos\gamma = I\omega L_{\text{ЭК}}/\cos\gamma,$$

где  $\gamma = \arctg(X_{\text{М.М}}/R_{\text{М.М}})$ .

Приравнивая два приведенных выше выражения для ЭДС обмотки, получим

$$L_{\text{ЭК}} = L_0 \cos^2\gamma. \quad (1.18)$$

Обращаясь еще раз к векторной диаграмме, имеем  $E = U_e = U_{eR}/\sin\gamma = IR_{\Pi}/\sin\gamma$ , что дает возможность определить

$$R_{\Pi} = \omega L_0 \sin\gamma \cos\gamma. \quad (1.19)$$

Комплексное сопротивление обмотки

$$Z = R_{\text{ЭК}} + jX_{\text{ЭК}},$$

где

$$R_{\text{ЭК}} = R + R_{\text{П}}$$

— ее эквивалентное активное сопротивление.

Комплексное напряжение питания

$$\dot{U} = \dot{U}_{R_{\text{ЭК}}} + \dot{U}_{eX}$$

и его действующее значение

$$U = \sqrt{U_{R_{\text{ЭК}}}^2 + U_{eX}^2}.$$

Здесь  $U_{R_{\text{ЭК}}} = IR_{\text{ЭК}}$ .

Суммарные активные потери в магнитной системе

$$P = IU \cos \varphi = IUR_{\text{ЭК}} = I^2 R_{\text{ЭК}},$$

где  $\varphi$  — угол сдвига фаз между током и напряжением, равный

$$\varphi = \arctg(X_{\text{ЭК}}/R_{\text{ЭК}}). \quad (1.20)$$

Рассмотрим теперь магнитную систему рисунка 1.31а, содержащую магнитопровод, состоящий из двух (1 и 2)

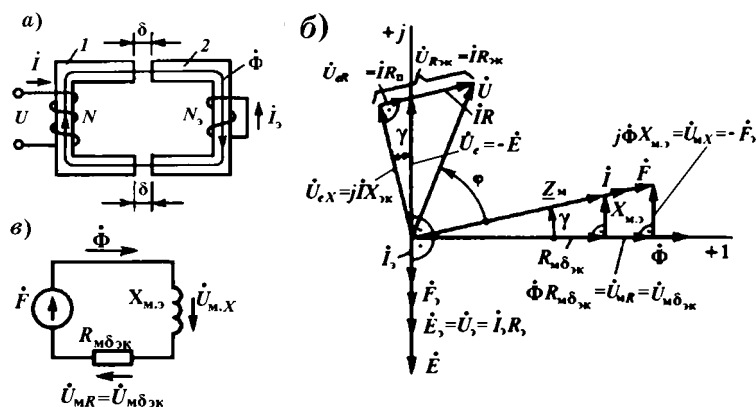


Рис. 1.31

К анализу магнитной системы переменного тока с двумя воздушными зазорами и электромагнитным экраном без учета рассеяния и магнитного сопротивления магнитопровода:

а — магнитная система; б — полная векторная диаграмма; в — схема магнитной цепи.

частей, разделенных одинаковыми воздушными зазорами  $\delta$ . На левой части магнитопровода расположена первичная обмотка с  $N$  витками. К обмотке подведено напряжение  $U$ . На правой части магнитопровода расположена вторичная обмотка (электромагнитный экран) с числом витков  $N_3$ .

Рассмотрим эту магнитную систему при согласных условно положительных направлениях [15] токов и МДС обмоток (рис. 1.31а). Обмотки связаны между собой общим магнитным потоком  $\Phi$ . Потоками рассеяния обмоток и магнитным сопротивлением магнитопровода пренебрежем.

Условно положительное направление потока  $\Phi$  можно выбрать произвольно. Здесь и далее будем его связывать правилом правого винта с током первичной обмотки.

Для электрических цепей первичной обмотки и экрана можно записать

$$\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{I}R + \dot{U}_e; \\ \dot{U}_e &= -\dot{E} = j\omega N\dot{\Phi}; \\ \dot{U}_3 &= \dot{E}_3 = \dot{I}_3 R_3 = -j\omega N_3 \dot{\Phi}.\end{aligned}\quad (1.21)$$

Для магнитной цепи

$$\dot{F} + \dot{F}_3 = \dot{U}_{mR} = \dot{U}_{m\delta\text{эк}} = \dot{\Phi} R_{m\delta\text{эк}}, \quad (1.22)$$

где  $\dot{F} = \dot{I}N$ ,  $\dot{F}_3 = \dot{I}_3 N_3$ , а  $R_{m\delta\text{эк}}$  — эквивалентное магнитное сопротивление двух воздушных зазоров  $\delta$ .

По полученным уравнениям на рисунке 1.31б построена полная векторная диаграмма. По действительной оси отложен поток  $\Phi$ . От потока отстают на  $90^\circ$  ЭДС  $\dot{E}$  и  $\dot{E}_3$ . С ЭДС  $\dot{E}_3$ , индуктированной в экране, совпадает по направлению (см. (1.21)) ток  $\dot{I}_3$ , а значит, и МДС  $\dot{F}_3$ .

Сумма МДС  $\dot{F}$  и  $\dot{F}_3$  дает магнитное напряжение  $\dot{U}_{mR} = \dot{U}_{m\delta\text{эк}}$  на активном сопротивлении  $R_{m\delta\text{эк}}$ . Это напряжение совпадает по фазе с потоком  $\Phi$  (см. (1.22)).

Из (1.22) и векторной диаграммы следует, что вектор  $\dot{F}$  имеет активную  $\dot{U}_{MR}$  и реактивную  $\dot{U}_{MX}$  составляющие:

$$\dot{F} = \dot{U}_{MR} + \dot{U}_{MX},$$

где

$$\dot{U}_{MX} = -\dot{F}_\vartheta.$$

Замена  $\dot{F}_\vartheta$  на реактивное магнитное напряжение  $\dot{U}_{MX}$  равносильна замене ее на реактивное магнитное сопротивление экрана  $X_{M\vartheta}$ , поток в котором отстает от магнитного напряжения на  $90^\circ$

$$\dot{U}_{MX} = j\dot{\Phi}X_{M\vartheta}. \quad (1.23)$$

Таким образом, исследуемая магнитная цепь формально приводится к магнитной цепи с одной обмоткой (рис. 1.31б).

Из (1.21) следует

$$I_\vartheta = \omega N_\vartheta \Phi / R_\vartheta. \quad (1.24)$$

Так как  $U_{MX} = F_\vartheta = I_\vartheta N_\vartheta$ , то с учетом (1.23) и (1.24) имеем

$$X_{M\vartheta} = I_\vartheta N_\vartheta / R_\vartheta = \omega N_\vartheta^2 / R_\vartheta.$$

Тогда (рис. 1.31б)

$$\underline{Z}_M = R_{M\delta\text{ЭК}} + j\omega X_{M\vartheta}.$$

На рисунке 1.31б вектор  $\dot{U}_e$  аналогично случаю (рис. 1.30б) разложен на две составляющие: активную  $\dot{U}_{eR} = I\dot{R}_\Pi$  и реактивную  $\dot{U}_{eX} = jI\dot{X}_{\text{ЭК}} = jI\omega L_{\text{ЭК}}$ . Сравнивая векторные диаграммы рисунков 1.30б и 1.31б, приходим к выводу, что для магнитной системы с экраном при принятых допущениях остаются справедливыми (1.17)–(1.20). Следует только учитывать, что в (1.18), применительно к магнитной системе, изображенной на рисунке 1.31а, при принятых допущениях  $L_0 = N^2 / R_{M\delta\text{ЭК}}$ ;  $\gamma = \arctg(X_{M\vartheta} / R_{M\delta\text{ЭК}})$ .

Сравнение векторных диаграмм рисунков 1.30б и 1.31б показывает их структурную идентичность. Следо-

вательно, анализируя магнитную систему с экраном при учете активного и реактивного магнитных сопротивлений магнитопровода, а также магнитного сопротивления воздушных зазоров и пренебрежении рассеянием первичной обмотки и экрана, можно использовать уже известные выражения (1.17)–(1.20). Необходимо только учитывать, что тогда (1.17) примет вид

$$L_0 = N^2 / (R_{\text{м.эк}} + R_{\text{м.м}}),$$

где  $\gamma = \arctg[(X_{\text{м.э}} + X_{\text{м.м}}) / (R_{\text{м.дэк}} + R_{\text{м.м}})]$ .

Комплексное магнитное сопротивление в этом случае:

$$\underline{Z}_{\text{м}} = (R_{\text{м.дэк}} + R_{\text{м.м}}) + j(X_{\text{м.э}} + X_{\text{м.м}}).$$

Анализ магнитной системы переменного тока с учетом потоков рассеяния первичной обмотки и экрана, а также разветвленных магнитных систем переменного тока более сложен и не является предметом рассмотрения в данном учебнике. С этими вопросами можно ознакомиться, например, в [15].

#### 1.5.4. Магнитные системы и цепи с постоянными магнитами

Рассмотрим простейшую магнитную систему, состоящую из последовательно расположенных, постоянного магнита, магнитопровода и воздушного зазора. Составляющая МДС постоянного магнита, затрачиваемая на проведение потока в этом зазоре, называется **свободной МДС** (падением магнитного напряжения в магнитопроводе здесь и далее пренебрегаем). При отсутствии зазора (магнитная система замкнута) будем считать, что магнитная индукция в постоянном магните равна остаточной магнитной индукции его материала  $B_r$  и вся МДС постоянного магнита расходуется на проведение потока по постоянному магниту (здесь также пренебрегаем падением магнитного напряжения в магнитопроводе)

$$F = H_{\text{сВ}} l_{\text{п.м}},$$

где  $H_{\text{сВ}}$  — коэрцитивная сила материала постоянного магнита по индукции;  $l_{\text{п.м}}$  — длина постоянного магнита.

При наличии воздушного зазора в магнитной системе

$$F = F_{\text{п.м}} + F_{\delta}.$$

Здесь  $F_{\text{п.м}}$  и  $F_{\delta}$  — доли суммарной МДС магнита  $F$ , расходуемые соответственно на проведение потока в постоянном магните и зазоре.

Введение зазора оказывает на постоянный магнит размагничивающее действие, которое представим в виде размагничивающей напряженности поля  $H$ . Тогда индукция в постоянном магните уменьшится с  $B_r$  до  $B$  (точка  $\alpha_0$  на кривой размагничивания  $B = f(H)$  на рис. 1.32). Если пренебречь рассеянием, то поток в воздушном зазоре  $\Phi_{\delta}$  равен потоку в постоянном магните  $\Phi_{\text{п.м}}$ :

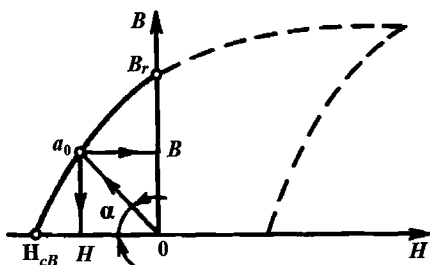


Рис. 1.32  
Определение координат рабочей точки постоянного магнита на кривой размагничивания

$$\Phi_{\delta} = F_{\delta} \Lambda_{\delta} = H l_{\text{п.м}} \Lambda_{\delta} = \Phi_{\text{п.м}} = B S_{\text{п.м}}, \quad (1.25)$$

где  $\Lambda_{\delta}$  — магнитная проводимость зазора;  $S_{\text{п.м}}$  — площадь поперечного сечения постоянного магнита. Из рисунка 1.32 с учетом (1.25) следует

$$B/HK_M = \Lambda_{\delta} l_{\text{п.м}} / S_{\text{п.м}} K_M = \text{tg} \alpha, \quad (1.26)$$

где  $K_M = m_B / m_H$  — отношение масштабов по осям  $B$  и  $H$ .

Таким образом, имея кривую размагничивания постоянного магнита, его размеры  $l_{\text{п.м}}$ ,  $S_{\text{п.м}}$  и зная  $\Lambda_{\delta}$ , можно (при принятых допущениях), пользуясь (1.26), вычислить поток в зазоре. Для этого необходимо провести на диаграмме рисунка 1.32 прямую из начала координат под углом

$$\alpha = \text{arctg}(\Lambda_{\delta} l_{\text{п.м}} / S_{\text{п.м}} K_M). \quad (1.27)$$

Эта прямая называется *линией проводимости*.



Точка пересечения линии проводимости с кривой размагничивания  $B = f(H)$  («рабочая точка постоянного магнита») определяет значения  $B$  и  $H$  в постоянном магните.

По найденной индукции  $B$  из (1.25) находят поток в зазоре, равный при пренебрежении рассеянием потоку в постоянном магните. При учете рассеяния в формулу (1.27) необходимо подставить не проводимость  $\Lambda_\delta$ , а суммарную проводимость всей магнитной системы, включающую в себя проводимость  $\Lambda_\delta$ , проводимость потоков рассеяния между участками магнитопровода и проводимость рассеяния с постоянного магнита. Тогда получаемое значение индукции  $B$  соответствует нейтральному сечению постоянного магнита. В этом же сечении  $\Phi_{\text{п.м}} = BS_{\text{п.м}}$ , а поток в воздушном зазоре

$$\Phi_\delta = \Phi_{\text{п.м}} / \sigma_{\Sigma\Phi} = BS_{\text{п.м}} / \sigma_{\Sigma\Phi},$$

где  $\sigma_{\Sigma\Phi}$  — суммарный коэффициент рассеяния магнитной системы по потоку.

Магнитная энергия, сосредоточенная в воздушном зазоре

$$W_{\text{м}} = \Phi_\delta F_\delta / 2.$$

Принимая, что  $\Phi_\delta = \Phi_{\text{п.м}} = BS_{\text{п.м}}$  (без учета рассеяния), допуская коллинеарность и постоянство  $B$  и  $H$  по всему объему магнита  $V_{\text{п.м}}$  и учитывая  $F_\delta = Hl_{\text{п.м}}$ , получаем

$$W_{\text{м}} = BHL_{\text{п.м}}S_{\text{п.м}}/2 = BHV_{\text{п.м}}/2.$$

Материал постоянного магнита характеризуется удельной магнитной энергией (отнесенной к единице его объема)

$$\omega_{\text{м}} = BH/2.$$

Пользуясь кривой размагничивания  $B = f(H)$ , можно построить кривую  $\omega_{\text{м}} = f(B)$  (рис. 1.33). Эта кривая имеет максимум  $\omega_{\text{мmax}} = (BH/2)_{\text{max}}$ . В современных справочных материалах чаще приводятся значение  $(BH)_{\text{max}}$ .

В процессе работы магнитной системы рабочий зазор может меняться, что приводит к изменению магнитной проводимости системы. Допустим, что постоянный маг-

нит, предварительно намагниченный полностью в намагничивающей установке, после удаления из этой установки «имел» рабочую точку  $a_0$  на кривой размагничивания  $B = f(H)$  (рис. 1.34), которой соответствуют угол  $\alpha_1$ , индукция  $B$  и напряженность  $H$ .

При соединении постоянного магнита с магнитопроводом магнитной системы магнитная проводимость системы увеличивается, чему будет соответствовать новый угол  $\alpha = \alpha_2$  и большая индукция в постоянном магните. Однако увеличение индукции в постоянном магните происходит не по кривой размагничивания, а по некоторой другой кривой  $a_0bc$ , называемой **кривой возврата**. При полном замыкании магнитной системы ( $\alpha = \pi/2$ ) имели

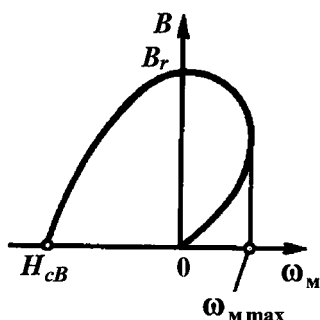
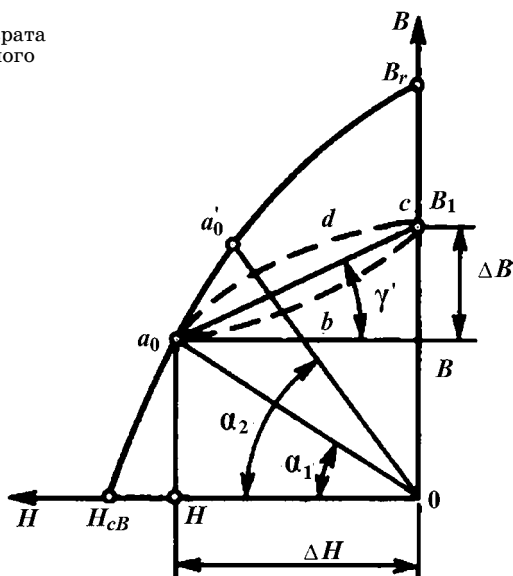


Рис. 1.33  
К определению удельной магнитной энергии постоянного магнита

Рис. 1.34  
Кривые и линия возврата материала постоянного магнита



бы индукцию, примерно равную  $B_1$ . Если магнитопровод удалить, то индукция будет изменяться примерно по кривой  $cda_0$ . Кривые  $a_0bc$  и  $cda_0$  являются кривыми частных циклов намагничивания и размагничивания. Ширина петли частного цикла обычно невелика, и петлю заменяют прямой  $a_0c$ , называемой **прямой возврата**. Отношение

$$\rho_B = \Delta B / \Delta H = K_m \operatorname{tg} \gamma'$$

называется **коэффициентом возврата материала постоянного магнита**.

### 1.5.5. Поляризованные магнитные системы

Поляризованные магнитные системы отличаются от неполяризованных, например, от уже рассмотренной (рис. 1.28а), тем, что они имеют два вида источника магнитного поля — *поляризующий* и *управляющий*. Источником поляризующего поля в большинстве случаев являются постоянные магниты, но иногда для этой цепи используется специальная обмотка с током. Управляющее поле создается МДС управляющей обмотки. Основной отличительной особенностью поляризованной магнитной системы является зависимость ее действия не только от значения, но и от направления тока в управляющей обмотке. При отсутствии тока в этой обмотке на подвижную часть магнитной системы — якорь действует электромагнитная сила, создаваемая поляризующим полем.

Применение постоянного магнита позволяет получить фиксированное положение якоря независимо от наличия или отсутствия источника тока и исключает потребление энергии в нерабочий период. Наличие поляризующего поля определяет также высокую чувствительность и быстроедействие электрических аппаратов на основе поляризованных магнитных систем. Это связано главным образом с тем, что при срабатывании этих аппаратов магнитное поле не создается вновь полностью, а происходит только перераспределение магнитных потоков.

Поляризованные магнитные системы являются основной высокочувствительных быстродействующих реле, электромагнитных преобразователей электрического сигнала в пропорциональное угловое или линейное перемещение, быстродействующих автоматических выключателей, блокирующих устройств и т. д. Существует большое разнообразие поляризованных магнитных систем. В зависимости от схемы магнитной цепи они делятся на магнитные системы с *последовательной, дифференциальной и мостовой магнитными цепями* [4], [15]. Каждая из этих групп имеет много разновидностей. В настоящее время наибольшее распространение получили магнитные системы с дифференциальными и мостовыми магнитными цепями. Некоторые из них приведены на рисунке 1.35.

В качестве примера рассмотрим принцип действия одной из дифференциальных магнитных систем (рис. 1.35а). Она состоит из магнитопровода 1, на котором размещены две (2 и 4) обмотки управления, включенные последовательно и согласно. С магнитопроводом жестко скреплен постоянный магнит 3, создающий поляризующий магнитный поток  $\Phi_{п.м}$  (обозначен сплошными линиями). Якорь 5 может поворачиваться на оси 6 в подшипниках (не показаны на рисунке). Поток  $\Phi_{п.м}$  проходит через воздушный зазор  $\delta_2$  в якорь и затем разветвляется на два потока ( $\Phi_{п.м\delta_1}$  и  $\Phi_{п.м\delta_3}$ ), проходящие соответственно через воздушные зазоры  $\delta_1$  и  $\delta_3$ . При отсутствии тока в обмотках и горизонтальном положении якоря, действующие на него электромагнитные силы в зазорах  $\delta_1$  и  $\delta_3$  одинаковы. Якорь при этом находится в неустойчивом положении: при незначительном повороте якоря (например, против часовой стрелки, т. е. в сторону уменьшения зазора  $\delta_1$  и увеличения зазора  $\delta_3$ ) электромагнитная сила в зазоре  $\delta_1$  увеличится, а в зазоре  $\delta_3$  уменьшится. В результате якорь переходит в положение, изображенное на рисунке 1.35а.

После включения обмоток с полярностью, показанной на рисунке, создается управляющий магнитный поток  $\Phi_v$  (обозначен штриховыми линиями), проходящий по-

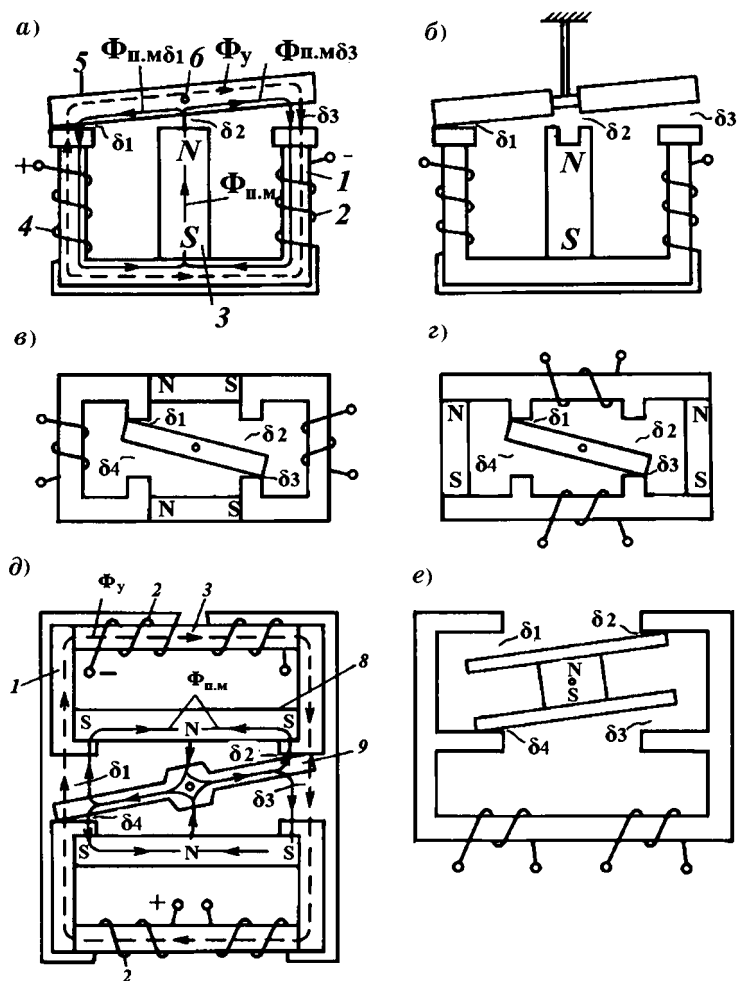


Рис. 1.35

Примеры дифференциальных (а, б) и мостовых (в–е) схем поляризованных магнитных систем

следовательно через зазоры  $\delta_1$  и  $\delta_3$ . При этом в зазоре  $\delta_1$  происходит вычитание потоков  $\Phi_{п.м\delta 1}$  и  $\Phi_y$ , а в зазоре  $\delta_3$  — сложение потоков  $\Phi_{п.м\delta 3}$  и  $\Phi_y$ . При определенной МДС обмоток электромагнитная сила в зазоре  $\delta_3$  станет больше электромагнитной силы в зазоре  $\delta_1$ , и (при условии отсут-

ствия других сил) якорь повернется по часовой стрелке и займет второе крайнее положение. В этом положении якорь останется и после снятия напряжения с обмоток. Если снова включить обмотки, но с изменением полярности тока, то якорь перебросится в противоположном направлении.

В дифференциальных схемах на ось якоря (рис. 1.35а) или плоскую пружинную подвеску (рис. 1.35б) действуют значительные усилия, причиной которых является воздействие электромагнитных сил на якорь. В первом случае при перемещении якоря в подшипниках возникают значительные силы трения, что отрицательно сказывается на чувствительности аппарата. Во втором случае те же усилия вызывают не только изгиб пружины, но и ее растяжение, что приводит к необходимости применять для пружины материалы с высоким временным сопротивлением разрыву. Мостовые схемы (рис. 1.35в–е) этим недостатком не обладают. Еще одним из недостатков дифференциальных схем является невозможность полного разделения поляризующего и управляющего потоков в якоре. Это вызывает необходимость увеличения площади поперечного сечения и, следовательно, массы якоря, что снижает быстродействие аппарата и его устойчивость к внешним механическим воздействиям. В некоторых мостовых схемах (например, рис. 1.35в–д) один из потоков (управляющий или поляризующий) направлен вдоль якоря, а второй — поперек.

В отличие от дифференциальных схем, имеющих практически только два рабочих зазора ( $\delta_1$  и  $\delta_3$  на рис. 1.35а), мостовые схемы характеризуются как минимум четырьмя такими зазорами ( $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  на рис. 1.35в–е). Это в ряде случаев (например, рис. 1.35е) дает возможность уменьшить примерно вдвое магнитное сопротивление управляющему потоку по сравнению с аналогичным сопротивлением схем с двумя зазорами, так как магнитные сопротивления зазоров на пути управляющего потока в первом случае расположены попарно параллельно ( $\delta_1$  и  $\delta_4$ , а также  $\delta_2$  и  $\delta_3$ ).

## 1.6. МЕХАНИЧЕСКИЕ УЗЛЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### 1.6.1. Механизмы электрических аппаратов

Механические узлы электрических аппаратов отличаются большим многообразием конструктивного исполнения и обычно содержат следующие основные части: приводной механизм, передаточный и исполнительный механизмы. Кроме того, применяются буферно-противоударные механизмы, механизмы выдержки времени и др.

*Приводные механизмы* создают движущую силу или момент сил, которые могут быть получены ручным приводом, т. е. человеком, электромагнитами, электрическими двигателями, пружинными, гравитационными, пневматическими, гидравлическими и другими устройствами. Различные приводы, использующие электромагнитное поле, рассматриваются в последующих главах.

*Передаточные механизмы* осуществляют механическую связь между приводом и исполнительным механизмом аппарата. Передача механической энергии может осуществляться с одновременным преобразованием сил, моментов, скоростей, изменений направления движений на плоскости и в пространстве, преобразований поступательного и вращательного движений. Такие действия осуществляются как с помощью жестких рычажно-шарнирных механизмов и зубчатых передач, гибких связей (ленты, ремни, цепи) и гидропневматических трансмиссий, бесконтактных магнитных механизмов.

*Исполнительные механизмы* в электрических аппаратах — это контактные системы, механизмы регулируемых силовых воздействий и перемещений. Контактные системы обеспечивают необходимый зазор (зазор) контактов в разомкнутом положении, провал контактов, определяемый силой поджатия контактов в замкнутом состоянии, проскальзывание или перекатывание контакта для улучшения электрического контакта и ресурса работы контактов.

*Буферно-противоударные механизмы* служат для поглощения кинетической энергии, накапливаемой в механических узлах электрических аппаратах при ударах и других резких изменениях параметров движения, а также устройства, ограничивающие накопление кинетической энергии. К ним относятся амортизаторы и демпферы, построенные на различных физических принципах преобразования механической энергии в тепловую энергию: деформация эластичной среды, пневматические и гидравлические устройства рассеяния энергии при движении в узких каналах. Рассмотрим примеры механизмов электрических аппаратов, содержащие типовые элементы и узлы.

### 1.6.2. Блок щелчковых контактов

Кинематическая схема механического узла блока щелчковых (прыгающих) контактов реле, представленного на рисунке 1.36.

Этот механический узел состоит из штока 1 массы  $m_1$ , который движется в опоре скольжения 4 с коэффициентом вязкого трения  $k_{тр}$ . К штоку подсоединены под углом две симметричные пружины 3 с жесткостью  $k_y$ . Эти пружины связаны с контактной рейкой 2 массой  $m_2 = m + m$

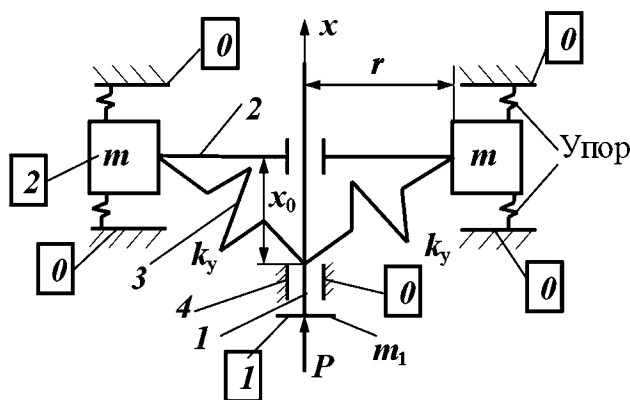


Рис. 1.36

Кинематическая схема механического узла блока щелчковых (прыгающих) контактов



и перемещают ее. Сила  $P$  прикладывается к штоку вдоль его оси. При движении штока вверх контактная рейка перескакивает с верхнего неподвижного контакта на нижний. При обратном движении штока контактная рейка перескакивает в противоположном направлении. Неподвижные контакты представим моделями упоров, т. е. соединим между подвижным и неподвижным контактом упругий элемент — пружину, которая скачкообразно изменяет свои свойства (рис. 1.36). Когда нет касания кон-

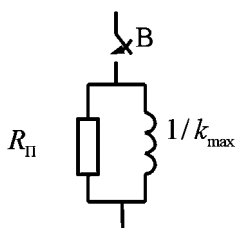


Рис. 1.37  
Эквивалентная схема модели упора

тактов, эта пружина отключена, при касании пружина подсоединяется. Жесткость пружины  $k_{\max}$  должна быть достаточно велика, чтобы моделировать небольшую упругую податливость неподвижного контакта. Кроме того, необходимо ввести в модель такого упора элемент диссипации энергии — вязкое трение  $R_{\Pi}$ , который будет поглощать энергию удара. Эквивалентная схема модели упора приведена на рисунке 1.37.

В схеме упора присутствует идеальный ключ, который управляется функцией расстояния до упора  $f(x)$ . Для модели механизма за фазовую переменную типа потенциала принята скорость, а за фазовую переменную типа потока — сила.

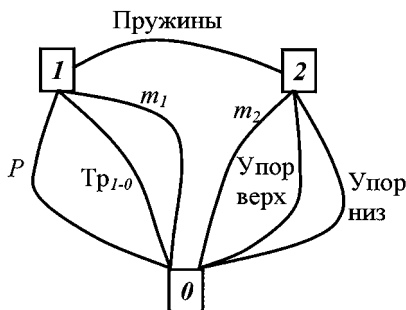


Рис. 1.38  
Граф кинематической схемы блока контактов

Составим граф кинематической схемы устройства (рис. 1.38). Присвоим номера тем деталям механизма, где необходимо определить скорость (рис. 1.36). Это будут вершины графа: номер 1 — шток; номер 2 — контактная рейка. Неподвижным деталям присваиваем номер 0. Элементы механизма

представляются ребрами графа. Массы подвижных деталей (шток и контактная рейка) включаются в соединения с неподвижным основанием. Приводящая в движение шток сила  $P$  также имеет отсчет от неподвижного основания. К неподвижному основанию подсоединяются ребра графа, обозначающие трение штока в опоре скольжения и упоры контактной рейки — неподвижные контакты. Шток и контактная рейка соединены пружиной с нелинейными свойствами как функции относительного положения штока и контактной рейки.

В соответствии с составленным графом построим эквивалентную схему узла блока щелчковых контактов в MATLAB Simulink (SimPowerSystems) [26] (рис. 1.39). В ней сила  $P$  — источник тока, массы  $m_1, m_2$  — конденсаторы с емкостями, равными массам, вязкое трение — резистор с сопротивлением  $1/k_{тр}$ , упоры представлены своими эквивалентными схемами, а пружина — функцией силы от положения контактной рейки относительно штока — управляемым источником тока  $P_y$ .

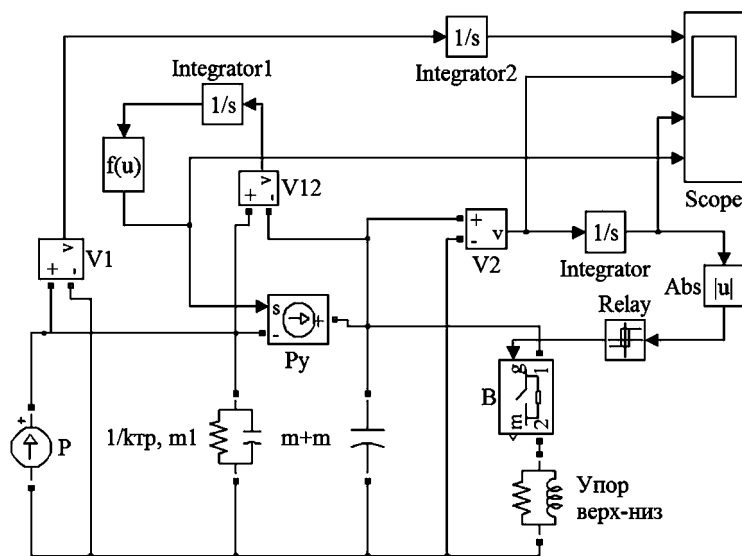


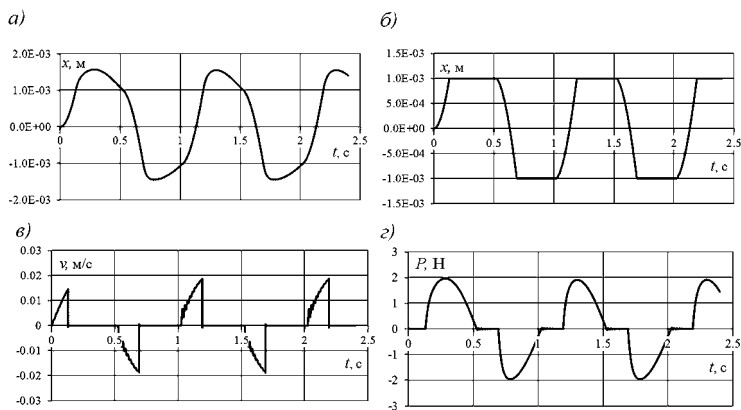
Рис. 1.39

Эквивалентная схема блока щелчковых контактов в MATLAB Simulink

Сила  $P_y$  вычисляется по формуле

$$P_y = 2k_y \left( 1 - \sqrt{x_0^2 + r^2} / \sqrt{(x_0 - x)^2 + r^2} \right) (x_0 - x),$$

где  $x_0$  — нижнее начальное положение штока относительно контактной рейки, при котором усилие пружин равно нулю. При движении штока результирующая упругая сила пружин по оси  $x$  принимает нулевые значения три раза: при  $x = 0, x_0, 2x_0$ . Причем в положении  $x = x_0$  контактная рейка находится в неустойчивом равновесии и малое смещение штока приводит к перебрасыванию рейки в противоположном направлении движения. В эквивалентной схеме расчет силы реализован с помощью измерения относительной скорости движения штока и контактной рейки вольтметром  $V_{12}$ , интегратором  $(1/s)$  скорости для расчета перемещения и блоком функции  $P_y$ . Идеальные ключи упоров управляют значениями перемещений контактной рейки и срабатывают при касании неподвижных контактов. Для этого вольтметром  $V_2$  измеряется скорость контактной рейки, далее она интегрируется — получается перемещение. Перемещение в релейном блоке (Rele) сравнивается с положением неподвиж-



**Рис. 1.40**  
Осциллограммы:

*a* — перемещения штока; *б* — перемещения контактной рейки; *в* — скорости контактной рейки; *г* — силы пружин.

ных контактов и при их совпадении выдается сигнал на включение ключа упора.

На рисунке 1.40 приведены осциллограммы перемещений штока и контактной рейки, а также скорости контактной рейки и усилия пружин, рассчитанные для следующих исходных данных:  $x_0 = 5$  мм;  $r = 10$  мм;  $m = 0,02$  кг;  $m_1 = 0,04$  кг;  $k_y = 1 \cdot 10^4$  Н/м;  $k_{тр} = 100$  кг/с; раствор контактов в среднем положении  $\pm 1$  мм. На шток воздействует периодическая сила  $P = 2\sin(2\pi t)$ . При  $t = 0$   $x = x_0$ .

Осциллограммы показывают время срабатывания блока щелчковых контактов, амплитуду движения штока и другие параметры.

### 1.6.3. Механизм свободного расцепления

Механизм предназначен для отключения и удержания во включенном состоянии аппарата. Схема механизма свободного расцепления представлена на рисунке 1.41. Он состоит из трех рычагов (звенья 1–3), соединенных шарнирами 2, 3 между собой и шарнирами 1, 4 с неподвижным основанием. В шарнире 1 на звене 1 жестко закреплен шток, соединенный с контактной системой. При повороте

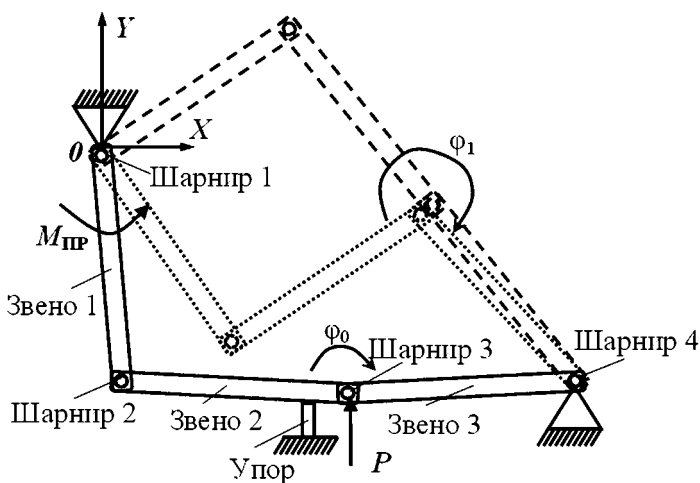


Рис. 1.41

Схема механизма свободного расцепления

те штока происходит размыкание контактов. На звено 1 постоянно действует момент сил  $M_{пр}$ , создаваемый предварительно поджатой пружиной. На рисунке 1.41 сплошными линиями показано взведенное положение механизма, когда контакты замкнуты. Расположение звеньев механизма с небольшим прогибом в шарнире 3 обеспечивает при отсутствии силы  $P$  прижатие звена 2 к упору под действием момента пружины  $M_{пр}$ . Сила  $P$  приводит в действие механизм расцепления и обычно создается электромагнитом или другим устройством, которое срабатывает, например, при превышении тока уставки аппарата. Эта сила поднимает шарнир 3 выше точки неустойчивого равновесия, где звенья 2 и 3 находятся на одной прямой, и механизм начинает движение под действием момента приложенного к звену 1 момента до устойчивого положения, показанного на рисунке пунктирной линией. В этом положении звенья 2 и 3 удерживаются вытянутыми вдоль прямой линии усилием звена 1.

Имитационная модель для анализа динамики работы механизма свободного расцепления, созданная с помощью инструментов MATLAB Simulink (Simscape SimMechanics) [26] показана на рисунке 1.42. Основные элементы модели: *звено, шарнир, упор, момент пружины и сила*. Звено — это стержень, который в модели представлен элементом Body: твердое тело с массой  $m$ , моментом инерции относительно центра масс  $J$ , координатами центра масс и координатами точек присоединения к шарнирам. Модель шарнира составлена из элемента Custom Joint с одной степенью свободы вращения. Момент, действующий на звено 1 относительно оси шарнира 1, задан элементом Joint Spring & Damper как пружина кручения с предварительным поджатием. Импульс силы формируется элементами Pulse Generator и Body Actuator, подключенными к звену 2 в месте шарнира 3. К этому же шарниру подключен упор, ограничивающий угол относительного вращения звеньев 2 и 3 в диапазоне от начального до максимального.

Динамику работы устройства иллюстрируют рассчитанные осциллограммы процессов перемещения шарниров 1 и 2, приведенные на рисунке 1.43. Импульс силы  $P$ ,

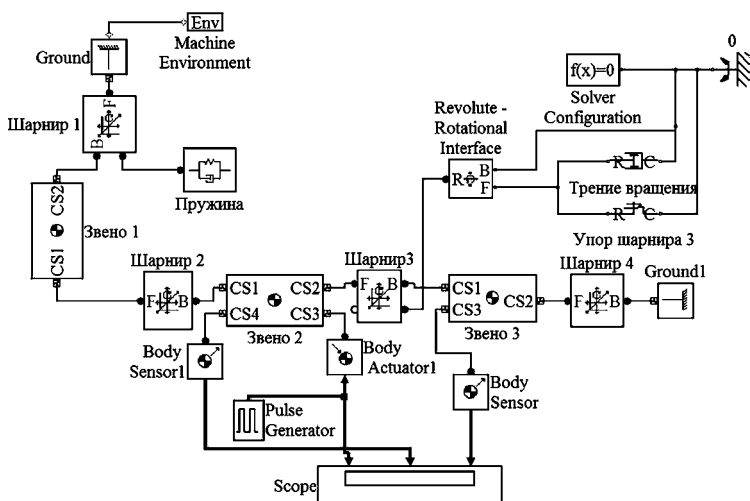


Рис. 1.42

Имитационная модель для анализа динамики работы механизма свободного расцепления с помощью инструментов MATLAB Simulink (Simscape SimMechanics)

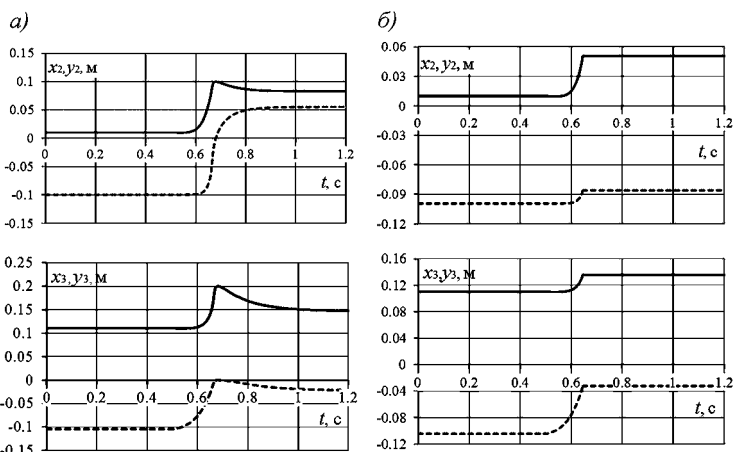


Рис. 1.43

Осциллограммы процессов перемещения шарниров 2 и 3 (координата  $x$  — сплошная линия,  $y$  — пунктирная линия):

$a$  — без ограничения угла поворота;  $b$  — с упором  $80^\circ$ .

воздействующий на шарнир 3 в момент времени  $t = 0,5$  с. На рисунке 1.43а процесс при снятом верхнем ограничении на относительный угол поворота звеньев 2 и 3. Конечное положение деталей устройства изображены пунктирной линией на рисунке 1.41. На рисунке 1.43б введено ограничение на максимальный относительный угол разворота звеньев 2 и 3 —  $80^\circ$ . В этом случае конечное положение деталей устройства изображено на рисунке 1.41 точечной линией. Осциллограммы показывают изменение во времени координат  $x$  и  $y$  шарниров, по которым можно определить время срабатывания расцепителя.

#### 1.6.4. Механический узел контактора постоянного тока

Анализ работы электромеханической системы электрического аппарата включает расчет статических характеристик и динамики его работы вместе с механическими узлами. Для этого требуется построение математической модели механического узла аппарата, которая базируется на методах макромоделирования, приведенных в главе 1.4.1.

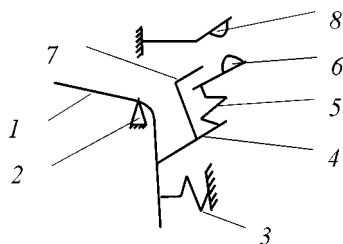


Рис. 1.44

Механический узел контактора постоянного тока (рис. 1.18)

У контактора постоянного тока, изображенного на рисунке 1.18, механический узел (рис. 1.44) составляют якорь 1, на который действует момент электромагнита. Якорь вращается на опоре 2. При выключенном электромагните якорь возвращается в исходное положение возвратной пружиной 3. На

якоре жестко закреплен узел подвижного контакта 6, состоящего из основания 4 с опорой 7 и поджимной пружины контакта 5. На неподвижном основании установлен неподвижный контакт 8. Для построения модели механического узла будем рассматривать только один полюс контактной системы. Другие полюса — аналогичные.

Якорь и узел подвижного контакта совершает вращательное движение. Подвижный контакт внутри своего

узла и возвратная пружина якоря двигаются поступательно. При малых перемещениях движение подвижного контакта относительно неподвижного можно рассматривать как поступательное. Все движения происходят в одной плоскости (планарная система).

Сначала построим граф кинематической схемы узла (рис. 1.45). Обозначим вершинами графа элементы, где требуется определить скорость движения:  $A$  — якорь,  $B$  — подвижный контакт. Неподвижное основание обозначим  $O$ . Ребрами графа будут элементы узла. Зазоры между якорем и электромагнитом,

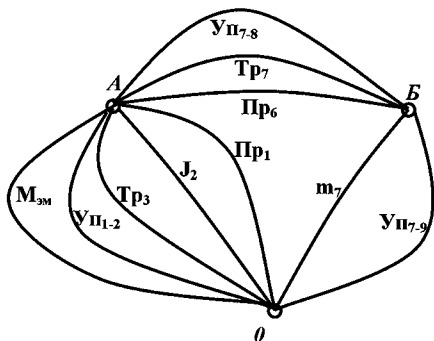


Рис. 1.45  
Граф механического узла контактора  
рисунка 1.44

подвижным контактом и опорой и между контактами должны быть представлены моделями упоров (пружины с трением).

Якорь соединен с неподвижным основанием электромагнитным моментом  $M_{эм}$ , упором между якорем и электромагнитом  $Уп_{1-2}$ , трением в опоре вращения  $Тр_3$ , моментом инерции якоря с узлом крепления подвижного контакта  $J_2$  и возвратной пружиной  $Пр_1$ . Подвижный контакт соединен с неподвижным основанием своей массой  $m_7$  и упором между контактами  $Уп_{7-9}$ . Между якорем и подвижным контактом подключены элементы: поджимная пружина  $Пр_6$ , трение в опоре скольжения контакта  $Тр_7$  и упор между подвижным контактом и опорой  $Уп_{7-8}$ . Якорь (вершина  $A$  в графе) совершает вращательное движение, а подсоединенные к якорю элементы  $Пр_1$ ,  $Пр_6$ ,  $Тр_7$  и  $Уп_{7-8}$  двигаются поступательно в своих системах координат:  $Пр_1$  в неподвижной, а  $Пр_6$ ,  $Тр_7$  и  $Уп_{7-8}$  вращаются вместе с якорем. Поэтому для согласования элементов модели необходи-



мо использовать преобразование вращательного движения в поступательное.

По построенному графу рисунка 1.45 составляется эквивалентная схема. В принятых в MATLAB Simulink (Simscape Mechanical) [26] мнемонических обозначениях элементов эта схема имеет вид, показанный на рисунке 1.46. В ней использованы те же наименования элементов, что и на графе механизма, а также два согласующих преобразователя вращательного движения в поступательное. Элемент  $V$  Пр<sub>1</sub> преобразует угловую скорость якоря в линейную скорость возвратной пружины в точке присоединения к якорю, т. е. умножает угловую скорость на плечо от опоры вращения якоря  $Z$  до точки присоединения возвратной пружины. Элемент  $V$  Пр<sub>6</sub> делает аналогичное преобразование вращательного движения в поступательное с плечом от опоры вращения якоря до точки присоединения поджимной пружины подвижного контакта.

Для построения статической механической характеристики контактора — зависимости момента нагрузки на якорь от угла поворота якоря в схеме рисунка 1.46 исключаются инерционные элементы: момент инерции  $J_2$  якоря и масса подвижного контакта  $m_7$ . Действующую

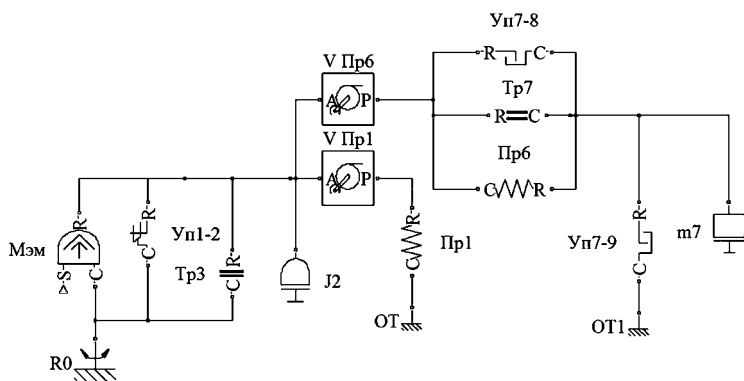


Рис. 1.46

Эквивалентная схема механического узла контактора рисунка 1.44 в мнемонических обозначениях в MATLAB Simulink (Simscape Mechanical)

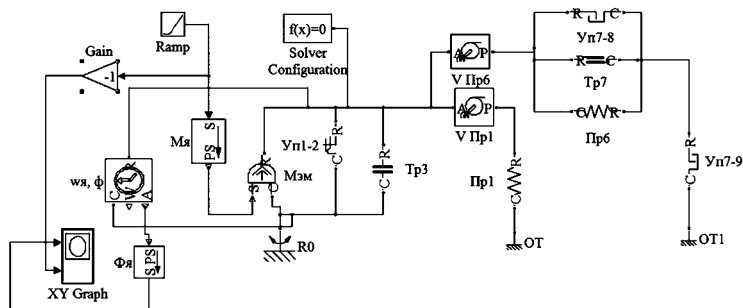


Рис. 1.47

Модель механизма контактора для расчета механической характеристики

ций на якорь электромагнитный момент задается линейно нарастающей функцией (рис. 1.47). В качестве примера выполнены расчеты статической механической характеристики для следующих параметров контактной системы: поворот якоря ограничивает Уп<sub>1-2</sub> в диапазоне углов  $0 \leq \varphi \leq 4^\circ$  с начальным углом  $0^\circ$ ; ход подвижного контакта до опоры ограничивает Уп<sub>7-8</sub> в диапазоне перемещений  $-5,0 \text{ мм} \leq x \leq 0$ ; расстояние между подвижным и неподвижным контактом Уп<sub>7-9</sub> изменяется в пределах  $-2,0 \text{ мм} \leq x \leq 0$ ; трение в опоре вращения якоря Tr<sub>3</sub> только вязкое с  $k_{\text{тр}} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ Нмс/рад}$ ; трение в опоре скольжения подвижного контакта Tr<sub>7</sub> также только вязкое  $k_{\text{тр}} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ Нс/м}$ ; возвратная пружина Пр<sub>1</sub> имеет жесткость  $k_{\text{в1}} = 1200 \text{ Н/м}$  и начальное поджатие  $x_{01} = -2 \text{ мм}$ ; поджимная пружина подвижного контакта Пр<sub>6</sub> имеет жесткость  $k_{\text{в6}} = 5000 \text{ Н/м}$  и начальное поджатие  $x_{06} = 0,5 \text{ мм}$ . Электромагнитный момент задан функцией  $M_{\text{эм}} = -40t$ .

Результаты расчета механической характеристики представлены на рисунке 1.48. По оси  $y$  указаны значения момента нагрузки

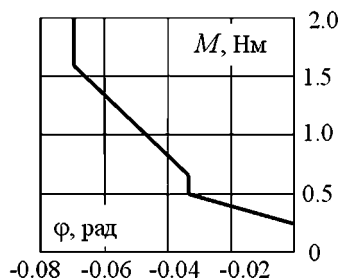


Рис. 1.48

Механическая характеристика контактора

в ньютонах, а по оси  $x$  угол поворота якоря в радианах. В начальный момент угол якоря равен нулю и не изменяется до значения момента, созданного предварительно поджатой пружиной  $\text{Пр}_1$ , т. е.  $M_{\text{Пр}_1} = k_{y1}x_{01}l_1$ , где  $l_1 = 80$  мм — плечо от точки закрепления пружины до опоры вращения якоря. Далее момент практически линейно возрастает при малых изменениях угла  $\varphi$  в соответствии с заданной линейной жесткостью возвратной пружины, приведенной к моменту якоря  $M \approx k_{y1}x_{01}l_1 + k_{y1}\varphi l_1^2$ . При касании подвижного и неподвижного контактов, когда угол  $\varphi_1 \approx \Delta/l_6$ , где  $\Delta$  — начальный зазор между контактами (2 мм, см. Уп<sub>7-9</sub>);  $l_6 = 60$  мм — плечо якоря до точки присоединения пружины  $\text{Пр}_6$ , угол остается неизменным до значения момента, увеличенному на добавленный момент силы предварительно поджатой пружины контакта  $\text{Пр}_6$ , т. е.  $M \approx k_{y1}x_{01}l_1 + k_{y1}\varphi_1 l_1^2 + k_{y6}x_{06}l_6$ . После этого момент линейно возрастает с углом наклона линии, определенным суммарной жесткостью возвратной пружины якоря и поджимной пружины контакта со своими плечами:  $M \approx k_{y1}x_{01}l_1 + k_{y1}\varphi_1 l_1^2 + k_{y6}x_{06}l_6 + k_{y6}(\varphi - \varphi_1)l_6^2$ .

При достижении упора якоря Уп<sub>1-2</sub> дальнейшее движение прекращается. Это угол  $4^\circ$  или  $0,07$  рад.

Анализ динамики работы механического узла удобно выполнить при импульсном характере электромагнитного момента по схеме рисунка 1.49. Для рассматриваемого

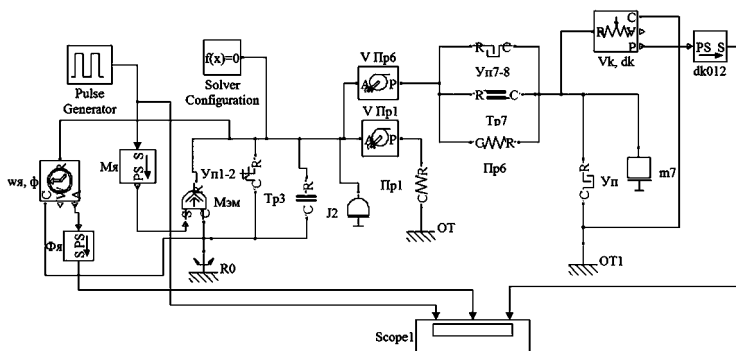


Рис. 1.49

Модель механического узла для анализа динамики работы в импульсном режиме

примера импульс момента и зависимости от времени угла поворота якоря и перемещения подвижного контакта приведены на рисунке 1.50.

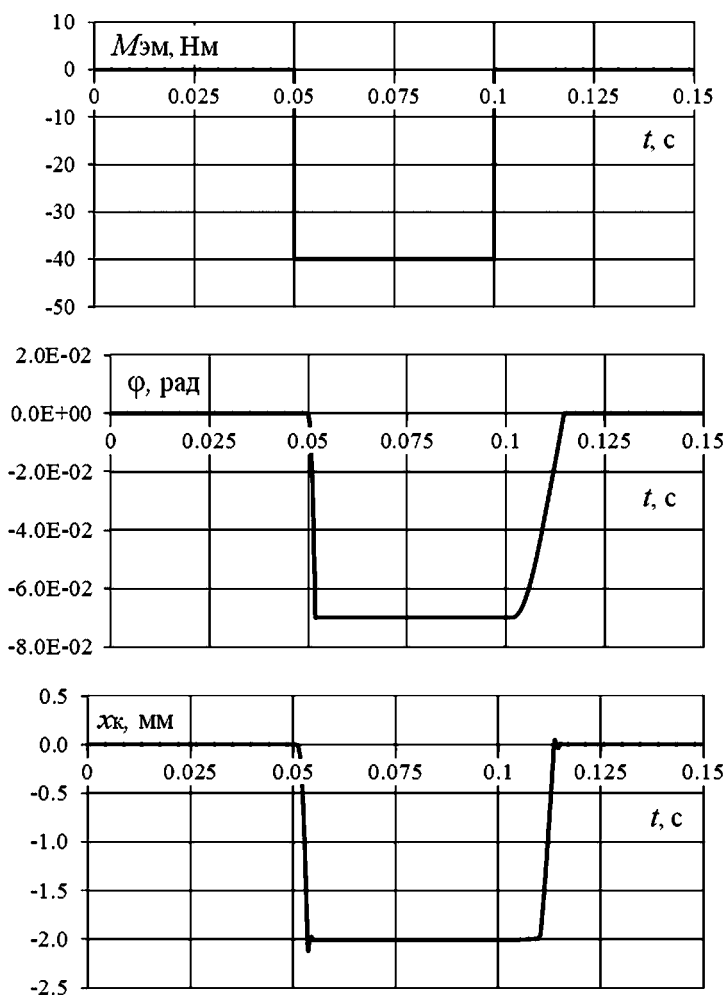


Рис. 1.50

Зависимости момента электромагнита, угла поворота якоря и перемещения подвижного контакта от времени

### 1.6.5. Механический узел контактной системы реле с замыкающим контактом

Кинематическая схема механического узла контактной системы электромеханического реле с замыкающим контактом представлена на рисунке 1.51.

Реле состоит из электромагнита 1 с якорем-рычагом 2, подвижных контактов 3, 4, пружин 5, 7 и рейки 6. При включении реле якорь 2 за счет возникающих сил притягивается к полюсу электромагнита и рейкой 6 перемещает контакт 3 до касания с контактом 4 и далее до расчетного значения провала контакта 3. Пружина 6 обеспечивает возврат якоря и контакта 3 в исходное положение при выключении тока в электромагните. Пружина 5 создает необходимое усилие нажатия контактов в замкнутом состоянии и возврат контакта 4 в исходное положение при выключении реле. Якорь — рычаг совершает вращательное движение относительно точки А, а контакты — относительно опор вращения 8, 9. Вращение якоря ограничивают упоры. В случае консольного закрепления упругих контактов анализ динамики движения также может быть сведен к рассматриваемой кинематической схеме, если определить эквивалентные значения моментов инерции контактов и их жесткостей.

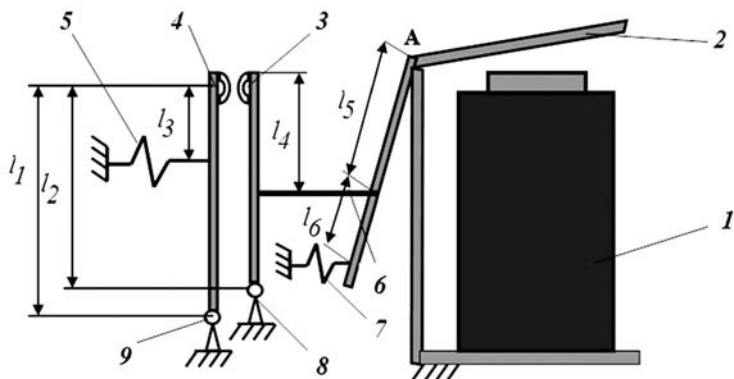


Рис. 1.51

Кинематическая схема контактной системы реле с замыкающим контактом

Для обоснования модели удобно сначала построить граф кинематической схемы в предположении сведения вращения элементов к одной оси вращения. Обозначим 1 — якорь электромагнита; 2 — контакт 1; 3 — контакт 2; 0 — неподвижную точку отсчета для вращательного движения. Тогда граф упрощенной приведенный к одной оси вращения кинематической схемы контактной системы реле примет вид рисунка 1.52.

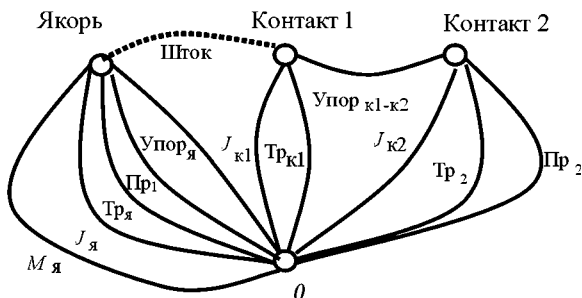


Рис. 1.52

Приведенный к одной оси вращения граф контактной системы реле с замыкающим контактом

Якорь представлен действующим на него электромагнитным моментом  $M_я$ , моментом инерции  $J_я$ , трением в опоре вращения  $Тр_я$ , возвратной пружиной  $Пр_1$  и двусторонним упором, ограничивающим движение якоря  $Упор_я$ . Якорь соединен жестким штоком с первым контактом, у которого по отношению к оси вращения определены момент инерции  $J_{к1}$  и трение в опоре вращения  $Тр_{к1}$ . Зазор между первым и вторым контактом моделируется односторонним упором  $Упор_{к1-к2}$ . Второй контакт имеет момент инерции  $J_{к2}$ , трение  $Тр_2$  и поджимную пружину  $Пр_2$ .

В Simscape Mechanical модель контактной системы реализована следующим образом (рис. 1.53). Управляемый по входу In1 источник электромагнитного момента  $M_{эм}$  подключен к моменту инерции якоря  $J_я$ , элементу трения вращения  $RF$ , к двустороннему упору — ограничителю угла хода якоря, через преобразователь вращательного движения в поступательное  $V_a$  с плечом  $l_5 + l_6$  к пружине

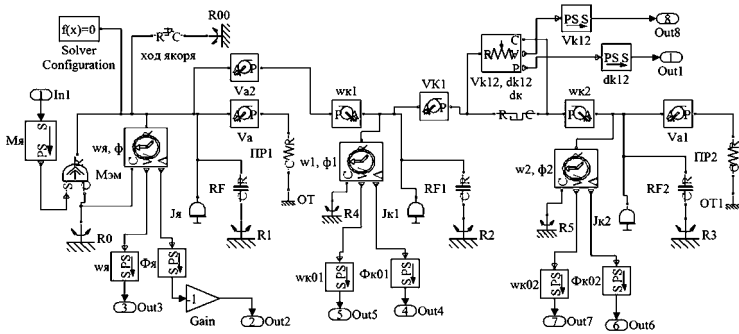


Рис. 1.53

Модель контактной системы реле с замыкающим контактом

ПР<sub>1</sub>. Далее следует последовательное преобразование вращательного движения якоря в поступательное  $V_{a2}$  с плечом  $l_5$  и поступательного движения во вращательное движение первой контактной пластины  $wk_1$  с плечом  $l_2 - l_4$ . В этой точке следует подключение момента инерции первой контактной пластины  $J_{k1}$  и трения вращения контакта  $RF1$ . Зазор между контактами представлен линейным упором  $dk$ , который подключен через преобразователь  $V_{к1}$  вращательного движения первой контактной пластины в поступательное с плечом  $l_2$ . За этим упором следует преобразование поступательного движения во вращательное второй контактной пластины  $wk_2$  с плечом  $l_1$  и соединение с моментом инерции  $J_{k2}$  и элементом трения  $RF2$  этой пластины. Для присоединения линейной пружины ПР<sub>2</sub> ко второй контактной пластине ее вращательное движение преобразуется к поступательному  $V_{a1}$  с плечом  $l_1 - l_3$ . В схему также включены измерители угловых скоростей и углов якоря и контактов: Out3, Out2, Out5, Out4, Out7, Out6, относительной линейной скорости и зазора контактов: Out8, Out1.

В качестве примера зададим следующие значения параметров механического узла контактной системы: моменты инерции якоря  $J_{я} = 6,34 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>, первой и второй контактных пластин  $J_{к1} = 2,26 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_{к2} = 2,5 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>, трение во всех опорах (незначительное)  $k_{тр} = 0,001$  кг/с, жесткость возвратной пружины якоря ПР<sub>1</sub>  $k_y = 300$  Н/м, предварительное поджатие  $-0,006$  м, жесткость опорной

пружины второго контакта  $PP_2$   $k_y = 3000$  Н/м, предварительное поджатие 0, ход якоря  $0-5^\circ$ , зазор между контактами 3 мм,  $l_1 = 5$  мм,  $l_2 = 4,8$  мм,  $l_3 = 2$  мм,  $l_4 = 2,4$  мм,  $l_5 = 3$  мм,  $l_6 = 2$  мм.

Для расчета статической механической характеристики контактной системы из эквивалентной схемы рисунка 1.53 убираются инерционные элементы и задается линейно нарастающий момент, действующий на якорь электромагнита (рис. 1.54). С целью сокращения времени анализа следует увеличить трение деталей. При этом сокращается постоянная времени переходных процессов.

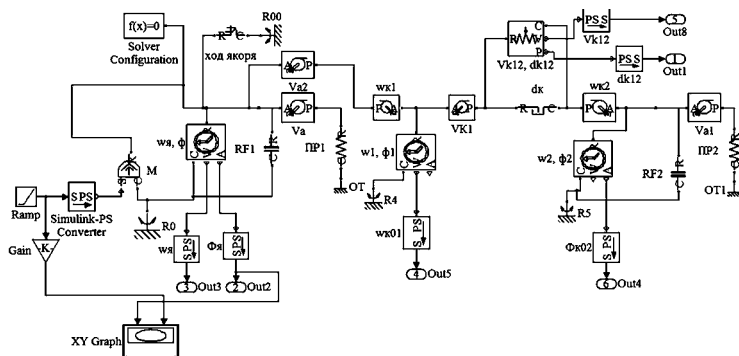


Рис. 1.54

Эквивалентная схема для расчета статической механической характеристики контактной системы реле с замыкающим контактом

Рассчитанная статическая механическая характеристика для рассматриваемого примера в виде зависимости момента якоря от угла его поворота приведена на рисунке 1.55.

Поворот якоря начинается после увеличения прикладываемого момента больше, чем момент предварительно поджатой возвратной пружины якоря. Затем момент

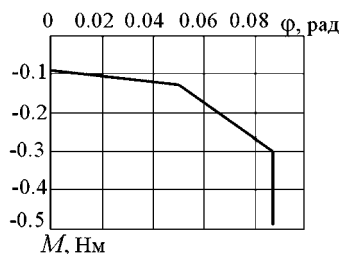


Рис. 1.55

Статическая механическая характеристика контактной системы реле с замыкающим контактом и жесткой связью якоря с первым контактом



увеличивается пропорционально углу поворота якоря в соответствии с упругими свойствами возвратной пружины до касания контактов. Последующее увеличение момента при повороте якоря пропорционально суммарной жесткости возвратной пружины и пружины второго контакта. Движение продолжается до достижения упора якоря и далее момент растет при неизменном положении якоря.

Анализ динамики работы контактной системы реле удобно выполнить при воздействии на якорь момента в форме прямоугольного импульса. На рисунке 1.56 представлены осциллограммы момента, углов поворота якоря и первой контактной пластины, угла поворота второй контактной пластины. Начальное положение якоря определено углом  $3^\circ$  ( $0,0524$  рад), что соответствует начальному положению первой контактной пластины с углом  $0^\circ$ . В период времени до включения электромагнита под действием момента, создаваемого предварительно поджатой возвратной пружины, якорь поворачивается на угол  $5^\circ$  до упора с углом  $-5^\circ$  ( $-0,087$  рад), а первая контактная пластина поворачивается вправо на угол  $2,5^\circ$  ( $0,044$  рад). Затем при включении электромагнита под действием возникающего электромагнитного момента якорь, преодолевая противодействующие моменты возвратной пружины и контактной системы, переходит в положение с углом  $0^\circ$ , первая контактная пластина — в положение  $-3,75^\circ$  ( $-0,0655$  рад), вторая контактная пластина — в положение  $-0,16^\circ$  ( $-2,8 \cdot 10^{-3}$  рад). Таким образом, угол поворота контакта составляет  $0,16^\circ$  или  $0,14$  мм. В момент касания контактных пластин происходит короткий отскок второй пластины до угла  $7,0 \cdot 10^{-3}$  рад. При размыкании контактов наблюдается дребезг.

На рисунке 1.57 показано изменение расстояния между контактами. Начальный зазор составляет  $3$  мм.

В момент времени, непосредственно предшествующий включению электромагнита, расстояние между контактами увеличивается до  $5,09$  мм. При срабатывании реле расстояние уменьшается до нуля. При этом наблюдается отскок на  $0,3$  мм.

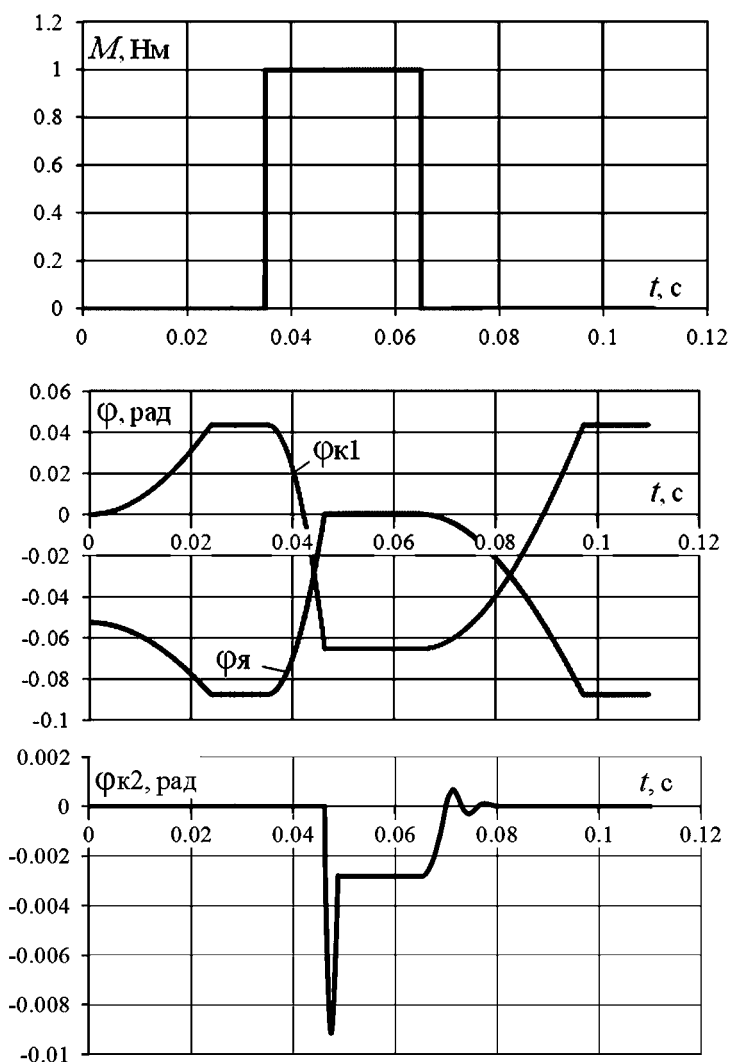


Рис. 1.56

Осциллограммы: импульса момента  $M$ , угла поворота якоря и первой контактной пластины  $\Phi_{\text{я}}$ ,  $\Phi_{\text{к1}}$ , угла поворота второй контактной пластины  $\Phi_{\text{к2}}$

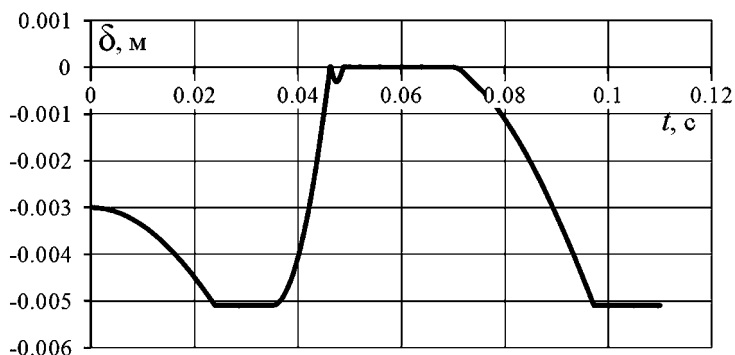


Рис. 1.57

Осциллограммы расстояния  $\delta$  между первой и второй контактной пластиной

По осциллограммам определяется время срабатывания реле — 0,011 с и время отпускания — 0,027 с.

#### 1.6.6. Механический узел контактной системы реле с размыкающим контактом

Кинематическая схема механического узла контактной системы электромеханического реле с размыкающим контактом представлена на рисунке 1.58.

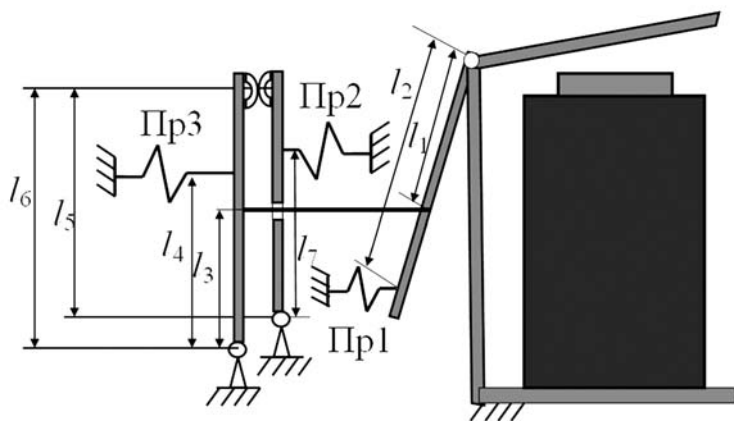


Рис. 1.58

Кинематическая схема реле с размыкающим контактом

На схеме приняты следующие обозначения:  $Пр_1$  — возвратная пружина якоря с предварительным поджатием для отвода якоря при выключенном электромагните;  $Пр_2$  — пружина, моделирующая упругие свойства контакта 1, начальное поджатие соответствует заданному нажатию замкнутых контактов;  $Пр_3$  — пружина, моделирующая упругие свойства контакта 2 (встречное включение), начальное поджатие соответствует заданному нажатию замкнутых контактов, одинаковое по силе с  $Пр_2$ , начальное положение контактов вертикальное;  $l_1 \div l_6$  — плечи соответствующих элементов.

Приведенный к одной оси вращения граф контактной системы изображен на рисунке 1.59.

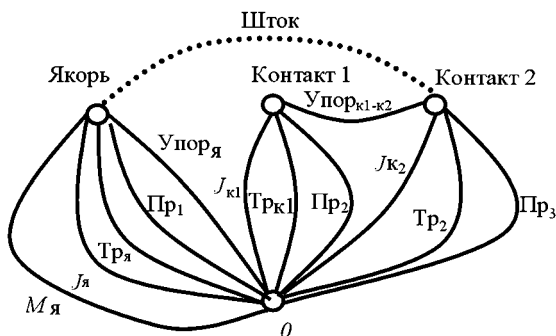


Рис. 1.59

Приведенный к одной оси вращения граф контактной системы с размыкающим контактом

В соответствии с графом составлена эквивалентная схема механического узла в Simscape Mechanical на рисунке 1.60.

В качестве примеры приведем результаты расчетов статических и динамических характеристик контактной системы со следующими исходными данными:

- начальное положение якоря — в упоре при выключенном электромагните (раскрыт);
- $l_1 = 0,03$  м;  $l_2 = 0,05$  м;  $l_3 = 0,025$  м;  $l_4 = 0,04$  м;  $l_5 = 0,05$  м;  $l_6 = 0,06$  м;  $l_7 = 0,04$  м;
- сила поджатия возвратной пружины 1,8 Н;

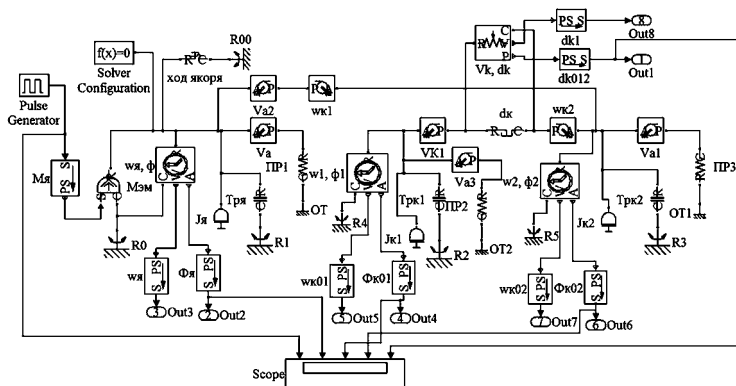


Рис. 1.60

Модель контактной системы реле с размыкающим контактом

- жесткости пружин  $Pr_1$  — 300 Нм;  $Pr_2$  — 3000 Нм;  $Pr_3$  — 3000 Нм;
- начальное поджатие  $Pr_2$  и  $Pr_3$  рассчитывается из равенства сил на контактах;
- начальная деформация  $Pr_2$   $\Delta_2 = 5,0 \cdot 10^{-4}$  м;
- начальная деформация  $Pr_3$   $\Delta_3 = 6,0 \cdot 10^{-4}$  м.

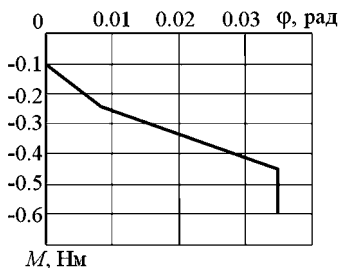


Рис. 1.61

Статическая механическая характеристика контактной системы реле с размыкающим контактом

Расчет статической механической характеристики контактной системы рисунка 1.61 производится при исключении из схемы инерционных элементов и медленно линейно нарастающем моменте, действующем на якорь.

Поворот якоря начинается после увеличения прикладываемого момента больше, чем момент предварительно поджатой возвратной пружины якоря. Затем момент увеличивается пропорционально углу поворота якоря с наклоном характеристики, определенным суммарной жесткостью возвратной пружины и контактов. Пружина второго контакта и возвратная

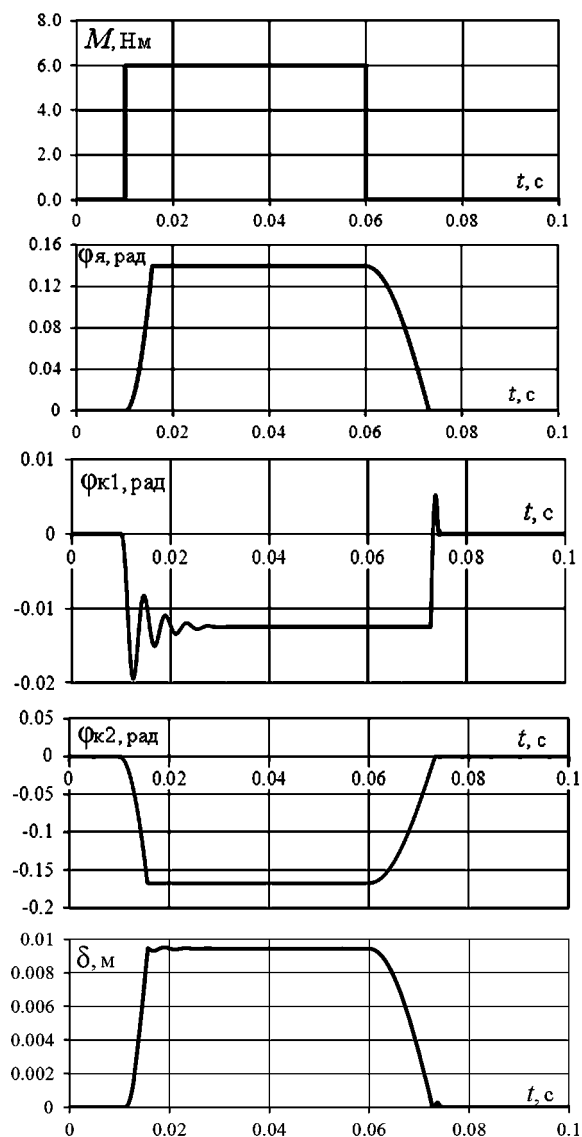


Рис. 1.62

Осциллограммы реле с размыкающим контактом: импульса момента  $M$ , угла поворота якоря  $\varphi_{я1}$ , первой  $\varphi_{к1}$  и второй  $\varphi_{к2}$  контактных пластин, расстояния между контактами  $\delta$

пружина создают момент якоря в одном направлении, а второй контакт — в противоположном. После размыкания контактов угол наклона характеристики уменьшается, так как первый контакт перестает влиять на упругие свойства системы. Движение продолжается до достижения упора якоря и далее момент растет при неизменном положении якоря.

Анализ динамики работы контактной системы реле с размыкающим контактом дан при воздействии на якорь прямоугольного импульса момента. На рисунке 1.62 приведены осциллограммы импульса момента, углов поворота якоря и контактов, а также расстояния между контактами.

## 1.7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

### 1.7.1. Электромагнитный дроссель в фильтре выпрямителя

Согласно параграфу 1.1, *электромагнит* — катушка с током на сердечнике из магнитомягкого материала. Его впервые изготовил в 1825 г. английский инженер Уильям Стерджен. Сердечник позволил значительно увеличить создаваемую катушкой с током магнитную индукцию. С тех пор электромагнитные устройства постоянно расширяют свое применение в промышленной и бытовой технике с очень большим разнообразием конструкций и технологий изготовления. В магнитоэлектрических системах к электромагнитам добавлены постоянные магниты, которые позволили получить специфические свойства и функциональные характеристики устройств.

В электрических аппаратах электромагнитные системы применяются для создания *источников электромагнитного поля, силовых приводов, преобразования энергии, управления и измерения параметров электрических, механических и тепловых процессов.*

В электрических цепях электромагниты используются в качестве элементов с большой индуктивностью для накопления энергии и изменения амплитудных

и фазовых временных и частотных характеристик устройств. Такую роль играет электромагнитный дроссель в фильтре выпрямителя. Функциональная схема устройства приведена на рисунке 1.63. В качестве источника питания использована сеть 220 В, 50 Гц, которое преобразуется в постоянное напряжение на нагрузке (АС/DC-преобразователь).

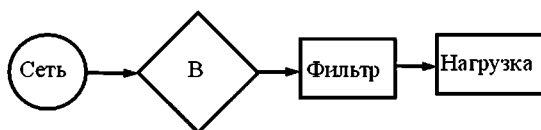


Рис. 1.63  
Функциональная схема АС/DC-преобразователя

Дроссель (см. пример на рис. 1.64) представляет собой катушку из медного провода на шихтованном сердечнике из электротехнической стали. Сердечник обычно имеет немагнитный зазор для снижения влияния нелинейных магнитных свойств стали на индуктивность дросселя и соответственно на искажение тока в цепи.

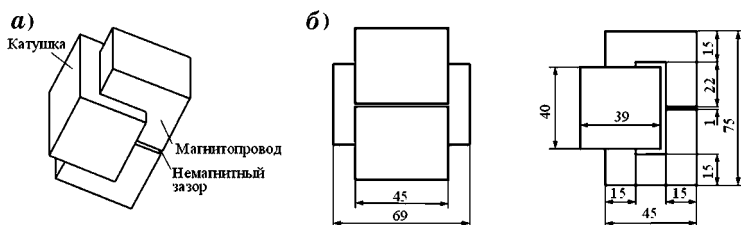


Рис. 1.64

Пример конструкции электромагнитного дросселя:

*a* — трехмерная компьютерная модель; *б* — проекции с размерами.

Предположим, что выпрямитель построен по мостовой схеме, фильтр составлен из конденсатора и дросселя, нагрузка выпрямителя активная [4]. В этом случае эквивалентная схема преобразователя, составленная в MATLAB Simulink, имеет вид, показанный на рисунке 1.65. Она содержит: источник переменного напряжения  $U$  — сеть; активное сопротивление подводящих проводов  $R_{пр}$ ; од-



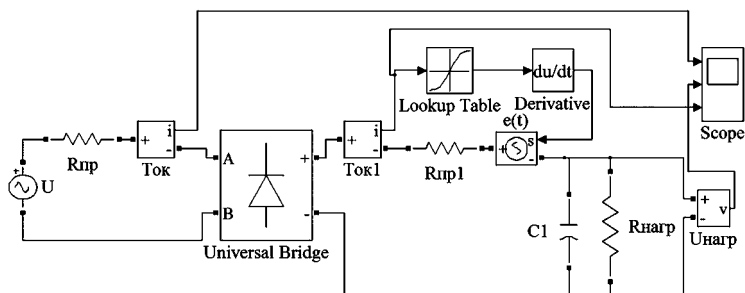


Рис. 1.65

Эквивалентная схема электрической цепи с выпрямителем в MATLAB Simulink

нофазный выпрямитель с мостовой схемой включения; активное сопротивление провода катушки  $R_{np1}$ ; управляемый источник напряжения  $e(t)$ , моделирующий индуцируемую в катушке дросселя ЭДС  $e(t) = -d\Psi/dt$ , где зависимость потокосцепления от тока в катушке  $\Psi(i)$  задана в табличной форме; конденсатор фильтра  $C_1$ ; сопротивление нагрузки, а также измерительные приборы и осциллограф. Расчет зависимости потокосцепления от тока катушки дросселя  $\Psi(i)$  производится на основе численного анализа магнитного поля.

Для геометрической конфигурации магнитной системы дросселя рисунка 1.63 с числом витков катушки  $N = 1800$  и площадью сечения окна катушки  $S_{\text{окна}} = 480 \text{ мм}^2$  рассчитанная зависимость потокосцепления от тока в катушке

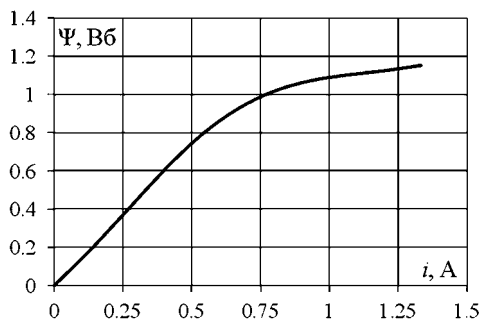


Рис. 1.66

Зависимость потокосцепления в катушке дросселя от тока

приведена на рисунке 1.66. Согласно полученным данным, линейные свойства дросселя сохраняются до тока  $i = 0,8 \text{ А}$ , далее сердечник насыщается. Для последующего программирования в MATLAB Simulink зависи-

мость  $\Psi(i)$  представляют в табличной форме или с помощью аппроксимирующей функции.

Расчитанные по составленной модели временные зависимости тока источника, напряжения на нагрузке и тока в дросселе при включении преобразователя приведены на рисунке 1.67. Приняты следующие параметры:

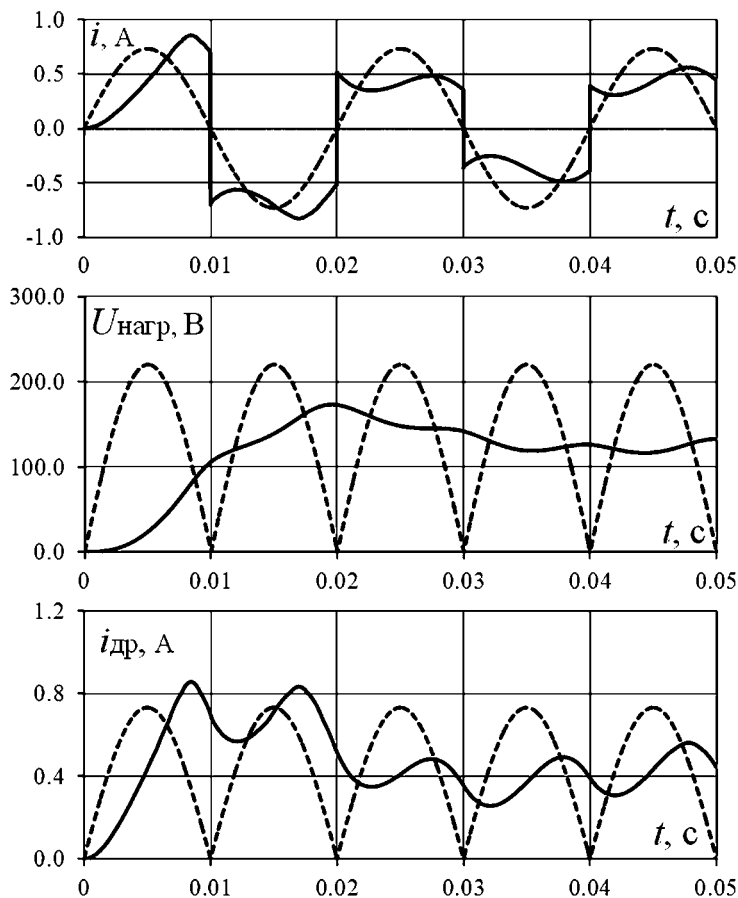


Рис. 1.67

Расчитанные зависимости при включении источника: тока источника  $i$ , напряжения на нагрузке  $U_{\text{нагр}}$ , тока в дросселе  $i_{\text{др}}$  (в схеме с фильтром) и тока в нагрузке  $i_{\text{нагр}}$  (в схеме без фильтра): сплошная линия — с фильтром, пунктирная линия — без фильтра.

$R_{\text{пр}} = 0,2 \text{ Ом}$ ,  $R_{\text{пр1}} = 24 \text{ Ом}$ ,  $R_{\text{нагр}} = 300 \text{ Ом}$ ,  $C_1 = 30 \text{ мкФ}$ . Там же приведены эти процессы в выпрямителе без фильтра.

Наличие фильтра сглаживает пульсации напряжения на нагрузке, однако возникают крутые фронты тока источника, т. е. появляются высокочастотные гармоники тока в сети.

### 1.7.2. Электромеханические преобразователи электромагнитного типа

*Электромеханические преобразователи* электромагнитного типа состоят из электромагнита и механического узла (рис. 1.68).

Преобразование электрической энергии в электромагнитную и затем в механическую или в обратной последовательности осуществляется за счет подвижного якоря, составляющего часть сердечника электромагнита. Якорь намагничивается в магнитном поле электромагнита и возникают силы взаимодействия намагниченного тела с магнитным полем, в которое оно помещено. Анализ процессов преобразования энергии состоит в определении зависимостей тока в катушке электромагнита, скорости и перемещения якоря, параметров движения механического узла от времени в переходных и установившихся режимах. Механическая нагрузка преобразователя представляется кинематической схемой с элементами трения, пружинам, инерционными

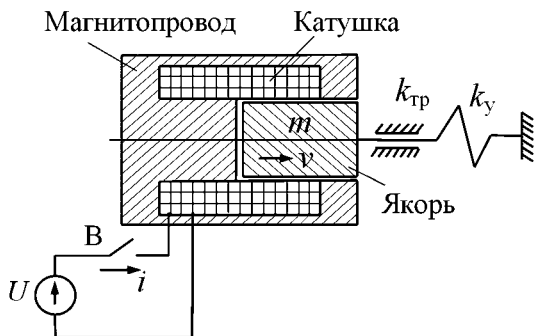


Рис. 1.68

Схема электромеханического преобразователя электромагнитного типа

элементами (массами, моментами инерции тел) и источниками внешних сил и моментов.

Модель такой электромеханической системы можно построить, используя следующую методику решения задачи: модели со сосредоточенными параметрами в виде электрических цепей применяются для электрической и механической подсистем [4], а анализ магнитной подсистемы выполняется с помощью численного анализа магнитного поля.

Эквивалентная схема электрической цепи для изображенного на рисунке 1.68 преобразователя содержит источник постоянной ЭДС —  $U$ , выключатель В, активное сопротивление провода катушки и индуцируемую в катушке ЭДС —  $e(t)$  (рис. 1.69а), которая согласно закону электромагнитной индукции определяется взятой со знаком минус производной потокосцепления катушки  $e = -d\Psi/dt$ .

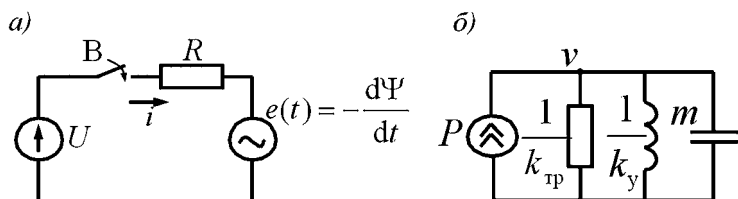


Рис. 1.69

Эквивалентные схемы электрической и механической подсистем: а — электрическая подсистема; б — механическая подсистема.

Эквивалентная схема механической подсистемы (рис. 1.69б) в соответствии с кинематической схемой на рисунке 1.68 составлена из источника силы  $P$  (аналог источника тока в электрической цепи), резистора с сопротивлением  $1/k_{тр}$ , представляющего вязкое трение, индуктивности со значением  $1/k_y$  — модели пружины и конденсатора с емкостью  $m$  — масса подвижной части преобразователя (якоря, штока и пр.). Скорость якоря  $v$  в модели определена напряжением на конденсаторе.

Система дифференциальных уравнений, записанная для анализа динамики работы системы, имеет вид:

$$\begin{aligned}d\Psi/dt &= U - Ri; \\dv/dt &= (P - k_y x - k_{\text{тр}}v)/m; \\dx/dt &= v.\end{aligned}$$

В программной среде MATLAB Simulink расчетные уравнения формируются автоматически по составленным эквивалентным схемам.

Эта система уравнений не замкнута, так как не определена связь потокосцепления с остальными параметрами или ее временная функция. Для решения задачи используют итерационные пошаговые алгоритмы расчета электромагнитного поля в существующих пакетах программ для расчета полей [12], [15]. Однако здесь могут возникнуть трудности из-за разномасштабности во времени электромагнитных и механических процессов, что вызовет недопустимое возрастание объема и требуемого времени вычислений.

Для упрощения задачи принимают допущения об отсутствии индуцированных токов и магнитного гистерезиса в магнитопроводе и якоре электромагнита. В этом случае потокосцепление катушки и электромагнитную силу можно представить зависимостями только от двух переменных: перемещения  $x$  и тока  $i$ :  $\Psi(x, i)$  и  $P(x, i)$ . Такие зависимости в табличной форме или в виде аппроксимирующих функций определяются расчетом электромагнитного поля в выбранном диапазоне варьирования переменных  $x, i$ .

Связь между электрической и механической подсистемами на рисунке 1.69 задается через источники фазовых переменных: индуцируемой в катушке электромагнита ЭДС и электромагнитную силу. Предположим, были рассчитаны эти функции и аппроксимированы полиномами:

$$\begin{aligned}e(t) &= -\frac{d\Psi(x, i)}{dt} = -\frac{d}{dt}(a_2 i + a_3 x i + a_5 i^2 + a_6 x^2 i + a_7 x i^2), \\P(x, i) &= b_2 i + b_3 x i + b_5 i^2 + b_6 x^2 i + b_7 x i^2.\end{aligned}$$

Модель электромеханического преобразователя электромагнитного типа, в которую включены аппроксимирующие функции потокосцепления и силы, представлена в программной среде MATLAB Simulink на рисунке 1.70.

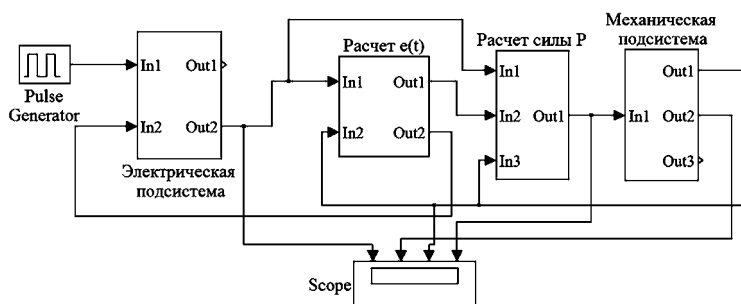


Рис. 1.70

Модель электромеханического преобразователя электромагнитного типа в MATLAB Simulink

В схему включен генератор импульсов для управления выключателем электромагнита.

Электрическая подсистема модели (рис. 1.71) составлена из источника постоянного напряжения  $U$ , выключателя  $B$ , сопротивления провода катушки  $R$  и индуцируемой в катушке ЭДС  $e = -d\psi/dt$ , моделируемой управляемым источником напряжения. В схему включен амперметр  $A$ .

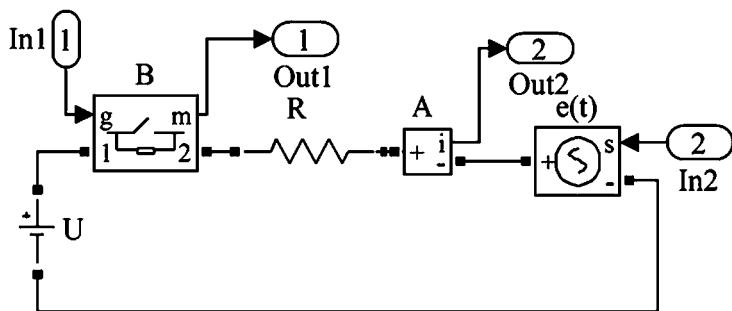


Рис. 1.71

Модель электрической подсистемы

Расчет индуцируемой в катушке электромагнита ЭДС выполнен по схеме рисунка 1.72а. На вход In1 подается текущее значение тока из электрической подсистемы, а на вход In2 — значение перемещения якоря из механической подсистемы. На выходе Out2 формируется значение  $e(t)$ , а на выходе Out1 — сигнал квадрата тока  $i^2$ , ко-

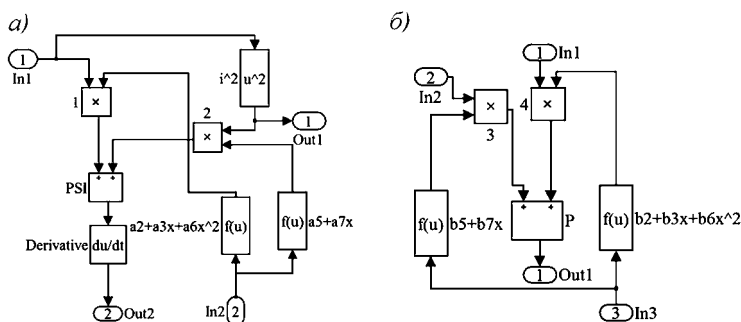


Рис. 1.72

Модели расчета управляющих сигналов:

*a* — расчет индуцируемой ЭДС  $e(t)$ ; *б* — расчета силы  $P$ .

торый далее используется для расчета силы. Выход Out2 соединен с управляемым источником напряжения в электрической подсистеме.

Расчет сил по построенному полиному производится по схеме рисунка 1.72б. На вход In1 подается текущее значение тока из электрической подсистемы, вход In2 — значение квадрата тока из блока расчета ЭДС, а на вход In3 — перемещения якоря из механической подсистемы. На выходе Out1 формируется сигнал силы, который управляет источником силы в механической подсистеме.

Схема механической подсистемы представлена на рисунке 1.73. Сила, действующая на якорь, моделируется управляемым источником тока, у которого на вход In1 по-

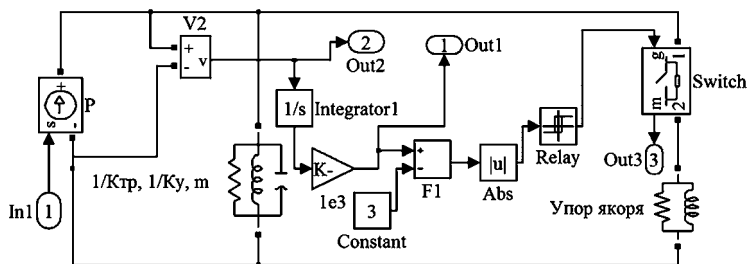


Рис. 1.73

Модель механической подсистемы

дается управляющий сигнал из блока расчета силы. Вязкое трение, пружина и масса подвижной части устройства представлены соответственно резистором, индуктивностью и конденсатором.

В модель включен упор, ограничивающий перемещение якоря в промежутке  $\pm 1$  мм. Модель упора представляет собой шунтирующую цепь из  $RL$ -элементов — упругая стенка с рассеянием энергии. Когда якорь касается упора, замыкается ключ и подключается шунтирующая цепь. Для расчета перемещения якоря построена логическая цепь: вольтметр  $V2$  дает значение скорости якоря. После интегратора получаем значение перемещения в метрах, которое затем пересчитывается в миллиметры, так как в функциональных блоках приняты такие единицы измерения. Начальное положение якоря задает элемент Constant. Пределы перемещения якоря — упоры, определены элементом Relay.

В качестве характерного примера приведем результаты расчетов изображенной на рисунке 1.68 системы, в которой применен цилиндрический электромагнит броневоего типа с размерами, указанными на рисунке 1.74.

Задача состояла в построении зависимостей тока  $i$ , скорости  $v$  и перемещения  $x$  от времени в электромеханической системе при включении электромагнита на источник постоянного напряжения  $U$ . Механическая нагрузка представлена

элементами вязкого трения с коэффициентом  $k_{\text{тр}}$ , пружиной с жесткостью  $k_y$  и массой подвижной части  $m$ . Перемещение линейное по оси  $x$ .

Исходные данные:  $U = 3,0$  В;  $m = 0,5$  кг;  $k_{\text{тр}} = 0,001$  кг/с;  $k_y = 1000$  Н/м; сопротивление провода  $R_{\text{пр}} = 0,2$  Ом; число витков катушки  $N = 40$ ; материал магнитопровода и яко-

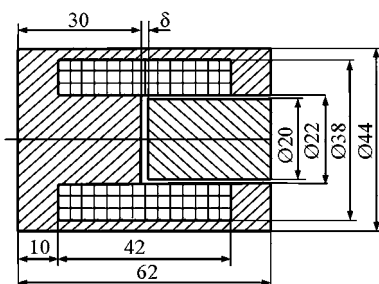


Рис. 1.74  
Цилиндрический электромагнит  
броневоего типа



ря — сталь 10. Начальные условия при анализе процесса включения электромагнита: зазор —  $\delta = x_0 = 3$  мм; сила начального поджатия пружины  $P_{\text{пр}0} = -2$  Н; начальная скорость  $v = 0$ .

Рассчитанные с помощью программы анализа электромагнитного поля зависимости потокосцепления катушки и силы от перемещения якоря при различных токах приведены на рисунках 1.75, 1.76.

Результаты расчетов динамики работы электромеханической системы представлены на рисунке 1.77. В начале процесса источник питания выключен и якорь под действием силы предварительно поджатой пружины (установлено предварительное поджатие — 2 Н) перемещается в сторону увеличения зазора до упора  $x = 5$  мм. В момент времени  $t = 0,05$  с включается источник питания и якорь под действием электромагнитной силы перемещается в сторону уменьшения зазора до упора  $x = 1$  мм. При  $t = 0,1$  с источник питания выключается и якорь возвращается в положение  $x = 3$  мм. В момент

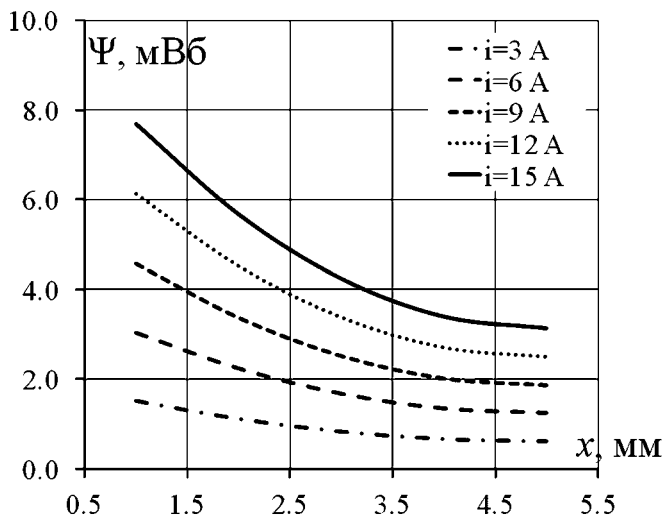


Рис. 1.75

Зависимость потокосцепления катушки электромагнита от перемещения якоря (зазора) при различных токах

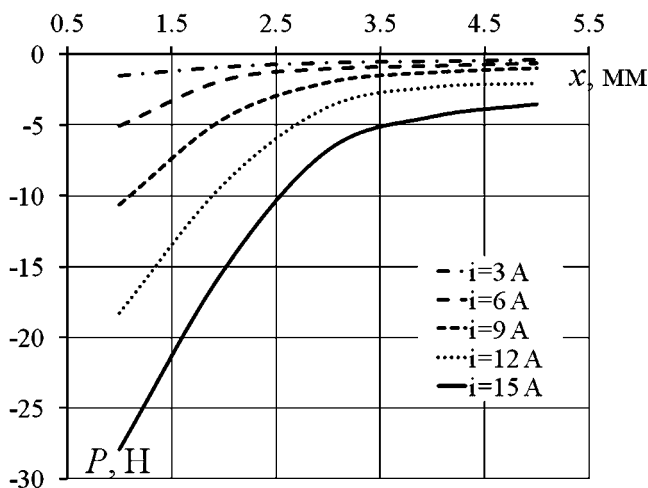


Рис. 1.76

Зависимость силы, действующей на якорь электромагнита от перемещения якоря (зазора) при различных токах

времени  $t = 0,15$  с снова включается источник питания и якорь перемещается в положение  $x = 1$  мм. В период переходного процесса включения источника питания изменение тока имеет характерный всплеск из-за перемещения якоря.

Характерной особенностью электромагнитной системы представляется нелинейная тяговая характеристика — зависимость силы от перемещения якоря, что затрудняет использование их в исполнительных механизмах. Получить тяговую характеристику, которая слабо зависит от перемещения в заданном диапазоне перемещения позволяют конструктивные решения, которые используются в пропорциональных электромагнитах (рис. 1.78).

В этом электромагните регулировка тяговой характеристики осуществляется выбором профиля и магнитных свойств кольцевой конической втулки. Материал втулки находится в состоянии близком к насыщению при максимальном зазоре. При перемещении якоря внутрь втулки ее материал переходит в более глубокое насыщение и при

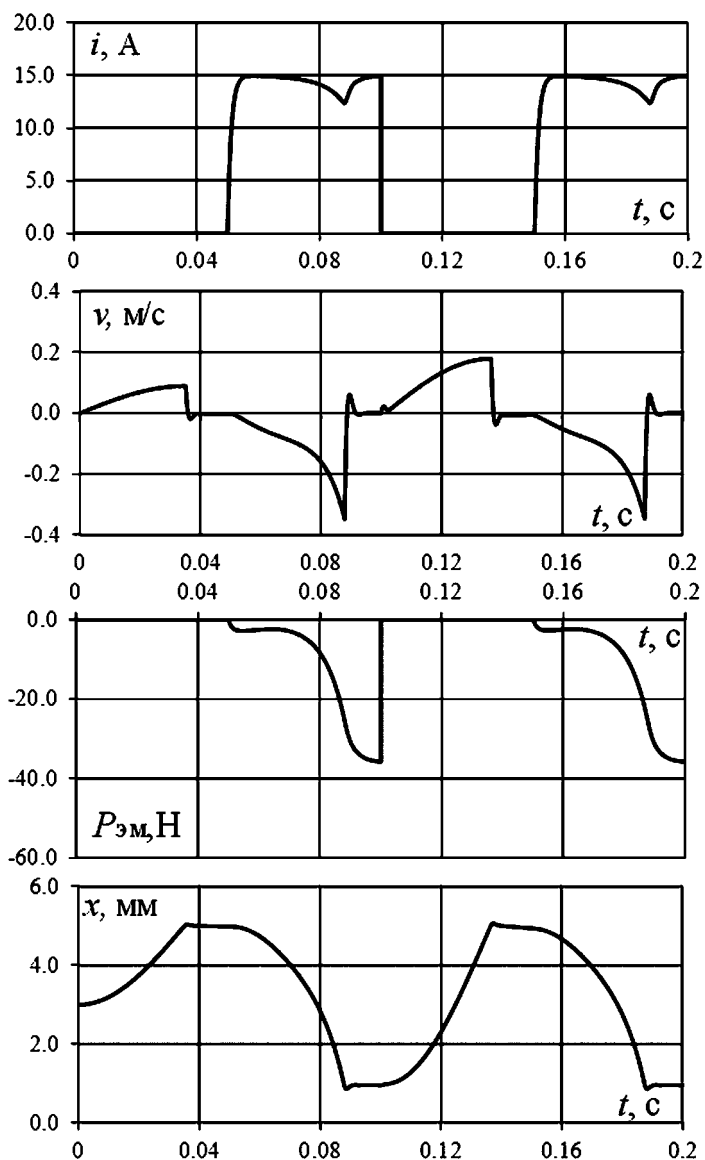


Рис. 1.77

Временные зависимости тока  $i$ , скорости  $v$ , электромагнитной силы  $P_{эм}$  и перемещения якоря  $x$

неизменном токе это позволяет поддерживать постоянство силы. Такие электромагниты применяются в механизмах клапанов, позиционерах и имеют тяговые характеристики, которые содержат протяженные горизонтальные участки, подобные, приведенным на рисунке 1.79 для электромагнита рисунка 1.78. Прямоугольной областью на этом рисунке выделена наиболее приемлемая зона регулирования силы электромагнита при вариациях тока катушки и перемещений якоря.

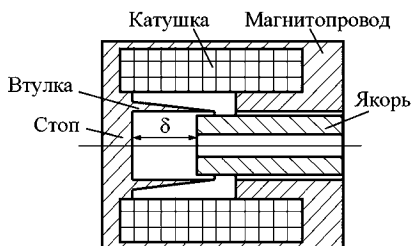


Рис. 1.78  
Конструкция электромагнита пропорционального действия

Электромагнитные приводы широко используются в контакторах, реле и других электрических аппаратах. Рассмотрим работу электромагнита в электромеханической системе реле постоянного напряжения с одной парой замыкающихся контактов, модель механического узла которого построена в п. 1.6.5.

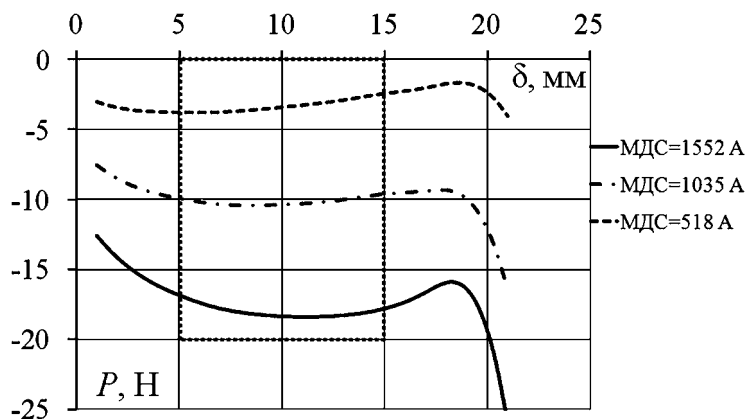


Рис. 1.79  
Характерное семейство тяговых характеристик электромагнита пропорционального действия, приведенной на рисунке 1.78 конструкции

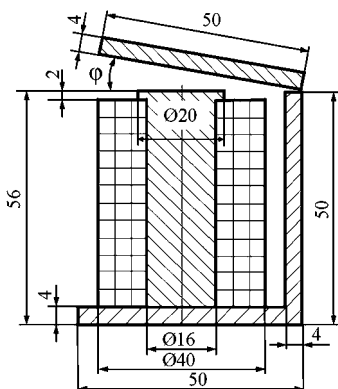


Рис. 1.80

Конструкция электромагнита реле постоянного напряжения

Размеры электромагнита представлены на рисунке 1.80. Ширина всех элементов магнитопровода 50 мм. Катушка электромагнита имеет 3000 витков, намотанных с коэффициентом заполнения  $K_3 = 0,6$ . Напряжение питания электромагнита 24 В.

Задача состоит в анализе динамики работы реле при включении и выключении электромагнита. Влиянием индуцированных токов и магнитным гистерезисом в деталях конструкции электромагнита пренебрегаем.

Порядок расчетов следующий. Сначала определяют функции потокосцепления и момента, действующего на якорь, от тока и угла поворота якоря  $\phi$ . Для этого применяют программы численного анализа электромагнитного поля. При принятых допущениях задача сводится к анализу стационарного магнитного поля. На рисунке 1.81 представлены рассчитанные семейства однофакторных зависимостей потокосцепления и момента от угла поворо-

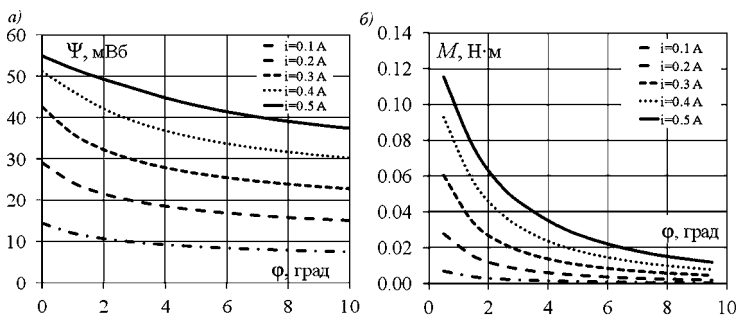


Рис. 1.81

Зависимость потокосцепления (а) и момента, действующего на якорь (б), в электромагните реле рисунка 1.80 от угла поворота якоря при различных токах

та якоря при различных фиксированных токах в электромагните рисунка 1.80. Зависимости имеют нелинейный вид, но сохраняют плавный возрастающий характер при уменьшении угла и увеличении тока в катушке.

Расчет зависимостей момента от угла поворота якоря при фиксированных значениях тока в катушке электромагнита удобно выполнить энергетическим методом в стационарном приближении с медленным линейным нарастанием тока до заданного значения. Силовые взаимодействия определяются по изменению магнитной энергии, соответствующей работе при малых перемещениях деталей системы. Перемещения якоря осуществляются при поддержании тока неизменным  $i = \text{const}$ , тогда момент вычисляется по формуле:

$$M = -A_{\text{вн}} / \Delta\varphi = \left( \int_0^i \Psi_2(i) di - \int_0^i \Psi_1(i) di \right) / \Delta\varphi.$$

Для рассматриваемого примера искомые зависимости потокосцепления и момента приближенно аппроксимированы полиномами вида:

$$\begin{aligned} \hat{\Psi}(x, i) &= a_2 i + a_3 \varphi i + a_5 i^2 + a_6 \varphi^2 i, \\ \hat{M}(x, i) &= b_2 i + b_3 \varphi i + b_5 i^2 + b_6 \varphi^2 i + b_7 \varphi i^2. \end{aligned}$$

Коэффициенты полиномов, определенные по методу наименьших квадратов, следующие:

- для электромагнитного момента, действующего на якорь:  $b_2 = 1,547$ ;  $b_3 = -0,9917$ ;  $b_5 = 8,062$ ;  $b_6 = 0,1242$ ;  $b_7 = -1,138$ ;
- для потокосцепления катушки:  $a_2 = 2475,0$ ;  $a_3 = -232,6$ ;  $a_5 = -364,88$ ;  $a_6 = 14,96$ .

После определения параметров электромагнита построим его модель в MATLAB Simulink и соединим ее с моделью механического узла контактов рисунка 1.53. Полная модель реле приведена на рисунке 1.82. Она составлена из подсистем (Subsystem): электрической электромагнита, контактной системы реле, блоков расчетов момента и индуцируемой в катушке электромагнита ЭДС.

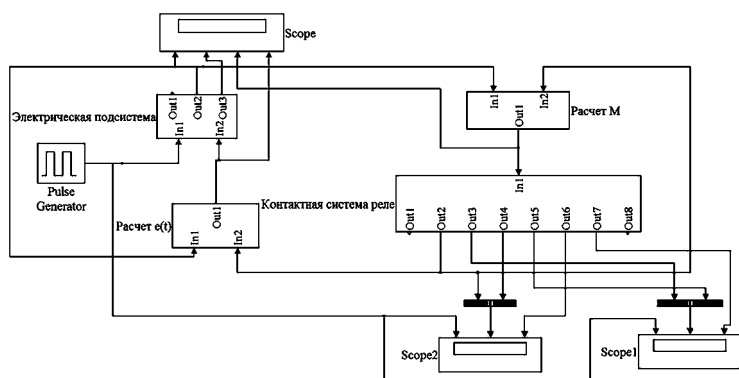


Рис. 1.82

Полная модель электромеханической системы реле

В модель включены импульсный генератор для управления ключом, коммутирующим источник питания электромагнита, и осциллографы для визуализации временных зависимостей исследуемых параметров.

Модель электрической подсистемы электромагнита показана на рисунке 1.83. Она составлена в SimPowerSystems.

Модель включает следующие элементы: источник постоянного напряжения  $U$ , идеальный ключ для коммутации источника, активное сопротивление провода катуш-

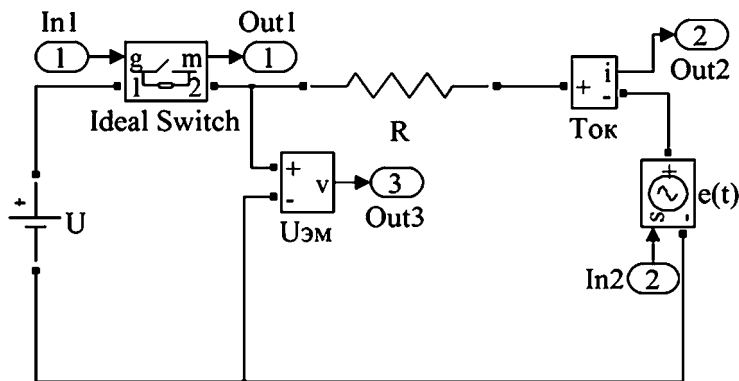


Рис. 1.83

Модель электрической подсистемы электромеханической системы реле

ки  $R$ , управляемый источник напряжения, моделирующий индуцируемую в катушке ЭДС  $e(t) = -d\psi/dt$ . Знак «минус» учтен встречным включением источника. Также в схеме модели присутствуют измерители тока и напряжения.

Модель блока расчета полинома, аппроксимирующего функцию потокосцепления и его производной для определения ЭДС, представлена на рисунке 1.84а.

