

О А.Л. ПРИШИВАЛКО, В.А. ЕАБЕНКО, В.Н. КУЗЬМИН О

535
П-77

А.Л. ПРИШИВАЛКО
В.А. ЕАБЕНКО
В.Н. КУЗЬМИН

РАССЕЯНИЕ
И ПОГЛОЩЕНИЕ
СВЕТА
НЕОДНОРОДНЫМИ
И АНИЗОТРОПНЫМИ
СФЕРИЧЕСКИМИ
ЧАСТИЦАМИ

535.3 x
x 535.4

П-77

АКАДЕМИЯ НАУК БЕЛОРУССКОЙ ССР
Ордена Трудового Красного Знамени
Институт физики

А. П. ПРИШИВАЛКО,
В. А. БАБЕНКО,
В. Н. КУЗЬМИН

83011

РАССЕЯНИЕ
И ПОГЛОЩЕНИЕ
СВЕТА
НЕОДНОРОДНЫМИ
И АНИЗОТРОПНЫМИ
СФЕРИЧЕСКИМИ
ЧАСТИЦАМИ

Редактор
академик АН БССР Б. И. Степанов

Минск «Наука и техника» 1984

Пришивалко А. П., Бабенко В. А., Кузьмин В. Н. **Рассеяние и поглощение света неоднородными и анизотропными сферическими частицами.**— Мн.: Наука и техника, 1984.— 263 с.

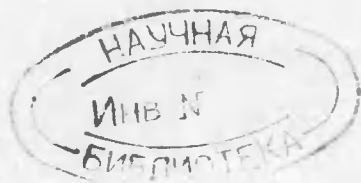
В монографии изложен общий подход к решению задач дифракции электромагнитных волн на однородных, неоднородных и анизотропных сферических объектах. Приведены результаты исследования поглощения и рассеяния света частицами со ступенчатой и плавной радиальной неоднородностью оптических свойств, анизотропными частицами, а также полидисперсными системами таких частиц. Выполнены анализ чувствительности различных характеристик светорассеяния к внутренней структуре и анизотропии частиц и сопоставление этих характеристик для систем частиц с разными типами неоднородности, систем изотропных и анизотропных частиц. Рассмотрен ряд новых практических применений рассеяния света системами однородных, неоднородных и анизотропных частиц.

Книга рассчитана на научных и инженерно-технических работников, связанных с проблемами рассеяния излучения в дисперсных средах, на аспирантов и студентов вузов физических специальностей.

Табл. 32. Ил. 79. Библиогр.— 369 назв.

Рецензенты:

А. П. Иванов, чл.-кор. АН БССР,
Г. М. Креков, д-р физ.-мат. наук



1704050000—028

П 50—84

М316—84

© Издательство «Наука и техника», 1984.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Быстрое развитие оптики рассеивающих сред и ее практических приложений непрерывно выдвигает новые задачи о взаимодействии электромагнитного излучения с рассеивателями различных типов и их совокупностями. Такие задачи возникают в оптике моря и атмосферы, в астрофизике, биофизике, физической химии, химии и физике полимеров, теплофизике и в других отраслях науки. Все более расширяется область применения методов рассеяния света в технике, биологии и медицине.

Среди быстро развивающихся направлений оптики рассеивающих сред одно из главенствующих мест занимает применение методов светорассеяния в оптике атмосферы. Это обусловлено большой теоретической и практической значимостью таких проблем, как прозрачность атмосферы, видимость наземных и воздушных объектов, условия распространения излучения различных спектральных диапазонов, радиационный баланс атмосферы Земли и других планет, контроль загрязнений атмосферы.

Указанные обстоятельства в значительной мере определили главный объект исследования настоящей монографии. Основное внимание в ней уделено оптическим свойствам атмосферного аэрозоля как весьма важной в практическом отношении дисперсной среды, существенным компонентом которой являются неоднородные и анизотропные частицы. Однако следует сразу же подчеркнуть, что наша цель отнюдь не ограничивается объектами и задачами оптики аэрозоля. Полученные решения и выводы применимы к широкому кругу других дисперсных сред. Этим объясняется включение в работу вопросов, относящихся к рассеянию света в суспензиях, дисперсионных светофильтрах и т. п. Атмосферный аэрозоль являлся для авторов, с одной стороны, отправным пунктом исследования как объект, не только наиболее детально изученный, но и наиболее многообразный в своих проявлениях и вариантах. С другой стороны, он неоднократно служил и тем пробным камнем, на котором проверялись отдельные положения теории, поскольку обширнейший арсенал экспериментальных данных, накопленных в оптике атмосферного аэрозоля, предоставляет для этого исключительно широкие возможности.

Еще недавно практически единственной моделью, используемой при описании и интерпретации светорассеивающих свойств

дисперсных сред, в том числе и атмосферного аэрозоля, была совокупность однородных сферических частиц. Это объяснялось как относительной простотой такой модели, так и уровнем экспериментальной техники, при котором эффекты, обусловленные внутренней структурой частиц, были одного порядка с погрешностью эксперимента. Естественно, что во многих случаях такая модель является слишком упрощенной и идеализированной, поскольку реальные рассеивающие частицы зачастую неоднородны, а образующие их вещества могут обладать анизотропией оптических свойств. Для получения объективных количественных данных необходимо учитывать наличие внутренней структуры таких объектов, как обводненные атмосферные ядра конденсации, град, саже-ледяные частицы космической пыли, микроорганизмы и т. п. Оптические свойства пылевых облаков и некоторых других полидисперсных сред могут зависеть от анизотропии образующих их частиц.

Отставание исследований по таким важным направлениям оптики рассеивающих сред, как рассеяние неоднородными и анизотропными частицами, объясняется отчасти и тем обстоятельством, что связанный с решением соответствующих вопросов математический аппарат достаточно сложен, аналитические решения громоздки или вообще недоступны и, почти как правило, исключена возможность исследования задач в общем виде.

С целью восполнения указанного пробела авторами проведены исследования, направленные на развитие теории и методов расчета рассеяния и поглощения излучения частицами с внутренней неоднородностью различных типов, сопоставление закономерностей рассеяния света однородными и неоднородными, изотропными и анизотропными частицами и системами таких частиц, выяснение областей и условий максимальной чувствительности характеристик рассеяния к изменению оптических свойств и внутренней структуры частиц и т. п. На базе этих исследований разработаны и обоснованы некоторые новые практические применения рассеяния света неоднородными и анизотропными частицами для монохроматизации излучения, обнаружения тонких поверхностных слоев адсорбированных веществ на поверхности частиц, регулирования эффективности поглощения падающего излучения и др.

Авторы пользуются случаем выразить глубокую благодарность сотрудникам лаборатории оптической диагностики дисперсных сред Института физики АН БССР Л. Г. Астафьевой, И. Р. Кацевой, С. Т. Лейко, при активном участии которых выполнена часть исследований.

Авторы весьма признательны академику АН БССР Б. И. Степанову за полезные советы и замечания, способствовавшие улучшению книги.

В недавно переведенной на русский язык монографии Мак-Картни писал: «Живя на Земле, мы погружены в океан атмосферы глубиной в несколько сот километров и всю свою жизнь проводим на этой глубине. Свет издалека приносит нам информацию, освещает наш мир и делает его пригодным для обитания. Все эти функции света связаны с его распространением через воздушный океан» [1, с. 11]. Проникнув в атмосферу, свет участвует в разнообразных процессах, претерпевает различные изменения. Изучение, интерпретация и практическое использование этих процессов и изменений зачастую невозможны без разложения их на более простые составные части и применения для их исследования упрощенных, в большей или меньшей степени идеализированных моделей. В век электронно-вычислительной техники математическое моделирование физических и многих других процессов является одним из мощных средств познания окружающего нас мира.

Для изучения процессов распространения электромагнитных излучений в атмосфере, радиационного баланса атмосферы нашей планеты, условий погодообразования и климата разрабатываются модели атмосферы. Широкое развитие оптических (в последние годы лазерных) систем локации, связи, дальнометрии, аэрогидро- и космической навигации требует развития моделей взаимодействия излучения с газовой и аэрозольной средой. Наличие вертикальной стратификации оптических параметров атмосферного аэрозоля требует создания вертикальной модели аэрозоля. Существенные различия физических, физико-химических и оптических свойств аэрозольных масс природного и антропогенного, почвенно-эрозионного и морского солевого аэрозолей обуславливают проведение международных комплексных экспериментов в целях создания глобальной модели аэрозоля. Различные модели разрабатываются для описания микрофизических свойств, распределения частиц аэрозоля по размерам, для описания и интерпретации спектральных зависимостей оптических постоянных аэрозольного вещества и т. п.

Для исследования элементарных актов взаимодействия электромагнитного излучения с отдельными частицами, образующими аэрозоль, также используются модели, отражающие их фор-

му, характерные размеры, химический состав, внутреннюю структуру и т. п.

В целях более обоснованного, мотивированного выполнения поставленной задачи изложение материала начнем с краткого анализа основных физических и физико-химических характеристик атмосферного аэрозоля и процессов, определяющих его микроструктуру и свойства образующих его частиц.

§ 1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АТМОСФЕРНОМ АЭРОЗОЛЕ

Об аэрозолях вообще и об атмосферном аэрозоле в частности написано в последние годы немало. Физические и оптические свойства аэрозолей рассматриваются с различных точек зрения и для разных целей в ряде обзоров и монографий. В уже упомянутой монографии [1] приведен список из 23 книг, в которых рассматриваются вопросы рассеяния света в атмосфере. В большинстве из них достаточно обширные разделы посвящены атмосферному аэрозолю. Не претендуя на доведение этого списка до полностью исчерпывающего информацию об атмосферном аэрозоле, мы дополним его работами [2—12], в которых содержатся необходимые для дальнейшего изложения сведения о физических, физико-химических и оптических свойствах атмосферного аэрозоля.

Вообще говоря, понятие атмосферного аэрозоля достаточно широкое и включает в себя все многообразие его форм и разновидностей. Возможны различные классификации аэрозоля по химическому составу, происхождению, размерам частиц и т. п. В последние годы получила признание классификация форм существования аэрозоля, основанная на характерных типах оптической погоды [3, 13]. Если оставить в стороне разного рода осадки (снегопад, дожди и т. п.), то, согласно классификации Г. В. Розенберга [3], можно выделить пять качественно различных типов оптической погоды: 1. *Мгла*, обусловленная внедрением в атмосферу посторонних примесей: пылевых облаков, дыма лесных пожаров или от промышленных объектов, продуктов вулканической деятельности и т. п. 2. *Дымка*, существующая при определенном, так называемом доконденсационном состоянии воздуха и представляющая собой результат разрастания мельчайших твердых частиц дисперсной фазы с радиусами $r < 0,1$ мкм (ядер Айткена) в присутствии атмосферной влаги. 3. *Туманная дымка*, образующаяся в равновеснорастворном состоянии атмосферы в результате конденсации влаги на больших ($0,1 \text{ мкм} < r < 1 \text{ мкм}$) и гигантских ($r > 1 \text{ мкм}$) частицах растворимых солей. 4. *Туман и облака*, возникающие при конденсационном состоянии атмосферы в результате перехода избытка паробразной влаги в жидко-капельную фазу. 5. *Дымка с моросью* — гетерогенное образование, представляющее собой обычную дымку, пронизываемую моросью, которая выпадает из лежащего выше яруса.

В литературе последних лет термин «атмосферный аэрозоль» очень часто отождествляется с понятием «атмосферная дымка». В этом смысле он и будет употребляться в дальнейшем на страницах этой книги. Поскольку размер и состав частиц существенно меняются в ходе конденсации, сублимации или испарения атмосферной воды, необходимо различать часть твердой фракции дисперсной фазы, способную выступать в качестве ядер конденсации (частицы из водорастворимых веществ и так называемые смешанные частицы, в состав которых входят как нерастворимые, так и растворимые вещества), и вторую часть, которая при обычных условиях средних относительных влажностей не выступает в качестве ядер конденсации (нерастворимые вещества) [3, 4].

Источники частиц, образующих атмосферный аэрозоль, весьма разнообразны. Вопрос о происхождении аэрозольных частиц подробно рассмотрен в работах [1, 2, 6, 7 и др.]. Здесь мы отметим лишь две основные составляющие континентального аэрозоля в приземном слое атмосферы. Одна из этих составляющих имеет почвенное происхождение со всеми вытекающими из этого последствиями относительно химического состава, физических и оптических свойств и т. п. Вторая составляющая представляет собой гигроскопичный, так называемый сульфатный аэрозоль естественного и антропогенного происхождения. Определенную роль играет еще аэрозоль органического происхождения, но сведения о нем до сих пор бедны и фрагментарны [6].

В морских аэрозолях преобладают ядра конденсации, состоящие из морской соли. В аэрозолях же над континентами, когда ядра проходят длинный путь над сушей, они перемешиваются, взаимодействуют, участвуют в различных процессах и реакциях. В результате даже самые малые частицы представляют собой сложные конгломераты, состоящие из набора веществ. Физико-химические свойства этих конгломератов обуславливают определенную иерархию частиц, согласно которой они последовательно становятся ядрами конденсации и участвуют в образовании жидко-капельной фазы в атмосфере [4].

Мир малых частиц характеризуется очень малыми массами, но относительно большими поверхностями. Чем больше отношение поверхности к массе, тем в большей степени подвержено влиянию среды вещество, из которого состоит частица. Малые гигроскопические частицы, или ядра конденсации, быстро реагируют на изменения относительной влажности, поглощая или отдавая влагу практически с той же скоростью, с которой происходит изменения относительной влажности [1]. В зависимости от изменения относительной влажности окружающего воздуха частицы могут расти или уменьшаться в размерах в соответствии с количеством привлеченной из него воды.

Наряду с процессами, обуславливающими возникновение атмосферных частиц, происходят также процессы их коагуляции,

выпадения и вымывания. В результате совокупного действия всех этих процессов система аэрозольных частиц в большинстве ситуаций находится в состоянии динамического равновесия с окружающей средой. Этим и объясняются довольно значительные вариации основных характеристик этой системы в пространстве и во времени. Подробное описание затронутых в данном параграфе вопросов можно найти в работах [1, 4, 6, 7, 10, 12].

§ 1.2. МИКРОФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АЭРОЗОЛЯ

Атмосферный аэрозоль представляет собой совокупность твердых или жидких частиц с размерами от комплексов молекул ($r \sim 10^{-3}$ мкм) до частиц с радиусами, близкими к $r \sim 100$ мкм [1, 2, 13]. Весьма важной характеристикой аэрозоля является распределение его частиц по размерам. Экспериментальные данные о размерах частиц представляются в виде гистограмм, наглядно показывающих, сколько частиц находится в каждом из выделенных классов размеров. Если классы размеров узки, а количество частиц велико, то по гистограмме можно построить гладкую функцию распределения. Обычно такая функция характеризует определенную конкретную ситуацию.

Для решения теоретических и прикладных задач необходимо иметь для функции распределения аналитическое выражение, аппроксимирующее экспериментальные кривые распределения частиц аэрозоля по размерам. В связи с большой сложностью процессов образования аэрозолей получение таких аналитических функций распределения на основе теоретических предпосылок невозможно, поэтому используются эмпирические формулы.

Во многих работах (см., например, [14—22]) при обработке результатов измерений получено обратно-степенное распределение, получившее название распределения типа Юнге:

$$f(r) = dn(r)/dr \sim r^{-\alpha}, \quad (1.2.1)$$

где $dn(r)$ — число частиц с радиусами в интервале от r до $r+dr$, находящихся в единице объема среды; α — параметр распределения. Для практических целей удобно распределение (1.2.1) представить в логарифмическом виде

$$f(r) = dn(r)/d(\lg r) = cr^{-\nu}. \quad (1.2.1a)$$

Нетрудно показать, что параметр $\nu = \alpha - 1$ и характеризует соотношение количеств больших и малых частиц, а нормировочный множитель c выражается как

$$c = \nu (r_{\min} r_{\max})^{\nu} (r_{\max}^{\nu} - r_{\min}^{\nu})^{-1}, \quad (1.2.2)$$

где r_{\min} , r_{\max} — минимальный и максимальный радиусы частиц в системе, частицы предполагаются сферическими*).

) Во избежание недоразумений заметим, что в большинстве работ показатель степени в выражении типа (1.2.1) обозначается ν , а в (1.2.1a) — ν^ .

В ряде более поздних работ установлено, что одно значение показателя ν не всегда может удовлетворительно описать весь спектр наблюдаемых частиц, особенно в области более высоких значений r . Предложены функции распределения в виде комбинации степенных распределений [23—26].

Многие авторы для описания распределения частиц атмосферного аэрозоля по размерам используют обобщенное или модифицированное четырехпараметрическое гамма-распределение

$$f(r) = ar^{\mu} \exp(-br^{\nu}), \quad (1.2.3)$$

где a , b , μ , ν — параметры распределения. При $\nu = 1$ $b = \mu/r_0$, где r_0 — модальный, или наиболее вероятный, радиус частиц; μ — параметр, определяющий полуширину распределения. Наибольшую известность получили модели дымок Дейрменджана [27] (параметры приводятся при концентрации частиц $C_N = 100 \text{ см}^{-3}$): а) дымка M ($a = 5,3333 \cdot 10^4$; $b = 8,9443$; $\mu = 1,0$; $\nu = 0,5$), определяющая распределение размеров частиц в морском или прибрежном аэрозоле; б) дымка L ($a = 4,9757 \cdot 10^6$; $b = 15,1186$; $\mu = 2,0$; $\nu = 0,5$), представляющая спектр размеров частиц в аэрозоле континентального типа; в) дымка H ($a = 4 \cdot 10^5$; $b = 20,0$; $\mu = 2,0$; $\nu = 1$), применяемая для описания распределения размеров частиц высотного и стратосферного аэрозолей, а также для субмикронных частиц в слоях пыли.

В работе [28] предлагается в случае крупнодисперсного аэрозоля использовать распределение (1.2.3) с отрицательным μ . При больших r такое распределение адекватно степенному (1.2.1) и удовлетворительно описывает распределение крупной фракции гигроскопических ядер конденсации.

В последнее время все большее число авторов [23, 25, 29—33] склоняется к мнению, что в присутствии локальных источников аэрозоля необходимо использовать логарифмически нормальное распределение

$$f(r) = \frac{C_N}{\sqrt{2\pi} r \ln \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(r/r_m)}{\ln \sigma} \right)^2 \right], \quad (1.2.4)$$

где r_m — медианный радиус распределения; $\ln \sigma$ — стандартное отклонение. Более подробное рассмотрение вопроса о возможных типах распределений частиц атмосферного аэрозоля по размерам проведено в работах [1, 12].

Измерения, выполненные при различных условиях запыленности атмосферы в приземном слое, показывают, что континентальный атмосферный аэрозоль можно представить состоящим из фракций, каждая из которых характеризуется логарифмически нормальным распределением частиц по размерам [10, 12, 32, 34]. Это особенно отчетливо проявляется, если вместо счетного распределения построить распределение объемов $dV/d(\ln r)$ или поверхностей $dS/d(\ln r)$ [32]. При высокой запыленности атмосферы обнаруживаются следующие две фракции, или моды:

A ($1 \text{ мкм} < r < 10 \text{ мкм}$); B ($10 \text{ мкм} < r < 50 \text{ мкм}$). При низкой запыленности обнаруживаются мода A и мода C ($0,02 \text{ мкм} < r < < 0,5 \text{ мкм}$) [10, 34]. Моды A и B имеют почвенное происхождение. Аэрозоль моды A состоит в основном из частиц глинистого состава. Частицы моды B — преимущественно кварцевые крупинки, поверхность которых покрыта глинистыми частичками. Мода C образуется в результате протекания в атмосфере различных физико-химических процессов, значительную роль в которых играют соединения серы. По этой причине моду C иногда называют сульфатным аэрозолем.

Присутствие моды B характерно для условий повышенной запыленности, обычно вблизи источника аэрозоля [10, 34], тогда как мода A наблюдается при любых условиях запыленности. Мода C проявляется при высокой прозрачности атмосферы.

Изучение физико-химических процессов, приводящих к образованию аэрозоля *in situ*, показывает, что получающиеся при этом субмикронные частицы имеют характерное бимодальное распределение поверхностей по размерам [10, 32]. Первой моде соответствуют так называемые ядра Айткена с радиусами от 0,015 до 0,04 мкм. Второй моде соответствуют частицы так называемой аккумулятивной фракции с радиусами от 0,04 до 1—1,5 мкм.

Анализ многочисленных экспериментальных распределений тропосферного аэрозоля различного происхождения показывает, что субмикронные частицы существуют и ведут себя независимо от крупных частиц (с диаметрами больше 1,5—2 мкм).

В ряде реальных ситуаций счетное распределение частиц аккумулятивной и грубодисперсной мод может быть удовлетворительно аппроксимировано степенным распределением типа Юнге (см. рис. 2 в работе [32]). Статистическая обработка экспериментальных данных показывает, что в среднем счетное распределение размеров частиц типа Юнге достаточно репрезентативно для континентальных дымок различного происхождения и состава, хотя в каждом конкретном случае распределение размеров частиц может в той или иной мере отличаться от степенного закона. Наилучшее совпадение наблюдается для сухих и слабо увлажненных дымок (при относительных влажностях $f < 0,8$ и среднем показателе преломления частиц $n \geq 1,4$) [1].

Из аналитических рассуждений Дэвиса [25] следует, что степенной закон распределения с достаточной точностью может быть использован в интервале $0,1 \leq r \leq 1 \text{ мкм}$. Авторы работы [18] на основе анализа большого экспериментального материала пришли к выводу, что распределение типа Юнге можно применять в границах $0,03 \leq r \leq 3 \text{ мкм}$.

