Н. П. КАЛАШНИКОВ
В. П. КРАСИН

ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКЕ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

•

Издание второе, исправленное

ДОПУЩЕНО
Научно-методическим советом по физике
Министерства образования и науки
Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по техническим направлениям подготовки
и специальностям

ЛАНЬ®
САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР
2011

ББК 22.36я73
К 17

Калашников Н. П., Красин В. П.

К 17 Графические методы решения задач по молекулярно-кинетической теории и термодинамике идеальных газов: Учебное пособие. 2-е изд., испр. — СПб.: Издательство «Лань», 2011. — 192 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1127-6

Содержит подробный анализ задач по молекулярной физике и термодинамике, уровень сложности которых соответствует Программе курса физики для инженерно-технических специальностей и направлений высших учебных заведений и содержит сведения из теории с необходимыми пояснениями.

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов высших технических учебных заведений, изучающих физику в течение трех или четырех семестров, с возможностью его использования на вечерней и заочной формах обучения.

ББК 22.36я73

Рецензенты:

Н. Н. БЕКЛЕМИШЕВ — доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой физики «МАТИ» — Российского государственного технологического университета им. К. Э. Циолковского; *В. П. КРАЙНОВ* — доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики МФТИ

Обложка
А. Ю. ЛАПШИН

> В качестве исследуемого тела берется самое простое — газ, заключенный между твердыми, абсолютно упругими стенками, молекулы которого представляют собой жесткие, абсолютно упругие шары.
>
> *Людвиг Больцман*

ВВЕДЕНИЕ

Знание законов физики предполагает умение не только формулировать эти законы, но и применять их в конкретных случаях при решении задач. Однако именно решение задач вызывает наибольшие затруднения у изучающих физику.

Для решения задач оказывается, как правило, недостаточно формального знания физических законов. В некоторых случаях необходимо знание специальных методов, приемов, общих для решения определенных групп задач. В других случаях таких методов не существует.

Однако физические понятия и закономерности часто не связаны в сознании абитуриентов и студентов с соответствующими математическими закономерностями, что порой усугубляется и слабой математической подготовкой. *Несмотря на то что в школьном курсе математики значительное внимание уделяется выработке умения строить графики функций, школьники и абитуриенты нередко затрудняются при построении графиков несложных физических зависимостей, например зависимости давления от объема при изотермическом процессе.*

Для решения физических задач могут быть применены аналитический и графический способы. Графическое изображение функциональной зависимости способствует четкому и ясному пониманию физических закономерностей. График наглядно показывает качественный «ход» физической задачи в виде геометрического образа, позволяет судить о скорости изменения функции, о максимуме и минимуме функции, о среднем ее значении.

Предлагаемое вашему вниманию пособие предназначено для самостоятельной подготовки к экзаменам. В нем подробно разбираются и анализируются решения задач аналитическим и графическим способами, причем последнему уделяется особое внимание.

Системность изложения достигается за счет четкого структурирования этапов решения задач, включающего следующие пункты:

1. Формулировка проблемы. Анализ физической ситуации задачи.
2. Анализ аналитических выражений с целью понять, о каких явлениях говорится в условии, какие величины известны и какие следует определить, какими закономерностями (формулами) эти физические величины связаны.
3. Аналитический способ решения. На основе составленной системы уравнений получается соотношение, выражающее искомую величину через известные. С использованием метода размерностей, проверяется правильность составления расчетной формулы.
4. Графический подход к решению задачи (проблемы).
5. Обсуждение полученного результата. С точки зрения здравого смысла оценивается правдоподобность полученного результата и проводится сравнение графического и аналитического подходов.

ГЛАВА 1

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

1.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Основные положения молекулярно-кинетической теории:

- все вещества состоят из молекул — мельчайших неделимых частиц вещества, сохраняющих все его химические свойства;
- все молекулы находятся в состоянии непрерывного хаотического теплового движения, характер которого зависит от агрегатного состояния вещества;
- между молекулами существуют силы притяжения и отталкивания.

Атом — наименьшая частица химического вещества, способная к самостоятельному существованию и являющаяся носителем его свойств.

Молекула — наименьшая частица вещества, определяющая его свойства. Молекула состоит из атомов одного или нескольких химических элементов и существует как единая динамическая система атомных ядер и электронов.

Ион — электрически заряженная частица, образовавшаяся из атомов в результате присоединения или потери электронов.

Молем вещества называют количество вещества, содержащее столько же частиц (молекул, атомов, ионов или других структурных элементов вещества), сколько атомов содержится в 0,012 кг углерода. Это число называют числом Авогадро, и оно приблизительно равно $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Молярная масса измеряется в килограммах на моль: $[\mu]$ = кг/моль. Моль вещества можно получить, взяв количество вещества в граммах, равное его молекулярному весу в атомарных единицах по таблице Менделеева. Используя понятие моля и число Авогадро, нетрудно найти массу m_0 одной молекулы:

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}.$$

В данной массе m газа содержится $\nu = m/\mu$ моль вещества.

Выведенная из равновесного состояния и предоставленная самой себе термодинамическая система (система, состоящая из очень большого числа частиц) приходит в состояние теплового равновесия. Любое состояние теплового равновесия характеризуется определенной температурой и давлением. Температуру определяют посредством измерения объема жидкости или газа, считая, что температура пропорциональна объему жидкости (газа). За реперные точки в шкале Цельсия выбирают температуру таяния льда при нормальном давлении и температуру кипения воды при том же давлении.

Идеальный газ — это модель реальных газов, в которой предполагают, что молекулы являются материальными точками, время взаимодействия между которыми мало по сравнению со временем их движения от одного удара до другого. Потенциальная энергия взаимодействия молекул предполагается настолько малой по сравнению с кинетической энергией молекул, что ею можно пренебречь. Поэтому газ можно рассматривать как идеальный, если он достаточно нагрет (велика кинетическая энергия) и разряжен (мала потенциальная энергия взаимодействия). Состояние газа определяется его параметрами: давлением p, объемом V, температурой T, а также количеством молекул N. Для идеального газа можно вывести основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$p = \frac{2}{3} n E_{\text{ср}}, \tag{1.1}$$

где p — давление газа, n — число молекул в единице объема, $E_{\text{ср}} = \left(\dfrac{mv^2}{2}\right)_{\text{ср}}$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы.

Сравнивая основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа с уравнением Клапейрона–Менделеева (см. ниже), найдем

$$E_{\text{ср}} = \frac{3}{2}kT, \tag{1.2}$$

где $k = \frac{R}{N_A}$ — постоянная Больцмана, равная $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, а T — температура, выраженная в шкале Кельвина $T = t + 273°$.

Температура, выраженная в шкале Кельвина, пропорциональна средней кинетической энергии молекул, она не может быть отрицательной. Шкалу Кельвина называют абсолютной температурной шкалой.

1.2. ЗАКОНЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА И ИХ ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ

Для изучения и сравнения различных термодинамических процессов их изображают графически (графическое изображение процессов, термодинамические диаграммы). Для графического описания процесса выбирается прямоугольная декартова двумерная система координат, по осям которой откладываются два изменяющихся параметра состояния, например давление p и удельный объем V (термодинамическая диаграмма p–V). Зависимость p от V (рис. 1.1) изображает данный термодинамический процесс. Точки A_1 (p_1, V_1) и A_2 (p_2, V_2) характеризуют начальное и конечное состояние тела. Третий параметр состояния, T, в каждой точке термодинамического процесса определяется по уравнению состояния. Решение уравнения состояния тела относительно T позволяет найти зависимость $T = \varphi(p, V)$.

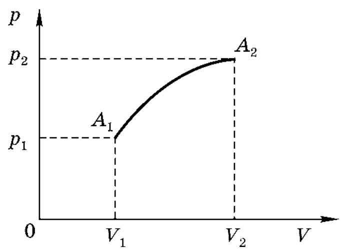


Рис. 1.1

Графически можно изображать только равновесные состояния и равновесные процессы. В случае неравновесных процессов нельзя говорить о параметрах состояния

p, V и T всего тела, ибо нарушается условие равновесности состояния и теряет смысл понятие уравнения состояния тела.

Изопроцессами называются термодинамические процессы, протекающие в системе с неизменной массой при постоянном значении одного из параметров состояния системы.

Изохорическим (*изохорным*) процессом называется термодинамический процесс, протекающий при постоянном объеме системы ($V = \mathrm{const}$).

Изобарическим (*изобарным*) называется процесс, при котором давление сохраняется постоянным ($p = \mathrm{const}$).

Изотермическим (*изотермным*) называется термодинамический процесс, протекающий при неизменной температуре ($T = \mathrm{const}$).

Изотермический процесс в идеальном газе подчиняется *закону Бойля–Мариотта*: для данной массы газа при неизменной температуре произведение численных значений давления и объема есть величина постоянная:

$$pV = \mathrm{const},$$
$$\text{или} \quad p_1V_1 = p_2V_2.$$

На термодинамической диаграмме p–V изотермический процесс изображается кривой, называемой *изотермой* (рис. 1.2).

Для изобарного процесса в идеальном газе справедлив *закон Гей-Люссака*: при постоянном давлении объем данной массы газа прямо пропорционален его абсолютной температуре:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

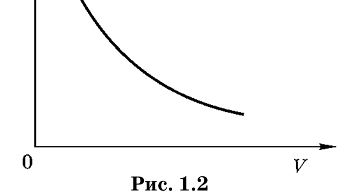


Рис. 1.2

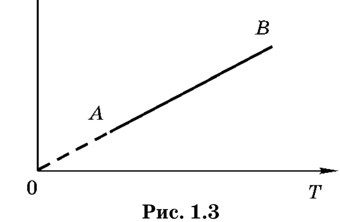


Рис. 1.3

На диаграмме V–T изобарный процесс изображается отрезком прямой AB (рис. 1.3). Прямая не может быть продолжена в область низких абсолютных температур, близких к температуре вырождения газа.

Изохорный процесс в идеальном газе описывается *законом Шарля*: при постоянном объеме давление данной массы газа прямо пропорционально его абсолютной температуре:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

На диаграмме p–T изохорный процесс изображается отрезком прямой BC (рис. 1.4), которую нельзя продолжить в область низких температур, близких к температуре вырождения, где законы идеальных газов неприменимы.

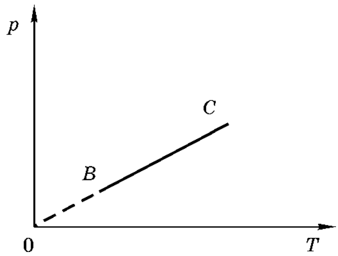


Рис. 1.4

Все изопроцессы могут быть изображены в виде определенных графиков на плоскости в различных координатных осях (рис. 1.5*а*, *б*, *в*).

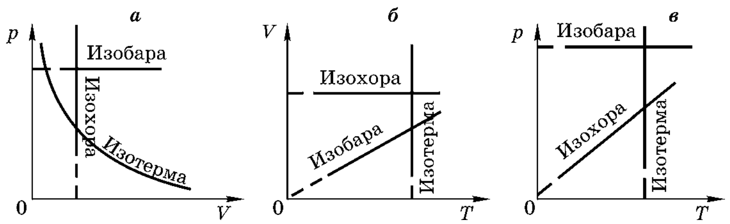


Рис. 1.5

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева) было получено из экспериментальных законов Бойля–Мариотта, Шарля и Гей-Люссака и имеет вид

$$pV = \frac{m}{\mu}RT,$$

где m — масса газа; R — универсальная газовая постоянная.

Если при переходе газа из одного состояния в другое масса его не меняется, то из уравнения Клапейрона–Менделеева следует, что

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}.$$

Пример 1

Идеальный газ, температура которого в начальном состоянии 27°С, расширяется изотермически до объема 2 л, затем изохорно давление уменьшается в 2 раза и далее при постоянном давлении расширяется до объема 4 л. Постройте график процесса в координатах p–V и найдите конечную температуру газа.

Д а н о:
$T_1 = T_2$,
$T_1 = 27°\text{C} = 300$ К,
$V_2 = 2\text{л} = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3$,
$p_3 = \frac{1}{2}p_2$,
$p_3 = p_4 = \text{const}$,
$V_2 = V_3 = \text{const}$,
$T_4 = ?$

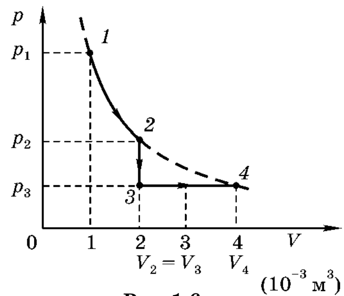


Рис. 1.6

Р е ш е н и е.

График процесса в координатах p–V показывает (рис. 1.6), что точки *1*, *2* и *4* лежат на одной и той же изотерме, т. е. $T_4 = T_1 = 300$ К. ■

Проведем подробный анализ.

На участке *1–2* температура не меняется: $T_2 = T_1$. Для участка *2–3*, который является изохорическим, запишем уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$p_2V_2 = \nu RT_1$$

и

$$p_3V_3 = \nu RT_3.$$

Следовательно, $T_3/T_1 = p_3/p_2 = 1/2$, т. е. $T_3 = (1/2)T_1$.

На участке *3–4*, который является изобарическим, объем пропорционален температуре (закон Гей-Люссака), поэтому

$$T_4/T_3 = V_4/V_3 = 2.$$

Таким образом, $T_4 = 2T_3 = 2(1/2)T_1 = T_1$. ■

Пример 2

На рис. 1.7 показано, как изменяется давление газа при изменении его объема. Начертите диаграмму, показывающую, как меняется давление газа при изменении его температуры, а также как изменяется температура газа при изменении его объема, если $p_2 = 3p_1$, $V_2 = 3V_1$ и $V_3 = 5V_1$.

Используя уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева), определим параметры газа в характерных точках *1*, *2*, *3*.

На участке *1–2* давление прямо пропорционально объему $p = CV$, поэтому

$$pV = \nu RT \Rightarrow p^2 = (\nu RC)T,$$

т. е. давление описывается параболой с осью T.

Таким образом, $T_2 = T_1(p_2/p_1)^2$.

Выбирая масштаб для температуры, строим параболу и откладываем точки *1* и *2* (рис. 1.8).

Процесс *3–1* является изобарическим, поэтому объем прямо пропорционален температуре и

$$T_3 = T_1 \cdot \frac{V_3}{V_1},\ \text{т.е.}\ T_3 = 5T_1.$$

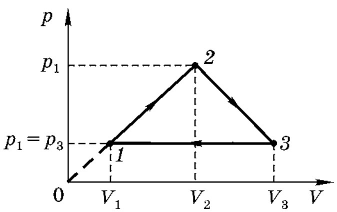


Рис. 1.7

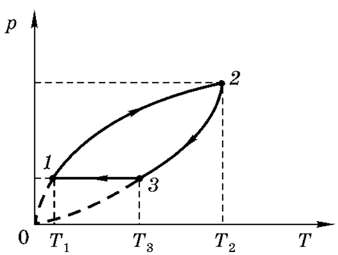


Рис. 1.8

Процесс *2–3* в координатах (p, V) описывается уравнением прямой, проходящей через точки *2* (p_2, V_2) и *3* (p_3, V_3):

$$p = p_1 + V_3 \frac{p_2 - p_1}{V_3 - V_2} - V \frac{p_2 - p_1}{V_3 - V_2}.$$

Используя уравнение Клапейрона–Менделеева, получаем, что зависимость давления от температуры описывается параболой

$$T = -\frac{1}{\nu R\left(\dfrac{p_2 - p_1}{V_3 - V_2}\right)}\left\{\left(p - \frac{V_3 p_2 - p_1 V_2}{2(V_3 - V_2)}\right)^2 - \frac{(V_3 p_2 - p_1 V_2)^2}{4(V_3 - V_2)^2}\right\},$$

вершина которой расположена в точке *2*, а при $p = 0$ и

$$p = \frac{V_3 p_2 - p_1 V_2}{(V_3 - V_2)}$$

температура обращается в ноль (рис. 1.8).

Зависимость температуры от объема нетрудно получить методом параллельного переноса.

На участке *1–2* $p = CV$, т. е.

$$V^2 = \frac{\nu R}{C} T,$$

температура в зависимости от объема описывается параболой, проходящей через точки *0–1–2*.

Участок *2–3* описывается параболой

$$T = \frac{(p_2 - p_1)}{\nu R(V_2 - V_3)}\left\{-V^2 + V \frac{(p_2 V_3 - p_1 V_2)}{(p_2 - p_1)}\right\}$$

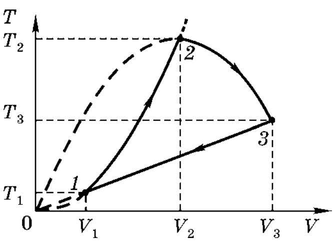


Рис. 1.9

с вершиной в точке *2* (T_2, V_2), проходящей через точки *O* (0, 0) и *3* (T_3, V_3) (рис. 1.9).

Участок *3–1* соответствует закону Гей-Люссака и описывается прямой, проходящей через начало координат (рис. 1.9). ■

Пример 3

Газ последовательно переводится из состояния 1 с температурой T_1 в состояние 2 с температурой T_2, а затем в состояние 3 с температурой T_3 и возвращается в состояние 1. Определите температуру T_3, если процессы изменения состояния идеального газа происходили так, как это показано на графике (рис. 1.10), а температуры T_1 и T_2 известны.

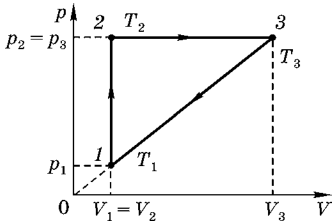


Рис. 1.10

Процесс *1–2* изохорический, поэтому

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \left(\frac{\nu R}{V}\right)T,$$

зависимость давления от температуры — прямо пропорциональная, $V_1 = V_2$, т. е. прямая, проходящая через начало координат (p, T). Следовательно, $p_2/p_1 = T_2/T_1$.

Процесс *2–3* изобарический, поэтому $pV = \nu RT$ или $V = (\nu R/p)T$, зависимость объема от температуры описывается прямо пропорциональной зависимостью, проходящей через начало координат (V, T). Таким образом, $V_3/V_2 = T_3/T_2$.

Процесс *3–1* характеризуется прямо пропорциональной зависимостью давления от объема: $p = CV$, где C — постоянный коэффициент.

Подставляя значение объема $V = p/C$ в уравнение Клапейрона–Менделеева, получим

$$\frac{p^2}{C} = \frac{m}{\mu}RT, \text{ или } p^2 = \frac{m}{\mu}RCT.$$

Полученное уравнение представляет параболу, ось симметрии которой совпадает с осью температуры. Следовательно, график процесса *3–1* в координатах (p, T) имеет вид (см. рис. 1.11)

$$p = \sqrt{\frac{m}{\mu}Rc} \cdot \sqrt{T}.$$

Таким образом,

$$\frac{p_3}{p_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}, \text{ или } \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}.$$

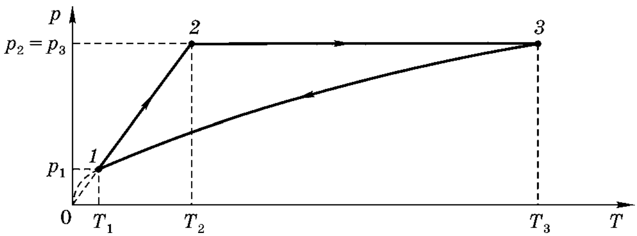


Рис. 1.11

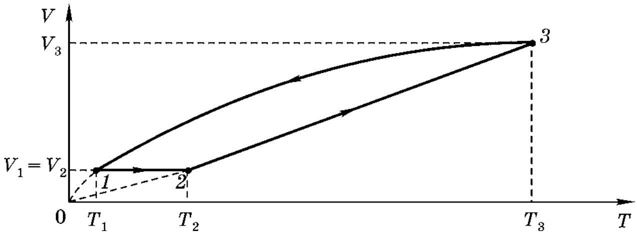


Рис. 1.12

Следовательно, имеем

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad \text{и} \quad \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}.$$

Отсюда находим, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}}, \quad \text{или} \quad T_3 = \frac{T_2^{\,2}}{T_1}. \blacksquare$$

На рис. 1.12 построен график этого процесса в координатах (V, T).

Пример 4

На рис.1.13 показан график изменения состояния идеального газа в координатах (p, V). Представьте этот цикл на графике в координатах (p, T) и (V, T). Обозначьте соответствующие точки.

Процесс *1–2* характеризуется прямо пропорциональной зависимостью давления от объема $p = CV$.

Процесс *2–3* изохорический, для которого давление пропорционально температуре $pV = \nu RT \Rightarrow p = ((\nu R)/V)T$.

Для процесса *3–1*, который является изобарическим, объем пропорционален температуре: $pV = \nu RT$, или

$$V = \left(\frac{\nu R}{p}\right)T.$$

Подставляя $V = (1/C)p$ в уравнение Клапейрона–Менделеева, получаем

$$pV = \nu RT \Rightarrow \frac{p^2}{C} = \nu RT \Rightarrow p^2 = (\nu RC)T.$$

Следовательно,

$$\frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}.$$

Выбирая масштаб для T_1 и используя параллельный перенос для давления, изображаем $p = \sqrt{\upsilon RC} \cdot \sqrt{T}$ и находим точку *2* (рис. 1.14). Из точки *2* проводим прямую, проходящую через начало координат, и определяем точку *3*. Из точки *3* проводим прямую, параллельную горизонтальной оси, и получаем замкнутый процесс *1–2–3–1*.

График цикла *1–2–3–1* в координатах (V, T) строится аналогично (рис. 1.15). Можно, используя выбранный масштаб, методом параллельного переноса получить положение точек *1*, *2*, *3* в координатах V и T.

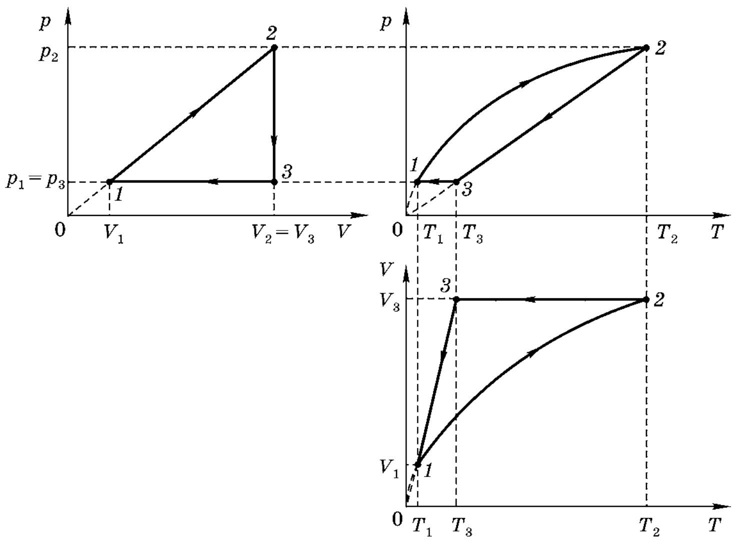


Рис. 1.13–1.15

Пример 5

На рис. 1.16 изображен график изменения состояния идеального газа в координатах (p, V). Начертите графики этого процесса в координатах (V, T) и (p, T).

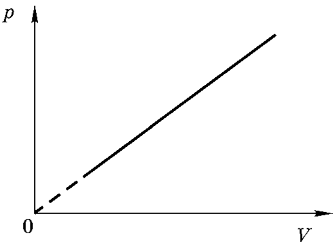


Рис. 1.16

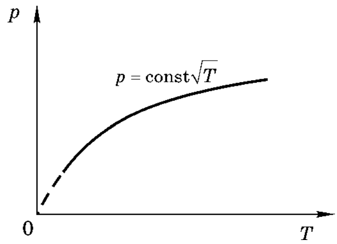


Рис. 1.17

Р е ш е н и е.

Из рисунка следует, что давление газа p и объем V находятся в прямо пропорциональной зависимости $p = CV$, где C — постоянный коэффициент.

Подставляя значения объема $V = p/C$ в уравнение Клапейрона–Менделеева, получим

$$V = \frac{p^2}{C} = \frac{m}{\mu}RT, \text{или } p^2 = \frac{m}{\mu}RCT.$$

Полученное уравнение — это уравнение параболы, ось симметрии которой совпадает с осью T температуры. Следовательно, график рассматриваемого процесса в координатах (p, T) имеет вид (рис. 1.17)

$$p = \sqrt{\frac{m}{\mu}RC} \cdot \sqrt{T}.$$

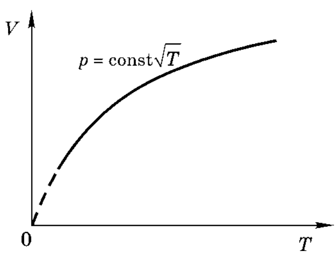


Рис. 1.18

Аналогично получаем график этого процесса (рис. 1.18) в координатах (V, T):

$$V^2 = \frac{m}{\mu}\frac{R}{C}T,$$

$$\text{или} \quad V = \sqrt{\frac{m}{\mu}\frac{R}{C}} \cdot \sqrt{T}.$$

Пример 6

На рис. 1.19 дан график изменения состояния идеального газа в координатах (p, V). Представьте этот круговой процесс (цикл) в координатах:

а) (p, T);

б) (V, T).

Обозначьте соответствующие точки. На рис. 1.19 на диаграмме кругового процесса справедливы следующие соотношения: $p_2 = 2p_1$ и $V_3 = 4V_1$.

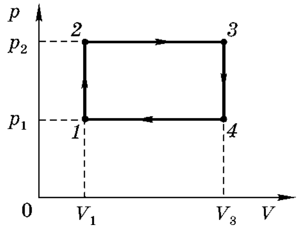


Рис. 1.19

Процесс *1–2* является изохорическим. Следовательно, в координатах (p, T) он описывается законом Шарля, т. е. прямой, проходящей через начало координат:

$$pV = \nu RT, \quad p = \left(\frac{\nu R}{V_1}\right)T.$$

Температуры в состояниях 1 и 2 связаны соотношением

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \Rightarrow T_2 = 2T_1.$$

Процесс *2–3* изобарический. Следовательно, используя уравнение Клапейрона–Менделеева, получаем соотношение для температуры T_3:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$

$$p_3V_3 = \nu RT_3 \to T_3 = T_1\left(\frac{p_3}{p_1}\right)\left(\frac{V_3}{V_1}\right) = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right)\left(\frac{V_3}{V_1}\right),$$

$$T_3 = 8T_1.$$

Процесс *3–4* изохорический. Следовательно, в координатах (p, T) (закон Шарля) *3–4* описывается прямой, проходящей через начало координат:

$$p = \left(\frac{\nu R}{V_3}\right)T.$$

Причем угол наклона прямой *3–4* меньше, чем угол наклона прямой *1–2*:

$$\left(\frac{\nu R}{V_1} > \frac{\nu R}{V_3}\right).$$

Учитывая пропорциональную зависимость давления от температуры, имеем

$$T_4 = T_3\left(\frac{p_4}{p_3}\right) = T_3\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \Rightarrow T_4 = \frac{1}{2}T_3 = 4T_1.$$

Выбирая масштаб для T_1,

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R},$$

определяем положение точек T_2, T_3 и T_4 на горизонтальной оси (от температур) и строим график кругового процесса (рис. 1.20) в координатах (p, T) (значения p_1 и p_2 определяем параллельным переносом).

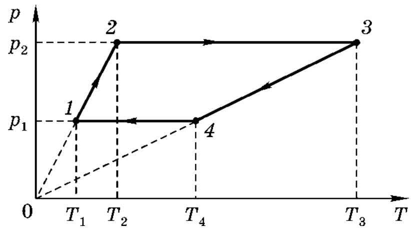


Рис. 1.20

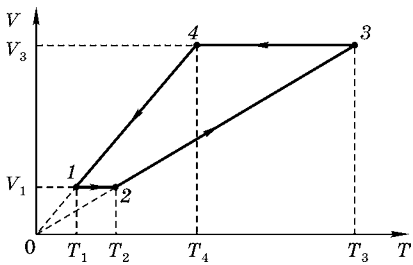


Рис. 1.21

График кругового процесса в координатах (V, T) строим методом параллельного переноса значений V и T для состояний 1, 2, 3 и 4 из первых двух графиков (рис. 1.21). ■

Пример 7

На рис. 1.22 изображен график изменения состояния идеального газа в координатах (p, V). Представьте этот процесс на графиках в координатах:

а) (p, T);

б) (V, T) (процесс *2–3* считать изотермическим).

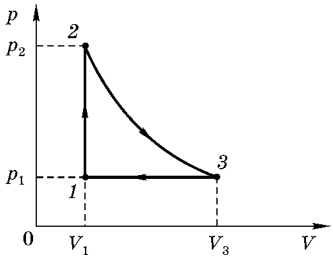


Рис. 1.22

Процесс *1–2* является изохорическим и поэтому в координатах (p, T), согласно закону Шарля, изображается прямой, проходящей через начало координат:

$$pV = \nu RT \Rightarrow \left(\frac{\nu R}{V_1}\right)T.$$

Учитывая пропорциональную зависимость давления от температуры, находим связь температур T_1 и T_2:

$$T_2 = T_1\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \Rightarrow T_2 = 4T_1.$$

Выбирая масштаб для T_1,

$$\left(T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}\right),$$

проводим прямую *1–2* через точку *0* и точку *1*.

Процесс *2–3* по условию — изотермический. Следовательно, в переменных (p, T) он описывается прямой, параллельной вертикальной оси (рис. 1.23).

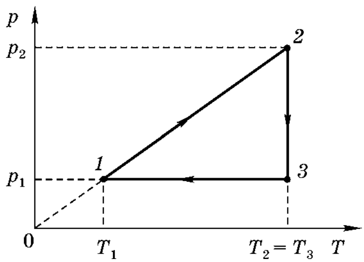


Рис. 1.23

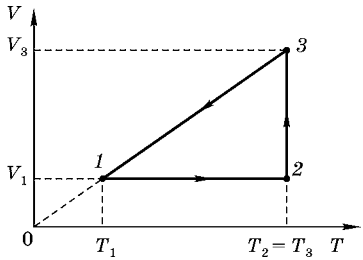


Рис. 1.24

В состоянии 3 $p_3 = p_1$. Таким образом, получается график для кругового процесса в координатах (p, T).

В координатах (V, T) график цикла удобно получить методом параллельного переноса значений V и T для состояний 1, 2 и 3 из первых двух рисунков (см. рис. 1.24). ■

Пример 8

На диаграмме в координатах (p, V) изображен процесс (рис. 1.25). Представьте этот круговой процесс (цикл) в координатах (p, T). На диаграмме (рис. 1.25) $p_2 = 2p_1$.

Процесс *1–2* характеризуется уравнением прямой $p = CV$. Так как каждая точка на диаграмме есть состояние идеального газа, которое описывается уравнением Клапейрона–Менделеева, то можно записать

$$pV = \nu RT \Rightarrow p^2 = C\nu RT \Rightarrow p = \mathrm{const}\sqrt{T}.$$

2–3 — изохорический процесс; *3–1* — изобарический процесс.

Для процесса *1–2* можно записать следующие соотношения:

$$p_1 = CV_1,$$
$$p_2 = CV_2.$$

Откуда следует, что $\dfrac{V_2}{V_1} = 2.$

Определим связь параметров p и T в состояниях 1, 2, 3:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$
$$p_2V_2 = \nu RT_2,$$
$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4,$$
$$T_2 = T_1 \cdot 4,$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3,$$
$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$
$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = 2,$$
$$T_3 = 2T_1.$$

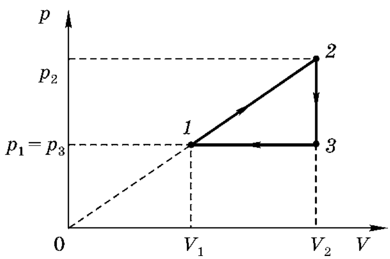


Рис. 1.25

Учитывая, что $T_3 = 2T_1$ и $T_2 = 4T_1$, и выбирая масштаб для температуры T, откладываем температуры T_1, T_2 и T_3.

Масштаб давления на вертикальной оси устанавливаем параллельным переносом.

Уравнение процесса *2–3* описывает изохорический процесс, который в переменных p и T изображается прямой, проходящей через начало координат (закон Шарля):

$$p = \left(\frac{\nu R}{V}\right)T.$$

Процесс *3–1* по-прежнему изображается прямой (рис. 1.26), параллельной горизонтальной оси (изобарический процесс).

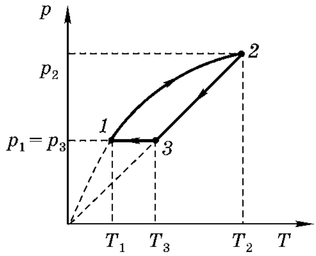


Рис. 1.26

Пример 9

В какой из точек (рис. 1.27) давление идеального газа максимально?

А) *1*; Б) *2*; В) *3*;
Г) *4*; Д) *5*; Е) *6*.

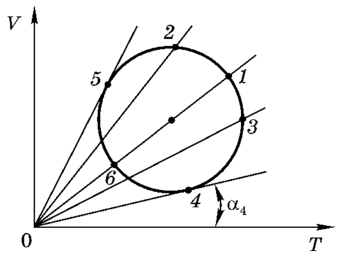


Рис. 1.27

Состояния 1, 2, 3, 4, 5 удовлетворяют уравнению Клапейрона–Менделеева, уравнению состояния идеального газа:

$$pV = \nu RT.$$

Следовательно, для каждой точки *1*, *2*, *3*, *4*, *5* объем и температура связаны соотношением

$$V = \left(\frac{\nu R}{p}\right)T.$$

Проведем (рис. 1.28) через каждую точку прямую, проходящую через начало координат ($T = 0$).

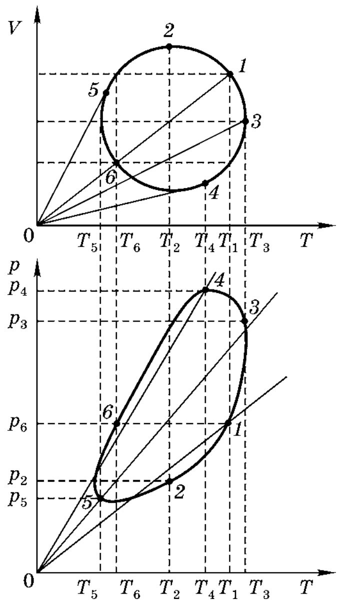


Рис. 1.28–1.29

Тангенс наклона каждой прямой:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\nu R}{p}, \text{ или } p = \frac{\nu R}{\operatorname{tg}\alpha}.$$

Таким образом,

$$\operatorname{tg}\alpha_4 = \frac{\nu R}{p_4}.$$

Угол α_4 является минимальным из всех углов наклона прямых $V = \text{const} \cdot T$.

А если α_4 является наименьшим, то давление p_4 (рис. 1.29), соответствующее состоянию 4, является наибольшим. ■

Пример 10

На рис. 1.30 дан график зависимости давления от температуры газа (масса газа в процессе не изменяется): $p = p(T)$. Найдите на графике точку, где объем газа максимален. Ответ обосновать.

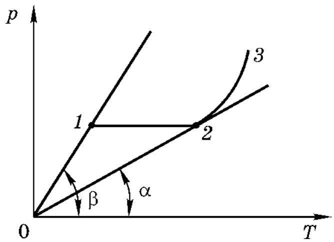


Рис. 1.30

Дано:

$p = p(T)$.

Каждая точка на графике $p = p(T)$ должна удовлетворять уравнению состояния идеального газа (уравнению Клапейрона–Менделеева):

$$pV = \nu RT, \text{ или } p = \left(\frac{\nu R}{V}\right)T.$$

Таким образом, тангенс угла наклона прямой, проведенной из начала координат в любое состояние идеального газа:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{p}{T} = \frac{\nu R}{V}.$$

Следовательно, минимальному углу наклона (который соответствует касательной, проведенной к кривой $p = p(T)$) в точке *2* (рис. 1.30) будет отвечать максимальный объем газа:

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\nu R}{V_2}, \text{т. е. } V_2 = V_{\max}. \ ■$$

Пример 11

Газ, занимающий при температуре 127°С и давлении $1 \cdot 10^5$ Па объем 2 л, изотермически сжимают до объема V_2 и давления p_2. Затем изобарически охлаждают до температуры −73°С, после чего изотермически изменяют объем до 1 л. Найдите конечное давление.

Дано:
$T_1 = 127°C = 400$ К,
$p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па,
$V_1 = 2 л = 2 \cdot 10^{-3}$ м^3,
$T_1 = T_2 = \text{const}$,
$p_2 = p_3 = \text{const}$,
$T_3 = -73°C = 200$ К,
$T_3 = T_4 = \text{const}$,
$V_4 = 1$ л $= 10^{-3}$ м^3,
$p_4 = ?$

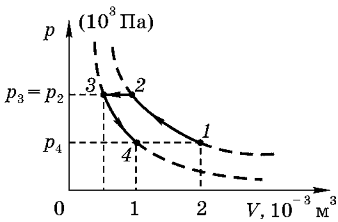


Рис. 1.31

Решение.

В соответствии с уравнением Клапейрона–Менделеева $pV = \nu RT$ газ из состояния 1 изотермически переходит в некоторое состояние 2, а затем изобарически в состояние 3, которое находится на изотерме *3–4*, характеризующейся температурой T_3. Из состояния 3 газ по изотерме переходит в состояние 4, характеризующееся объемом V_4 и температурой $T_4 = T_3$.

Для определения давления p_4 можно использовать график (рис. 1.31):

$$p_4 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Аналитическое решение.

Запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для состояний 1–2–3–4:

$$p_1 \cdot V_1 = \nu RT_1,$$
$$p_2 \cdot V_2 = \nu RT_2,$$
$$p_3 \cdot V_3 = \nu RT_3,$$
$$p_4 \cdot V_4 = \nu RT_4.$$

Учитывая данные задачи, эти соотношения можно переписать в виде

$$p_1 \cdot V_1 = \nu RT_1 \quad (T_1 = T_2),$$
$$p_2 \cdot V_2 = \nu RT_1,$$
$$p_2 \cdot V_3 = \nu RT_3 \quad (p_2 = p_3),$$
$$p_4 \cdot V_4 = \nu RT_3 \quad (T_3 = T_4).$$

Из второго и третьего соотношений следует, что V_2 и V_3 отличаются в 2 раза:

$$V_2 = V_3 \frac{T_1}{T_3}.$$

Из первого и четвертого соотношений (при почленном делении) имеем

$$\frac{p_1 V_1}{p_4 V_4} = \frac{T_1}{T_3}, \text{т. е. } p_4 = p_1 \frac{V_1}{V_4} \cdot \frac{T_3}{T_1} = p_1. \blacksquare$$

Пример 12

В закрытом сосуде производится нагревание один раз массы m газа, другой раз — массы $2m$ этого же газа. Построить графики зависимости давления от температуры для этих двух случаев. Указать различие в расположении кривых.