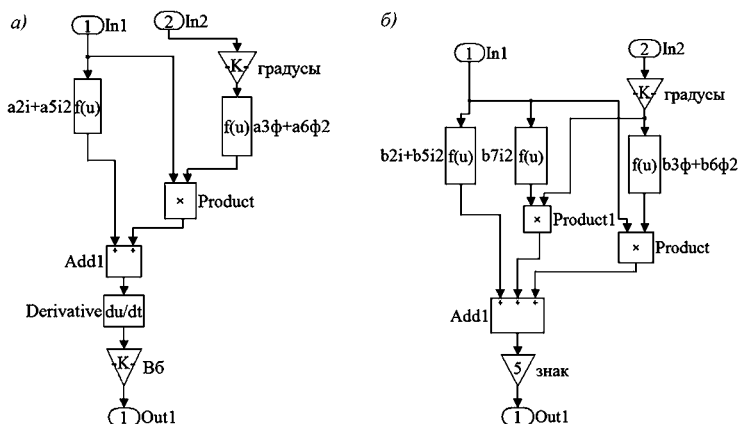


Рис. 1.84

Блоки расчетов потокосцепления и ЭДС (а) и момента (б) модели электромеханической системы реле

На вход In1 подается измеренный в электрической подсистеме ток, а на вход In2 — значение угла поворота якоря электромагнита из механической подсистемы. Блок выполняет совокупность арифметических операций вычисления полинома потокосцепления и его производной. Выход Out1 подключается к управляемому источнику напряжения в электрической подсистеме.

Расчет действующего на якорь электромагнита момента выполняется по схеме рисунка 1.84б. На входы In1, In2 подаются сигналы тока и угла якоря. После выполнения арифметических операций вычисления полинома, аппроксимирующего момент, полученный сигнал с выхода Out1 управляет источником электромагнитного момента в механической подсистеме — контактной системе реле.



Результаты расчетов процесса включения и последующего отключения электромагнита реле приведены ниже на осциллограммах (рис. 1.85), где показаны управляющий импульс ключа, ток в катушке и момент электромагнита.

Ток в электромагните имеет характерное искажение аperiодического процесса нарастания тока при включении из-за движения якоря, влияющего на скорость из-

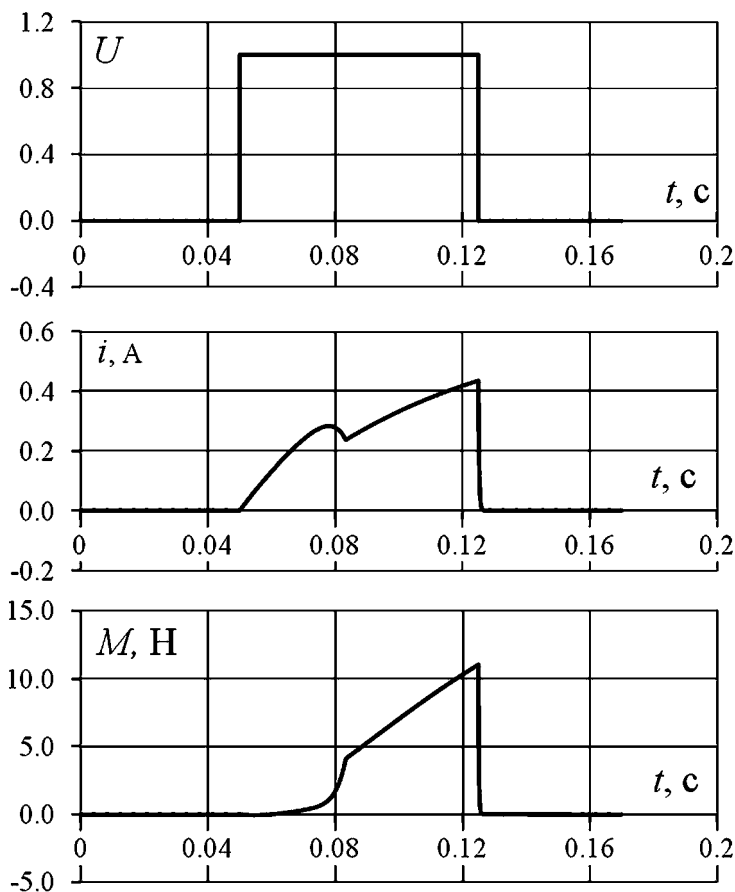


Рис. 1.85

Осциллограммы управляющего импульса ключа  $U$ , тока  $i$  и момента электромагнита  $M$

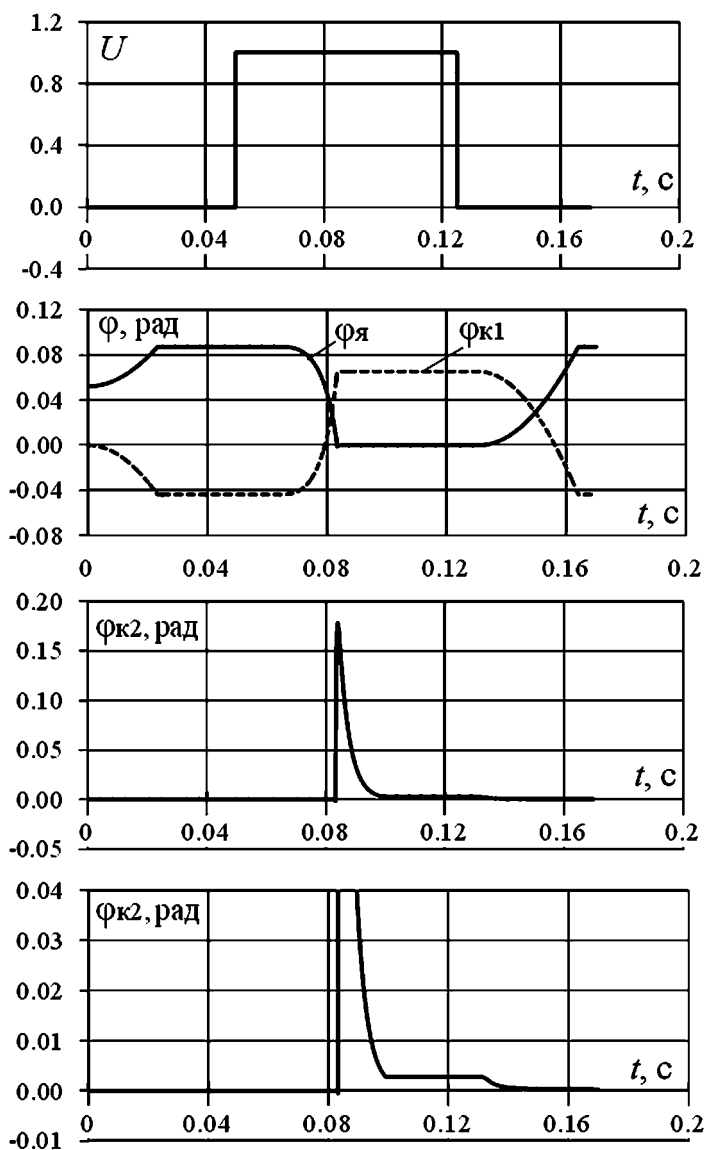


Рис. 1.86

Осциллограммы управляющего импульса ключа  $U$ , углов поворота якоря и первого контакта  $\varphi_{\text{я}}$ ,  $\varphi_{\text{к1}}$  и угла поворота второго контакта  $\varphi_{\text{к2}}$  (полная и увеличенная)

менения потокосцепления в катушке. В осциллограмме момента выделяются два участка: быстрое нарастание момента при движении якоря и нарастании тока и более медленное увеличение момента с ростом тока, когда якорь остановился.

На рисунке 1.86 приведены осциллограммы управляющего импульса ключа, изменение углов поворота якоря, первого контакта и второго контакта.

Начальное положение якоря определено углом  $3^\circ$  ( $0,0524$  рад), что соответствует начальному положению первой контактной пластины с углом  $0^\circ$ . В период времени до включения электромагнита под действием момента, создаваемого предварительно поджатой возвратной пружины, якорь поворачивается на угол  $2^\circ$  до упора с углом  $5^\circ$  ( $0,0873$  рад), а первая контактная пластина поворачивается вправо на угол  $-2,5^\circ$  ( $-0,0436$  рад). Затем, при включении электромагнита под действием возникающего электромагнитного момента якорь, преодолевая противодействующие моменты возвратной пружины и контактной системы, переходит в положение с углом  $0^\circ$ , первая контактная пластина — в положение  $3,75^\circ$  ( $0,0655$  рад), вторая контактная пластина — в положение  $0,162^\circ$  ( $2,83 \cdot 10^{-3}$  рад).

Таким образом, угол провала контакта составляет  $0,162^\circ$  или  $0,14$  мм. В момент касания контактных пластин происходит короткий отскок второй пластины до угла  $-0,04$  рад (рис. 1.87б). При размыкании контактов наблюдается небольшое качание второго контакта.

По осциллограммам определяется время срабатывания реле —  $0,035$  с и время отпускания —  $0,036$  с.

*В электромеханических преобразователях магнитоэлектрического типа* используют силовое взаимодействие магнитного поля, создаваемого электромагнитом, с постоянными магнитами. Анализ таких устройств рассмотрим на примере линейного магнитоэлектрического привода механизма возвратно-поступательного действия (рис. 1.87).

Устройство состоит из внешнего кольцевого магнитопровода с полюсными дисками из магнитомягкого мате-

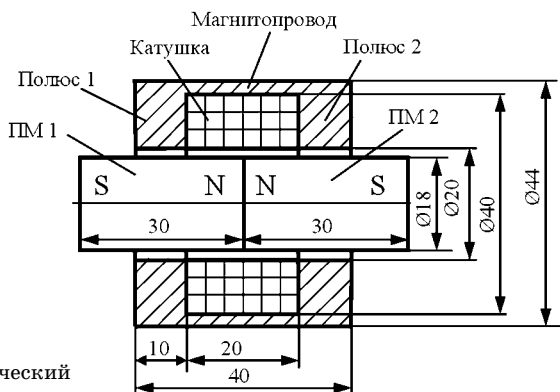


Рис. 1.87  
Магнитоэлектрический привод

риала, кольцевой электрической катушки возбуждения, подвижной системы из двух встречно намагненных цилиндрических постоянных магнитов. Привод обеспечивает значительное вынуждающее усилие при большой амплитуде перемещения подвижной части и малых массогабаритных показателях. Преимуществами данной системы является также отсутствие подвижных токоведущих частей. Недостатком привода представляется повышенная токовая нагрузка из-за значительных немагнитных промежутков, к которым относятся и постоянные магниты.

Механическую систему с таким приводом представим эквивалентной механической нагрузкой (рис. 1.88), состоящей из инерционного элемента — массы  $m$ , пружины с жесткостью  $k_y$  и вязкого трения с коэффициентом  $k_{тр}$ ,

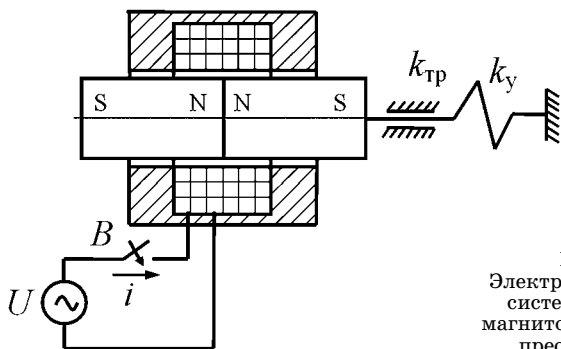


Рис. 1.88  
Электромеханическая система линейного магнитоэлектрического преобразователя

которая подсоединена к подвижным постоянным магнитам. Питание электромагнита осуществляется от источника переменного напряжения.

Задача анализа заключается в расчете зависимостей тока, электромагнитной силы, скорости и перемещения от времени в магнитоэлектрической системе в переходных режимах, а также амплитудных и фазочастотных характеристик параметров. Для этого составим макромоделли для электрической и механической подсистем. Магнитную подсистему представим более точной микромоделью с пространственно-временными распределенными параметрами, определенными с помощью численного анализа магнитного поля. Распространение теплоты в пространстве выделяется в отдельную задачу и здесь не рассматривается.

Эквивалентные схемы электрической и механической подсистем в общем случае не отличаются от схем для преобразователя электромагнитного типа, приведенных в п. 1.7.2, если иметь в виду, что потокосцепление катушки создается не только собственным током, но и постоянными магнитами и результирующая сила, действующая на постоянный магнит, может возникнуть и при выключенном токе при взаимодействии постоянного магнита с ферромагнитными деталями магнитной системы.

Сила зависит от магнитных свойств постоянного магнита и магнитопровода, от тока в катушке электромагнита, положения подвижной части и при учете вихревых токов — от скорости движения. Индуцируемая в катушке ЭДС определяется скоростью изменения потокосцепления с ней, которое, в свою очередь, также зависит от тока, положения постоянных магнитов и возможных индуцированных токов в электропроводящих деталях конструкции. Эти зависимости нелинейные, гистерезисные, так как при изменении тока и положения магнита непропорционально изменяется магнитный поток из-за нелинейных гистерезисных магнитных свойств материала сердечника и постоянных магнитов. Однако в условиях, когда магнитопровод и полюса не находятся в состоянии глубокого насыщения и можно принять относительную магнитную проницае-

мость материала постоянной, намагниченность высококоэрцитивных постоянных магнитов практически неизменной, а также пренебречь влиянием вихревых токов в электропроводящих элементах конструкции, возможно без заметной ошибки упростить расчетные модели.

Такие допущения приемлемы при анализе динамики работы электромеханических систем магнитоэлектрического типа на начальных стадиях их проектирования. Они позволяют использовать принцип наложения для определения параметров моделей. Потокосцепление в катушке электромагнита представляется в виде суммы двух составляющих:  $\Psi_k = \Psi_i(i, x) + \Psi_{пм}(x)$ , где  $\Psi_i(i, x)$  — создается током в катушке и в общем случае зависит от положения  $x$  подвижной части устройства относительно электромагнита,  $\Psi_{пм}(x)$  — создается постоянными магнитами и не зависит от значения тока в катушке, а определяется только положением подвижной части. В рассматриваемой конструкции принимается, что составляющая  $\Psi_i(i, x)$  не зависит от положения постоянных магнитов, так как для внешнего магнитного поля постоянный магнит имеет относительную магнитную проницаемость близкую к  $\mu_r = 1$ , т. е. занимаемый им объем для внешнего магнитного поля — немагнитный. Если подвижная часть устройства содержит кроме постоянных магнитов детали из магнитомягких материалов, которые приводят к изменению составляющей магнитного потока от тока катушки при перемещении, то функция потокосцепления катушки представляется функцией двух переменных.

Результирующая ЭДС рассматриваемой конструкции с учетом принятых допущений может быть выражена следующим образом через производную по времени потокосцепления:

$$e(t) = -\frac{d\Psi_k}{dt} = -\frac{d\Psi_i(i)}{di} \frac{di}{dt} - \frac{d\Psi_{пм}(x)}{dx} \frac{dx}{dt},$$

где  $t$  — время;  $dx/dt = v$  — скорость движения постоянных магнитов относительно электромагнита.

В упрощенной линеаризованной модели функция  $d\Psi_i(i)/di$  будет постоянным числом, т. е. мы допускаем

независимость потока электромагнита от положения подвижной части. Составляющую ЭДС с этим коэффициентом в эквивалентной схеме удобно представить в виде напряжения на постоянной индуктивности, а составляющую, пропорциональную скорости движения, оставить как ЭДС (рис. 1.89)

$$e(t) = -L di/dt - C_e(x)v,$$

где  $L = \Psi_i/i$ ,  $C_e(x) = d\Psi_{\text{пм}}(x)/dx$ .

Результирующая сила взаимодействия электромагнита и подвижной части в условиях принятых допущениях раскладывается на две составляющие:  $P_{\Sigma}(x, i) = P_{\text{пм}}(x) + P_{\text{эм}}(x, i)$ , где  $P_{\text{пм}}(x)$  — сила взаимодействия постоянных магнитов с магнитопроводом электромагнита при отсутствии тока в катушке,  $P_{\text{эм}}(x, i)$  — сила взаимодействия постоянных магнитов с магнитным полем электромагнита — электромагнитная сила. Сила постоянных магнитов зависит только от положения подвижной части, а электромагнитная сила зависит как от положения, так и от тока в катушке. Причем из упрощающих условий независимости намагниченности постоянных магнитов от значения магнитной индукции и пропорциональности магнитной индукции электромагнита току в катушке (постоянная относительная магнитная

проницаемость материала электромагнита) следует

$$P_{\Sigma}(x, i) = P_{\text{пм}}(x) + C_f(x)i.$$

Для принятых допущений эквивалентные схемы электрической и механической подсистем представляются в виде, показанном на рисунке 1.89.

Более простая модель получается при допущениях:  $C_f(x) = C_e(x) = \text{const}$ , а сила постоянных магнитов линейно зависит от перемеще-

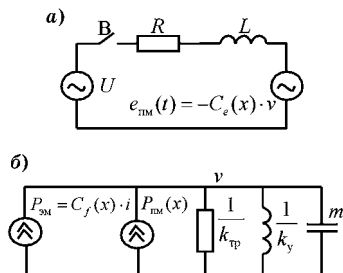


Рис. 1.89

Упрощенные эквивалентные схемы электромеханического преобразователя магнитоэлектрического типа:

а — электрическая подсистема; б — механическая подсистема.

ния  $P_{\text{пм}}(x) = k_{\text{пм}}x$ . Линейная зависимость силы постоянных магнитов от перемещения моделируется введением в эквивалентную схему механической подсистемы дополнительного упругого элемента жесткостью  $k_{\text{пм}}$ , которая может быть положительной или отрицательной. Такая магнитная пружина складывается с механической пружиной, и получаем пружину с эквивалентной жесткостью. Обоснования выбранных допущений возможно только на основании анализа тяговых характеристик устройства и функций потокоцепления.

Упрощенная модель электромеханической системы преобразователя магнитоэлектрического типа, составленная в соответствии с эквивалентными схемами рисунка 1.89 в MATLAB Simulink, приведена на рисунке 1.90.

Электрическая и механическая подсистемы связаны блоками расчета силы и ЭДС. Модель электрической подсистемы (рис. 1.91) составлена из последовательно соединенных источника питания, активного сопротивления провода катушки, индуктивности катушки и управляемого источника напряжения, представляющего ЭДС,

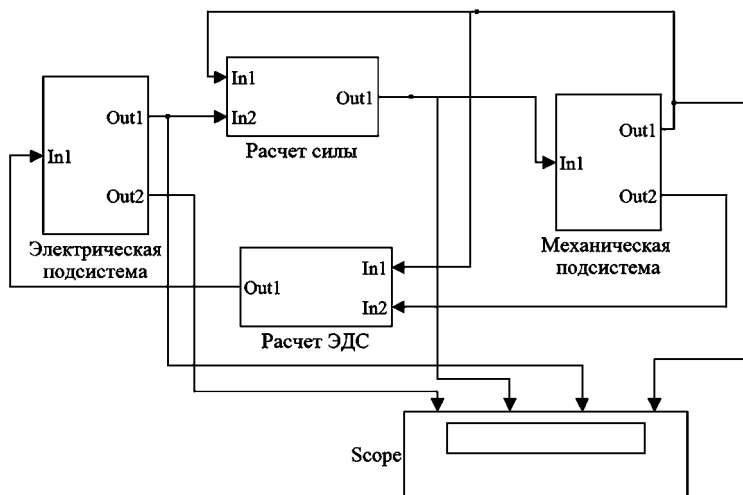


Рис. 1.90

Упрощенная модель электромеханической системы преобразователя магнитоэлектрического типа в MATLAB Simulink



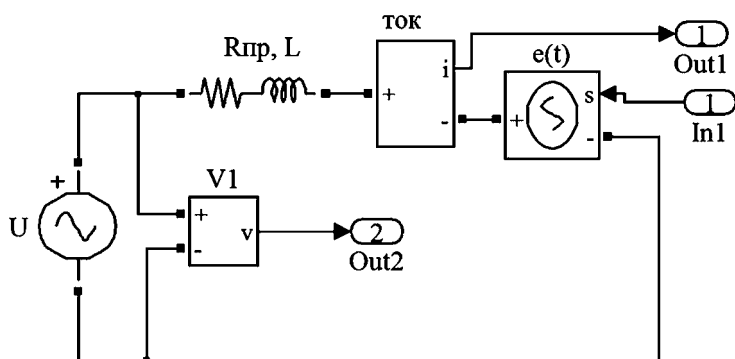


Рис. 1.91  
Модель электрической подсистемы преобразователя

индуцируемую при движении постоянных магнитов. Сигнал управления формируется в блоке расчета ЭДС и подается на вход In1. Также в схему включены измерительные приборы: амперметр — выход Out1, вольтметр — выход Out2.

Схемы блоков расчета сил и ЭДС приведены на рисунке 1.92. Они содержат функцию  $f(u)$ , аппроксимирующую зависимости индуцируемой в катушке ЭДС или действующей на якорь электромагнита силы по перемещению якоря  $x$ , и элемент умножения. На вход In1 подается сигнал перемещения якоря из механической подсистемы. На вход In2 подаются или ток для расчета силы, или скорость якоря для расчета ЭДС. Соответственно на выходе Out1 получаем силу или ЭДС.

Схема механической подсистемы изображена на рисунке 1.93. В ней параллельно соединены управляемый

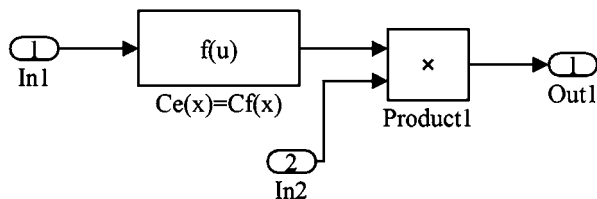


Рис. 1.92  
Модель блоков расчета сил или ЭДС

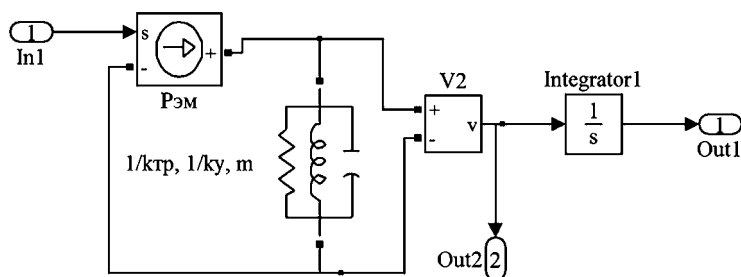


Рис. 1.93

Модель механической подсистемы преобразователя

источник тока — источник силы  $P_{эм}$ , резистор, индуктивность и конденсатор, моделирующие вязкое трение, пружину и массу подвижной части. Управление источником силы осуществляется по входу In1 сигналом, сформированным в блоке расчета силы. Вольтметр V2 измеряет скорость постоянных магнитов. Далее сигнал вольтметра интегрируется и на выходе Out1 получаем значение перемещения  $x$ , который подается на блоки расчета сил и ЭДС. С выхода Out2 сигнал скорости подается на блок расчета ЭДС.

Порядок расчета параметров упрощенной модели устройства с помощью программы численного анализа электромагнитного поля следующий:

1. Расчет индуктивности  $L$  при отсутствии постоянно-го магнита и номинальном токе.

2. Расчет функции потокосцепления и его производной по перемещению от поля постоянных магнитов при выключенном токе.

3. Расчет зависимостей от положения постоянных магнитов результирующей силы  $P_{\Sigma}(x)$  при номинальном токе, силы постоянных магнитов при выключенном токе  $P_{пм}(x)$  и электромагнитной силы  $P_{эм}(x) = P_{\Sigma}(x) - P_{пм}(x)$ .

В качестве примера приведем результаты расчетов конструкции рисунка 1.88, со следующими исходными данными:

- $U = 220$  В;  $f = 50$  Гц;  $m = 0,1$  кг;  $k_{тр} = 1,0$  кг/с;  
 $k_y = 20,3$  кН/м;
- число витков катушки  $N = 4000$ ;

- материал магнитопровода — сталь 10;
- намагниченность постоянных магнитов — 1000 кА/м.

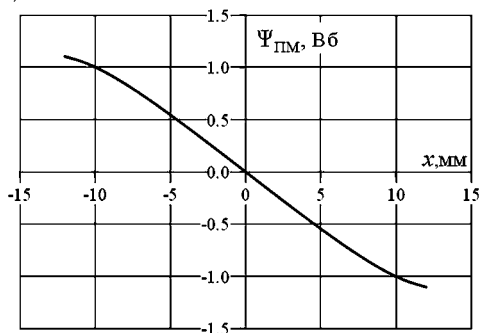
Начальные условия:  $x = 0$  мм (симметричное положение магнитов относительно электромагнита); сила начального поджатия пружины  $P_{\text{пр}0} = 0$ ; начальная скорость  $v = 0$ ;  $x_{\text{max}} = \pm 7,0$  мм.

Индуктивность катушки составила  $L = 0,52$  Гн, активное сопротивление  $R = 264$  Ом.

Рассчитанные функции потокосцепления и его производной по перемещению от поля постоянных магнитов приведены на рисунке 1.94. Аппроксимирующая функция в виде полинома для производной потокосцепления:

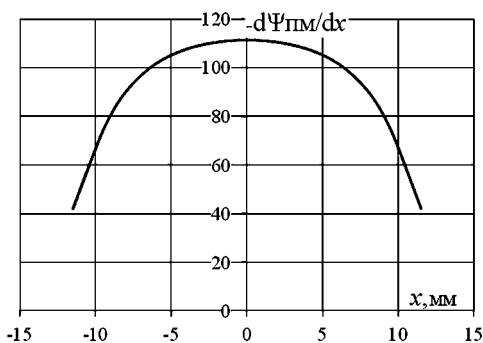
$$C_e(x) = -d\Psi_{\text{пм}}/dx = -0,0028x^4 - 0,1551x^2 + 111,02.$$

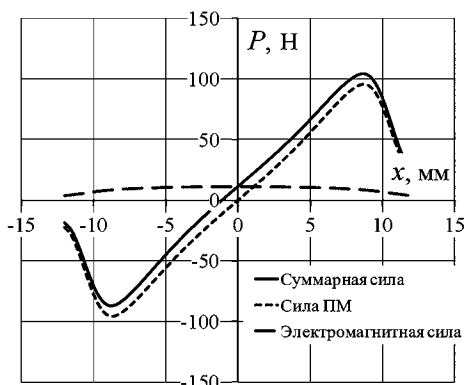
а)



**Рис. 1.94**  
Зависимость  
потокосцепления  
(а) катушки  
с магнитным полем  
постоянных магнитов  
и его производной  
(б) от положения  
постоянных магнитов

б)





**Рис. 1.95**  
Зависимости сил от перемещения подвижной части устройства

Результирующая сила, сила постоянных магнитов при выключенном токе и электромагнитная сила  $P_{эм}(x) = P_{\Sigma}(x) - P_{пм}(x)$  как функции положения постоянных магнитов приведены на рисунке 1.95.

Аппроксимирующие функции результирующей силы:

$$P_{эм} = -0,0003x^4 - 0,0177x^2 + 11,142$$

и функция  $C_f(x) = P_{эм}(x)/i = -0,003x^4 - 0,0177x^2 + 111,42$ .

Из баланса преобразуемой энергии из электрической в механическую следует, что  $P_{эм}(x) \cdot v = C_f(x) \cdot i \cdot v = e_{пм}(e) \cdot i = C_e(x) \cdot v \cdot i$ , т. е.  $C_f(x) = C_e(x)$ . Полученное небольшое расхождение в аппроксимирующих формулах для этих коэффициентов связано с нелинейными свойствами материала сердечника электромагнита, которые учитывались при расчете. В дальнейшем будем использовать формулу для  $C_f(x)$ .

Аппроксимирующая функция для силы взаимодействия постоянных магнитов со стальным сердечником электромагнита  $P_{пм}(x) = 10,3x$  вычитается из жесткости пружины.

Результаты расчетов переходного процесса при включении источника питания (220 В, 50 Гц) в период времени  $t = 0 \div 0,1$  с по составленной модели представлены на рисунке 1.96.

Характер полученных зависимостей указывает на переходной процесс вблизи частоты механического резонанса.

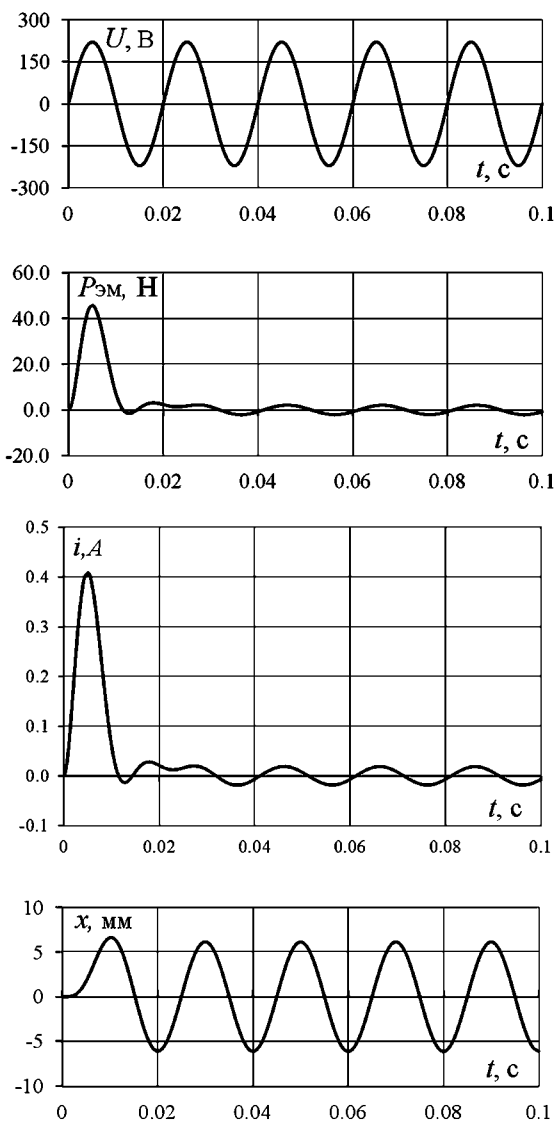


Рис. 1.96

Расчитанные осциллограммы переходного процесса при включении электромеханической системы преобразователя магнитоэлектрического типа рисунка 1.88: напряжения питания  $U$ , электромагнитной силы  $P_{эм}$ , тока  $i$ , перемещения постоянных магнитов  $x$

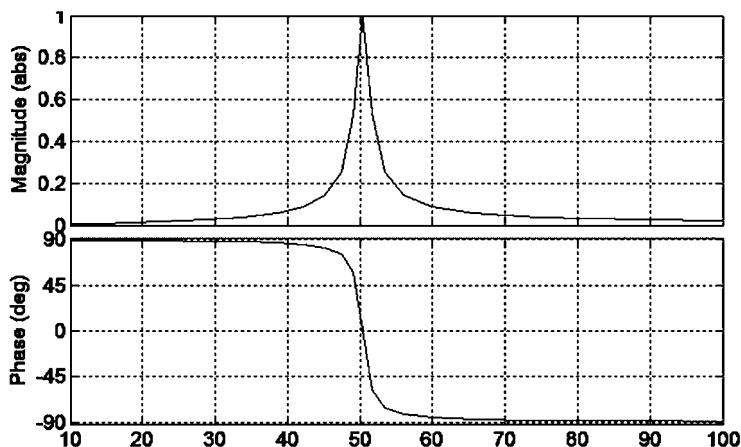


Рис. 1.97

АЧХ и ФЧХ для скорости движения постоянных магнитов

нанса, что подтверждается анализом частотных зависимостей. Результаты расчетов АЧХ и ФЧХ скорости движения постоянных магнитов с опорным параметром силы (опорный параметр имеет единичное значение) представлены на рисунке 1.97.

Электромагнитные системы широко используются для создания *измерительных устройств* как электрических, так и неэлектрических величин. В электроэнергетике повсеместно применяют *трансформаторы тока*, которые предназначены для преобразования тока первичной сети во вторичный, имеющий стандартный уровень 1 или 5 А, используемый в качестве сигнала в системах измерения, учета и релейной защиты. Для получения линейной функции преобразования амплитудных и фазовых характеристик измеряемого тока во вторичный ток такие трансформаторы имеют конструктивные особенности, отличные от трансформаторов напряжения. Первичная обмотка включается в контролируемую цепь тока последовательно, поэтому она должна иметь малое сопротивление, чтобы падение напряжения на ней практически отсутствовало. Вторичная обмотка замыкается на измерительные или другие приборы с малым сопро-

тивлением, поэтому режим работы трансформатора тока считается близким к режиму короткого замыкания. Амплитудная и фазовая погрешность трансформатора тока определяется как функция измеряемого тока.

По конструктивному исполнению и применению трансформаторы тока бывают следующих видов:

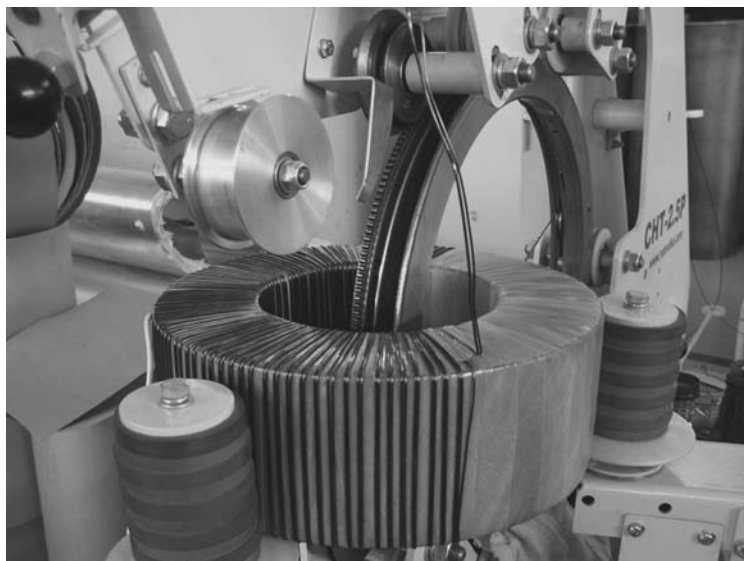
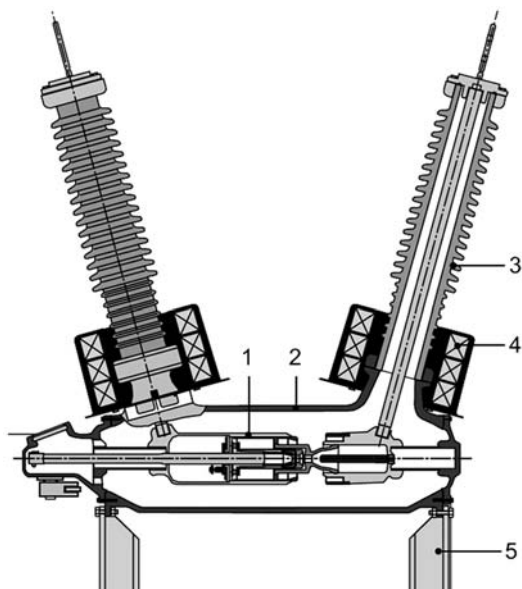
- встроенный трансформатор тока — трансформатор тока, первичной обмоткой которого служит ввод электротехнического устройства;
- опорный трансформатор тока — трансформатор тока, предназначенный для установки на опорной плоскости;
- проходной трансформатор тока — трансформатор тока, предназначенный для использования его в качестве ввода;
- шинный трансформатор тока — трансформатор тока, первичной обмоткой которого служит одна или несколько параллельно включенных шин распределительного устройства (шинные трансформаторы тока имеют изоляцию, рассчитанную на наибольшее рабочее напряжение);
- втулочный трансформатор тока — проходной шинный трансформатор тока;
- разъемный трансформатор тока — трансформатор тока без первичной обмотки, магнитная цепь которого может размыкаться и затем замыкаться вокруг проводника с измеряемым током.

На рисунке 1.98 изображен разрез высоковольтного ввода с встроеным трансформатором тока. Вводы служат для подсоединения выключателя к шинам распределительного устройства. Ввод состоит из изоляционной втулки с контактным стержнем, фарфоровой крышки и помещенных в колпак трансформаторов тока. Пространство между втулкой и фарфоровой крышкой заполнено изоляционным материалом загерметизировано от окружающей среды. Ввод крепится к корпусу выключателя.

Встроенный трансформатор тока состоит из магнитопровода и двух обмоток: защитной и измерительной. Трансформатор тока выполнен в виде тороида (рис. 1.99).

**Рис. 1.98**  
Конструкция ввода:

1 — дугогасительная камера; 2 — стальной корпус; 3 — высоковольтный ввод; 4 — трансформатор тока; 5 — опорная рама (Сиенс).



**Рис. 1.99**  
Изготовление трансформатора тока



Магнитопровод — ленточный из электротехнической стали. Роль первичной обмотки трансформатора тока выполняет контактный стержень ввода. Вторичная обмотка намотана равномерно на магнитопроводе.

Принцип работы трансформатора тока поясним на модели двухобмоточного трансформатора напряжения, схема которого приведена на рисунке 1.100.

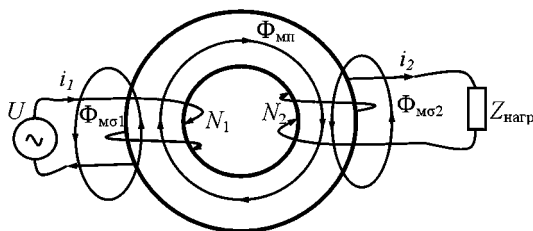


Рис. 1.100

Схема двухобмоточного трансформатора напряжения:

$U$  — напряжение питания первичной обмотки;  $N_1, N_2$  — числа витков первичной и вторичной обмоток;  $Z_{\text{нагр}}$  — комплексное сопротивление нагрузки.

Эквивалентные схемы электрических подсистем первичной и вторичной обмоток трансформатора показаны на рисунке 1.101а, б и магнитной цепи на рисунке 1.101в. Выделены магнитные потоки рассеяния обмоток и рабочий магнитный поток.

На схемах обозначено:

- в первичной обмотке:  $U$  — напряжение питания;  $R_1$  — сопротивление провода;  $L_{\sigma 1}$  — индуктивность магнитных потоков рассеяния;  $e_1$  — индуцируемая ЭДС рабочим магнитным потоком;
- во вторичной обмотке:  $R_2$  — сопротивление провода;  $L_{\sigma 2}$  — индуктивность магнитных потоков рассеяния;  $e_2$  — индуцируемая ЭДС рабочим магнитным потоком;  $Z_{\text{нагр}}$  — комплексное сопротивление нагрузки трансформатора;
- в магнитной цепи:  $R_{\text{мс}1}, R_{\text{мс}2}$  — магнитные сопротивления рассеяния первичной и вторичной обмотки;  $R_{\text{мп}}$  — нелинейное магнитное сопротивление сердечника;  $L_{\text{м}}$  — магнитная индуктивность, определяющая активные потери в сердечнике от индуцируемых токов

и магнитного гистерезиса (см. п. 1.4.3, далее не учитывается);  $i_1 N_1$ ,  $i_2 N_2$  — магнитодвижущие силы первичной и вторичной обмоток;  $\Phi_{\text{мс1}}$ ,  $\Phi_{\text{мс2}}$  — магнитные потоки рассеяния первичной и вторичной обмоток;  $\Phi_{\text{мп}}$  — рабочий магнитный поток в сердечнике.

Модель трансформатора, составленная по приведенным эквивалентным схемам в программной среде MATLAB Simulink, изображена на рисунке 1.102.

Модель включает три подсистемы: первичной и вторичной обмоток и магнитной цепи трансформатора, которые приведены на рисунке 1.103. Подсистемы связаны управляемыми источниками напряжения. Индуцируемые в обмотках ЭДС  $e_1$  и  $e_2$  получают сигнал

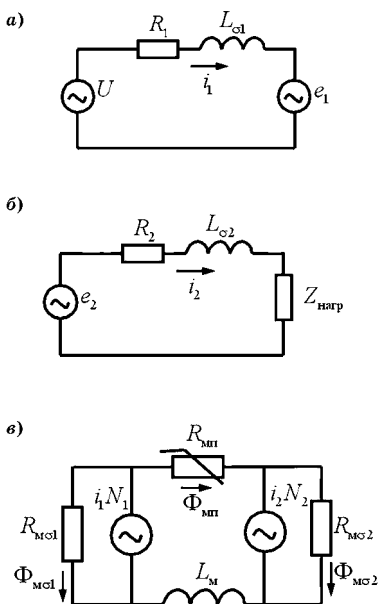


Рис. 1.101

Эквивалентные схемы двухобмоточного трансформатора:  
 а — первичная электрическая обмотки;  
 б — вторичная электрическая цепь; в — магнитная цепь.

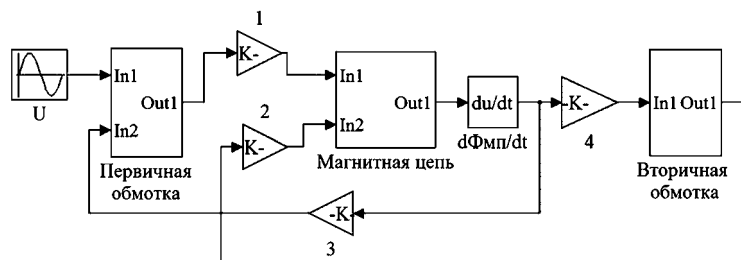


Рис. 1.102

Модель двухобмоточного трансформатора в программной среде MATLAB Simulink

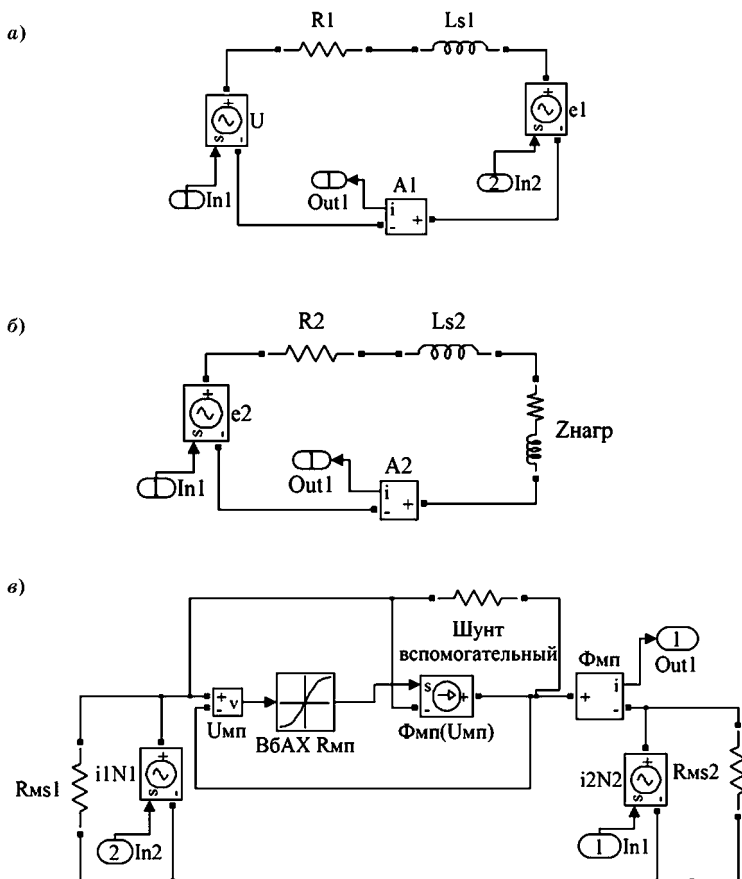


Рис. 1.103

Эквивалентные схемы подсистем трансформатора в MATLAB Simulink: а, б — схемы первичной и вторичной обмоток; в — магнитная цепь.

управления о рабочем магнитном потоке  $\Phi_{\text{мп}}$  из магнитной подсистемы. Этот сигнал дифференцируется и умножается на число витков обмотки. В магнитной подсистеме МДС  $i_1N_1$  и  $i_2N_2$  представлены управляемыми источниками напряжения по значениям токов первичной и вторичной обмоток, которые дают амперметры в соответствующих

цепях (рис. 1.103). Модель нелинейного магнитного сопротивления сердечника трансформатора  $R_{мп}$  составлена в виде управляемого источника тока (магнитного потока)  $\Phi_{мп}(U_{мп})$ , который представляет вебер-амперную характеристику сердечника, заданную аппроксимирующей функцией в элементе ВБАХ  $R_{мп}$ , как функция измеряемого вольтметром магнитного напряжения  $U_{мп}$ .

У трансформатора тока считается заданным ток в первичной обмотке, поэтому нет необходимости включать в расчет первичную обмотку как у трансформатора напряжения и модель будет иметь вид схемы, представленной на рисунке 1.104. Здесь источник тока (измеряемый ток) управляет МДС первичной обмотки в магнитной подсистеме.

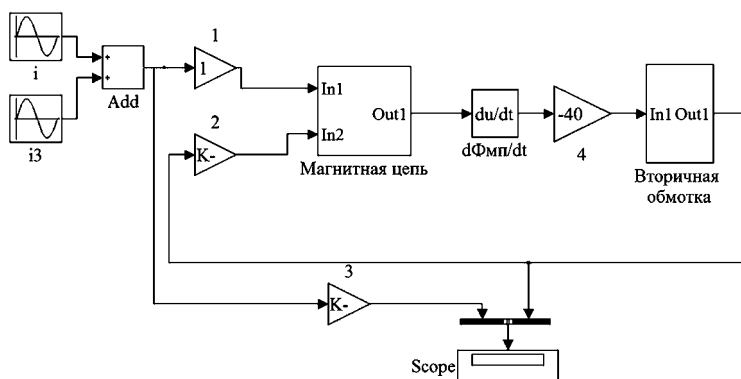


Рис. 1.104

Модель трансформатора тока в программной среде MATLAB Simulink. Ток представлен суммой двух гармонических составляющих

Конструкция трансформатора тока, магнитные свойства материала сердечника, значения первичного тока и нагрузки вторичной обмотки влияют на возникающие погрешности измерения тока и его угла. Моделирование процессов позволяет выполнить теоретический анализ возникающих погрешностей. Для примера рассмотрим встроенный трансформатор тока типа ТВ-35-III. Габаритный чертеж трансформатора приведен на рисунке 1.105, а его технические характеристики в таблице 1.5.

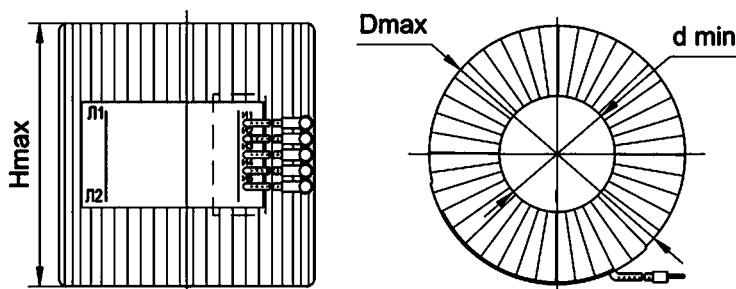


Рис. 1.105  
Габаритный чертеж трансформатора тока ТВ-35-III

Таблица 1.5

Технические характеристики трансформатора тока ТВ-35-III

Тип трансформатора	Номинальный первичный ток, А		Номинальный вторичный ток, А
ТВ-35-III	200–1500		5
Вариант исполнения	Номинальный ток, А		Вторичная нагрузка при $\cos\varphi = 0,8$ в классе точности, В·А
	первичный	вторичный	
200/5	200	5	20

Размеры, мм			Масса max, кг	Климатическое исполнение
$D_{max}$	$d_{min}$	$H_{max}$		
270	86	116	18	У2
Ток термической стойкости, кА (кратность)			Номинальная предельная кратность	Длительность протекания тока КЗ, с
25			9	4

Результаты моделирования в диапазоне номинальных первичных токов и указанной в таблице 1.5 комплексной нагрузки трансформатора ( $Z_{нагр} = 0,64 + j0,48$ ) показывают на существование токовой и угловой погрешности (рис. 1.106) в пределах установленных значений класса точности.

При превышении номинальной предельной кратности тока погрешности увеличиваются, а при значительном превышении допустимой кратности возникают искажения вторичного тока из-за явления магнитного насыщения материала сердечника.

Ток вторичной обмотки зависит от сопротивления нагрузки трансформатора. Как изменяется соотноше-

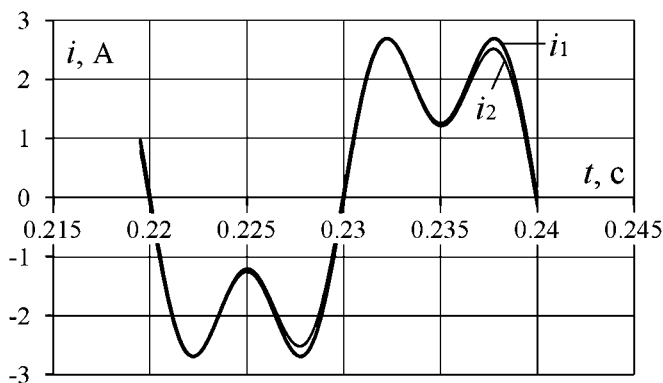


Рис. 1.106

Мгновенные значения токов первичной и вторичной обмоток при номинальной нагрузке. Ток первичной обмотки содержит 50% третьей гармоники и приведен ко вторичной обмотке трансформатора

ние между первичным и вторичным током при возрастании сопротивления нагрузки показывает зависимость на рисунке 1.107. Приведенные зависимости подтверждают, что допустимые погрешности измерений тока возможны только при малых значениях сопротивления нагрузки, т. е. в режиме близком к короткому замыканию.

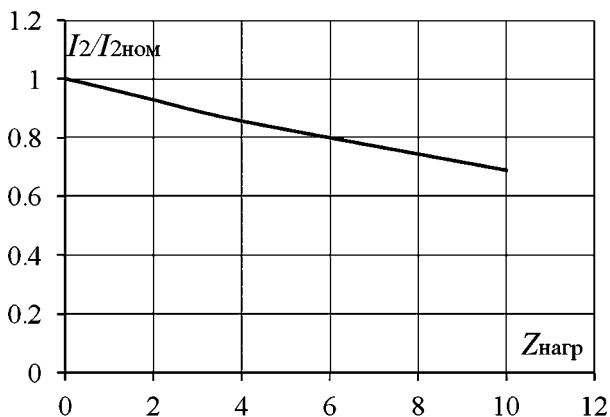


Рис. 1.107

Зависимость вторичного тока трансформатора от сопротивления нагрузки ( $\cos\phi = 0,8$ )

## 1.8. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ И ИНДУКЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Электродинамическими системами в электротехнике принято называть устройства и отдельные узлы, где происходит силовое взаимодействие магнитного поля с токами в проводниках. Возникающие силы — силы Ампера, в общем случае могут быть вычислены по формуле

$$\mathbf{P} = \int_{V_{\text{п}}} \mathbf{i} \times \mathbf{B} dV,$$

где  $V_{\text{п}}$  — объем проводника;  $\mathbf{i}$  — вектор тока;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции.

В приведенной формуле учитывается магнитная индукция, которая создана всеми источниками магнитного поля, расположенными вне элемента объема  $dV$ . Если рассчитываются силы, действующие на твердое тело, то возникающие усилия от источников магнитного поля, расположенных в этом теле, скомпенсированы реакциями внутренних механических связей и не учитываются.

Возникающие при больших токах усилия могут привести к нарушению работы и разрушению электротехнического устройства. Электродинамической устойчивостью называют способность электрических аппаратов, токоведущих частей и изоляторов противостоять механическим усилиям, возникающим при протекании ударного тока короткого замыкания. Контакты должны быть способны пропускать большие токи, не размыкаясь под действием электродинамических усилий и не снижая значительно контактного нажатия. *Электродинамическая устойчивость* характеризуется максимальным (амплитудным) значением тока короткого замыкания, который аппарат выдерживает во включенном положении без повреждений, препятствующих его дальнейшей исправной работе.

В электрических аппаратах на силах Ампера реализуются и некоторые основные функции устройства. Так, электродинамический расцепитель используется для защиты от коротких замыканий в автоматических выключателях с большими номинальными токами. Срабатывание

обеспечивается электродинамическими силами, отталкивающие силовые или вспомогательные контакты.

На рисунке 1.108 изображены замкнутые контакты, один из которых закреплен неподвижно, а второй — подвижный и может вращаться на шарнире. Подвижный контакт прижимается к неподвижному предварительно поджатой пружиной, имеющей жесткость  $k_y$  и силу поджатия  $P_0$ . По контактам протекает ток  $i$ , который создает магнитное поле и вызывает силовые взаимодействия. Силы при указанных направлениях тока направлены на размыкание контактов.

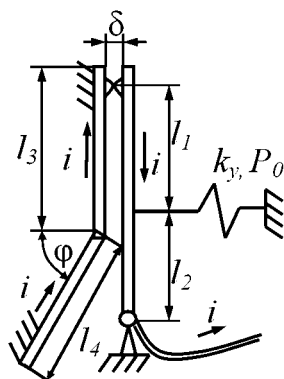


Рис. 1.108  
Контакты выключателя

Для анализа возникающих сил и момента, действующих на подвижный контакт необходимо определить распределение магнитной индукции по его длине, которое после умножения на заданный ток дает эпюру распределенных сил. В приведенном ниже примере принято, что контакты изготовлены из пластин шириной 4 мм и толщиной 1 мм. Остальные размеры следующие:

$$l_1 = 20 \text{ мм}, l_2 = 15 \text{ мм}, l_3 = 25 \text{ мм}, \\ l_4 = 25 \text{ мм}, \varphi = 60^\circ, k_y = 0,1 \text{ Н·м/рад},$$

$$M_0 = P_0 \cdot l_2 = 0,015 \text{ Н·м}.$$

На рисунке 1.109 полученное при токе 1 А распределение ортогональной к плоскости рисунка 1.108 составляющей магнитной индукции изображено вместе с контактом. Максимальное значение магнитной индукции, и соответственно максимальная плотности сил, наблюдается на участке сближения контактных пластин.

Созданный распределенной силой момент, действующий на подвижный контакт относительно шарнира, пропорционален квадрату тока, как показано на рисунке 1.110.



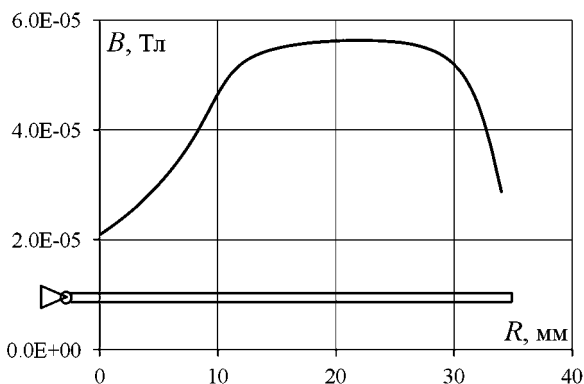


Рис. 1.109

Распределение магнитной индукции по длине контактной пластины

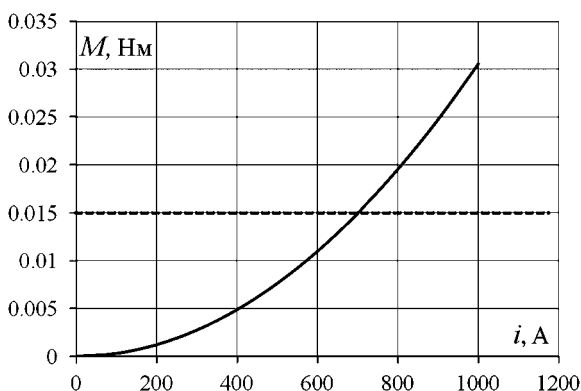


Рис. 1.110

Зависимость электромагнитного момента от тока в контактах

На этом же рисунке пунктирной линией указан момент нажатия контактов, созданный предварительно поджатой пружиной. При превышении электромагнитного момента значения момента нажатия, контакты начнут расходиться.

Для анализа динамики процесса изменения силы нажатия контактов и их расходения можно составить модель в MATLAB Simulink Simscape, например как показано на рисунке 1.111.

Подвижный контакт представлен моделью вращательного движения, содержащей параллельное соедине-

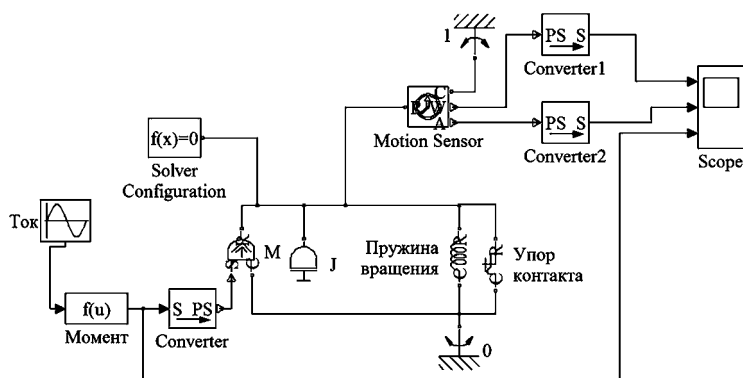


Рис. 1.111

Модель для анализа динамических процессов в контактной системе рисунка 1.108, составленная в программной среде MATLAB Simulink Simscape

ние электромагнитного момента  $M$ , момента инерции  $J$ , пружины вращения и упора о неподвижный контакт. Момент  $M$  задается управляемым источником момента, который реализует функцию рисунка 1.110 при синусоидальном токе. На рисунке 1.112 изображены рассчитанные осциллограммы угловой скорости и угла поворота контакта, а также электромагнитного момента. Расхождение контактов начинается при превышении электромагнитного момента значения  $0,015$  Н·м — момента нажатия пружины. При уменьшении электромагнитного момента меньше этого значения контакт под действием пружины начинает обратное движение до касания с неподвижным контактом. При касании наблюдается отскок, который определяется упругими свойствами контактов и возможным демпфированием колебаний, которые указываются в параметрах упора.

При возрастании тока в контактах уменьшается сила нажатия до нуля, когда начинается их расхождение. Рассчитанная осциллограмма этого параметра приведена на рисунке 1.113.

Примеры промышленных конструкций *электро-механических преобразователей электродинамического типа*, часто используемых в акустических устройствах,

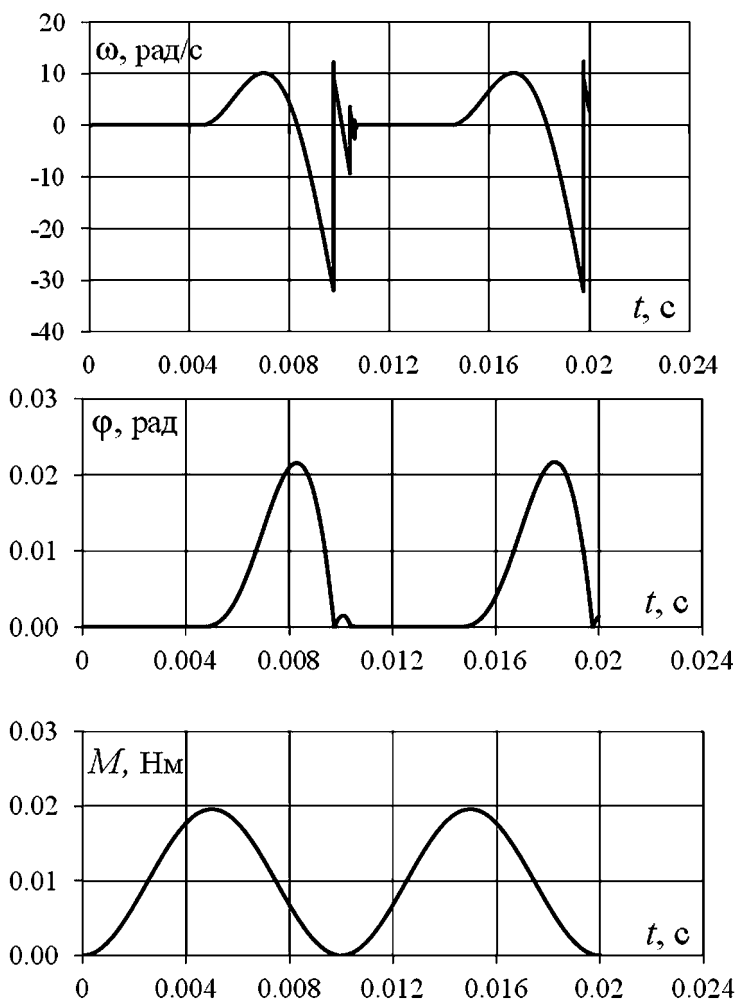


Рис. 1.112

Осциллограммы угловой скорости  $\omega$ , угла поворота  $\phi$  контакта, и электромагнитного момента  $M$

изображены на рисунках 1.114, 1.115. Магнитный поток, созданный постоянным магнитом, замыкается через цилиндрический воздушный зазор, в котором размещена катушка с током. На катушку действует сила Ампера,

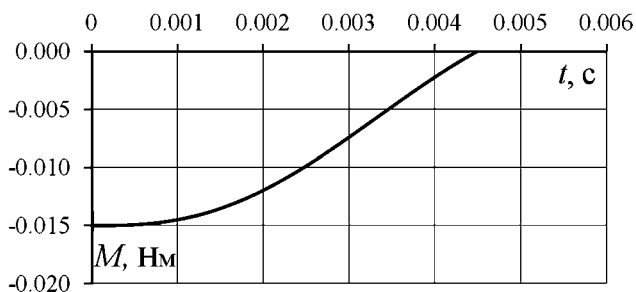


Рис. 1.113

Изменение во времени момента нажатия контактов до их расхождения



Рис. 1.114

Магнитные системы преобразователей электродинамического типа для громкоговорителей (НПП «Эрга»)

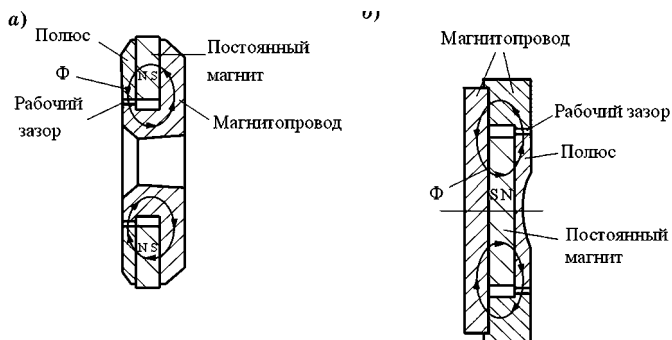


Рис. 1.115

Разрез магнитных систем для громкоговорителей:

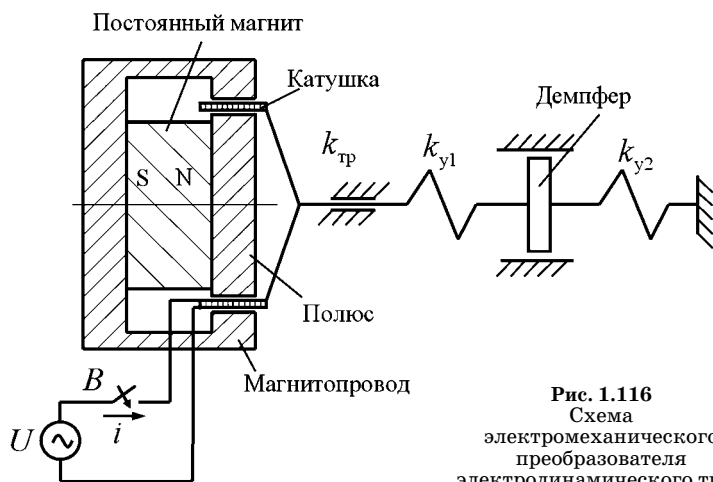
*a* — с внешним кольцевым постоянным магнитом; *б* — с внутренним цилиндрическим постоянным магнитом.

приводящая в действие механическую нагрузку — диффузор громкоговорителя.

Постоянные магниты имеют осевую намагниченность и изготавливаются в виде кольца или цилиндра (рис. 1.115). Электродинамические преобразователи выпускаются в широком диапазоне мощностей от долей ватта до десятков и сотен киловатт. Более мощные устройства применяются для приводов механизмов и вибрационных машин. Важнейшим достоинством электродинамической системы выделяют ее малую инерционность как механическую, так и электромагнитную, поскольку подвижный элемент — катушка имеет малые массу и индуктивность.

На рисунке 1.116 приведена схема электромеханического преобразователя, которая включает электродинамическую систему и механическую нагрузку. Механическая нагрузка выбрана в качестве обобщенного примера и содержит массу, вязкое трение, упругий элемент — пружину и демпфер с противодействующей силой  $P_d$ , не зависящей от скорости (с сухим трением). Поршень демпфера соединен пружиной с неподвижным основанием.

Построим модель устройства для анализа динамики работы. Макроскопические модели применим только для электрической и механической подсистем, где использу-



ем средства MATLAB Simulink. Для анализа магнитной подсистемы используем программные средства для анализа электромагнитного поля.

В электрической подсистеме электрическая цепь содержит источник питания, выключатель, активное сопротивление провода и индуцируемую в катушке ЭДС  $e(t) = -d\Psi_{\Sigma}/dt$ . Потокосцепление  $\Psi_{\Sigma}$  создается током в катушке и постоянным магнитом.

Особенность данной конструкции в том, что магнитный поток, создаваемый постоянным магнитом, существенно превосходит составляющую потока от тока катушки. Поэтому на магнитное состояние полюсов, магнитопровода и самого постоянного магнита слабо влияет ток в катушке. Это позволяет сделать следующие допущения, которые проверяются расчетом магнитного поля:

- потокосцепление катушки, созданное постоянным магнитом  $\Psi_{\text{ПМ}}$ , зависит только от положения катушки и не зависит от тока в ней;
- потокосцепление от собственного тока катушки пропорционально току и должно быть рассчитано с учетом состояния магнитной системы с постоянным магнитом  $\Psi_i(x, i) = f_i(x) \cdot i$ .

Результирующее потокосцепление катушки представляется суммой

$$\Psi_{\Sigma} = \Psi_{\text{ПМ}}(x) + f_i(x) \cdot i.$$

Для расчета функции потокосцепления катушки с магнитным полем постоянных магнитов  $\Psi_{\text{ПМ}}(x)$  ток в катушке задается равным нулю, а перемещение  $x$  катушки осуществляется в пределах рабочего диапазона. ЭДС, индуцируемая магнитным полем постоянных магнитов, определяется произведением функции, зависящей от перемещения катушки, на скорость ее движения:

$$e_{\text{ПМ}}(t) = -d\Psi_{\text{ПМ}}(x)/dt = -d\Psi_{\text{ПМ}}(x)/dx \cdot dx/dt = -C_e(x) \cdot v.$$

Зависимость потокосцепления катушки, созданного собственным током, от перемещения вычисляется как разность функций суммарного потокосцепления и потокосцепления от постоянных магнитов. ЭДС самоиндукции

в катушке определяется производной этой составляющей потокосцепления:

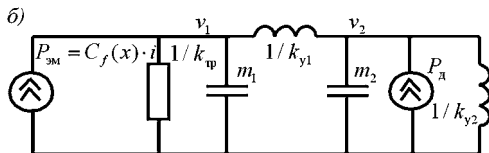
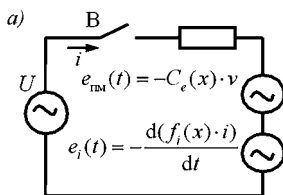
$$e_i(t) = -d\Psi_i(x, i)/dt = -d(f_i(x) \cdot i)/dt.$$

В условиях принятых допущений действующая на катушку электромагнитная сила прямо пропорциональна току в ней и зависит от ее положения  $P(x, i) = C_P(x) \cdot i$ .

Функция  $C_P(x)$  определяется численным расчетом электромагнитного поля в рассматриваемом диапазоне перемещений катушки. В линейном приближении магнитных свойств: относительная магнитная проницаемость деталей из магнитомягких материалов постоянна, отсутствуют магнитный гистерезис, намагниченность постоянных магнитов постоянна, а также отсутствуют индуцированные токи в магнитопроводе и постоянных магнитах, функции  $C_P(x)$  и  $C_e(x)$  должны быть одинаковыми. Это следует из закона сохранения энергии.

Составленная в рамках принятых допущений эквивалентная схема электрической подсистемы изображена на рисунке 1.117а.

В ней обозначены  $U$  — напряжение источника питания;  $R$  — активное сопротивление провода катушки с подводящими проводами. Раздельно подсоединены ЭДС самоиндукции  $e_i(t)$  и индуцированной ЭДС от движения катушки в магнитном поле постоянного магнита  $e_{\text{ПМ}}(t)$ .



**Рис. 1.117**  
Эквивалентные  
схемы электрической  
(а) и механической  
(б) подсистем  
электрохимического  
преобразователя  
электродинамического  
типа

Для обоснования эквивалентной схемы механической подсистемы построим граф механизма (рис. 1.118), где обозначены:  $m_1$  — масса катушки с подсоединенными к ней деталями;  $m_2$  — масса поршня демпфера;  $k_{y1}$  — жесткость пружины  $\text{Пр}_{1-2}$ , соединяющей катушку с демпфером;  $k_{y2}$  — жесткость пружины  $\text{Пр}_{2-0}$ , соединяющей демпфер с неподвижным основанием;  $k_{\text{тр}}$  — коэффициент вязкого трения  $\text{Тр}_{1-0}$  в опоре скольжения;  $P_{\text{эм}}$  — действующая на катушку электромагнитная сила;  $P_{\text{д}}$  — противодействующая сила демпфера.

Вершины графа обозначают детали, которые имеют различные скорости движения: 1 — катушка; 2 — демпфер; 0 — неподвижное основание. Ветви графа — суть элементов кинематической схемы. С неподвижным основанием соединяют массы, силы источников и трение.

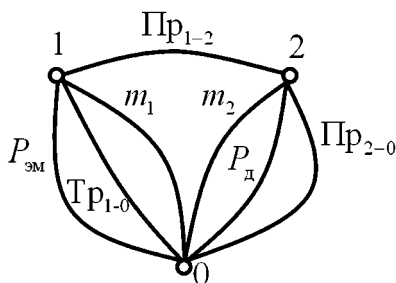


Рис. 1.118  
Граф механической подсистемы преобразователя

Демпфер дополнительно соединяется с неподвижным основанием пружиной. Между катушкой и демпфером механическая связь осуществляется через пружину. В соответствии с построенным графом составлена эквивалентная схема механической подсистемы преобразователя на рисунке 1.117б. В этой схеме потенциал узла  $v_1$  — это скорость катушки, а узла  $v_2$  — скорость демпфера.

Модель электромеханической системы рассматриваемого преобразователя электродинамического типа в программной среде MATLAB Simulink SimPowerSystems представлена на рисунке 1.119.

Она составлена из электрической и механической подсистем, блоков расчета ЭДС самоиндукции, силы и ЭДС от постоянных магнитов.

Схема электрической подсистемы показана на рисунке 1.120. В ней последовательно соединены источник питания  $U$ , активное сопротивление, два управляемых



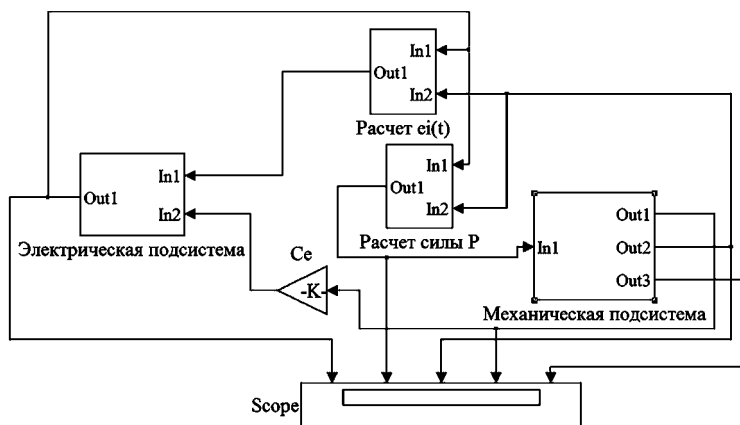


Рис. 1.119

Модель электромеханической системы преобразователя  
электродинамического типа в MATLAB Simulink

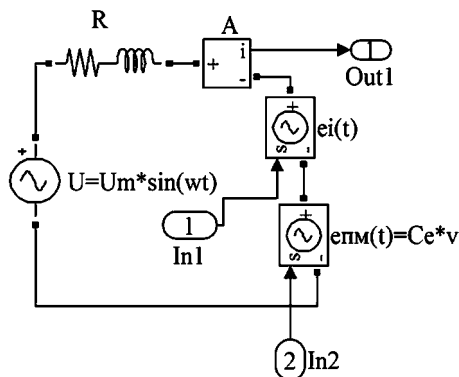


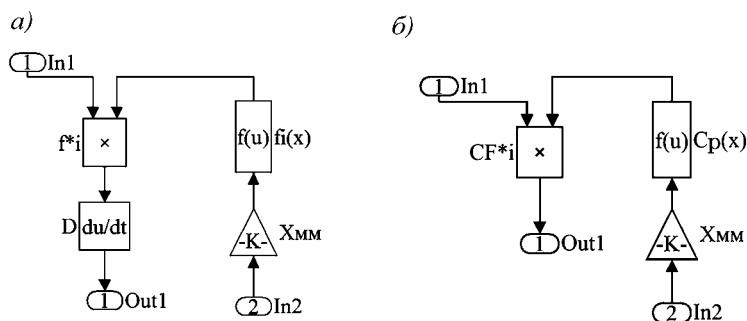
Рис. 1.120

Модель электрической подсистемы  
преобразователя

источников напряжения. Для улучшения сходимости пошагового решения в схему добавлена малая индуктивность, не оказывающая влияния на конечный результат. На вход In1 подается сигнал ЭДС самоиндукции, а на вход In2 — сигнал индуцируемой ЭДС при движении катушки в магнитном поле постоянных магнитов.

На выходе Out1 формируется сигнал тока в катушке.

Схемы блоков расчетов ЭДС самоиндукции и силы приведены на рисунке 1.121. В блоке расчета ЭДС самоиндукции (рис. 1.121а) сигнал перемещения катушки в метрах подается на вход In2, затем он преобразуется в миллиметры (элемент К) и производится расчет функции  $f_i(x)$ . Да-

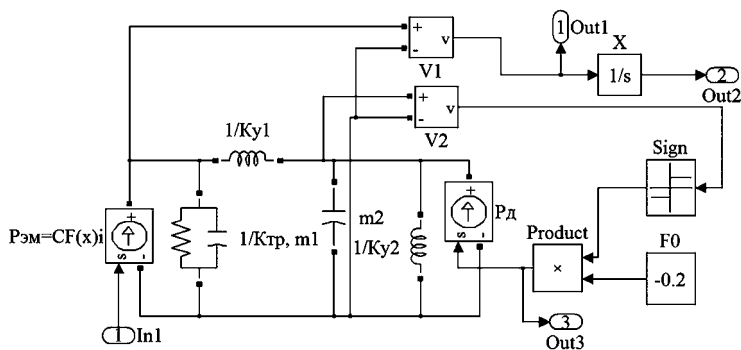


**Рис. 1.121**  
 Модели блоков:

*a* — расчет ЭДС самоиндукции; *б* — расчет силы.

лее полученное значение умножается на ток, взятый по входу In1, и дифференцируется. Выход Out1 дает сигнал управления источником ЭДС самоиндукции в электрической подсистеме. Блок расчета силы (рис. 1.121б) также получает сигнал перемещения катушки по входу In2 и вычисляет функцию  $C_p(x)$ . Далее умножает ее на ток, полученный по входу In1, и формирует сигнал управления источником силы в механической подсистеме на выходе Out1.

Модель механической подсистемы представлена на рисунке 1.122. В ней выполнено параллельное соединение управляемого источника электромагнитной силы



**Рис. 1.122**  
 Модель механической подсистемы преобразователя

(источник тока)  $P_{эм} = CF(x) \cdot i$ , элементов вязкого трения, и массы катушки  $1/k_{тр}$ ,  $m_1$ . Затем пружиной  $1/k_{y1}$  катушка соединена с массой демпфера  $m_2$ . Функция силы демпфера моделируется сухим трением (см. п. 1.1) и реализована управляемым источником силы (источник тока  $P_d$ ). Сигнал управления представлен в виде  $P_d = P_0 \cdot \text{sign}(v_2)$ , где  $v_2$  — скорость поршня измеряется вольтметром V2. Скорость катушки измеряется вольтметром V1, а перемещение  $x$  получается последующим интегрированием этого сигнала на выходе Out2. Параллельно массе поршня подсоединена вторая пружина с жесткостью  $k_{y2}$ .

Приведем пример моделирования процессов в электродинамическом преобразователе со следующими исходными данными:

- материал магнитопровода и полюсов сталь «Армко»;
- материал постоянного магнита сплав NdFeB (намагничен по оси);
- число витков в катушке 100;
- активное сопротивление провода катушки с подводящими проводами 40 Ом;
- масса катушки  $m_1 = 0,005$  кг;
- масса демпфера  $m_2 = 0,05$  кг;
- жесткость пружины  $k_{y1} = k_{y2} = 1,0 \cdot 10^4$  Н/м;
- коэффициент вязкого трения  $k_{тр} = 0,01$  кг/с;
- сила сухого трения демпфера  $P_0 = 0,2$  Н;
- геометрические размеры приведены на рисунке 1.123.

Результаты расчетов токосоупления катушки с магнитным полем постоянных магнитов  $\Psi_{ИМ}(x)$  представлены в виде графика на рисунке 1.124a. Аппроксимирующая функция ли-

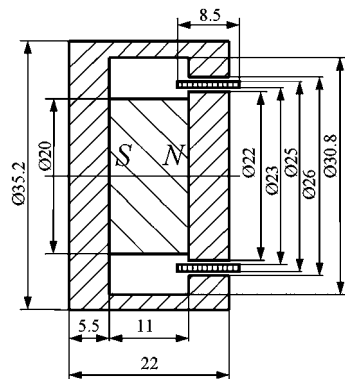


Рис. 1.123  
Магнитная система  
электродинамического  
преобразователя

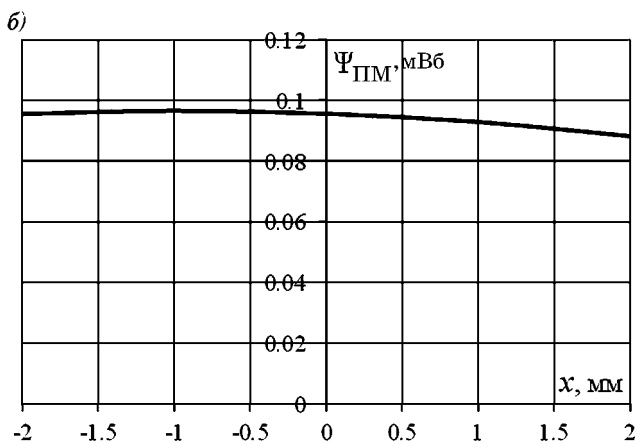
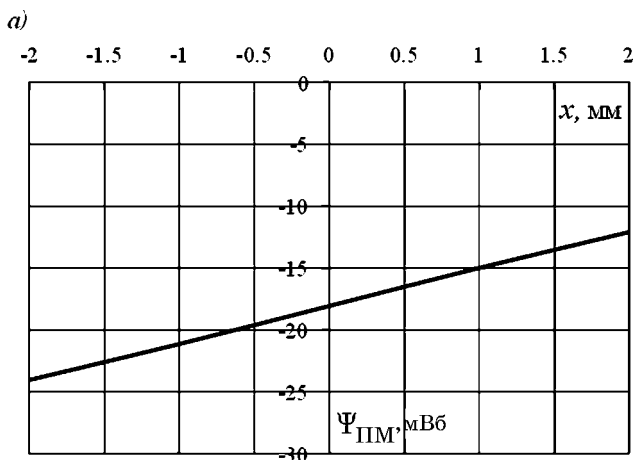


Рис. 1.124

Зависимость потокосцепления катушки от перемещения:

а — от постоянных магнитов; б — от собственного тока.

нейная  $\Psi_{\text{ПМ}}(x) = 3,0128x - 18,083$ , и ЭДС, индуцируемая магнитным полем постоянных магнитов, определяется произведением постоянного коэффициента на скорость:  $e_{\text{ПМ}}(t) = -d\Psi_{\text{ПМ}}(x)/dt = -C_e v$ . В нашем случае  $C_e = 3,0128$ .

Зависимость от перемещения потокосцепления катушки, созданного собственным током  $i = 0,17$  А, приведена на рисунке 1.124б.

Искомая функция аппроксимирована полиномом второго порядка

$$f_i(x) = \Psi_i(x, i)/i = (-5,42 \cdot 10^{-3}x^2 - 1,05 \cdot 10^{-2}x + 5,62 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^{-3}.$$

Расчитанная зависимость силы от перемещения для тока  $i = 0,17$  А приведена на рисунке 1.125.

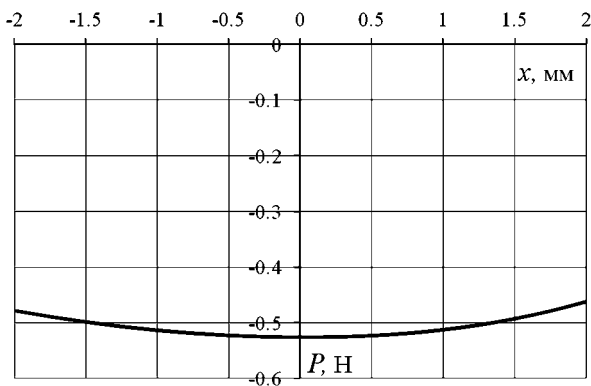


Рис. 1.125

Зависимость силы от перемещения для тока  $i = 0,17$  А

Аппроксимирующая  $C_p(x)$  функция определена в виде полинома второго порядка

$$C_p(x) = 0,0818x^2 + 0,0147x - 3,099.$$

Расчитанные осциллограммы тока, вынуждающего усилия, перемещения и скорости катушки, противодействующей силы демпфера, изображены на рисунке 1.126.

Результаты моделирования указывают на присутствие собственных резонансных частот колебаний катушки, которые возбуждаются нелинейным элементом — демпфером. Для анализа частотных характеристик рассматриваемой электромеханической системы используем инструмент LTI Viewer. Полученные АЧХ и ФЧХ перемещения

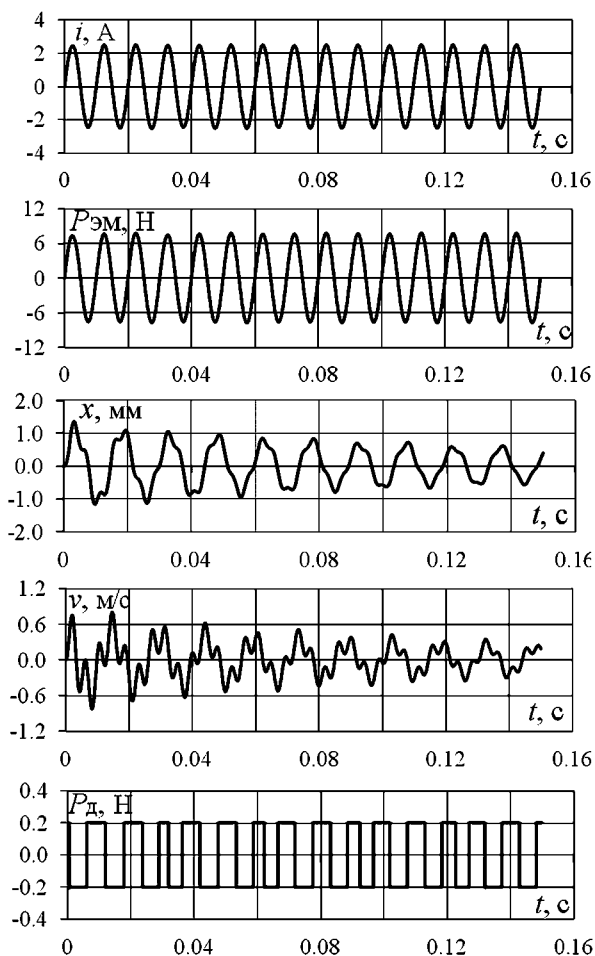


Рис. 1.126

Осциллограммы тока  $i$ , вынуждающего электромагнитного усилия  $P_{эм}$ , перемещения катушки  $x$ , скорости катушки  $v$  и противодействующей силы демфера  $P_д$  при напряжении питания 100 В с частотой 100 Гц

катушки показаны на рисунке 1.127. Система имеет две частоты механического резонанса высокой добротности: 67,5 и 237 Гц.

На резонансных частотах происходит резкое увеличение амплитуды колебаний. Поэтому для анализа про-

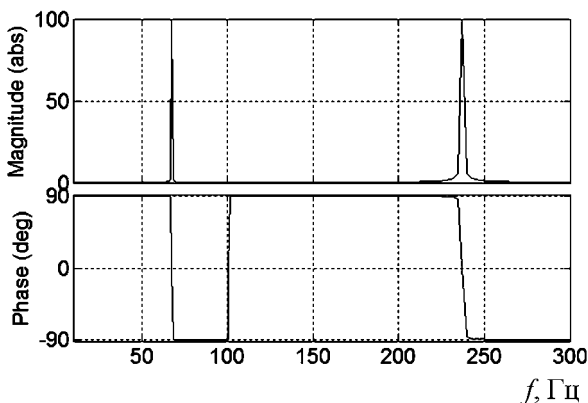


Рис. 1.127  
АЧХ и ФЧХ перемещения катушки

цессов на частоте 237 напряжение питания катушки уменьшено в 10 раз. Осциллограммы параметров электро-механической системы на этой частоте приведены на рисунке 1.128. Здесь колебательный процесс принял синусоидальный характер с плавным нарастанием амплитуды перемещений и скорости катушки.

В *индукционных системах* присутствуют элементы из электропроводящего материала, в которых под воздействием внешнего переменного магнитного поля возникают индуцируемые токи. Эти токи и создаваемые ими магнитные поля определяют функциональные характеристики устройства.

На рисунке 1.129 изображен электромагнит с короткозамкнутым витком на полюсе. Здесь индуцируемые в витке токи влияют на временную функцию силы притяжения якоря при протекании по катушке электромагнита переменного тока. Основные детали электромагнита: полюс, магнитопровод и якорь изготовлены из листовой электротехнической стали (шихтованные). Короткозамкнутый виток изготовлен из медной шины. В катушке 100 витков с синусоидальным током  $i(t) = 4,0 \cdot \sin(2\pi \cdot 50t)$ .

Магнитный поток, создаваемый катушкой с током, частично проходит внутри короткозамкнутого витка и частично вне его. В витке индуцируется ток, который

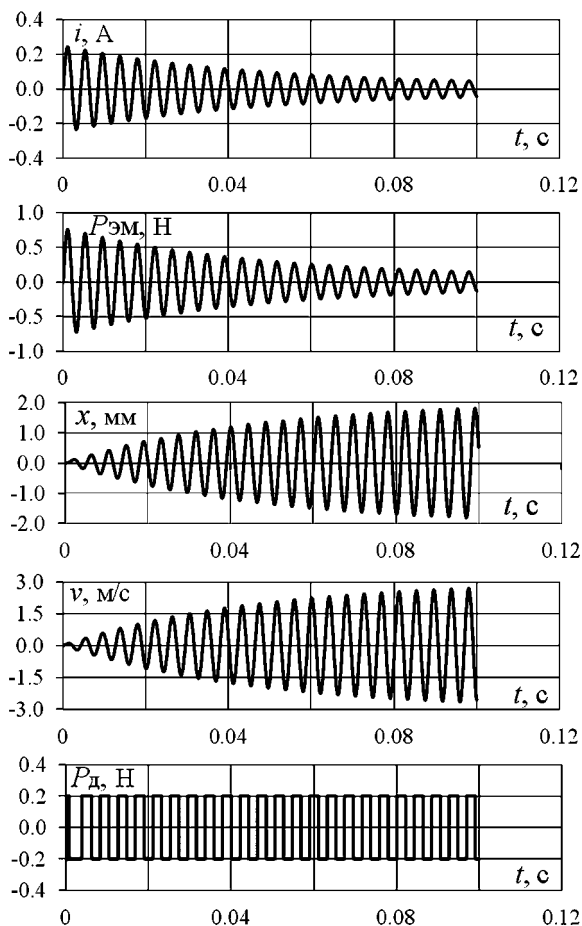
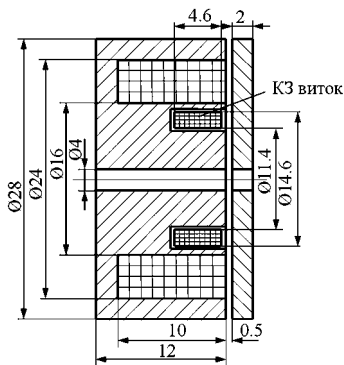


Рис. 1.128

Осциллограммы тока  $i$ , вынуждающего электромагнитного усилия  $P_{эм}$ , перемещения катушки  $x$ , скорости катушки  $v$  и противодействующей силы демпфера  $P_d$  при напряжении питания 10 В с частотой механического резонанса 237 Гц

сдвинут по фазе к току катушки. Результирующий магнитный поток, возбуждаемый током в катушке и током в витке, замыкается через якорь, намагничивает его и создает силу притяжения. Из-за фазового сдвига токов в катушке и витке магнитный поток и сила не имеют ну-

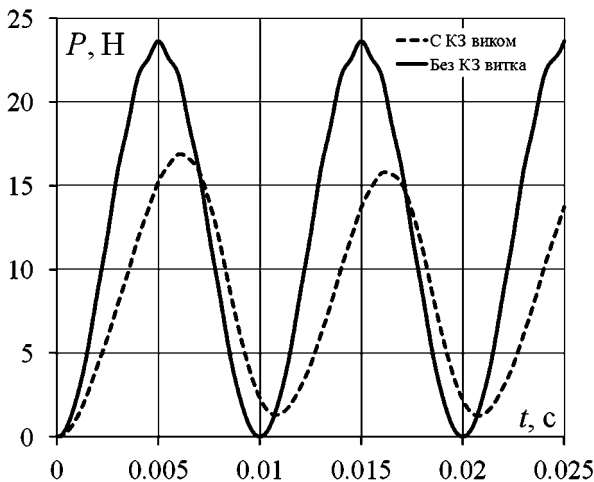




**Рис. 1.129**  
 Электромагнит  
 с короткозамкнутым витком

левого значения. В электромагнитных механизмах переменного тока этот эффект используется для исключения дребезга якоря. Для сравнения с помощью программы численного анализа электромагнитного поля выполнены расчеты без короткозамкнутого витка и с ним. На рисунке 1.130 приведены зависимости силы притяжения якоря от времени.

Поскольку сила не зависит от направления магнитного потока, то она изменяется с двойной частотой по отношению к частоте тока. Без витка сила имеет минимальные нулевые значения, когда ток проходит через нуль. С витком минимум силы сдвинут по времени и не равен нулю. Это вызвано тем, что индуцированный ток в витке сдвинут по фазе к току катушки. На рисунке 1.131 при-



**Рис. 1.130**  
 Зависимости силы притяжения якоря от времени

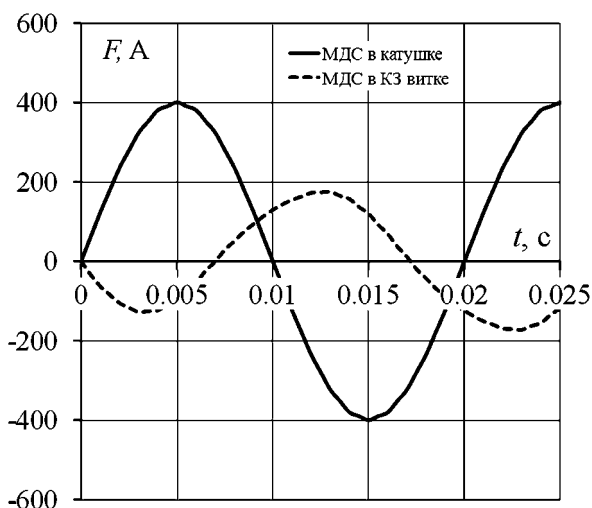


Рис. 1.131

Зависимости от времени магнитодвижущих сил в катушке электромагнита и в коротко-замкнутом витке

ведены зависимости от времени магнитодвижущих сил в катушке электромагнита и в короткозамкнутом витке.

Сопоставление распределений продольной составляющей напряженности магнитного поля в зазоре между якорем и электромагнитом приведены на рисунке 1.132 для двух моментов времени при значениях тока в катушке максимум и ноль.

Короткозамкнутый виток изменяет соотношение значений напряженности магнитного поля вблизи центральной части и на периферии полюса. А в момент времени, когда ток в катушке равен нулю, ток в витке продолжает создавать магнитный поток.

Использование эффекта индуцированных токов для механических воздействий на объекты иллюстрирует электромагнитная система *импульсного индукционного пресса*, изображенная на рисунке 1.133.

В катушке индуктора пропускается мощный импульс тока, который возбуждает импульс магнитного потока и индуцирует ток в медной втулке. В результате на медную втулку в магнитном поле воздействует распределен-

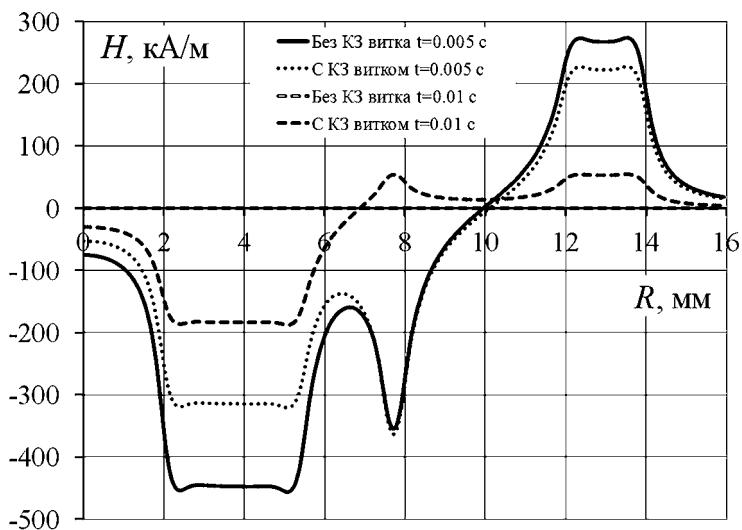


Рис. 1.132

Распределение напряженности магнитного поля в зазоре между якорем и электромагнитом

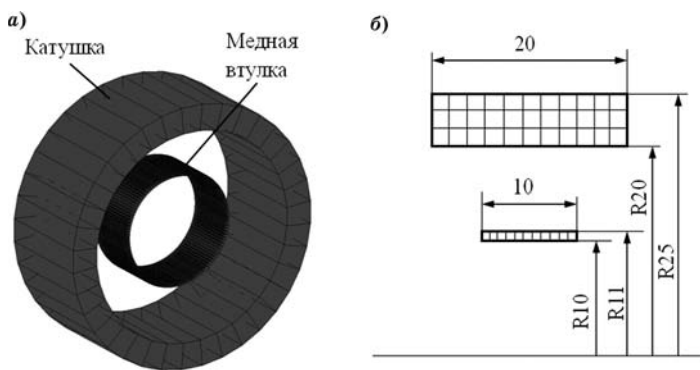


Рис. 1.133

Магнитная система импульсного индукционного пресса:

*a* — компьютерная модель; *б* — сечение.

ная сила, приводящая к ее деформации. Обычно импульс тока в индукторе создается разрядом предварительно заряженной конденсаторной батареи. Схема такой установки имеет вид, показанный на рисунке 1.134. Сначала

ла конденсаторы медленно заряжаются от источника через большое сопротивление, а затем разряжаются на индуктор. При быстром процессе разряда конденсаторов на индуктор в катушке возникает ЭДС  $e(t) = -d\Psi/dt$ , потокосцепление  $\Psi$  создается током в катушке и индуцированными токами в медной втулке.

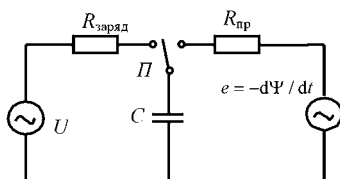


Рис. 1.134

Схема установки импульсного индукционного пресса

Анализ такого процесса во временной области (пошагово) можно выполнить с использованием существующих пакетов программ численного анализа электромагнитного поля, позволяющих учитывать электрические цепи. Другой упрощенный подход состоит в замене индуцируемой в катушке индуктора ЭДС напряжением на комплексном сопротивлении. Для анализа процессов необходимо определить электрические параметры катушки: индуктивность и активное сопротивление, а также их зависимость от частоты. Здесь также применяется численный анализ электромагнитного поля, но в частотной области, с помощью которого выясняется зависимость комплексного потокосцепления от частоты  $\dot{\Psi}(f) = \text{Re } \dot{\Psi}(f) + j \text{Im } \dot{\Psi}(f)$  при фиксированном токе. Ток выбирается произвольно, так как система линейная.

Индуктивность катушки индуктора с медной втулкой и активное сопротивление потерь на индуцированные токи во втулке вычисляются через потокосцепление (см. параграф 1.3):

$$L(f) = \text{Re } \dot{\Psi}(f) / \dot{I}, \quad R_{\text{пот}}(f) = -2\pi f \cdot \text{Im } \dot{\Psi}(f) / \dot{I}.$$

Суммарное активное сопротивление катушки складывается из сопротивления провода катушки и сопротивления потерь:  $R_{\text{сумм}} = R_{\text{пр}} + R_{\text{пот}}$ .

Зависимость от времени тока в катушке  $i(t)$  при постоянных электрических параметрах  $R$  и  $L$  имеет аналитическое выражение [19]:

$$i(t) = -\frac{U_0}{\omega' L} e^{-\delta t} \sin(\omega' t),$$

где  $U_0$  — напряжение заряда конденсатора;

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}; \omega_0^2 = \frac{1}{LC}; \delta^2 = \frac{R^2}{4L^2}.$$

Из-за малого активного сопротивления процесс имеет колебательный характер. Для заданной емкости конденсатора нетрудно вычислить частоту колебаний тока и определить конкретные значения сопротивления и индуктивности.

При оптимизации параметров установки удобно применить модель электрической цепи индуктора в программной среде MATLAB Simulink (рис. 1.135) и с ее помощью анализировать зависимости тока от времени при вариациях параметров цепи.

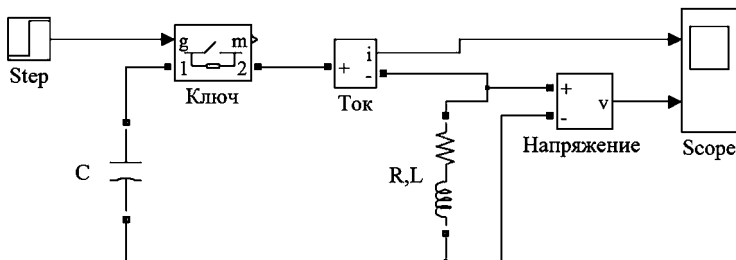


Рис. 1.135

Модель разрядной цепи индуктора в MATLAB Simulink

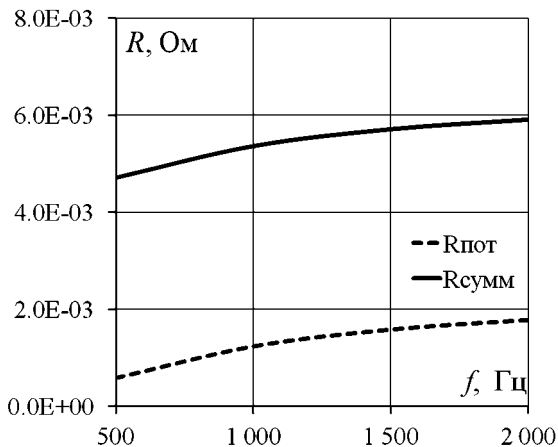
При известной функции тока от времени можно выполнить анализ электромагнитного поля и определить возникающие усилия в медной втулке, созданные взаимодействием магнитного поля катушки индуктора и индуцированными токами во втулке. Для примера приведем данные для установки, размеры которой указаны на рисунке 1.133б.

Импульс тока в соленоиде создается разрядом конденсатора с накопленной энергией 20 кДж ( $U = 2000$  В,  $C = 0,01$  Ф). Индуктор имеет  $N = 10$  витков и коэффициент

заполнения сечения окна  $K_3 = 0,6$ . Полученные зависимости от частоты электрических параметров представлены на рисунке 1.136.

Сопоставляя зависимости собственной частоты системы от электрических параметров и рассчитанные зависи-

а)



б)

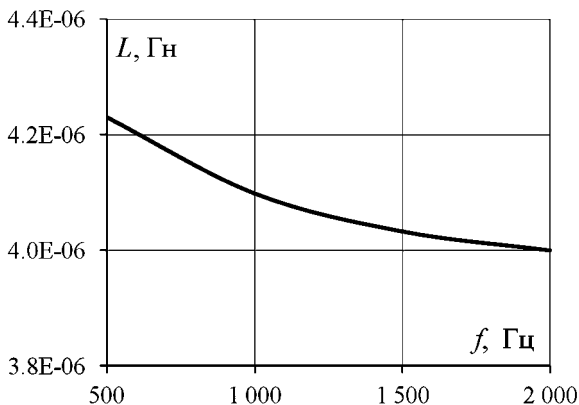


Рис. 1.136

Зависимости от частоты электрических параметров:

а — активное сопротивление; б — индуктивность.

мости электрических параметров от частоты, получаем искомые значения:  $\omega' = 4938 \text{ с}^{-1}$ ;  $\delta = 634 \text{ с}^{-1}$ , активное сопротивление и индуктивность катушки:  $R_{\text{сумм}} = 5,36 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}$ ,  $L = 4,1 \cdot 10^{-6} \text{ Гн}$ .

График зависимости тока от времени приведен на рисунке 1.137.

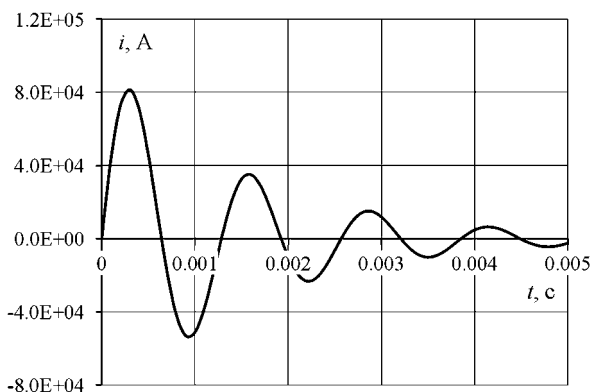


Рис. 1.137

Зависимость тока от времени — аналитическое решение

Результаты расчетов радиальных сил, пересчитанных на значения давлений на внешнюю поверхность втулки, изображены в виде графика на рисунке 1.138.

По сравнению с зависимостью тока от времени зависимость давления имеет двукратную частоту и затухает быстро.

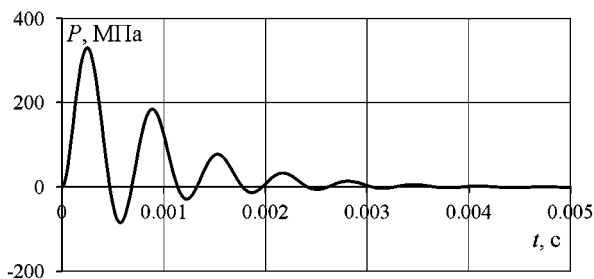


Рис. 1.138

Изменение давления на втулку во времени

## 1.9. МАГНИТНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Широкое распространение в промышленности получили различные магнитные механизмы, в том числе: *магнитные муфты, редукторы, мультипликаторы*, предназначенные для передачи крутящего момента с ведущего вала на ведомый без механического контакта, за счет взаимодействия магнитных полей [44]. К магнитным механизмам относятся также *бесконтактные магнитные опоры, подвесы и подшипники*, позволяющие исключить рассеяние энергии на опорах скольжения и качения, обеспечить пространственное позиционирование ферромагнитных объектов.

В *магнитных муфтах* магнитное поле создается постоянными магнитами или электромагнитами, установленными в ведущей и ведомой полумуфтах (рис. 1.139). Защитный экран, находящийся между полумуфтами, обеспечивает герметичность ведомого вала. Магнитные муфты применяются в насосах для перекачивания экологически опасных и агрессивных жидкостей в химической, нефте- и газоперерабатывающей, пищевой и других отраслях промышленности, а также в приводах механизмов, требующих защиту от перегрузок для предотвращения поломок оборудования.

Рассмотрим пример использования магнитной муфты в приводе вентилятора. Кинематическая схема электро-механической системы изображена на рисунке 1.140. Двигатель постоянного тока приводит в действие вентилятор. Вентилятор находится в герметичной зоне, поэтому для отделения этой зоны используется бесконтактная магнитная муфта с постоянными магнитами.

В схему включены: момент инерции ротора двигателя с валом вместе с ротором магнитной муфты  $J_1$ , момент инерции статора магнитной муфты с валом и вентилятором  $J_2$ , элементы вязкого трения вращения валов  $k_{тр1}$  и  $k_{тр2}$  и моменты приводного двигателя и вентилятора. Для количественной иллюстрации процессов работы системы примем следующие исходные данные.

Механическая характеристика двигателя постоянно-го тока представлена линейной функцией на графике рисунка 1.141.



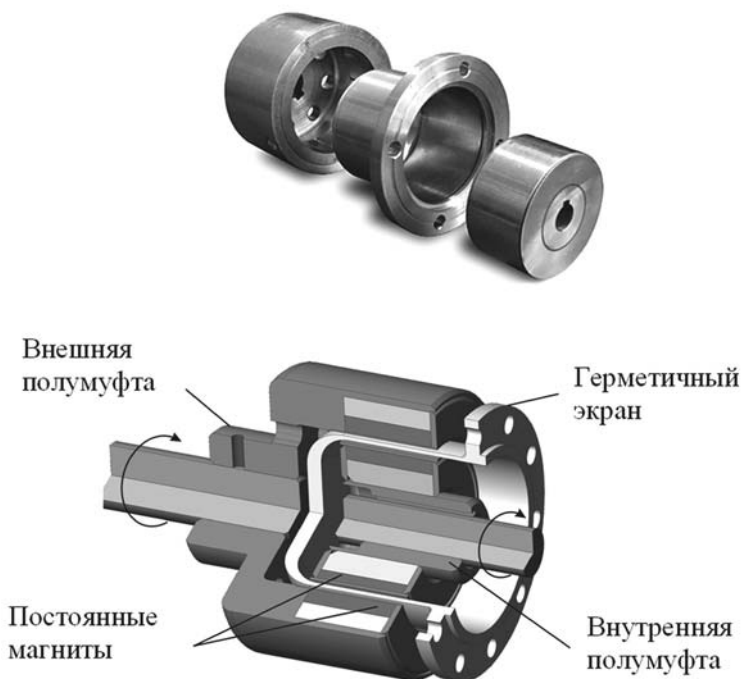


Рис. 1.139

Магнитная муфта с постоянными магнитами (НПП «Эрга»)

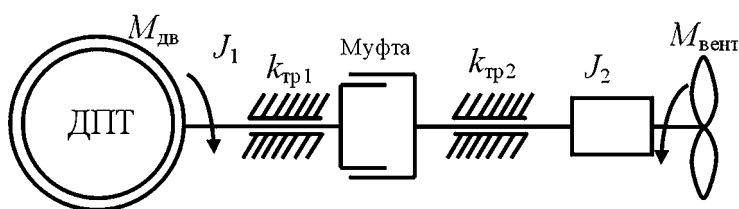
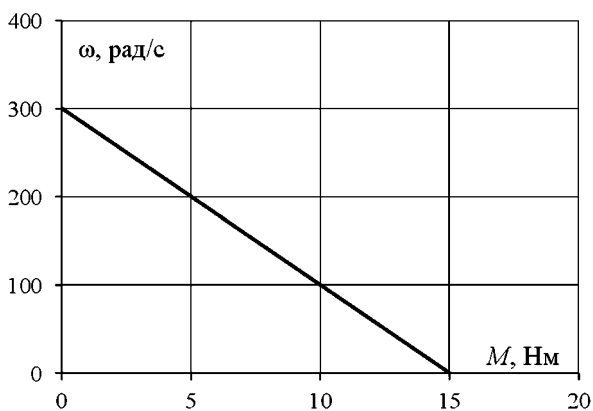


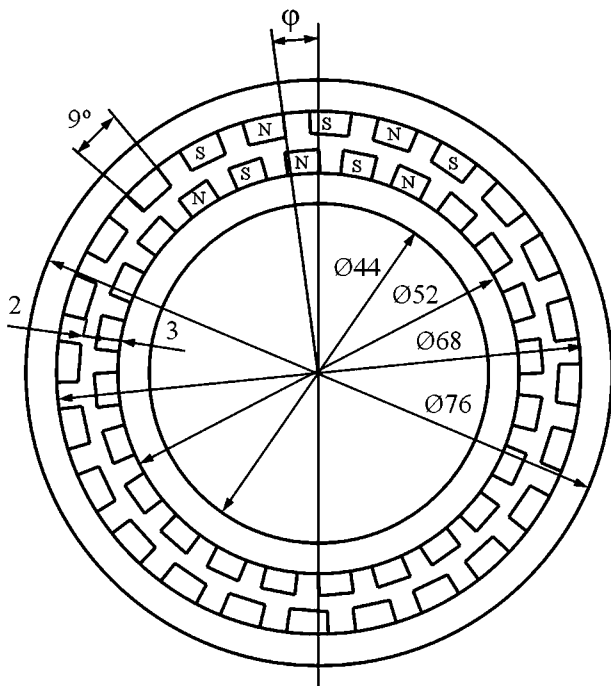
Рис. 1.140

Кинематическая схема электромеханической системы с магнитной муфтой

Конструкция магнитной муфты с постоянными магнитами приведена на рисунке 1.142. Она состоит из ротора, образованного стальным кольцом с расположенными по периферии постоянными магнитами чередующейся полярности и статора, также выполненного в виде сталь-



**Рис. 1.141**  
 Механическая характеристика двигателя постоянного тока  
 $M_{дтп} = 15 - 0,05\omega$



**Рис. 1.142**  
 Муфта с постоянными магнитами

ного кольца с постоянными магнитами чередующейся полярности на внутренней стороне. Осевая длина муфты — 30 мм.

Остальные параметры электромеханической системы:  $k_{\text{тр}1} = k_{\text{тр}2} = 4,0 \cdot 10^{-4}$  кг·м<sup>2</sup>/с;  $J_1 = 2,0 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>;  $J_2 = 5,0 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>; механическая характеристика вентилятора  $M_{\text{нагр}} = 0,4 \cdot 10^{-4} \cdot \omega^2$  Н·м.

Передаваемый муфтой момент зависит от угла  $\varphi$  между магнитами внутренней и внешней полумуфты. Когда эти магниты находятся строго друг против друга, неважно с разноименными или одноименными полюсами, момент равен нулю. Совмещение разноименных полюсов дает устойчивое равновесие, а одноименных — неустойчивое. Максимальный момент муфты достигается, когда магниты сдвинуты на половину полюсного деления. Знак максимального момента чередуется на полюсных делениях.

Рассчитанная с помощью программы численного анализа электромагнитных полей зависимость магнитного момента от относительного угла поворота полумуфт приведена на рисунке 1.143.

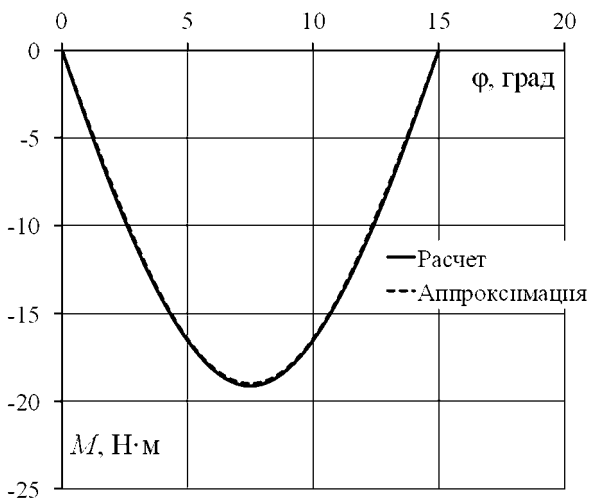


Рис. 1.143

Зависимость магнитного момента муфты с постоянными магнитами рисунка 1.141 от относительного угла поворота полумуфт

Такие зависимости хорошо аппроксимируются с помощью синусоидальных функций, в нашем случае  $M = 19\sin(2\pi/30\phi)$ . Для дальнейшего анализа динамики работы системы можно также применить табличную форму представления функции момента.

Граф механической подсистемы рассматриваемой электромеханической системы с магнитной муфтой приведен на рисунке 1.144. Вершинами графа обозначены: 1 — вал двигателя с прикрепленными массами, 2 — вал вентилятора с прикрепленными массами, 0 — неподвижное основание. Ветвями графа будут соответствующие

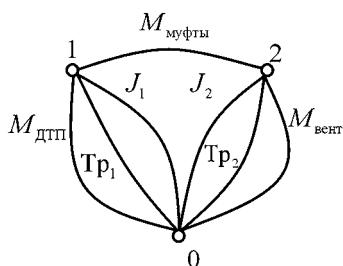


Рис. 1.144

Граф механической подсистемы с магнитной муфтой

рисунок 1.140 элементы подсистемы. Между вершинами 0–1 подключены момент двигателя  $M_{дтп}$ , момент инерции деталей вала двигателя  $J_1$  и трение вращения вала двигателя  $Tr_1$ . Между вершинами 0–2 подключены момент нагрузки вентилятора  $M_{вент}$ , момент инерции деталей вала вентилятора  $J_2$  и трение вращения вала вентилятора  $Tr_2$ . Между вершинами 1–2 подключен момент магнитной муфты  $M_{муфты}$ .

Эквивалентная схема модели электромеханической системы с магнитной муфтой, составленная в MATLAB Simulink по построенному графу, изображена на рисунке 1.145.

В эквивалентной схеме, представляющую собой макроскопическую имитационную модель системы привода вентилятора, можно выделить три части: двигатель, муфту и нагрузку — вентилятор. Модель двигателя постоянного тока (левая часть схемы) задана его механической характеристикой, которая определена управляемым источником тока  $M_{дтп}$ . Управление осуществляется сигналом вольтметра  $V1$ , который измеряет угловую скорость двигателя. Этот сигнал преобразуется функцией  $F_{cn1}$  к значению момента двигателя по заданной формуле. Момент

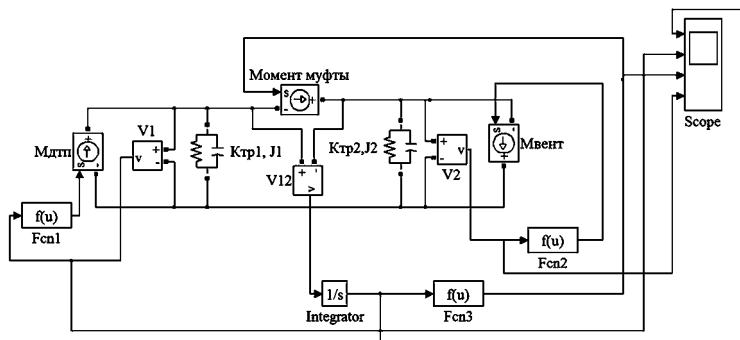


Рис. 1.145

Модель электромеханической системы механизма в MATLAB Simulink

нагрузки (правая часть схемы) также представлен управляемым источником момента  $M_{\text{вент}}$  с заданной функцией  $F_{cn2}$  угловой скорости вала вентилятора, определяемой сигналом вольтметра V2. Двигатель и нагрузка соединены через управляемый источник момента муфты  $M_{\text{муфты}}$ . Текущее значение момента муфты вычисляется функцией  $F_{cn3}$  угла между валом двигателя и валом вентилятора. Этот угол определяется измерением относительной угловой скорости двигателя и вентилятора вольтметром V12 с последующим интегрированием по времени. В схему включены моменты инерции и трение валов двигателя и вентилятора.

Осциллограммы переходного процесса включения вентилятора, соединенного с двигателем постоянного тока через магнитную муфту, приведены на рисунке 1.146.

Приведенные данные указывают, что муфта обеспечивает устойчивую работу системы, как в переходном, так и в установившемся режимах. При разгоне наблюдаются качания валов двигателя и вентилятора в пределах 0,1 рад (5,7°), т. е. в пределах угла раскрытия постоянно го магнита муфты.