В статье [35] показано, что при необходимости степенной закон распределения частиц по размерам может быть представлен суммой нескольких логнормальных распределений. Подробно этот вопрос рассмотрен в монографии [11].

Нашей целью было не детальное рассмотрение оптических характеристик атмосферного аэрозоля как такового, а выяснение некоторых особенностей в изменении его оптических свойств, обусловленных наличием неоднородных или анизотропных частиц. Исходя из этого, в последующем изложении в качестве типичного для атмосферных дымок использовано степенное распределение типа Юнге, что обусловлено его простотой и малым числом используемых параметров. Это делает исследование более оперативным, а его результаты легко обозримыми. Кроме того, имелось в виду, что при известных значениях параметров расчет и сопоставление характеристик со случаем суперпозиции логарифмически нормальных распределений не представляют особых затруднений.

При рассмотрении свойств полидисперсных систем пылевых частиц (крупнодисперсная фракция с преобладанием кристаллических анизотропных частиц) использовалось гамма-распределение частиц по размерам.

§ 1.3. КОМПЛЕКСНЫЙ ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВЕЩЕСТВА ЧАСТИЦ АЭРОЗОЛЯ

Атмосферный аэрозоль представляет собой совокупность частиц сложного минералогического и микроэлементного состава. Поэтому оптические свойства аэрозольного вещества могут быть определены либо осреднением величин действительной (n) и мнимой (k) частей комплексного показателя преломления, полученных в различных местах земного шара, либо синтезированием зависимостей $n(\lambda)$ и $k(\lambda)$ на основе изучения спектральных зависимостей соответствующих характеристик основных веществ, составляющих аэрозоль данного типа, с учетом их вклада. Однако, как отмечалось в работе [10], для адекватного описания реального аэрозоля оба пути требуют весьма осторожного подхода. Эта осторожность необходима, во-первых, потому, что оптические свойства аэрозоля не всегда являются линейными функциями оптических констант составляющих его веществ, а во-вторых, потому, что ввиду своеобразия распределения химического состава аэрозоля по размерам восстановление его оптических свойств следует производить, учитывая оптическую многокомпонентность, а не простым аддитивным сложением осредненного процентного химического состава аэрозоля.

В табл. 1.7 монографии [12] приведены оптические постоянные аэрозольных частиц, полученные различными методами при разных уровнях относительной влажности воздуха в различных районах земного шара. На основании работ [36—39] и других можно заключить, что в видимой области спектра величина показателя преломления для почвенно-эрозионного аэрозоля варьирует в пределах $n = 1,50—1,56$. Анализ оптических свойств основных компонент атмосферного аэрозоля позволил авторам

работы [16] предположить, что наиболее вероятное значение показателя преломления равно 1,55. Другие авторы называют значения n , близкие к указанным.

Следует, однако, иметь в виду, что в большинстве случаев определение оптических постоянных вещества частиц атмосферного аэрозоля производилось при некоторой ненулевой величине относительной влажности воздуха в интервале 0,4—0,8. Но, как известно, величина относительной влажности воздуха влияет как на размер и структуру частиц, так и на их показатель преломления. В табл. 1 Хэнел [40] приводит результаты измерения действительной части среднего показателя преломления и средней плотности собранных образцов частиц атмосферного аэрозоля при $T=296$ К, $\lambda=0,589$ мкм и относительной влажности воздуха $f=0,4\pm 0,05$. Для большинства образцов он получил значения $n=1,54-1,58$ и плотности от $\rho=(1,8\pm 0,4)$ г·см⁻³ до $\rho=(3,4\pm 1)$ г·см⁻³. Для двух же образцов $n=1,62\pm 0,035$, $\rho=(3,3\pm 0,8)$ г·см⁻³ и $n=1,63\pm 0,02$, $\rho=(3,4\pm 0,7)$ г·см⁻³. С учетом влияния относительной влажности в этих случаях при $f=0$ абсолютно сухие образцы должны иметь $n=1,71-1,72$ и $\rho\approx 4$ г·см⁻³.

В работе [41] того же автора на рис. 1 дана зависимость $n(f)$, из которой следует, что при $f=0,4$ $n\approx 1,57$, а при $f=0$ $n\approx 1,62$.

В обзоре [8], вышедшем в 1976 г., Хэнел приводит уравнения (2.50) и (2.51), позволяющие найти действительную часть показателя преломления для сухого вещества частиц (при $f=0$), которая, по его мнению, может принимать значения от $n=1,5$ до 1,7.

В работе [42] помещена таблица усредненных данных о спектральной зависимости значений комплексного показателя преломления $n+ik$ для сухих частиц четырех типов аэрозольных масс: морского аэрозоля (модель А), смешанных морских частиц, содержащих вещество из пустынной области (модель В), аэрозольных частиц из индустриальной городской зоны (модель С) и частиц континентального фоновое аэрозоля (модель D). Для излучения с $\lambda=0,55$ мкм действительные и мнимые части комплексного показателя преломления сухих частиц соответствующих моделей равны: $n_A=1,55$; $k_A=0,033$; $n_B=1,56$; $k_B=0,011$; $n_C=1,55$; $k_C=0,05$; $n_D=1,51$; $k_D=0,015$. Во всех четырех случаях значения n не превышают 1,56.

В работе [43] для ряда соединений, обнаруженных в аэрозольных частицах, установлены значения действительной части показателя преломления, лежащие в пределах от $n=1,5$ до 1,6.

Многие авторы [44—51] рекомендуют для видимого диапазона спектра считать $n=1,50-1,55$, $k=0,005$ для растворимых частиц и $k=0,03$ для пыли. Следует заметить, что если действи-

*) Поскольку в последующем изложении временная зависимость компонент электромагнитного поля выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$, комплексный показатель преломления имеет положительный знак перед мнимой частью.

Таблица 1.1. Оптически значимые компоненты фракционированных образцов пыли*) [52]

Компонента	Номер фракции							
	7	6	5	4	3	2	1	0
Глинистые минералы (в основном монтмориллонит, иллит, каолиниты)	—	—	+	+	+	+	+	+
Кварц		—	+	+	+	+	+	+
Кальцит		—	—	+	+	+	+	+
Гипс			+	+	—			
Сульфат аммония	+	+	—					
Углерод	+	+	—					

*) Знак + указывает на присутствие вещества, знак — указывает, что вещество было обнаружено, но в малых концентрациях.

Таблица 1.2. Мнимая часть показателя преломления фракционированных образцов пыли*) [52]

λ , мкм	Номер фракции							
	7	6	5	4	3	2	1	0
0,3	0,11	0,18	0,25	0,18	0,14	0,14	0,13	0,06
0,4	0,11	0,15	0,15	0,10	0,09	0,09	0,08	0,05
0,5	0,11	0,14	0,09	0,06	0,05	0,05	0,04	0,02
0,6	0,12	0,14	0,07	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01
0,7	0,12	0,13	0,05	0,01	*	0,01	*	*
0,8	0,12	0,13	0,04	0,01	*	*	*	*
0,9	0,13	0,12	0,05	0,01	*	*	*	*
1,0	0,14	0,12	0,04	*	*	0,01	*	*
1,1	0,15	0,13	0,04	*	*	*	*	*
1,2	0,16	0,13	0,05	*	*	*	*	*
1,3	0,17	0,14	0,05	*	*	*	*	*
1,4	0,18	0,14	0,06	0,01	*	*	*	*
1,5	0,20	0,15	0,07	0,01	*	*	*	*
1,6	0,22	0,15	0,09	0,01	*	*	*	*
	0,43	0,65	1,1	2,1	3,3	4,7	7,0	11

*) Звездочка обозначает $k < 0,005$.

тельная часть показателя преломления изменяется не очень сильно, в большинстве случаев оставаясь близкой к среднему значению $n=1,55$, то его мнимая часть весьма существенно зависит от состава аэрозоля почвенного происхождения, что выражается и в довольно значительных вариациях спектральных зависимостей $k(\lambda)$ и в зависимости величины k от размеров частиц.

Последнее обстоятельство наглядно продемонстрировано экспериментальными данными работы [52]. В ней проанализирован состав и определена зависимость $k(\lambda)$ для восьми фракций

аэрозольных частиц, полученных с помощью каскадного импактора. Результаты анализа приведены в табл. 1.1 и 1.2. Плотность образцов менялась от $2 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ для 6-й и 7-й фракций до $2,4 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ для 1-й фракции. Числа в нижней строке табл. 1.2 указывают области диаметров частиц для каждой фракции в микрометрах. Как следует из табл. 1.1, субмикронные частицы в основном состоят из сульфата аммония и сильно поглощающего углерода, тогда как частицы с размером больше нескольких микрометров в основном состоят из слабопоглощающих минералов почвенного происхождения. Это подтверждается данными табл. 1.2.

Упомянутый в начале параграфа другой путь создания модели оптических постоянных атмосферного аэрозоля, развитый в работах [6, 53, 54], основан на предположении об идеальной перемешанности составляющих частицы элементов и минералов, включая воду. Зная химический состав аэрозоля и спектральные зависимости оптических постоянных образующих его соединений, можно расчетным путем найти соответствующие оптические характеристики смеси. В табл. 1.3 приведены эффективные значения $n(\lambda)$ и $k(\lambda)$, рассчитанные Л. С. Ивлевым и С. И. Поповой [54] с помощью метода Крамерса — Кронига для континентального аэрозоля средних широт.

Как отмечено в работе [12], полученные таким образом значения вещественной части показателя преломления в видимой и ближней ИК областях спектра представляются несколько завышенными. Это, возможно, объясняется значительной долей в данной модели частиц аэрозоля из пустынь и полупустынь с повышенным содержанием гематита Fe_2O_3 [6, 36], имеющего в видимой области $n \approx 3,014$ и $0,0135 \leq k \leq 0,0165$. Приведенные в табл. 1.3 значения $n(\lambda)$ для видимой области спектра близки к полученным в работах [8, 40, 41, 43].

Таблица 1.3. Оптические постоянные «сухого вещества» модели атмосферного аэрозоля [54]

λ , мкм	n	k	λ , мкм	n	k	λ , мкм	n	k
0,4	1,65	0,005	2,5	1,640	0,015	6,5	1,402	0,042
0,5	1,65	0,005	2,8	1,608	0,044	6,7	1,270	0,135
0,6	1,65	0,005	3,0	1,646	0,076	7,0	1,523	0,434
0,7	1,65	0,005	3,1	1,673	0,068	7,5	1,560	0,071
0,8	1,65	0,005	3,3	1,689	0,040	8,0	1,269	0,178
0,9	1,648	0,005	3,5	1,655	0,020	8,5	1,186	0,600
1,0	1,647	0,0051	4,0	1,637	0,018	9,0	1,650	1,240
1,2	1,646	0,0052	4,5	1,620	0,018	9,5	2,342	0,600
1,5	1,645	0,0070	4,8	1,600	0,018	10,0	2,140	0,126
1,7	1,644	0,0082	5,0	1,592	0,018	10,5	1,904	0,078
2,0	1,642	0,0100	5,5	1,558	0,018	11,0	1,750	0,118
2,2	1,641	0,0120	6,0	1,515	0,045	11,5	1,794	0,331

Расчеты с использованием такой «синтетической» модели оптических свойств аэрозольных частиц в ряде случаев дают положительные результаты (см., например, [55]), но следует иметь в виду, что предположение о равномерном распределении воды по всему объему частицы допустимо лишь со значительными ограничениями, особенно при относительной влажности воздуха, превышающей $f \approx 0,65-0,70$.

§ 1.4. КОНТИНЕНТАЛЬНЫЙ АЭРОЗОЛЬ И МОДЕЛИ ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЦ

Для объяснения оптических свойств аэрозоля до последнего времени, за весьма редкими исключениями, использовалась модель однородных сферических частиц. Вопрос о соответствии этой модели объекту исследования и о границах ее применимости детальному анализу до сих пор не подвергался. Однако в настоящее время становится очевидным, что в ряде ситуаций она не в состоянии объяснить наблюдаемые экспериментально факты. В таких случаях необходимо прибегать к более адекватной модели.

Как известно [4, 16 и др.], необходимым условием образования жидко-капельной фазы в атмосфере является наличие ядер конденсации. В качестве таковых в первую очередь выступают частицы, состоящие из растворимых в воде веществ (в основном неорганических типа $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$, NaNO_3 , H_2SO_4 и т. п.). Конденсация возможна и на нерастворимых, но смачиваемых ядрах (частицы почвы и горных пород, дыма, органических веществ, микроорганизмы и т. п.). Разнообразие ядер конденсации проявляется как в том, что разные частицы имеют разный химический состав, так и в том, что каждая отдельная частица может содержать большой набор химических веществ. Это обусловлено как различным происхождением ядер конденсации, так и процессами коагуляции, адсорбции газов, химическими и фотохимическими реакциями, многократностью циклов конденсации и испарения.

Физико-химические, а следовательно, и оптические свойства атмосферного аэрозоля существенным образом зависят от способности его частиц к поглощению воды из окружающего воздуха и от относительной влажности воздуха. В этом смысле основной характеристикой частиц является содержание растворимых веществ. Если частицы морского происхождения почти целиком состоят из растворимых солей, то частицы континентального происхождения содержат в основном нерастворимые вещества (70—80%), т. е. являются смешанными. Преобладание смешанных ядер над континентом было доказано наблюдениями с электронным микроскопом еще в 1952—1958 гг. [56, 57] и неоднократно подтверждалось впоследствии.

Можно считать установленным, что влияние относительной влажности воздуха f на физико-химические и оптические свойст-

ва атмосферных частиц начинает проявляться уже при $f \approx 0,2-0,3$. Изменение свойств частиц вначале происходит за счет заполнения микрокапилляров и неровностей поверхности частиц, затем начинается растворение водорастворимых компонент частиц, и при достаточно высоком уровне относительной влажности происходит обволакивание частиц оболочкой конденсирующейся воды. В результате этого при относительных влажностях $f \geq 0,6$ большая часть частиц континентального аэрозоля состоит из твердого ядра, представляющего собой нерастворимый или полностью растворившийся остаток ядра конденсации и раствора неорганической соли, концентрация которого понижается, а объем увеличивается с повышением влажности [58—60]. Возрастание относительной влажности воздуха сопровождается не только увеличением внешних размеров частиц и уменьшением размеров ядер до некоторого определенного значения, но и изменением оптических постоянных растворной оболочки.

В последние годы сделан ряд попыток учесть влияние относительной влажности воздуха на оптические свойства атмосферного аэрозоля, в частности, путем введения некоторых эффективных значений оптических постоянных аэрозольных частиц, зависящих от содержания свободной воды. Широко известность получила упоминавшаяся в предыдущем параграфе синтетическая модель аэрозольных частиц [6, 53, 54], основанная на предположении о том, что все образующие частицу вещества, включая и воду, равномерно перемешаны. Однако по отношению к континентальному аэрозолю, основу которого образуют смешанные ядра конденсации, предположение о равномерном распределении воды по объему частицы применимо лишь со значительными оговорками, особенно при относительных влажностях, превышающих 0,65—0,70.

В работе [61] подчеркивается, что противоречия в результатах исследований различных авторов связаны как с исключительным разнообразием природы атмосферного аэрозоля, так и с недостаточным вниманием к физике происходящих в нем процессов. С этой точки зрения представлялось целесообразным проанализировать влияние возможной неоднородности аэрозольных частиц над континентом в диапазоне относительных влажностей $0,65 \leq f \leq 0,95$.

Из работы [62], а также из проведенных нами расчетов [63—65] следует, что в случае малых твердых ядер их влиянием на коэффициент рассеяния света отдельными обводненными частицами можно пренебречь лишь при трехкратном превышении внешнего радиуса частицы по сравнению с радиусом ядра. В случае же ядер с радиусом 0,5—1 мкм их влияние становится несущественным лишь при семи—десятикратном отношении этих размеров. Для угловых характеристик рассеяния это условие еще более жесткое.

Как следует из работ [41, 66, 67] и более поздних экспери-

ментальных данных [8, 68], при относительной влажности воздуха $\approx 0,95$ достигается не более чем двукратное увеличение радиусов частиц за счет их обводнения. Следовательно, даже при достаточно высокой влажности влияние нерастворимых включений еще должно проявляться существенным образом (ситуации, близкие к условиям насыщения, здесь не рассматриваются).

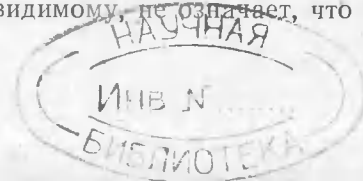
На начальной стадии конденсационного процесса количество адсорбированной воды может быть недостаточным для образования солевого раствора, происходит ее ассимиляция, приводящая лишь к некоторому увлажнению ядер конденсации. В этих условиях могут возникать частицы с плавным изменением показателя преломления от поверхности к центру.

Поскольку в реальных ситуациях могут преобладать те или иные частицы, представляет интерес провести сопоставление светорассеивающих свойств частиц с различным характером внутренней неоднородности и однородных, а также атмосферных аэрозольных систем, состоящих из частиц различных типов (при одинаковом распределении их по размерам).

При сопоставлении светорассеивающих свойств систем частиц, особенно при их трансформациях, связанных с изменением относительной влажности, необходимо учитывать влияние таких факторов, как концентрация и форма частиц, распределение их по размерам, содержание растворимого вещества в ядрах конденсации и условия протекания конденсационного процесса. Поскольку частицы в тропосфере имеют преимущественно земное происхождение, а механизм образования почвенно-эрозионных и морских аэрозолей имеет нерегулярный характер, пространственные и временные вариации содержания частиц могут быть весьма существенными. Достаточно подробный анализ многочисленных накопленных к настоящему времени данных по этому вопросу проведен в монографиях [10, 12]. Нас этот вопрос интересует не с точки зрения абсолютных значений числовой концентрации частиц, а с точки зрения изменения ее при трансформациях аэрозоля.

На основе анализа экспериментальных данных в работе [58] высказано предположение, что при конденсационных трансформациях атмосферной дымки с изменением относительной влажности от 0,3 до 0,9—0,95 число частиц остается практически неизменным. Автор работы [69] с помощью импакторных ловушек установил, что с уплотнением дымки число частиц твердого аэрозоля, как правило, не увеличивается.

С. Д. Андреев с сотрудниками на основе экспериментальных данных пришли к выводу о том, что при $0,4 \leq f \leq 0,65$ основным физическим процессом, происходящим в атмосферных дымках с увеличением относительной влажности, является коагуляция увлажняющихся мелких частиц с радиусами $r < 0,3$ мкм [70]. При $f > 0,65$ преобладающим процессом является конденсационный рост частиц. (Последнее, по-видимому, не означает, что с повы-



шением относительной влажности в конденсационный процесс не могут вовлекаться новые ядра конденсации.) В работе [71] экспериментально зафиксировано увеличение числа частиц с ростом f . Некоторая противоречивость приведенных данных говорит о том, что, по всей вероятности, процесс достаточно сложный и зависит от многих факторов. В качестве первого приближения мы примем условие постоянства числа частиц в единице объема при изменении относительной влажности в пределах 0,65—0,95. При необходимости изменение числовой концентрации легко может быть учтено в расчетах.

Естественно, что твердые частицы в атмосфере не сферичны. Однако следует иметь в виду, что частицы, служащие центрами конденсации, обычно являются агрегатами и потому не имеют большой асимметрии [4, 16], а поскольку мы в большинстве случаев будем рассматривать их при относительных влажностях $f > 0,65$, то вследствие увлажнения и частичного растворения отступление их формы от сферической будет проявляться в значительно меньшей степени.

В условиях малой относительной влажности несферичность частиц все же должна влиять на рассеяние света. Однако за счет хаотической ориентации малых несферических частиц, а также вследствие естественного разнообразия их форм и размеров интегральные характеристики рассеяния света ансамблем несферических частиц и индикатриса сравнительно мало отличаются от аналогичных характеристик для ансамбля сферических частиц. Только лишь при больших углах рассеяния есть значительные расхождения индикатрис рассеяния для частиц сферической и несферической формы [72—76].

Из многообразия возможных видов частиц могут быть выделены несферические частицы, форма которых обладает определенной симметрией и для которых возможно численное решение уравнений Максвелла при соответствующих граничных условиях. Рассмотрение этой задачи выходит за рамки данной книги. Краткий обзор состояния теории рассеяния и поглощения излучения частицами таких специфических форм дан в работе [77]. Следует кратко остановиться на плотности частиц. Она зависит от химического состава, степени рыхлости, увлажненности и ряда других факторов. Данные наиболее репрезентативных экспериментов по этому вопросу приведены в табл. 5 работы [10]. Измерения плотности частиц преимущественно почвенно-эрозийного происхождения показали, что эта величина для сухого остатка колеблется в среднем от 2,4 до 2,7 г·см⁻³, а предельная зарегистрированная величина плотности составляет 3,32 г·см⁻³. В реальных атмосферных условиях, начиная с $f \geq 0,35$ —0,40, частицы аэрозоля взаимодействуют с парами воды, что приводит к росту их геометрических размеров и к понижению удельной плотности. Хэнел [8] предложил относительно простое соотношение для расчета плотности частиц в зависимости от относи-

тельной влажности воздуха при упрощающем предположении, что объем увлажненной частицы равен сумме объемов сухого вещества и конденсированной воды:

$$\rho(f) = \rho_s + (\rho_0 - \rho_s) [r(f)/r_d]^{-3}, \quad (1.4.1)$$

где ρ_0 , r_d — средняя плотность и эквивалентный радиус сухого вещества аэрозольной частицы; ρ_s — плотность воды; $r(f)$ — эквивалентный радиус увлажненной частицы (эквивалентным или эффективным радиусом называется радиус сферы, объем которой равен объему реальной частицы).