Р е ш е н и е.

Из уравнения Клапейрона–Менделеева для газа массы m можно записать

$$p = \frac{mR}{\mu V} T.$$

Когда в этом же сосуде находится газ массой $2m$, давление газа может быть найдено как

$$p = \frac{2mR}{\mu V} T.$$

Сравнивая эти уравнения, можно заключить, что при заданной температуре масса $2m$ газа производит в два раза большее давление, чем масса m газа, заключенного в том же объеме (рис. 1.32).

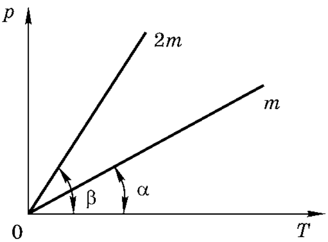


Рис. 1.32

Изохора для массы $2m$ газа составляет с осью абсцисс бо́льший угол, чем изохора для массы m газа, причем

$$\operatorname{tg} \beta = 2 \operatorname{tg} \alpha.$$

Пример 13

Поршень в цилиндре с газом прилегает неплотно к стенке цилиндра и может медленно пропускать газ. Снятая во время нагревания при постоянном давлении зависимость объема газа в цилиндре от температуры имеет вид, показанный на рис. 1.33. Как по виду этой зависимости определить, увеличилась или уменьшилась масса газа в цилиндре?

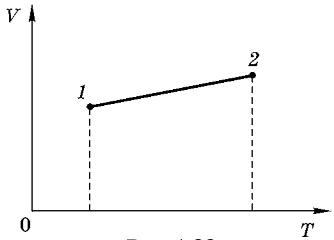


Рис. 1.33

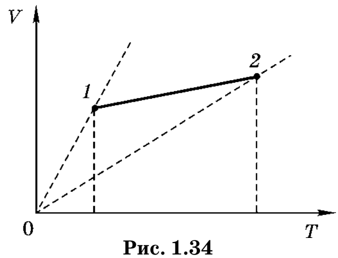


Рис. 1.34

Р е ш е н и е.

Для решения задачи необходимо провести через точки *1* и *2* изобары, соответствующие постоянным массам газа (рис. 1.34). Изобара, на которой лежит точка *1*, проходит более круто, чем изобара, на которой лежит точка *2*. Следовательно (см. пример 12), масса газа в состоянии 1 была больше, чем масса газа в состоянии 2.

Пример 14

Построить графики зависимости плотности газа от температуры в изобарном процессе и от давления в изотермическом процессе.

Р е ш е н и е.

Учитывая, что плотность $\rho = m/V$, из уравнения Клапейрона–Менделеева можно получить следующее соотношение:

$$\rho = \frac{\mu p}{RT}.$$

Тогда для изобарного процесса будет справедливо соотношение

$$\rho = \frac{A}{T},$$

где $A = \dfrac{\mu p}{R}$ — постоянная при $p = \text{const}$.

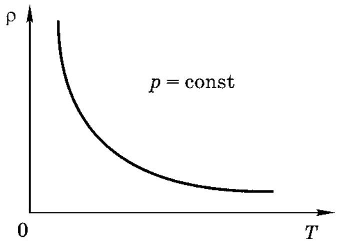


Рис. 1.35

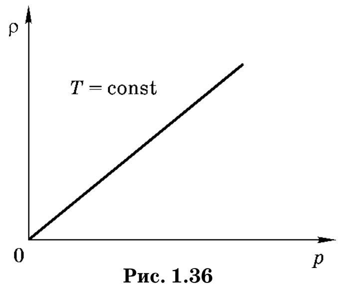


Рис. 1.36

Для изотермического процесса зависимость плотности от давления можно представить как $\rho = Bp$, где $B = \dfrac{\mu}{RT}$ — постоянная при $T = \text{const}$.

Графики этих зависимостей приведены на рис. 1.35 и 1.36.

Пример 15

В цилиндре под поршнем находится $m = 20$ г гелия. Газ бесконечно медленно переводится из состояния с объемом $V_1 = 32$ л и давлением $p_1 = 4{,}15$ МПа в состояние с объемом $V_2 = 9$ л и давлением $p_2 = 15{,}70$ МПа.

Какой наибольшей температуры достигнет газ при этом процессе, если на графике зависимости давления газа от объема процесс изображается прямой линией (рис. 1.37).

Решение.

Ввиду линейной зависимости давления от объема можно записать $p = aV + b$. Постоянные a и b находятся из условия задачи:

$$a = (p_1 - p_2)/(V_1 - V_2) \approx -0{,}502 \text{ МПа/л},$$
$$b = (p_2V_1 - p_1V_2)(V_1 - V_2) \approx 20{,}22 \text{ МПа}.$$

Подставляя выражение для давления в уравнение состояния идеального газа $pV = (m/\mu)RT$, найдем:

$$aV^2 + bV = \frac{m}{\mu}RT.$$

Последнее уравнение позволяет построить график зависимости температуры от объема (рис. 1.38), который

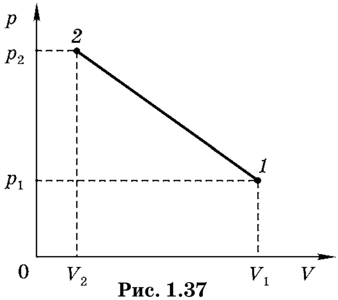


Рис. 1.37

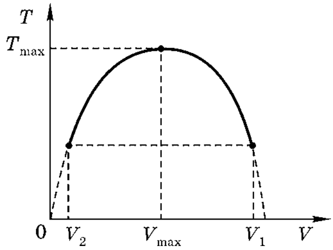


Рис. 1.38

представляет собой параболу. Зависимость T от V достигает максимума, когда корни квадратного уравнения совпадают. Это имеет место, когда дискриминант уравнения равен нулю:

$$b^2 + \frac{4amR}{\mu} = 0.$$

В этом случае

$$V_{\max} = -b/2a.$$

При этом

$$p_{\max} = aV_{\max} + b = b/2 \approx 10{,}1 \text{ МПа}.$$

Следовательно,

$$T_{\max} = p_{\max}V_{\max}\mu/(mR) \approx 490 \text{ К}.$$

Аналогичный результат может быть получен, если максимальную температуру находить графическим методом.

ГЛАВА 2

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО СКОРОСТЯМ И КООРДИНАТАМ

2.1. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ

Описание поведения большинства частиц можно проводить с помощью статистического метода. Пусть x_i — некоторая характеристика системы. Допустим, что в результате серии, состоящей из N испытаний, значение величины x_i выпало N_i раз.

Вероятностью p_i появления события x_i называется предел отношения N_i/N при бесконечно большом числе испытаний.

$$p_i = \lim_{N\to\infty} N_i / N.$$

Среднее значение дискретной величины x:

$$< x >= \sum x_i p_i. \quad (2.1)$$

Для анализа распределения величин используют понятие функции распределения плотности вероятности $f(x)$, равной отношению вероятности dp попадания величины x в интервал от x до dx к ширине этого интервала.

$$f(x) = dp/dx. \quad (2.2)$$

Зная вид функции $f(x)$, можно рассчитать вероятность попадания величины в искомый интервал значений, например от x_1 до x_2:

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx. \quad (2.3)$$

Среднее значение величины x и среднее значение квадрата величины x рассчитываются по формулам:

$$<x> = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx, \qquad (2.4)$$

$$<x^2> = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx. \qquad (2.5)$$

Интеграл от функции $f(x)$ в пределах от минус до плюс бесконечности соответствует достоверному событию и равен 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1. \qquad (2.6)$$

Условие (2.6) называется условием нормировки.

2.2. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

При выводе основного уравнения молекулярно-кинетической теории молекулам задавали различные скорости. В результате многократных соударений скорость каждой молекулы изменяется по модулю и направлению. Однако из-за хаотического движения молекул все направления движения являются равновероятными, т. е. в любом направлении в среднем движется одинаковое число молекул.

В соответствии с молекулярно-кинетической теорией, как бы ни изменялись скорости молекул при столкновениях, средняя квадратичная скорость молекул массой m_0 в газе, находящемся в состоянии равновесия при $T = \text{const}$, остается постоянной и равной $<v_{\text{кв}}> = \sqrt{2kT/m_0}$. Это объясняется тем, что в газе, находящемся в состоянии равновесия, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям, которое подчиняется вполне определенному статистическому закону. Этот закон теоретически выведен Дж. Максвеллом. При выводе закона распределения молекул по скоростям Максвелл предполагал, что газ состоит из очень большого числа N тождественных молекул, находящихся в состоянии беспорядочного теплового движения при одинаковой температуре. Предполагалось также, что силовые поля, действующие на газ, отсутствуют.

Закон Максвелла описывается некоторой функцией $f(v)$, называемой функцией распределения молекул по скоростям.

Закон распределения молекул идеального газа по скоростям (закон Максвелла) определяет вероятное количество dN молекул из полного их числа N в данной массе газа, которые имеют при данной температуре T скорости, заключенные в интервале от v до $v + dv$:

$$\frac{dN}{N} = f(v)dv, \tag{2.7}$$

где $f(v)$ — функция распределения вероятности молекул газа по скоростям определяется по формуле

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{\mu}{2\pi \cdot RT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot v^2 \cdot \exp\left(-\frac{\mu v^2}{2RT}\right), \tag{2.8}$$

где v — модуль скорости молекул, м/с; T — абсолютная температура, кельвины, К; μ — молярная масса, кг/моль, численно равная молекулярной массе; R — универсальная газовая постоянная.

Условие нормировки функции распределения формулируется следующим образом:

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1. \tag{2.9}$$

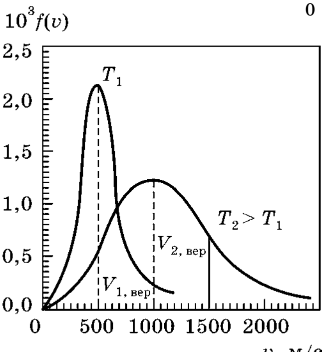


Рис. 2.1
Распределение молекул кислорода по скоростям при разных температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 1300$ К.

Из (2.8) видно, что конкретный вид функции распределения зависит и от рода газа (от массы молекулы), и от параметра состояния (от температуры T).

В качестве примера на рис. 2.1 изображены две кривые, соответствующие распределениям $f(v)$ молекул кислорода O_2 по абсолютным величинам скоростей при температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 1300$ К.

2.3. ХАРАКТЕРНЫЕ СКОРОСТИ МОЛЕКУЛ

Скорость $v_{\text{вер}}$, отвечающая максимальному значению функции распределения, называется наиболее вероятной.

Ее можно найти, решая уравнение

$$\left.\frac{df(v)}{dv}\right|_{v=v_{\text{вер}}} = 0,$$

откуда следует, что

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}. \qquad (2.10)$$

Иными словами, наиболее вероятной называется скорость, вблизи которой на единичный интервал приходится наибольшее число молекул. В этой точке $f(v)$ принимает максимальное значение:

$$f(v_{\text{вер}}) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\frac{2kT}{m_0 e} = \frac{4}{e}\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}} \approx 0{,}587\sqrt{\frac{m_0}{kT}}. \qquad (2.11)$$

Соотношения (2.10) и (2.11) могут быть полезны для анализа изменения функции распределения при изменении температуры газа или при изменении рода газа, т. е. массы молекул.

С ростом температуры наиболее вероятная скорость $v_{\text{вер}}$ (2.10) увеличивается, т. е. максимум функции $f(v)$ сдвигается вправо (см. рис. 2.1), $T_2 > T_1$. При этом $f(v_{\text{вер}})$ уменьшается, т. е. кривая становится более пологой.

Знание функции распределения молекул по скоростям $f(v)$ дает возможность найти среднее значение скорости, а также любой величины, являющейся функцией скорости, например квадрата скорости v^2 или кинетической энергии молекулы $mv^2/2$.

Средняя арифметическая скорость $<v>$ есть отношение суммы абсолютных величин скоростей всех молекул в системе к числу этих молекул.

Величина средней арифметической скорости находится из соотношения

$$<v> = \int_0^\infty v f(v)\,dv.$$

После вычислений

$$< v > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}. \qquad (2.12)$$

Среднее значение квадрата скорости равно отношению суммы квадратов скоростей всех молекул системы к общему числу молекул. Таким образом,

$$< v^2 > = \int_0^\infty v^2 f(v) dv = \frac{3kT}{m_0} = \frac{3RT}{\mu}. \qquad (2.13)$$

Среднеквадратичная скорость молекулы определяется отсюда как $v_{\text{кв}} = \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{3RT/\mu}$. Следует отметить, что характерные скорости отличаются друг от друга лишь численными множителями, причем $v_{\text{вер}} << v > < v_{\text{кв}}$, а зависимость от T и m_0 (или μ) у них одинаковая.

Через среднеквадратичную скорость выражается средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул:

$$< E_{\text{пост}} > = \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{m_0 {v_{\text{кв}}}^2}{2} = \frac{3}{2} kT. \qquad (2.14)$$

Этот результат находится в согласии с формулой (1.2) кинетической теории идеальных газов и с законом о равнораспределении энергии — на каждую степень свободы молекул приходится энергия $kT/2$. Три степени свободы поступательного движения молекулы как раз соответствуют полученному здесь результату (2.14).

2.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО ВЕЛИЧИНАМ БЕЗРАЗМЕРНОЙ СКОРОСТИ

Если при графическом изображении функции распределения Максвелла (2.8) по оси абсцисс откладывать скорости молекул v, то форма кривой и положение максимума будут зависеть от массы молекулы и от температуры газа. Но если по горизонтальной оси откладывать отношение скорости к наиболее вероятной скорости, т. е. безразмерную скорость $u = v/v_{\text{вер}}$, то для всех температур и

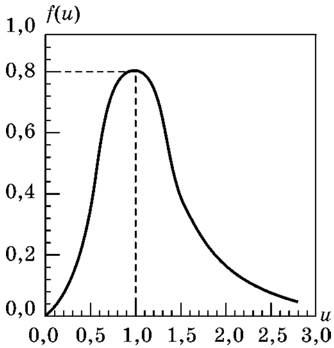


Рис. 2.2
Распределение Максвелла по величинам безразмерной скорости

любых масс молекул (любых газов) получится одна и та же кривая (рис. 2.2).

Сделав замену переменной $u = v/v_{\text{вер}}$ в (2.8) и учитывая, что $2kT/m_0 = v^2{}_{\text{вер}}$, $dv = v_{\text{вер}}du$, получим распределение Максвелла в форме

$$f(u) = \frac{1}{N}\frac{dN}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2. \quad (2.15)$$

Эта формула и соответствующий ей график (рис. 2.2) удобны для решения многих задач.

2.5. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО МОЛЕКУЛ ДЛЯ ИНТЕРВАЛА СКОРОСТЕЙ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ И ДЛЯ СКОРОСТЕЙ, ПРЕВЫШАЮЩИХ НЕКОТОРОЕ ПОРОГОВОЕ ЗНАЧЕНИЕ

Нередко требуется оценить относительное количество молекул для интервала скоростей конечной длины.

Доля молекул газа dN/N, скорости которых лежат в интервале $[v, v + dv]$, численно равна площади dS криволинейной трапеции (рис. 2.3). Относительное количество $\Delta N/N$ молекул, скорости которых лежат в интервале конечной длины от v до $v + \Delta v$, численно равно площади S криволинейной трапеции (рис. 2.3)

$$S = \frac{\Delta N}{N} = \int\limits_{v}^{v+\Delta v} f(v)dv. \quad (2.16)$$

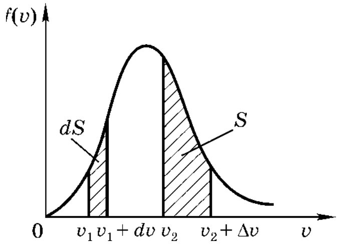


Рис. 2.3
Графическая интерпретация доли молекул для интервалов скоростей конечной длины

Для приближенного вычисления интеграла в выражении (2.16) можно воспользоваться одним из численных методов, например методом прямоугольников.

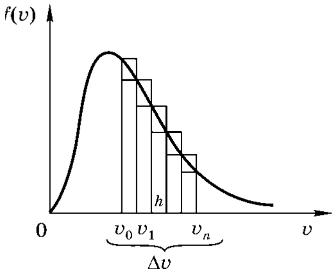


Рис. 2.4
График вычисления интеграла методом суммирования площадей прямоугольников

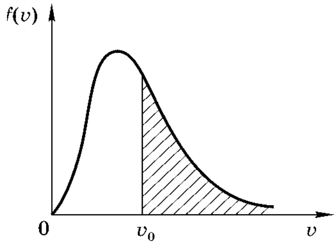


Рис. 2.5
График кривой, соответствующей площади, вычисляемой по формуле (2.19)

Для этого в пределах от v до $v + \Delta v$ необходимо разделить отрезок $[v, v + \Delta v]$ на n равных интервалов шириной $h = \Delta v/n$ (рис. 2.4), найти сумму площадей прямоугольников.

Для верхней ломаной линии (рис. 2.4) высота большего прямоугольника равна значению $f(v_0)$ на левой границе интервала. Формула прямоугольников имеет вид

$$S = h \cdot (f(v_0) + f(v_1) + \ldots + f(v_{n-1})) = h\sum_{i=0}^{n-1} f(v_i). \qquad (2.17)$$

Для нижней ломаной линии (рис. 2.4) высота большего прямоугольника равна значению $f(v_1)$ на правой границе первого интервала. Формула прямоугольников имеет вид

$$S = h \cdot (f(v_1) + f(v_2) + \ldots + f(v_n)) = h\sum_{i}^{n} f(v_i). \qquad (2.18)$$

Для расчетов можно пользоваться любой из формул (2.17) или (2.18).

В некоторых случаях требуется рассчитать относительное количество молекул $\Delta N/N$, скорость которых превышает некоторое пороговое значение v_0. Для этого можно воспользоваться следующим соотношением:

$$\frac{\Delta N}{N} = \int_{v_0}^{\infty} f(v)dv. \qquad (2.19)$$

На графике (рис. 2.5) этому интервалу соответствует лежащая справа от v_0 часть площади, ограниченная кривой $f(v)$ и осью абсцисс.

Для удобства вычислений учитывается, что площадь, ограниченная кривой $f(v)$ и осью абсцисс на всем интервале возможных значений модуля скорости v, определяется значением интеграла вида (равна 1)

$$\int_0^\infty f(v)dv = 1.$$

Выражение (2.19) можно преобразовать к виду

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 - \int_0^{v_0} f(v)dv. \qquad (2.20)$$

Для приближенного вычисления интеграла можно воспользоваться формулами (2.17) или (2.18).

Следует отметить, что для определения относительного количества молекул газа, для которых скорость превышает наиболее вероятную скорость $v_{\text{вер}}$, можно воспользоваться распределением по величинам безразмерной скорости (2.15).

Тогда для нахождения относительного количества молекул газа, скорость которых превышает значение $v_{\text{вер}}$, может быть использовано следующее соотношение:

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 e^{-u^2} u^2 du. \qquad (2.21)$$

Пример 16

Какая часть молекул азота при температуре $t = 150$°C обладает скоростями, лежащими в интервале от $V_1 = 300$ м/с до $V_2 = 800$ м/с?

Р е ш е н и е.

В данном случае удобно поступить следующим образом: находим числа молекул N_1 и N_2, скорости которых больше V_1 и V_2. Тогда, очевидно, искомое число молекул $N_{12} = N_1 - N_2$. Для нахождения чисел N_1 и N_2 можно воспользоваться

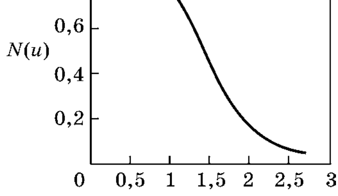


Рис. 2.6

Таблица 1

Безразмерная скорость $u = v/v_{вер}$	$\frac{Nx}{N}$	Безразмерная скорость $u = v/v_{вер}$	$\frac{Nx}{N}$	Безразмерная скорость $u = v/v_{вер}$	$\frac{Nx}{N}$
0	1,00	0,6	0,868	1,25	0,374
0,2	0,994	0,7	0,806	1,5	0,213
0,4	0,957	0,8	0,734	2,0	0,046
0,5	0,918	1,0	0,572	2,5	0,0057

графиком (см. рис. 2.6) $N_x/N = F(u)$, построенным по данным табл. 1.

В нашей задаче $v_{вер}\sqrt{2RT/\mu} = 500$ м/с. Следовательно, $u_1 = 300/500 = 0,6$ и $u_2 = 800/500 = 1,6$. По графику (рис. 2.6) для этих значений относительной скорости находим соответственно $N_1/N = 0,869$ и $N_2/N = 0,163$. Полученные данные означают, что 86,9% всех молекул движутся со скоростями, превышающими скорость 300 м/с, и только 16,3% молекул имеют скорости больше 800 м/с.

Тогда относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от 300 до 800 м/с, равно $N_{12}/N = N_1/N - N_2/N = 0,869 - 0,163 = 0,706$, или 70,6%.

Для решения использовался компьютерный математический пакет Mathcad 2001.

$$x := 0,0 \quad \pi := 3,14 \quad f(u) := \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot u^2 \exp(-u^2)$$

$$N(u) := \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_u^{30} x^2 \exp(-x^2) dx \right) \quad u := 0,25, 0,3..3$$

$$N(0,6) - N(1,6) = 0,705451$$
$$N(0,6) = 0,86871 \quad N(1,6) = 0,16326$$
$$k := 1,38 \cdot 10^{-23} \quad \eta := 2 \cdot 10^{-3} \quad R := 8.31$$
$$\pi := 3,14 \quad T1 := 240 \quad T2 := 480$$
$$v1 := 100 \quad v3 := 700 \quad v4 := 800$$

$$vB(T) := \sqrt{2 \cdot R \cdot \frac{T}{\mu}} \quad vB(T1) = 1,412232 \cdot 10^3 \quad v2 := 11190$$

$$u2 := \frac{v2}{vB(T)} \quad u2 = 7,923626$$

$(N(u2)) \cdot 10^{10} = 0$ $\log(N(u2)) = -25{,}792594$ $\log(100) = 2$
$u2 := 5{,}6..10\log(\mathrm{N}(u2))$

$\lg(N_x/N)$
–9,728594
–14,365623
–19,896161
–26,313938
–33,614857
–41,796132

Результаты расчета использовались при построении графика (рис. 2.6), с помощью которого решалась задача.

2.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЕКУЛ ПО КООРДИНАТАМ (БАРОМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА)

Очевидно, что если на молекулы газа не действуют внешние силы, то газ равномерно распределен по заданному объему. В этом случае давление и плотность газа одинаковы во всех точках. Если же газ находится в силовом поле (как, например, атмосферный воздух, который испытывает притяжение Земли), то давление и плотность газа уже не будут всюду одинаковыми, а будут меняться от точки к точке.

Пренебрегая изменением температуры и ускорения свободного падения с высотой и считая атмосферный воздух идеальным газом, получаем следующее уравнение:

$$p(h) = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right), \qquad (2.22)$$

где p_0 и $p(h)$ — давление воздуха на поверхности Земли ($h = 0$) и на высоте h над поверхностью Земли соответственно.

Полученная зависимость называется барометрической формулой. Она описывает распределение давления газа по высоте в однородном поле тяжести при постоянной температуре. Следует обратить внимание на то, что распределение зависит от рода газа. Чем меньше μ, тем меньше по абсолютной величине показатель степени и тем медленнее для такого газа уменьшается давление при увеличении высоты.

На рис. 2.7 показаны зависимости давления от высоты при температуре $T = 300$ К (27°С) для трех газов различной молярной массы — водорода H_2 ($\mu_1 = 2{,}016$ г/моль), азота N_2 ($\mu_2 = 28{,}013$ г/моль) и кислорода O_2 ($\mu_3 = 31{,}999$ г/моль).

Используя уравнение идеального газа в форме

$$p = nkT, \tag{2.23}$$

из барометрической формулы легко получить закон изменения с высотой числа n молекул в единице объема:

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right). \tag{2.24}$$

Из (2.24) следует, что состав воздуха с ростом высоты будет меняться количественно: возрастет концентрация газов с малой молярной массой, например водорода и гелия.

Число молекул в единице объема зависит от высоты h и температуры T, причем обе переменные входят в показатель экспоненты. Уравнение (2.24) можно записать в виде

$$n(h) = n_0 \exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right), \tag{2.25}$$

где m_0 — масса одной молекулы газа.

При этом выражение $m_0 gh$, стоящее в числителе, есть не что иное, как потенциальная энергия одной молекулы в поле тяжести Земли. Поэтому можно говорить, что мы имеем распределение молекул по значениям потенциальной энергии. При этом чем больше потенциальная энергия, тем меньше таких молекул. В знаменателе показателя степени стоит kT — величина, пропорциональная средней энергии теплового движения молекулы. Чем выше температура, т. е. чем больше энергия теплового движения молекул, тем экспоненциальный множитель, пропорциональный концентрации молекул, с ростом высоты убы-

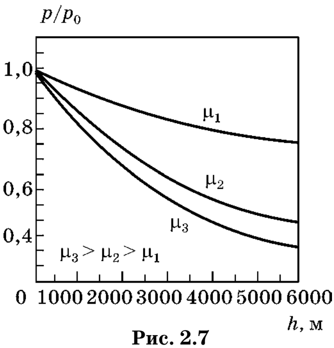


Рис. 2.7
Зависимость давления трех разных газов H_2, N_2 и O_2 от высоты

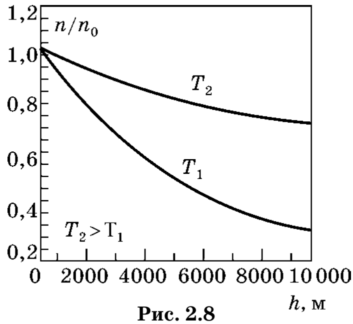


Рис. 2.8
Зависимость относительной концентрации молекул кислорода от высоты при разных температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 1300$ К

вает медленнее. На рис. 2.8 показаны кривые относительной концентрации молекул кислорода O_2 на разных высотах при двух различных температурах $T_1 = 300$ К и $T_2 = 1300$ К (последний случай, конечно, нереален и используется лишь как иллюстрация).

Видно, что число частиц в единице объема при большей температуре медленнее убывает с высотой. При уменьшении температуры бо́льшая часть частиц располагается на меньшей высоте.

Обозначив $E_p = m_0gh$, получим

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right), \tag{2.26}$$

т. е. концентрация молекул больше там, где меньше их потенциальная энергия. Это согласуется с общим принципом, которому подчиняется природа. Всякая система стремится занять положение с наименьшей потенциальной энергией. Частицы будут с большей вероятностью располагаться в тех точках пространства, где потенциальная энергия меньше.

Больцман доказал, что такое распределение осуществляется в поле любых сил, а не только в гравитационном поле. Поэтому распределение (2.26), где n — концентрация частиц с потенциальной энергией E_p, называется распределением Больцмана.

Пример 17

Вычислите, где больше содержится воздуха: в слое у поверхности Земли толщиной 1 км или в слое такой же толщины на высоте 100 км. Считать атмосферу изотермической при $T = 300$ К. Изменением ускорения свободного падения и высотой можно пренебречь. Атмосферное давление на поверхности Земли $p_0 = 101{,}3$ кПа.

Р е ш е н и е.

Найдем массу воздуха в двух воображаемых вертикальных цилиндрах с площадью основания 1 м^2 и высотой 1 км. Нижнее основание первого цилиндра совпадает с поверхностью Земли, а нижнее основание второго цилиндра расположено на высоте 100 км от этой поверхности.

Из уравнения Клапейрона–Менделеева нетрудно получить следующее выражение для плотности воздуха:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Воспользовавшись барометрической формулой, получим выражение, описывающее зависимость плотности воздуха от высоты h над поверхностью Земли:

$$\rho(h) = \frac{p_0\mu}{RT} \cdot e^{-\mu g h / RT}.$$

Чтобы найти массу воздуха в цилиндре высотой h, необходимо мысленно разбить весь цилиндр на бесконечно тонкие цилиндры высотой dh (рис. 2.9)

Тогда масса воздуха в цилиндре высотой dh

$$dm = \rho(h) S\, dh.$$

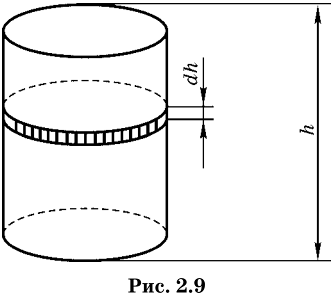


Рис. 2.9

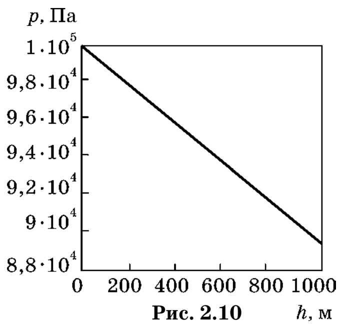


Рис. 2.10

На рис. 2.10 и 2.11 приведены графики зависимости давления воздуха от высоты[1] для двух рассматриваемых слоев, находящихся на различных высотах над поверхностью Земли.

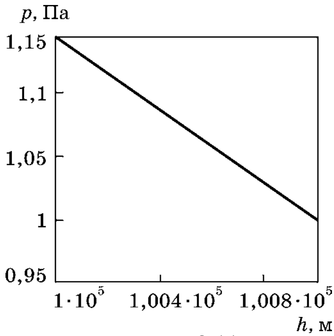


Рис. 2.11

Массу воздуха, заключенного внутри цилиндра, найдем интегрированием

$$m_1 = \frac{p_0\mu}{RT} \cdot S \cdot \int_0^h e^{-\mu g h/(RT)} dh,$$

$$m_2 = \frac{p_0\mu}{RT} \cdot S \cdot \int_{h_1}^{h_1+h} e^{-\mu g h/(RT)} dh.$$

Величины интегралов можно вычислить аналитически или графически, как площадь под кривой (рис. 2.10 и 2.11).

Аналитический способ дает следующие выражения для массы воздуха:

$$m_1 = \frac{p_0 S}{g}(1 - e^{-\mu g h/(RT)}),$$

$$m_2 = \frac{p_0 S}{g} \cdot (e^{-\mu g h_1/(RT)} - e^{-\mu g (h_1+h)/(RT)}),$$

где $h_1 = 10^5$ м и $h = 10^3$ м.

Произведя вычисления, получим

$m_1 = 1{,}115 \cdot 10^3$ кг,

$m_2 = 1{,}231 \cdot 10^{-2}$ кг,

$m_1/m_2 = 9{,}06 \cdot 10^4$.

[1] В выбранном масштабе экспоненциальная зависимость визуально «кажется» линейной.

ГЛАВА 3
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

3.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U — энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

При переходе из состояния 1 в состояние 2 изменение внутренней энергии равно разности значений внутренней энергии в этих состояниях:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \tag{3.1}$$

и также не зависит от того, какие процессы перевели систему из состояния 1 в состояние 2. Внутренняя энергия системы может изменяться двумя способами:

1) путем совершения над системой работы A;

2) путем передачи ей количества теплоты Q.

Работа есть мера механической энергии, переданной от одной системы к другой. Элементарная работа, совершенная газом, представляется в виде

$$\delta A = pdV, \tag{3.2}$$

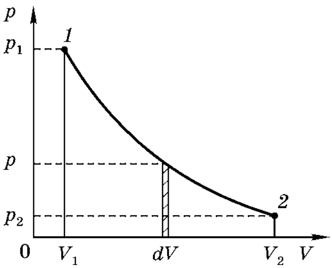


Рис. 3.1

т. е. равна площади заштрихованного участка на pV-диаграмме процесса (рис. 3.1).

При увеличении объема системы работа положительна (газ совершает работу), а при уменьшении — отрицательна (работа совершается внешними силами над газом).

При конечном изменении объема системы ($V_1 \to V_2$) совершаемая газом работа является суммой всех элементарных работ δA и записывается в виде интеграла

$$A_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} pdV. \qquad (3.3)$$

Графически такая работа изображается площадью криволинейной трапеции под графиком процесса на pV-диаграмме (рис. 3.1).

Работа не является функцией состояния системы.

Количество теплоты (или просто теплота) Q — это количественная мера энергии хаотического движения молекул, переданной от одной системы к другой. Теплообмен — такой процесс обмена энергией, который не связан с перемещением макроскопических тел или их частей. Тепло, полученное системой, считается положительным, а отданное ею — отрицательным.

Числом степеней свободы механической системы называется количество независимых величин, полностью определяющих положение системы в пространстве.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные.

В классической статистической физике выводится закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия kT. Колебательная степень обладает вдвое большей энергией, потому что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная энергия, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы.

Таким образом, средняя кинетическая энергия молекулы

$$<\varepsilon> = \frac{i}{2}kT,$$

где i — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}.$$

Так как в идеальном газе взаимная потенциальная энергия молекул равна нулю (молекулы между собой не взаимодействуют), то внутренняя энергия, отнесенная к одному молю газа, будет равна сумме кинетических энергий N_A молекул:

$$U_m = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT. \tag{3.4}$$

Если имеем ν молей газа ($\nu = m/M$), то его внутренняя энергия

$$U = \nu\frac{i}{2}RT = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT,$$

где m — масса газа, μ — молярная масса газа.

3.2. ТЕПЛОЕМКОСТЬ

Удельная теплоемкость вещества — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{dQ}{mdT}.$$

Единица удельной теплоемкости — джоуль на килограмм-кельвин (Дж/(кг·К)).

Молярная теплоемкость — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{dQ}{\nu dT},$$

где $\nu = m/\mu$ — число молей. Единица молекулярной теплоемкости — джоуль на моль-кельвин (Дж/(моль·К)).

Удельная теплоемкость c связана с молярной C_m соотношением

$$C_m = c\mu,$$

где μ — молярная масса вещества.

Различают теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении, если в процессе нагревания вещества поддерживаются постоянными соответственно объем и давление.

Запишем выражение первого начала термодинамики для 1 моля газа с учетом формулы

$$C_m dT = dU_m + pdV_m,$$

где V_m — объем 1 моля газа.

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_V = \frac{dU_m}{dT}, \tag{3.5}$$

т. е. молярная теплоемкость газа при постоянном объеме C_V равна изменению внутренней энергии 1 моля газа при повышении его температуры на 1 К. Согласно формуле (3.4)

$$dU_m = \frac{i}{2} R dT,$$

тогда

$$C_V = iR/2. \tag{3.6}$$

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение можно записать в виде

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{pdV_m}{dT}.$$

Учитывая, что

$$\frac{dU_m}{dT}$$

не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от p, ни от V, а определяется лишь температурой T) и всегда равна C_V (см. (3.5)), и продифференцировав уравнение Клапейрона–Менделеева $pV_m = RT$ по T (при $p = \text{const}$), получим

$$C_p = C_V + R. \tag{3.7}$$

Выражение (3.7) называется уравнением Майера; оно показывает, что C_p всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

С учетом соотношения (3.6) выражение (3.7) можно записать в виде

$$C_p = \frac{i+2}{2}R. \tag{3.8}$$

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение C_p к C_V:

$$\gamma = C_p/C_V = (i+2)/i. \tag{3.9}$$

3.3. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ И РАБОТА ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССАХ

Первое начало термодинамики — это закон сохранения и превращения энергии, примененный к тепловым явлениям. Именно при получении системой тепловой энергии δQ часть ее тратится на совершение работы δA, а остаток расходуется на изменение внутренней энергии dU системы:

$$\delta Q = dU + \delta A. \tag{3.10}$$

При конечных изменениях параметров системы имеем

$$Q_{1\to 2} = \Delta U_{12} + A_{1\to 2}. \tag{3.11}$$

С помощью уравнения состояния идеального газа мы найдем совершаемую работу при некоторых типичных процессах. Заодно определим количество теплоты, получаемое от внешнего источника.

Изохорический процесс. $V = \text{const}$ — самый простой случай. Работа просто равна нулю, поскольку объем не меняется (рис. 3.2), т. е.

$$dA = pdV = 0.$$

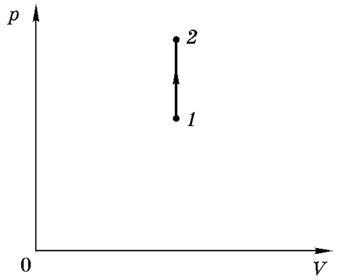


Рис. 3.2

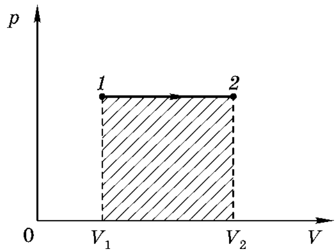


Рис. 3.3

Из первого начала термодинамики ($dQ = dU + dA$) для изохорного процесса следует, что вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии:

$$dQ = dU.$$

Согласно формуле (3.5)

$$dU_m = C_V dT.$$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$dQ = dU = \frac{m}{\mu} C_V dT. \tag{3.12}$$

Изобарический процесс (p = const). Диаграмма этого процесса (изобара) в координатах (p, V) изображается прямой *1–2*, параллельной оси V. При изобарическом процессе работа газа при расширении от объема V_1 до V_2 будет

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \tag{3.13}$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника на рис. 3.3. Если использовать уравнение Клапейрона–Менделеева для выбранных нами двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2,$$

откуда

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{\mu} \frac{R}{p} (T_2 - T_1).$$

Тогда выражение (3.13) для работы изобарного расширения примет вид

$$A = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1). \qquad (3.14)$$

В изобарическом процессе при сообщении газу массой m количества теплоты

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_p dT$$

его внутренняя энергия возрастет на величину (согласно формуле (3.5))

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT.$$

При этом газ совершит работу (3.14).

Изотермический процесс (T = const). Как уже указывалось, уравнением изотермического процесса является закон Бойля–Мариотта:

$$pV = \text{const}.$$

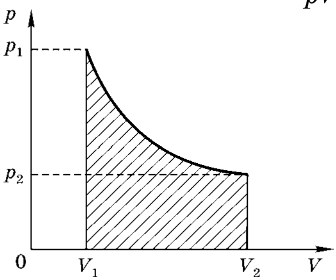


Рис. 3.4

Диаграмма этого процесса (изотерма) в координатах (p, V) представляет собой гиперболу (рис. 3.4), расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура.