Нормальная работа механизма может быть нарушена, если момент приводного двигателя не согласован с моментом, передаваемым магнитной муфтой. Так, для механической характеристики более мощного двигателя  $M_{\text{дпт}} = 30-0,1 \cdot \omega$  раскрутить вентилятор не удастся

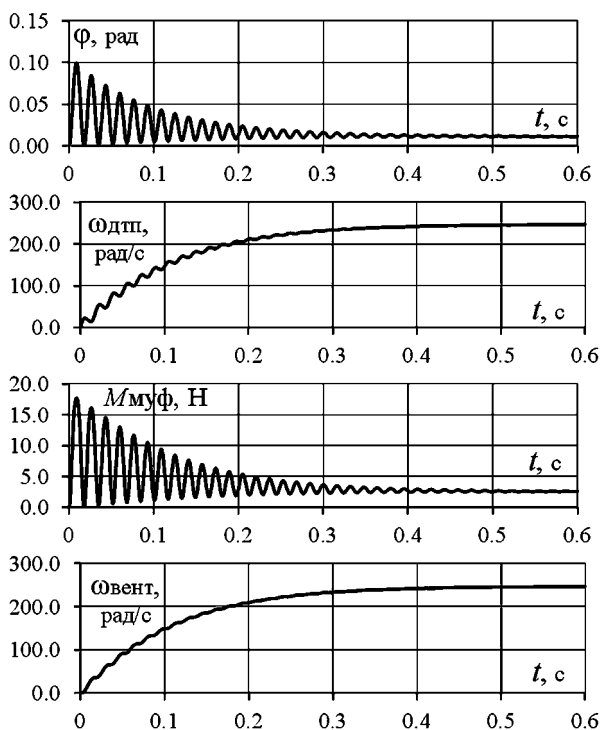


Рис. 1.146

Осциллограммы переходного процесса включения вентилятора, соединенного с двигателем постоянного тока через магнитную муфту:

$\varphi$  — угол между ведущей и ведомыми частями муфты;  $\omega_{дтп}$  — угловая скорость двигателя;  $M_{муфты}$  — момент муфты;  $\omega_{вент}$  — угловая скорость вентилятора.

(рис. 1.147) из-за постоянного проскальзывания ротора и статора муфты. Такой режим является аварийным для муфты. Под действием индуцированных токов постоянные магниты нагреваются и размагничиваются.

К недостаткам конструкции магнитной муфты, изображенной на рисунке 1.142, можно отнести достаточно сложную технологию изготовления из-за большого числа магнитов малого размера. Более простые по конструктивному исполнению муфты изготавливаются с кольцевыми постоянными магнитами, имеющими осевую намагниченность, разнонаправленную на полумуфтах. Пример

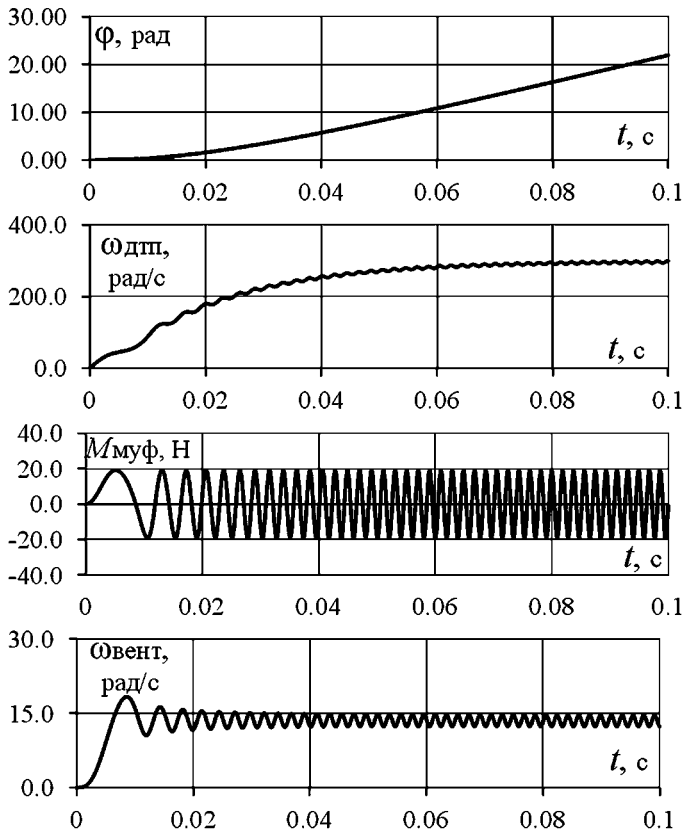


Рис. 1.147

Осциллограммы переходного процесса включения вентилятора при увеличенной мощности приводного двигателя

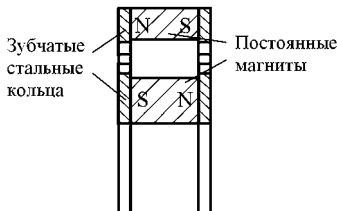


Рис. 1.148

Магнитная муфта с кольцевыми постоянными магнитами, намагниченными по оси

такой конструкции приведен на рисунке 1.148. Для создания магнитного зацепления кольцевые магниты армированы зубчатыми кольцами из магнитомягкого материала. Однако такие конструкции, как правило, имеют меньшие удельные передаваемые моменты.

Силовое взаимодействие постоянных магнитов используется в *статических магнитных опорах и подшипниках*. Разноименные полюса магнитов притягиваются, а одноименные отталкиваются. На намагниченные тела, которые увеличивают свою намагниченность в положительном направлении внешнего поля (не диамагнетики) распространяются выводы теоремы Ирншоу [34] для равновесной системы точечных зарядов в электростатике, утверждающей о невозможности выполнить для такой системы условие устойчивого равновесия. Поясним это на примере сил взаимодействия двух однородно намагниченных цилиндрических постоянных магнитов с одинаковой намагниченностью, изображенных на рисунке 1.149. Диаметр магнитов 10 мм, высота 5 мм.

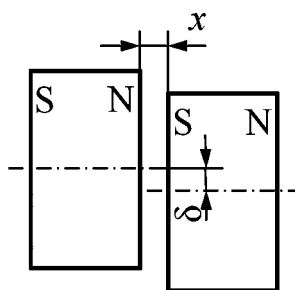


Рис. 1.149  
Анализ сил взаимодействия двух постоянных магнитов

Зависимость радиальной составляющей силы, действующей на левый магнит, от радиального смещения  $\delta$  двух постоянных магнитов при различном осевом расстоянии между ними  $x$  показана на рисунке 1.150.

При радиальном смещении, согласно намагниченным магнитам, возникает сила, которая направлена против движения, т. е. возвращает магниты в исходное положение. С удалением магнитов друг от друга радиальная сила быстро уменьшается. В осевом направлении действует сила притяжения магнитов, которая убывает с расстоянием. График этой зависимости приведен на рисунке 1.151.

Если представить, что постоянные магниты находятся на некотором начальном расстоянии друг от друга со смещением по оси и радиусу и имеют возможность свободно передвигаться, то под действием магнитных сил они соединятся в симметричном положении с нулевым зазором. В пространстве не существует точки, где эти магниты будут находиться в состоянии устойчивого равновесия. Этот



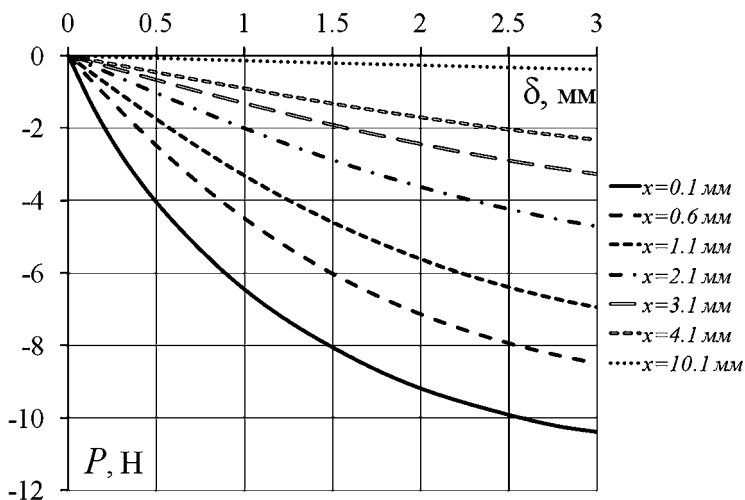


Рис. 1.150

Зависимость радиальной силы от радиального смещения двух постоянных магнитов при различном осевом расстоянии между ними

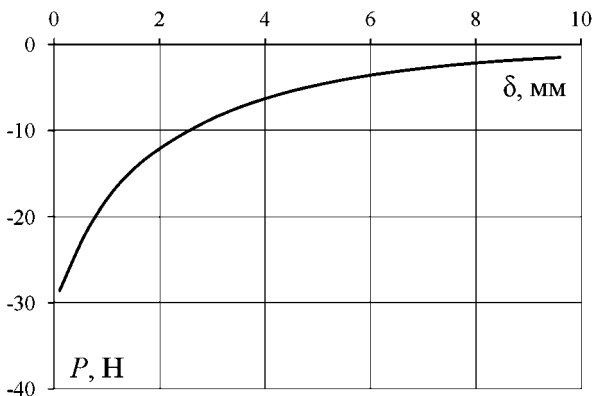


Рис. 1.151

Зависимость осевой составляющей силы от осевого смещения двух постоянных магнитов

вывод справедлив для любой формы и числа постоянных магнитов.

Несмотря на отсутствие положения устойчивого равновесия в системе постоянных магнитов, существуют и применяются в промышленных изделиях разнообраз-

ные конструкции статических магнитных подвесов, опор и подшипников с постоянными магнитами. Как правило, они используются для механической разгрузки вращающихся узлов в осевом или радиальном направлении. Возникающие при этом дополнительные усилия в ортогональном направлении компенсируются либо механическими опорами (подшипниками), либо активными управляемыми электромагнитными опорами.

На рисунке 1.152 приведен пример радиального статического магнитного подшипника с кольцевыми радиально намагниченными постоянными магнитами, армированными кольцами из магнитомягкого материала, играющими роль концентраторов магнитного потока. Стрелками показаны направления намагниченности постоянных магнитов.

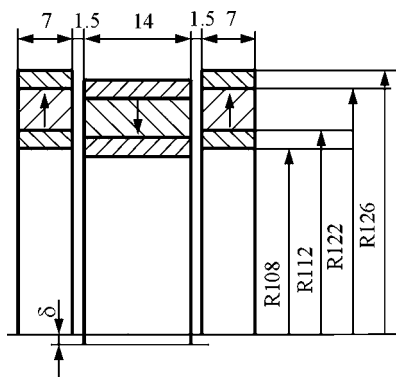


Рис. 1.152  
Радиальный магнитный подшипник с постоянными магнитами

Подшипник состоит из трех кольцевых элементов с разнонаправленной намагниченностью. Периферийные узкие элементы закреплены на неподвижном основании, а внутренний широкий элемент установлен на вращающемся валу. При радиальном смещении вала возникают силы притяжения внутреннего и периферийных элементов, которые возвращают вал в исходное положение. Таким образом, в радиальном направлении подшипник устойчив. Зависимость радиальной силы в подшипнике от радиального смещения  $\delta$  приведена на рисунке 1.153. Максимальная сила удержания у него составляет 700 Н при радиальном смещении  $\delta = 3,5$  мм.

При осевом смещении ротора возникают значительные паразитные осевые усилия, которые стремятся увести ротор еще дальше от симметричного положения. Следо-

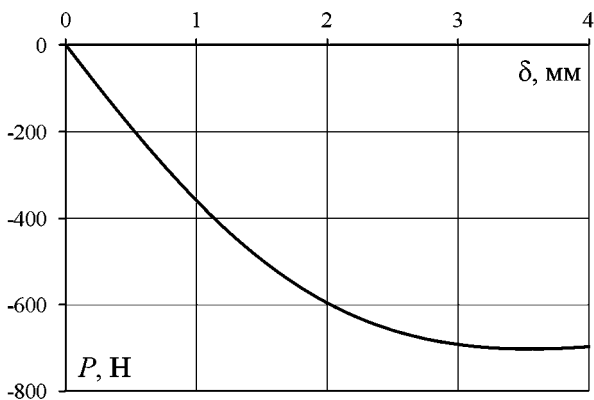


Рис. 1.153

Зависимость радиальной силы в подшипнике рисунка 1.152 от радиального смещения

вательно, в осевом направлении подшипник неустойчив и малое осевое смещение приводит к притягиванию центрального кольца к периферийному. График зависимости осевого усилия от осевого смещения  $x$  при отсутствии радиального смещения показан на рисунке 1.154.

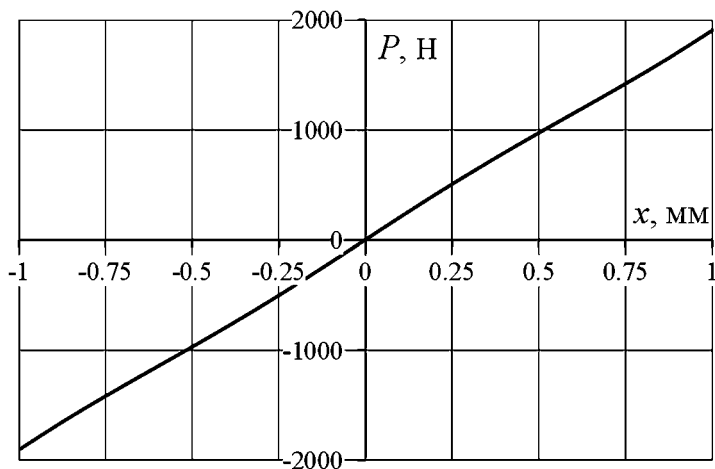


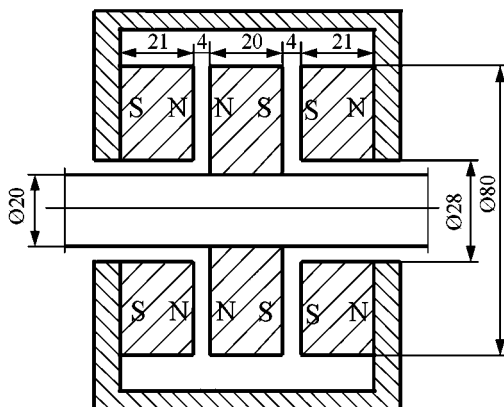
Рис. 1.154

Зависимость осевой силы в подшипнике рисунка 1.152 от осевого смещения

Свойства статических магнитных подшипников характеризуются их жесткостью — производной силы по перемещению. При отрицательной жесткости равновесие устойчивое, а при положительной — нет.

На рисунке 1.155 приведена схема возможной конструкции осевого магнитного подшипника с постоянными магнитами, построенная на свойстве отталкивания одноименных полюсов постоянных магнитов.

**Рис. 1.155**  
Осевой магнитный подшипник с постоянными магнитами



На немагнитном вращающемся валу закреплен кольцевой постоянный магнит с осевой намагниченностью. К неподвижному основанию прикреплен магнитопровод, на котором располагаются кольцевые постоянные магниты с осевой намагниченностью, направленной встречно намагниченности магнита на валу. В симметричном положении осевая сила отсутствует. При смещении вала в какую-либо сторону по оси (координата  $x$ ) возникает осевое усилие, возвращающая его в исходное положение (рис. 1.156). В радиальном направлении этот подшипник неустойчив. Возникающая при радиальном смещении  $\delta$  сила действует в направлении перемещения и не возвращает вал обратно (рис. 1.157).

Устранить неустойчивость магнитных подвесов, которая принципиально присутствует в статических устройствах на постоянных магнитах, позволяет управляемый

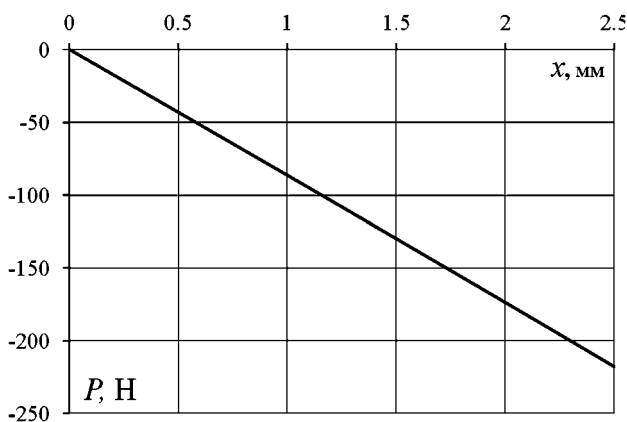


Рис. 1.156

Зависимость осевого усилия от осевого смещения магнитного статического подшипника с постоянными магнитами, изображенного на рисунке 1.155

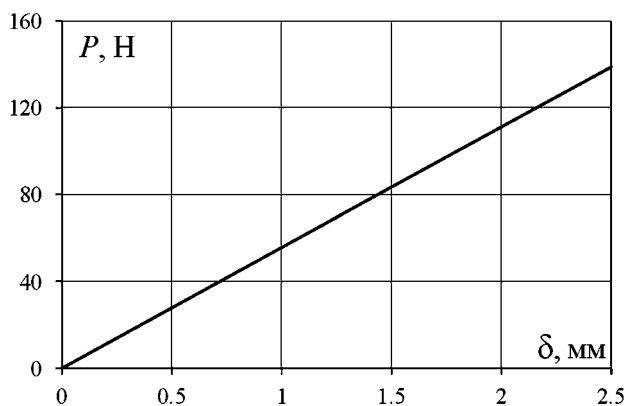


Рис. 1.157

Зависимость радиального усилия от радиального смещения магнитного статического подшипника с постоянными магнитами, изображенного на рисунке 1.155

(активный) магнитный подвес [27]. Принцип действия активного подвеса основывается на управлении магнитным полем, в котором находится подвешиваемый магнитный объект. В машинах вращения, где применяют активные магнитные подшипники, система датчиков постоянно от-

слеживает положение вала и подает сигналы на позиционные электромагниты, корректируя силу притяжения с необходимой стороны. Основные области применения активных магнитных подшипников — в составе турбомашин. Отсутствия трущихся деталей и смазки позволяет достичь их высокой надежности.

Элементы управляемых магнитных подшипников валов показаны на рисунке 1.158.

В комплект входят: осевой и радиальный электромагнитные подшипники, а также датчики положения ротора и система управления подшипниками. Кроме того, обязательно присутствуют страховочные подшипники качения или скольжения, которые используются во время останова машины или в аварийных ситуациях. Электромагнитные подшипники имеют различное конструктивное исполнение. Ферромагнитный ротор радиального подшипника удерживается магнитным полем, создаваемым электромагнитами, расположенными по периметру цилиндрического статора (рис. 1.159).

Положение ротора контролируется системой датчиков. Они фиксируют отклонение относительно симметричного положения по радиусу и углу и подают сигналы,

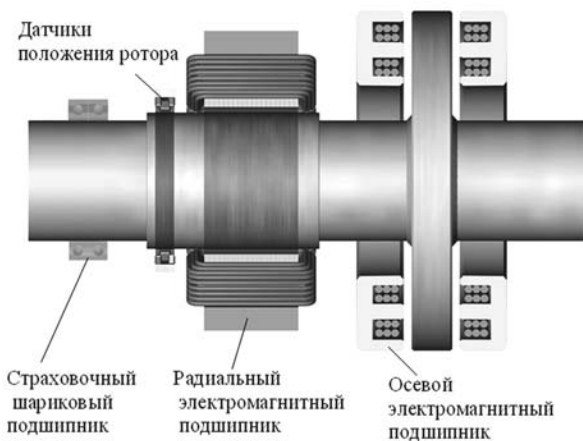
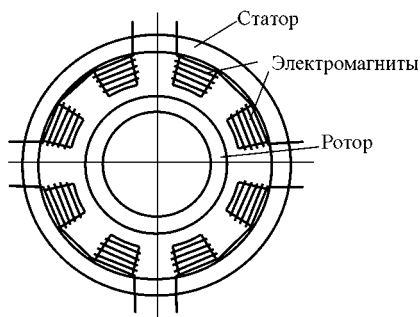
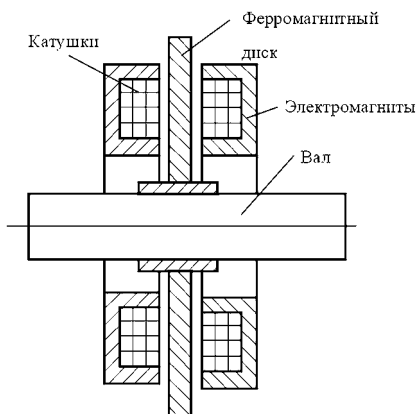


Рис. 1.158

Элементы управляемых магнитных подшипников валов (фирма S2M)



**Рис. 1.159**  
Управляемый радиальный  
электромагнитный подшипник



**Рис. 1.160**  
Управляемый осевой  
электромагнитный подшипник

которые управляют током в электромагнитах для возвращения ротора в его исходное положение.

Осевой управляемый магнитный подшипник состоит из стального диска на роторе и кольцевых электромагнитов, расположенных по обеим сторонам диска (рис. 1.160). Электромагниты закрепляются на неподвижном статоре.

Электронная система управления (рис. 1.161) контролирует положение ротора, модулируя ток, который проходит по электромагнитам в зависимости от значений сигнала датчиков положения. Сигнал датчика положения сравнивается с эталонным сигналом, который соответствует нормальному положению ротора.

Разность сигналов пропорциональна отклонению ротора от нормального положения. Сигналы датчиков обрабатываются специальным процессором, реализующим функцию пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора [4] и управляющим усилителями мощности, который регулирует ток в нужных в данный момент электромагнитах.

Управляемые магнитные подшипники отличает высокая грузоподъемность и механическая прочность. Их

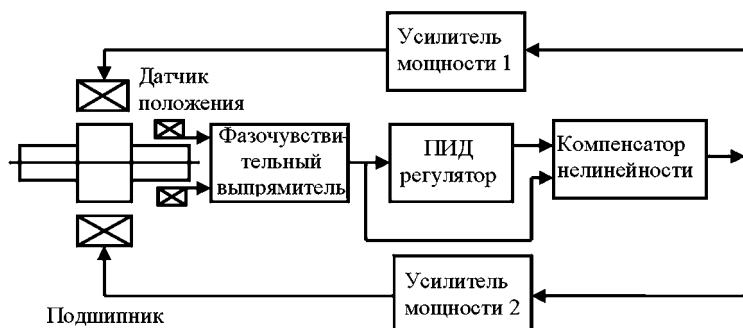


Рис. 1.161

Система управления электромагнитным подшипником (НПП «ВНИИЭМ»)

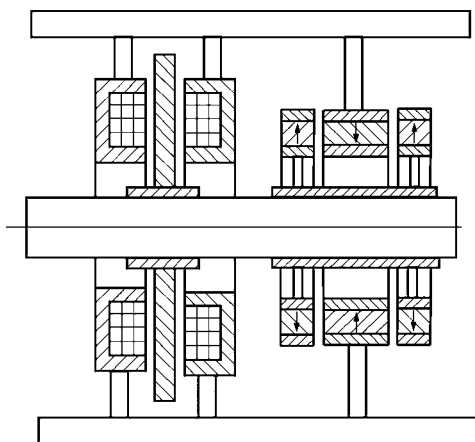
можно использовать при высоких скоростях вращения, а также в безвоздушном пространстве и при различных температурах.

Часто управляемые магнитные подшипники применяются вместе со статическими подшипниками на постоянных магнитах с целью экономии электроэнергии. Например, для компенсации направленной перпендикулярно валу силы тяжести ротора можно использовать статический подшипник, а осевую устойчивость обеспечить активным подшипником. В этом случае активный подшипник должен учитывать дополнительные паразитные осевые силы статического подшипника.

На рисунке 1.162 приведена схема комбинированной магнитной опоры вала, состоящей из активного осевого подшипника и статического радиального подшипника.

Анализ работы электромеханической системы комбинированной управляемой магнитной опоры включает расчет зависимостей радиальных и осевых усилий статического радиального подшипника от радиальных и осевых смещений. При малых смещениях радиальную и осевую жесткость подшипника можно считать постоянной. При радиальном смещении возникают усилия, возвращающие ротор в исходное положение — отрицательная жесткость. При осевом смещении возникающие осевые силы выталкивают ротор в направлении смещения — положительная жесткость. Осевую





**Рис. 1.162**  
Комбинированная  
магнитная опора

неустойчивость статических подшипников компенсирует управляемая осевая электромагнитная опора.

Необходимыми для анализа параметрами осевой электромагнитной опоры будут зависимости потокосцепления и силы от тока при различных смещениях.

Для исследований динамики работы комбинированной опоры удобно построить макромодель системы. Для этого можно использовать программные средства MATLAB Simulink. Например, пусть при анализе работы опоры при осевых смещениях требуется исследовать эффективность применения для управления электромагнитным осевым подшипником ПИД-регулятор. Напряжение питания электромагнита будет определяться функцией

$$U = k_1 \cdot x + k_2 \cdot \frac{dx}{dt} + k_3 \cdot \int_0^t x dt,$$

где  $x$  — осевое смещение вала.

Внешнее механическое воздействие на вал задается источником силы, например, синусоидальным источником силы с фиксированной частотой и амплитудой. Эквивалентная схема модели электромеханической системы для анализа работы комбинированной опоры при осевых смещениях в MATLAB Simulink показана на рисунке 1.163.

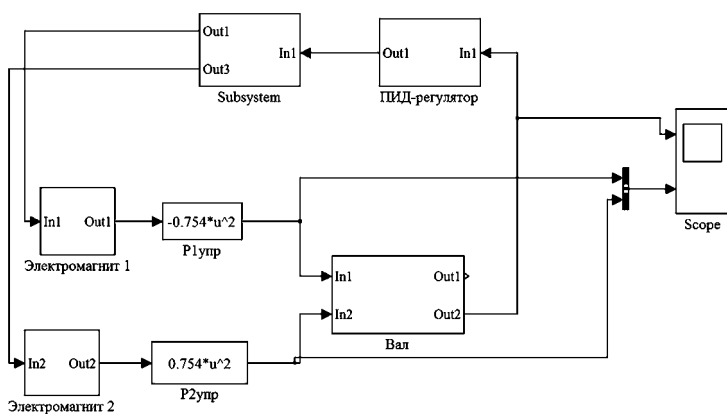


Рис. 1.163

Эквивалентная схема модели электромеханической системы комбинированной опоры в MATLAB Simulink

Схема включает электрические цепи электромагнитов, механическую подсистему вала и блоки функциональных преобразователей ПИД-регулятора и силовых функций. Цепи электромагнитов (рис. 1.164) составлены из управляемых ПИД-регулятором по входам  $In1$ ,  $In2$  источников напряжения  $U_1$ ,  $U_2$ , активных сопротивлений проводов  $R_1$ ,  $R_2$  и управляемых источников напряжения индуцируемых ЭДС  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ . Расчет индуцируемой ЭДС осуществляется как функция тока в цепи электромагнита по заранее определенной зависимости. Здесь сделано допущение, что ЭДС не зависит от перемещения вала, так как они должны быть очень малыми по сравнению с зазором между электромагнитом и диском. Также в схемы включены малые индуктивности для улучшения сходимости решения. Выходы  $Out1$ ,  $Out2$  получают сигналы токов в электромагнитах.

В эквивалентной схеме механической подсистемы (рис. 1.165) управляемые источники силы  $P_1$  и  $P_2$  задают силы электромагнитов по заранее определенным функциям токов в электромагнитах на входах  $In1$ ,  $In2$ . Источник силы  $P_{пм}$  воспроизводит паразитные усилия в осевом направлении радиального статического подшипника на постоянных магнитах как функции перемещения вала  $f(x)$ .

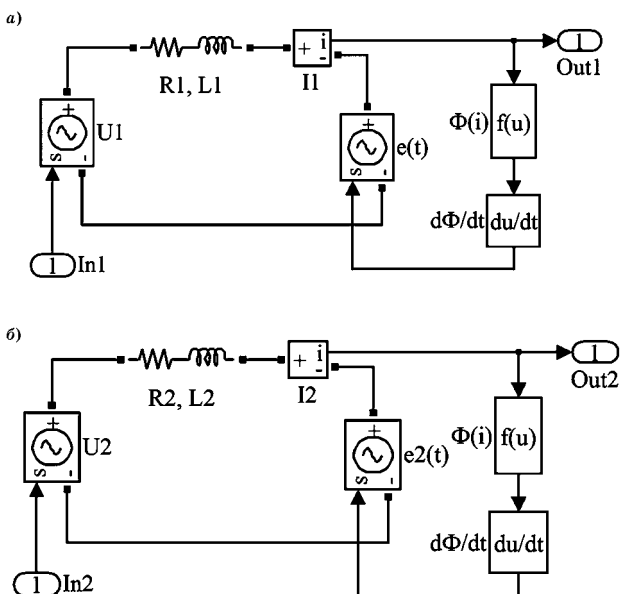


Рис. 1.164

Электрические цепи электромагнитов:

а — первый электромагнит; б — второй электромагнит.

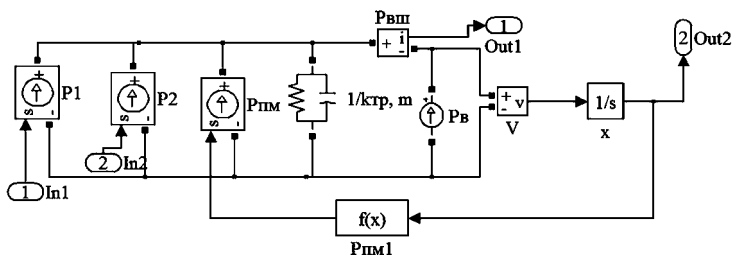
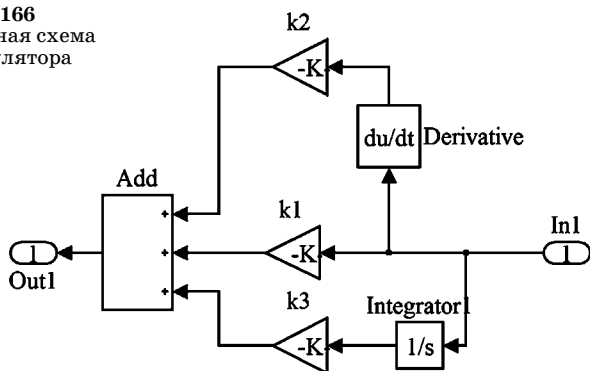


Рис. 1.165

Эквивалентная схема механической подсистемы вала

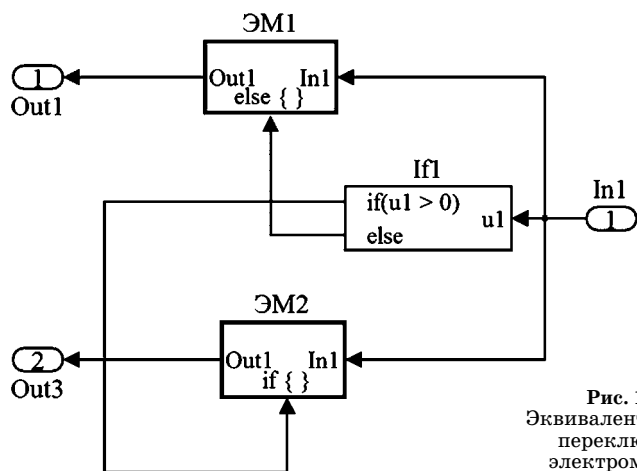
С помощью источника силы  $P_{\text{в}}$  задаются внешние осевые возмущения на вал. Сам вал задан своей массой  $m$  и вязким трением  $k_{\text{тр}}$ . Выходы  $\text{Out1}$ ,  $\text{Out2}$  получают сигналы соответственно внешнего возбуждающего усилия и перемещения вала.

**Рис. 1.166**  
Эквивалентная схема  
ПИД-регулятора



Эквивалентная схема ПИД-регулятора (рис. 1.166) реализует заданную функцию регулирования как сумму сигналов, пропорциональных перемещению вала, производной перемещения и интеграла от перемещения. Коэффициенты для каждого сигнала заданы коэффициентами усиления включенных в схему усилителей  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ . На вход In1 подается сигнал перемещения, а на выходе Out1 получаем сигнал управления электромагнитом — напряжение электромагнита.

Сигнал управления подается сначала на вход In1 переключателя электромагнитов (схема на рис. 1.167), ко-



**Рис. 1.167**  
Эквивалентная схема  
переключателя  
электромагнитов

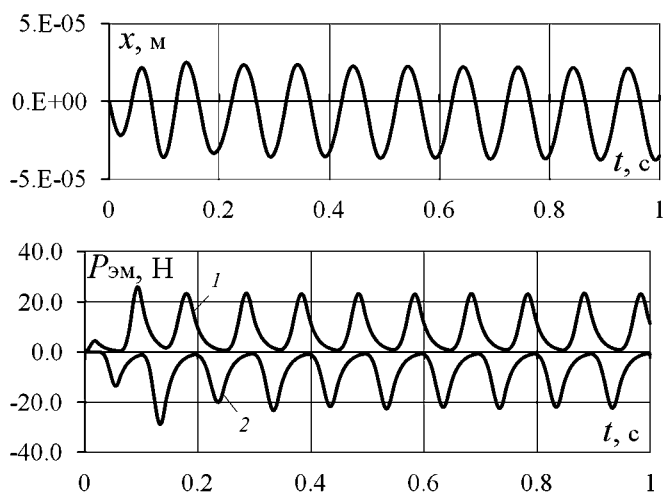


Рис. 1.168

Пример осциллограмм перемещения вала и сил электромагнитов.  
Масса вала 100 кг

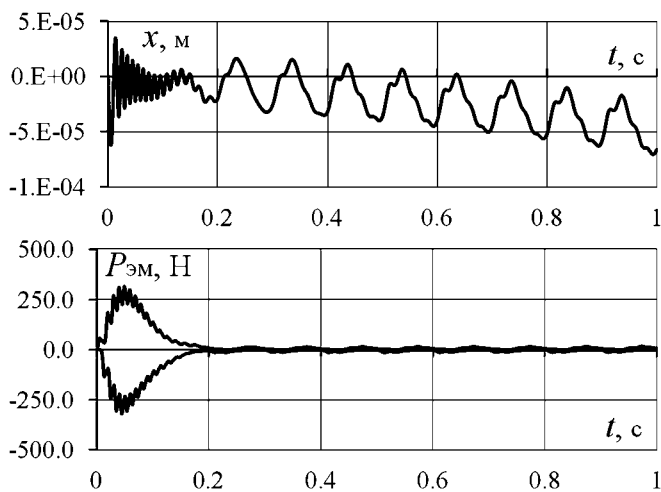


Рис. 1.169

Пример осциллограмм перемещения вала и сил электромагнитов.  
Масса вала 10 кг

торый по знаку сигнала управления включает нужный электромагнит — выходы Out1, Out2.

Работу системы иллюстрируют характерные осциллограммы временных зависимостей перемещения вала и сил первого и второго электромагнитов. На рисунке 1.168 показано перемещение вала общей массой 100 кг под воздействием синусоидальной силы 10 с частотой 10 Гц. Система управления создает чередующиеся компенсирующие усилия электромагнитов с максимальными значениями 22 Н, которые удерживают колебания вала в пределах 23 мкм.

При меньшей массе вала — 10 кг и тех же возмущениях в осциллограммах процесса наблюдаются высокочастотные колебания и более сложный переходной процесс в начальный момент с возрастанием компенсирующих усилий до 300 Н (рис. 1.169). На характер переходных и установившихся процессов определяющее влияние оказывают значения коэффициентов усиления в ПИД-регуляторе.

# НАГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

## 2.1. ИСТОЧНИКИ ТЕПЛОТЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ

**Л**юбой электрический аппарат содержит множество элементов, по одним из которых протекают электрические токи, другие являются проводниками магнитных потоков, третьи служат для электрической изоляции, четвертые перемещаются в пространстве, передавая усилие другим частям. При работе электрического аппарата происходит преобразование одних видов энергии в другие. При этом, как известно, неизбежны потери энергии, которая превращается в теплоту.

Одним из основных источников теплоты в электрических аппаратах является так называемое *джоулево тепло*.

Если имеется однородный проводник, по которому протекает постоянный ток одинаковой во всех точках поперечного сечения проводника плотности, то количество теплоты  $P$ , выделяющееся в проводнике в единицу времени, в соответствии с законом Джоуля–Ленца будет равно

$$P = I^2 R, \quad (2.1)$$

где  $I$  — ток в проводнике;  $R$  — активное сопротивление проводника.

За время  $dt$  количество теплоты составит значение, равное

$$dQ = I^2 R dt.$$

Если ток не является постоянным во времени, то за время  $dt = t_2 - t_1$  количество теплоты, выделившееся в проводнике, определяется интегрированием:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} i^2 R dt. \quad (2.2)$$

Активное сопротивление для однородного проводника равно

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $l$  и  $S$  — длина и площадь поперечного сечения проводника.

Удельное сопротивление проводника  $\rho$  не остается постоянным, а изменяется с изменением температуры по сложной функциональной зависимости, которая при разложении в ряд Тейлора выглядит как

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha_1 T + \alpha_2 T^2 + \dots). \quad (2.3)$$

Для большинства проводников при температурах до 200–300°C в практических расчетах можно ограничиться двумя первыми членами формулы (2.3) и тогда

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T).$$

Температурный коэффициент сопротивления  $\alpha$  зависит от материала проводника и может быть как положительным, так и отрицательным;  $\rho_0$  — удельное сопротивление материала проводника при 0°C.

Если за время  $\Delta t = t_2 - t_1$  температура проводника изменяется, то значение сопротивления в формуле (2.2) не будет постоянным. В этом случае расчет количества теплоты необходимо производить с учетом этого изменения.

Если проводник неоднородный или плотность тока не постоянна по сечению проводника, то количество теплоты, выделяющееся в проводнике за единицу времени, можно определить по формуле

$$P = \int_V j^2 \rho dV,$$



где  $V$  — объем проводника;  $j$  — плотность тока в данной точке поперечного сечения.

Если температура проводника изменяется во времени, то количество теплоты за время  $\Delta t$  будет равно

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} \int_V j^2 \rho_0 (1 + \alpha T) dV dt.$$

Последняя формула является наиболее общей, однако для практических расчетов она трудоемка.

Наиболее часто применяется формула (2.1), в которой сопротивление  $R$  представляют в виде

$$R = k_{\pi} k_{\sigma} R_{\pm}, \quad (2.4)$$

где  $R_{\pm}$  — сопротивление однородного проводника постоянному току. Коэффициенты  $k_{\pi}$  и  $k_{\sigma}$  учитывают влияние поверхностного эффекта и эффекта близости соответственно.

Как известно из теоретических основ электротехники, *поверхностным эффектом* называется явление неравномерного распределения плотности переменного тока по поперечному сечению проводника.

Так как в хорошо проводящей среде значением токов смещения по сравнению с токами проводимости можно пренебречь, то уравнения электромагнитного поля Максвелла можно записать в виде

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E};$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

где  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  — векторы напряженности магнитного и электрического полей соответственно;  $\mathbf{j}$  — вектор плотности тока;  $\sigma$  и  $\mu$  — удельная электрическая проводимость среды и ее магнитная проницаемость.

Явление поверхностного эффекта, которое следует рассматривать как процесс проникновения электромагнитного поля в проводник из окружающего его пространства, довольно трудно поддается аналитическому описа-

нию. Для простейшего случая прямолинейного уединенного проводника круглого поперечного сечения в курсе ТОЭ выводится формула, выражающая зависимость комплексной амплитуды плотности тока  $j_m$  от расстояния  $r$ , от оси проводника и от значения комплексной амплитуды плотности тока  $j_{m0}$ , на оси проводника

$$j_m = j_{m0} J_0 \left( r \sqrt{j\omega\mu\sigma} \right),$$

где  $J_0(x)$  — бесселева функция первого рода нулевого порядка;  $\omega$  — угловая частота переменного тока.

Физику явления поверхностного эффекта можно объяснить следующим образом. Если в цилиндрическом проводнике выделить два одинаковых по длине и поперечному сечению проводника: один на оси, а другой на периферии поперечного сечения, то их активные сопротивления будут равны друг другу.

Так как индуктивность проводника можно определить как

$$L = \frac{\Psi}{i},$$

где  $i$  — ток в проводнике, а  $\Psi$  — его потокосцепление, то легко видеть, что индуктивность проводника, находящегося на периферии, меньше, чем индуктивность осевого проводника, так как периферийный проводник охватывается меньшим числом магнитных силовых линий, чем осевой. Следовательно,  $\Psi_{ос} > \Psi_{пер}$  и  $L_{ос} > L_{пер}$ . Тогда полные сопротивления проводников будут находиться в соотношении

$$Z_{ос} > Z_{пер}.$$

Предполагая равенство падений напряжения на обоих проводниках, легко увидеть, что ток в осевом проводнике будет меньше тока периферийного проводника. Ток вытесняется из центра проводника к его поверхности.

Неравномерность распределения плотности тока эквивалентна «недоиспользованию» внутренних зон проводника для проведения тока, и, следовательно, к увеличе-

нию сопротивления проводника. Это приводит к возникновению дополнительных по сравнению с постоянным током потерь, которые в формуле (2.4) учитываются коэффициентом поверхностного эффекта  $k_{\text{п}} > 1$  (рис. 2.1а).

В проводниках из ферромагнитного материала явление поверхностного эффекта проявляется значительно сильнее. Объяснить это можно тем, что плотность магнитных силовых линий в ферромагнитном материале в силу большой магнитной проницаемости значительно больше, чем в неферромагнитном. Следовательно, глубина проникновения электромагнитного поля значительно меньше. Для большинства ферромагнитных материалов при частоте 50 Гц она измеряется десятными долями миллиметра.

При протекании тока по ферромагнитному проводнику он будет сосредоточен в поверхностном слое проводника, толщина которого равна глубине проникновения электромагнитного поля  $\delta_a$ . Тогда в соответствии с формулой (2.1) потери энергии в проводнике единичной длины будут равны

$$P_{\text{—}} = I^2 \rho / (\pi \delta_a d).$$

Так как потери энергии при постоянном токе равны  $P_{\text{—}} = I^2 \rho / S$ , то коэффициент поверхностного эффекта для данного случая будет равен

$$k_{\text{п}} = \frac{P_{\text{—}}}{P_{\text{—}}} = \frac{S}{\pi \delta_a d},$$

где  $S = \pi d^2 / 4$ ;  $d$  — диаметр проводника.

Значение величины  $\delta_a$  зависит от магнитной проницаемости материала проводника и от значения напряженности магнитного поля, а следовательно, и от значения протекающего тока.

Профессором Н. Е. Лысовым предложена эмпирическая формула для вычисления мощности потерь при протекании переменного тока по проводникам из ферромагнитного материала

$$P_{\text{—}} = (2,9 \dots 3,25) \cdot 10^{-4} \left( \frac{I}{\Pi} \right)^{5/3} S_0 \sqrt{f}, \quad (2.5)$$

где  $S_0$ ,  $\Pi$  — площадь поверхности и периметр поперечного сечения проводника соответственно;  $f$  — частота тока;  $I$  — протекающий по проводнику переменный ток.

Формула (2.5) дает наиболее приемлемые результаты при больших напряженностях магнитного поля, когда наименьший размер поперечного сечения проводника больше удвоенной глубины проникновения электромагнитного поля.

*Эффектом близости* называется явление изменения распределения плотности переменного тока по сечению проводника, обусловленное влиянием близко расположенных проводников с токами.

Пусть имеется два близко расположенных параллельных проводника, по которым протекают переменные токи  $I_1$  и  $I_2$  (рис. 2.1). Для случая, изображенного на рисунке 2.1а, магнитный поток  $\Phi_1$ , обусловленный током  $i_1$ , будет пронизывать проводник с током  $i_2$ . В проводнике 2 возникнут токи, направленные в соответствии с законом

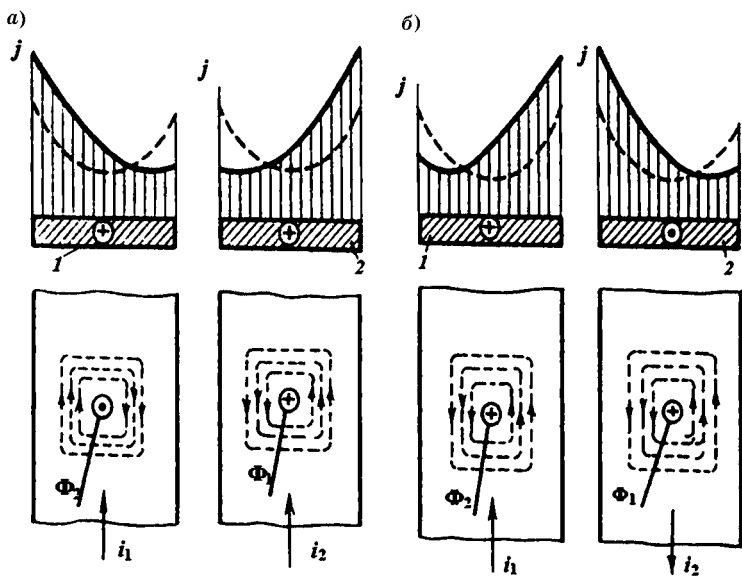


Рис. 2.1

К эффекту близости в двух параллельно расположенных шинах

Ленца так, чтобы вызванный ими магнитный поток препятствовал изменению потока  $\Phi_1$ . Индуцированные токи будут векторно складываться с током  $i_2$ , что приведет к перераспределению плотности тока в проводнике 2.

На рисунке 2.1а пунктирными линиями изображено распределение плотности тока в проводниках, обусловленное только поверхностным эффектом. Сплошные линии соответствуют плотности тока при влиянии эффекта близости. Аналогично можно объяснить распределение плотности тока и в проводнике 1, а также и распределение плотности тока в проводниках 1 и 2, когда токи в них протекают в противоположных направлениях (рис. 2.1б).

При тепловых расчетах неравномерность плотности тока, вызванная этими эффектами, учитывается зависимостью

$$P_{\sim} = k_{\pi} k_{\delta} I^2 R_{\sim}.$$

В общем случае коэффициент близости, так же как и коэффициент поверхностного эффекта, зависит от параметра  $\sqrt{f/R_{100}}$ , геометрических размеров, формы проводников и от расстояния между ними. В отличие от коэффициента поверхностного эффекта коэффициент близости может быть как больше, так и меньше или равным единице.

На рисунках 2.2 и 2.3 приведены зависимости  $k_{\pi}$  и  $k_{\delta}$  от параметров проводников и частоты тока ( $d$  — диаметр круглого проводника;  $h, l, \delta$  — размеры прямоугольного шинпровода;  $R_{100}$  — сопротивление проводника длиной 100 м;  $f$  — частота тока, Гц). В литературных источниках содержатся данные по  $k_{\pi}$  и  $k_{\delta}$  для большинства встречающихся на практике случаев.

*В ферромагнитных нетоковедущих частях*, находящихся в переменном магнитном поле, также выделяется теплота, что обусловлено вихревыми токами, возникающими в том случае, когда изменяющийся во времени магнитный поток пронизывает ферромагнитные части аппарата или других устройств. В сплошном замкнутом магнитопроводе, охватывающем проводник, расчет потерь можно производить по приближенной формуле (2.5),

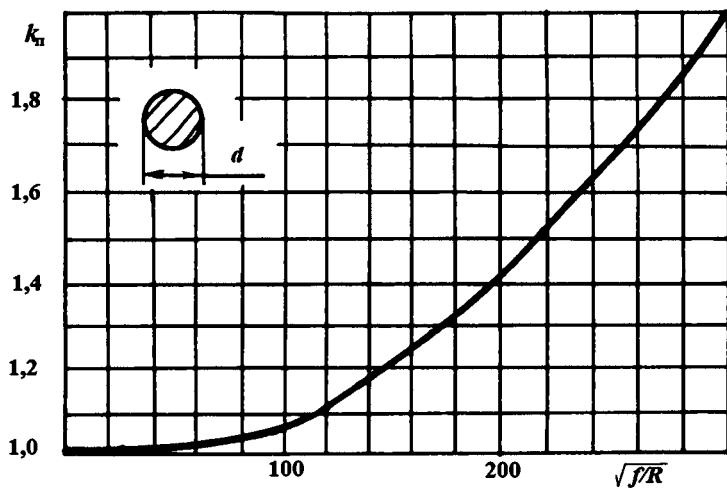


Рис. 2.2

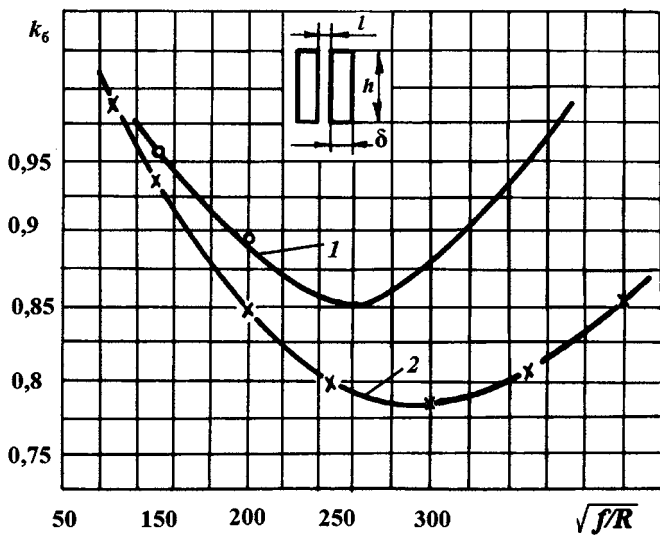
Зависимость  $k_{II} = k_{II}(\sqrt{f/R})$ 1 -  $L/\delta = 0,314$ ;  $h/\delta = 16$ ;  $L = 0,05$  см,2 -  $L/\delta = 0,314$ ;  $h/\delta = 24$ ;  $L = 0,05$  см,

Рис. 2.3

Кривые для коэффициента близости

в которой вместо тока  $I$  необходимо подставить магнитодвижущую силу  $IN$ , а вместо периметра  $\Pi$  — среднюю длину магнитопровода  $l_{\text{ср}}$ .

Если магнитопровод выполнен из листовой стали, то источники теплоты в нем определяются на основании приведенных в справочной литературе зависимостей удельных потерь от амплитудного значения индукции, частоты тока, толщины и сорта стали.

Ферромагнитные части нагреваются в переменном магнитном поле, даже если они не образуют замкнутую систему для магнитного потока. Так, в случае стальной балки, перпендикулярно которой на некотором расстоянии от нее расположен проводник с переменным током, предполагают, что вихревые токи, обусловленные переменным магнитным полем, протекают в слое балки на глубине проникновения электромагнитного поля  $\delta_a$ . Количество теплоты, которое выделяется в балке в этом случае, определяется по формуле

$$P_{\text{л}} = H^2 S_0 \frac{\rho}{\delta_a},$$

где  $H$  — составляющая напряженности магнитного поля, направленная вдоль оси балки;  $S_0$  — боковая поверхность балки;  $\rho$  — удельное сопротивление материала балки;  $\delta_a$  — глубина проникновения магнитного поля.

В электрических аппаратах, предназначенных для коммутации электрических цепей, мощным источником теплоты является *электрическая дуга*, а для ряда аппаратов и их элементов дуга является основным источником теплоты. Во многих аппаратах потери на трение или удар составляют значительную долю от общих потерь энергии. Например, в электромагнитных муфтах преобладают потери на трение. Электрические аппараты, содержащие перемещающиеся жидкости или газы, должны быть рассчитаны с учетом гидравлических потерь.

Источником теплоты в аппаратах могут стать *диэлектрические потери в изоляционных элементах*. Первый вид этих потерь определяется движением свободных зарядов в диэлектрике и зависит от приложенного на-

пряжения и активного электрического сопротивления диэлектрика (*джоулева теплота*). Второй вид потерь вызван вязкостью диэлектрика, в котором происходит поворот полярных молекул в направлении электрического поля. Эти потери существенно зависят от частоты изменения направления электрического поля.

## 2.2. ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТАХ

Известно, что распространение теплоты в пространстве происходит за счет теплопроводности, конвекции и излучения.

*Теплопроводностью* называется процесс распространения тепловой энергии при непосредственном соприкосновении элементарных частиц тела или при соприкосновении отдельных тел, имеющих различные температуры. Теплопроводность обусловлена движением микрочастиц, и в зависимости от агрегатного состояния вещества она имеет различный характер. Так, в газах теплопроводность осуществляется путем диффузии молекул и атомов, в жидкостях и твердых диэлектриках — путем упругих колебаний, а в металлах — путем диффузии свободных электронов и упругих колебаний, причем роль упругих колебаний здесь имеет второстепенное значение.

Аналитически явления теплопроводности впервые было описано Фурье на основе опытных наблюдений. В соответствии с гипотезой Фурье количество теплоты  $d^2Q$ , проходящее через элементарную площадку изотермической поверхности  $dS$  за промежуток времени  $dt$ , пропорционально значению площади этой площадки, промежутку времени  $dt$  и производной температуры  $\partial T/\partial n$  по направлению нормали изотермической площадки:

$$d^2Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} dS_0 dt. \quad (2.6)$$

Это выражение носит название *закона Фурье для теплопроводности в дифференциальной форме*. Здесь  $\lambda$  —



коэффициент теплопроводности вещества, зависящий в общем случае от температуры, давления и рода вещества.

Установлено, что в небольшом диапазоне температур для большинства веществ коэффициент теплопроводности зависит от температуры  $T$  линейно, т. е.

$$\lambda = \lambda_0[1 + \beta(T - T_0)],$$

где  $\beta$  — температурный коэффициент теплопроводности.

Среди газов наибольшим коэффициентом теплопроводности обладают водород и гелий. Для газов коэффициент теплопроводности с увеличением температуры возрастает, для жидкостей же с увеличением температуры  $\lambda$  убывает (исключение составляют вода и глицерин). Для чистых металлов с увеличением температуры  $\lambda$  уменьшается. Для диэлектриков с увеличением температуры в большинстве случаев увеличивается и  $\lambda$ . Этот коэффициент зависит также от структуры материала, его пористости и влажности.

Количество теплоты, проходящее в единицу времени через изотермическую площадку  $dS$ , называется *тепловым потоком*

$$dP = \frac{dQ}{dt}.$$

Тепловой поток через единицу изотермической поверхности называется *плотностью теплового потока*:

$$p = \frac{d^2Q}{dS_0 dt}.$$

Вектор плотности теплового потока направлен по нормали к изотермической поверхности в сторону убывания температуры, поскольку теплота передается всегда от нагретых частей к холодным. Этим фактом объясняется наличие знака минус в законе Фурье (см. (2.6)).

Вектор  $\mathbf{grad}T$  называется *градиентом температур*

$$\mathbf{grad}T = n_0 \frac{\partial T}{\partial n}.$$

Количество теплоты, проходящее через площадь изотермической поверхности  $S$ , за время  $t$ , составит

$$Q = - \int_0^t \int_S \lambda \frac{\partial T}{\partial n} dS dt.$$

Общее количество теплоты, протекающее за время  $t$  через поверхность  $S_l$  будет равно

$$Q = - \int_0^t \int_{S_l} \lambda \frac{\partial T}{\partial l} dS_l dt,$$

где  $\frac{\partial T}{\partial l}$  — производная температуры по нормали  $l$  к площадке  $dS_l$ .

Так как

$$(\text{grad}T)_x = \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (\text{grad}T)_y = \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (\text{grad}T)_z = \frac{\partial T}{\partial z},$$

то проекции вектора плотности теплового потока на координатные оси будут соответственно равны

$$p_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \quad p_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \quad p_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}. \quad (2.7)$$

Тогда вектор  $\mathbf{p}$  можно записать в виде

$$\mathbf{p} = ip_x + jp_y + kp_z,$$

где  $i, j, k$  — единичные векторы декартовых осей  $x, y, z$ .

Для однородного изотропного тела, макроскопические частицы которого неподвижны друг относительно друга, физические параметры постоянны, а внутренние источники теплоты равномерно распределены в теле, используя закон Фурье (2.6), можно получить дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \text{div}(\text{grad}T) + \frac{q}{c\gamma}, \quad (2.8)$$

где  $T$  — температура в произвольной точке пространства;  $t$  — время;  $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$  — коэффициент температуропроводности

сти;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\gamma$  — соответственно коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность вещества;  $q$  — плотность мощности внутренних источников теплоты.

При решении задач теплопроводности в каждом конкретном случае необходимо задать условия однозначности, т. е. начальные и граничные условия. Граничные условия могут быть заданы несколькими способами.

*Граничные условия первого рода* на границе тела задаются законом распределения температуры

$$T_{\text{гр}} = T(x, y, z, t),$$

где  $x, y, z$  — координаты точек на границе тела;  $t$  — время.

*Граничными условиями второго рода* называются такие условия, когда на границе тела задан закон распределения плотности теплового потока:

$$p_{\text{гр}} = p(x, y, z, t).$$

*Граничные условия третьего рода* описывают закономерность теплообмена поверхности тела с окружающей средой. Наиболее часто при аналитическом описании граничного условия третьего рода используется условие равенства теплового потока, подводимого к поверхности тела теплопроводностью и теплового потока, отводимого с поверхности тела в окружающую среду.

О *граничных условиях четвертого рода* говорят, когда на границе тела имеет место теплообмен с другими телами путем теплопроводности:

$$\lambda_1 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = \lambda_2 \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right)_2,$$

где индексы 1 и 2 соответствуют первому и второму телам, имеющим общую границу.

При решении задач теплопроводности могут встречаться и другие граничные условия. Так, например, известна *задача Стефана*, в которой граничные условия задаются на подвижной границе. Этот случай имеет место, когда рассчитывается зона проплавления электродов при горении на них электрической дуги, и в других условиях, где изменяется агрегатное состояние вещества.

*Тепловое излучение* представляет собой процесс распространения внутренней энергии тела электромагнитными волнами. При поглощении телами электромагнитных волн их энергия переходит в тепло. Возбудителями электромагнитных волн являются заряженные материальные частицы (ионы и электроны), которые излучают электромагнитные волны в результате колебаний, причем при колебании ионов происходит излучение низкой частоты. Излучение, соответствующее колебаниям электронов, когда они удерживаются около своего положения равновесия, имеет высокую частоту. Когда же происходит излучение свободными электронами металлов за счет их нерегулярного торможения, то излучение имеет волны различной частоты.

Следует отметить, что излучение обладает корпускулярными свойствами, виды электромагнитного излучения обладают одинаковой природой и различаются лишь длиной волны.

Большинство твердых тел имеют сплошной спектр излучения, т. е. излучают волны в диапазоне длин от 0 до  $\infty$ . К числу твердых тел, имеющих сплошной спектр излучения, относятся непроводники и полупроводники электричества, а также металлы в окисленном состоянии. Существуют вещества, излучающие энергию только в определенном интервале длин волн (селективное излучение). К таким веществам относятся чистые металлы и газы. Степень излучения для различных тел различна. Она зависит от природы тела, его температуры, состояния поверхности, а для газов и от толщины слоя.

Большинство твердых и жидких тел обладает значительной поглощающей и излучательной способностью, поэтому лучистый теплообмен таких тел с другими телами происходит через вакуум или газы, причем в излучении участвуют тонкие поверхностные слои этих тел, имеющие толщину для непроводниковых материалов порядка миллиметра, а для проводников — порядка микрометра. Поэтому для твердых и жидких тел тепловое излучение можно рассматривать как поверхностное явление. Для газов же процесс лучистого теплообмена носит объемный характер.

В общем случае электромагнитные волны, падающие на тело, могут поглощаться этим телом (тогда их энергия переходит в тепло и тело нагревается), пропускаться телом и отражаться от его поверхности. Тело, поглощающее все падающие на его поверхность лучи, называется *абсолютно черным телом*.

Отношение поглощенной энергии к полной, падающей на его поверхность, энергии называется *коэффициентом поглощения*:

$$A = \frac{P_{\text{пог}}}{P_{\text{пад}}}. \quad (2.9)$$

По аналогии можно ввести понятия *коэффициента отражения* и *коэффициента пропускания* соответственно:

$$R = \frac{P_{\text{отр}}}{P_{\text{пад}}}; \quad (2.10)$$

$$D = \frac{P_{\text{проп}}}{P_{\text{пад}}}. \quad (2.11)$$

Если величина  $A < 1$  и не зависит от длины волны, то тело называется *серым*. Поверхность тел, у которых  $R = 1$ , называется *зеркальной*, а тела, у которых  $D = 1$ , называются *прозрачными*.

*Совокупность процессов взаимного испускания, поглощения, отражения и пропускания энергии в системе различных тел называется лучистым теплообменом.*

Для каждого тела, участвующего в теплообмене, справедлив закон сохранения энергии:

$$P_{\text{пад}} = P_{\text{пог}} + P_{\text{отр}} + P_{\text{проп}}.$$

На основании зависимостей (2.9)–(2.11) последнее выражение можно записать как:

$$A + R + D = 1.$$

Сумма собственного излучения  $P$  тела и отраженного с его поверхности называется *эффективным излучением*

$$P_{\text{эф}} = P + RP_{\text{пад}}.$$

*Результирующее излучение* представляет собой разность, между лучистым потоком, который излучается телом в окружающее пространство, и лучистым потоком, который данное тело получает, т. е.  $P_{\text{рез}} = P_{\text{эф}} - P_{\text{пад}}$ , или

$$P_{\text{рез}} = P - P_{\text{погл.}}$$

Между результирующим и эффективным излучением можно установить определенную связь

$$P_{\text{эф}} = P_{\text{рез}} + P_{\text{пад}}$$

Поскольку  $P_{\text{пад}} = (P - P_{\text{рез}})/A$ , то

$$P_{\text{эф}} = P_{\text{рез}} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + \frac{P}{A}. \quad (2.12)$$

Встречающиеся в практике электрических аппаратов тела обладают свойствами серых тел и имеют сплошной спектр излучения. На основании закона Планка в электрических аппаратах наибольшая интенсивность излучения для практического диапазона температур находится в пределах длин волн 0,8–40 мкм, т. е. в пределах инфракрасных лучей и за пределами видимого излучения. На долю длин волн видимого излучения приходится весьма незначительная часть общего количества излучаемой энергии.

В общем случае плотность собственного излучения для серых тел подчиняется закону Стефана–Больцмана

$$p = 5,67\varepsilon \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.13)$$

где  $\varepsilon$  — степень черноты излучающего тела. Для абсолютно черного тела  $\varepsilon = 1,0$ , для серых тел  $\varepsilon < 1,0$  и  $A \sim \varepsilon$ .  $T$  — абсолютная температура в градусах Кельвина.

В плазме имеет место объемное излучение. При этом различают несколько разновидностей излучения, а именно: тормозное, излучение рекомбинации и возбуждения.

*Тормозное излучение* наблюдается, когда свободный электрон, пролетая в поле атома или иона, изменяет направление своего движения или скорость.

Обычно тормозное излучение образует сплошной спектр, однако при температуре выше 10 000 К оно будет принадлежать больше к инфракрасной и видимой частям спектра, а при очень высоких температурах главную долю этого излучения составляют рентгеновские лучи.

*Излучение рекомбинации* заключается в захвате электрона положительным ионом, когда излучается энергия, затраченная ранее на ионизацию нейтрального атома.

Излучение в процессе рекомбинации имеет сплошной спектр.

*Излучение возбуждения* наблюдается в тех случаях, когда возбужденные атомы или ионы переходят в нормальное энергетическое состояние.

Кроме указанных видов в плазме может наблюдаться *бетатронное излучение*, когда энергию излучает электрон, вращающийся в плоскости, перпендикулярной магнитному полю.

*Конвекцией* называется процесс распространения теплоты при перемещении объемов жидкости или газа в пространстве. Конвекция обусловлена движением макрочастиц среды. Различают вынужденную и свободную конвекцию. При *вынужденной* конвекции жидкость и газ движутся за счет внешних сил (насос, вентилятор, ветер и т. п.). В случае же *свободной* конвекции движение происходит за счет архимедовых сил, возникающих из-за различных плотностей холодных и горячих частиц жидкости или газа. Очевидно, что свободная конвекция может иметь место только в поле массовых сил, например в поле земного тяготения.

При конвекции неизбежно контактирование частиц различной температуры, что приводит к теплопередаче теплопроводностью.

Следовательно, конвекция всегда сопровождается теплопроводностью.

В случае, когда конвективный теплообмен происходит на границе между твердой поверхностью и жидкостью или газом, то говорят, что имеет место *теплоотдача конвекцией*. Если теплоотдача происходит в газах, то кроме конвекции имеет место еще и излучение.

Математически теплоотдача конвекцией и излучением описывается формулой Ньютона

$$P = k_{\tau} S_0 (T - T_0), \quad (2.14)$$

где  $P$  представляет собой количество теплоты, которая в единицу времени отдается конвекцией с поверхности  $S_0$ , нагретой до температуры  $T$  в окружающую среду с температурой  $T_0$ ;  $k_{\tau}$  — коэффициент теплоотдачи, который численно представляет собой тепловой поток, отдаваемый единицей поверхности тела в окружающую среду (или воспринимаемый единицей поверхности тела от среды) при перепаде температур между поверхностью и средой в один градус.

В общем случае значение коэффициента теплоотдачи по поверхности тела не постоянно. Тогда формула Ньютона записывается в дифференциальной форме

$$dP = k_{\tau} (T - T_0) dS_0. \quad (2.15)$$

Трудности при использовании формул (2.14) и (2.15) заключаются в том, что коэффициент теплоотдачи  $k_{\tau}$  в общем случае зависит от температуры поверхности тела, его геометрической формы и размеров, от температуры среды, ее свойств, способа конвективного теплообмена (вынужденная или естественная конвекция), а также от других факторов.

Приведем эмпирические формулы для некоторых типичных случаев, встречающихся в электрических аппаратах [6].

Для прямоугольной шины размерами  $120 \times 10$  мм, поставленной на ребро в спокойном воздухе, поверхность которой окрашена краской, коэффициент теплоотдачи конвективного теплообмена

$$k_{\tau} = 9,2 \cdot (1 + 0,9 \cdot 10^{-2} \cdot \theta).$$

Здесь  $\theta = T - T_0$  — перепад температур.

Для цилиндрических проводников, окрашенных краской и расположенных горизонтально в спокойном воздухе,

$$k_{\tau} = 10k_1(1 + k_2 \cdot 10^{-2} \cdot \theta),$$



где  $k_1$  и  $k_2$  выбираются в зависимости от диаметра стержня  $d$  (табл. 2.1).

Таблица 2.1

Выбор коэффициентов для определения  $k_r$ 

$d$ , мм	0,3	10	40	80	200
$k_1$	4,5	1,24	1,11	1,08	1,02
$k_2$	1,7	1,14	0,88	0,75	0,68

Для круглой трубы, внутри которой протекает вода [6], можно применить формулу

$$k_r = 1710w^{0,8}d^{-0,2}(22 - \theta)^{0,4},$$

где  $w$  — скорость воды;  $d$  — внутренний диаметр трубы.

В общем случае теплопередача осуществляется в твердых телах только теплопроводностью, в жидкостях — теплопроводностью и конвекцией, в газах — теплопроводностью, конвекцией и излучением, в вакууме — только излучением. Конвекция всегда сопровождается теплопроводностью, так как при движении частиц жидкости или газа неизбежно соприкосновение частиц, имеющих различные температуры.

### 2.3. ЗАДАЧИ И СТАДИИ ТЕПЛОВЫХ РАСЧЕТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

При работе электрического аппарата под воздействием источников теплоты в нем образуется температурное поле

$$T = T(x, y, z, t).$$

Если температурное поле не зависит от времени, то режим работы аппарата называется установившимся. В противном случае режим работы называют переходным, или неустановившимся.

В общем случае задачей теплового расчета являются определение мощности источников теплоты и расчет температурного поля.

В любом режиме работы электрического аппарата необходимо, чтобы температура нагрева его элементов не

превышала определенных значений, называемых допустимыми.

*Допустимые температуры* для каждого вида аппарата, его элементов, условий работы и охлаждения в нашей стране установлены ГОСТ, а для международного использования — стандартами МЭК (Международной электротехнической комиссии). По условиям нагрева изоляции, допустимая температура лежит в пределах 90–180°C. Температура окружающей среды для устройств общепромышленного применения также устанавливается стандартами и обычно принимается равной 35 или 40°C.

Максимально допустимая температура в электрическом аппарате зависит от многих факторов, среди которых определяющим может быть экономический. Для примера рассмотрим резистор, выполненный из круглой проволоки. Пусть по техническим требованиям сопротивление резистора должно быть равно  $R$ , а ток через него  $I$ .

Так как

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.16)$$

то резистор можно спроектировать произвольным варьированием входящих в эту формулу величин. Так, если имеется набор проволок разных диаметров одного и того же материала, то можно взять наименьший диаметр  $d_1$  и, используя (2.16), определить требуемую длину  $l_1$ . Если же взять наибольший диаметр  $d_2$ , получим другую длину  $l_2$ .

Очевидно, что если  $d_1 < d_2$ , то  $l_1 < l_2$ , т. е. количество материала, затраченное на изготовление резистора, в первом случае будет меньше, чем во втором. С другой стороны, значение охлаждающей поверхности первого резистора будет меньше охлаждающей поверхности второго, т. е.  $S_1 = \pi d_1 l_1 < S_2 = \pi d_2 l_2$ . Следовательно, в соответствии с формулой Ньютона (2.14) температура поверхности первого резистора будет при прочих равных условиях выше.

Таким образом, чем выше температура нагрева, тем меньшее количество материала затрачивается на резистор. Но увеличение температуры приводит к уменьшению срока службы хотя бы по той причине, что изоля-

ционные материалы при большой температуре стареют быстрее.

При увеличении температуры нагрева аппарата, с одной стороны, происходит экономия материалов, а с другой стороны, уменьшение срока его службы. Очевидно, что здесь существует некоторое оптимальное значение температуры, которую можно определить на основании экономического расчета.

Различают две стадии теплового расчета электрических аппаратов: *предварительный* расчет и *окончательный* (уточненный) тепловой расчет.

На предварительной стадии расчета необходимо выявить источники теплоты в электрическом аппарате, выдать рекомендации по уменьшению их мощности и оценить возможность уменьшения максимальной температуры до допустимого значения при условии наименьшего расхода материалов на аппарат.

*Для уменьшения мощности источников теплоты в электрических аппаратах:*

1) применяют проводниковые материалы с малым значением удельного сопротивления;

2) применяют трубчатые проводники при резко выраженном поверхностном эффекте. Этим достигается более равномерное распределение плотности тока по поперечному сечению;

3) выполняют продольные разрезы в стальных трубах, применяемых в качестве токопроводов переменного тока, чем достигается более равномерное распределение плотности тока по поперечному сечению. При наличии продольных разрезов ток распределится по образовавшимся частям поперечного сечения. Токи и магнитные потоки в каждой из таких частей будут меньше, а их эффективное электрическое сопротивление уменьшится. Следовательно, вихревые токи в таких частях уменьшатся, поверхностный эффект ослабится, тепловые потери от него и нагрев токопровода уменьшатся. Все это приводит к большей равномерности распределения тока по сечению проводника и уменьшению его нагрева. Уменьшению температуры нагрева способствует также некоторое уве-

личение поверхности охлаждения за счет дополнительных площадей в образовавшихся прорезях и за счет конвекции воздуха внутри трубы;

4) используют составные шины, располагая их таким образом, чтобы поверхностный эффект и эффект близости оказывали возможно меньшее влияние на джоулевы потери;

5) применяют ферромагнитные бандажки на крайних шинах пакета параллельных шин. Это приводит к увеличению индуктивного сопротивления крайних шин, так как за счет большой магнитной проницаемости ферромагнитных бандажек увеличивается потокосцепление крайних шин, а следовательно, увеличиваются их индуктивные сопротивления. Поперечное сечение, длину и количество ферромагнитных бандажек можно подобрать так, что полные сопротивления всех шин пакета будут одинаковыми. Как следует из рассмотрения физической сущности поверхностного эффекта, в этом случае его проявление будет сведено к минимуму;

6) применяют метод транспозиции, т. е. меняют пространственное положение проводников для выравнивания индуктивностей отдельных проводников составного токопровода;

7) в конструкции нетоковедущих частей вместо ферромагнитных применяют неферромагнитные материалы (немагнитный чугун, латунь, бронзу и т. п.);

8) в случаях, когда нетоковедущие части выполняют из ферромагнитных материалов, то на пути магнитного потока делают прорезы в ферромагнитной детали, которые часто заполняют немагнитным материалом (заваривают неферромагнитным электродом). Благодаря наличию немагнитного промежутка, сопротивление магнитному потоку увеличивается, что в конечном итоге способствует уменьшению мощности источников теплоты в ферромагнитной детали;

9) на пути магнитного потока в ферромагнитной детали устанавливают короткозамкнутые витки, что также приводит к уменьшению в ней мощности источников теплоты, так как индуцируемые в витке токи уменьшают значение магнитного потока.

На следующем этапе предварительного теплового расчета электрического аппарата выявляют возможности уменьшения максимальной температуры в нем. Из вышеприведенной формулы Ньютона (2.14) видно, что это можно сделать, увеличивая коэффициент теплоотдачи  $k_T$  или охлаждающую поверхность  $S_{\text{охл}}$ . Увеличить коэффициент теплоотдачи можно нанесением на нагреваемые части слоя краски, имеющей большую степень черноты тела, а также применением вынужденной конвекции, или жидкостного охлаждения (вода, масло).

Увеличение теплоотдачи при вынужденной конвекции или при применении жидкостного охлаждения можно объяснить физической сущностью конвективного теплообмена между твердой поверхностью и средой. В результате разности температур стенки  $T_{\text{ст}}$  и среды  $T_0$  будет происходить нагрев объемов среды. В силу закона Архимеда холодные частицы жидкости или газа будут занимать место ушедших переместившихся вверх горячих, что приведет к непрерывному движению возле нагретой стенки. В пограничном слое движение будет носить ламинарный характер, т. е. частицы будут перемещаться параллельно друг другу. Ламинарное движение происходит с малыми скоростями, и поэтому количество теплоты, уносимое нагретыми частицами, будет небольшим. В ламинарном слое теплопередача от стенки к жидкости будет происходить в основном за счет теплопроводности. За пределами же ламинарного слоя будет иметь место турбулентное (вихревое) движение, где превалирующую роль играет конвекция.

*Как правило, жидкости имеют большие коэффициенты теплопроводности, чем газы, поэтому охлаждение жидкостями интенсивнее. Увеличение эффективности охлаждения при вынужденной конвекции по сравнению с естественной можно, с одной стороны, объяснить уменьшением толщины пограничного слоя, а с другой стороны, интенсификацией турбулентного движения.*

Интенсификация охлаждения достигается также искусственным увеличением охлаждающей поверхности, например применением ребер охлаждения.

*На стадии уточненного теплового расчета электрических аппаратов могут возникать следующие задачи:*

1. Определить допустимую нагрузку  $P_{\text{доп}}$ , зная допустимую температуру, геометрию аппарата и способ охлаждения. Эту задачу можно назвать **первой прямой задачей** и решить ее довольно просто, так как можно однозначно определить коэффициент теплоотдачи и, используя формулу Ньютона, найти  $P_{\text{доп}}$ .

2. Найти значение требуемой охлаждающей поверхности, зная способ, охлаждения, допустимую температуру и нагрузку. Это **первая обратная задача**. Здесь коэффициент теплоотдачи находится подбором, так как он зависит от конфигурации и размеров искомой поверхности.

3. Выбрать способ и параметры охлаждения по известным нагрузке, допустимой температуре и геометрии. Это **вторая прямая задача**.

4. Определить температурное поле в аппарате (выяснить максимальные температуры всех элементов), зная ток, способ охлаждения и геометрию. Это **вторая обратная задача**, и она решается путем подбора параметров, так как коэффициент теплоотдачи и мощность источников теплоты зависят от температуры.

#### **2.4. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ТЕПЛОТДАЧИ С ПОВЕРХНОСТЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

Из рассмотренного выше материала следует, что теплоотдача от нагретых частей электрического аппарата в окружающую среду в общем случае происходит как конвекцией, так и тепловым излучением. Учитывая разный характер этих видов распространения теплоты в пространстве, необходимо процессы теплоотдачи конвекцией и излучением рассматривать отдельно.

Поскольку конвекция обусловлена движением объемов жидкости или газа и сопровождается теплопроводностью, то при аналитическом исследовании процесса теплоотдачи в этом случае необходимо в систему дифференциальных уравнений включить следующие зависимости:

- уравнение теплопроводности с учетом массообмена (уравнение энергий);
- уравнение движения жидкости (уравнение Навье–Стокса);
- уравнение неразрывности жидкости;
- уравнение состояния жидкости или газа.

Кроме этих уравнений необходимо указать условия однозначности, т. е. начальные и граничные условия.

Одним из граничных условий является равенство тепловых потоков на граничной поверхности тела за счет теплопроводности и за счет конвекции

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = k_{\text{тк}} \theta, \quad (2.17)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\partial T/\partial n$  — нормальная производная от температуры;  $k_{\text{тк}}$  — коэффициент теплоотдачи конвекцией;  $\theta$  — перепад температур.

Решение перечисленных дифференциальных уравнений в общем случае весьма трудоемко. Поэтому наиболее целесообразно количественное влияние тех или иных параметров и величин определять опытным путем, применяя *методы теории подобия*.

Физические явления называются подобными, если они качественно одинаковы и описываются одинаковыми уравнениями, как по форме, так и по содержанию, и если, кроме того, все величины, характеризующие явления, подобны, т. е. в соответственные моменты, времени в сходственных точках пространства любая величина  $\varphi''$  второго явления пропорциональна однородной с ней величине  $\varphi'$  первого явления:

$$\varphi'' = c_{\varphi} \varphi',$$

где  $c_{\varphi}$  — константа подобия.

Однородными называются величины, которые имеют один и тот же физический смысл и одинаковую размерность. Так как физические величины являются в общем случае функциями времени и пространства, то при физическом подобии физических явлений можно говорить о подобии полей. Следует отметить, что каждая величина,

характеризующая подобные явления, может иметь свою константу подобия, отличную от других. Но, как показывает более детальное рассмотрение подобных явлений, константы подобия в общем случае связаны между собой функциональными зависимостями, характерными для каждого вида явлений. Из анализа этих функциональных зависимостей можно получить безразмерные комплексы, которые называют *критериями подобия*.

В теории подобия существуют следующие три основные теоремы подобия:

1. Подобные между собой явления имеют одинаковые критерии подобия.

2. Любая функциональная связь между переменными, характеризующими явление, может быть представлена в виде зависимости между критериями подобия

$$F(K_1, K_2, \dots, K_n) = 0. \quad (2.18)$$

Эта зависимость называется обобщенным или критериальным уравнением. Вторая теорема является основной в теории подобия. Она дает возможность представить интеграл дифференциальных уравнений в виде функциональной зависимости между критериями подобия.

Так как критерии подобия в подобных явлениях равны и критериальные уравнения одинаковы (так как одинаковы дифференциальные уравнения), то, представляя результаты какого-либо опыта в критериях подобия, можно получить обобщенное уравнение, справедливое для всех подобных между собой явлений.

3. Явления подобны тогда и только тогда, когда подобны условия однозначности, а критерии подобия, составленные из условий однозначности, равны. Эта теорема является необходимым и достаточным условием подобия, поэтому она может быть принята в качестве определения подобия физических явлений.

Рассмотрев теоремы подобия, видим, что теория подобия позволяет, не решая дифференциальных уравнений, а используя результаты одного опыта, найти зависимость между величинами, характеризующими подобные явления.



Таким образом, теория подобия опирается на результаты эксперимента, при постановке которого возникает ряд вопросов, а именно:

1. Какие физические величины необходимо измерять в процессе эксперимента?
2. Каким образом обрабатывать экспериментальные данные?
3. Какие явления подобны явлениям данного опыта?

На первый вопрос дает ответ первая теорема подобия: необходимо измерять те величины и параметры, которые входят в критерии подобия, характеризующие данный процесс.

На второй вопрос отвечает вторая теорема подобия: экспериментальные данные необходимо представить в виде критериальных уравнений.

На третий вопрос дает ответ третья теорема подобия.

При этом остается не выясненным еще один вопрос: какие критерии подобия характеризуют то или иное явление?

Ответ на него можно получить из рассмотрения системы дифференциальных уравнений и условий однозначности, описывающих данное явление.

Из теплотехники известно, что процесс конвективного теплообмена характеризуют следующие критерии подобия:

1. Нуссельт  $\mathbf{Nu} = \frac{k_{\text{тк}} L}{\lambda}$ .
2. Фурье  $\mathbf{Fo} = \frac{at}{L^2}$ .
3. Грасгоф  $\mathbf{Gr} = \beta g \frac{L^3}{\nu^2} \theta$ .
4. Рейнольдс  $\mathbf{Re} = \frac{vL}{\nu}$ .
5. Прандтль  $\mathbf{Pr} = \frac{\nu}{a}$ .

Здесь  $k_{\text{тк}}$  — коэффициент теплоотдачи конвекцией;  $L$  — характерный линейный размер;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $a$  — коэффициент температуропровод-

ности;  $t$  — время;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $\theta$  — перепад температур;  $v$  — скорость.

Таким образом, для конвективной теплоотдачи критериальное уравнение (2.18) будет выглядеть как:

$$\begin{aligned} F(\text{Nu}, \text{Fo}, \text{Gr}, \text{Re}, \text{Pr}) &= 0; \\ \text{Nu} &= f(\text{Fo}, \text{Gr}, \text{Re}, \text{Pr}). \end{aligned} \quad (2.19)$$

В литературе имеются критериальные уравнения для разных случаев. При их использовании необходимо особое внимание уделить границам их применения.

В критерии подобия могут входить как местные, так и средние по поверхности коэффициенты теплоотдачи, а также такие величины, как определяющий размер и определяющая температура.

Определяющий (характерный) размер обычно выбирается исследователем произвольно, но при использовании критериального уравнения необходимо знать, какой размер взят в качестве определяющего. Чаще всего в качестве определяющего размера принимают длину поверхности теплообмена в направлении движения-жидкости. Теория подобия не определяет однозначно, какой размер должен быть взят в качестве определяющего, однако целесообразно принять такой размер, который в наибольшей степени влияет на процесс. Остальные размеры тогда войдут в критериальное уравнение в качестве безразмерных величин типа  $l_1/L$ ,  $l_2/L$  и т. п.

Например, при движении жидкости в трубе в качестве определяющего размера принимают диаметр трубы  $d$ , длина же трубы войдет в уравнение, в виде параметра  $l/d$ . Однако при теплоотдаче в коротких трубах в качестве определяющего размера может быть принята и длина трубы.

Во многих случаях в качестве определяющего размера принимают комбинацию разнородных физических величин, которая имеет размерность длины.

Сказанное об определяющем размере относится и к понятию определяющей температуры. Определяющей температурой называется температура среды, при которой вычисляются все физические параметры среды при

вычислении критериев подобия. Теория подобия не определяет однозначно эту температуру. Поэтому в качестве определяющей температуры принимают температуру, которая либо задана техническими условиями, либо может быть легко вычислена.

Рассмотрим критериальные уравнения для некоторых часто встречающихся в электроаппаратостроении практических случаев теплоотдачи.

Для естественной (свободной) конвекции в неограниченном пространстве критериальное уравнение, полученное академиком М. А. Михеевым, имеет вид

$$\text{Nu}_{\text{ср}} = C[\text{GrPr}]_{\text{ср}}^n. \quad (2.20)$$

В качестве определяющей температуры здесь принята величина  $T_{\text{ср}} = (T_{\text{ж}} + T_{\text{с}})/2$ , где  $T_{\text{ж}}$  и  $T_{\text{с}}$  — температура жидкости в точках, достаточно удаленных от поверхности тела, и температура стенки тела соответственно;  $C$  и  $n$  — безразмерные величины, значения которых зависят от комплекса  $[\text{GrPr}]$  (табл. 2.2).

В качестве определяющего размера принимается высота тела (для шаров и горизонтальных цилиндров — их диаметр).

Таблица 2.2

Выбор переменных коэффициентов  $C$  и  $n$ 

$[\text{GrPr}]$	Меньше $10^{-7}$	$10^{-3}$ – $5 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$ – $2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7$ – $10^{13}$
$C$	0,5	1,18	0,54	0,135
$n$	0	0,125	0,25	0,33

Формула (2.20) дает значение среднего коэффициента теплоотдачи по поверхности тела. Если тело имеет явно выраженные, достаточно протяженные горизонтальные поверхности, то коэффициент теплоотдачи, вычисленный по формуле (2.20), для верхней поверхности необходимо увеличить на 30%, а для нижней соответственно уменьшить на 30%.

При практических расчетах теплопередачи в ограниченном пространстве, например, между концентрическими трубами или в вертикальных щелях, обычно сложный

процесс теплообмена заменяют эквивалентным процессом теплопроводности. Средняя плотность теплового потока вычисляется по формуле

$$p = \lambda_{\text{экв}}(T_{c1} - T_{c2})/\delta,$$

где  $\delta'$  — толщина щели или зазор между трубами;  $T_{c1}$  и  $T_{c2}$  — температуры стенок;  $\lambda_{\text{экв}}$  — эквивалентный коэффициент теплопроводности, который учитывает передачу теплоты теплопроводностью и конвекцией и определяется по формуле  $\lambda_{\text{экв}} = \epsilon_k \lambda$ , здесь  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности жидкости или газа, заполняющих щель;  $\epsilon_k$  — коэффициент конвекции, значение которого можно определить из критериального уравнения

$$\epsilon_k = A[\text{GrPr}]_{\text{ср}}^r.$$

В качестве определяющего размера принимается ширина щели, а в качестве определяющей температуры  $T_{\text{ср}} = (T_{c1} + T_{c2})/2$ .

Таблица 2.3

Значения параметров  $A$  и  $r$  зависят от комплекса  $[\text{GrPr}]$  и определяются из таблицы 2.3.

Выбор коэффициентов  $A$  и  $r$ 

$[\text{GrPr}]$	Меньше $10^3$	$10^3-10^6$	$10^6-10^{10}$
$A$	1	0,105	0,4
$r$	0	0,3	0,2

В случае вынужденной конвекции при протекании жидкости в трубах средний по длине трубы коэффициент теплоотдачи можно определить по формулам

- если  $\text{Re} < 2000$ ,

$$\text{Nu}_{\text{ср}} = 0,15 \text{Re}_{\text{ср}}^{0,33} \text{Pr}_{\text{ср}}^{0,43} \text{Gr}_{\text{ср}}^{0,1} (\text{Pr}_{\text{ср}} / \text{Pr}_c)^{0,25}$$

для  $\text{Re} = 5-10^3$ ;

- если  $\text{Re} > 10\,000$ ,

$$\text{Nu}_{\text{ср}} = 0,02 \text{Re}_{\text{ср}}^{0,8} \text{Pr}_{\text{ср}}^{0,43} (\text{Pr}_{\text{ср}} / \text{Pr}_c)^{0,25} \epsilon_l \epsilon_R.$$

В качестве определяющей принята температура

$$T_{\text{ср}} = (T_{\text{вх}} + T_{\text{вых}})/2,$$

где  $T_{\text{вх}}$  и  $T_{\text{вых}}$  — соответственно температуры среды на входе в трубу и выходе из нее. В качестве определяющего размера принят внутренний диаметр трубы;  $\text{Pr}_c$  — значение критерия Прандтля при средней температуре стенки трубы.

Коэффициент  $\epsilon_l$  учитывает зависимость среднего коэффициента теплоотдачи от длины трубы: если  $l/d > 50$ , то  $\epsilon_l = 1$ . Коэффициент  $\epsilon_R$  учитывает зависимость коэффициента теплоотдачи от радиуса закругления трубы:

$$\epsilon_R = 1 + 1,8d/R,$$

где  $d$  — внутренний диаметр трубы;  $R$  — радиус закругления трубы.

При вынужденном поперечном обтекании одиночного цилиндра средний по окружности цилиндра коэффициент теплоотдачи можно определить из уравнений

$$\text{Nu}_{\text{cp}} = 0,5\text{Re}_{\text{cp}}^{0,5} \text{Pr}_{\text{cp}}^{0,38} (\text{Pr}_{\text{cp}} / \text{Pr}_c)^{0,25};$$

$$\text{Nu}_{\text{cp}} = 0,25\text{Re}_{\text{cp}}^{0,5} \text{Pr}_{\text{cp}}^{0,38} (\text{Pr}_{\text{cp}} / \text{Pr}_c)^{0,25} \quad \text{для } \text{Re} = 10^3 \sim 2 \cdot 10^5.$$

При вычислении критериев подобия за определяющий размер принят внешний диаметр цилиндра, а скорость отнесена к самому узкому поперечному сечению канала, в котором расположен цилиндр. Определяющей температурой является средняя температура среды.  $\text{Pr}_c$  вычисляется при температуре стенки цилиндра.

Рассмотренные выше критериальные уравнения не исчерпывают всего многообразия имеющихся уравнений. Их следует, рассматривать как некоторые наиболее часто встречающиеся в практике расчета электрических аппаратов частные случаи, дающие понятие о конвективном теплообмене.

При расчете теплоотдачи излучением следует учитывать не только собственное излучение тел, определяемое по закону Стефана–Больцмана (2.13), но и их взаимное расположение. Рассмотрим здесь только теплообмен излучением между двумя телами, находящимися одно внутри другого, что наиболее часто имеет место при теплооб-

мене поверхностей электрических аппаратов с окружающей средой.

Если тело 1 имеет температуру  $T_1$  и поверхность  $S_{01}$ , а тело 2 соответственно  $T_2$  и  $S_{02}$  и если  $T_1 > T_2$ , а  $S_{01} < S_{02}$ , то результирующий тепловой поток излучением от поверхности  $S_{01}$  к поверхности  $S_{02}$ , можно определить как

$$P_{12} = p_{\text{эф1}} S_{01} \Phi_{12} - p_{\text{эф2}} S_{02} \Phi_{21}, \quad (2.21)$$

где  $p_{\text{эф1}}$  и  $p_{\text{эф2}}$  — значения удельных лучистых потоков, которые можно определить по зависимости (2.12);  $\Phi_{12}$  и  $\Phi_{21}$  — средние угловые коэффициенты облучения, значения которых соответствуют доли энергии, попадающей с поверхности первого тела на поверхность второго по отношению к полному излучению первого тела, и наоборот.

Так как в нашем случае

$$p_{\text{рез1}} = P_{12}/S_{01}; p_{\text{рез2}} = P_{21}/S_{02}, P_{12} = P_{21}, \quad (2.22)$$

то после подстановки выражений (2.12) и (2.22) в уравнение (2.21) получим

$$P_{12} = \frac{p_1 S_{01} \Phi_{12}/A_1 - p_2 S_{02} \Phi_{21}/A_2}{1 - (1 - 1/A_1) \Phi_{12} - (1 - 1/A_2) \Phi_{21}}. \quad (2.23)$$

Из свойства замыкаемости лучистого теплообмена, справедливого для любой системы замкнутых тел (в том числе и когда существует самооблучение, как это имеет место в нашем случае для тела 2), следует, что  $\Phi_{11} + \Phi_{12} = 1$ .

Так как для тела 1 самооблучение отсутствует, то  $\Phi_{11} = 0$ .

Следовательно, для нашего случая  $\Phi_{12} = 1$ . Тогда уравнение (2.23) примет вид

$$P_{12} = \frac{p_1 S_{01}/A_1 - p_2 S_{02} \Phi_{21}/A_2}{1/A_1 + (1/A_2 - 1) \Phi_{21}}. \quad (2.24)$$

Для серых тел  $A_1 = \epsilon_1$ ,  $A_2 = \epsilon_2$ . Если в выражение (2.24) подставить соответственно удельные лучистые потоки тел 1 и 2 из закона Стефана–Больцмана (2.13), то результирующий тепловой поток будет равен

$$P_{12} = \frac{5,67 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 S_{o1} - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 S_{o1} \Phi_{21} \right]}{1/\varepsilon_1 + (1/\varepsilon_2 - 1)\Phi_{21}}. \quad (2.25)$$

Значение среднего углового коэффициента облучения  $\Phi_{21}$  не зависит от температуры. Так как выражение (2.25) справедливо для всех значений температуры, то, положив

$$T_1 = T_2 \text{ (при } P_{12} = 0), \text{ определим значение } \Phi_{21} = \frac{S_{o1}}{S_{o2}}.$$

Тогда окончательно будем иметь

$$P_{12} = \frac{5,67 S_{o1} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/\varepsilon_1 + \frac{S_{o1}}{S_{o2}}(1/\varepsilon_2 - 1)}.$$

Результирующий удельный лучистый поток с поверхности первого тела будет равен

$$p_{12} = \frac{P_{12}}{S_1} = \frac{5,67 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/\varepsilon_1 + \frac{S_{o1}}{S_{o2}}(1/\varepsilon_2 - 1)}.$$

Рассмотрим некоторые частные случаи.

Если  $S_{o1} = S_{o2}$ , что возможно, когда между телами имеется небольшой зазор или в случае плоскопараллельных бесконечно протяженных поверхностей, будем иметь

$$P_{12} = \frac{5,67 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{1/\varepsilon_1 + 1/\varepsilon_2 - 1}.$$

Для случая, когда электрический аппарат находится на достаточном удалении от стен помещения и других аппаратов, можно принять  $S_1 \ll S_2$ . Тогда

$$P_{12} = 5,67 \varepsilon_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right].$$

В этом случае можно принять  $T_2 = T_0$ , тогда

$$p = 5,67\varepsilon \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_0}{100} \right)^4 \right],$$

где  $p$  — удельный лучистый тепловой поток, излучаемый с поверхности аппарата;  $\varepsilon$  — степень черноты излучающей поверхности;  $T$  и  $T_0$  — температуры поверхности и окружающей среды в градусах Кельвина.

Таким образом, если имеется нагретое тело, поверхность которого соприкасается с окружающей средой, имеющей температуру меньше температуры поверхности тела, то количество теплоты, отдаваемое с поверхности тела в окружающую среду, можно рассчитать по формуле Ньютона, учитывающей теплоту, отдаваемую с поверхности тела как конвекцией, так и излучением, т. е.  $P = P_{\text{к}} + P_{\text{из}}$ . Следовательно, и коэффициент теплоотдачи должен учитывать эти виды теплоотдачи, т. е.  $k_{\text{т}} = k_{\text{тк}} + k_{\text{тиз}}$ .

Коэффициент теплоотдачи конвекцией можно определить по одному из критериальных уравнений (2.19) для каждого конкретного случая:

$$k_{\text{тк}} = \frac{\text{Nu}\lambda}{L},$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности среды;  $L$  — характерный размер тела.

Коэффициент теплоотдачи излучением определяется из выражения

$$k_{\text{тиз}} = \frac{p_{\text{из}}}{T - T_0},$$

где  $T$  и  $T_0$  — температура поверхности тела и окружающей среды соответственно;  $p_{\text{из}}$  — плотность теплового потока, излучаемого с поверхности нагретого тела, которая вычисляется по одной из рассмотренных выше формул для теплообмена излучением, когда одно тело находится внутри другого. Тогда окончательно получим

$$k_{\text{т}} = \frac{\text{Nu}\lambda}{L} + \frac{p_{\text{из}}}{T - T_0}.$$



## 2.5. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ЧАСТЯХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

### 2.5.1. Основные уравнения и методы их решения

В электрическом аппарате существует температурное поле, описываемое зависимостью  $T = T(x, y, z, t)$ .

В стационарном режиме температура зависит только от координат точки в пространстве. Когда температурное поле изменяется во времени, имеет место нестационарный (или неустановившийся, переходный) тепловой режим. Наиболее развиты методы анализа температурного поля на основе *уравнения теплопроводности*. В декартовой системе координат для изотропной среды нестационарное уравнение теплопроводности имеет вид

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q. \quad (2.26)$$

Здесь  $c$  — удельная теплоемкость;  $\lambda$  — теплопроводность;  $\gamma$  — плотность. Левая часть этого уравнения характеризует мощность, поглощаемую элементарным объемом тела, первый член правой части — мощность, отдаваемую путем теплопроводности, второй член — плотность мощности  $q$  внутренних источников теплоты.

В стационарном режиме, когда  $dT/dt = 0$  (формула (2.26)) может быть сведен к известному уравнению Пуассона, а при отсутствии внутренних источников — к уравнению Лапласа.

При решении уравнения теплопроводности иногда бывает целесообразно преобразовать его из одной системы координат в другую, например, цилиндрическую или сферическую. Такие системы координат представлены на рисунке 2.4.

Переход от декартовой системы координат к цилиндрической (рис. 2.4а) производят на основе соотношений

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad z = z.$$

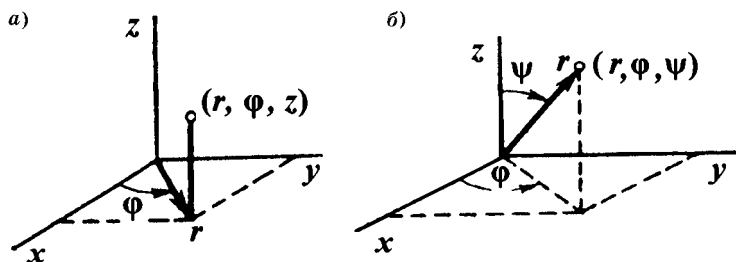


Рис. 2.4

Цилиндрическая (а) и сферическая (б) системы координат

Уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах (при  $\lambda = \text{const}$ ) имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\gamma} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q}{c\gamma}. \quad (2.27)$$

Для сферической системы координат (рис. 2.4б)  $x = r \sin \psi \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \psi \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \psi$ , а уравнение теплопроводности (при  $\lambda = \text{const}$ ) имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\gamma} \left[ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \sin \psi \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \psi} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{q}{c\gamma}.$$

Основные методы решения уравнения теплопроводности, которое в конкретных условиях приобретает различные специфические виды, можно разделить на четыре группы: а) классические; б) методы интегральных преобразований; в) метод источников; г) численные.

*Классические методы* позволяют путем простого интегрирования получить решение уравнений теплопроводности в конечном виде. Решения в замкнутой форме, выражаемые в виде табличных или табулированных интегралов, позволяют достаточно просто исследовать влияние отдельных факторов на процесс теплопередачи.

*Методы интегральных преобразований* в своей основе имеют интегральное преобразование искомой функции с выбранным ядром, которое позволяет упростить уравнение, избавляясь от зависимости одной или нескольких координат. Решения широкого класса задач нестационар-

ной теплопроводности получены с использованием интегрального преобразования Лапласа по времени. Эти решения можно найти в классических монографиях Г. Карслоу и Д. Егера, академика А. В. Лыкова, а также в учебном пособии Э. М. Карташова [28].

*Метод источников* применим для решения уравнения теплопроводности в тех условиях нагрева, когда в относительно малых объемах по сравнению с размерами рассматриваемого тела имеют место относительно высокие концентрации теплоты. Подобные условия наблюдаются, например, при нагреве контакта электрической дугой через ее основания (опорные точки). Указанные условия отвечают принципу местного влияния Сен-Венана. Следовательно, метод источников применим для расчета температур на расстояниях от источников, существенно превышающих соответствующие размеры источника.

Применение метода источников в сочетании с принципом наложения (суперпозиции) допустимо для решения дифференциального уравнения теплопроводности, если это уравнение остается линейным, т. е. если теплофизические константы  $\lambda$ ,  $c$ , а также плотность  $\gamma$  не зависят от температуры.

Пусть до начала процесса рассматриваемое тело имеет постоянную температуру, которая для удобства дальнейших выводов принимается за нулевую. Если в момент времени  $t = 0$  элементарный объем тела  $dx \cdot dy \cdot dz$  получил количество теплоты  $Q$ , то его температура равна  $T = Q / (c\gamma) / (dx \cdot dy \cdot dz)$ .

При этом начальном условии для неограниченного тела (граничные условия отсутствуют) уравнению (2.26) удовлетворяет решение

$$T(r, t) = \frac{Q}{(c\gamma) \cdot (4\pi at)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right), \quad (2.28)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  — сферический радиус-вектор (расстояние рассматриваемой точки температурного поля с координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$  от начала координат);  $a = \lambda / (c\gamma)$  —

коэффициент температуропроводности. Это решение носит название фундаментального решения.

В качестве примера применения метода источников и фундаментального решения (2.28) найдем зависимость, определяющую распределение температуры в полубесконечном теле от непрерывно действующего точечного источника. Для времени  $t$  действия источника мощностью  $q$ , согласно (2.28) и принципу наложения, имеем

$$T(r, t) = \int_0^t \frac{2q}{c\gamma(4\pi at)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right) dt.$$

После интегрирования получаем

$$T(r, t) = \frac{2q}{4\pi\lambda r} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{\sqrt{4at}}\right),$$

где  $\operatorname{erfc}(z)$  — функция Крампа, которая выражается через табулированный интеграл вероятности  $\operatorname{erf}(z)$

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^z \exp(-\zeta^2) d\zeta.$$

На основе (2.67) и принципа наложения можно найти зависимости для разных видов источников теплоты (линейного, плоскостного, объемного и т. п.). Метод источников применен для анализа температурных режимов в столбе электрической дуги и в основаниях дуги на металлических контактах.

Рассмотрим применение метода источников к решению одномерной нестационарной задачи теплопроводности, когда исходное уравнение (2.26) приобретает вид

$$c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q.$$

Пусть в неограниченном пространстве с удельной теплоемкостью  $c$ , плотностью  $\gamma$  и температуропроводностью  $\lambda$  в плоскости  $x = x'$  помещен мгновенный плоский источник теплоты, характеризуемый плотностью распределения энергии, которую будем полагать одинаковой во всех точках плоскости  $x = x'$ .

Если в момент времени  $t = t'$  температура всюду была равна нулю, то в момент времени  $(t - t')$  в плоскости  $x$  температура определяется *функцией влияния*, вытекающей из выражения (2.28)

$$G_0(x, x', t, t') = \frac{Q}{2c\gamma\sqrt{\pi a(t-t')}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t')}\right].$$

Эта функция называется *фундаментальным решением одномерного уравнения теплопроводности*.

Если в плоскости  $x'$  непрерывно действует источник теплоты такой, что в промежуток времени  $dt$  в единице площади источника выделяется теплота  $q(t')dt'$ , то температура в плоскости  $x$  в момент времени  $t$  будет

$$T(x, t) = \int_0^t \frac{q(t')}{2c\gamma\sqrt{\pi a(t-t')}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t')}\right] dt'. \quad (2.29)$$

На основе этой зависимости можно найти решения некоторых задач, используемых при расчетах термической стойкости контактных соединений.

В частности, пусть источник теплоты в плоскости  $x' = 0$  действует в продолжение времени  $t$  и интенсивность этого источника остается неизменной ( $q_0$ ). Увеличение температуры в плоскости, отстоящей от источника на расстоянии  $x$  к моменту времени  $t$  найдем, подставив в (2.29)  $q(t') = q_0$  и  $x' = 0$ :

$$T(x, t) = \frac{q_0}{c\gamma\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{1}{2\sqrt{a(t-t')}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a(t-t')}\right] dt'. \quad (2.30)$$

Введем новую переменную

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{a(t-t')}} \quad (2.31)$$

и изменим соответственно пределы интегрирования на

$$u = \frac{x}{2\sqrt{at}} \text{ и } \infty.$$

Дифференцируя (2.31), получим

$$\frac{d\xi}{dt'} = \frac{x}{4a\sqrt{(t-t')^3}} = \frac{\xi}{2\sqrt{a(t-t')^2}}.$$

Выражая  $dt'$  через  $d\xi$ , найдем

$$dt' = \frac{x^2}{2a\xi^3} d\xi.$$

Подставив  $dt'$  в (2.30), получим

$$T(x, t) = \frac{q_0}{c\gamma\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \exp(-\xi^2) \frac{x}{2a} \frac{d\xi}{\xi^3 2\sqrt{a(t-t')}}.$$

С учетом (2.31) последний интеграл можно записать как

$$T(x, t) = \frac{q_0}{c\gamma\sqrt{\pi}} \int_u^\infty \exp(-\xi^2) \frac{x}{2a} \frac{d\xi}{\xi^2}.$$

Интегрируя по частям, имеем

$$T(x, t) = \frac{q_0}{c\gamma\sqrt{\pi}} \frac{x}{2a} \left( \frac{\exp(-\xi^2)}{-\xi} \Big|_u^\infty - \int_u^\infty \exp(-\xi^2) d\xi \right)$$

или

$$T(x, t) = \frac{q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\lambda c\gamma}} \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2) - u \operatorname{erf} c(u) \right).$$

Максимальная температура будет при  $x = 0$ , т. е. при  $u = 0$ . Она равна

$$T(0, t) = \frac{q_0\sqrt{t}}{\sqrt{\pi\lambda c\gamma}}. \quad (2.32)$$

Для области электрических аппаратов характерен частный случай, когда тепловой поток меняется по закону

$$q(t') = q_0 \sin^2 \omega t' = q_0 \frac{(1 - \cos 2\omega t')}{2}. \quad (2.33)$$

Он наблюдается, например, при протекании синусоидального тока через тонкий слой жидкого металла в жидкометаллических контактах. Тепловой поток согласно (2.33) выражается в виде двух независимых составляющих. Действие постоянной составляющей ( $q_0/2$ ) изучено выше. Действие переменной составляющей в соответствии с (2.29) может быть описано интегралом

$$T_2(x, t) = \int_0^t \frac{q_0 \cos 2\omega t'}{2c\gamma\sqrt{\pi a(t-t')}} \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{4a(t-t')}\right) dt'. \quad (2.34)$$

Так как источник теплоты расположен в плоскости  $x' = 0$ , то температура при  $x = 0$  определяется из (2.34) выражением

$$T_2(0, t) = \int_0^t \frac{q_0 \cos 2\omega t'}{2c\gamma\sqrt{\pi a(t-t')}} dt'.$$

Дальнейшие математические операции приводят к решению:

$$T_2(0, t) = \frac{q_0\sqrt{a}}{\lambda\sqrt{4\omega}} \left[ \cos 2\omega t \cdot C\left(2\sqrt{\frac{\omega t}{\pi}}\right) + \sin 2\omega t \cdot S\left(2\sqrt{\frac{\omega t}{\pi}}\right) \right],$$

где  $C(z)$  и  $S(z)$  — табулированные специальные функции, называемые интегралами Френеля [24]

$$C(z) = \int_0^z \cos \frac{\pi r^2}{2} dr \quad \text{и} \quad S(z) = \int_0^z \sin \frac{\pi r^2}{2} dr.$$

Составляющая температуры  $T_1$ , обусловленная действием постоянной составляющей потока  $q_0/2$ , находится непосредственно из (2.32). Результирующая температура будет равна  $T(0, t) = T_1(0, t) + T_2(0, t)$ .

Особый интерес представляет вопрос о времени сглаживания пульсаций температуры  $T(0, t)$ , которое можно оценить, анализируя отношение  $T_2/T_1$ . Это отношение запишется в виде

$$\frac{T_2(0, t)}{T_1(0, t)} = \frac{\left[ \cos 2\omega t \cdot C\left(2\sqrt{\frac{\omega t}{\pi}}\right) + \sin 2\omega t \cdot S\left(2\sqrt{\frac{\omega t}{\pi}}\right) \right]}{2\sqrt{\omega t / \pi}}.$$

Как видно, это отношение не зависит от свойств материала, а определяется только частотой переменного тока и временем  $t$  от начала процесса. Используя таблицы [24] специальных функций (к их числу относятся интегралы Френелля), найдем, что при частоте  $f = 50$  Гц сглаживание пульсаций температуры до 5% достигается практически уже через 0,5 с. Указанный результат был получен независимо А. Г. Годжелло (1964) и Г. С. Белкиным (1978).

Численные методы анализа тепловых полей основаны на рассмотрении конечно-разностных схем. Построение конечно-разностной схемы всегда относится к отдельной конкретной задаче. После построения конечно-разностной схемы для области с заданными граничными условиями формируется матричное уравнение, которое обычно удается решить, используя компьютерные приложения. Главной трудностью при использовании численных методов становится корректное составление разностной схемы. На этом этапе решения тепловых задач численными методами успешно применяются методы аналогии электрических и тепловых схем. Современный подход к построению конечно-разностных схем тепловых процессов и полей изложен в [31].

### **2.5.2. Анализ передачи теплоты в квазистационарном режиме на основе уравнения теплопроводности**

#### *2.5.2.1. Аналогии задач теплопроводности и электрических цепей*

Задачи стационарной теплопроводности в электрических аппаратах многообразны и сложны в связи с многообразием геометрических форм теплопроводящих тел и граничных условий. Для их приближенных решений, как указано выше, можно использовать методы вычислительной математики, такие как *методы сеток и конечных элементов*.

Приближенные аналитические решения могут быть получены также при различных упрощающих предположениях. На основе аналитических выражений, которые получают при этих упрощающих предположениях, можно



дать оценки температур внутри нагреваемых частей аппаратов и проанализировать связь распределения температур с основными параметрами источников теплоты и геометрическими размерами, Рассмотрим некоторые задачи

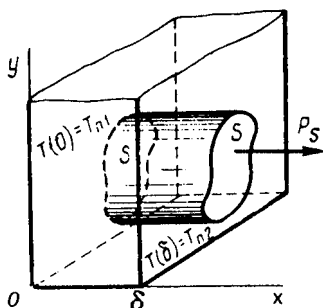


Рис. 2.5  
Передача теплоты сквозь  
плоскую стенку

для наиболее простых геометрических тел, к которым может быть сведено решение реальных задач в электрических аппаратах.

Передача теплоты через плоскую стенку (рис. 2.5) в стационарном режиме (температура остается неизменной во времени) и при отсутствии внутренних источников описывается одномерным уравнением теплопроводности, вытекающим из (2.26):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0. \quad (2.35)$$

Общее решение уравнения (2.35) имеет вид:

$$T(x) = Ax + B, \quad (2.36)$$

что проверяется непосредственной подстановкой решения в (2.35).

При стационарных граничных условиях первого рода (см. параграф 2.2)  $T(0) = T_{01}$  на левой плоскости стенки (рис. 2.5) и  $T(\delta) = T_{02}$  на правой плоскости стенки найдем постоянные интегрирования

$$B = T_{01} \text{ и } A = \frac{1}{\delta}(T_{02} - T_{01}).$$

Тогда общее решение (2.36) приобретает вид

$$T(x) = T_{01} - (T_{01} - T_{02}) \cdot \frac{x}{\delta}.$$

Следовательно, температура вдоль координаты  $x$  меняется линейно. Плотность теплового потока в такой

стенке определяется на основании закона Фурье ((2.12) и (2.19)):

$$p_0 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = -\lambda \frac{(T_{01} - T_{02})}{\delta}.$$

Для цилиндра с основаниями  $S$  на плоскостях  $x = 0$  и  $x = \delta$  (рис. 2.5) с образующей, параллельной оси  $x$ , можно найти полный тепловой поток

$$P_S = p_0 S = (T_{01} - T_{02}) \frac{\lambda S}{\delta}. \quad (2.37)$$

Последняя формула и предшествующие уравнения позволяют ввести соответствия, определяющие аналогию процессов распространения теплоты и процессов протекания тока в электрических цепях. Один из возможных вариантов такой аналогии демонстрируется таблицей 2.4.

Используя приведенные аналогии, уравнение (2.37) можно представить в виде теплового закона Ома

$$T_{01} - T_{02} = \Delta T = P \cdot R_T,$$

где тепловое сопротивление определено как

$$R_T = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S}.$$

Для цилиндрической стенки (рис. 2.6) в цилиндрических координатах при отсутствии внутренних источников теплоты и при однородности материала стенки, т. е. при условии, что

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} = \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0,$$

дифференциальное уравнение теплопроводности (2.27) имеет вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0.$$

Его общее решение может быть представлено формулой

$$T = A \ln r + B. \quad (2.38)$$

Таблица 2.4

## Соответствия явлений электрических и явлений распространения теплоты

Описание явлений и величин, характеризующих протекания тока	Описание явлений и величин, характеризующих распространения теплоты
Количество электричества (заряд) $dQ_э = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial n} S \cdot dt$	Количество теплоты $dQ_T = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} S \cdot dt$
Электрический ток $i = \frac{dQ_э}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial n} S$	Тепловой поток $P = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} S$
Плотность электрического тока $j = \frac{i}{S} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \phi}{\partial n}$	Плотность теплового потока $p_0 = \frac{P}{S} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}$
Электропроводность $1/\rho$	Теплопроводность $\lambda$
Разность потенциалов (падение напряжения) $U = \phi_1 - \phi_2$	Разность температур (перепад температур) $\Delta T = T_1 - T_2$
Закон Ома для однородного проводника $i = \frac{U}{\rho \frac{l}{S}}$	Закон Ома для теплового потока $P = \frac{\Delta T}{\frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S}}$
Электрическое сопротивление однородного проводника $R_э = \rho \frac{l}{S}$	Тепловое сопротивление стенки $R_T = \frac{1}{\lambda} \frac{\delta}{S}$

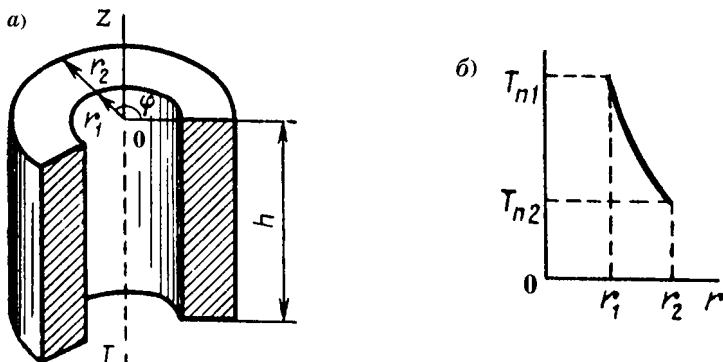


Рис. 2.6

Передача теплоты через цилиндрическую стенку (а) и график распределения температур в ней (б)

Стационарные граничные условия первого рода

$$T(r_1) = T_{01} \text{ и } T(r_2) = T_{02}$$

при подстановке в (2.38) дают два линейных уравнения, из которых найдем постоянные интегрирования  $A$  и  $B$ :

$$A = \frac{T_{01} - T_{02}}{\ln(r_1/r_2)} \text{ и } B = T_{01} - A \cdot \ln r_1.$$

Подставив их в общее решение, получим распределение температур в цилиндрической стенке (рис. 2.6б)

$$T(r) = T_{01} - (T_{01} - T_{02}) \frac{\ln(r/r_1)}{\ln(r_2/r_1)}.$$

Для участка стенки высотой  $h$  тепловой поток равен

$$P = \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) \cdot 2\pi r h = \lambda (T_{01} - T_{02}) \frac{2\pi h}{\ln(r_2/r_1)}.$$

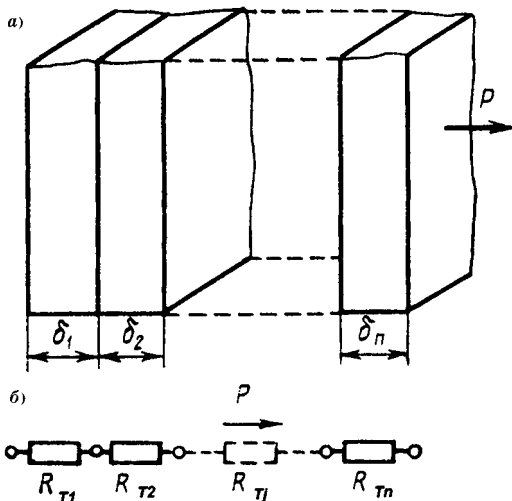
Полученное выражение также может быть представлено в виде закона Ома

$$T_{01} - T_{02} = P \cdot \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda h},$$

и тогда тепловым сопротивлением цилиндрической стенки высоты  $h$  считают величину

$$R_{Th} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda h}. \quad (2.39)$$

Понятие теплового сопротивления и теплового закона Ома позволяют решать многие более сложные задачи, не прибегая к решению непосредственно уравнения теплопроводности, а составляя *схемы замещения*. Так, например, для *многослойной стенки* (рис. 2.7а) можно составить схему замещения (рис. 2.7б), что позволяет сразу найти полное тепловое сопротивление всей многослойной стенки в виде суммы тепловых сопротивлений отдельных



**Рис. 2.7**  
Плоская  
многослойная  
стенка (а) и ее  
тепловая схема  
замещения (б)

слоев и рассчитать при известном тепловом потоке перепад температур в толще такой стенки

$$\Delta T = P \cdot (R_{T1} + R_{T2} + \dots + R_{Tn}) = P \sum_{i=1}^n R_{Ti}.$$

В качестве примера использования теплового закона Ома решим задачу о распределении температур в цилиндрической стенке высоты  $h = 1$  с внутренними источниками  $q$ , равномерно распределенными в объеме, полагая, что теплота отдается только через наружную поверхность. Для цилиндрического слоя толщиной  $dr$ , расположенного на радиусе  $r$  (рис. 2.8а), перепад температур, согласно тепловому закону Ома, равен

$$dT(r) = P(r) \cdot dR_T = q\pi(r^2 - r_1^2) \cdot dR_T. \quad (2.40)$$

Дифференциал теплового сопротивления цилиндрического слоя можно найти, записав (2.39) для полого цилиндра с наружным радиусом  $r$  в виде

$$R_{Th} = \frac{\ln(r/r_1)}{2\pi\lambda h}.$$

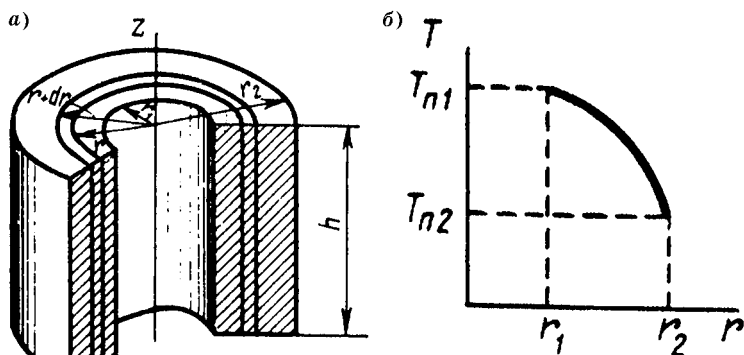


Рис. 2.8

Цилиндрическая стенка с внутренними источниками теплоты (а) и график распределения температуры в ней (б)

Тогда при  $h = 1$

$$dR_T = \frac{dr}{r \cdot 2\pi\lambda}$$

и, подставляя полученное выражение в (2.40), получим

$$dT(r) = P(r) \cdot dR_T = q\pi(r^2 - r_1^2) \cdot \frac{dr}{2\pi r\lambda}.$$

Интегрирование последнего выражения дает

$$T(r_1) - T(r) = \frac{q}{2\lambda} \left[ \frac{r^2 - r_1^2}{2} - r_1^2 \ln(r/r_1) \right].$$

График распределения температуры в этой стенке приведен на рисунке 2.8б. Полученное решение часто используется при расчете распределения температур в обмотках электрических аппаратов. Решения для плоской и цилиндрической стенок без источников теплоты могут с успехом применяться для расчета перепада температур в толще изоляционных покрытий токопроводов и в толще корпусных деталей аппаратов.