На основе большого числа литературных данных [4, 8, 10, 12, 16] можно считать установленным, что относительное содержание G растворимых веществ в ядрах конденсации, характерное для континентального аэрозоля, равно 0,2—0,3.

Анализ многочисленных экспериментальных данных по составу аэрозоля в континентальном воздухе, выполненный Уитби [32], показал, что примерно 95% общего количества сернистого аммония и сульфатов, содержащегося в аэрозоле, приходится на аккумулятивную моду. Механизм образования аккумулятивной моды континентального аэрозоля таков, что для нее характерно смешивание химических элементов внутри частиц, или так называемое внутреннее смешивание [10, 32, 64] (в отличие от внешнего смешивания, характерного для грубодисперсных частиц). Это свойство аккумулятивной моды позволяет считать, что все ее частицы можно характеризовать одними и теми же значениями оптических постоянных.

Таким образом, из сказанного следует, что наиболее высоким содержанием растворимых веществ (20—30%) характеризуется аккумулятивная фракция континентального аэрозоля с радиусами частиц в интервале $0,4 \leq r \leq 1,5$ мкм. В ядрах Айткена ($0,01 \leq r \leq 0,04$ мкм) содержание растворимых веществ находится примерно на уровне 20% [78, 79]. Частицы с радиусом более 1 мкм обычно состоят в основном из нерастворимых силикатов и карбонатов и органических остатков. Содержание растворимых веществ в них уменьшается до 5% и менее с увеличением радиуса [4, 79—81].

Как известно (см., например, [3]), наиболее активна в оптическом отношении фракция частиц с радиусами $0,1 \leq r \leq 1$ мкм (для видимой области спектра). Теперь мы установили, что эта же фракция в случае континентального аэрозоля наиболее активно участвует в конденсационных процессах. Таким образом, именно она в первую очередь ответственна за изменения оптических свойств атмосферы при вариациях температуры и относительной влажности окружающего воздуха.

Как указывалось выше, при сопоставлении светорассеивающих свойств систем частиц, особенно при их трансформациях, обусловленных изменением относительной влажности, необходимо учитывать условия протекания конденсационного процесса.

Дело в том, что этими условиями определяется количество адсорбированной воды и, следовательно, характер неоднородности частиц, соотношение размеров твердого ядра и растворной оболочки. В большинстве случаев можно считать, что конденсационный процесс происходит в условиях термодинамического равновесия частиц с окружающей средой. Следует отметить, однако, что экспериментальные данные об изменении размеров частиц с изменением относительной влажности воздуха немногочисленны и в ряде случаев противоречат друг другу [4, 41, 67, 68, 82—84]. Учитывая важность этого вопроса для правильной постановки оптического исследования и в целях воссоздания единой картины, позволяющей объяснить на первый взгляд противоречивые факты, рассмотрим его более подробно.

§ 1.5. РАВНОВЕСНЫЙ РАДИУС ОБВОДНЕННЫХ ЧАСТИЦ

В работе [83] приведены графики, свидетельствующие о том, что с возрастанием размера частиц величина отношения радиуса обводненной частицы к радиусу сухого ядра уменьшается, особенно в летний период. Кастен [67], основываясь на результатах работы [84], приходит к заключению, что конденсационный рост частиц не зависит от их исходного размера. Хэнел [41] на основе экспериментальных данных сделал вывод, что такое утверждение можно считать справедливым для $r \geq 0,1$ мкм. В работах [4, 68, 82] и ряде других отмечается заметно больший рост гигантских ядер конденсации по сравнению с мелкими при высоких относительных влажностях.

Из теории конденсационных процессов в атмосфере следует, что если температура и давление воздуха изменяются достаточно медленно и скорость роста капли (обводнения ядра) мала, то поля плотности пара и температуры в жидкости успевают следовать за изменяющимися условиями. Тогда процесс конденсации можно рассматривать как квазистационарный. Оценки показывают [4], что в обычных условиях характерное время установления равновесия между каплей и окружающей средой (доли секунды) значительно меньше характерного времени изменения внешних условий (порядка нескольких секунд), что и подтверждает справедливость предположения о квазистационарности процесса.

Термодинамическое равновесие ядра, состоящего из растворимой и нерастворимой частей, с окружающей средой рассмотрено в ряде работ [4, 85, 86]. Для полностью смоченного ядра давление насыщенного водяного пара e_k над поверхностью частицы определяется соотношением

$$e_k = e_0(T) (1 - C/(r^3 - r_T^3)) \exp(B/r), \quad (1.5.1)$$

где $e_0(T)$ — давление насыщенного пара над плоской поверхностью воды при температуре T ; C — величина, характеризующая

активность ядер конденсации; r — равновесный радиус обводненной частицы; r_T — эффективный радиус нерастворимой части ядра; $B = 2\sigma_p/\rho_p R_p T$, σ_p , ρ_p — коэффициент поверхностного натяжения и плотность раствора, образующегося при обводнении; R_p — газовая постоянная пара.

В условиях термодинамического равновесия давление насыщенного водяного пара над поверхностью капли e_k равно давлению пара на бесконечности e_∞ . Тогда отношение $e_k/e_0(T)$ равно относительной влажности воздуха f . Мейсон [87] полагает, что для слабых растворов $C = 8,6 m_s M^{-1}$, где m_s — масса растворимой части ядра; M — относительная молекулярная масса растворимого вещества. Для большей общности в работе [4] предполагается, что

$$C = b r_d^{2(1+\alpha)}, \quad (1.5.2)$$

где r_d — радиус сухого ядра; параметры b и α определяются его составом и физико-химическими свойствами. В простейшем случае $\alpha = 0,5$, количество растворимого вещества пропорционально объему ядра.

Сопоставляя выражение Мейсона для C с (1.5.2), получаем

$$m_s = 0,116 M b r_d^{2(1+\alpha)}. \quad (1.5.3)$$

Масса растворимого вещества в ядре конденсации равна $m_s = \frac{4}{3} \pi (r_d^3 - r_T^3) \rho_s$, нерастворимого $m_T = \frac{4}{3} \pi r_T^3 \rho_T$, где ρ_s и ρ_T — плотности растворимой и нерастворимой частей ядра. Тогда

$$b = \frac{8,6 \cdot \frac{4}{3} \pi}{M r_d^{2(1+\alpha)}} G [r_T^3 \rho_T + (r_d^3 - r_T^3) \rho_s]. \quad (1.5.4)$$

Отсюда легко получить, что

$$b = \frac{11,47\pi}{M r_d^{2(1+\alpha)}} r_d^3 [(1 - G) \rho_T + G \rho_s] G. \quad (1.5.5)$$

Приводимые различными авторами данные о плотности вещества аэрозольных частиц характеризуются некоторой неопределенностью. Как отмечалось в § 1.4, согласно последним данным [10], плотность сухого остатка аэрозольного вещества колеблется от 2,4 до 2,7 г·см⁻³, в некоторых случаях составляя 3,3 г·см⁻³. С этой точки зрения утверждение автора работы [44] о том, что средняя плотность частиц лежит в пределах 1,76—1,96 г·см⁻³, по-видимому, следует отнести к достаточно сильно увлажненным частицам. Аналогичным образом утверждение автора работы [66] о том, что плотность аэрозольных частиц может меняться от $\rho = 1$ до 2,5 г·см⁻³, скорее всего, также связано с изменяющейся степенью их увлажненности или рыхлостью.

Поскольку в дальнейшем будет рассматриваться обводнение ядер конденсации вообще, а не ядер, связанных с каким-то определенным химическим составом, для простоты можно положить, что плотность растворимой и нерастворимой частей ядра примерно одинакова: $\rho_s \approx \rho_T$.

Влияние растворимого вещества на давление насыщенного пара проявляется через его массу m_s , более слабо через отношение растворимой и нерастворимой частей и через изменение плотности и поверхностного натяжения раствора. Поскольку для разбавленных растворов изменения ρ_r и σ_r невелики, зависимость величины B от концентрации раствора можно пренебречь. Тогда можно приближенно считать, что $B=0,0012$ мкм [4]. В этом случае для $r \gg 0,0012$ мкм, разложив в (1.5.1) экспоненту в ряд, получим уравнение четвертой степени относительно r :

$$r^4(1-f) + r^3B - rr_d^3[b + (1-G)(1-f)] - Br_d^3[b + (1-G)] = 0. \quad (1.5.6)$$

Полагая влияние поверхностного натяжения малым, из (1.5.6) можно получить приближенное соотношение

$$r = r_d \sqrt[3]{1-G + b/(1-f)}. \quad (1.5.7)$$

Для выяснения пригодности (1.5.6) необходимо сопоставить результаты расчетов по этому уравнению (табл. 1.4) с экспериментальными данными об отношении r/r_d [67, 68] (табл. 1.5). В работе [67] приведены значения отношения радиусов частиц при некоторой относительной влажности f к их радиусам при минимальной влажности $f=0,1$ для континентального, среднего и нормального аэрозолей. Здесь термин «нормальный» означает аэрозоль, наблюдаемый в окрестности г. Майнца (ФРГ), а термин «средний» отнесен к средним результатам, полученным из 28 измерений для континентального, нормального и морского аэрозолей. В целях сопоставимости с данными табл. 1.4 и работы [68] приводимые в табл. 1.5 данные работы [67] пересчитаны к нулевой влажности.

Из табл. 1.4 следует, что расчет по (1.5.6) дает несколько большие значения r/r_d для $r_d \geq 1$ мкм, чем для ядер с $r_d < 1$ мкм. Эта разница увеличивается с ростом относительной влажности и достигает 8% при $f=0,95$. Приближенная формула (1.5.7) дает значения r/r_d , весьма близкие к значениям, получаемым в результате решения (1.5.6) для $r_d > 1$ мкм.

Как результаты расчетов по (1.5.6), так и экспериментальные данные [68] показывают, что для ядер с $r_d \geq 1$ мкм при $f < 0,95$ значения r/r_d практически не зависят от радиуса сухого ядра.

Из хода кривых рис. 1.1 видно, что значения отношения r/r_d , полученные расчетным путем при $G=0,2$, весьма близки к экспериментальным данным [67] для континентального аэрозо-

Таблица 1.4. Рассчитанные по уравнению (1.5.6) значения отношения r/r_d (растворимое вещество NaCl, $b=4G/3$)

f	$G=0,2$				$G=0,3$			
	r_d , мкм							
	0,04	0,1	1	10	0,04	0,1	1	10
0,60	1,129	1,133	1,135	1,136	1,184	1,189	1,193	1,193
0,65	1,151	1,156	1,159	1,160	1,215	1,221	1,225	1,225
0,70	1,179	1,186	1,190	1,190	1,252	1,260	1,266	1,266
0,75	1,215	1,224	1,230	1,231	1,300	1,311	1,318	1,319
0,80	1,264	1,277	1,286	1,287	1,364	1,380	1,390	1,392
0,85	1,334	1,355	1,369	1,370	1,456	1,480	1,496	1,498
0,90	1,450	1,486	1,510	1,512	1,604	1,644	1,671	1,674
0,92	1,521	1,568	1,600	1,603	1,693	1,746	1,781	1,785
0,95	1,686	1,767	1,823	1,823	1,900	1,989	2,048	2,054
0,975	1,957	2,120	2,239	2,252	2,239	2,415	2,539	2,553
0,99	2,324	2,680	2,977	3,011	2,707	3,092	3,399	3,433

Таблица 1.5. Экспериментальные значения отношения r/r_d

f	Пересчет данных [67]			Данные [68]			
	Тип аэрозоля			r_d , мкм			
	континентальный	нормальный	средний	0,04	0,1	1	10
0,60	1,171	1,229	1,242	1,153	1,169	1,165	1,165
0,65	1,192	1,260	1,294	—	—	—	—
0,70	1,222	1,301	1,355	—	—	—	—
0,75	1,253	1,362	1,417	—	—	—	—
0,80	1,304	1,424	1,489	1,400	1,414	1,426	1,426
0,85	1,375	1,536	1,602	—	—	—	—
0,90	1,487	1,700	1,766	1,656	1,695	1,720	1,720
0,95	1,731	1,997	2,105	1,93	2,01	2,05	2,06

ля, а при $G=0,3$ — к экспериментальным данным работы [68] и работы [67] для нормального аэрозоля. Максимальное расхождение экспериментальных и расчетных значений не превышает 4%. Это дает основание считать, что уравнение (1.5.6) может быть использовано для определения значений равновесного радиуса обводненных частиц при различных относительных влажностях.

В работе [88] для девяти веществ, которые могут быть основными компонентами растворимой части атмосферных ядер конденсации, на основании экспериментальных данных получены приближенные формулы, по которым можно определить с точностью не ниже 5% равновесные радиусы частиц, состоящих не менее чем на 60% из этих веществ при относительных влажностях от 0,81 до 0,993. Расчеты показывают, что вычисленные по этим формулам равновесные радиусы частиц сульфата аммония в пределах 5—7% совпадают с полученными из (1.5.7),

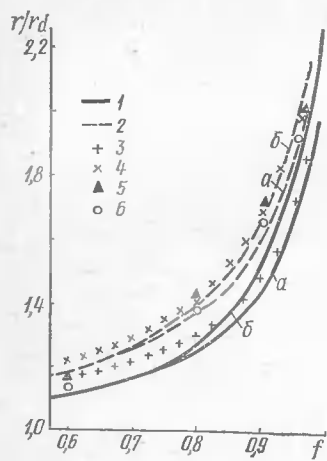


Рис. 1.1. Зависимости отношения r/r_d от относительной влажности воздуха: 1, 2 — расчет по (1.5.6) для $G=0,2$ (1) и $0,3$ (2) при $r_d=0,04$ (а), 1 мкм (б); 3 — эксперимент [67] в обработке [41] для континентального аэрозоля; 4 — то же, для городского аэрозоля; 5, 6 — эксперимент [68] при $r_d=0,04$ (б), 1 мкм (б)

чал только частицы с $r_d \geq 0,1$ мкм, вполне естественно, что разница A в пределах 3—4% просто не могла быть установлена. Позднее [68] она зафиксирована вполне отчетливо.

Как показывает статистика, содержание растворимых веществ уменьшается с увеличением размера частиц. В гигантских ядрах конденсации оно обычно приближается к 5% [4, 79—81]. Влияние этого обстоятельства, по-видимому, и было определяющим в экспериментальных результатах работы [83]. В ней для ядер с начальным радиусом $r_d=0,5$ мкм получены значения r/r_d , близкие к приведенным Кастеном [67], а для групп ядер с радиусами $r_d=1, 5$ и 10 мкм отмечено заметное уменьшение относительного роста с увеличением влажности по сравнению с более мелкими частицами.

Следует иметь в виду, что в естественных условиях, как отмечено в работе [71], изменение микроструктуры аэрозоля в зависимости от влажности маскируется происходящими в природе значительными вариациями состава и свойств сухих частиц, связанными со сменой воздушных масс и метеословий. Весьма отчетливо это обстоятельство проиллюстрировано экспериментальными данными [89].

Хэнел [82] на основании анализа экспериментальных дан-

если $\rho_T=2,5-2,65$ г·см⁻³. Для других веществ расхождение не превышает 8—10%. Это также подтверждает справедливость соотношений (1.5.6) и (1.5.7).

Уравнение (1.5.6) позволяет также объяснить возможные причины противоречий в имеющихся экспериментальных данных относительно меры роста ядер конденсации. В табл. 1.6 приведены полученные из (1.5.6) отношения коэффициентов роста $A=r/r_d$. Обозначение вида $A(10)/A(0,1)$ означает отношение величины r/r_d для частиц с исходным радиусом 10 мкм к соответствующей величине для частиц с исходным радиусом $0,1$ мкм. Можно видеть, что если при $f=0,95$ различие $A(10)$ и $A(0,04)$ составляет около 8%, то различие $A(10)$ и $A(0,1)$ — только 3,5%, а $A(10)$ и $A(1)$ — всего лишь 0,3%.

Поскольку анализ конденсационного роста частиц Кастен [67] провел на основе экспериментальных данных Винклера [84], который изу-

ных Винклера [84] развил модель зависимости эквивалентного радиуса аэрозольных частиц от относительной влажности окружающего воздуха. Для упрощения предполагалось, что в сухом состоянии все частицы безотносительно к их размеру имеют одинаковый химический состав и структуру. Подчеркивалось, однако, что проведенные рассуждения и расчеты справедливы для относительной влажности, возрастающей от $f=0$ (чтобы избежать необходимости учета гистерезисных явлений, могущих возникать при уменьшении относительной влажности). В результате была получена приближенная формула

$$r(f)/r_d = [1 + \varphi(f) f / (1 - f)]^{1/3}, \quad (1.5.8)$$

которая справедлива в интервале относительных влажностей $f \leq 0,95$ и радиусов сухих частиц $r_d \geq 0,1$ мкм [41].

Из (1.5.8) следует, что отношение $r(f)/r_d$ практически не зависит от начального размера частиц r_d . Это подтверждается данными работы [68] и табл. 1.5. Величина $\varphi(f)$ называется коэффициентом объемного увеличения аэрозольных частиц.

Кастен [67] показал, что ту же зависимость можно представить полумпирической формулой вида

$$r(f)/r_d = (1 - f)^{-\varepsilon}, \quad (1.5.9)$$

где ε для континентального аэрозоля равно $0,17$, для нормального — $0,23$, для морского — $0,26$ и для среднего — $0,25$.

Хэнел [41] обращает внимание на зависимость показателя степени ε от относительной влажности и указывает, что для среднего аэрозоля при изменении относительной влажности в интервале $0,3 \leq f \leq 0,95$ $\varepsilon(f)$ меняется от $0,21$ до $0,33$. В течение суток значения ε могут изменяться от $0,22$ утром до $0,17$ ночью. Из работы [90] следует, что при отсутствии запыленности $\varepsilon=0,17$ для $0,3 \leq f \leq 0,98$, а в запыленной атмосфере $\varepsilon=0,30$ для $0,6 \leq f \leq 0,9$. По данным [71], ε изменяется в пределах $0,08 \leq \varepsilon \leq 0,30$.

Анализ решений уравнения (1.5.6) показывает, что для $r_d=1$ мкм в интервале $0,6 \leq f \leq 0,98$ с погрешностью не более

Таблица 1.6. Отношения коэффициентов роста для ядер разных размеров

f	G=0,2			G=0,3		
	$\frac{A(10)}{A(0,04)}$	$\frac{A(10)}{A(0,1)}$	$\frac{A(10)}{A(1)}$	$\frac{A(10)}{A(0,04)}$	$\frac{A(10)}{A(0,1)}$	$\frac{A(10)}{A(1)}$
0,85	1,027	1,011	1,001	1,029	1,012	1,001
0,90	1,043	1,017	1,001	1,044	1,018	1,002
0,95	1,084	1,035	1,003	1,081	1,033	1,003
0,975	1,151	1,062	1,006	1,140	1,057	1,006

0,5% соответствующие значения отношения r/r_d можно получить из формулы (1.5.8), если положить в ней

$$\varepsilon = P \lg(1 - f) + Q, \quad (1.5.10)$$

где при $G=0,2$ $P=0,0664$, $Q=0,113$, а при $G=0,3$ $P=0,0498$, $Q=0,173$. Значения ε при этом изменяются от 0,14 до 0,22 для $G=0,2$ и от 0,19 до 0,26 при $G=0,3$, что весьма близко к значениям, полученным в упомянутых выше экспериментальных работах. Из этого следует, что для приближенных расчетов равновесных радиусов обводненных частиц наряду с (1.5.7) можно использовать эмпирическую формулу (1.5.9) с учетом значений параметра ε , определяемых по (1.5.10). Однако использование формулы (1.5.7) более предпочтительно, поскольку она учитывает в явном виде не только зависимость от относительной влажности, но и влияние процентного содержания растворимого вещества и его активности.

Проведенное в настоящем параграфе рассмотрение дает основу для определения исходных данных при выполнении практических расчетов. В частности, представляется возможным в целях упрощения вычислений исходить из предположения о том, что при относительных влажностях $f < 0,95$ все частицы увеличиваются в одинаковом отношении, так как тенденция к более быстрому росту гигантских ядер компенсируется уменьшением содержания в них растворимых веществ. Если принять за меру роста величину отношения r/r_d при $r_d=0,5$ мкм, то некоторая погрешность будет допущена лишь для самых мелких ядер с $r_d \approx 0,04$ мкм, вклад которых в общую картину рассеяния невелик.

Рассмотрев подробно этот основной вопрос данного параграфа, мы можем теперь решить еще два немаловажных вопроса, неразрывно связанных с первым и совершенно необходимых для перехода к анализу конкретных ситуаций. Это вопросы об изменении оптических постоянных атмосферных частиц при их обводнении и сопутствующей процессу обводнения трансформации функции распределения частиц по размерам.