Исходя из уравнения Клапейрона–Менделеева и выражения (3.3), найдем работу газа в изотермическом процессе:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{\mu} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Из первого начала термодинамики ($dQ = dU + dA$) следует, что для изотермического процесса

$$dQ = dA,$$

так как при T = const в идеальном газе его внутренняя энергия не изменяется:

$$dU = \frac{m}{\mu} C_V dT = 0,$$

а все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$Q = A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (3.15)$$

Адиабатический процесс. Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен ($dQ = 0$) между физической системой и окружающей средой. Близкими к адиабатическим являются все быстропротекающие процессы.

Из первого начала термодинамики ($dQ = dU + dA$) для адиабатического процесса следует, что

$$dA = -dU,$$

т. е. внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Для адиабатического процесса справедливы следующие соотношения:

$$pV^\gamma = \text{const}. \qquad (3.16)$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \qquad (3.17)$$

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}. \qquad (3.18)$$

В этих уравнениях безразмерная величина

$$\gamma = C_p/C_V = c_p/c_V = (i+2)/i$$

называется коэффициентом Пуассона.

Выражение (3.16) представляет собой уравнение газового состояния при адиабатическом процессе, называемое также уравнением Пуассона.

Диаграмма адиабатического процесса (адиабата) в координатах (p, V) изображается сплошной кривой (рис. 3.5). На рисунке видно, что адиабата ($pV^\gamma = \text{const}$) более крутая, чем изотерма (пунктирная кривая — гипербола) ($pV = \text{const}$). Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии *1–3* увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.

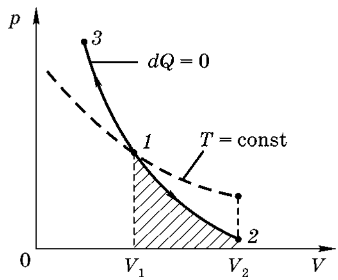


Рис. 3.5

Если газ адиабатически расширяется от объема V_1 до V_2, то его температура падает от T_1 до T_2 и работа расширения идеального газа

$$A = -\frac{m}{\mu} C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2). \tag{3.19}$$

Используя уравнение состояния для идеального газа при адиабатическом процессе, от (3.19) можно перейти к следующим выражениям для работы:

$$A = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{\mu}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right],$$

где $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$.

Работа, совершаемая газом при адиабатическом расширении *1–2* (определяется заштрихованной площадью на рис. 3.5), меньше, чем при изотермическом. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом — температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

Пример 18

Идеальный газ, находящийся при температуре T, охлаждается изохорически так, что давление падает в n раз. Масса газа равна m, молярная масса газа — μ. Затем газ расширяется при постоянном давлении. В конечном состоянии его температура равна первоначальной. Определить совершенную газом работу.

Д а н о:
T,
m,
μ,
$\Delta A = ?$

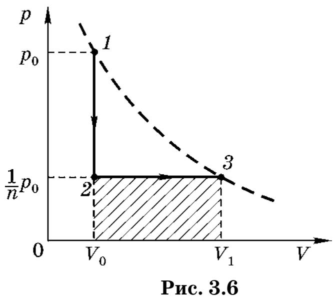


Рис. 3.6

Р е ш е н и е.

Для нахождения работы удобно рассмотреть процесс в координатах (p, V) (рис. 3.6).

Так как начальная *1* и конечная *3* точки лежат на одной изотерме, то

$$p_0V_0 = \frac{1}{n}p_0V_1,$$

поэтому $V_1 = nV_0$. Следовательно, газ совершил работу $\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23}$. $\Delta A_{12} = 0$ — работа при изохорическом процессе. ΔA_{23} определяется из физического смысла (площадь прямоугольника):

$$\Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \frac{1}{n}p_0\Delta V,$$

где $\Delta V = V_1 - V_0 = V_0(n - 1)$.

Таким образом,

$$\Delta A_{123} = \frac{1}{n}p_0V_0(n-1) = \frac{n-1}{n}\frac{m}{\mu}RT. ■$$

Пример 19

На диаграмме (рис. 3.7) изображен процесс *1–2–3*, совершаемый одним молем идеального одноатомного газа. Определите приращение внутренней энергии в этом процессе.

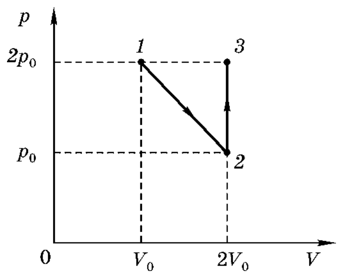


Рис. 3.7

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$\Delta U_{123} = ?$

Р е ш е н и е.

Анализ процесса *1–2* на диаграмме в координатах (p, V) показывает, что точки *1* и *2* принадлежат изотерме ($T_1 = T_2$), так как $p_1V_1 = 2p_0V_0$ и $p_2V_2 = 2p_0V_0$, т. е. $p_1V_1 = p_2V_2$. Таким образом, на участке *1–2* изменение внутренней энергии равно нулю (так как $\Delta T = 0$): $\Delta U_{12} = 0$.

На участке *2–3* (изохорический процесс) изменение внутренней энергии:

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}R\Delta T,$$

где $\Delta T = T_3 - T_2 = T_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right)$.

В точках *1* и *3* давление одинаково: $p_1 = p_3 = 2p_0$, поэтому для этих точек изменение объема пропорционально изменению температуры, т. е.

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{2V_0}{V_0} = 2.$$

Следовательно,

$$\Delta U_{123} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} = 0 + \frac{3}{2}RT_1 = \frac{3}{2}p_1V_1 = 3p_0V_0. \blacksquare$$

Пример 20

В изотермическом процессе газ совершил работу $\Delta A = 1$ кДж. Затем газу сообщили еще $\Delta Q = 1$ кДж теплоты, но уже изобарно. Насколько увеличилась внутренняя энергия этого газа, если газ одноатомный? Покажите произошедшие процессы на графике в координатах (p, V).

Дано:
$T_1 = T_2 = \text{const}$,
$\Delta A_{12} = 1$ кДж $= 10^3$ Дж,
$\Delta Q_{23} = 1$ кДж $= 10^3$ Дж,
$p_2 = p_3 = \text{const}$,
$i = 3$,
$\Delta U_{123} = ?$

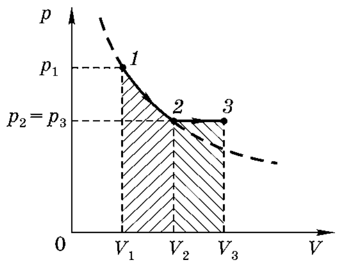


Рис. 3.8

Решение.

На участке *1–2* (изотерма) первое начало термодинамики имеет вид

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12},$$

но $\Delta U_{12} = 0$ и $\Delta Q_{12} = \Delta A_{12} = 1$ кДж.

На участке *2–3* (изобара)

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p_2\Delta V_{23}.$$

Работа при изобарическом процессе может быть переписана (используя уравнение Клапейрона–Менделеева) в виде

$$\Delta A_{23} = p_2\Delta V_{23} = \nu R\Delta T.$$

Таким образом,

$$\Delta Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

Полное изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{123} = \Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Следовательно,

$$\Delta U_{123} = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}\Delta Q_{23} = \frac{3}{5}\Delta Q_{23} = 0{,}6\ \text{кДж}. \blacksquare$$

Пример 21

Один моль идеального одноатомного газа совершает процесс *1–2–3*, представленный на графике (рис. 3.9). Найдите отношение работы, совершенной газом, к полному количеству теплоты процесса ΔQ_{123}.

Дано:
$\nu = 1$ моль,
$i = 3$,
$V_1 = V_2 = \text{const}$,
$V_3/V_2 = T_3/T_2 = 3/2$,
$\Delta A_{123}/\Delta Q_{123} = ?$

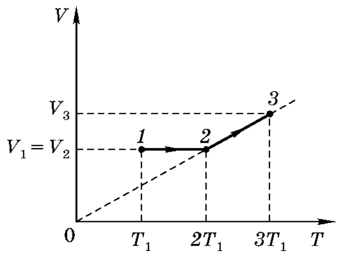


Рис. 3.9

Решение.

Изобразим процесс *1–2–3* на диаграмме (рис. 3.10) в координатах (p, V). Процесс *1–2* изохорический, поэтому давление пропорционально температуре (закон Шарля), т. е. $p_2/p_1 = T_2/T_1 = 2$.

На участке *2–3* объем пропорционален температуре (закон Гей-Люссака), т. е. процесс *2–3* является изобарическим: $p_3 = p_2$.

Выбирая масштаб для p_1 и перенося масштаб для объема, получаем график процесса *1–2–3* (рис. 3.10).

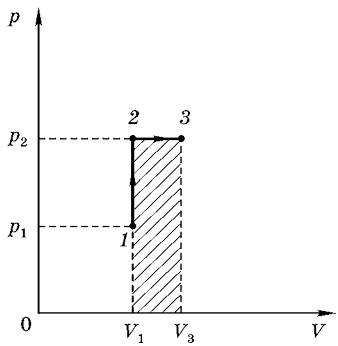


Рис. 3.10

Анализ диаграммы процесса *1–2–3* в координатах (p, V) позволяет сделать выводы:

$$\Delta A_{12} = 0 \quad \text{и} \quad \Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = p_2V_2\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right).$$

Запишем уравнение первого закона термодинамики для процесса *1–2*:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}RT_1.$$

На участке *2–3* имеем

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_2) + p_2(V_3 - V_2),$$

$$\Delta Q_{23} = \frac{3}{2}RT_1 + \frac{3}{2} + p_2V_2\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right).$$

Из уравнения Клапейрона–Менделеева имеем

$$p_2V_2 = RT_2 = R \cdot 2T_1, \text{ или } \Delta A_{23} = RT_1.$$

Таким образом,

$$\Delta Q_{23} = \frac{3}{2}RT_1 + 2RT_1\left(\frac{3}{2} - 1\right) = \frac{5}{2}RT_1.$$

Работа, совершаемая газом в процессе *1–2–3*:

$$\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23} = 0 + RT_1 = RT_1,$$

а количество теплоты, полученное газом, в процессе *1–2–3*:

$$\Delta Q_{123} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} = \frac{3}{2}RT_1 + \frac{5}{2}RT_1 = 4RT_1.$$

Следовательно, отношение работы, совершенной газом, к полному количеству теплоты процесса *1–2–3* равно:

$$\frac{\Delta A_{123}}{\Delta Q_{123}} = \frac{1}{4}.$$

Пример 22

Некоторое количество идеального газа совершает два процесса из одного и того же начального состояния. Известно, что в ходе процесса *1–2* объем газа увеличивается в $n = 1{,}5$ раза, а точки *2* и *3* лежат на одной изотерме (рис. 3.11). В каком процессе работа газа больше и во сколько раз?

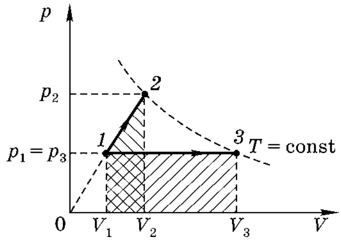


Рис. 3.11

Д а н о:
$V_2/V_1 = n = 1{,}5$,
$T_2 = T_3$,
$p_1 = p_3 = \text{const}$,
$\Delta A_{13} = \Delta A_{12} = ?$

Для определения величины работы, совершенной идеальным газом, удобно рассмотреть диаграмму изменения состояния газа в координатах (p, V).

Р е ш е н и е.

На участке *1–3* газ расширяется изобарически и

$$\Delta A_{13} = p_1(V_3 - V_1).$$

Учитывая, что точки *2* и *3* принадлежат одной изотерме, используем уравнение Бойля–Мариотта для состояний *2* и *3*:

$$p_2V_2 = p_3V_3 = p_1V_3, \text{ т. е. } p_2 = p_1\frac{V_3}{V_2}.$$

Так как $V_2 = nV_1$, то

$$p_2 = p_1\frac{V_3}{V_2}\cdot\frac{1}{n}.$$

Отношение давлений p_2 и p_1 связано с отношением объемов V_2 и V_1, так как на участке *1–2* давление прямо пропорционально объему, т. е.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} = n.$$

Следовательно,

$$\frac{V_3}{V_1} = n\frac{p_2}{p_1} = n^2.$$

Таким образом,

$$\Delta A_{13} = p_1(V_3 - V_1) = p_1V_1\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right) = p_1V_1(n^2 - 1).$$

Для участка *1–2* работу легко определить, используя физический (геометрический) смысл работы как площади под зависимостью давления от объема:

$$A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)}{2}(V_2 - V_1).$$

Уравнение $p = p(V)$ на участке *1–2* имеет вид $p = \text{const} \cdot V$, т. е.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1} = n.$$

Следовательно,

$$\Delta A_{12} = \frac{(p_1 + p_2)}{2}(V_2 - V_1) = p_1 V_1 \frac{1 + \frac{p_2}{p_1}}{2}\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) =$$

$$= p_1 V_1 \frac{(1+n)(n-1)}{2} = p_1 V_1 \frac{(n^2 - 1)}{2}.$$

Сравнивая ΔA_{13} и ΔA_{12}, находим $\Delta A_{13} = 2\Delta A_{12}$, т. е. $\Delta A_{13}/\Delta A_{10} = 2$. ■

Пример 23

Одноатомный идеальный газ участвует в процессе, для которого давление пропорционально объему газа. Определите количество теплоты ΔQ, сообщенное газу в таком процессе, если известна работа ΔA, совершенная при этом газом.

Д а н о:
$p = \text{const} \cdot V$,
ΔA,
$\Delta Q = ?$

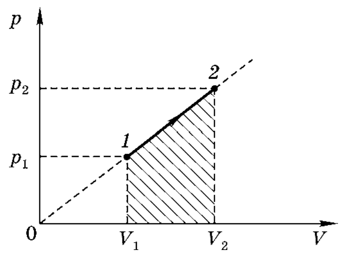


Рис. 3.12

Р е ш е н и е.

Учитывая пропорциональную зависимость давления от объема

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_2}{V_1},$$

уравнение процесса *1–2* описывается прямой в переменных p и V (рис. 3.12).

Используя физический смысл работы $\Delta A = p\Delta V$, т. е. работа характеризуется площадью между уравнением процесса и горизонтальной осью, запишем

$$\Delta A = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1).$$

(Площадь трапеции равна произведению высоты ($V_2 - V_1$) на полусумму оснований $\frac{1}{2}(p_1 + p_2)$.)

Первое начало термодинамики для данного процесса

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$$

имеет вид

$$Q_{12}\Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \Delta A_{12}.$$

Каждая точка на графике (рис. 3.12) представляет состояние идеального газа, которое описывается уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$p_2V_2 = \nu RT_2$$
$$p_1V_1 = \nu RT_1.$$

Отсюда следует, что

$$\nu R(T_2 - T_1) = \nu R\Delta T = p_2V_2 - p_1V_1,$$

т. е.

$$\Delta Q_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) + \frac{1}{2}(V_2 - V_1)(p_2 + p_1).$$

Используя пропорциональную зависимость между давлением и объемом, запишем известное выражение для работы ΔA_{12} в виде

$$\Delta A_{12} = \frac{1}{2}p_1V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)\left(\frac{p_2}{p_1} + 1\right) = \frac{p_1V_1}{2}\left\{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1\right\}.$$

Выражение для изменения внутренней энергии аналогично переписывается:

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}p_1V_1\left(\frac{p_2V_2}{p_1V_1} - 1\right) = \frac{3}{2}p_1V_1\left\{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1\right\}.$$

Таким образом,

$$\Delta U_{12} = 3\Delta A,$$
$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = 4\Delta A. \blacksquare$$

Пример 24

Один моль идеального одноатомного газа сначала охладили, а затем нагрели до первоначальной температуры 300 К, уменьшив объем газа в $n = 3$ раза (рис. 3.13). Какое количество теплоты отдал газ на участке *1–2*? Какова работа, совершенная газом на участке *2–3*?

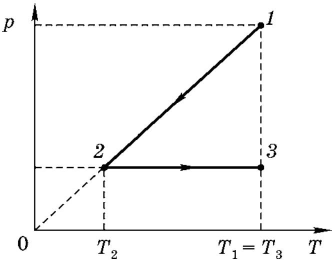


Рис. 3.13

Дано:
$\nu = 1$ моль,
$i = 3$,
$T_1 = T_3 = 300$ К,
$V_3/V_2 = n = 3$,
$\Delta Q_{12} = ?$
$\Delta A_{23} = ?$

Решение.

Сначала проведем анализ состояний 1, 2, 3 и построим процесс *1–2–3* в координатах (p, V) (рис. 3.14).

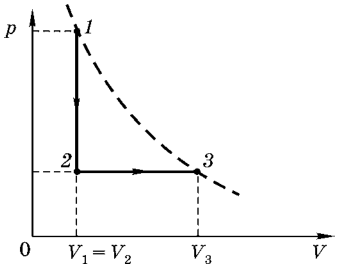


Рис. 3.14

Охлаждение газа *1–2* на диаграмме (p, T) характеризуется прямой, проходящей через начало координат, т. е.

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu R}{V}T.$$

Следовательно, $p_1/p_2 = T_1/T_2$ и $V_1 = V_2$. Нагревание идеального газа *2–3* происходит изобарно, т. е. $V_2 = V_1$ и $V_3 = V_1 n$.

Выбирая масштаб для V_1 и используя параллельный перенос для масштаба давления, получаем точки *1*, *2* и *3* в координатах (p, V). Следует отметить, что точки *1* и *3* лежат на изотерме.

Таким образом, используя физический смысл работы (площадь под кривой $p = p(V)$), находим

$$\Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_1) = p_2V_2\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right) = p_1V_1\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right) =$$

$$= \nu RT_1(n-1) = RT_1(n-1) = 5 \text{ кДж.} \blacksquare$$

Для определения количества теплоты, отданного газом на участке *1–2*, воспользуемся первым началом термодинамики

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12},$$

где $\Delta A_{12} = 0$ — работа газа при изохорическом процессе, а

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

Так как $T_2 < T_1$, то $\Delta Q_{12} < 0$ (теплота выделяется).

Температуру T_2 удобно определить из анализа изобарического процесса *2–3*, при котором объем прямо пропорционален абсолютной температуре, согласно закону Гей-Люссака:

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} \Rightarrow T_3 = T_1 = T_2\frac{V_3}{V_2} = T_2\frac{V_3}{V_1} = nT_2.$$

Следовательно,

$$T_2 = \frac{T_1}{n}$$

и

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} = +\frac{3}{2}RT_1\left(\frac{1}{n} - 1\right) = -\frac{3}{2}RT_1\frac{n-1}{n} =$$

$$= -RT_1 = -2{,}5\,\text{кДж}. \blacksquare$$

Пример 25

Десять молей идеального одноатомного газа охладили, уменьшив давление в $n = 3$ раза. Затем газ нагрели до первоначальной температуры 300 К (рис. 3.15). Какое количество теплоты сообщено газу на участке *2–3*?

Дано:
$\nu = 10$ моль,
$i = 3$,
$T_1 = T_3 = 300$ К,
$p_1/p_2 = n = 3$,
R = 8,3 Дж/(моль·К),
$\Delta Q_{23} = ?$

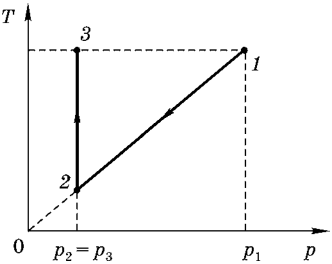


Рис. 3.15

Р е ш е н и е.

Используя уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева), определим параметры характерных точек процесса *1–2–3*.

Участок *1–2* характеризуется прямо пропорциональной зависимостью давления от температуры, т. е. участок *1–2* является изохорой, для которого

$$\left.\begin{aligned} p_1V_1 &= \nu RT_1; \\ p_2V_2 &= \nu RT_2; \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} T_2 &= \frac{1}{n}T_1; \\ \frac{p_2}{p_1} &= \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{n}; \quad V_1 = V_2. \end{aligned}$$

Участок *2–3* изобарический, т. е. объем прямо пропорционален температуре, следовательно,

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_1}{T_2} = n,$$

или

$$V_3 = V_2 n = V_1 n.$$

Запишем первое начало термодинамики для нахождения изменения внутренней энергии и работы идеального газа:

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23},$$

где $\Delta U_{23} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu RT_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2}\nu RT_1\frac{n-1}{n}$,

$$\Delta A_{23} = p_3(V_3 - V_1) = p_3V_3\left(1 - \frac{V_1}{V_3}\right).$$

Точки *1* и *3* лежат на изотерме, поэтому $p_3V_3 = p_1V_1 = \nu RT_1$

Таким образом,

$$\Delta A_{23} = \nu RT_1\left(1 - \frac{1}{n}\right).$$

Окончательно для ΔQ_{23} имеем

$$\Delta Q_{23} = \frac{3}{2}\nu RT_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) + \nu RT_1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{5}{2}\nu RT_1\frac{n-1}{n} = \frac{5}{3}\nu RT_1 = 41{,}6\ \text{кДж}. \blacksquare$$

Пример 26

В тепловом процессе (рис. 3.16*а*) 1 моль идеального одноатомного газа ($i = 3$) переводят из начального состояния 1 в конечное состояние 4 (через состояния 2 и 3). Найдите общее количество теплоты в этом процессе, если разность конечной и начальной температур $\Delta T = 100$ К. Постройте этот процесс в координатах (p, V).

Д а н о:
$\nu = 1$ моль,
$i = 3$,
$V_1 = V_2$,
$V_3 = V_4$,
$T_1 = T_3$,
$T_2 = T_4$,
$\Delta T = T_4 - T_1 = 100$ К,
ΔQ_{1234} — ?

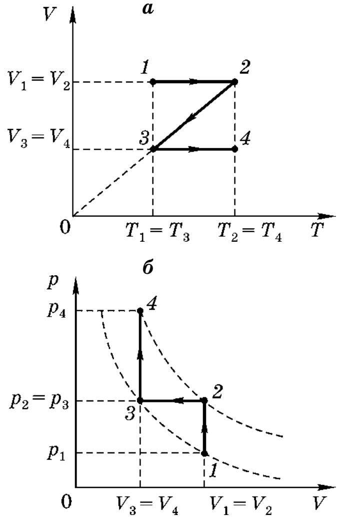


Рис. 3.16

Р е ш е н и е.

На участке *2–3* объем пропорционален температуре, что означает изобарический характер процесса *2–3* (закон Гей-Люссака).

Точки *1* и *3* лежат на одной и той же изотерме ($T_1 = T_3$), а точки *2* и *4* расположены на другой изотерме.

Выбирая масштаб для p_1, строим диаграмму процесса в координатах (p, V) (рис. 3.16*б*).

Через точку *1* проводим изотерму $pV = \nu RT$, на которой расположена точка *3*. Эта изотерма пересекается с вертикальной изохорой *3–4* в точке с координатами p_3 и V_3, т. е. находим положение этого состояния 3.

Так как участок *2–3* изобарический, то проводим прямую, параллельную горизонтальной оси, и получаем точку *2*. Через полученную точку *2* проводим изотерму *2–4*, которая пересекается с изохорой *3–4* и дает положение точки *4*.

Таким образом, на участке *1–2* газ получает теплоту

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \Delta U_{12} + 0 = \frac{3}{2}R\Delta T$$

(работа $\Delta A_{12} = 0$, так как процесс изохорический).

На участке *2–3* газ отдает теплоту ($\Delta Q_{23} < 0$).

$$|\Delta Q_{23}| = \frac{3}{2}R\Delta T + p\Delta V = \frac{5}{2}R\Delta T.$$

На участке *3–4* газ нагревается изохорно от температуры T_3 до температуры T_4:

$$T_4 - T_3 = \Delta T,$$

следовательно,

$$\Delta Q_{34} = \frac{3}{2}R\Delta T + 0 = \frac{3}{2}R\Delta T.$$

Полное количество теплоты, полученное газом, в процессе *1–2–3–4* равно

$$\Delta Q_{1234} = \Delta Q_{12} - |\Delta Q_{23}| + \Delta Q_{34} = \frac{1}{2}R\Delta T,$$

$$\Delta Q_{1234} = 0{,}415 \text{ кДж.} \blacksquare$$

Пример 27

Гелий занимает объем $V_1 = 1$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 200$ кПа. Газ сначала нагрели при постоянном давлении до объема $V_2 = 3$ м^3, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = 600$ кПа. Построить график процесса в координатах (p, V) и (p, T). Найти:

1) изменение внутренней энергии газа;
2) совершенную им работу ΔA;
3) количество теплоты ΔQ, переданное газу.

Д а н о:
$p_1 = 200$ кПа $= 2 \cdot 10^5$ Па,
$V_1 = 1$ м^3,
$p_1 = p_2 = \text{const}$,
$V_2 = 3$ м^3,
$p_3 = 600$ кПа $= 6 \cdot 10^5$ Па,
$V_2 = V_3 = \text{const}$,
$\Delta U = ?$
$\Delta A = ?$
$\Delta Q = ?$

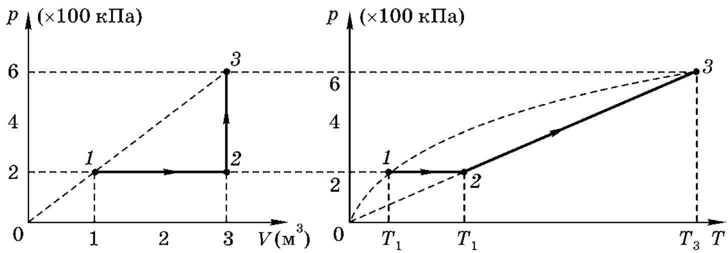


Рис. 3.17–3.18

Р е ш е н и е.

Построим график процесса сначала в координатах (p, V), а затем в координатах (p, T) (рис. 3.17 и 3.18). На графиках точками *1*, *2*, *3* обозначим характерные состояния идеального одноатомного газа — гелия, которые характеризуются параметрами: (p_1, V_1, T_1); (p_1, V_2, T_2); (p_2, V_2, T_3).

На участке *1–2* процесс изобарический (поведение газа описывается законом Гей-Люссака), т. е. $T_2/T_1 = V_2/V_1$.

На участке *2–3* процесс изобарический (описывается законом Шарля), т. е.

$$T_3/T_2 = p_3/p_2.$$

Почленно перемножая полученные выражения, находим

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{p_3}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 = \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^2.$$

Выбирая масштаб для давления, объема и температуры, построим графики процесса в координатах (p, V) и (p, T).

На диаграмме (p, T) (рис. 3.18) участок *2–3* представляет прямую $p = \text{const} \cdot T$, проходящую через начало координат (закон Шарля для изохорического процесса), а на участке *1–3* зависимость давления от температуры представляет параболу, симметричную относительно оси температур: $p^2 = \text{const} \cdot T$.

Изменение внутренней энергии ΔU в процессе *1–2–3* равно

$$\Delta U_{123} = \frac{i}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R T_1\left(\frac{T_3}{T_1} - 1\right) = \frac{3}{2}p_1 V_1\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1\right),$$

$$\Delta U_{123} = 2{,}4 \text{ МДж}.$$

Работу, совершенную газом, можно представить как

$$\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23} = p_1(V_3 - V_1) + 0 = p_1 V_1\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right) = 0{,}4 \text{ МДж}.$$

Количество теплоты ΔQ_{123}, переданное газу:

$$\Delta Q_{123} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \Delta A_{12} + \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) =$$

$$= \frac{3}{2}\nu R T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) + \Delta A_{12} + \frac{3}{2}\nu R T_2\left(\frac{T_3}{T_2} - 1\right) =$$

$$= \frac{3}{2} p_1 V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) + \frac{3}{2} p_2 V_2\left(\frac{p_3}{p_1} - 1\right) + p_1 V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = 2{,}8 \text{ МДж}.$$

Пример 28

Газ, занимающий объем 10^{-3} м^3 при давлении 10^5 Па, расширился изотермически до объема 2 л. При неизменном объеме его давление было уменьшено в два раза. Затем газ расширился при постоянном давлении до объема 4 л. Начертите график зависимости $p(V)$ и, используя его, установите, при каком из перечисленных процессов газ совершил наибольшую работу. Как изменялась температура газа?

Д а н о:
$V_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ м^3,
$p_1 = 1 \cdot 10^5$ Па,
$V_2 = 2$ л $= 2 \cdot 10^{-3}$ м^3,
$V_2 = V_3$,
$T_1 = T_2$,
$p_3 = p_4$,
$p_3 = 0{,}5 p_2$,
$V_4 = 4 \cdot 10^{-3}$ м^3.

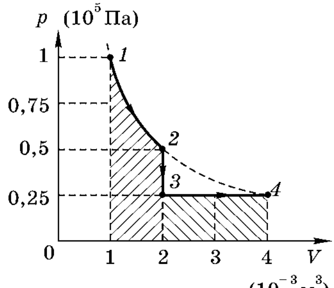


Рис. 3.19

Р е ш е н и е.

1. $p_1 V_1 = p_2 V_2$, $\quad p_2 = p_1 \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2} p_1$,

$$p_3 = \frac{1}{2} p_2 = \frac{1}{4} p_1.$$

2. $V_2 = 2V_1$,

$$V_4 = 4V_1,$$
$$V_3 = V_2 = 2V_1.$$

3. $p_4V_4 = \nu RT_4 = (1/4)p_1 \cdot 4V_1 = p_1V_1.$

Таким образом,

$$T_1 = T_4.$$

Используя уравнение Клапейрона–Менделеева $pV = \nu RT$ и условие задачи, зависимость давления от объема можно графически (рис. 3.19) изобразить в виде гиперболы *1–2*, вертикальной прямой *2–3*, описывающей изохорический процесс, и горизонтальной прямой *3–4*, описывающей изобарический процесс. Из графика видно, что

$$\Delta A_{12} > \Delta A_{34} \text{ и } \Delta A_{23} = 0 \text{ (!)}$$

Аналитическое решение.

Найдем работу изотермического расширения газа:

$$\Delta A = \int_{V_1}^{V_2} pdV.$$

Давление газа определяется из уравнения Клапейрона–Менделеева:

$$p = \nu RT \cdot \frac{1}{V}.$$

Подставляя выражение для давления в подынтегральное выражение для работы, получаем

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT(\ln V_2 - \ln V_1) = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

Следовательно,

$$\Delta A_{12} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln 2.$$

Работа при изохорическом процессе *2–3* равна нулю ($\Delta V = 0$).

Работа ΔA_{34} при изобарическом процессе:

$$\Delta A_{34} = p_3(V_4 - V_3) = \frac{p_1}{4}2V_1 = \frac{1}{2}p_1V_1.$$

Так как $\ln 2 > \frac{1}{2}$, то $\Delta A_{12} > \Delta A_{34}$.

Пример 29

Идеальный одноатомный газ расширяется сначала адиабатически, а затем изобарно. Конечная температура газа равна начальной (рис. 3.20). За весь процесс *1–2–3* газом совершается работа, равная 5 кДж. Какую работу газ совершает при адиабатном расширении? И какую работу газ совершает при изобарическом расширении?

Д а н о:
$i = 3$,
$\Delta Q_{12} = 0$,
$p_2 = p_3 = \text{const}$,
$T_1 = T_3 = \text{const}$,
$\Delta A_{123} = 5$ кДж,
$\Delta A_{12} = ?$
$\Delta A_{23} = ?$

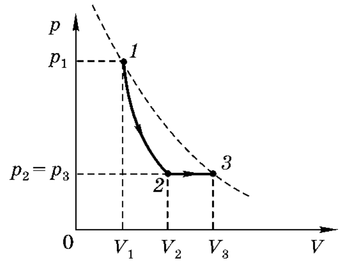


Рис. 3.20

Р е ш е н и е.

На участке *1–2* для адиабатического процесса $\Delta Q = 0$, поэтому первое начало термодинамики позволяет связать изменение внутренней энергии с работой, совершенной идеальным газом:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12},$$

т. е. $\Delta U_{12} = -\Delta A_{12}$ — газ совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии, что связано с охлаждением газа ($T_2 < T_1$).

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -\Delta A_{12}.$$

Таким образом, работа при адиабатическом расширении связана с изменением температуры следующим соотношением:

$$\Delta A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2).$$

На участке *2–3* (изобарическое расширение) работу наглядно можно определить из графика (используя физический смысл работы как площадь под зависимостью $p = p(V)$), т. е.

$$\Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2) = \nu R(T_1 - T_2),$$

так как $T_1 = T_3$.

Следовательно, работа газа за весь процесс *1–2–3*

$$\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2)$$

позволяет определить разность температур:

$$T_1 - T_2 = \frac{\Delta A_{123}}{\frac{5}{2}\nu R}.$$

Подставляя ΔT в выражение для работы при адиабатическом расширении, находим

$$\Delta A_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R\frac{\Delta A_{123}}{\frac{5}{2}\nu R} = \frac{3}{5}\Delta A_{123} = 3\text{ кДж},$$

$$\Delta A_{23} = \nu R\Delta T = \nu R\frac{\Delta A_{123}}{\frac{5}{2}\nu R} = \frac{2}{5}\Delta A_{123} = 2\text{ кДж.} ■$$

Пример 30

Идеальный одноатомный газ расширяется сначала адиабатно, а затем изобарно. Конечная температура газа равна начальной (рис. 3.21). При адиабатическом расширении газ совершает работу, равную 3 кДж. Какова работа газа за весь процесс *1–2–3*?

Д а н о:
$i = 3$,
$\Delta Q_{12} = 0$,
$p_2 = p_3$,
$T_1 = T_3 = \text{const}$,
$\Delta A_{12} = 3$ кДж,
$\Delta A_{123} = ?$

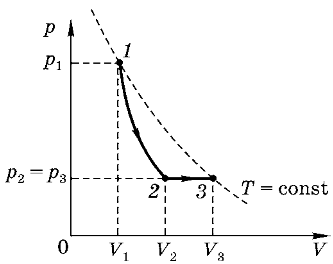


Рис. 3.21

Р е ш е н и е.

На участке *1–2* (адиабатическое расширение $\Delta Q_{12} = 0$) первый закон термодинамики

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12}$$

указывает, что газ совершает работу за счет уменьшения внутренней энергии, т. е. температура газа убывает: $\Delta U_{12} = -\Delta A_{12}$.

На участке *2–3* (изобарическое расширение) работу можно определить графически (используя физический смысл работы — площадь под графиком зависимости $p = p(V)$), т. е.

$$\Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2) = \nu R(T_1 - T_2).$$

Учитывая связь $\Delta U_{12} = -\Delta A_{12}$, можно найти изменение температуры при адиабатическом расширении газа *1–2*.

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2).$$

Подставляя $\Delta U_{12} = -\Delta A_{12}$, находим

$$\Delta A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_2),$$

или

$$T_1 - T_2 = \frac{\Delta A_{12}}{\frac{3}{2}\nu R}.$$

Таким образом, мы можем связать работу на участке *2–3* ($\Delta A_{23} = \nu R(T_1 - T_2)$) с работой на участке *1–2* (ΔA_{12}):

$$\Delta A_{23} = \nu R\frac{\Delta A_{12}}{\frac{3}{2}\nu R} = \frac{2}{3}\Delta A_{12}.$$

Так как ΔA_{12} известная (по условию задачи) величина, то

$$\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23} = \Delta A_{12} + \frac{2}{3}\Delta A_{12} = \frac{5}{3}\Delta A_{12},$$

$$\Delta A_{123} = \frac{5}{3}\cdot 3 = 5\ \text{кДж}. \blacksquare$$

Пример 31

Один моль идеального одноатомного газа сначала нагрели, а затем охладили до первоначальной температуры $T_1 = T_3 = 300$ К, уменьшив давление в $n = 3$ раза (рис. 3.22). Какое количество теплоты сообщено газу на участке *1–2*? Какую работу совершил газ в этом (*1–2–3*) процессе?

Дано:
$\nu = 1$ моль,
$i = 3$,
$T_1 = T_3 = 300$ К,
$p_2/p_3 = n = 3$,
$\Delta Q_{12} = ?$
$\Delta A_{123} = ?$

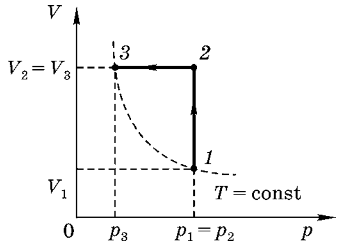


Рис. 3.22

Решение.
Процесс *1–2* — изобарический, а процесс *2–3* — изохорический.

Запишем первый закон термодинамики для участка *1–2*:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12},$$

где $\Delta A_{12} = p_1(V_2 - V_1) = p_1 V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right)$ — работа при изобарическом процессе (закон Гей-Люссака), для которого объем изменяется пропорционально температуре, т. е. $\Delta A_{12} = \nu R(T_2 - T_1)$; ΔU_{12} — изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

Следовательно,

$$\Delta Q_{12} = \frac{i+2}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

Для участка *2–3* (изохорический процесс) выполняется закон Шарля, т. е. давление прямо пропорционально температуре, поэтому мы имеем

$$\frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \text{или} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_3} = n.$$

Таким образом,

$$\Delta Q_{12} = \frac{5}{2}\upsilon RT_1(n-1) = \frac{5}{2}\upsilon RT_1(n-1) = 12{,}5 \text{ кДж}.$$

Работа на участке *1–2–3* равна

$$\Delta A_{123} = \Delta A_{12} + \Delta A_{23} = \nu RT_1(n-1) + 0 = \nu RT_1(n-1),$$

так как $\Delta A_{23} = 0$ (в силу изохоричности процесса *2–3*).

$$\Delta A_{123} = 5 \text{ кДж}. \blacksquare$$

Пример 32

Топливная смесь в двигателе Дизеля воспламеняется при температуре $T_2 = 1{,}2$ кК. Начальная температура смеси $T_1 = 300$ К. Какова должна быть степень сжатия $n = (V_2/V_1)$, чтобы произошло воспламенение топливной смеси в цилиндре двигателя. Сжатие считать адиабатическим. Показатель адиабаты γ для смеси принять равным $\gamma = C_p/C_V = 1{,}5$. Задачу решить графически и аналитически.

Д а н о:
$T_1 = 300$ К,
$T_2 = 1{,}2$ кК $= 1200$ К,
$\gamma = C_p/C_V = 1{,}5 = 3/2$,
$n = V_2/V_1 = ?$

Р е ш е н и е.