Уравнение Ньютона (см. (2.14)) также можно рассматривать как тепловой закон Ома. При этом тепловое сопротивление отдачи теплоты в окружающую среду

$$R_{T0} = \frac{1}{k_r S_0}. \quad (2.41)$$

Примеры использования схем замещения для задач расчета нагрева элементов электрических аппаратов читатель найдет в [6], [31].

#### 2.5.2.2. Одномерные задачи теплопроводности в токопроводах и стержнях

Для стационарной теплопроводности типичной является задача о стержневом радиаторе, решение которой используется при анализе распределения температур в токопроводах, в катушках с магнитопроводом и в стержневых радиаторах охлаждения. Одна из таких задач ставится следующим образом.

Однородный стержень длиной  $l$ , с площадью поперечного сечения  $S$ , периметром сечения  $\Pi$ , из материала с удельной теплопроводностью  $\lambda$  отдает теплоту с боковой поверхности по закону Ньютона.

Считая, что размеры поперечного сечения стержня малы по сравнению с его длиной, можно положить, что внутри стержня поток теплоты распространяется лишь вдоль его оси. Это допущение справедливо, если значение критерия подобия Био ( $Bi = k_r \sqrt{S} / \lambda$ ) для потока теплоты в направлении, перпендикулярном оси, оказывается малым. Критерий Био характеризует отношение среднего перепада температур внутри тела к перепаду температур вне его. Поэтому, если значение критерия Био удовлетворяет условию  $Bi \ll 1$ , перепадом температур в направлении, перпендикулярном оси, можно пренебречь. Таким образом, задача о радиаторе может ставиться как задача об одномерном тепловом потоке. Действительно, для медного проводника с поперечным сечением порядка  $100 \text{ мм}^2$  при  $k_r \approx 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  и  $\lambda \approx 390 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$  значение критерия Био не превосходит  $10^{-3}$ .

Внутри стержня могут присутствовать источники теплоты, например, в виде джоулевых потерь при протекании тока или в виде потерь на вихревые токи в магнитопроводе с катушкой, питаемой переменным током. Объемную плотность источников теплоты ниже будем обозначать  $q_{V+}$ . Если эти источники представлены потерями

ми Джоуля в проводнике, то при плотности тока  $j$  и удельном сопротивлении  $\rho$  имеем  $q_{V+} = j^2\rho$ .

Теплоотдача с боковой поверхности стержня может рассматриваться как наличие *стоков теплоты*, распределенных вдоль по стержню. Линейная плотность этих стоков  $Q_{l-}$  в соответствии с законом Ньютона есть

$$Q_{l-} = k_T\theta \cdot \Pi,$$

где  $k_T$  — коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности стержня, равной  $\Pi$  на единицу длины;  $\theta$  — превышение температуры стержня относительно температуры окружающей среды.

Объемная плотность стоков равна

$$q_{V-} = Q_{l-}/S = k_T\theta \cdot \Pi/S.$$

Учитывая, что стоки можно рассматривать как отрицательные источники, запишем дифференциальное уравнение распределения превышения температур в виде одномерного уравнения теплопроводности:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{q_{V+} - q_{V-}}{\lambda} = 0. \quad (2.42)$$

После подстановки выражений для источников и стоков теплоты дифференциальное уравнение распределения превышений температур вдоль каждого такого отдельного участка должно включать в себя как стоки, так и источники теплоты. Поэтому основное уравнение (2.42) запишется в виде

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{j^2\rho}{\lambda} - \frac{k_T\Pi\theta}{\lambda S} = 0.$$

Если ввести параметр

$$p^2 = \frac{k_T\Pi}{\lambda S},$$

то уравнение может быть представлено как

$$\frac{1}{p^2} \frac{d^2\theta}{dx^2} - \theta + \frac{j^2\rho S}{k_T\Pi} = 0.$$



Последний член этого уравнения — константа, которая имеет физический смысл. Действительно, этот член представляет в соответствии с уравнением Ньютона стационарное превышение температуры однородного токопровода поперечного сечения  $S$  с периметром сечения  $\Pi$ , плотностью тока  $j$  и с коэффициентом теплопередачи в окружающее пространство  $k_r$ . В дальнейшем обозначим это превышение температуры

$$\theta_h = \frac{j^2 \rho S}{k_r \Pi}.$$

Теперь уравнение станет

$$\frac{1}{p^2} \frac{d^2 \theta}{dx^2} - \theta + \theta_h = 0. \quad (2.43)$$

Общее решение полученного неоднородного линейного уравнения (2.43) есть сумма решения однородного уравнения и любого его частного решения. В качестве частного решения можно взять  $\theta_h$ , что проверяется непосредственной подстановкой в дифференциальное уравнение. Тогда решение запишется в виде

$$\theta = A \exp(-px) + B \exp(px) + \theta_h. \quad (2.44)$$

Постоянные интегрирования  $A$  и  $B$  могут быть найдены, если задать краевые условия. Например, можно задать краевые условия первого рода, т. е. задать температуры на концах рассматриваемого участка:

$$\theta(0) = \theta_d \text{ и } \theta(l) = \theta_f. \quad (2.45)$$

Подставляя условия (2.45) в общее решение уравнения (2.44), получим

- при  $x = 0$

$$\theta_d = A + B + \theta_h; \quad (2.46)$$

- при  $x = l$

$$\theta_f = A \exp(-pl) + B \exp(pl) + \theta_h.$$

Два полученных уравнения относительно двух неизвестных произвольных постоянных  $A$  и  $B$  образуют систе-

му двух линейных уравнений, решение которой дается в виде

$$A = \frac{(\theta_d - \theta_h) \exp(pl) - (\theta_f - \theta_h)}{2 \operatorname{sh}(pl)};$$

$$B = \frac{(\theta_f - \theta_h) - (\theta_d - \theta_h) \exp(-pl)}{2 \operatorname{sh}(pl)}.$$

Теперь можно описать тепловые потоки на краях участка, если использовать закон Фурье  $P(x) = -\lambda \frac{d\theta}{dx} S$  и производные общего решения с последующей подстановкой постоянных интегрирования  $A$  и  $B$ . Эти тепловые потоки равны

$$P_d = \frac{p\lambda S}{\operatorname{sh} pl} [(\theta_d - \theta_h) \operatorname{ch} pl - (\theta_f - \theta_h)] =$$

$$= g[(\theta_d - \theta_h) \operatorname{cth} pl - (\theta_f - \theta_h) \operatorname{csch} pl]; \quad (2.47)$$

$$P_f = \frac{p\lambda S}{\operatorname{sh} pl} [(\theta_d - \theta_h) - (\theta_f - \theta_h) \operatorname{ch} pl] =$$

$$= g[(\theta_d - \theta_h) \operatorname{csch} pl - (\theta_f - \theta_h) \operatorname{cth} pl]. \quad (2.48)$$

В этих формулах принято обозначение  $g = p\lambda S$ .

В частном случае, когда стержень теоретически полубесконечен, тепловой поток в его левом торце определяется пределом

$$P_d = \lim_{l \rightarrow \infty} g \cdot [(\theta_d - \theta_h) \operatorname{cth} pl - (\theta_f - \theta_h) \operatorname{csch} pl] = g(\theta_d - \theta_h). \quad (2.49)$$

Кроме того, из физических соображений следует, что постоянная  $B = 0$ . В противном случае температура на бесконечном удалении стремилась бы к бесконечности. При  $B = 0$  из уравнений (2.46) и (2.49) следует, что

$$A = \theta_d - \theta_h = \frac{P_d}{g}.$$

Последнее равенство с учетом аналогии, введенной выше (см. п. 2.5.2.1), позволяет трактовать комплекс  $g = p\lambda S$  как *тепловую проводимость полубесконечного стержня*.

Окончательно решение задачи о полубесконечном стержне можно записать в виде

$$\theta(x) = \frac{P_d}{g} \exp(-px) + \theta_n. \quad (2.50)$$

Вместе с тем, можно выяснить и физический смысл параметра  $p$ . На расстоянии  $x > 5p^{-1}$  приближенно  $\theta(x) = \theta_n$ . Это означает, что влиянием контакта, создающего тепловой поток в токопроводе, можно пренебречь на расстояниях  $x > 5p^{-1}$ . Реально для медного проводника с прямоугольным поперечным сечением  $2 \times 8 \text{ мм}^2$  при значении  $k_T = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$  параметр  $p \approx 8$ . Это означает, что влияние контакта на нагрев проводника практически пренебрежимо только на расстоянии  $\sim 0,6 \text{ м}$ .

Неоднородность токопровода электрических аппаратов может быть обусловлена различием поперечного сечения  $S$ , периметров этих сечений  $\Pi$ , коэффициентов теплоотдачи  $k_T$ , удельных сопротивлений  $\rho$ , коэффициентов теплопроводности  $\lambda$  на отдельных участках. Следует учесть, что, например, контактные соединения являются участками наиболее интенсивного выделения теплоты при протекании тока  $I$  через сопротивление контакта  $R_K$ . Малая протяженность контактного перехода позволяет считать его сосредоточенным источником теплоты, мощность которого  $P_K = I^2 R_K$ . Что касается самого токопровода, то в нем действуют распределенные источники теплоты, плотность которых  $q_{V+} = j^2 \rho$  определяется джоулевыми потерями и может быть различной на каждом участке из-за различных сечений и удельных сопротивлений участков.

В электрических аппаратах поперечные сечения всех участков токопровода обычно незначительны по сравнению с протяженностью всего токопровода вместе с присоединенными проводниками внешней цепи, в которую включен аппарат. Это позволяет, как было указано выше

при оценке критерия Био, считать поток теплоты внутри токопровода одномерным.

Для решения задачи о неоднородном токопроводе можно использовать *метод локальных координат*, сущность которого состоит в том, что весь кусочно-однородный токопровод представляют в виде расчлененных однородных участков. Для каждого выделенного однородного участка вводится своя локальная система координат (рис. 2.9). Константами, характеризующими  $i$ -й участок, являются  $g_i$ ,  $\theta_{h,i}$  и безразмерная длина участка  $L_i = p_i l_i$ .

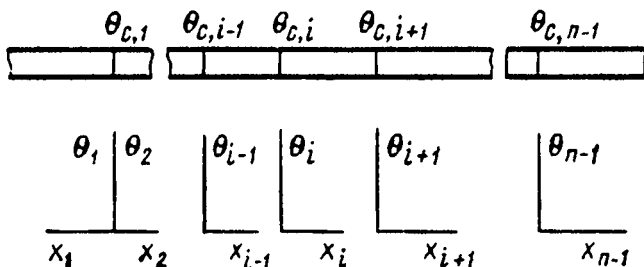


Рис. 2.9

Неоднородный токопровод и система локальных координат

Условие сопряжения локальных решений, получаемых на каждом участке, состоит в том, что алгебраическая сумма тепловых потоков  $P$  в сопряжении равна нулю. Это условие является тепловым аналогом первого закона Кирхгофа для электрической цепи. Если в  $i$ -м сопряжении участков токопровода имеется контакт с мощностью потерь  $P_{c,i}$ , то  $i$ -е сопряжение содержит сосредоточенный источник теплоты мощностью  $P_{c,i}$ . Указанное условие Кирхгофа примет вид

$$P_{f,i} + P_{c,i} - P_{d,i+1} = 0. \quad (2.51)$$

Подставляя в (2.51) выражения потоков (2.47) и (2.48), найдем первое условие в плоскости сопряжения соседних участков

$$g_i [(\theta_{d,i} - \theta_{h,i}) \operatorname{csch} L_i - (\theta_{f,i} - \theta_{h,i}) \operatorname{cth} L_i] + \\ + P_{c,i} - g_{i+1} [(\theta_{d,i+1} - \theta_{h,i+1}) \operatorname{cth} L_{i+1} - (\theta_{f,i+1} - \theta_{h,i+1}) \operatorname{csch} L_i] = 0.$$

Вторым условием сопряжения решений для отдельных участков является равенство температур в плоскости сопряжения, т. е. равенство

$$\theta_{f,i} = \theta_{d,i+1}.$$

Если ввести обозначение

$$\theta_i = \theta_{f,i} = \theta_{d,i+1},$$

то справедливы и равенства

$$\theta_{i-1} = \theta_{d,i};$$

$$\theta_{i+1} = \theta_{f,i+1}.$$

Применяя эти обозначения неизвестных искомым величин, а также сосредоточивая неизвестные величины в одной части уравнения, получим

$$\begin{aligned} & (-g_i \operatorname{csch} L_i) \theta_{i-1} + (g_i \operatorname{cth} L_i + g_{i+1} \operatorname{cth} L_{i+1}) \theta_i + \\ & \quad + (-g_{i+1} \operatorname{csch} L_{i+1}) \theta_{i+1} = \\ & = P_{c,i} + (-g_i \operatorname{csch} L_i) \theta_{h,i} + (g_i \operatorname{cth} L_i) \theta_{h,i} + \\ & + (g_{i+1} \operatorname{cth} L_{i+1}) \theta_{h,i+1} + (-g_{i+1} \operatorname{csch} L_{i+1}) \theta_{h,i+1}. \end{aligned}$$

Таким образом, каждому сопряжению участков соответствует одно линейное алгебраическое уравнение с постоянными коэффициентами вида

$$a_{i,i-1} \theta_{i-1} + a_{i,i} \theta_i + a_{i,i+1} \theta_{i+1} = b_i, \quad (2.52)$$

где

$$a_{i,i-1} = -g_i \operatorname{csch} L_i;$$

$$a_{i,i+1} = -g_{i+1} \operatorname{csch} L_{i+1};$$

$$a_{i,i} = g_i \operatorname{cth} L_i + g_{i+1} \operatorname{cth} L_{i+1};$$

$$\begin{aligned} b_i = & P_{c,i} + \theta_{h,i} g_i (\operatorname{cth} L_i - \operatorname{csch} L_i) + \\ & + \theta_{h,i+1} g_{i+1} (\operatorname{cth} L_{i+1} - \operatorname{csch} L_{i+1}). \end{aligned}$$

Если выписать уравнения (2.52) для всех  $n$  сопряжений, то получим систему  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными  $\theta_i$ , которую можно представить в матричной форме

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & & & & \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & & & \\ & & & & & \\ & & & a_{n-1,n-2} & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ & & & & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_i \\ \theta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_i \\ b_n \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

Система этих уравнений имеет трехдиагональную матрицу. Это связано с тем, что температура данного сопряжения зависит лишь от температур двух соседних сопряжений. Диагональ матрицы системы (2.53) является преобладающей. Действительно, поскольку  $\text{cth}L > \text{csch}L$ , постольку  $|a_{i,i}| > |a_{i,i-1}|$  и  $|a_{i,i}| > |a_{i,i+1}|$ . Это позволяет применить для решения системы уравнений относительно неизвестных температур эффективный метод прогонки. Если число участков невелико (не более четырех), то можно воспользоваться и правилом Крамера решения систем линейных уравнений [25], [30]. При большом числе участков практически неизбежным становится использование компьютерных приложений, например, пакета MATLAB [45], основу которого составляют матричные вычисления.

### 2.5.2.3. Тепловой расчет обмоток электрических аппаратов

Обтекаемые током обмотки электрических аппаратов относятся к объектам с внутренними источниками теплоты. Поэтому интегральным параметром модели тепловых процессов в обмотках является мощность потерь в обмотке  $P$ . В качестве характеристики источников теплоты в каждой точке объема обмотки можно принять объемную плотность источников теплоты  $q$ .

Основными геометрическими параметрами цилиндрической обмотки являются наружный и внутренний диаметры  $D_n$  и  $D_v$  и высота обмотки  $H$ . Исходя из закона Ома, можно найти связь между напряжением питания обмотки  $U$ , ее магнитодвижущей силой  $F$ , удельным сопротивлением  $\rho$  и поперечным сечением  $s$  провода. Полагая, что обмотка имеет  $N$  витков и среднее сопротивление вит-

ка обмотки  $R_{\text{cp}}$  равно сопротивлению витка, расположенного в среднем слое диаметра

$$D_{\text{cp}} = (D_{\text{в}} + D_{\text{н}})/2,$$

можно преобразовать выражение закона Ома следующим образом:

$$U = IR = (IN) \cdot \left(\frac{R}{N}\right) = (IN)R_{\text{cp}} = (IN) \cdot \rho\pi D_{\text{cp}}/s.$$

Тогда при известных значениях  $IN = F$ ,  $U$ ,  $\rho$  и  $D_{\text{cp}}$  можно найти сечение провода, которым следует выполнить катушку катушки:

$$s = \frac{(IN)\rho\pi D_{\text{cp}}}{U}.$$

Мощность потерь в обмотке определяется законом Джоуля–Ленца. Преобразование выражения закона Джоуля–Ленца

$$P = I^2 R = \frac{(IN)^2 R}{N \cdot N} = \frac{(IN)^2 R_{\text{cp}}}{N} = \frac{(IN)^2 \rho\pi D_{\text{cp}}}{N \cdot s}$$

приводит к выражению мощности потерь в обмотке. В это выражение входит неизвестная величина  $N$  числа витков обмотки. Однако произведение  $N \cdot s$  представляет собой площадь  $Q_{\text{м}}$  всех витков обмотки. Эта площадь есть часть общей площади известного обмоточного пространства  $Q_{\text{о}} = H \cdot (D_{\text{н}} - D_{\text{в}})/2$ . Отношение

$$k_{\text{з}} = Q_{\text{м}}/Q_{\text{о}}$$

называется *коэффициентом заполнения по меди*.

Значение коэффициента заполнения по меди зависит от способа намотки (автоматическая или ручная укладка, рядовая, шахматная или «дикая» намотка), от формы поперечного сечения провода и от абсолютных размеров сечения провода, т. е. от диаметра для проводов круглого сечения. Ниже в таблице 2.5 приведены типичные значения коэффициентов заполнения для стандартных проводов круглого сечения, полученные и подтвержденные экспериментально Э. Т. Лариной.

Таблица 2.5

**Коэффициенты заполнения катушки при намотке провода круглого сечения с эмалевой изоляцией (катушка каркасная)**

Диаметр голого провода, мм	Намотка с ручной подачей				Намотка с автоматической подачей	
	гильза цилиндрическая	гильза прямоугольная	гильза прямоугольная с прокладкой через 1 слой	гильза прямоугольная с прокладкой через 2 слоя	гильза цилиндрическая с прокладкой через 1 слой	гильза прямоугольная с прокладкой через 1 слой
0,05	—	—	—	0,3	—	—
0,10	0,440	0,420	0,285	0,35	0,38	0,36
0,15	0,495	0,475	—	0,39	—	—
0,20	0,535	0,515	0,350	0,425	0,48	0,44
0,25	—	—	—	0,460	—	—
0,30	—	—	0,385	—	0,54	0,37
0,40	—	—	0,410	—	0,57	0,53

Важно отметить, что коэффициент заполнения катушки увеличивается с увеличением диаметра проводника. Это в основном обусловлено изменением соотношения между диаметром неизолированного проводника и толщиной изоляции. Начиная с некоторого диаметра проводника (0,5–0,6 мм) дальнейшее его увеличение мало влияет на изменение коэффициента заполнения.

Теперь, окончательно, найдем мощность потерь в обмотке

$$P = \frac{(IN)^2 \rho \pi D_{\text{cp}}}{k_3 \cdot Q_0}.$$

Поделив эту мощность на объем  $V$  обмотки, можно найти плотность источников теплоты:

$$q_V = \frac{P}{V} = \frac{P}{\pi D_{\text{cp}} Q_0} = \frac{(IN)^2 \rho}{k_3 Q_0^2}.$$

Таким образом, плотность источников теплоты в катушке тем больше, чем выше напряжение питания  $U$ , поскольку при увеличении напряжения питания уменьшается площадь (и, следовательно, диаметр) провода.



А уменьшение диаметра провода, как следует из таблицы 2.5, влечет уменьшение коэффициента заполнения и увеличение плотности источников теплоты в соответствии с последней формулой.

Тепловой расчет катушек в стационарном режиме сводится к отысканию максимального значения температуры  $T_{\max}$  внутри катушки или максимального превышения температуры  $\theta_{\max} = T_{\max} - T_0$ . Для этого расчета могут быть использованы разные модели. Одной из таких моделей является модель цилиндрической стенки с внутренними источниками теплоты. В этой модели пренебрегают теплоотдачей с торцевых поверхностей катушки.

Пусть известны геометрические размеры катушки и коэффициент теплопроводности обмотки  $\lambda$ . Для решения задачи о распределении температур запишем в цилиндрических координатах дифференциальное уравнение теплопроводности согласно (2.27) в виде

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} + \frac{q}{\lambda} = 0, \quad (2.54)$$

где  $\theta$  — превышение температуры над температурой окружающей среды.

В общем случае предположим, что теплоотдача происходит как с наружной цилиндрической поверхности, так и с внутренней по закону Ньютона с коэффициентами теплоотдачи  $k_{\text{нар}}$  и  $k_{\text{вн}}$ . Тогда граничные условия задачи (условия третьего рода) можно записать как

$$k_{\text{нар}} \theta = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{при} \quad r = R_{\text{нар}} = D_{\text{нар}}/2; \quad (2.55)$$

$$k_{\text{вн}} \theta = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{при} \quad r = R_{\text{вн}} = D_{\text{вн}}/2. \quad (2.56)$$

Общее решение (2.54) имеет вид

$$\theta = \frac{q}{2\lambda} \left( -\frac{r^2}{2} + A \ln r + B \right) \quad (2.57)$$

и содержит произвольные постоянные  $A$  и  $B$ .

Постоянные интегрирования  $A$  и  $B$  находят, подставляя граничные условия (2.55) и (2.56) в общее решение (2.57)

$$\begin{aligned} k_{\text{нап}} \left( -\frac{R_{\text{нап}}^2}{2} + A \ln R_{\text{нап}} + B \right) &= -\lambda \left( -R_{\text{нап}} + \frac{A}{R_{\text{нап}}} \right); \\ k_{\text{вн}} \left( -\frac{R_{\text{вн}}^2}{2} + A \ln R_{\text{вн}} + B \right) &= -\lambda \left( -R_{\text{вн}} + \frac{A}{R_{\text{вн}}} \right). \end{aligned} \quad (2.58)$$

Это дает следующую систему двух линейных алгебраических уравнений относительно двух неизвестных  $A$  и  $B$ :

$$\begin{cases} a_{11}A + a_{12}B = b_1; \\ a_{21}A + a_{22}B = b_2, \end{cases} \quad (2.59)$$

где коэффициенты определяются равенствами

$$\begin{cases} a_{11} = \ln R_{\text{нап}} + \lambda / R_{\text{нап}} / k_{\text{нап}}; & a_{12} = 1; & b_1 = R_{\text{нап}}^2 / 2 + \lambda R_{\text{нап}} / k_{\text{нап}}; \\ a_{21} = \ln R_{\text{вн}} - \lambda / R_{\text{вн}} / k_{\text{вн}}; & a_{22} = 1; & b_2 = R_{\text{вн}}^2 / 2 + \lambda R_{\text{вн}} / k_{\text{вн}}. \end{cases} \quad (2.60)$$

Используя матричное представление системы (2.59) и правило Крамера, можно записать решение — вектор-столбец выражений для постоянных  $A$  и  $B$

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{b_1 - b_2}{a_{11} - a_{21}} \\ \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11} - a_{21}} \end{pmatrix}. \quad (2.61)$$

Анализируя общий вид решения (2.57) дифференциального уравнения, можно найти  $r_{\text{max}}$  — радиус слоя катушки, в котором имеет место максимум превышения температуры  $\theta_{\text{max}}$ . Очевидно, этот радиус удовлетворяет условию достижения экстремума, т. е. условию равенства нулю производной

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = \frac{q}{2\lambda} \left( -r_{\text{max}} + \frac{A}{r_{\text{max}}} \right) = 0.$$

Из последнего равенства непосредственно следует, что

$$r_{\max} = \sqrt{A} \quad (2.62)$$

и

$$\theta_{\max} = \frac{q}{4\lambda} [A(\ln A - 1) + 2B]. \quad (2.63)$$

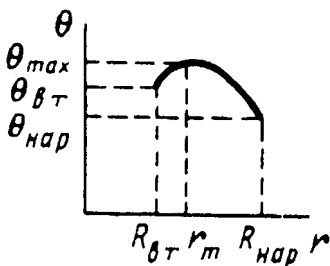


Рис. 2.10

Распределение температур в катушке с теплоотдачей с внутренней и наружной поверхностей

Числовые результаты расчетов могут быть получены последовательными подстановками (2.60) в (2.61) и далее в (2.62), а также в (2.63). Типичный график распределения превышения температуры в цилиндрической катушке изображен на рисунке 2.10.

Если теплоотдачей с внутренней поверхности катушки можно пренебречь, то решение упрощается, так как при этом  $P(R_{\text{вн}}) = 0$  и  $r_{\max} = R_{\text{вн}}$ . Тогда из выражения (2.62) следует

$$A = R_{\text{вн}}^2.$$

С учетом этого равенства граничное условие (2.58) дает

$$B = \frac{R_{\text{нар}}^2}{2} + \frac{\lambda R_{\text{нар}}}{k_{\text{нар}}} - R_{\text{вн}}^2 \ln R_{\text{нар}} - \lambda \frac{R_{\text{вн}}^2}{k_{\text{нар}} R_{\text{нар}}},$$

и величина  $\theta_{\max}$  после подстановки  $B$  в (2.63) оказывается равной

$$\theta_{\max} = \frac{q}{2\lambda} \left( R_{\text{вн}}^2 \ln \frac{R_{\text{вн}}}{R_{\text{нар}}} + \frac{R_{\text{нар}}^2 - R_{\text{вн}}^2}{2} \right) + \frac{q}{k_{\text{нар}} R_{\text{нар}}} (R_{\text{нар}}^2 - R_{\text{вн}}^2).$$



где  $p^2 = \frac{k_T \Pi}{\lambda S}$ , а общее решение имеет вид

$$\theta = A \exp(-px) + B \exp(px). \quad (2.64)$$

Постоянные интегрирования  $A$  и  $B$  необходимо найти из граничных условий. Положим, что на левом конце стержня ( $x = 0$ ) задано превышение температуры  $\theta(0)$ . Подставив это условие в общее решение (2.64), получим

$$A + B = \theta(0).$$

Пусть на другом конце при  $x = l$  тепловой поток  $P$  равен нулю, что соответствует теплоизолированным торцам стержня. Если поток равен нулю, то в соответствии с законом Фурье производная от температуры по координате тоже равна нулю. Дифференцируя (2.64) и приравнявая производную нулю, найдем

$$-pA \exp(-pl) + pB \exp(pl) = 0.$$

Решение полученной системы двух алгебраических уравнений дает

$$A = \theta(0) \frac{\exp(pl)}{2 \cdot \operatorname{ch} pl} \quad \text{и} \quad B = \theta(0) \frac{\exp(-pl)}{2 \cdot \operatorname{ch} pl}.$$

Тогда распределение превышений температур запишется в виде

$$\theta(x) = \theta(0) \frac{\operatorname{ch} p(l-x)}{\operatorname{ch} pl}. \quad (2.65)$$

Найдя из (2.65) в соответствии с законом Фурье тепловой поток

$$P(0) = -\lambda S \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=0} = p\lambda S \cdot \theta(0) \cdot \operatorname{th} pl,$$

можно записать выражение для теплового сопротивления стержня теплового потоку, входящему в его торец при  $x = 0$

$$R_T = \frac{\theta(0) - \theta(l)}{P(0)} = \frac{1 - 1/\operatorname{ch} pl}{p\lambda S \cdot \operatorname{th} pl} = \frac{\operatorname{ch} pl - 1}{p\lambda S \cdot \operatorname{sh} pl}. \quad (2.66)$$

Процесс отдачи теплоты через сердечник эквивалентен некоторому процессу отдачи теплоты по закону Ньютона непосредственно с внутренней поверхности катушки с коэффициентом теплоотдачи  $k_{\text{вн. экв}}$ . Очевидно, что для обеспечения эквивалентности достаточно соблюдения равенства теплового сопротивления истинного процесса теплоотдачи с внешней поверхности стержня (2.66) и теплового сопротивления эквивалентного процесса теплоотдачи (2.41) с половины внутренней поверхности катушки

$$\frac{1}{k_{\text{вн. экв}} 2\pi R_{\text{вн}} h} = \frac{1}{p_c \lambda_c S_c} \frac{\text{ch } p_c l_c - 1}{\text{sh } p_c l_c},$$

где  $l_c$  — длина половины средней линии той части сердечника, которая находится вне катушки;  $S_c$  — площадь поперечного сечения сердечника;  $\lambda_c$  — теплопроводность материала сердечника; параметр  $p_c = \sqrt{k_{\text{т, с}} \Pi_c / \lambda_c S_c}$  — периметр поперечного сечения сердечника;  $k_{\text{т, с}}$  — коэффициент теплоотдачи с поверхности сердечника. Теперь имеем

$$k_{\text{вн. экв}} = \frac{\sqrt{k_{\text{т, с}} \Pi_c \lambda_c S_c}}{2\pi R_{\text{вн}} h} \cdot \frac{\text{sh } p_c l_c}{(\text{ch } p_c l_c - 1)}.$$

Если катушка отделена от сердечника каркасом, имеющим толщину  $\Delta$ , то необходимо учесть еще и тепловое сопротивление каркаса, добавляя его в правую часть формулы (2.66).

После того как найден эквивалентный коэффициент теплоотдачи  $k_{\text{вн. экв}}$  с внутренней поверхности катушки, остается лишь подставить его значение в формулу (2.60) с тем, чтобы рассчитать по формуле (2.63) максимальную температуру в катушке.

Для описания процесса теплопроводности в теле катушки вводят понятие коэффициента теплопроводности замещающего тела  $\lambda_3$ , т. е. такого однородного тела, которое имеет тепловое сопротивление такое же, как у реальной катушки. Обычно значение  $\lambda_3$  определяют на основе математической обработки экспериментальных данных.

По результатам исследований значение  $\lambda_3$  для непропитанных обмоток определяется формулой

$$\lambda_3 = \alpha \sqrt{\lambda_n \lambda_0 (d/\delta + 1)} - \beta \lambda_0,$$

а для пропитанных обмоток — формулой

$$\lambda_3 = c(d/\delta)^n,$$

где  $\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности воздуха;  $\lambda_n$  — коэффициент теплопроводности изоляции провода (для непропитанных обмоток) или среднее значение коэффициентов теплопроводности изоляции провода и пропиточного состава;  $d$  — диаметр провода;  $\delta$  — толщина изоляции провода.

Таблица 2.6

Коэффициенты, определяющие теплопроводность катушек

Вид намотки	$\alpha$	$\beta$	$c$	$n$
Рядовая	1,45	1,57	1,0	2/3
Шахматная	2,18	1,33	1,45	3/4

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $c$  и  $n$  представлены в таблице 2.6.

Пропитанные обмотки всегда имеют более высокий коэффициент теплопроводности, чем

непропитанные. Поэтому пропитка обмотки всегда при прочих равных условиях позволяет либо увеличить ток в катушке, либо уменьшить размеры катушки, что в конечном итоге позволяет экономить медь.

## 2.6. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ НАГРЕВА И ОСТЫВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Рассмотрим переходные тепловые режимы при включении аппарата под нагрузку током и при отключении тока. Допустим, что проводник с током имеет одинаковую температуру по всему сечению (бесконечно большая теплопроводность материала) и длине (бесконечно длинный проводник), выделяемая в проводнике мощность определяется джоулевыми потерями, а теплоотвод с боковой поверхности описывается формулой Ньютона. Тогда уравнение баланса энергии имеет вид

$$P_0 [1 + \alpha_0(T - T_0)] dt = CdT + k_r S_0 (T - T_0) dt, \quad (2.67)$$

где  $P_0 = I^2 R_0$ ;  $I$  — ток,  $R_0$  — сопротивление проводника при температуре  $T_0$ ;  $T$  и  $T_0$  — температура проводника и окружающей среды;  $\alpha_0$  — температурный коэффициент сопротивления при  $T_0$ ;  $C$  — общая теплоемкость проводника;  $k_T$  — коэффициент теплоотдачи;  $S_0$  — поверхность охлаждения. При независимых от температуры величинах  $C$  и  $k_T$  с введением обозначения  $\theta = T - T_0$  для превышения температуры получим уравнение

$$P_0(1 + \alpha_0\theta) = k_T S_0 \theta + C \frac{d\theta}{dt}, \quad (2.68)$$

которое приводится к неоднородному дифференциальному уравнению

$$\frac{d\theta}{dt} + \theta \frac{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}{C} = \frac{P_0}{C}. \quad (2.69)$$

Решение этого уравнения представляется суммой общего решения соответствующего однородного уравнения и какого-либо частного решения. В качестве последнего можно принять выражение

$$\theta_{\text{ч}} = \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}. \quad (2.70)$$

Справедливость этого проверяется подстановкой (2.70) в (2.68). Введем еще обозначение

$$\tau_T = \frac{C}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}. \quad (2.71)$$

Величине  $\tau_T$  дадим название «*постоянная времени*».

Общее решение однородного уравнения  $\frac{d\theta}{dt} + \theta \frac{1}{\tau_T} = 0$  имеет вид

$$\theta_{\text{одн}} = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right),$$

а решение неоднородного уравнения (2.69) может быть записано как

$$\theta(t) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right) + \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}. \quad (2.72)$$



Постоянная интегрирования  $A$  определяется из начальных условий. В общем случае при  $t = 0$  тело могло иметь температуру, отличную от  $T_0$  и, следовательно, отличное от нуля значение превышения температуры  $\theta_0$ . Тогда начальное условие будет  $\theta(0) = \theta_0$ . Подставляя его в (2.72) получим

$$\theta_0 = A + \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}$$

и

$$A = \theta_0 - \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0}.$$

Решение уравнения (2.68), определяющего изменение температуры во времени, примет окончательный вид

$$\theta(t) = \theta_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right) + \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right)\right) \quad (2.73)$$

и будет иметь физический смысл при  $t \geq 0$ .

Вид этого решения зависит от соотношения величин  $k_T S_0$  и  $\alpha_0 P_0$ , т. е. от соотношения изменения теплоотдающей способности  $k_T S_0$  и изменения мощности источников тепла при изменении температуры на  $1^\circ\text{C}$ .

Среди всех возможных решений, описываемых выражением (2.73), можно выделить три частных случая, которым соответствуют разные типы экспонент.

Первый тип решения получается при условии  $k_T S_0 < \alpha_0 P_0$ , которое равносильно тому, что  $\theta_{\text{ч}} = \frac{P_0}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0} < 0$  и  $\tau_T = \frac{C}{k_T S_0 - \alpha_0 P_0} < 0$ . Поскольку (2.73)

можно представить в виде

$$\begin{aligned} \theta(t) &= \theta_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right) + \theta_{\text{ч}} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right)\right) = \\ &= (\theta_0 - \theta_{\text{ч}}) \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right) + \theta_{\text{ч}}, \end{aligned} \quad (2.74)$$

при любом значении  $t > 0$  эта функция положительна и неограниченно растет при  $\theta_{\text{ч}} < 0$  и  $\tau_T < 0$ . График этой функции приведен на рисунке 2.12 (кривая 1). Неограниченный рост температуры в этом случае объясняется тем, что при ее изменении скорость прироста мощности больше скорости прироста теплоотдающей способности тела. В таком режиме аппарат не может работать продолжительное время, так как при этом неизбежно будет превышено допустимое значение температуры.

Второй тип решения получается при условии, что  $\theta_{\text{ч}} > 0$  и  $\tau_T > 0$ . В этом случае величина  $\theta_{\text{ч}}$  приобретает физический смысл *установившегося значения превышения температуры*. Действительно, при этих условиях существует предел функции  $\theta(t)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Именно этот предел

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = \frac{P_0}{k_{\tau} S_0 - \alpha_0 P_0} = \theta_y$$

и носит название *установившегося превышения температуры*. Уравнение  $\theta(t) = \theta_y$  определяет горизонтальную асимптоту экспоненциальной функции  $\theta(t)$ .

Рассмотрим одно из важных свойств экспоненциальной функции изменения  $\theta(t)$  при  $\theta_{\text{ч}} > 0$  и  $\tau_T > 0$ . Для этого воспользуемся рисунком 2.13. Выберем произвольно точку экспоненты  $(t_1, \theta_1)$ . Касательная к экспоненте, проведенная через эту точку, пересекает асимптоту  $\theta = \theta_y$  в некоторой точке  $(t_2, \theta_2)$ .

Исходное дифференциальное уравнение (2.69) можно представить в форме

$$\theta' = \frac{\theta_y - \theta}{\tau_T}. \quad (2.75)$$

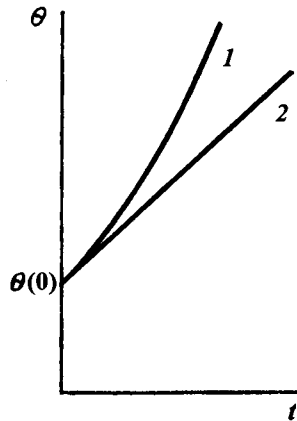


Рис. 2.12  
Рост температуры аппарата при  $k_{\tau} S_0 < \alpha_0 P_0$  (кривая 1) и при  $k_{\tau} S_0 = \alpha_0 P_0$  (кривая 2)

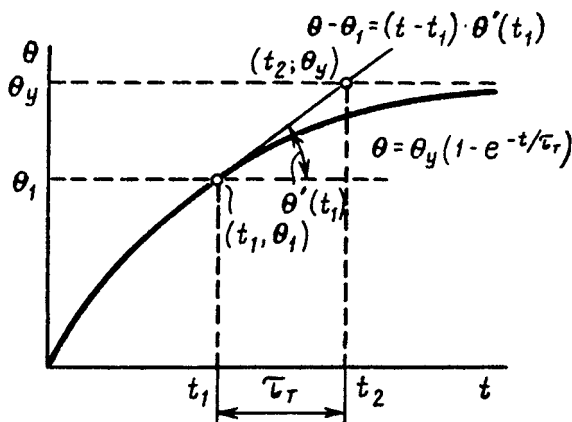


Рис. 2.13

Графическое определение постоянной времени переходного процесса нагрева

Уравнение касательной в точке  $(t_1, \theta_1)$  представимо в виде  $(\theta - \theta_1)\tau_T = (\theta_y - \theta_1)(t - t_1)$ . Пересечение этой прямой с прямой  $\theta = \theta_y$  находится в точке с абсциссой  $t_2$ , удовлетворяющей равенству  $t_2 - t_1 = \tau_T$ . Таким образом, на графике кривой нагрева или остывания всегда можно получить образное представление о постоянной времени  $\tau_T$ , проведя касательную к экспоненте в любой точке. В том числе, можно провести касательную и в начале отсчета времени, т. е. при  $t = 0$ .

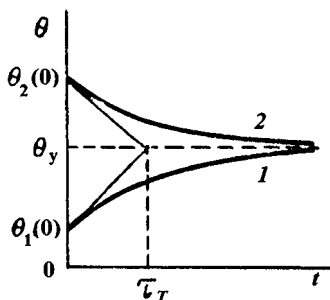


Рис. 2.14

Кривые нагрева и остывания при разных начальных температурах

Характер изменения температуры при условии, что  $\theta_0 > 0$  и  $\tau_T > 0$  определяется соотношением начального  $\theta(0) = \theta_0$  и установившегося  $\theta_0 = \theta_y$  превышений температуры.

Если  $\theta_0 > \theta_y$ , то наблюдается рост температуры, т. е. имеет место процесс *нагревания* тела (кривая 1 на рис. 2.14). Если  $\theta_0 < \theta_y$ , то температура падает с тече-

нием времени и процесс называется *процессом остывания* (кривая 2 на рис. 2.14). Кривые 1 и 2 (рис. 2.14) соответствуют процессам при одинаковом установившемся значении превышения температуры и различных начальных условиях. В этом случае оба процесса имеют одинаковую постоянную времени  $\tau_T$  в соответствии с определением по формуле (2.71) для данного тела (данного аппарата, данного проводника).

Если сравнить процессы нагревания и остывания при одинаковых начальных условиях, т. е. при  $\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_3(0) = \theta(0)$ , но при различных установившихся температурах, то соответствующие кривые нагревания (кривая 1 на рис. 2.15) и остывания (кривая 2 на рис. 2.15) имеют различную постоянную времени. Если  $P_{0,1} > P_{0,2}$ , то  $\tau_{T1} > \tau_{T2}$ , так как при этом  $\tau_{T1}/\tau_{T2} = (k_{T1}S_{o1} - \alpha_0 P_{0,1}) / (k_{T2}S_{o2} - \alpha_0 P_{0,2}) > 1$ .

Из всех возможных процессов нагревания и остывания наименьшую постоянную времени имеет процесс остывания при полном снятии нагрузки, т. е. при  $P_0 = 0$ . В этом случае установившееся значение превышения температуры  $\theta_y = 0$ , а постоянная времени становится равной

$$\tau_{\min} = \frac{C}{k_r S_o}.$$

Подобный процесс представлен кривой 3 на рисунке 2.15.

Величина  $t = \tau_{T, \min}$  может рассматриваться как приближенное значение постоянной времени любого процесса при условии  $k_r S_o \gg \alpha_0 P_0$ , т. е. когда можно пренебречь зависимостью мощности источников теплоты от температуры.

При всех процессах, имеющих установившееся превышение температуры, время достижения этого значения

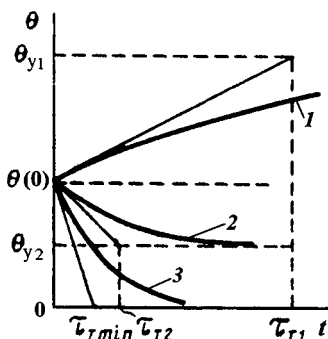


Рис. 2.15  
Кривые нагрева и остывания при одинаковых начальных условиях

теоретически бесконечно. Для практических целей важно указать время, в течение которого температура приближается к установившемуся значению с заданной степенью точности. Если положить достаточно малой относительную погрешность  $\delta(\theta) = 0,01$ , то наверняка можно считать, что стационарное состояние  $\theta = \theta_y$  наступает при  $t > 5\tau_T$ , а при  $t > 4\tau_T$  отличие  $\theta$  от  $\theta_y$  не превышает  $0,02\theta_y$ , что легко установить, подставляя соответствующие значения  $t = 5\tau_T$  и  $t = 4\tau_T$  в уравнение (2.73) процесса.

На практике часто приходится отыскивать постоянную времени  $\tau_T$  и значение  $\theta_y$  по экспериментальным данным, полученным при тепловых испытаниях аппарата. Необходимость тепловых испытаний обусловлена тем, что расчет таких величин, как коэффициент теплоотдачи  $k_T$  и мощность  $P_0$ , неизбежно связан с большим числом допущений. Кроме того, идеализация, положенная в основу расчета и связанная с представлением об аппарате как об однородном теле с равномерно распределенными источниками теплоты, может быть оправданной лишь в большей или меньшей степени. Рассмотрим несколько способов получения приближенных оценок  $\tau_T$  и  $\theta_y$  по экспериментальным данным.

Если в эксперименте получен участок кривой нагрева от некоторого  $\theta(0)$  до превышений, достаточно близких к  $\theta_y$ , то этот участок описывается уравнением (2.74), которое можно представить в форме

$$\frac{\theta_y - \theta(t)}{\theta_y - \theta_0} = \exp\left(-\frac{t}{\tau_T}\right).$$

Положив в этом выражении  $t = \tau_T$ , найдем, что через время, равное постоянной времени, соблюдается выражение

$\frac{\theta_y - \theta(t)}{\theta_y - \theta_0} = \frac{1}{e}$ . Это равенство, приняв  $e \approx 3$ , можно переписать в виде  $\theta_y - \theta(t) \approx \frac{1}{3}\theta_y - \theta_0$  и интерпретировать его так: за время

$\tau_T$  аппарат достигнет превышения температуры, которое меньше установившегося превышения на  $1/3$  разности температур установившейся и начальной. Такая интерпрета-

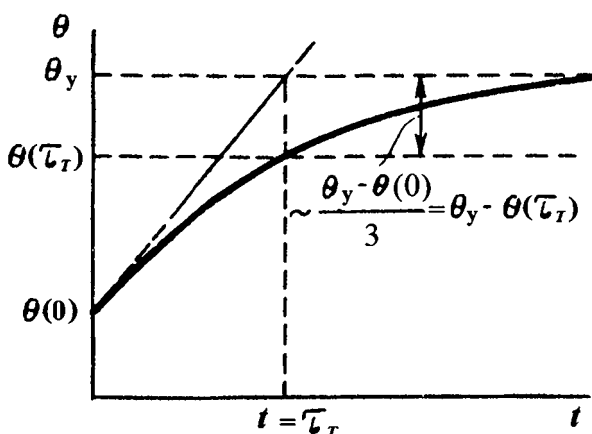


Рис. 2.16

Нагрев за время, равное постоянной времени  $\tau_T$

ция иллюстрируется рисунком 2.16 и часто используется на практике для грубых оценок постоянной времени.

Оба предыдущих способа требуют знания  $\theta_y$  для отыскания  $\tau_T$ . Однако это не всегда удобно, так как для достижения  $\theta_y$  с приемлемой точностью требуется время  $t > 4\tau_T$ , что может затянуть время, необходимое для экспериментального определения постоянной времени  $\tau_T$ .

Если снять кривую нагрева не полностью начиная от  $\theta(0) = 0$ , то по двум точкам этой кривой можно найти  $\tau_T$ . Действительно, пусть первая точка есть  $(t_1, \theta_1)$ , а вторая  $(t_2, \theta_2)$ . При условии  $\theta(0) = 0$  для этих точек справедливы равенства  $\theta_1 = \theta_y(1 - \exp(-t_1/\tau_T))$  и  $\theta_2 = \theta_y(1 - \exp(-t_2/\tau_T))$ .

После деления  $\theta_1$  на  $\theta_2$  получим

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{1 - \exp(-t_1/\tau_T)}{1 - \exp(-t_2/\tau_T)}.$$

Это трансцендентное уравнение с одним неизвестным  $\tau_T$  может быть решено приближенно, например методом итерации, что легко осуществить с помощью ЭВМ.

Существует удобный графоаналитический способ отыскания  $\tau_T$  и  $\theta_y$  по не полностью снятой кривой нагрева, который основывается на следующих соображениях.

Дифференциальное уравнение процесса нагрева в форме (2.75) — уравнение прямой линии в координатах  $(\theta, \theta')$ . Такие координаты называют фазовыми. Прямая  $\theta' = \theta_y / \tau_T - \theta / \tau_T$  проходит через точки  $(0, \theta_y / \tau_T)$  и  $(\theta_y, 0)$ .

Эту прямую можно построить приближенно по точкам, так как каждому значению  $\theta$  соответствует определенное значение отношения первых разностей  $\Delta\theta/\Delta t$ , которое можно считать приближенным значением производной  $\theta'$  при данном  $\theta$ .

Практически это построение проводится следующим образом. Экспериментальные точки разбивают кривую нагрева на участки (рис. 2.17).

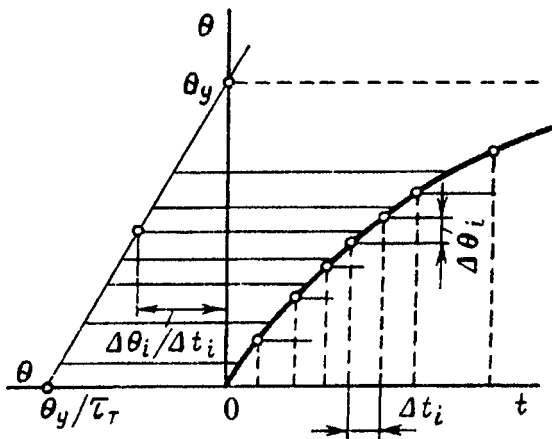


Рис. 2.17

Отыскание установившегося превышения температуры  $\theta_y$  и постоянной времени нагрева  $\tau_T$  по экспериментальным данным

Для каждого  $i$ -го участка могут быть вычислены первые разности  $\Delta\theta$  и  $\Delta t$ . Определив их отношение  $y = \Delta\theta/\Delta t$  и соотнеся полученное значение с серединой участка, т. е. со значением  $\theta$ , равным среднему арифметическому значению  $\theta$  на концах участка, отыскиваем точки в левом квадранте, где по оси абсцисс откладываются в выбранном масштабе значения  $y$ . Через точки, полученные таким образом, проводя прямую (приближенно), найдем точки ее пересечения с осями  $\theta$  и  $\theta'$ . Эти точки есть со-

ответственно значения  $\theta_y$  и  $\theta_y/\tau_T$ , что доказано выше. Описанный метод из всех приведенных наиболее надежен, так как использует всю информацию, полученную в эксперименте. Прямую линию по полученным точкам можно провести достаточно строго методом наименьших квадратов.

## 2.7. РЕЖИМЫ НАГРЕВА И ТЕРМИЧЕСКАЯ СТОЙКОСТЬ АППАРАТОВ

Типичными для аппаратов являются *продолжительный, повторно-кратковременный и кратковременный* режимы работы.

Если температура окружающей среды, остается неизменной, так же как и нагрузка в течение промежутка времени, достаточного для достижения установившейся температуры, то режим называется *продолжительным*. Как следует из результатов предыдущей главы, такой режим возможен, если время  $t_p$  действия неизменной нагрузки, по крайней мере, вчетверо больше постоянной времени нагрева  $\tau_T$ . Режимы, при которых за время действия нагрузки  $t_p$  аппарат не успевает достичь установившейся температуры, а при отключении за время  $t_n$  охлаждается до температуры окружающей среды, носят название *кратковременных*. Если при отключении аппарат не успевает охладиться до температуры окружающей среды, а за время работы  $t_p$  не достигает  $\theta_y$ , то режим называется *повторно-кратковременным*.

Таким образом, если принять условие  $t > 4\tau_T$  в качестве необходимого для достижения  $\theta_y$ , то необходимые условия для существования кратковременного режима

$$t_p < 4\tau_T, t_n > 4\tau_T.$$

А для повторно-кратковременного режима условия будут

$$t_p < 4\tau_T, t_n < 4\tau_T.$$

Простейший случай повторно-кратковременного режима наблюдается, когда интервалы работы  $t_p$  и интервалы



лы отключения (паузы)  $t_{\text{п}}$  постоянны в следующих друг за другом циклах работы и отключения:  $t_{\text{р}} = \text{const}_1$ ,  $t_{\text{п}} = \text{const}_2$ . Сумма этих интервалов составляет время цикла:

$$t_{\text{ц}} = t_{\text{р}} + t_{\text{п}}.$$

Рассмотрим процесс нагрева в некотором цикле номера  $n$ . Превышение температуры в момент начала этого цикла обозначили  $\theta_{\text{min}, n}$ . За время  $t_{\text{р}}$  аппарат нагреется до превышения  $\theta_{\text{max}, n}$ , после чего последует отключение и пауза длительностью  $t_{\text{п}}$ . К концу этого промежутка времени аппарат остынет до превышения температуры, которое является начальным для следующего,  $(n + 1)$ -го цикла. Это превышение обозначим  $\theta_{\text{min}, n + 1}$ . В следующем  $(n + 1)$ -м цикле за время  $t_{\text{р}}$  будет достигнуто значение  $\theta_{\text{max}, n + 1}$ . Причем всегда

$$\theta_{\text{max}, n + 1} > \theta_{\text{max}, n}; \theta_{\text{min}, n + 1} > \theta_{\text{min}, n}. \quad (2.76)$$

Характер изменения  $\theta$  показан на рисунке 2.18.

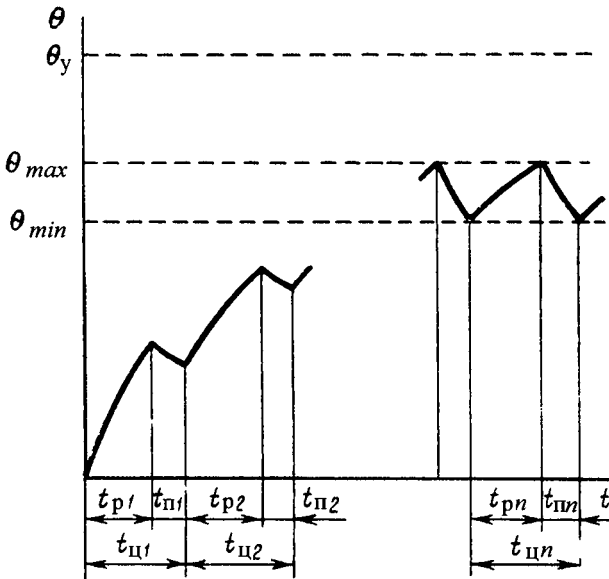


Рис. 2.18

Нагрев в повторно-кратковременном режиме работы

Если рассмотреть последовательность значений  $\theta_{\max, n}$  при увеличении номера  $n$ , то она, согласно (2.76), убывающая. С другой стороны, можно утверждать, что эта последовательность ограничена, поскольку всегда  $\theta_{\max, n} < \theta_y$ . В силу известной теоремы анализа такая последовательность имеет предел. А это значит, что при достаточно большом номере  $n$  разность  $\theta_{\max, n+1} - \theta_{\max, n}$  может стать сколь угодно малой. Следовательно, по прошествии достаточно большого числа циклов, можно положить  $\theta_{\max, n+1} = \theta_{\max, n} = \theta_{\max}$  и  $\theta_{\min, n+1} = \theta_{\min, n} = \theta_{\min}$ .

Найденные выше уравнения процесса нагрева и остывания позволяют написать

$$\begin{aligned}\theta_{\max} &= \theta_{\min} \exp(-t_p/\tau_T) + \theta_y [1 - \exp(-t_p/\tau_T)]; \\ \theta_{\min} &= \theta_{\max} \exp(-t_{\pi}/\tau_T).\end{aligned}$$

Решив эту систему уравнений, получим

$$\theta_{\max} = \theta_{\max} \exp[-(t_p + t_{\pi})/\tau_T] + \theta_y [1 - \exp(-t_p/\tau_T)],$$

откуда следует, что

$$\frac{\theta_y}{\theta_{\max}} = \frac{1 - \exp[-(t_p + t_{\pi})/\tau_T]}{1 - \exp(-t_p/\tau_T)}. \quad (2.77)$$

Если считать, что предельно допустимое значение  $\theta_{\max}$  совпадает с длительно допустимым превышением температуры в продолжительном режиме, т. е.  $\theta_{\max} = \theta_{\text{дл. доп}}$ , а мощность потерь, допустимая в продолжительном режиме, есть  $P_{\text{дл. доп}} = \theta_{\text{дл. доп}} k_T S_0$ , то можно написать, что  $P_{\text{дл. доп}} = \theta_{\max} k_T S_0$ .

Если в интервалы  $t_p$  в аппарате выделяется мощность повторно-кратковременного режима  $P_{\text{п.кр}}$ , то  $\theta_y = P_{\text{п.кр}}/k_T S_0$ . С учетом этих соотношений из (2.77) имеем

$$\frac{P_{\text{п.кр}}}{P_{\text{дл. доп}}} = \frac{1 - \exp[-(t_p + t_{\pi})/\tau_T]}{1 - \exp(-t_p/\tau_T)}.$$

Отношение допустимых мощностей в повторно-кратковременном и продолжительном режимах называ-

ется *допустимым коэффициентом перегрузки по мощности*. Очевидно, он равен

$$k_P = \frac{1 - \exp[-(t_p + t_n)/\tau_T]}{1 - \exp(-t_p/\tau_T)}. \quad (2.78)$$

Поскольку мощность полагаем пропорциональной квадрату тока, аналогично можем определить *коэффициент перегрузки по току*, но только

$$k_I = \sqrt{k_P}. \quad (2.79)$$

Отметим, что всегда при повторно-кратковременном режиме коэффициенты перегрузки по мощности и по току больше единицы, что следует из зависимостей (2.78) и (2.79), ибо  $t_p + t_n > t_p$ .

Отношение времени пребывания во включенном состоянии ко времени цикла  $t_{\text{ц}} = t_p + t_n$  называется *коэффициентом нагружения* или *относительной продолжительностью включения*. Обычно ее задают в процентах

$$\text{ПВ}\% = \frac{t_p}{t_{\text{ц}}} \cdot 100\%. \quad (2.80)$$

Для тех электрических аппаратов, для которых повторно-кратковременный режим включения является характерным, нормируются продолжительность включения и допустимое число включений в единицу времени (обычно в час). Имея данные о допустимом числе включений в час  $N$  и допустимой относительной продолжительности включения  $\text{ПВ}\%$ , можно легко найти допустимое значение коэффициента перегрузки, поскольку

$$t_{\text{ц}} = \frac{3600}{N}, \quad (2.81)$$

а из (2.80) и (2.81) имеем

$$t_p = \frac{\text{ПВ}\%}{100\%} t_{\text{ц}} = \frac{\text{ПВ}\%}{100\%} \cdot \frac{3600}{N}.$$

При известном значении постоянной времени этих двух величин достаточно, чтобы найти коэффициенты перегрузки.

Среди всех возможных *кратковременных* режимов наибольший интерес представляют режимы, возникающие при коротких замыканиях. Длительность короткого замыкания реально обычно не превосходит нескольких секунд, а часто составляет доли секунды. При столь кратковременном действии можно допустить более высокие значения температур, чем в продолжительном режиме работы, что позволяет допустить токи, значительно большие, чем в нормальном режиме работы.

Для того чтобы упростить расчеты и не вносить большой погрешности, считаем, что при столь кратковременных процессах, вся энергия джоулевых потерь расходуется только на нагрев проводника. Иными словами, в кратковременном процессе нагрева токами короткого замыкания пренебрегаем энергией, отдаваемой в окружающую среду. Можно показать, что это условие не вносит большой погрешности, если процесс протекания тока длится менее  $0,1\tau_T$ , где  $\tau_T$  — постоянная времени нагрева аппарата. Условно такой режим нагрева называется *адиабатным*, при котором по определению система не обменивается тепловой энергией с окружающим пространством. Уравнение теплового баланса (2.67) этого режима примет вид

$$Pdt = CdT, \quad (2.82)$$

где  $P$  — мощность потерь;  $C$  — теплоемкость аппарата.

Удобнее в данном случае рассмотреть нагрев не всего проводника, по которому протекает ток в аппарате, в целом, а единицы его объема. Тогда можно написать, что

$$P = j^2 \rho_0 (1 + \alpha T),$$

где  $j$  — плотность тока в проводнике;  $\rho_0$  — его удельное сопротивление при температуре  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ ;  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления, приведенный к  $T_0$ .

Если плотность материала проводника  $\gamma$  и удельная теплоемкость  $c$ , формула (2.82) может быть записана развернуто как

$$j^2 \rho_0 (1 + \alpha T) dt = c \gamma dT. \quad (2.83)$$

Так как в режиме короткого замыкания допускаются большие температуры нагрева (200–400°C), то необходимо учесть возможное изменение удельной теплоемкости при изменении температуры. Обычно эта зависимость может быть записана в виде  $c = c_0(1 + \beta T)$ , где  $c_0$  — удельная теплоемкость при 0°C;  $\beta$  — температурный коэффициент теплоемкости.

С учетом этой зависимости выражение (2.83) после разделения переменных примет вид

$$j^2 dt = \frac{c_0 \gamma}{\rho_0} \cdot \frac{1 + \beta T}{1 + \alpha T} dT. \quad (2.84)$$

Если процесс начинается в момент  $t = 0$  при температуре проводника  $T(0) = 0$  и текущему моменту  $t$  ставится в соответствие значение температуры  $T$ , то решение (2.84) получим интегрированием в указанных пределах,

$$\int_0^t j^2 dt = \int_0^T \frac{c_0 \gamma}{\rho_0} \cdot \frac{1 + \beta T}{1 + \alpha T} dT. \quad (2.85)$$

Оба интеграла в левой и правой части (2.85) есть функции своих верхних пределов. Интеграл в левой части носит название *квадратичный импульс плотности тока* и характеризует плотность интеграла Джоуля. Ниже этот интеграл обозначается  $B$ .

Интеграл в правой части (2.85) зависит только от свойств материала. Если свойства материала известны, то, интегрируя правую часть, получим

$$\int_0^t j^2 dt = \frac{c_0 \gamma}{\rho_0} \cdot \frac{\alpha - \beta}{\alpha^2} \cdot \ln(1 + \alpha T) + \frac{\beta}{\alpha} T. \quad (2.86)$$

Это выражение позволяет построить зависимость квадратичного импульса плотности тока в функции температуры  $T$  для каждого материала. Для некоторых материалов такие кривые построены на рисунке 2.19.

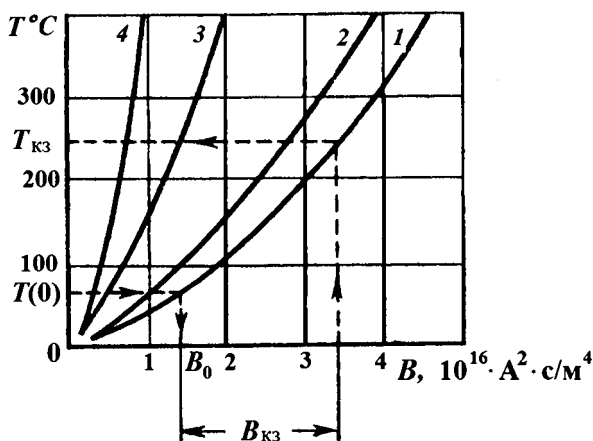


Рис. 2.19

Кривые адиабатного нагрева различных материалов (1 — медь, 2 — серебро, 3 — алюминий, 4 — латунь) и определение температуры при коротком замыкании — прямая задача

Пользуясь кривыми рисунка 2.19, называемыми кривыми адиабатного нагрева, можно решать два типа задач.

*Прямая задача* состоит в отыскании температуры  $T$ , до которой нагреется проводник при известном значении квадратичного импульса плотности тока и известной начальной температуре  $T(0)$ . Откладывая от точки  $B_0$  заданное значение квадратичного импульса плотности тока  $B_{КЗ}$ , находим соответствующее значение  $T_{КЗ}$  — температуры в конце времени короткого замыкания.

*Обратная задача* отыскания допустимого значения квадратичного импульса плотности тока  $B_{КЗ доп}$  по известным значениям  $T_{КЗ доп}$  и  $T(0)$  решается в нижеследующем порядке.

На оси ординат отмечают точки, соответствующие  $T_{КЗ доп}$  и  $T(0)$ , и пользуясь построенной для данного материала кривой, отыскивают отрезок, равный  $B_{КЗ доп}$  (рис. 2.20).

В том случае, если в процессе нагрева значение плотности тока остается постоянным, т. е.  $j = \text{const}$ , интеграл  $B$  (джоулев интеграл) легко вычисляется

$$B = \int_0^t j^2 dt = j^2 t. \quad (2.87)$$

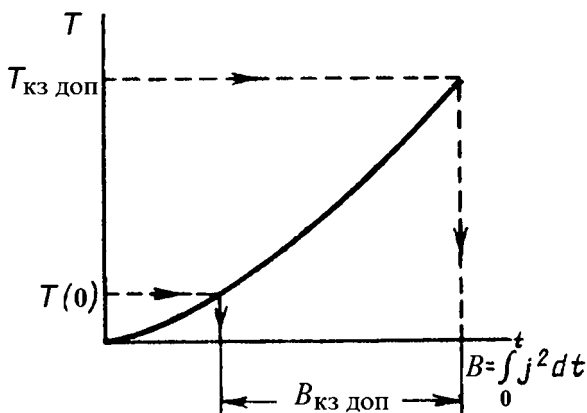


Рис. 2.20

Определение допустимого значения квадратичного импульса тока — обратная задача

Тогда при известном значении времени процесса  $t_{кз}$  можно найти допустимое значение плотности тока

$$j_{кз доп} = \sqrt{B_{кз доп} / t_{кз}},$$

а при известной плотности тока  $j_{кз} = \text{const}$  найти допустимое значение времени его действия по допустимому значению квадратичного импульса плотности тока

$$t_{кз доп} = B_{кз доп} / j_{кз}^2.$$

Ток короткого замыкания в общем случае состоит из апериодической и периодической составляющих. При этом амплитуда периодической составляющей может изменяться в процессе короткого замыкания. Величина наибольшей амплитуды периодической составляющей, а также апериодической зависят от момента короткого замыкания. Следовательно, ток короткого замыкания, а потому и плотность тока короткого замыкания изменяются во времени. Поэтому, строго говоря, плотность джоулева интеграла (2.87) не может быть вычислена, пока неизвестен закон изменения  $j(t)$ .

На практике поступают следующим образом: вводят понятие *фиктивного времени короткого замыкания*, которое определяется из условия

$$\int_0^{t_{\text{КЗ}}} j^2 dt = j_{\infty}^2 t_{\Phi},$$

где  $j_{\infty}$  — установившееся значение плотности тока короткого замыкания.

Таким образом, фиктивное время короткого замыкания — это время, в течение которого установившийся ток короткого замыкания выделит такое же количество теплоты, как и действительный ток короткого замыкания. Фиктивное время короткого замыкания может быть больше и меньше действительного времени КЗ. Обычно фиктивное время короткого замыкания определяют по кривым  $t_{\Phi} = f(\beta')$  (рис. 2.21)

$$\beta' = I_p / I_{\infty},$$

где  $I_p$  — первое пиковое значение тока короткого замыкания;  $I_{\infty}$  — действующее значение установившегося ожидаемого тока короткого замыкания.

Введя понятие фиктивного времени короткого замыкания, можно легко вычислить квадратичный импульс плотности тока и для расчета воспользоваться кривыми адиабатного нагрева, как это делают при постоянной плотности тока.

*Термической стойкостью электрического аппарата* называется способность аппарата выдерживать без повреждений, препятствующих дальнейшей нормальной работе, термическое действие токов короткого замыкания, протекающих в течение определенного промежутка времени.

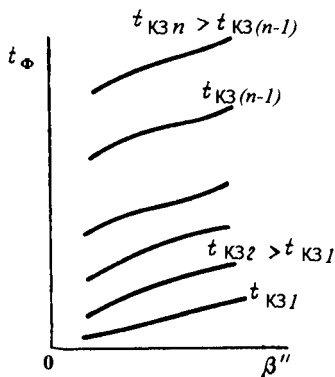


Рис. 2.21  
Качественный вид кривых для определения фиктивного времени



Обычно термическая стойкость характеризуется током термической стойкости. Зная время короткого замыкания и материал проводника, а также его допустимую температуру кратковременного нагрева, можно по кривым адиабатного нагрева определить плотность тока термической стойкости аппарата, как это показано выше.

После определения допустимой плотности тока можно решать две задачи: или по известному поперечному сечению определить ток термической стойкости, или же по требуемому току термической стойкости найти необходимое поперечное сечение проводника.

Расчетные значения времени короткого замыкания выбирают часто равными 10, 5, 3 или 1 с. В соответствии с этими временами и токи термической стойкости носят названия 10-, 5-, 3- и 1-секундного тока термической стойкости.

Для одного и того же проводника, но разных времен короткого замыкания и плотностей токов существует в соответствии с (2.86) зависимость

$$j_1^2 t_1 = j_2^2 t_2.$$

Из нее легко получить формулу пересчета времен и токов термической стойкости.

Следует отметить, что с помощью кривых адиабатного нагрева можно решать и обратную задачу, а именно: зная требуемый ток термической стойкости и поперечное сечение проводника, проверить, удовлетворяет ли проводник этой термической стойкости, т. е. не будет ли температура проводника после протекания тока КЗ больше допустимой температуры кратковременного нагрева. В инженерной практике при расчете термической стойкости используют нормативные документы [41].

## КОММУТАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

### 3.1. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЦЕССОВ КОММУТАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

**П**од коммутацией принято называть совокупность операций, связанных с изменением тока в цепи и напряжения на отдельных ее участках. Все, что вызывают такие изменения (включение, отключение, переключение, короткие замыкания, изменение направления тока), представляют собой переходной процесс, который принято характеризовать термином «коммутация».

Функции коммутации выполняют электрические аппараты (ЭА), работающие в одном из двух режимов: *коммутационный* и *усилительный*.

Коммутационный режим работы ЭА характеризуется практически скачкообразным изменением сопротивления его коммутирующего органа (рис. 3.1), что особенно характерно для бесконтактных коммутационных аппаратов.

Если  $Z_n$  — сопротивление, а  $I_o = U_o/Z_n$  — ток в цепи нагрузки, то при переходе коммутирующего органа К из состояния диэлектрика в состоянии проводника (процесс включения) или наоборот (процесс отключения) происходит *дискретная* коммутация цепи. При этом сопротивление и ток в цепи нагрузки в момент подачи сигнала на срабатывание  $i_y$  скачкообразно изменяются.

Если принять в разомкнутом состоянии К его сопротивление  $R_{отк}$  равным сопротивлению изоляции (несколько мегом), а в замкнутом состоянии — переходному сопротивлению контактов  $R_{вкл}$  (единицы, десятки микроом), то

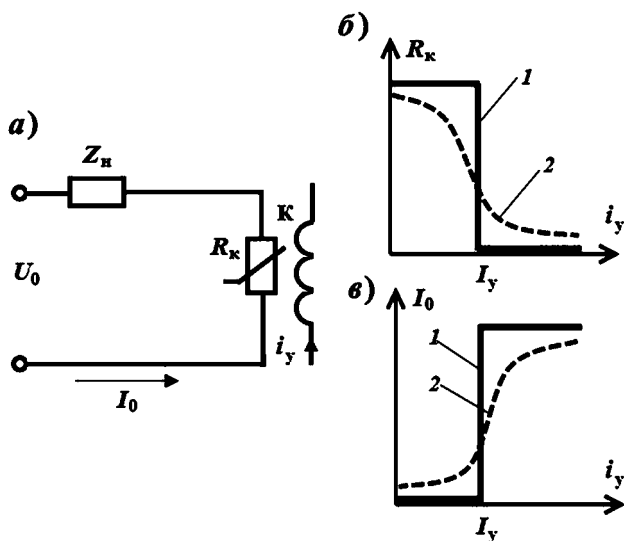


Рис. 3.1

Коммутационный (1) и усилительный (2) режимы работы электрических аппаратов:

*a* — схема замещения электрической цепи; *б* — процесс отключения; *в* — процесс включения.

соотношение этих сопротивлений, которое принято называть *глубиной коммутации*, равно

$$h_k = \frac{R_{\text{отк}}}{R_{\text{вкл}}}.$$

При включении цепи сопротивление  $K$  аппарата изменяется от  $R_{\text{отк}}$  до  $R_{\text{вкл}}$ , а при отключении — наоборот. В контактных аппаратах низкого напряжения глубина коммутации  $h_k = 10^{10} - 10^{14}$ .

Другой режим работы, свойственный электрическим аппаратам, называется *усилительным*. Он характеризуется плавным изменением сопротивления (тока) в процессе включения (отключения) аппарата (рис. 3.1, кривая 2). Переход из одного состояния  $K$  в другое осуществляется путем изменения управляющего сигнала (например, тока управления  $i_y$ ). В этом случае коммутация является *не-*

*прерывной, плавной.* Подобный вид коммутации имеет место в бесконтактных аппаратах, а глубина коммутации в них составляет  $h_{\kappa} = 10^4 - 10^7$ .

Таким образом, процесс коммутации — это процесс переходной, который имеет место в цепи, содержащей активное, индуктивное и емкостное сопротивления. Переход из одного состояния в другое связан с нарастанием или убыванием энергии, запасенной в электромагнитном поле

индуктивности  $L$  —  $W_L = \frac{LI^2}{2}$  и электрическом поле емкости  $C$  —  $W_C = \frac{CU^2}{2}$ . Такой переход не может происходить

мгновенно, что обусловлено законами коммутации [18]

- *первый закон коммутации*

$$i_L(0_-) = i_L(0_+);$$

- *второй закон коммутации*

$$u_c(0_-) = u_c(0_+),$$

где  $i_L(0_-)$  — ток через индуктивность перед началом коммутации;  $i_L(0_+)$  — ток сразу после начала коммутации;  $u_c(0_-)$  — напряжение на емкости перед началом коммутации;  $u_c(0_+)$  — напряжение на емкости непосредственно после начала коммутации.

Таким образом, основной закон коммутации гласит: *в процессе коммутации ток в индуктивности и напряжение на емкости изменяются плавно и не могут изменяться скачком.*

В противном случае мощность, равная производной энергии по времени, достигала бы бесконечных значений, что противоречит второму закону Кирхгофа и энергетическим соотношениям.

Для решения переходных процессов, связанных с коммутацией цепей, необходимо обратиться к общему уравнению вида

$$A_n \frac{d^n y}{dt^n} + \dots + A_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + A_1 \frac{dy}{dt} + A_0 y = B(t), \quad (3.1)$$

где  $y$  — исследуемая функция (ток, напряжение в цепи);  $t$  — аргумент (время);  $A_n, \dots, A_0$  — постоянные или переменные коэффициенты;  $B(t)$  — изменяющийся внешний параметр, например, напряжение. Для цепи с  $R$ - $L$ - $C$ , напряжением  $U(t)$  и током  $i$  уравнение (3.1) примет вид

$$iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = U(t).$$

Чаще всего переходные процессы в нелинейных электрических цепях описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, общих методов интегрирования которых не существует. Кроме того, на нелинейные цепи не распространяется принцип суперпозиции, поэтому основанные на нем методы, в частности классический или с использованием интеграла Дюамеля, для расчета данных цепей не применимы.

Для описания переходных процессов в электрических цепях необходимо использовать динамические характеристики нелинейных элементов, которые в свою очередь, зависят от происходящих в них динамических процессов и, следовательно, в общем случае наперед неизвестны. Поэтому решения переходных процессов носят приближенный характер, а точность расчета зависит от применяемого метода и начальных условий.

Кроме того, для описания переходных процессов само понятие постоянной времени не применимо, так как переходный процесс в нелинейной цепи может характеризоваться переменной скоростью его протекания в различные интервалы времени.

Существует много методов решения уравнений переходных процессов, нацеленных на различные типы уравнений. Применительно к задачам электротехники и, в частности, к задачам расчета коммутационных процессов, могут быть применены три группы методов расчета:

- *аналитические* методы, предполагающие либо аналитическое выражение характеристик нелинейных элементов, либо их кусочно-линейную аппроксимацию. Аналитические методы расчета базируются на аналитическом интегрировании дифференциальных урав-

- нений, описывающих состояние нелинейной цепи с использованием аналитических выражений характеристик нелинейных элементов;
- *графические* методы, основанные на графических построениях, часто сопровождаемые вспомогательными вычислительными этапами;
  - *численные* методы, основанные на замене дифференциальных уравнений, алгебраическими для приращений переменных за соответствующие интервалы времени.

К наиболее распространенным методам расчета переходных процессов в нелинейных цепях относятся:

- метод условной линеаризации;
- метод аналитической аппроксимации;
- метод кусочно-линейной аппроксимации;
- метод последовательных интервалов (метод Эйлера) (численный метод);
- метод графического интегрирования;
- метод медленно меняющихся амплитуд.

Подробно все методы изложены в [18] и в другой литературе.

Мы остановимся только на численных методах, которые в настоящее время наиболее распространены ввиду их высокой эффективности, точности и скорости расчета даже сложных цепей с нелинейными элементами. Для этой цели будем использовать пакет прикладных программ MATLAB с операционными системами SimPowerSystems и Simulink [35].

#### *Использование MATLAB для моделирования процессов коммутации электрических цепей*

В современной практике моделирования динамических (переходных) процессов использование пакета прикладных программ MATLAB является наиболее перспективным и распространенным методом моделирования. Одной из причин популярности использования данного пакета является возможность совместной работы имитационных блоков (например, SimPowerSystems), используемых для создания силовой части электрической схе-

мы, и блоков управления (Simulink), которые отражают лишь алгоритм работы данной электрической схемы. Подсистема динамического моделирования Simulink позволяет объединить блоки отдельных элементов динамических систем в единое целое и дает возможность изучать их поведение во времени.

Так в электрической цепи с коммутационным аппаратом можно представить изменение во времени как параметров коммутируемой цепи ( $RLC$ ), так и параметров коммутационного аппарата (например,  $R_d$  или  $L_d$ ) при переходе системы из включенного (отключенного) в отключенное (включенное) состояния.

Чтобы решить задачу моделирования переходного процесса в пакете MATLAB, необходимо представить дифференциальное уравнение (или систему дифференциальных уравнений) цепи в форме Коши.

Подсистема Simulink имеет в своем составе специальный блок DEE (редактор дифференциальных уравнений), позволяющий решать подобные задачи.

Решение задач математического моделирования с использованием численных методов предполагает:

- 1) задание начальных условий интегрирования;
- 2) выбор начальных и конечных границ интегрирования;
- 3) выбор метода интегрирования;
- 4) подбор шага интегрирования;
- 5) оценка времени, затраченного на выполнение расчетных операций;
- 6) проверка достоверности выполненных расчетов.

*Начальные условия интегрирования* задаются в самом блоке вычислений в виде начальных значений переменного состояния.

*Начальные и конечные границы интегрирования* определяются временем переходного процесса в исследуемой цепи и зависят от шага интегрирования и полного времени расчетных операций. Как правило, расчет начинается с  $t = 0$ .

*Выбор метода интегрирования* является наиболее ответственной частью расчета.

Расчетные операции в MATLAB выполняют решатели (Solver). Предварительно надо выбрать метод интегрирования либо с фиксированным либо с переменным шагом. Как правило, метод с переменным шагом используется для моделирования непрерывных систем, а метод с фиксированным шагом — для дискретных систем.

На выбор предлагаются следующие решатели [35]:

- ode45 — одношаговые явные методы Рунге–Кутты 4-го и 5-го порядка;
- ode23 — одношаговые явные методы Рунге–Кутты 2-го и 3-го порядка;
- ode113 — многошаговый метод Адамса–Башворта–Мултона переменного порядка;
- ode15s — многошаговый метод переменного порядка (от 1 до 5), использующий формулы численного дифференцирования;
- ode23s — одношаговый метод, использующий модифицированную формулу Розенброка 2-го порядка;
- ode23t — метод трапеций с интерполяцией;
- ode23tb — неявный метод Рунге–Кутты в начале решения и метод, использующий формулы обратного дифференцирования 2-го порядка в последующем.

Решатели ode (ОДУ) обладают высокой точностью и скоростью интегрирования. Тем не менее эти показатели можно еще повысить, применяя специальные настройки решателей.

В практике моделирования процессов коммутации электрических цепей хорошие результаты показали решатели ode45 и ode23 (с переменным шагом интегрирования) или ode4 (с фиксированным шагом интегрирования).

*Подбор шага интегрирования* является ответственной задачей. По умолчанию шаг устанавливается автоматически (конечное время расчета минус начальное деленное на 50), но, как правило, он слишком большой и поэтому рекомендуется задавать максимальный и минимальный шаг интегрирования в явном виде. Шаг интегрирования — это одна из эффективных операций, с помощью которой можно воздействовать на точность расчета (абсо-



лутную и относительную погрешности), либо на длительность расчетных операций.

*Оценку времени, затраченного на выполнение расчетных операций* (скорость расчета) необходимо проводить с целью оценки эффективности вычислительного процесса. В этом случае переменными параметрами являются шаг интегрирования, метод интегрирования, характер расчета (дискретный или непрерывный), задание начальных условий и переменных коэффициентов и другие. По сути это оптимизационная задача, решаемая методом перебора изменяемых параметров.

*Проверка достоверности выполненных расчетов* является обязательным условием любой расчетной операции, связанной с моделированием. Рекомендуется выполнять сравнительные расчеты, используя различные решатели, изменяя величину шага интегрирования и если конечные результаты мало отличаются друг от друга (в пределах 1–5%), можно остановиться на выбранном методе интегрирования. Часто используют сравнительное моделирование с разными значениями параметров относительной погрешности, например,  $10^{-3}$  и  $10^{-4}$ , сравнивают их и, если различия большие, то уменьшают начальный шаг интегрирования.

В заключение несколько рекомендаций по повышению эффективности моделирования в пакете MATLAB:

- оптимизировать шаг интегрирования;
- не повышать относительную погрешность расчета свыше 0,1%;
- подобрать оптимальное время моделирования переходного процесса, его начало и конец;
- применять более жесткие ОДУ типа `ode15s` и `ode23tb`;
- сократить наличие в схеме числа измерительных органов `Score`, которые требуют большего объема памяти;
- использовать дискретные модели вместо непрерывных;
- создать обобщенные модели вместо излишней детализации;
- если решение представляется не точным, следует задать в явном виде величину абсолютной погрешности,

уменьшая ее по мере расчета. При отсутствии положительного результата следует уменьшить относительную погрешность либо шаг интегрирования.

Кроме решателей *ode*, в случае решения системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, представленными в матричной форме, рекомендуется использовать специальный решатель *Isim* (в инструментари *Control System Toolbox*), который позволяет получить решение таких уравнений без частых единичных обращений.

В дальнейшем все процессы, связанные с коммутацией электрических цепей постоянного и переменного тока, как линейных, так и нелинейных, будем анализировать, используя метод численного интегрирования и пакет прикладных программ *MATLAB*.

### 3.1.1. Общие закономерности процессов включения электрических цепей

Процесс включения электрических цепей, хотя и является менее сложным в сравнении с процессом отключения, тем не менее, играет в ряде случаев определяющую роль как для контактных, так и для бесконтактных коммутационных аппаратов.

Рассмотрим простейший случай включения электрической цепи постоянного тока с активно-индуктивной нагрузкой с помощью идеального ключа *K* (коммутационного аппарата), сопротивление которого равно нулю (рис. 3.2).

Уравнение, описывающее процесс в цепи имеет вид

$$iR + L \frac{di}{dt} = U_0. \quad (3.2)$$

Уравнение (3.2) представим в форме Коши

$$\frac{di}{dt} = \frac{U_0 - iR}{L}$$

и решим его, используя редактор дифференциальных уравнений *DEE* в пакете *MATLAB*, применив дискретный метод расчета и решатель *ode4* с шагом интегриро-

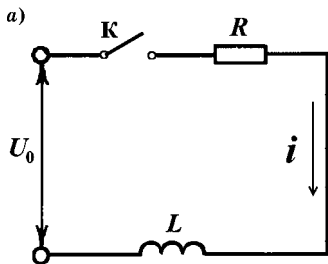
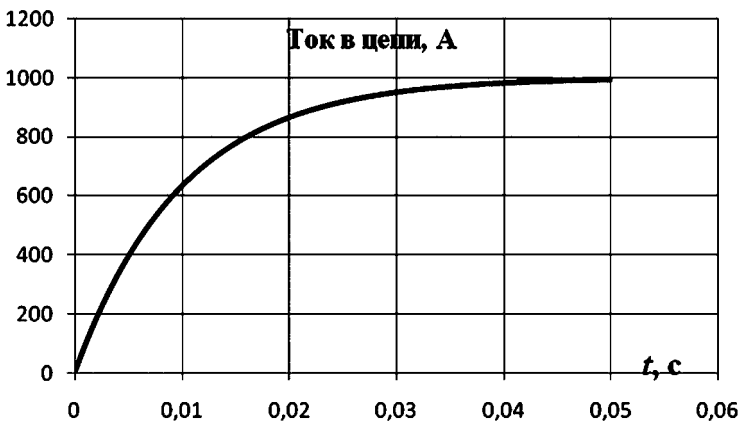
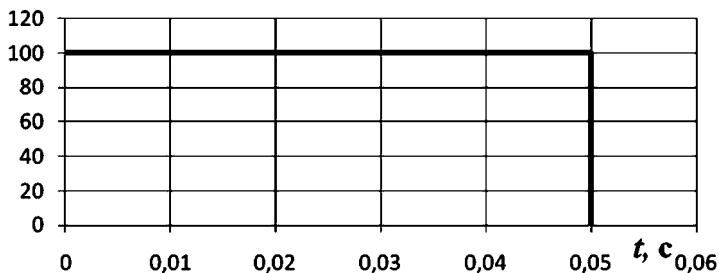


Рис. 3.2

Схема цепи постоянного тока (а) и осциллограммы включения (б):  
 $U_0$  — постоянное напряжение источника;  $i$  — ток в цепи;  $R$  — активное сопротивление;  $L$  — индуктивность.

б)

### Напряжение источника, В



вания  $10^{-6}$  с. Результаты расчета представлены на рисунке 3.2б.

Результаты получены при  $U_0 = 100$  В,  $R = 0,1$  Ом и  $L = 0,001$  Гн. Из графика можно найти постоянную времени цепи  $\tau = 0,01$  с.

Подобным образом можно легко просчитать различные варианты построения схем, меняя параметры цепи и напряжение источника.

Аналогичным образом рассмотрим процесс включения цепи с синусоидальным источником питания и активно-индуктивной нагрузкой.

Дифференциальное уравнение цепи имеет вид

$$iR + L \frac{di}{dt} = U_m \sin(\omega t + \psi), \quad (3.3)$$

где  $U_m$  — максимальное (амплитудное) напряжение источника;  $\psi$  — фаза включения, определяющая мгновенное значение напряжения источника в момент включения.

Представив уравнение (3.3) в форме Каши

$$\frac{di}{dt} = \frac{U_m \sin(\omega t + \psi) - iR}{L},$$

и решив его в процессе моделирования, получим зависимость тока  $i$  в цепи при включении аппарата К (рис. 3.3).

Ток в цепи при включении имеет явно выраженную апериодическую составляющую, скорость затухания которой зависит от постоянной времени цепи  $\tau = L/R$  и фазы включения  $\psi$ . Для электрических цепей низкого напряжения характерны постоянные времени, измеряемые сотыми или тысячными долями секунды, для высоковольтных цепей — постоянные времени достигают более высоких значений.

Наибольший бросок тока при включении принято называть *ударным током включения*  $I_{уд}$ , который может превышать амплитудное значение тока  $I_m$

$$I_{уд} \geq I_m = \sqrt{2} I_{ном} = \frac{\sqrt{2} U_{ном}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

Наибольшее значение ударного тока (рис. 3.3) имеет место в практически индуктивной цепи, и когда момент включения соответствует моменту перехода кривой напряжения через нулевое значение ( $\psi = 0$ ).

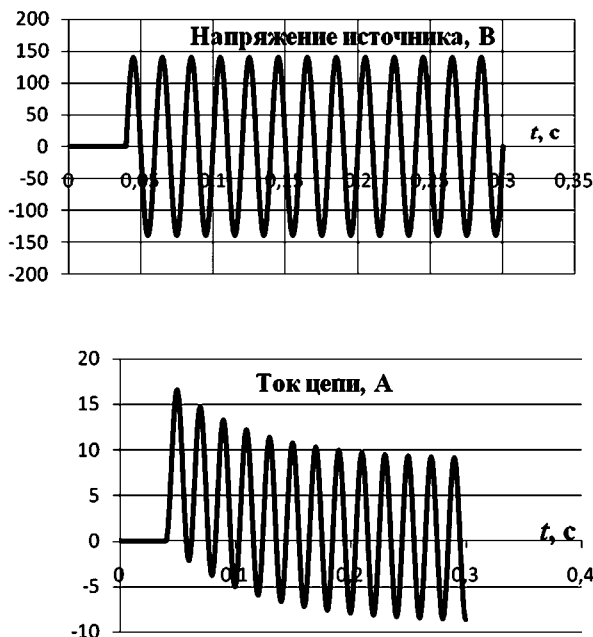


Рис. 3.3

Осциллограммы включения цепи на переменный источник напряжения

На практике часто пользуются понятием *ударного коэффициента*

$$K_{уд} = \frac{I_{уд}}{I_m} = 1 + e^{-\frac{\pi R}{\omega L}}.$$

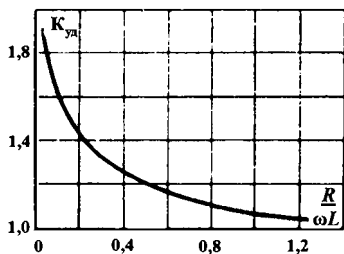


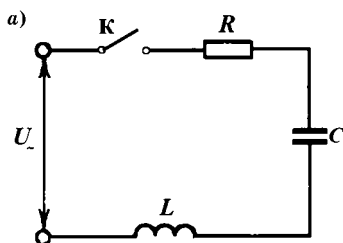
Рис. 3.4

Ударный коэффициент тока при включении цепи

На рисунке 3.4 представлена зависимость ударного коэффициента от отношения активного сопротивления  $R$  цепи к индуктивному —  $x = \omega L$ .

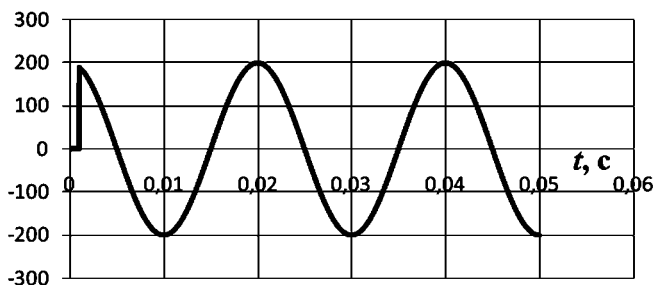
Характерные значения ударного коэффициента для цепей низкого напряжения — 1,3; высокого напряжения — 1,8.

**Рис. 3.5**  
 Схема замещения цепи с  $RLC$  (а) и осциллограммы процессов в ней (б) при включении К в момент времени  $t_0$

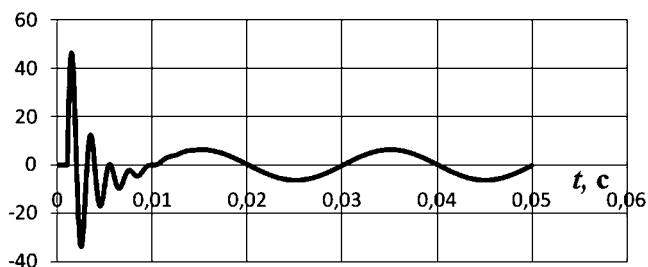


б)

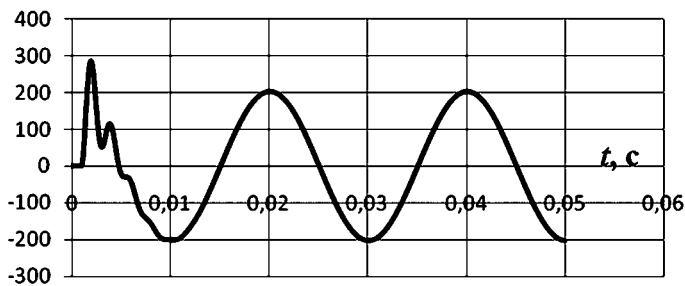
**Напряжение источника, В**



**Ток, цепи, А**



**Напряжение на конденсаторе, В**



Любая электрическая цепь, кроме активной и индуктивной составляющих, может иметь в своей схеме замещения емкость. Такая схема замещения цепи представлена на рисунке 3.5а.

Рассмотрим переходной процесс в этой схеме. Задача состоит в том, чтобы найти ток  $i$ , протекающий в цепи и напряжение  $U_c$  на конденсаторе емкостью  $C$  при включении контактного ключа  $K$ . Полагаем начальные условия нулевыми (ток в цепи равен нулю, конденсатор не заряжен).

Составим систему дифференциальных уравнений, описывающих процесс, в схеме рисунка 3.5а

$$\begin{aligned} U(t) &= L \frac{di}{dt} + Ri + U_c; \\ i &= C \frac{dU_c}{dt}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Далее запишем систему уравнений (3.4) в явной форме Каши

$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{U(t) - Ri - U_c}{L}; \\ \frac{dU_c}{dt} &= \frac{1}{C}i, \end{aligned}$$

и решим ее с помощью редактора дифференциальных уравнений ДДУ, используя решатель ode4 с шагом интегрирования  $10^{-6}$  с. На рисунке 3.5б представлены осциллограммы включения цепи в момент времени  $t_0$ . В контуре возникают высокочастотные колебания, которые заканчиваются через 10 мс после включения. Параметры цепи:  $R = 1$  Ом;  $L = 0,1$  Гн;  $C = 5 \cdot 10^{-5}$  Ф;  $\psi = \pi/2$ .

### 3.1.2. Общие закономерности процессов отключения электрических цепей

Как отмечалось ранее, процесс коммутации связан с трансформацией запасенной в цепи электромагнитной энергии в энергию электростатического поля и в энергию рассеиваемую в виде тепла. Чем быстрее удастся рассеять запасенную в цепи электромагнитную энергию, тем успешней закончится процесс отключения.

Переменный ток в конце каждого полупериода снижает электромагнитную энергию до нулевого значения, возвращая ее источнику питания, и тем самым создает благоприятные условия успешного отключения цепи. Однако отключить цепь строго в нуль тока способны только бесконтактные аппараты. Коммутационные аппараты с контактной системой требуют время на разведение контактов, например, используя принцип *управляемой (синхронной) коммутации*, когда размыкание происходит за короткий промежуток времени перед нулем тока (см. параграф 4.2).

Обычные контактные аппараты могут размыкать свои контакты в любой, относительно нуля тока, момент времени, что вызывает появление на них электрической дуги. Если бы дуга не возникала, вся запасенная в цепи электромагнитная энергия преобразовалась бы в энергии электростатического поля, что вызвало бы рост недопустимых перенапряжений в цепи и пробой изоляции. Электрическая дуга забирает значительную часть электромагнитной энергии, рассеивая ее в виде тепла. *В этом состоит положительная роль дуги при отключении.*

Особенно наглядна роль дуги при отключении постоянного тока, когда именно сопротивление дуги ограничивает ток в цепи и одновременно рассеивает запасенную электромагнитную энергию, снижая перенапряжения.

Таким образом, процесс отключения связан с переходом сопротивления контактного элемента аппарата от долей ом до мегом и ростом напряжения от долей вольт до напряжения источника.

Напряжение на коммутирующем элементе аппарата, нарастающее в процессе отключения цепи, называется *переходным восстанавливающимся напряжением*  $U_{в}$ , а нарастающая во времени в процессе отключения диэлектрическая прочность межконтактного промежутка называется *восстанавливающейся прочностью*  $U_{в.п}$ .

Если переходное восстанавливающееся напряжение (ПВН) принято рассматривать непосредственно за переходом тока через нулевое значение, то восстанавливающаяся прочность начинает действовать сразу после размыкания контактов и появления электрической дуги, все время



соревнуясь с приложенным к промежутку напряжением источника (напряжением дуги), которое может вызывать повторные пробой промежутка в процессе отключения.

Таким образом, успешное отключение цепи с током связано с постоянным соревнованием двух процессов: восстановлением электрической прочности межконтактного промежутка и восстановлением напряжения на нем. Общее условие отключения цепи аппаратом имеет вид

$$U_{в.п} > U_{в}. \quad (3.5)$$

В дальнейшем мы подробно рассмотрим каждый из этих процессов применительно к цепям постоянного и переменного тока низкого и высокого напряжения.

Рассмотрим процесс отключения цепи контактным аппаратом в динамике с момента подачи сигнала управления на привод аппарата до полного погасания дуги и восстановления напряжения на контактах аппарата.

Условно этот процесс можно разбить на следующие пять стадий [5]:

1) замкнутое состояние контактов непосредственно до момента подачи сигнала управления на отключение, состояние металлического проводника (падение напряжения обусловлено переходным сопротивлением контактного материала и составляет доли ом);

2) нарастание переходного сопротивления контакта, с момента подачи сигнала управления на привод аппарата, благодаря снижению силы нажатия в контактах. Температура точек контактирования возрастает и достигает температуры плавления материала, он вытягивается при движении контакта, плотность тока в нем существенно возрастает, происходит взрыв металлического мостика. Это наиболее наглядно проявляется в низковольтных аппаратах, особенно в слаботочных. Длина жидкометаллического мостика может достигать 1 мм и более;

3) взрыв металлического мостика, который приводит к образованию паров металла, пробиваемых приложенным напряжением;

4) между контактами аппарата образуется электрическая дуга (или другие разновидности газового разряда)

и начинается воздействие на нее дугогасительного устройства с целью увеличения ее сопротивления и последующего гашения;

5) при успешном гашении дуги межконтактный промежуток превращается в диэлектрик, а на контактах аппарата восстанавливается напряжение сети.

Таким образом, процесс отключения цепи можно разбить на два этапа: *процесс образования и горения дуги; процесс гашения дуги и полного восстановления диэлектрических свойств промежутка.*

Условно будем называть эти процессы: *горения и гашения дуги.*

Процесс горения дуги во многом связан с ростом ее сопротивления  $R_d$ . Это особенно важно при постоянном токе, чтобы свести ток цепи к нулю. На переменном токе он сам «помогает» выполнить эту функцию к моменту перехода тока через нуль. В цепях высокого напряжения роль  $R_d$  в процессе отключения еще заметней.

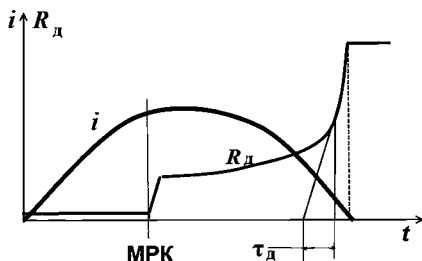
Чтобы оценить характер нарастания сопротивления (проводимости) дугового промежутка, удобно пользоваться понятием *подкасательной кривой*  $\tau_d$  [4] зависимости  $R_d(t)$

или  $\frac{1}{R_d}(t)$ , которая отражает время роста сопротивления  $R_d$

(спада проводимости  $\frac{1}{R_d}$ ) межконтактного промежутка аппарата (рис. 3.6)

$$\tau_d = \frac{1}{\frac{1}{R_d} \frac{dR_d}{dt}}.$$

В общем случае подкасательная  $\tau_d$  меняется во времени и зависит как от параметров отключаемой цепи, так и от конструктивных особенностей



**Рис. 3.6**  
Изменение сопротивления дуги  $R_d$  при отключении переменного тока  $i$ .  
Здесь МРК — момент размыкания контактов и появления дуги

аппаратов. Наиболее удобно использовать это понятие для оценки эффективности горения и гашения дуги высокого напряжения при отключении токов короткого замыкания.

Процесс гашения дуги завершает стадию отключения цепи и наступает за переходом тока через нуль. Он заканчивается после выполнения условия (3.12) успешного отключения цепи.

Типовая схема замещения отключаемой цепи при наличии коммутационного аппарата с дугой представлена на рисунке 3.7.

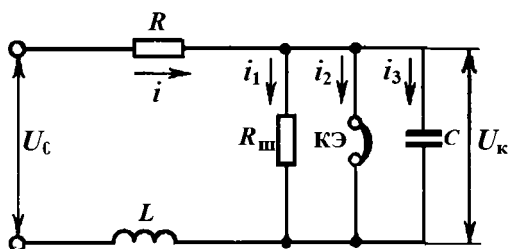


Рис. 3.7

Схема замещения отключаемой цепи с коммутационным аппаратом К

В схеме представлены основные элементы электрической цепи с источником напряжения  $U_c$  в виде  $U(t)$ ; активное  $R$  и индуктивное  $L$  сопротивления нагрузки; шунтирующее дуговой промежуток активное сопротивление  $R_{ш}$ , которое представляет собой сопротивление утечки по изоляции, остаточное сопротивление дуги и (или) дополнительное сопротивление, включенное параллельно дуговому промежутку для облегчения процессов коммутации; приведенная емкость  $C$  электрической цепи (проводов, контактного промежутка аппарата и др.). Соотношения различных элементов схемы замещения  $R-L-C$  может быть различным, что определяется как параметрами отключаемой цепи, так и параметрами коммутационного аппарата.

Зная закон изменения напряжения источника  $U(t)$  и динамическую вольт-амперную характеристику  $U_k(t)$  электрической дуги коммутационного аппарата, можно

представить систему уравнений переходного процесса, который имеет место в цепи

$$U(t) = iR + L \frac{di}{dt} + U_{\kappa}(i_2);$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3; \quad (3.6)$$

$$U_{\kappa}(i_2) = i_1 R_{\text{ш}} = \frac{1}{C} \int i_2 dt.$$

Ниже дан пример решения системы уравнений (3.6) для определенных параметров схемы замещения.  $U_{\kappa}(t)$  задана как динамическая вольт-амперная

характеристика дуги переменного тока частотой 50 Гц длиной 2,6 мм, горящей между угольными электродами (рис. 3.8) [5]. В программе она введена как сопротивление дуги  $R_{\text{д}} = f(i_{\text{д}})$  и описана экспоненциальной зависимостью.

Представим систему уравнений (3.6) и параметры, входящие в нее, в виде, используемом для представления в MATLAB

$$\frac{dx(1)}{dt} = \frac{U(1) - x(1)R - x(2)}{L};$$

$$\frac{dx(2)}{dt} = \frac{x(1) - x(1)/R2 - x(2)/R1}{C}, \quad (3.7)$$

где  $x(1)$  и  $x(2)$  — параметры состояния дифференциальных уравнений:  $x(1)$  — ток  $i$  в цепи (рис. 3.7);  $x(2)$  — напряжение на емкости;  $U(1)$  — напряжение источника;  $R$ ,  $L$ ,  $C$  — параметры схемы замещения;  $R1 = R_{\text{ш}}$  — шунтирующее сопротивление.

Сопротивление дуги  $R2$  вводится аналитической зависимостью. Ток дуги определяется как:  $i_2 = i - i_1 - i_3$ .

Задача решается с помощью редактора дифференциальных уравнений DEE, используя решатель ode3 с шагом интегрирования  $10^{-5}$  с. Блок-схема модели и результаты моделирования представлены на рисунке 3.9.

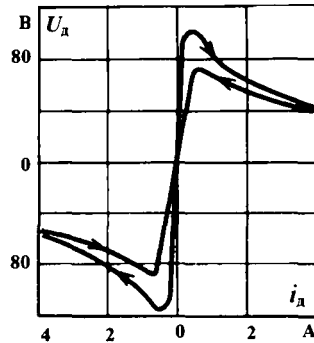


Рис. 3.8  
Динамическая характеристика дуги переменного тока

а)

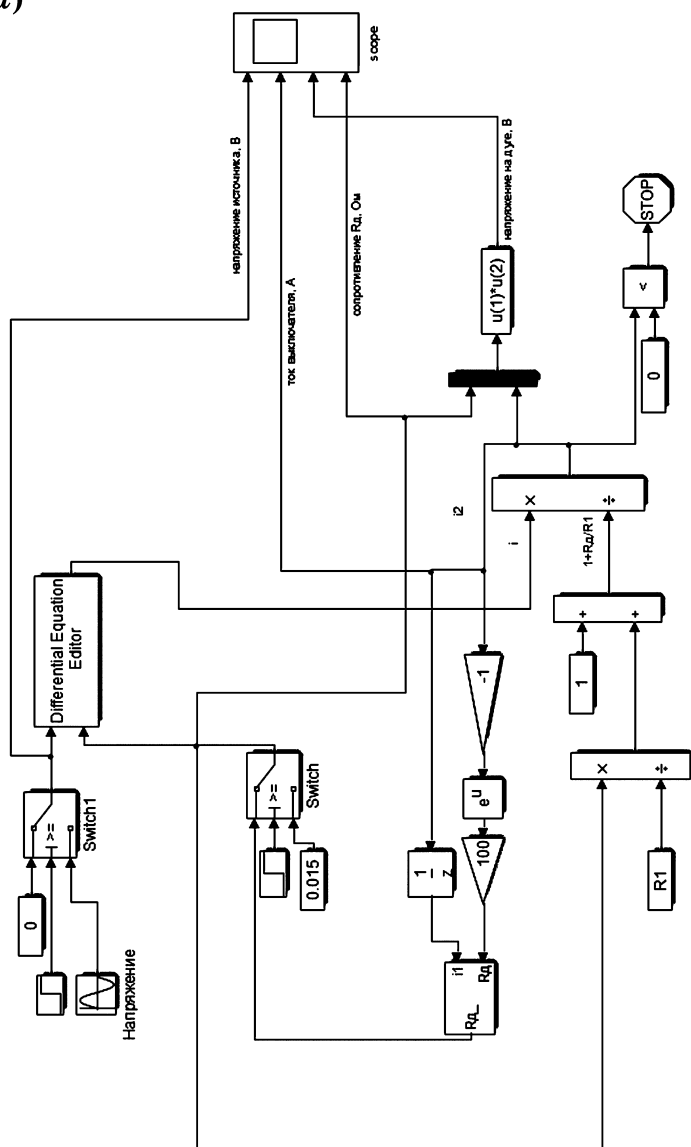


Рис. 3.9

Реализация модели включения/отключения цепи с дугой:

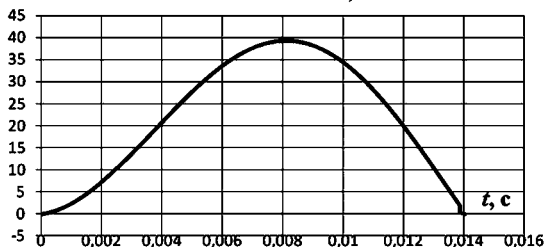
а — блок-схема; б — осциллограмма отключения.

б)

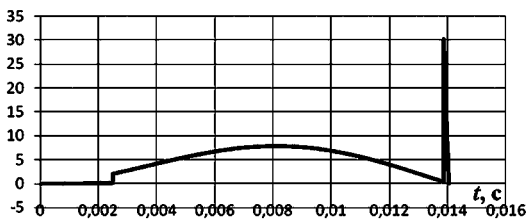
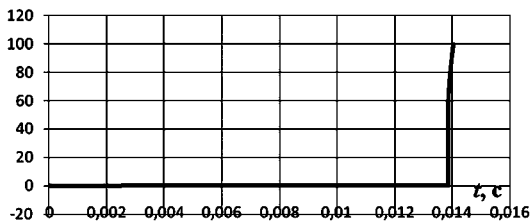
Напряжение источника, В



Ток выключателя, А



Напряжение на дуге, В

Сопротивление  $R_d$ , Ом

### 3.1.3. Условия успешной коммутации электрических цепей

#### А. Отключение цепи постоянного тока

Как отмечалось в п. 3.1.2, соревнование двух процессов — восстановление прочности межконтактного промежутка и рост приложенного к нему напряжения источника, начинается сразу после взрыва металлического мостика при расхождении контактов. В начале процесса сопротивление дугового промежутка мало и его прочность невелика, что вызывает пробои (повторные зажигания) промежутков (при  $t_1$  и  $t_2$ ). По мере расхождения контактов и роста прочности межконтактного промежутка (например, за счет воздействия дугогасительных устройств), условия превышения прочности над приложенным напряжением выполняются, что и приводит к успешному гашению дуги.

Если уравнение (3.6) представить для цепи постоянного тока с напряжением источника  $U_0$ , пренебрегая  $R_{ш}$  и  $C$ , то получим

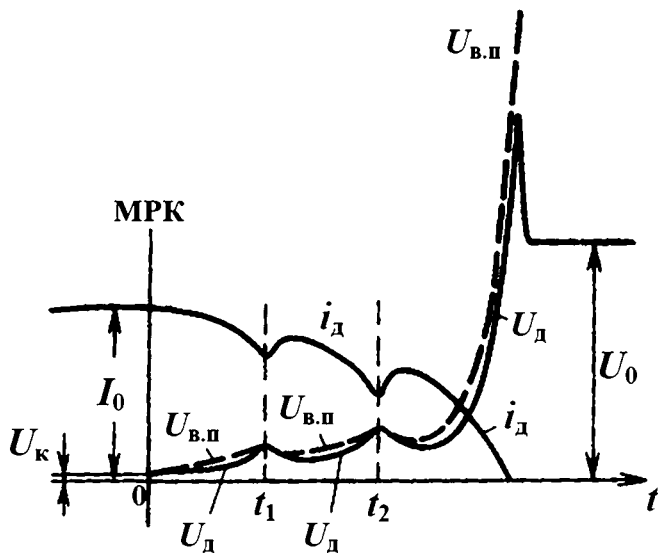


Рис. 3.10

Процесс отключения цепи постоянного тока

$$U_0 = iR + L \frac{di}{dt} + U_d(i), \quad (3.8)$$

где  $U_0 = \frac{I_0}{R}$ ;  $I_0$  — ток в цепи при включенном состоянии контактов;  $U_d(i)$  — вольт-амперная характеристика дуги (1, 2 на рис. 3.11). Представленная вольт-амперная характеристика (ВАХ) дуги носит идеализированный характер, когда длина дуги  $l_d = \text{const}$ , и достигает своей величины мгновенно после размыкания контактов.

В установившемся состоянии, когда ток  $I_0$  протекает по контактам, уравнение (3.8) примет вид

$$U_0 = iR + U_d(i). \quad (3.8a)$$

Зависимость  $U_0 - iR = f(i)$  принято называть *реостатной характеристикой цепи* (3 на рис. 3.11).

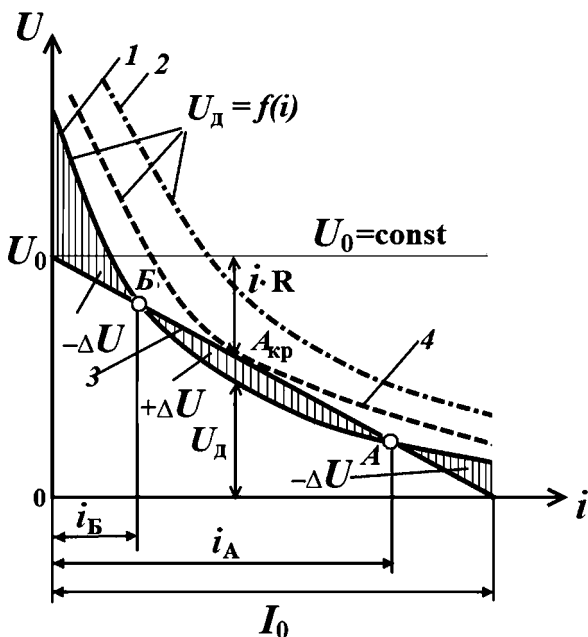


Рис. 3.11

К условиям гашения дуги постоянного тока



На рисунке 3.11 даны два варианта соотношения ВАХ дуги и реостатной характеристики цепи (1–3 и 2–3).

Рассмотрим случай, когда обе характеристики пересекаются в двух точках (1–3) и представим уравнение (3.8а) в виде

$$(U_0 - iR) - U_d(i) = \Delta U = L \frac{di}{dt}. \quad (3.9)$$

$\Delta U$  может иметь как положительное, так и отрицательное значение.

В точке А при малейшем возмущении (росте тока)  $\Delta U$  принимает отрицательное значение и производная  $\frac{di}{dt}$  становится также отрицательной, а следовательно,  $i = f(t)$  убывает, возвращаясь в точку А. При спаде тока  $\Delta U > 0$ , левая часть уравнения (3.9) становится положительной,  $\frac{di}{dt} > 0$  и ток возрастает, возвращаясь в точку А. Таким образом, точка А является *точкой устойчивого горения дуги* [7].

В точке Б картина обратная. При росте тока левая часть уравнения (3.9) становится положительной,  $\frac{di}{dt} > 0$ , ток возрастает, и перемещаемся в точку А. При уменьшении тока он сразу спадает до нулевого значения. Точка Б является *точкой неустойчивого равновесия*.

При соотношении ВАХ и реостатной характеристики (2–3 на рис. 3.11)  $\Delta U$  всегда отрицательное, а следовательно,  $\frac{di}{dt} < 0$  и ток непрерывно уменьшается вплоть до нулевого значения. Это и есть условие успешного гашения дуги постоянного тока.

Часто условия гашения дуги постоянного тока формулируют так: **дуга постоянного тока успешно погаснет, если ее вольт-амперная характеристика пройдет выше реостатной характеристики коммутируемой цепи.**

Если касание ВАХ дуги и реостатной характеристики цепи происходит в одной точке ( $A_{кр}$  на рис. 3.11), то имеют место критические условия гашения дуги, а длина

дуги, соответствующая этим условиям, называется *критической длиной дуги*.

Длительность горения дуги  $t_d$  можно приблизительно определить, решив уравнение (3.9) относительно времени

$$t_d = \frac{L}{R} \ln \frac{U_d}{U_d - U_0}.$$

Более точные результаты можно получить при решении дифференциального уравнения (3.8) относительно производной тока и построении осциллограммы отключения цепи.

При интенсивном воздействии на дугу длительность ее гашения снижается ( $t_1 < t_2$  на рис. 3.12), что приводит к увеличению перенапряжений на контактах аппарата ( $U_{m1} > U_{m2}$ ), опасных для изоляции. Поэтому при проектировании дугогасительных устройств аппаратов необходимо решать оптимизационную задачу, в которой в качестве ограничений первого рода и являются уровень допустимых перенапряжений в цепи и длительность горения дуги на контактах аппарата (см. параграф 4.1).

Рассмотрим процесс отключения цепи постоянного тока при горении дуги в воздухе и атмосферном давлении, принимая ток в дуге практически неизменным (ВАХ дуги статическая).

Напряженность электрического поля в дуге (градиент дуги)  $E_d$  представим путем описания экспериментальных данных, проведенных Suits [7], применительно к воздуху при атмосферном давлении и отключаемом токе  $I < 100$  А

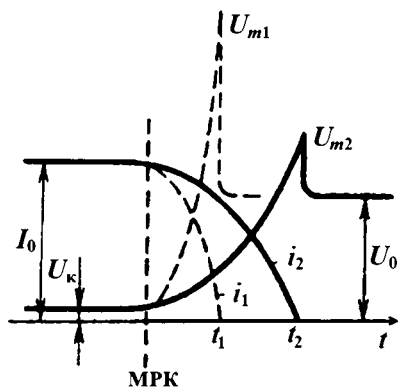
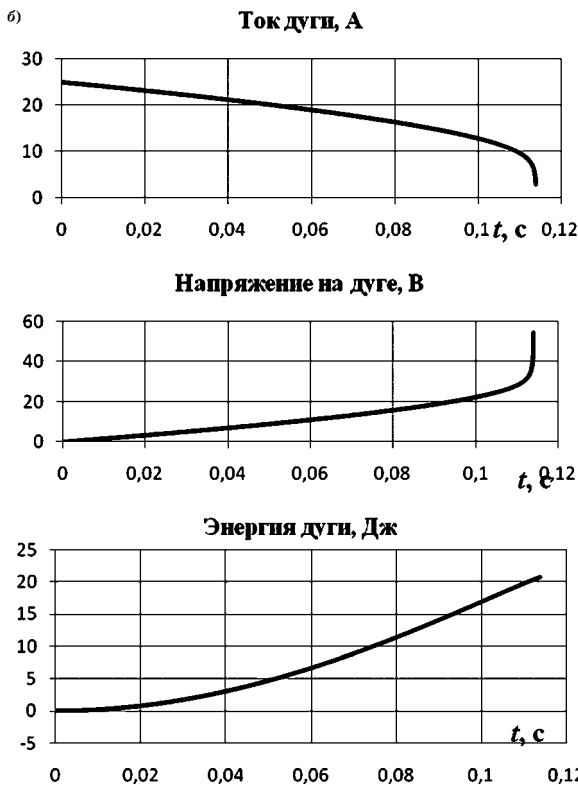
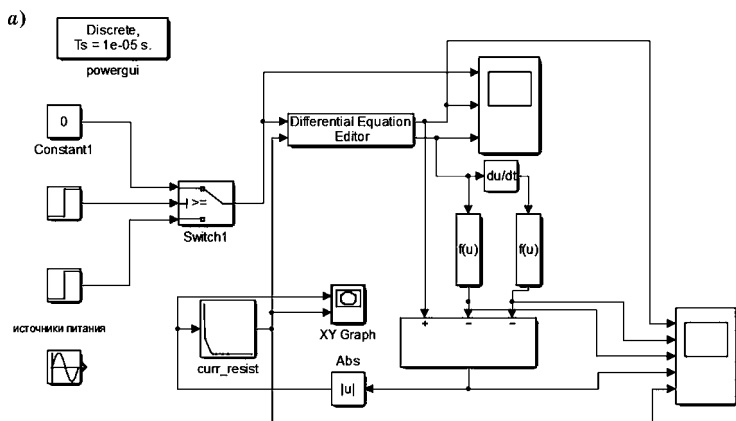


Рис. 3.12

Процесс отключения цепи постоянного тока при различной длительности горения дуги

$$E_d = 80i^{-0,5}.$$



**Рис. 3.13**  
Реализация  
модели дуги  
Suits:

a — блок-схема;  
б — осциллограм-  
ма отключения.

Напряжение на дуге  $U_d = l_d E_d$ , где  $l_d$  — длина дуги.

В модели использован редактор дифференциальных уравнений DEE и решатель ode4 с шагом интегрирования  $10^{-5}$  с.

### Б. Отключение цепи переменного тока

Как отмечалось ранее, отключение цепи переменного тока связано с непрерывным соревнованием двух процессов: ростом электрической прочности межконтактного промежутка  $U_{в.п.}$ , который начинается сразу после начала расхождения контактов, и приложенным к промежутку напряжением источника  $U$ , которое пытается пробить промежуток, поддерживая горение дуги.