Значительное внимание вопросу учета влияния влажности на физико-химические и оптические свойства аэрозольных частиц уделено в работах Хэнела [8, 40, 42, 83, 91—95]. Им предложены следующие соотношения для средних значений действительной и мнимой частей комплексного показателя преломления аэрозольных образцов [8]:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= n_B + (n_0 - n_B)(1 - a)^{-1}, \\ \bar{\kappa} &= \kappa_B + (\kappa_0 - \kappa_B)(1 - a)^{-1}, \end{aligned} \quad (1.5.11)$$

где

$$a = \frac{\rho_0}{\rho_B} \frac{m_B}{m_0} = \frac{\rho_0}{\rho_B} \frac{f}{1 - f};$$

$n_B, \kappa_B, \rho_B, m_B$ — оптические постоянные, плотность и масса чистой воды; $n_0, \kappa_0, \rho_0, m_0$ — то же для сухого аэрозольного вещества; $\bar{\mu}$ — коэффициент среднего линейного увеличения массы образца частиц; f — относительная влажность воздуха. Следует, однако, заметить, что использование уравнений (1.5.11) для расчета зависимостей $\bar{n}(f)$ и $\bar{\kappa}(f)$ возможно лишь при условии, что известны коэффициенты увеличения массы образца $\bar{\mu}$ и плотность аэрозольного вещества в сухом состоянии (если считать n_0 и κ_0 известными). В работе [8] приведена таблица значений

Таблица 1.7. Средние значения $\bar{\mu}(f)$ [8]

f	$\bar{\mu}(f)$	f	$\bar{\mu}(f)$
0,1	0,050	0,7	0,160
0,2	0,065	0,8	0,156
0,3	0,080	0,9	0,146
0,4	0,095	0,95	0,140
0,5	0,110	0,975	0,146
0,6	0,127		

$\bar{\mu}(f)$ для типовых форм аэрозоля. В частности, для континентального аэрозоля рекомендуется совокупность значений $\bar{\mu}(f)$, представленная в табл. 1.7. Естественно, что эти значения приближенные.

Более целесообразен и более прост подход к определению \bar{n} и $\bar{\kappa}$ частиц, основанный на использовании приведенной выше информации об изменении линейных размеров частиц при изменении относительной влажности f (см. табл. 1.4 и 1.5). В этом случае среднеэффективные значения действительной и мнимой частей показателя преломления приближенно могут быть определены как

$$\begin{aligned} \bar{n} &= n_B + (n_0 - n_B)(r_d/r)^3, \\ \bar{\kappa} &= \kappa_B + (\kappa_0 - \kappa_B)(r_d/r)^3. \end{aligned} \quad (1.5.12)$$

Именно таким образом мы будем в дальнейшем определять эффективные значения \bar{n} и $\bar{\kappa}$ условно однородных частиц, которые образовались бы при выполнении условия об идеальной перемешанности внутри частицы всех ее компонентов, включая и воду.

Для двухслойных частиц, состоящих из нерастворимого ядра и оболочки, представляющей собой раствор соли, с той же степенью приближения можно записать выражения для среднеэффективных значений \bar{n} и $\bar{\kappa}$ оболочки:

$$n_{об} = \frac{n_B[(r/r_d)^3 - 1] + n_0[1 - (r/r_d)^3]}{(r/r_d)^3 - (r_T/r_d)^3}, \quad (1.5.13)$$

$$\kappa_{об} = \frac{\kappa_{в}[(r/r_d)^3 - 1] + \kappa_0[1 - (r_T/r_d)^3]}{(r/r_d)^3 - (r_T/r_d)^3},$$

где r_T — эквивалентный радиус нерастворимой части ядра. Если считать, как и в § 1.4, что $\rho_T = \rho_s$, то выражения (1.5.13) можно упростить, используя соотношение $1 - (r_T/r_d)^3 = G$ [96—98].

Изменение размеров частиц с изменением относительной влажности воздуха может привести к деформации функции их распределения по размерам. Если использовать предложенное Хэнелом [83, 91] приближенное соотношение (1.5.8) или аналогичное ему

$$r(f) \approx r_d \left(1 + \frac{\rho_0}{\rho_v} \mu \frac{f}{1-f} \right)^{1/3}, \quad (1.5.8')$$

которые справедливы для относительных влажностей, не превышающих $f \approx 0,90-0,95$, и для частиц с эквивалентным радиусом, большим 0,1 мкм (в сухом состоянии), то можно в общих чертах представить характер изменения спектра размеров частиц. Примеры таких изменений для различных типов аэрозолей приведены на рис. 11 работы [8]. Три из шести приведенных на нем ситуаций можно охарактеризовать как некоторую деформацию распределения типа Юнге. Экспериментальные данные об изменении спектра размеров частиц в интервале относительных влажностей от 0,35 до 0,98 получены в работах [83, 99]. Установлено, что и в летнее и в зимнее время имеет место деформация распределений типа Юнге с показателями ν , различными для интервалов размеров частиц: $0,15 \leq r \leq 1,0$; $1,0 \leq r \leq 20$ и $20 \leq r \leq 100$ мкм.

В расчетных работах некоторые авторы, например [100], пытаются проследить влияние на характеристики светорассеяния деформации распределения размеров частиц, представленного суммой двух логарифмически нормальных распределений с различным весовым вкладом.

Ю. С. Седунов [4] достаточно обстоятельно показал, что распределения сухих ядер, заданные в виде степенных функций, перестраиваются при увлажнении в степенные распределения обводненных ядер с меньшим показателем степени. Такая перестройка легко может быть учтена при теоретическом рассмотрении. Анализ экспериментальных данных показывает [82], что если при обводнении сохраняется распределение частиц по размерам типа Юнге, то его показатель меняется в соответствии с формулой

$$\frac{\nu/f}{\nu/f=0} = \frac{\ln(r_{d2}/r_{d1})}{\ln(r_2/r_1)}, \quad (1.5.14)$$

где r_{d1} , r_{d2} , r_1 , r_2 — предельные радиусы сухих ядер и обводненных частиц соответственно (табл. 1.8).

Таблица 1.8. Отношения средних значений $\bar{\nu}(f)/\bar{\nu}(0)$ по данным работы [82]

f	$r_{d1}=0,04$ мкм, $r_{d2}=0,1$ мкм	$r_{d1}=0,1$ мкм $r_{d2}=1$ мкм	$r_{d1}=1$ мкм $r_{d2}=10$ мкм
0,30	1	1	1
0,60	1	1	1
0,80	0,99	1	1
0,90	0,98	0,99	1
0,95	0,96	0,99	1
0,975	0,92	0,98	1
0,99	0,88	0,97	1
0,995	0,82	0,95	1

Из таблицы видно, что в интервале $1 \leq r_d \leq 10$ мкм показатель ν вообще не меняется, а в интервале $0,04 \leq r_d \leq 0,1$ мкм меняется не более чем на 4% при увеличении относительной влажности до 0,95. Из этого следует, что практически вплоть до $f \approx 0,95$ показатель ν можно считать неизменным.

§ 1.6. АНИЗОТРОПНЫЕ ЧАСТИЦЫ В АТМОСФЕРЕ

В атмосферном аэрозоле, как уже отмечалось, значительную часть составляют минеральные частицы почвенно-эрозионного происхождения. Основная их масса (моды A и B) сосредоточена в приземном слое атмосферы на высотах до 2 км [85]. При этом крупнодисперсная мода B , как правило, находится в более низком слое. Она нестабильна, и ее существование в значительной мере определяется наличием локальных источников аэрозоля и соответствующих метеорологических условий. Например, при пыльных бурях концентрация частиц увеличивается настолько, что дальность видимости уменьшается до 10—20 м [85]. Моду A можно встретить как на малых, так и на больших высотах. Частицы этой моды «долгоживущие» в атмосфере. Они участвуют в значительных перемещениях воздушных масс над поверхностью Земли, а их удаленность от источников и распределение определяются в основном циркуляцией этих воздушных масс.

Источники атмосферной пыли принято делить на глобальные и локальные. К глобальным источникам сейчас относят Сахарский регион и пустыни Азии — Гоби и Такла-Макан [10]. Локальные источники определяют запыленность над ограниченными регионами Земли, и, как правило, их мощность имеет периодический, сезонный характер. К таким локальным источникам можно отнести пустыни Средней Азии в СССР.

Химический и структурный состав пылевых частиц очень разнообразен, количественное содержание в них тех или иных

минералов зависит от источников, которые формируют аэрозольный фон в данной местности, хотя в общем можно сказать, что частицы пыли — это в основном алюмосиликатные частицы, так как 85% массы земной коры составляют соединения этих элементов.

Частицы крупнодисперсной фракции (мода *B*) — это частицы первичных минералов или минералов, образовавшихся из расплавленной магмы при высоких температурах и давлении в глубоких слоях Земли, затем поднявшихся или излившихся на поверхность. Под действием различных природных факторов они диспергировались и вошли в состав почвы. Первичные минералы делятся в основном на четыре группы [101].

Первая группа — это полевые шпаты. Сюда входят калиевые полевые шпаты (ортоклаз, микроклин), калий-натриевые полевые шпаты, натрий-кальциевые полевые шпаты (плагиоклазы). Все составляющие этой группы были обнаружены в пробах сахарского аэрозоля. Полевые шпаты имеют сходную кристаллическую структуру. Они образуют моноклинные и триклинные кристаллы, а основным элементом кристаллической решетки является кремнекислородный тетраэдр. В оптическом отношении это как минимум двусосные кристаллы [102]. Отметим, что шпаты являются основным источником образования глин.

Группа слюды, основными представителями которой являются мусковит и серицит, образует кристаллы моноклинной сингонии. Они относятся к трехслойным минералам и состоят из двух слоев кремнекислородных тетраэдров и одного слоя октаэдров.

Группа кварца — это сам кварц и некоторые кремнеземы, которые (например, опал) могут быть аморфными. Кварц существует в двух основных разновидностях. При высоких температурах это α -кварц — минерал тригональной сингонии. При уменьшении температуры (846 К) он переходит в β -кварц — минерал гексагональной сингонии (одна оптическая ось). На поверхности Земли в основном представлена β -модификация кварца.

Группа хлорита — это водные силикаты алюминия, магния, железа, хрома. Все минералы данной группы относятся к моноклинной сингонии. Следует также отметить, что хлориты представлены как в грубодисперсной фракции (мода *B*), так и в мелкодисперсной (мода *A*).

В мелкодисперсную фракцию почвенного аэрозоля, как показали анализы проб, входят в основном глинистые частицы [10]. Глинистые минералы относятся к вторичным, получают из первичных под действием различных природных факторов. Они состоят из Si, Al, O, OH, иногда в них входят Fe, Mg, K, Mn и другие элементы [101]. Эти минералы относятся к слоистым силикатам и имеют своеобразную структуру. Слои состоят из сочетаний кремния с кислородом, которые образуют тетра-

эдры, соединенные в плоскую сетку (при этом в центре группы атомов кислорода находится атом кремния), и кислородно-гидроксил-алюминиевых групп, образующих октаэдры, причем в октаэдрах атомы кислорода и группы гидроксила окружают атомы алюминия, магния, железа и других элементов.

Наиболее представительны в аэрозольных пробах минералы монтмориллонитовой и каолинитовой групп. Для монтмориллонитовой группы характерны два тетраэдрических кремнекислородных слоя и один алюмо-кислородно-гидроксилный октаэдрический слой. Минералы каолинитовой группы являются диоктаэдрическими со слоем кремнекислородных тетраэдров и слоем алюмокислородно-гидроксилных октаэдров. Обе группы относятся к кристаллам низших сингоний. Характерной особенностью этих глин является то, что они могут связывать свободную воду, что приводит к изменению показателей преломления в довольно широком интервале значений. Например, один из показателей преломления монтмориллонита для одной и той же длины волны колеблется от 1,485 до 1,600.

В меньших количествах встречаются частицы гидрослюды (иллит) и гидроокислов железа и алюминия. Последние (например, гематит) могут в значительной степени определять показатель поглощения аэрозольных частиц в видимой области спектра.

Минералы — соли встречаются в качестве примесей к глинистым минералам. Это хлориды, сульфаты и сульфиды, карбонаты, нитраты, фосфаты и некоторые другие. Кристаллы этих соединений относятся к различным сингониям, но в основном к низшим. Многие из них хорошо растворимы в воде, а некоторые только в кислотах.

Для всех минералов характерно то, что они оптически анизотропны. Типичными представителями анизотропных частиц в атмосфере можно считать кварцевые частицы. Действительно, как видно из табл. 1.1, почти во всех образцах обнаруживается кварц. Количество кварцевых частиц в разных регионах, конечно, различно. Однако в среднем можно считать что в континентальном аэрозоле содержится примерно 30—50% кварца [10]. Кварц типичен для атмосферного аэрозоля и в другом смысле. Действительная часть показателя преломления кварца в видимом диапазоне спектра лежит в пределах, которые обычно считаются характерными для минерального аэрозоля. Мнимую часть показателя преломления аэрозольного вещества определяют другие составляющие, хотя, вероятно, можно говорить о загрязненном кварце (гематитовые пленки на поверхности частиц [10]). Малое количество примесей существенно не изменяет действительную часть показателя преломления, но заметно влияет на его мнимую часть. Таким образом, говоря о кварце, мы будем подразумевать минеральную часть анизотропного аэрозоля или пылевые анизотропные частицы и наоборот.

Источниками анизотропного аэрозоля могут служить также всевозможные процессы антропогенного и естественного характера, сопровождающиеся образованием частиц сажи. В них, как показал рентгеноструктурный анализ, могут присутствовать вкрапления кристаллического углерода [85]. Компоненты органического аэрозоля в некоторых случаях также могут обладать анизотропными свойствами.

Хотя в данной работе не рассматриваются вопросы, связанные с оптикой облаков, но следует отметить, что в кристаллические (ледяные) облака могут входить ледяные частицы гексагонального строения с ярко выраженными анизотропными свойствами. Свойства подобных облаков интенсивно изучаются экспериментальными методами. Результаты этих исследований представлены в работах [103—108].

ГЛАВА

2

ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА ДИСПЕРСНЫМИ СРЕДАМИ В КООРДИНАТНОМ И ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ

В настоящей главе рассматриваются наиболее общие уравнения и соотношения, используемые в оптике дисперсных сред, теоретической базой которой является аппарат классической электродинамики и статистической физики. Основное внимание уделяется электродинамической стороне вопроса, освещена и статистическая сторона, но в минимальном объеме. Теоретический анализ основных соотношений проводится с помощью ковариантного описания процессов рассеяния, в основе которого лежит метод функций Грина и матриц рассеяния. Такой подход оказывается полезным не только при исследовании рассеяния света на системе частиц, но и в случае рассеяния на отдельной частице, поскольку он обеспечивает общность методики решения многих задач, усложняющихся при введении частных систем координат.

В связи с важностью вопроса о переходе от локальных электродинамических характеристик излучения к фотометрическим характеристикам, используемым в эксперименте, предложен простой способ введения величин типа интенсивности и показано их соответствие величинам, фиксируемым приемниками света.

В качестве примера конкретной реализации используемого в монографии математического аппарата рассматривается рассеяние света однородной изотропной сферической частицей. Рассмотрение этого простейшего случая облегчает читателю переход к более сложным задачам, связанным с рассеянием света на неоднородных и анизотропных частицах.

§ 2.1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДИФРАКЦИИ

Решение задачи дифракции, как и любой краевой задачи, состоит в решении соответствующих дифференциальных уравнений, удовлетворяющих граничным условиям. В частности, для решения задачи дифракции электромагнитной волны на объекте конечных размеров необходимо найти решение системы уравнений Максвелла с граничными условиями на поверхности дифрагирующего объекта и на бесконечности:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 4\pi\rho,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.1.1)$$

$$E_{\tau+} = E_{\tau-}, \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{=} \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + r^{-1} e^{\pm i k_0 r} \mathcal{E}(\mathbf{r}),$$

$$H_{\tau+} = H_{\tau-}, \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{=} \mathbf{H}_I(\mathbf{r}) + r^{-1} e^{\pm i k_0 r} \mathcal{H}(\mathbf{r}),$$

где \mathbf{E} , \mathbf{H} — напряженности электрического и магнитного полей; \mathbf{D} , \mathbf{B} — электрическая и магнитная индукции; \mathbf{j} — плотность тока; ε , μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости; σ — удельная проводимость; индексом τ обозначены тангенциальные составляющие полей; \mathbf{E}_I и \mathbf{H}_I — напряженности падающего электрического и магнитного полей; ρ — плотность зарядов.

Структура падающего на объект поля может быть самой разнообразной. Однако практически в любом случае поле можно представить в виде разложения по базису гармонических плоских волн. Такое представление наиболее удобно для решения различных дифракционных задач, а с помощью обратного преобразования всегда можно прийти к первоначальному виду. Исходя из этих соображений, в дальнейшем будем рассматривать дифракцию гармонических плоских волн вида $\mathbf{E}_I \sim \exp(-i\omega t + i k_0 r)$ *. Уравнения связи, как видно из (2.1.1), выбраны линейными. Кроме того, так как нами не будут рассматриваться явления, связанные с магнитооптикой, магнитная проницаемость предполагается равной единице как внутри тела, на котором происходит дифракция, так и вне его. Диэлектрическая проницаемость внутри тела выбирается в виде комплексной величины (в общем случае носящей тензорный характер), а вне его — в виде постоянной скалярной величины, которую без уменьшения общности можно принять равной единице.

С учетом сказанного выше можно известным образом [109] получить уравнение для напряженности электрического поля:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_0^2 \xi(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.1.2)$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число для свободного пространства; $\xi(\mathbf{r}) = 1$ вне частицы и $\xi(\mathbf{r}) = N(\mathbf{r})$ внутри частицы. Комплексный показатель преломления $N(\mathbf{r})$ в простейшем скалярном случае связан с комплексной диэлектрической проницаемостью ε

* Некоторые авторы используют представление гармонической волны в виде $\mathbf{E}_I \sim \exp(i\omega t)$. В этом случае результаты для линейных комбинаций напряженности электромагнитного поля получаются комплексно-сопряженными по отношению к приведенным в настоящей работе. Для квадратичных по напряженностям величин выбор представления гармонической волны не имеет значения.

следующими соотношениями: $N = \text{Re}N + i\text{Im}N$, $n = \text{Re}N = \left[\frac{1}{2} (|\hat{\varepsilon}| + \text{Re}\hat{\varepsilon}) \right]^{1/2}$, $\kappa = \text{Im}N = \left[\frac{1}{2} (|\hat{\varepsilon}| - \text{Re}\hat{\varepsilon}) \right]^{1/2}$. Комплексная диэлектрическая проницаемость ε в свою очередь определяется выражением*) $\hat{\varepsilon} = \varepsilon + 4\pi i \sigma / \omega$. Так как напряженность магнитного поля всегда можно найти из соотношения

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = -ik_0^{-1} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.1.3)$$

в дальнейшем будут рассматриваться только уравнения для электрической напряженности поля.

Соответствующие дифрагированные поля удовлетворяют граничным условиям на поверхности тела и на бесконечности. Выбор знака в экспоненциальном множителе в граничных условиях на бесконечности обуславливается принципом причинности. При выбранной временной зависимости падающего поля они имеют вид $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_I(\mathbf{r}) + r^{-1} e^{i k_0 r} \mathcal{H}(\mathbf{r})$, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + r^{-1} e^{i k_0 r} \mathcal{E}(\mathbf{r})$. Векторное волновое уравнение (2.1.2) вместе с граничными условиями эквивалентно интегральному уравнению [109]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\xi^2(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (2.1.4)$$

где $\hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — тензорная функция Грина для свободного пространства, а интегрирование ведется по объему частицы V . По определению функция $\hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ подчиняется следующим уравнениям:

$$\nabla_{\mathbf{r}} \times \nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k_0^2 \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'),$$

$$\nabla_{\mathbf{r}} \cdot \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = 0, \quad \mathbf{r} \neq \mathbf{r}', \quad (2.1.5)$$

где \hat{I} — единичная матрица; $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ — дельта-функция Дирака. Кроме того, она удовлетворяет вышеприведенным условиям излучения на бесконечности. Исходя из этого, можно получить, что тензорная функция Грина свободного пространства имеет вид [109]

$$\hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (\hat{I} + k_0^2 \nabla \otimes \nabla) \frac{e^{i k_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} =$$

$$= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{\hat{I} k_0^2 - \mathbf{k} \otimes \mathbf{k}}{k_0^2(k^2 - k_0^2 - i\varepsilon)} e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}, \quad (2.1.6)$$

где \otimes — диадное или тензорное произведение векторов.

* В ряде работ используется выражение для комплексного показателя преломления в виде $N = n - i\kappa$. При таком определении необходимо использовать представление $\mathbf{E}_I \sim \exp(i\omega t)$, тогда выражения для напряженностей поля будут комплексно-сопряженными с приводимыми здесь.

Интегральное уравнение (2.1.4) может быть записано для тела любой геометрической конфигурации. Более того, если для этого тела известно распределение объемного или поверхностного поля, интегральное уравнение переходит в обычное равенство, которое дает решение электродинамической задачи. В этом случае основной трудностью становится корректное выполнение интегрирования по объему тела и связанное с этим представление функций Грина $\hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ в соответствующей системе координат. Основная масса работ в теории дифракции, связанная с функциями Грина, посвящена нахождению разных представлений этих функций и рассмотрению их поведения вблизи особой точки $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ (см., например, [110—113]).

Введем в рассмотрение одночастичную функцию Грина, которая дает решение граничной задачи дифракции (2.1.1) (безотносительно к виду падающей волны) через интегральное соотношение

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\xi^2(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}_I(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'. \quad (2.1.7)$$

Она является решением граничной задачи

$$\nabla_{\mathbf{r}} \times \nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - k_0^2 \xi^2(\mathbf{r}) \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{I} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2.1.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_r \times \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{S^+} &= \mathbf{n}_r \times \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{S^-}, \quad \mathbf{n}_r \times \nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{S^+} = \\ &= \mathbf{n}_r \times \nabla_{\mathbf{r}} \times \hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|_{S^-} \end{aligned}$$

и удовлетворяет условию излучения на бесконечности и условию регулярности в нуле. В (2.1.8) S — поверхность, ограничивающая объем частицы V ; \mathbf{n}_r — единичный вектор нормали к поверхности S . Достаточно строгое обоснование формул (2.1.7) и (2.1.8) можно получить, применяя второе тождество Грина к вектору $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и диаде $\hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ [114].