В двигателе Дизеля в такте сжатия в цилиндре двигателя воздух сжимается от первоначального объема V_1 до конечного V_2, причем отношение $n = (V_1/V_2)$ называют степенью сжатия.

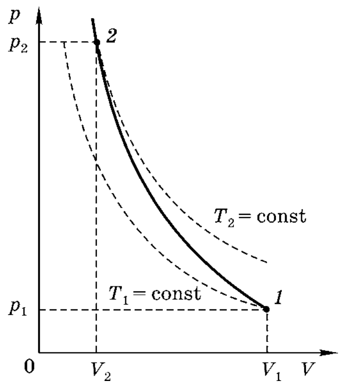


Рис. 3.23

Изобразим процесс сжатия на диаграмме (p, V) (рис. 3.23).

Процесс *1–2* является адиабатическим сжатием, описываемым уравнением Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}.$$

Для наглядности через точки *1* и *2* проведены изотермы: $T_1 = \text{const}$ и $T_2 = \text{const}$. Сравнение с изотермами показывает, что адиабата идет «круче» в точке *2*, т. е. давление быстрее возрастает с уменьшением объема.

Для анализа зависимости температуры в цилиндре от степени сжатия удобно записать уравнение адиабаты в переменных «объем–температура». Используя уравнение Клапейрона–Менделеева для точек *1* и *2*, запишем

$$\begin{matrix} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_2V_2 = \nu RT_2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}\frac{V_2}{V_1}.$$

Подставив полученное соотношение в уравнение адиабаты, находим

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}, \text{ т. е. } \frac{T_1}{T_2}\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}.$$

Таким образом,

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}.$$

В рассматриваемом случае $1/(\gamma - 1) = 2$. Следовательно, $n = (T_2/T_1)^2$. Изобразим параболу, описывающую степень сжатия от конечной температуры (рис. 3.24).

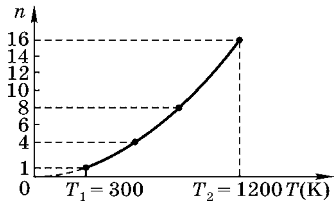


Рис. 3.24

Из графика непосредственно видно, что при степени сжатия n=16 конечная температура в четыре раза превышает начальную $T_1 = 300$ К.

$$\left(\frac{T_k}{T_1}\right) = \sqrt{n}.$$

Таким образом, необходимая степень сжатия $n = 16$. ■

ГЛАВА 4

ЦИКЛЫ И КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ТЕПЛОВЫХ МАШИН

4.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ

Среди всех возможных термодинамических процессов, изображаемых на диаграммах состояний, особое место занимают процессы, соответствующие замкнутым кривым (рис. 4.1). В этих процессах физическая система проходит через ряд состояний и возвращается в исходное. Этим и обусловлена важность замкнутых процессов (циклов).

Рассмотрим подробнее процесс на рис. 4.1. При расширении газа по «пути» *1–3–2* от минимального (V_1) до максимального (V_2) объема система совершает положительную работу A_{1-3-2}, численно равную площади под верхней кривой. При возвращении системы в исходное состояние по другому пути *2–4–1* работа A_{2-4-1} совершается над системой. Она отрицательна и по абсолютной величине равна площади под нижней кривой. Алгебраическая сумма этих работ $A_ц = A_1 + A_2 = A_1 — |A_2|$ есть полная работа, совершенная системой за цикл. Ее численная величина равна разности упомянутых площадей, т. е. площади, заключенной между верхней и нижней кривыми. Иными

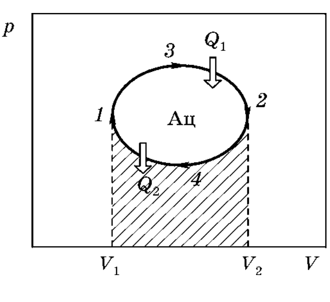


Рис. 4.1
Пример условного замкнутого цикла (направление процесса показано стрелками). Площадь под верхней кривой равна работе, совершаемой системой, а площадь под нижней кривой — работе внешних сил над системой (показана штриховкой). Разность площадей (светлый тон) равна полной работе, совершенной системой в цикле

словами, полная работа за цикл равна площади, ограниченной данным циклом на диаграмме (p, V), если процесс совершается по часовой стрелке; в противном случае полная работа отрицательна, но ее модуль также равен этой площади.

В ходе осуществления цикла система взаимодействовала с внешней средой, получала и отдавала теплоту. Если обозначить через Q_1 количество теплоты, полученное системой, то коэффициент полезного действия (КПД) η естественно определить через отношение

$$\eta = \frac{A_ц}{Q_1}, \qquad (4.1)$$

где $A_ц$ — работа за цикл.

КПД часто выражают также в процентах, для чего η надо умножить на 100%. Если обозначить через $Q_2 \geq 0$ количество теплоты, возвращенное системой во внешнюю среду, то разность $Q_1 - Q_2$ равна совершенной работе $A_ц$. Это следует из первого начала термодинамики и из того факта, что при возвращении системы в исходное состояние ее внутренняя энергия также принимает исходное значение, т. е. $\Delta U_{11} = 0$. Тогда КПД тепловой машины записывается в виде

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \qquad (4.2)$$

Отсюда видно, что КПД тепловой машины не может быть больше единицы. Это утверждение можно сформулировать как невозможность вечного двигателя первого рода: нельзя соорудить периодически действующую тепловую машину, которая совершала бы полезную работу в количестве, превышающем получаемую извне энергию. Существование такого двигателя противоречило бы закону сохранения энергии. Поскольку ни количество теплоты, ни совершенная системой работа не являются функциями состояния, КПД зависит от данного конкретного цикла, по которому работает тепловая машина.

До сих пор мы рассматривали процесс, соответствующий работе именно тепловой машины. Если повернуть процесс вспять (пустить его против часовой стрелки на рис. 4.1.), то мы получим модель холодильной установки.

Все стрелки на этом рисунке меняют направления на обратные, система получает от холодильника количество теплоты Q_2, и за счет работы внешней силы (электромотора) передает нагревателю большее количество теплоты Q_1. Закон сохранения энергии (первое начало термодинамики) требует выполнения равенства $Q_2 + A_ц = Q_1$. Эффективность холодильной установки можно определить аналогично КПД тепловой машины. Надо только учесть, что полезным теперь является количество отнимаемого тепла Q_2, для чего мы совершаем работу $A_ц$. Поэтому в литературе часто определяют холодильный коэффициент η' как отношение отнимаемой теплоты к совершаемой при этом работе:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A_ц} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}. \tag{4.3}$$

Заметим, что холодильный коэффициент может быть больше единицы. Если мы хотим пользоваться привычным коэффициентом полезного действия, то для холодильной установки естественно определить его как отношение отнятого тепла к переданному во внешнюю среду:

$$\eta_{хол} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{Q_2}{Q_2 + A}. \tag{4.4}$$

Такое определение соответствует традиционным взглядам на КПД установок. Действительно, в холодильнике со 100%-ной эффективностью (если бы он был возможен) все количество отнятой теплоты передавалось бы без совершения работы во внешнюю среду. Тогда мы имели бы $Q_2 = Q_1$ и $\eta_{хол} = 1$. Наоборот, когда мы совершаем какую-то работу, но не отнимаем никакой теплоты, то $Q_2 = 0$ и $\eta_{хол} = 0$.

4.2. ГРАФИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КРУГОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ТЕПЛОВЫХ МАШИНАХ

Для работы любой тепловой машины по замкнутому циклу необходима внешняя среда, которую условно можно представить себе как два тела — нагреватель, находящийся при температуре T_{max}, и холодильник, находящийся при температуре T_{min}($T_{min} < T_{max}$). Предполагается, что при контакте с нашей системой температуры нагревателя и холодильника не меняются. При контакте с нагревателем система получает тепло, при контакте с холодильником — отдает.

В термодинамике существует теорема Карно:

При заданных температурах нагревателя и холодильника максимально возможный КПД тепловой машины определяется формулой

$$\eta_C = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\max}} \qquad (4.5)$$

и не зависит от рабочего тела машины.

Реализация максимально возможного КПД достигается в так называемом цикле Карно, когда идеальный газ проходит замкнутый цикл, составленный из двух изотерм и двух адиабат (рис. 4.2).

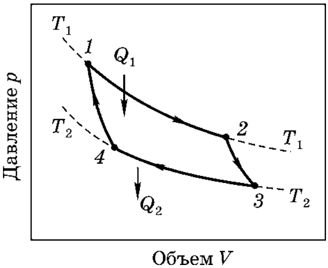


Рис. 4.2
Цикл Карно (обходится по часовой стрелке) — комбинация двух изотерм *1–2*, *3–4* и двух адиабат *2–3* и *4–1*. Теплообмен со средой осуществляется в изотермических ветвях цикла: на участке *1–2* газ получает теплоту Q_1, а на участке *3–4* отдает теплоту Q_2

Теперь познакомимся с одним из циклов, используемых в технике, и сравним его эффективность с циклом Карно. Технические циклы на самом деле необратимы и даже не замкнуты, так как часть рабочего вещества выбрасывается наружу. Задачей техники является создание циклов, приближающихся по своим характеристикам к идеальным. Поэтому мы рассмотрим идеализированный процесс (цикл Отто), близкий к используемому в двигателе внутреннего сгорания. Цикл Отто изображен на рис. 4.3. Как обычно, термодинамические параметры имеют индексом номер соответствующей точки на рисунке (в данном случае надо будет помнить, что $V_3 = V_2$, $V_4 = V_1$).

Изобара *A–1*. Первый такт цикла. Вследствие движения поршня в цилиндр всасывается горючее. Приближенно

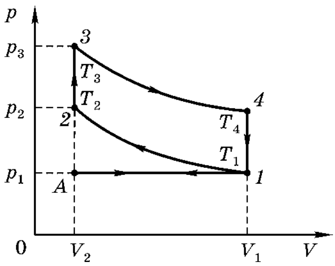


Рис. 4.3
Идеализированный цикл четырехтактного двигателя внутреннего сгорания (цикл Отто)

можно считать, что это происходит при атмосферном давлении p_1. Объем увеличивается от V_2 до V_1.

Адиабата *1–2*. Второй такт цикла. Теплообмена со средой нет. Поршень движется в обратном направлении, адиабатно сжимая смесь от объема V_1 до объема V_2. При этом повышается давление, и температура растет от T_1 до T_2. Связь температур и объемов в начале и конце адиабатной части цикла дается соотношением

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}. \tag{4.6}$$

Изохора *2–3*. Начало третьего такта. Под действием электрической искры горючая смесь взрывается: давление почти мгновенно возрастает до значения p_3, а объем еще не успевает измениться. Температура растет от T_2 до T_3 за счет тепла, выделенного при взрыве. Работа не производится, а количество полученного тепла выражается формулой

$$Q_1 = Q_{23} = C_V(T_3 - T_2). \tag{4.7}$$

Адиабата *3–4*. Продолжение третьего такта. Теплообмена со средой нет. Газ адиабатно расширяется до максимального объема цилиндра V_1, падают температура и давление. Связь температур и объемов в начале и в конце адиабаты дается уравнением

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_3}{T_4}. \tag{4.8}$$

Изохора *4–1*. Начало четвертого такта. Открывается клапан, давление падает до атмосферного при постоянном объеме. Температура также падает до значения T_1:

$$Q_2 = Q_{41} = C_V(T_4 - T_1). \tag{4.9}$$

Изобара *1–A*. Окончание четвертого такта. Поршень выталкивает из цилиндра отработанные газы, система возвращается в начальное состояние. Поскольку участок *A–1* проходится дважды в разных направлениях, соответствующие вклады в работу и в теплоту взаимно компенсируются и могут не приниматься во внимание.

Таким образом, получаем для КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}. \tag{4.10}$$

Из уравнений (4.6) и (4.8) следует равенство отношений $T_2/T_1 = T_3/T_4$, откуда находим

$$T_2 = \frac{T_1 T_3}{T_4}. \tag{4.11}$$

Подставляя (4.11) в (4.10), приходим к окончательному выражению для КПД цикла

$$\eta = \frac{T_3 - T_4}{T_3}. \tag{4.12}$$

Оно получилось очень похожим на формулу для КПД цикла Карно, но обратим внимание, что максимальной температурой здесь является температура в точке *3* ($T_{max} = T_3$), а минимальной — температура в точке *1* ($T_{min} = T_1$). Поэтому КПД цикла Карно, работающего между такими температурами, равнялся бы

$$\eta_C = \frac{T_3 - T_1}{T_3}.$$

Разность этих двух выражений отлична от нуля:

$$\eta_C - \eta = \frac{T_4 - T_1}{T_3} > 0. \tag{4.13}$$

Поскольку $T_4 > T_1$, мы воочию убедились, что КПД рассмотренного цикла меньше КПД цикла Карно. Заметим также, что КПД цикла Отто можно выразить через отношение объемов:

$$\eta = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma - 1}}. \tag{4.14}$$

Величина V_1/V_2 называется степенью сжатия. Получается, что КПД рассмотренного цикла определяется только величиной степени сжатия горючей смеси и показателем адиабаты.

Пример 33

С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление–объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса η. Все необходимые величины даны на рис. 4.4.

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$\eta_T = ?$

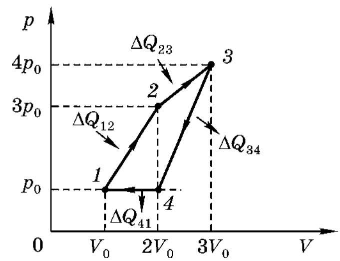


Рис. 4.4

Р е ш е н и е.

Выразим температуры характерных точек цикла *1–2–3–4–1* через начальную температуру $T_1 = T_0$, используя уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$p_1V_1 = \nu RT_1, \quad p_0V_0 = \nu RT_1, \quad T_1 = T_0;$$
$$p_2V_2 = \nu RT_2, \quad 6p_0V_0 = \nu RT_2, \quad T_2 = 6T_0;$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3, \quad 12p_0V_0 = \nu RT_3, \quad T_3 = 12T_0;$$
$$p_4V_4 = \nu RT_4, \quad 2p_0V_0 = \nu RT_4, \quad T_4 = 2T_0.$$

Таким образом, на участках *1–2* и *2–3* газ получает теплоту ΔQ_{12} и ΔQ_{23}, а на участках *3–4* и *4–1* газ отдает теплоту ΔQ_{34} и ΔQ_{41}, которые являются отрицательными величинами.

Термический КПД равен

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} - |\Delta Q_{34}| - |\Delta Q_{41}|}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}},$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{19}{2} p_0V_0,$$

$$\Delta Q_{23} = \frac{25}{2} p_0V_0,$$

$$\Delta Q_{34} = -\frac{35}{2} p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{41} = -\frac{5}{2} p_0 V_0,$$

$$\eta_T = \frac{\frac{44}{2} - \frac{40}{2}}{\frac{44}{2}} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{44}{2}} = \frac{1}{11}. \blacksquare$$

Пример 34

С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление–объем» приведен на рисунке. Найти КПД процесса η. Все необходимые величины даны на рис. 4.5.

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$\eta_T = ?$

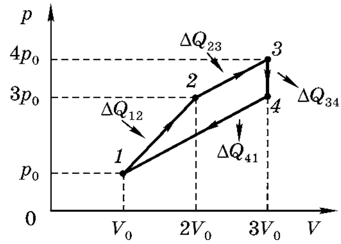


Рис. 4.5

Р е ш е н и е.

Выразим температуры характерных точек цикла *1–2–3–4–1* через начальную температуру $T_1 = T_0$, используя уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева):

$$p_1V_1 = RT_1, \quad p_0V_0 = RT_1, \quad T_1 = T_0;$$
$$p_2V_2 = RT_2, \quad 6p_0V_0 = RT_2, \quad T_2 = 6T_0;$$
$$p_3V_3 = RT_3, \quad 12p_0V_0 = RT_3, \quad T_3 = 12T_0;$$
$$p_4V_4 = RT_4, \quad 9p_0V_0 = RT_4, \quad T_4 = 9T_0.$$

Следовательно, на участках *1–2* и *2–3* газ нагревается и получает количество теплоты ΔQ_{12} и ΔQ_{23}; а на участках *3–4* и *4–1* газ охлаждается и отдает теплоту ΔQ_{34} и ΔQ_{41}, которые являются отрицательными величинами.

Таким образом, термический КПД записывается в виде

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} - |\Delta Q_{34}| - |\Delta Q_{41}|}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}},$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{19}{2} p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{23} = \frac{25}{2} p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{34} = -\frac{9}{2} p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{41} = -\frac{32}{2} p_0 V_0,$$

$$\eta_T = \frac{\frac{44}{2} - \frac{41}{2}}{\frac{44}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{44}{2}} = \frac{3}{44}. \blacksquare$$

Пример 35

На диаграмме (p, V) приведен график (рис. 4.6) циклического процесса, происходящего с одним молем идеального газа (все участки графиков — отрезки прямых). Изобразить этот процесс на диаграмме (V, T).

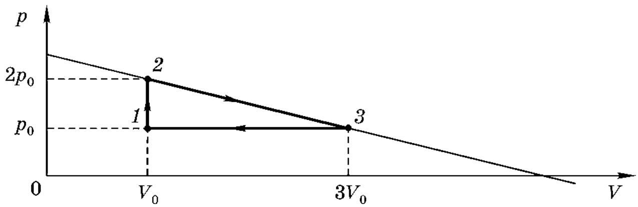


Рис. 4.6

Д а н о:
$\nu = 1$ моль,
(V, T).

Р е ш е н и е.

Сначала выразим температуры точек *2* и *3* (T_2 и T_3) через температуру в начальном состоянии $T_1 = T_0$, используя уравнение состояния идеального газа (Клапейрона–Менделеева) для состояний 1, 2, 3.

$p_1V_1 = RT_1,$	$p_0V_0 = RT_0;$	
$p_2V_2 = RT_2,$	$2p_0V_0 = RT_2,$	$T_2 = 2T_0;$
$p_3V_3 = RT_3,$	$3p_0V_0 = RT_3,$	$T_3 = 3T_0.$

Выбирая масштаб температур $T_1 = T_0$, изобразим точки *1*, *2*, *3* на диаграмме цикла в координатах (V, T) (рис. 4.7).

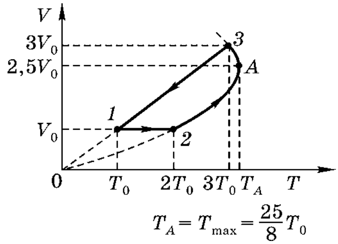


Рис. 4.7

На участке *2–3* зависимость $p = p(V)$ описывается прямой, проходящей через точки *2* и *3*:

$$p = -\frac{p_0}{2V_0}V + \frac{5}{2}p_0.$$

Подставляя эту зависимость в уравнение Клапейрона–Менделеева, получаем параболу для $V = V(T)$:

$$-\left(V - \frac{5}{2}V_0\right)^2 = \frac{2V_0R}{P_0}T - \frac{25}{4}V_0^2.$$

Вершина этой параболы расположена в точке A с координатами:

$$V_A = \frac{5}{2}V_0; \;\; T_A = \frac{25}{8}T_0 = 3{,}125T_0,$$

а сама парабола проходит через начало координат (0, 0).

Участок *1–2* является изохорическим. Участок *3–1* описывается законом Гей-Люссака, т. е. уравнение процесса *3–1* есть уравнение прямой, проходящей через начало координат (V, T).

Пример 36

На рис. 4.8 в координатах «давление–объем» изображен циклический процесс, происходящий с одноатомным идеальным газом, который является рабочим телом тепловой машины. Определите отношения максимальной и минимальной абсолютных температур газа в этом цикле. Найдите КПД тепловой машины η. Изобразите цикл в координатах (p, T) и (V, T).

Д а н о:
$i = 3$,
$\frac{T_2}{T_1} = ?$
$\eta_T = ?$

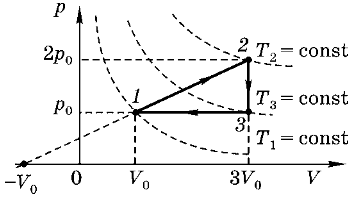


Рис. 4.8

Р е ш е н и е.

Для наглядности проведены через характерные точки цикла *1–2–3* соответствующие изотермы. Из графиков видно, что максимальная температура цикла — T_2, а минимальная температура цикла — T_1. Отношение T_{max}/T_{min} можно найти, используя уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\nu R T_2}{\nu R T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = \frac{2p_0 \cdot 3V_0}{p_0 V_0} = 6. \blacksquare$$

Для определения термического КПД цикла воспользуемся определением

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{пол} - |\Delta Q_{отд}|}{\Delta Q_{пол}},$$

где $\Delta Q_{пол} = \Delta Q_{12}$; $\Delta Q_{отд} = \Delta Q_{23} + \Delta Q_{31}$.

Вычислим теплоту ΔQ_{12}, полученную газом при нагревании от $T_{min} = T_1$ до $T_{max} = T_2$:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A = \frac{3}{2}\nu R \Delta T + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1).$$

Используя уравнение состояния для точек *1* и *2*, находим

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{3}{2}(6p_0 V_0 - p_0 V_0) = \frac{15}{2} p_0 V_0,$$

$$\Delta A_{12} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \frac{1}{2} 3p_0 \cdot 2V_0 = 3p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{21}{2} p_0 V_0.$$

Вычислим теперь отданную газом теплоту:

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) + 0 = \frac{3}{2}(p_3 V_3 - p_2 V_2) =$$

$$= \frac{3}{2}(3p_0 V_0 - 6p_0 V_0) = \frac{9}{2} p_0 V_0 (-1),$$

$$(\Delta Q_{23} < 0)$$

$$\Delta Q_{31} = \Delta U_{31} + \Delta A_{31} = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_3)(< 0).$$

$$\Delta Q_{31} = \frac{5}{2}(p_1 V_1 - p_3 V_3) = \frac{5}{2}(p_0 V_0 - 3p_0 V_0) = -5p_0 V_0,$$

$$\Delta Q_{отд} = \Delta Q_{23} + \Delta Q_{31} = (-1)\frac{19}{2} p_0 V_0,$$

$$\eta_T = \frac{\frac{21}{2}p_0V_0 - \frac{19}{2}p_0V_0}{\frac{21}{2}p_0V_0} = \frac{2}{21}. \blacksquare$$

Для построения графиков цикла в координатах (p, T) и (V, T) сначала определим температуры характерных точек *1–2–3*, используя уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева):

$$\begin{array}{lll} p_1V_1 = \nu RT_1, & p_0V_0 = \nu RT_1, & T_1 = T_0; \\ p_2V_2 = \nu RT_2, & 6p_0V_0 = \nu RT_2, & T_2 = 6T_0; \\ p_3V_3 = \nu RT_3, & 3p_0V_0 = \nu RT_3, & T_3 = 3T_0. \end{array}$$

Выбирая масштаб температуры T_0, изображаем характерные точки *1–2–3* на графиках (p, T) и (V, T) (рис. 4.9 и 4.10).

На участке *1–2* зависимость p от T представляет «смещенную» параболу. Процесс *2–3* соответствует закону Шарля (прямая, проходящая через начало координат p и T).

На диаграмме (V, T) участок *1–2* соответствует параболической зависимости объема от температуры. Процесс *2–3* — изохорический. Процесс *3–1* соответствует закону Гей-Люссака и описывается прямой, проходящей через начало координат V и T.

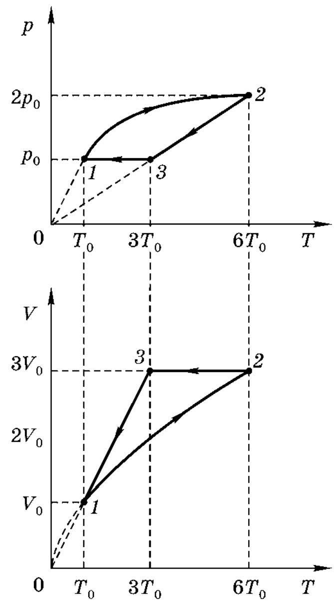


Рис. 4.9–4.10

Пример 37

Идеальный одноатомный газ совершает приведенный на диаграмме (см. рис. 4.11) цикл *1–2–3–1*, где p и V — давление и объем газа соответственно. Найти отношение термического КПД этого цикла η_T к КПД η_C цикла Карно, совершаемого при температурах «нагревателя» и «холодильника», равных максимальной и минимальной температуре, достигаемых в приведенном цикле. Изобразить цикл в координатах (p, T) и (V, T).

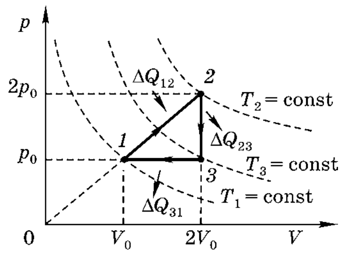


Рис. 4.11

Д а н о:
$i = 3$,
$\eta_k = ?$
$\eta_T = ?$
$\eta_T/\eta_k = ?$

Р е ш е н и е.

Для подробного анализа цикла проведем изотермы через точки *1*, *3* и *2*: $T_1 = \text{const}$; $T_2 = \text{const}$; $T_3 = \text{const}$ (причем $T_2 > T_3 > T_1$). Таким образом, газ получает теплоту на участке *1–2* (ΔQ_{12}) (газ нагревается), а на участке *2–3* и *3–1* газ отдает теплоту (ΔQ_{23} и ΔQ_{31}). Следовательно, термический КПД:

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} - \Delta Q_{23} - \Delta Q_{31}}{\Delta Q_{12}}.$$

Определим количество теплоты, переданное газу, на каждом участке цикла:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)\Delta V,$$

где $\Delta T = T_2 - T_1$.

Используя уравнение Клапейрона–Менделеева, получим

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p_0V_0 = \nu RT_1,$$
$$p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow 2p_0 2V_0 = \nu RT_2.$$

Таким образом,

$$\Delta Q_{12} = \frac{9}{2}p_0V_0 + \frac{3}{2}p_0V_0 = 6p_0V_0.$$

На участке *2–3* при изохорическом процессе:

$$|\Delta Q_{23}| = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = 3p_0V_0 \quad (\text{причем } \Delta Q_{23} < 0).$$

На участке *3–1* при изобарическом процессе:

$$|\Delta Q_{31}| = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}p_0V_0 \quad (\text{причем } \Delta Q_{31} < 0).$$

Следовательно, термический КПД:

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{12} - \Delta Q_{23} - \Delta Q_{31}}{\Delta Q_{12}} = \frac{1}{12}.$$

КПД цикла Карно, совершаемого при температуре «нагревателя» $T_{\max} = T_2$ и температуре «холодильника» $T_{\min} = T_1$:

$$\eta_C = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{3p_0V_0/\nu R}{4p_0V_0/\nu R} = \frac{3}{4}.$$

Искомое отношение КПД: $\eta_T/\eta_k = (1/12) : (3/4) = 1/9$. ■

На участке *1–2* давление пропорционально объему. Используя уравнение состояния идеального газа, находим

$$\left.\begin{aligned} p &= CV \\ pV &= \nu RT \end{aligned}\right\} \; p^2 = (\nu RC)T.$$

Таким образом, давление описывается параболой в координатах (p, T):

$$T_1/T_2 = (p_2/p_1)^2.$$

Выбирая необходимый масштаб для температуры и давления, можно построить график (рис. 4.12).

Процесс *2–3* изохорический, т. е. давление пропорционально температуре и процесс *2–3* описывается прямой, проходящей через начало координат (рис. 4.12). График цикла в координатах (V, T) получается параллельным переносом соответствующих точек (рис. 4.13).

На участке *1–2*

$$V^2 = \left(\frac{\nu R}{C}\right)T.$$

Процесс *2–3* является изохорическим. Процесс *3–1* описывается законом Гей-Люссака, т. е. объем пропорционален абсолютной температуре.

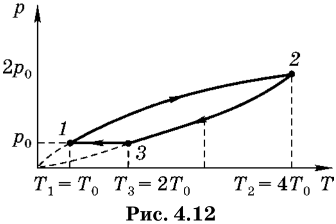


Рис. 4.12

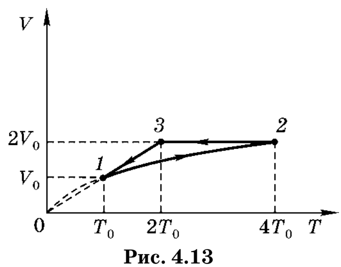


Рис. 4.13

Пример 38

Определите КПД цикла, совершаемого тепловой машиной, график которого показан на рис. 4.14. Рабочее тело тепловой машины $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа. Известно, что $V_2/V_1 = 3$, $T_1 = 300$ К, и работа, совершаемая газом в процессе *3–1*, $|\Delta A_{31}| = 2493$ Дж.

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$T_1 = 300$ К,
$V_2/V_1 = n = 3$,
$\Delta A_{31} = 2493$ Дж,
$R = 8{,}31$ Дж/(моль·К),
$\eta_T = ?$

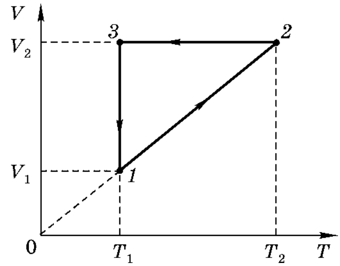


Рис. 4.14

Р е ш е н и е.

Сначала изобразим рассматриваемый цикл на диаграмме в координатах (p, V).

На участке *1–2* процесс изобарический, так как характеризуется прямо пропорциональной зависимостью объема от температуры, т. е.

$$p_1 = p_2 = \text{const}.$$

На участке *2–3* имеем изохорическое охлаждение газа, т. е. $V_2 = V_3$, и давление пропорционально температуре. Следовательно,

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n,$$

или

$$p_2 = np_3.$$

Процесс *3–1* изотермический, при котором $T_3 = T_1$ и $p_3V_3 = p_1V_1$, т. е.

$$p_1 = \frac{V_3}{V_1} p_3 = np_3.$$

Выбирая масштаб для p_1 и используя имеющийся масштаб для объема, строим график в координатах (p, V) (рис. 4.15).

Используя первое начало термодинамики и уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева), определим количество теплоты, полученное и отданное газом на каждом участке цикла.

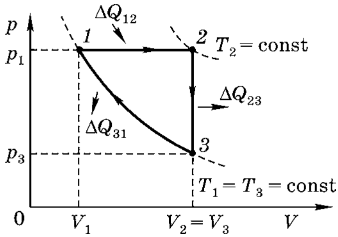


Рис. 4.15

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + p_1(V_2 - V_1) = \frac{5}{2}R\Delta T,$$

где $\Delta T = T_2 - T_1 = T_{\max} - T_{\min} = T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = T_1(n-1),$

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}R(T_3 - T_2) + 0 = -\frac{3}{2}R\Delta T$$

($\Delta A_{23} = 0$ при изохорическом процессе),

$$\Delta Q_{31} = \Delta U_{31} + \Delta A_{31} = 0 + \Delta A_{31}$$

($\Delta U_{31} = 0$ при изотермическом процессе: $\Delta A_{31} < 0$, так как газ сжимается).

Согласно определению термического КПД имеем

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} - \Delta Q_{23} - \Delta Q_{31}}{\Delta Q_{12}} =$$

$$= \frac{\frac{5}{2}RT_1(n-1) - \frac{3}{2}RT_1(n-1) - \Delta A_{31}}{\frac{5}{2}RT_1(n-1)} =$$

$$= \frac{RT_1(n-1) - \Delta A_{31}}{\frac{5}{2}RT_1(n-1)} = \frac{2}{5} - \frac{\Delta A_{31}}{5RT_1} = \frac{1}{5} = 0{,}2. \blacksquare$$

Пример 39

Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 2$ моль играет роль рабочего тела в тепловой машине. Рабочий цикл машины состоит из изобарического, изохорического и изотермического процессов, причем изотермический процесс происходит при максимальной температуре рабочего тела (рис. 4.16). Работа, совершаемая газом в изотермическом процессе, $\Delta A = 2$ кДж. КПД рабочего цикла равен $\eta = 30\%$. Какова разность максимальной и минимальной температур газа, достигаемых в цикле?

Д а н о:
$\eta = 30\% = 0{,}3$,
$i = 3$,
$\nu = 2$ моль,
$\Delta A_{12} = 2$ кДж,
$R = 8{,}3$ Дж/моль·К,
$\Delta T = ?$

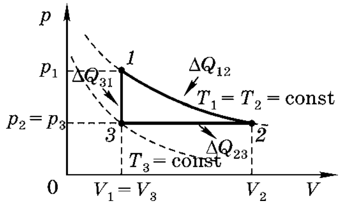


Рис. 4.16

Р е ш е н и е.

Точки *1* и *2* лежат на изотерме, соответствующей максимальной температуре цикла. Через точку *3* проведена изотерма, соответствующая минимальной температуре.

На участке *1–2* газ совершает работу за счет подведенного тепла, причем $\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = 0 + \Delta A_{12}$ (изменение внутренней энергии $\Delta U_{12} = 0$).

На участке *2–3* газ сжимается изобарически и отдает теплоту ΔQ_{23} ($\Delta Q_{23} < 0$):

$$|\Delta Q_{23}| = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p_2\Delta V =$$

$$= \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T.$$

На участке *3–1* газ изохорически нагревается до первоначальной температуры за счет переданного ему тепла:

$$\Delta Q_{31} = \Delta U_{31} + \Delta A_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$$

($\Delta A_{31} = 0$ при изохорическом процессе).

Таким образом, термический КПД:

$$\eta = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - |\Delta Q_{\text{отд}}|}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{31} - |\Delta Q_{23}|}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{31}} =$$

$$= \frac{\Delta A + \frac{i}{2}\nu R\Delta T - \frac{i+2}{2}\nu R\Delta T}{\Delta A + \frac{i}{2}\nu R\Delta T}.$$

Из полученного выражения можно найти изменение температуры ΔT:

$$\eta \Delta A + \eta \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \Delta A - \nu R \Delta T,$$

$$\Delta T \left(\frac{3}{2} \eta + 1 \right) \nu R = \Delta A (1 - \eta),$$

$$\Delta T = \frac{\Delta A}{\nu R} \frac{(1-\eta)}{\left(\frac{3}{2} \eta + 1 \right)} = \frac{2 \Delta A (1-\eta)}{\nu R (3\eta + 2)} \cong 58\ \text{К}. \blacksquare$$

Пример 40

Тепловой двигатель работает по циклу Карно. Температура нагревателя $t_1 = 127°\text{C}$. Определить температуру холодильника, если при увеличении температуры нагревателя на $\Delta t_1 = 20°\text{C}$ КПД цикла увеличился на $\Delta\eta = 2{,}5\%$. Постройте график зависимости КПД цикла от температуры нагревателя при неизменной температуре холодильника.

Д а н о:
$T_1 = 127°\text{C} = 400$ К,
$\Delta t_1 = \Delta T_1 = 20$ К,
$\Delta \eta = 2{,}5\% = 0{,}025$,
$T_2 = ?$

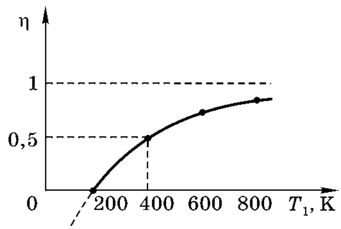


Рис. 4.17

КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1},$$

где $T_1(T_2)$ — температура нагревателя (холодильника).

Следовательно, график зависимости η от температуры нагревателя представляет разность: единица минус обратно пропорциональная зависимость (гипербола).

При фиксированной температуре холодильника запишем выражения для КПД в двух случаях:

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1(1)},$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T_1(2)},$$

где $T_1(2) = T_1(1) + \Delta T$

$$\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T} - 1 + \frac{T_2}{T_1} = T_2 \left\{ \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_1 + \Delta T} \right\},$$

$$\Delta\eta = T_2 \frac{\Delta T}{T_1 (T_1 + \Delta T)}.$$

Таким образом,

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{T_1 + \Delta T}{\Delta T} \Delta\eta,$$

$$T_2 = \frac{400 \cdot 420}{20} \cdot 0{,}025 = 210\,\text{К}. \blacksquare$$

Проведенные вычисления позволяют получить КПД в первом

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0{,}475$$

и во втором случае

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_2}{T_1 + \Delta T} = 0{,}5.$$

Пример 41

Над идеальным газом проводят два замкнутых процесса: *1–2–3–1* и *3–2–4–3* (рис. 4.18). В каком из этих циклов газ совершает бóльшую работу? Чему равна работа 1 моля идеального газа за цикл *1–2–4–3–1*? На диаграмме процессов $p_2 = 4p_1$.

Р е ш е н и е.

Для сравнения работ, совершенных газом, целесообразно изобразить рассматриваемые циклы в координатах (p, V).

Сначала проведем анализ рисунка.

Процесс *1–2* является изохорическим:

$$pV = \nu RT \Rightarrow p = \left(\frac{\nu R}{V}\right) \cdot T,$$

так как описывается прямой, проходящей через начало координат, т. е. законом Шарля.

Процесс *2–3* является изотермическим: $T_2 = T_3$.

Процесс *3–1* изобарический: $p_3 = p_1$.

Процесс *2–4* изобарический: $p_2 = p_4$.

Процесс *4–3* изохорический.

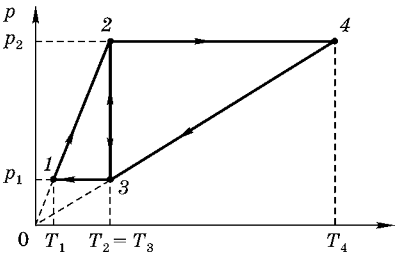


Рис. 4.18

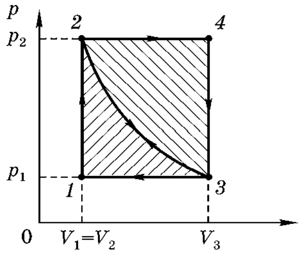


Рис. 4.19

Чтобы изобразить цикл в координатах (p, V), определим соотношения для объемов в характерных точках цикла *1*, *2*, *3*, *4*:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$
$$p_2V_2 = \nu RT_2 \Rightarrow p_2V_1 = \nu RT_2 \quad p_1V_3 = p_2V_1 \Rightarrow V_3 = V_1\frac{p_2}{p_1} = 4V_1,$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3 \Rightarrow p_1V_3 = \nu RT_2,$$
$$p_4V_4 = \nu RT_4 \Rightarrow p_2V_4 = \nu RT_4 \quad V_4 = V_1\frac{T_4}{T_2} \quad V_4 = V_3,$$
$$\frac{T_4}{T_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad V_4 = 4V_1,$$
$$\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1.$$

Итак, $V_2 = V_1$, $V_3 = 4V_1$, $V_4 = 4V_1$.