Рассмотрим в динамике соревновательный процесс на примере отключения цепи низкого напряжения, когда характер явлений в дуговом промежутке оказывает влияние на отключаемую цепь (рис. 3.14).

Начиная с момента размыкания контактов (МРК) растет сопротивление дуги  $R_d$ , и напряжение на ней  $U_d$  начинает постепенно возрастать. В момент  $t_1$  первого перехода тока через нуль запасенная в цепи электромагнитная энергия близка к нулю и создаются благоприятные условия для гашения дуги и восстановления напряжения на контактах после перехода тока через нуль. Начинается

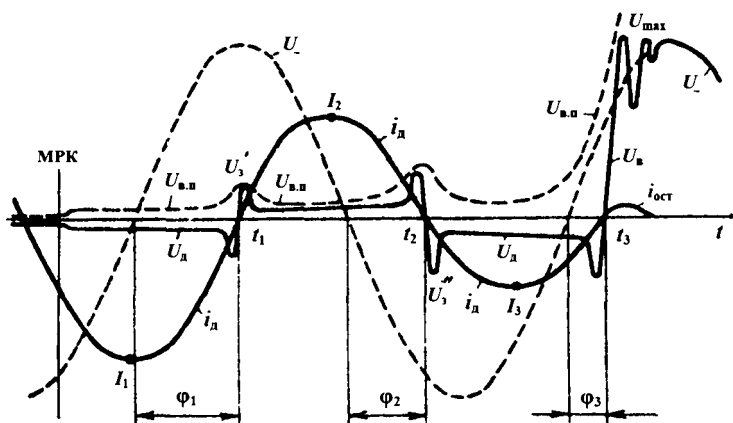


Рис. 3.14

Процесс отключения цепи переменного тока

процесс восстановления напряжения, но промежуток еще не набрал требуемой прочности и пробивается при напряжении зажигания  $U'_3 = U'_{в.п}$ . Рост межконтактного промежутка продолжается, что приводит к увеличению сопротивления  $R_d$  дуги, которое начинает оказывать влияние на общее сопротивление цепи, путем снижения амплитудного значения тока  $I_m$  ( $I_{m3} < I_{m2} < I_{m1}$ ) и изменения угла условного сдвига фаз между током и напряжением  $\varphi$  ( $\varphi_3 < \varphi_2 < \varphi_1$ ). При втором переходе тока через нуль  $t_2$  прочность промежутка достигает большего значения, но еще недостаточна, чтобы выдержать приложенное напряжение (такое утверждение условно и используется в качестве возможного варианта). При этом  $U''_3 = U''_{в.п} > U'_3$ . На рост прочности промежутка оказывает влияние и снижения тока дуги (рост сопротивления дуги), а уменьшение условного сдвига фаз между током и напряжением понижает мгновенное значение восстанавливающегося напряжения и скорость его роста. Все это оказывает благоприятное влияние на соотношение  $U_{в.п}$  и  $U_B$  в следующий момент  $t_3$  перехода тока через нуль. На рисунке 3.14 показан такой вариант, когда выполняются условия гашения дуги в третий нуль тока. И хотя дуговой столб разрушается, промежуток может еще сохранять остаточную проводимость, присущую некоторым стадиям дугового разряда. В этом случае протекает *остаточный ток*  $i_{ост}$ , который может оказывать влияние на процесс успешного отключения цепи.

Следует отметить, что на практике стараются создать такие условия, при которых дуга гаснет в первых же нуль тока, используя совершенные контактно-дугогасительные системы.

В цепях переменного тока высокого напряжения влиянием параметров дуги на отключаемую цепь можно пренебречь ввиду их незначительности, что существенно утяжеляет сам процесс отключения цепи.

Таким образом, сформулируем условия *успешного гашения дуги переменного тока*:

**дуга переменного тока будет погашена, если за переходом тока через нулевое значение кривая восстанавли-**

**вающейся прочности межконтактного промежутка аппарата будет лежать выше кривой переходного восстанавливающегося напряжения на этом промежутке.**

Здесь не рассматриваются процессы принудительно-го снижения тока за счет интенсивного дугогашения или использования вакуума в качестве среды дугогашения, а также вопросы, связанные с процессом отключения трехфазных цепей. Эти вопросы будут рассмотрены далее.

## **3.2. ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ДУГА И ЕЕ ГАШЕНИЕ**

### **3.2.1. Общие характеристики электрической дуги, положительный столб и приэлектродные области**

Электрическая дуга обладает рядом характерных особенностей, которые отличают ее от других форм электрического разряда. Она может устойчиво существовать при достаточно больших токах. Она характеризуется очень низким прикатодным падением напряжения, и для ее существования требуется минимальное напряжение на разрядном промежутке. Наконец, плотность тока на катоде при горении дуги намного больше, чем при других формах разряда.

Дуговые процессы являются частью коммутационных процессов и определяют основные характеристики аппаратов. Гашение электрической дуги является сложной технической задачей, которая в различных коммутационных аппаратах решается по-разному.

В зависимости от типа аппарата и его параметров возникающие в них дуги делятся на дуги высокого и низкого давления (вакуумные дуги), длинные и короткие, стационарные и нестационарные. Главное отличие дуг высокого давления от дуг низкого давления состоит в том, что положительный столб у них квазиизотермичен, т. е. температуры всех компонентов плазмы в столбе примерно равны. В дуге низкого давления плазма столба неизотермична, температура электронов значительно превосходит температуру тяжелых частиц. Дуга высокого давления воз-

никает в свободной воздушной атмосфере, в воздушных, масляных и элегазовых аппаратах. Дуга низкого давления имеет место в вакуумных выключателях и контакторах.

Длинная дуга характеризуется тем, что в процессе коммутации основную роль играют явления в положительном столбе дуги. Для короткой дуги важное значение приобретают явления в приэлектродных областях, когда при переходе тока через нуль меняется полярность электродов (в первую очередь, когда анод становится катодом).

Коммутационные процессы сопровождаются изменением тока и напряжения во времени. Поэтому дуги, возникающие при коммутации, нестационарны. Однако моделирование стационарной дуги может оказаться полезным, например, при анализе закономерностей отключения постоянного тока.

Электрическая дуга в контактных аппаратах может возникать как при включении, так и при отключении цепи. Характеристиками возникающей при коммутации дуги во многом определяются коммутационная способность аппарата и его коммутационный ресурс. При включении цепи дуга воздействует на элементы коммутационного устройства (КУ), что может приводить к их износу и даже свариванию контактов. Для успешного отключения цепи в аппарате создаются условия быстрого спада проводимости дуги за счет разнообразных воздействий.

Одной из основных характеристик дуги, определяющих характер протекания коммутационных процессов, является ее *вольт-амперная характеристика* (ВАХ), знание которой дает возможность ввести дугу в схему замещения в виде нелинейного сопротивления. Вид ВАХ дуги зависит от условий, в которых она горит, длины дуги, среды, параметров коммутируемой цепи. ВАХ стационарной дуги, т. е. дуги с неизменными во времени параметрами, называют *статической*. Характеристики нестационарной дуги (дуги, у которой ток, сопротивление и другие параметры изменяются во времени) называются

ют *динамическими*. ВАХ определяет и характер изменения проводимости дуги в процессе коммутации, и восстанавливающуюся электрическую прочность при гашении дуги.

Выделяют три характерные области дуги высокого давления (рис. 3.15) — прикатодную область I, область положительного столба дуги II и прианодную область III.

Положительный столб или, как часто называют эту область, столб дуги в электрических аппаратах, является наиболее протяженной областью дуги. При этом процессы у катода и анода могут оказывать влияние на характеристики столба дуги, особенно при сравнительно небольших длинах дуги.

Градиенты напряжения в столбе дуги высокого давления могут меняться в широких пределах в зависимости от тока и условий теплоотвода ( $10\text{--}200\text{ В/см}$ ), и их значения намного превышают значения градиентов для вакуумной дуги. Если для свободной дуги в воздухе градиент напряжения составляет около  $10\text{ В/см}$ , то при интенсивном

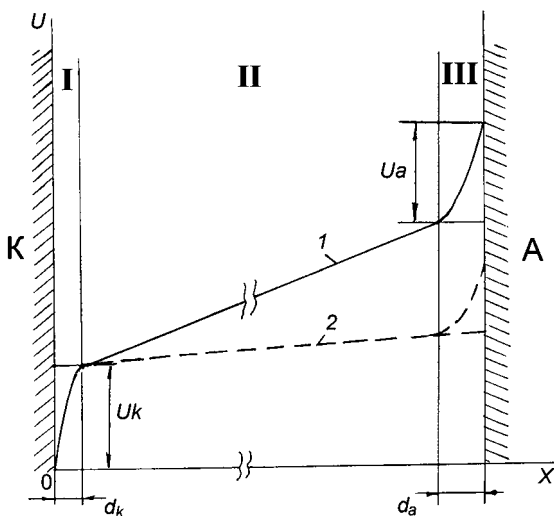


Рис. 3.15

Распределение потенциала вдоль оси электрической дуги



охлаждении столба дуги он увеличится на порядок (до 200 В/см). Температура столба дуги, возникающей в аппаратах при коммутации, может изменяться от 6000 до 50 000 К в зависимости от условий ее существования.

Наибольшие напряженности электрического поля имеют место в прикатодной области I, что связано с высокой плотности положительного объемного заряда ионов, поступающих к катоду из области ионизации. При очень небольшой протяженности области объемного заряда (порядка  $10^{-5}$  см) у поверхности катода реализуется высокая напряженность поля (порядка  $10^7$  В/см), достаточная для возникновения термоавтоэлектронной эмиссии электронов с большой плотностью тока (порядка  $10^6$  А/см<sup>2</sup>). Прикатодное падение напряжения  $U_k$  сильно зависит от материала катода и слабо от среды, в которой горит дуга; оно составляет 10–17 В как для дуг в плотных средах, так и для вакуумных дуг. Наибольшая плотность тока наблюдается у поверхности катода, наименьшая — характерна для столба дуги.

В прианодной области III дуги высокого давления образуется нескомпенсированный заряд электронов, за счет которого возникает прианодное падение напряжения (до 4–5 В). Диффузная вакуумная дуга может существовать без прианодного падения напряжения (кривая 2 на рис. 3.15).

Прикатодные и прианодные процессы являются источником нагрева электродов. За счет этого нагрева поддерживается высокая концентрация паров металла у катода. Кроме того, нагрев электродов приводит к эрозии (износу) как в парообразной, так и в жидкой фазах. Температура электродов ограничивается процессом испарения металла, она намного ниже температуры плазмы столба дуги.

Процессы у катода и анода существенно отличаются от процессов в столбе дуги. Катод является источником электронов и атомов, анод не эмитирует положительно заряженных частиц, и ток у анода переносится только электронами. Ток занимает не всю поверхность электродов, а сосредоточен в отдельных пятнах (ячейках). Число катодных пятен зависит от тока и условий горения дуги.

Время существования каждого из катодных пятен обычно меньше времени горения дуги, после распада отдельного катодного пятна в условиях стационарной дуги вместо него возникает новое.

Различные оценки характеристик катодного пятна дают очень высокие значения: плотность тока порядка  $10^6$ – $10^7$  А/см<sup>2</sup>, напряженность электрического поля у поверхности катода  $(1-5) \cdot 10^7$  В/см, температура поверхности катода значительно превосходит температуру кипения металла при атмосферном давлении. Сочетанием высокой температуры поверхности и высокой напряженности поля у катода объясняются столь большие плотности эмиссионного тока. Эмиссию электронов при таком сочетании температуры поверхности и напряженности поля иногда называют *термоавтоэлектронной эмиссией*.

В некоторых работах принимается во внимание реальный рельеф катода (шероховатость), и эмиссия электронов связывается с нагревом и последующим взрывом микровыступов на поверхности катода [36].

У катода выделяют две различающиеся своими характеристиками области (рис. 3.16) — область положительного объемного заряда 1 и область ионизации 2. В области объемного заряда электроны, эмитируемые катодом, двигаются почти без столкновений, и их энергия после пролета области 1 близка к  $eU_k$  ( $U_k$  — прикатодное падение напряжения). В области 2 ускоренные электроны ионизируют пары металла, поступающие с поверхности катода. Двигаясь к катоду, ионы создают сильное электрическое поле в области 1, и после пролета области 1 отдают свою энергию катоду. Плотности тока и тепловые потоки в катодном пятне столь велики, что катод нагревается до температур, достаточных для поддержания высокой скорости испарения металла и эмиссии электронов.

Ток у поверхности анода переносится электронами, и при избытке отрицательного объемного заряда у анода появляется прианодное падение напряжения. При достаточно больших токах электронный ток из плазмы столба не может обеспечить прохождение требуемого тока через

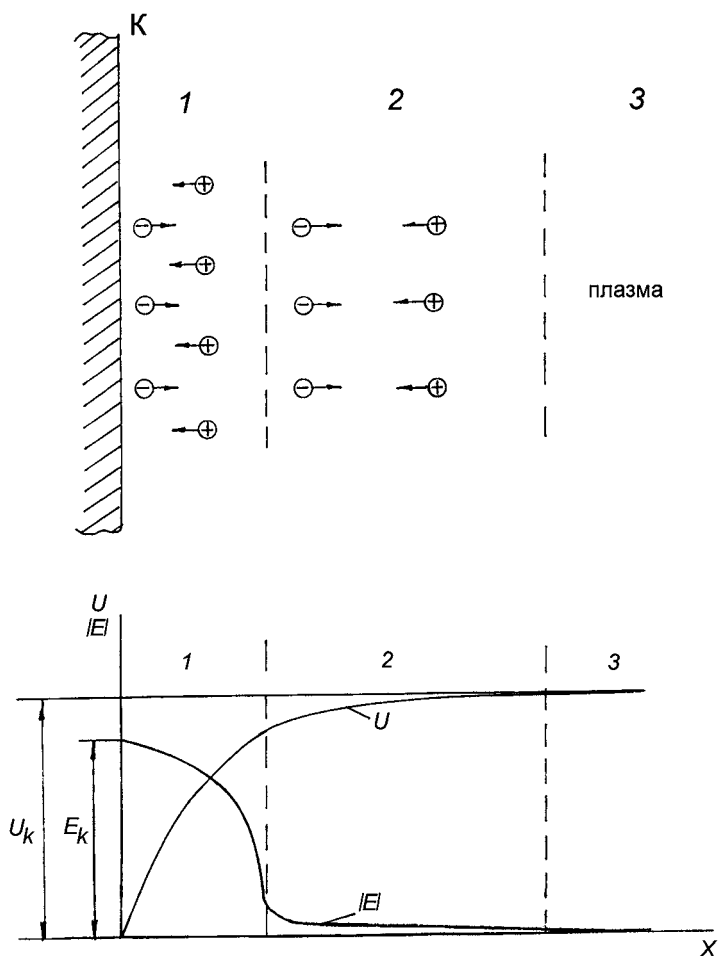


Рис. 3.16

Распределение потенциала и напряженности поля у катода

прианодную область. Поэтому для объяснения прианодных процессов используют различные механизмы ионизации в прианодной области. По одному из механизмов заряженные частицы образуются у анода путем ионизации атомов электронами, пролетающими область прианодного падения напряжения почти без столкновений

(«Е-ионизация»). Согласно другому механизму, электроны претерпевают у анода множество столкновений с тяжелыми частицами до ионизации, так что распределение электронов по скоростям можно считать максвелловским («Т-ионизация»).

Электроны, пересекая область прианодного падения напряжения, попадают на анод, где отдают ему кинетическую энергию и энергию выхода электронов.

Температура поверхности и плотность частиц у катода намного выше, чем у анода. При переменном токе смена полярности электродов в момент перехода тока через нуль должна сопровождаться ростом напряжения на промежутке, чтобы появился следующий полупериод тока. Этот рост напряжения сопровождается становлением катодных процессов у электрода, бывшего анодом до перехода тока через нуль. Смена полярности отрицательного электрода на положительную (катод становится анодом) не требует повышения напряжения на промежутке.

ВАХ длинной дуги высокого давления, ее проводимость в основном определяются процессами в столбе; скорость спада проводимости дугогасительного устройства при отключении зависит от скорости отвода энергии от столба. ВАХ стационарной дуги высокого давления имеет спадающий характер (рис. 3.17).

В районе малых токов напряженность электрического поля  $E$  быстро уменьшается с ростом тока, а затем, начиная с некоторых значений (100 А и более), спад напряженности замедляется. Обычно такую ВАХ описывают степенной функцией. Перемещение дуги с большой скоростью, как и другие способы увеличения теплоотвода от столба (повышение давления газа, обдув столба, помещение дуги в газ с высокой теплопроводностью, перемещение дуги в узкую щель), приводят к увеличению напряженности поля в столбе и смещению статической ВАХ вверх (рис. 3.17).

Вид статической ВАХ дуги низкого давления совсем иной (рис. 3.18). При малых токах напряжение почти не изменяется с изменением тока и начинает расти при увеличении тока до определенных значений. В области не-

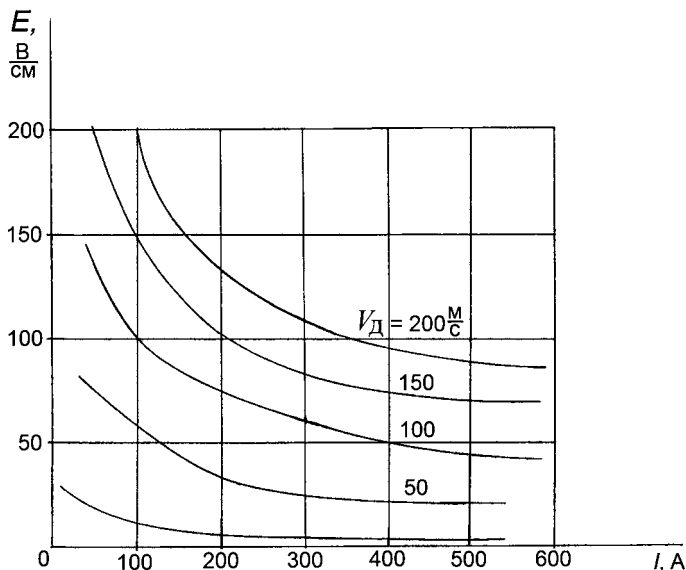
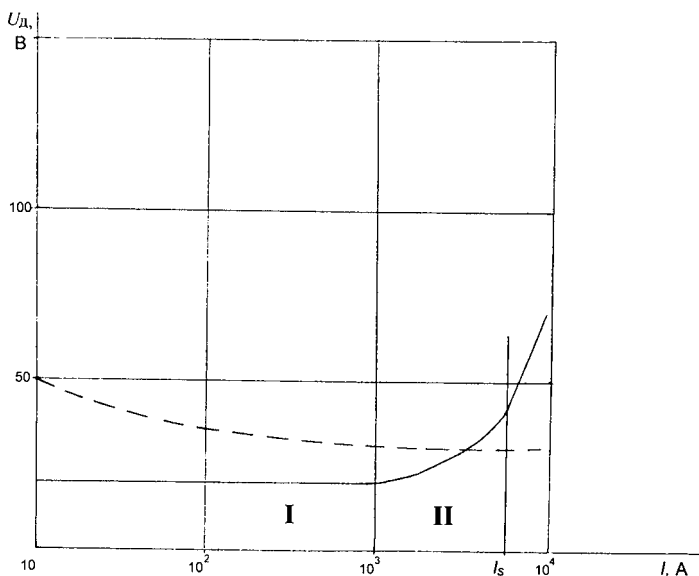


Рис. 3.17  
Вольт-амперные характеристики дуги в воздухе

больших токов (область I на рис. 3.18) вакуумная дуга существует в диффузной форме с очень малым градиентом напряжения в промежутке (0,01–0,1 В/см). В диффузной вакуумной дуге заряженные частицы образуются в основном в области ионизации у поверхности катода, откуда электроны и ионы распространяются к аноду.

При достаточно больших токах (область II на рис. 3.18) напряжение горения вакуумной дуги начинает быстро расти с увеличением тока. Увеличивается концентрация пара в промежутке и напряженность электрического поля. В этих условиях часть ионов не достигает анода, что приводит к появлению у поверхности анода нескомпенсированного отрицательного заряда электронов и росту прианодного падения напряжения. Анод в этих условиях может нагреваться до высоких температур, начинается испарение металла с анода, возникает анодное пятно и дуга переходит в сжатую форму. Ток  $I_S$ , при котором наблюдается недостаток ионов у анода и образуется анодное пятно, зависит от



**Рис. 3.18**  
Вольт-амперная характеристика вакуумной дуги (---) и дуги в воздухе (—)

диаметра электродов и индукции магнитного поля в промежутке. При переходе от диффузной формы дуги к сжатой на аноде начинается испарение металла, появляются анодные струи плазмы и образуется сжатый столб дуги.

### 3.2.2. Электрическая дуга высокого давления

#### 3.2.2.1. Процессы в столбе дуги высокого давления

Достаточно высокая температура газа в столбе дуги высокого давления является одним из условий возникновения необходимого количества заряженных частиц и прохождения тока через промежуток. Высокая температура, в свою очередь, поддерживается за счет выделяющейся в столбе энергии при прохождении через него тока. Рассеивание энергии из столба дуги связано с *теплопроводностью, конвекцией, излучением* и другими процессами. Для стационарной дуги характерно равенство выделяемой в столбе мощности и мощности суммарных

потерь; при этом параметры дуги неизменны во времени. Если же это равенство нарушается, то в результате переходного процесса дуга может переходить в новое устойчивое состояние с новыми параметрами или гаснуть.

При самых разнообразных условиях (разные газы, давления среды, токи, длины дуги и др.), в которых существует дуговой столб в реальных аппаратах, можно отметить несколько основных свойств, характерных для всех дуг высокого давления.

Столб дуги, возникающей в электрических аппаратах, — это область, заполненная низкотемпературной плазмой, и для этой области характерны свойства, которыми обладает плазма. Температура плазмы столба дуги не превосходит 50 000 К, так что элементарные процессы в ней связаны с взаимодействием внешних электронных оболочек атомов и ионов.

Важным свойством плазмы столба дуги является ее *квазинейтральность*, т. е. в столбе плотность электронов  $n_e$  примерно равна плотности ионов  $n_i$ . Квазинейтральностью плазмы объясняются небольшие по сравнению с другими формами разряда напряженность электрического поля и напряжение на столбе дуги. При этом внутри плазмы столба на малых расстояниях возможно нарушение квазинейтральности (в пределах области протяженностью порядка дебаевского радиуса) за счет тепловой энергии заряженных частиц. Однако при реальных длинах дуги в аппаратах в пределах столба всегда имеет место квазинейтральность. Нарушение квазинейтральности в столбе дуги приводило бы к возникновению столь больших электростатических сил, действующих на заряженные частицы, что избыток заряженных частиц одного знака ликвидировался бы за счет этих сил за очень малое время.

Из свойства квазинейтральности плазмы столба дуги следует, что ток в нем переносится, в основном, электронами. Плотность тока в плазме определяется выражением:

$$j = en_e v_e + en_i v_i, \quad (3.10)$$

где  $v_e$  и  $v_i$  — скорости дрейфа электронов и ионов в направлении поля.

Направленные скорости электронов намного больше, чем ионов (масса ионов намного больше массы электронов), а плотности электронов и ионов примерно равны ( $n_e \approx n_i$ ). Поэтому вторым членом в равенстве (3.10) можно пренебречь и считать, что ток в столбе дуги переносится, в основном, электронами:

$$j \approx e n_e v_e.$$

В столбе дуги высокого давления энергия внешнего электрического поля передается электронам, обладающим большей подвижностью, которые, в свою очередь, передают ее тяжелым частицам. Энергия электронов рассеивается при столкновениях с тяжелыми частицами, за счет чего происходит выравнивание температур между ними. Строго говоря, полного выравнивания не происходит, плазма столба дуги не является изолированной, имеют место потери энергии в окружающую среду. В результате установившаяся температура электронов несколько превышает температуру тяжелых частиц. Тем не менее плазму столба дуги в плотных средах (давление 0,1 МПа и выше) можно считать близкой к равновесной. Например, в типичных для дуги высокого давления условиях средняя тепловая скорость электронов в  $10^3$ – $10^4$  раз выше направленной. При длине свободного пробега порядка  $10^{-6}$  м смещение электрона вдоль поля на 1 см сопровождается столь большим числом столкновений (порядка  $10^7$ – $10^8$ ), что этого числа столкновений оказывается достаточно, чтобы переданная электронам энергия поля (порядка 10 эВ) рассеивалась при упругих и неупругих столкновениях с тяжелыми частицами. Концентрация частиц в плазме вакуумной дуги и число столкновений электронов в промежутке намного меньше, так что плазму диффузной вакуумной дуги нельзя считать равновесной. Локально равновесная плазма характерна для столба дуги высокого давления, за исключением слаботочной дуги в некоторых инертных газах, неравновесная — для дуги низкого давления в вакуумных выключателях.

Равновесная изотермическая плазма характеризуется одной температурой, так как температуры всех частиц в равновесной плазме (электронов  $T_e$ , ионов  $T_i$ , атомов  $T_a$ )



равны ( $T_s = T_i = T_a = T$ ). Этой температурой в условиях локального равновесия определяется эффективность процессов возбуждения и ионизации атомов. Для столба дуги высокого давления можно считать, что заряженные частицы образуются путем термической ионизации, т. е. ионизации в столбе в условиях термического равновесия.

В условиях термического равновесия степень ионизации  $\alpha_T$  определяется *уравнением Саха*, которое при малой степени ионизации имеет вид:

$$\alpha_T = \frac{N_i}{N_\Sigma} = \frac{25 \cdot 10^6 \cdot T^{1,25}}{p^{0,5}} \exp\left(-\frac{5800U_i}{T}\right),$$

где  $N_i$  — число ионизированных частиц;  $N_\Sigma$  — общее число частиц;  $T$  — равновесная температура, К;  $p$  — давление газа, Па;  $U_i$  — потенциал ионизации газа, В.

При температурах 6000 К и выше степень ионизации газа и электропроводность столба дуги становятся достаточно высокими для прохождения тока через промежуток (рис. 3.19). Как видно из рисунка 3.19, при низких температурах удельная электропроводность элегаза выше, чем электропроводность воздуха. При высоких температурах (более 11 000 К) наблюдается обратная картина — удельная электропроводность воздуха превышает электропроводность элегаза.

Плазма столба дуги обладает намного более высокой теплопроводностью, чем холодный газ. Коэффициент теплопроводности газа связан с коэффициентом диффузии и удельной теплоемкостью соотношением:

$$\lambda = D\gamma c_V, \quad (3.11)$$

где  $D$  — коэффициент диффузии газа;  $\gamma$  — плотность;  $c_V$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Все входящие в выражение (3.11) величины являются функциями температуры. При низких температурах внутренняя энергия газа представляет собой энергию поступательного движения атомов (молекул), а также энергию вращательного и колебательного движения атомов в молекулах. При высоких температурах внутренняя энергия намного больше из-за того, что к кинетической

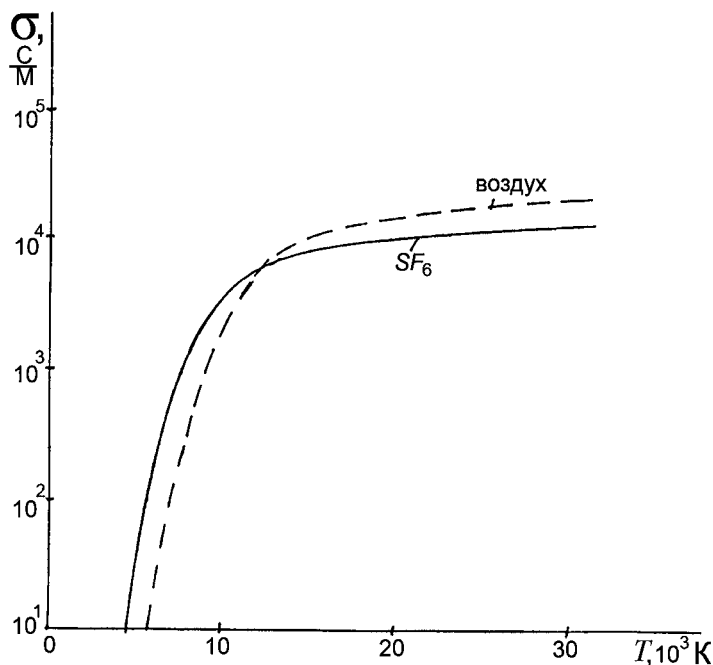


Рис. 3.19  
Зависимость удельной электропроводности газов  
от температуры при давлении 0,1 МПа

энергии добавляется энергия диссоциации, возбуждения и ионизации газа. С ростом температуры в результате диссоциации и ионизации газа увеличивается также и число частиц, обеспечивающих перенос энергии в газе. Сильно возрастает с ростом температуры и коэффициент диффузии — образующиеся при ионизации электроны имеют намного большие длины свободного пробега и тепловые скорости, чем тяжелые частицы. Для зависимостей удельной теплоемкости и коэффициента теплопроводности газа от температуры характерны максимумы, соответствующие температурам, при которых велика интенсивность процессов диссоциации и ионизации.

Сравнение вклада теплопроводности различного вида в полную теплопроводность азотной плазмы при разных температурах приведено на рисунке 3.20 (здесь  $\lambda_m, \lambda_a, \lambda_{II}$ ,

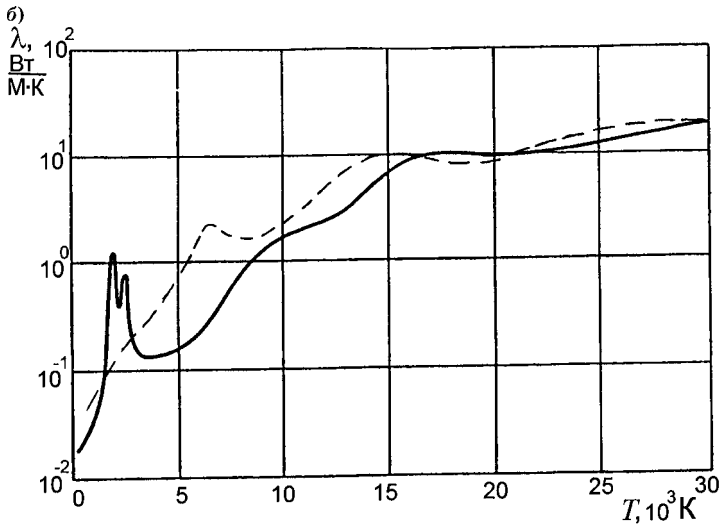
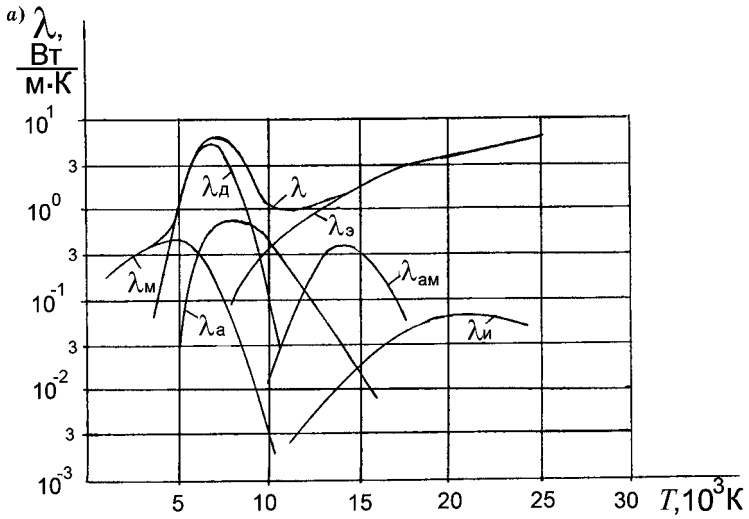


Рис. 3.20

Зависимость коэффициента теплопроводности различного вида азотной плазмы (а) [19] и полного коэффициента теплопроводности газов (б) от температуры:

----- — воздух, 0,1 МПа; — — — — — аргон, 0,1 МПа.

$\lambda_3$  — коэффициенты трансляционной теплопроводности молекул, атомов, ионов, электронов соответственно;  $\lambda_d$  — коэффициент диссоциативной теплопроводности;  $\lambda_{ам}$  — коэффициент амбиполярной или ионизационной теплопроводности). Полная теплопроводность является суммой теплопроводностей различного вида. Вклад теплопроводности, связанной с передачей энергии возбуждения, невелик и его можно не учитывать. Как видно из рисунка 3.20, при малых температурах полная теплопроводность представляет собой классическую (трансляционную) теплопроводность молекул азота. С увеличением температуры коэффициент теплопроводности проходит через максимум (при температуре около 7000 К), который формируется в основном за счет диссоциативной теплопроводности, проходящей через максимум в этом диапазоне температур. А при температурах 15 000 К и более главный вклад в полную теплопроводность вносит трансляционная теплопроводность электронов  $\lambda_3$ .

Аналогичные диссоциативные максимумы наблюдаются и на зависимостях коэффициента теплопроводности от температуры других молекулярных газов. Процесс диссоциации молекул элегаза начинается при меньших температурах, чем молекул азота и водорода, так что максимум на зависимости  $\lambda(T)$  для элегаза сдвинут в сторону меньших температур (рис. 3.20б).

#### *3.2.2.2. Моделирование нестационарной дуги в дугогасительных устройствах. Физические подходы к описанию дуговых процессов при отключении цепи*

При анализе закономерностей гашения длинной нестационарной дуги в выключателях с плотной дугогасительной средой обычно моделируют процессы в столбе дуги и окружающей его среде. Столб дуги в таких выключателях подвергается интенсивному воздействию потоков газа или парогазовой смеси, в результате чего его проводимость уменьшается с необходимой для успешного отключения скоростью.

Модели короткой дуги в электрических аппаратах учитывают влияние электродов на процесс гашения, явления на электродах и вблизи их поверхности.

Для описания коммутационных процессов в общем случае необходимо записать уравнения нестационарной дуги и уравнения, описывающие переходные процессы в коммутируемой цепи. Известны три подхода к моделированию электрической дуги при коммутации: физические методы, метод «черного ящика» (адаптивный метод) и метод, который заключается в применении различных зависимостей и соотношений, полученных эмпирическим или аналитическим путем.

При *физических методах* описания дуги уравнения учитывают все основные процессы, определяющие закономерности горения и гашения дуги, тепло- и массообмен между столбом дуги и охлаждающим потоком газа, турбулентность, излучение, химические процессы, взаимодействие дуги с материалом сопла (абляция) и др.

Физические подходы к моделированию дуги в выключателях базируются на основных уравнениях газодинамики, фундаментальных законах сохранения (законах сохранения массы, количества движения и энергии). Граничные условия и упрощающие допущения при решении этих уравнений вытекают из принципа дугогашения, системы обдува дуги, конструктивных особенностей дугогасительного устройства.

В общем случае система уравнений при физическом подходе к описанию процессов в дугогасительном устройстве имеет вид:

- уравнение неразрывности (уравнение сохранения массы)

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla(\gamma \bar{v}) = 0; \quad (3.12)$$

- уравнение движения

$$\frac{\partial(\gamma \bar{v})}{\partial t} + \nabla(\gamma \bar{v} \cdot \bar{v}) = \bar{F} + \nabla f; \quad (3.13)$$

- уравнение баланса энергии

$$\frac{\partial(\gamma h_0)}{\partial t} + \nabla(\gamma h_0 \bar{v}) = q_{\text{тепл}} + q_{\text{изл}} - \bar{jE} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial t}; \quad (3.14)$$

- уравнение закона Ома

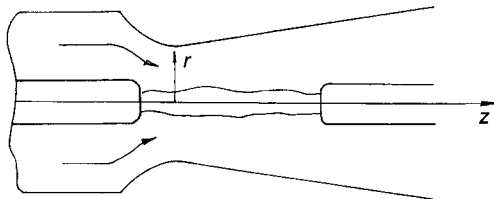
$$i = E(t) \int_0^{\infty} \sigma \cdot 2\pi r dr, \quad (3.15)$$

где  $\gamma$  — плотность;  $v$  — скорость;  $\nabla$  — оператор Гамильтона или набла-оператор;  $F$  — силы, действующие на единицу объема;  $f$  — тензор напряжений;  $h_0 = h + \frac{1}{2}v^2$ ,  $h$  — удельная энтальпия;  $q_{\text{тепл}}$  — удельные потери за счет теплопроводности;  $q_{\text{изл}}$  — удельные потери за счет излучения;  $\sigma$  — удельная электропроводность;  $p$  — давление;  $t$  — время;  $i$  — ток.

При анализе процесса гашения достаточно длинной дуги в плотных средах приэлектродные процессы можно не учитывать и считать, что напряжение на дуге примерно равно напряжению на столбе дуги. При гашении короткой дуги, а также при гашении дуги в вакууме приэлектродные процессы выступают на первый план, и система уравнений, описывающих гашение таких дуг, имеет другой вид. Приэлектродные процессы являются определяющими и для понимания эрозионных явлений на контактах и электродах. В балансе энергии дуги высокого давления (3.14) выделенная в приэлектродных областях энергия не учитывается; учитывается энергия, выделяемая в столбе дуги, и энергия, отводимая от столба за счет теплопроводности, конвекции и излучения.

Физические подходы используются для определения характера влияния конструктивных факторов (например, конфигурации и размеров сопла, рис. 3.21) на процесс гашения дуги, оптимизации дугогасительного устройства.

**Рис. 3.21**  
Дуга  
в дугогасительном  
устройстве  
с продольным дутьем



Для осесимметричной задачи система уравнений (3.12)–(3.15) упрощается и принимает вид:

- уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\gamma r u) + \frac{\partial}{\partial z} (\gamma w) = 0; \quad (3.16)$$

- уравнение движения (проекция на ось  $z$ )

$$\gamma \frac{\partial w}{\partial t} + \gamma u \frac{\partial w}{\partial r} + \gamma w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p_\infty}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu r \frac{\partial w}{\partial z} \right); \quad (3.17)$$

- уравнение баланса энергии

$$\gamma \frac{\partial h_0}{\partial t} + \gamma u \frac{\partial h_0}{\partial r} + \gamma w \frac{\partial h_0}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - q_{\text{изл}}; \quad (3.18)$$

- уравнение закона Ома (см. формулу (3.15)), где  $u$  и  $w$  — радиальная и осевая составляющие скорости;

$h_0 = h + \frac{1}{2} w^2$ ;  $p_\infty$  — давление холодного газа;  $\mu$  — динамическая вязкость газа.

Уравнения (3.16)–(3.18) не описывают детально все процессы, протекающие при горении и гашении дуги (излучение из столба, турбулентность газового потока, процессы на электродах). Некоторые процессы учитываются с помощью эмпирических соотношений, постоянные в которых определяются экспериментально. Вместе с тем, такое моделирование оказывается полезным при исследованиях и разработке элегазовых выключателей (при выборе давления газа и конструкции дугогасительного устройства). С помощью физических методов моделирования рассчитываются распределения температуры и давления при различных отключаемых токах, оценивается скорость восстановления электрической прочности после перехода тока через нуль.

### 3.2.2.3. Стационарная дуга в свободной атмосфере. Статическая ВАХ дуги

При моделировании стационарной дуги в свободной атмосфере систему уравнений (3.16)–(3.18) можно существенно упростить. Можно пренебречь конвективным теплоот-

водом в центральных зонах столба дуги, где высока температура. При высоких температурах мала плотность газа, а газовые потоки в центральных зонах направлены параллельно оси столба. В результате для центральных зон столба достаточно рассмотреть уравнение баланса энергии (3.18) без членов, учитывающих теплоперенос путем конвекции.

Потери энергии на излучение из столба дуги при атмосферном давлении составляют малую часть от выделяемой энергии, и ими можно пренебречь. Продольная составляющая напряженности электрического поля практически постоянна в проводящей части столба, и распределение выделяемой мощности по сечению дуги определяется распределением электропроводности по радиусу.

С учетом сделанных допущений столб дуги в свободной атмосфере разделяют на несколько осесимметричных зон, отличающихся своими характеристиками и процессами, в них протекающими (рис. 3.22).

В центре столба расположена электропроводящая зона 1 (рис. 3.22). В зоне 1 сосредоточен весь ток дуги (удельная электропроводность  $\sigma > 0$ ) и вся выделяемая при прохождении тока энергия, которая отводится во внешние зоны за счет излучения и теплопроводности.

В промежуточной зоне 2 (зоне теплопроводности) температура газа и концентрация заряженных частиц намного меньше, чем в зоне 1, и в первом приближении  $\sigma = 0$ . Теплопередача в этой зоне связана в основном с процессом теплопроводности. В зоне 3 (зона конвекции) ток также не протекает ( $\sigma = 0$ ), и теплопередача происходит за счет теплопроводности и конвекции. В этой зоне температура спадает до значения  $T_0$  ( $T_0$  — температура окружающей среды).

Для центральных зон 1 и 2 столба дуги в рамках показанной на рисунке 3.22 модели при осевой симметрии уравнение (3.18) примет следующий вид:

$$\sigma E^2 + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \lambda r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{зона 1}); \quad (3.19)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( \lambda r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (\text{зона 2}). \quad (3.20)$$



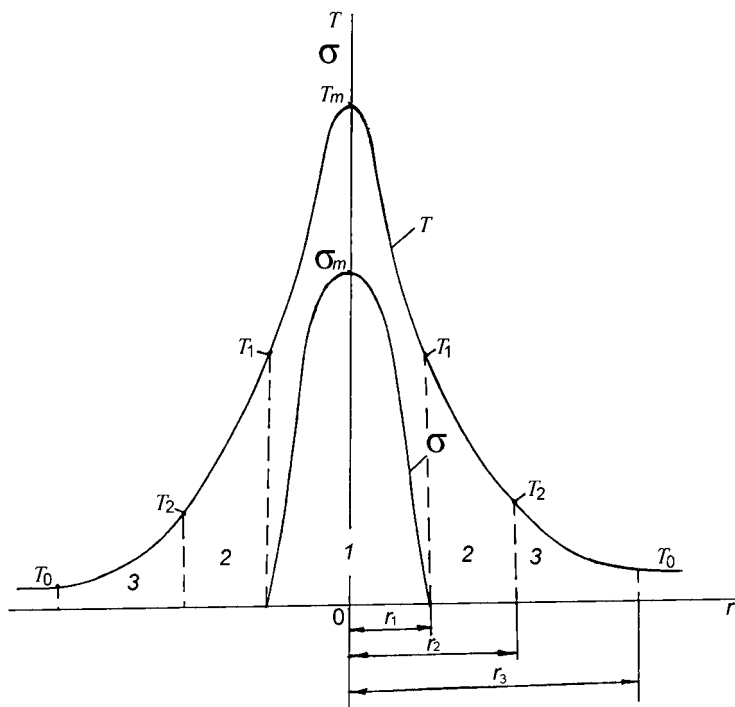


Рис. 3.22

Распределение температуры  $T$  и удельной электропроводности  $\sigma$  по радиусу  $r$  столба дуги высокого давления

Граничные условия (рис. 3.22):

- при  $r = 0$   $T = T_m$ ;  $dT/dr = 0$ ;  $\sigma = \sigma_m$ ;
- при  $r = r_1$   $T = T_1$ ;  $\sigma = 0$ ;
- при  $r = r_2$   $T = T_2$ ;  $\sigma = 0$ ;  $q(T_2) = q_k$ ,  $\frac{dT}{dr} = -\frac{1}{\lambda} q_k$ ,

где  $q_k$  — тепловой поток за счет конвекции.

Конвективный теплообмен учитывается в граничных условиях заданием теплового потока на границе второй и третьей зон (при  $r = r_2$ ). Тепловой поток с поверхности зоны 2 в случае свободной турбулентной конвекции является функцией перепада температур  $(T_2 - T_0)$  и пропорционален  $(T_2 - T_0)^{4/3}$ . Конвективный теплообмен внутри центральных зон можно не учиты-

вать, так как плотность газа при высоких температурах мала. Температура  $T_2$  на внешней границе второй зоны слабо изменяется с изменением тока и напряженности электрического поля (составляет 4000–5000 К). Поэтому в первом приближении ее можно считать постоянной для дуг в атмосферном воздухе при токах в десятки и сотни ампер.

Уравнения (3.19) и (3.20) обычно решаются путем подстановки следующей функции (подстановка Кирхгофа):

$$S = \int_{T_2}^T \lambda(T) dT, \quad (3.21)$$

где  $\lambda(T)$  — зависимость коэффициента теплопроводности от температуры.

Зная зависимость  $\sigma(T)$ , можно определить зависимость  $\sigma(S)$  для проводящей зоны  $l$  и аппроксимировать ее отрезком прямой (рис. 3.23):

$$\sigma(S) = b^2(S - S_1) \text{ при } S_m \geq S \geq S_1; \quad (3.22)$$

$$\sigma(S) = 0 \text{ при } S_1 \geq S.$$

После подстановки выражений (3.21) и (3.22) в уравнения (3.19) и (3.20) решение этих уравнений приводит к простым зависимостям для ВАХ стационарной дуги в свободной атмосфере:

$$E = \frac{2,5\pi\sigma_m(E)}{b^2 I}. \quad (3.23)$$

При этом напряженность поля  $E$  связана с  $\sigma_m$  соотношением:

$$E = \frac{b q_k}{0,52\sigma_m} \exp\left(\frac{b^2 S_1}{1,25\sigma_m}\right). \quad (3.24)$$

Показатель экспоненты в выражении (3.24)

$\frac{b^2 S_1}{1,25\sigma_m} = \frac{S_1}{1,25(S_m - S_1)}$  определяется только способом ап-

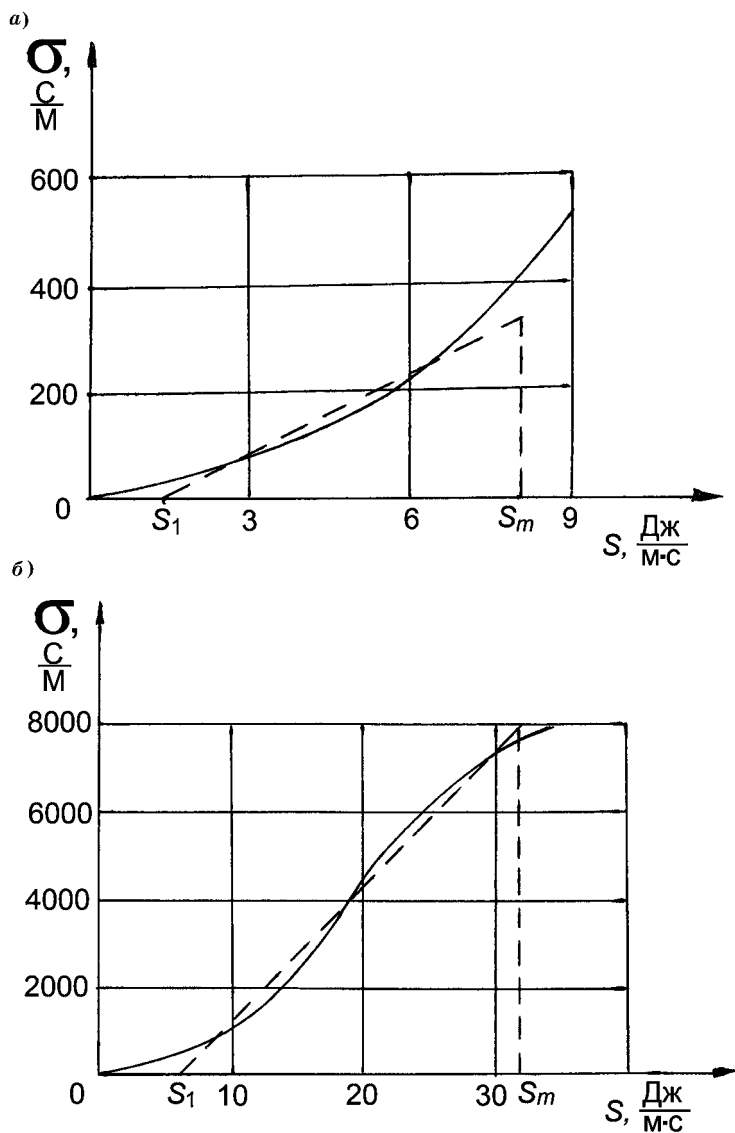


Рис. 3.23

Зависимость электропроводности плазмы положительного столба дуги от обобщенной теплопроводности:

а — слаботочные дуги; б — сильноточные дуги.

проксимации зависимости  $\sigma(S)$  (рис. 3.23). На рисунке 3.23 показана аппроксимация зависимости  $\sigma(S)$  для слаботочной и сильноточной дуг в азоте, из которой следует, что в обоих случаях показатель экспоненты

$\frac{S_1}{1,25(S_m - S_1)}$  близок к 0,18, а значение экспоненты — к 1,2.

Если принять это значение, то уравнение статической ВАХ (3.23) принимает вид:

$$E = 2,4\sqrt{\pi} \frac{\sqrt{q_k}}{\sqrt{b}\sqrt{I}}. \quad (3.25)$$

Вид статической ВАХ дуги в свободной атмосфере (3.25) соответствует экспериментально полученным зависимостям. Например, если принять для дуги в воздухе

$b = 0,5 \frac{1}{\text{Ом}^{0,5} \text{ВТ}^{0,5}}$ , а  $q_k = 200 \text{ Вт/см}^2$ , то уравнение ВАХ

(3.25) сводится к наблюдаемому при экспериментах соотношению:

$$E = 85I^{-0,5} \text{ В/см.}$$

#### 3.2.2.4. Адаптивные методы описания нестационарной дуги. Модели Касси и Майра

В рамках адаптивных методов описания нестационарной дуги или методов «черного ящика» не рассматривается распределение параметров по радиусу и оси дуги. При использовании адаптивных методов полагается, что проводимость (сопротивление) дуги является однозначной функцией ее теплосодержания. Такой подход дает возможность существенно упростить исходные уравнения дуговых процессов и получить для динамической ВАХ аналитическое выражение.

Рассматривается совместно выражение для сопротивления столба как функции теплосодержания и уравнение баланса энергии в упрощенном виде:

$$R_d = \frac{l}{\sigma S_d} = R_d(Q); \quad (3.26)$$

$$\frac{dQ}{dt} = ui - P, \quad (3.27)$$

где  $S_d$  — площадь поперечного сечения дуги;  $Q = h\gamma S_d l$  — теплосодержание столба дуги;  $P$  — отводимая от столба

мощность;  $h = \int_0^{T_{ст}} c_p dT$  — удельное теплосодержание;

$T_{ст}$  — температура столба;  $c_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Процесс гашения дуги высокого давления будет успешным, если реализуется эффективный теплоотвод от столба дуги, в результате которого быстро уменьшаются теплосодержание столба и его проводимость (рис. 3.24).

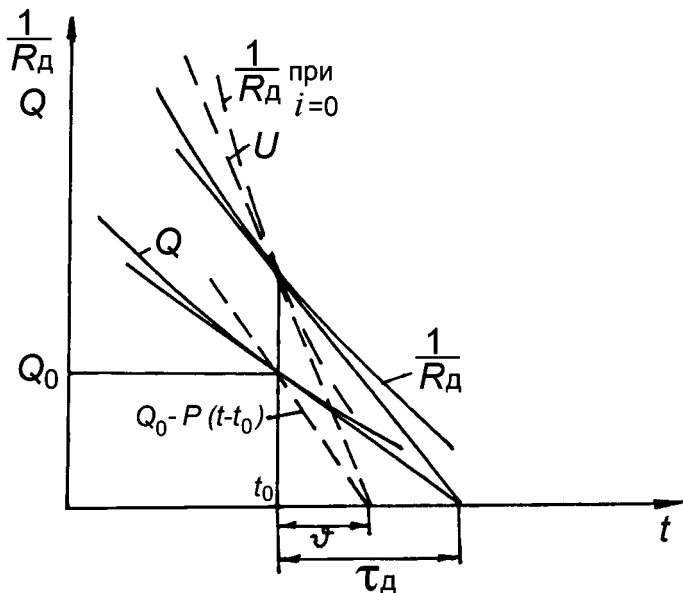


Рис. 3.24

Спад теплосодержания и проводимости столба дуги во времени:

----- при  $U_i \neq 0$ ; ———— при  $U_i = 0$ .

Из выражений (3.26) и (3.27) вытекает уравнение, связывающее электрические и тепловые характеристики дуги:

$$R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right) + \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{h\gamma}{\sigma} \right) = \frac{1}{Q} (ui - P) \quad (3.28)$$

или

$$-\frac{1}{\tau_d} + \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{h\gamma}{\sigma} \right) = -\frac{1}{\tau_Q}, \quad (3.29)$$

где  $\tau_d = -\frac{1}{R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right)}$  — подкасательная зависимости

$\frac{1}{R_d}(t)$ ;  $\tau_Q = -\frac{Q}{ui - P}$  — подкасательная зависимости  $Q(t)$  (рис. 3.24).

Вторым членом в левой части уравнений (3.28) и (3.29) можно пренебречь, так как  $\ln(h\gamma/\sigma)$  слабо изменяется с изменением температуры (и времени) (например, для элегаза в интересующем нас диапазоне температур отношение  $h\gamma/\sigma$  можно принять равным  $(0,14-0,16) \cdot 10^3$  Дж·Ом/м<sup>2</sup>).

Это означает, что подкасательные зависимостей  $\frac{1}{R_d}(t)$  и  $Q(t)$  в соответствующих точках примерно равны (рис. 3.24), и уравнение (3.28) можно записать в виде:

$$R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta} \left( \frac{ui}{P} - 1 \right), \quad (3.30)$$

где  $\vartheta = \frac{Q}{P}$ .

Тепловые характеристики  $\vartheta$  и  $P$  уточняются путем введения дополнительных допущений.

Например, в рамках модели Касси делаются допущения, что температура столба дуги и его удельное электрическое сопротивление  $\rho$  не меняются во времени, а также отводимая от столба мощность пропорциональна его объ-

ему  $P = P_{уд} l S_d$  ( $P_{уд}$  — мощность, отводимая от единицы объема дуги).

При таких допущениях уравнение (3.30) принимает вид:

$$R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta_k} \left( \frac{E^2}{E_0^2} - 1 \right), \quad (3.31)$$

где  $E_0 = \sqrt{\rho P_{уд}}$  и  $\vartheta_k = \frac{h\gamma}{P_{уд}}$ .

В рамках модели Майра принимается, что площадь поперечного сечения столба дуги и отводимая мощность неизменны во времени ( $P = P_0$ ).

Если приравнять подкасательные  $\tau_d$  и  $\tau_Q$  для некоторой исходной точки процесса, в которой  $Q = Q_0$  (рис. 3.24), то выражение (3.30) запишется:

$$R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta_m} \left( \frac{ui}{P_0} - 1 \right), \quad (3.32)$$

где  $\vartheta_m = \frac{Q_0}{P_0}$ .

В каждое из уравнений (3.31) и (3.32) входят две постоянные величины. Постоянные  $\vartheta_k$  и  $\vartheta_m$  имеют размерность времени и их иногда называют *тепловыми постоянными времени дуги*. Строго говоря,  $\vartheta_k$  и  $\vartheta_m$  не являются постоянными времени какого-либо процесса при отключении в общепринятом смысле, так как ни одна из характеристик, входящих в уравнение (3.31) (ток, напряжение, проводимость дуги), не изменяются во времени по экспоненциальному закону. Мгновенная скорость спада проводимости дуги характеризуется величиной подкасательной  $\tau_d$ , которая изменяется во времени. Только в конце процесса гашения дуги при условии  $ui \ll P_0$  величина подкасательной  $\tau_d$  становится примерно равной  $\vartheta_k$  или  $\vartheta_m$ .

Выражения (3.31) и (3.32) описывают динамическую ВАХ дуги и используются для анализа процесса отключения цепи. Модель Касси лучше отражает динамические

характеристики дуги при больших мгновенных значениях тока и температуры столба, а модель Майра — в районе перехода тока через нуль.

Как показывают экспериментальные исследования, использование тепловых постоянных дуги  $\vartheta$ ,  $P_0$  и  $P_{уд}$  в качестве независимых от тока величин дает согласующиеся с опытом результаты только при изменении тока в очень узком диапазоне. Более точные результаты получают, если пользоваться обобщенным уравнением Касси-Майра:

$$R_d \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{R_d} \right) = \frac{1}{\vartheta \left( \frac{1}{R_d} \right) \left[ P \left( \frac{1}{R_d} \right) - 1 \right]}. \quad (3.33)$$

Здесь  $\vartheta \left( \frac{1}{R_d} \right)$  и  $P \left( \frac{1}{R_d} \right)$  — функции проводимости дуги.

Многие исследования дуги отключения посвящены выбору вида этих функций. Хорошие результаты были достигнуты при аппроксимации этих функциональных зависимостей степенными выражениями следующего вида:

$$\vartheta \left( \frac{1}{R_d} \right) = \vartheta_0 \left( \frac{1}{R_d} \right)^\alpha; \quad (3.34)$$

$$P \left( \frac{1}{R_d} \right) = P_0 \left( \frac{1}{R_d} \right)^\beta. \quad (3.35)$$

Параметры  $\vartheta_0$ ,  $P_0$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  определяются с помощью предварительного эксперимента таким образом, чтобы получить минимальное расхождение экспериментальных и расчетных значений ВАХ дуги, что характерно для адаптивных методов. Хорошее соответствие экспериментальных и расчетных результатов достигается при  $\alpha < 1$  и  $\beta < 1$ . В литературе результаты оценки постоянной  $\alpha$  приводят к значениям 0,5–0,7, а  $\beta$  — к значениям 0,5–0,75.



Для решения подобной задачи можно использовать программные средства MATLAB. Еще в 2001 г. в ранней версии MATLAB PowerSystem Blockset была представлена модель Майера применительно к дуговым процессам в аппаратах высокого напряжения, в которой связаны электрические параметры дуги (ток, градиент напряжения, сопротивление дуги) с теплофизическими параметрами (постоянная времени дуги, теплоемкость дуги). Уравнения модели дуги Maug были выведены посредством блока DEE (редактора дифференциальных уравнений) Simulink. Аналогично в библиотеке представлены модели Cassie, Kema, Habedank, Schavemaker, Schwarz и ряд разновидностей моделей Maug–Cassie.

Подробнее — см. параграф 4.1.

В настоящее время элегаз как дугогасительная среда пришел на смену воздуху. Из уравнений для ВАХ дуги высокого давления можно понять, с чем связаны преимущества элегаза с точки зрения дугогашения.

Сравним закономерности спада проводимости дуги и тока для двух дугогасительных сред — воздуха и элегаза. С приближением тока к нулю уменьшается температура столба дуги, изменяются все свойства газа, зависящие от температуры, а следовательно, изменяются и выделяемая в столбе дуги мощность, и мощность, отводимая от столба. От соотношения выделяемой и отводимой мощностей, как следует из выражений (3.31), (3.32) и (3.34), зависит подкасательная зависимости проводимости дуги от времени и скорость восстановления электрической прочности КУ.

Основными параметрами дугогасительной среды, влияющими на скорость спада проводимости столба, являются удельная электропроводность и коэффициент теплопроводности газа. Эти параметры зависят от температуры, изменяясь на несколько порядков в том диапазоне температур газа, который характерен для района перехода тока через нуль (менее 5000 К) (рис. 3.19 и 3.20).

Коэффициент теплопроводности элегаза и мощность теплоотвода  $P$  при температурах 2000 и 3000 К более чем

на порядок превосходит соответствующие параметры для воздуха. Если диссоциативный пик на кривой  $\lambda(T)$  для воздуха соответствует температуре около 7000 К, то для элегаза этот пик имеет место при температуре 2000–3000 К (рис. 3.20).

Диссоциация молекул азота и связанные с ней затраты энергии имеют место при более высоких температурах, чем диссоциация молекул элегаза. Более высокие значения коэффициента теплопроводности и теплоотвода от остаточного столба дуги при малых температурах являются одной из причин более высокой скорости роста электрической прочности элегазового промежутка на стадии восстановления напряжения по сравнению с воздушным при прочих равных условиях. С другой стороны, при малых температурах удельная электропроводность элегаза выше, чем у воздуха (рис. 3.19). Это означает, что если напряжение на дуге и выделяемая мощность в столбе для элегаза меньше, чем для воздуха, при одних и тех же отключаемых токах, т. е. отношение  $ui/P$  в уравнениях (3.31)–(3.33) для дуги в элегазе значительно меньше, чем для дуги в воздухе.

Кроме того, при снижении температуры остаточной плазмы столба дуги до 2000–3000 К в элегазе резко увеличивается сечение захвата электронов молекулами элегаза и атомами фтора, активизируется процесс образования устойчивых отрицательных ионов. В результате этих процессов концентрация свободных электронов в этом диапазоне температур в остаточном столбе дуги в элегазе уменьшается намного быстрее, чем в воздухе. С уменьшением концентрации свободных электронов резко падает частота актов ионизации и быстро растет электрическая прочность промежутка. Поэтому элегазовые КУ характеризуются более высокой скоростью восстановления электрической прочности, чем воздушные, и способны гасить дугу даже при сравнительно небольшой начальной электрической прочности.

У воздушного КУ меньшая скорость восстановления прочности для успешного отключения должна, как правило, компенсироваться более высокими значениями началь-

ной прочности (большими перепадами давления, созданием паузы тока перед стадией восстановления напряжения).

Адаптивные модели дуги упрощенно отражают происходящие в дуге процессы, но в сочетании с результатами испытаний КУ дают возможность определить интересные характеристики коммутационного процесса с приемлемой точностью. При помощи таких моделей можно оценить предельную отключающую способность выключателя, проанализировать влияние параметров цепи и конструктивных параметров выключателя на отключающую способность, существенно сократить объем испытаний аппарата в процессе разработки.

Для описания процесса отключения уравнения динамической ВАХ дополняются уравнениями коммутируемой цепи, и путем решения системы уравнений определяются ток и напряжение в районе нуля тока и отключающая способность выключателя.

Схематично процедура определения отключающей способности выключателя адаптивным методом показана на рисунке 3.25. С помощью предварительных испытаний (по осциллограммам тока и напряжения на дуге) определяются тепловые параметры столба дуги и динамическая ВАХ дуги. После этого уравнение дуги вместе с уравнениями коммутируемой цепи решаются численно, что дает возможность построить расчетные «осциллограммы» напряжения и тока при тех условиях, в которых должен работать выключатель и определить отключающую способность выключателя (зависимость предельного тока отключения от скорости восстановления напряжения). При успешном отключении ток после перехода через нуль ограничен малыми значениями, при неуспешном — быстро нарастает.

Иногда тепловые параметры дуги  $\vartheta$  и  $P$  принимают постоянными, независимыми от сопротивления дуги. Такое допущение справедливо в достаточно узком диапазоне токов.

Чаще зависимости  $\vartheta\left(\frac{1}{R_d}\right)$  и  $P\left(\frac{1}{R_d}\right)$  аппроксимируются степенными функциями вида (3.48) и (3.49).



Рис. 3.25

Последовательность определения предельной отключающей способности выключателей с плотной дугогасительной средой

Для определения зависимостей  $\vartheta\left(\frac{1}{R_d}\right)$  и  $P\left(\frac{1}{R_d}\right)$  проводятся предварительные испытания, по результатам которых находятся четыре параметра степенной аппроксимации  $\vartheta_0$ ,  $P_0$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ . Например, используются осциллограммы двух опытов при различных значениях отключаемого тока.

### 3.2.3. Вакуумная дуга и ее гашение

#### 3.2.3.1. Характеристики вакуумной дуги

Характеристики вакуумной дуги зависят от конфигурации контактной системы и применяемого контактного материала намного сильнее, чем характеристики дуги в плотных средах. Это связано с тем, что вакуумная дуга горит в парах металла, поступающего в промежуток с поверхности контактов, и вакуумная дуга может существовать в иных по сравнению с дугой в плотных средах фор-

мах. Кроме сжатой формы (с резко очерченным столбом), характерной для дуги в плотных средах, вакуумная дуга может существовать и в диффузной форме. Плазма столба диффузной дуги заполняет весь промежуток между контактами, распространяясь и за его пределы. Форма, в которой существует вакуумная дуга (диффузная или сжатая), зависит от условий — от тока, конфигурации контактов, межконтактного расстояния. При небольших токах и достаточно больших расстояниях между контактами вакуумная дуга существует в диффузной форме, с увеличением тока при тех или иных его значениях (в зависимости от условий горения) наблюдается переход к сжатой (контрагированной) форме дуги.

Для диффузной дуги характерны очень малые значения градиента напряжения в промежутке (0,01–0,1 В/см), намного меньше, чем для дуги в плотных средах. Поэтому при малых токах напряжение на дуге близко к прикатодному падению напряжения. *Пороговые токи* (при значениях тока меньше порогового существование дуги невозможно) и *напряжение горения* (прикатодное падение напряжения) слаботочной вакуумной дуги сильно зависят от теплофизических свойств контактного материала (рис. 3.26).

В вакуумных коммутационных аппаратах используются контактные материалы, состоящие из двух и более компонентов.

При использовании контактных материалов из нескольких компонентов напряжение горения вакуумной дуги  $U_d$  и эквивалентные приэлектродные падения напряжения  $U'_a$  и  $U'_k$  ( $U'_a$  и  $U'_k$  численно равны энергии, введенной в анод и катод во время горения дуги при протекании заряда в 1 Кл) не определяются как средневзвешенные значения этих характеристик для входящих в материал компонентов (табл. 3.1). При объединении в одном материале компонентов, характеризующихся высокими значениями  $U_d$ ,  $U'_a$  и  $U'_k$  (например, вольфрам и медь), наблюдается уменьшение этих параметров до значений, существенно меньших, чем при однокомпонентных электродах, изготовленных из этих компонентов (вольфрамо-

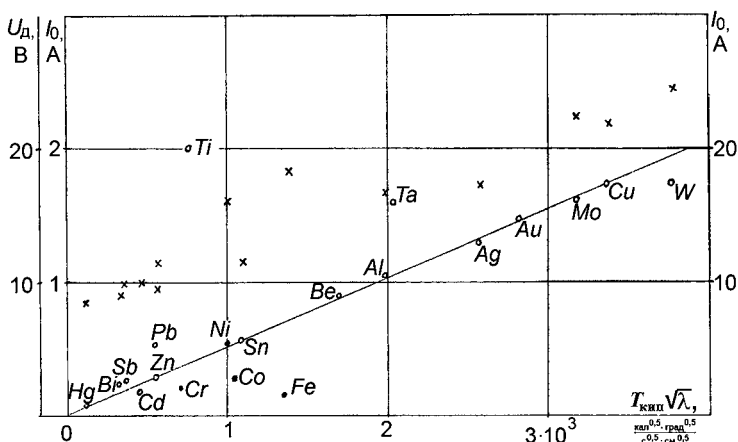


Рис. 3.26

Зависимость пороговых токов (°) и напряжения горения вакуумной дуги (x) от  $T_{кнп} \sqrt{\lambda}$  [18], [34] (• — масштаб по оси ординат справа)

Таблица 3.1

**Напряжение горения дуги и эквивалентные приэлектродные падения напряжения при токе  $I = 1,8$  кА**

Материал контактов (% по массе)	$U_{д}, В$	$U'_{а}, В$	$U'_{к}, В$
Вольфрам	28	11,2	6,5
Медь	19	12,4	6,1
Железо	19	8,0	6,8
Железо 70–медь 30	16	8,8	5,1
Вольфрам 60–медь 40	15	8,8	5,0
Вольфрам 70–медь 26–сурьма 4	15	6,6	3,6

вых или медных). Это связано с особенностями процессов, протекающих на электродах из многокомпонентных материалов при горении дуги в вакууме.

Характеристики диффузной вакуумной дуги зависят не только от свойств входящих в контактный материал элементов, но и от того, какие фазы образуются в контактном материале в процессе его изготовления (твердые растворы, химические соединения или механические смеси) и какими свойствами эти фазы обладают. Кроме того, на характеристики дуги сильное влияние оказывают тех-

нологические режимы изготовления вакуумных дугогазительных камер (ВДК), появление на поверхности контактов различных пленок загрязнений. Например, при откачке вакуумных камер масляными насосами на поверхности контактов образуются пленки, которые могут влиять на катодные процессы вакуумной дуги. Поэтому откачку ВДК рекомендуется производить безмасляными насосами.

В зависимости от условий горения дуги на катоде существуют быстро передвигающиеся или малоподвижные катодные пятна. От условий горения дуги зависит и ток, приходящийся на одно катодное пятно. При одинаковых условиях число катодных пятен определяется током и в квазистационарном режиме сохраняется примерно постоянным.

Как показывают эксперименты, длительность горения вакуумной дуги при небольших токах ограничена, дуга самопроизвольно обрывается через некоторое время. При постоянном токе И. Г. Кесаевым было экспериментально обнаружено, что вероятность продолжительности горения вакуумной дуги распределяется по случайному закону:

$$\frac{\Delta N}{N} = \exp\left(-\frac{t}{\vartheta}\right),$$

где  $\vartheta(I)$  — средняя продолжительность горения дуги;  $N$  — полное число опытов;  $\Delta N$  — число опытов с длительностью горения более  $t$ .

Такая внутренняя неустойчивость дуги в вакууме связывается обычно с неустойчивостью существования катодных пятен. Средняя продолжительность горения вакуумной дуги  $\vartheta$  сильно зависит от тока и контактного материала, она быстро растет с увеличением тока. Поэтому самопроизвольный обрыв больших токов маловероятен и практически не наблюдается.

Статические вольт-амперные характеристики дуги в вакууме и в плотных средах имеют различный вид: при малых токах напряжение вакуумной дуги почти не изменяется с изменением тока и начинает расти при увеличе-

нии тока до определенного значения, напряжение дуги высокого давления — уменьшается с ростом тока (рис. 3.18). Столь сильные отличия ВАХ дуг низкого и высокого давления связаны с тем, что процессы возникновения и переноса заряженных частиц в этих дугах различаются коренным образом. В области небольших токов (область I на рис. 3.18) вакуумная дуга существует в диффузной форме с очень малым градиентом напряжения в промежутке, и напряжение горения вакуумной дуги почти не изменяется с изменением тока. В области II ВАХ дуга переходит в сжатую форму. Такая дуга по своим характеристикам близка к дуге высокого давления. Влияние диаметра цилиндрических контактов  $D$  и межконтактного расстояния  $d$  на ток перехода дуги в сжатую форму  $I_s$  по данным G. R. Mitchell показано на рисунке 3.27.

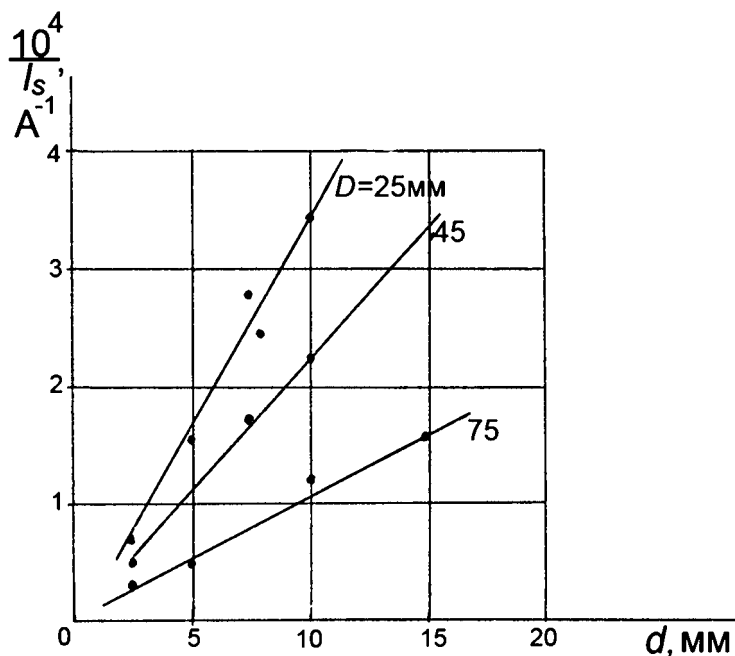


Рис. 3.27

Влияние диаметра цилиндрических контактов  $D$  и межконтактного расстояния  $d$  на ток перехода дуги в сжатую форму  $I_s$ .



### 3.2.3.2. Процессы при горении и гашении дуги в вакууме

В плазме столба диффузной вакуумной дуги в отличие от дуги высокого давления нет термического равновесия и термической ионизации. При диффузной форме вакуумной дуги источником заряженных и нейтральных частиц является катод; электроны и ионы образуются в прикатодных областях и дрейфуют в сторону анода. Ионы в межконтактном промежутке двигаются в направлении анода против электрического поля за счет своей кинетической энергии, и часть ионов уходит за пределы промежутка.

При достаточно больших токах (область II на рис. 3.27) с переходом дуги в сжатую форму увеличивается напряжение горения дуги. Увеличивается напряженность электрического поля в промежутке, растет количество ионов, непопадающих в прианодную область, увеличивается прианодное падение напряжения. Это приводит к нагреву анода до температур, при которых начинается испарение металла с поверхности анода. Пары металла ионизируются приходящими к аноду электронами, появляются высокочастотные колебания на осциллограммах напряжения горения дуги. Интенсивный нагрев анода при больших токах может привести к образованию анодного пятна и переходу дуги в сжатую форму. Ток, при котором образуется анодное пятно, зависит от диаметра контактов, межконтактного расстояния, контактного материала и индукции магнитного поля в межконтактном промежутке. Нагрев больших участков анода до высоких температур вызывает интенсивное испарение металла после перехода тока через нуль, что может приводить к отказу при отключении цепи вакуумными аппаратами. Поэтому при проектировании ВДК выбираются такие конструктивные решения, при которых температура анода в момент перехода тока через нуль не превышает допустимых значений.

При коммутации больших токов вакуумным выключателем основным фактором, ограничивающим отключаемый ток, становится нагрев анода до температуры, превышающей допустимую.

Предельное значение отключаемого тока вакуумного выключателя в режиме короткого замыкания — это значение, при котором поверхность анода нагревается до предельно допустимой температуры. Предельно допустимая температура поверхности контакта, который до перехода тока через нуль является анодом, а после перехода через нуль становится катодом, для применяемых в вакуумных выключателях контактных материалов соответствует критической концентрации паров металла, существенно снижающей электрическую прочность промежутка. Для контактов из тугоплавких металлов (вольфрама, молибдена и др.) допустимая температура меньше определяемой по критической концентрации паров и соответствует началу термоэлектронной эмиссии.

При моделировании процесса отключения тока короткого замыкания принимаются следующие допущения:

- напряжение горения дуги и эквивалентное прианодное падение напряжения не меняются во времени до момента перехода тока через нуль;
- дуга занимает часть поверхности анода, площадь которой равна  $\frac{1}{K_n} F_k$  ( $F_k$  — площадь поверхности контактов;  $K_n$  — коэффициент неоднородности) и не меняется во времени;
- теплофизические свойства материала контактов не зависят от температуры;
- ток содержит периодическую и аperiodическую составляющие, содержание аperiodической составляющей  $\beta$  постоянно в течение времени существования дуги;
- условием успешного отключения является неравенство  $T_n|_{t=\frac{\pi}{\omega}} \leq T_{доп}$  ( $T_{доп}$  — допустимая температура поверхности анода).

Принимаемые допущения существенно упрощают задачу и дают возможность связать отключающую способность ВДК с ее конструктивными параметрами.

Если теплофизические свойства материалов контактов не меняются во времени, то для определения темпе-

ратуры контактов при отключении тока короткого замыкания можно использовать уравнение теплопроводности в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (3.36)$$

при граничных условиях

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{K_n I_m U'_a \left( \sin \omega t + \frac{\beta}{100} \right)}{F_k}, \quad (3.37)$$

$$T(\infty, t) = T_0 \quad (3.38)$$

и начальном условии

$$T(x, 0) = T_0. \quad (3.39)$$

Здесь  $a$  — коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $I_m$  — амплитуда периодической составляющей тока;  $U'_a$  — эквивалентное при-

анодное падение напряжения;  $\omega$  — круговая частота;  $\beta$  — процентное содержание аperiodической составляющей тока;  $T_0$  — температура окружающей среды.

Если предположить, что  $\beta$  мало изменяется в течение полупериода тока, то температуру поверхности из уравнений (3.36)–(3.39) можно представить как сумму двух составляющих: одна — при синусоидальной зависимости теплового потока на поверхности от времени и вторая — при постоянном во времени тепловом потоке. Математические выражения для каждой из этих составляющих известны и выражение для изменения температуры поверхности в течение полупериода можно записать в виде:

$$T_{\pi} = \frac{\sqrt{2} q_m}{\sqrt{\lambda c \gamma \omega}} \left\{ C \left[ \left( \frac{2\omega t}{\pi} \right)^{0,5} \right] \sin \omega t - S \left[ \left( \frac{2\omega t}{\pi} \right)^{0,5} \right] \cos \omega t \right\} + \frac{2 \cdot \frac{\beta}{100} q_m \sqrt{t}}{\sqrt{\pi} \sqrt{\lambda c \gamma}}, \quad (3.40)$$

где

$$q_m = \frac{K_H I_m U'_a}{F_K}; \quad C(z) = \int_0^z \cos 0,5(\pi t)^2 dt \quad \text{и} \quad S(z) = \int_0^z \sin 0,5(\pi t)^2 dt$$

— интегралы Френеля;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\gamma$  — плотность материала.

Для температуры поверхности в момент перехода тока через нуль при  $t = \pi/\omega$  из выражения (3.55) можно получить:

$$T_H = \frac{\left(0,7\sqrt{2} + 2\frac{\beta}{100}\right)q_m}{\sqrt{\lambda c \gamma \omega}}.$$

При условии, что для успешного отключения необходимо  $T_H|_{t=\frac{\pi}{\omega}} \leq T_{\text{доп}}$ ,  $T_{\text{доп}}$  — температура поверхности, при которой концентрация атомов пара достаточно мала (менее  $10^{21}$  см<sup>-3</sup>), и промежуток выдерживает восстанавливающееся напряжение, предельный ток отключения (действующее значение) можно выразить следующим образом:

$$I_{\text{откл}} = \frac{T_{\text{доп}} \cdot F_K (\lambda c \gamma \omega)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2} K_H \left(0,7\sqrt{2} + 2\frac{\beta}{100}\right) U'_a}. \quad (3.41)$$

Значение допустимой температуры  $T_{\text{доп}}$  в качестве условия успешного отключения задается вместо скорости роста восстанавливающейся прочности потому, что постоянная времени спада температуры анода очень велика (соизмерима с полупериодом тока), и при сильном нагреве анода восстанавливающаяся прочность (и концентрация пара) почти не меняется за время восстановления напряжения на промежутке до максимального значения (рис. 3.28). При температурах поверхности, меньших предельно допустимой, электрическая прочность промежутка восстанавливается очень быстро. Вклад апериро-

дической составляющей тока в температуру поверхности ( $T_{\text{апер}}$ ) в момент нуля тока определяется величиной  $\beta$ , и, как следует из полученных выражений, становится равным вкладу периодической составляющей ( $T_{\text{пер}}$ ) при  $\beta = 50\%$  (рис. 3.28).

Выражение для площади поверхности контактов, необходимой для успешного отключения тока  $I$ :

$$F_{\text{к}} = \frac{\sqrt{2}K_{\text{н}}IU'_{\text{а}}\left(0,7\sqrt{2} + 2\frac{\beta}{100}\right)}{T_{\text{дон}}(\lambda c \gamma \omega)^{0,5}}. \quad (3.42)$$

Необходимая площадь поверхности контактов зависит от теплофизических свойств контактного материала (от коэффициента аккумуляции теплоты  $\sqrt{\lambda c \gamma}$  и, в первую очередь, от коэффициента теплопроводности  $\lambda$ ), от аperiodической составляющей тока и коэффициента неоднородности, определяемого конфигурацией контактной системы. Диаметр контактной системы связан с площадью ее поверхности и, как видно из полученных выражений,

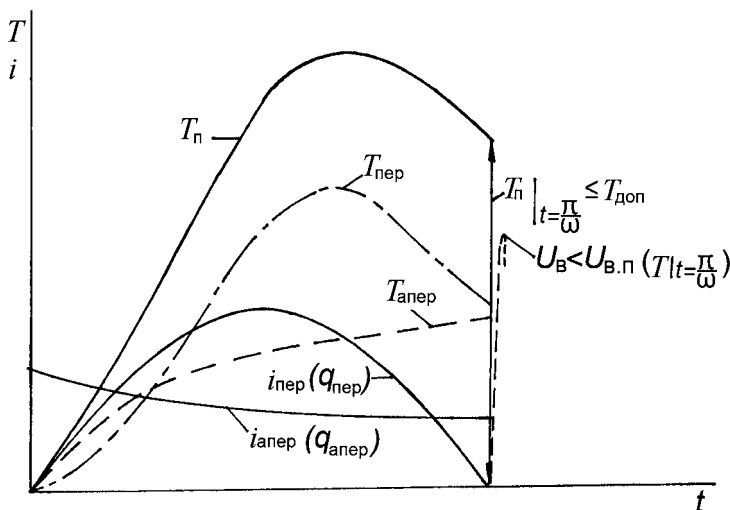


Рис. 3.28

Вклад периодической и аperiodической составляющих тока в нагрев анода

при выпуклой (и соответственно вогнутой) поверхности контактов диаметр камеры при одном и том же отключаемом токе может быть меньше, чем при плоских поверхностях.

Увеличению отключающей способности ВДК способствуют следующие факторы:

- увеличение коэффициента аккумуляции теплоты  $\sqrt{\lambda c \gamma}$ , особенно увеличение коэффициента теплопроводности материала контактов (исключение составляют тугоплавкие металлы, у которых допустимая температура определяется не концентрацией насыщенных паров, а плотностью термоэлектронного тока);
- увеличение площади, занимаемой дугой, и уменьшение коэффициента неоднородности  $K_n$  (например, применение контактных систем, создающих достаточную поперечную составляющую индукции магнитного поля для перемещения дуги);
- уменьшение эквивалентного прианодного напряжения  $U'_a$  и теплового потока на анод (например, применение контактных систем, создающих достаточную продольную составляющую индукции магнитного поля).

Для определения предельного тока отключения и необходимой площади поверхности контактов с помощью выражений (3.41) и (3.42) необходимо знать коэффициент неоднородности  $K_n$  и отношение  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$ .

Коэффициент неоднородности оценивается по результатам моделирования распределения индукции магнитного поля в межконтактном промежутке. Для оценки отношения  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$  следует проводить предварительный эксперимент, т. е. использовать адаптивный метод оценки коммутационных характеристик.

Известны контактные системы с поперечным и продольным магнитным полем, способные отключать большие токи в вакууме. В контактных системах с поперечным магнитным полем площадь занимаемой дугой поверхности увеличивается, а средний тепловой поток на поверхности

уменьшается за счет непрерывного перемещения дуги под действием собственного магнитного поля. Коэффициент неоднородности зависит от конфигурации контактной системы, а параметры  $U'_a$  и  $T_{\text{доп}}$  — от конфигурации контактов и контактного материала. Влияние конфигурации контактной системы на входящие в выражение (3.41) величины в режиме отключения предельных токов проявляется, в первую очередь, через влияние на них распределения магнитного поля в межконтактном промежутке. От индукции магнитного поля зависят и площадь занимаемой дугой поверхности, и эквивалентное прианодное падение напряжения. Условием гашения дуги в таких контактных системах является достаточная скорость движения дуги по поверхности контактов и достаточная площадь поверхности, по которой движется дуга. Необходимая для успешного гашения дуги (достаточно равномерного нагрева контактов) скорость ее перемещения достигается при поперечной составляющей индукции магнитного поля 6–7 мТл/кА и более. Площадь поверхности контактов  $F_d$ , в пределах которой реализуются такие значения поперечной составляющей индукции магнитного поля и возможно перемещение дуги, меньше полной площади поверхности контактов в  $K_n$  раз. Из этого условия определяется коэффициент неоднородности для контактных систем с поперечным магнитным полем, т. е.  $K_n = \frac{F_k}{F_d}$ .

В контактных системах с продольным магнитным полем средний тепловой поток на поверхности анода ограничивается за счет уменьшения ионного тока на экраны, большей степени компенсации объемного заряда электронов объемным зарядом ионов, а следовательно, меньших напряжения горения дуги и  $U'_a$  при обеспечении достаточно большой продольной составляющей индукции магнитного поля. Напряжение горения дуги и средний тепловой поток на поверхности анода минимальны при оптимальных значениях продольной составляющей индукции магнитного поля  $B_{\text{опт}}$ , а после минимума медленно растут с увеличением индукции (рис. 3.29). Это связано с тем, что в продольном магнит-

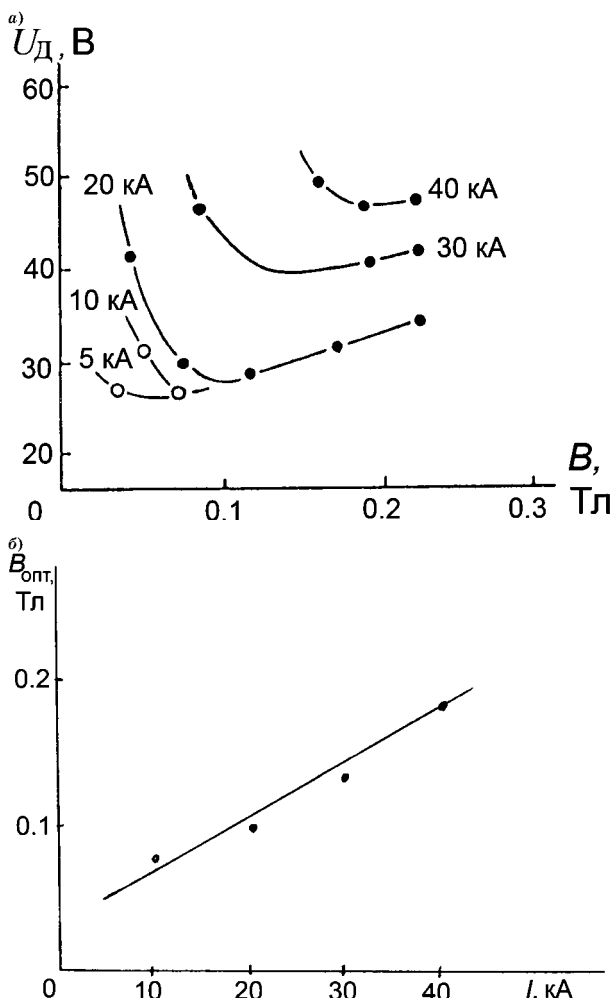


Рис. 3.29

Зависимость напряжения горения дуги от продольной составляющей индукции магнитного поля (а) и оптимальных значений индукции от тока (б)

ном поле существенно уменьшается скорость дрейфа электронов в поперечном направлении, что способствует удержанию электронов и ионов в промежутке, снижению их потерь.



Степень уменьшения скорости дрейфа электронов в поперечном направлении («замагниченности» электронов) зависит от продольной составляющей индукции магнитного поля  $B_z$  и концентрации частиц в промежутке. Она характеризуется коэффициентом Холла, который равен углу поворота частицы между двумя последовательными столкновениями:

$$\alpha_H = \omega_e \tau_e = \frac{eB_z \lambda_e}{m_e c_e}, \quad (3.43)$$

где  $\omega_e = \frac{c_e}{r_e} = \frac{eB_z}{m_e}$  — угловая частота вращения электрона;  $\tau_e$  — время между двумя последовательными столкновениями;  $e$  — заряд электрона;  $\lambda_e$  — длина свободного пробега электрона;  $m_e$  — масса электрона;  $c_e$  — скорость электрона;  $r_e = \frac{m_e c_e}{eB_z}$  — радиус траектории движения между столкновениями.

Чем больше  $B_z$  и  $\lambda_e$ , тем больше угол поворота частицы между столкновениями, меньше относительное смещение в поперечном направлении и меньше дрейфовая скорость в этом направлении. Если коэффициент Холла близок к единице, то это означает, что угол поворота частицы близок к  $\pi/3$ , т. е. электроны в значительной степени «замагничены», и скорость дрейфа в поперечном направлении существенно снижена по сравнению с контактной системой без большой продольной составляющей магнитного поля  $B_z$ .

Длина свободного пробега электрона обратно пропорциональна концентрации частиц в промежутке:

$$\lambda_e = \frac{1}{n_n Q_n + \sum_i n_{ni} Q_{ni}},$$

где  $n_n$  — концентрация атомов пара;  $Q_n$  — сечение столкновения электрона с атомом;  $n_{ni}$  — концентрация  $i$ -зарядных ионов;  $Q_{ni}$  — сечение столкновения электрона с ионами.

Если принять, что концентрация частиц пропорциональна отключаемому току, то из выражения (3.43)

можно сделать вывод о пропорциональности коэффициента Холла отношению  $B_z/I$ . Этот вывод соответствует виду зависимости  $B_{z\text{опт}}(I)$  на рисунке 3.29. По различным оценкам оптимальное значение удельной индукции магнитного поля лежит в диапазоне  $B_{зуд} = 3-5$  мТл/кА. В тех точках межконтактного промежутка, в которых удельная индукция меньше оптимальной, напряжение горения дуги намного больше, чем в точках, где выполняются условия  $B_{зуд} \geq B_{зуд(\text{опт})}$ . Поэтому при оценке коэффициента неоднородности путем анализа распределения индукции магнитного поля  $B_z$  делается предположение, что ток сосредоточен в пределах поверхности контактов, где продольная составляющая индукции достаточно велика (3–5 мТл/кА и более). При сделанном допущении коэффициент неоднородности  $K_n$  для контактных систем с продольным магнитным полем можно представить как отношение площади всей поверхности контактов к площади той части поверхности, в пределах которой удельная индукция  $B_{зуд}$  равна или превосходит оптимальные значения. В реальных контактных системах имеются как продольная, так и поперечная составляющие индукции; продольная составляющая обеспечивает небольшие значения  $U'_a$ , а поперечная способствует распространению катодных пятен на большую часть поверхности контактов.

Некоторые варианты контактных систем с продольным и поперечным магнитным полем представлены на рисунке 3.30. Контактные системы с продольным магнитным полем могут иметь двухсекционный (рис. 3.30а) или четырехсекционный (рис. 3.30б) индуктор; поверхность контактирования может быть как плоской, так и криволинейной.

Секции индукторов каждого из контактов системы с продольным магнитным полем создают продольную составляющую одного направления (включены согласно). В контактных системах спирального типа с поперечным магнитным полем (рис. 3.30в, г) секции двух противоположных контактов создают токи противоположного направления по азимуту и индукцию  $B_z$  противоположного

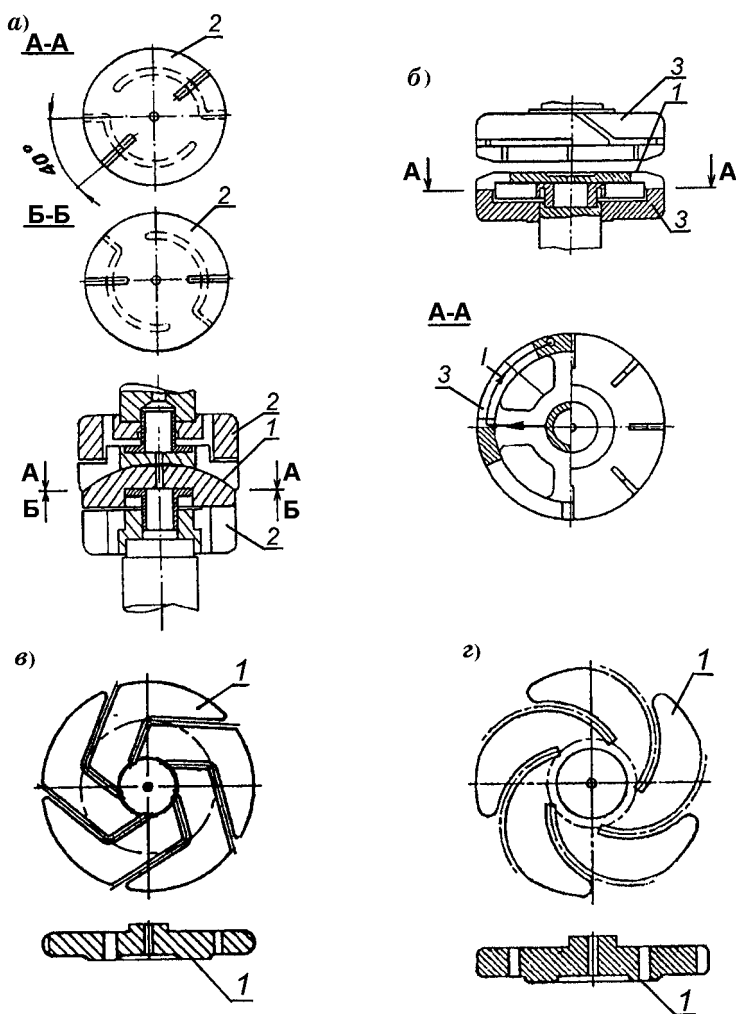


Рис. 3.30

Контактные системы ВДК с продольным (а, б) и поперечным (в, г) магнитным дутьем:

1 — рабочая поверхность контактов; 2 — двухсекционные индукторы; 3 — четырехсекционные индукторы;  $I$  — ток в одной из секций индуктора.

направления (включены встречно). Вид распределения продольной составляющей индукции магнитного поля по радиусу  $r$  и углу  $\varphi$  в середине межконтактного промежутка для двухсекционного и четырехсекционного индукторов показан на рисунке 3.31.

Как видно из рисунка 3.31, в пределах большей части поверхности контактов удельная продольная составляющая индукции магнитного поля равна или превосходит оптимальные значения, при которых можно ожидать малых значений напряжения горения дуги. Оценки коэффициента неоднородности для контактных систем с продольным магнитным полем, изображенных на рисунке 3.30, дают значения 1,1–1,3.

Чтобы определить входящее в выражение (3.41) отношение  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$ , необходимо провести предварительные испытания одной из ВДК серии для определения ее предельного тока отключения при заданном значении содержания аperiодической составляющей  $\beta$ . По результатам такого эксперимента можно оценить отношение  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$  и отключающую способность целой серии ВДК, выбрать диаметр контактной системы для них при различном содержании аperiодической составляющей.

Для контактных систем, изображенных на рисунке 3.30, оценки дают значения отношения  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$ , близкие к 0,014 В/К для контактных систем с продольным магнитным полем и 0,02 В/К для контактных систем с поперечным магнитным полем при использовании в качестве контактного материала композиции «хром–медь 50» (50% меди по массе). Если считать, что в этом случае допустимая температура  $T_{\text{доп}}$  равна 1400 К, то эквивалентное прианодное падение напряжения при приведенных значениях отношения  $\frac{U'_a}{T_{\text{доп}}}$  составит 20 В для контактных систем с продольным магнитным полем и 30 В для контактных систем с поперечным магнитным.

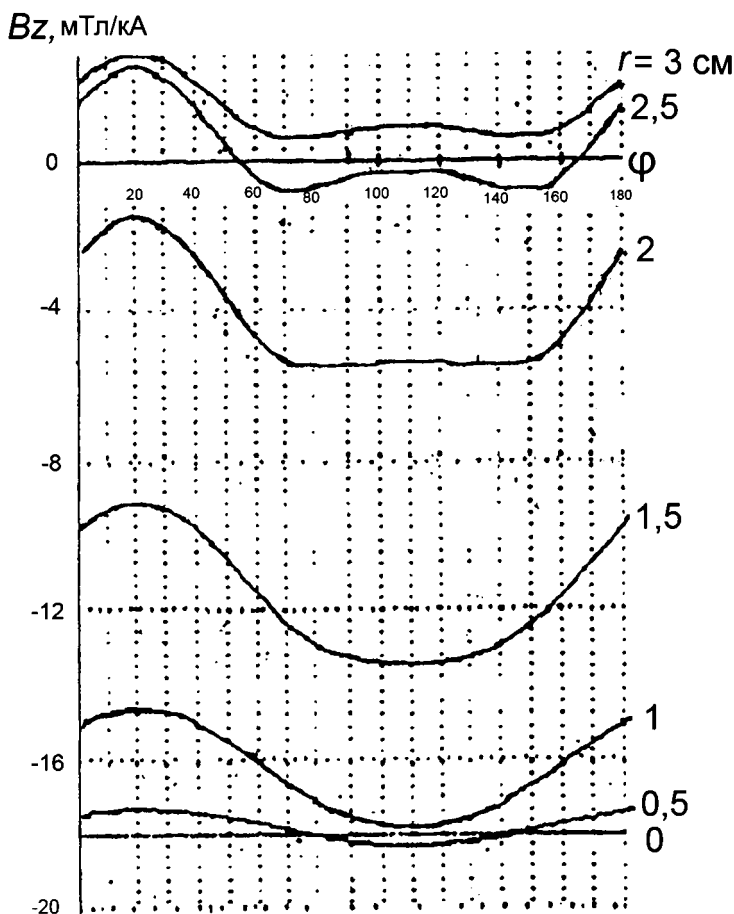


Рис. 3.31а

Распределение продольной составляющей индукции магнитного поля по радиусу  $r$  и углу  $\varphi$  посередине межконтактного зазора для двухсекционного индуктора. Рабочая поверхность контактов плоская, диаметр контактов 44 мм, раствор контактов 2 мм

Кроме факторов, учтенных при расчетных оценках, на отключающую способность ВДК могут оказывать существенное влияние и технологические факторы (процедура вакуумно-технологической обработки ВДК при изготовлении, технология изготовления и газосодержание контактного материала и др.). Ограничивающими

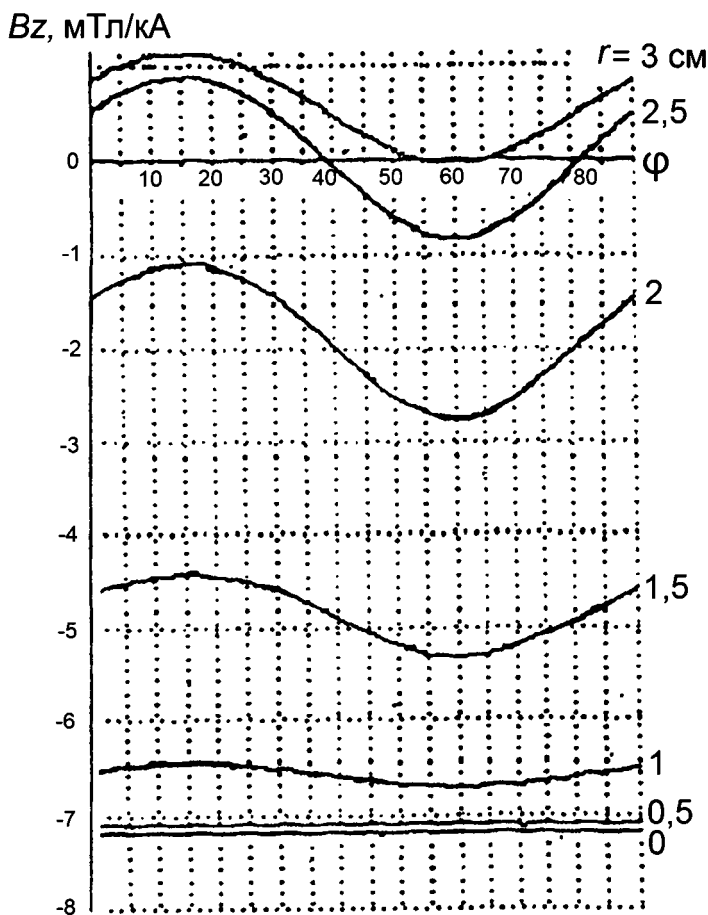


Рис. 3.316

Распределение продольной составляющей индукции магнитного поля по радиусу  $r$  и углу  $\varphi$  посередине межконтактного зазора для четырехсекционного индуктора. Рабочая поверхность контактов плоская, диаметр контактов 44 мм, раствор контактов 2 мм

отключающую способность факторами могут стать и взаимодействие плазмы дуги с центральным экраном (с последующей десорбцией газа), и малая начальная скорость расхождения контактов (большая длительность короткой дуги в ВДК), и др.

### 3.3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ НА КОММУТИРУЮЩЕМ УСТРОЙСТВЕ ПРИ ОТКЛЮЧЕНИИ ЦЕПИ

#### 3.3.1. Коммутация токов короткого замыкания в сетях низкого и высокого напряжения

Среди технических требований, предъявляемых к коммутационным аппаратам, к наиболее серьезным можно отнести требования к коммутации токов короткого замыкания, к включающей и отключающей способности аппарата при коротком замыкании. Токи, которые в аварийных режимах должен коммутировать аппарат, могут на порядок и более превышать номинальные токи. Выключатель должен работать в стандартных циклах «В–О» («включение–отключение») и иметь заданный коммутационный ресурс при токах короткого замыкания. Кроме того, аппараты должны сохранять работоспособность при протекании токов короткого замыкания через замкнутые контакты.

Ток короткого замыкания зависит от места и вида замыкания, параметров сети, от того, заземлена или изолирована ее нейтраль. Если коммутируемая цепь питается от системы бесконечной мощности и не содержит электрических машин, то сопротивления элементов цепи в схеме замещения можно считать постоянными во времени, а сопротивление системы равным нулю. При наличии в коммутируемой цепи генераторов, синхронных и асинхронных двигателей, компенсаторов в общем случае следует учитывать переходные процессы в них. В простейшем случае для однофазной цепи и одного источника питания воздействия на аппарат при коротком замыкании определяются схемой замещения, изображенной на рисунке 3.32.

Индуктивность  $L$  складывается из индуктивностей генераторов, трансформаторов, подводящих шин и других элементов цепи. Емкость  $C$  определяется емкостью этих элементов на землю; она влияет на ток в коммутирующем устройстве (КУ) при отключении только в районе нуля тока и во многом определяет переходное восстанавливаю-

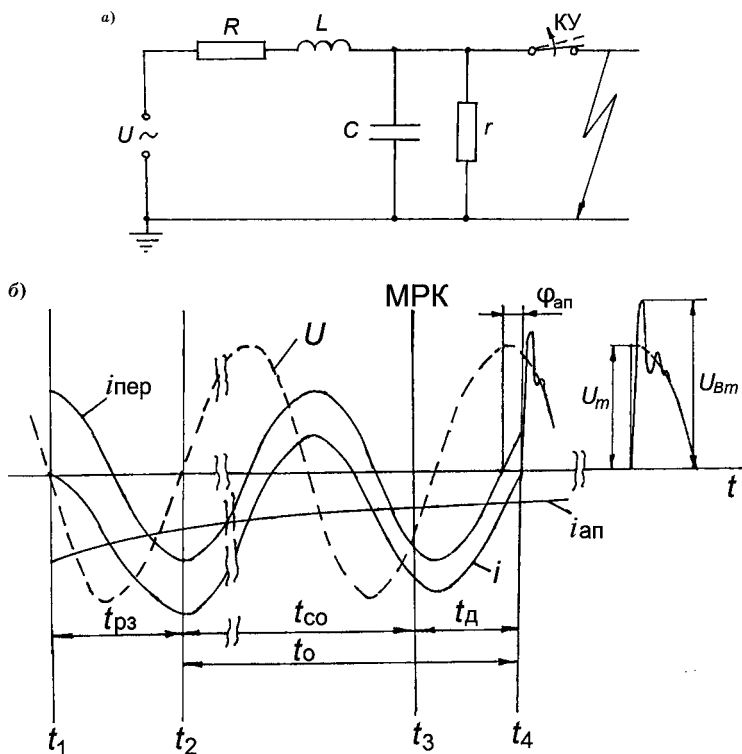


Рис. 3.32  
 Схема замещения (а) и диаграмма токов и напряжений (б)  
 при отключении короткого замыкания на выводах выключателя

щее напряжение (ПВН), которое появляется на КУ после прекращения тока в цепи. Сопротивление  $R$  складывается из сопротивлений обмоток генераторов, трансформаторов, соединительных шин, кабелей и др. Оно вызывает затухание тока короткого замыкания и определяет параметр  $\beta$  в момент размыкания контактов (МРК). Сопротивления  $R$  и  $r$  оказывают демпфирующее воздействие на ПВН.

Параметры схемы замещения различны для сетей низкого и высокого напряжения, поэтому различны и воздействия на коммутационные аппараты в этих сетях. Сопротивление дуги  $R_d$  в аппаратах низкого напряжения соизмеримо с активным и индуктивным сопро-



тивлением сети: оно оказывает токоограничивающее действие и уменьшает угол сдвига по фазе между током и напряжением источника при коротком замыкании. В сетях высокого напряжения активное и индуктивное сопротивление сети значительно превосходит сопротивление дуги в аппаратах; поэтому изменение  $R_d$  не влияет на величину и форму тока короткого замыкания, а также на угол сдвига фаз между током и напряжением источника.

Если считать, что сопротивление дуги не влияет на величину и форму тока короткого замыкания, можно записать для тока в схеме на рисунке 3.32а следующее выражение:

$$i(t) = \frac{U_m}{Z} \left[ \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right], \quad (3.44)$$

где  $U_m$  и  $\psi$  — амплитудное значение и начальная фаза напряжения источника;  $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}$  — угол сдвига фаз между напряжением источника и периодической составляющей тока;  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ ;  $\tau = \frac{L}{r}$  — постоянная времени.

Как видно из выражения (3.44), ток складывается из двух составляющих — периодической и аperiodической. Соотношение между аperiodической и периодической составляющими, а следовательно, и полный ток, зависят от углов сдвига  $\psi$  и  $\varphi$ , от постоянной времени затухания аperiodической составляющей  $\tau$  и момента времени  $t$ :

$$\beta = \frac{i_{\text{ап}}}{\sqrt{2}I_{\text{пер}}} = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \sin(\psi - \varphi), \quad (3.45)$$

где  $i_{\text{ап}}$  — аperiodическая составляющая тока;  $I_{\text{пер}}$  — действующее значение периодической составляющей.

Содержание аperiodической составляющей  $\beta$ , как следует из выражения (3.45), достигает максимальных по модулю значений в начальный момент времени, если  $(\psi - \varphi)$  равно  $\pi/2$  (или  $3\pi/2$ ). Соответственно полный ток

проходит через максимум при условии  $|\sin(\omega t + \psi - \varphi)| = 1$ , т. е. при  $\omega t = \pi$ . Если учесть, что при коротком замыкании цепь близка к индуктивной ( $\varphi \approx \pi/2$ ), то наибольший (по модулю) полный ток наблюдается, если  $\psi = 0$  (или  $\pi$ ), т. е. если в начальный момент напряжение источника проходит через нуль.

Ударный ток (наибольшее значение полного тока в наиболее тяжелом режиме), как видно из (3.44), запишется в виде:

$$i_{\text{уд}} = i|_{t=\frac{\pi}{\omega}} = \sqrt{2}I_{\text{пер}} \left[ 1 + \exp\left(-\frac{\pi}{\omega\tau}\right) \right].$$

Ударные токи зависят от постоянной времени затухания апериодической составляющей тока. Для сетей высокого напряжения принимается, что ударный ток равен  $2,5I_{\text{пер}}$ . Для сетей низкого напряжения ударный ток составляет  $2,0I_{\text{пер}}$ . В трехфазных схемах при трехфазном коротком замыкании полные токи в фазах различны (начальные фазы и начальные значения  $\beta$  различны), но постоянные времени затухания апериодической составляющей одинаковы.

На рисунке 3.32б показаны диаграммы тока и напряжения, иллюстрирующие коммутационные процессы при отключении. В момент времени  $t_1$  возникает короткое замыкание, и спустя время  $t_{\text{рз}}$ , необходимое для срабатывания релейной защиты, в момент времени  $t_2$  подается команда на отключение. Контакты размыкаются в момент времени  $t_3$ , и между ними зажигается дуга.

Содержание апериодической составляющей  $\beta$  в МРК зависит от постоянной времени ее затухания:

$$\beta = \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Для сетей высокого напряжения, для которых постоянную времени  $\tau$  можно принять равной 45 мс, время срабатывания релейной защиты — около 10 мс и собственное время выключателя — около 40 мс, содержание апериодической составляющей в МРК равно примерно 30%. Для сетей низкого напряжения постоянная времени  $\tau$  в не-

сколько раз меньше, чем для сетей высокого напряжения, и аperiodической составляющей в МРК можно пренебречь.

Собственное время отключения выключателя  $t_{co}$  — интервал времени от момента подачи команды на отключение до момента появления дуги в полюсе, размыкающемся первым. Время горения дуги  $t_d$  — интервал времени между моментом появления дуги в полюсе, размыкающемся первым, и моментом погасания дуги во всех полюсах.

Полное время отключения  $t_o$  — интервал времени от момента подачи команды на отключение до момента погасания дуги во всех полюсах.

После перехода тока в КУ через нуль с паузой или сразу после нуля тока начинается стадия восстановления напряжения на КУ.

Если бы емкости  $C$  (рис. 3.32а) не было, то напряжение на КУ увеличивалось бы до  $U_m$  скачком (цепь близка к чисто индуктивной). В реальных условиях напряжение изменяется по закону, определяемому параметрами цепи, приближаясь к напряжению источника промышленной частоты. Напряжение, которое появляется на разрыве выключателя сразу после погасания дуги  $U_v$ , называется *переходным восстанавливаемым напряжением*. Оно определяется переходным процессом в схеме, изображенной на рисунке 3.32а. Напряжение от источника промышленной частоты стремится установиться на промежутке после прохождения тока через нуль. Эта составляющая восстанавливающегося напряжения называется *восстанавливающимся напряжением промышленной частоты* (рис. 3.32б). Переходный процесс в схеме на рисунке 3.32а является высокочастотным, и он завершается за время, много меньшее, чем четверть периода промышленной частоты. Это дает возможность считать восстанавливаемое напряжение промышленной частоты постоянным в течение всего переходного процесса восстановления напряжения и равным его значению в момент перехода тока через нуль  $U_0$ .

### 3.3.2. Отключение тока короткого замыкания у выводов выключателя

#### 3.3.2.1. Отключение тока короткого замыкания в однофазной цепи

Рассмотрим процесс восстановления напряжения на разрыве выключателя при отключении тока короткого замыкания у выводов выключателя с помощью простейшей одночастотной схемы замещения, показанной на рисунке 3.32а. При колебательном режиме восстановления напряжения можно считать, что колебания ПВН происходят около напряжения источника в момент перехода тока через нуль (рис. 3.32б). Как видно из рисунка 3.32б, при отключении тока короткого замыкания без апериодической составляющей ( $\beta = 0$ ) напряжение  $U_0$  равно  $U_m$ . Если отключаемый ток содержит апериодическую составляющую, то, как видно из рисунка 3.32б, мгновенное значение напряжения источника при нуле полного тока  $U_0$  не равно амплитудному ( $U_0 \neq U_m$ ). Амплитудное значение напряжения источника соответствует нулю периодической составляющей тока, а не нулю полного отключаемого тока. Для определения  $U_0$  следует учесть сдвиг по фазе  $\varphi_{\text{ап}}$  относительно амплитудного значения, вызванный сдвигом нуля полного тока относительно нуля периодической составляющей (рис. 3.32б), т. е.  $U_0 = U_m \cos \varphi_{\text{ап}}$ .

Если апериодическая составляющая тока отсутствует, то для ПВН на разрыве выключателя (рис. 3.32а) можно записать:

$$u_{\text{в}} = U_m \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cdot \left( \cos \omega_0 t + \frac{1}{\tau \omega_0} \sin \omega_0 t \right) \right], \quad (3.46)$$

где  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\omega'_0}{2\pi} \sqrt{1 - \left(R' - \frac{1}{r'}\right)^2}$  — частота колебаний ПВН;

$\tau = \frac{1}{\omega'_0 \left(R' + \frac{1}{r'}\right)}$  — постоянная времени затухания ПВН;

$R' = \frac{R}{R_{\text{кр}}}$  и  $r' = \frac{r}{r_{\text{кр}}}$  — относительные величины сопротив-

лений;  $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  — критическое значение сопротивления  $R$  при  $r \rightarrow \infty$ ,  $r_{кр} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$  — критическое значение сопротивления  $r$  при  $R = 0$ ;  $\omega'_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  — максимальная круговая частота контура.

При слабом демпфировании колебательного процесса восстановления напряжения ( $R'$  — мало, а  $r'$  — велико) выражение (3.46) упростится:

$$u_v = U_m \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \cos \omega_0 t \right]. \quad (3.47)$$

При достаточно больших постоянных времени  $\tau$  (малых  $R'$  и  $1/r'$ ), как следует из (3.47), через  $\omega_0 t = \pi$  после начала процесса напряжение на разрыве становится близким к  $2U_m$ . Реальные значения коэффициента амплитуды  $K_a$ , связывающего максимальное значение ПВН и  $U_m$  (рис. 3.32б), зависят от параметров цепи, т. е. от места короткого замыкания и конфигурации сети:

$$K_a = \frac{U_{вм}}{U_m} \cong 1 + \exp\left(-\frac{T}{2\tau}\right) \cong 2\left(1 - \frac{1}{4}\Delta\right),$$

где  $T$  — период колебаний ПВН;  $\Delta$  — логарифмический декремент колебания.

В сетях высокого напряжения частоты ПВН составляют от нескольких сотен герц до нескольких килогерц, а коэффициент амплитуды 1,5–1,8; в сетях среднего напряжения частоты ПВН лежат в диапазоне 10–20 кГц, а  $K_a = 1,3$ –1,6; в сетях низкого напряжения частоты ПВН достигают 20–200 кГц, а  $K_a = 1,1$ –1,3.

Если применяются дополнительные элементы, шунтирующие выключатель (шунтирующие резисторы или шунтирующие конденсаторы), то эти элементы могут существенно влиять на ПВН. Например, шунтирующее сопротивление (за счет уменьшения  $r$ ) может привести к апериодическому характеру процесса восстановления напряжения и уменьшить максимальное значение напряжения (кривая 4, рис. 3.33), а дополнительная шунтирующая емкость уменьшает частоту ПВН и крутизну

его роста (кривая 5, рис. 3.33). Эффективность применения тех или иных шунтирующих элементов зависит от формы кривой восстанавливающейся электрической прочности выключателя  $U_{в.п}(t)$ , т. е. от его конструктивных особенностей. Выключатели, характеризующиеся малой скоростью роста электрической прочности  $U_{в.п}$ , для успешного отключения должны иметь высокую начальную прочность (кривая 2, рис. 3.33), т. е. отключение должно сопровождаться паузой тока в КУ и малыми значениями  $\tau_d$  перед стадией восстановления напряжения. Для таких выключателей эффективнее применение шунтирующих резисторов, которые уменьшают максимальное значение ПВН. Шунтирующие конденсаторы уменьшают частоту ПВН, что может быть эффективно, если выключатель характеризуется высокой скоростью роста  $U_{в.п}$  (кривая 1, рис. 3.33) при сравнительно небольшой начальной прочности  $U_{в.п}^0$  (отключение без паузы тока в КУ). В этом случае перевод процесса восстановления напряжения в аperiodический не дает большого эффекта

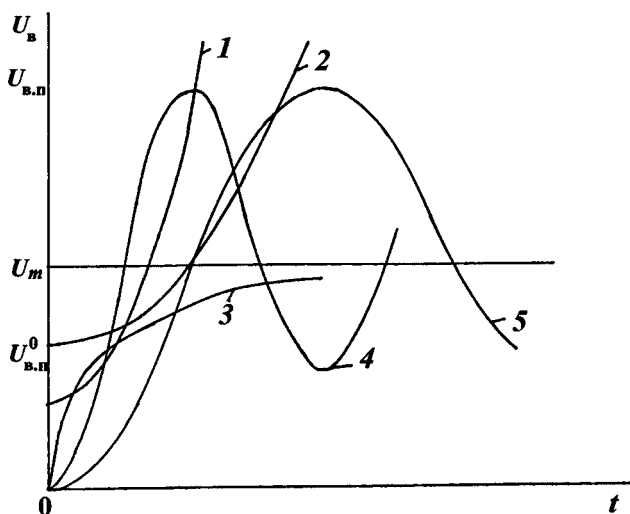


Рис. 3.33

Кривые восстановления электрической прочности (1 и 2) и восстановления напряжения (3–5); 4 — с шунтирующим резистором; 5 — с шунтирующим конденсатором

из-за высокой начальной скорости роста ПВН (рис. 3.33), так как кривые восстанавливающейся прочности и ПВН (кривая 4, рис. 3.33) пересекаются на начальной стадии процесса.

### 3.3.2.2. Особенности отключения тока короткого замыкания в трехфазных сетях

В трехфазных сетях моменты перехода тока через нуль (и моменты погасания дуги) во всех фазах сдвинуты во времени друг относительно друга. Поэтому после гашения дуги в одном из полюсов выключателя в двух остальных может протекать ток и гашение дуги в них происходит позднее. Форма ПВН и его частота для однофазных и трехфазных сетей примерно одинаковы. Однако значения восстанавливающегося напряжения промышленной частоты и установившиеся значения тока короткого замыкания сильно зависят от вида короткого замыкания и последовательности отключения тока полюсами выключателя.

Для учета влияния конфигурации цепи, возникающей при коротком замыкании и в процессе отключения, на восстанавливающееся напряжение промышленной частоты  $U_0$  вводится коэффициент схемы  $K_{сх}$ , при использовании которого  $U_0$  выражается:

$$U_0 = \sqrt{2}U_{\phi} \sin \varphi \cdot K_{сх},$$

где  $\varphi$  — угол сдвига фаз между током и напряжением;  $U_{\phi}$  — фазное напряжение.