В силу неоднородности всего пространства в целом (присутствие частицы) одночастичная функция Грина имеет различную структуру в зависимости от изменения ее аргументов \mathbf{r} и \mathbf{r}' . Это позволяет говорить о наборе функций Грина для данной дифракционной задачи. В зависимости от того, решается ли внутренняя или внешняя задача дифракции, находится ли источник излучения внутри или вне тела, следует использовать для исследований ту или иную функцию Грина. Формализм одночастичных функций Грина будет подробно рассмотрен в § 2.3 на примере однородных сферических частиц.

Решение внешней задачи дифракции или задачи рассеяния принято выражать через амплитудную матрицу рассеяния \hat{T}

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{T}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \mathbf{E}_I(\mathbf{r}'') d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}'', \quad (2.1.9)$$

которая тесно связана с одночастичной функцией Грина (см. § 2.2 и 2.3). Однако в оптическом диапазоне чаще встречается асимптотическая форма вышеприведенного соотношения. Рассмотрим его в случае плоской падающей волны. При условии $r \rightarrow \infty$ функция Грина свободного пространства упрощается:

$$\hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx (\hat{I} - \hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}) \frac{e^{ik_0 r}}{4\pi r} e^{-ik_0' \cdot \mathbf{r}},$$

где $\mathbf{k}'_0 = k_0 \mathbf{r}' / |\mathbf{r}'| \equiv k_0 \hat{\mathbf{r}}'$. Подставляя ее значение в (2.1.9) и учитывая характер падающей волны, получим простое выражение для внешнего поля:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + r^{-1} e^{ik_0 r} \hat{A}(\mathbf{k}'_0, \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{E}_I. \quad (2.1.10)$$

В это выражение входят амплитуда падающей волны \mathbf{E}_I и асимптотическая матрица рассеяния:

$$\hat{A}(\mathbf{k}'_0, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{4\pi} \int_V (\hat{I} -$$

$$-\hat{\mathbf{r}} \otimes \hat{\mathbf{r}}) e^{-ik_0' \cdot \mathbf{r}'} \hat{T}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') e^{ik_0 \cdot \mathbf{r}''} d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}''. \quad (2.1.11)$$

С точностью до постоянного множителя эта матрица представляет собой фурье-образ от матрицы $\hat{T}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$. Вследствие поперечности плоских волн в однородном непоглощающем пространстве она имеет размерность 2×2 . Первый множитель второго слагаемого в (2.1.10) — скалярная функция Грина свободного пространства:

$$G^0 = r^{-1} e^{ik_0 r}. \quad (2.1.12)$$

До сих пор речь шла о напряженностях электромагнитных полей. Остановимся теперь на квадратичных относительно напряженностей или энергетических величинах. В оптике эти величины являются наблюдаемыми и фиксируются в эксперименте. Однако пока в нашем рассмотрении они будут выступать как локальные характеристики поля.

Из уравнений (2.1.1) легко получить балансное соотношение, которое интерпретируется как закон сохранения энергии [115]:

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{\partial W}{\partial t} - W' = 0, \quad (2.1.13)$$

где \mathbf{S} — плотность потока энергии; W — плотность несвязанной энергии поля и W' — плотность связанной энергии поля. Плотность связанной энергии поля, очевидно, представляет собой энергию, поглощаемую единичным объемом вещества. Прежде чем выписать явные выражения величин, входящих в (2.1.13), введем эрмитову и антиэрмитову часть матрицы диэлектриче-

ской проницаемости, через сумму которых можно представить любую матрицу:

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{2} (\hat{\epsilon} + \hat{\epsilon}^+) + \frac{1}{2} (\hat{\epsilon} - \hat{\epsilon}^+),$$

где $+$ — эрмитово сопряжение. Первое из слагаемых в этом выражении представляет собой эрмитову матрицу, а второе — антиэрмитову, т. е. $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}^{\Delta} + \hat{\epsilon}^{A\Delta}$. С учетом введенных обозначений величины S , W и W' можно записать как

$$S = \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*), \quad W = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E} \cdot \hat{\epsilon}^{\Delta} \cdot \mathbf{E}^* + \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^*),$$

$$W' = \frac{1}{4\pi} \operatorname{Re} \left(\mathbf{E} \cdot \hat{\epsilon}^{A\Delta} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial t} \right). \quad (2.1.14)$$

Рассмотрим закон сохранения энергии в случае рассеяния света на частице. Для простоты положим, что рассеивающая частица изотропна. Проинтегрируем соотношение (2.1.13) по сфере радиуса R значительно большего, чем характерный размер частицы и длина волны падающего излучения. Воспользовавшись теоремой Гаусса, получим

$$\frac{c}{4\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int (\mathbf{E}_I \times \mathbf{H}^* + \mathbf{E}_{\text{рас}} \times \mathbf{H}_I^* + \mathbf{E}_I \times \mathbf{H}_{\text{рас}}^*) \cdot \mathbf{n}_R dS \right\} +$$

$$+ \int \frac{\partial W}{\partial t} dV + \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re} \left\{ \int (\mathbf{E}_{\text{рас}} \times \mathbf{H}_{\text{рас}}^*) \cdot \mathbf{n}_R dS \right\} +$$

$$+ \frac{1}{4\pi} \int_V \operatorname{Im} \epsilon \operatorname{Im} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial t} \right) dV = 0,$$

где V — объем частицы. В случае гармонических волн здесь третье слагаемое обращается в нуль, а данное соотношение можно записать как

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_{\pi}, \quad (2.1.15)$$

где

$$\sigma_p = (\mathbf{E}_I \cdot \mathbf{E}_I)^{-1} \operatorname{Re} \left\{ \int (\mathbf{E}_{\text{рас}} \times \mathbf{H}_{\text{рас}}^*) \cdot \mathbf{n}_R dS \right\},$$

$$\sigma_{\pi} = k_0 (\mathbf{E}_I \cdot \mathbf{E}_I)^{-1} \int_V (\operatorname{Im} \epsilon) \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* dV \quad (2.1.16)$$

— поперечные сечения рассеяния и поглощения. При отсутствии поглощения из оптической теоремы работы [109] следует:

$$\sigma_o = \sigma_p \text{ или } \sigma = \sigma_o,$$

$$\sigma_p = \int_{(4\pi)} d\Omega_{k_0} \operatorname{Sp} \hat{A}(k'_0, k_0) \cdot \hat{A}^+(k_0, k'_0),$$

$$\sigma_o = 4\pi k_0^{-1} \operatorname{Im} [\operatorname{Sp} \hat{A}(k'_0, k_0)]. \quad (2.1.17)$$

Сравнивая (2.1.15) и (2.1.17), получаем известное в теории рассеяния соотношение

$$\sigma_o = \sigma_p + \sigma_{\pi}.$$

Плотность связанной энергии поля или плотность поглощенной энергии пропорциональна квадрату напряженности электрического поля и дается подынтегральным выражением (2.1.16). В случае гармонических волн эту плотность можно вычислить из соотношения

$$W' = \frac{c}{4\pi} \nabla \cdot \{ \operatorname{Re} (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \}. \quad (2.1.18)$$

В общем же случае формула (2.1.18) неверна, так как в балансное соотношение (2.1.13) входит производная по времени от плотности несвязанной энергии.

Формулы (2.1.14) выражают энергетические величины в координатно-временном представлении. В оптическом диапазоне соответствующие величины чаще используются в представлении гармонических плоских волн или в спектрально-угловом представлении, которое в квантовой механике называется частотно-импульсным. Основными определяемыми величинами являются здесь параметры Стокса, которые в случае однородных непоглощающих сред записываются как

$$S_{\lambda}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{cn}{4\pi} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) \cdot \hat{\sigma}^{\lambda} \cdot \mathbf{E}^*(\omega, \mathbf{k}), \quad (2.1.19)$$

где $\hat{\sigma}^{\lambda}$ — матрицы Паули, которые имеют вид [116]

$$\hat{\sigma}^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}^4 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},$$

причем размерность векторов электрической напряженности равна двум и они колеблются в плоскости, перпендикулярной к волновому вектору \mathbf{k} . Совокупность параметров Стокса образует полный набор оптических величин, который возникает при спектральной трактовке явлений. Согласно утверждению Г. В. Розенберга [116], они не имеют аналогов в координатно-временном представлении, хотя величины W и S по (2.1.14) можно выразить через первый параметр Стокса S_1 , который имеет смысл яркости:

$$W = \int d\omega \int d^2 \hat{k} n(\omega) S_1(\omega, \mathbf{k}),$$

$$S = \int d\omega \int d^2 \hat{k} \hat{k} S_1(\omega, \mathbf{k}),$$

где $\int d^2 \hat{k} \dots$ обозначает интегрирование по всему телесному углу Ω .

Остановимся подробнее на определении (2.1.19). Напряженность электрического вектора $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ представляет собой

Фурье-образ от напряженности в координатно-временном представлении:

$$\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{(4\pi)^2} \int dt \int d^3\mathbf{r} \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) e^{-i\omega t} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}. \quad (2.1.20)$$

Обратное преобразование имеет вид

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \int d\omega \int d^3\mathbf{k} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) e^{i\omega t} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}. \quad (2.1.21)$$

В формулах (2.1.20) и (2.1.21) волновой вектор и круговая частота полагались величинами независимыми. Однако из уравнений Максвелла для свободного пространства следует дисперсионное соотношение $\mathbf{k} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) - k_0^2 \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = 0$, которое накладывает на напряженность $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ и волновой вектор \mathbf{k} определенные ограничения. Действительно, скалярно умножая это соотношение на волновой вектор \mathbf{k} , получаем $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = 0$, откуда следует, что вектор колебаний электрической напряженности в импульсном представлении лежит в плоскости, перпендикулярной \mathbf{k} , и имеет всего две компоненты. Раскрывая же двойное векторное произведение, приходим к соотношению

$$(k^2 - k_0^2) \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = 0, \quad (2.1.22)$$

из которого следует, что для того чтобы обратное преобразование (2.1.21) существовало, функция $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ должна быть определена в пространстве инфинитных обобщенных функций. Определим ее с помощью следующего предельного перехода:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{(k^2 - k_0^2)^2 + \varepsilon^2\} \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon}{\pi} \mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0), \quad (2.1.23)$$

где $\mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0)$ — обычная финитная функция. Очевидно, что при предельном переходе уравнение (2.1.22) выполняется. Это без уменьшения общности позволяет представить $\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k})$ в виде

$$\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{(k^2 - k_0^2)^2 + \varepsilon^2} \mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0),$$

что при предельном переходе дает

$$\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) = \delta(k^2 - k_0^2) \mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0). \quad (2.1.24)$$

Интегрируя (2.1.24) по длине вектора \mathbf{k} , получаем соотношение

$$\mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0) = \frac{2}{k_0} \int \mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}) k^2 d\mathbf{k}, \quad (2.1.25)$$

с учетом которого преобразование (2.1.21) приводится к виду

$$\mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2} \int d\omega \int d^2\mathbf{k}_0 \mathbf{E}'(\omega, \mathbf{k}_0) e^{i\omega t} e^{-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}. \quad (2.1.26)$$

Таким образом, (2.1.26) с помощью (2.1.25) определяется в пространстве обычных финитных функций.

Рассмотрим теперь задачу рассеяния в импульсном представлении. Предположим, что на рассеивающую частицу падает плоская гармоническая волна. Тогда, применяя к (2.1.10) преобразования (2.1.20), легко получить рассеянное поле в дальней зоне:

$$\mathbf{E}_{\text{рас}}(\omega, \mathbf{k}) = \hat{G}^0(\mathbf{k}) \hat{A}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_I, \quad (2.1.27)$$

где $\hat{G}^0(\mathbf{k})$ — импульсное представление скалярной функции Грина для свободного пространства (2.1.12):

$$\hat{G}^0(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\hat{f}}{(k^2 - k_0^2) - i\varepsilon}. \quad (2.1.28)$$

Чтобы упростить (2.1.27), сделаем обычное для линейной оптики предположение, что при рассеянии частота излучения остается без изменения, т. е.

$$\hat{A}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \begin{cases} \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0), & k = k_0, \\ 0 & k \neq k_0. \end{cases} \quad (2.1.29)$$

Выражение (2.1.29) можно записать через предельное соотношение

$$\hat{A}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{i\varepsilon \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)}{(k^2 - k_0^2) + i\varepsilon}. \quad (2.1.30)$$

Подставляя (2.1.30) и (2.1.28) в (2.1.27), приходим к соотношению

$$\mathbf{E}_{\text{рас}}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{i\varepsilon}{(k^2 - k_0^2) + \varepsilon^2} \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_I$$

или

$$\mathbf{E}_{\text{рас}}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{i}{2\pi} \delta(k_0^2 - k^2) \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_I,$$

что дает

$$\mathbf{E}'_{\text{рас}}(\omega, \mathbf{k}_0) = \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_I.$$

Составляя из компонент векторов рассеянного поля $\mathbf{E}'_{\text{рас}}(\omega, \mathbf{k}_0)$ параметры Стокса, получим

$$S_\lambda(\omega, \mathbf{k}') = \sum_{\nu=1}^4 D_{\lambda\nu}(\omega, \mathbf{k}', \mathbf{k}_0) S_{I\nu}(\omega, \mathbf{k}_0),$$

где матрица преобразования параметров Стокса выражается через компоненты матриц $\hat{\sigma}^\lambda$ и $\hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0)$ в виде

$$D_{\lambda\nu}(\omega, \mathbf{k}', \mathbf{k}_0) = \frac{1}{2} \sum_{ijkl=1}^2 \sigma_{ik}^\lambda A_{ij}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) A_{kl}^*(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) \sigma_{jl}^\nu. \quad (2.1.31)$$

Именно с матрицей преобразования параметров Стокса приходится иметь дело в теории рассеяния как при теоретических, так и при экспериментальных исследованиях. Однако, как было уже отмечено, рассмотренные величины являются чисто локальными характеристиками поля. В процессе же их измерения происходит взаимодействие поля с оптическим прибором, который фиксирует эти характеристики. Более подробно на этом остановимся в следующем параграфе.

§ 2.2. РАССЕЯНИЕ СВЕТА АНСАМБЛЕМ ЧАСТИЦ

В оптике в большинстве встречающихся на практике случаев приходится иметь дело с рассеянием света не на одной, а на многих частицах, поэтому для описания процесса распространения излучения следует рассмотреть краевую задачу с учетом граничных условий на поверхности каждой из частиц. Это в наиболее простом и ясном виде можно сделать на основе интегральных уравнений. Чтобы избежать громоздких выкладок и записей, воспользуемся операторным формализмом, с помощью которого основное интегральное уравнение дифракции можно записать в виде

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + G^0 \bar{V} \mathbf{E}, \quad (2.2.1)$$

где $G^0 = -(k_0^2 - \nabla \times \nabla \times + i\epsilon)^{-1}$ — операторная функция Грина; $\bar{V} = k_0^2 (\xi^2 - 1)$ — потенциал взаимодействия электромагнитной волны с частицей. Решение операторного уравнения (2.2.1) в свою очередь записывается как

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + G \bar{V} \mathbf{E}_I, \quad (2.2.2)$$

где $G = -(k_0^2 - \nabla \times \nabla \times + \bar{V} + i\epsilon)^{-1}$ — операторная функция Грина задачи дифракции на одной частице. Уравнение (2.1.4) и соотношение (2.1.7) являются координатным представлением уравнения (2.2.1) и его решения (2.2.2).

Для внешних задач дифракции удобно использовать операторную матрицу рассеяния T , которая определяется соотношением

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + G^0 T \mathbf{E}_I. \quad (2.2.3)$$

Из (2.2.3) видно, что взаимодействие излучения с частицей описывается оператором T , а распространение излучения вне частицы — функцией Грина свободного пространства G^0 . Сопоставляя (2.2.2) и (2.2.3), получим связь оператора матрицы рассеяния с операторной функцией Грина:

$$G^0 T = G \bar{V}. \quad (2.2.4)$$

Применив тождество [117] $A^{-1} - B^{-1} = A^{-1}(B - A)B^{-1} = B^{-1}(B - A)A^{-1}$ к операторам $A^{-1} = G$ и $B^{-1} = G^0$, получаем соотношение

$$T = \bar{V} + \bar{V} G \bar{V}. \quad (2.2.5)$$

Сопоставляя его с (2.2.4), находим уравнение для оператора матрицы рассеяния

$$T = \bar{V} + \bar{V} G^0 T. \quad (2.2.6)$$

Уравнение (2.2.6) называется уравнением Липпмана — Швингера и широко используется в нерелятивистской квантовой теории рассеяния [117].

Рассмотрим теперь рассеяние электромагнитной волны на N частицах. В этом случае интегральное уравнение для напряженности поля имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha=1}^N \int_V \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\xi_\alpha^2(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (2.2.7)$$

где $\xi_\alpha(\mathbf{r}') = N_\alpha$, если \mathbf{r}' принадлежит части пространства, занимаемой частицей с номером α , и $\xi(\mathbf{r}') = 1$, если \mathbf{r}' не принадлежит этой части пространства. Операторный вид уравнения (2.2.7) такой же, как и уравнения (2.2.1), но потенциал взаимодействия другой:

$$\bar{V} = \sum_{\alpha=1}^N \bar{V}_\alpha = \sum_{\alpha=1}^N k_0^2 [\xi_\alpha^2(\mathbf{r}') - 1]. \quad (2.2.8)$$

Формально решение уравнения (2.2.1) с потенциалом (2.2.8) обеспечивается набором связанных операторных уравнений [117]:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + \sum_{\alpha=1}^N G^0 T_\alpha \mathbf{E}_\alpha, \quad (2.2.9)$$

$$\mathbf{E}_\alpha = \mathbf{E}_I + \sum_{\beta(\neq \alpha)=1}^N G^0 T_\beta \mathbf{E}_\beta,$$

где оператор матрицы рассеяния T_β удовлетворяет уравнению

$$T_\beta = \bar{V}_\beta + \bar{V}_\beta G^0 T_\beta, \quad (2.2.10)$$

т. е. уравнению для оператора матрицы рассеяния на изолированной частице с номером β . Действительно, в силу (2.2.8) имеет место соотношение

$$\bar{V} G^0 T_\alpha = \bar{V}_\alpha G^0 T_\alpha + \sum_{\beta(\neq \alpha)=1}^N \bar{V}_\beta G^0 T_\alpha,$$

или с учетом (2.2.10)

$$\bar{V} G^0 T_\alpha = T_\alpha - \bar{V}_\alpha + \sum_{\beta(\neq \alpha)=1}^N \bar{V}_\beta G^0 T_\alpha. \quad (2.2.11)$$

Теперь подставим первое из уравнений (2.2.9) в (2.2.1):

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + G^0 \bar{V} \mathbf{E}_I + G^0 \bar{V} \sum_{\alpha=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha}.$$

Учитывая (2.2.11), получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & \mathbf{E}_I + G^0 \bar{V} \mathbf{E}_I + G^0 \sum_{\beta=1}^N \bar{V}_{\beta} \sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} + \\ & + G^0 \sum_{\alpha=1}^N T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} - G^0 \sum_{\alpha=1}^N \bar{V}_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha}. \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

Группировка слагаемых в (2.2.12) приводит к

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & \left(\mathbf{E}_I + \sum_{\alpha=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} \right) + G^0 \bar{V} \mathbf{E}_I + G^0 \sum_{\beta=1}^N \bar{V}_{\beta} \sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} - \\ & - G^0 \sum_{\alpha=1}^N \bar{V}_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} = \left(\mathbf{E}_I + \sum_{\alpha=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} \right) + G^0 \bar{V} \mathbf{E}_I + \\ & + G^0 \sum_{\alpha=1}^N \bar{V}_{\alpha} \left(\sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} - \mathbf{E}_{\alpha} \right). \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

Чтобы преобразовать последний член (2.2.13), воспользуемся вторым уравнением из системы (2.2.9), т. е.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + \sum_{\alpha=1}^N G^0 T_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha} + G^0 \bar{V} \mathbf{E}_I - G^0 \sum_{\alpha=1}^N \bar{V}_{\alpha} \mathbf{E}_I \equiv \mathbf{E}.$$

Таким образом, система зацепляющихся уравнений (2.2.9) обращает уравнение (2.2.1) в тождество. Это система уравнений Липпмана — Швингера для случая рассеяния электромагнитного излучения на N классических частицах. Следует отметить, что T_{α} — оператор матрицы рассеяния на частице с номером α при отсутствии всех остальных частиц, причем необходимым условием выполнения этого утверждения является условие аддитивности потенциала взаимодействия \bar{V} .

Используя соотношение (2.2.4), систему уравнений (2.2.9) можно записать через одночастичные функции Грина:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_I + \sum_{\alpha=1}^N G_{\alpha} \bar{V}_{\alpha} \mathbf{E}_{\alpha}, \quad (2.2.14)$$

$$\mathbf{E}_{\alpha} = \mathbf{E}_I + \sum_{\beta(\neq\alpha)=1}^N G_{\beta} \bar{V}_{\beta} \mathbf{E}_{\beta}.$$

Эта система операторных уравнений, как и (2.2.14), является точной и при переходе к тому или иному представлению превращается в систему интегральных уравнений. Например, задача о рассеянии плоской волны на N телах, находящихся в заданных точках пространства, формулируется на основе следующей системы уравнений:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha=1}^N \int_{\bar{V}} \hat{G}_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\xi_{\alpha}^2(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}_{\alpha}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (2.2.15)$$

$$\mathbf{E}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \sum_{\beta(\neq\alpha)=1}^N \int_{\bar{V}} \hat{G}_{\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\xi_{\beta}^2(\mathbf{r}') - 1] \mathbf{E}_{\beta}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}',$$

где $\hat{G}_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $\hat{G}_{\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — функции Грина α -й и β -й частиц с соответствующими показателями преломления.