Выбирая масштаб для V_1, строим диаграмму цикла *1–2–4–3* и соединяем точки *2* и *3* гиперболой, которая соответствует изотерме для процесса *2–3* (рис. 4.19).

На диаграмме (p, V) физический смысл работы определяется площадью фигуры, характеризующей цикл.

Следовательно, $\Delta A_{1231} < \Delta A_{3243}$.

Работа 1 моля идеального газа за цикл *1–2–4–3–1*:

$$\Delta A_{12431} = (p_2 - p_1)(V_4 - V_1) = p_1V_1\left(\frac{p_2}{p_1} - 1\right)\left(\frac{V_3}{V_1} - 1\right),$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}; \quad \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_1}; \quad p_1V_1 = RT_1,$$
$$\Delta A_{12431} = \frac{R}{T_1}(T_2 - T_1)(T_3 - T_1) = \frac{R}{T_1}(T_2 - T_1)^2.$$

Для определения температуры $T_2 = T_3$ изотермы запишем уравнения состояния $pV = RT$ для каждой из точек *1*, *2*, *4*, *3*.

Учитывая, что $p_2 = p_4$; $p_1 = p_3$ и $V_1 = V_2$; $V_3 = V_4$, а также что $T_2 = T_3 = T$, можно записать

$$\begin{matrix} p_1V_1 = RT_1 \\ p_2V_1 = RT \end{matrix} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T}{T_1} \quad \begin{matrix} p_2V_4 = RT_4 \\ p_1V_4 = RT \end{matrix} \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_4}{T_1}.$$

Таким образом,

$$\frac{T}{T_1} = \frac{T_4}{T}, \quad \text{или} \quad T = \sqrt{T_1T_4}.$$

Поэтому работа за цикл может быть найдена следующим образом:

$$\Delta A_{12431} = \frac{R}{T_1}(T - T_1)^2 = \frac{R}{T_1}(\sqrt{T_1T_4} - T_1)^2 = R(\sqrt{T_4} - \sqrt{T_1})^2. \blacksquare$$

Пример 42

С одним молем одноатомного идеального газа происходит циклический процесс, график которого в координатах «давление–объем» приведен на рис. 4.20. Найти КПД процесса η. Все необходимые величины даны на рисунке.

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$\eta_T = ?$

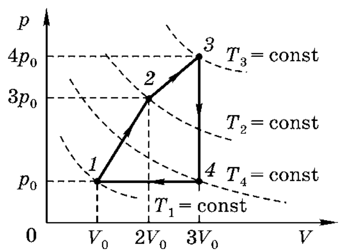


Рис. 4.20

Р е ш е н и е.

Проведем через характерные точки цикла *1–2–3–4* изотермы T_1, T_2, T_3, T_4, чтобы охарактеризовать процессы, связанные с нагреванием и охлаждением.

$$\begin{array}{lll} p_1V_1 = RT_1, & p_0V_0 = RT_1, & T_1 = T_0; \\ p_2V_2 = RT_2, & 6p_0V_0 = RT_2, & T_2 = 6T_0; \\ p_3V_3 = RT_3, & 12p_0V_0 = RT_3, & T_3 = 12T_0; \\ p_4V_4 = RT_4, & 3p_0V_0 = RT_4, & T_4 = 3T_0. \end{array}$$

Таким образом, $T_3 = T_{max}$ — максимальная температура цикла, $T_1 = T_{min}$ — минимальная температура цикла.

Следовательно, на участке *1–2* газ получает теплоту ΔQ_{12}; на участке *2–3* газ также получает теплоту ΔQ_{23}, а на участках *3–4* и *4–1* газ отдает теплоту ΔQ_{34} и ΔQ_{41}. Поэтому термический КПД:

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - |\Delta Q_{\text{отд}}|}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} - |\Delta Q_{34}| - |\Delta Q_{41}|}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}}.$$

Определим теплоту для различных участков цикла:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) + \frac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1),$$

$$\Delta Q_{12} = \frac{3}{2}R(6T_0 - T_0) + \frac{1}{2}4p_0 \cdot V_0 = \frac{15}{2}p_0V_0 + 2p_0V_0 = \frac{19}{2}p_0V_0,$$

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23} = \frac{3}{2}R \cdot 6T_0 + \frac{1}{2}7p_0V_0 = 9p_0V_0 + \frac{7}{2}p_0V_0 = \frac{25}{2}p_0V_0,$$

$$\Delta Q_{34} = \Delta U_{34} + 0 = -\frac{3}{2}R \cdot 8T_0 = -12p_0V_0 \ (<0),$$

$$\Delta Q_{41} = \Delta U_{41} + \Delta A_{41} = \frac{5}{2}R(T_1 - T_4) = -\frac{5}{2}R \cdot 3T_0 = -\frac{15}{2}p_0V_0 \ (<0).$$

Отметим, что отрицательные значения ΔQ_{34} и ΔQ_{41} означают, что теплота отдается во внешнюю среду. Следовательно,

$$\eta_T = \frac{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} - \Delta Q_{34} - \Delta Q_{41}}{\Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}} = \frac{22p_0V_0 - \frac{39}{2}p_0V_0}{22p_0V_0} = \frac{5}{44}. \blacksquare$$

Пример 43

Идеальный одноатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль, находится под давлением $p_1 = 0{,}25$ МПа и занимает объем $V_1 = 10$ л. Сначала газ изохорически нагревают до температуры $T_2 = 400$ К. Затем газ изотермически расширяется, уменьшая давление до первоначального. После этого путем изобарического сжатия газ возвращают в первоначальное состояние. Построить график цикла и определить термический КПД η кругового процесса.

Д а н о:
$i = 3$,
$\nu = 1$ моль,
$p_1 = 0{,}25$ МПа $= 0{,}25 \cdot 10^6$ Па,
$V_1 = 10$ л $= 10 \cdot 10^{-3}$ м^3,
$T_2 = 400$ К,
$\eta = ?$

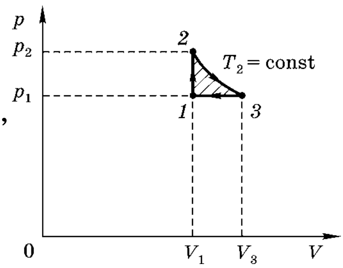


Рис. 4.21

Р е ш е н и е.

Сначала построим график цикла (рис. 4.21) в координатах (p, V), который состоит из изохоры *1–2*, изотермы *2–3* и изобары *3–1*. Характерные точки цикла обозначим *1*, *2* и *3*.

Процесс *1–2* сопровождается передачей теплоты ΔQ_{12} от нагревателя, в процессе *2–3* рабочее тело (идеальный газ) в контакте с нагревателем также получает теплоту ΔQ_{23}, т. е. рабочее тело получает теплоту в двух процессах:

$$\Delta Q_{\text{пол}} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}.$$

В процессе *3–1* идеальный одноатомный газ отдает холодильнику количество теплоты:

$$\Delta Q_{\text{отд}} = \Delta Q_{31}.$$

Заметим, что разность количеств теплоты $\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}$ из закона сохранения энергии равна работе ΔA, совершаемой рабочим телом за цикл. Эта работа ΔA при круговом процессе в координатах (p, V) изображается площадью цикла (площадь цикла заштрихована).

Термический коэффициент полезного действия (КПД) любого замкнутого цикла определяется отношением

$$\eta = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - |\Delta Q_{\text{отд}}|}{\Delta Q_{\text{пол}}} = 1 - \frac{|\Delta Q_{\text{отд}}|}{\Delta Q_{\text{пол}}}.$$

Проведем вычисления количеств теплоты, полученных газом на различных участках цикла.

Количество теплоты, полученное газом при изохорическом процессе *1–2*:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + 0 = \nu C_V (T_2 - T_1),$$

где C_V — молярная теплоемкость газа при постоянном объеме: $C_V = \frac{i}{2}R = \frac{3}{2}R$. Температуру T_1 начального состояния газа найдем, воспользовавшись уравнением Клапейрона–Менделеева:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = 300\,\text{К}.$$

Количество теплоты, полученное газом при изотермическом процессе *2–3*:

$$\Delta Q_{23} = 0 + \Delta A_{23} = \nu R T_2 \ln(V_3/V_1),$$

где V_3 — объем, занимаемый газом при температуре T_2 и давлении $p_3 = p_1$ (точка *3* на графике):

$$p_3 V_3 = \nu R T_3 \Rightarrow V_3 = \nu R \frac{T_2}{p_1}.$$

Таким образом,

$$\Delta Q_{23} = \nu R T_2 \ln \frac{\nu R T_2}{p_1 V_1}.$$

На участке *3–1* газ отдает количество теплоты ΔQ_{31}, равное

$$|\Delta Q_{31}| = \Delta U_{31} + \Delta A_{31} = C_p \nu (T_2 - T_1) = \nu \frac{i+2}{2} R \Delta T,$$

где C_p — молярная теплоемкость газа при изобарическом процессе.

Подставим найденные выражения для $\Delta Q_{\text{получ}}$ и $\Delta Q_{\text{отд}}$ в формулу для КПД η и получим

$$\eta = 1 - \frac{\nu \frac{i+2}{2} R \Delta T}{\nu \frac{i}{2} R \Delta T + \nu R T_2 \ln \frac{\nu R T_2}{p_1 V_1}}.$$

Выражение, стоящее под знаком логарифма, можно преобразовать, используя уравнение Клапейрона–Менделеева. Поэтому после сокращения получаем

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln(T_2/T_1)}.$$

Подставляя численные значения, находим

$$\eta = 0{,}041 \Rightarrow \eta = 4{,}1\%.\ \blacksquare$$

Пример 44

На рис. 4.22 изображен график цикла тепловой машины, рабочим телом которой является аргон массой $m = 80$ г (молярная масса аргона $\mu = 0{,}04$ кг/моль). КПД цикла $\eta = 21{,}5\%$. Определите работу газа в процессе *3–1–2–3*, если известно, что температура $T_1 = 300$ К, а $V_2/V_1 = 4$.

Дано:
$\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль
$m = 80 \cdot 10^{-3}$ кг $\Rightarrow$
$\Rightarrow \nu = m/\mu = 2$ моля
$T_1 = 300$ К
$V_2/V_1 = n$
$n = 4$
$\eta = 21{,}5\% = 0{,}215$
$A_{3-1-2-3} = ?$

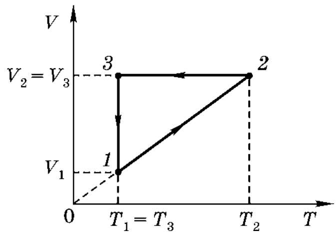


Рис. 4.22

Решение.

Процесс *1–2* может быть изображен в виде прямой, проходящей через начало координат, что означает изобарический процесс (закон Гей-Люссака):

$$pV = \nu RT \Rightarrow \left(\frac{\nu R}{p}\right) \cdot T.$$

Отсюда следует, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n.$$

Процесс *2–3* изохорический, а процесс *3–1* изотермический. Изобразим диаграмму цикла в переменных (p, V) (рис. 4.23).

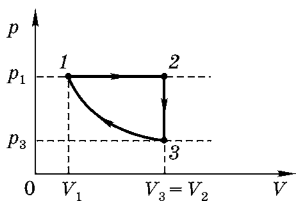


Рис. 4.23

Перенесем в масштабе на горизонтальную ось параметры V_1, V_2 и V_3.

Параметры состояния 1 и 2 удовлетворяют уравнению состояния идеального газа (уравнению Клапейрона–Менделеева):

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$
$$p_2V_2 = \nu RT_2.$$

Так как $p_1 = p_2$, то

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = n.$$

Аналогично, для состояний 1 и 3 имеем:

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \frac{p_3}{p_1} = \frac{V_1}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}, \text{т. е. } p_3 = \frac{1}{4}p_1,$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3.$$

Выбирая масштаб давления (p_1), находим точки (состояния) на диаграмме (p, V) и изображаем гиперболу *3–1*, соответствующую изотермическому процессу *3–1*.

Согласно закону сохранения энергии (принимая во внимание, что ΔU за весь цикл равно нулю) работа, совершаемая двигателем, равна

$$\Delta A_{\text{полезн}} = \Delta Q_1 - \Delta Q_2,$$

где $\Delta Q_1 = \Delta Q_{12}$ — количество теплоты, полученное от нагревателя, а $\Delta Q_2 = \Delta Q_{23} + \Delta Q_{31}$ — количество теплоты, отданное холодильнику.

Коэффициентом полезного действия теплового двигателя называют отношение работы $\Delta A_{\text{полезн}}$, совершаемой двигателем, к количеству теплоты, полученному от нагревателя:

$$\eta = \frac{\Delta A_{\text{полезн}}}{\Delta Q_1} = \frac{\Delta Q_1 - \Delta Q_2}{\Delta Q_1} = 1 - \frac{|\Delta Q_2|}{|\Delta Q_1|} = 1 - \frac{|\Delta Q_{23} + \Delta Q_{31}|}{\Delta Q_{12}},$$

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p_1\Delta V = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + \nu R\Delta T = \frac{5}{2}\nu R\Delta T,$$

$$\nu R\Delta T = p_1\Delta V = p_1(V_2 - V_1) = p_1V_1\left(\frac{V_2}{V_1} - 1\right) = \nu RT_1(n-1),$$

$$\text{т. е. } \Delta Q_{12} = \frac{5}{2}\nu RT_1(n-1),$$

$$|\Delta Q_{23}| = |\Delta U_{23}| = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_1(n-1).$$

Таким образом,

$$\eta = 1 - \frac{|\Delta Q_{23} + \Delta Q_{31}|}{\Delta Q_{12}} = 1 - \frac{\frac{3}{2}\nu RT_1(n-1) + |\Delta A_{31}|}{\frac{5}{2}\nu RT_1(n-1)},$$

$$|\Delta A_{31}| = (1-\eta)\frac{5}{2}\nu RT_1(n-1) - \frac{3}{2}\nu RT_1(n-1) = \nu RT_1(n-1)\left\{1 - \frac{5}{2}\eta\right\} =$$

$$= 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 3\{1 - 2{,}5 \cdot 0{,}215\} = 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 3 \cdot 0{,}4625.$$

Следовательно,

$$|\Delta A_{31}| = 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 3 \cdot 0{,}4625 =$$
$$= 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 1{,}39 = 6{,}9 \text{ кДж}.$$

Примечание. Работу газа в процессе *3–1* можно найти, используя выражение для работы при изотермическом процессе:

$$\Delta A_{31} = \nu RT_1 \ln\frac{V_1}{V_3} = -\nu RT_1 \ln 4 = -2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 \cdot 1{,}3863 = -6{,}9 \text{ кДж}.$$

$$A_{3-1-2-3} = A_{12} - |\Delta A_{31}| = \nu R\Delta T - |\Delta A_{31}| = \nu RT_1(n-1) - |\Delta A_{31}| =$$
$$= 2 \cdot 8{,}3 \cdot 300 \cdot 3 - 6910 = 14940 - 6910 = 8{,}03 \text{ кДж}. \blacksquare$$

Пример 45

Рассчитайте КПД тепловой машины, использующей в качестве рабочего тела одноатомный идеальный газ и работающей по циклу, изображенному на рис. 4.24.

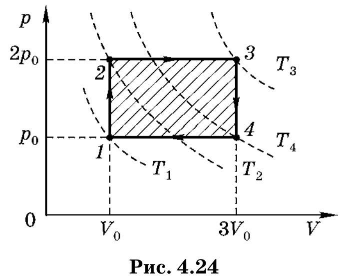


Рис. 4.24

Р е ш е н и е.

На диаграмме (p, V) через характерные точки цикла *1*, *2*, *3*, *4* проведем изотермы $T_1 = \text{const}$; $T_2 = \text{const}$; $T_3 = \text{const}$; $T_4 = \text{const}$ (рис. 4.24). Таким образом, на участке *1–2* температура повышается ($T_2 > T_1$) и газ получает теплоту Q_{12}. На участке *2–3* ($T_3 > T_2$) газ также получает теплоту Q_{23}. На участке *3–4* $T_4 > T_3$ газ отдает теплоту Q_{34}. И наконец, на участке *4–1* газ отдает теплоту Q_{41} и охлаждается $T_4 > T_1$ до первоначальной температуры.

Термический КПД:

$$\eta = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = 1 - \frac{\Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}}.$$

В замкнутом цикле $\oint dU = 0$, т. е. внутренняя энергия не меняется. Следовательно, $\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}} = \Delta A_{1234}$ — работа цикла.

Таким образом,

$$\eta = \frac{\Delta A_{1234}}{\Delta Q_{\text{пол}}},$$

где $\Delta Q_{\text{пол}} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23}$.

Используя физический смысл работы, которая равна площади прямоугольника *1–2–3–4*, изображенного на диаграмме в координатах (p, V), находим

$$\Delta A_{1234} = (p_2 - p_1)(V_3 - V_2) = p_0 \cdot 2V_0 = 2p_0V_0.$$

Запишем первое начало термодинамики для участков *1–2* и *2–3*:

$$\Delta Q_{12} = \Delta U_{12} + \Delta A_{12} = \Delta U_{12} + 0,$$
$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + \Delta A_{23}.$$

Следовательно,

$$\Delta Q_{\text{пол}} = \Delta Q_{12} + \Delta Q_{23} = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta A_{23},$$
$$\text{т. е. } \Delta Q_{\text{пол}} = \Delta U_{13} + \Delta A_{23}.$$

Работа ΔA_{23} при изобарическом процессе:

$$\Delta A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0V_0.$$

Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа определяется увеличением абсолютной температуры:

$$\Delta U_{13} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_3 - \frac{3}{2}\nu RT_1.$$

Используя уравнения Клапейрона–Менделеева для состояний 3 и 1, имеем

$$p_1V_1 = \nu RT_1,$$
$$p_3V_3 = \nu RT_3.$$

Таким образом, изменение внутренней энергии определяется соотношением

$$\Delta U_{13} = \frac{3}{2}p_3V_3 - \frac{3}{2}p_1V_1 = \frac{3}{2}(2p_0 3V_0 - p_0V_0) = \frac{15}{2}p_0V_0.$$

На основании вышеизложенного для термического КПД цикла находим

$$\eta = \frac{\Delta A_{1234}}{\Delta Q_{\text{пол}}} = \frac{2p_0V_0}{4p_0V_0 + \frac{15}{2}p_0V_0} = \frac{4}{23}. \blacksquare$$

Пример 46

Порция гелия в циклическом процессе вначале расширяется без подвода тела (при этом температура газа уменьшается от 500 К до 499 К), затем сжимается при неизменном давлении до первоначального объема и, наконец, нагревается при постоянном объеме до начальной температуры. Найти наименьшее значение температуры в этом цикле, а также термический КПД цикла η.

Д а н о:
$i = 3$,
$C_V = (3/2)R$,
$C_p = (5/2)R$,
$\gamma = 5/3$,
$\Delta Q_{12} = 0$,
$T_1 = 500$ К,
$T_2 = 499$ К,
$p_2 = p_3 = \text{const}$,
$V_3 = V_1 = \text{const}$,
$T_{\min} = ?$
$\eta = ?$

Р е ш е н и е.

Гелий — одноатомный идеальный газ. Процесс *1–2* является адиабатическим. В дальнейшем будем рассматривать относительно малое изменение состояния идеального газа: $\Delta T/T_1 = 2\cdot10^{-3}$. Уравнение Пуассона (уравнение адиабатического процесса) имеет вид

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}; \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Из этих соотношений видно, что относительно малое изменение температуры в процессе *1–2* приводит к относительно малым изменениям объема и давления.

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - \Delta T}{T_1} = 1 - \frac{\Delta T}{T_1}, \quad \Delta T = T_1 - T_2,$$
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_1 + \Delta V}{V_1} = 1 + \frac{\Delta V}{V_1}, \quad \Delta V = V_2 - V_1.$$

Из соотношения
$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1-\gamma}$$
следует
$$1 - \frac{\Delta T}{T_1} = \left(1 + \frac{\Delta V}{V_1}\right)^{1-\gamma}, \text{ т. е. } \frac{\Delta T}{T_1} \cong (-1)(1-\gamma)\frac{\Delta V}{V_1},$$
$$\text{или } \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{1}{(\gamma - 1)}\frac{\Delta T}{T_1} = \frac{3}{2}\frac{\Delta T}{T_1} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

Из соотношения
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$
следует, что для адиабатического процесса
$$p = \mathrm{const} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \mathrm{const} \cdot T^{\frac{5}{2}}.$$

Отсюда видно, что
$$\frac{\Delta p}{p_1} = \gamma \frac{\Delta V}{V_1} = \frac{\gamma}{\gamma - 1}\frac{\Delta T}{T_1} = 5 \cdot 10^{-3}.$$

Проведенный анализ позволяет изобразить графики замкнутого цикла в координатах (p, V) и (p, T) (рис. 4.25 и 4.26).

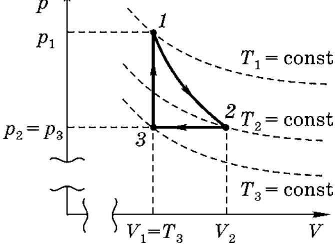


Рис. 4.25

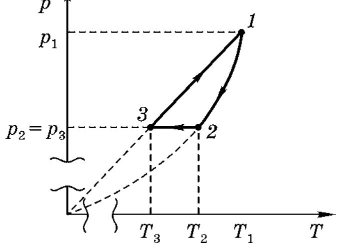


Рис. 4.26

На участке *1–2* зависимость давления от температуры определяется уравнением адиабаты:

$$p = \text{const} \cdot T^{2,5}.$$

На участке *3–1* (изохора) давление прямо пропорционально температуре (закон Шарля), т. е. *3–1* уравнение прямой, проходящей через начало координат.

Точки *3* и *2* соединяем прямой, параллельной горизонтальной оси (точки лежат на одной изобаре).

Из диаграммы замкнутого цикла в координатах (p, T) непосредственно видно, что минимальная температура цикла — T_3.

Для точек *1* и *3* отношение давлений p_1 и p_3 равно отношению температур T_1 и T_3, т. е.

$$\frac{T_3}{T_1} = \frac{p_3}{p_1},$$

или

$$\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad T_3 = T_1\frac{p_2}{p_1} = T_1\frac{p_1 - \Delta p}{p_1} = T_1\left(1 - \frac{\Delta p}{p_1}\right),$$

где $\Delta p = (p_1 - p_2)$ определяется уравнением адиабаты:

$$\frac{\Delta p}{p_1} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{\Delta T}{T_1}.$$

Следовательно,

$$T_3 = T_1\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{\Delta T}{T_1}\right) = \left(T_1 - \frac{\gamma}{\gamma-1}\Delta T\right) = 497{,}5\,\text{К},$$

$$T_3 = \left\{T_1 - \frac{\gamma}{\gamma-1}(T_1 - T_2)\right\}. \blacksquare$$

Термический КПД:

$$\eta = \frac{\Delta Q_{\text{пол}} - \Delta Q_{\text{отд}}}{\Delta Q_{\text{пол}}},$$

где $\Delta Q_{\text{пол}} = \Delta Q_{31}$ — полученное газом тепло, а $\Delta Q_{\text{отд}} = \Delta Q_{23}$ — отданная газом теплота, т. е.

$$\Delta Q_{31} = \Delta U_{31} + \Delta A_{31} = \Delta U_{31} + 0 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3), \quad \Delta A_{31} = 0,$$

$$\Delta Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_3),$$

$$\eta=\frac{\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_3)-\frac{5}{2}\nu R(T_2-T_3)}{\frac{3}{2}\nu R(T_1-T_3)}=1-\gamma\frac{T_2-T_3}{T_1-T_3}=1-\gamma\frac{\frac{T_2}{T_1}-\frac{T_3}{T_1}}{1-\frac{T_3}{T_1}}.$$

Для участка *3–1*:

$$\frac{p_1}{p_3}=\frac{T_1}{T_3},\quad \text{или}\quad \frac{p_3}{p_1}=\frac{T_3}{T_1}.$$

Для участка *1–2*:

$$\frac{p_1}{p_2}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},\quad \text{или}\quad \frac{p_3}{p_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}},\quad \text{т. е.}\quad \frac{T_3}{T_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}.$$

Следовательно,

$$\eta=1-\gamma\cdot\frac{\frac{T_2}{T_1}-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{1-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}=1-\gamma\cdot\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{1-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}-1}}{1-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}.$$

Учитывая, что

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{T_1-\Delta T}{T_1}=1-\frac{\Delta T}{T_1}$$

и

$$\frac{\Delta T}{T_1}<<1,$$

находим

$$\eta=1-\gamma\left(1-\frac{\Delta T}{T_1}\right)\cdot\frac{1-\left(1-\frac{\Delta T}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{1-\left(1-\frac{\Delta T}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}\cong$$

$$\cong 1-\gamma\left(1-\frac{\Delta T}{T_1}\right)\cdot\frac{\frac{1}{\gamma-1}\frac{\Delta T}{T_1}}{\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\Delta T}{T_1}}=1-1+\frac{\Delta T}{T_1}=\frac{\Delta T}{T_1}=2\cdot10^{-3},$$

$$\eta=0{,}2\%\,.\blacksquare$$

Пример 47

На pT-диаграмме показан цикл тепловой машины, у которой рабочим телом является идеальный газ (рис. 4.27). На каком участке цикла *1–2–3–4–1* работа наибольшая по абсолютной величине?

Для сравнения работ, совершенных газом на различных участках цикла, удобно рассматриваемый замкнутый процесс *1–2–3–4–1* представить в координатах (p, V) (рис. 4.28), так как на pV-диаграмме работа в любом процессе численно равна площади под графиком этого процесса.

Участок *1–2* изобарический. Поэтому согласно закону Гей-Люссака объем прямо пропорционален температуре, т. е.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \left(pV = \nu RT \Rightarrow V = \left(\frac{\nu R}{P}\right) \cdot T \right).$$

Участок *2–3* изотермический. Поэтому согласно закону Бойля–Мариотта давление и объем связаны уравнением гиперболы, т. е.

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{p_2}{p_3}.$$

Участок *3–4* изобарический, т. е.

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3} = \frac{T_4}{T_2}.$$

Участок *4–1* изотермический. Следовательно, выбирая масштаб для V_1, можно получить характерные точки на pV-диаграмме.

Из полученного графика видно, что наибольшая работа совершается газом на участке *2–3*.

$$\Delta A_{14} < \Delta A_{12}, \ \ \Delta A_{23} > \Delta A_{43}, \ \ \Delta A_{12} = \Delta A_{43}, \ \ \Delta A_{23} > \Delta A_{12} > \Delta A_{14}.$$

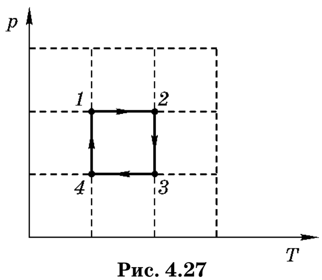


Рис. 4.27

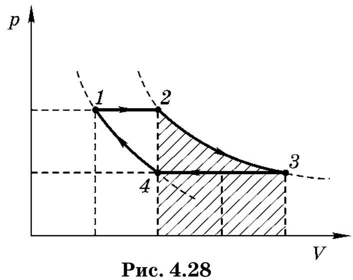


Рис. 4.28

Пример 48

В цилиндре под поршнем находится газ, состояние которого изменяется следующим образом: в процессе *1–2* увеличивается давление при постоянном объеме V_1; в процессе *2–3* увеличивается объем при постоянном давлении p_2; в процессе *3–4* увеличивается объем при постоянной температуре T_3; в процессе *4–1* газ возвращается в первоначальное состояние при постоянном давлении p_1. Представьте на графиках изменение состояния газа в координатах (p, V), (p, T) и (V, T). Покажите, при каких процессах газ получает (отдает) теплоту. Как при этом изменяется температура и какая совершается работа?

Решение.

На рис. 4.29 изображен график изменения состояния идеального газа в координатах (p, V). Участок *1–2* — изохорический процесс, температура увеличивается, происходит поглощение тепла, газ работы не совершает, так как $\Delta V = 0$.

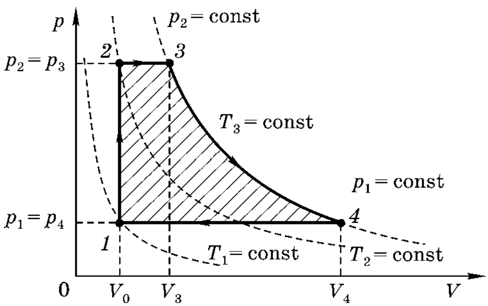


Рис. 4.29

Участок *2–3* — изобарическое расширение. Температура увеличивается (изотерма, на которой лежит точка *3*, соответствует большей температуре, чем изотерма, на которой лежит точка *2*), происходит поглощение теплоты, газ совершает работу. Участок *3–4* — изотермическое расширение: температура остается постоянной, происходит поглощение теплоты, за счет чего газ совершает работу: $\Delta A = \Delta Q$ (так как $\Delta U = 0$). Участок *4–1* — изобарическое сжатие, температура уменьшается (изотерма, на которой

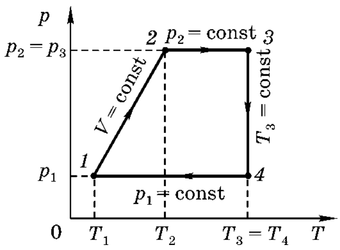


Рис. 4.30

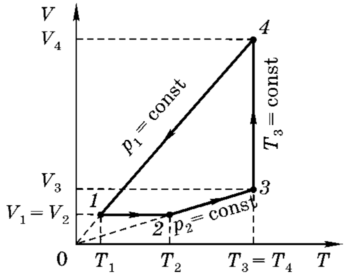


Рис. 4.31

лежит точка *4*, соответствует большей температуре, чем изотерма, на которой лежит точка *1*, происходит выделение теплоты, работа — отрицательная (совершается внешними силами, над газом).

Графики изменения состояния идеального газа в координатах (p, T) и (V, T) приведены на рис. 4.30 и 4.31.

4.3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАТНОГО ЦИКЛА КАРНО

При динамическом принципе отопления только часть теплоты, получаемой в «топке», поступает в обогреваемое помещение. **Остальная часть затрачивается на работу,** производимую тепловой машиной (двигателем). Нагревателем в двигателе служит «топка», а холодильником — отапливаемое помещение. Эта работа используется для приведения в действие «холодильной машины», включенной между окружающей средой и помещением. «Холодильная машина» отбирает тепло от окружающей среды и передает его помещению.
Таким образом, **помещение получает теплоту и от горячей «топки» и от холодной окружающей среды. Общее количество теплоты может превзойти теплоту, полученную от «топки» при обычном способе отопления.** В этом и состоит выгода динамического способа отопления. *1851 г.*

Вильям Томсон (Лорд Кельвин)

4.3.1. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ (ПО ПЕРВОМУ ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМИКИ)

Периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла, называется **тепловой машиной.**

Совершив цикл, рабочее вещество возвращается в исходное состояние. Поэтому изменение внутренней энергии за цикл равно нулю ($\Delta U = 0$). Количество тепла, сообщаемого рабочему телу за цикл:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2,$$

где Q_1 — тепло, получаемое рабочим телом при расширении, а Q_2 — тепло, отданное при сжатии. Работа A, совершаемая за цикл:

$$A = \Delta Q = Q_1 - Q_2.$$

Согласно **первому началу термодинамики, количество теплоты, сообщаемое системе, затрачивается на приращение внутренней энергии системы и совершение работы над внешними телами:**

$$\Delta Q = \Delta U + A.$$

Тепловую машину принято характеризовать **коэффициентом полезного действия** η (КПД), который определяется как отношение совершаемой за цикл работы A к получаемому за цикл теплу Q_1:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

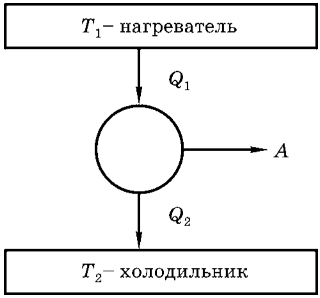
Из определения КПД следует, что он не может быть больше единицы (100%).

4.3.2. ЦИКЛ КАРНО

Для идеальной тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно

$$\eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где $T_1(T_2)$ — температура нагревателя (холодильника).



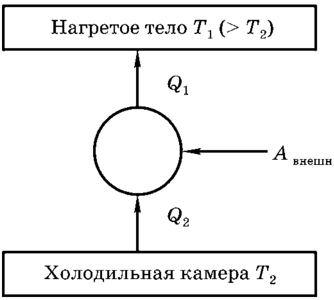
Для реального теплового двигателя КПД всегда меньше

КПД тепловой машины Карно, работающей в том же температурном интервале

$$\eta < \eta_{\text{Карно}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

4.3.3. ОБРАТНЫЙ ЦИКЛ КАРНО

Цикл Карно обратим, следовательно, его можно провести в обратном направлении. Проведем анализ **энергетического эффекта** в обратном цикле Карно.



За цикл внешние силы совершают положительную работу $A_{\text{внешн}}$:

$$Q_1 = A_{\text{внешн}} + Q_2,$$
$$A_{\text{внешн}} = Q_1 - Q_2.$$

В результате этого цикла некоторое количество теплоты переходит от холодного тела к телу с более высокой температурой. Этот процесс **не противоречит** второму началу термодинамики.

(Второе начало термодинамики (по Клаузиусу): **невозможен процесс, единственным результатом которого была бы передача энергии в форме тепла от холодного тела к горячему.**)

Переход энергии в форме тепла от холодного тела к горячему — это процесс, ведущий к уменьшению энтропии. Второе начало термодинамики запрещает такой процесс, если он **единственный**. Однако в рассматриваемом случае **обратного цикла Карно происходит еще один процесс: превращение механической энергии внешних сил во внутреннюю энергию нагревателя.**

А этот процесс сопровождается возрастанием энтропии.

Если прямой процесс Карно является идеализацией теплового двигателя, то обратный цикл Карно служит идеализацией цикла других тепловых машин:

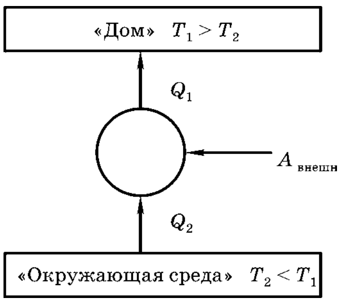
- холодильной установки:
- теплового насоса.

4.3.4. ТЕПЛОВОЙ НАСОС

Тепловой насос[2] — это просто другое название **холодильника.**

Холодильник перекачивает тепло из охлаждаемого объема в окружающий воздух. Поместив холодильник на «улице» и извлекая тепло Q_2 из наружного воздуха и передавая тепло Q_1 внутрь дома, можем обогревать «дом».

Эффективность теплового насоса определяется отношением количества теплоты, которое получило отапливаемое помещение, к величине работы внешних сил:



$$k = \frac{Q_1}{A_{\text{внешн}}} \le \frac{T_1}{T_1 - T_2},$$

где знак равенства относится к обратимому, а знак неравенства — к необратимому циклу. Параметр k получил название *коэффициента теплопередачи*. Заметим, что чем меньше разность температур между отапливаемым помещением и окружающей средой, тем меньше нужно затратить механической (или электрической) энергии для «перекачки тепла» от холодного тела к горячему. Следует обратить внимание и на тот факт, что $k = Q_1/A_{\text{внешн}}$ может быть больше единицы (>100%). Это ни в коей мере не противоречит тому факту, что КПД теплового двигателя всегда значительно меньше единицы (100%).

4.3.5. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР 1

Предположим, например, что комнатная температура $T_1 = 300$ К, а наружная температура $T_2 = 273$ К, тогда получаем

$$k = \frac{Q_1}{A_{\text{внешн}}} = \frac{300\,\text{К}}{300\,\text{К} - 273\,\text{К}} = 11.$$

[2] *Orear J.* Physics. Cornell University Macmillan Publishing Co. Inc. N. Y.

Это означает, что при подаче в «дом» 11 Дж тепла 10 Дж тепла отбирается от холодного наружного воздуха и 1 Дж механической энергии расходуется для приведения в действие компрессора. В действительности эффективность бытовых тепловых насосов не достигает и четверти этого значения. (Таким образом, тепловой насос представляет собой кондиционер воздуха, установленный «задом наперед», — в его тепловой машине используется обратный цикл, а «задом наперед» означает, что холодильник вынесен из помещения наружу.)

Если отапливать помещение с помощью обычных электронагревателей, то **количество теплоты, выделяемое в нагревательных элементах**, в точности **равно расходу электроэнергии**.

Если же электроэнергию использовать для приведения в действие «теплового насоса», в котором «нагревателем» служит отапливаемое помещение, а «холодильником» — наружная атмосфера, то отапливаемое помещение получит больше тепла, чем его выделилось бы при непосредственном преобразовании электроэнергии во внутреннюю в нагревателях типа электроплиток, электропечей и т. п.

При отсутствии потерь в «машине» количество теплоты, полученное отапливаемым помещением, $Q_1 = Q_2 + A_{\text{внешн}}$, где $A_{\text{внешн}}$ — расход электроэнергии, Q_2 — количество теплоты, перекачиваемое от наружной атмосферы в помещение. В реальных установках из-за потерь $Q_1 < Q_2 + A_{\text{внешн}}$, но при наличии потерь можно при оптимальных конструкциях теплового насоса получить $Q_1 > A_{\text{внешн}}$.

4.3.6. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР 2

Для обогрева здания используется нефть, газ или уголь, которые сжигаются в котельной (преобразуя около 70% химической энергии в полезное тепло, идущее на обогрев здания).

С помощью идеального теплового насоса можно значительно более эффективно обогревать здание, используя химическую энергию углеводородов. Действительно, поскольку температуры горения нефти, газа и угля довольно высоки, около 85% химической энергии углеводородного топлива могут быть преобразованы в механическую. Эту механическую энергию $A_{\text{внешн}}$ можно затем использовать в идеальном тепловом насосе, подающем тепло Q_1 в обогреваемое здание.