Установившийся ток трехфазного короткого замыкания определяется индуктивными сопротивлениями фаз и при равных сопротивлениях фаз не зависит от способа заземления нейтрали. После гашения дуги в первом гасящем полюсе выключателя система становится несимметричной и процессы в сетях с изолированной и заземленной нейтралью протекают по-разному.

### Сеть с изолированной нейтралью

Рассмотрим трехфазное короткое замыкание у выводов выключателя (рис. 3.34) и определим соотношения для отключаемого тока и коэффициента схемы для первого гасящего и других полюсов.

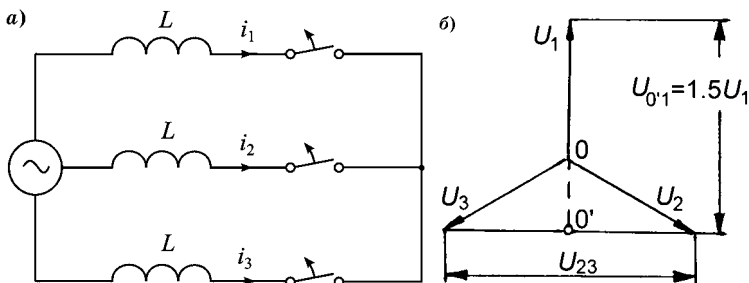


Рис. 3.34

Схема замещения (а) и векторная диаграмма напряжений (б) при трехфазном коротком замыкании в сети с изолированной нейтралью

До момента гашения дуги в первом гасящем полюсе схема (рис. 3.34а) симметрична и ток во всех фазах равен:

$$I_{\text{кз}(3)} = \frac{U_{\Phi}}{\omega L}.$$

После гашения дуги в первом гасящем полюсе трехфазное короткое замыкание переходит в двухфазное, изменяется ток в фазах, происходит смещение нейтрали со стороны выключателя в точку  $0'$  (рис. 3.34б).

Ток после перехода трехфазного короткого замыкания в двухфазное определяется контуром, образованном двумя фазами, и равен:

$$I_{\text{кз}(2)} = \frac{\sqrt{3}U_{\Phi}}{2\omega L} = 0,866I_{\text{кз}(3)}.$$

При гашении дуги первым гасящим полюсом на нем восстанавливается напряжение промышленной частоты, например  $U_{A0'}$ , равное  $1,5U_{\Phi}$ , т. е. коэффициент схемы для первого гасящего полюса  $K_{\text{сх}}$  составляет 1,5.



После перехода короткого замыкания в двухфазное гашение дуги в двух фазах происходит одновременно. На каждой из двух фаз, гасящих дугу последними, восстанавливается напряжение промышленной частоты, равное половине линейного напряжения, т. е. коэффициент схемы для этих фаз составляет  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Если в сети с изолированной нейтралью возникло двухфазное короткое замыкание, то его параметры по току и восстанавливающему напряжению промышленной частоты такие же, как и при переходе трехфазного короткого замыкания в двухфазное.

### Сеть с заземленной нейтралью

Рассмотрим закономерности коммутационных процессов при возникновении трехфазного короткого замыкания в сети с заземленной нейтралью на примере схемы, показанной на рисунке 3.35. Ток поступает от сети с одной стороны и замыкание с касанием земли произошло у выводов выключателя.

Характер изменения токов и напряжений при отключении тока трехфазного короткого замыкания показан на рисунке 3.36.

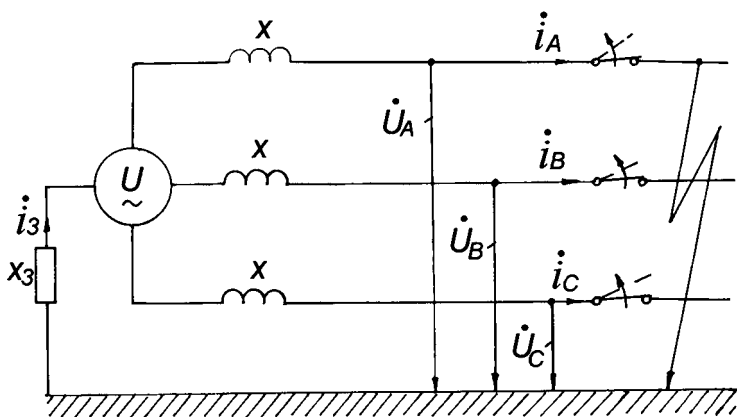


Рис. 3.35

Схема замещения при коротком замыкании в трехфазной цепи

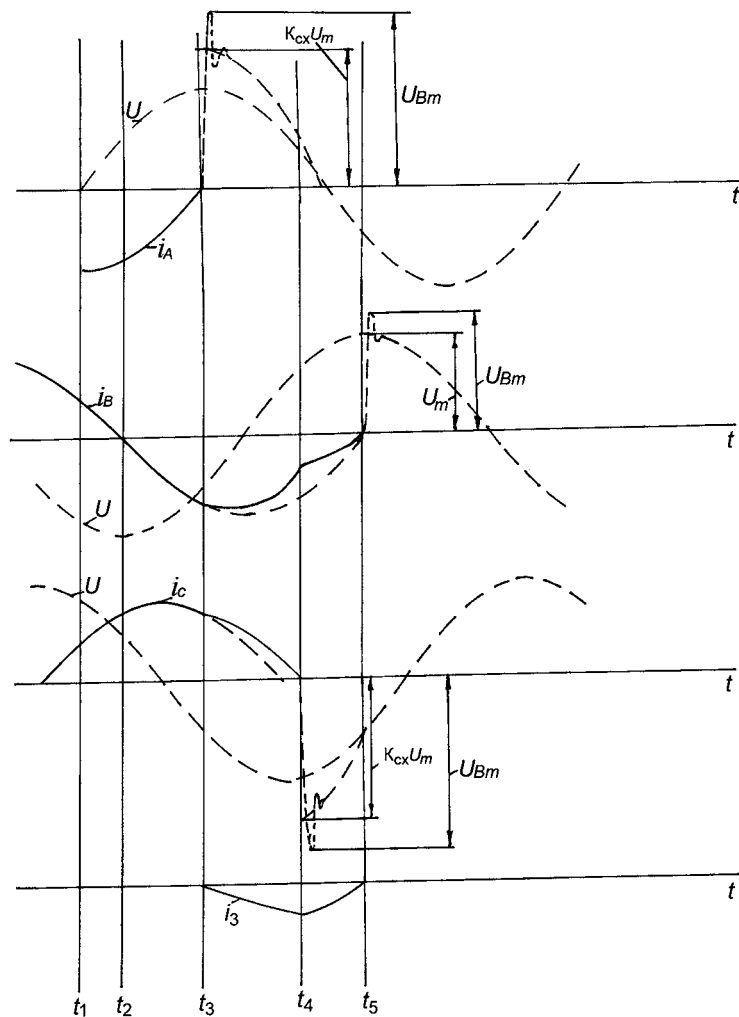


Рис. 3.36

Диаграммы токов и напряжений при отключении трехфазного короткого замыкания

В момент времени  $t_1$  размыкаются контакты и во всех полюсах загорается дуга. Если переход тока через нуль во втором полюсе (момент  $t_2$ ) не сопровождается гашением дуги (за небольшое время после размыкания

контактов межконтактное расстояние не стало достаточно большим), то гашение дуги произойдет в момент времени  $t_3$ , когда ток в первом полюсе проходит через нуль.

До момента времени  $t_3$  схема симметрична и ток во всех фазах равен:

$$I_{\text{ка}(3)} = \frac{U_{\Phi}}{\omega L}.$$

После отключения тока в одном из полюсов трехфазное короткое замыкание переходит в двухфазное (момент времени  $t_3$ ), режим становится несимметричным, появляется ток в земле. На полюсе, гасящем дугу первым, восстанавливается напряжение с максимальным значением  $U_{\text{вм}}$ . С этого момента времени форма токов в фазах изменяется, отклоняясь от прежней синусоиды. Отключение тока следующим полюсом (фаза  $C$ ) переводит двухфазное замыкание в однофазное (момент времени  $t_4$ ), которое и отключается последним дугогасящим полюсом (момент времени  $t_5$ ) (рис. 3.36).

Для расчета несимметричных режимов трехфазных схем часто применяется метод симметричных составляющих. Согласно этому методу, любая тройка несимметричных векторов напряжения или тока может быть разложена на симметричные составляющие — на векторы прямой, обратной и нулевой последовательностей. Схемы замещения для определения этих составляющих показаны на рисунке 3.37.

Если принять, что сопротивление прямой и обратной последовательностей одинаковы и равны  $X = \omega L$ , то сопротивление нулевой последовательности:

$$X_0 = \frac{U_0}{I_0} = X + 3X_3 = \omega L + 3X_3,$$

где  $X_3$  — сопротивление земли.

Независимо от вида короткого замыкания напряжения фаз относительно земли ( $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$ ) и токи ( $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$ ) (рис. 3.35) можно разложить на симметричные составляющие и записать уравнения:

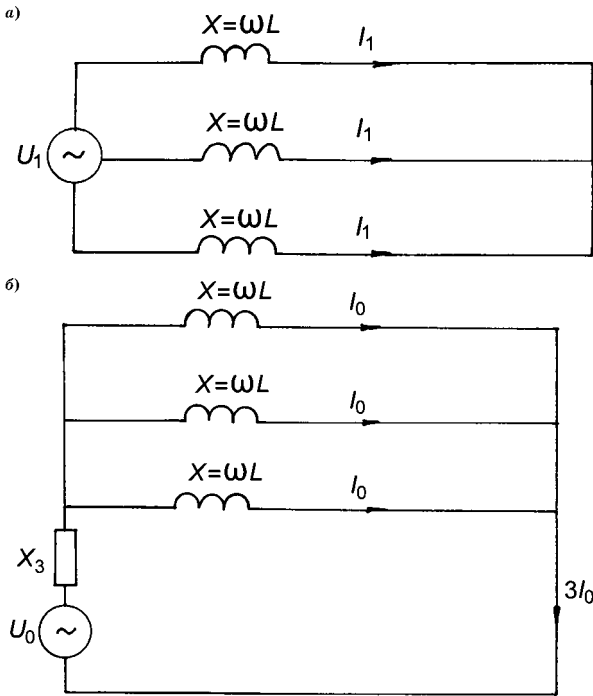


Рис. 3.37  
Схемы замещения для прямой (а) и нулевой (б) последовательностей

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{I}_0 X_0 + \dot{U}_0; \\ \dot{E} &= \dot{I}_1 X + \dot{U}_1; \\ 0 &= \dot{I}_2 X + \dot{U}_2, \end{aligned}$$

где  $\dot{E}$  — фазная ЭДС источника питания.

Добавляя к этим основным уравнениям условия, вытекающие из вида короткого замыкания, можно определить интересующие нас напряжения и токи методом симметричных составляющих.

Для первого гасящего полюса при отключении тока трехфазного короткого замыкания коэффициент схемы определяется выражением:

$$K_{сх} = \frac{3(X_0 / X)}{1 + 2(X_0 / X)}.$$

На практике для сетей с эффективно заземленной нейтралью  $X_0/X = 3$  и коэффициент схемы равен 1,3.

После гашения дуги в первом гасящем полюсе трехфазное короткое замыкание переходит в двухфазное, и ток в двух других полюсах равен (в относительных единицах):

$$\frac{I_{кз(2)}}{I_{кз(3)}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 + \frac{3}{(1 + 2(X_0/X))^2}}.$$

Действующее значение тока в земле при двухфазном коротком замыкании:

$$\frac{I_3}{I_{кз(3)}} = \frac{3}{1 + 2(X_0/X)}.$$

После погасания дуги в одном из полюсов двухфазное короткое замыкание переходит в однофазное и на разрыве гасящей фазы восстанавливается напряжение промышленной частоты, определяемое следующим коэффициентом схемы:

$$K_{сх} = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 + \frac{3}{\left(1 + \frac{2}{X_0/X}\right)^2}}.$$

Ток при однофазном замыкании определяется выражением:

$$\frac{I_{кз(1)}}{I_{кз(3)}} = \frac{3}{2 + X_0/X}.$$

На последней гасящей фазе, отключающей ток однофазного замыкания на землю, восстанавливается фазное напряжение, т. е. для нее коэффициент схемы равен 1.

Расчеты параметров ПВН для выключателей в трехфазных сетях базируются на анализе схем замещения, учитывающих конфигурацию сети, место короткого замыкания и место установки выключателя, отключающего короткое замыкания. Например, подстанции, изобра-

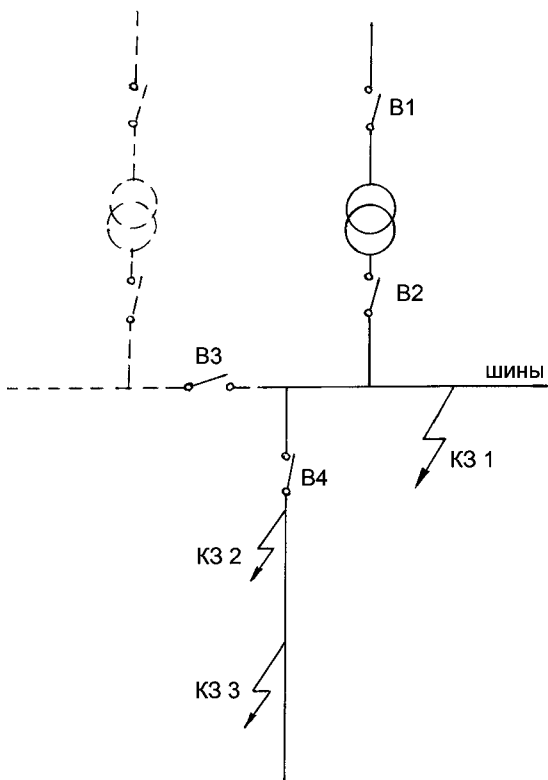


Рис. 3.38

Принципиальная однолинейная схема подстанции

женной на рисунке 3.38, соответствует схема замещения, показанная на рисунке 3.39.

Если короткое замыкание происходит вблизи выключателя В2 (КЗ 1 на сборных шинах), то ПВН на нем определяется индуктивностью трансформатора и его емкостями, а также емкостью элементов цепи между трансформатором и выключателем В2. Если короткое замыкание произошло на одной из отходящих линий (КЗ 3), то на параметры ПВН для выключателей В2 и В4 сильное влияние оказывают волновые процессы в линиях, которые должны в этом случае рассматриваться как элементы с распределенными параметрами.

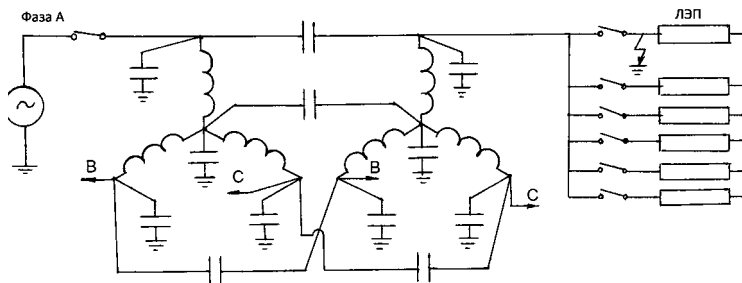


Рис. 3.39  
Схема замещения для расчета ПВН

Реальные обмотки трансформаторов обладают распределенной емкостью. В схемах замещения общую емкость фазы трансформатора  $C_\phi$  делят пополам и сосредоточенные емкости  $0,5C_\phi$  размещают по концам обмотки (рис. 3.39). Кроме того, в схему замещения вводятся сосредоточенные емкости, учитывающие емкости между обмотками высокого и низкого напряжения (рис. 3.39).

Шины и короткие кабели обычно отражаются в схемах замещения сосредоточенной емкостью.

Индуктивности трансформаторов, генераторов и токоограничивающих реакторов зависят от частоты процесса восстановления напряжения. Эксперименты показывают, что при частотах 20–30 кГц индуктивность мощных трансформаторов на 20–30% меньше, чем при промышленной частоте.

Волновое сопротивление воздушных линий составляет 300–500 Ом.

При расчетах кривой ПВН определяется средняя скорость роста напряжения и его амплитуда, что наиболее важно с точки зрения оценки работоспособности применяемого в той или иной схеме выключателя.

### 3.3.3. Отключение неудаленного короткого замыкания

Если короткое замыкание происходит не на выводах выключателя, а на линии на некотором удалении от него, то при отключении создаются особые условия,

связанные, в первую очередь, с формой восстанавливающегося напряжения. Если место короткого замыкания удалено от выключателя на большое расстояние (десятки километров и более), то процесс отражения волны от удаленного конца линии почти не влияет на дугогасительные характеристики выключателя (отраженная волна достигает выключателя после завершения процесса восстановления электрической прочности). Если же место короткого замыкания находится недалеко от выключателя (сотни метров или единицы километров), то отраженная волна может заметно повлиять на процесс дугогашения. Такое короткое замыкание называется *неудаленным*.

Рассмотрим, какие токи и при каких восстанавливающихся напряжениях должен отключать выключатель в случае *неудаленного* короткого замыкания. И ток, и восстанавливающееся напряжение зависят от расстояния от выключателя до места короткого замыкания, точнее от отношения индуктивности этого участка линии к индуктивности сети. Цепь при определении тока *неудаленного* короткого замыкания можно считать чисто индуктивной и использовать схему замещения, приведенную на рисунке 3.40*a*.

Ток короткого замыкания в схеме замещения, изображенной на рисунке 3.40*a*, зависит не только от индуктивности  $L$ , но и от индуктивности линии:

$$I_{\text{кз}} = \frac{U_{\Phi}}{\omega(L + L'l)} = I_{\text{кз}}|_{\text{при } l=0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{L'l}{L}},$$

где  $I_{\text{кз}}|_{l=0}$  — ток короткого замыкания на выводах выключателя;  $L'$  — индуктивность единицы длины линии;  $l$  — расстояние от выключателя до места короткого замыкания.

При коротком замыкании на линии на некотором удалении от выключателя отключаемые токи меньше, чем при коротком замыкании на выводах выключателя.

Хотя ток, который должен отключать выключатель при коротком замыкании на линии меньше, чем при за-



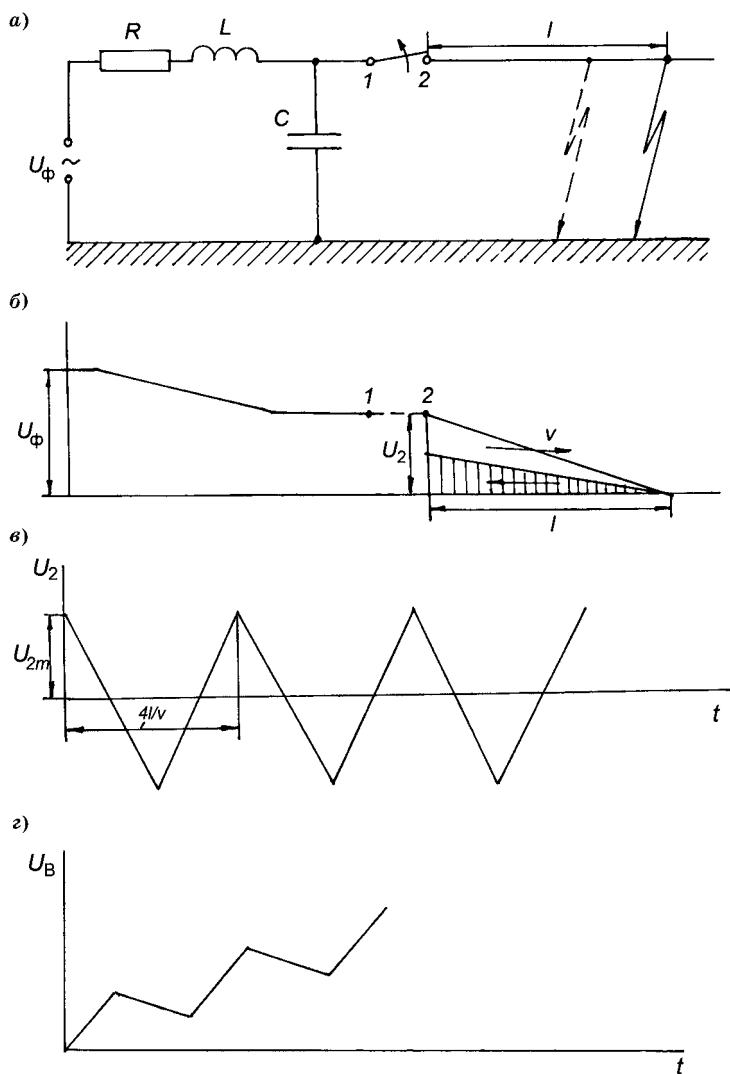


Рис. 3.40

Схема замещения (а), распределение напряжения в ней (б), зависимости напряжения от времени в точке 2 (в), и на выключателе (г) при неудаленном коротком замыкании

мыкании на его зажимах, форма ПВН в этом режиме часто создает большие трудности при отключении. В самом деле, при коротком замыкании на линии ПВН содержит две составляющие. Одна составляющая (напряжение в точке 1 (рис. 3.40б) со стороны источника питания) определяется параметрами цепи со стороны источника. Другая составляющая (напряжение в точке 2 со стороны линии) определяется характеристиками линии и волновыми процессами в ней после отключения тока. Особенно тяжелые условия могут возникнуть при отключении короткого замыкания на линии на некотором расстоянии (от нескольких сот метров до нескольких километров) от выключателя (неудаленные короткие замыкания), так как соотношение амплитуды и частоты колебаний напряжения в точке 2 в этом случае наиболее неблагоприятное для успешного отключения.

Напряжение в точке 2 после перехода тока через нуль определяется движением прямой и обратной волн на участке между короткозамкнутым и разомкнутым концами линии. На рисунке 3.40б показано распределение напряжения по линии в момент перехода тока через нуль, а на рисунке 3.40в — зависимость напряжения в точке 2 от времени. После перехода тока через нуль запасенная в линии энергия рассеивается в результате многократного пробега прямой и обратной волн вдоль линии. При этом напряжение в точке 2 имеет высокочастотный пилообразный характер с периодом, равным  $4l/v$  (скорость распространения волны  $v = \frac{1}{\sqrt{L'C'}}$ , где  $C'$  — емкость единицы длины линии), т. е. с частотой колебаний  $f_l = \frac{1}{4l/v}$  (рис. 3.40в).

В то же время после перехода тока через нуль со стороны источника питания в точке 1 растет напряжение, так что восстанавливающееся на выключателе напряжение  $U_B$  есть разница между напряжениями в точках 1 и 2. В результате кривая ПВН (рис. 3.40г) имеет участки с очень высокой крутизной практически сразу после перехода тока через нуль, когда электрическая прочность коммутирующих промежутков еще невелика.

Выразим амплитуду напряжения в точке 2 и крутизну роста ПВН на начальном ее участке через параметры цепи.

Амплитуда напряжения в точке 2 (высокочастотной составляющей):

$$U_{2m} = \sqrt{2}I_{кз}\omega L'l = \sqrt{2}U_{\phi} \frac{1}{1 + \left(\frac{L'l}{L}\right)^{-1}} = \sqrt{2}U_{\phi} \left(1 - \frac{I_{кз}}{I_{кз}|_{l=0}}\right). \quad (3.48)$$

Как видно из равенства (3.48), чем больше ток  $I_{кз}$  (меньше длина линии), тем меньше амплитуда колебаний напряжения.

Крутизна восстановления напряжения на выключателе со стороны источника питания на начальном отрезке времени намного меньше, чем со стороны линии и ее можно не учитывать. Крутизна восстанавливающегося напряжения определяется крутизной тока в районе перехода через нуль и волновым сопротивлением линии:

$$\frac{dU_B}{dt} = Z \frac{di}{dt} = \sqrt{2}\omega Z I_{кз}, \quad (3.49)$$

где  $\frac{di}{dt} = 2\pi f \sqrt{2}I_{кз}$ ;  $Z$  — волновое сопротивление линии.

Из равенства (3.49) следует, что чем больше ток  $I_{кз}$  (меньше длина линии), тем больше крутизна роста восстанавливающегося напряжения.

Сравним начальную крутизну роста ПВН при неудачном коротком замыкании и среднюю (за четверть периода) скорость восстановления напряжения при коротком замыкании на выводах выключателя ( $l = 0$ ) для первой гасящей фазы ( $K_{сх} = 1,5$ ). Отношение этих скоростей роста определяется следующим приближенным выражением:

$$\frac{\frac{dU_B}{dt}}{\left(\frac{dU_B}{dt}\right)_{cp}|_{l=0}} \cong \frac{Z}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \frac{I_{кз}}{I_{кз}|_{l=0}} \cong \frac{Z}{\sqrt{\frac{L}{C}}} \frac{1}{1 + \frac{L'l}{L}},$$

где  $L$  и  $C$  — индуктивность и емкость в схеме замещения на рисунке 3.40а.

На рисунке 3.41а приведены зависимости тока неудаленного короткого замыкания, амплитуды и начальной

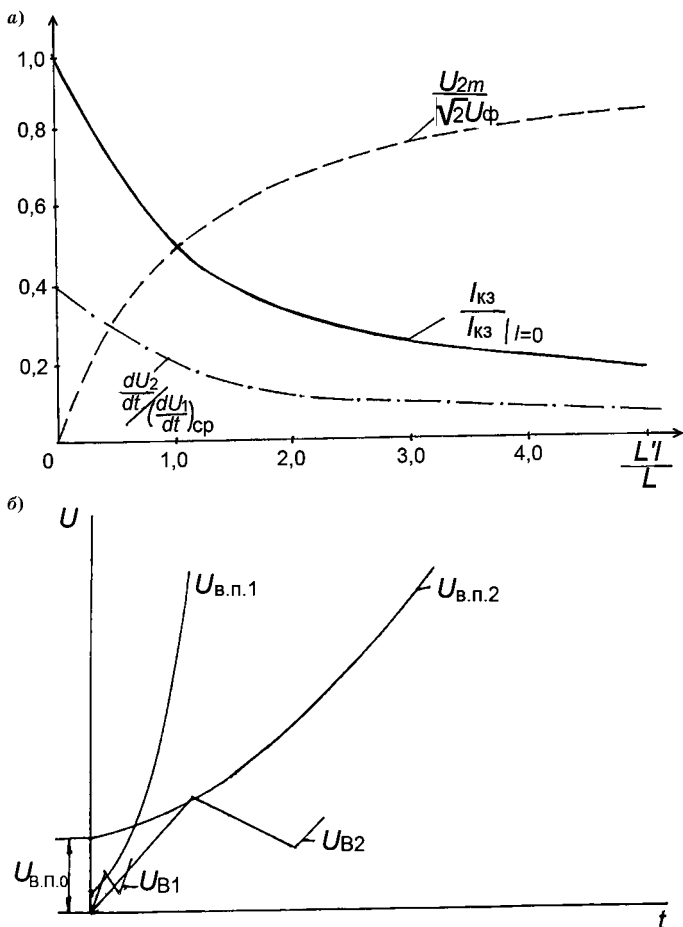


Рис. 3.41

Зависимости тока (—), напряжения в начале линии (-----), крутизны роста напряжения при  $\frac{Z}{\sqrt{L/C}} = 0,4$  (- · - · -) в относительных единицах

от  $L'/L$  (а) и условия гашения дуги (б) при неудаленном коротком замыкании ( $U_{в1}$  — при  $I_{кз} = 0,9I_{оном}$ ;  $U_{в2}$  — при  $I_{кз} = 0,75I_{оном}$ )

крутизны высокочастотной составляющей ПВН (в относительных единицах) от основного параметра отключаемой цепи — относительной индуктивности участка линии до места короткого замыкания. С ростом относительной индуктивности  $L'l/L$  от нуля до единицы происходит быстрый рост относительной амплитуды высокочастотной составляющей ПВН, а также быстрый спад тока короткого замыкания и начальной крутизны ПВН. При дальнейшем росте  $L'l/L$  скорость изменения перечисленных характеристик уменьшается. Наиболее тяжелые для успешного отключения условия возникают в том диапазоне токов короткого замыкания, в котором отключаемые токи и начальная крутизна ПВН достаточно велики (рис. 3.41а). Поэтому при испытаниях выключателя должны воспроизводиться условия отключения неудаленного короткого замыкания с токами  $0,9I_{\text{оном}}$ ,  $0,75I_{\text{оном}}$  и  $0,6I_{\text{оном}}$  ( $I_{\text{оном}}$  — номинальный ток отключения выключателя, соответствующий  $I_{\text{кз}|l=0}$ ). Выдержавший эти испытания выключатель способен отключать неудаленные короткие замыкания и при больших  $L'l/L$ .

Режимы отключения при токе  $0,9I_{\text{оном}}$  особенно тяжелы для тех выключателей, у которых невелико начальное значение восстанавливающейся электрической прочности  $U_{\text{в.п}}^0$  (большая величина подкасающей  $\tau_{\text{д}}$  перед нулем тока). Это связано с тем, что при отключаемом токе  $0,9I_{\text{оном}}$  очень велика начальная крутизна ПВН (рис. 3.41б). Для выключателей с большими значениями  $U_{\text{в.п}}^0$  и малой скоростью роста восстанавливающейся прочности (малые значения подкасающей  $\tau_{\text{д}}$ ) более трудными являются режимы при отключаемых токах  $0,75I_{\text{оном}}$  и  $0,6I_{\text{оном}}$ , когда велика амплитуда высокочастотной составляющей (рис. 3.41б).

### 3.3.4. Отключение малых индуктивных токов

Коммутация малых токов сопровождается явлениями, которые не происходят при коммутации токов короткого замыкания. Например, при отключении малых токов (отключение ненагруженного трансформатора) быстрый спад проводимости КУ может привести к резкому спаду

тока в цепи до нуля задолго до естественного перехода через нуль (среза тока). При пробое промежутка и повторном зажигании дуги в цепи возникают высокочастотные токи, соизмеримые с отключаемым током промышленной частоты. Наложение этих токов вызывает форсированный перевод тока через нуль и сопутствующие этому явления, которые опасны из-за перенапряжений на элементах цепи.

### 3.3.4.1. Срез тока и его последствия

При отключении малых индуктивных токов возникают условия, когда ток в цепи спадает с очень высокой скоростью задолго до естественного перехода через нуль. Это происходит при резком спаде проводимости КУ и вызывает в отключаемой цепи переходные процессы. Явление спада тока с очень большой скоростью до естественного перехода тока через нуль называется *срезом тока*.

Переходные процессы в цепи могут быть вызваны и резким ростом проводимости КУ в результате пробоя промежутка при включении или при повторных зажиганиях дуги.

Рассмотрим процессы при отключении индуктивной нагрузки или ненагруженного трансформатора с помощью схемы замещения цепи, показанной на рисунке 3.42а. Явления в этой схеме связаны с колебательными процессами, частоты которых сильно различаются. Токи различных частот замыкаются в разных контурах. Ток промышленной частоты от источника питания замыкается через индуктивность  $L_1$  со стороны источника и индуктивность нагрузки (индуктивность трансформатора)  $L_2$  (контур I). Ток высокой частоты возникает при резком изменении проводимости КУ в контуре II, образованном КУ с емкостью  $C_{КУ}$  на его зажимах, емкостью на землю  $C_1$  со стороны сети, кабелем  $L_k$  и емкостью на землю нагрузки (обмоток трансформатора)  $C_2$ . Частота колебаний тока в этом контуре может достигать 1–2 МГц. Наконец, после прекращения тока в КУ контур III, состоящий из емкости на землю  $C_2$  и индуктивности нагрузки (индуктивности намагничивания)  $L_2$ , оказывается обособленным и в нем

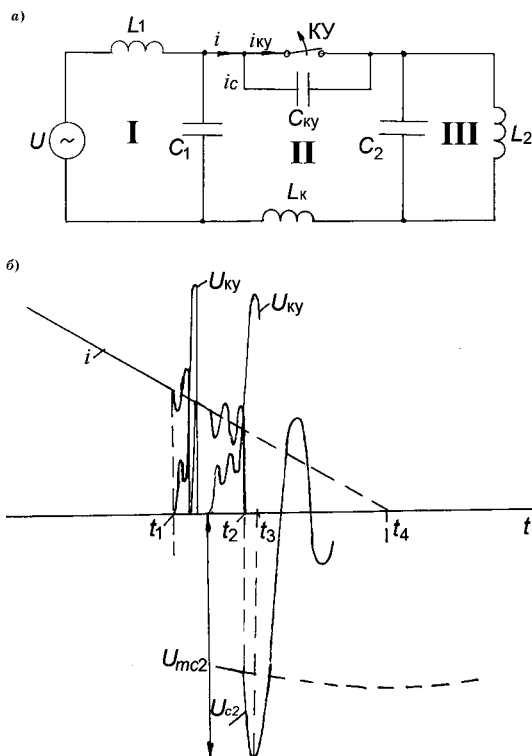


Рис. 3.42

Схема замещения (а), диаграммы тока и напряжения (б) при отключении малых индуктивных токов

происходит колебательный процесс с частотой в диапазоне 0,5–5 кГц. Явления при коммутации малых индуктивных токов опасны тем, что в цепи могут возникать значительные перенапряжения.

При сравнительно небольших токах (десятки ампер и менее) горение дуги может стать нестабильным. На осциллограммах тока и напряжения появляется высокочастотная составляющая, и ток резко падает до нуля задолго до естественного перехода через нуль. Причиной этого является очень быстрый спад проводимости дуги, связанный с интенсивной деионизацией столба дуги в газовых и масляных выключателях или с распадом ка-

тодных пятен в вакуумных выключателях. В контуре II возникают колебания высокой частоты, в результате которых ток в аппарате проходит через нуль (рис. 3.42б). Дуга может не погаснуть при первом переходе тока через нуль. При достаточно большой скорости восстановления напряжения проводимость промежутка восстанавливается до прежнего уровня, ток появляется снова, а напряжение на промежутке уменьшается до малых значений. С уменьшением тока устойчивость дуги понижается, и высокочастотные колебания в контуре II повторяются до тех пор, пока ток не уменьшится до значений, при которых скорость роста напряжения на промежутке после среза тока становится меньше скорости роста электрической прочности. Дуга не загорается снова, стадия неустойчивого горения дуги завершается срезом тока (рис. 3.42б). Ток среза определяется величиной высокочастотного тока, который выключатель способен успешно отключить.

После среза ток в КУ и емкости  $C_{КУ}$  не протекает и контур III оказывается обособленным от цепи. Электромагнитная энергия, запасенная в индуктивности  $L_2$ , является источником следующего за срезом тока колебательного процесса в контуре III и возникающих при этом перенапряжений. Кроме того, емкость  $C_2$  в момент среза тока может быть заряжена до напряжения  $U_0$ . Если не учитывать затухание колебаний, то максимальное напряжение на стороне нагрузки из условия баланса энергии можно записать в виде:

$$U_{\max} = \sqrt{U_0^2 + i_{\text{ср}}^2 \frac{L_2}{C_2}}, \quad (3.50)$$

где  $i_{\text{ср}}$  — ток среза.

Индуктивность  $L_2$  очень велика (до десятков Генри), и соответственно велик вклад запасенной в ней электромагнитной энергии в максимальное значение напряжения. Эта составляющая не зависит от напряжения сети и определяется параметрами цепи и КУ (индуктивностью и емкостью со стороны нагрузки, током среза).



Максимальные значения напряжения, определяемые из выражения (3.50), обычно не достигаются на практике по нескольким причинам. Во-первых, всегда имеется затухание колебаний, связанное с потерями в стали отключаемого трансформатора или двигателя (потерями от гистерезиса и от вихревых токов). Во-вторых, величина перенапряжений ограничивается повторными зажиганиями дуги после начала колебательного процесса в контуре III. Если «холодная» электрическая прочность промежутка после среза тока невелика, то происходит повторное зажигание дуги, что ограничивает максимальные перенапряжения на стороне нагрузки.

Условия горения дуги и среза тока меняются от опыта к опыту. Поэтому закономерности среза тока носят статический характер, характеризуются большими разбросами. Резкий спад проводимости дуги при малых токах может быть вызван в зависимости от типа аппарата двумя основными причинами. В выключателях с плотной дугогасительной средой к срезу приводит интенсивный теплоотвод от столба дуги при малых токах, в вакуумных выключателях причиной среза тока является неустойчивость катодных пятен и совпадение моментов их распада при небольших токах. Поэтому одним из способов уменьшения тока среза в вакуумных выключателях является применение специальных контактных материалов.

Для ограничения перенапряжений кроме конструктивных приемов, уменьшающих ток среза (например, специальные контактные материалы в вакуумных аппаратах), при необходимости применяются также защитные аппараты (ограничители перенапряжений, *RC*-цепочки).

#### 3.3.4.2. Виртуальный срез тока

Высокочастотные колебания в контуре II могут возникать не только из-за неустойчивости дуги в КУ, но и в силу других причин, например, при пробое промежутка и повторном зажигании дуги. В результате наложения высокочастотных токов на ток промышленной частоты наблюдается резкий спад результирующего тока, имеющий характер среза тока. В отличие от среза тока, вызван-

ного неустойчивостью дуги, спад тока до нуля в результате наложения высокочастотной составляющей называют *виртуальным срезом тока*. Ток виртуального среза может значительно превосходить ток среза, описанный в п. 3.3.4.1, так как он не ограничен мгновенными значениями тока, при которых дуга горит неустойчиво. Отключать столь большие токи высокой частоты (при очень высокой крутизне спада тока) способен только вакуумный выключатель, и явление виртуального среза тока обычно связывают с коммутацией цепи вакуумными аппаратами.

Благоприятные условия для повторного зажигания дуги возникают, если контакты при отключении цепи размыкаются незадолго до естественного перехода тока через нуль. Рассмотрим, что происходит при повторном зажигании дуги в однофазной цепи с индуктивной нагрузкой. На рисунке 3.43а показана схема замещения, в которой  $L_H$  представляет собой индуктивность нагрузки,  $C_H$  — емкость на стороне нагрузки.

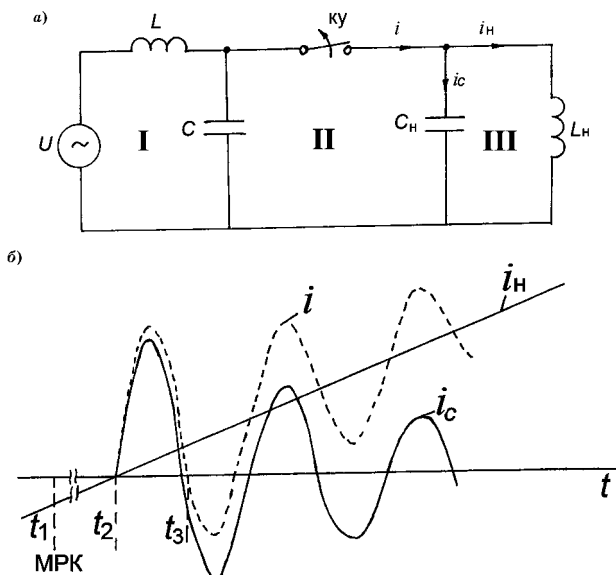


Рис. 3.43

Схема замещения (а) и диаграммы токов (б) при виртуальном срезе тока в однофазной цепи

Если размыкание контактов происходит незадолго до нуля тока, то расстояние между контактами на стадии восстановления напряжения невелико и возможно повторное зажигание дуги. После зажигания дуги кроме составляющей тока промышленной частоты  $i_n$  возникает и высокочастотная составляющая  $i_c$ , частота которой определяется индуктивностью и емкостью контура П. В результате наложения этих составляющих спад тока в КУ носит характер среза (рис. 3.43б). Ток форсировано несколько раз проходит через нуль. При отключении тока в одном из переходов через нуль контур  $L_n C_n$  оказывается отделенным от цепи источника питания и энергия, запасенная в индуктивности  $L_n$ , может переходить в энергию заряда емкости  $C_n$ , вызывая перенапряжения.

Из-за затухания высокочастотного тока и медленно-го роста тока промышленной частоты в однофазных цепях не наблюдается высоких значений тока среза, виртуальный срез происходит недалеко от естественного нуля тока. Иная картина имеет место в трехфазных цепях (рис. 3.44а, б). Если МРК в фазе А расположен недалеко от нуля тока, то в фазе А после гашения дуги происходит повторное зажигание. В результате повторного зажигания в фазе А во всех фазах появляются высокочастотные составляющие тока  $i_2$  (рис. 3.44б), которые накладываются на ток промышленной частоты  $i_1$ . Результирующие токи в фазах спадают до нуля, спад носит характер среза тока. Если при этом происходит отключение цепи в момент нуля высокочастотного тока, то энергия, запасенная в индуктивностях нагрузки, переходит в энергию емкостей С после их зарядки. При этом наблюдаются перенапряжения определяемые током среза, а также индуктивностями  $L_n$  и емкостями С.

Токи виртуального среза в трехфазной цепи намного больше, чем токи среза, вызванного неустойчивостью дуги (около 4 А). Мгновенные значения высокочастотной составляющей достаточно велики, чтобы перевести ток через нуль в фазах В и С вблизи момента повторного зажигания дуги в фазе А (около нуля тока в фазе А). В этот момент времени составляющие промышленной частоты

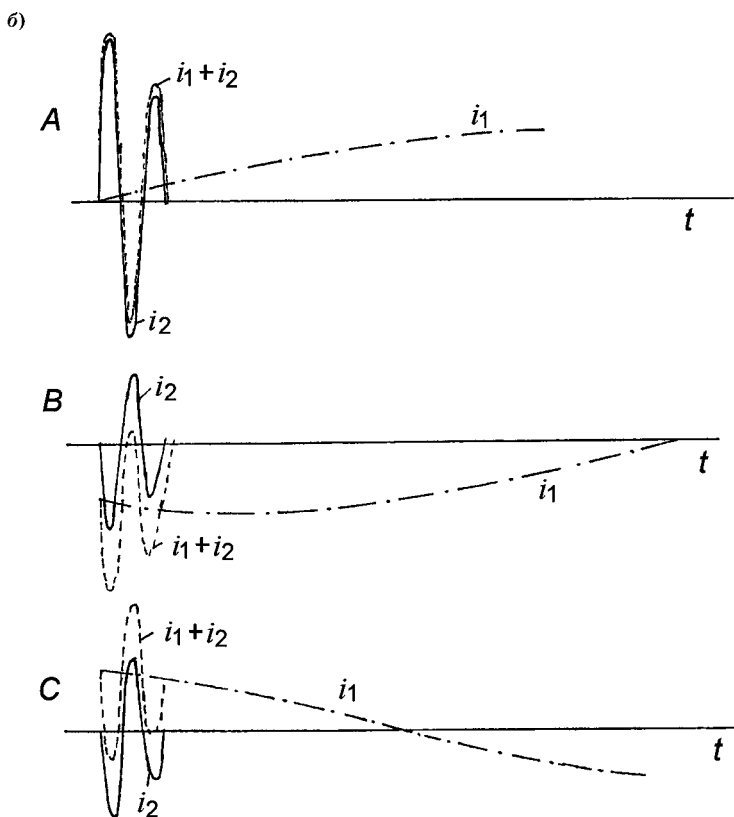
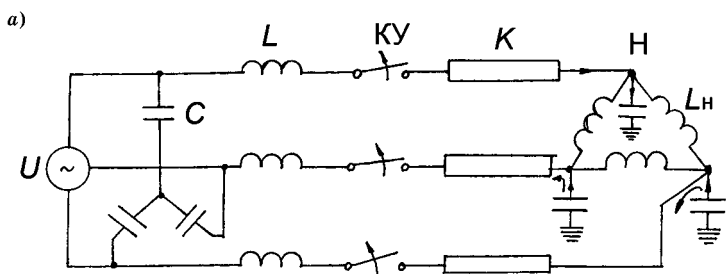


Рис. 3.44

Схема замещения (a) и диаграммы токов (б) при виртуальном срезе тока в трехфазной цепи

в фазах  $B$  и  $C$  равны  $\frac{\sqrt{3}}{2}I_m$  и противоположны по фазе (рис. 3.44б). Однако, несмотря на столь высокие значения тока среза, перенапряжения относительно земли при отключении индуктивной нагрузки соизмеримы с перенапряжениями, вызванными обычным срезом тока при отключении ненагруженного трансформатора. Это связано с различными величинами индуктивности и емкости контура III в том и другом случае.

### 3.3.5. Отключение емкостных цепей

Коммутационные процессы в емкостных цепях (коммутация конденсаторных батарей, ненагруженных линий) имеют свои особенности. Вид кривой восстанавливающегося напряжения отличается от вида этих кривых при коммутации других цепей. Кроме того, при коммутации емкостных цепей могут возникать броски тока и перенапряжения, нехарактерные для других условий.

При рассмотрении коммутационных процессов, сопровождающих отключение емкостных токов (ненагруженных линий, конденсаторных батарей), схема замещения имеет вид, показанный на рисунке 3.45а. Токи и напряжения в этой схеме замещения при коммутации изображены на рисунке 3.45б. До момента отключения тока  $t_1$  ток опережает напряжение на  $\pi/2$ . Напряжение на емкости  $C$  практически равно напряжению источника. В момент времени  $t_1$  ток переходит через нуль и дуга в КУ гаснет. Напряжение на емкости  $C$  остается равным  $U_m$ , и через время, равное полупериоду, в момент времени  $t_2$  напряжение на выключателе достигнет значения  $2U_m$ . Если выключатель не выдержит приложенного к нему напряжения, то после пробоя в цепи возникнет переходный процесс с собственной круговой частотой, равной  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , которая много больше промышленной частоты. Свободная составляющая напряжения с амплитудой, примерно равной  $2U_m$ , накладывается на напряжение промышленной частоты и в момент времени  $t_3$  напряжение на емкости достигнет  $3U_m$ . Так как частота  $\omega_0$  много больше промышленной, то примерно в этот момент времени ток в цепи проходит через нуль

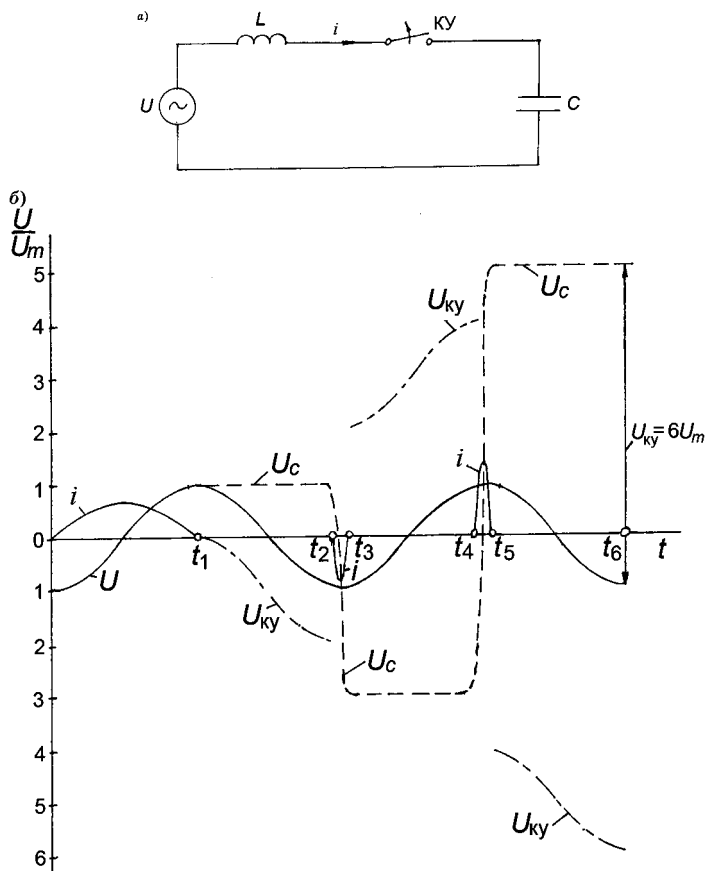


Рис. 3.45

Схема замещения цепи (а), диаграммы тока и напряжения (б) при отключении емкостных токов:

момент  $t_1$  — первое гашение дуги; момент  $t_2$  — первое повторное зажигание дуги; момент  $t_3$  — второе гашение дуги; момент  $t_4$  — второе повторное зажигание дуги; момент  $t_5$  — третье гашение дуги;  $t_6$  — это время когда напряжение на выключателе станет равным  $6U_m$ .

$\left(i = C \frac{du_c}{dt}\right)$  и, если выключатель способен отключить этот ток, то на емкости останется напряжение, равное  $-3U_m$ , т. е. к моменту следующего повторного зажигания дуги  $U_{C0} = -3U_m$ .

Через время, равное полупериоду промышленной частоты, в момент времени  $t_4$  напряжение на выключателе достигнет значения  $4U_m$ . Если электрическая прочность промежутков выключателя окажется недостаточной и произойдет пробой, то в цепи снова возникнет ток с собственной круговой частотой  $\omega_0$ . Если выключатель способен отключить этот высокочастотный ток в момент перехода его через нуль, емкость окажется заряженной до напряжения  $5U_m$  (рис. 3.45б). Через время, равное полупериоду промышленной частоты, напряжение на выключателе станет равным  $6U_m$  и в идеализированном случае все может повторяться много раз. Поэтому при отключении ненагруженной линии или конденсаторной батареи выключатель не должен давать повторных пробоев. Иногда для этих целей применяют специальные выключатели, например, с дополнительными дугогасительными разрывами в полюсах.

Проблема отключения емкостных токов особенно остро проявляется при проектировании выключателей высокого и сверхвысокого напряжения, построенных на базе крупных модулей. Промежутки таких выключателей должны выдерживать очень высокие напряжения.

### **3.4. ВОССТАНАВЛИВАЮЩАЯСЯ ПРОЧНОСТЬ В МЕЖКОНТАКТНОМ ПРОМЕЖУТКЕ ПРИ ГАШЕНИИ ДУГИ**

#### **3.4.1. Процессы, обеспечивающие восстановление электрической прочности при гашении дуги в плотных средах и вакууме**

При отключении электрической цепи межконтактный промежуток аппарата переходит из состояния проводника электрического тока в состояние, свойственное диэлектрику. Электрическая прочность подобного состояния промежутка называется *восстанавливающейся прочностью*  $U_{в.п}$  межконтактного промежутка. Восстанавливающаяся прочность (ВП) определяется максимальным напряжением, которое способен выдержать межконтактный промежуток без пробоя.

Таким образом, чтобы успешно отключить цепь с током, надо создать в отключающем устройстве благоприятные условия роста восстанавливающейся прочности  $U_{в.п}$ , превышающий рост *переходного восстанавливающего напряжения*  $U_{в}$  на контактах аппарата. Это условие

$$U_{в.п} > U_{в} \quad (3.51)$$

является определяющим с точки зрения успешного отключения цепи аппаратом.

Если восстанавливающееся напряжение, в основном, определяется характером коммутируемой цепи, то восстанавливающаяся прочность зависит от свойств межконтактного промежутка и дугогасительных устройств, т. е. контактно-дугогасительных устройств (КДУ), которые его окружают и способствуют росту прочности. Причем, в контактных аппаратах переменного тока рост прочности за переходом тока через нуль наблюдается в течение нескольких десятков или сотен микросекунд. В то время как в бесконтактных аппаратах электрическая прочность (например, обратное напряжение на тиристоре) восстанавливается за 10–20 мкс после перехода тока через нуль.

Знания процессов восстановления прочности межконтактного промежутка и факторов, влияющих на него, необходимы для оценки коммутационных возможностей аппаратов. На основе этих знаний можно определить отключающую способность коммутационного контактного устройства, максимальное допустимое напряжение источника питания и максимальный отключаемый ток. Можно оценить влияние параметров КДУ на стадии их проектирования или дать сравнительную оценку исследуемых КДУ, при прочих равных параметрах коммутируемой цепи. Знание  $U_{в.п}$  и характер его изменения позволяет осуществлять неразрушающий контроль работоспособности изготавливаемых КДУ еще в заводских условиях [23].

Знания процессов восстановления электрической прочности межконтактного промежутка на этапе соревнования ее с ростом восстанавливающегося напряжения необходимы как при коммутации цепей высокого напряжения, так и при отключении низковольтных цепей



контактными аппаратами. Причем процессы формирования восстанавливающейся прочности в цепях низкого напряжения, где имеют место так называемые «короткие дуги», существенно отличаются от процессов роста прочности в высоковольтных цепях при гашении «длинных дуг».

Впервые работы по восстанавливающейся прочности в аппаратах низкого напряжения стали появляться в 1923 г. (Д. Слепьян) и продолжены в 1931 г. (Т. Броун). Применительно к дуге переменного тока высокого напряжения (в масляных выключателях) первые ссылки о ВП относятся к работам А. Я. Буйлова (1937), а в 1946 г. даются ссылки по ВП для воздушных выключателей (Т. Броун).

Вопросы, связанные с короткой дугой, аргументировано рассмотрены в работах Г. В. Буткевича [7] и И. С. Таева [5].

Особенности процессов при гашении коротких дуг обусловлены величиной межконтактного промежутка (от долей до нескольких миллиметров). В этом случае электрическая прочность промежутка, в основном, обусловлена околоэлектродными процессами в прикатодной и прианодной зонах. Причем при переходе через нуль переменного тока состояние электродов меняется: катод становится анодом, а анод — катодом. Это скажется на температурных режимах электродов и приэлектродных зон, а следовательно, и на *начальной восстанавливающейся прочности*  $U_{в.п.}^0$  сразу за переходом тока через нулевое значение.

Не стоит забывать также, что после перехода тока через нуль ионизация, существовавшая в стволе дуги (плазма дуги) исчезает не сразу, и температура остаточного ствола дуги, и *остаточный ток*, хотя и падает быстро, оказывает влияние на состояние электрической прочности промежутка и пробивное напряжение.

Электрическая прочность коротких промежутков после перехода тока через нуль нарастает тем быстрее, чем меньше межконтактный промежуток (чем короче дуга). В более коротких промежутках быстрее спадает темпера-

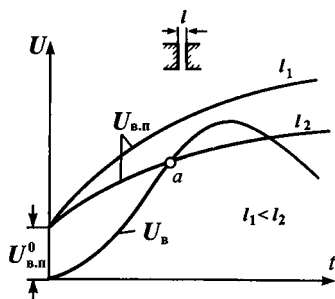
тура, снижается плотность ионов и напряженность электрического поля у катода. Кроме того, повышается скорость рекомбинации частиц, что также приводит к снижению плотности пространственного заряда у катода. Чтобы скомпенсировать эти потери, необходимо повышать приложенное к промежутку напряжение или скорость его нарастания (рис. 3.46).

Однако существенно снижать величину межконтактного промежутка нельзя, что обусловлено появлением жидкометаллических мостиков уже при зазоре меньше 0,3 мм. Влияние величины межконтактного промежутка на ВП подробно изложено в п. 3.4.2 (рис. 3.50).

Природа «коротких» промежутков требует отдельного изучения ввиду их практической значимости. Применительно к аппаратам низкого напряжения эффект короткой дуги широко используется в сильноточных выключателях, в контакторах и магнитных пускателях с дугогасительной решеткой. Известны случаи использования этого эффекта в высоковольтной технике, в вентильных разрядниках.

Как отмечалось ранее, пробой межконтактного промежутка будет иметь место при невыполнении условия (3.51).

Различают два вида пробоа межконтактного промежутка аппарата при повторном зажигании дуги — тепловой и электрический. *Тепловой пробой* наблюдается, когда по промежутку протекает остаточный ток, определяемый восстанавливающимся напряжением и остаточным сопротивлением ствола дуги. Характер процессов в стадии теплового пробоа определяется балансом энергии в газоразрядном столбе и для их описания могут оказать-



**Рис. 3.46**  
Изменение напряжения пробоа  $U_{в.п.}^0$  при различной длине  $l$  коротких промежутков и переходного восстанавливающегося напряжения  $U_{в.}$

ся пригодными основные положения энергетической теории дуги. *Электрический пробой* промежутка протекает в условиях, когда остаточное сопротивление створа дуги практически равно бесконечности и остаточного тока нет. При этом дуговой столб существенно разрушается. Электрическая дуга при относительно небольших токах, которая может появиться в случае пробоя промежутка, проходит стадии таунсендовского и тлеющего разрядов. При сравнительно больших токах, когда ствол дуги и ее опорные точки не успевают охладиться, отмеченные стадии газового разряда не наблюдаются. Закономерности процессов после нуля тока описываются классической теорией пробоя газоразрядных промежутков с учетом тех особенностей, которые определяются условиями отключения электрической цепи, а электрическая прочность межконтактного промежутка при таунсендовском разряде равна напряжению пробоя, а при тлеющем — катодному падению напряжения.

Однако не надо при этом забывать, что после нуля тока катодом становится бывший анод, температурное состояние и напряженность электрического поля у его поверхности еще недостаточны для эмиссии электронов и создания ионизированного прикатодного (ранее прианодного) слоя, необходимого для поддержания дугового разряда (пробоя промежутка). Здесь большую роль может сыграть остаточный столб дуги, компенсирующий вышеотмеченные особенности смены полярности электродов.

Восстанавливающееся напряжение и скорость его нарастания также могут оказать влияние на образование нового катодного пятна, его температуры и напряженности электрического поля и как следствие, интенсификации эмиссионных процессов, что может вызвать пробой межконтактного промежутка.

Понятие электрической прочности промежутка в стадии теплового пробоя, когда в канале содержится достаточно большое количество ионизированных частиц, было введено Д. Слепяном. Под этой прочностью понимается величина напряжения, которое необходимо для поддержания неизменной проводимости дугового столба.

Если подводимая к дуге мощность больше той мощности, которая отводится от нее, то условия существования дуги сохраняются, и она развивается. Если же отводимая от дуги мощность больше, чем подводимая к ней, то условия для существования дуги нарушаются, и она гаснет. При равенстве этих мощностей наблюдается устойчивое состояние горения дуги (статическая дуга). При этом восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  межконтактного промежутка будет равна напряжению дуги, т. е.

$$U_{в.п}^0 = \sqrt{R_{д}^0 P_0 l_{д}}, \quad (3.52)$$

где  $P_0$  — отводимая от единицы длины дуги (удельная) мощность;  $R_{д}^0$  и  $l_{д}$  — сопротивление и длина дуги в момент перехода тока через нуль.

Здесь:

$$R_{д}^0 = \frac{P_0 l_{д}}{2\omega^2 \vartheta^2 I_m^2}, \quad (3.53)$$

где  $\omega$  — круговая частота тока;  $\vartheta$  — тепловая постоянная времени дуги;  $I_m$  — амплитудное значение тока.

Подставляя (3.53) в (3.52), получим

$$U_{в.п}^0 = \frac{P_0 l_{д}}{2\omega^2 \vartheta_0 I_m},$$

где  $I_0$  — действующее значение тока.

Подобная оценка восстанавливающейся прочности хорошо описывает процессы в межконтактных промежутках аппаратов высокого напряжения, где роль приэлектродных явлений незначительна, и ими можно пренебречь, а цилиндрическая модель дуги соответствует энергетической теории дугогашения.

Существует еще ряд теорий пробоя межконтактного промежутка после перехода тока через нуль.

Широкое признание и практическое использование нашла теория пробоя газовых промежутков, разработанная Дж. Таунсендом. Эта теория первоначально была

разработана для равномерного поля. Затем ее основные положения были развиты применительно к неравномерному полю, в том числе и к условиям, характерным для тлеющего разряда.

*Теория Таунсенда* пригодна для коротких промежутков, микроструктура поверхностей электродов которых не оказывает влияния на процесс разряда. Это свойственно контактными аппаратами низкого напряжения, например, аппаратам управления.

В длинных газоразрядных промежутках или при повышенном давлении газа может наблюдаться *стримерный механизм пробоя*. Стримерная стадия может рассматриваться как развитие таунсендовского механизма разряда, когда на пути движения электрона в электрическом поле имеется достаточное число нейтральных частиц газа, при ионизации которых образуется головка лавины с необходимой для образования стримера напряженностью собственного поля.

Условие перехода в стример по данным [5] представляется в виде неравенства

$$(pl) > 200-1000 \text{ мм рт. ст.}\cdot\text{см},$$

где  $p$  — давление газа;  $l$  — длина промежутка.

Подробно о механизме образования стримера, когда нагретый катод испускает со своей поверхности электроны эмиссии в газоразрядный промежуток, и это приводит к появлению необходимого для стримера количество ионизированных частиц, изложено в [5].

Однако опытные исследования значений пробивного напряжения межконтактного промежутка аппаратов низкого напряжения за переходом тока через нуль показали, что они достигают лишь нескольких сотен, а иногда и десятков вольт. При таких малых напряжениях, очевидно, нельзя говорить о возможности возникновения стримера, а следовательно, применение этой теории при расчетах восстанавливающейся прочности в аппаратах низкого напряжения не обосновано.

Таким образом, попытка однозначного выбора модели пробоя межконтактного промежутка аппарата низкого на-

пряжения после перехода тока через нуль не дает положительного эффекта.

Опытные исследования показывают, что за переходом тока через нулевое значение повторное зажигание дуги проходит через стадии газового разряда, отличные от дугового. Причем наиболее вероятны здесь стадии, близкие к таунсендовскому или тлеющему разрядам, но с учетом влияния электронов термоэмиссии и термической ионизации. Тлеющий разряд проходит при непрерывном увеличении длины околоскатодного слоя, а таунсендовская форма разряда протекает при неравномерном распределении напряжения по длине промежутка. Причем все это имеет место в условиях сравнительно высокой температуры газа и термоэлектронной эмиссии с катода.

### **3.4.2. Методы опытного определения восстанавливающейся прочности и некоторые экспериментальные данные на их основе**

Применяя тот или иной метод измерения переходных процессов в электрических цепях с дугowymi явлениями на контактных элементах, надо исходить из того, что любое измерительное устройство может вызвать искажение условий в газоразрядном канале за счет той энергии, которая выделяется в нем под воздействием этого устройства. Поэтому измеренная прочность промежутка будет отличаться от так называемой «холодной» прочности, свойственной промежутку, без воздействия на него других устройств (зондирующих напряжений). Таким образом, точность различных методов измерения ВП межконтактного промежутка определяется степенью воздействия на него измерительного устройства.

Рассмотрим некоторые известные методы опытного измерения ВП, используемые на практике. Типичные осциллограммы зондирующих напряжений для различных методов измерения даны на рисунке 3.47 [23].

Условно все экспериментальные методы измерения прочности можно разделить на методы *однократного* (рис. 3.47а, б, г–е) и *многократного* (рис. 3.47в, ж, з) зондирования. В методах однократного зондирования в одном

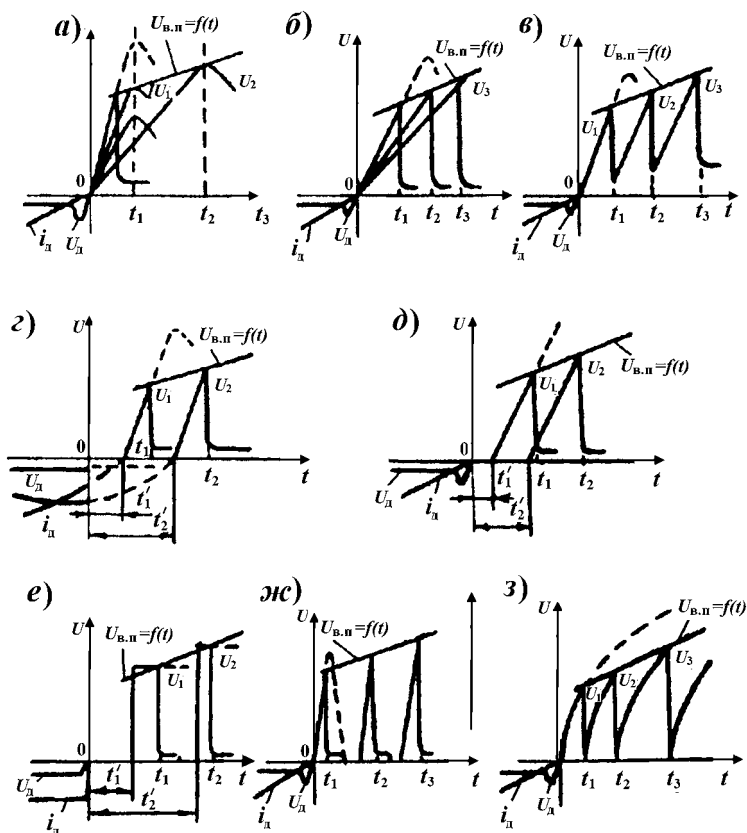


Рис. 3.47

Осциллограммы зондирующих напряжений при измерении ВП различными методами:

*a* — критических режимов; *б, в* — повторных пробоев; *г* — обрыва тока; *д, е* — свободного восстановления; *ж* — циклического зондирования; *з* — пилообразных импульсов;  $i_n, u_n$  — ток и напряжение дуги;  $U_1, U_2, U_3$  — напряжения пробоя для соответствующих моментов времени  $t_1, t_2, t_3, t_1', t_2'$  — время задержки подачи испытательного импульса после нуля тока.

опыте отключения цепи определяется только одно значение прочности после каждого перехода тока через нуль. В методах многократного зондирования в каждом опыте отключения цепи можно определить ряд точек кривой ВП после нуля тока.

**Метод критических режимов** (рис. 3.47а). Изменяя амплитуды и скорости нарастания восстанавливающегося напряжения, в отключаемой цепи подбирают такие критические условия, при которых прекращаются повторные зажигания дуги после нуля тока. Для получения одной точки ВП необходимо провести не менее трех опытов отключения цепи.

Критические режимы можно получить, изменяя скорость восстановления напряжения, регулируя активное сопротивление (емкость), шунтирующее межконтактный промежуток, либо регулируя собственную частоту цепи при неизменном напряжении источника (или наоборот).

**Метод однократных повторных пробоев** (рис. 3.47б). В отключаемой цепи создают такие условия, при которых дуга горит в течение нескольких полупериодов. Можно менять момент пробоя дугового промежутка за каждым переходом тока через нуль, изменяя скорость нарастания восстанавливающегося напряжения на исследуемом промежутке. В одном опыте для каждого полупериода горения дуги получают одну точку кривой ВП.

Достоинством этих двух методов (критических режимов и однократных повторных пробоев) является то, что при измерении прочности по этим методам могут сохраняться естественные условия горения и гашения дуги и последующей деионизации дугового промежутка, а также естественные условия развития пробоя при повторном зажигании. Поэтому для определенных условий отключения цепи с током характеристики ВП, полученные этими методами, могут быть наиболее достоверными.

Эти методы применимы к условиям измерения прочности остаточного столба дуги переменного тока, за его переходом через нулевое значение. Однако они отличаются большой трудоемкостью и имеют статистический разброс точек кривой ВП, вызванный изменяющимися условиями опытов из-за внешних и внутренних случайных факторов.

Разновидностью метода однократных повторных пробоев является метод, по которому в одном опыте можно получить три точки ВП для каждого полупериода горе-



ния дуги (рис. 3.47*в*). Достигается это тем, что дуга гасится одновременно в трех последовательно соединенных дуговых промежутках, и каждый промежуток шунтируется разными емкостями, что приводит к разным скоростям нарастания напряжения на этих разрывах и разным моментам их пробоя за нулем тока. С помощью этого метода можно построить по трем точкам кривую роста прочности во времени.

Данный метод чаще применяется в условиях гашения длинных дуг высокого напряжения, когда возможно создание приблизительно одинаковых условий гашения во всех трех дуговых промежутках. В случае коротких дуг применение этого метода практически невозможно, так как приэлектродные процессы, играющие определяющую роль в восстановлении прочности, не могут быть одинаковыми во всех трех разрывах низковольтного аппарата.

**Метод «обрыва тока»** (рис. 3.47*г*). При измерении прочности по этому методу параллельно дуговому промежутку подключается управляемый тиратрон. Зажигание тиратрона в определенный заданный момент времени приводит к обрыву тока в исследуемом промежутке. Пробой промежутка наступает, когда тиратрон закрывается.

Данный метод дает погрешность, обусловленную нарушением естественной картины протекания тока через дуговой промежуток, так как от момента зажигания тиратрона практически весь ток протекает через него, а не через дуговой промежуток. Кроме того, этот метод весьма трудоемок.

**Метод «свободного восстановления прочности»** (рис. 3.47*д, е*) отличается тем, что испытательное напряжение подается на промежуток не сразу после обрыва тока дуги, а через определенный интервал времени, в течение которого на промежутке отсутствует напряжение, поэтому процесс восстановления прочности условно назван свободным.

На промежуток после обрыва тока дуги подаются с различными выдержками времени зондирующие импульсы от специального испытательного генератора с линейно на-

растающим напряжением, которые пробивают исследуемый дуговой промежуток (рис. 3.47*д*). Форма зондирующих импульсов может быть и прямоугольной (рис. 3.47*е*). В результате получают так называемую 50%-ю кривую ВП. Метод хорошо применим при сравнительных исследованиях работы различных дугогасительных устройств. Однако отсутствие на дуговом промежутке восстанавливающегося напряжения создает условия, отличные от реальных.

**Метод циклического зондирования** (рис. 3.47*ж*) можно применять для получения нескольких точек кривой ВП во времени за один опыт. На исследуемый промежуток после обрыва тока дуги подается серия циклически повторяющихся импульсов, которые и вызывают кратковременные пробои. В интервале времени между импульсами восстанавливающееся напряжение на исследуемом промежутке отсутствует. Это является основным недостатком метода.

**Метод пилообразных импульсов** (рис. 3.47*з*). Пилообразные импульсы формируются специальным *RC*-генератором, подключаемым параллельно к исследуемому промежутку, который позволяет в одном опыте получить несколько точек кривой ВП. Восстановление прочности происходит в условиях, когда к исследуемому промежутку непосредственно после обрыва тока прикладывается испытательное напряжение от контура *RC*. Однако и в этом методе условия, которые создаются в исследуемом промежутке пилообразными зондирующими импульсами, отличаются от тех, которые имеют место в аппарате с реальным восстанавливающимся напряжением при отключении цепи с током. Применение данного метода весьма ограничено и зависит от соотношения сопротивления остаточного столба дуги и внутреннего сопротивления испытательного генератора.

Анализируя описанные методы экспериментального определения ВП, можно утверждать, что всем им свойственен общий недостаток: они или не позволяют в самом опыте отключения цепи реальным аппаратом получить непрерывную кривую ВП или позволяют получить подоб-

ную кривую, но условия измерения ВП отличаются от реальных условий восстановления напряжения на межконтактном промежутке аппарата.

**Инженерный метод** — это метод циклического зондирования, в котором в процессе измерения испытательные импульсы воздействуют на промежуток совместно с восстанавливающимся напряжением [23].

К исследуемому промежутку одновременно с высоковольтными зондирующими импульсами прикладывается напряжение, равное мгновенному значению напряжения источника при нуле тока (возвращающемуся напряжению) сети на промежутке, соответствующее по величине и фазе измеряемому ВП. В этом случае форма напряжения на исследуемом промежутке будет близка к форме ПВН, что приближает условия деионизации в этом промежутке

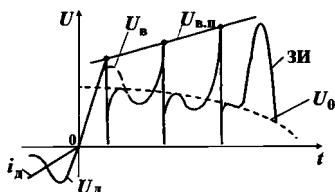


Рис. 3.48

Форма кривой испытательного напряжения при измерении ВП по инженерной методике

после нуля тока к естественным, и увеличивает точность измерения всей кривой ВП за один опыт. В таком устройстве кривая напряжения, зондирующего исследуемый промежуток, будет иметь типичный вид (рис. 3.48а). Зондирующие импульсы (ЗИ) накладываются на кривую мгновенного значения напряжения

источника при нуле тока и, хотя кривая реального ПВН будет лежать несколько выше кривой возвращающегося напряжения, в опытах результирующая кривая зондирующего напряжения лучше отражает реальные условия деионизации исследуемого промежутка, чем в описанных методах измерения ВП.

Подробно схема описана в [23], но чтобы говорить о ее эффективности, а также об эффективности ранее описанных схем, необходимо привести сравнительные результаты экспериментальных исследований, полученных с использованием различных схем измерения ВП.

Определяющим в оценке эффективности того или иного метода измерения ВП является анализ влияния энер-

гии зондирующих импульсов (ЗИ) и скорости их нарастания на естественные условия деионизации межконтактного промежутка после нуля тока.

Исследования показали, что энергия ЗИ заметно уменьшает ВП при небольших токах отключения (до 100 А). При больших токах ее влияние менее заметно. Увеличение этой амплитуды (при уменьшении разрядного сопротивления) уменьшает ВП.

Однако следует заметить, что влияние энергии ЗИ на измеряемую ВП при разных отключаемых токах неодинаково, что обусловлено спецификой условий коммутации различными дугогасительными устройствами (температурными режимами электродов и межконтактного промежутка). Поэтому требуется подбор значений параметров ЗИ по результатам 3–4 пробоев с минимальной энергией разряда.

Скорость нарастания (крутизна) зондирующих импульсов оказывает влияние на ВП практически во всем диапазоне коммутируемых токов и ее надо учитывать при выборе характеристик устройства для измерения ВП, чтобы максимально приблизить скорость нарастания испытательного напряжения к реальной скорости ВП на контактах в конкретных условиях.

Рассмотрим некоторые результаты экспериментальных исследований ВП с использованием разных методов ее измерения.

На рисунке 3.49 приведены опытные зависимости  $U_{в.п} = f(t)$ , полученные с использованием различных методов измерения.

Измерения проводились на контакторах с двумя разрывами, контактные накладки изготовлены из КМК-А10м.

Анализ зависимостей показывает, что погрешности измерений лежат в пределах от 5 до 20%. Наиболее высокие значения прочности при данных условиях опытов получились при ее измерении по методу однократного зондирования, наиболее низкие — по методу многократного циклического зондирования (рис. 3.49а).

Этот результат можно объяснить следующими физическими соображениями. В аппаратах низкого напряжения

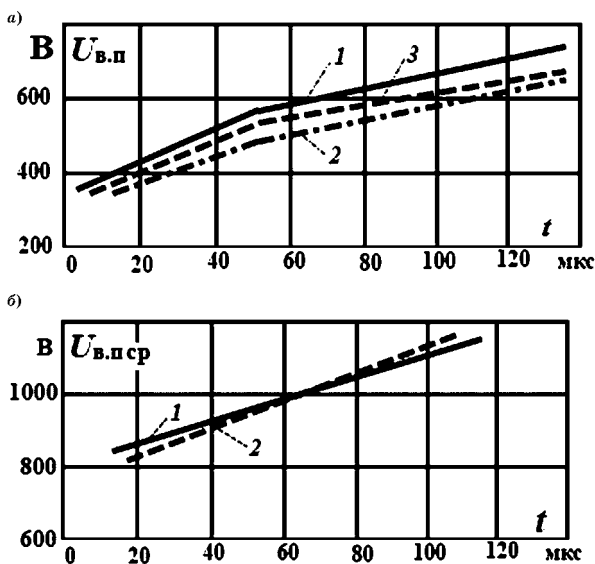


Рис. 3.49

Зависимости ВП, полученные методами:

*a* — повторных пробоев (1), циклического зондирования (2) и инженерного метода (3) при токе 60 А; *б* — пилообразных импульсов (1) и циклического зондирования (2) при токе 6 А и  $t_{\text{д}} = 5$  мс.

непосредственно за переходом тока через нуль восстанавливаемая прочность обеспечивается околочатодной зоной и зависит от концентрации в ней электронов термоэмиссии с разогретого катода и электронов термоионизации.

В методе повторных пробоев и в инженерном методе электроды находятся в течение времени измерения ВП под воздействием восстанавливающегося напряжения, что вызывает дрейф электронов под воздействием электрического поля и их распределение по промежутку. При этом улучшают условия охлаждения катода за счет увеличения интенсивности термоавтоэлектронной эмиссии. Все это повышает ВП промежутка. В методе циклического зондирования длительность действия испытательного напряжения кратковременна, поэтому концентрация электронов у катода наиболее высокая, а условия пробоя — облегченные, что снижает ВП.

Величина начальной прочности (до 10 мкс), измеренная по всем трем методам, примерно одинакова (рис. 3.49а), а влияние ПВН в диапазоне времени более 50 мкс после нуля тока становится менее заметным.

Что касается сравнительного исследования прочности методами пилообразных и зондирующих импульсов (рис. 3.49б), то они практически одинаковы при малых коммутируемых токах.

Ниже рассмотрены некоторые результаты экспериментальных исследований ВП, полученные в разное время, различными авторами, с использованием различных методик измерения, что накладывает возможные расхождения в полученных результатах исследований [5], [7], [8], [13], [23].

Приведем данные  $U_{в.п}$ ,  $U_{в.п}^0$ ,  $k_{п}$  для свободной дуги и дуги в дугогасительных устройствах (дугогасительная решетка и щелевая камера) в аппаратах низкого напряжения, а также ряд данных для аппаратов высокого напряжения при гашении дуги в различных средах.

Исследуются влияния на ВП: величины отключаемого тока, материала контактов, величины межконтактного расстояния, скорости движения опорных точек дуги, параметров дугогасительной решетки и щелевой камеры. Характеристики ВП межконтактного промежутка в условиях синхронного размыкания контактов приведены в параграфе 4.2.

Приведенные опытные данные относятся к минимальным значениям ВП для заданных, наиболее неблагоприятных условий ее восстановления, т. е. кривые ВП представляют собой нижние огибающие области опытных точек.

Что касается начальной ВП, то она не измеряется, а получается путем экстраполяции кривой ВП в области малых времен после нуля тока (до 10–15 мкс). И, хотя фактическая прочность промежутка будет отличаться от начальной ВП, это не окажет влияния на условия гашения дуги или повторный пробой промежутка, так как эти процессы протекают через десятки микросекунд (рис. 3.46).

Сам процесс восстановления прочности в диапазоне от 15–20 до 200–300 мкс может быть описан простейшей зависимостью (для свободной дуги, не подверженной воздействию КДУ):

$$U_{в.п}^0 = U_{в.п} + k_{п}t. \quad (3.54)$$

### Влияние величины межконтактного промежутка на ВП

Приведенные на рисунке 3.50 зависимости  $U_{в.п} = f(t)$  подтверждают сделанные ранее предположения о короткой дуге. При длине промежутка 0,3 мм его прочность наибольшая, а дальнейшее снижение межконтактного зазора практически невозможно реализовать из-за угрозы появления металлических мостиков. Правда, в условиях синхронного размыкания контактов перед переходом тока через нуль, удастся снизить межконтактный зазор до 0,1 мм и повысить прочность промежутка еще на 20–30% (см. параграф 4.2).

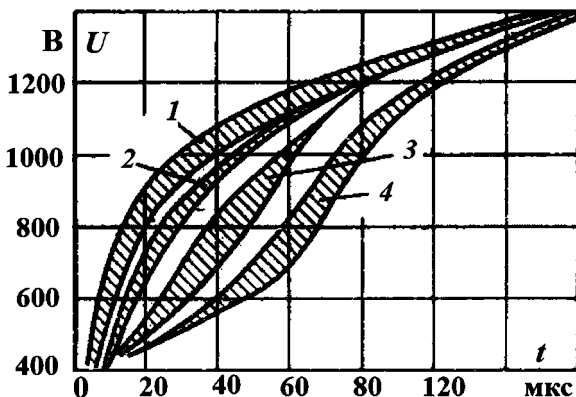


Рис. 3.50

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  от межконтактного расстояния в разные моменты времени после нуля тока при токе 138 А (по Бухгарту):

1 —  $l = 0,3$  мм; 2 —  $0,3 < l < 1,5$ ; 3 —  $l = 1,5$  мм; 4 —  $l = 6$  мм.

На рисунке 3.51 приведены зависимости ВП от длины промежутка, которые также подтверждают ранее сделанные выводы. При больших промежутках (свыше 5 мм) ВП практически не зависит от их величины.

С ростом отключаемого тока и величины межконтактного промежутка тенденция снижения ВП продолжается. Так при увеличении тока до 800 А, прочность промежутка в 5 мм снижается на 30% (рис. 3.51 и 3.52).

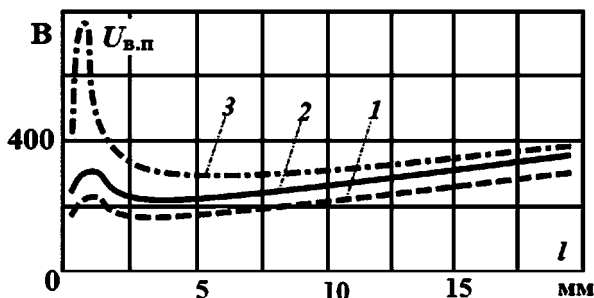


Рис. 3.51

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  от межконтактного расстояния в разные моменты времени после нуля тока при токе 138 А, контакты медные:

1 — 6 мкс; 2 — 35 мкс; 3 — 100 мкс.

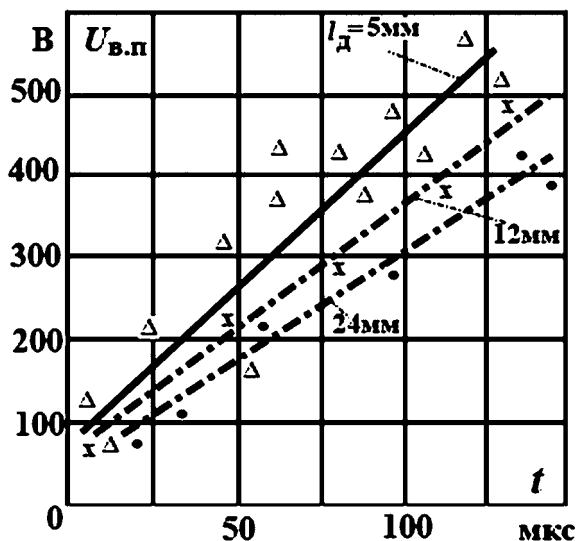


Рис. 3.52

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  при разной длине дуги и отключаемом токе 800 А



### Влияние отключаемого тока на ВП

На рисунке 3.53 представлены зависимости начальной восстанавливающейся прочности  $U_{в.п}^0$  и скорости ее нарастания  $k_{п}$  в функции отключаемого тока  $I_0$ .

Условно зависимости можно разбить на две области: малые токи (до 60–80 А) и большие (свыше 80 А). В области малых токов (рис. 3.54) опорные точки дуги прак-

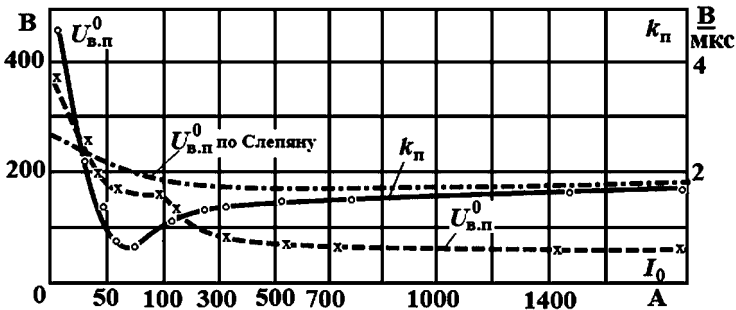


Рис. 3.53

Начальная восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}^0$  и скорость роста прочности  $k_{п}$  от отключаемого тока (свободная дуга, контакты медные)

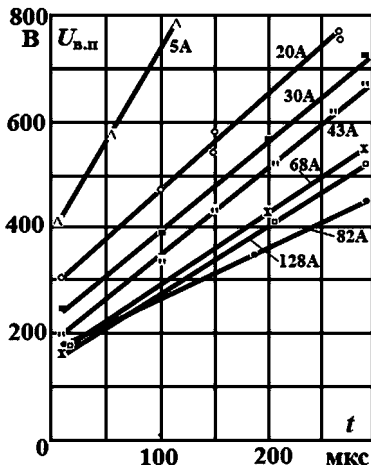


Рис. 3.54

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  промежутка при средних токах (свободная дуга)

тически неподвижны, электродинамические силы не участвуют в их перемежении. Это вызывает разогрев электродов и повышение концентрации ионизированных частиц в промежутке, а следовательно, и снижение ВП.

При больших токах (рис. 3.55) опорные точки дуги активно перемещаются под действием электродинамических сил, охлаждаясь и снижая концентрацию носителей заряда.

Разница в  $U_{в.п}^0$  по данным Д. Слепяна и И. С. Таева (140–160 В против 40–60 В) обусловлена разными условиями проведения эксперимента: в первом случае опорные точки дуги перемещались по электродам под действием магнитного поля, во втором — они были мало подвижны.

Ход зависимостей  $U_{в.п} = f(t)$  практически полностью подчиняется (3.54).

Аналогичен характер изменения ВП в КДУ типа дугогасительная решетка (ДР). Толщина пластин решетки  $\Delta = 2$  мм, расстояние между ними  $\delta = 5-7$  мм. Восстанавливающаяся прочность практически не зависит от величины отключаемого тока (рис. 3.56). С одной стороны, с ростом тока увеличивается диаметр опорных точек дуги, а следовательно, растет температура их нагрева, с другой, — происходит перемещение оснований дуги, а следовательно, их охлаждение. Таким образом, наступает равновесие температурного режима опорных точек дуги и концентрация носителей заряда в промежутке остается неизменной.

В щелевых камерах характер зависимости  $U_{в.п} = f(t)$  также подчиняется (3.54) в диапазоне времени 10–200 мкс после нуля тока. На рисунке 3.57 представлены эти зависимости для асбестоцементной камеры при отсутствии внешнего магнитного поля, причем контакты рычажного типа медные. Если сравнивать их с  $U_{в.п}$  свободной дуги, то разница между ними не существенная; те же процессы роста диаметра опорных точек дуги с ростом тока и их охлаждением при перемещении. Тем не менее щелевые камеры наиболее эффективны, так как дуга в них имеет более высокую вольт-амперную характеристику, чем у свободной дуги, резко растет активное сопротивление

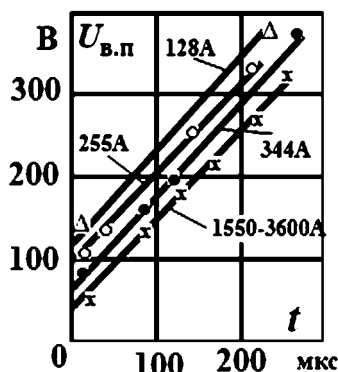


Рис. 3.55  
Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  промежутка при больших токах (свободная дуга)

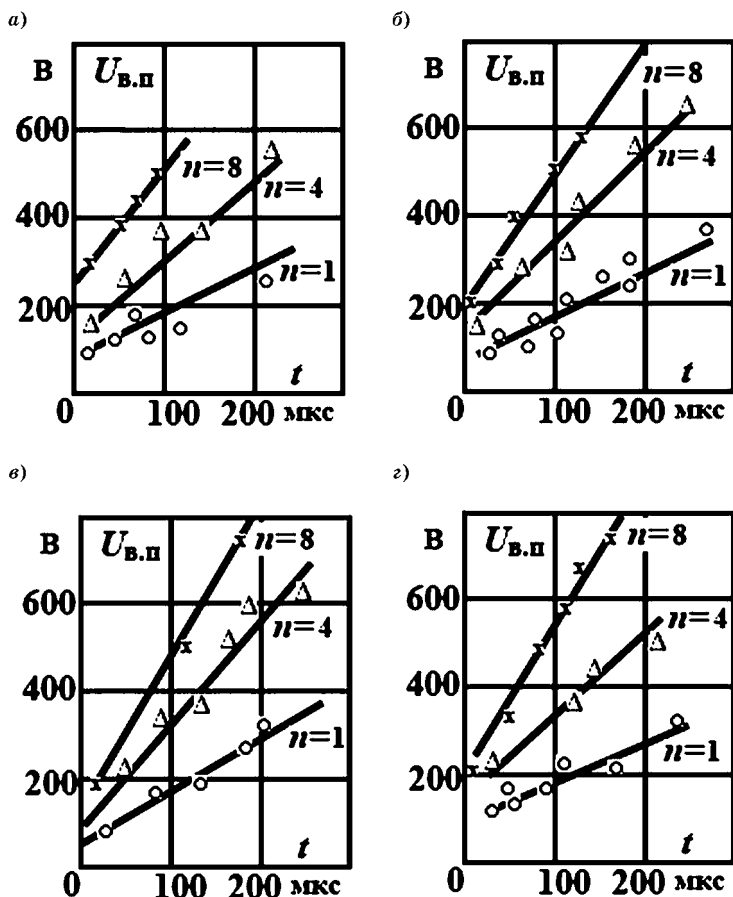


Рис. 3.56

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  при различных отключаемых токах  $I_0$  и числе разрывов  $n$ :

а —  $I_0 = 180$  А; б —  $I_0 = 660$  А; в —  $I_0 = 1200$  А; г —  $I_0 = 2400$  А; пластины ДР стальные;  $\Delta = 2$  мм;  $\delta = 5-7$  мм.

дуги и снижается условный сдвиг фаз между током и напряжением цепи. Это улучшает условия гашения дуги переменного тока.

Несмотря на это, щелевые камеры уступают дугогасительным решеткам с точки зрения формирования на-

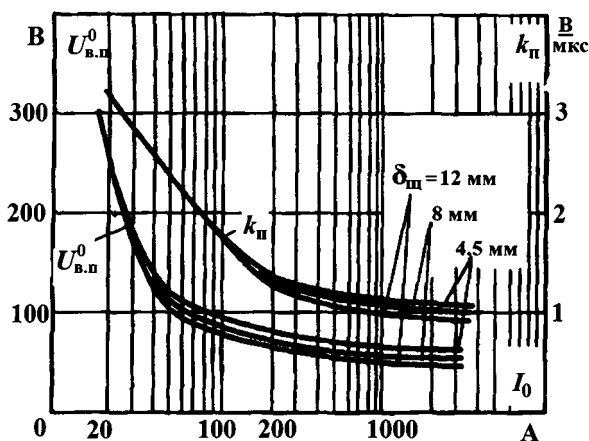


Рис. 3.57

Начальная восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}^0$  и скорость роста прочности  $k_{II}$  от отключаемого тока при разной ширине щели  $\delta_{щ}$  целевых камер

чальной восстанавливающейся прочности коротких промежутков.

#### *Влияние материала контактов на ВП*

Как показано выше, интенсивность термоэлектронной эмиссии с поверхности катода определяется совокупностью теплофизических постоянных контактного материала, температурой кипения материала и условиями охлаждения опорных точек дуги при их перемещении. Чем лучше теплоотводящая способность материала контакта, тем ниже термоэлектронная эмиссия, а чем выше температура кипения материала, тем интенсивность термоэлектронной эмиссии выше. Сказанное выше подтверждается на рисунке 3.58. Так серебряносодержащие контакты имеют наибольшую ВП, так как у серебра высокий коэффициент теплопроводности и более низкая температура кипения. Контакты из цинка имеют наименьшую температуру кипения, поэтому после перехода тока через нуль температура поверхности контакта быстро уменьшается за счет потерь энергии на испарение. Металлы с высокой температурой кипения (например, вольфрам) имеют высокую начальную температуру поверх-

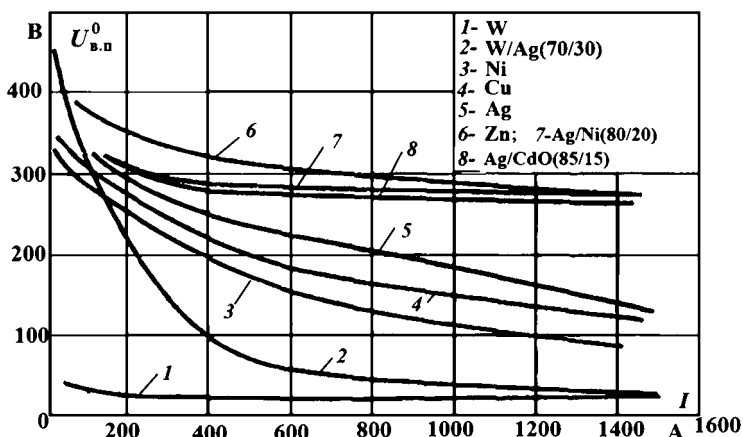


Рис. 3.58

Начальная восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}^0$  от отключаемого тока для разных материалов контактов (по данным Егк и И. С. Таева)

ности, но медленный спад температуры после нуля тока. С ростом отключаемого тока изменение температуры нагрева электродов замедляется, несмотря на увеличение диаметра дуги, в результате перемещения опорных точек дуги и их интенсивного охлаждения. Применение металлокompозиционных материалов практически не влияет на величину начальной ВП, и обусловлено повышением износостойкости контактов аппаратов.

#### *Влияние величины скорости движения опорных точек дуги на ВП*

Исследования влияния скорости перемещения опорных точек свободной дуги при разных отключаемых токах на ВП показали, что это влияние заметно только при небольших токах (до 120 А), когда замечен рост ВП, включая начальную, но спустя 50–100 мкс после нуля тока этот рост замедляется (рис. 3.59). Причины кроются в тех же теплофизических свойствах межконтактного промежутка и опорных точек дуги на контактах. Подобные исследования проводились на макете с внешним магнитным дутьем и без него в диапазоне отключаемых токов 120–2700 А и длине дуги (расстоянии между электродами) 5–24 мм. Следует также отметить, что в опытах

оперировали средней скоростью движения опорных точек дуги за полупериод, в то время как, в области нуля тока скорость перемещения опорных точек дуги близка к нулю, контакты больше разогреваются. Это обстоятельство необходимо учитывать при синхронном размыкании контактов перед нулем тока, когда опорные точки короткой дуги практически неподвижны.

*Влияние параметров дугогасительной решетки на ВП*

Эффект короткой дуги широко используется в дугогасительных решетках аппаратов управления и защиты.

Зависимости  $U_{в.п}^0$  и  $k_{п}$  в дугогасительной решетке от числа разрывов  $n$  приведены на рисунке 3.60. С увеличением числа разрывов наблюдается нелинейный рост ВП, причем скорость роста прочности растет еще быстрее. Такой характер зависимости

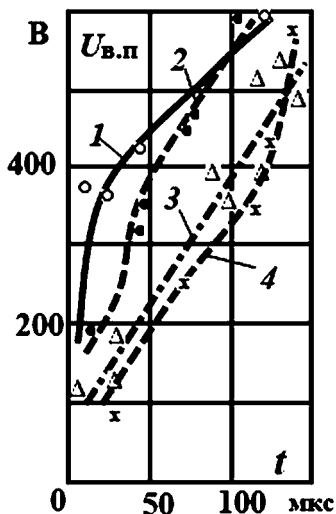


Рис. 3.59

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}^0$  от разной скорости движения дуги

при  $I_o = 120$  А: 1 —  $V_d = 23$  м/с, 2 —  $V_d = 12$  м/с и при  $I_o = 265$  А: 3 —  $V_d = 11$  м/с; 4 —  $V_d = 39$  м/с,  $l = 4-20$  мм.

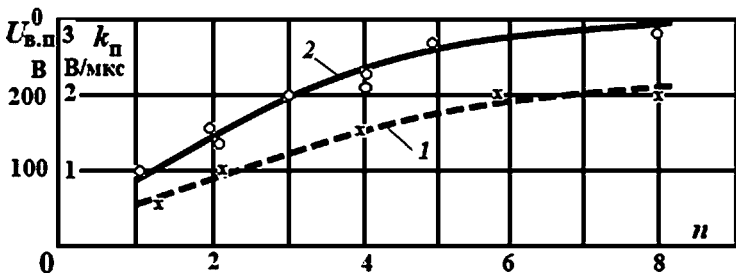


Рис. 3.60

Начальная восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}^0$  (1) и скорость роста прочности  $k_{п}$  (2) от числа разрывов  $n$  дугогасительной решетки: пластины стальные;  $\Delta = 2$  мм;  $\delta = 5$  мм

стей обусловлен неодинаковой скоростью перемещения опорных точек коротких дуг в различных разрывах решетки, вызванной спецификой распределения электродинамических усилий, действующих на короткие дуги в решетке. Одни короткие дуги перемещаются быстрее других. Это вызывает разную проводимость остаточного столба дуги в разрывах и разную степень ионизации промежутков. Такая неравномерность движения коротких дуг может вызвать частичный пробой наименее прочного промежутка и снижение его ВП. Таким образом, последовательные промежутки будут иметь не одновременный пробой, что снижает общую ВП дугогасительной решетки. Отсюда вывод: *надо иметь такую форму пластин решетки, их число и размеры, чтобы добиться одинаковой скорости движения отдельных дуг в разрывах, идентичные условия ионизации и восстановления прочности при заданном отключаемом токе* [5], [13], [42].

Если форма пластин на ВП мало влияет, то толщина пластин (рис. 3.61) и ее размеры улучшают теплофизические свойства дуги в решетке, что приводит к росту восстанавливаемой прочности КДУ. Однако необходимо учи-

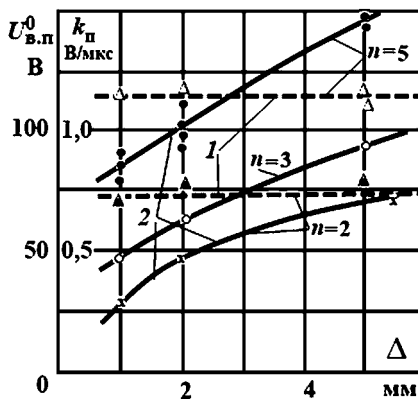


Рис. 3.61

Начальная восстанавливаемая прочность  $U_{в.п}^0$  (1) и скорость роста прочности  $k_{п}$  (2) от толщины пластин  $\Delta$  дугогасительной решетки: пластины стальные;  $\delta = 5$  мм;  $n = 2; 3; 5$ ;  $I_0 = 280$  А

тывать такие факторы, как величина отключаемого тока, длительность горения дуги, частота коммутации.

На рисунке 3.62 даны опытные зависимости  $U_{в.п} = f(t)$ , полученные в условиях свободно перемещающейся дуги по пластинам решетки, которые подтверждают приведенные выше объяснения.

В [13] дается оценка средней напряженности электрическо-

го поля  $E$  единичного промежутка в решетке автоматического выключателя при токе 2400 А, обеспечивающая отсутствие повторных пробоев в дугогасительной решетке. При  $n = 7$  промежутков и расстоянии между пластинами  $l = 16$  мм повторные пробои в решетке не наблюдаются, если  $E = 40$  В/см. При напряженности поля между пластинами  $E = 49\text{--}63$  В/см появляется вероятность повторных пробоев, а при

$E = 63$  В/см и выше имеют место повторные пробои по нижним кромкам дугогасительной решетки.

Аналогичным путем показана допустимая напряженность промежутка, не вызывающая его пробой, для  $n = 15$  и  $l = 6$  мм. Она составляет: от  $E = 35\text{--}39$  В/см (пробой отсутствует) до  $E = 69$  В/см (имеют место постоянные пробои промежутков в решетке).

Представляет интерес зависимость средней напряженности электрического поля между пластинами решетки от расстояния между пластинами  $E = f(l)$  (рис. 3.63). Это верхняя граница пробоя промежутка.

Используя зависимость рисунка 3.63 и снятую осциллограмму отключения тока аппаратом (рис. 3.64), можно рассчитать  $E$  и сделать вывод об эффективности отключения цепи дугогасительной решеткой как

$$E = \frac{U_0}{nl}.$$

Так, при мгновенном значении напряжения источника при нуле тока  $U_0 = 325$  В,  $n = 8$  и  $l = 10$  мм  $E = 41$  В/см,

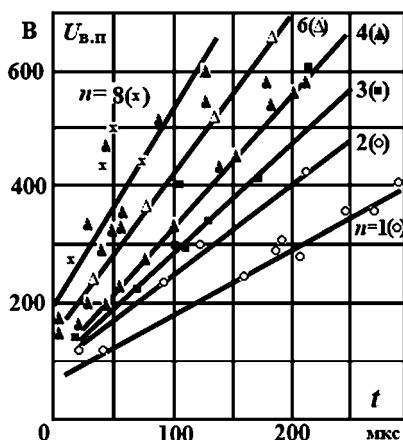


Рис. 3.62

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  при разном числе разрывов решетки  $n$ : пластины стальные;  $I_0 = 350$  А;  $\Delta = 2$  мм;  $\delta = 5\text{--}7$  мм



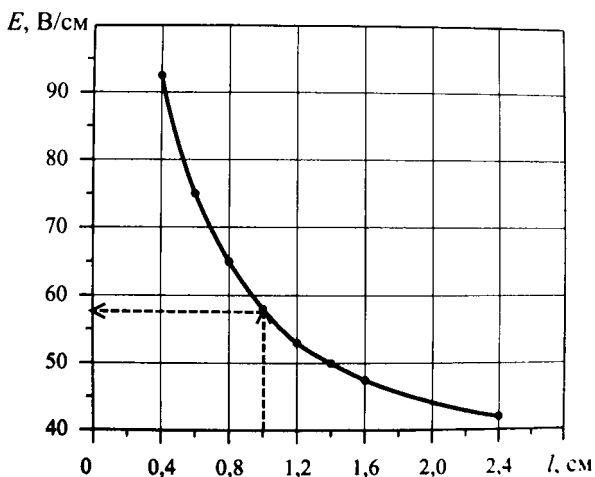


Рис. 3.63

Средняя напряженность электрического поля между пластинами решетки от расстояния между пластинами

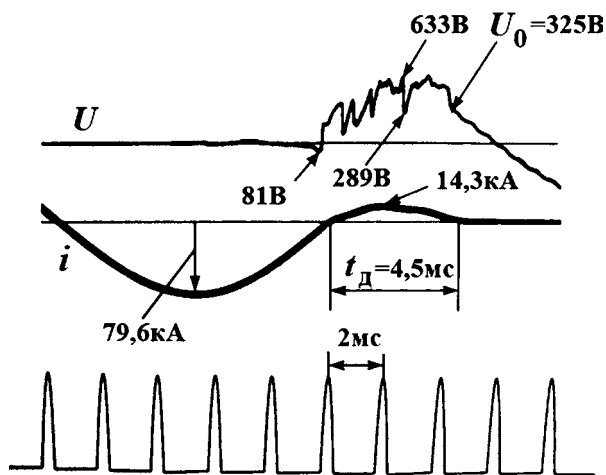


Рис. 3.64

Осциллограмма отключения тока 56,1 кА при фазном напряжении  $U = 400$  А и  $\cos\varphi = 0,2$  выключателем на номинальный ток 2500 А [13]

что ниже реальной напряженности поля, приложенного к промежутку (58 В/см), и он пробьется.

Такая оценка ВП по напряженности электрического поля в решетке может быть использована для подбора конструктивных параметров дугогасительной решетки сильноточных автоматических выключателей.

*Восстанавливающаяся прочность в аппаратах  
высокого напряжения*

В аппаратах высокого напряжения исследуемые параметры ВП имеют значительно большие значения, чем в низковольтных аппаратах, что накладывает определенные трудности на их измерение. Поэтому обширных экспериментальных данных по ВП в высоковольтных аппаратах мало.

Тем не менее можно привести некоторые сравнительные результаты  $U_{в.п} = f(t)$  при гашении дуги высокого давления и в вакууме.

Ниже на рисунке 3.65а приведены качественные соотношения ВП и ПВН для среды дугогашения элегаз ( $SF_6$ ) и воздух. Сделанные выводы говорят об эффективности гашения дуги в элегазе.

В масляных выключателях на скорость распада остаточного столба дуги основное влияние оказывает продукт разложения масла — водород, нейтрализующий отрица-

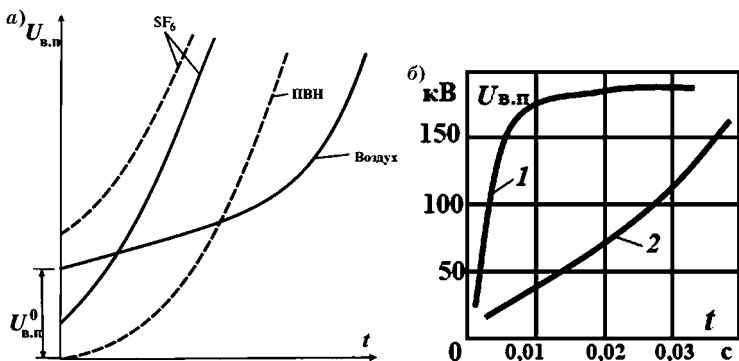


Рис. 3.65

Восстанавливающаяся прочность выключателей в среде дугогашения: а — элегаз ( $SF_6$ ) и воздух; б — воздух (1) и масло (2).

тельно заряженные частицы (рис. 3.65б). Тем не менее масляные выключатели значительно уступают по ВП даже воздушным.

Что касается вакуумных выключателей (о физической природе ВП в вакууме говорилось ранее), то они имеют наилучшие показатели по восстанавливающейся прочности среди аппаратов данного класса напряжения.

На рисунке 3.66 приведены экспериментальные зависимости восстанавливающейся прочности  $U_{в.п} = f(t)$  вакуумного промежутка для серебряных электродов различного диаметра. Зависимости получены на токе

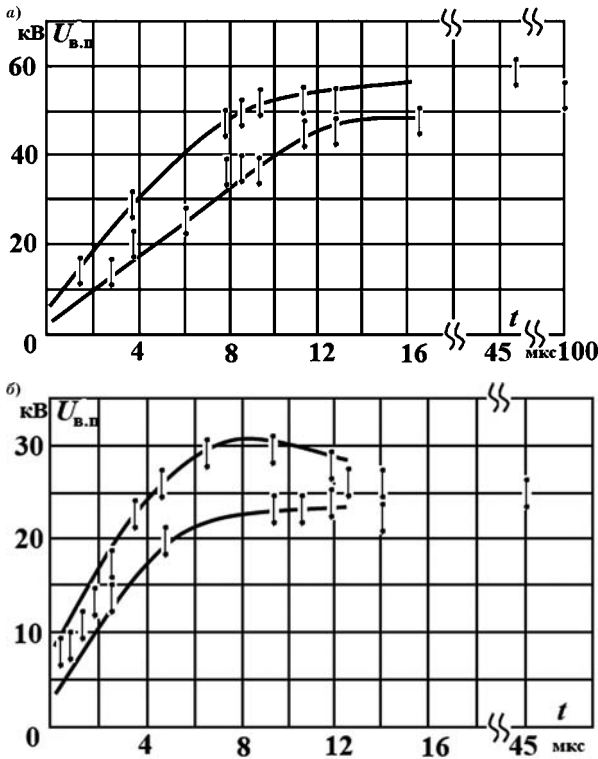


Рис. 3.66

Восстанавливающаяся прочность  $U_{в.п}$  вакуумного промежутка для серебряных электродов диаметром 5,08 см при длине промежутка 4,6 (а) и 2,3 (б) мм (данные J. F. Rich)

250 А после его «форсированного» перевода через нуль (см. выше пояснение процесса роста ВП в вакуумных промежутках). Время полного восстановления электрической прочности при этом не превышает 10 мкс. При малых диаметрах электродов и больших длин промежутков наблюдается значительное увеличение времени роста ВП (до 20–30 мкс).

Что касается скорости роста ВП, то она достигает значительных величин (до 10–20 кВ/мкс) при отключении малых токов, что намного превышает скорость роста ПВН (до 3 кВ/мкс). Это обусловлено малой постоянной времени спада плотности частиц в промежутке.

При токах короткого замыкания постоянная времени спада температуры и время восстановления прочности промежутка существенно возрастают (соизмеримы с полупериодом промышленной частоты), что может привести к отказу при отключении. В этом случае необходимо применять контакты специальной конструкции для ограничения сильного нагрева электродов.

### 3.4.3. Теоретические методы определения восстанавливающейся прочности

Представляют интерес попытки разработать теоретические соотношения для расчета восстанавливающейся прочности на основе теории Таунсенда. Однако многие учитывают лишь влияние температуры газа на прочность промежутка только через изменение его плотности. Термическая ионизация газа и термоэлектронная эмиссия с разогретых контактов в расчет не принимаются. Однако, как показано выше, эти факторы приобретают особо важное значение в аппаратах низкого напряжения, где процессы у электродов являются первостепенными.

Известно, что критерий пробоя по Таунсенду имеет вид:

- для равномерного поля

$$\gamma(e^{\alpha_y l} - 1) = 1, \quad (3.55)$$

где  $\alpha_y$  — число столкновений электрона на единице пути;

- для неравномерного поля

$$\gamma \left[ \exp \int_0^l \alpha_y dl \right] = 1,$$

где  $\gamma$  — второй коэффициент Таунсенда (число электронов, выбитых из катода при ударе о него положительного иона). Через  $\alpha$  обозначен коэффициент объемной ударной ионизации, называемый *первым коэффициентом Таунсенда*, который определяет число актов ионизации, совершенных движущимся по направлению поля электроном на пути 1 см.

Для учета влияния электронов термоэмиссии с разогретого катода и электронов, возникших при термической ионизации в газе вводится некоторый обобщенный эквивалентный коэффициент  $\gamma'$  вместо  $\gamma$ , называемый также *вторым коэффициентом Таунсенда*. Он учитывает всю совокупность процессов, под влиянием которых имеет место выход электронов из поверхности катода в процессе газового разряда (термоэлектронная и автоэлектронная эмиссии по существу также могут быть отнесены к  $\gamma$  — процессам на катоде). Этот коэффициент принимается равным: для медных электродов в воздухе 0,025, в азоте 0,065, в водороде 0,05, в аргоне 0,06; в среде атмосферного воздуха он равен: для алюминиевых электродов 0,035, для железных 0,02. Коэффициент  $\gamma$  возрастает при наличии примесей, окисных пленок на поверхности металла.

Если для критических условий положить  $\gamma N_+ = 1$  (каждый положительный ион  $N_+$  выбивают один электрон), то получим

$$\gamma' = \gamma(1 + N_9). \quad (3.56)$$

С учетом (3.56) условия пробоя промежутка приобретают вид:

- для равномерного поля

$$(1 + N_9)\gamma[\exp(\alpha l) - 1] = 1; \quad (3.57)$$

- для неравномерного поля

$$(1 + N_9)\gamma \left[ \exp \int \alpha dl - 1 \right] = 1.$$

Когда разогретый катод непрерывно испускает  $N_e$  электронов в единицу времени, разряд становится самоподдерживающимся, если образовавшиеся при ионизации  $n_i$  ионов при ударе о катод выбьют из него на смену себе столько же электронов, сколько было у катода в начале процесса (см. формулу (3.55)).

Уравнение (3.55) является условием самостоятельности разряда и на его основе можно рассчитать электрическую прочность (пробивное напряжение) газового промежутка.

Таким образом, из приведенного рассмотрения следует установившийся процесс последовательного вырывания из катода по одному электрону. Но это произойдет при некоторых критических условиях для определенной напряженности поля, когда начинается лавинообразный процесс пробоя промежутка.

Для определения коэффициента  $\alpha_y$  можно воспользоваться аналитическими выражениями или использовать опытные значения (для воздуха даны в [5]).

Причиной появления термоэлектронной эмиссии катода является температурный режим оснований опорных точек дуги, которые также поставляют частицы паров металла в газоразрядный промежуток, снижая восстанавливаемую прочность. Смесь газа и паров металла обладает некоторым эффективным потенциалом ионизации. Для смеси двух газов имеем:

$$U_{i\text{эфф}} = -8,6 \cdot 10^{-5} T \ln \left( \frac{N_1}{N_\Sigma} e^{-\frac{11600U_{i1}}{T}} + \frac{N_2}{N_\Sigma} e^{-\frac{11600U_{i2}}{T}} \right), \quad (3.58)$$

где  $N_1$  и  $N_2$  — концентрация составляющих смеси ( $N_\Sigma = N_1 + N_2$ );  $U_{i1}$  и  $U_{i2}$  — потенциалы ионизации соответствующих компонентов смеси;  $T$  — абсолютная температура газа.

Приблизительную оценку содержания частиц металла в единице объема дугового газа можно сделать исходя из плазменного переноса металла с катода на анод при горении дуги. Так расчетные значения эффективного потенциала ионизации смеси воздуха с парами меди, показали, что при невысокой температуре (в районе температуры

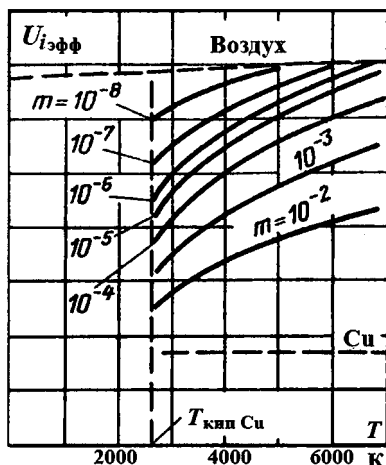


Рис. 3.67

Эффективный потенциал ионизации смеси воздуха с парами меди

кипения меди) эффективный потенциал ионизации минимальный при максимальной концентрации паров меди (рис. 3.67). С ростом температуры он возрастает при постоянной концентрации паров металла, изменяясь в диапазоне от 8,5 В (для меди) до 13 В (чистый воздух). Подобная оценка эффективности потенциала ионизации близка к реальной при невысоких температурах. С ростом температуры необходимо

учитывать появления в промежутке окиси азота с потенциалом ионизации 9,5 В.

Используя найденные выражения (3.57) и (3.58), получим условия пробоя для *равномерного поля* ( $U_{пр} = E_{пр}l$ )

$$U_{пр} = \frac{B_0 U_{iэфф}(pl)}{\ln \left\{ \frac{A_0 U_{iэфф}(pl)}{\ln \left[ 1 + \frac{1}{\gamma(N_э + 1)} \right]} \right\}}. \quad (3.59)$$

Эта формула учитывает как влияние температуры и концентрации металла на пробивное напряжение (через эффективный потенциал ионизации), так и влияние термоэлектронной эмиссии на  $U_{пр}$  (через  $N_э$ ). Расчетные зависимости и их согласование с опытной кривой Пашена приведены в [5].

Зависимость (3.59) справедлива, когда поле равномерное, т. е. когда  $N_э$  электронов одновременно оказываются у катода, хотя электроны термоэмиссии электрическим полем распределяются по промежутку, и о равномерности поля говорить не приходится.

Для неравномерного электрического поля в межконтактном промежутке получено следующее выражение, в котором учитывается влияние электронов, появившихся в промежутке вследствие термоэмиссии катода и электронов, возникающих при термической ионизации газа,

$$U_{\text{пр}} = \frac{B_0 U_{\text{иэфф}}(pl)}{\ln \left\{ \frac{A_0 U_{\text{иэфф}}(pl)}{\ln \left[ 1 + \frac{1 + N_{e0} k \gamma}{\gamma (1 + N_{e0} / \alpha)} \right]} \right\}}. \quad (3.60)$$

Можно уточнить полученное выражение и при учете влияния электронов, возникающих в промежутке при термической ионизации газа, учитывая количество образованных ионов.

На рисунке 3.68 приведены расчетные зависимости пробивного напряжения воздуха с учетом (1, 3) и без учета (2, 4) влияния термической ионизации газа в межконтактном промежутке. Степень термической ионизации газа вычислена по формуле М. Н. Саха. Расчет приведен для: коэффициентов  $A_0 = 24,9 \cdot 10^{-4}$ ;  $B_0 = 12,2 \cdot 10^6$ ; сечение столба дуги  $S_{\text{ц}} = 0,5 \text{ см}^2$ ;  $\gamma = 0,025$ ;  $l = 1 \text{ см}$ ;  $p = 1,035 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $\alpha = 0,012$ .

С использованием вышеприведенного подхода получены зависимости, устанавливающие связь между пробивным напряжением околоскатодного слоя  $U_{\text{к}}$  и параметрами промежутка для таунсендовского и тлеющего разряда.

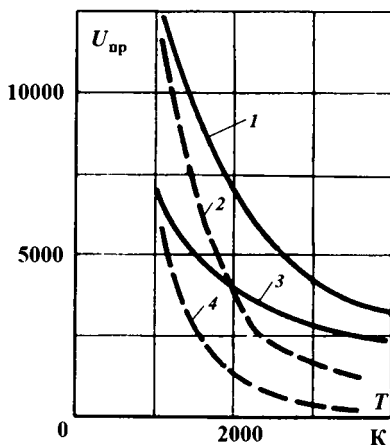


Рис. 3.68

Расчетные зависимости  $U_{\text{пр}} = f(T)$  для воздуха:

1 и 2 —  $U_{\text{иэфф}} = 15 \text{ эВ}$ ; 3 и 4 —  $U_{\text{иэфф}} = 8 \text{ эВ}$ ;  
1 и 3 — с учетом влияния термической ионизации газа; 2 и 4 — без учета влияния термической ионизации газа.



Полученные значения  $U_k$  для различных контактных материалов хорошо согласуются с опытными данными.

Разработанные зависимости учитывают влияние на пробивное напряжение концентрации электронов в газе, возникших вследствие термоэлектронной эмиссии, термической ионизации или иных причин, но не учитывается характер распределения энергии электронов, который зависит от давления.

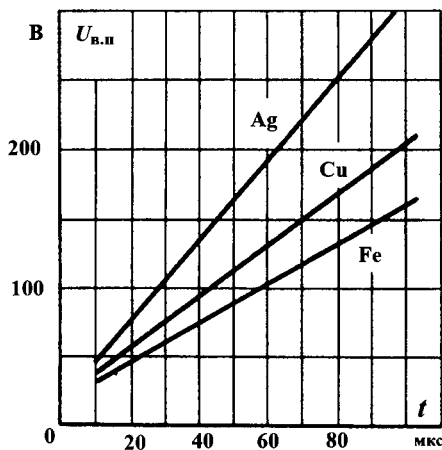
При низком давлении длина свободного пробега относительно велика и электроны приобретают большую кинетическую энергию, которая превосходит кинетическую энергию нейтральных атомов и положительных ионов. Причем кинетическая энергия электронов, которая характеризуется величиной температуры электронного газа (отличной от температуры газа), может достигать десятков тысяч градусов. С повышением давления температура электронного газа снижается, а температура газа растет и при давлении примерно  $10^5$  Па их температуры почти сравниваются. Такая дуга называется дугой высокого давления.