Решение системы (2.2.15) даже для двух частиц представляет собой задачу, которая решается только численно. Однако огромный класс рассеивающих систем можно описать более простой, чем (2.2.15), системой уравнений. Сделаем предположения:

$$k_0 l \gg 1, \quad l \gg a, \quad (2.2.16)$$

первое из которых означает, что перерассеяние происходит в дальней зоне, а второе, что перерассеяние происходит на расстояниях, значительно больших, чем характерный размер рассеивающей частицы, l — расстояние между частицами. Так как в теории рассеяния, как правило, используют понятие матрицы рассеяния, в дальнейшем будет рассматриваться система уравнений (2.2.9), которая в координатном представлении имеет вид

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha=1}^N \int_{\bar{V}} \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{T}_{\alpha}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \mathbf{E}_{\alpha}(\mathbf{r}'') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}'', \quad (2.2.17)$$

$$\mathbf{E}_{\alpha}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \sum_{\beta(\neq\alpha)=1}^N \int_{\bar{V}} \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \hat{T}_{\beta}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \mathbf{E}_{\beta}(\mathbf{r}'') d^3 \mathbf{r}' d^3 \mathbf{r}''.$$

Воспользовавшись асимптотической функцией Грина свободного пространства (2.1.12) при условиях (2.2.16) и выполняя интегрирования в системе (2.2.17), можно получить систему алгебраических уравнений:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}_{\alpha}) + \sum_{\beta(\neq\alpha)=1}^N \mathbf{E}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}), \quad (2.2.18)$$

$$\mathbf{E}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}) = G^0(R_{\alpha\beta}) \hat{A}(\mathbf{k}_{\alpha\beta}, \mathbf{k}_I) \mathbf{E}_I + \sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N G^0(R_{\alpha\beta}) \hat{A}(\mathbf{k}_{\alpha\beta}, \mathbf{k}_{\beta\sigma}) \mathbf{E}_{\beta\sigma}(\mathbf{r}_{\beta}),$$

где \mathbf{r}_α — радиус-вектор частицы с номером α ; $\mathbf{R}_{\alpha\beta} = \mathbf{r}_\alpha - \mathbf{r}_\beta$; \mathbf{k}_l — волновой вектор падающего излучения (здесь считаем падающую волну плоской); $R_{\alpha\beta} = |\mathbf{R}_{\alpha\beta}|$; $\hat{\mathbf{R}}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_{\alpha\beta}/R_{\alpha\beta}$; $\mathbf{k}_{\alpha\beta} = k_0 \hat{\mathbf{R}}_{\alpha\beta}$. Величина $\hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ — асимптотическая амплитудная матрица рассеяния (2.1.11), а $G^0(R_{\alpha\beta})$ — скалярная функция Грина свободного пространства (ср. (2.1.12)), которая удовлетворяет уравнению

$$(\nabla_{\mathbf{r}_\alpha}^2 + k_0^2) G^0(R_{\alpha\beta}) = -4\pi\delta(\mathbf{R}_{\alpha\beta}). \quad (2.2.19)$$

Отметим, что первое уравнение системы (2.2.18) записано в системе координат, связанной с частицей α , а второе — с частицей β . Размерность вектора напряженности равна двум, а размерность матрицы рассеяния — 2×2 .

Физическая интерпретация системы уравнений (2.2.18) достаточно проста. Действительно, поле в точке \mathbf{r}_α состоит из трех частей. Первая часть (первый член в уравнениях (2.2.18)) описывает падающее на систему поле, вторая — поле, которое получается при рассеянии падающей волны на частицах, третья — поле, получающееся при рассеянии на частицах уже рассеянных до этого волн.

Система уравнений (2.2.18) гораздо проще, чем (2.2.17), так как является алгебраической. При небольшом количестве частиц она в принципе может быть решена численными методами. При конкретизации амплитудной матрицы рассеяния решение дает значение напряженности электрического поля в точке \mathbf{r}_α . В реальных средах число частиц очень велико и прямое решение указанной задачи практически невозможно. Необходимо привлекать методы статистической физики. Действительно, состоящая из большого количества частиц дисперсная среда представляет собой динамическую систему, разнообразные состояния которой образуют статистический ансамбль. В этом случае состояние системы можно описать N -мерной функцией распределения $P_N(\sigma_{ij}) = P(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{iN})$, которая дает совместную вероятность нахождения частиц системы в состояниях, описываемых соответствующим набором параметров σ_i . Это и расположение частиц в пространстве, и размер, и форма, и ориентация, и т. д.

При распространении электромагнитных волн ансамбль состояний системы частиц порождает ансамбль состояний рассеянных полей. Нахождение функций распределений последнего составляет предмет статистической электродинамики, причем функция распределения системы частиц предполагается известной. Определение функций распределения, как правило, связано с нахождением статистических моментов поля, которые регистрируются в эксперименте. Знание моментов всех порядков эквивалентно знанию функции распределения. Однако для описания широкого круга задач вполне достаточно знать только моменты первого и второго порядков:

$$\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}) P_N(\sigma_i) \prod_{i,j=1}^N d\sigma_{ij}, \quad (2.2.20)$$

$$\Gamma_{kl}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int E_k(\mathbf{r}) E_l^*(\mathbf{r}') P_N(\sigma_i) \prod_{i,j=1}^N d\sigma_{ij}.$$

Здесь второе соотношение записано не в векторной, а в компонентной форме ($k, l = x, y, z = 1, 2, 3$). Именно с величинами типа (2.2.20) имеет дело феноменологическая теория распространения излучения в средах.

Теория распространения электромагнитных волн в таких статистически-неоднородных средах начала развиваться сравнительно недавно. При нахождении уравнений для средних величин в ней широко используются методы, развитые в квантовой теории многократного рассеяния, в частности уравнение Дайсона для средней функции Грина и уравнение Бете—Солпитера для среднего значения ковариации функции Грина. Разнообразные методы решения задач распространения излучения в статистически-неоднородных средах и анализ возможности их применения изложены в обзорах [118—123]. В рамках именно этой теории получило обоснование уравнение переноса излучения [124], которое в феноменологической теории формулировалось на базе закона сохранения энергии.

В данной монографии не преследуется цель подробного рассмотрения вопросов, связанных с распространением излучения в случайно-неоднородных средах, поэтому ниже приводятся только те результаты этой теории, которые будут необходимы в дальнейшем. Более детальную информацию можно получить из монографий [125—130].

Для упрощения дальнейших рассуждений и окончательных соотношений будем предполагать, что рассеяние происходит только на частицах дисперсной среды, пренебрегая рассеянием на неоднородностях типа флуктуаций плотности и т. п. Будем считать также, что распространение излучения в данной дисперсной среде можно описать в рамках геометрической оптики. Последнее обстоятельство позволяет говорить о применимости в этой ситуации уравнения переноса излучения.

Случайное поле, рассеянное частицами, можно представить в виде суммы:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle + \mathbf{E}_f(\mathbf{r}), \quad (2.2.21)$$

где $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle$ — среднее или когерентное поле, а $\mathbf{E}_f(\mathbf{r})$ — флуктуационное поле, которое при усреднении обращается в нуль. Для нахождения уравнения когерентного поля необходимо систему уравнений (2.2.18) усреднить по ансамблю состояний системы частиц. Эта операция при указанных выше условиях при-

водит к уравнению Гельмгольца с эффективным тензором диэлектрической проницаемости [131, 132]:

$$(\nabla^2 + k_0^2 \hat{\epsilon}_{\text{эф}}) \mathbf{E}_c(\mathbf{r}) = 0, \quad (2.2.22)$$

где

$$\mathbf{E}_c(\mathbf{r}) = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \rangle,$$

$$\hat{\epsilon}_{\text{эф}} = 1 + \frac{4\pi}{k_0^2} \langle A(0) \rangle C_N. \quad (2.2.23)$$

В последнем выражении величина $\langle A(0) \rangle$ — это усредненная по возможным параметрам (размер, ориентация) амплитудная матрица рассеяния вперед (на систему частиц падает плоская волна); C_N — числовая концентрация рассеивающих частиц.

В общем случае эффективная диэлектрическая проницаемость носит тензорный характер, т. е. среда в целом анизотропна. Это может быть обусловлено преимущественной ориентацией частиц несферических форм или анизотропией их свойств. При более сложных, чем в рассматриваемом здесь случае, статистических свойствах среды анизотропия может возникать и за счет образований типа кристаллических решеток и т. д. Следует отметить, что эффективная диэлектрическая проницаемость (2.2.23) представляет собой матрицу размерности 2×2 в силу того, что, с одной стороны, продольными составляющими вследствие (2.2.16) можно пренебречь, а с другой — эффективная диэлектрическая проницаемость определена в системе координат, связанной с направлением распространения падающего излучения. В простейшем случае такая геометрическая ситуация соответствует в кристаллооптике построению Гюйгенса, которое дает показатель преломления обыкновенной и необыкновенной волн. При переходе к другой системе координат, например, повернутой на некоторый угол относительно первоначальной, тензор диэлектрической проницаемости становится трехмерным.

Амплитудная матрица рассеяния вперед в общем случае — несимметричная комплексная матрица, трехмерная в произвольно выбранной системе координат. Следовательно, тензор, обратный тензору диэлектрической проницаемости, в аксиальном представлении [102] может быть записан в виде

$$\hat{\epsilon}_{\text{эф}}^{-1} = a + b(\mathbf{c} \otimes \mathbf{c}' + \mathbf{c}' \otimes \mathbf{c}) + \mathbf{g}^{\times},$$

где a и b — комплексные скалярные функции; \mathbf{c} и \mathbf{c}' — собственные комплексные векторы симметричной части тензора диэлектрической проницаемости, а \mathbf{g}^{\times} — вектор, дуальный антисимметричной части. Данное выражение отличается от аналогичного выражения для сплошных анизотропных кристаллов [102] тем, что все величины, стоящие в правой части, зависят от волнового вектора падающего излучения. В общем случае

такая анизотропная дисперсная среда обладает анизотропией и гиротропией самого общего вида и, следовательно, рассмотренные процессы распространения когерентного поля в ней возможно только в рамках ковариантного подхода, развитого Ф. И. Федоровым [102].

Из теоремы Винера—Хинчина [133] не представляет труда переход к представлению гармонических плоских волн. Оно дается формулой (2.1.20), где в подынтегральное выражение входит когерентное или среднее поле. Уравнение (2.2.22) для напряженности электрического поля в этом представлении дает дисперсионное уравнение, на основе которого находятся собственные волны, распространяющиеся в дисперсной среде, оптические оси и т. д.

При распространении излучения в такой дисперсной среде волновой вектор пространства определяется эффективным показателем преломления $k_{\text{эф}}^2 = k_0^2 \epsilon_{\text{эф}} = k_0^2 N_{\text{эф}}^2$. (Здесь для простоты рассматривается случай изотропной среды.) В общем случае этот вектор является комплексной величиной и, следовательно, представление гармонических плоских волн дается преобразованием Лапласа, а не преобразованием Фурье, которое определяется над пространством действительных волновых векторов. Конечно, можно оперировать и комплексными волновыми векторами, однако желательно, чтобы они были действительными и давали направление распространения фазовых волновых фронтов, что адекватно представлениям геометрической оптики, на основе которой создается любой оптический прибор.

Рассмотрим, каким образом с учетом сказанного можно определить параметры Стокса. Когерентная часть корреляционной функции второго порядка или просто корреляционной функции (2.2.20), как следует из (2.2.22), удовлетворяет любому из следующих двух уравнений:

$$\nabla_{\mathbf{R}} \cdot \nabla_{\mathbf{R}} \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) + 4 \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \cdot \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) + \text{Re}(k_{\text{эф}}^2) \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 0, \quad (2.2.24)$$

$$4 \nabla_{\mathbf{R}} \cdot \nabla_{\boldsymbol{\rho}} \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) + i \text{Im}(k_{\text{эф}}^2) \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) = 0, \quad (2.2.25)$$

где введены новые переменные

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2}(\mathbf{r} + \mathbf{r}'), \quad \boldsymbol{\rho} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (2.2.26)$$

Определим фурье-образ когерентной части второго момента поля через Фурье-преобразование по разностной переменной $\boldsymbol{\rho}$:

$$\hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \boldsymbol{\rho}) e^{i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho}} d^3 \boldsymbol{\rho}. \quad (2.2.27)$$

Тогда уравнение (2.2.24) с учетом (2.2.27) примет вид не совсем обычного дисперсионного уравнения:

$$-4k^2 \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \mathbf{k}) + \nabla_{\mathbf{R}}^2 \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \mathbf{k}) + \text{Re}(k_{\text{эф}}^2) \hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \mathbf{k}) = 0, \quad (2.2.28)$$

решение которого можно найти, используя преобразование Лапласа по переменной R (только в этом случае можно удовлетворить уравнению (2.2.25)). При этом будем считать, что существует и обратное преобразование Лапласа. С учетом сказанного дисперсионное уравнение (2.2.28) примет вид

$$[-4k^2 + s^2 + \text{Re}(k_{\text{эф}}^2)] \hat{\Gamma}_c(s, k) = 0,$$

где s — параметр преобразования Лапласа. Решение этого уравнения с помощью (2.2.25) для аналогичных переменных можно записать как

$$(-4k^2 + k_0^2 n_{\text{эф}}^2)(s^2 - k_0^2 \kappa_{\text{эф}}^2) \hat{\Gamma}_c(s, k) = 0.$$

Отсюда, как и в случае детерминированных полей, рассмотренных в предыдущем параграфе (см. (2.1.26)), координатное представление определяется выражением

$$\hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, \rho) = \frac{1}{8} \int d^2 k_{\text{эф}} d^2 s_{\text{эф}} \hat{\Gamma}'(s_{\text{эф}}, k_{\text{эф}}) e^{s_{\text{эф}} \cdot \mathbf{R}} e^{-\frac{1}{2} i k_{\text{эф}} \cdot \rho},$$

где $\hat{s}_{\text{эф}} = s_{\text{эф}}/s_{\text{эф}}$, $s_{\text{эф}} = k_0 \kappa_{\text{эф}} \hat{s}_{\text{эф}}$, $\hat{k}_{\text{эф}} = k_{\text{эф}}/k_{\text{эф}}$, $k_{\text{эф}} = k_0 n_{\text{эф}} \hat{k}_{\text{эф}}$. Фурье-образ только по разностному аргументу ρ имеет вид

$$\hat{\Gamma}_c(\mathbf{R}, k) = \delta(-4k^2 + k_0^2 n_{\text{эф}}^2) \hat{\Gamma}'_c(\mathbf{R}, k). \quad (2.2.29)$$

Используя второй сомножитель в правой части (2.2.29), определим теперь параметры Стокса (см. (2.1.19)):

$$S_{\lambda c} = \frac{cn}{4\pi} \text{Sp}[(\hat{\sigma}^\lambda \hat{\Gamma}'_c(\mathbf{R}, k))]. \quad (2.2.30)$$

Такое определение параметров Стокса, во-первых, соответствует случаю плоских волн в непоглощающей среде. Во-вторых, параметры Стокса, введенные таким образом, удовлетворяют классическому уравнению переноса. Чтобы показать это, перейдем к импульсному представлению в уравнении (2.2.25). С учетом (2.2.29) и (2.2.30) получим

$$\hat{k}_{\text{эф}} \cdot \nabla_R S_{\lambda c}(\mathbf{R}, k_{\text{эф}}) + \kappa_{\text{эф}} S_{\lambda c}(\mathbf{R}, k_{\text{эф}}) = 0. \quad (2.2.31)$$

Наиболее важной составной частью уравнения (2.2.31) является дифференциальный оператор переноса $(\hat{k} \cdot \nabla + \kappa)$, вид которого непосредственно вытекает из уравнений Максвелла. Методика же построения параметров Стокса связана с конкретными свойствами рассеивающей среды и может сильно усложниться за счет усложнения дисперсионных уравнений. Например, в случае регулярной пространственной зависимости эффективного показателя преломления получаются интегральные дисперсионные уравнения; анизотропия пространства приводит к целой системе дисперсионных уравнений, существование неод-

нородных волн — к неполноте системы параметров Стокса и т. д. Не будем здесь останавливаться на всех этих вопросах, а только приведем уравнение переноса для когерентной части второго момента поля в случае дисперсной анизотропной среды, которое нам потребуется в дальнейшем. Его можно легко получить на основе изложенной выше методики. Оно имеет вид

$$\hat{k} \cdot \nabla_R S_{\lambda c}(\mathbf{R}, k) + \sum_{\nu=1}^4 \alpha_{\lambda \nu} S_{\nu c}(\mathbf{R}, k) = 0, \quad (2.2.32)$$

где $\alpha_{\lambda \nu}$ — матрица экстинкции. Она связана с амплитудной матрицей рассеяния вперед следующим соотношением:

$$\hat{\alpha} = \frac{2\pi C_N}{k_0} \begin{vmatrix} \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle + \langle A_{22}(0) \rangle] & \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle - \langle A_{22}(0) \rangle] \\ \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle - \langle A_{22}(0) \rangle] & \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle + \langle A_{22}(0) \rangle] \\ \text{Im}[\langle A_{12}(0) \rangle + \langle A_{21}(0) \rangle] & -\text{Im}[\langle A_{12}(0) \rangle - \langle A_{21}(0) \rangle] \\ \text{Re}[\langle A_{12}(0) \rangle - \langle A_{21}(0) \rangle] & -\text{Re}[\langle A_{12}(0) \rangle + \langle A_{21}(0) \rangle] \\ \text{Im}[\langle A_{12}(0) \rangle + \langle A_{21}(0) \rangle] & \text{Re}[\langle A_{12}(0) \rangle - \langle A_{21}(0) \rangle] \\ \text{Im}[\langle A_{12}(0) \rangle - \langle A_{21}(0) \rangle] & \text{Re}[\langle A_{12}(0) \rangle + \langle A_{21}(0) \rangle] \\ \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle + \langle A_{22}(0) \rangle] & \text{Re}[\langle A_{22}(0) \rangle - \langle A_{11}(0) \rangle] \\ \text{Re}[\langle A_{11}(0) \rangle - \langle A_{22}(0) \rangle] & \text{Im}[\langle A_{11}(0) \rangle + \langle A_{22}(0) \rangle] \end{vmatrix} \quad (2.2.33)$$

Понятие интенсивности как характеристики поля в определенной степени подразумевает конкретизацию среды, в которой распространяется излучение, или, другими словами, наличие конкретной информации о взаимодействии излучения с веществом. Поэтому она не является такой универсальной характеристикой, как, например, напряженность электромагнитного поля. В этом смысле полезно и даже необходимо введение понятия обобщенной интенсивности, определенной в пространстве обобщенных функций как фурье-образ от суммы диагональных элементов корреляционной матрицы. Именно эта функциональная взаимосвязь отражает наиболее существенную сторону связи электродинамических и оптических характеристик электромагнитного поля и является наиболее простой и общей для всех процессов распространения оптического излучения.

Обобщенная интенсивность была введена в рамках теории многократного рассеяния излучения статистически-неоднородными средами с помощью прямого сопоставления величин, входящих в феноменологическое уравнение переноса излучения и в уравнение переноса, полученное из асимптотики уравнения Бете—Солпитера для корреляционной матрицы [124]. Это позволило перейти к подробному анализу понятия интенсивности, применяемого в классической оптике, а также к более простым

методам ее определения в рамках электродинамики, как, например, в настоящей монографии.

В статистической электродинамике существенно то, что флуктуирующая часть корреляционной матрицы (в оптике — некогерентная часть), которая, как видно из (2.2.21), определяется соотношением $\langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle_f = \langle \mathbf{E}(\mathbf{r}) \otimes \mathbf{E}(\mathbf{r}') \rangle - \mathbf{E}_c(\mathbf{r}) \mathbf{E}_c(\mathbf{r}')$, в отличие от термодинамических флуктуаций не мала. Она играет определяющую роль во многих электродинамических процессах, в том числе и при переносе излучения в дисперсных средах. До сих пор речь шла только о когерентной части рассеянного поля, и, следовательно, для полноты изложения необходимо кратко остановиться на учете некогерентной составляющей в процессе переноса излучения.

Введем в рассмотрение среднюю функцию Грина. Эта функция является аналогом функции Грина свободного пространства и удовлетворяет уравнению

$$(\nabla^2 + k_0^2 \hat{\epsilon}_{\text{эф}}) \hat{G}_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (2.2.34)$$

Совместно с уравнением для среднего поля (2.2.22) уравнение (2.2.34) можно записать в интегральном виде

$$\mathbf{E}_c(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 (\hat{\epsilon}_{\text{эф}} - 1) \mathbf{E}_c(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (2.2.35)$$

$$\hat{G}_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') k_0^2 (\hat{\epsilon}_{\text{эф}} - 1) \hat{G}_c(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}''.$$

Теперь прямой подстановкой нетрудно показать, что уравнение

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_c(\mathbf{r}) + \sum_{\alpha=1}^N \int \hat{G}_c(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\hat{\epsilon}_{\alpha}(\mathbf{r}') - \hat{\epsilon}_{\text{эф}}(\mathbf{r}')] \mathbf{E}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}' \quad (2.2.36)$$

эквивалентно (2.2.7), и, следовательно, вместо системы (2.2.18) можно записать систему уравнений с выделенным когерентным полем:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}) &= \mathbf{E}_c(\mathbf{r}_{\alpha}) + \sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N \mathbf{E}'_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}), \quad (2.2.37) \\ \mathbf{E}'_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}) &= \hat{G}_c(R_{\alpha\beta}) \hat{A}'(\mathbf{k}'_{\alpha\beta}, \mathbf{k}_I) \mathbf{E}_c(\mathbf{r}_{\beta}) + \\ &+ \sum_{\alpha(\neq\beta)=1}^N \hat{G}_c(R_{\alpha\beta}) \hat{A}'(\mathbf{k}'_{\alpha\beta}, \mathbf{k}_{\beta\sigma}) \mathbf{E}'_{\beta\sigma}(\mathbf{r}_{\beta}). \end{aligned}$$

Сравнивая первое уравнение (2.2.37) с первым уравнением (2.2.18), находим, что $\mathbf{E}'_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha})$ — это не что иное, как флуктуирующая часть поля $\mathbf{E}'_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}) = \mathbf{E}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}) - \langle \mathbf{E}_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_{\alpha}) \rangle$. Во второе уравнение системы (2.2.37) входит амплитудная матрица рас-

сеяния света на частицах, помещенных в «эффективную среду». Это означает, что рассеяние излучения происходит на частице, помещенной в среду с эффективной диэлектрической проницаемостью $\hat{\epsilon}_{\text{эф}}$.