Если комнатная температура $T_1 = 300$ К, а наружная $T_2 = 273$ К, то для коэффициента теплопередачи получаем

$$k = \frac{Q_1}{A_{\text{внешн}}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \frac{300\,\text{К}}{300\,\text{К} - 273\,\text{К}} = 11.$$

Таким образом, каждый 1 Дж химической энергии исходного топлива позволяет получить

$$1\ \text{Дж}\cdot 0{,}85\cdot 11 = 9{,}4\ \text{Дж}$$[3]

тепла, в то время как при непосредственном сжигании топлива в котельной получается лишь

$$1\ \text{Дж}\cdot 0{,}7 = 0{,}7\ \text{Дж}.$$

Отношение второго (0,7 Дж) к первому (9,4 Дж) равно 0,075. В этом смысле можно сказать, что КПД непосредственного сжигания топлива составляет около 7,5% (!).

4.3.7. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ПО ВТОРОМУ ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМИКИ

Сравнение получаемой непосредственно энергии или тепла с верхним теоретическим пределом, который можно получить с помощью теплового насоса или идеальной машины Карно, позволяет определить КПД энергетических систем.

Этот новый способ оценки эффективности тепловых систем получил название КПД по второму закону термодинамики, а прежний способ предлагается называть КПД по первому закону термодинамики.

---

[3] Если полученные $\Delta Q = 9{,}4$ Дж использовать в работе теплового двигателя (с идеальным КПД Карно $\eta_{\text{Карно}} = (T_1 - T_2)/T_1 = (300 - 273)/300 = 27/300 = 0{,}09$), то можно получить $A_{\text{пол}}$:

$$A_{\text{пол}} = \eta_{\text{Карно}} \cdot \Delta Q = 0{,}85\ \text{Дж} < 1\ \text{Дж}.$$

ГЛАВА 5

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

5.1. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ГАЗОВ

Вопрос 1.

Кислород при нормальных условиях заполняет сосуд объемом $V = 11{,}2$ л. Определить количество газа ν (в мольных долях) и его массу m. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль; молярный объем $V_m = 22{,}4$ л при нормальных условиях.

1. $\nu = 2$ моль; $m = 48$ г.
2. $\nu = 2$ моль; $m = 16$ г.
3. $\nu = 1$ моль; $m = 8$ г.
4. $\nu = 0{,}5$ моль; $m = 16$ г.

Вопрос 2.

Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объемом $V = 3$ л, если его плотность $\rho = 6{,}65 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. (1 л $= 10^{-3}$ м^3).

1. 1,11 моль.
2. $9{,}97 \cdot 10^{-3}$ моль.
3. $11{,}1 \cdot 10^{3}$ моль.
4. $11{,}1 \cdot 10^{-3}$ моль.

Вопрос 3.

Колба объемом $V = 0{,}5$ л содержит газ при нормальных условиях. Определить число N молекул газа в колбе. Молярный объем газа при нормальных условиях $V_m = 22{,}4$ л.

1. $1{,}34 \cdot 10^{22}$.
2. $2{,}69 \cdot 10^{22}$.
3. $1{,}34 \cdot 10^{25}$.
4. $2{,}69 \cdot 10^{25}$.

Вопрос 4.

Предельно допустимая концентрация молекул ядовитого газа хлора в воздухе $n = 8{,}5 \cdot 10^{18}$ м$^{-3}$. При какой массе хлора в объеме 60 м^3 воздуха появляется опасность отравления? Молярная масса хлора $\mu = 71 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. 6 мг.
2. 0,6 г.
3. 60 мг.
4. 60 г.

Вопрос 5.

В результате нагревания давление газа в закрытом сосуде увеличилось в 4 раза. Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость?

1. Увеличилась в 2 раза.
2. Уменьшилась в 2 раза.
3. Увеличилась в 4 раза.
4. Уменьшилась в 4 раза.

Вопрос 6.

Сравнить давление кислорода и водорода при одинаковых концентрациях молекул и равных средних квадратичных скоростях их движения. Молярная масса кислорода $\mu_к = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса водорода $\mu_в = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1. $p_к/p_в = 0{,}06$.
2. $p_к/p_в = 8$.
3. $p_к/p_в = 16$.
4. $p_к/p_в = 32$.

Вопрос 7.

Средняя квадратичная скорость молекул газа $\langle v_{кв} \rangle = 500$ м/с, а его плотность $\rho = 1{,}35$ кг/м^3. Каково давление газа (1 кПа = 10^3 Па)?

1. 1,1 кПа.
2. 11 кПа.
3. 110 кПа.
4. 1100 кПа.

Вопрос 8.

В сосуде объемом $V = 5$ л находится однородный газ количеством вещества $\nu = 0{,}2$ моль. Плотность газа $\rho = 1{,}12$ кг/м^3. Определить молярную массу газа (1 л = 10^{-3} м^3).

1. 1,12 кг/моль.
2. $28 \cdot 10^3$ кг/моль.
3. $32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.
4. $1{,}12 \cdot 10^3$ кг/моль.

Вопрос 9.

В сосуде объемом $V = 5$ л находится однородный газ количеством вещества $\nu = 0{,}2$ моль. Молярная масса газа $\mu = 0{,}028$ кг/моль. Определить плотность газа (1 л = 10^{-3} м^3).

1. 2,02 кг/м^3.
2. 1,12 кг/м^3.
3. 0,8 кг/м^3.
4. 0,3 кг/м^3.

Вопрос 10.

Сосуд содержит азот в количестве $\nu = 0{,}2$ моль, плотность которого $\rho = 1{,}12$ кг/м^3. Найти объем сосуда. Молярная масса азота $\mu = 0{,}028$ кг/моль (1 л = 10^{-3} м^3).

1. 8 л.
2. 5 л.
3. 3 л.
4. 2 л.

Вопрос 11.

В сосуде объемом $V = 5$ л содержится азот. Плотность азота $\rho = 1{,}12$ кг/м^3. Молярная масса азота $\mu = 0{,}028$ кг/моль. Найти число молей ν азота в сосуде (1 л = 10^{-3} м^3).

1. 0,02 моль.
2. 0,2 моль.
3. 2 моль.
4. 20 моль.

Вопрос 12.

В сосуде объемом $V = 4$ л находится водород. Известно, что в объеме $V_1 = 1$ см^3 этого сосуда содержится число молекул $N_1 = 7{,}5 \cdot 10^{19}$. Найти массу водорода во всем сосуде. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль (1 л = 10^{-3} м^3).

1. 0,1 г.
2. 1 г.
3. 5 г.
4. 10 г.

Вопрос 13.

Газ массой $m = 6$ кг занимает объем $V = 5$ м^3 при давлении $p = 200$ кПа. Какова средняя квадратичная скорость движения молекул газа?

1. 710 м/с.
2. 504 м/с.
3. 424 м/с.
4. 236 м/с.

Вопрос 14.

Определить число N молекул в водороде массой $m = 1$ кг и массу $m_о$ одной молекулы водорода. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. $N = 3 \cdot 10^{26}$; $m_о = 3{,}33 \cdot 10^{-27}$ кг.
2. $N = 3 \cdot 10^{29}$; $m_о = 3{,}33 \cdot 10^{-24}$ кг.
3. $N = 3 \cdot 10^{23}$; $m_о = 3{,}33 \cdot 10^{-24}$ кг.
4. $N = 3 \cdot 10^{26}$; $m_о = 3{,}33 \cdot 10^{-24}$ кг.

Вопрос 15.

Давление кислорода $p = 2 \cdot 10^5$ Па, а средняя квадратичная скорость молекул $\langle v_{кв} \rangle = 700$ м/с. Найти концентрацию молекул кислорода. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Число Авагадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. $2{,}3 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.
2. $2{,}56 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.
3. $2{,}3 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$.
4. $1{,}61 \cdot 10^{22}$ м$^{-3}$.

Вопрос 16.

В сосуде объемом $V = 4$ л находится водород массой $m = 1$ г. Какое число молекул N_1 содержится в объеме $V_1 = 1$ см^3 этого сосуда? Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ (1 л = 10^{-3} м^3).

1. $7{,}5 \cdot 10^{13}$.
2. $7{,}5 \cdot 10^{19}$.
3. $7{,}5 \cdot 10^{22}$.
4. $3 \cdot 10^{19}$.

Вопрос 17.

Смешали две порции кислорода O_2 и гелия He так, что число молекул в каждой порции одинаково. Каково отношение масс $m_к/m_г$ газов и отношение средних кинетических энергий $E_к/E_г$ молекул? Молярная масса кислорода $\mu_к = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Молярная масса гелия $\mu_г = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1. $m_к/m_г = 1$; $E_к/E_г \approx 1$.
2. $m_к/m_г = 8$; $E_к/E_г \approx 1$.
3. $m_к/m_г = 4$; $E_к/E_г \approx 1$.
4. $m_к/m_г = 8$; $E_к/E_г \approx 8$.

Вопрос 18.

Во сколько раз увеличилось давление азота в баллоне при его нагревании от −73°C до +27°C?

1. В ~2,25 раза.
2. В ~1,5 раза.
3. В ~2 раза.
4. В ~73/27 раза.

Вопрос 19.

Газ, занимающий объем 1 л при температуре 27°C, нагрели до температуры 327°C, и он стал занимать 2 л. Каково отношение давлений, концентраций n_1/n_2 и средних квадратичных скоростей молекул $\langle \upsilon_{1кв} \rangle / \langle \upsilon_{2кв} \rangle$ до и после нагревания?

1. $p_1/p_2 \approx 2$; $n_1/n_2 \approx 0{,}5$; $\langle \upsilon_{1кв} \rangle / \langle \upsilon_{2кв} \rangle \approx 0{,}5$.
2. $p_1/p_2 \approx 1$; $n_1/n_2 \approx 0{,}5$; $\langle \upsilon_{1кв} \rangle / \langle \upsilon_{2кв} \rangle \approx 0{,}5$.
3. $p_1/p_2 \approx 2$; $n_1/n_2 \approx 0{,}5$; $\langle \upsilon_{1кв} \rangle / \langle \upsilon_{2кв} \rangle \approx 0{,}6$.
4. $p_1/p_2 \approx 1$; $n_1/n_2 \approx 2$; $\langle \upsilon_{1кв} \rangle / \langle \upsilon_{2кв} \rangle \approx 0{,}7$.

Вопрос 20.

Какое давление на стенки сосуда производит кислород, если средняя квадратичная скорость его молекул

$<v_{кв}>$ = 400 м/с и число молекул в объеме $V = 1$ см^3 – N = = $1{,}8 \cdot 10^{19}$? Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль. Число Авогадро $N_А = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. 512 кПа.
2. 70 кПа.
3. 51,2 кПа.
4. 5,12 кПа.

Вопрос 21.

Определить, чему равна средняя кинетическая энергия $<E_к>$ поступательного движения молекул кислорода при температуре $t = 47$°С? Масса кислорода 20 г. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 1 кДж.
2. 2,49 кДж.
3. 6 кДж.
4. 24,9 кДж.

Вопрос 22.

Средняя квадратичная скорость молекул газа при температуре $t_1 = 0$°С $<v_{кв}>_1 = 360$ м/с. Какова средняя квадратичная скорость $<v_{кв}>_2$ молекул этого газа при $t_2 = 127$°С?

1. 436 м/с.
2. 500 м/с.
3. 620 м/с.
4. 700 м/с.

Вопрос 23.

Средняя квадратичная скорость молекул водорода при температуре $t_1 = 0$°С $<v_{кв}>_1 = 1760$ м/с. Какова средняя квадратичная скорость $<v_{кв}>_2$ молекул кислорода при той же температуре? Молярная масса водорода μ_1 = = 0,002 кг/моль, кислорода — μ_2 = 0,032 кг/моль.

1. 160 м/с.
2. 440 м/с.
3. 880 м/с.
4. 1600 м/с.

Вопрос 24.

Газ массой $m = 1$ кг при давлении $p = 1 \cdot 10^5$ Па занимает объем $V = 0{,}3$ м^3. Найти среднюю квадратичную скорость $<v_{кв}>$ молекул.

1. 300 м/с.
2. 250 м/с.
3. 200 м/с.
4. 100 м/с.

Вопрос 25.

Газ при давлении $p = 1 \cdot 10^5$ Па занимает объем $V = 0{,}3$ м^3. Средняя квадратичная скорость его молекул $<v_{кв}> = 300$ м/с. Найти массу газа.

1. 1 кг.
2. 2 кг.
3. 2,5 кг.
4. 3 кг.

Вопрос 26.

Газ массой $m = 1$ кг занимает объем $V = 0{,}3$ м^3. Средняя квадратичная скорость молекул газа $<v_{кв}> = 300$ м/с. Найти давление газа.

1. 150 кПа.
2. 300 кПа.
3. 110^5 Па.
4. 210^5 Па.

Вопрос 27.

Водород, занимающий объем $V = 1$ м^3, имеет давление $p = 18$ кПа и содержит число молекул $N = 5 \cdot 10^{21}$. Найти среднюю квадратичную скорость $<v_{кв}>$ его молекул. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. 2000 м/с.
2. 1800 м/с.
3. 700 м/с.
4. 424 м/с.

Вопрос 28.

Средняя квадратичная скорость молекул водорода $<v_{кв}> = 1800$ м/с. Какой объем занимает этот газ, если его давление $p = 18$ кПа и он содержит число молекул $N = 5 \cdot 10^{21}$. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. 1 м^3.
2. 2 м^3.
3. 5 м^3.
4. 6 м^3.

Вопрос 29.

Найти отношение $\langle v_{кв} \rangle_1 / \langle v_{кв} \rangle_2$ средних квадратичных скоростей молекул гелия и азота при одинаковых температурах. Молярная масса гелия $\mu_1 = 0{,}004$ кг/моль. Молярная масса азота $\mu_2 = 0{,}028$ кг/моль.

1. 0,37.
2. 0,14.
3. 2,6.
4. 7.

Вопрос 30.

При какой температуре T_1 молекулы гелия имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle v_{кв} \rangle$, как молекулы водорода при температуре $t_2 = 15$°C? Молярная масса водорода $\mu_2 = 0{,}002$ кг/моль, гелия $\mu_1 = 0{,}004$ кг/моль.

1. 576 К.
2. 303 К.
3. 94°С.
4. 30°С.

Вопрос 31.

Средняя квадратичная скорость молекул $\langle v_{кв} \rangle = 300$ м/с. Найти объем, который занимает одноатомный газ массой $m = 1$ кг (при давлении $p = 1 \cdot 10^5$ Па).

1. 3 м^3.
2. 1 м^3.
3. 0,3 м^3.
4. 0,1 м^3.

Вопрос 32.

Найти число N молекул водорода в объеме $V = 1$ м^3, если давление $p = 18$ кПа, а средняя квадратичная скорость молекул $<v_{кв}> = 1800$ м/с. Молярная масса водорода $\mu =$ $= 0{,}002$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. $5 \cdot 10^{21}$.
2. $5 \cdot 10^{24}$.
3. $9 \cdot 10^{21}$.
4. $9 \cdot 10^{24}$.

Вопрос 33.

Водород в объеме $V = 1$ м^3 содержит число $N = 5 \cdot 10^{21}$ молекул, имеющих среднюю квадратичную скорость $<v_{кв}> = 1800$ м/с. Чему равно давление газа? Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль. Число Авогадро $N_A =$ $= 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. 6 кПа.
2. 18 кПа.
3. 25 кПа.
4. 48 кПа.

Вопрос 34.

Найти число молекул водорода в сосуде объемом $V = 1$ м^3, если давление $p = 27 \cdot 10^3$ Па, а средняя квадратичная скорость его молекул $<v_{кв}> = 2400$ м/с. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

1. $4{,}2 \cdot 10^{24}$.
2. 10^{25}.
3. $4{,}2 \cdot 10^{27}$.
4. 10^{28}.

Вопрос 35.

Определите среднюю квадратичную скорость $<v_{кв}>_1$ молекул кислорода при $t_1 = 20$°C. При какой температуре t_2 эта скорость $<v_{кв}>_2 = 500$ м/с? Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К)

1. $<\upsilon_{кв}>_1 = 477$ м/с; $t_2 = 48$°C.
2. $<\upsilon_{кв}>_1 = 124$ м/с; $t_2 = 321$ К.
3. $<\upsilon_{кв}>_1 = 124$ м/с; $t_2 = 48$°C.
4. $<\upsilon_{кв}>_1 = 151$ м/с; $t_2 = 321$ К.

Вопрос 36.

Определите число молекул газа, содержащегося в колбе вместимостью $V = 240$ см^3 при температуре $t = 17$°C и давлении $p = 50 \cdot 10^3$ Па. Постоянная Больцмана $k = 1{,}4 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

1. $3 \cdot 10^{21}$.
2. $4{,}8 \cdot 10^{21}$.
3. $5 \cdot 10^{25}$.
4. $3 \cdot 10^{24}$.

Вопрос 37.

На сколько увеличилась температура газа в баллоне, если после его подогрева давление изменилось от $p_1 = 0{,}45$ МПа до $p_2 = 870$ кПа? Начальная температура газа в баллоне $t_1 = 20$°C.

1. ~на 18,7°C.
2. ~на 273 К.
3. ~на 292°C.
4. ~на 547 К.

Вопрос 38.

Во сколько раз увеличится давление газа в электрической лампочке, если после ее включения температура газа повысилась от $t_1 = 15$°C до $t_2 = 300$°C?

1. ~2.
2. ~6.
3. ~20.
4. ~28,5.

Вопрос 39.

Идеальный газ, занимающий объем $V = 15$ л, охладили при постоянном давлении на $\Delta T = 60$ К, после чего объем стал равным $V_2 = 12$ л. Первоначальная температура T_1 была равна:

1. 210 К.
2. 240 К.
3. 300 К.
4. 330 К.

Вопрос 40.

Углекислый газ нагревают в открытом сосуде при нормальном атмосферном давлении от $T_1 = 400$ К до $T_2 = 800$ К. На сколько при этом изменяется число молекул в объеме $V = 1$ м^3 газа?

1. $6{,}6 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$.
2. $6{,}6 \cdot 10^{27}$ м$^{-3}$.
4. $9 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$.
5. $9 \cdot 10^{26}$ м$^{-3}$.

Вопрос 41.

На сколько изменилась масса воздуха в комнате объемом 60 м^3 при нагревании в ней воздуха от 10 до 20°С? Давление нормальное $p = 10^5$ Па. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. Уменьшилась на ~2,5 кг.
2. Уменьшилась на ~0,3 кг.
3. Увеличилась на ~2,5 кг.
4. Увеличилась на ~0,3 кг.

Вопрос 42.

В баллоне емкостью $V = 110$ л находится водород массой $m = 0{,}8$ кг и кислород массой $m_2 = 1{,}6$ кг. Определите давление смеси на стенки баллона, если температура окружающей среды $t = 27$°С. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Молярная масса кислорода $\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 10^4 Па.
2. 10^7 Па.
3. 10^9 Па.
4. 10^{10} Па.

Вопрос 43.

Чему равна плотность водорода при температуре $t = 15$°С и давлении $p = 97$ кПа. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 0,08 кг/м^3.
2. 0,8 кг/м^3.
3. 0,16 кг/м^3.
4. 1,6 кг/м^3.

Вопрос 44.

Давление в баллоне с газом, находящемся в помещении с температурой $t_1 = 17°C$, равно $p = 2{,}4 \cdot 10^5$ Па. На улице давление уменьшилось на $\Delta p = 4 \cdot 10^4$ Па. Какова температура наружного воздуха?

1. −31°C.
2. 31°C.
3. 215 К.
4. 269 К.

Вопрос 45.

Из баллона со сжатым водородом объемом $V = 10$ л вытекает газ. При температуре $t_1 = 7°C$ давление в баллоне $p_1 = 5 \cdot 10^6$ Па. Давление манометра не изменилось и при $t_2 = 17°C$. Определить массу вытекшего газа. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. ~1,5 г.
2. ~20 г.
3. ~150 г.
4. ~1,5 кг.

Вопрос 46.

В баллон, содержащий 8 г кислорода O_2, добавили 28 г азота N_2. Как изменилось давление в баллоне, если температура оставалась неизменной? $\mu_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\mu_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1. Увеличилось в 3 раза.
2. Увеличилось в 4 раза.
3. Увеличилось в 4,5 раз.
4. Увеличилось в 5 раз.

Вопрос 47.

В одном баллоне объемом $V_1 = 2$ л давление газа $p_1 = 0{,}33 \cdot 10^5$ Па, в другом, емкостью $V_2 = 6$ л, давление того же газа $p_2 = 0{,}66 \cdot 10^5$ Па. Баллоны соединяются трубкой, имеющей кран. Какое давление установится в баллонах при открывании крана? Процесс считать изотермическим.

1. 5,8 МПа.
2. 58 кПа.
3. 99 кПа.
4. 99 МПа.

Вопрос 48.

Какое число молекул идеального газа занимает объем $V = 10$ см^3 при давлении $p = 5{,}3$ кПа и температуре $t = 27°$C? Число Авогадро $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. $1{,}3 \cdot 10^{16}$.
2. $1{,}3 \cdot 10^{19}$.
3. $1{,}3 \cdot 10^{22}$.
4. $1{,}4 \cdot 10^{19}$.

Вопрос 49.

Газ охладили от температуры $T_1 = 727°$C до $T_2 = 227°$C. Во сколько раз уменьшится его объем (V_1/V_2 — ?), если давление останется постоянным?

1. 3,2.
2. 2.
3. 0,5.
4. 0,3.

Вопрос 50.

Сосуд, содержащий воздух при давлении $p_1 = 10^5$ Па, соединим с пустым сосудом объемом $V_2 = 2$ л, после чего установившееся давление в сосудах стало $p_2 = 8 \cdot 10^4$ Па. Найти объем V_1 первого сосуда.

1. 4 л.
2. 8 л.
3. 10 л.
4. 16 л.

Вопрос 51.

Идеальный газ количеством вещества 2 моль находится в баллоне, где имеется клапан, выпускающий этот газ при давлении в баллоне более $1{,}5\cdot10^5$ Па. При температуре 300 К давление в баллоне было $1\cdot10^5$ Па. Затем газ нагрели до температуры 600 К. Какое количество газа при этом вышло из баллона?

1. 0,5 моль.
2. 1,5 моль.
3. 0,25 моль.
4. 1 моль.

Вопрос 52.

Смесь состоит из кислорода массой $m_1 = 32$ г и углекислого газа массой $m_2 = 44$ г. Какова ее плотность ρ при температуре $t = 107°C$ и давлении $p = 83$ кПа? Молярная масса кислорода $\mu_1 = 0{,}032$ кг/моль; углекислого газа — $\mu_2 = 0{,}044$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 0,1 кг/м^3.
2. 1 кг/м^3.
3. 2 кг/м^3.
4. 3,55 кг/м^3.

Вопрос 53.

Какая часть газа осталась в баллоне, давление в котором было $p_1 = 1{,}2\cdot10^7$ Па, а температура $t_1 = 37°C$, если давление упало до $p_2 = 105$ Па? Баллон при этом охладился до $t_2 = 23°C$.

1. 0,009.
2. 0,008.
3. 0,013.
4. 0,005.

Вопрос 54.

Какая масса воздуха требуется для наполнения камеры шины автомобиля «Москвич», если объем камеры $V = 12$ л? Наполнение камеры производится при температуре $t = 27°C$ до давления $p = 2{,}2\cdot10^5$ Па. Плотность воздуха при нормальных условиях ($p_0 = 1{,}01\cdot10^5$ Па, $T_0 = 273$ К) $\rho = 1{,}29$ кг/м^3.

1. 0,031 кг.
2. 0,31 кг.

3. 60 г.
4. 3,1 кг.

Вопрос 55.

Внутри закрытого с обоих концов горизонтального цилиндра имеется тонкий поршень, который может скользить в цилиндре без трения. С одной стороны поршня находится водород массой $m_1 = 4$ г, с другой — азот массой $m_2 = 24$ г. Какую часть (V_1/V) объема цилиндра занимает водород? Молярная масса водорода $\mu_1 = 0{,}002$ кг/моль, азота — $\mu_2 = 0{,}028$ кг/моль.
1. 0,2.
2. 0,3.
3. 0,5.
4. 0,7.

Вопрос 56.

Начальная температура гелия $t_1 = 27°C$. Газ нагревают при постоянном давлении на $\Delta t = 30°C$. Найти, какую часть $\Delta V/V_1$ первоначального объема V_1 составляет увеличение объема ΔV гелия при его нагревании?
1. 0,1.
2. 0,2.
3. 0,3.
4. 0,9.

Вопрос 57.

Сколько баллонов водорода, имеющих объем $V = 30$ л каждый при температуре $t = 27°C$ и давлении $p = 4 \cdot 10^6$ Па, потребуется для заполнения аэростата объемом $V = 1000$ м^3, если при температуре $t = -23°C$ давление в нем должно быть $p = 10^5$ Па (1 л = 10^{-3} м^3)?
1. 1000.
2. 500.
3. 100.
4. 10.

Вопрос 58.

Баллон, содержащий гелий массой $m_1 = 1$ кг, при испытании взорвался при температуре $T_1 = 600$ К. Какую массу m_2 водорода можно хранить в таком баллоне при температуре $T_2 = 300$ К, имея десятикратный (К $= p_1/p_2 = 10$) запас прочности? Молярная масса гелия $\mu_1 = 0,004$ кг/моль, молярная масса водорода $\mu_2 = 0,002$ кг/моль.

1. 0,1 кг.
2. 0,2 кг.
3. 0,3 кг.
4. 0,4 кг.

Вопрос 59.

Во сколько раз уменьшилась плотность газа при его нагревании в колбе от температуры $t_1 = 17°$C до $t_2 = 307°$C?

1. 2.
2. 3.
3. 4.
4. 18.

Вопрос 60.

Закрытый цилиндр, расположенный горизонтально, разделен на две части поршнем. Одна часть цилиндра заполнена некоторым количеством газа при температуре $t_1 = -73°$C, а другая часть — таким же количеством газа при температуре $t_2 = 27°$C. Поршень находится в равновесии. Найти объемы V_1 и V_2, занимаемые газом в двух частях цилиндра, если общий объем газа $V = 500$ см^3.

1. $V_1 = 250$ см^3; $V_2 = 250$ см^3.
2. $V_1 = 200$ см^3; $V_2 = 300$ см^3.
3. $V_1 = 100$ см^3; $V_2 = 400$ см^3.
4. $V_1 = 50$ см^3; $V_2 = 450$ см^3.

Вопрос 61.

Газ объемом $V_1 = 8$ л при давлении $p_1 = 3 \cdot 10^5$ Па изотермически сжимают до объема $V_2 = 4$ л. На сколько при этом изменилось давление газа?

1. $2 \cdot 10^5$ Па.
2. $3 \cdot 10^5$ Па.
3. $4 \cdot 10^5$ Па.
4. $12 \cdot 10^5$ Па.

Вопрос 62.

При сжатии газа его объем уменьшился от $V_1 = 8$ л до $V_1 = 5$ л, а давление повысилось на $\Delta p_1 = 60$ кПа. Найти первоначальное давление, считая процесс изотермическим.

1. 100 кПа.
2. 200 кПа.
3. 300 кПа.
4. 400 кПа.

Вопрос 63.

Газ объемом $V_1 = 8$ л при давлении $p_1 = 100$ кПа изотермически сжимают до объема $V_2 = 5$ л. На сколько при этом изменилось давление?

1. 7 кПа.
2. 60 кПа.
3. 80 кПа.
4. 90 кПа.

Вопрос 64.

Газ объемом $V_1 = 8$ л при давлении $p_1 = 100$ кПа изотермически сжимают. При этом давление увеличивается на $\Delta p = 60$ кПа. До какого объема V_2 сжали газ?

1. 3 л.
2. 5 л.
3. 6 л.
4. 7 л.

Вопрос 65.

Газ занимает некоторый объем V_1 при давлении $p_1 = 100$ кПа. Газ сжимают изотермически до объема $V_2 = 5$ л, увеличивая его давление на $\Delta p = 60$ кПа. Найти первоначальный объем газа.

1. 8 л.
2. 10 л.
3. 12 л.
4. 16 л.

Вопрос 66.

При увеличении давления в 1,5 раза объем газа уменьшился на 30 л. Найти первоначальный объем, считая процесс изотермическим.

1. 120 л.
2. 90 л.
3. 80 л.
4. 60 л.

Вопрос 67.

Газ объемом $V_1 = 90$ л изотермически сжимают. При этом его объем уменьшается на $\Delta V = 30$ л. Во сколько раз увеличилось давление газа?

1. 1,5.
2. 2.
3. 2,5.
4. 3.

Вопрос 68.

Газ объемом $V_1 = 90$ л изотермически сжимают, увеличивая давление в 1,5 раза. На сколько литров ΔV уменьшился объем газа?

1. 45 л.
2. 40 л.
3. 30 л.
4. 20 л.

Вопрос 69.

Из баллона со сжатым кислородом израсходовали столько кислорода, что его давление уменьшилось от $p_1 = 9{,}8 \cdot 10^6$ Па до $p_2 = 7{,}84 \cdot 10^6$ Па. Какая часть массы кислорода ($\Delta m / m_1$) израсходована?

1. 0,2.
2. 0,4.
3. 0,6.
4. 0,8.

Вопрос 70.

Газ нагревают от температуры $t_1 = 27°C$ до $t_2 = 39°C$ при постоянном давлении. Найти относительное увеличение $\Delta V / V_1$ его объема.

1. 4%.
2. 31%.
3. 40%.
4. 44%.

Вопрос 71.

Плотность воздуха при нормальных условиях ($p_0 = 10^5 \cdot$Па, $t_0 = 0$°C) $\rho_0 = 1{,}3$ кг/м^3. Какова плотность воздуха при температуре $t = 273$°C и давлении $p = 4 \cdot 10^5$ Па?

1. 5,2 кг/м^3.
2. 4,4 кг/м^3.
3. 2,6 кг/м^3.
4. 1,8 кг/м^3.

Вопрос 72.

При какой температуре находился газ в закрытом сосуде, если при его нагревании на $\Delta T = 140$ К давление возросло в $n = 1{,}5$ раза?

1. 7 К.
2. 7°C.
3. 300 К.
4. 280°C.

Вопрос 73.

Некоторый газ массой $m_1 = 7$ г при температуре $t_1 = 27$°C создает в баллоне давление $p_1 = 50$ кПа. Водород массой $m_2 = 4$ г при температуре $t_2 = 60$°C создает в том же баллоне давление $p_2 = 444$ кПа. Какова молярная масса μ_1 неизвестного газа? Молярная масса водорода $\mu_2 = 0{,}002$ кг/моль.

1. 0,044 кг/моль.
2. 0,032 кг/моль.
3. 0,028 кг/моль.
4. 0,004 кг/моль.

Вопрос 74.

Воздух с улицы при температуре $t_1 = -23$°C подогревают до $t_2 = 77$°C при атмосферном давлении. Во сколько раз (V_2/V_1) изменяется при этом объем воздуха?

1. 1,4.
2. 1,2.
3. 1,8.
4. 3,3.

Вопрос 75.

Газ в закрытом сосуде имел температуру $t_1 = 7°C$. Во сколько раз (p_2/p_1) возросло его давление при нагревании на $\Delta t = 140°C$?

1. В 1,5 раза.
2. В 2 раза.
3. В 3 раза.
4. В 20 раз.

Вопрос 76.

Газ находится в закрытом сосуде при температуре $t_1 = 7°C$. После нагрева его давление возросло в $n = 1{,}5$ раза. На сколько градусов Δt изменилась температура газа?

1. 140°C.
2. 40 К.
3. 3,5 К.
4. 3,5°C.

Вопрос 77.

В одном баллоне объемом $V_1 = 2$ л давление газа $p_1 = 33$ кПа, а в другом — $p_2 = 66$ кПа. Баллоны соединены трубкой, имеющей кран. После открывания крана в баллонах установилось давление $p = 58$ кПа. Найти объем V_2 другого сосуда. Процесс считать изотермическим.

1. 3 л.
2. 6 л.
3. 8 л.
4. 10 л.

Вопрос 78.

Баллоны, соединенные трубкой с краном, имеют объемы $V_1 = 2$ л и $V_2 = 6$ л. В баллонах находится газ. Давление газа в первом сосуде $p_1 = 33$ кПа. После открывания крана в баллонах установилось давление $p = 58$ кПа. Какое давление p_2 было во втором сосуде до открывания крана? Процесс изотермический.

1. 25 кПа.
2. 66 кПа.
3. 87 кПа.
4. 91 кПа.

Вопрос 79.

При какой температуре T_1 находился газ, если при его нагревании на $\Delta t = 22°C$ при постоянном давлении объем увеличился в 2 раза?

1. 22 К.
2. 44 К.
3. 22°С.
4. 295 К.

Вопрос 80.

При давлении $p_1 = 2$ МПа объем газа под поршнем в цилиндре $V_1 = 6$ л. Газ сжимают изотермически. Конечное давление $p_2 = 4$ МПа. Найти объем V_2, до которого был сжат газ.

1. 1 л.
2. 2 л.
3. 3 л.
4. 4 л.

Вопрос 81.

Азот находится при температуре $t_1 = 27°C$. Его нагревают при постоянном давлении на $\Delta t = 900°C$. Во сколько раз (V_1/V_2) увеличится его объем?

1. 2.
2. 4.
3. 33.
4. 43.

Вопрос 82.

Объем камеры $V = 50$ м^3. Какова разница в массе Δm водорода, заполняющего камеру при температуре $t_1 = 127°C$ и $t_2 = 227°C$? Давление газа $p = 83$ кПа. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К). Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

1. 8,3 кг.
2. 0,05 кг.
3. 0,5 кг.
4. 5 кг.

Вопрос 83.

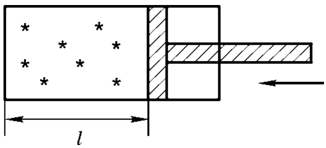
До какой температуры T_2 нужно нагреть колбу, содержащую газ при температуре $t_1 = 27°C$, чтобы его плотность уменьшилась в 1,5 раза?

1. 450 К.
2. 405°С.
3. 450°С.
4. 405 К.

Вопрос 84.

Во сколько раз изменится давление воздуха в цилиндре, если поршень переместить на (1/3) l влево? Процесс изотермический.

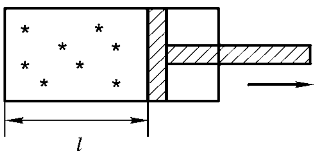
1. Увеличится в 1,5 раза.
2. Увеличится в 2 раза.
3. Увеличится в 2,5 раза.
4. Увеличится в 3 раза.



Вопрос 85.

Во сколько раз изменится давление воздуха в цилиндре, если поршень переместить на (1/3) l вправо? Процесс изотермический.

1. Уменьшится в 1,33 раза.
2. Уменьшится в 1,5 раза.
3. Уменьшится в 1,67 раза.
4. Уменьшится в 3 раза.



Вопрос 86.

В цилиндре двигателя автомобиля температура воздуха в начале такта сжатия была $t_1 = 50°C$. Найти температуру воздуха t_2 в конце такта, если его объем уменьшился в 17 раз, а давление возросло в 50 раз.

1. 1000°С.
2. 677°С.
3. 1000 К.
4. 677 К.

Вопрос 87.

В цилиндре двигателя автомобиля температура воздуха в начале такта сжатия была $t_1 = 50°C$, а в конце —

$t_2 = 677$°С. При сжатии объем газа уменьшился в 17 раз. Во сколько раз возросло давление газа?

1. 10.
2. 20.
3. 40.
4. 50.

Вопрос 88.

В баллоне объемом $V = 0{,}83$ м^3 находится гелий при давлении $p_1 = 29\cdot10^4$ Па и температуре $t_1 = 17$°С. Массу гелия в баллоне увеличили, при этом его давление повысилось до $p_2 = 64\cdot10^4$ Па, а температура — до $t_2 = 47$°С. На какую величину Δm увеличилась масса гелия? Молярная масса гелия $\mu = 0{,}004$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 1 кг.
2. 0,2 кг.
3. 0,4 кг.
4. 0,6 кг.

Вопрос 89.

При нагревании идеального газа на $\Delta t = 1$°С при постоянном давлении его объем увеличился на $\Delta V = (1/350)V_1$ (V_1 — первоначальный объем). Найти начальную температуру T_1 газа.

1. 70°С.
2. 120°С.
3. 350 К.
4. 400 К.

Вопрос 90.

Газ изотермически сжимают от объема $V_1 = 8$ л до объема $V_2 = 4$ л. Давление газа при этом изменилось на $\Delta p = 3\cdot10^5$ Па. Каким было первоначальное давление p_1 газа?

1. $1{,}5\cdot10^5$ Па.
2. $3\cdot10^5$ Па.
3. $6\cdot10^5$ Па.
4. $8\cdot10^5$ Па.

Вопрос 91.

Два сосуда соединены тонкой трубкой с краном. В одном сосуде объемом $V_1 = 1{,}5$ л находится азот при давлении $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, в другом объемом $V_2 = 3$ л — кислород при давлении $p_2 = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па. Какое установится давление в сосудах, если кран открыть? Температура газов постоянна.

1. $8 \cdot 10^5$ Па.
2. $3 \cdot 10^5$ Па.
3. $2{,}5 \cdot 10^5$ Па.
4. $2 \cdot 10^5$ Па.

Вопрос 92.

Два сосуда соединены тонкой трубкой с краном. В одном сосуде объемом $V_1 = 3$ л находится азот при давлении $p_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, в другом объемом $V_2 = 6$ л — кислород при давлении $p_2 = 2{,}5 \cdot 10^5$ Па. Какое установится давление в сосудах, если кран открыть? Температура газов постоянна.

1. $2 \cdot 10^5$ Па.
2. $2{,}5 \cdot 10^5$ Па.
3. $3 \cdot 10^5$ Па.
4. $8 \cdot 10^5$ Па.

Вопрос 93.

Газ находится при температуре $t_1 = 27$°С. Его нагрели при постоянном давлении. При этом объем газа увеличился в 4 раза. На сколько градусов нагрели газ?

1. 1173 К.
2. 108°С.
3. 900°С.
4. 1173°С.

Вопрос 94.

Газ сжимают изотермически от объема $V_1 = 6$ л до объема $V_2 = 3$ л. Начальное давление газа было $p_1 = 2$ МПа. Найти конечное давление p_2.

1. 4 МПа.
2. 6 МПа.
3. 8 МПа.
4. 12 МПа.

Вопрос 95.

Газ находится при температуре $T_1 = 22$ К. Во сколько раз увеличился объем газа после его нагревания на $\Delta t = 22$°C при постоянном давлении?

1. 1,3.
2. 2.
3. 3.
4. 4.

Вопрос 96.

Воздух при атмосферном давлении подогревают до $t_2 = 77$°C. При этом его объем увеличивается в 1,4 раза. Найти начальную температуру воздуха.

1. −23°C.
2. 23°C.
3. 55°C.
4. 296 К.

Вопрос 97.

Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде при температуре $t_1 = 30$°C $\varphi_1 = 0{,}8$. Какова будет относительная влажность φ_2, если этот воздух нагреть при постоянном объеме до температуры $t_2 = 50$°C? Давление насыщенных паров воды при температуре 30°C $p_{01} = 4{,}32$ кПа, а при температуре 50°C $p_{02} = 12{,}3$ кПа.

1. 0,3.
2. 0,5.
3. 0,6.
4. 0,7.

Вопрос 98.

Относительная влажность воздуха в закрытом сосуде при температуре $t_1 = 5$°C $\varphi_1 = 84\%$, а при температуре $t_2 = 22$°C $\varphi_1 = 30\%$. Как относятся давления p_{01} и p_{02} насыщенных паров воды при температуре t_1 и при температуре t_2?

1. $p_{01} = p_{02}$.
2. $p_{02}/p_{01} = 12{,}3$.
3. $p_{01}/p_{02} = 2{,}97$.
4. $p_{02}/p_{01} = 2{,}97$.

Вопрос 99.

Закрытый сосуд объемом $V_1 = 0,5$ м^3 содержит воду массой $m = 0,5$ кг. Сосуд нагрели до температуры $t = 147°C$. Как следует изменить объем сосуда, чтобы в нем содержался только насыщенный пар? Давление насыщенного пара при температуре $t = 147°C$, $p_0 = 4,7 \cdot 10^4$ Па.

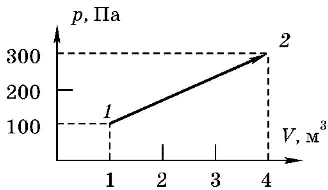
1. Уменьшить на 0,3 м^3.
2. Увеличить на 0,3 м^3.
3. Уменьшить в 2 раза.
4. Увеличить в 3 раза.

ТЕРМОДИНАМИКА

Вопрос 1.

Чему равна работа, совершенная газом при переходе из состояния 1 в состояние 2?

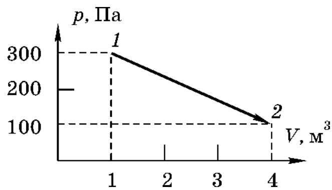
1. 200 Дж.
2. 400 Дж.
3. 600 Дж.
4. 800 Дж.



Вопрос 2.

Чему равна работа, совершенная газом при переходе из состояния 1 в состояние 2?

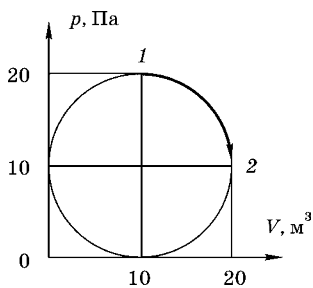
1. 300 Дж.
2. 400 Дж.
3. 600 Дж.
4. 800 Дж.



Вопрос 3.

Внутренняя энергия одноатомного идеального газа в процессе *1–2* изменилась на:

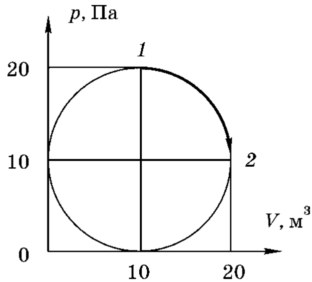
1. 0 Дж.
2. 80 Дж.
3. 180 Дж.
4. 280 Дж.



Вопрос 4.

Идеальный газ в процессе *1–2* совершает работу:

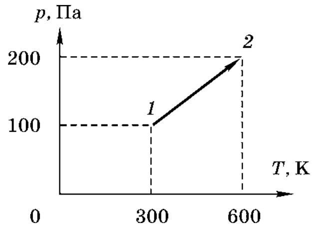
1. 0 Дж.
2. ~180 Дж.
3. ~80 Дж.
4. ~380 Дж.



Вопрос 5.

Идеальный газ в процессе *1–2* совершает работу:

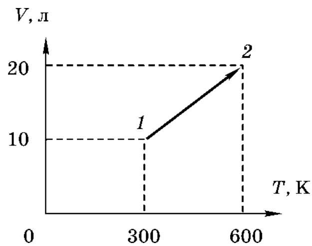
1. 7,5 кДж.
2. 10 кДж.
3. ~2,5 кДж.
4. 0 Дж.



Вопрос 6.

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа в количестве $\nu = 2$ молей в процессе *1–2* изменилась на:

1. 7,5 кДж.
2. –5 кДж.
3. 2,5 кДж.
4. 0 Дж.

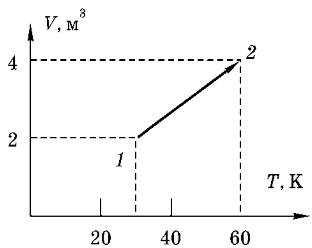


Вопрос 7.

Газ перешел из состояния 1 в состояние 2 так, как показано на рисунке. Какую работу совершил газ, если в состоянии 1 давление было $p_1 = 20$ кПа?

1. –60 кДж.
2. 40 кДж.
3. 30 кДж.
4. 0 Дж.

(1 л = 10^{-3} м^3)



Вопрос 8.

Во сколько раз изменится внутренняя энергия одноатомного идеального газа, если объем увеличить на 50% , а давление уменьшить на 50% ?

1. $U_2/U_1 = 3/4$.
2. $U_2/U_1 = 1/4$.
3. $U_2/U_1 = 4/3$.
4. $U_2/U_1 = 2$.

Вопрос 9.

Температура воздуха в комнате объемом $V_1 = 70$ м^3 была $T_1 = 280$ К. После того как протопили печь, температура поднялась до $T_2 = 294$ К. Найти работу воздуха при расширении, если давление $p = 160$ кПа постоянно (1 МДж = $= 10^6$Дж).

1. 5600 кДж.
2. 560 кДж.
3. 224 МДж.
4. 56 кДж.

Вопрос 10.

Газ, занимающий объем $V_1 = 12$ л, был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К. При этом он совершил работу $A = 400$ Дж. Под каким давлением p_1 находился газ (1 кПа = 10^3 Па)?

1. 100 кПа.
2. 200 кПа.
3. 300 кПа.
4. 400 кПа.

Вопрос 11.

Газ, занимающий объем $V_1 = 12$ л, был при постоянном давлении $p = 100$ кПа нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К. Какую работу совершил газ (1 кПа = 10^3 Па)?

1. 100 Дж.
2. 200 Дж.
3. 300 Дж.
4. 400 Дж.

Вопрос 12.

Газ, занимающий объем $V_1 = 12$ л, был при постоянном давлении $p = 100$ кПа нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до T_2. При этом он совершил работу $A = 400$ Дж. Какова конечная температура газа T_2 (1 кПа $= 10^3$ Па)?

1. 400 К.
2. 500 К.
3. 600 К.
4. 700 К.

Вопрос 13.

Газ, занимающий объем $V_1 = 12$ л, был при постоянном давлении $p = 100$ кПа нагрет от температуры T_1 до $T_2 = 400$ К. При этом он совершил работу $A = 400$ Дж. Какова была начальная температура газа T_1 (1 кПа $= 10^3$ Па)?

1. 300 К.
2. 200 К.
3. 150 К.
4. 100 К.

Вопрос 14.

Газ, занимающий объем V_1, был при постоянном давлении $p = 100$ кПа нагрет от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 400$ К. При этом он совершил работу $A = 400$ Дж. Какой объем V_1 занимал газ (1 кПа $= 10^3$ Па)?

1. 32 л.
2. 20 л.
3. 12 л.
4. 5 л.

Вопрос 15.

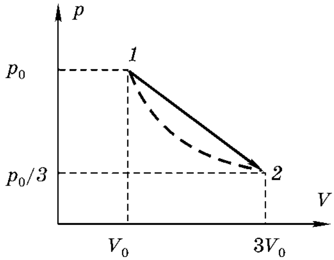
Одноатомный идеальный газ занимает объем $V_1 = 4$ м^3 при температуре $T_1 = 300$ K и давлении $p_1 = 10^5$ Па. При адиабатическом сжатии совершается работа $A = 40$ кДж. Определите конечную температуру T_2 газа.

1. 400 К.
2. 420 К.
3. 350 К.
4. 320 К.

Вопрос 16.

Состояние идеального газа изменяется в соответствии с графиком зависимости $p(V)$. Какое количество теплоты сообщено газу (точки *1* и *2* лежат на одной изотерме)?

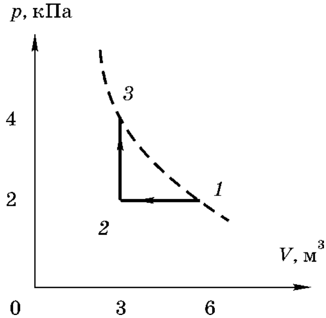
1. $\frac{4p_0V_0}{3}$.
2. p_0V_0.
3. $\frac{3p_0V_0}{4}$.
4. $\frac{p_0V_0}{4}$.



Вопрос 17.

Какое количество теплоты газ получает или отдает в процессе *1–2–3*, показанном на рисунке (*1–3* — изотерма)?

1. Отдает 4,5 кДж.
2. Получает 4,5 кДж.
3. Отдает 6 кДж.
4. Получает 6 кДж.



Вопрос 18.

В сосуде под поршнем находится одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 3$ моль. Определить начальную температуру газа, если при сообщении ему количества теплоты $Q = 6$ кДж объем за счет поднятия поршня увеличился в $n = 1{,}2$ раза. Процесс считать изобарным. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 481 К.
2. 412 К.
3. 240 К.
4. 206 К.

Вопрос 19.

Объем кислорода массой $m = 320$ г, температура которого $t = 27$°C, при изобарном нагревании увеличивается в $n = 2$ раза. Найти работу газа при расширении. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 40 кДж.
2. 25 кДж.
3. 15 кДж.
4. 10 кДж.

Вопрос 20.

Объем кислорода массой $m = 320$ г, температура которого $t = 27$°С, при изобарном нагревании увеличивается в $n = 2$ раза. Найти количество теплоты, которое пошло на нагревание кислорода. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 100 кДж.
2. 87 кДж.
3. 40 кДж.
4. 10 кДж.

Вопрос 21.

Объем кислорода массой $m = 320$ г, температура которого $t = 27$°С, при изобарном нагревании увеличивается в $n = 2$ раза. Найти изменение внутренней энергии газа. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 40 кДж.
2. 62 кДж.
3. 80 кДж.
4. 100 кДж.

Вопрос 22.

Для повышения температуры одноатомного идеального газа при постоянном давлении необходимо затратить количество теплоты Q_p. Какое количество теплоты Q_V следует отнять у этого газа в изохорном процессе, чтобы снизить температуру этого газа до исходной?

1. $\frac{3}{5}Q_p$.
2. $\frac{5}{3}Q_p$.

3. $\frac{2}{3}Q_p$.
4. $\frac{1}{3}Q_p$.

Вопрос 23.

Азот массой $m = 280$ г нагревают при постоянном давлении. При этом затрачивается количество теплоты $Q = 1200$ Дж. Определить изменение температуры ΔT азота. Удельная теплоемкость азота при постоянном объеме $c_V = 745$ Дж/(кг·К). Молярная масса $\mu = 0{,}028$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 2 К.
2. 4,1 К.
3. 20 К.
4. 41 К.

Вопрос 24.

В цилиндре под поршнем находится воздух некоторой массы. На его нагревание при постоянном давлении затрачено количество теплоты $Q_p = 10$ кДж. Найти работу, произведенную при этом газом, если удельная теплоемкость воздуха при постоянном давлении $c_p = 1000$ Дж/(кг·К), его молярная масса $\mu = 0{,}029$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 2,9 кДж.
2. 8 кДж.
3. 11,2 кДж.
4. 5,5 кДж.

Вопрос 25.

Для повышения температуры газа, имеющего массу $m = 32$ г и молярную массу $\mu = 0{,}032$ кг/моль, на $\Delta T = 50$ К при постоянном давлении необходимо затратить количество теплоты $Q_p = 0{,}5$ кДж. Какое количество теплоты Q_V надо отнять у этого газа при постоянном объеме, чтобы его температура снизилась на $\Delta T = 50$ К? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К) (1 кДж = 10^3 Дж).

1. 400 Дж.
2. 60 Дж.

3. 85 Дж.
4. 40 Дж.

Вопрос 26.

Температуру газа, имеющего массу $m = 28$ г и молярную массу $\mu = 0{,}028$ кг/моль, повышают на величину $\Delta T = 100$ К один раз при постоянном давлении, а другой раз — при постоянном объеме. Насколько отличается сообщенное газу количество теплоты Q_p и Q_V при постоянном давлении и при постоянном объеме соответственно ($Q_p - Q_V = ?$) $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К)?

1. 620 Дж.
2. 750 Дж.
3. 830 Дж.
4. 940 Дж.

Вопрос 27.

Температуру газа, имеющего массу $m = 28$ г и молярную массу $\mu = 0{,}028$ кг/моль, повышают на величину ΔT двумя способами: один раз — при постоянном давлении, сообщая газу количество теплоты Q_p, а другой раз — при постоянном объеме, сообщая количество теплоты Q_V, причем $Q_p - Q_V = 830$ Дж. На сколько градусов ΔT изменилась температура газа? $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 80°C.
2. 100°C.
3. 200 К.
4. 300 К.

Вопрос 28.

Температуру газа, имеющего молярную массу $\mu = 0{,}028$ кг/моль, повышают на величину $\Delta T = 100$ К двумя способами: один раз — при постоянном давлении, другой — при постоянном объеме, сообщая количество теплоты Q_p и Q_V соответственно, причем $Q_p - Q_V = 830$ Дж. Какова масса газа? $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 15 г.
2. 28 г.
3. 36 г.
4. 42 г.

Вопрос 29.

Температуру газа, имеющего $m = 28$ г, повышают на величину $\Delta T = 100$ К один раз при постоянном давлении, сообщая количество теплоты Q_p, а другой — при постоянном объеме, сообщая количество теплоты Q_V, причем $Q_p - Q_V = 830$ Дж. Чему равна молярная масса газа? $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 0,032 кг/моль.
2. 0,028 кг/моль.
3. 0,004 кг/моль.
4. 0,002 кг/моль.

Вопрос 30.

Чтобы снизить температуру газа, имеющего массу $m = 2$ г и молярную массу $\mu = 0{,}004$ кг/моль, на ΔT при постоянном объеме, у газа надо отнять количество теплоты $Q_V = 71{,}7$ Дж. А чтобы повысить температуру на столько же градусов при постоянном давлении, надо затратить количество теплоты $Q_p = 80$ Дж. Найти это изменение температуры ΔT. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·K).

1. 2 К.
2. 8 К.
3. 1 К.
4. 4 К.

Вопрос 31.

Вычислите, во сколько раз большее количество теплоты потребуется для изобарного нагревания воздуха, чем для изохорного. Масса воздуха и разность температур в обоих случаях одинаковы. Удельная теплоемкость воздуха $c_p = 1000$ Дж/(кг·К); молярная масса $\mu = 0{,}029$ кг/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1. 1,07.
2. 1,25.
3. 1,67.
4. 1,40.

Вопрос 32.

Какое количество теплоты нужно передать одноатомному идеальному газу в количестве $\nu = 2$ моля, находящемуся при температуре T_0, чтобы изохорно увеличить его давление в $n = 2$ раза?

1. $3RT_0$.
2. $\frac{3RT_0}{2}$.
3. $\frac{5RT_0}{2}$.
4. $6RT_0$.

Вопрос 33.

Одноатомный идеальный газ массой m и молярной массой μ находится в замкнутом сосуде под давлением p_1 при температуре T_1. После нагревания давление в сосуде стало p_2. Какое количество теплоты было сообщено газу при нагревании?

1. $\frac{3m}{2\mu}RT_1\left(\frac{p_2}{p_1}-1\right)$.
2. $\frac{3m}{2\mu}RT_1\frac{p_2}{p_1}$.
3. $\frac{5m}{2\mu}RT_1\left(\frac{p_2}{p_1}-1\right)$.
4. $\frac{5m}{2\mu}RT_1\frac{p_2}{p_1}$.

Вопрос 34.

При адиабатном охлаждении одноатомного идеального газа в количестве $\nu = 2$ моль его температура уменьшилась на величину ΔT. Какая работа A была совершена газом при этом?

1. $A = -3\nu R\Delta T$.
2. $A = \frac{3}{2}\nu R\Delta T$.
3. $A = 3\nu R\Delta T$.
4. $A = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T$.

Вопрос 35.

В цилиндре под подвижным поршнем находится некоторая масса одноатомного идеального газа. К газу подвели количество теплоты Q. Насколько изменилась внутренняя энергия ΔU газа, какую работу A он совершил?

1. $\Delta U = \frac{2}{3}Q$; $A = \frac{1}{3}Q$.
2. $\Delta U = \frac{3}{4}Q$; $A = \frac{1}{4}Q$.
3. $\Delta U = \frac{3}{5}Q$; $A = \frac{2}{5}Q$.
4. $\Delta U = \frac{2}{5}Q$; $A = \frac{3}{5}Q$.

Вопрос 36.

Какое количество теплоты Q получает одноатомный идеальный газ, занимающий объем V_1 при температуре T_1 и давлении p_1, при изобарном расширении, если температура газа при этом увеличивается в n раз?

1. $Q = \frac{5}{2} p_1 V_1 n$.
2. $Q = \frac{3}{2} p_1 V_1 (n - 1)$.
3. $Q = p_1 V_1 (n - 1)$.
4. $Q = \frac{5}{2} p_1 V_1 (n - 1)$.

Вопрос 37.

Чтобы снизить температуру газа, имеющего молярную массу $\mu = 0{,}004$ кг/моль, на $\Delta T = 2$ К при постоянном объеме, у газа надо отнять количество теплоты $Q_V = 71{,}7$ Дж. А чтобы повысить температуру на столько же градусов при постоянном давлении, надо затратить количество теплоты $Q_p = 80$ Дж. Чему равна масса газа? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 1 г.
2. 2 г.
3. 3 г.
4. 4 г.

Вопрос 38.

Чтобы снизить температуру газа, имеющего $m = 2$ г, на $\Delta T = 2$ К при постоянном объеме, у газа надо отнять количество теплоты $Q_V = 71{,}7$ Дж. А чтобы повысить температуру на столько же градусов при постоянном давлении, надо затратить количество теплоты $Q_p = 80$ Дж. Чему равна молярная масса μ газа? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1. 0,004 кг/моль.
2. 0,032 кг/моль.
3. 0,002 кг/моль.
4. 0,028 кг/моль.

Вопрос 39.

С какой минимальной скоростью V_0 должна лететь свинцовая пуля, чтобы при ударе о массивную стальную плиту она полностью расплавилась, если температура пули в момент удара $T = 400$ К, а во внутреннюю энергию превращается $\eta = 80\%$ механической энергии пули? Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 2{,}5\cdot10^4$ Дж/кг. Температура плавления свинца $T_{пл} = 600$ К.

1. 357 м/с.
2. 423 м/с.
3. 629 м/с.
4. 558 м/с.

Вопрос 40.

Свинцовая пуля летела со скоростью $V_0 = 357$ м/с и ударилась о массивную стальную плиту. Температура пули в момент удара была $T = 400$ К. Какая часть η (%) механической энергии пули превратилась во внутреннюю энергию? Удельная теплоемкость свинца $c = 130$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления свинца $\lambda = 2{,}5\cdot10^4$ Дж/кг. Температура плавления свинца $T_{пл} = 600$ К.

1. 80%.
2. 70%.
3. 60%.
4. 50%.

Вопрос 41.

В каком отношении m_1/m_2 следует смешать массу воды m_1 при температуре $t_1 = 50$°C и массу воды m_2 при $t_2 = 0$°C, чтобы температура смеси была $\theta = 20$°C?

1. 1/3.
2. 2/3.
3. 3/4.
4. 4/3.

Вопрос 42.

Смешали воду массой m_1 при температуре $t_1 = 50$°C и воду массой m_2 при температуре $t_2 = 0$°C. Отношение масс было $m_1/m_2 = 2/3$. Чему равна температура θ смеси?

1. 20°C.
2. 10°C.
3. 40°C.
4. 30°C.

Вопрос 43.

Смешали воду массой m_1 при температуре $t_1 = 50$°C и воду массой m_2 при температуре t_2. Отношение масс было $m_1/m_2 = 2/3$. Температура смеси оказалась $\theta = 20$°C. Чему равна была температура t_2?

1. 0°C.
2. 5°C.
3. 10°C.
4. 15°C.

Вопрос 44.

Смешали воду массой m_1 при температуре t_1 и воду массой m_2 при температуре $t_2 = 0$°C. Отношение масс было $m_1/m_2 = 2/3$. Температура смеси оказалась равной $\theta = 20$°C. Чему равна была температура t_1?

1. 30°C.
2. 40°C.
3. 45°C.
4. 50°C.

Вопрос 45.

На спиртовке нагрели воду массой m_1 от температуры $t_1 = 18$°C до $t_2 = 78$°C. КПД спиртовки $\eta = 42\%$. При этом было сожжено спирта $m_2 = 12$ г. Чему равна масса воды? Удельная теплота сгорания спирта $q = 2{,}9{\cdot}10^7$ Дж/кг. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 580 г.
2. 230 г.
3. 740 г.
4. 300 г.

Вопрос 46.

На спиртовке нагрели воду массой $m_1 = 580$ г от температуры $t_1 = 18$°C до t_2. КПД спиртовки $\eta = 42\%$. При этом было сожжено спирта $m_2 = 12$ г. Найти конечную температуру t_2 после нагревания. Удельная теплота сгорания спирта $q = 2{,}9 \cdot 10^7$ Дж/кг. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 325 К.
2. 305 К.
3. 78°С.
4. 50°С.

Вопрос 47.

На спиртовке нагрели воду до $t_2 = 78$°С. Масса воды $m_1 = 580$ г. КПД спиртовки $\eta = 42\%$. При этом было сожжено спирта $m_2 = 12$ г. Найти начальную температуру t_1 воды. Удельная теплота сгорания спирта $q = 2{,}9 \cdot 10^7$ Дж/кг. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 325 К.
2. 305 К.
3. 18°С.
4. 23°С.

Вопрос 48.

Найти массу m_2 спирта, сожженного на спиртовке для нагревания воды массой $m_1 = 580$ г от температуры $t_1 = 18$°С до $t_2 = 78$°С. КПД спиртовки $\eta = 42\%$. Удельная теплота сгорания спирта $q = 2{,}9 \cdot 10^7$ Дж/кг. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 2 г.
2. 12 г.
3. 30 г.
4. 50 г.

Вопрос 49.

В электрическом чайнике мощностью $N = 800$ Вт можно вскипятить объем $V = 3$ л воды, имеющей температуру $t_1 = 20$°С, за время $\tau = 25$ мин. Найти КПД чайника. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К) (1 л $=10^{-3}$ м^3). Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3. Температура кипения воды $t_2 = 100$°С.

1. 84%.
2. 52%.
3. 30%.
4. 16%.

Вопрос 50.

На какую высоту можно было бы поднять груз массой $m_1 = 1000$ кг, если бы удалось полностью использовать энергию, освободившуюся при остывании стакана воды массой $m_2 = 0,25$ кг. Вода охлаждается от $t_1 = 100°C$ до $t_2 = 20°C$. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 8,4 м.
2. 5 м.
3. 20 м.
4. 3,6 м.

Вопрос 51.

Газ находится под поршнем массой $m = 5$ кг, скользящим без трения, в вертикально расположенном цилиндре с площадью основания $S = 0,0005$ м^2. На какую высоту поднялся бы поршень при изобарном нагревании газа, если бы газ совершил работу $A = 20$ Дж? Атмосферное давление $p_0 = 10^5$Па ($g = 10$ м/с^2).

1. 0,2 м.
2. 0,8 м.
3. 5 м.
4. 10 м.

Вопрос 52.

Какое количество теплоты надо затратить, чтобы превратить лед массой $m = 2$ кг, взятой при температуре $t_1 = 0°C$, в воду при температуре $t_1 = 100°C$? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,14 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К.

1. 15,2 МДж.
2. 1520 кДж.
3. 152 кДж.
4. 1520 Дж.

Вопрос 53.

Смешали воду объемом $V_1 = 39$ л при температуре $t_1 = 20°C$ и воду объемом $V_2 = 21$ л при температуре $t_2 = 60°C$. Определить температуру смеси.

1. 30°C.
2. 30,7°C.
3. 34°C.
4. 40°C.

Вопрос 54.

Найти изменение температуры воды, падающей с высоты $h = 96$ м на лопасти турбины Братской ГЭС. Считать, что 50% энергии падающей воды идет на ее нагревание. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К) ($g = 10$ м/с^2).

1. $\Delta t = 12°C$.
2. $\Delta T = 0{,}12$ К.
3. $\Delta T = 12$ К.
4. $\Delta T = 1{,}2$ К.

Вопрос 55.

В теплоизолированный сосуд влили три одинаковые порции разных жидкостей при температурах $t_1 = 90°C$, $t_2 = 60°C$ и $t_3 = 30°C$. Удельные теплоемкости жидкостей относятся как $c_1/c_2/c_3 = 1/2/3$ соответственно. Установившаяся температура смеси равна:

1. 80°C.
2. 60°C.
3. 50°C.
4. 40°C.

Вопрос 56.

На электроплитке мощностью $N = 600$ Вт, имеющей КПД $\eta = 40\%$, нагрелось $V = 2$ л воды, взятой при температуре $t = 20°C$, до кипения и 10% ее обратилось в пар. Как долго длилось нагревание? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К.) Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

1. 78,6 мин.
2. 7,68 мин.

3. 768 с.
4. 472 с.

Вопрос 57.

Железный и свинцовый кубики имеют одинаковые размеры. Определить отношение теплоемкостей железного кубика C_1 и свинцового C_2. Удельные теплоемкости $c_1 = 460$ Дж/(кг·К), $c_2 = 130$ Дж/(кг·К). Плотности железа $\rho_1 = 7{,}8$ г/см^3 и свинца $\rho_2 = 11{,}5$ г/см^3.

1. $C_1/C_2 = 5{,}2$.
2. $C_1/C_2 = 2{,}4$.
3. $C_1/C_2 = 0{,}19$.
4. $C_1/C_2 = 0{,}4$.

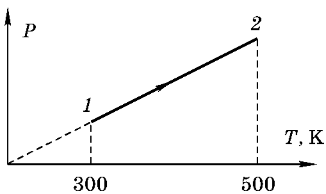
Вопрос 58.

Стальной осколок, падая с высоты $h = 500$ м, имел у поверхности земли скорость $V = 50$ м/с. На сколько повысилась температура осколка, если считать, что вся работа сопротивления воздуха пошла на его нагревание? Удельная теплоемкость стали $c = 460$ Дж/(кг·К) ($g = 10$ м/с^2).

1. верно 8 К и 8°С.
2. 8 К.
3. 8°С.
4. 281 К.

Вопрос 59.

1 моль одноатомного идеального газа нагревают в сосуде, при этом он переходит из состояния 1 в состояние 2. Определите работу A и изменение внутренней энергии ΔU газа. Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



1. $A = 0$; $\Delta U = 2493$ Дж.
2. $A = 4 \cdot 10^7$ Дж; $\Delta U = 2493$ Дж.
3. $A = 4 \cdot 10^7$ Дж; $\Delta U = 0$ Дж.
4. $A = 2493$ Дж; $\Delta U = 0$ Дж.

Вопрос 60.

В колбе находилась вода массой m при температуре $t = 0°C$. При выкачивании из колбы воздуха благодаря интенсивному испарению воды массой m_1 оставшаяся часть ее замерзает. Какая часть $n = m_1/m$ воды (в процентах) при этом испарится, если притока теплоты извне нет? Удельная теплота испарения воды при этой температуре $r = 2{,}48 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплота плавления льда $\lambda = 0{,}33 \cdot 10^6$ Дж/кг. Ответ округлить до целого числа.

1. 12%.
2. 5%.
3. 52%.
4. 88%.

Вопрос 61.

В калориметр, теплоемкость которого $C = 42$ Дж/К, содержащий воду массой $m_1 = 270$ г при температуре $t_1 = 12°C$, опустили кусок алюминия массой $m_2 = 200$ г при температуре $t_2 = 100°C$. Температура теплового равновесия $t_3 = 23°C$. Определить удельную теплоемкость алюминия. Удельная теплоемкость воды $c_1 = 4200$ Дж/(кг·К).

1. 420 Дж/кг·К.
2. 700 Дж/кг·К.
3. 840 Дж/кг·К.
4. 900 Дж/кг·К.

Вопрос 62.

На спиртовке нагрели воду массой $m = 400$ г от температуры $t_1 = 16°C$ до $t_2 = 71°C$. При этом было сожжено спирта $m_2 = 10$ г. Найдите КПД установки. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота сгорания спирта $q = 2{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

1. 60%.
2. 46,8%.
3. 35,5%.
4. 20%.

Вопрос 63.

Автомобиль «москвич» расходует 5,7 кг бензина на пути $S = 50$ км. Определить мощность, развиваемую при этом двигателем автомобиля, если скорость движения $V = 72$ км/ч и КПД двигателя $\eta = 22\%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 45 \cdot 10^6$ Дж/кг.

1. 35 кВт.
2. 30 кВт.
3. 23 кВт.
4. 10 кВт.

Вопрос 64.

Кусок меди массой $m = 1$ кг расплавляется наполовину при сообщении ему количества теплоты $Q = 1{,}5 \cdot 10^5$ Дж. Определите начальную температуру T_1 меди. Температура плавления меди $t_{пл} = 1100$°С. Удельная теплоемкость меди $c = 400$ Дж/кг·К. Удельная теплота плавления меди $\lambda = 1{,}8 \cdot 10^5$ Дж/кг.

1. 950°С.
2. 1200°С.
3. 950 К.
4. 1200 К.

Вопрос 65.

Мощность двигателя автомобиля $N = 50$ кВт. Определите объем расходуемого бензина за время $t = 1$ ч, если КПД двигателя $\eta = 25\%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг. Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3 (1 л $= 10^{-3}$ м^3).

1. 28 л.
2. 22 л.
3. 18 л.
4. 15 л.

Вопрос 66.

Мощность двигателя автомобиля $N = 50$ кВт. За время $t = 1$ ч расход бензина составляет $V = 22$ л. Найти КПД двигателя. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг. Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3 (1 л $= 10^{-3}$ м^3).

1. 25%.
2. 35%.
3. 30%.
4. 40%.

Вопрос 67.

Двигатель автомобиля расходует за время $t = 1$ ч бензин объемом $V = 22$ л. КПД двигателя $\eta = 25\%$. Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг. Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3 (1 л = 10^{-3} м^3). Чему равна мощность двигателя?

1. 45 кВт.
2. 50 кВт.
3. 60 кВт.
4. 80 кВт.

Вопрос 68.

Мощность двигателя автомобиля $N = 50$ кВт. КПД двигателя $\eta = 25\%$. За какое время было израсходовано бензина $V = 22$ л? Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг. Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3 (1 л = $= 10^{-3}$ м^3).

1. 90 мин.
2. 80 мин.
3. 60 мин.
4. 40 мин.

Вопрос 69.

К сосуду, в котором находилась вода объемом $V = 2$ л, при температуре $t = 20$°C было подведено количество теплоты $Q = 2972$ кДж. Определить массу m пара, образовавшегося при кипении воды. Теплоемкостью сосуда пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Температура кипения воды $t_к = 100$°C. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3 (1 л = 10^{-3} м^3; 1 кДж = 10^3 Дж).

1. 0,4 кг.
2. 1 кг.
3. 2 кг.
4. 2,5 кг.

Вопрос 70.

К сосуду, в котором находилась вода объемом $V = 2$ л, при температуре $t = 20$°C было подведено некоторое количество теплоты Q. При этом при кипении воды образовался пар массой $m = 1$ кг. Какое количество теплоты было подведено к сосуду? Теплоемкостью сосуда пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Температура кипения воды $t_1 = 100$°С. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3 (1 л $= 10^{-3}$ м^3; 1 кДж $= 10^3$ Дж).

1. 1400 кДж.
2. 2972 кДж.
3. 3030 кДж.
4. 3500 кДж.

Вопрос 71.

К сосуду с водой при температуре $t = 20$°С было подведено количество теплоты $Q = 2972$ кДж. При этом при кипении воды образовался пар массой $m = 1$ кг. Какой объем воды был в сосуде? Теплоемкостью сосуда пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/кг·К. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг. Температура кипения воды $t_к = 100$°С. Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3 (1 л $= 10^{-3}$ м^3; 1 кДж $= 10^3$ Дж).

1. 3 л.
2. 2 л.
3. 1,5 л.
4. 1 л.

Вопрос 72.

Какое количество теплоты Q потребуется для превращения воды массой $m = 2$ кг, взятой при температуре $t_1 = 50$°С, в пар, имеющий температуру $t_2 = 100$°С? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К); удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 МДж $= 10^6$ Дж).

1. 9 МДж.
2. 3 МДж.
3. 5 МДж.
4. 7 МДж.

Вопрос 73.

К воде при температуре $t_1 = 50$°С подвели количество теплоты $Q = 5$ МДж. При этом вся вода превратилась в пар при температуре $t_2 = 100°C$. Чему была равна масса воды? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К); удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 МДж = 10^6Дж).

1. 2 кг.
2. 4 кг.
3. 5 кг.
4. 6 кг.

Вопрос 74.

Поезд массой $m = 2000$ т при торможении с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2 остановился спустя время $t = 50$ с после начала торможения. Какое количество теплоты Q выделилось при торможении (1 МДж = 10^6 Дж)?

1. 350 МДж.
2. 225 МДж.
3. 150 МДж.
4. 100 МДж.

Вопрос 75.

Поезд при торможении с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2 остановился спустя время $t = 50$ с после начала торможения. При этом выделилось количество теплоты $Q = 225$ МДж. Какова была масса поезда (1 МДж = 10^6 Дж)?

1. 2000 т.
2. 4000 т.
3. 1000 т.
4. 3000 т.

Вопрос 76.

Поезд массой $m = 2000$ т при торможении с ускорением a остановился спустя время $t = 50$ с после начала торможения. При этом выделилось количество теплоты $Q = 225$ МДж. Каково было ускорение поезда (1 МДж = $= 10^6$ Дж)?

1. 0,2 м/с^2.
2. 1 м/с^2.
3. 0,1 м/с^2.
4. 0,8 м/с^2.

Вопрос 77.

Поезд массой $m = 2000$ т при торможении с ускорением $a = 0{,}3$ м/с^2 остановился. При торможении выделилось количество теплоты $Q = 225$ МДж. Найти время торможения (1 МДж = 10^6 Дж).

1. 80 с.
2. 50 с.
3. 40 с.
4. 25 с.

Вопрос 78.

Найти мощность N двигателя автомобиля, если объем расходуемого бензина $V = 38$ л на пути $S = 100$ км при средней скорости движения $\upsilon = 36$ км/ч. КПД двигателя $\eta = 22\%$ Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 л = $= 10^{-3}$м^3). Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3.

1. 40 кВт.
2. 35 кВт.
3. 27 кВт.
4. 32 кВт.

Вопрос 79.

Двигатель автомобиля имеет мощность $N = 27$ кВт. Объем израсходованного бензина $V = 38$ л на пути $S = 100$ км. КПД двигателя $\eta = 22\%$. Какова была средняя скорость движения? Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 л = 10^{-3} м^3). Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3.

1. 36 км/ч.
2. 45 км/ч.
3. 50 км/ч.
4. 60 км/ч.

Вопрос 80.

Двигатель автомобиля имеет мощность $N = 27$ кВт. КПД двигателя $\eta = 22\%$. На пути $S = 100$ км средняя скорость автомобиля была $V = 36$ км/ч. Какой объем бензина израсходован при этом? Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 л = 10^{-3} м^3). Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3.

1. 42 л.
2. 38 л.
3. 20 л.
4. 15 л.

Вопрос 81.

Двигатель автомобиля имеет мощность $N = 27$ кВт. КПД двигателя $\eta = 22\%$. При средней скорости движения $\upsilon = 36$ км/ч был израсходован объем бензина $V = 38$ л. Какой путь прошел автомобиль? Удельная теплота сгорания бензина $q = 46 \cdot 10^6$ Дж/кг (1 л = 10^{-3} м^3). Плотность бензина $\rho = 700$ кг/м^3.

1. 60 км.
2. 80 км.
3. 100 км.
4. 120 км.

Вопрос 82.

Для измерения температуры воды, имеющей массу $m = 20$ г, в нее опустили термометр, который показал температуру $\theta = 32{,}4$°C. Какова действительная температура t_B воды, если теплоемкость термометра $C_m = 2$ Дж/К и перед погружением в воду он показывал температуру помещения $t = 28{,}2$°C? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К) (1 кДж = 10^3 Дж).

1. 37,3°C.
2. 36,6°C.
3. 35°C.
4. 32,5°C.

Вопрос 83.

Двигатель расходует бензин массой $m_1 = 54$ кг за время $t_1 = 1$ ч и охлаждается водой, разность температуры при входе в охлаждающее устройство и выходе из него $\Delta T = 15$ К. Определите расходуемую массу m_2 воды за время $t_2 = 1$ с, если на ее нагревание затрачивается $\eta = 42\%$ энергии, выделившейся при сгорании бензина. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота сгорания бензина $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

1. 5 кг.
2. 4,6 кг.
3. 4 кг.
4. 3,5 кг.

Вопрос 84.

Двигатель расходует бензин массой $m_1 = 54$ кг за время $t_1 = 1$ ч и охлаждается водой, разность температуры при входе в охлаждающее устройство и выходе из него ΔT. Расходуемая масса воды за время $t_2 = 1$ с $m_2 = 4,6$ кг. На ее нагревание затрачивается $\eta = 42\%$ энергии, выделившейся при сгорании бензина. Определить разность температур ΔT. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота сгорания бензина $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

1. 15°C.
2. 30°C.
3. 288 К.
4. 318 К.

Вопрос 85.

Двигатель расходует бензин массой $m_1 = 54$ кг за время $t_1 = 1$ ч и охлаждается водой, разность температур при входе в охлаждающее устройство и выходе из него $\Delta T = 15$ К. Масса расходуемой воды за время $t_2 = 1$ с $m_2 = 4,6$ кг. Какая часть энергии, выделившейся при сгорании бензина, идет на нагревание воды? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота сгорания бензина $q = 4,6 \cdot 10^7$ Дж/кг.

1. 42%.
2. 54%.
3. 20%.
4. 35%.

Вопрос 86.