Учет характера распределения энергии электронов в условиях дугового промежутка аппаратов приведет к определенному видоизменению найденных выше расчетных соотношений.

Чтобы это учесть, необходимо рассчитать температурные режимы остаточного столба дуги. Для этого надо знать размеры оснований дуги (радиус столба дуги) и протяженность околоскатодной зоны за переходом тока через нуль. А построив распределение температуры вдоль оси газового канала, можно приблизительно оценить величину восстанавливающейся прочности за переходом тока через нуль, воспользовавшись ранее найденными выражениями (3.59) или (3.60). На рисунке 3.69 даны расчетные кривые  $U_{пр} = f(t)$  для контактов из разных материалов при одинаковых условиях отключения.

С точки зрения условий восстановления электрической прочности серебро является наилучшим из рассмотренных контактных материалов.

Анализ расчетных кривых восстанавливающейся прочности позволяет установить наличие двух характерных



**Рис. 3.69**  
 Расчетные зависимости  $U_{пр} = f(t)$  для серебряных, медных и железных контактов при  $I_0 = 400$  А,  $E = 15$  В/см,  $t_d = 0,005$  с,  $l_d = 0,5$  см

зон. Сразу после нуля тока, в пределах  $10^{-5}$  с, наблюдается относительно крутой подъем кривой, определяемой, в основном, закономерностями процесса охлаждения оснований дуги на контакте. Если эти основания практически мгновенно оказываются «холодными», прочность также почти мгновенно восстанавливается до величины катодного падения напряжения в тлеющем разряде. Когда остывание основания дуги замедляется, нарастание прочности в этой стадии также замедляется и достигает 250 В лишь в течение нескольких десятков микросекунд. Второй характерный участок на расчетных кривых, которому свойственно более медленное нарастание прочности, определяется условиями охлаждения околокатодной зоны остаточного столба, увеличением ее протяженности и снижением температуры. В случае «холодных» электродов (оснований дуги) рост восстанавливающейся прочности начинается непосредственно за переходом тока через нуль. Подобное имеет место при ограниченной длительности горения дуги перед нулем тока (порядка 0,5–1 мс), например в условиях синхронного размыкания контактов (см. параграф 4.2).

При нагретых до значительных температур основаниях дуги начало интенсивного роста восстанавливающейся прочности относится к временам в несколько десятков микросекунд после нуля тока.

Электрическая прочность аппаратов высокого напряжения (длинная электрическая дуга) с плотной дугогасительной средой в районе нуля тока определяется процессами в промежутке при распаде столба дуги, скорость которого зависит от скорости спада проводимости дуги (величины подкасательной  $\tau_d$ ), и при недостаточно высокой скорости роста восстанавливающейся электрической прочности происходит тепловой или электрический пробой промежутка. Во многом рост прочности межконтактного промежутка зависит от конструктивных особенностей КДУ выключателя (дугогасительной среды, эффективности обдува дуги и др.) и отключаемого тока.

Как отмечалось ранее, тепловой пробой связан с разогревом плазмы остаточного столба дуги, что приводит к усилению термической ионизации и росту проводимости плазмы. Рост проводимости заканчивается появлением в промежутке квазистационарной дуги и отказу выключателя при отключении цепи. Околокатодные явления в этом случае не играют определяющей роли и их можно не учитывать.

Электрический пробой происходит при малой остаточной проводимости и малой степени ионизации в промежутке, что имеет место при отключении сравнительно небольших токов при высоких и сверхвысоких напряжениях, а также при отключении цепи вакуумными выключателями. Электрический пробой связан с лавинообразными процессами ударной ионизации под действием приложенного восстанавливающегося на межконтактном промежутке напряжения (стримерный механизм пробоя).

Из выключателей с плотной дугогасительной средой наибольшей скоростью восстановления электрической прочности (электрического сопротивления) промежутков после нуля тока обладает *элегазовый выключатель*, что вызвано, с одной стороны, хорошим теплоотводом от столба дуги при низких температурах в районе нуля тока, с другой — при снижении температуры элегаза происходит резкое увеличение сечения захвата свободных электронов молекулами элегаза и атомами фтора, а это вызы-

вает быстрое падение концентрации свободных электронов и проводимости столба дуги.

Что касается воздушных и масляных выключателей, то их скорость восстановления электрической прочности дугогасительных промежутков намного меньше, чем элегазовых, что обусловлено более низкой «холодной» электрической прочностью воздуха и водорода (водород составляет до 70% парогазовой смеси при гашении дуги в масле) по сравнению с элегазом.

Еще меньшая скорость спада проводимости дугогасительных промежутков после нуля тока характерна для электромагнитных выключателей, так как высокая проводимость межконтактного промежутка ограничивает ее электрическую прочность после нуля тока.

Изменение проводимости (относительной величины подкасающей  $\tau'_d$ ) реального выключателя в районе перехода тока через нуль можно описать как

$$\tau'_d \frac{1}{R_d}(t) = \frac{\tau_d}{\vartheta} = \frac{1}{1 - \frac{ui}{P_0}}. \quad (3.61)$$

Как видно из (3.61), мгновенное значение подкасающей  $\tau'_d$  зависит только от мгновенного значения отношения выделенной в дуге мощности к отводимой  $\frac{ui}{P_0}$ .

Чем меньше отношение  $\frac{ui}{P_0}$ , тем меньше  $\tau'_d$  и круче спад проводимости дуги во времени. Наибольшая отводимая мощность  $P_0$  характерна для щелевой камеры электромагнитного выключателя, поэтому заметный спад проводимости столба дуги в нем наблюдается при сравнительно больших мгновенных значениях тока.

В выключателях с газовым дутьем характер спада проводимости столба дуги при подходе тока к нулю зависит от свойств дугогасительной среды, конструкции дутьевых систем выключателя и создаваемого при гашении перепада давления.

Сравнивая закономерности спада проводимости дуги и тока для двух дугогасительных сред — воздуха и элегаза и их влияние на рост прочности промежутка, можно отме-

тить, что электрическая прочность элегазовых промежутков может восстанавливаться после нуля тока с очень высокой скоростью, так что гашение дуги может происходить и без паузы тока, которая появляется при интенсивном обдуве дуги. В воздушных дугогасительных устройствах, у которых скорость восстановления прочности намного ниже, для успешного гашения дуги требуется пауза тока перед стадией восстановления напряжения (рис. 3.65а).

Таким образом, при прочих равных условиях начальное электрическое сопротивление и начальная электрическая прочность  $U_{в.п}^0$  в воздушных выключателях на стадии восстановления напряжения значительно выше, чем в элегазовом. Необходимо отметить, что такое сравнение справедливо при одинаковой интенсивности обдува столба дуги в воздухе и элегазе, т. е. при сопоставимых перепадах давления и расходах газа и одинаковых ПВН.

Основными параметрами дугогасительной среды, влияющими на скорость спада проводимости столба, являются удельная электропроводность и коэффициент теплопроводности газа. Эти параметры зависят от температуры, изменяясь на несколько порядков в том диапазоне температур газа ( $10\,000\text{ К} > T > 6000\text{ К}$ ), который характерен для района перехода тока через нуль.

Свойства воздуха (удельная электропроводность и коэффициент теплопроводности) в указанном диапазоне температур таковы, что при гашении дуги в воздухе условия для быстрого спада тока в КДУ более благоприятные, чем при гашении в элегазе. Поэтому начальная восстанавливаемая прочность  $U_{в.п}^0$  в КДУ с воздушным дутьем, как правило, выше аналогичного параметра КДУ элегазового выключателя. Хотя элегазовые выключатели с большим напряжением на один разрыв (более 250 кВ) и большими токами отключения имеют более высокую  $U_{в.п}^0$  и скорость восстановления электрической прочности по сравнению с выключателями другого типа. В этом случае в элегазовом КДУ создается интенсивный обдув, при котором появляется и пауза тока (рис. 3.65а).

При достаточно интенсивном обдуве дуги в элегазовом КДУ также можно обеспечить высокие значения мощно-

сти теплоотода  $P_0$ , при которых ток в КДУ прекратится до естественного перехода через нуль и возникнет пауза тока.

Более высокие значения коэффициента теплопроводности и теплоотода от остаточного столба дуги при малых температурах являются одной из причин более высокой скорости роста электрической прочности элегазового промежутка КДУ на стадии восстановления напряжения по сравнению с воздушным при прочих равных условиях.

Кроме того, при снижении температуры остаточной плазмы столба дуги до 2000–3000 К в элегазе резко увеличивается сечение захвата электронов молекулами элегаза и атомами фтора, активизируется процесс образования устойчивых отрицательных ионов. В результате этих процессов концентрация свободных электронов в этом диапазоне температур в остаточном столбе дуги в элегазе уменьшается намного быстрее, чем в воздухе. С уменьшением концентрации свободных электронов растет и электрическая прочность промежутка. Поэтому элегазовые КДУ характеризуются более высокой скоростью восстановления электрической прочности, чем воздушные, и способны гасить дугу даже при сравнительно небольшой начальной электрической прочности (рис. 3.65).

У воздушного КДУ меньшая скорость восстановления прочности компенсируется более высокими значениями начальной прочности (рис. 3.65).

Восстановление электрической прочности при гашении дуги в вакуумной дугогасительной камере (ВДК) имеет свои особенности, обусловленные низкой концентрацией заряженных частиц, поступающих из приэлектродных областей во время горения дуги, и высокой концентрацией паров металла с поверхностей электродов, нагретых до высоких температур. Эти факторы и определяют скорость восстановления электрической прочности вакуумного промежутка, и предельную отключающую способность ВДК.

В отличие от газовых КДУ отказы при отключении цепи вакуумными выключателями могут быть связаны с электрическим пробоем промежутка при достаточно высокой остаточной концентрации паров металла или пробоем

ем промежутка «остаточная плазма — катод» при достаточно высокой остаточной концентрации ионов и напряженности поля у электрода после нуля тока (аналогично пробую коротких дуговых промежутков).

Таким образом, термическая ионизация (тепловой пробой) в вакуумных промежутках после нуля тока отсутствует.

Скорость восстановления электрической прочности сильно зависит от величины тока и длительности его протекания, скорости спада тока у нуля, конфигурации контактов и контактного материала, т. е. от условий горения вакуумной дуги до перехода тока через нуль. Процессы, определяющие скорость восстановления электрической прочности вакуумного промежутка при отключении малых токов (до единиц килоампер) и токов короткого замыкания (десятки килоампер), имеют свои особенности.

При отключении малых переменных токов восстановление электрической прочности вакуумного промежутка происходит очень быстро, до 20 кВ/мкс, что связано с малыми временами разлета остаточной плазмы и невысокой начальной концентрацией частиц в промежутке в момент нуля тока. При этом скорость роста электрической прочности промежутка снижается с увеличением отключаемого тока (увеличивается начальная концентрация частиц), а также с увеличением межконтактного расстояния и уменьшением диаметра контактов. На скорость роста прочности влияет и конфигурация межконтактного промежутка, так как меняется время жизни частиц и скорость спада их концентрации. Время восстановления электрической прочности увеличивается также с ростом скорости спада тока до нуля, что проявляется при отключении даже небольших постоянных и высокочастотных токов (концентрация частиц возрастает).

С увеличением тока тепловой поток на анод и температура поверхности анода во время горения дуги могут вырасти настолько, что в момент перехода тока через нуль она превысит допустимые по электрической прочности промежутка значения. Если анод нагревается до температуры, при которой концентрация пара в промежутке в момент нуля

тока достаточно велика, то пробой промежутка неизбежен, так как время спада температуры его поверхности обычно намного больше времени восстановления напряжения.

Если правильно выбрать диаметр контактов и длину промежутка ВДК, то при отключении малых токов (до 4–5 кА) скорость роста электрической прочности после нуля тока может достигнуть 10–20 кВ/мкс, что намного превышает скорость восстановления напряжения (до 3 кВ/мкс) в сетях среднего напряжения.

При отключении больших токов (токов короткого замыкания) время спада температуры поверхности анода и время восстановления электрической прочности столь велики (соизмеримы с полупериодом промышленной частоты), что превышение допустимой температуры в момент нуля тока неизбежно приводит к отказу при отключении. Это ограничивает величину отключаемого тока ВДК. Поэтому при отключении больших токов применяются контакты специальной конфигурации для предотвращения сильного нагрева больших участков анода [4].

В таблице 3.2 проведено сравнение процессов, оказывающих влияние на ход восстановления электрической прочности промежутков после горения длинной дуги высокого давления и вакуумной диффузной дуги.

Таблица 3.2

**Восстановление электрической прочности межконтактных промежутков [4]**

Влияющие факторы и модели	Дуга высокого давления	Вакуумная дуга
Плазма остаточного столба	Охлаждение потоком газа	Разлет частиц и их конденсация
Катодные процессы	Слабо влияют	Влияют при малых токах
Анодные процессы	Слабо влияют	Ограничивают $U_{в.п}$ при больших токах
Параметры цепи	Сильно влияют через ПВН и паузу тока	Слабо влияют из-за очень высокой $dU_{в.п}/dt$
Предельный отключаемый ток	Сильно зависит от процессов в столбе	Определяется нагревом анода за время горения дуги



## КОММУТИРУЮЩИЕ УСТРОЙСТВА АППАРАТОВ

### 4.1. ОСНОВЫ РАСЧЕТА ДУГОГАСИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

**С**оздание модели дугогасительного устройства коммутационного аппарата связано не только с описанием процессов горения и гашения дуги, но и с математическими представлениями этих процессов, адекватно подтверждающих экспериментальные данные. Чтобы спроектировать такое дугогасительное устройство необходимо обладать информацией о времени горения дуги, энергии, выделившейся в дуге, уровне возникающих перенапряжений, количестве электричества за нулем тока, величине теплового воздействия дуги (интеграле Джоуля), величине давления и температуры газа в камере и ряде других параметров.

Пока не существует точного аналитического представления модели дуги, и большинство авторов идут по пути создания упрощенных математических моделей, либо используют адаптивные модели с введением эмпирических зависимостей. При этом для описания динамической дуги используются цилиндрическая, гидроаэродинамическая или газодинамическая (термодинамическая) модели дуги.

Одна из таких моделей была заложена в MATLAB еще в 2001 г. в Power System Blockset применительно к дуговым процессам в аппаратах высокого напряжения [37]. Цилиндрическая модель дуги Mayr–Cassie связывает электрические параметры дуги (ток, градиент напряжения, сопротивление дуги) с теплофизическими параметрами (постоянная времени дуги, теплоемкость дуги),

т. е. представляет собой баланс мощностей, подводимых и отводимых от дуги.

Уравнения модели дуги Маур были выведены посредством блока DEE (редактора дифференциальных уравнений) Simulink (рис. 4.2). Причем система уравнений представляется в явном виде Коши (подробнее см. [37]), а ее реализация показана на рисунке 4.1:

$$\frac{dx(1)}{dt} = \frac{u(2)}{\tau} \left( \frac{e^{x(1)}u(1)^2}{P} - 1 \right), \quad y = e^{x(1)}u(1);$$

$$\frac{d \ln g}{dt} = \frac{u(2)}{\tau} \left( \frac{gu^2}{P} - 1 \right), \quad i = gu,$$

где  $x(1)$  — параметр состояния дифференциального уравнения, который является естественным логарифмом проводимости дуги;  $x(0)$  — начальное значение параметра состояния, т. е. значение проводимости дуги  $g(0)$ ;

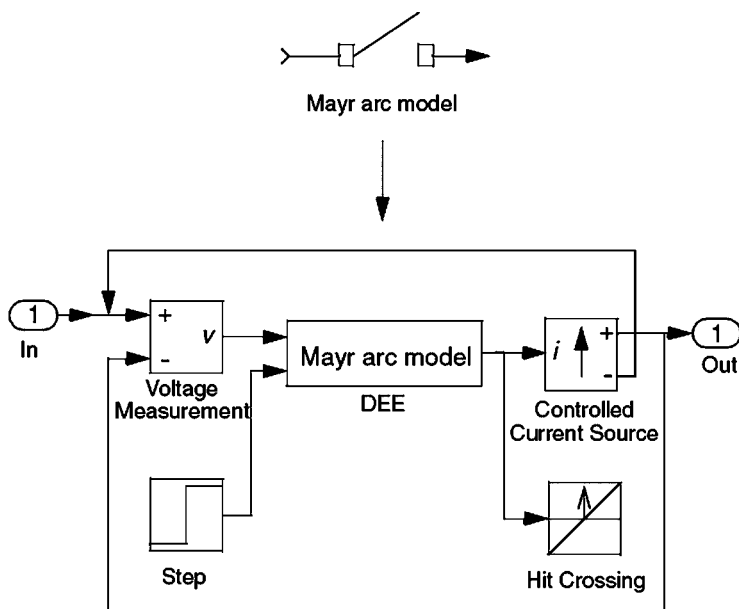


Рис. 4.1  
Реализация модели дуги Маур

Differential Equation Editor (Fcn block syntax)		
Name:	Mayr arc model	
# of inputs:	2	
dx/dt=	First order equations, f(x,u): $u(2)^*(1/\tau)^*((\exp(x(1)))^*u(1)^2)/P-1$	x0 $\log(x0)$
	Number of states = 1	Total = 1
y =	Output Equations, f(x,u): $\exp(x(1))^*u(1)$	

Рис. 4.2  
Ввод уравнения дуги Маур через блок DEE

$u(1)$  — первый вход блока DEE, который является напряжением дуги  $u$ ;  $u(2)$  — второй вход блока DEE, который представляет собой расстояние между разомкнутыми контактами выключателя  $u(2) = 0$  — контакты замкнуты;  $u(2) = 1$  — контакты разомкнуты;  $y$  — вывод блока DEE, который является током дуги  $i$ ;  $g$  — проводимость дуги;  $u$  — напряжение дуги;  $i$  — ток дуги;  $\tau$  — постоянная времени горения дуги;  $P$  — мощность (причем,  $\tau$  и  $P$  — независимые параметры модели дуги Маур, которые могут быть установлены посредством диалога, как изображено на рис. 4.3, который появляется, если дважды щелкнуть мышью на блоке модели дуги Маур).

Модели дуги выполняются по схеме прямой последовательности. Пример вычисления напряжения и тока дуги показан на рисунке 4.4. Время разведения контактов  $t = 0$  с.

Подобным образом, зная закон изменения проводимости дуги  $g$  и динамические характеристики контакт-

Mayr arc model (mask)

The Mayr arc model with a constant time parameter tau and constant cooling power P:  $d\text{ling}/dt=1/\text{tau}*((\text{ui}/\text{P})-1)$ .

Parameters

tau [s]  
0.3e-6

P [W]  
30900

g(0) [S]  
1.e4

circuit breaker contact separation starts at [s]  
0

Рис. 4.3

Ввод параметров уравнения дуги Маур

ной системы при размыкании, можно оценить условия гашения дуги и длительность переходного процесса при отключении цепи.

Аналогично образом в библиотеке Simulink были представлены модели дуги Cassie, Kema, Habedank, Schavemaker, Schwarz и ряд разновидностей модели Mayr [37].

Таким образом, имеем модели дуги «черного ящика», как математические описания электрических свойств дуги.

Рассмотрим подход к созданию динамической модели дуги, применительно к аппаратам низкого напряжения.

Так цилиндрическая модель дуги Mayr–Cassie связывает электрические параметры дуги (ток, градиент напряжения, сопротивление дуги) с теплофизическими параметрами (постоянная времени дуги, теплоемкость дуги), т. е. представляет собой баланс мощностей, подводимых и отводимых от дуги. Но эта модель не учитывает изменение длины дуги в процессе расхождения контактов, изменение ее формы, а также влияние на дуговые процессы дугогасительных устройств (ДУ) аппарата. Поэтому в практике проектирования ДУ аппаратов низкого напряжения модель Mayr–Cassie не используется.

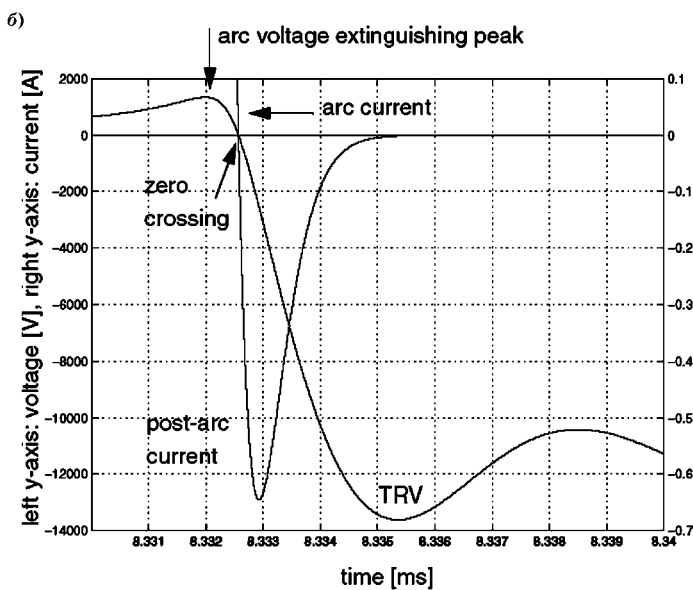
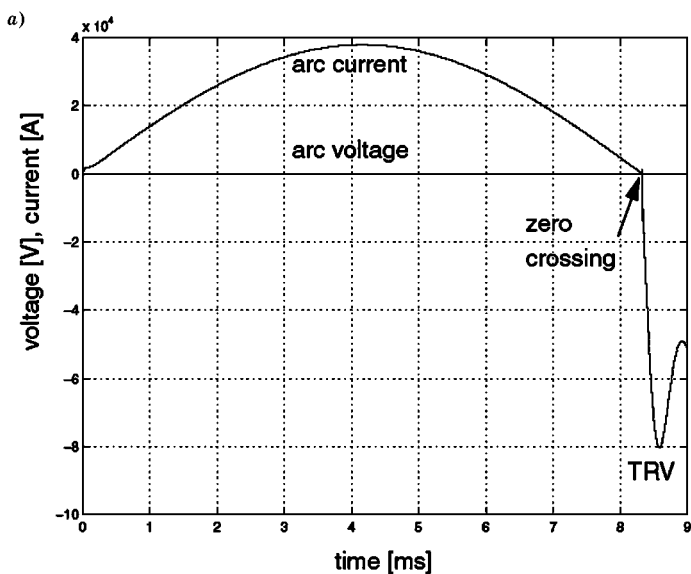


Рис. 4.4  
Осциллограммы отключения (а),  
увеличенная развертка после нуля тока (б)

По аналогичным причинам не нашли применение кибернетическая модель дуги Hochrainer, вариационная модель дуги Lee, модели неравновесной термодинамики Rieder и Urbanek. Все склоняются к выводу, что та или иная модель применима в ограниченных условиях и требуется экспериментальное подтверждение.

Как отмечалось ранее, расчет процесса коммутации электрической цепи сводится к решению системы дифференциальных уравнений

$$U_m \sin(\omega t + \varphi + \Psi) = iR + L \frac{di}{dt} + U_d;$$

$$U_d = f(i, t).$$

Основная трудность связана с представлением ВАХ дуги в динамическом режиме. Известны различные способы представления статических ВАХ дуги, как математические, так и экспериментальные, свободной дуги и дуги в ДУ различного типа.

Еще в [7] показано, что динамическую модель дуги можно представить как набор статических характеристик, что приемлемо для качественной оценки процессов. В [5] доказано, что в аппаратах управления такая замена справедлива, поскольку постоянная времени дуги (сотни микросекунд) значительно меньше постоянной времени цепи (от десяти до тридцати миллисекунд). Поэтому использование статических характеристик дуги для описания динамических процессов вполне обосновано. Это доказывают и многочисленные результаты эксперимента (рис. 4.5).

В дальнейшем будем использовать такой подход в создании модели дугогашения при проектировании ДУ аппаратов низкого напряжения.

В настоящее время существуют различные подходы в создании адап-

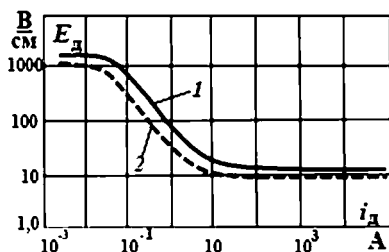


Рис. 4.5

Статическая ВАХ дуги в воздухе [5]:  
1 — эксперимент; 2 — расчет.

тивных моделей дуги. Но, как правило, в их основе лежат интерполяционные формулы, описывающие напряжение на дуге, градиент дуги. Все они применимы для определенных конструктивных параметров ДУ (внутренних параметров) и параметров коммутируемой цепи (внешних параметров) (табл. 4.1).

Но и здесь применение формулы ограничено ввиду отсутствия четкого представления о напряженности магнитного поля в зоне дуги и формы контактной системы.

Магнитное поле в зоне дуги создается собственным тоководящим контуром (собственное магнитное поле), системой дополнительного магнитного дутья (внешнее магнитное поле) и стальными пластинами дугогасительной решетки, влияющими на магнитное поле в зоне перемещения дуги (поле пластин).

В основе расчета напряженности собственного магнитного поля  $H_c$  лежит формула, полученная для системы из двух параллельных проводников конечной длины, по которым движется дуга, при допущении, что протекающий по проводнику ток распределяется равномерно по сечению [21].

Напряженность собственного магнитного поля от проводника сечением  $a \times b$  длиной  $dl$  с током  $I$  в точке, удаленной на расстояние  $R$  от оси элементарного проводника, может быть определена по закону Био–Савара–Лапласа (рис. 4.6)

$$d\mathbf{H} = \frac{I[d\mathbf{l} \times d\mathbf{R}]}{4\pi R^3}.$$

Произведя последовательное интегрирование напряженности по оси  $y-dRy$ , а затем по оси  $x-dRx$ , приходим к выражению (4.1) для определения составляющей напряженности собственного магнитного поля  $H_x$ :

$$H_x = \frac{I}{16\pi ab} \int_{z_0+1/2}^{z_0-1/2} \ln \frac{\{(x_0 - a) + [(x_0 - a)^2 + (y_0 + b)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}}{\{(x_0 - a) + [(x_0 - a)^2 + (y_0 - b)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}} \times \\ \times \frac{\{(x_0 + a) + [(x_0 + a)^2 + (y_0 - b)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}}{\{(x_0 - a) + [(x_0 + a)^2 + (y_0 + b)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}} dz, \quad (4.1)$$

где  $x_0, y_0, z_0$  — координаты точки, в которой рассчитывается напряженность собственного магнитного поля.

Таблица 4.1

## Расчетные формулы

№	Наименование	Формула	Источник информации
1	Градиент дуги (В/см), перемещающейся со скоростью $V_d$ (см/с), для тока дуги $I_d \leq 1000$ А	$E_d = \frac{92 + 0,092V_d}{\sqrt{i_d}}$	И. С. Таев [5], (см. также рис. 4.1)
2	Градиент дуги (В/см), движущейся в узкой щели со скоростью до 80 м/с, $i_d$ — от 0,15 до 1,5 см, $E_{n1}$ и $A_2$ — коэффициенты	$E_d = E_n + A_2 \sqrt{\frac{V_d^2}{i_d}}$	О. Б. Брон [42]
3	Градиент неподвижной дуги (В/см)	$E_d = 12,5 + 34i_d^{-0,4}$	И. С. Таев [5]
4	Градиент дуги (В/см) для широкой щели камеры с шириной $\delta$ (см) и скоростью дуги $V_d$ (см/с)	$E_d = \frac{92}{\sqrt{i_d}} + \frac{0,312\sqrt{i_d}}{\delta^{2/3}} + 8\sqrt[3]{\frac{V_d^2}{i_d}}$	И. С. Таев [5]
5	Градиент дуги (В/см) для узкой щели камеры с шириной $\delta$ (см) и скоростью дуги $V_d$ (см/с)	$E_d = \frac{92}{\sqrt{i_d}} + \frac{0,312\sqrt{i_d}}{\delta^{2/3}} + 0,015\sqrt[3]{\frac{V_d^2 i_d}{\delta^2}}$	И. С. Таев [5]
6	Диаметр открытой дуги (см) со скоростью дуги $V_d$ (см/с)	$d_d = 1,12\sqrt{\frac{i_d}{20 + V_d}}$	И. С. Таев [5]
7	Скорость дуги (см/с) на рычажных контактах шириной $a$ (см) с расстоянием между контактами $\beta$ (см), для токов меньше 200 А	$V_d = \frac{2,12i_d}{a^{1/6}\beta^{1/2}}$	И. С. Таев [5]
8	Скорость дуги (см/с) в магнитном поле напряженностью $H$ (А/см)	$V_d = 41,2\sqrt[3]{\frac{i_d H^2}{(1 + 0,4H^{0,3})^2}}$	И. С. Таев [5]
9	Скорость дуги (см/с) в щелевой камере шириной щели $\delta$ (см), в магнитном поле напряженностью $H$ (А/см)	$V_d = (6 + \delta)\sqrt[3]{\frac{12,5i_d H}{\delta}}$	И. С. Таев [5]



Продолжение табл. 4.1

№	Наименование	Формула	Источник информации
10	Скорость дуги (см/с) в дугогасительной решетке с расстоянием $\delta$ (мм) между пластинами	$V_d = 1,738^2 \sqrt{I_n}$	И. С. Таев [5]
11	Напряжение на дуге (В) в дугогасительной решетке с расстоянием $\delta$ (мм) между пластинами и их числом $n$	$U_d = (70 + 0,02I_d + 56)\sqrt{n-1}$	И. С. Таев [5]
12	Время неподвижности дуги на контактах (с) при отключаемом токе $I_0$ (А), скорости расхождения контактов $V_k$ (м/с) и суммарной напряженности магнитного поля $H$ (А/см). Коэффициенты учитывают степень влияния материала контактов	$t_1 = \frac{\alpha I_0^2}{H^2 V_k^2}$	В. А. Клейменов [21]
13	Восстанавливающаяся прочность (В) при скорости роста прочности $k_{\pi}$ (В/мкс)	$U_{\text{в.п}} = U_0^0 + k_{\pi} t$	И. С. Таев [5]
14	Начальная восстанавливающаяся прочность (В) при отключаемых токах $I_0$ от 5 до 100 А	$U_{\text{в.п}}^0 = 210e^{-35 \cdot 10^{-4} \cdot I_0} + \frac{400}{I_0}$	И. С. Таев [5]
15	Начальная восстанавливающаяся прочность (В) при отключаемых токах $I_0$ от 100 до 2500 А	$U_{\text{в.п}}^0 = 50 + 145e^{-35 \cdot 10^{-4} \cdot I_0} + \frac{790}{I_0}$	И. С. Таев [5]
16	Начальная восстанавливающаяся прочность (В) с учетом различных контактных материалов ( $A_0, B_0$ ) при отключаемых токах $I_0$ до 100 А	$U_{\text{в.п}}^0 = A_0 \cdot e^{-35 \cdot 10^{-4} \cdot I_0} + \frac{B_0}{I_0}$	И. С. Таев [5]
17	Скорость роста прочности $k_{\pi}$ (В/мкс) с учетом различных контактных материалов ( $\beta_k$ )	$k_{\pi} = \beta_k k_{\pi}^{Cu}$	И. С. Таев [5]
18	Собственная частота восстанавливающегося напряжения (кГц) при $A_0 = 2600$ ; $B_0 = 1,15$ — для воздушных сетей; $A_0 = 2000$ ; $B_0 = 1,1$ — для кабельных сетей	$f_0 = A_0 I_0^{0,2} U_{\text{ном}}^{-0,8}$	И. С. Таев [5]
19	Коэффициент амплитуды при $A_0 = 2600$ ; $B_0 = 1,15$ ; $C_0 = 0,5$ — для воздушных сетей; $A_0 = 2000$ ; $B_0 = 1,1$ ; $C_0 = 0,4$ — для кабельных сетей	$k_{\pi} = B_0 + C_0 \exp(-0,016 A_0 I_0^{0,2} U_{\text{ном}}^{-0,8})$	И. С. Таев [5]

20	Шунтирующее сопротивление (Ом) при частоте $f_0$ (Гц) и индуктивности $L$ (Гн)	$R_{ш} = \frac{0,4(4\pi^2 + m^2)f_0^2 L}{m};$ $m = 2 \cdot \ln \frac{1}{k_n - 1}$	И. С. Таев [5]
21	Шунтирующая емкость (Ф) при частоте $f_0$ (Гц) и индуктивности $L$ (Гн)	$C = \frac{1,4}{(4\pi^2 + m^2)f_0^2 L};$ $m = 2 \cdot \ln \frac{1}{k_n - 1}$	И. С. Таев [5]

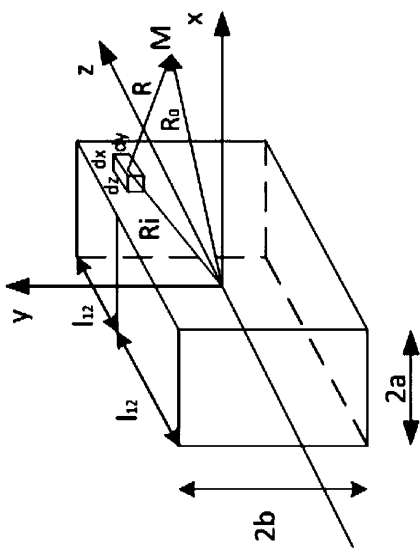


Рис. 4.6  
Иллюстрация к модели расчета  
собственного поля

Аналогично определяем составляющую напряженности собственного магнитного поля  $H_y$ :

$$H_y = \frac{I}{16\pi ab} \int_{z_0+l/2}^{z_0-l/2} \ln \frac{\{(y_0 - b) + [(y_0 - b)^2 + (x_0 - a)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}}{\{(y_0 - a) + [(y_0 - a)^2 + (x_0 + a)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}} \times \\ \times \frac{\{(y_0 + b) + [(y_0 + b)^2 + (x_0 + a)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}}{\{(y_0 + b) + [(y_0 + b)^2 + (x_0 - a)^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}\}} dz.$$

Резльтирующее значение напряженности собственного магнитного поля в точке с координатами  $x_0, y_0, z_0$  равно:

$$H = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}.$$

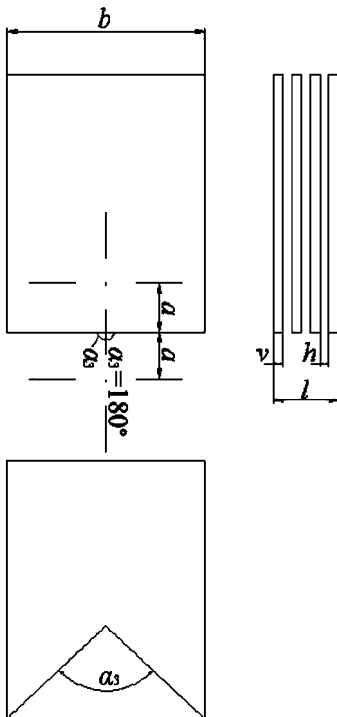


Рис. 4.7

К расчету напряженности магнитного поля, создаваемого пластиной дугогасительной решетки

Полученные выражения не имеют общего решения, поэтому при определении напряженности собственного магнитного поля приходится пользоваться методами численного интегрирования.

Расчет *внешнего магнитного поля*, создаваемого катушкой магнитного дутья можно провести по любой из известных методик, например, используя метод последовательных приближений [14].

Поле, создаваемое пластинами дугогасительной решетки при приближении к ней дуги, можно оценить, используя [42] и рисунок 4.7.

Напряженность поля от введения в зону дуги ферромагнитных пластин дугогасительной решетки ( $H_{пл}$ ) согласно [42]

$$H_{\text{пл}} = \frac{1}{a} i_{\text{д}} \sqrt[6]{\sigma k_1 k} \cdot 0,08,$$

где

$$\begin{aligned} k &= \frac{P_n + P_v}{P_v}; \\ P_n &= \frac{1,652}{a} \sqrt[6]{\sigma} [N\delta + (N+1)\Delta] k_1; \\ P_v &= \frac{b_1}{2a} (2m-1); \\ k_1 &= \beta_2^m, \text{ при } m=1; \\ k_1 &= \beta_2^m + 2 \sum_{j=1}^{m-1} \beta_2^j \text{ при } m>1; \\ m &= \frac{\pi}{\alpha_3}; \quad \sigma = \frac{N\delta}{N\delta + \Delta(N+1)}; \quad \beta_2 = \frac{\mu-1}{\mu+1}, \end{aligned}$$

где  $N$  — число пластин решетки;  $\delta$  — расстояние между пластинами;  $\Delta$  — толщина пластин решетки;  $b_1$  — ширина пластин решетки;  $\alpha_3$  — угол выреза в пластине решетки;  $\mu$  — магнитная проницаемость материала пластин;  $a$  — расстояние от дуги до вершины угла выреза в пластине или до пластины, если она не имеет выреза;  $m$  — целая доля от  $\pi$  ( $\alpha_3 = \pi/m$ ). Размеры — в сантиметрах, углы — в радианах.

Принимаем  $\mu \gg 1$ , тогда  $\beta_2 = i_{\text{д}}$ .

Таким образом, при движении дуги в дугогасительной решетке необходимо постоянно оценивать уровень напряженности поля в зоне дуги в зависимости от тока дуги и места ее нахождения.

Для расчета длины дуги  $l_{\text{д}}$  необходимо знать конкретную форму контактной системы аппарата, иметь представление о стадиях существования дуги от момента ее зарождения до вхождения в ДУ и ее гашения, описать форму дуги простыми геометрическими фигурами, которые можно легко моделировать и использовать в проектных операциях.

Для расчета процессов дугогашения в дугогасительных устройствах замкнутого типа можно использовать модель Бейера [21], которая представляет собой систему

дифференциальных уравнений, описывающих изменение тока дуги, давления и температуры газа в дугогасительной камере (4.2). В состав уравнений входят эмпирические зависимости для расчета напряжения дуги  $U_d$ .

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= \frac{1}{L}[U_o - i_d R - U_d(t; i_d)]; \\ \frac{dP}{dt} &= \frac{R_r}{V} \left[ \frac{10,2 \cdot C \cdot P_d}{C_V} - \right. \\ &\quad \left. - 6469,53 \cdot S \cdot P \cdot \Psi_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{R_r \cdot T}} [(\chi + 1)T - \chi T_0] \right]; \\ \frac{dT}{dt} &= \frac{R_r T}{PV} \left[ \frac{10,2 \cdot C \cdot P_d}{C_V} - 6469,53 \cdot S \cdot P \cdot \Psi_1 \cdot \sqrt{\frac{2}{R_r \cdot T}} \chi (T - T_0) \right], \end{aligned} \quad (4.2)$$

где  $\Psi_1 = \sqrt{\frac{\chi}{\chi - 1}} \sqrt{\left(\frac{P_0}{P}\right)^{2/\chi} - \left(\frac{P_0}{P}\right)^{(\chi+1)/\chi}}$  — функция истечения

газа;  $C_p = 0,23 + 0,45 \cdot 10^{-4} T$ ; при  $T \leq 1500$  К;  $C_p = 0,3 + 0,95 \cdot 10^{-5} T$  при  $T > 1500$  К — удельная теплоемкость при постоянном давлении, ккал/(кг·град);  $C_V = C_p - 0,07$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме, ккал/(кг·град);  $\chi = C_p/C_V$ ;  $C$  — коэффициент, учитывающий долю мощности, расходуемую на нагрев газа в камере;  $R_r$  — газовая постоянная, ккал/(кг·град);  $U_o$  — напряжение в цепи, В;  $R$  — активное сопротивление цепи, Ом;  $L$  — индуктивность цепи, Г;  $i_d$  — ток дуги, А;  $U_d = f(i_d; t)$ ; геометрия КДУ — напряжение на дуге, В;  $P_d = i_d \cdot U_d$  — мощность дуги, Вт;  $W_d = \int_0^{t_d} U_d \cdot i_d dt$  — энергия дуги, Дж;

$t_d$  — длительность горения дуги, с;  $V$  — объем камеры, см<sup>3</sup>;  $S$  — площадь выходных отверстий дугогасительной камеры, см<sup>2</sup>;  $T_0$ ;  $T$  — начальная температура газа в камере и ее текущее значение, К;  $P_0$ ,  $P$  — начальное давление газа в камере и его текущее значение, кг/см<sup>2</sup>.

Таким образом, алгоритм проектирования КДУ аппарата сводится к следующим операциям.

*На этапе анализа проектируемого КДУ:*

1. Составить модель контактно-дугогасительной системы аппарата с заданными геометрическими размерами и типом ДУ, определить область применения проектируемого аппарата (параметры коммутируемой цепи).

2. В ряде случаев можно использовать разработанные ранее математические модели градиента напряжения на дугу, но при этом необходимо уточнить модель перемещения дуги (скорость дуги) с учетом геометрии КДУ и напряженности собственного магнитного поля в зоне дуги.

Можно собрать максимальную информацию об экспериментальных данных, полученных на физических моделях и опытных промышленных образцах, близких по типу к объекту проектирования. Используя пакеты оцифровки данных, обработать полученные осциллограммы и представить их в табличной форме. Полученные данные можно использовать либо для составления интерполяционной формулы, описывающей данную усредненную зависимость, либо для кусочно-линейной аппроксимации при решении дифференциальных уравнений цепи с электрической дугой.

3. Составить математическое описание и алгоритм расчета характеристик процессов горения и гашения дуги при заданных размерах КДУ и параметров коммутируемой цепи. При этом необходимо учесть возможность вариации внешних и внутренних параметров для оценки их влияния на процесс дугогашения.

*На этапе параметрической оптимизации проектируемого КДУ [21]:*

1. Формулируется задача оптимизации: создание ДУ, которое обеспечит при минимальном объеме устройства минимальное энерговыделение за определенное время горения дуги, при этом перенапряжения в цепи не должны превышать допустимых значений, опасных для изоляции, давление и температура ДУ должны быть в пределах допустимых значений, определяемых механической прочностью стенок камеры. Формулируется критерий качества (показатель качества), который в нашем случае относится к аддитивным критериям качества.

2. Выделяются параметры оптимизации (параметры отключаемой цепи и конструктивные параметры ДУ). Управляемыми параметрами оптимизации являются конструктивные параметры ДУ. Эти параметры должны влиять на целевую функцию, состоящую из показателей качества.

3. Формулируются ограничения, накладываемые на критерии оптимизации. Ограничения *первого рода* — на управляемые параметры (геометрические размеры ДУ), ограничения *второго рода* — функциональные ограничения (время горения дуги, давление газа и температура камеры, перенапряжения).

4. Выбирается программный метод решения задачи оптимизации, например, программно-комплексный метод Бокса, позволяющий выбрать экстремум сложной нелинейной функции.

Рассмотрим несколько примеров решения задач анализа процессов горения и гашения дуги в КДУ низкого напряжения постоянного и переменного тока. Расчеты выполнены с использованием программных средств MATLAB R2012b.

### Гашение дуги постоянного тока в щелевой камере (рис. 4.8)

Используются эмпирические зависимости для определения  $I_d$ ,  $V_d$  и  $E_d$  из таблицы 4.1, напряженность поля в зоне дуги  $H$  принята постоянной. Площадь  $S$  выходных отверстий составляет 5% от объема камеры. Доля мощности дуги, расходуемая на нагрев в камере, составляет 30%.

Процесс горения дуги в камере моделируется в MATLAB путем решения системы уравнений (4.2) с использованием блока DEE и решателя ode4 (рис. 4.9). При этом:  $x(1)$  — ток дуги;  $x(2)$  — давление в камере;  $x(3)$  — температура внутри камеры.

Длительность горения дуги  $t_d = 11,5$  мс, максимальные перенапряжения в цепи  $U_{\max} = 1250$  В, температура в камере  $T_{\max} = 312,1$  К, давление в камере  $P_{\max} = 4$  атм.

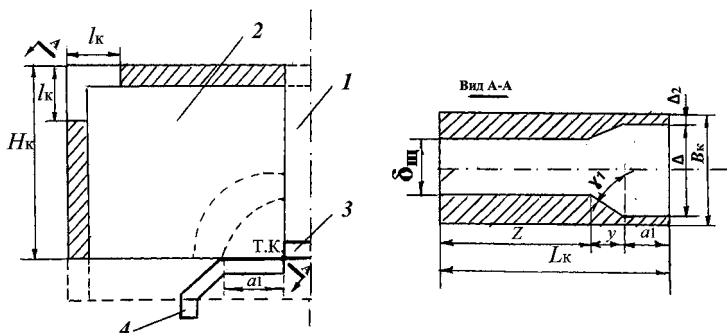


Рис. 4.8

Щелевая камера (1), зона узкой щели (2), контактная накладка (3), контактодержатель (4): указанные размеры камеры вводятся в программе расчета

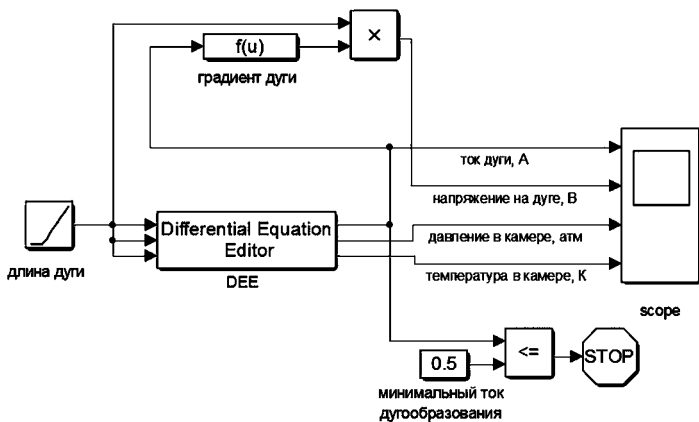


Рис. 4.9a

Реализация модели горения дуги в камере



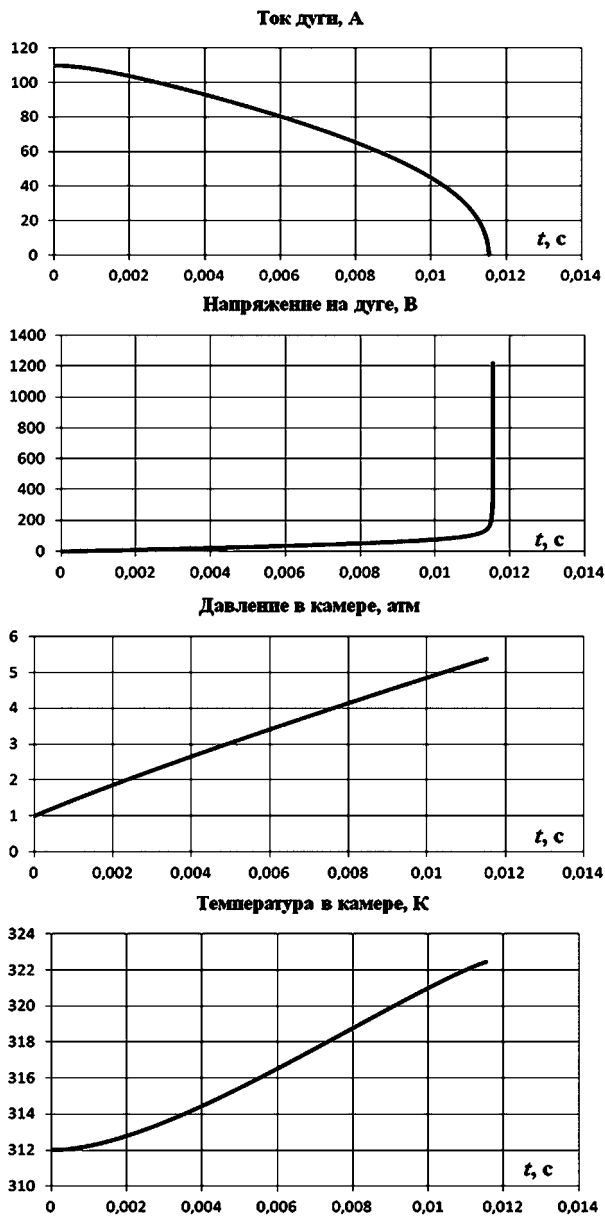


Рис. 4.9б  
Полученные осциллограммы

### Горение и гашение дуги переменного тока в дугогасительной решетке (рис. 4.10)

Для решения задачи используем систему уравнения (4.2), представив уравнения цепи в виде

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L} \left[ \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot U_{\text{л}} \cdot \sin(\omega t + \varphi + \psi) - i_d R - U_d(t; i_d) \right],$$

где  $U_{\text{л}}$  — линейное напряжение цепи, В;  $\varphi$  — условный угол сдвига фаз между током и напряжением, рад;  $\psi$  — момент отключения цепи относительно нуля ток, рад.

Процесс горения дуги в камере моделируется в MATLAB путем решения системы уравнений (4.2) с ис-

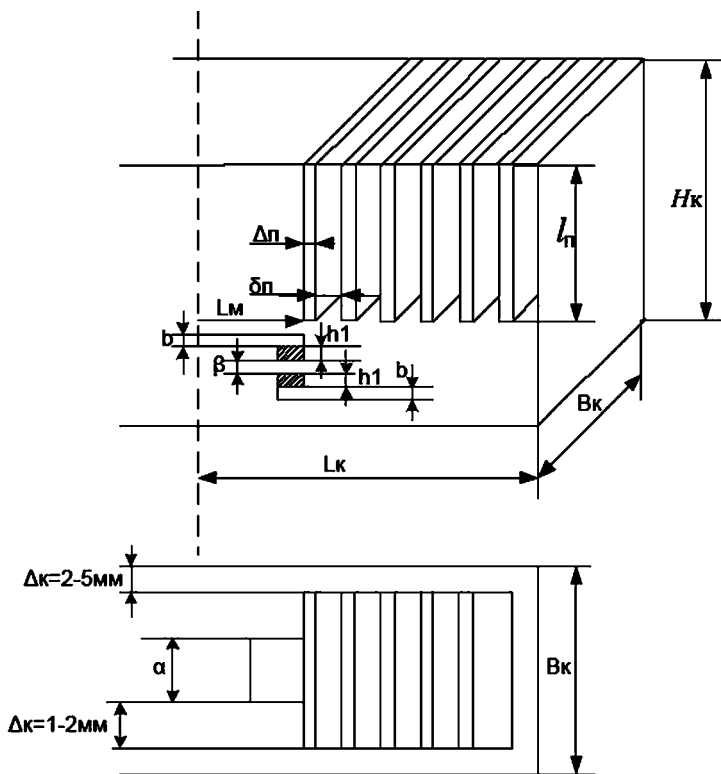


Рис. 4.10  
Дугогасительная решетка

пользованием блока DEE и решателя ode4. Параметры дуги на этапе до вхождения ее в решетку определялись по формулам, расположенным под номерами 4 и 8, а на этапе движения в решетке — по 1 и 10 таблицы 4.1.

На рисунке 4.11 дана осциллограмма процесса горения дуги в дугогасительной решетке.

Как показано в главе 3, гашение дуги переменного тока связано с соревновательным процессом нарастания восстанавливающейся прочности межконтактного промежутка  $U_{в.п}$  и приложенного переходного восстанавливающегося напряжения  $U_{в}$ . От соотношения этих двух параметров и зависит успешное гашение дуги.

Подробно процесс гашения дуги в цепях низкого напряжения рассматривается в [3], [5] и в главе 3 настоящего издания. Ниже приводится пример реализации процесса гашения дуги переменного тока с использованием программных средств MATLAB.

Восстанавливающаяся прочность определяется как

$$U_{в.п} = U_{в.п}^0 + k_{п}t,$$

где  $U_{в.п}^0 = 50 + 145e^{-35 \cdot 10^{-4} \cdot I_0} + \frac{790}{I_0}$  — начальная восстанавливающаяся прочность, В;  $k_{п} = 2 \left( \frac{22,2}{I_0} + 1,46 \right) \cdot 10^6$  — скорость роста восстанавливающейся прочности, В/с.

Переходное восстанавливающееся напряжение

$$U_{в}(t) = U_0[1 - \cos(\omega_0 t)e^{-at}],$$

где  $U_0 = \sqrt{2} \cdot K_{сх} U_{ном} \sin \varphi$  — мгновенное значение напряжения источника при нуле тока;  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ;  $f_0 = (2000 - 26\,000)U_{ном}^{-0,8} \cdot I_0^{0,2}$  — угловая и собственная частота отключения;  $a = 0,5 \left( \frac{R}{L} + \frac{1}{2CR_{ш}} \right)$  — коэффициент;

$K_{сх}$  — коэффициент схемы;  $U_{ном}$ ,  $I_0$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $R_{ш}$  — параметры коммутируемой цепи и аппарата (см. главу 3).

Электрическая дуга успешно погашена (рис. 4.12).

При решении задачи использовался решатель ode3.

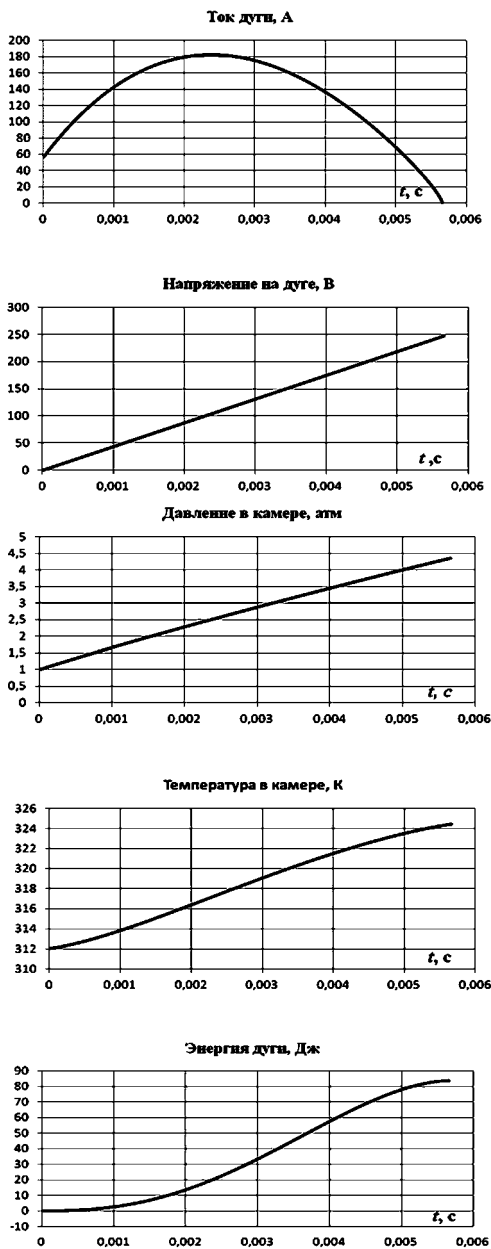


Рис. 4.11  
Осциллограммы  
горения дуги в  
дугогасительной  
решетке

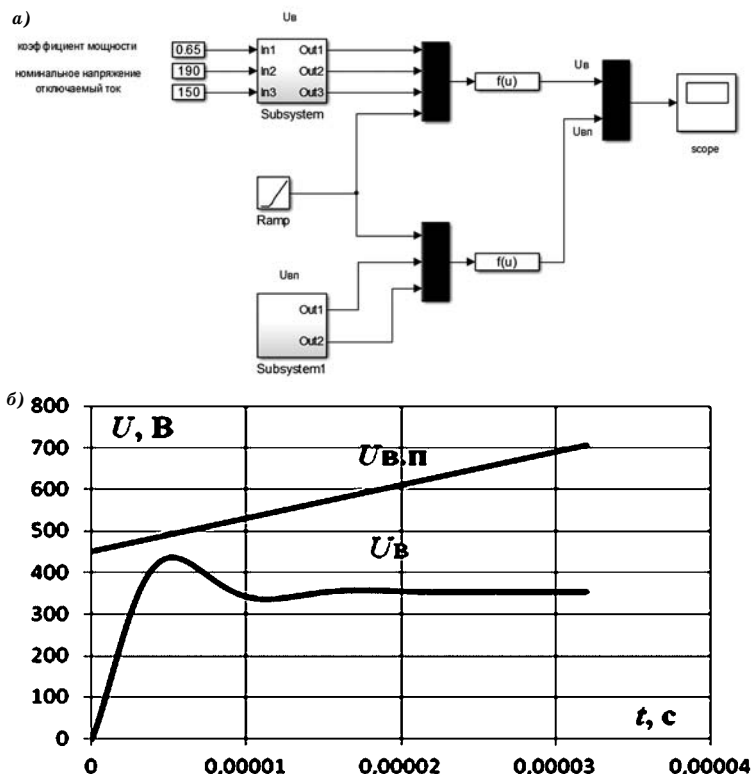


Рис. 4.12

Реализация модели гашения дуги переменного тока (а) и полученные осциллограммы (б)

## 4.2. КОММУТАЦИОННЫЕ АППАРАТЫ С ОГРАНИЧЕННЫМ ДУГООБРАЗОВАНИЕМ

### 4.2.1. Схемотехнические решения электронной, гибридной и синхронной коммутации цепей постоянного и переменного тока низкого и высокого напряжения

Применение силовых полупроводниковых приборов — «электронных ключей» — дает возможность устранить по крайней мере два главных недостатка механической коммутации: наличие электрической дуги и недостаточное быстродействие.

Электрическая дуга на контактах коммутационных аппаратов является основным определяющим фактором, влияющим на срок службы электромеханического аппарата. Именно ее воздействие на контакты снижает коммутационную износостойкость аппарата, выводит их из строя в процессе длительной эксплуатации, нарушая электроснабжение потребителей.

С другой стороны, как показано в параграфе 3.1, дуга рассеивает запасенную в индуктивности электромагнитную энергию, понижая уровень перенапряжений в цепи.

Кроме того, относительно большое падение напряжения на дуге используется при создании токоограничивающих аппаратов. Быстродействие современных автоматических выключателей с «рефлексным отключением» или с индукционно-динамическим приводом, по-видимому, достигло предельных значений (1–4 мс) для механических устройств. Тем не менее инерция массы подвижных частей аппаратов на номинальные токи свыше 630 А не позволяет получить значительного ограничения сверхтока. Существующее время срабатывания и отпускания (десятки миллисекунд) электромеханических аппаратов управления ограничивают частоту коммутации и не позволяют использовать эффективные методы ШИМ — модуляции при регулировании параметров потока электроэнергии.

Электронные ключи могут применяться самостоятельно или совместно с механическим контактом. Наибольшее быстродействие в сочетании с бездуговой коммутацией достигается в чисто электронных (статических) аппаратах, не имеющих подвижных частей. Это позволяет создать сверхбыстродействующие аппараты защиты с почти идеальным ограничением сверхтока или аппараты управления с практически неограниченным коммутационным ресурсом. При всех своих преимуществах электронный ключ уступает механическому контакту в главном: падение напряжения на нем в замкнутом состоянии в сотни раз больше, чем у механического контакта, что приводит к повышенным тепловым потерям, применению принудительных систем охлаждения, существенному ухудшению массогабаритных и стоимостных показа-

телей. Указанные недостатки устраняются в гибридных аппаратах, в которых электронный ключ зашунтирован механическим контактом. Последний проводит ток в длительном режиме, а для исключения электрической дуги ток в процессе коммутации переводится в электронный ключ. При этом частота включений аппарата определяется электромеханической частью. Гибридные аппараты наиболее эффективны в качестве контакторов для тяжелых режимов работы.

Силовые полупроводниковые приборы подразделяются на неуправляемые (диоды), не полностью управляемые (тиристоры) и полностью управляемые (биполярные, полевые, биполярные с изолированным затвором — транзисторы и запираемые тиристоры). Несмотря на различие в принципе действия полупроводниковых приборов, их применение в качестве электронного ключа имеет общие закономерности. Следует иметь в виду, что схемотехника электронных и гибридных коммутационных аппаратов зависит от рода тока (переменный или постоянный), назначения (аппарат защиты или управления) и способа коммутации не полностью управляемого прибора — тиристора (естественное или принудительное запираение).

Первоначально в коммутационных аппаратах стали использовать тиристоры, включение которых осуществляется подачей импульсного сигнала в цепь управления, а запираение происходит при уменьшении анодного тока практически до нуля. Это позволило создать относительно простые статические контакторы переменного тока с естественной коммутацией тиристоров и более сложные контакторы постоянного тока с принудительной коммутацией.

Схема одного полюса тиристорного контактора переменного тока приведена на рисунке 4.13а и состоит из двух встречно и параллельно соединенных тиристоров, работающих поочередно в соответствующую полуволну тока, и  $RC$ -цепочки для ограничения коммутационных перенапряжений на тиристорах. Контактор включается практически мгновенно (микросекунды) при подаче импульсного сигнала управления. Для поддержания включенного

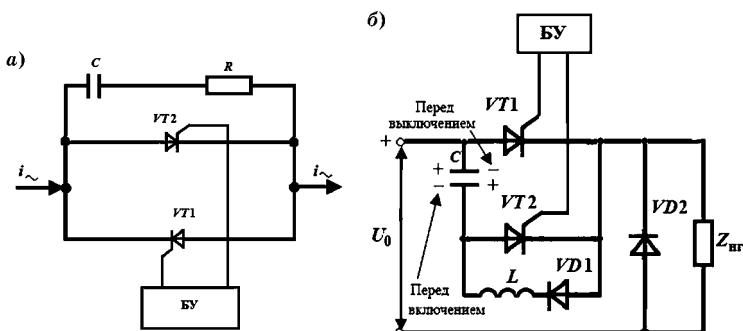


Рис. 4.13

Бездуговые коммутационные аппараты переменного (а) и постоянного (б) тока

состояния аппарата при естественной смене полярности тока нагрузки схема управления должна каждый полупериод подавать сигнал на включение соответствующего тиристора. Выключение контактора происходит с задержкой не более полупериода после прерывания команды на включение тиристора. Коммутация в момент перехода тока через нуль создает минимальные перенапряжения и благоприятно сказывается на электромагнитной обстановке в целом. Предельная частота включения ограничивается только частотой сети. Если в алгоритм схемы управления ввести управление фазой включения тиристора, то можно наделить такой аппарат недостижимым для контактной аппаратуры свойством — регулирования действующего значения тока нагрузки и использовать его для мягкого пуска асинхронного электродвигателя и регулирования активной и реактивной мощности.

Один из вариантов схемы тиристорного контактора постоянного тока приведен на рисунке 4.13б. Схема содержит основной тиристор  $VT_1$  и узел его принудительного запираения на элементах  $VT_2$ ,  $VD_1$ ,  $C$  и  $L$ , так как в цепи постоянного тока нет естественной смены полярности тока. В алгоритме работы схемы управления предусмотрен подготовительный этап (включение тиристора  $VT_2$ ) для первоначальной зарядки конденсатора с полярностью, указанной на рисунке 4.13б. Затем при подаче команды на включение контактора включается основ-



ной тиристор VT1. При этом конденсатор по цепи  $L$ , VD1, VT1, образуя резонансный контур, перезаряжается до напряжения противоположной полярности, а дальнейшие колебания блокируются диодом VD1. Выключение контактора происходит при подаче команды на включение тиристора VT2. При этом конденсатор оказывается подключенным параллельно основному тиристор VT1, создавая на нем обратное напряжение, что приводит в конечном итоге к его запираанию. Затем конденсатор через источник и нагрузку перезаряжается до полярности источника напряжения. Заряда конденсатора должно быть достаточно, чтобы обеспечить время существования обратного напряжения на тиристоре VT1 большее регламентированного времени восстановления его запирающих свойств (до 100 мкс). Для вывода электромагнитной энергии индуктивности нагрузки применяется обратный диод VD2. Частота включений контактора зависит от времени перезарядки конденсатора и может достигать нескольких килогерц. Эта схема также легко переводится в режим регулятора среднего значения тока в нагрузке введением в алгоритм работы схемы управления блока широтно-импульсной модуляции. Она также дает возможность создать быстродействующую защиту от коротких замыканий в сети постоянного тока с полным временем отключения менее 1 мс.

На базе схем с принудительной коммутацией тиристорov в свое время были также созданы быстродействующие полупроводниковые аппараты защиты переменного тока [33], которые с развитием силовой электроники уступили место аппаратам на полностью управляемых приборах. Применение последних позволило во многих случаях объединить в одном аппарате функции сверхбыстродействующей защиты и управления и коммутировать даже сверхтоки за время, не превышающее десяти микросекунд, т. е. практически мгновенно относительно скорости изменения сверхтоков в промышленных сетях. В то же время быстрая коммутация не снимает проблемы вывода накопленной электромагнитной энергии в индуктивных цепях коммутируемой цепи. Более того, в отличие от ду-

говой коммутации она требует применения дополнительных элементов, прежде всего, для защиты самих ключей от коммутационных перенапряжений. Рассмотрим эти процессы более подробно на примере отключения однофазной цепи переменного тока.

На рисунке 4.14 представлена схема аппарата, выполненного на основе биполярных транзисторов, и диаграммы, иллюстрирующие процессы изменения тока и напряжения при его отключении. С таким же успехом в качестве электронных ключей в этой схеме могут быть использованы полевые транзисторы или биполярные транзисторы с изолированным затвором.

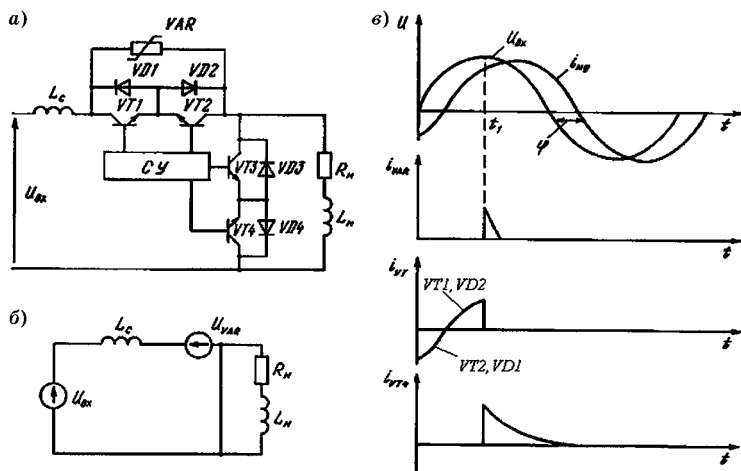


Рис. 4.14

Бездуговой аппарат на основе биполярных транзисторов:

*a* — электрическая схема аппарата; *б* — схема замещения; *в* — диаграммы отключения.

Две пары транзисторных ключей со встречно включенными диодами (VT1, VT2, VD1, VD2) предназначены для проведения тока нагрузки, а элементы VT3, VT4, VD3, VD4 выполняют функцию «обратного диода». Учитывая, что время выключения транзисторов мало по сравнению со временем изменением тока и напряжения, можно считать, что на интервалах выключения любого из транзисторов

VT1 или VT2 ток и входное напряжение практически неизменны. При выключении активно-индуктивной нагрузки для вывода электромагнитной энергии синхронизировано с выключением транзисторов VT1 или VT2 включаются транзисторы VT3 или VT4 и диоды VD4 или VD3. Внутреннее сопротивление источника переменного тока (генератора, трансформатора и др.) обычно имеет индуктивный характер и на рисунке представлено эквивалентной индуктивностью  $L_c$ . Последняя оказывает существенное влияние на процесс выключения, так как возникает задача вывода накопленной в ней энергии в специальные поглотители (варисторы или стабилитроны) для ограничения перенапряжения на транзисторах VT1 и VT2. Рассмотрим выключение более подробно. Предположим, что ток  $i_n$  протекает через включенные транзистор VT1 и диод VD2 и в момент времени  $t_1$  поступают сигналы на его запираение и одновременно на включение транзистора VT4. В результате перенапряжений, возникающих на индуктивностях  $L_c$  и  $L_n$  при выключении транзистора VT1, варистор VAR пробивается и начинает проводить входной ток  $i_{VAR}$ , протекающий через индуктивность  $L_c$ . Одновременно должно происходить включение транзистора VT4 с диодом VD3, которые шунтируют ток нагрузки  $i_n$ . Этому процессу соответствует эквивалентная схема рисунка 4.14б, в которой варистор представлен источником напряжения  $U_{VAR}$ . Обычно выбирают  $U_{VAR} = (1,5-2)U_{max}$ , где  $U_{max}$  — максимальное значение сетевого напряжения. В этом случае ток  $i_{VAR}$  будет спадать. Полагая, что напряжение в сети за время спада тока  $i_{VAR}$  до нуля изменится незначительно, можно записать

$$\frac{di_{VAR}}{dt} > \frac{U_{max}}{L_c}.$$

В процессе спада тока  $i_{VAR}$  энергия, накопленная в индуктивности  $L_c$ , будет рассеиваться в варисторе (рис. 4.14а). С учетом наличия в схеме источника сетевого напряжения, значение которого будем считать максимальным  $U_{max}$  (наиболее неблагоприятный режим для выключения), энергию, выделяемую в варисторы, можно выразить следующим соотношением

$$W = \frac{L_c I_{VAR0}^2}{2} \left( \frac{U_{VAR}}{U_{\max} - U_{VAR}} \right),$$

где  $I_{VAR0}$  — значение тока, протекающего через индуктивность  $L_c$  в момент коммутации ( $t_1$ ).

Обычно время спада тока  $i_{VAR}$  до нуля значительно меньше времени спада до нуля тока активно-индуктивной нагрузки. Поэтому после спада тока  $i_{VAR}$  до нуля нагрузка будет отсоединена от источника напряжения, а ток  $i_n$ , замыкаясь через цепь «обратного диода», станет уменьшаться по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\tau = L_n/R_n$ .

Вопросы гибридной коммутации рассмотрим на примере схемы рисунка 4.15, в которой электронный ключ выполнен на встречно и параллельно включенных тиристорах.

В цепь контактов  $K$  включается датчик тока ДТ (обычно это трансформатор тока, не насыщающийся в зоне коммутируемых токов). В замкнутом состоянии контактов тиристоры ток не проводят

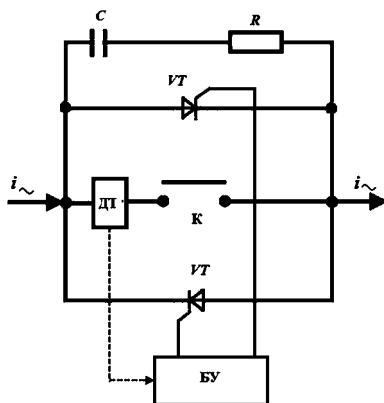


Рис. 4.15  
Гибридный аппарат переменного тока

(хотя сигнал от датчика тока на их включение поступает непрерывно), поскольку падение напряжения на контактах значительно ниже порогового прямого напряжения включения тиристоров. В процессе размыкания контактов падение напряжение на них увеличиваться, ток начинает ответвляться в соответствующий тиристор. Когда ток полностью переходит в шунтирующую цепь, прекращается подача сигнала в цепь управления тиристора и последний выключается при переходе тока через нулевое значение. За это время (несколько миллисекунд) контакты должны разойтись на расстояние, исключающее про-

бой воздушного промежутка восстанавливаемымся напряжением. На этом процесс коммутации заканчивается, так как условия для включения другого тиристора отсутствуют. Поскольку падение напряжения на проводящем тиристоре значительно ниже минимального напряжения образования дуги, то контакты размыкаются практически без дуги. Эксперименты показали, что в процессе перетекания тока из-за паразитных индуктивностей в шунтирующей цепи дуга все-таки кратковременно возникает, но поскольку время горения этой дуги незначительное (до нескольких десятков микросекунд), то результатами ее разрушающего действия на контакты можно пренебречь. Существует и другая возможность образования дуги: при начальном моменте размыкания контактов в зоне перехода тока через нулевое значение, когда сигнала датчика тока может не хватить для включения тиристора. Этот вопрос с учетом влияния на износ контактов подробно изложен в [33].

Тепловой режим полупроводниковых приборов в гибридных аппаратах существенно отличается от типичных для устройств силовой электроники. Электронный ключ во включенном положении аппарата не греется, его циклический нагрев импульсом тока в момент коммутации с последующим остыванием до температуры окружающей среды в паузах позволяет не применять охладители. Причем это характерно даже для максимальной частоты включений в повторно-кратковременном режиме работы контактора. В момент коммутации из-за малой тепловой постоянной времени (несколько миллисекунд) температура полупроводниковой структуры с некоторым запаздыванием стремится повторить форму импульса тока. При этом возникает проблема циклостойкости самого полупроводникового прибора. Циклостойкость обусловлена усталостным характером остаточных механических напряжений внутри прибора при периодическом нагреве и является определяющим показателем надежности прибора в этом режиме. В [33] показано, что количество циклов (фактически число коммутаций) связано с перепадом температуры полупроводниковой структуры экс-

пониженной зависимостью. Таким образом, ресурс гибридных аппаратов определяется не только механической износостойкостью, но и циклостойкостью электронных ключей.

Работа гибридных аппаратов управления при сквозных токах коротких замыканий также имеет специфику. При электродинамическом отбросе контактов и переходе тока в электронный ключ возможен выход из строя полупроводниковых приборов вследствие их недостаточной перегрузочной способности по току. Для недопущения этого обычно предусматривают блокирование различными способами команды на включение электронного ключа выше некоторого уровня тока в контакте. С другой стороны, выбрав полупроводниковые приборы с запасом по току и допустив тем самым возможность пропускания сквозных токов через электронный ключ, можно повысить электродинамическую стойкость гибридного аппарата.

Как отмечалось ранее, необходимо решить две задачи коммутации: повысить коммутационную износостойкость контактов аппарата и снизить уровень перенапряжений, которые при этом возникают.

Применяя полупроводниковую технику, мы значительно повышаем коммутационную износостойкость аппарата, делая ее практически неограниченной. Однако при этом возникают проблемы надежности работы аппарата, связанные с чувствительностью полупроводниковых аппаратов к допустимым уровням перенапряжений в коммутируемой цепи и к тепловым перегрузкам по току, а отсутствие видимой гальванической развязки в цепи с полупроводниковым элементом создают серьезные проблемы их использования в качестве коммутационных аппаратов.

Альтернативой могут выступать гибридные и синхронные аппараты (аппараты с ограниченным дугообразованием).

Рассмотрим ряд схемотехнических решений подобных аппаратов, их достоинства, недостатки и возможные области применения.

Бездуговое устройство [22] занимает нишу между гибридными аппаратами (контактно-полупроводниковыми) и синхронными аппаратами (без применения полупроводниковых устройств). На рисунке 4.16 представлено такое устройство переменного тока с двумя быстродействующими электромагнитами 1 и 2 и диодами 3, включенными в цепь обмотки управления этих электромагнитов. Контактная система рычажного типа содержит главные 4 и вспомогательные 5 и 6 контакты.

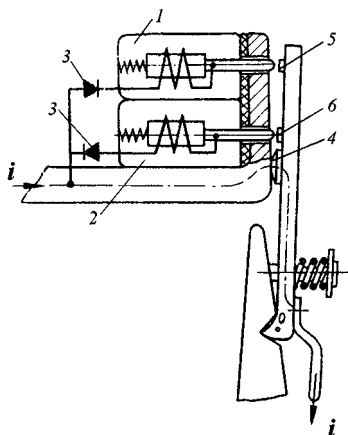


Рис. 4.16  
Бездуговое контактное  
коммутационное устройство [22]

Во включенном состоянии аппарата (рис. 4.16) ток  $i$  проходит только по главным контактам 4. В процессе отключения главные контакты размыкаются и ток переходит в один из параллельных контуров (диод — обмотка управления — вспомогательный контакт) в соответствии с полярностью отключаемого тока. Обмотка управления создает в магнитной системе быстродействующего электромагнита силу, удерживающую вспомогательный контакт в замкнутом состоянии до тех пор, пока ток в обмотке, а соответственно, и электромагнитная сила не становится соизмеримой с силой противодействующей пружины. При выполнении этих условий якорь электромагнита и вспомогательный контакт, связанный с ним, отключаются, электрическая цепь размыкается в бездуговую паузу тока.

Надежность работы бездугового аппарата снижает наличие полупроводниковых элементов в системе и необходимость их защиты от перенапряжений в цепи. Тем не менее аппарат хорошо зарекомендовал себя при определенных параметрах отключаемой цепи.

Электромеханические синхронные аппараты низкого напряжения являются наиболее перспективными в направ-

лении создания аппаратов с ограничено-дуговой коммутацией. Это обусловлено, в первую очередь, простотой конструкции, быстродействием и надежностью работы в заданном диапазоне отключаемых токов.

Дальнейшие попытки и были направлены на создание синхронных аппаратов без применения в них полупроводниковых элементов.

Возможные структурные схемы построения таких аппаратов представлены на рисунке 4.17.

Синхронное контактное устройство, представленное на рисунке 4.18, относится к классу аппаратов, в которых имеется быстродействующее синхронизирующее устройство СУ и дополнительные синхронизирующие контакты СК (рис. 4.17б)

[22]. В подобных устройствах решается двойная задача: исключается полупроводниковый элемент и применяется быстродействующий электромагнит, якорь которого связан с синхронизирующими контактами. Кроме того, с целью повышения стабильности работы устройства в широком диапазоне коммутируемых токов, обмотка электромагнита питается от фазосдвигающего трансформатора тока, магнитная система которого выполнена с воздушными зазорами.

Во включенном состоянии аппарата практически весь ток проходит по главным контактам (ГК) 1, часть

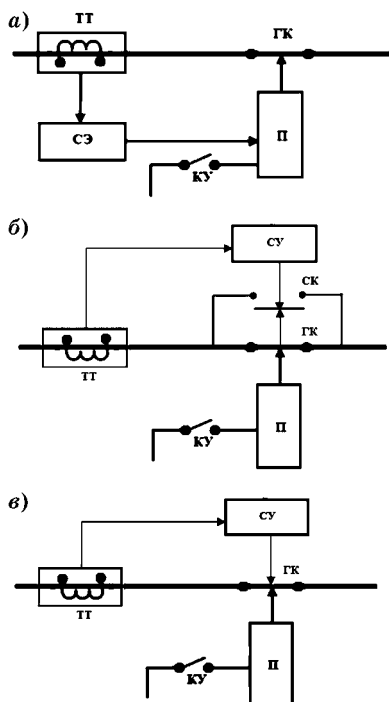


Рис. 4.17

Структурные схемы построения синхронных аппаратов:

а — с синхронизацией основного привода П аппарата; б — с синхронизирующим устройством СУ и дополнительными контактами СК; в — с синхронизирующим устройством СУ.



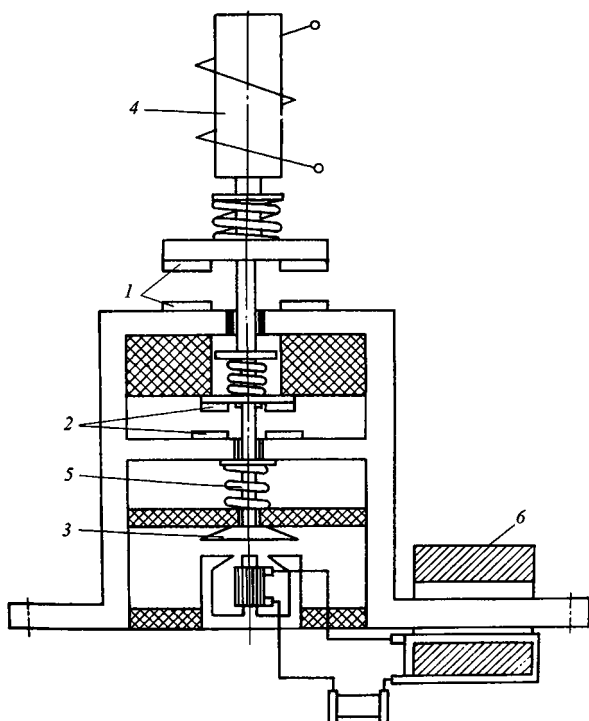


Рис. 4.18

Синхронное контактное коммутирующее устройство переменного тока [22]

тока — по синхронизирующим контактам (СК) 2, с которыми механически связан якорь 3 быстродействующего электромагнита. При снятии напряжения с обмотки основного привода 4 аппарата ток переходит с ГК в цепь СК, которые остаются замкнутыми, так как якорь 3 электромагнита притянут и электромагнитная сила, удерживающая якорь, превышает силу возвратной пружины 5. При приближении тока к нулю, электромагнитная сила, действующая на якорь 3, снижается и при равенстве противодействующим усилиям пружины 5 — якорь размыкается, что приводит к размыканию контактов СК. Такое размыкание может происходить за определенный угол упреждения нуля тока, который регулируется фазосдвигающим трансформатором тока 6.

За счет применения специального быстродействующего электромагнита и фазосдвигающего трансформатора удалось добиться высокой стабильности работы синхронизирующего привода аппарата в широком диапазоне коммутируемых токов.

К недостаткам устройства можно отнести наличие дополнительных контактов и необходимость согласования их работы с ГК. Однако в целом предложенное решение является вполне работоспособным в цепях переменного тока.

Известно, что контактный мостик (подвижной контакт) аппаратов управления (контакторов и пускателей) часто делают облегченным, за счет улучшенного теплоотвода с его поверхности. Это дало возможность построения синхронного устройства с совмещением функций главных аппаратов и синхронизирующих (рис. 4.17*в* и 4.19) [22].

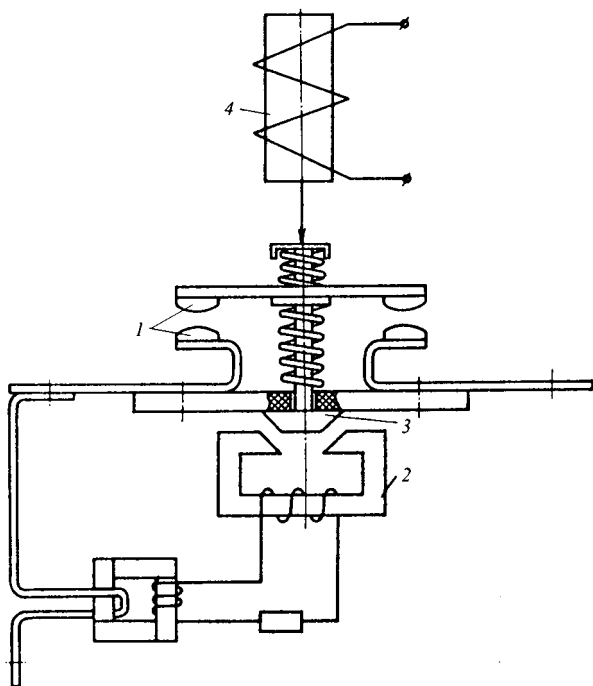


Рис. 4.19

Синхронное контактное коммутирующее устройство [22]

Принцип действия этого устройства практически не отличается от работы синхронного аппарата, представленного на рисунке 4.18. Якорь 3 быстродействующего электромагнита 2 непосредственно связан с главными контактами ГК 1 и при снятии сигнала с основного привода 4 аппарата снимается механическое нажатие с ГК, но они остаются замкнутыми до размыкания якоря 3 синхронизирующего электромагнита. Отключение произойдет около момента перехода тока через нулевое значение.

Описано лишь несколько схмотехнических решений построения синхронных контактных аппаратов переменного тока. Ряд из них были реализованы в виде опытных образцов, которые прошли лабораторные испытания.

Эффект от применения принципа синхронной коммутации тока будет еще больше в высоковольтных выключателях, в которых электрическая дуга отключения обладает сверхвысокой мощностью [5]. Подобные предложения начали появляться еще в начале XIX в.

Появления малогабаритных вакуумных дугогасительных камер (ВДК) позволило создать целый ряд аппаратов гибридного типа с ограниченным дугообразованием [8].

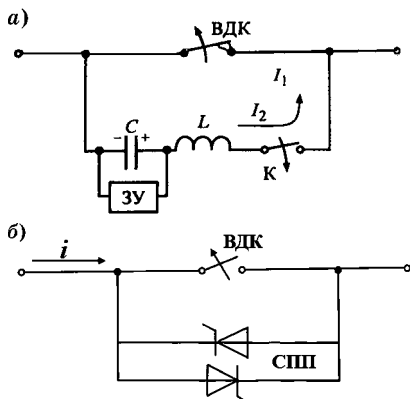


Рис. 4.20

Вакуумный выключатель постоянного тока с гасящим контуром (а) и гибридный вакуумный выключатель переменного тока (б)

На рисунке 4.20 даны схемы вакуумных выключателей постоянного тока с гасящим контуром  $LC$  (а) и гибридного вакуумного выключателя (б).

Чтобы погасить дугу постоянного тока, необходимо принудительно свести ток к нулю, разрядив на дуговой промежуток предварительно заряженную емкость  $C$  (рис. 4.20а).

Включение коммутатора  $K$  (обычного кон-

тактного аппарата) синхронизировано с отключаемым током в цепи ВДК таким образом, что на постоянный ток в ВДК накладывается разрядный ток емкости  $C$  противоположной направленности, который по величине должен превышать отключаемый ток ВДК. При спадании тока в ВДК к нулю, дуга гаснет, восстанавливается электрическая прочность промежутка.

Применение гибридного принципа коммутации позволяет создать надежный и высоко ресурсный коммутационный аппарат (рис. 4.20б). Работа схема аналогична вышеописанным контактно-тиристорным аппаратам низкого напряжения. Применение ВДК позволило использовать данный принцип коммутации и для цепей высокого напряжения.

#### 4.2.2. Особенности коммутации цепей при размыкании контактов перед переходом тока через нулевое значение

Рассмотрим две проблемы, возникающие в таких аппаратах: переход тока в параллельный синхронизирующий контур и выбор оптимального времени упреждения размыкания контактов перед нулем отключаемого тока.

##### *Условия перехода тока в параллельный контур*

Параллельный контур используется в ряде аппаратов для облегчения условий дугогашения. Так в автоматических выключателях параллельно главным контактам включаются дугогасительные, в которые переходит ток в процессе отключения. В синхронных аппаратах с дополнительным синхронизирующим устройством вопрос быстрого перевода тока с ГК стоит очень остро. Схема замещения такого устройства приведена на рисунке 4.21.

Для определения времени существования дуги  $t_d$  на ГК при переходе тока в параллельный контур необходимо решить систему дифференциальных уравнений контуров

$$\begin{aligned} L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 R_2 &= U_K; \\ i_1 + i_2 &= I_m \sin(\omega t + \Psi), \end{aligned} \quad (4.3)$$

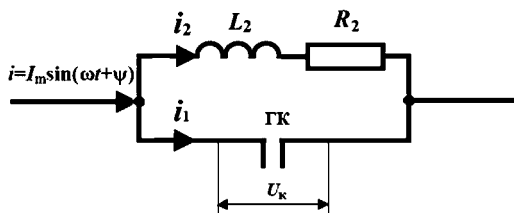


Рис. 4.21

Схема электрической цепи синхронного аппарата по рисункам 4.16, 4.18

где  $L_2$  — индуктивность;  $R_2$  — сопротивление, шунтирующей цепи;  $i_1$ ,  $i_2$  — соответствующие токи в цепях;  $U_k$  — напряжение на ГК;  $\Psi$  — фаза тока, при которой размыкаются ГК.

Напряжение на контактах практически не зависит от величины отключаемого тока и при малой длительности переходного процесса — остается постоянным. Это характерно для мостиковых и рычажных контактов, переходное сопротивление которых начинает активно изменяться лишь в последний момент перед размыканием.

Решение уравнения (4.3) имеет вид

$$i_1 = I_m \sin(\omega t + \Psi) - \frac{U_k}{R_2} \left( 1 - e^{-\frac{R_2 t}{L_2}} \right).$$

Полагая, что процесс перехода тока начинается непосредственно с момента размыкания ГК, получим

$$t_d = \frac{L_2}{R_2} \ln \frac{U_k}{U_k - I_m R_2 \sin(\omega t + \Psi)}. \quad (4.4)$$

Анализ зависимости (4.4) показал, что максимальное время горения дуги наблюдается в случае размыкания ГК при фазе тока  $\Psi = \frac{\pi}{2} - \omega t_d$ . На рисунке 4.22 приведена зависимость времени горения дуги на ГК в функции фазы тока в момент их размыкания при  $L_2 = 1,71 \cdot 10^{-4}$  Гн,  $R_2 = 0,07$  Ом и отключаемом токе 140 А.

В результате эксперимента установлено, что на условия перехода тока с ГК в параллельный контур не оказывает влияния скорость размыкания контактов, в то

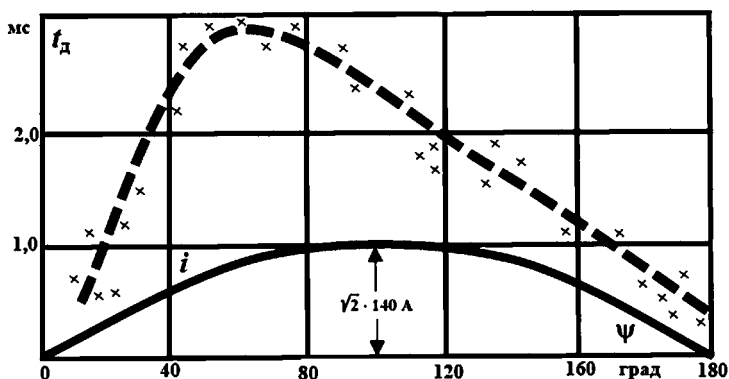
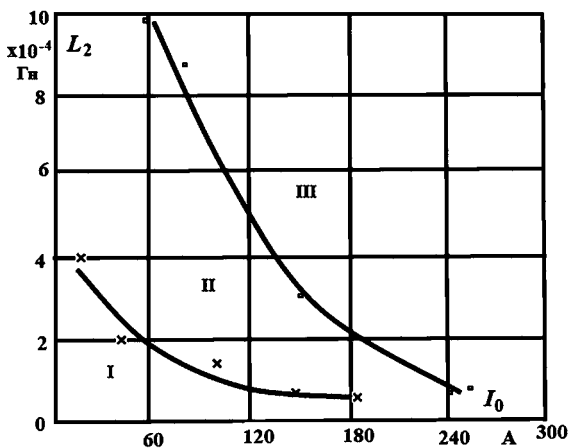


Рис. 4.22  
 Время горения дуги в функции момента размыкания ГК

время как характер изменения переходного сопротивления ГК может существенно облегчить переход тока, например, путем применения врубных контактов с плавным нарастанием переходного сопротивления при размыкании.

Также показано, что индуктивность  $L_2$  параллельной цепи оказывает большое влияние на  $t_d$  [22]. Переход тока затягивается, и длительность существования дуги на ГК возрастает (рис. 4.23).

Рис. 4.23  
 Влияние индуктивности параллельной цепи на зоны коммутации ГК:  
 I — зона бездугового размыкания ГК; II — зона размыкания ГК с длительностью дуги  $t_d < 0,5$  мс; III — зона размыкания ГК с  $t_d \sim 0,5-2$  мс.



Используя полученные зависимости, можно определить по величине отключаемого тока максимальное допустимое значение индуктивности шунтирующего контура, характерное для определенной зоны коммутации.

Далее будет рассмотрено создание модели переходного процесса в параллельном контуре с синхронизирующим устройством. Схема замещения контура и стилизованная осциллограмма такого процесса представлена на рисунке 4.24.

Реализация модели перехода тока в параллельный контур аппарата представлена на рисунке 4.25 путем решения системы уравнений (4.13) при  $I = 250$  А,  $R_2 = 0,04$  Ом,  $L_2 = 0,72 \cdot 10^{-4}$  Гн (рис. 4.24). Принимаем напряжение на дуге, возникающей на контактах, постоянным и равным  $U_{д1} = 16$  В. Время перехода тока  $t_d$  составляет 1,65 мс.

Модель получена с использованием решателя ode45.

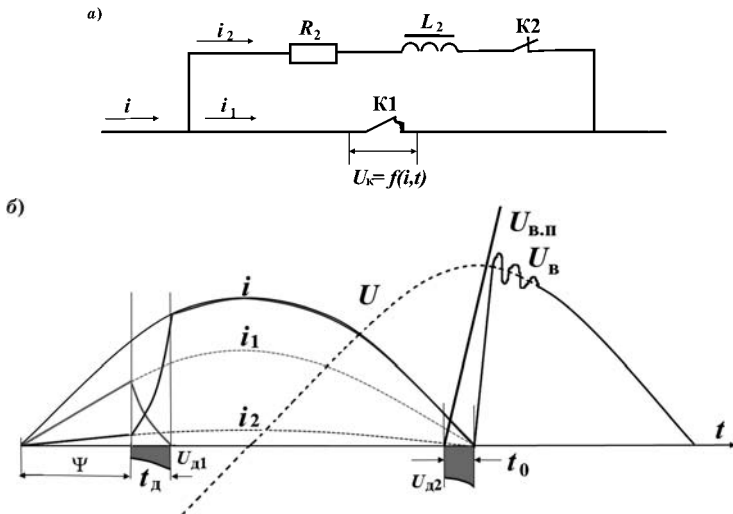


Рис. 4.24

Схема замещения (а) и осциллограмма переходного процесса в цепи с параллельным синхронизирующим устройством (б):

$i$ ,  $i_1$  и  $i_2$  — токи в цепи;  $U$  — напряжение источника;  $U_{д1}$  — напряжение на ГК;  $U_{д2}$  — напряжение на СК;  $U_{в.п}$  — восстанавливающаяся прочность;  $U_v$  — переходное восстанавливающееся напряжение;  $t_d$  — длительность перехода тока с ГК в параллельный контур;  $t_0$  — время упреждения нуля тока;  $\psi$  — фаза тока, при которой размыкаются ГК.

a)

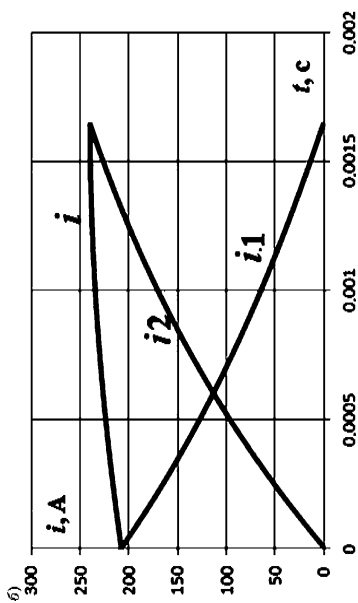
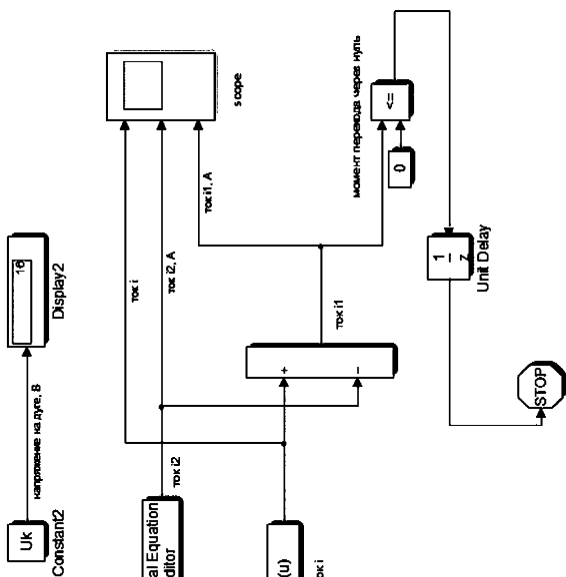


Рис. 4.25

Реализация модели перехода тока в параллельный контур аппарата (a) и полученные осциллограммы (б)



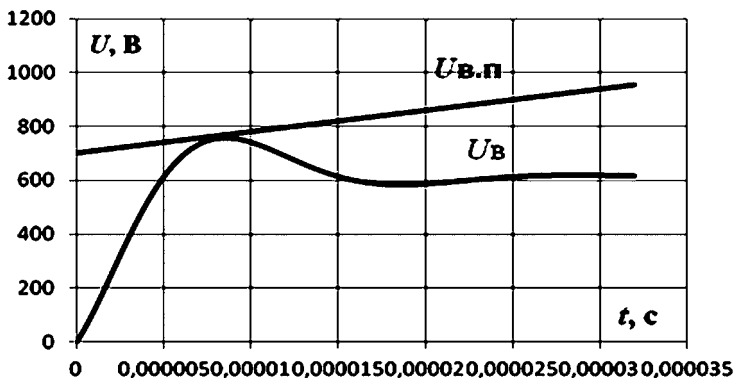


Рис. 4.26

Гашение дуги при синхронном отключении. Время упреждения  $t_0 = 1$  мс

Гашение дуги при синхронном отключении изображено на рисунке 4.26. При решении задачи использовался решатель ode3.

*Восстанавливающаяся прочность при синхронном  
размыкании контактов*

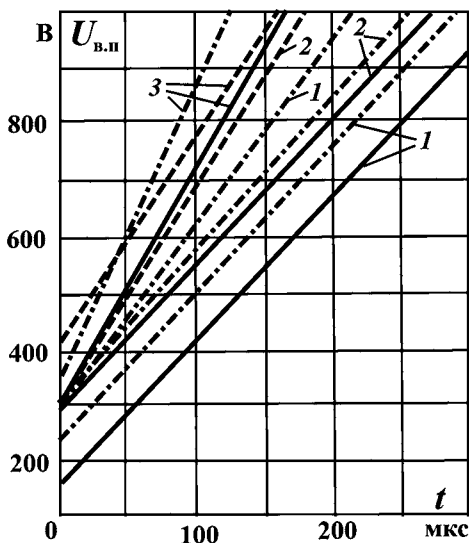
Ранее (см. параграф 3.4) показано, что на восстанавливающуюся прочность после нуля тока оказывают влияние как параметры коммутационного аппарата (материал контактов, скорость их расхождения, время горения дуги перед нулем тока), так и параметры отключаемой цепи (ток, напряжение в сети, характер нагрузки).

Остановимся на одном из важнейших параметров для синхронного отключения — времени горения дуги  $t_d$  перед нулем тока (времени упреждения  $t_0$  нуля тока). Речь идет о коротких дугах небольшой длительности, когда опорные точки дуги на контактах остаются еще неподвижными.

На рисунке 4.27 представлен ряд экспериментальных зависимостей  $U_{в.п} = f(t)$ , полученные для тока 150 А при различном времени горения дуги  $t_d$  перед переходом тока через нуль, снятые методом пилообразных импульсов. Если скорость роста ВП практически неизменна, то начальная восстанавливающаяся прочность сильно зависит от температурного состояния контактов перед нулем тока. Кроме того, необходимо еще обеспечить мини-

Рис. 4.27  
Восстанавливающаяся прочность в условиях синхронного размыкания контактов при различных скоростях размыкания контактов,  $I_0 = 150$  А, материал контактов — СОК-15;

1 —  $t_d = 0,25-0,5$  мс; 2 —  $t_d = 0,6-0,9$  мс; 3 —  $t_d = 1,6-2$  мс; ..... — 0,4 м/с; — — — — — 0,6 м/с; - - - - - 1 м/с [22].



мальное время упреждения нуля тока, которое зависит от межконтактного зазора и скорости размыкания контактов. Так, при скорости расхождения контактов 1 м/с и времени упреждения  $t_0 \leq 0,25$  мс наблюдались отказы из-за появления жидкометаллических мостиков между расходящимися контактами (рис. 4.27). При меньшей скорости контактов вероятность отказа возрастала.

Наилучшие результаты ВП (как начальной, так и скорости роста прочности) получены на материалах контактов СОК-15. Все металлокомпозиционные материалы имеют повышенные прочностные характеристики при малых временах упреждения (длительности горения дуги перед нулем тока), когда температурный режим наиболее благоприятный.

Анализ характеристик  $U_{в.п}^0 = f(t_0)$  указывает на наличие максимума, соответствующего времени упреждения  $t_0 = 1-1,4$  мс ( $l = 0,4-1,5$  мм) и имеющего наибольшее значение для материала контакта СОК-15, при средней скорости размыкания контактов 0,4 м/с (рис. 4.28). В дальнейшем эти значения были использованы в опытных образцах синхронных аппаратов.

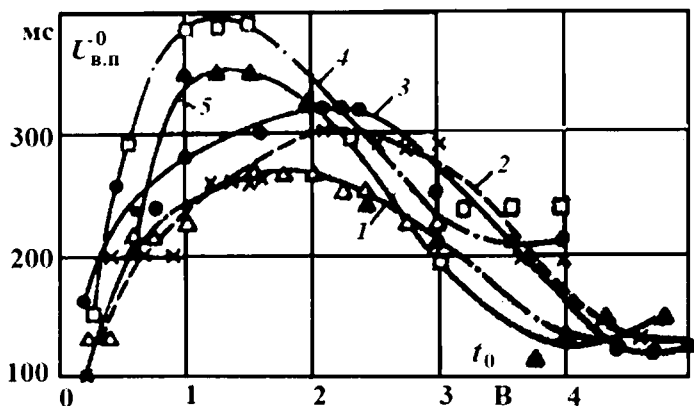


Рис. 4.28

Начальная восстанавливающаяся прочность от момента размыкания контактов перед нулем тока при различных материалах контактов,  $I_0 = 150$  А, скорость размыкания контактов 0,4 м/с:

1 — медь; 2 — СВ-50; 3 — СН-40; 4 — СОК-15; 5 — серебро [22].

Как показали проведенные исследования, в условиях упреждения нуля тока короткая дуга, возникающая на контактах, не разогревает их, поэтому прочность межконтактного промежутка после нуля тока приобретает значения, характерные для «холодного» неионизированного состояния [5].

В таблице 4.2 приведены сравнительные данные по начальной восстанавливающейся прочности (напряжению пробоя промежутка в нуль тока), полученные при исследовании влияния момента размыкания контактов

Таблица 4.2

Некоторые результаты исследования ВП при синхронной коммутации

Время упреждения $t_0$ нуля тока, мс	Средняя скорость размыкания контактов, м/с	Длина межконтактного промежутка $l$ , мм	Начальная восстанавливающаяся прочность $U_{в.п}^0$ , В	Источник информации
До 0,5	—	—	140	И. С. Таев [5]
—	—	0,4	210	Г. Бургхард
1–2	0,4	0,4–1,5	400	В. Н. Кузнецов
0,2	0,4	0,08	800	В. А. Головенкин
1,45	0,5	0,7	800	Е. Г. Егоров [23]

перед переходом тока через нуль, в том числе в условиях синхронной коммутации цепи.

По имеющимся результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Скорость размыкания контактов не влияет на ВП. Все определяется временем упреждения  $t_0$  нуля тока.
2. Длина межконтактного промежутка  $l$  должна быть минимально допустимой. Нижняя граница определяется вероятностью появления жидкометаллического мостика.
3. Различия в  $U_{в.п}^0$  зависят от величины отключаемого тока и методики снятия кривых прочности.
4. Оптимальными, с точки зрения максимального напряжения пробоя промежутка при переходе тока через нуль, являются следующие условия:

$$t_0 = 1-2 \text{ мс}; l = 0,4-1,5 \text{ мм.}$$

Найденные параметры легли в основу создания опытных образцов синхронных аппаратов переменного тока низкого напряжения [21], [22].

#### **4.3. ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССОВ КОММУТАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ГЕРМЕТИЗИРОВАННЫМИ МАГНИТОУПРАВЛЯЕМЫМИ КОНТАКТАМИ (ГЕРКОНАМИ)**

*Магнитоуправляемым контактом (МК)* называется контакт электрической цепи, изменяющий состояние последней посредством механического замыкания или размыкания ее при воздействии управляющего магнитного поля на его элементы, совмещающие функции контактов и участков электрических и магнитных цепей. Магнитоуправляемый контакт, помещенный в герметизированный баллон, называется *герметизированным магнитоуправляемым контактом или герконом*.

Герметизированный баллон МК либо заполняется газом (в основном сухим азотом), либо вакуумируется. Элементы МК, реализующие функции контактов и участков электрических и магнитных цепей, называются *контактными сердечниками (КС)*.

Существуют герметизированные магнитоуправляемые контакты (МК) как с твердыми (*сухие* МК), так и с жидкометаллическими (со смоченными, в основном ртутью) контактирующими поверхностями (*жидкометаллические* МК — ЖМК) [11].

#### **4.3.1. Эрозионные процессы при размыкании сухих газонаполненных МК**

Отказы МК наиболее часто связаны с механическим, химическим и электротермическим разрушением (эрозией) их контактирующих поверхностей в процессе коммутации.

*Механическая эрозия* может проявляться в растрескивании и выкрашивании мелких частиц контактного покрытия под действием ударных нагрузок, возникающих при замыкании КС, либо в пластической деформации контактирующих поверхностей — наклепе. Эти процессы вызывают нестабильность переходного сопротивления и отказы по незамыканию.

*Химическая эрозия* заключается в образовании поверхностных пленок вследствие взаимодействия материала покрытия со случайными загрязнениями или примесями в газе внутри баллона МК, а также вследствие протекания реакций катализаторного типа, например, полимеризации органических соединений на поверхности контактного покрытия. Эти процессы также могут приводить к увеличению переходного сопротивления МК и отказам по незамыканию.

*Электротермическая эрозия* в основном выражается в двух видах разрушения контактирующих поверхностей при коммутации электрических цепей с током: за счет образования несимметричного разрыва жидкометаллических мостиков и за счет испарения материала контактов в процессе электрических разрядов. Электротермическая эрозия вызывает, как правило, неразмыкание и сваривание контактов.

*Жидкометаллические мостики* образуются при размыкании тока выше 1–10 мА, механизмы их образования подробно изложены в главе 3.

При ослаблении контактного усилия уменьшаются количество и площадь точек контактирования, что сопровождается увеличением плотности тока, проходящего через них, с последующим расплавлением контактных точек. По мере расхождения КС жидкая капля металла растягивается, образуя мостик. Растяжение мостика вызывает рост его сопротивления и температуры. Мостик либо разрывается механически, либо взрывается при достижении температуры кипения материала. Разделение мостика на две несимметричные части вызывает перенос контактного материала с одного КС на другой. Асимметрия разрыва мостика связана с действием термоэлектрических эффектов и зависит от таких характеристик контактного материала, как температура плавления и температура кипения, теплоемкость, удельное электрическое сопротивление, скрытая теплота плавления.

После многократных отключений цепи постоянного тока в результате мостикового переноса на аноде образуется глубокий кратер, а на катоде — соответствующий ему пик (здесь и далее рассматривается случай одинаковых условий теплоотвода от анода и катода, что, строго говоря, справедливо только для симметричных МК). В этом случае, как правило, причина неразмыкания МК — механическое заклинивание пика в кратере.

В зависимости от параметров коммутируемой цепи (тока, напряжения, характера нагрузки) в МК после разрыва (или взрыва) мостика возможно развитие нескольких типов электрических разрядов, отличающихся друг от друга, прежде всего, напряжением горения и процессами на электродах. При эксплуатации газонаполненных МК малой, средней и повышенной мощности, а также в мощных МК наиболее часто наблюдаются разряды: короткая дуга, плазменная дуга и тлеющий разряд (см. главу 3).

*Короткая дуга* вызывает локальную эрозию анода, поэтому в режимах коммутации с мостиково-короткодуговым переносом часто наблюдается развитие «пиковой» эрозии (острый пик на катоде и глубокий кратер на аноде), определяющей отказы МК по неразмыканию.

*Плазменная дуга размыкания* — основной эрозионный фактор в герконах средней, повышенной мощности и в мощных МК.

В случае коммутации активных нагрузок плазменная дуга зажигается при размыкании цепей только с напряжением и током, превышающими пределы дугообразования  $U_{д}$ ,  $I_{д}$ . Однако коммутация цепей с большой электромагнитной постоянной времени может сопровождаться плазменной дугой и когда напряжение источника питания меньше значения  $U_{д}$ , причем длительность дуги, энергия и эрозионное воздействие на контакты могут превышать соответствующие параметры при коммутации активной цепи с тем же током, но с напряжением источника питания, большем  $U_{д}$ .

Зажиганию плазменной дуги всегда предшествует мостик, либо (после мостика) короткая дуга. Значение минимального тока дугообразования  $I_{д}$  определяется в основном материалом контактного покрытия, но зависит также от коммутируемого напряжения, состояния поверхности контактов, рода тока и газовой среды в баллоне.

Эрозия контактов происходит за счет теплового действия дуги — в контактных (опорных) микропятнах локальные зоны поверхности разогреваются выше температуры кипения, что приводит к интенсивному испарению металла, сопровождающемуся газо- и гидродинамическими процессами. В результате на поверхности образуются кратеры, размеры которых определяются током разряда и теплофизическими свойствами контактного материала.

Плазменная дуга в МК вызывает эрозию и анода, и катода. Характер их эрозии различен: на аноде возникают единичные кратеры относительно большого диаметра, а на катоде — субструктуры мелких кратеров и отдельные более крупные лунки, подобные анодным. При коммутации цепей постоянного тока в большей степени эродирует анод, но благодаря встречному массопереносу с катода, МК с родиевым, молибденовым и вольфрамовым покрытиями имеют достаточно высокий срок службы в таких режимах эксплуатации.

Причина отказов МК в режиме плазменной дуги, как правило, — сваривание после полного разрушения покрытия на аноде.

Особенность коммутации цепей переменного тока — периодическое изменение направления переноса контактного материала, что способствует повышению срока службы МК по сравнению с коммутацией цепей постоянного тока с теми же напряжением и током. Однако скорость эрозии контактных покрытий МК в условиях коммутации переменного тока может превышать скорость эрозии на постоянном токе вследствие повышения устойчивости дуги за счет активизации катода шлаками (продуктами плазмохимических реакций паров материала покрытий с атмосферой газонаполнения), осаждающимися на поверхность в тех циклах коммутации, когда она является анодом.

При эксплуатации МК средней мощности, повышенной мощности и мощных МК следует учитывать, что их ресурс в режимах коммутации, сопровождающихся плазменной дугой размыкания, экспоненциально снижается с ростом значения коммутируемого тока.

*Тлеющий разряд* возникает, когда при большом сопротивлении в индуктивной цепи напряжение возрастает до 270–330 В. Этот разряд вызывает слабую (по сравнению с короткой и плазменной дугами) эрозию катода. Ток тлеющего разряда значительно ниже  $I_d$  и убывает во времени по линейному закону, а его продолжительность в основном зависит от постоянной времени нагрузки.

Тлеющему разряду предшествуют (после мостика) другие кратковременные виды разрядов: прерывистый (повторяющиеся пробои межконтактного промежутка с зажиганием и погасанием коротких дуг); одна короткая дуга. Несмотря на меньшую длительность, эти разряды могут по эрозионному воздействию намного превосходить следующий за ним более продолжительный тлеющий разряд.

*Особенности электрических разрядов в МК:*

- малые межэлектродные расстояния, вследствие чего значительно возрастает влияние материала, формы



и качество поверхности электродов на характер и длительность процесса коммутации;

- для большинства МК межконтактный зазор в отличие от обычных электромеханических реле представляет собой рабочий зазор магнитной системы, в котором образуются большие напряженности магнитного поля.

На динамические процессы при коммутации МК сказываются также электростатические силы и термоэлектромагнитное влияние тока, протекающего по КС (в том числе эффект Видемана).

Эффект Видемана [11] является одним из проявлений магнитострикции и выражается в закручивании ферромагнитного стержня при одновременном действии на него продольного магнитного поля и магнитного поля внутри стержня от протекающего по нему тока.

Режимы размыкания электрических цепей с индуктивной нагрузкой — наиболее тяжелые для МК, причем на процесс коммутации и соответственно число срабатываний МК существенно влияет распределенная емкость.

Размыкание электрических цепей с емкостными нагрузками или нагрузками в виде ламп накаливания для МК менее опасны. Как при последовательном, так и при параллельном подключении этих нагрузок к МК ток в процессе его размыкания оказывается существенно меньше номинального тока цепи (например, в цепи с емкостью, включенной параллельно МК; когда последний замкнут, напряжение на емкости равно нулю). С размыканием МК начинается заряд емкости от источника питания, при этом происходит перераспределение тока в цепи емкость — МК: основной ток идет через емкость, а ток через МК падает.

#### **4.3.2. Эрозионные процессы при замыкании сухих газонаполненных МК**

В процессе сближения КС газонаполненных МК появление разрядов маловероятно, поскольку критическая для зажигания напряженность электрического поля появляется на субмикронных расстояниях, которые КС проходят до момента полного замыкания за столь малое время, что разряд не успевает развиться.

Срабатывание, как правило, происходит с дребезгом замыкающих контактов (дребезг возможен и при отпущении [11]), зависящим от конструкции МК, твердости контактного материала, способа и режима управления, значения тока и напряжения коммутируемой цепи, характера последней. При каждом отскоке наблюдаются те же физические процессы, что и на стадии замыкания МК.

Коммутация электрических цепей с индуктивной нагрузкой в режиме замыкания не вызывает такой существенной эрозии контактов, как при размыкании, так как ток через КС нарастает постепенно. В процессе дребезга ток в большинстве случаев не достигает значения минимального тока дугообразования  $I_d$ , поэтому отскоки КС могут не сопровождаться дуговыми процессами.

В случае коммутации электрических цепей с емкостной нагрузкой процесс замыкания может сопровождаться интенсивными газоразрядными явлениями, вызывающими сваривание герконов. Емкостная нагрузка образуется в результате подключения последовательно или параллельно МК конденсаторов, а также за счет паразитных емкостей обмоток реле и распределенных емкостей длинных линий и кабелей.

Когда емкость включена параллельно разомкнутому МК, она оказывается заряженной до сетевого напряжения. При замыкании емкость разряжается через низкое сопротивление МК и подводящих проводов, что вызывает сильный бросок тока через точки контактирования либо зажигание сильноточной анодной дуги на стадии сближения КС.

Если конденсатор включен последовательно с МК и активное сопротивление цепи мало, то ток заряда емкости может достигать чрезмерно больших значений, что также является причиной сваривания контактов.

Процессы, сопровождающие коммутацию нагрузок в виде ламп накаливания, в общих чертах аналогичны процессам, протекающим при коммутации емкостных нагрузок. Это связано с тем, что сопротивление нити накаливания лампы в холодном состоянии в несколько раз

меньше чем в горячем. Поэтому в момент включения лампы через нее и МК протекает ток, значительно превышающий номинальный ток лампы.

### 4.3.3. Наиболее распространенные режимы коммутации сухих газонаполненных МК

Срок службы МК, а также вид и вероятность отказов зависят в основном от режима коммутации, прежде всего от значений коммутируемого напряжения  $U_K$  и коммутируемого тока  $I_K$ .

По признаку доминирующего вида эрозии контактирующих поверхностей коммутацию газонаполненных МК условно разделяют на несколько режимов.

*Режим сухих и микромошных цепей* ( $0 \leq U_K < U_{\text{ПД}}$ ,  $0 \leq I_K < I_M$ ), где  $U_{\text{ПД}}$  — напряжение плавления контактного материала 0,4–1 В;  $I_M$  — минимальный ток образования расплавленных мостиков 1–10 мА.

В этом режиме преобладают процессы механической и химической эрозии. Для данного режима коммутации предпочтительный контактный материал — родий, подвергнутый пассивации (отжигу) в кислородсодержащей атмосфере. Использование МК с таким покрытием позволяет получить износостойкость, превышающую  $10^8$  срабатываний независимо от типоразмера МК.

При коммутации сухих и микромошных цепей нужно учитывать влияние динамического шума на значение и форму сигналов.

Коммутацию микромошных цепей называют также *коммутацией нагрузок низкого уровня*.

*Режим малой мощности* характеризуется тем, что и ток  $I_K$ , и напряжение  $U_K$  меньше пределов дугообразования  $I_D$ ,  $U_D$  ( $I_D \approx 0,3\text{--}1,1$  А;  $U_D \approx 13\text{--}20$  В в зависимости от материала контактов, газозаполнения баллона, конструктивного исполнения МК), но больше значений  $I_M$  и  $U_{\text{ПД}}$ . При этом газоразрядных явлений нет, а разрушение контактной поверхности связано преимущественно с мостиковым переносом.

Кроме процесса массопереноса, жидкометаллические мостики вызывают выход на поверхность контактного

покрытия примесей, растворенных в объеме материала, что в отсутствии разрядных явлений может вызвать образование непроводящих пленок в зоне контактирования и отказы МК по незамыканию, наступающие значительно раньше эрозионного разрушения покрытия (наиболее характерно для МК с золотыми и золотосодержащими покрытиями, но наблюдается и для других покрытий, в частности, на основе рутения). В данном режиме также предпочтительно использовать МК с родиевым покрытием.

*Режим средней мощности* соответствует условиям:

$$U_K > U_D \text{ и } I_M < I_K < I_D \text{ или } I_K > I_D \text{ и } U_{\text{пл}} < U_K < U_D.$$

Эрозия в этом режиме связана с совместным действием мостиков и разрядов типа короткой дуги, преимущественно разрушающих анод. Число срабатываний МК определяется в основном этой локализованной эрозией. При делокализации зоны разрушения, т. е. при перемещении зоны контактирования в процессе работы, число срабатываний резко возрастает.

Коммутацию токов и напряжений, относящихся к режимам малой и средней мощности называют также *коммутацией промежуточных (или средних)* нагрузок.

*Режим повышенной мощности* ( $U_K > U_D$  и  $I_K > I_D$ ). При этом режиме возникает плазменная дуга, вызывающая интенсивную эрозию контактов. Минимальные значения  $U_D$  и  $I_D$  имеют золотые и золотосодержащие покрытия, а максимальные — покрытия из тугоплавких металлов и их сплавов, обладающих наиболее высокой дугоустойчивостью. Поэтому для эксплуатации в режимах с плазменной дугой целесообразно использовать МК повышенной мощности и мощные МК с молибденовым или вольфрамовыми покрытиями. Коммутацию при  $U_K > U_D$  и  $I_K > I_D$  называют также *коммутацией тяжелых нагрузок*.