Наиболее примечательным в модифицированной системе (2.2.37) является то, что в ней естественным образом происходит разделение поля на когерентную и некогерентную части. Проведя усреднение этой системы по ансамблю состояний рассеивающих частиц и упростив ее на основе сделанных ранее предположений, можно получить интегральное уравнение переноса излучения для введенных выше параметров Стокса (см., например, [132]). Действуя на него дифференциальным оператором переноса $(\hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla + \hat{\alpha})$ и исключая таким образом явную зависимость от когерентного поля, придем к стандартному уравнению переноса

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla_R S_{\lambda}(R, \Omega) &= - \sum_{\nu=1}^4 \alpha_{\lambda\nu} S_{\nu}(R, \Omega) + \\ &+ \sum_{\nu=1}^4 \int d\Omega' D'_{\lambda\nu}(\Omega, \Omega') S_{\nu}(R, \Omega'), \quad (2.2.38) \end{aligned}$$

где $D'_{\lambda\nu}(\Omega, \Omega')$ — матрица преобразования параметров Стокса, явный вид которой получается при выводе этого уравнения (ср. с (2.1.31)):

$$D'_{\lambda\nu}(\Omega, \Omega') = \frac{C_N}{2} \sum_{ijkl=1}^2 \sigma_{ik}^{\lambda} \langle A'_{ij}(\Omega, \Omega') A'^*_{kl}(\Omega, \Omega') \rangle \sigma_{jl}^{\nu}, \quad (2.2.39)$$

где $\langle \dots \rangle$, как и ранее, — усреднение по возможным статистическим параметрам.

Здесь необходимо отметить следующее обстоятельство. При переходе от системы интегральных уравнений (2.2.17) к системе алгебраических уравнений (2.2.18) мы воспользовались так называемым одногрупповым приближением [122], т. е. пренебрегли членами, которые описывают малую по сравнению с основным потоком часть излучения. Конечно, это может привести в итоге к нарушению закона сохранения энергии, который формулируется в теории многократного рассеяния в виде оптической теоремы [134]. В частности, для непоглощающих сред, согласно

этой теореме, должно выполняться равенство $\alpha_{11} = \frac{1}{4\pi} \int D'_{11}(\Omega, \Omega') d\Omega d\Omega'$. Это соотношение, выраженное через амплитудные матрицы рассеяния, по виду совпадает с соотношением для оптической теоремы в случае однократного рассеяния (2.1.17):

$$\begin{aligned} & \frac{4\pi}{k_0} \operatorname{Im} [\langle A_{11}(0) \rangle + \langle A_{22}(0) \rangle] = \\ & = \frac{1}{4\pi} \sum_{ij=1}^2 \int A'_{ji}(\Omega, \Omega') A'^*_{ij}(\Omega, \Omega') d\Omega d\Omega'. \end{aligned} \quad (2.2.40)$$

Очевидно, это равенство будет выполняться, если амплитудные матрицы отнести к одному и тому же потенциалу рассеяния. Ясно, что матрица $\hat{A}'(\Omega, \Omega')$ — величина более точная относительно одногруппового приближения, так как при $\epsilon_{эф} \rightarrow 1$ она переходит в матрицу $\hat{A}(\Omega, \Omega')$. Таким образом, при небольших концентрациях, пренебрегая малыми членами в $\hat{A}'(\Omega, \Omega')$, можно удовлетворить равенству (2.2.40). Тогда вместо (2.2.39) получаем следующее выражение для матрицы преобразования параметров Стокса:

$$D_{\lambda\nu}(\Omega, \Omega') = \frac{C_N}{2} \sum_{ijkl} \sigma_{ik}^{\lambda} \langle A_{ij}(\Omega, \Omega') \rangle A_{kl}^*(\Omega, \Omega') \rangle \sigma_{jl}^{\nu}. \quad (2.2.41)$$

Матрицу (2.2.41) и матрицу экстинкции (2.2.33) часто называют характеристиками элементарного объема [135]. Эти характеристики широко используются в оптике рассеивающих сред. Их получают из экспериментальных данных или находят на основе различных теоретических моделей рассеивающих частиц. Результаты, представленные в этой монографии, относятся в основном к той или иной характеристике элементарного объема. Следует отметить, что более общей, чем матрица экстинкции, характеристикой элементарного объема является тензор эффективной диэлектрической проницаемости, входящий в уравнение для среднего поля, так как матрица экстинкции формируется на базе этого тензора. Более того, при наличии резких границ между рассеивающими средами на основе одной только матрицы экстинкции просто невозможно правильно описать распространение когерентной части излучения.

Понятие элементарного объема в оптике рассеивающих сред вводится как объем, в котором количество поглощенного и рассеянного излучения пропорционально его размеру [135]. Для этого необходимо, чтобы он был, с одной стороны, достаточно велик, т. е. чтобы статистические характеристики излучения были близки к средним, а с другой — мал, чтобы интенсивность падающего на него излучения оставалась почти неизменной в его пределах. Такое определение неоднозначно, т. е. можно подобрать ряд объемов разных размеров, удовлетворяющих данным условиям. Вследствие этого для оценки элементарного объема рассматривают верхнюю границу размеров возможных объемов, удовлетворяющих указанным выше условиям. Для различных сред размеры элементарного объема могут меняться. Например, для чи-

стой атмосферы его размеры могут доходить до сотен метров, а для коллоидных растворов — составлять всего лишь несколько миллиметров. Критерием «элементарности» исследуемого объема являются, естественно, данные оптического эксперимента. Следовательно, можно утверждать, что оптический прибор в определенной мере формирует элементарный объем. Действительно, чем точнее оптический прибор, тем в меньших объемах приходится учитывать изменение интенсивности излучения при его прохождении. Более того, оптический прибор играет принципиальную роль в системе понятий классической фотометрии, на что обратил внимание Г. В. Розенберг [116].

Любой оптический прибор имеет два существенных признака. Первый заключается в том, что его размеры превышают длину волны, а второй в том, что постоянная времени регистрации превышает время световых колебаний. Кроме того, оптический прибор должен быть ограничен в пространстве, особенно в случае сильно неоднородных сред, в противном случае будут измеряться не локальные характеристики поля, а некоторые усредненные по пространству. Макроскопическая ограниченность оптического прибора приводит к тому, что в нем формируются не фурье-компоненты квадратичных характеристик поля, а по теореме Котельникова о выборках [133] — некоторые компоненты типа волновых пакетов. Приемник, по выражению Г. В. Розенберга, «расщепляет поле на «удобные» ему собственные компоненты» [116]. В этом смысле приемник участвует в формировании вообще всех наблюдаемых оптических величин. Если явление происходит в пространственных областях, малых по сравнению с размерами приемника, где он неинформативен, то о наблюдаемом явлении можно судить только косвенно, и вряд ли можно говорить о величинах типа интенсивности. Здесь более уместен электродинамический или квантовомеханический подход [116].

Таким образом, на основе результатов эксперимента можно дать оценку локальных характеристик поля, определяемых уравнением (2.2.38), с точностью до принципиальной ошибки прибора. Подходя к этому вопросу с другой стороны, мы можем утверждать, что измеряемые величины удовлетворяют уравнению переноса (2.2.38), где характеристики элементарного объема с точностью до ошибки прибора определяются соотношениями (2.2.33) и (2.2.41). Поэтому, согласно утверждению Г. В. Розенберга [116], уравнение переноса можно считать верным для более широкого класса сред, чем предполагается здесь. Характеристики же элементарного объема в виде (2.2.33) и (2.2.41) можно считать, скажем, каким-то нулевым приближением. Данные утверждения, естественно, относятся к тем средам, в которых нет необходимости изучать более высокие статистические моменты.

§ 2.3. ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
НА ОДНОРОДНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕ
В КООРДИНАТНОМ И ИМПУЛЬСНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ

Общие характеристики светорассеяния, которые были введены в предыдущих разделах, здесь конкретизируются на примере однородных изотропных сферических частиц. Этим преследуются две цели. Первая — представить методику, на основе которой в монографии рассматриваются задачи дифракции. Это ковариантный подход к рассмотрению процессов рассеяния с использованием метода интегральных уравнений и связанных с ним функций Грина и матриц рассеяния. Вторая цель — определить и кратко рассмотреть применяемые математические функции и понятия.

Будем строить \hat{G} -функцию (2.1.8) при помощи собственных функций уравнения (2.1.2), которыми, как показано в [136], являются векторные сферические волновые функции:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}) &= z_l(kr) \mathbf{m}_{\sigma ml}^{(k)}(\theta, \varphi), \quad l = 1, 2, \dots; \quad m = 0, 1, \dots, l, \\ \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{kr} z_l(kr) \mathbf{l}_{\sigma ml}^{(k)}(\theta, \varphi) + \\ &+ \frac{1}{kr} \frac{d}{dr} [z_l(kr) r] \hat{r} \times \mathbf{m}_{\sigma ml}^{(k)}(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{k} \nabla \times \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{k} \nabla \times \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(k)}(\mathbf{r}), \\ \mathbf{l}_{\sigma ml}^{(k)}(\theta, \varphi) &= \hat{r} l(l+1) P_l^m(\cos \theta) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} m\varphi, \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

$$\mathbf{m}_{\sigma ml}^{(k)}(\theta, \varphi) = \mp \hat{\theta} \frac{m P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} m\varphi - \hat{\varphi} \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} m\varphi.$$

В формулах (2.3.1), (2.3.2) введены следующие обозначения: $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi}$ — единичные базисные векторы сферической системы координат с началом в центре сферы; $k = k_0 \xi(r)$, $z_l(kr)$ — сферическая функция Бесселя; $P_l^m(\cos \theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра; индексы e и o относятся соответственно к четной и нечетной функциям.

Угловые векторные волновые функции удовлетворяют соотношениям ортогональности:

$$\mathbf{m}_{\sigma ml} \cdot \mathbf{l}_{\sigma ml} = \hat{r} \cdot \mathbf{m}_{\sigma ml} = 0, \quad \sigma = e, o,$$

$$\int_{(4\pi)} \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{m}_{\sigma' m' l'}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} \lambda_{ml}^{-1}, \quad (2.3.3)$$

$$\int_{(4\pi)} \mathbf{l}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{l}_{\sigma' m' l'}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} l(l+1) \lambda_{ml}^{-1},$$

где $\lambda_{ml} = (2l+1)(l-m)!/[2\pi l(l+1)(l+m)!(1+\delta_{0m})]$; δ_{ij} — символ Кронекера, а интегрирование ведется по всему телесному углу.

Следуя [137], перейдем к конкретному построению \hat{G} -функций. В соответствии с (2.1.5) и свойством симметрии функции Грина

$$\hat{G}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = [\hat{G}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}')^T]^T \quad (2.3.4)$$

(где $[\dots]^T$ означает транспонированную диаду) ее разложение по векторным волновым функциям должно представлять собой суперпозицию линейно независимых членов типа $\mathbf{M} \otimes \mathbf{M}$ и $\mathbf{N} \otimes \mathbf{N}$. Очевидно также, что из двух разновидностей сферической функции Бесселя:

$$z_l^{(1)} = \left(\frac{\pi}{2kr}\right)^{1/2} J_{l+1/2}(kr), \quad z_l^{(3)} = \left(\frac{\pi}{2kr}\right)^{1/2} H_{l+1/2}^{(1)}(kr) \quad (2.3.5)$$

($J_{l+1/2}(z)$, $H_{l+1/2}^{(1)}(z)$ — функции Бесселя и Ханкеля первого рода соответственно) надо выбирать ту, которая физически соответствует области изменения аргумента. Если эта область может содержать нулевую точку, то следует выбирать $z_l^{(1)}(z)$ ввиду ее регулярности в начале координат; если же область изменения аргумента может содержать бесконечную точку, то следует брать $z_l^{(3)}(z)$, так как при выбранном нами знаке временного множителя $e^{-i\omega t}$ только функция Ханкеля первого рода описывает расходящуюся волну на бесконечном удалении от частицы.

В соответствии с этими соображениями функция Грина для бесконечного однородного пространства (обычно называемая фундаментальной) представима в виде разложения:

$$\begin{aligned} \hat{G}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \sum_{\sigma=e,o} \sum_{l'=0}^{\infty} \sum_{m'=0}^l \sum_{\sigma'=e,o} \left[\nu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{M}_{\sigma' m' l'}^{(3)}(kr) \otimes \\ \mathbf{M}_{\sigma' m' l'}^{(1)}(kr) \end{matrix} \right\} \right. \\ &\otimes \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(1)}(kr') \Big] + \mu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'} \left\{ \begin{matrix} \mathbf{N}_{\sigma' m' l'}^{(3)}(kr) \otimes \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(1)}(kr') \\ \mathbf{N}_{\sigma' m' l'}^{(1)}(kr) \otimes \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(3)}(kr') \end{matrix} \right\} \Big] \quad \begin{matrix} r > r', \\ r < r', \end{matrix} \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

где $\nu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'}$ и $\mu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'}$ — коэффициенты суперпозиции, которые могут быть найдены применением второго тождества Грина к $\hat{G}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и собственным функциям волнового уравнения $\mathbf{M}_{\sigma ml}^{(1)}(kr)$ и $\mathbf{N}_{\sigma ml}^{(1)}(kr)$ для сферической области, включающей точку $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$. После преобразований с использованием соотношений (2.3.1) — (2.3.3) получим

$$\nu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'} = \mu_{\sigma ml}^{\sigma' m' l'} = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} ik \lambda_{ml}. \quad (2.3.7)$$

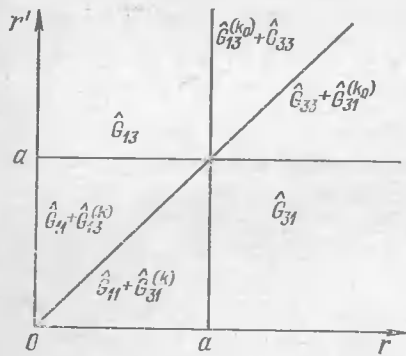


Рис. 2.1. Фазовая диаграмма функций Грина в зависимости от изменения их аргументов

мирования по m, l и σ). Ранее введенная функция $G^0(r, r')$ является частным случаем (2.3.8) при $k=k_0$.

Наличие неоднородности в пространстве приводит к необходимости введения различных функций Грина в разных областях изменения переменных r и r' . Наглядным образом это можно изобразить на диаграмме в фазовом пространстве (рис. 2.1).

На диаграмме введены следующие функции Грина:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{11} &= ik_0 \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} [\alpha_{ml}^{11} M_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes M_{\sigma ml}^{(1)}(kr') + \\ &\quad + \beta_{ml}^{11} N_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes N_{\sigma ml}^{(1)}(kr')], \\ \hat{G}_{33} &= ik_0 \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} [\alpha_{ml}^{33} M_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \otimes M_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r') + \\ &\quad + \beta_{ml}^{33} N_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \otimes N_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r')], \\ \hat{G}_{13} &= ik_0 \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} [\alpha_{ml}^{13} M_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes M_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r') + \\ &\quad + \beta_{ml}^{13} N_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes N_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r')], \\ \hat{G}_{31} &= ik_0 \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} [\alpha_{ml}^{31} M_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \otimes M_{\sigma ml}^{(1)}(kr') + \\ &\quad + \beta_{ml}^{31} N_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \otimes N_{\sigma ml}^{(1)}(kr')]; \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

$\hat{G}_{13}^{(k)}$, $\hat{G}_{31}^{(k)}$, $\hat{G}_{13}^{(k_0)}$, $\hat{G}_{31}^{(k_0)}$ — фундаментальные функции Грина (смысл индексов ясен из (2.3.6), (2.3.9)). Коэффициенты суперпозиции мо-

Соотношение (2.3.7) позволяет переписать (2.3.6) в виде

$$\begin{aligned} \hat{G}^{(k)}(r, r') &= ik \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} \times \\ &\times \left\{ M_{\sigma ml}^{(3)}(kr) \otimes M_{\sigma ml}^{(1)}(kr') + \right. \\ &\quad \left. + M_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes M_{\sigma ml}^{(3)}(kr') \right\} \\ &+ \left\{ N_{\sigma ml}^{(3)}(kr) \otimes N_{\sigma ml}^{(1)}(kr') \right\} \quad r > r' \\ &+ \left\{ N_{\sigma ml}^{(1)}(kr) \otimes N_{\sigma ml}^{(3)}(kr') \right\} \quad r < r' \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

(в (2.3.8) и далее используется сокращенное обозначение сум-

гут быть найдены из граничных условий по линиям связи $r=a$ и $r'=a^*$):

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_r \times [\hat{G}_{13}^{(k_0)} + \hat{G}_{33}]_{a^+} &= \mathbf{n}_r \times \hat{G}_{13}|_{a^-}, \\ \mathbf{n}_r \times \nabla_r \times [\hat{G}_{13}^{(k_0)} + \hat{G}_{33}]_{a^+} &= \mathbf{n}_r \times \nabla_r \times \hat{G}_{13}|_{a^-}, \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

$$\mathbf{n}_r \times \nabla_r \times [\hat{G}_{31}^{(k)} + \hat{G}_{11}]_{a^-} = \mathbf{n}_r \times \nabla_r \times \hat{G}_{31}|_{a^+},$$

$$\mathbf{n}_r \times [\hat{G}_{31}^{(k)} + \hat{G}_{11}]_{a^-} = \mathbf{n}_r \times \hat{G}_{31}|_{a^+};$$

$$\mathbf{n}_{r'} \times [\hat{G}_{13}^{(k)} + \hat{G}_{11}]_{a^-} = \mathbf{n}_{r'} \times \hat{G}_{13}|_{a^+},$$

$$\mathbf{n}_{r'} \times [\hat{G}_{31}^{(k_0)} + \hat{G}_{33}]_{a^+} = \mathbf{n}_{r'} \times \hat{G}_{31}|_{a^-},$$

$$\mathbf{n}_{r'} \times \nabla_{r'} \times [\hat{G}_{13}^{(k)} + \hat{G}_{11}]_{a^-} = \mathbf{n}_{r'} \times \nabla_{r'} \times \hat{G}_{13}|_{a^+},$$

$$\mathbf{n}_{r'} \times \nabla_{r'} \times [\hat{G}_{31}^{(k_0)} + \hat{G}_{33}]_{a^+} = \mathbf{n}_{r'} \times \nabla_{r'} \times \hat{G}_{31}|_{a^-}.$$

(2.3.11)

Системы (2.3.10), (2.3.11) являются взаимозависимыми, и для определения коэффициентов достаточно одной из них, например (2.3.11). Подстановка в (2.3.11) выражений (2.3.9) дает

$$\alpha_{ml}^{33} = \frac{\psi_l'(\rho) \psi_l(N\rho) - N\psi_l(\rho) \psi_l'(N\rho)}{N\eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho) - \eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho)}, \quad (2.3.12)$$

$$\beta_{ml}^{33} = \frac{\psi_l(\rho) \psi_l'(N\rho) - N\psi_l'(\rho) \psi_l(N\rho)}{N\eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho) - \eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho)};$$

$$\alpha_{ml}^{11} = \frac{\eta_l'(\rho) \eta_l(N\rho) - N\eta_l(\rho) \eta_l'(N\rho)}{N\eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho) - \eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho)}, \quad (2.3.13)$$

$$\beta_{ml}^{11} = \frac{\eta_l(\rho) \eta_l'(N\rho) - N\eta_l'(\rho) \eta_l(N\rho)}{N\eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho) - \eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho)};$$

$$\alpha_{ml}^{31} = N\alpha_{ml}^{13} = iN [\eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho) - N\eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho)]^{-1}, \quad (2.3.14)$$

$$\beta_{ml}^{31} = N\beta_{ml}^{13} = -iN [\eta_l(\rho) \psi_l'(N\rho) - N\eta_l'(\rho) \psi_l(N\rho)]^{-1},$$

где $\psi_l(z) = zz_l^{(1)}(z)$, $\eta_l(z) = zz_l^{(3)}(z)$ — функции Рикатти — Бесселя и Рикатти — Ханкеля соответственно; N — показатель преломления частицы ($N = n + i\kappa$); ρ — параметр дифракции ($\rho = k_0 a$); штрих означает дифференцирование по всему аргументу; поскольку коэффициенты (2.3.12) — (2.3.14) не зависят от m , в дальнейшем этот индекс опускается.

* В этой главе радиус рассеивающей частицы обозначается через a .