В сосуде содержится смесь из воды массой $m_1 = 200$ г и льда массой $m_2 = 130$ г при температуре $t_0 = 0$°C. Какой будет окончательная температура θ°C, если в сосуд ввести пар массой $m_3 = 25$ г при температуре $t_3 = 100$°C? Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Теплоемкость сосуда не учитывать.

1. 17°С.
2. 25°С.
3. 36°С.
4. 40°С.

Вопрос 87.

С какой высоты должны падать дождевые капли, температура которых $t = 20$°С, чтобы при ударе о землю они испарились? Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/(кг·К). Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Сопротивлением воздуха пренебречь. $g = 10$ м/с^2.

1. 150 км.
2. 264 км.
3. 420 км.
4. 310 км.

Вопрос 88.

Капли падают на землю с высоты $h = 264$ км и испаряются при ударе о землю. Какова начальная температура капель? Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/(кг·К). Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Сопротивлением воздуха пренебречь. $g = 10$ м/с^2.

1. 25°С.
2. 20°С.
3. 18°С.
4. 15°С.

Вопрос 89.

Капли падают на землю с высоты $h = 264$ км и испаряются при ударе о землю. Температура падающих капель $t = 20$°С. Найти удельную теплоту парообразования воды r. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Сопротивлением воздуха пренебречь. $g = 10$ м/с^2.

1. $2 \cdot 10^6$ Дж/кг.
2. $2 \cdot 10^5$ Дж/кг.
3. $2 \cdot 10^3$ Дж/кг.
4. $4 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Вопрос 90.

Почва покрыта слоем снега плотностью $\rho = 500$ кг/м^3 при температуре $t_1 = 0$°C. Какой должна быть высота h_1 этого слоя снега, чтобы слой дождевой воды толщиной $h_2 = 98$ см при температуре $t_2 = 4$°C расплавил весь слой снега? Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Удельная теплота плавления снега $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг. Плотность воды $\rho_2 = 1000$ кг/м^3.

1. 4 см.
2. 10 см.
3. 18 см.
4. 25 см.

Вопрос 91.

На сколько градусов ΔT должна остыть вода, чтобы за счет энергии, выделенной при охлаждении воды объемом $V = 200$ мл, можно было поднять гирю массой $m = 1$ кг на высоту $h = 420$ м? Потерями теплоты при остывании воды пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·К). Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, $g = 10$ м/с^2 (1 мл $= 10^{-6}$ м^3).

1. 5°C.
2. 10°C.
3. 15°C.
4. 45°C.

Вопрос 92.

Реактивный самолет имеет $n = 3$ двигателя, развивающих силу тяги $F = 20$ кН каждый. Какую массу m керосина израсходуют двигатели при перелете на расстояние $S = 5000$ км? Удельная теплота сгорания керосина $q = 4{,}5 \cdot 10^7$ Дж/кг. КПД двигателя $\eta = 25\%$ (1 кН $= 10^3$ Н; 1 т $= 10^3$ кг).

1. 27 т.
2. 15 т.
3. 38 т.
4. 40 т.

Вопрос 93.

Температура струи, выходящей из сопла ракетного двигателя, $T = 930$ К. Теоретически КПД этого двигателя может достичь значения $\eta = 70\%$. Чему равна температура в камере сгорания двигателя?

1. 4000 К.
2. 3100 К.
3. 630 К.
4. 270 К.

Вопрос 94.

В результате работы теплового двигателя груз массой $m = 50$ кг поднимают на высоту $h = 3$ м. КПД теплового двигателя $\eta = 25\%$, количество теплоты, полученное от нагревания за цикл, $Q = 60$ Дж. Сколько циклов N совершает тепловой двигатель за время подъема груза?

1. 100.
2. 200.
3. 25.
4. 50.

Вопрос 95.

Идеальный тепловой двигатель с температурой нагревателя $T_1 = 600$ К, а холодильника $T_2 = 300$ К отдает холодильнику количество теплоты $Q = 2$ кДж. Найти совершенную двигателем работу A.

1. 0,5 кДж.
2. 1 кДж.
3. 2 кДж.
4. 4 кДж.

Вопрос 96.

В тепловой машине, работающей по циклу Карно, температура холодильника $T = 300$ К, а температура нагревателя на $\Delta T = 200$ К больше. Определите КПД η цикла данной машины.

1. 40%.
2. 1,5%.
3. 100%.
4. 67%.

Вопрос 97.

Идеальный тепловой двигатель с температурой нагревателя $T_1 = 600$ К, а холодильника $T_2 = 300$ К получает от нагревателя количество теплоты $Q = 2$ кДж. Найти совершенную двигателем работу A.

1. 0,5 Дж.
2. 1 кДж.
3. 2 кДж.
4. 4 кДж.

Вопрос 98.

В камере сгорания ракетного двигателя температура $T = 3000$ К. КПД двигателя при этом теоретически может достигать значения $\eta = 70\%$. Определите температуру газовой струи, вылетающей из сопла двигателя.

1. 10 000 К.
2. 2100 К.
3. 700 К.
4. 900 К.

Вопрос 99.

В идеальной тепловой машине из каждой порции теплоты $Q_1 = 1$ Дж, полученной от нагревателя, отдается холодильнику $Q_2 = 0{,}8$ Дж. Определить КПД η машины и температуру t_1 нагревателя, если температура холодильника $t_2 = 27°$С.

1. $\eta = 0{,}2$; $t_1 = 102°$С.
2. $\eta = 0{,}8$; $t_1 = 102°$С.
3. $\eta = 0{,}2$; $t_1 = 94°$С.
4. $\eta = 0{,}2$; $t_1 = 68°$С.

Вопрос 100.

КПД тепловой машины $\eta = 18\%$. Чему будет равен КПД, если потери тепла уменьшить в 2 раза?

1. 65%.
2. 59%.
3. 36%.
4. 24%.

Вопрос 101.

Внешние силы совершили над газом работу 200 Дж, а его внутренняя энергия увеличилась на 400 Дж. Какое количество теплоты сообщили газу?

1. 200 Дж.
2. 400 Дж.
3. 600 Дж.
4. 800 Дж.

Вопрос 102.

В некотором процессе газ получил 500 Дж теплоты, а его внутренняя энергия увеличилась на 200 Дж. Какую работу совершил газ?

1. 200 Дж.
2. 300 Дж.
3. 500 Дж.
4. 700 Дж.

Вопрос 103.

При совершении любого циклического процесса с газом будет равным нулю:

а) работа, совершенная газом;

б) количество теплоты, получаемое газом;

в) изменение внутренней энергии газа.

1. Только а.
2. Только б.
3. Только в.
4. Только а и б.

Вопрос 104.

Газ совершил работу 200 Дж, а его внутренняя энергия увеличилась на 400 Дж. Какое количество теплоты сообщили газу?

1. 600 Дж.
2. 400 Дж.
3. 200 Дж.
4. 800 Дж.

Вопрос 105.

В тепловом двигателе газ получил 300 Дж тепла и совершил работу 36 Дж. Как изменилась внутренняя энергия газа?

1. Уменьшилась на 264 Дж.

2. Уменьшилась на 336 Дж.
3. Увеличилась на 264 Дж.
4. Увеличилась на 336 Дж.

Вопрос 106.

Идеальный газ совершил работу 10 Дж и получил количество теплоты 6 Дж. Как изменилась внутренняя энергия газа?

1. Увеличилась на 16 Дж.
2. Уменьшилась на 16 Дж.
3. Увеличилась на 4 Дж.
4. Уменьшилась на 4 Дж.

Вопрос 107.

Чему равно изменение внутренней энергии газа, если ему передано количество теплоты 300 Дж, а внешние силы совершили над ним работу 500 Дж?

1. 100 Дж.
2. 300 Дж.
3. 500 Дж.
4. 800 Дж.

Вопрос 108.

Газ перешел из состояния 1 в состояние 2 (рис. 5.1). Масса газа не менялась. Как изменился объем, занимаемый газом?

1. Увеличился в 2 раза.
2. Не изменился.
3. Уменьшился в 2 раза.
4. Уменьшился в 4 раза.

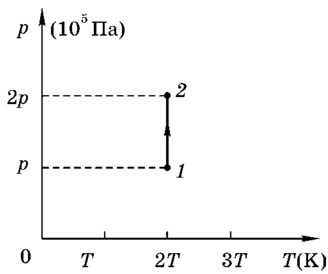


Рис. 5.1

Вопрос 109.

Чему равна работа, совершаемая газом при переходе из состояния 1 в состояние 2 (рис. 5.2)?

1. 10 Дж.
2. 20 Дж.

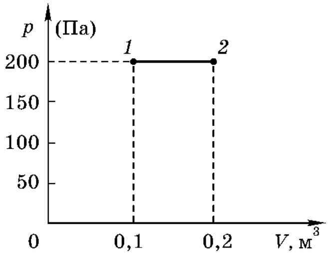


Рис. 5.2

3. 30 Дж.
4. 40 Дж.

Вопрос 110.

Как изменилось давление идеального газа, если в данном объеме скорость каждой молекулы газа увеличилась в 2 раза, а концентрация молекул осталась без изменения?

1. Увеличилось в 2 раза.
2. Увеличилось в 4 раза.
3. Уменьшилось в 2 раза.
4. Уменьшилось в 4 раза.

Вопрос 111.

Вычислите количество теплоты, полученное газом, если при уменьшении внутренней энергии на 100 Дж газ совершил работу 300 Дж.

1. 400 Дж.
2. 300 Дж.
3. 200 Дж.
4. 100 Дж.

Вопрос 112.

Тепловой двигатель за цикл получает от нагревателя 200 Дж и отдает холодильнику 150 Дж. Чему равен КПД двигателя?

1. 25%.
2. 33%.
3. 67%.
4. 75%.

Вопрос 113.

Газ, расширяясь при постоянном давлении 5 кПа, вынуждает невесомый подвижный поршень переместиться на 20 см. Какую работу совершает при этом газ? Площадь поршня равна 0,2 м^2 (трением поршня о стенки пренебречь).

1. 0 Дж.
2. 200 Дж.
3. 1 кДж.
4. 5 кДж.

Вопрос 114.

Вычислите работу, совершенную внешними силами над газом, если газ получил количество теплоты 100 Дж, а его внутренняя энергия увеличилась на 300 Дж?

1. 400 Дж.
2. 300 Дж.
3. 200 Дж.
4. 100 Дж.

Вопрос 115.

Одноатомный идеальный газ в ходе изобарного процесса совершает работу $\Delta A = 200$ Дж. В этом процессе изменение внутренней энергии газа равно:

1. −200 Дж.
2. +200 Дж.
3. +300 Дж.
4. +400 Дж.
5. +500 Дж.

Вопрос 116.

Температура газа в баллоне возросла с 7 до 14°С, при этом давление в баллоне не изменилось. Если первоначально в баллоне было 120 г газа, то масса вышедшего из него газа составляет:

1. 1 г.
2. 3 г.
3. 5 г.
4. 30 г.
5. 60 г.

Вопрос 117.

На рис. 5.3 изображен график замкнутого цикла *1–2–3–1* в координатах «давление (p) — температура (T)». Минимальный объем газа в этом цикле был 5 л. Объем газа в состоянии 2 равен:

1. 5 л.
2. 10 л.

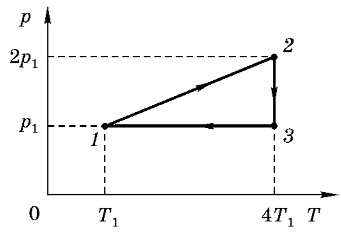


Рис. 5.3

3. 15 л.
4. 20 л.
5. 40 л.

Вопрос 118.

Рассчитайте работу, которую совершил $\nu = 1$ моль идеального газа в процессе *1–2*. На рис. 5.4 график процесса изображен в координатах «объем (V) — температура (T)»; $R = 8{,}3$ Дж/(моль·К).

1) 30 Дж.
2) 80 Дж.
3) 830 Дж.
4) 1660 Дж.
5) 0 Дж.

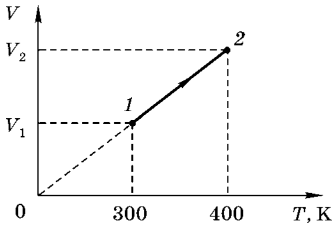


Рис. 5.4

5.2. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

1. Аквалангист, находясь на глубине 12 м от поверхности воды, вдохнул воздух и заполнил весь объем своих легких, равный 5,5 л. До какого объема расширятся его легкие, если он быстро выпрыгнет на поверхность? Благоразумно ли поступать таким образом?

2. Воздушный пузырек на дне озера глубиной 16 м имеет объем 1,10 см^3. Температура на дне равна 5°C, а на поверхности 16°C. Определите объем пузырька в тот момент, когда он достигнет поверхности воды.

3. Имеются два сосуда с одним и тем же газом при одинаковой температуре. Плотность газа в первом сосуде $\rho_1 = 8$ кг/м^3, во втором $\rho_2 = 2$ кг/м^3. Определите, какая плотность газа ρ будет в сосуде, если их соединить. Объем первого сосуда в $n = 3$ раза меньше объема второго.

4. Сколько молекул вы вдыхаете, если при одном вдохе получаете 1,0 л воздуха?

5. Самое низкое давление, получаемое с помощью самой совершенной вакуумной техники, приблизительно равно 10^{-12} Н/м^2. Сколько молекул содержится при таком давлении в 1 см^3 при температуре 0°С?

6. Определите массу золотого слитка, в котором содержится то же количество атомов, что и в слитке железа массой 1 кг.

7. Дом имеет объем 600 м^3.

а) Какова масса воздуха внутри дома при температуре 0°С?

б) Если температура повысилась до 25°С, то какая масса воздуха войдет в дом или выйдет из него?

8. Кубический сосуд объемом $8{,}0 \cdot 10^{-3}$ м^3 заполнен воздухом при атмосферном давлении и температуре 0°С. Сосуд закрыт и нагрет до температуры 150°С. Какая результирующая сила будет действовать на каждую из граней кубического сосуда?

9. Вычислите плотность кислорода при нормальных условиях, пользуясь законом идеального газа, записанного через плотность газа.

10. Восемь шаровых капель ртути ($n = 8$) диаметром $d = 1$ мм каждая сливаются в одну каплю. Сколько при этом выделится тепла? Коэффициент поверхностного натяжения ртути $\sigma = 0{,}47$ Н/м.

11. Оцените максимально допустимое давление в кинескопе длиной 45 см, если 98% всех электронов должны попасть на экран, не столкнувшись ни с одной молекулой воздуха.

12. Экспериментально измеренная средняя длина свободного пробега молекул углекислого газа при нормальных условиях приблизительно равна $5{,}6 \cdot 10^{-8}$ м. Оцените диаметр молекулы углекислого газа. Сделайте то же самое для гелия, в котором $\lambda \approx 25 \cdot 10^{-8}$ м при нормальных условиях.

13. Космический корабль, возвращающийся с Луны, входит в атмосферу Земли со скоростью около 40 000 км/час. Молекулы (предположим, что это азот) ударяются о нос космического корабля с такой же скоростью. Какой температуре соответствует эта скорость движения молекул?

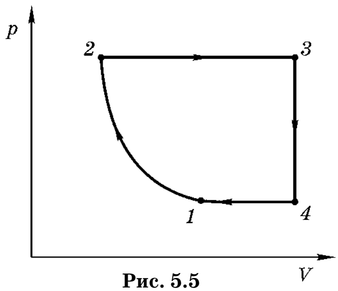


Рис. 5.5

УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

1. На рис. 5.5 представлен замкнутый цикл. Участок *1–2* соответствует изотерме. Начертить эту диаграмму в координатах (p, T) и (V, T).

ТЕРМОДИНАМИКА

1. Один моль идеального газа ($\nu = 1$ моль) совершает цикл (замкнутый процесс), состоящий из двух изохор и двух изобар (рис. 5.6). Температуры в точках *1* и *3* соответственно равны T_1 и T_3. Определить работу ΔA, совершенную газом за цикл, если точки *2* и *4* лежат на одной изотерме.

2. Два грамма гелия, расширяясь адиабатически, совершили работу $\Delta A = 300$ Дж. Определите изменение его внутренней энергии и изменение температуры гелия ΔT.

3. В сосуде объемом $V = 10$ л находится гелий (He) под давлением $p_1 = 10^5$ Па. Стенки сосуда могут выдержать внутреннее давление $p_2 = 10^6$ Па. Определить, какое максимальное количество теплоты можно сообщить газу в этом сосуде?

4. На рис. 5.7 показан горизонтальный неподвижный цилиндр, в котором находится моль одноатомного идеального газа, давление которого равно p_0, а температура T_0. Поршень массы M может свободно перемещаться в цилин-

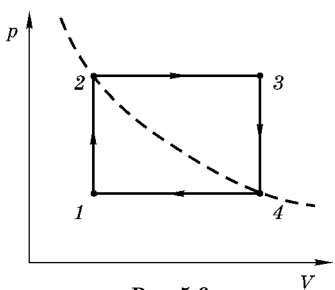


Рис. 5.6

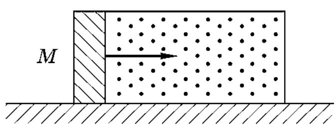


Рис. 5.7

дре и в начальный момент удерживается в неподвижном состоянии. Масса газа много меньше массы поршня. Внешним импульсным воздействием поршню сообщается скорость υ. Определите максимальную температуру газа при дальнейшем движении поршня по инерции. Система теплоизолирована, теплоемкостями поршня сосуда, а также внешним давлением и трением пренебречь.

5. В тонкостенной пластиковой бутылке находится $m_0 = 1$ кг переохлажденной жидкой воды. В бутылку бросили сосульку массой $m_1 = 100$ г, имеющую ту же температуру, что и вода в бутылке. После установления теплового равновесия в бутылке осталось $m_2 = 900$ г жидкости. Какую температуру имела переохлажденная вода? Удельные теплоемкости воды и льда равны $c_1 = 4200$ Дж/кг·К и $c_2 = 2100$ Дж/кг·К соответственно, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}4 \cdot 10^5$ Дж/кг. Теплоемкостью бутылки и потерями тепла пренебречь.

6. В сосуде под поршнем находится некоторое количество разреженного газа при давлении $p_0 = 80$ кПа. Газу сообщают $\Delta Q = 1$ кДж энергии в виде тепла и он расширяется при постоянном давлении, при этом его внутренняя энергия изменяется от начального значения $U_1 = 13{,}3$ кДж до конечного значения $U_2 = 13{,}9$ кДж. Найти разность конечного и начального объема газа в этом процессе.

7. Оцените, какую работу должен совершить человек, чтобы компенсировать съеденный кусок пирога калорийностью 400 ккал?

8. Водяной нагреватель может производить 7500 кал/ч. Сколько воды он сможет нагреть в течение часа от 20 до 60°?

9. Стеклянный термометр массой 45 г показывает 19,0°С, а затем его помещают в 220 мл воды. После того как вода и термометр приходят в состояние термодинамического равновесия, показание термометра оказывается равным 38,5°С. Чему была равна начальная температура воды?

10. В результате физической работы средней интенсивности человек массой 70 кг производит 200 ккал/ч. Считая, что 20% этой теплоты переходит в полезную работу, а остальные 80% — в теплоту, вычислите, насколько

повысится температура тела человека через один час, если нисколько этой теплоты не рассеивается в окружающей среде.

11. Во время физических упражнений человек может выделить 360 ккал/ч за счет испарения пота с кожного покрова. Какое количество воды теряет при этом человек?

12. Конькобежец массой 55,0 кг, движущийся со скоростью 8,5 м/с, скользит по льду и останавливается. Если лед находится при температуре 0°C, и 50% теплоты, произведенной в результате трения, поглощается льдом, то какое количество льда растает?

13. Идеальный газ сжимается при постоянном давлении 2,0 атм от объема 10,0 до 2,0 л (при этом некоторое количество теплоты уходит из системы и температура понижается). Затем газу сообщается некоторое количество теплоты таким образом, что объем газа не меняется, а его давление и температура повышаются до тех пор, пока температура не становится равной начальной. Вычислите:

а) полную работу, совершаемую над газом;

б) полное количество теплоты, сообщенной газу.

14. Чему равна внутренняя энергия 3,0 моль идеального двухатомного газа при температуре 600 К, если все степени свободы активны?

15. Какое количество теплоты нужно сообщить 12,0 м^3 азота, первоначально находившегося при температуре 20°C, чтобы его объем удвоился при давлении 1,00 атм?

16. В эластичный сосуд помещено 800 моль азота при давлении 1,00 атм. Газ нагревается от 40°C до 180°C. Вычислите:

а) количество теплоты, сообщенное газу;

б) работу, совершенную газом;

в) изменение внутренней энергии.

17. При очень низких температурах молярная теплоемкость многих веществ пропорциональна кубу абсолютной температуры:

$$C_m = K\frac{T^3}{\theta_Д^3};$$

(эта иногда называют законом Дебая).

Для каменной соли температура Дебая $\theta_Д = 281$ К и $K = 1940$ Дж/(моль·К). Определите количество теплоты, необходимое для нагревания 3,5 моль этого вещества от температуры 12,0 до 38,0 К.

18. Покажите, что работа, совершаемая газом, который медленно адиабатически расширяется из состояния (p_1, V_1) до состояния (p_2, V_2), определяется выражением $\Delta A = (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)/(\gamma - 1)$.

19. Идеальный газ в количестве 1,00 моль при давлении 1,00 атм и температуре 580 К участвует в процессе, в котором его давление увеличивается линейно с температурой. Конечные значения температуры и давления равны соответственно 720 К и 1,60 атм. Определите:

а) изменение внутренней энергии газа;

б) работу, совершенную газом;

в) количество теплоты, сообщенное газу.

(Для определенности считается, что газ обладает пятью активными степенями свободы.)

20. Докажите, что производная в любой точке графика адиабатического процесса на диаграмме (p, V) более сильно наклонена, чем соответствующая производная для изотермического процесса.

21. В дизельном двигателе воспламенение достигается не за счет свечи зажигания, а за счет адиабатического сжатия воздуха до температуры, превышающей температуру воспламенения дизельного топлива, которое впрыскивается в цилиндр двигателя в точке максимального сжатия. Предположим, что воздух поступает в цилиндр при температуре 300 К и занимает объем V_1, а затем адиабатически сжимается до объема V_2 при температуре 560°С. Считая, что воздух ведет себя как идеальный газ, для которого $c_p/c_V = 1{,}4$, определить степень сжатия двигателя (V_1/V_2).

22. Идеальный двухатомный газ в количестве 5,00 моль расширяется адиабатически от объема 0,1210 до 0,750 м^3. Начальное давление 1,00 атм. Определите:

а) начальную и конечную температуры;

б) изменение внутренней энергии;

в) работу, совершенную над газом;

г) количество теплоты, теряемое газом (предполагается, что молекулы не колеблются).

23. На рис. 5.8 изображена pV-диаграмма для обратимого теплового двигателя, в котором в качестве рабочего тела используется 1 моль аргона (одноатомный идеальный газ). Точки b и c лежат на изотерме $T = 423$ К. Процесс ab протекает при постоянном объеме, процесс ac — при постоянном давлении. Чему равен КПД этого двигателя?

24. Тепловой двигатель производит 7250 Дж теплоты, совершая полезную работу 2250 Дж. Чему равен КПД этого двигателя?

25. Тепловая электростанция производит работу в форме электроэнергии с $\eta = 40\%$ и выходной мощностью 850 МВт. Для отвода отработанного тепла используются охлаждающие трубы. Какой объем воздуха (в км^3) нагревается ежесуточно, если допустимое повышение температуры воздуха составляет 7,5°C? Скажется ли это существенно на местном климате? Если бы нагретый воздух образовал слой толщиной 200 м, то какую площадь он покрыл бы за сутки (24 ч) работы станции? (Теплоемкость воздуха при постоянном давлении 7,0 кал/моль·К.)

26. Действие двигателя внутреннего сгорания можно приближенно представить как обратимый цикл, называемый циклом Отто (рис. 5.9). Участки цикла ab и cd соответствуют постоянному объему, а участки bc и da являются адиабатическими.

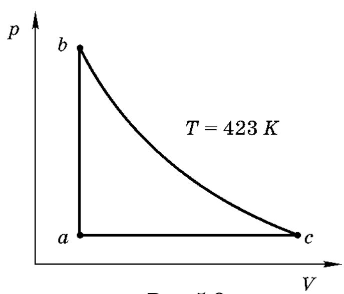


Рис. 5.8

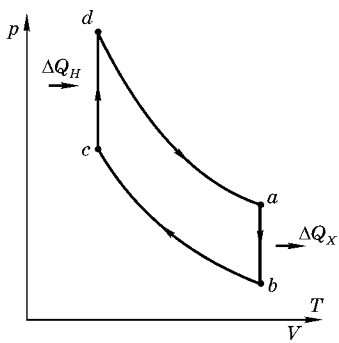


Рис. 5.9

1) Какие из этих участков соответствуют стадиям сжатия, сгорания газов, рабочего хода и выпуска в двигателе внутреннего сгорания? (На диаграмме стадия впуска не изображена.)

2) Покажите, что если в качестве рабочего тела используется идеальный газ, то (идеализированный) КПД двигателя определяется $\eta = 1 - (V_b/V_c)^{1-\gamma}$, где $\gamma = C_p/C_V$.

3) Определите КПД двигателя при степени сжатия $V_b/V_c = 6{,}0$, считая рабочее тело двухатомным идеальным газом (например, N_2 и O_2).

27. Двигатель, который работает с КПД, равным половине теоретического максимального значения цикла Карно, имеет температуры нагревателя и холодильника, соответственно равные 525 и 290°С. Двигатель совершает работу, имея мощность 850 кВт. Какое количество теплоты он отдает в течение часа?

28. Тепловой двигатель использует нагреватель при температуре 610°С и имеет КПД, равный КПД цикла Карно, т. е. 27% . Какой должна быть температура нагревателя, чтобы КПД повысился до 35% ?

29. Известно, что теплоемкость порции газа может быть практически какой угодно — в зависимости от процесса, в котором участвует газ. Подберем такой процесс, что теплоемкость порции гелия в количестве 1 моль составляет в нем 20 Дж/К. При этом моль гелия в сосуде с поршнем увеличил свою температуру на 10 К. Расширялся при этом газ или сжимался? Какую работу он совершил? Гелий — одноатомный газ.

30. Известно, что теплоемкость порции газа может быть практически какой угодно — в зависимости от процесса, в котором участвует газ. Подберем такой процесс, что теплоемкость порции гелия в количестве 1 моль составляет в нем 5 Дж/К. При этом моль гелия в сосуде с поршнем увеличил свой объем, совершив работу $\Delta A = 20$ Дж. Найти изменение температуры газа и подведенное тепло. Гелий — одноатомный газ.

31. Для поддержания неизменной температуры воды в сосуде в него капают горячей водой из чайника, температура которого 80°С. (Капли быстро смешиваются с водой

сосуда, «лишняя» вода вытекает из сосуда через верх). При температуре окружающей и среды 20°C для поддержания температуры в сосуде 50°C приходится капать 10 раз в минуту. Какая температура установится в сосуде, если капать в два раза чаще? А если капать в два раза реже? Считать, что теплоотдача пропорциональна разности температур.

32. В кухне на столе стоит стакан, в который налили 200 г воды и бросили несколько кусочков льда. В воду погружен термометр и мы можем наблюдать за его показателями. Первые $\tau_1 = 20$ минут температура не менялась, затем она начала возрастать и за $\tau_2 = 5$ минут увеличилась на два градуса. Сколько льда было в стакане? Удельную теплоту плавления льда принять равной 330 кДж/кг, удельная теплоемкость воды составляет 4,2 кДж/(кг·К). В кухне тепло!

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем некоторые итоги.

Решение большинства физических задач можно разбить на следующие основные этапы.

Первый этап — физическая модель (метод анализа физической ситуации). Сначала анализируется качественная сторона задачи с учетом тех факторов, которые могут быть «задействованы» в исследуемом физическом явлении (физический закон и его важнейшие стороны: физический смысл, условия применимости и методы применения).

Второй этап — математическая модель (метод постановки задачи). Составляется уравнение, связывающее по предполагаемому физическому закону учтенные на первом этапе факторы.

Третий этап — решение математического уравнения. Решая алгебраическое, тригонометрическое или дифференциальное уравнение, можно получить искомую физическую величину в виде явной функции. Степень усвоения соответствующих разделов математики определяет успех на третьем этапе.

Четвертый этап — обсуждение полученного результата. На этом этапе проводится анализ влияния различных параметров и численных данных задачи на интересующую физическую величину.

Предложенный анализ был проведен при решении задач, включенных в этот сборник.

Особого внимания заслуживают разделы, посвященные графическому методу решения задач. К сожалению, многие учащиеся воспринимают график как излишнюю картинку, которую надо нарисовать, чтобы «уважить» преподавателя. Очень важным является умение рисовать и читать графики. Для этого, в частности, следует научиться «физически видеть математический график», т. е. понимать характер линейной, квадратичной, кубической и другой (гиперболической, синусоидальной) зависимости, понимать, что в максимуме и минимуме производная равна нулю.

Мы постарались дать ответ на вопрос, как научиться решать задачи по физике. Для этого необходимо овладеть методом анализа физической ситуации и методом математической постановки задач (четыре этапа решения задач).

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. ЕДИНИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН СИ, ИМЕЮЩИЕ СОБСТВЕННЫЕ НАИМЕНОВАНИЯ

Величина	Единица	
	наименование	обозначение
Длина	Метр	м
Масса	Килограмм	кг
Время	Секунда	с
Плоский угол	Радиан	рад
Телесный угол	Стерадиан	ср
Сила, вес	Ньютон	Н
Давление	Паскаль	Па
Напряжение (механическое)	Паскаль	Па
Модуль упругости	Паскаль	Па
Работа, энергия	Джоуль	Дж
Мощность	Ватт	Вт
Частота колебаний	Герц	Гц
Термодинамическая температура	Кельвин	К
Разность температур	Кельвин	К
Теплота, количество теплоты	Джоуль	Дж
Количество вещества	Моль	моль
Электрический заряд	Кулон	Кл
Сила тока	Ампер	А
Потенциал электрического поля, электрическое напряжение	Вольт	В
Электрическая емкость	Фарада	Ф
Электрическое сопротивление	Ом	Ом
Электрическая проводимость	Сименс	См
Магнитная индукция	Тесла	Тл
Магнитный поток	Вебер	Вб
Индуктивность	Генри	Гн
Сила света	Кандела	кд
Световой поток	Люмен	лм
Освещенность	Люкс	лк
Поток излучения	Ватт	Вт
Поглощенная доза излучения (доза излучения)	Грэй	Гр
Активность изотопа	Беккерель	Бк

2. ОСНОВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ ПОСТОЯННЫЕ (ОКРУГЛЕННЫЕ С ТОЧНОСТЬЮ ДО ТРЕХ ЗНАЧАЩИХ ЦИФР)

Нормальное ускорение свободного падения	$g = 9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	$N_{\mathrm{A}} = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Молярная газовая постоянная	$R = 8{,}31$·Дж/(К·моль)
Стандартный объем[4]	$V_m = 22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Больцмана	$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Фарадея	$F = 9{,}65 \cdot 10^{4}$ Кл/моль
Элементарный заряд	$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	$m_{\mathrm{e}} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	$e/m = 1{,}76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме[5]	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ м/с
Постоянная Стефана–Больцмана	$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Постоянная закона смещения Вина	$b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	$R' = 1{,}10 \cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
	$R = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$
Радиус первой боровской орбиты	$a = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ м
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_{\mathrm{C}} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}$ м
Магнетон Бора	$\mu_B = 9{,}27 \cdot 10^{-24}$ Дж/Тл
Энергия ионизации атома водорода	$E_i = 2{,}16 \cdot 10^{-18}$ Дж
Атомная единица массы	1 а. е. м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Ядерный магнетон	$\mu_N = 5{,}05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл

---

[4] Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

[5] Скорость света в вакууме, по данным измерений на 1973 г., равна (299792,462±0,018) км/с.

3. ФОРМУЛЫ АЛГЕБРЫ И ТРИГОНОМЕТРИИ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q}$$

$$Z = a + ib, \quad Z^* = a - ib$$

$$Z = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

$$Z^* = \rho(\cos\varphi - i\sin\varphi)$$

$$Z = \rho \cdot e^{i\varphi}, \quad Z^* = \rho \cdot e^{-i\varphi}$$

$$|Z| = \rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$ZZ^* = |Z|^2$$

$$\sin(x + y) = \sin x\cos y + \sin y\cos x$$

$$\sin(x - y) = \sin x\cos y - \sin y\cos x$$

$$\cos(x + y) = \cos x\cos y - \sin y\sin x$$

$$\cos(x - y) = \cos x\cos y + \sin y\sin x$$

$$\sin 2x = 2\sin x\cos x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin ax \sin bx = \frac{1}{2}\cos(a - b)x - \frac{1}{2}\cos(a + b)x$$

$$\sin ax \cos bx = \frac{1}{2}\sin(a + b)x + \frac{1}{2}\sin(a - b)x$$

5. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Если $a \ll 1$, то в первом приближении можно принять:

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a \qquad e^a = 1 + a$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{1}{2}a \qquad \sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{1}{2}a$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a \qquad \ln(1 + a) = a$$

4. ФОРМУЛЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО И ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЙ

$$\frac{d(u\upsilon)}{dx} = \upsilon\frac{du}{dx} + u\frac{d\upsilon}{dx}$$

$$\frac{d(\frac{u}{\upsilon})}{dx} = \frac{\upsilon\frac{du}{dx} - u\frac{d\upsilon}{dx}}{\upsilon^2}$$

$$\frac{d(x^m)}{dx} = mx^{m-1}$$

$$\frac{d(e^x)}{dx} = e^x$$

$$\frac{d(\ln x)}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d(a^x)}{dx} = a^x \ln a$$

$$\frac{d(\cos x)}{dx} = -\sin x$$

$$\frac{d(ctgx)}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{d(tgx)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\int x^m dx = \frac{1}{m+1}x^{m+1}$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x}$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln x$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int \cos x dx = \sin x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left|\mathrm{tg}\frac{x}{2}\right|$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left|\mathrm{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$$

$$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2}a^{-2}$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$\int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}a^{-5/2}$$

$$\int_0^\infty x^{1/2} e^{-ax}\, dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}a^{-3/2}$$

$$\int_0^\infty \frac{x dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^2}{6}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балаш В. А.* Задачи по физике и методы их решения. — М. : Просвещение, 1983.
2. *Бендриков Г. А.* Задачи по физике для поступающих в вузы / Г. А. Бендриков, Б. Б. Буховцев, В. В. Керженцев. — М. : Наука, 1995.
3. *Буховцев Б. Б.* Сборник задач по элементарной физике / Б. Б. Буховцев, В. Д. Кривченков, Г. Я. Мякишев [и др.]. — М. : Наука, 1987.
4. *Гольдфарб Н. И.* Физика. Задачник. 9–11 классы. — М. : Дрофа, 1996.
5. *Джанколли Д. С.* Физика : в 2 т. — М. : Мир, 1989.
6. *Евграфова Н. Н.* Курс физики / Н. Н. Евграфова, В. Л. Каган. — М. : Высш. шк., 1984.
7. *Зубов В. Г.* Задачи по физике / В. Г. Зубов, В. П. Шальнов. — М. : Наука, 1985.
8. *Калашников Н. П.* Основы физики : в 3 т. / Н. П. Калашников, М. А. Смондырев. — Т. 2. — М. : Дрофа, 2003.
9. *Калашников Н. П.* Основы физики : в 3 т. / Н. П. Калашников, М. А. Смондырев. — Т. 3. — М. : Дрофа, 2003.
10. *Калашников Н. П.* Физика. Основы молекулярной физики и термодинамики : Практикум по решению задач / Н. П. Калашников, В. К. Тихонов. — М. : МГИУ, 2002.
11. *Кашина С. И.* Графические задачи по физике / С. И. Кашина, Н. Н. Романовская, Ю. И. Сезонов. — М. : НОЦ «Логос», 1995.
12. *Лободюк В. А.* Справочник по элементарной физике / В. А. Лободюк, К. П. Рябошапка, О. И. Шулишова. — Киев : Наукова думка, 1975. — С. 179–180.
13. *Мякишев Г. Я.* Физика. Молекулярная физика. Термодинамика. 10 класс : учеб. — М. : Дрофа, 2002.
14. *Орир Дж.* Физика : пер. с англ. : в 2 т. — М. : Мир, 1981. — Т. 1. Гл. 14. — С. 213–222.

15. *Пригожин И.* Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур : пер. с англ. / И. Пригожин, Д. Кондепуди. — М. : Мир, 2002. — 461 с.
16. *Савельев И. В.* Курс общей физики. — М. : Наука, 1988. — Т. 1. Гл. 1. —С. 310–349.
17. *Сивухин Д. В.* Общий курс физики : в 5 т. — М. : Наука, 1990. — Т. 2. — С. 19–131.
18. *Трофимова Т. И.* Курс физики. — М. : Высш. шк., 1990. — С. 100–102.
19. *Чертов А. Г.* Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. — 5-е изд. — М. : Высш. шк.,1988.
20. *Яворский Б. М.* Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. — М. : Наука, 1985. — С. 117–123.
21. *Яворский Б. М.* Тепловые машины // Основы физики / Б. М. Яворский, А. А. Пинский. — М. : Наука, 1981. — Т. 1. — С. 265–273.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Николай Павлович КАЛАШНИКОВ
Валерий Павлович КРАСИН

ГРАФИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ И ТЕРМОДИНАМИКЕ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

Учебное пособие

Издание второе, исправленное

Зав. редакцией
физико-математической литературы *А. П. Погода*
Художественный редактор *С. Ю. Малахов*
Технический редактор *Е. С. Жукович*
Корректоры *Т. А. Кошелева, В. О. Логунова*
Подготовка иллюстраций *М. О. Мотыгина*
Выпускающие *Т. В. Ананченко, Г. М. Матвеева*

ЛР № 065466 от 21.10.97
Гигиенический сертификат 78.01.07.953.П.007216.04.10
от 21.04.2010 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com
192029, Санкт-Петербург, Общественный пер., 5.
Тел./факс: (812)412-29-35, 412-05-97, 412-92-72.
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 04.02.11.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 84×108 $^{1}/_{32}$.
Печать офсетная. Усл. п. л. 10,08. Тираж 1500 экз.

Заказ № .

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленных диапозитивов
в ОАО «Издательско-полиграфическое предприятие «Правда Севера».
163002, г. Архангельск, пр. Новгородский, д. 32.
Тел./факс (8182) 64-14-54; www.ippps.ru