Исследования показывают, что в сухих газонаполненных МК даже после  $10^9$  циклов срабатываний механический износ контактных покрытий незначителен. Для нагрузок, сопровождающихся электротермическим износом, ресурс МК меньше. На рисунке 4.29а приведены две

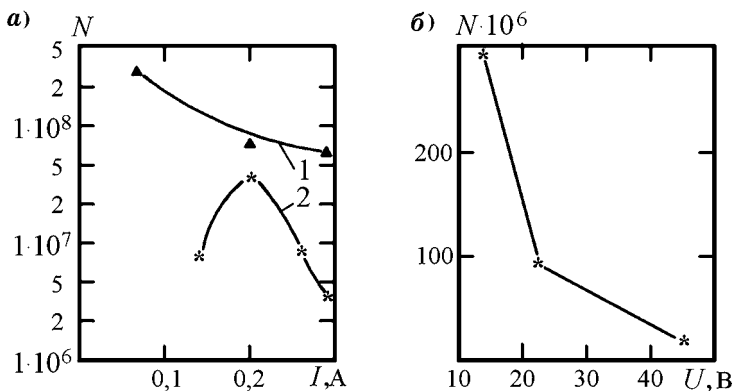


Рис. 4.29

Зависимости коммутационной износостойкости язычковых замыкающих МК с длиной баллона 50 мм и родиевым контактным покрытием от коммутируемого постоянного тока при активной нагрузке и двух значениях напряжения (а) и от напряжения коммутируемой цепи постоянного тока 100 мА при активной нагрузке (б):

1 — при  $U = 12$  В; 2 — при  $U = 48$  В.

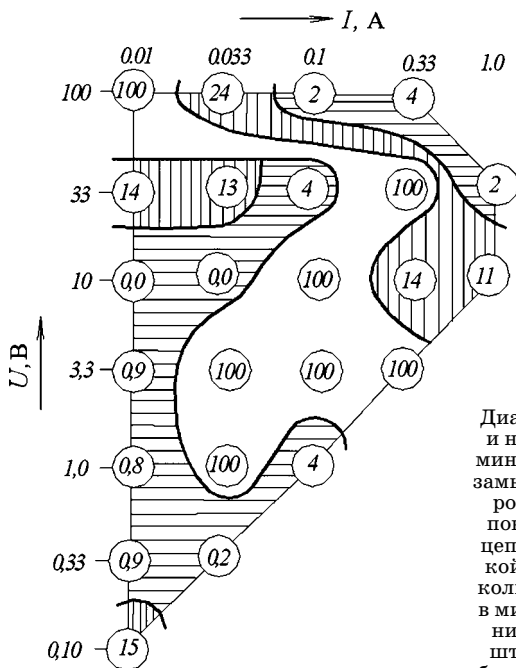


Рис. 4.30

Диаграмма влияния тока и напряжения на ресурс миниатюрных язычковых замыкающих МК с золотородиевым контактным покрытием при работе в цепях с активной нагрузкой (число в кружках — количество срабатываний в миллионах до наступления отказа; область без штриховки — наиболее благоприятные нагрузки)

характерные зависимости износостойкости МК от постоянного тока: кривая 1 — износостойкость плавно уменьшается с ростом тока; кривая 2 при токе 200 мА имеет максимум, что свидетельствует об изменении характера износа материала контактных покрытий.

Одна из зависимостей коммутационной износостойкости от постоянного напряжения, наблюдаемых для сухих язычковых газонаполненных МК, показана на рисунке 4.29б. Однако при других параметрах коммутируемой цепи, типе МК, условиях коммутации и критерии отказа зависимость коммутационной износостойкости от напряжения может иметь иной вид.

Как пример, на рисунке 4.30 в матричном виде приведена диаграмма влияния постоянной силы тока и напряжения на коммутационную износостойкость миниатюрных (с длиной баллона 20 мм) сухих язычковых газонаполненных МК при критерии отказа — неразмыкание или превышение сопротивления МК значения 1 Ом [11]. Испытания проводились до 100 млн срабатываний.

#### **4.3.4. Особенности электроразрядных процессов в высоковольтных вакуумных сухих МК**

В высоковольтных вакуумных МК, коммутирующих слаботочные цепи с напряжением 3–25 кВ, разрушение контактов в значительной степени определяется вакуумными пробоями при замыкании.

При замыкании высоковольтного МК по мере сближения КС увеличивается напряженность электрического поля в межконтактном зазоре. Когда она достигает критического значения  $\sim 10^6$  В/см, с микровыступов на катоде (активных центров) начинает протекать автоэлектронный ток. Увеличение плотности этого тока до  $10^7$ – $10^8$  А/см<sup>2</sup> приводит к взрыву и испарению активного центра. В результате ионизации паров контактного материала в зазоре образуется облако плазмы, что ведет к пробое зазора. Длительность пробоя и значение тока зависят от внешней цепи. Источник тока — в основном паразитная емкость  $C_{\Pi}$ , равная сумме емкостей МК и подключенных к нему внешних элементов схемы.

Вакуумный пробой разрушает анод, а на катоде растет выступ. Отказы МК вызываются, как правило, заклиниванием выступа в анодной выемке.

В размыкающемся высоковольтном МК эрозия определяется мостиками и поэтому зависит от коммутируемого тока. Могут появляться и пробои, если паразитная емкость успевает зарядиться до напряжения, достаточного для инициации пробоя, пока зазор между контактирующими поверхностями еще мал.

Одно из важнейших условий надежной работы высоковольтного МК — высокий вакуум в баллоне. С ухудшением вакуума атомы газа ионизируются электронным током с активных центров, и пробои начинаются уже при больших расстояниях между КС в процессе замыкания МК, когда еще не созданы условия для взрыва активного центра. Связанное с этим резкое возрастание количества пробоев в каждом цикле коммутации вызывает быстрое разрушение контактного покрытия; наступают ранние отказы МК.

#### **4.3.5. Особенности размыкания и замыкания электрических цепей ЖМК**

Наиболее тяжелый этап работы ЖМК — размыкание. С расхождением КС вытягивается жидкостный мостик, через который продолжает протекать ток цепи. Жидкий металл мостика при больших токах нагревается до температуры кипения; в результате часть жидкого металла мостика выбрасывается в виде одной или нескольких капель, уменьшая количество жидкого металла в зоне контактирования вплоть до ее осушения. Эти капли могут улететь в сторону и осесть на баллоне.

После разрыва жидкостного мостика значение напряжения на разомкнутых контактах восстанавливается. Если оно больше электрической прочности образовавшегося межконтактного промежутка, возникает электрический разряд. Характеристики разряда определяются в основном параметрами коммутируемой цепи и давлением газа внутри баллона. Разряд приводит к испарению жидкого металла или даже твердого материала контактов

и к интенсификации физико-химических процессов взаимодействия материалов внутренних деталей конструкции ЖМК с жидким металлом. Отрицательное влияние разряда на долговечность ЖМК можно снизить путем применения электрических схем их защиты [11]. Процесс растягивания жидкостного мостика увеличивает время замыкания, поэтому время отпускания у ЖМК значительно больше чем у сухих МК. Непосредственно после размыкания замыкающего ЖМК начинается колебательный процесс его подвижной системы (якорь–пружина): контакты повторно сближаются до малых расстояний, снижая пробивное напряжение в эти моменты времени. Процесс успокоения колебаний может продолжаться длительное время, что обусловлено конструктивными особенностями ЖМК (увеличенный зазор между контактами, необходимый для разрыва жидкостного мостика при отпуске, требует снижения жесткости возвратной пружины либо увеличения поперечного сечения якоря при неизменной жесткости возвратной пружины, что уменьшает резонансную частоту подвижной системы ЖМК по сравнению с сухими МК).

Сближение контактов ЖМК в процессе замыкания электрических цепей сопровождается увеличением электростатических сил и вытягиванием, в связи с этим, жидкого металла с контактов.

При значительных коммутируемых токах, напряжениях и большой частоте коммутаций может произойти залипание или сваривание контактов в процессе замыкания из-за недостаточности времени разомкнутого состояния для подпитки зоны контактирования жидким металлом, и, как следствие, — осушения этой зоны.

При соударении контактов во время их замыкания обычно происходит один или несколько отскоков. Наличие жидкостного мостика в ЖМК предохраняет электрическую цепь от ложных размыканий. Однако в зависимости от значения коэффициента запаса по МДС срабатывания и других условий управления возможны разрыв жидкостного мостика и появление дребезга, как правило, в виде единичного размыкания цепи [11].



## ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОНТАКТЫ

### 5.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОНТАКТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ. ВИДЫ И КОНСТРУКЦИИ

**С**оединение проводящих звеньев электрической цепи, обеспечивающее протекание тока при наличии источника тока или ЭДС, осуществляется с помощью электрических контактов (слово контакт происходит от лат. *contactus* — прикосновение). *Под электрическим контактом часто понимают соединение двух или нескольких проводников, предназначенное для проведения электрического тока.*

Проводники электрического тока могут находиться в твердом, жидком или плазменном состоянии. Поэтому различают контакты: твердый металл — твердый металл, твердый металл — жидкость (металл или электролит), жидкость — жидкость (чаще всего жидкие металлы), твердый металл — плазма (чаще всего дуговой разряд) и жидкий металл — плазма.

По назначению контакты можно разделить на соединительные, служащие только для проведения тока, и коммутационные, на которые дополнительно возлагаются задачи включения, отключения или переключения электрических цепей.

Для соединительных контактов характерно разделение на взаимно неподвижные неразборные и разборные (например, сварные и болтовые) и взаимно подвижные скользящие или катящиеся. Некоторые конструктивные исполнения соединительных контактов представлены на рисунке 5.1. Соединительные контакты должны длительно в пределах срока службы

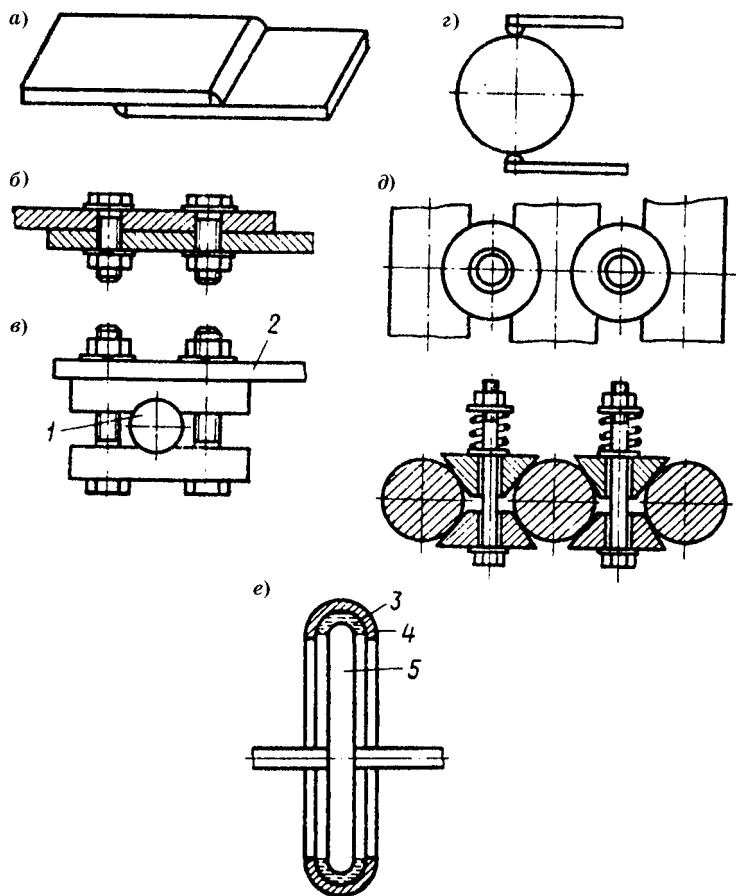


Рис. 5.1  
Соединительные контакты:

*a* — неразборные сварные; *б* — разборные болтовые шинные; *в* — разборные для соединения круглого проводника *1* и шины *2*; *г* — подвижные скользящие щеточные; *д* — подвижные катящиеся с коническими роликами; *е* — подвижные с ванной жидкого металла *3* между неподвижным электродом *4* и вращающимся диском *5*.

всей установки в целом и без повреждений допускать протекание тока нормального режима и кратковременных токов аварийных режимов работы.

Надежность в длительной эксплуатации соединительных (неразмыкаемых) контактов обеспечена, если со-

противление контакта электрическому току достаточно стабильно. Для этого соединительный контакт должен обладать способностью противостоять как воздействию окружающей среды, так и механическим напряжениям. Эти напряжения могут возникать вследствие температурных деформаций, а также под воздействием электродинамических усилий, которые становятся значительными при протекании больших токов короткого замыкания.

Коммутирующие контакты могут находиться в замкнутом (соответствующая цепь включена) или разомкнутом (соответствующая цепь отключена) состоянии. Существует много видов коммутирующих контактов, например контакты рубящие, торцовые, щеточные, пальцевые, розеточные и пр.

По назначению коммутирующие контакты в силовых аппаратах можно разделить на главные и дугогасительные. Главные обычно шунтируются дугогасительными. В процессе размыкания цепи главные контакты

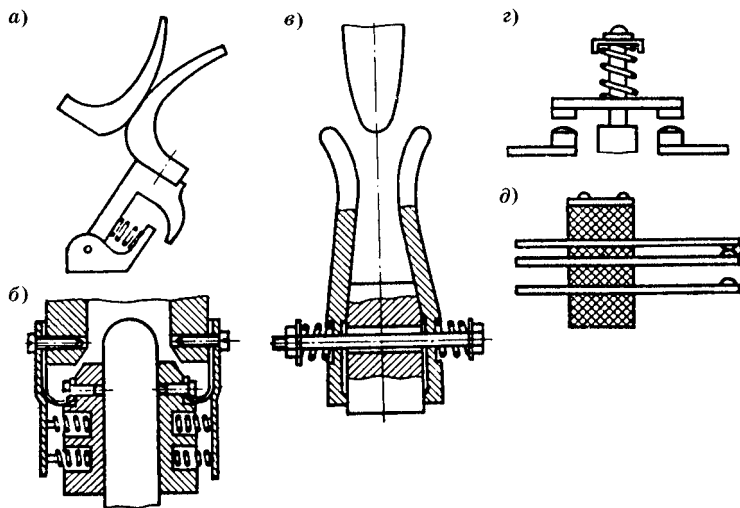


Рис. 5.2  
Коммутирующие контакты:

*a* — стыковые рычажные контакты контакторов; *b* — розеточный контакт выключателя; *c* — пальцевый контакт рубильника; *z* — мостиковый контакт; *d* — контакты с плоскими пружинами для реле.

выходят из соприкосновения раньше, чем дугогасительные, а поэтому образование дуги происходит только на дугогасительных контактах. Главные оказываются защищенными от воздействия дуги и служат для надежного пропускания рабочих токов и токов короткого замыкания в замкнутом состоянии. Часто функции контактов совмещаются так, что одни и те же контакты исполняют роль и токоведущих, и дугогасящих контактов.

На рисунке 5.2 представлены наиболее распространенные конструктивные исполнения коммутирующих контактов.

Физические процессы, протекающие в электрических контактах, весьма разнообразны и сложны. Они определяются как конструкцией контактов, свойствами материалов проводников, так и условиями, существующими во внешней среде и в электрической цепи при замкнутом положении контактов, при их разомкнутом положении и в процессах включения и отключения [43].

## 5.2. СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО КОНТАКТА

Пусть известно сопротивление  $R$  участка проводника длиной  $l$  (рис. 5.3а). Разрежем этот проводник перпендикулярно оси по линии А-А. Получившиеся торцовые поверхности обработаем и после этого приведем их в соприкосновение, как показано на рисунке 5.3б. Если после этого измерить сопротивление участка проводника той же длины  $l$ , то оно окажется больше прежнего на некоторую величину  $R_k$ , являющуюся сопротивлением контакта.

Появление этого сопротивления связано с двумя

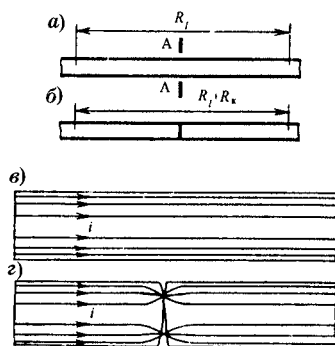


Рис. 5.3  
Определение сопротивления контакта и прохождение тока через контакт

обстоятельствами. Первое является следствием загрязненности или окисленности поверхностей, и тогда в цепь вводится дополнительное сопротивление различных пленок, образующихся на поверхности контактирующих тел. Второе не менее важное обстоятельство заключается в том, что при сжатии двух проводников, обращенных друг к другу плоскими гранями, физическое соприкосновение будет происходить не по всей плоскости, а только в отдельных площадках, расположенных в соответствии с микрогеометрией сдавливаемых граней. При этом картина протекания тока резко изменится, так как ток должен пройти не через все сечение, а лишь через его часть (рис. 5.3з), и по сравнению со сплошным проводником (рис. 5.3в) будет использовано не все поперечное сечение, т. е. сопротивление протекающему току возрастет.

Величина этого сопротивления, появляющегося в результате стягивания линий тока к истинной площадке соприкосновения, называется сопротивлением стягивания  $R_c$ .

Таким образом, сопротивление контакта может быть представлено как сумма сопротивлений стягивания  $R_c$  и посторонних слоев или пленок  $R_{пл}$ :

$$R_k = R_c + R_{пл}.$$

Сопротивление пленок  $R_{пл}$  может меняться в процессе эксплуатации в очень широких пределах. Сопротивление стягивания зависит в первую очередь от материала контактов, числа площадок и силы сжатия.

Реальное соприкосновение твердых поверхностей происходит в областях, состоящих из отдельных пятен касания, которые расположены случайно на видимой, кажущейся геометрической, поверхности соприкосновения. Для оценки факторов, влияющих на сопротивление стягивания, необходимо рассматривать упрощающие модели контактирования. Наибольшее распространение получили модели, предложенные Р. Хольмом [43]. Одной из простейших моделей Хольма является модель круговой площадки касания.

В основу рассмотрения положена идеализированная картина контактирования двух одинаковых изотропных проводников, не ограниченных во всех направлениях. Пусть площадка соприкосновения представляет собой круг радиуса  $a$ . На рисунке 5.4 изображены поверхности равного потенциала  $V$  и линии электрического тока при прохождении постоянного тока по проводникам. Диаграмма (рис. 5.4) построена таким образом, что сопротивление между соседними эквипотенциальными линиями остается постоянным и составляет  $1/6$  сопротивления стягивания одного контактного элемента (одной половины).

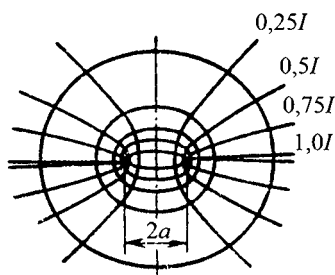


Рис. 5.4  
Модель контактирования  
Хольма

Поставим перед собой задачу расчета сопротивления протеканию электрического тока по контактирующим проводникам (рис. 5.4). Для решения воспользуемся аналогией между электростатическим полем тонкого уединенного заряженного диска радиуса  $a$  и полем растекания тока в интересующем нас случае. Как известно, если диск находится в среде с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_r$ , полная электростатическая емкость диска радиуса  $a$  выражается формулой  $C = 8\epsilon_r\epsilon_0$ , где  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная [20].

Тогда емкость диска в одну сторону от его плоскости

$$C_{1/2} = 4\epsilon_r\epsilon_0 a.$$

Между емкостью в электростатическом поле и сопротивлением протеканию электрического тока при одинаковых картинах полей существует следующая простая взаимосвязь:

$$CR = \rho\epsilon_r\epsilon_0, \quad (5.1)$$

где  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление среды, в которой рассматривается растекание тока [20].

Обозначим сопротивление одного контактирующего проводника  $R_{1/2}$ , тогда в соответствии с формулой (5.3)  $C_{1/2} \cdot R_{1/2} = 4\varepsilon_r \varepsilon_0 a \cdot R_{1/2} = \rho \varepsilon_r \varepsilon_0$ , откуда

$$R_{1/2} = \frac{\rho}{4a},$$

а сопротивление обоих контактирующих проводников, т. е. сопротивление стягивания, в нашем идеализированном контакте должно быть вдвое больше:

$$R_c = \frac{\rho}{2a}. \quad (5.2)$$

Если бы число одинаковых площадок касания было равно  $n$  и при этом расстояние между соседними площадками было таковым, что взаимное влияние на условия протекания тока практически исключалось, то сопротивление контакта должно быть в  $n$  раз меньше, чем в (5.2):

$$R_c = \frac{\rho}{2na}. \quad (5.3)$$

В точечном контакте  $n \geq 1$ , в линейном  $n \geq 2$ , в плоскостном  $n \geq 3$ .

Радиус площадки касания в случае упругой деформации при сжатии силой  $P$  гладких поверхностей шар — плоскость из одинаковых материалов выражается формулой Герца

$$a_{\text{ш.п}} = 1,1 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{E}},$$

где  $E$  — модуль упругости;  $r$  — радиус шара.

При сжатии двух одинаковых шаровых поверхностей

$$a_{\text{ш.ш}} = 0,9 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{E}}.$$

Если сила сжатия распределена равномерно на  $n$  одинаковых круглых площадок, то радиус одной площадки равен

$$a_{\text{ш.ш}} = 0,9 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot r}{nE}}. \quad (5.4)$$

Подставляя выражение (5.4) в (5.3), получим

$$R_c = \frac{\rho}{1,8 \cdot \sqrt[3]{P \cdot r n^2 / E}}.$$

Если деформация при сжатии контакта носит пластический характер, то *радиус площадки смятия* определяется соотношением

$$a = \sqrt{\frac{P}{\pi \sigma_{\text{см}}}},$$

где  $\sigma_{\text{см}}$  — временное сопротивление смятия материала контактов.

Таким образом, в случае пластической деформации формула для сопротивления контакта принимает вид

$$R_c = \frac{\rho}{2 \cdot \sqrt{P \cdot n^2 / \sigma_{\text{см}}}}. \quad (5.5)$$

Для практических расчетов переходного сопротивления контактов используют эмпирическую формулу

$$R = R_0 + K_0 / (0,102P)^m.$$

Значения коэффициента  $K_0$  приведены в таблице 5.1. Показатель степени  $m$  принимается равным: для точечного контакта — 0,5; для линейного — 0,5–0,8; для плоскостного — 1,0.

Сопротивление  $R_0$  в большинстве случаев равно нулю. Но для металлокомпозиции «серебро–оксид кадмия» СОК-12 оно принимает значение  $30 \cdot 10^{-6}$  Ом для чистой поверхности и  $280 \cdot 10^{-6}$  Ом для окисленной.

Контактное сопротивление представляет собой источник дополнительных джоулевых потерь. Поэтому температура контактов обычно выше, чем температура прилегающих к нему проводников. За счет этого поверхности контактов подвергаются воздействию кислорода и других агрессивных газов, находящихся в воздухе. Взаимодействие металла контактов с агрессивными газами приво-



Таблица 5.1

Коэффициент  $K_0$  для расчета сопротивления контакта

Материал контакта	Условия	$K_0$ , мкОм $\times$ Н <sup>m</sup>
Al-Al	Сильноточные контакты	$(3-6)\cdot 10^3$
Al-латунь	То же	$1,9\cdot 10^3$
Al-Cu	То же	$0,98\cdot 10^3$
Al-сталь	То же	$4,4\cdot 10^3$
Сталь-сталь	То же	$7,6\cdot 10^3$
Латунь-Fe	То же	$3\cdot 10^3$
Латунь-латунь	То же	670
Cu-Cu	То же	400
Ag-Ag	То же	60
Cu-Cu точечный	Слаботочные	90-280
Cu-Cu точечный	То же	140-170
Cu-Cu щеточный	То же	100
Ag-Ag	То же	60
CH40-CH40	То же	$6\cdot 10^3$

дит к появлению пленки на поверхности металла, толщина которой с течением времени увеличивается, а это ведет, в свою очередь, к росту сопротивления контактов. Но одновременно увеличиваются и падение напряжения на контакте, и градиент электрического поля в пленке, разделяющей контакты, и температура площадки соприкосновения. Совместное действие электрического поля и температуры приводит к разрушению пленки.

Этот процесс, хотя и имеет особое название *фриттинг*, до настоящего времени не получил еще полного объяснения. В результате фриттинга сопротивление контакта падает до величин, близких к первоначальным. Затем вновь начинается повторение процесса роста сопротивления и вновь наступает разрушение пленки. Но если образующаяся пленка достаточно прочна, то сопротивление контакта может возрасти до недопустимых величин, при которых температура контакта будет опасной как для изоляции оборудования, так и для самих контактов. Поэтому при эксплуатации необходимо строго соблюдать установленные многолетним опытом нормы температуры контактов.

Возникновение пленок на поверхности контактов зависит от материала контактов, их температуры, среды, в которой находятся контакты. Наиболее распространенной причиной образования пленок на контактных поверхностях являются окислительные процессы в атмосфере воздуха. Борьба с оксидными пленками довольно успешно ведется конструктивными методами. Конструкция контактов часто выполняется таким образом, чтобы они при их замыкании и размыкании разрушали пленку и тем самым снижали переходное сопротивление в контакте в замкнутом состоянии (например, линейный контакт). В жестких соединительных контактах защита от образования оксидных пленок осуществляется смазыванием контактных поверхностей специальными смазками перед сборкой и окрашиванием контактного соединения после сборки термостойкими красками.

В общем случае нельзя считать, что пленки на поверхности контактов играют лишь отрицательную роль. Они не дают возможности развиваться чрезмерно большим силам межмолекулярного сцепления на поверхности касания контактов. Кроме того, пленки играют роль своеобразной смазки.

### **5.3. ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОНТАКТАХ**

#### **5.3.1. Нагрев электрических контактов в режиме длительного протекания тока**

Наличие контактного сопротивления неизбежно приводит к тому, что в зоне контактирования выделяется теплота. Как показано выше, в контактном соединении можно выделить *зону стягивания*, т. е. ту часть проводников, прилегающих к поверхности контактирования, в которой практически сосредоточено сопротивление стягивания.

Сопротивление, обусловленное посторонними пленками, также сосредоточено в этой зоне непосредственно между контактирующими поверхностями. Для цилиндрических проводников с контактным пятном, располо-

женным на их оси, зона стягивания практически ограничена плоскостями, отстоящими примерно на расстоянии  $3/4$  их диаметра от плоскости соприкосновения. Ввиду того что наружная поверхность зоны стягивания невелика, в первом приближении можно пренебречь количеством теплоты, отдаваемым в окружающую среду непосредственно с этой поверхности, и считать, что теплота, генерируемая в этой зоне, распространяется в части проводника, прилегающей к ней, а уже с поверхности проводников — в окружающую среду.

На рисунке 5.5а схематически изображена картина распространения теплоты в симметричном контакте. В силу симметрии мощность потерь, обусловленная сопротивлением контакта  $R_k$ , создает два тепловых потока, каждый из которых равен

$$P = (1/2)I^2R_k,$$

где  $I$  — ток, протекающий через контакт с сопротивлением  $R_k$ .

Распределение температуры вдоль проводника при наличии контактных соединений отдельных его участков может быть найдено так, как это описано выше (см. п. 2.5.2.2).

В простейшем случае, если контакты находятся на большом расстоянии друг от друга из (2.50) непосредственно следует, что распределение температур вдоль проводника определяется выражением

$$T(x) = T_{\Pi} + PR_T \exp(-px), \quad (5.6)$$

где  $x$  — расстояние от контакта;  $T_{\Pi}$  — температура проводника на большом расстоянии  $x \rightarrow \infty$  от контакта;  $R_T = 1/g$  — тепловое сопротивление стержневого бесконечно длинного радиатора, которым является токопровод по отношению к контакту. Согласно определению тепловой проводимости стержня  $g = p\lambda S$ , принятому в п. 2.5.2.2, и определению параметра  $p^2 = \frac{k_T \Pi}{\lambda S}$ ,  $R_T = \sqrt{k_T \Pi \lambda S}$ , где  $\lambda$  — теплопроводность материала токопровода;  $\Pi$  — периметр поперечного сечения, численно равный боковой поверх-

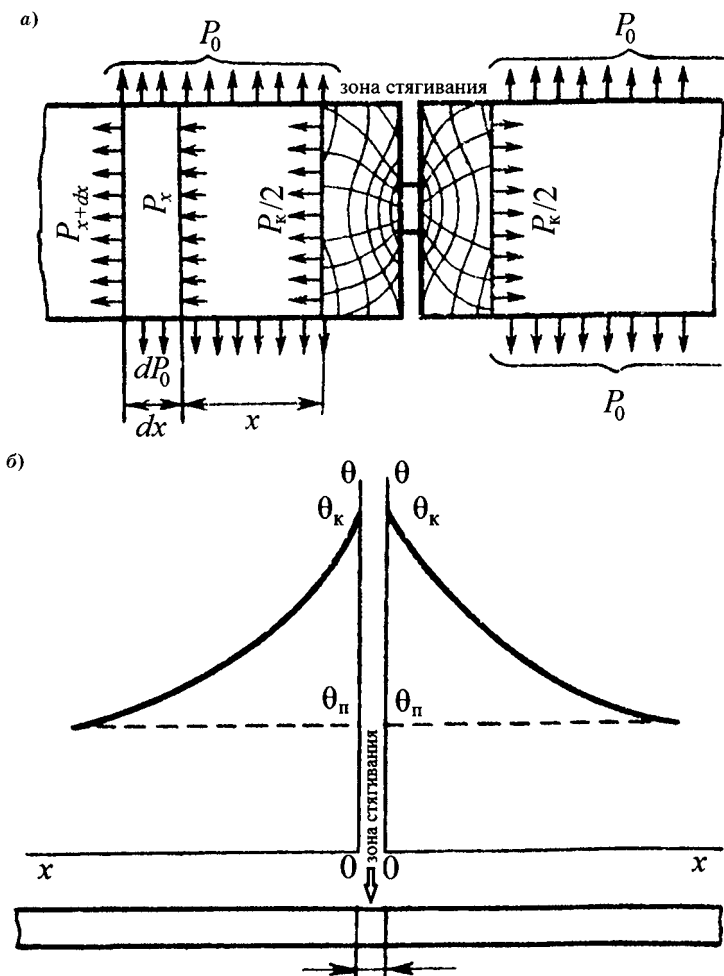


Рис. 5.5  
 Распространение теплоты (а) и распределение температур (б) в симметричном контакте.  $P_0$  — тепловые потоки теплопередачи с поверхности токопровода в окружающее пространство

ности единицы его длины;  $S$  — площадь поперечного сечения токопровода;  $k_T$  — коэффициент теплоотдачи с его боковой поверхности. Такое распределение температур изображено на рисунке 5.5б.

Анализ, проведенный в п. 2.5.2, показывает, что два контакта в одном токопроводе не влияют взаимно на их нагрев, если расстояние между контактами  $l > 5/\sqrt{k\Pi/\lambda S}$ . Так, например, при сечении медных проводников  $6 \text{ мм}^2$  расстояние между контактами, не влияющими друг на друга, в обычных условиях охлаждения на воздухе должно быть больше 0,7 м. При больших диаметрах это расстояние должно быть еще больше.

Поскольку линейные размеры аппарата (при таких диаметрах проводников) много меньше указанной величины, практически всегда при анализе тепловых состояний аппаратов необходимо учитывать взаимное тепловое влияние контактов. В частности, важно обратить внимание на влияние внешних зажимов, которыми присоединяют аппарат к цепи, так как плохой контакт присоединительного провода может вызвать существенный подогрев токопровода всего аппарата. Особое значение эти вопросы приобретают при работе аппаратов, имеющих термометаллические элементы, основанные на использовании тепловых явлений.

Определяемая по (5.6) температура есть температура границы области стягивания. Температура площадки касания  $T_a$  всегда выше температуры контакт-деталей. Теоретическая оценка температуры площадки касания может быть дана для идеализированной модели контактирования на основании теоремы Кольрауша и Диссельхорста: *в симметричной области стягивания все эквипотенциальные поверхности являются еще и изотермическими*. На основании этой теоремы можно вывести уравнение, связывающее падение напряжения на контакте с температурой площадки касания. Рассматриваются трубка тока в зоне стягивания и некоторый элемент этой трубки, заключенный между двумя эквипотенциальными поверхностями.

Пусть одна из поверхностей имеет потенциал  $V$ . Пусть площадь, вырезаемая трубкой в поверхности с потенциалом  $V$ , есть  $dS$ . Тогда поток теплоты  $dP$ , проходящей через поверхность  $dS$ , есть вся мощность, выделяемая в трубке

в пределах от площадки касания с потенциалом  $V_a$  до эквипотенциали  $V$ , т. е.

$$dP = (V - V_a)jdS. \quad (5.7)$$

Плотность тока  $j$  на площадке  $dS$  определяется из закона Ома как

$$j = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dV}{dn}, \quad (5.8)$$

где  $dn$  — вектор нормали к поверхности  $dS$ ;  $\rho$  — удельное электрическое сопротивление материала контактов.

С другой стороны, по закону Фурье для той же площадки поток теплоты  $dP$  может быть выражен через градиент температуры и коэффициент теплопроводности  $\lambda$ :

$$dP = -\lambda \frac{dT}{dn} S. \quad (5.9)$$

Подставив выражение (5.8) и (5.9) в (5.7), получим

$$-\lambda dT = \frac{1}{\rho} (V - V_a) dV.$$

Потенциал площадки касания может быть выбран произвольно. Для простоты положим  $V_a = 0$  и тогда получим дифференциальное уравнение

$$\rho \lambda dT = -V dV. \quad (5.10)$$

Решение этого уравнения с разделенными переменными можно записать, интегрируя правую и левую части в соответствующих пределах. Если падение напряжения на контакте есть  $U_k$ , то потенциал эквипотенциали, принимаемой за границу области стягивания, отличается от потенциала площадки касания на  $U_k/2$ . Тогда, обозначив температуру площадки  $T_a$ , а температуру указанной эквипотенциали —  $T_k$ , из (5.10) получим

$$\int_0^{U_k/2} V dV = \int_{T_k}^{T_a} \rho \lambda dT.$$

Левая часть этого уравнения легко интегрируется, что дает

$$\frac{U_{\text{к}}^2}{8} = \int_{T_{\text{к}}}^{T_a} \rho \lambda dT. \quad (5.11)$$

Интегрирование правой части затруднено тем, что  $\rho$  и  $\lambda$  зависят от температуры. Но для приближенных оценок можно, воспользовавшись теоремой о среднем, записать

$$\frac{U_{\text{к}}^2}{8} = (\rho \lambda)_{\text{ср}} (T_a - T_{\text{к}}), \quad (5.12)$$

откуда следует, что превышение температуры площадки контактирования над температурой границы зоны стягивания  $\theta_{a, \text{к}} = T_a - T_{\text{к}}$  пропорционально квадрату падения напряжения на контакте.

Для большинства металлов соблюдается уравнение Видемана–Франца–Лоренца, согласно которому

$$\rho \lambda = LT,$$

где  $L$  — постоянная, для большинства металлов близкая к  $L = 2,4 \cdot 10^{-8} \text{ В}^2 \cdot \text{К}^{-2}$ ;  $T$  — температура, К. Подставляя  $LT$  вместо  $\rho \lambda$  в (5.11) и интегрируя, получим

$$\frac{U_{\text{к}}^2}{8} = \frac{L}{2} (T_a^2 - T_{\text{к}}^2). \quad (5.13)$$

Учитывая, что  $(T_a^2 - T_{\text{к}}^2) = (T_a - T_{\text{к}})(T_a + T_{\text{к}})$  и  $\theta_{a, \text{к}} = T_a - T_{\text{к}}$ , а  $T_a + T_{\text{к}} = 2T_{\text{к}} + \theta_{a, \text{к}}$ , (5.13) приобретает вид

$$\frac{U_{\text{к}}^2}{4} = L \theta_{a, \text{к}} (2T_{\text{к}} + \theta_{a, \text{к}}). \quad (5.14)$$

Из любого решения (5.12), (5.13) или (5.14) непосредственно следует, что для каждого данного материала существуют определенные, характерные для него падения напряжения на контактах, при которых температура контактного пятна достигает значений, определяющих фазовое состояние материала.

Так, температуре рекристаллизации соответствует напряжение рекристаллизации  $U_{\text{р}}$ , которое называют еще

*напряжением размягчения.* Температуре плавления материала соответствует *напряжение плавления*  $U_{\text{пл}}$ , а температуре кипения — *напряжение кипения*  $U_{\text{кип}}$ . Для некоторых металлов значения этих напряжений даны в таблице 5.2.

Приведенные выше теоретические зависимости и получаемые на их основе значения  $U_p$ ,  $U_{\text{пл}}$  и  $U_{\text{кип}}$  подтверждены экспериментально. Основанием для такого эксперимента служат следующие соображения. Сопротивление стягивания контакта зависит от радиуса пятна контактирования  $a$

и удельного сопротивления  $\rho$ . В то же время, радиус пятна зависит от силы сжатия и упругих свойств материала, а удельное сопротивление — от температуры. В пределах температур, при которых упругие свойства металла мало меняются, сопротивление контакта из данного материала при заданной силе сжатия зависит только от температуры. Поскольку в области стягивания температура удовлетворяет условию  $T_k \leq T \leq T_a$  сопротивление стягивания контакта лежит в пределах

$$\frac{\rho_0[1 + \alpha(T_k - T_0)]}{2a} \leq R_k \leq \frac{\rho_0[1 + \alpha(T_a - T_0)]}{2a},$$

где  $T_0$  — температура окружающего пространства;  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления. Этим неравенствам, в частности, удовлетворяет приближенная зависимость сопротивления контакта от температуры площадки касания  $T_a$ , которая описывается выражением

$$R_k(T_a) = R_k(T_k) \left[ 1 + \frac{2}{3} \alpha (T_a - T_k) \right]. \quad (5.15)$$

Так как  $T_a - T_k$  связано с падением напряжения согласно (5.12), (5.13) или (5.14), то, очевидно, и  $R_k$  вследствие (5.15) есть функция падения напряжения  $U_k$ , причем эта функция монотонно возрастает. При достижении напряжением на контакте  $U_k$  значения  $U_p$  упругие свойства

Таблица 5.2

**Значения напряжений  $U_p$ ,  $U_{\text{пл}}$  и  $U_{\text{кип}}$  для некоторых металлов, В**

Металл	$U_p$	$U_{\text{пл}}$	$U_{\text{кип}}$
Cu	0,12	0,43	0,79
Ag	0,09	0,37	0,67
Pt	0,25	0,65	1,5
W	0,4	1,1	2,1
Au	0,08	0,43	0,9



металла в области пятна контактирования резко изменяются (металл контакта размягчается) и под действием постоянной силы сжатия площадь пятна увеличивается, а сопротивление  $R_k$  резко падает. Второй спад наблюдается при достижении напряжения плавления. Характер полученных кривых показан на рисунке 5.6.

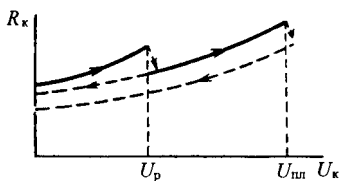


Рис. 5.6

Зависимость сопротивления контакта от напряжения на нем

полученных кривых показан на рисунке 5.6.

Кривую, изображенную на рисунке 5.6, называют *омвольтовой характеристикой материала* контакта. Совпадение экспериментальных значений напряжений размягчения и плавления со значениями, которые пред-

сказывает теория, является важным подтверждением адекватности модели Хольма.

Напряжение размягчения используется для нормирования малоомощных контактов. Для них обычно принимают, что допустимое падение напряжения не должно превосходить  $(0,5-0,8)U_p$ . Напряжение плавления тесно связано с рассмотрением вопросов сваривания контактов.

Наряду с выделением джоулевой теплоты в контактах при протекании тока могут проявляться три вида термоэлектрических эффектов, обусловленных взаимосвязью между электрическими и тепловыми явлениями в контакте, а именно: *эффекты Томсона, Пельтье и Колера*.

Сущность эффекта Томсона заключается в переносе теплоты с одной стороны контакта на другую носителями электрического тока, в результате чего одна сторона контакта нагревается больше другой. Эффект Пельтье возникает при прохождении тока через место контактирования проводников из двух разнородных металлов. Он объясняется наличием контактной разности потенциалов. Если электрическое поле, создаваемое в спае контактной разностью потенциалов, ускоряет электроны, то в спае выделяется теплота Пельтье; если поле задержи-

вает движение электронов, то теплота поглощается. Эффект Колера является следствием существования туннельного сопротивления, присущего пленкам на поверхности соприкасающихся контактов. Кинетическая энергия прошедших через пленку туннельных электронов увеличивается, когда они достигают анода, имеющего меньший отрицательный потенциал, чем катод. Избыток энергии преобразуется в теплоту. В результате анодная сторона на пленке нагревается сильнее.

Все три эффекта имеют место независимо от выделения теплоты Джоуля в контакте. Существенное влияние они могут приобретать лишь в контактах металла с полупроводником. При контактировании металлов даже с различными термоэлектрическими свойствами возникающие перепады температур не превосходят 1 К, а чаще составляют не более 0,1 К.

### 5.3.2. Нагрев электрических контактов в режиме протекания больших токов

Использование контактов при условии, что напряжение на них  $U_k$  не превысит напряжения размягчения  $U_p$ , возможно лишь в маломощных аппаратах. В аппаратах, работающих при больших токах и предназначенных для работы в режимах короткого замыкания, когда ток может возрасти в десятки раз, наложение условия  $U_k < U_p$  или даже условия  $U_k < U_{пл}$  привело бы к необходимости создания чрезмерно больших усилий сжатия контактов. Поэтому в аппаратах, работающих при больших токах, не исключено расплавление контактного пятна в замкнутом состоянии, что, естественно, может привести к свариванию контактов.

Значение тока, при котором в установившемся режиме нагрева происходит оплавление площадки касания контактов, называется *минимальным плавящим током*  $I_{пл. \infty}$ . Из (5.12) и выражения для сопротивления стягивания с учетом закона Ома можно получить зависимость для этого тока

$$I_{пл. \infty} = a_{пл} \sqrt{32(\lambda/\rho)(T_{пл} - T_k)} \quad (5.16)$$

При этом  $\rho$  и  $\lambda$  берутся при температуре плавления, а радиус площадки  $a_{\text{пл}}$  (с учетом размягчения, предшествующего плавлению) выбирается в полтора раза больше радиуса, рассчитанного при  $T_{\text{к}}$ , что обосновано теоретически и экспериментально.

В действительности при коротком замыкании нагрев площадки носит неустановившийся характер. Теоретическое рассмотрение этого процесса, проведенное независимо друг от друга Р. Хольмом и Н. Е. Лысовым, показало, что ток, плавящий площадку радиуса  $a$  за время  $t$ , выражается через минимальный плавящий ток  $I_{\text{пл. } \infty}$  в виде

$$I_{\text{пл}}(t) = I_{\text{пл. } \infty} F(\xi). \quad (5.17)$$

В этом выражении безразмерный комплекс

$$\xi = \sqrt{\frac{a^2 c \gamma}{4 \lambda t}}$$

связывает теплоемкость материала  $c$ , его плотность  $\gamma$ , теплопроводность  $\lambda$ , время  $t$  и радиус  $a$ . Значения  $F(\xi)$  для некоторых  $\xi$  таковы

$\xi$	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2	3,4
$F(\xi)$	1	1,4	1,7	2,5	3,5	4,5	5,5	6,7	8,0	9,2

Оценки, получаемые указанным методом, носят приближенный характер, так как при теоретическом рассмотрении не учитываются многоточечность контакта и влияние пленок, не строго учитывается зависимость свойств материала от температуры. Кроме того, не принимается во внимание появление электродинамических сил, отгаливающих контакты.

Если учесть, что в соответствии с (5.5) при пластических деформациях радиус контактной площадки пропорционален  $\sqrt{P}$ , то сваривающий ток в общем случае вследствие (5.16) и (5.17) может быть выражен как

$$I_{\text{св}} = k \sqrt{P}.$$

Для медных и латунных контактов по опытным данным величина  $k = 1000-2000 \text{ А/Н}^{1/2}$ .

Свариванию контактов могут способствовать *электродинамические силы Двайта*, отталкивающие контакт-детали друг от друга. Эти силы проявляются реально при больших токах короткого замыкания. Они обусловлены стягиванием линий тока к контактным площадкам. Другой вид сил, которые следует учесть, — это силы, обусловленные взаимодействием элементов контура тока контактной системы, называемые часто *контурными*. Необходимо отметить, что на разные контактные тела действуют различные силы, как это показано на рисунке 5.7а. При условии центрального расположения круглой площадки соприкосновения в контакте цилиндрических проводников силы Двайта определяют формулы

$$P_{дR} = \frac{\mu_0}{4\pi} i^2 \ln \frac{R}{a} \quad \text{и} \quad P_{др} = \frac{\mu_0}{4\pi} i^2 \ln \frac{r}{a},$$

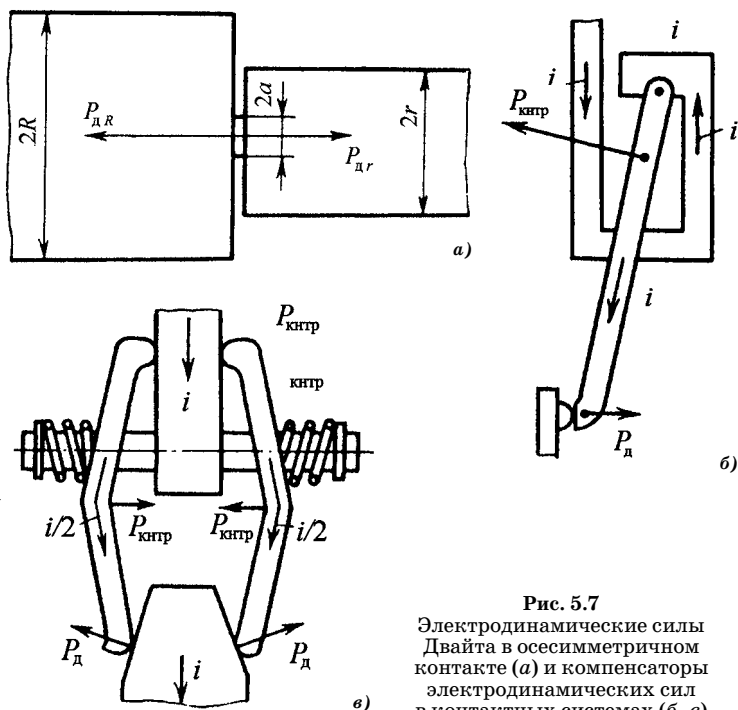


Рис. 5.7

Электродинамические силы Двайта в осесимметричном контакте (а) и компенсаторы электродинамических сил в контактных системах (б, в)

где  $a$  — радиус контактной площадки;  $R$  и  $r$  — радиусы контактирующих проводников;  $i$  — ток.

Контурные силы могут быть направлены так, чтобы компенсировать силы Двайта, как это показано на примерах выполнения компенсаторов электродинамических контактных усилий на рисунке 5.7б, в (здесь через  $P_{\text{кнтр}}$  обозначены контурные силы, компенсирующие силы Двайта  $P_{\text{д}}$ ).

Говоря о сваривании контактов, нельзя забывать, что этот процесс может происходить не только в замкнутом состоянии, но и в процессе замыкания контактов, когда перед окончательным замыканием между контактами возникает тот или иной вид дугового разряда, приводящий к оплавлению контактной поверхности.

Прочность такого сваривания зависит от объема расплавленного металла, т. е. от мощности дугового разряда и длительности его существования. Длительность существования дугового разряда при замыкании может быть сокращена в случае увеличения скорости движения контактов при их сближении, но чрезмерное увеличение скорости может повлечь за собой отброс подвижного контакта и его вибрацию.

В некоторых случаях сваривание при замыкании может быть исключено за счет перекатывания контактов в процессе замыкания после их соприкосновения. При этом уже в процессе замыкания происходит разъединение точек возможного сваривания.

### **5.3.3. Особенности работы коммутирующих контактов. Массоперенос в контактах**

Условия работы коммутирующих контактов определяются двумя возможными состояниями: контакты замкнуты и контакты разомкнуты. Замкнутое состояние контактов уже описано. Разомкнутое состояние контактов должно характеризоваться теми максимальными напряжениями, которые выдерживает изоляционный межконтактный промежуток без пробоя. Напряжение пробоя межконтактного промежутка в целях надежности должно быть выше, чем максимальное напряжение, ко-

торое может появиться в цепи при разомкнутом положении контактов. Расстояние между ближайшими точками контакт-деталей в разомкнутом состоянии называют контактным зазором или раствором контактов. Раствор контактов может выбираться из условий электрической прочности межконтактного промежутка и гашения электрической дуги. Подробно вопросы электрической прочности и условия гашения электрической дуги изложены выше в главе 3.

Кроме двух указанных состояний, работоспособность коммутирующих контактов характеризуется еще процессами замыкания и размыкания (включением и отключением). В процессе замыкания расстояние между контактными поверхностями уменьшается. При достижении некоторого расстояния создаются условия для электрического пробоя. В результате между электродами загорается дуга замыкания, под действием которой происходит износ контактов. При большой силе тока в дуге металл контактов испаряется весьма быстро и в межконтактном промежутке создается давление порядка  $10^7$ – $10^8$  Па, тормозящее движение контактов. Однако под действием включающего механизма, в конце концов, происходит соприкосновение контактов и дуга замыкания гаснет. Но в большинстве случаев процесс замыкания на этом не заканчивается, так как соприкосновение контактов носит ударный характер и после первого удара возможен отброс подвижного контакта, после чего контакты вновь начинают сближаться, вновь происходит удар и так до тех пор, пока вся кинетическая энергия не рассеется в виде теплоты. Иными словами, при замыкании контактов возникает их вибрация, при которой возможно повторное возникновение дуги или искры, которые также ведут к износу контактов.

При замыкании контактов возможно проскальзывание их друг относительно друга, часть кинетической энергии при этом расходуется на преодоление сил трения. В результате проскальзывания происходит истирание контактов, которое используют для самоочистки контактных поверхностей от посторонних пленок. При правиль-

ном конструировании механической системы, движущей контакты и создающей контактное нажатие, возможно устранение вибраций.

Дуга нагревает контакты до высоких температур. Если эти температуры достаточны для плавления металла контактов, то после замыкания, когда начинается остывание контактов, возможно их сваривание. Для ослабления эффекта сваривания при замыкании следовало бы применять контакты из тугоплавких металлов, таких как вольфрам, молибден или тантал. Однако они легко окисляются с образованием прочной пленки, что ухудшает свойства контактов. Наилучшими характеристиками обладают металлокерамические материалы «вольфрам–серебро», «вольфрам–медь», композиции «металл–оксид металла», например «серебро–оксид кадмия» (СОК-15).

В замкнутом положении контакты находятся под некоторым давлением, поэтому при размыкании сила, сжимающая контакты, должна уменьшиться до нуля, после чего возникает перемещение подвижного контакта вплоть до разомкнутого состояния. При уменьшении силы сжатия площадка касания контакта уменьшается, сопротивление стягивания растет, увеличивается падение напряжения на контакте и температура площадки касания повышается в результате увеличения джоулевых потерь. Практически температура всегда достигает точки плавления, и некоторые участки контактных поверхностей расплавляются.

Перемещение подвижного контакта приводит к появлению жидкого металлического мостика. При движении контактов под действием механических усилий растягивания и процессов взрывного характера, обусловленных чрезвычайно интенсивным разогревом мостика до температуры кипения, мостик разрывается. Помимо указанных факторов, разрыву мостика способствуют и электродинамические силы, которые появляются при взаимодействии тока, проходящего через мостик с магнитным полем дугогасящей системы (специальных катушек), и всего контура тока.

После разрыва мостика при соответствующих условиях в промежутке между контактами могут возникать

различные формы электрического разряда. Если и ток, и напряжение превышают минимально необходимые значения  $I_0$  и  $U_0$ , то между контактами зажигается дуговой разряд. Минимальные значения тока и напряжения дугообразования, зависящие от свойств материала контактов, приведены в главе 3.

Разрыв жидкометаллических мостиков, проскакивание искры и горение дуги являются причинами дугового износа контактов — их электрической эрозии. При электрической эрозии контактов наблюдаются перенос металла с одного электрода на другой и распыление металла в окружающее пространство.

Мерой износа контактов могут служить различные показатели. Для ряда конструкций контактных систем износ наиболее показательно характеризуется уменьшением остаточного хода контактов, который в практике часто именуют провалом. Под *провалом контактов* понимают путь, пройденный точкой соприкосновения контактов (на подвижном контакте), если во включенном положении убран другой контакт. С уменьшением провала уменьшается сила контактного нажатия в замкнутом состоянии, увеличивается падение напряжения на контактах, растет температура пятна касания, поэтому контакты могут выйти из строя.

Для оценки стойкости материала контактов износ измеряют потерей количества (объема или массы) вещества на единицу количества электричества, прошедшего через межконтактный промежуток, или на одну выполненную операцию «включение—отключение». В последнем случае износ характеризует еще и условия коммутации, существующие в данной цепи.

Помимо абсолютных оценок износа в цепях постоянного тока важной характеристикой является знак износа или знак переноса. Если *больше изнашивается положительный электрод* (анод), то переносу (износу) приписывается знак «плюс», и наоборот. Заметим еще, что если в межконтактном промежутке при размыкании зажигается дуга, то износ под действием дуги обычно превосходит все другие виды износа. Поэтому отдельно рассмотрим



износ (эрозию) при малых токах (когда дуга отсутствует) и при больших токах (дуговой износ).

Эрозия контактов под действием малых токов определяется мостиковой стадией и стадией искрового разряда. *Мостиковая эрозия контактов* обусловлена тем, что разрушение жидкого мостика происходит в результате распыления металла и разрыва мостика, но не в середине, а ближе к одному из электродов. Чаще всего, как показывает опыт, мостики разрываются в зоне, расположенной вблизи анода (можно считать, что сам мостик состоит из металла анода и катода поровну). Вследствие несимметрии разрыва большая часть металла из мостика переходит на катод, т. е. износу подвергается только анод (мостиковый перенос в данном случае имеет знак «плюс»).

Несмотря на многочисленные исследования, расчет мостиковой эрозии возможен лишь по приближенным эмпирическим формулам типа

$$G = aI^\alpha, \quad (5.18)$$

где  $I$  — ток;  $G$  — весовой или объемный износ на одну операцию отключения;  $a$  — коэффициент переноса (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Коэффициенты переноса мостиковой эрозией (при индуктивности в цепи меньше  $10^{-6}$  Гн)

Материал	$a \cdot 10^{12}, \text{см}^3 \cdot \text{А}^{-2}$	Измерено при токе, А
Золото	0,16	4,0
Сплав «золото–никель» (16%)	0,04	4,0
Сплав «золото–серебро (25%)–никель (5%)»	0,07	3–20
Палладий	0,3	3,0
Серебро	0,6	1,0–10
Платина	0,9	1,0–15

*Примечания.* 1. Для сплава золото–серебро–никель и для платины перенос отрицателен, для остальных материалов, приведенных здесь, — положительен. 2. В уравнении переноса (5.18)  $I$  — ток в момент разрыва мостика  $I = I_0(1 - U_{\text{кип}}/E)$ , где  $E$  — ЭДС коммутируемой цепи;  $I_0$  — ток при замкнутых контактах;  $U_{\text{кип}}$  — напряжение кипения материалов. 3. Для приведенных материалов показатель степени в уравнении переноса  $\alpha = 2$ .

Некоторые параметры мостика могут быть рассчитаны исходя из теоретической модели Кима–Омельченко–Харина. В ней мостик рассматривается как непрерывно расширяющаяся в тела контактов зона расплавления, испытывающая растяжение за счет движения контактов при размыкании. Площадка касания мостика с контактом, выполненным из платины, при токе 1 А достигает диаметра  $\sim 1$  мкм, длина мостика в момент вскипания  $\sim 2$  мкм. Время существования мостика — 25 мкс.

Согласно тепловой теории мостиковой эрозии, перенос металла с одного электрода на другой обусловлен тепловой асимметрией мостика из-за туннельного эффекта в стадии проводимости до размыкания контактов, когда анод нагревается больше, чем катод. В случае разнородных материалов контактов возможна компенсация температурной асимметрии мостика и снижение эрозии. Если катод выполнен из платины, палладия или платино-иридиевого сплава с содержанием иридия 10%, то анод следует выполнять из серебра или золота.

При искровой форме разряда знак переноса обычно положительный. Установлено, что степень износа при искре пропорциональна количеству электричества, прошедшему между контактами, т. е. общее выражение, отражающее процесс износа, выглядит как

$$G = \gamma_{\text{и}}q,$$

где  $q$  — количество электричества;  $\gamma_{\text{и}}$  — коэффициент, характеризующий данный материал.

Искровой импульсный разряд может иметь место при замыкании контактов, если параллельно контактам включена емкость (знак переноса при этом минус). В некоторых случаях надлежащим выбором емкости удается скомпенсировать положительный и отрицательный переносы.

Большей частью в низковольтных сетях с номинальным напряжением ниже напряжения зажигания 270–300 В импульсный разряд появляется из-за наличия индуктивности в цепи. При обрыве мостика ток в индуктивности резко падает и между контактами появляется

разность потенциалов, обусловленная ЭДС самоиндукции, которая может значительно превосходить напряжение сети.

Для уменьшения износа под действием импульсных разрядов при размыкании применяются искрогасительные схемы, предназначенные для того, чтобы в процессе размыкания энергия, накопленная в индуктивности, израсходовалась в резисторе (с сопротивлением линейным или нелинейным), включенном параллельно размыкаемой индуктивности или параллельно контактам. Выбор параметров схемы искрогашения определяется как значением индуктивности и сопротивления в размыкаемой цепи, так и условиями, существующими между контактами в момент разрыва мостика.

Как показывает опыт, одним из важнейших факторов, влияющих на износ контактов коммутационных аппаратов, является дуга, возникающая при размыкании контактов. Дуговой разряд вызывает оплавление и испарение материала контактов. Степень износа контактов за одну операцию отключения зависит от значения тока дуги, длительности ее горения, скорости перемещения дуги по поверхности контактов, материала контактов и конструктивных особенностей аппарата. При больших отключаемых токах и сравнительно редких операциях общий износ находится в прямой зависимости от числа отключений.

При относительно малых токах и частых включениях износ за одну операцию может в сильной степени зависеть от частоты операций, поскольку с ней связана температура контактов, а следовательно, и активность окислительных процессов на их поверхности.

Таким образом, механизм дугового износа может быть различным при различных значениях тока и частотах срабатывания. Следует иметь в виду, что в аппаратах высокого напряжения в процессе износа контактов значительную роль может играть и дуга включения, возникающая на контактах при их сближении под действием напряжения цепи. Определенное влияние на износ контактов оказывают дуги, возникающие при вибрации контактов

при их замыкании (соударении). Такой износ контактов может иметь место в аппаратах как высокого, так и низкого напряжений. На рисунке 5.8 показана зависимость износа медных контактов контактора постоянного тока от индукции  $B$  поперечного магнитного поля при различных токах в дуге [42]. Мерой износа в опытах послужило изменение «провала» контактов  $\sigma$ , т. е. уменьшение суммарной толщины контактов в месте их соприкосновения. Каждая точка, нанесенная на рисунке 5.8, наблюдалась после 30 000 срабатываний аппарата. Из характеристик видно, что при токах в дуге ниже 400 А износ контактов в зависимости от индукции имеет минимумы. В области малых значений индукции с ростом индукции износ снижается за счет увеличения скорости смещения дуги по поверхности контактов. В области больших значений индукции износ контактов начинает возрастать, стремясь к установившемуся значению. Это объясняется тем, что при относительно высоких индукциях наблюдается выброс жидкого металла из межконтактного промежутка.

При отсутствии магнитного поля или при небольших значениях индукции эти мостики обрываются и между контактами возникает дуга. Часть жидкого металла мостиков испаряется, а другая часть остается на поверхности контактов и снова отвердевает. При достаточно высоких индукциях магнитного поля эти мостики почти полностью выбрасываются электромагнитными силами и от этого существенно повышается износ металла. При токе

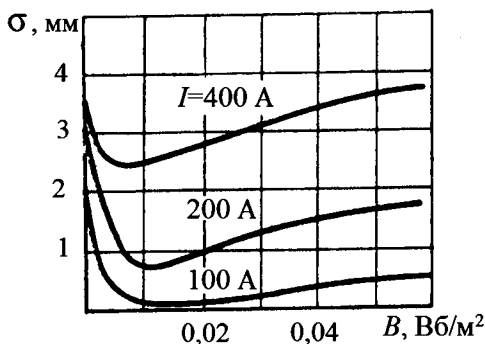


Рис. 5.8  
Зависимость износа медных контактов от индукции  $B$  поперечного магнитного поля после 30 000 срабатываний

600 А наблюдается непрерывный рост износа с индукцией. Следует ожидать, что при существенно больших токах должен иметь место спад износа с увеличением магнитной индукции в широких пределах.

Зависимость массового износа  $m$  пары контактов при совершении ими  $N$  операций включения и отключения цепи с током  $I$  получена Р. С. Кузнецовым в виде:

$$m = kNI^2 \cdot 10^{-9}. \quad (5.19)$$

В диапазоне токов от 1 до 400 А коэффициент износа  $k$  имеет разброс в пределах 0,1–5. Оказывается, что  $k$  сильно зависит от тока отключения особенно в области токов до 100 А. Если это учесть, то получается, что при 100–200 А для различных материалов весовой износ пропорционален только первой степени тока.

Величина  $k$  при токах выше 400 А стремится к постоянному значению для различных материалов, т. е. суммарный износ на пару контактов становится пропорциональным квадрату тока.

$\Delta V/\Delta q$ , см<sup>3</sup>/(с·кА)

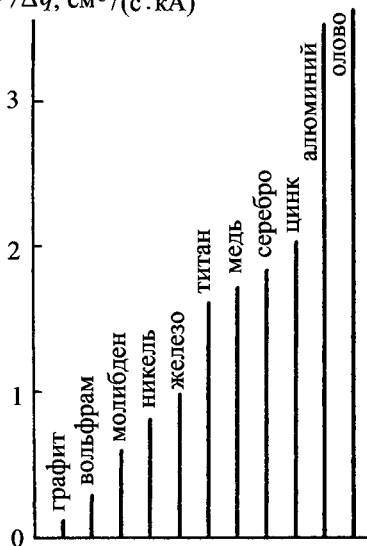


Рис. 5.9  
Сравнительная дугостойкость  
различных контактных материалов

Приведем для этой области токов значения  $k$  для нескольких металлов: медь — 0,7; серебро — 0,3; «серебро-оксид кадмия» — 0,15; «серебро-никель» — 0,1 г/А<sup>2</sup>.

При токах выше 2000 А, когда площадь расплавленных участков контактов в области оснований дуги значительна, обычно наблюдается усиление процесса эрозии электродов из-за разбрызгивания капель металла под действием взрыва нагретых газовых включений в металле и под действием тер-

моупругих волн. При быстром нарастании температуры возникает неоднородное локальное расширение металла, что приводит к появлению значительных механических напряжений и термоупругой волны, распространяющейся в металле примерно со скоростью звука. Воздействие термоупругих напряжений может вызывать откалывание частиц на поверхности металла и их выброс.

Относительная дугостойкость различных металлов может быть оценена на основании диаграммы (рис. 5.9), построенной по результатам опытов с короткой дугой (0,8 мм) при токе 12 кА и продолжительности его протекания 0,0085 с. На оси ординат отображены значения отношения объема износа к электрическому заряду, перемещенному между электродами за время существования электрической дуги. Вопросы износа контактов подробно изложены в работах Г. С. Белкина.

#### 5.4. МАТЕРИАЛЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОНТАКТОВ

Рассмотренные выше явления на электрических контактах позволяют описать основные требования к материалам контактов в зависимости от условий их работы. Требования эти почти всегда противоречивы, и потому не существует такого материала, который применялся бы в качестве контактного во всех случаях.

Основные показатели контактных материалов следующие: *электрические* (электропроводность); *тепловые* (теплопроводность, теплоемкость, теплота испарения, теплота плавления, температуры плавления, кипения и рекристаллизации); *химические* (окисляемость, способность к образованию сульфидов); *механические* (плотность, прочность при растяжении, прочность при смятии или твердость); *молекулярные* (упругость паров, летучесть оксидов, растворимость газов); *атомные* (потенциал ионизации); *электротехнические* (стойкость к механическому износу, мостиковой, дуговой эрозиям, свариваемость, контактное сопротивление). Электротехнические показатели определяются перечисленными выше физическими свойствами материалов, их структурой, конструктивным исполнением

контакт-деталей и всего контактного узла, свойствами дугогасительной или искрогасительной системы, окружающей средой и, наконец, режимом работы контактов.

*В качестве контактных материалов используются чистые металлы (медь, алюминий, серебро, золото, платина, палладий, родий, олово, вольфрам, молибден, кадмий и др.), сплавы (латунь, бронза, силумин, бериллиевая и кадмиевая бронза и др.), неметаллы (углерод), композиции взаимно не сплавляемых металлов (вольфрам–серебро, вольфрам–медь), композиции металлов с оксидами металлов (серебро–оксид кадмия, серебро–оксид меди, медь–оксид меди), композиции металлов с карбидами (вольфрам–карбид вольфрама), композиции металлов с углеродом (серебро–графит, медь–графит) и многочисленные тройные композиции.*

Сочетания свойств контактных материалов определяют возможность их использования в разных диапазонах токов. Соответствие этих диапазонов применимости и контактных материалов приведены на рисунке 5.10.

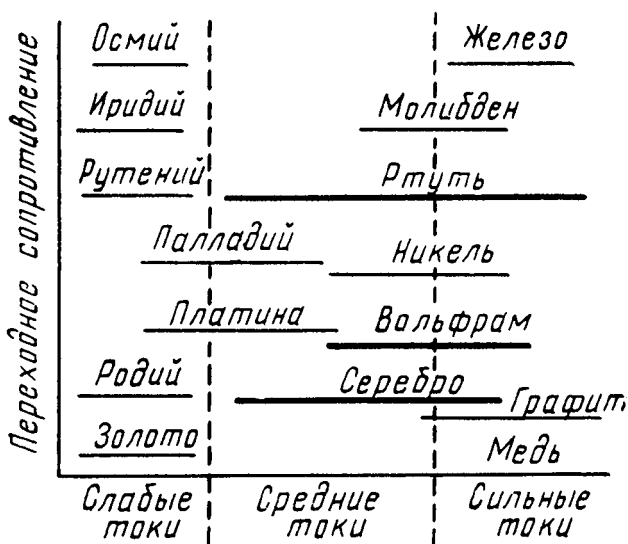


Рис. 5.10

Области применения контактных материалов

В конструктивном отношении удобнее всего изготовлять контакт-детали из того же материала, что и токопровод. Поэтому часто контакты изготовляют из меди. Если токопровод алюминиевый, то контакты изготовляют из алюминия. Соединительные контакты алюминиевых проводников всегда требуют периодического контроля в эксплуатации из-за возможного мало предсказуемого роста толщины окисной пленки.

Однако, если медь может использоваться не только в соединительных, но и в коммутирующих контактах, то алюминий обладает столь малой износостойкостью и так легко окисляется, что его применение ограничивается соединительными контактами.

Необходимость снижения температуры контактов, уменьшения требуемых усилий нажатия вызывает применение в качестве контактных материалов металлов, обладающих высокой электропроводностью, в частности серебра.

Для исключения окисления и образования плохо проводящих оксидных, сульфидных и других пленок потускнения, в особенности для контактов различных аппаратов автоматики, приходится использовать благородные металлы — золото, платину, палладий. В контактах, рассчитанных на протекание больших токов, для снижения влияния пленок оксидов часто поверхности контакт-деталей покрывают слоем олова, которое менее подвержено окислению, чем медь, и мягче меди. Последнее позволяет уменьшить необходимую силу сжатия контакт-деталей.

Наиболее сложным является выбор контактного материала при условии, что контакты подвержены механическому и электрическому износу. Поэтому часто в качестве контактных материалов используют различные сплавы металлов и композиции, получаемые на основе металлов и их оксидов. Металлооксидные композиции используются и тогда, когда к контактам предъявляются повышенные требования в отношении сваривания. С этой же целью используются металлографитные композиции.

При выборе контактных материалов необходимо учитывать, что не все свойства материала реализуются в одинаковой мере в различных аппаратах. Так, например,



высокая дугостойкость меди, которая характеризуется удельным износом, много меньшим, чем у широко применяемых композиций  $\text{AgCdO}$ , почти никогда не может быть использована в существующих конструкциях аппаратов, потому что гашение дуги на медных контактах происходит хуже, чем на контактах из  $\text{AgCdO}$ , и потому что на медных контактах дуга перемещается медленнее, чем на контактах из  $\text{AgCdO}$ .

В некоторых случаях какое-то требование к контактам является столь важным, что приходится выбирать материал, обладающий заведомо плохими свойствами в отношении других требований. Примером может служить выбор контактного материала для вакуумных выключателей, где требуется, возможно, меньшая скорость испарения металла, возможно меньшее содержание газов, способность выдерживать высокие температуры отжига, являющегося необходимой технологической операцией для снятия внутренних механических напряжений. Такими свойствами обладает только вольфрам, который, однако, имеет высокую твердость и малую электропроводность, что вызывает необходимость создания большого контактного нажатия. Кроме того, применение вольфрама связано с тем, что из-за высокого потенциала ионизации вакуумная дуга на вольфрамовых контактах гаснет значительно раньше прохождения тока через нуль и на вольфрамовых контактах возникает срез тока, увеличивающий перенапряжения при коммутации. Однако специфические требования к вакуумным материалам предопределяют использование вольфрама или металло-керамических композиций на его основе, получаемых методами порошковой металлургии.

В некоторых случаях к контактам предъявляют особо жесткие требования в отношении свариваемости. Такие требования возникают при создании многих защитных аппаратов, предназначенных для отключения больших токов короткого замыкания, для работы в электролизном производстве, где номинальные токи могут превосходить 10 000 А. В таких условиях становится целесообразным использование жидкометаллических контактов [7].

## **5.5. ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНТАКТЫ И КОНТАКТНЫЕ УЗЛЫ НА ИХ ОСНОВЕ**

### **5.5.1. Общие понятия и направления развития жидкометаллических контактов**

Жидкометаллическим контактом (ЖМК) называется электрический контакт, в котором в качестве контактного элемента применен легкоплавкий металл или сплав, находящийся в жидком состоянии.

Жидкометаллический контакт получил распространение еще в первых опытах по промышленному применению электричества. Его применяли для разного рода электротехнических устройств, в которых требовалась коммутация электрического тока или передача электрической энергии с неподвижных частей электрического аппарата или машины на подвижную часть.

Однако по мере развития электротехники и электропромышленности устройства с жидкометаллическими контактами в силу своей сложности и неудобства в эксплуатации были вытеснены устройствами с твердометаллическими контактами. Тем не менее в последние годы ЖМК вновь все в большей степени стали привлекать внимание электротехников.

С одной стороны, это объясняется тем, что существуют энергетические установки, которые в силу своей уникальности не могут обслуживаться обычными твердометаллическими контактными устройствами, как по экономическим, так и по техническим соображениям. К ним относятся: мощные кондукционные насосы для перекачки жидких металлов, мощные электромагниты, установки по электролизу и электрохимии, ускорители элементарных частиц, сверхпроводящие системы, мощные коммутационные аппараты и пр.

С другой стороны, целый ряд положительных свойств ЖМК дает им возможность занять равноправное место среди традиционных контактных устройств на средние параметры.

Среди достоинств жидкометаллических контактов можно выделить следующие:

- малое (практически нулевое) переходное сопротивление;
- отсутствие необходимости в контактной нажатии;
- отсутствие вибраций, сваривания и залипания контактов;
- возможность работы при высоких внешних давлениях, высоких температурах, в глубоком вакууме;
- возможности миниатюризации контактных устройств как по пути уменьшения габаритов приводных механизмов, так и по пути повышения уровня допустимых температур в месте контактирования;
- свойства текучести жидкого металла позволяют создавать коммутационные устройства на новых перспективных принципах действия;
- высокая механическая и электрическая износостойкость жидкометаллических контактов, а следовательно, и их долговечность.

Все эти достоинства послужили причиной того, что в последние годы началось бурное развитие жидкометаллических контактных устройств, что объясняется:

1) дальнейшим развитием скользящего ЖМК, как для вращающихся токосъемов, так и в коммутационной аппаратуре с плавной коммутацией;

2) развитием неразмыкающегося разъемного шинного контакта;

3) созданием слаботочной коммутационной аппаратуры, имеющей высокую надежность, малые габариты и большую долговечность;

4) созданием сильноточных коммутационных аппаратов;

5) развитием самовосстанавливающихся жидкометаллических предохранителей.

Токосъемные жидкометаллические устройства применяют как в сильноточных, так и в слаботочных электрических цепях. Так, например, известен униполярный генератор американской фирмы «Дженерал электрик» мощностью 10 МВт, в котором через жидкометаллическое токосъемное устройство в номинальном длительном режиме протекает постоянный ток 150 кА.

В слаботочной технике токосъемные жидкометаллические устройства применяют для передачи метрологической информации с подвижных деталей на неподвижные (например, данных термопар и тензодатчиков вращающихся роторов турбин при их испытании и др.).

Кроме токосъемных устройств, скользящий контакт нашел широкое применение и в электрических аппаратах с плавной коммутацией, в частности в реостатах с малыми значениями регулируемых сопротивлений. В США [17] запатентован реостат, который предназначен для управления режимом плазменного генератора. Максимальный ток в нем равен 1500 А, а изменения его сопротивления находятся в пределах от 0 до 0,2 Ом. Элементы сопротивления 2 выполнены в виде твердометаллических разрезных колец, установленных на оси 1 в подшипниках 6 и соединенных электрически перемычкой 3 (рис. 5.11). В нижней части кольца погружены в ртуть, залитую в ванны 4 и 5, к которым подсоединены подводящий и отводящий электроды. При вращении штурвала 7 длина токоведущей части колец изменяется, вследствие чего изменяется и сопротивление реостата.

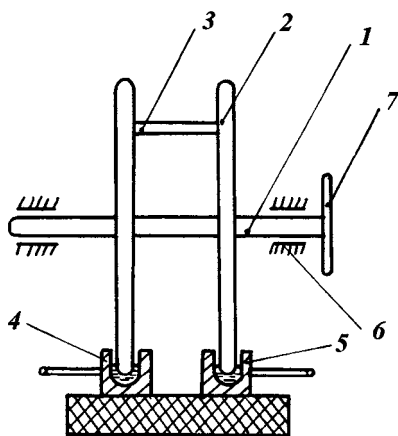


Рис. 5.11  
Реостат с ЖМК (США)

В МЭИ [17] на кафедре электрических и электронных аппаратов был создан реостат на номинальный ток 200 А и пределы изменения сопротивлений от  $10^{-3}$  до  $3 \cdot 10^{-2}$  Ом. В качестве жидкометаллической фазы скользящего контакта использовалась тройная эвтектика галлия, индия и олова.

В стеклянном корпусе 6 реостата (рис. 5.12) помещен элемент сопротивления 1, соединенный в нижней части через токопроводящую шайбу 3 с отводящими электрода-

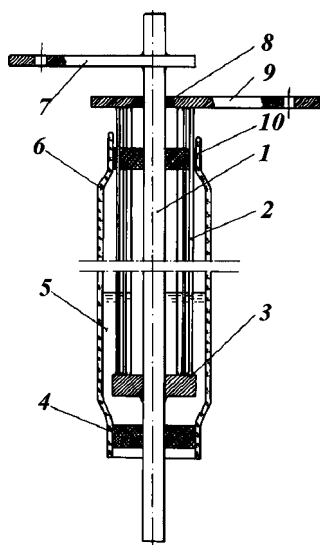


Рис. 5.12  
Реостат с ЖМК (МЭИ)

ми 2, которые подсоединены к отводящей шине 9 и изолированы от шины 9 втулкой 8. Элемент сопротивления в верхней части соединен с подводящей шиной 7. Корпус заполнен сухим аргоном и герметизирован уплотнениями 4 и 10. Благодаря изменению уровня жидкого металла 5, который шунтирует определенную длину элемента сопротивления 1, изменяется сопротивление реостата.

Что касается неразмыкающегося жидкометаллического контакта, то он находит применение, как в слаботочных разъемах, так и в

сильноточных разъединителях и взаимно неподвижных разъёмных контактных соединениях.

На рисунке 5.13 изображен слаботочный жидкометаллический разъединитель, запатентованный в США [17], который состоит из эластичного электроизоляционного корпуса 2, заполненного жидким металлом 3. В отверстия корпуса 2 вставляются электроды 1 и 4, контакт между которыми осуществляется через жидкий металл. Электроды 1 и 4 могут легко выниматься из корпуса и вставляться в него, обеспечивая разрыв или соединение электрической цепи.

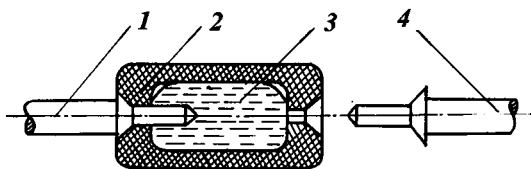


Рис. 5.13  
ЖМК-соединитель

Наибольшее распространение в настоящее время получили слаботочные жидкометаллические коммутационные аппараты.

Бурное развитие за рубежом и у нас в стране разного вида герметизированных контактов привело к тому, что жидкие металлы стали находить применение и в этом виде электрических аппаратов.

Зарубежные фирмы таких стран, как Франция, Германии, Япония, США, Швеция и др., уже выпускают слаботочные коммутационные аппараты, контакты которых смочены жидким металлом. По данным проспектов этих фирм, такие коммутационные аппараты имеют малые габариты, обладают большим быстродействием, высокой надежностью, большим сроком службы, а их выпуск достигает миллионов штук в год.

Следует отметить, что и наша отечественная промышленность уже освоила выпуск коммутационных аппаратов со смоченными контактами.

Одним из наиболее интересных слаботочных коммутационных аппаратов является аппарат плунжерного типа, выпуск которого освоен промышленностью США [17]. Этот коммутационный аппарат обладает большой долговечностью (до 50 млн срабатываний), работает в сети постоянного тока, коммутируя ток  $I = 6$  А при напряжении  $U = 6$  В. Кроме того, он обладает малым переходным сопротивлением, отсутствием вибраций контактов, возможностью работы в любом положении в пространстве, виброударостойкостью, большой надежностью и имеет малые габариты. Этот коммутационный аппарат (рис. 5.14) состоит из стеклянного корпуса 4, в который впаяны неподвижные контакты 1, 5 и втулка 3. Внутри втулки помещен ферромагнитный плунжер 2, поверхность которого смочена ртутью. Ртутью смочены и торцы неподвижных контактов. Под действием внешнего магнитного поля плунжер 2 перемещается во втулке 3, производя необходимую коммутацию цепи (см. [17]).

Следует отметить, что оригинальные слаботочные коммутационные аппараты, которые весьма удачно используют свойства жидкого металла как жидкости, раз-

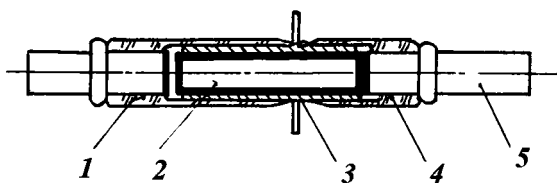


Рис. 5.14  
Слаботочный ЖМК-коммутатор

работаны в Советском Союзе. К ним относятся магнитоги-  
дродинамические аппараты и коммутационные аппараты  
типа «Мифистор», сведения о которых можно получить  
из специальной литературы.

Среди сильноточных коммутационных аппаратов из-  
вестны разработки сильноточных коммутационных аппара-  
тов индукционного, центробежного, кондукционного, режу-  
щего и других типов (сведения об этих аппаратах можно по-  
лучить из журнальных статей и авторских свидетельств).

Одним из наиболее распространенных сильноточных  
аппаратов, использующих жидкий металл, является ав-  
томатический самовосстанавливающийся предохранитель  
[17] (рис. 5.15).

Это устройство состоит из электроизоляционной труб-  
ки 4 с капиллярным отверстием, заполненным жидким  
металлом 5. Капилляр с жидким металлом закрыт гер-  
метично электродами 1 и 8 и корпусом 2 с уплотнением 3  
и имеет специальные демпфирующие устройства 6 и 7.  
При протекании через капилляр большого тока, жидкий  
металл в нем испаряется, образуется паровая пробка,

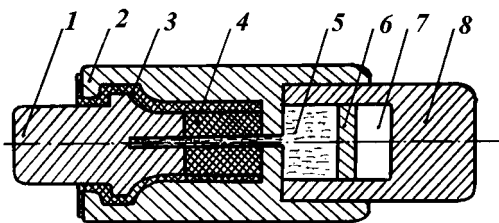


Рис. 5.15  
ЖМК-предохранитель

и электрическая цепь размыкается. После определенного времени пары металла конденсируются и контакт восстанавливается. В Японии уже реализована конструкция такого автоматического предохранителя фирмой «Мицубиси электрик», один из образцов которого защищает электрические цепи с ожидаемым током короткого замыкания до 250 кА при напряжении переменного тока 450 В.

Одним из удачных решений рассмотренной конструкции является то, что разрыв тока происходит по жидкому металлу. Жидкий металл не расходуется в процессе работы, и поэтому очевидна долговечность этой конструкции.

В МЭИ на кафедре электроаппаратостроения также были разработаны и испытаны макетные образцы самовосстанавливающихся жидкометаллических предохранителей с использованием в качестве жидкого металла тройной эвтектики галлия, индия и олова при различных диаметрах капиллярного отверстия.

При этом были обнаружены большое быстродействие и хорошие токоограничивающие свойства, что весьма ценно при создании токоограничивающих автоматов.

Число срабатываний такого предохранителя для лучших зарубежных образцов достигает 1000.

### **5.5.2. Легкоплавкие металлы и сплавы, применяемые для жидкометаллических контактов**

При выборе жидкого металла (ЖМ) для ЖМК необходимо руководствоваться определенными требованиями, которые вкратце сводятся к следующим:

- возможно низкая температура плавления;
- высокая температура кипения;
- хорошая смачиваемость твердого металла;
- высокая удельная электропроводность;
- низкое переходное сопротивление на границе «жидкий металл–твердый»;
- стабильные физико-химические свойства;
- высокие теплопроводность и теплоемкость;
- химическая нейтральность ЖМ по отношению к твердому;
- низкая стоимость.



Среди легкоплавких металлов и сплавов известны следующие:

1. *Щелочные металлы и их сплавы* (Li, Na, K, Rb). Все эти металлы требуют предварительного подогрева перед началом работы. Исключение составляет сплав Na–K, который находится в жидком состоянии при  $-11^{\circ}\text{C}$ .

Эти металлы обладают чрезвычайно большой химической активностью. Так, сплав Na–K самопроизвольно воспламеняется на воздухе, что опасно. В связи с этим требуется тщательная герметизация контактного узла. Тем не менее этот сплав находит довольно широкое применение в униполярных машинах и, по-видимому, может применяться и в других устройствах.

2. *Ртуть и ее сплавы*. Ртуть является единственным чистым металлом, который при нормальной температуре находится в жидком состоянии. Она наиболее изучена и весьма интересна с точки зрения использования в жидкометаллическом контакте.

В настоящее время ртуть широко применяют в электротехнике и других областях науки и техники. Одним из самых существенных недостатков ртути является высокая токсичность ее паров.

Кроме ртути широко применяют и ее сплавы с другими металлами.

3. *Легкоплавкие сплавы на основе висмута*. Эти сплавы требуют подогрева перед началом работы, так как их температура плавления находится в пределах от  $+45$  до  $+75^{\circ}\text{C}$ . При повышенных температурах на поверхности этих сплавов происходит значительное образование окалин.

Эти сплавы находят применение в качестве жидкой фазы разъемных контактов для электролизеров.

4. *Галлий и сплавы на его основе*. Галлий имеет температуру плавления  $+29^{\circ}\text{C}$ , а некоторые его сплавы с индием и оловом  $1-10^{\circ}\text{C}$ . Одним из положительных свойств галлия является высокая температура кипения ( $+2000^{\circ}\text{C}$ ).

Галлий относится к одному из самых агрессивных в химическом отношении металлов. Как показали исследования, наиболее стойкими в галлии являются вольфрам

и некоторые марки нержавеющей стали, как то: Х22, Х25, 1Х18Н9Т и др.

Галлий не представляет опасности с точки зрения токсичности, так как до температуры порядка  $+1000^{\circ}\text{C}$  количество его паров в атмосфере крайне незначительно.

### **5.5.3. Перспективы развития жидкометаллических контактов. Практика использования**

Основными недостатками жидкометаллических контактов, не позволившими им получить широкое распространение, являются:

- необходимость герметизации;
- довольно высокая температура плавления существующих металлов и сплавов;
- зависимость работоспособности от положения в пространстве.

Что касается первого недостатка, то он присущ и твердым контактам. В последнее время все чаще применяют коммутационные электрические аппараты с герметизированными контактами. Это, например, герконы, вакуумные выключатели, всякого рода герметизированные реле.

Недостаток ЖМК, состоящий в том, что жидкие металлы имеют довольно высокую температуру плавления, является наиболее существенным, а его преодоление — наиболее трудным. Радикальным средством в настоящее время является принудительный подогрев (современные требования к аппаратам — надежная работа при температурах до  $-60^{\circ}\text{C}$ ).

Наконец, третий существенный недостаток ЖМК можно преодолеть по пути конструктивных решений. Рассматривая перспективы развития жидкометаллических контактов, следует отметить, что основное направление исследований должно быть направлено на синтез эффективных коммутационных аппаратов, как для слаботочной, так и для силовоточной техники.

Применение смоченных жидким металлом контактов слаботочных устройств (например, изображенных на рисунке 5.14) позволяет считать, что такой контакт обладает

достоинствами твердометаллического и жидкометаллического контактов и лишен недостатков, присущих им.

В создании же сильноточных коммутационных аппаратов на базе использования ЖМК наиболее перспективными в настоящее время являются разработки композиционных контактов, использующих твердый пористый каркас, пропитанный жидким металлом.

Такой контакт обладает вибростойкостью, безразличен к положению в пространстве и, что особенно ценно, обладает достоинствами твердометаллического и жидкометаллического контактов, а при правильной конструкции не должен обладать недостатками, которые им присущи. В этом направлении в настоящее время наметилось два пути, а именно:

- создание композиционного контакта на базе диэлектрического пористого каркаса, который пропитывается жидким металлом или его пастой;
- создание композиционного контакта, в котором жидким металлом пропитывается жесткий или эластичный твердометаллический каркас.

В этом случае жидкий металл в зависимости от конструкции каркаса удерживается в нем за счет капиллярных сил в специально созданных порах или же в зазорах, образованных концентрическими трубками, между витками спиральной ленты и т. п.

Для различных конструкций твердого каркаса на кафедре электрических и электронных аппаратов МЭИ были изготовлены образцы таких контактных систем на токи 10, 50, 100, 500 и 1000 А.

В качестве жидкого металла использовалась тройная эвтектика галлия, индия и олова.

Испытания показали, что имеются большие резервы, как по увеличению отключаемых токов, так и по уменьшению и без того небольших габаритов указанных контактных систем.

Практически не существует видимых препятствий по созданию коммутационных аппаратов на любые токи, которые в настоящее время требуется коммутировать.

---

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

**Э**лектрические аппараты являются наиболее распространенными электротехническими устройствами, используемыми в электротехнике, электроэнергетике, машиностроении и других областях народного хозяйства. Многообразие разновидностей электрических аппаратов и физических явлений, протекающих в них, требуют знаний основ математики, физики, электротехники, что позволяет, используя современные методы моделирования и программного обеспечения, описать процессы, происходящие в электрических аппаратах, и понять их физическую природу. Этим и отличается настоящий учебник, который содержит описание математических моделей электромагнитных, механических, тепловых и дуговых процессов в электрических аппаратах и примеров их реализации с использованием вычислительной техники. При этом сохраняется существующая преемственность описания физических процессов и явлений в электрических аппаратах.

Основы теории электрических аппаратов — это базовый курс для изучения всех электрических аппаратов: низкого и высокого напряжения, слаботочных и сильноточных, защитных аппаратов управления и автоматики, контактных и бесконтактных. Знания этого курса необходимы для бакалавров и магистров, для научных исследований и проектирования электрических аппаратов, для выбора аппаратов в системах электроснабжения, управления и автоматизации.

Студенты, обучающиеся по профилю подготовки «Электрические и электронные аппараты», изучив содержащийся в учебнике материал, овладеют комплексом современных теоретических знаний, которые составят основу становления специалиста в области электроаппаратостроения.

---

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Буйлов, А. Я.* Основы электроаппаратостроения. — М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1946.
2. Основы теории электрических аппаратов : учебник / Б. К. Буль [и др.] ; под ред. Г. В. Буткевича. — М. : Высшая школа, 1970.
3. Основы теории электрических аппаратов / И. С. Таев, Б. К. Буль, А. Г. Годжелло [и др.] ; под ред. И. С. Таева. — М. : Высшая школа, 1987.
4. Электрические и электронные аппараты : учебник : в 2 т. — Т. 1: Электромеханические аппараты / Е. Г. Акимов [и др.] ; под ред. А. Г. Годжелло, Ю. К. Розанов. — М. : Академия, 2010.
5. *Таев, И. С.* Электрические аппараты. Общая теория. — М. : Энергия, 1977.
6. *Буткевич, Г. В.* Задачник по электрическим аппаратам / Г. В. Буткевич, В. Г. Дегтярь, А. Г. Сливинская. — М. : Высшая школа, 1987.
7. *Буткевич, Г. В.* Дуговые процессы при коммутации электрических цепей. — М. : Энергия, 1973.
8. *Белкин, Г. С.* Коммутационные процессы в электрических аппаратах. — М. : Знак, 2003.
9. *Буль, О. Б.* Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов. Программа ANSYS : учеб. пособие. — М. : Академия, 2006.
10. *Курбатов, П. А.* Анализ силовых взаимодействий в электромагнитных системах электрических аппаратов. — М. : Изд-во МЭИ, 1994.
11. Магнитоуправляемые контакты (герконы) и изделия на их основе / С. М. Карабанов, Р. М. Майзельс, В. Н. Шоффа ; под ред. В. Н. Шоффы. — Долгопрудный : Изд. дом «Интеллект», 2011.
12. *Курбатов, П. А.* Математическое моделирование электро-механических систем электрических аппаратов : учеб. пособие. — М. : МЭИ, 2007.

13. *Мещеряков, В. П.* Электрическая дуга большой мощности в выключателях : Ч. II. — Ульяновск : ОАО «Контактор», 2008.
14. *Таев, И. С.* Расчет электромагнитных коммутационных реле и контакторов : учеб. пособие. — М. : МЭИ, 1997.
15. *Электромеханические аппараты автоматики : учебник / Б. К. Буль, О. Б. Буль, В. А. Азанов, В. Н. Шоффа.* — М. : Высшая школа, 1988.
16. *Шоффа, В. Н.* Анализ полей магнитных систем электрических аппаратов. — М. : МЭИ, 1994.
17. *Дегтярь, В. Г.* Контактные коммутирующие устройства электрических аппаратов низкого напряжения / В. Г. Дегтярь, Г. Г. Нестеров // Итоги науки и техники. — М. : ВИНИТИ АН СССР, 1980. — (Электрические аппараты).
18. *Атабеков, Г. И.* Теоретические основы электротехники. — СПб. : Изд-во «Лань», 2009.
19. *Бессонов, Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. — М. : Высшая школа, 1996.
20. *Демирчян, К. С.* Теоретические основы электротехники : учебник. Т. 1 / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин. — 5-е изд. — СПб. : Питер, 2009.
21. *Акимов, Е. Г.* САПР контакторов / Е. Г. Акимов, Е. П. Попова. — М. : МЭИ, 1993.
22. *Статические и гибридные коммутационные аппараты : учеб. пособие / Е. Г. Акимов, Ю. К. Розанов.* — М. : МЭИ, 1998.
23. *Егоров, Е. Г.* Испытания и исследования низковольтных коммутационных электрических аппаратов : учебник. — Чебоксары : Изд-во Чувашского университета, 2000.
24. *Аски, Р.* Специальные функции : пер. с англ. / Р. Аски, Дж. Эндрюс, Р. Рой. — М. : МЦНМО, 2013.
25. *Босс, В.* Лекции по математике. Линейная алгебра : учеб. пособие : в 3-х т. — 3-е изд., испр. — Т. 3. — М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011.
26. *Герман-Галкин, С. Г.* MATLAB & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. — СПб. : КОРОНА-Век, 2008.
27. *Журавлев, Ю. Н.* Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. — СПб. : Политехника, 2003.
28. *Карташов, Э. М.* Аналитические методы в теории теплопроводности : учеб. пособие. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Высшая школа, 2001.
29. *Корн, Г.* Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. — М. : Изд-во «Лань», 2003.

30. *Краснов, М. Л.* Вся высшая математика : учебник : в 6 т. / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко [и др.]. — Т. 1. — 2-е изд. — М. : Едиториал УРСС, 2013.
31. *Мадера, А. Г.* Моделирование теплообмена в технических системах. — М. : НО Научный фонд «Первая исследовательская лаборатория имени академика В. А. Мельникова», 2005.
32. *Мишин, Д. Д.* Магнитные материалы : учеб. пособие. — 2-е изд., перер. и доп. — М. : Высшая школа, 1991.
33. *Сосков, А. Г.* Полупроводниковые аппараты: коммутация, управление, защита : учебник / А. Г. Сосков, И. П. Соскова ; под ред. А. Г. Соскова. — Киев : Каравелла, 2005.
34. *Тамм, И. Е.* Основы теории электричества : учеб. пособие. — М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003.
35. *Черных, И. В.* Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink. — М. : ДМК Пресс ; СПб. : Питер, 2008.
36. Эктоны в вакуумном разряде: пробой, искра, дуга. — М. : Наука, 2000.
37. *Schavemaker, P. H.* ArcModel Blockset for use with MATLAB Simulink and Power System Blockset. — Delft University of Technology, 2001.
38. *Jiles, D. C.* Theory of ferromagnetic hysteresis / D. C. Jiles, D. L. Atherton // J. Magn. Magn. Mater. — 1986. — Vol. 61. — P. 48–60.
39. *Chan, J.* Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation // IEEE Transactions On Computer-Aided Design. — 1991. — Vol. 10. — April. — No. 4.
40. Стандарт IEC 60050-121. Международный электротехнический словарь. Электромагнетизм. Международная электротехническая комиссия, 1998.
41. Руководящие указания по расчету токов короткого замыкания и выбору электрооборудования / под ред. Б. Н. Неклепаева. — М. : ЭНАС, 2008.
42. *Брон, О. Б.* Электрическая дуга в аппаратах управления. — М. ; Л. : Госэнергоиздат, 1954.
43. *Хольм, Р.* Электрические контакты : пер. с англ. — М. : ИЛ, 1961.
44. *Ганзбург, Л. Б.* Проектирование электромагнитных и магнитных механизмов : справочник / Л. Б. Ганзбург, А. И. Федотов. — Л. : Машиностроение. Ленингр. отделение, 1980.
45. *Курбатова, Е. А.* MATLAB 7. Самоучитель. — М. : Изд. дом «Вильямс», 2006.

---

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абсолютно черное тело, 252  
Адиабатный режим нагрева, 315  
Антиферромагнетизм, 52  
Аппараты автоматики, 12  
Аппараты автоматического регулирования, 12  
Аппараты защиты, 12  
Аппараты низкого напряжения, 11  
Аппараты распределения энергии, 12  
Аппараты с ограниченным дугообразованием, 501  
Аппараты управления, 12

Бездуговое устройство, 502  
Буферно-противоударные механизмы, 127  
Быстродействующие электромагниты, 97

Вакуумная дуга, 356  
Вакуумные выключатели, 15  
Вебер-амперная характеристика катушки электромагнита, 68  
Весовой износ контактов, 552  
Виртуальный срез тока, 425  
Воздушные выключатели, 15  
Восстанавливающаяся прочность, 335, 430  
Встроенный трансформатор, 182  
Второй закон Кирхгофа, 99  
Второй коэффициент Таунсенда, 460  
Выключатели, 13  
Вынужденная конвекция, 254  
Высоковольтные вакуумные МК, 525  
Газозаполненные МК, 520



- Герметизированные магнитоуправляемые контакты (герконы), 515
- Гибридная коммутация, 499
- Гибридные аппараты, 19
- Гибридные аппараты управления, 501
- Глубина коммутации, 322
- Градиент температур, 248
- Граничные условия теплопроводности, 250
- Граф кинематической схемы устройства, 128
- Датчики, 22
- Джоулево тепло, 238
- Диамagnetизм, 51
- Динамическая вольт-амперная характеристика дуги, 338
- Динамическая тяговая характеристика, 98
- Дискретная коммутация цепи, 321
- Дифференциальное уравнение теплопроводности, 249
- Диффузная вакуумная дуга, 356
- Допустимый коэффициент перегрузки по мощности, 314
- Дуга высокого давления, 349
- Дуга низкого давления, 350
- Дуговые процессы, 349
- Дугогасительная решетка, 482
- Дугогасительное устройство, 364
- Жидкий металлический мостик, 550
- Жидкометаллические контакты, 516, 561
- Жидкометаллические мостики, 516
- Задача Стефана, 250
- Закон Джоуля–Ленца, 238
- Закон Ома для участка магнитной цепи, 100
- Закон сохранения энергии, 252
- Закон Фарадея, 34
- Закон Фурье для теплопроводности в дифференциальной форме, 247
- Закон электромагнитной индукции, 37
- Законы Гаусса, 34
- Законы коммутации, 323
- Зона стягивания, 537
- Идеальный диамagnetизм, 51

- Излучение возбуждения, 254  
Излучение рекомбинации, 254  
Измерительные трансформаторы напряжения, 13  
Измерительные трансформаторы тока, 13  
Импульсный индукционный пресс, 209  
Индукционная система, 29  
Индукционные системы, 206  
Ионизация, 355  
Исполнительные механизмы, 22  
Источники магнитного поля, 42  
Источники фазовых переменных, 76
- Квазинейтральность, 358  
Квазистационарные поля, 37  
Коммутационные аппараты, 12  
Коммутационные аппараты со смоченными контактами, 565  
Коммутационный режим работы, 321  
Коммутация, 321  
Комплексная магнитная проницаемость материала магнитопровода, 112  
Комплексное магнитное сопротивление, 112  
Комплексное удельное магнитное сопротивление материала магнитопровода, 112  
Комплектные распределительные устройства, 13  
Композиционные контакты, 570  
Компонентные уравнения, 76  
Конвективный теплообмен, 264  
Конвекция, 254  
Контакт-деталь, 558  
Контактное пятно, 542  
Короткая дуга, 350  
Короткозамкнутый виток, 206  
Короткозамыкатели, 13  
Коэрцитивная сила, 54  
Коэффициент амплитуды, 404  
Коэффициент близости, 244  
Коэффициент возврата материала постоянного магнита, 122  
Коэффициент заполнения по меди, 294  
Коэффициент конвекции, 267  
Коэффициент отражения, 252  
Коэффициент перегрузки, 314  
Коэффициент перегрузки по току, 314  
Коэффициент поверхностного эффекта, 240

Коэффициент приведения по потоку магнитной проводимости  
рассеяния, 105

Коэффициент проницаемости, 252

Коэффициент схемы, 406

Коэффициент теплоотдачи, 255

Коэффициент теплоотдачи излучением, 271

Коэффициент теплоотдачи конвекцией, 271

Коэффициент теплопроводности вещества, 248

Кратковременный режим нагрева, 311

Кривая начального намагничивания, 53

Критерии подобия, 77

Критерии подобия конвективного теплообмена, 264

Критическая длина дуги, 345

Легкоплавкие металлы и сплавы для ЖМК, 568

Лучистый теплообмен, 252

Магнитная муфта, 29

Магнитная подсистема, 73

Магнитная постоянная, 31

Магнитная проводимость, 70

Магнитная цепь, 96

Магнитная энергия, 69

Магнитные материалы, 51

Магнитные потери, 54

Магнитный гистерезис, 53

Магнитный дипольный момент, 33

Магнитомягкий материал, 55

Магнитопровод, 34

Магнитотвердый материал, 55

Магнитоуправляемые контактные аппараты, 21

Магнитоэлектрическая система, 29

Макромодель, 74

Масляные выключатели, 14

Математическая модель системы, 75

Метод, 371

Метод Галеркина, 50

Метод источников, 274

Метод конечных элементов, 45

Метод локальных координат, 291

Метод ограничения области взаимодействия, 65

Метод Ритца, 50

- Методы измерения прочности, 437  
Методы интегральных преобразований, 273  
Методы решения уравнений переходных процессов, 324  
Механизм свободного расщепления, 131  
Механическая индуктивность, 86  
Механическая подсистема, 73  
Механическая характеристика электромагнита, 98  
Механическая эрозия, 516  
Механический конденсатор, 86  
Механический резистор, 85  
Механический узел, 28  
Микромодель, 74  
Моделирование процессов коммутации на MATLAB, 325  
Модель Бейера, 483  
Модель Дж. Чана, 57  
Модель Джилса–Атертона, 56  
Модель Касси, 373  
Модель Кима–Омельченко–Харина, 553  
Модель короткой дуги, 363  
Модель Майра, 374  
Модель трансформатора, 185  
Мостиковая эрозия контактов, 552
- Намагниченность вещества, 33  
Напряжение кипения материала контакта, 543  
Напряжение плавления материала контакта, 543  
Напряженность магнитного поля, 33  
Напряженность магнитного поля насыщения, 54  
Напряженность собственного магнитного поля, 478  
Напряженность электрического поля, 31  
Напряженность электрического поля в дуге (градиент дуги), 345  
Начальная восстанавливающаяся прочность, 445  
Неудаленное короткое замыкание, 415
- Обращенная модель вращательного движения, 88  
Обращенная модель механической поступательной подсистемы, 86  
Объемная плотность тока проводимости, 31  
Объемный износ контактов, 552  
Ограничивающие аппараты, 12  
Ом-вольтная характеристика материала контакта, 544  
Основная (коммутационная) кривая намагничивания, 54

- Основные показатели контактных материалов, 557  
Особенности электрических разрядов в МК, 519  
Остаточная магнитная индукция, 54  
Остаточный ток, 348  
Отделители, 13  
Отключающая способность ВДК, 385  
Относительная продолжительность включения, 314
- Парамагнетизм, 51  
Первый закон Кирхгофа, 99  
Первый коэффициент Таунсенда, 460  
Передаточные механизмы, 126  
Переменное электромагнитное поле, 42  
Переходное восстанавливающее напряжение, 399  
Переходное восстанавливающееся напряжение, 335, 431  
Петля магнитного гистерезиса, 53  
Плазменная дуга размыкания, 518  
Плотность теплового потока, 248, 267  
Плотность электрического заряда, 31  
Поверхностный эффект, 240  
Повторно-кратковременный режим нагрева, 311  
Полупроводниковые приборы, 19  
Полюсные наконечники, 34  
Поляризованные магнитные системы, 123  
Постоянная времени, 303  
Постоянные магниты, 55  
Постоянный магнит, 28  
Потери энергии в проводнике, 242  
Поток рассеяния, 101  
Потокосцепление, 37  
Правило Фурье, 77  
Предохранители, 13  
Прианодное падение напряжения, 355  
Приводные механизмы, 126  
Прикатодное падение напряжения, 352  
Провал контактов, 551  
Проводимость дуги, 350  
Проектирование контактно-дугогасительных устройств аппаратов, 484  
Пропорциональные электромагниты, 161  
Процесс гашения дуги, 338  
Процесс горения дуги, 337  
Процесс горения дуги в щелевой камере, 486

- Процесс нагревания, 306  
Процесс остывания, 307  
Прямая модель вращательного движения, 87  
Прямая модель механической поступательной подсистемы, 85
- Рабочий поток, 101  
Радиус плавящей площадки, 546  
Радиус площадки смятия, 535  
Разность электрических потенциалов, 37  
Разрядники, 13  
Разъединители, 13  
Реакторы, 13  
Режим малой мощности, 522  
Режим повышенной мощности, 523  
Режим средней мощности, 523  
Реостатная характеристика цепи, 344  
Ротор напряженности электрического поля, 36
- Самовосстанавливающиеся жидкометаллические  
  предохранители, 562  
Свободная конвекция, 254  
Сила Кулона, 32  
Сила Лоренца, 32  
Синхронные аппараты, 501  
Слаботочная вакуумная дуга, 380  
Слаботочный жидкометаллический разъединитель, 564  
Собственная индуктивность катушки, 62  
Сопротивление пленок, 532  
Сопротивление стягивания, 532  
Срез тока, 421  
Статическая вольт-амперная характеристика дуги, 345  
Статическая магнитная опора, 29  
Статическая тяговая характеристика, 98  
Статический магнитный подшипник, 29  
Статическое магнитное поле, 40  
Стримерный механизм пробоя, 436  
Суммарный коэффициент рассеяния магнитной системы по  
  потoku, 106  
Суммарный коэффициент рассеяния по потокоосцеплению, 107
- Температура Кюри, 52  
Температура Нееля, 52

- Температурное поле, 256  
Температурный коэффициент сопротивления, 239  
Теорема о циркуляции вектора напряженности магнитного поля, 34  
Теоремы подобия, 77  
Теория пробоя газовых промежутков, 435  
Теория Таунсенда, 436  
Тепловая подсистема, 73  
Тепловая постоянная времени дуги, 374  
Тепловое излучение, 251  
Тепловое реле, 18  
Тепловое сопротивление, 281  
Тепловой закон Ома, 281  
Тепловой конденсатор, 90  
Тепловой поток, 248  
Тепловой пробой, 433  
Теплоотдача конвекцией, 254  
Термическая стойкость электрического аппарата, 319  
Термоавтоэлектронная эмиссия, 352, 353  
Термоэлектрические эффекты в контакте, 544  
Тиристорный контактор переменного тока, 494  
Тлеющий разряд, 437  
Топологические уравнения, 76  
Тормозное излучение, 253  
Точка неустойчивого равновесия, 344  
Триангуляция Делоне, 49  
Трубка магнитного потока, 70  
Тяговая характеристика электромагнита, 98
- Ударный ток включения, 331  
Управляемая (синхронная) коммутация, 335  
Управляемый (активный) магнитный подвес, 29  
Уравнение Саха, 360  
Уравнения Лапласа, 46  
Уравнения Максвелла, 34  
Уравнения теплопроводности, 272  
Усилительный режим работы, 321  
Условие успешного отключения цепи, 336  
Условия гашения дуги постоянного тока, 344  
Условия перехода тока в параллельный контур, 507  
Условия подобия, 77  
Условия успешного гашения дуги переменного тока, 348  
Установившееся значение превышения температуры, 305

- Фазовые переменные, 75  
Ферримагнетизм, 52  
Ферромагнетизм, 51  
Фиктивное время короткого замыкания, 319  
Формула Герца, 534  
Формула Н. Е. Лысова, 242  
Формула Ньютона, 257  
Фриттинг, 536
- Химическая эрозия, 516
- Цилиндрическая модель дуги Мауг-Cassie, 472
- Частные симметричные гистерезисные циклы, 54  
Частота колебаний ПВН, 403
- Шунтирующее сопротивление, 339  
Щелчковые контакты, 127
- Эквивалентные схемы, 76  
Электризация, 32  
Электрическая дуга, 23, 335, 490, 572  
Электрическая индукция, 32  
Электрическая подсистема, 73  
Электрическая поляризация, 32  
Электрическая прочность вакуумного промежутка, 470  
Электрические аппараты, 10  
    электромеханические, 11  
Электрические аппараты высокого напряжения, 13  
Электрический диполь, 31  
Электрический дипольный момент, 32  
Электрический заряд, 30  
Электрический контакт, 528  
Электрический пробой, 434  
Электродинамическая система, 29  
Электродинамические силы Двайта, 547  
Электродинамический расцепитель, 190  
Электромагнит, 28  
Электромагнитная система, 28  
Электромагнитное поле, 30



- Электромагнитный дроссель, 151
- Электромагнитный контактор, 18
- Электромагниты с замедлением, 97
- Электромагниты с пульсирующей МДС, 98
- Электромагниты со знакопеременной МДС, 98
- Электромеханическая система, 28
- Электромеханический преобразователь, 28
- Электромеханический преобразователь магнитоэлектрического типа, 170
- Электронные ключи, 492, 493
- Электротермическая эрозия, 516
- Эрозия контактов, 352
- Эффект близости, 240
- Эффект Видемана, 520
- Эффективное излучение, 252



# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Предисловие</b> .....	4
<b>Список основных условных обозначений</b> .....	7
<b>Введение</b> .....	10

## *Глава 1*

### **Электромеханические системы электрических аппаратов**

1.1. Основные определения .....	28
1.2. Анализ электромагнитных полей электрических аппаратов .....	30
1.2.1. Электромагнитные величины .....	30
1.2.2. Интегральные соотношения электромагнитного поля .....	38
1.2.3. Метод конечных элементов .....	45
1.2.4. Магнитные свойства материалов .....	51
1.3. Расчет параметров магнитных систем на основе анализа электромагнитного поля .....	61
1.3.1. Расчет потокосцеплений, индуктивностей и ЭДС .....	61
1.3.2. Расчет сил в магнитном поле .....	63
1.3.3. Расчет магнитных проводимостей .....	70
1.4. Макроскопические модели электромеханических систем .....	72
1.4.1. Основные понятия и определения .....	72
1.4.2. Модель электрической подсистемы .....	78
1.4.3. Модель магнитной подсистемы .....	80
1.4.4. Модели механической подсистемы .....	84

1.4.5. Модель тепловой подсистемы . . . . .	89
1.4.6. Топологические уравнения. Построение эквивалентных схем. . . . .	92
1.5. Магнитные системы и цепи электрических аппаратов . . . . .	96
1.5.1. Основные понятия и определения . . . . .	96
1.5.2. Магнитные системы и магнитные цепи постоянного тока . . . . .	99
1.5.3. Магнитные системы и цепи переменного тока . . . . .	109
1.5.4. Магнитные системы и цепи с постоянными магнитами. . . . .	118
1.5.5. Поляризованные магнитные системы . . . . .	122
1.6. Механические узлы электрических аппаратов . . . . .	126
1.6.1. Механизмы электрических аппаратов . . . . .	126
1.6.2. Блок щелчковых контактов . . . . .	127
1.6.3. Механизм свободного расцепления . . . . .	131
1.6.4. Механический узел контактора постоянного тока . . . . .	134
1.6.5. Механический узел контактной системы реле с замыкающим контактом. . . . .	140
1.6.6. Механический узел контактной системы реле с размыкающим контактом. . . . .	146
1.7. Электромагнитные и магнитоэлектрические системы. . . . .	150
1.7.1. Электромагнитный дроссель в фильтре выпрямителя . . . . .	150
1.7.2. Электромеханические преобразователи электромагнитного типа . . . . .	154
1.8. Электродинамические и индукционные системы. . . . .	190
1.9. Магнитные механизмы электрических аппаратов . . . . .	215

## *Глава 2*

### **Нагрев и охлаждение электрических аппаратов**

2.1. Источники теплоты в электрических аппаратах . . . . .	238
2.2. Виды теплопереноса в электрических аппаратах . . . . .	247

2.3. Задачи и стадии тепловых расчетов электрических аппаратов . . . . .	256
2.4. Методы расчета теплоотдачи с поверхностей электрических аппаратов . . . . .	261
2.5. Теплопроводность в частях электрических аппаратов . . . . .	272
2.5.1. Основные уравнения и методы их решения . . . . .	272
2.5.2. Анализ передачи теплоты в квазистационарном режиме на основе уравнения теплопроводности . . . . .	279
2.6. Нестационарные процессы нагрева и остывания электрических аппаратов . . . . .	302
2.7. Режимы нагрева и термическая стойкость аппаратов . . . . .	311

### *Глава 3*

#### **Коммутация электрических цепей**

3.1. Общие закономерности процессов коммутации электрических цепей . . . . .	321
3.1.1. Общие закономерности процессов включения электрических цепей . . . . .	329
3.1.2. Общие закономерности процессов отключения электрических цепей . . . . .	334
3.1.3. Условия успешной коммутации электрических цепей . . . . .	342
3.2. Электрическая дуга и ее гашение . . . . .	349
3.2.1. Общие характеристики электрической дуги, положительный столб и приэлектродные области . . . . .	349
3.2.2. Электрическая дуга высокого давления. . . . .	357
3.2.3. Вакуумная дуга и ее гашение . . . . .	379
3.3. Восстановление напряжения на коммутирующем устройстве при отключении цепи . . . . .	398
3.3.1. Коммутация токов короткого замыкания в сетях низкого и высокого напряжения . . . . .	398
3.3.2. Отключение тока короткого замыкания у выводов выключателя . . . . .	403

3.3.3. Отключение неудаленного короткого замыкания . . . . .	414
3.3.4. Отключение малых индуктивных токов . .	420
3.3.5. Отключение емкостных цепей . . . . .	428
3.4. Восстанавливающаяся прочность в межконтактном промежутке при гашении дуги. . . . .	430
3.4.1. Процессы, обеспечивающие восстановление электрической прочности при гашении дуги в плотных средах и вакууме . . . . .	430
3.4.2. Методы опытного определения восстанавливающейся прочности и некоторые экспериментальные данные на их основе . . . . .	437
3.4.3. Теоретические методы определения восстанавливающейся прочности . . . . .	459

#### *Глава 4*

### **Коммутирующие устройства аппаратов**

4.1. Основы расчета дугогасительных устройств. . . . .	472
4.2. Коммутационные аппараты с ограниченным дугообразованием. . . . .	492
4.2.1. Схемотехнические решения электронной, гибридной и синхронной коммутации цепей постоянного и переменного тока низкого и высокого напряжения. . . . .	492
4.2.2. Особенности коммутации цепей при размыкании контактов перед переходом тока через нулевое значение . . .	507
4.3. Особенности процессов коммутации электрических цепей герметизированными магнитоуправляемыми контактами (герконами). . . . .	515
4.3.1. Эрозионные процессы при размыкании сухих газонаполненных МК . . . . .	516
4.3.2. Эрозионные процессы при замыкании сухих газонаполненных МК . . . . .	520
4.3.3. Наиболее распространенные режимы коммутации сухих газонаполненных МК. . .	522

- 4.3.4. Особенности электроразрядных процессов в высоковольтных вакуумных сухих МК . . . . . 525
- 4.3.5. Особенности размыкания и замыкания электрических цепей ЖМК . . . . . 526

## *Глава 5*

### **Электрические контакты**

- 5.1. Электрические контакты электрических аппаратов. Виды и конструкции . . . . . 528
- 5.2. Сопротивление электрического контакта . . . . . 531
- 5.3. Тепло- и массоперенос в электрических контактах . . . . . 537
  - 5.3.1. Нагрев электрических контактов в режиме длительного протекания тока . . . 537
  - 5.3.2. Нагрев электрических контактов в режиме протекания больших токов . . . . 545
  - 5.3.3. Особенности работы коммутирующих контактов. Массоперенос в контактах . . . . 548
- 5.4. Материалы электрических контактов. . . . . 557
- 5.5. Жидкометаллические контакты и контактные узлы на их основе . . . . . 561
  - 5.5.1. Общие понятия и направления развития жидкометаллических контактов . . . . . 561
  - 5.5.2. Легкоплавкие металлы и сплавы, применяемые для жидкометаллических контактов . . . . . 567
  - 5.5.3. Перспективы развития жидкометаллических контактов. Практика использования. . . . . 569
- Заключение . . . . . 571**
- Библиографический список . . . . . 572**
- Предметный указатель . . . . . 575**

*Евгений Георгиевич АКИМОВ,  
Герман Сергеевич БЕЛКИН,  
Андрей Григорьевич ГОДЖЕЛЛО,  
Владлен Гаврилович ДЕГТЯРЬ,  
Павел Александрович КУРБАТОВ,  
Валерий Ефимович РАЙНИН,  
Иван Сергеевич ТАЕВ,  
Вадим Николаевич ШОФФА*

## **ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**

*Под редакцией профессора П. А. Курбатова*

*Уч е б н и к*

Издание пятое, переработанное и дополненное

Зав. редакцией  
инженерно-технической литературы *Т. Ф. Гаврильева*  
Ответственный редактор *С. В. Макаров*  
Технический редактор *А. С. Кузьмина*  
Подготовка иллюстраций *А. П. Маркова*  
Верстка *Л. Е. Голод*  
Выпускающие *Т. С. Симонова, Н. А. Крылова*

ЛР № 065466 от 21.10.97  
Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10  
от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

**Издательство «ЛАНЬ»**  
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com  
192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.  
Тел./факс: (812) 412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.  
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 11.02.15.  
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 84×108<sup>1/32</sup>.  
Печать офсетная. Усл. п. л. 31,08. Тираж 1000 экз.

Заказ № .

Отпечатано в полном соответствии  
с качеством предоставленных диапозитивов  
в ОАО «Издательско-полиграфическое предприятие «Правда Севера»  
163002, г. Архангельск, пр. Новгородский, д. 32.  
Тел./факс: (8182) 64-14-54, www.ippps.ru