Функция Грина дает возможность записать решение дифракционной задачи как во внешней, так и во внутренней областях пространства. Для нахождения внешнего поля достаточно знать функцию $G_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 (N^2 - 1) \mathbf{E}_I(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (2.3.15)$$

а внутреннего — функции $\hat{G}_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и $\hat{G}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$:

$$\mathbf{E}_{\text{вн}}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + \int_V [\hat{G}_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \hat{G}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] k_0^2 (N^2 - 1) \mathbf{E}_I(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'. \quad (2.3.16)$$

Выражение (2.3.16) неудобно для практического использования, так как функции Грина, входящие в подынтегральное выражение, имеют особенности при $\mathbf{r}=\mathbf{r}'$. Структура этих особенностей такова [110—112], что (2.3.16) можно заменить эквивалентным соотношением:

$$\mathbf{E}_{\text{вн}}(\mathbf{r}) = \int_{(a)} [\hat{G}_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \hat{G}_{13}^{(h)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] k_0^2 (N^2 - 1) \mathbf{E}_I(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (2.3.17)$$

где $\int_{(a)}$ показывает, что значение интеграла берется лишь на верхней границе (при $\mathbf{r}'=a$).

В (2.3.15) и (2.3.17) падающее поле $\mathbf{E}_I(\mathbf{r})$ может быть любым, лишь бы оно разлагалось по собственным функциям волнового уравнения:

$$\mathbf{E}_I(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma ml} [\gamma_{\sigma ml} \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(j)}(k_p \mathbf{r}) + \zeta_{\sigma ml} \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(j)}(k_p \mathbf{r})], \quad (2.3.18)$$

где $j=1, 3$ (случай $j=1$ соответствует сходящейся волне, $j=3$ — расходящейся); $k_p=k_0$ — источник вне частицы; $k_p=k$ — источник внутри частицы. Коэффициенты разложения $\gamma_{\sigma ml}$ и $\zeta_{\sigma ml}$ определяются свойствами источника и его положением относительно рассеивателя. Следует отметить, что, хотя вывод аналитических выражений для этих коэффициентов даже в сравнительно простых ситуациях (например, для сферической расходящейся волны) достаточно сложен, численный их расчет не представляет особых трудностей.

Подставляя (2.3.18) в (2.3.15) и (2.3.17), имеем (с учетом (2.3.3)):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + ik_0^3 (N^2 - 1) \sum_{\sigma ml} [\alpha_i^{31} \gamma_{\sigma ml} I_l^j(k, k_p)]_0^a \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) + \\ + \beta_i^{31} (kk_p)^{-1} \zeta_{\sigma ml} \bar{I}_l^j(k, k_p)]_0^a \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{вн}}(\mathbf{r}) = ikk_0^2 (N^2 - 1) \sum_{\sigma ml} \{\gamma_{\sigma ml} [\alpha_i^{11} I_l^j(k, k_p) + I_l^{3j}(k, k_p)]^a \mathbf{M}_{\sigma ml}^{(1)}(k\mathbf{r}) + \\ + (kk_p)^{-1} \zeta_{\sigma ml} [\beta_i^{11} \bar{I}_l^j(k, k_p) + \bar{I}_l^{3j}(k, k_p)]^a \mathbf{N}_{\sigma ml}^{(1)}(k\mathbf{r})\}, \end{aligned} \quad (2.3.20)$$

где для упрощения записи введены сокращенные обозначения неопределенных интегралов:

$$\begin{aligned} I_l^{ij}(k_v, k_p) &= \int z_l^{(i)}(k_v r) z_l^{(j)}(k_p r) r^2 dr, \\ \bar{I}_l^{ij}(k_v, k_p) &= \int \left\{ \frac{d}{dr} [r z_l^{(i)}(k_v r)] \frac{d}{dr} [r z_l^{(j)}(k_p r)] + \right. \\ &\quad \left. + l(l+1) z_l^{(i)}(k_v r) z_l^{(j)}(k_p r) \right\} dr. \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

Интегралы (2.3.21) берутся в конечных формах [138, 139]:

$$\begin{aligned} I_l^{ij}(k_v, k_p) &= \frac{r^2}{k_v^2 - k_p^2} [k_p z_l^{(i)}(k_v r) z_l^{(j)'}(k_p r) - k_v z_l^{(i)'}(k_v r) z_l^{(j)}(k_p r)], \\ \bar{I}_l^{ij}(k_v, k_p) &= \frac{r}{k_v^2 - k_p^2} \{k_v^2 z_l^{(i)}(k_v r) [k_p r z_l^{(j)}(k_p r)]' - \\ &\quad - k_p^2 z_l^{(j)}(k_p r) [k_v r z_l^{(i)}(k_v r)]'\}. \end{aligned} \quad (2.3.22)$$

Выражения (2.3.19), (2.3.20) и (2.3.22) дают полное решение задачи о дифракции произвольной монохроматической волны на сферической частице.

В наиболее простой ситуации, когда на частицу падает однородная плоская волна (для определенности положим, что волна с электрическим вектором, колеблющимся вдоль оси e_x , распространяется в положительном направлении оси e_z), в разложении (2.3.18) следует положить: $k_v=k$, $k_p=k_0$, $j=1$, $\gamma_{\sigma ml} = i^l (2l+1) [l(l+1)]^{-1}$, $\zeta_{\sigma ml} = -i^{l+1} (2l+1) [l(l+1)]^{-1}$ (остальные коэффициенты разложения равны нулю) [136]. Тогда

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_I(\mathbf{r}) + ik_0^3 (N^2 - 1) \sum_{l=1}^{\infty} [\alpha_i^{31} \gamma_{\sigma l} I_l^{11}(k, k_0)]_0^a \mathbf{M}_{\sigma l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) + \\ + \beta_i^{31} \zeta_{\sigma l} (kk_0)^{-1} \bar{I}_l^{11}(k, k_0)]_0^a \mathbf{N}_{\sigma l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.3.23)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\text{вн}}(\mathbf{r}) = ikk_0^2 (N^2 - 1) \sum_{l=1}^{\infty} \{\gamma_{\sigma l} [\alpha_i^{11} I_l^{11}(k, k_0)]^a + I_l^{31}(k, k_0)]^a \mathbf{M}_{\sigma l}^{(1)}(k\mathbf{r}) + \\ + (kk_0)^{-1} \zeta_{\sigma l} [\beta_i^{11} \bar{I}_l^{11}(k, k_0)]^a + \bar{I}_l^{31}(k, k_0)]^a \mathbf{N}_{\sigma l}^{(1)}(k\mathbf{r})\}. \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

Элементарный расчет дает:

$$\begin{aligned} ik_0^3 (N^2 - 1) \alpha_i^{31} I_i^{11}(k, k_0)|_0^a &= \alpha_i^{33}, \\ ik_0 (N^2 - 1) \beta_i^{31} \bar{T}_i^{11}(k, k_0)|_0^a &= k \beta_i^{33}, \\ ik_0^2 (N^2 - 1) [\alpha_i^{11} I_i^{11}(k, k_0)|^a + I_i^{31}(k, k_0)|^a] &= \alpha_i^{31}, \\ ik_0 (N^2 - 1) [\beta_i^{11} \bar{T}_i^{11}(k, k_0)|^a + I_i^{31}(k, k_0)|^a] &= \beta_i^{31}. \end{aligned} \quad (2.3.25)$$

Таким образом, при падении на частицу однородной плоской волны поля вне и внутри частицы выражаются, как следует из (2.3.23) — (2.3.25), в виде

$$E(\mathbf{r}) = E_I(\mathbf{r}) + \sum_{l=1}^{\infty} i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_i^{33} M_{o1l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) - i \beta_i^{33} N_{e1l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r})], \quad (2.3.26)$$

$$E_{\text{вн}}(\mathbf{r}) = \sum_{l=1}^{\infty} i^l \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_i^{31} M_{o1l}^{(1)}(k \mathbf{r}) - i \beta_i^{31} N_{e1l}^{(1)}(k \mathbf{r})].$$

Эти выражения полностью совпадают с формулами для полей, полученными обычными методами теории Ми [136, 140].

Найдем теперь, следуя [141], матрицу рассеяния. Запишем уравнение для элементов матрицы рассеяния или матрицы рассеяния в координатном представлении. С учетом операторного соотношения между оператором функции Грина и оператором матрицы рассеяния (2.2.4) получим

$$\hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [k_0^2 (N^2 - 1)]^{-1} \int_V \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'') \hat{T}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}''. \quad (2.3.27)$$

Если функция Грина $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ известна, то из (2.3.27) можно найти матрицу рассеяния в координатном представлении. В случае сферических частиц с комплексным показателем преломления $\hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \hat{G}_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ (см. (2.3.9)). Матрицу рассеяния будем искать в соответствии с (2.3.27), где учтем сложный характер зависимости функции Грина от ее аргументов. Покажем, что выражение

$\hat{B}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = k_0^2 (N^2 - 1) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + [k_0^2 (N^2 - 1)]^2 [\hat{G}_{11}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \hat{G}^{(h_0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')]$ удовлетворяет (2.3.27). Если учесть вид функций Грина в особых точках $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ [110—112], то выражение $\hat{B}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ можно записать как

$$\hat{B}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = [k_0^2 (N^2 - 1)]^2 \text{v. p.} [\hat{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \hat{G}^{(h_0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')], \quad (2.3.28)$$

где *v. p.* означает, что интеграл по (2.3.28) берется в смысле главного значения. Записывая (2.3.27) в развернутом виде и подставляя в него (2.3.28), получаем

$$\begin{aligned} \hat{G}_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= -kk_0^3 (N^2 - 1) \sum_{oml} \sum_{\sigma'm'l'} \lambda_{mi} \lambda_{m'l'} \{M_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \otimes \\ &\otimes M_{\sigma'm'l'}^{(1)}(k \mathbf{r}') [\alpha_i^{11} I_{mlm'l'}^{11}(k_0, k)|^a + I_{mlm'l'}^{13}(k_0, k)|^a] + \\ &+ N_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \otimes N_{\sigma'm'l'}^{(1)}(k \mathbf{r}') [\beta_i^{11} \bar{T}_{mlm'l'}^{11}(k_0, k)|^a + \bar{T}_{mlm'l'}^{13}(k_0, k)|^a]\}, \end{aligned} \quad (2.3.29)$$

где введены следующие обозначения неопределенных интегралов:

$$I_{mlm'l'}^{ij}(k_v, k_p) = \int_V M_{oml}^{(i)}(k_v \mathbf{r}) \cdot M_{\sigma'm'l'}^{(j)}(k_p \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}, \quad (2.3.30)$$

$$\bar{T}_{mlm'l'}^{ij}(k_v, k_p) = \int_V N_{oml}^{(i)}(k_v \mathbf{r}) \cdot N_{\sigma'm'l'}^{(j)}(k_p \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}.$$

С использованием выражений (2.3.1) — (2.3.3) и (2.3.21) несложно показать, что эти интегралы сводятся к ранее введенным интегралам (2.3.22):

$$I_{mlm'l'}^{ij}(k_v, k_p) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} \lambda_{ml}^{-1} I_l^{ij}(k_v, k_p), \quad (2.3.31)$$

$$\bar{T}_{mlm'l'}^{ij}(k_v, k_p) = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\sigma\sigma'} \lambda_{ml}^{-1} (k_v k_p)^{-1} \bar{T}_l^{ij}(k_v, k_p).$$

Отсюда, подставляя третье и четвертое соотношения из (2.3.25) в (2.3.29), получаем

$$\begin{aligned} \hat{G}_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= ik_0 \sum_{oml} \lambda_{mi} \{ \alpha_i^{31} M_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \otimes M_{oml}^{(1)}(k \mathbf{r}') + \\ &+ \beta_i^{31} N_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \otimes N_{oml}^{(1)}(k \mathbf{r}') \}, \end{aligned}$$

что совпадает с определением функции $\hat{G}_{31}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Таким образом, при подстановке выражения (2.3.28) в (2.3.27) последнее удовлетворяется тождественно и, следовательно, (2.3.28) является искомой матрицей рассеяния в координатном представлении.

Найдем матрицу рассеяния в импульсном представлении, т. е. с точностью до постоянной величины фурье-образ матрицы рассеяния в координатном представлении:

$$\hat{T}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \int_V e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}''} \hat{T}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} d^3 \mathbf{r}'' d^3 \mathbf{r}'$$

или в эквивалентной форме:

$$\hat{T}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \int_V \hat{I} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}''} \hat{T}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'} \hat{I} d^3 \mathbf{r}'' d^3 \mathbf{r}', \quad (2.3.32)$$

где \hat{I} — единичная матрица. Матрицу рассеяния (2.3.32) можно рассчитать при любых значениях \mathbf{k} и \mathbf{k}' , однако при упругом

рассеянии она имеет смысл только тогда, когда $\mathbf{k}=\mathbf{k}_0$, $\mathbf{k}'=\mathbf{k}'_0$ ($|\mathbf{k}_0|=|\mathbf{k}'_0|$). При таких значениях волновых векторов и проводится дальнейший расчет:

$$\hat{T}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = \int_V \hat{I} e^{-i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}''} \hat{T}(\mathbf{r}'', \mathbf{r}') e^{i\mathbf{k}'_0 \cdot \mathbf{r}'} \hat{I} d^3\mathbf{r}'' d^3\mathbf{r}'. \quad (2.3.33)$$

Для расчетов по (2.3.33) нам потребуется разложение матричной функции $\hat{I} e^{\pm i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}$ по векторным сферическим функциям. Это разложение имеет вид [142]

$$\hat{I} e^{\pm i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} = \sum_{oml} 4\pi \lambda_{ml} (\pm i)^l \{ \mp i l_{oml}(u, v) \otimes \mathbf{L}_{oml}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) + \mathbf{m}_{oml}(u, v) \otimes \mathbf{M}_{oml}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) \mp i n_{oml} \otimes \mathbf{N}_{oml}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) \}, \quad (2.3.34)$$

где u, v — угловые компоненты вектора \mathbf{k}_0 по осям сферической системы координат,

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_{oml}(\theta, \varphi) &= \hat{\mathbf{r}} \times \mathbf{m}_{oml} = \hat{\theta} \frac{d}{d\theta} [P_l^m(\cos \theta)] \frac{\cos m\varphi}{\sin} \mp \hat{\varphi} \frac{m P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin m\varphi}{\cos}, \\ \mathbf{L}_{oml}^{(1)} &= [k_0 l(l+1)]^{-1} \frac{d}{dr} [z_l^{(1)}(k_0 r)] \mathbf{l}_{oml}(\theta, \varphi) + (k_0 r)^{-1} z_l(k_0 r) \mathbf{n}_{oml}(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (2.3.35)$$

(отметим, что, поскольку $\nabla \cdot \mathbf{L} \neq 0$, это векторное решение уравнения описывает продольную часть волны).

В частном случае, когда волновой вектор \mathbf{k}_0 параллелен оси \mathbf{e}_z введенной системы координат, соотношение (2.3.34) принимает вид [142]:

$$\begin{aligned} \hat{I} e^{\pm i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}} &= \sum_{l=0}^{\infty} (\pm i)^l \frac{2l+1}{l(l+1)} \{ \mathbf{e}_x \otimes [\mathbf{M}_{el}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) \mp i \mathbf{N}_{el}^{(1)}(k_0 \mathbf{r})] - \\ &- \mathbf{e}_y \otimes [\mathbf{M}_{el}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) \pm i \mathbf{N}_{el}^{(1)}(k_0 \mathbf{r})] \mp i l(l+1) \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{L}_{e0l}^{(1)}(k_0 \mathbf{r}) \}, \end{aligned} \quad (2.3.36)$$

где $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ — орты декартовой системы координат. Подставляя в (2.3.33) разложения (2.3.34), (2.3.28), (2.3.8), (2.3.9) и проводя интегрирование по \mathbf{r}' и \mathbf{r}'' ($\mathbf{r}'' > \mathbf{r}'$) с учетом соотношений (2.3.22), (2.3.28) и (2.3.31), а также используя вычисленные в [139] значения интегралов:

$$\begin{aligned} J_{mlm'l'}^{ij}(k_v, k_p) &= \int_V \mathbf{N}_{oml}^{(i)}(k_v \mathbf{r}) \cdot \mathbf{L}_{om'l'}^{(j)}(k_p \mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \\ &= \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{oo'} \lambda_{ml}^{-1} (k_v k_p)^{-1} J_{ll}^{ij}(k_v, k_p), \end{aligned} \quad (2.3.37)$$

$$J_{ll}^{ij}(k_v, k_p) = \int_V \{ k_p r z_l^{(i)}(k_v r) z_l^{(j)'}(k_p r) +$$

$$+ z_l^{(i)}(k_p r) [z_l^{(j)}(k_v r) k_v r] \} dr = r z_l^{(i)}(k_v r) z_l^{(j)}(k_p r),$$

после преобразований получим

$$\begin{aligned} \hat{T}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) &= 16\pi^2 i \sum_{oml} \lambda_{ml} \{ -k_0^{-1} \alpha_l^{33} \mathbf{m}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) \otimes \mathbf{m}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) - \\ &- k_0^{-1} \beta_l^{33} \mathbf{n}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) \otimes \mathbf{n}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) + \chi_l \mathbf{l}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) \otimes \mathbf{l}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) + \\ &+ \gamma_l \mathbf{l}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) \otimes \mathbf{n}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) + \varphi_l \mathbf{n}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) \otimes \mathbf{l}_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) \}, \end{aligned} \quad (2.3.38)$$

где $\hat{\mathbf{k}}_0, \hat{\mathbf{k}}'_0$ — единичные орты векторов \mathbf{k}_0 и \mathbf{k}'_0 соответственно,

$$\chi_l = \frac{(N^2 - 1)^2}{k_0 N^2 \rho} \psi_l(\rho) \psi_l(N\rho) \eta_l(\rho) \beta_l^{13},$$

$$\gamma_l = -i \frac{N^2 - 1}{k_0 N \rho} \psi_l(\rho) \eta_l(\rho) \beta_l^{33}, \quad \varphi_l = -i \frac{N^2 - 1}{k_0 N \rho} \psi_l(\rho) \psi_l(N\rho) \beta_l^{31}. \quad (2.3.39)$$

Введем обозначения для угловых функций:

$$S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) = - \frac{d}{d\theta} [P_l^m(\cos \theta)] \frac{\cos m\varphi}{\sin},$$

$$Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) = \mp \frac{m P_l^m(\cos \theta)}{\sin \theta} \frac{\sin m\varphi}{\cos}, \quad (2.3.40)$$

$$T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) = l(l+1) P_l^m(\cos \theta) \frac{\cos m\varphi}{\sin}.$$

Тогда компоненты матрицы рассеяния в импульсном представлении можно записать в виде

$$\hat{T}_{rr}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = 16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} \chi_l T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0),$$

$$\hat{T}_{r\theta}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} \gamma_l T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0),$$

$$\hat{T}_{r\varphi}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = 16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} \gamma_l T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0), \quad (2.3.41)$$

$$\hat{T}_{\theta r}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} \varphi_l S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0),$$

$$\hat{T}_{\varphi r}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = 16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} \varphi_l Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) T_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0),$$

$$T_{\varphi\varphi}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} k_0^{-1} [\alpha_l^{33} S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) + \beta_l^{33} Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0)],$$

$$T_{\theta\theta}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} k_0^{-1} [\alpha_l^{33} Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) + \beta_l^{33} S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0)], \quad (2.3.42)$$

$$T_{\theta\varphi}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} k_0^{-1} [\alpha_l^{33} Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) - \beta_l^{33} S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0)],$$

$$T_{\varphi\theta}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = -16i\pi^2 \sum_{oml} \lambda_{ml} k_0^{-1} [\alpha_l^{33} S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0) - \beta_l^{33} Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}_0) S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0)].$$

Таким образом, получена матрица рассеяния, которая полностью описывает рассеяние плоской волны с произвольным направлением волнового вектора \mathbf{k}'_0 относительно сферической системы координат.

Если систему координат ввести так, чтобы ось \mathbf{e}_z была параллельна волновому вектору падающей волны \mathbf{k}'_0 ($\mathbf{e}_z \uparrow \hat{\mathbf{k}}'_0$), то аналитическое выражение для матрицы рассеяния значительно упрощается, так как в этом случае

$$S_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0 \uparrow \uparrow \mathbf{e}_z) = S_{oml}(0, 0) = -\frac{1}{2} l(l+1) \delta_{lm} \delta_{\sigma\sigma'}, \quad (2.3.43)$$

$$Q_{oml}(\hat{\mathbf{k}}'_0 \uparrow \uparrow \mathbf{e}_z) = Q_{oml}(0, 0) = \frac{1}{2} l(l+1) \delta_{lm} \delta_{\sigma\sigma'}.$$

С учетом (2.3.43) и отсутствия радиальных составляющих компоненты матрицы рассеяния (2.3.41), (2.3.42) записываются в виде

$$T_{\theta\theta}(\mathbf{k}_0) = 4\pi A_{\theta\theta}(\mathbf{k}_0) = 4\pi i k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} [-\alpha_l^{33} Q_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) + \beta_l^{33} S_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)],$$

$$T_{\theta\varphi}(\mathbf{k}_0) = 4\pi A_{\theta\varphi}(\mathbf{k}_0) = 4\pi i k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_l^{33} Q_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) + \beta_l^{33} S_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)], \quad (2.3.44)$$

$$T_{\varphi\theta}(\mathbf{k}_0) = 4\pi A_{\varphi\theta}(\mathbf{k}_0) = 4\pi i k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} [-\alpha_l^{33} S_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) - \beta_l^{33} Q_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)],$$

$$T_{\varphi\varphi}(\mathbf{k}_0) = 4\pi A_{\varphi\varphi}(\mathbf{k}_0) = 4\pi i k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_l^{33} S_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) - \beta_l^{33} Q_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)].$$

Из (2.3.44) легко получаются частные случаи для компонент рассеянного поля (2.1.10):
при $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}) \uparrow \uparrow \mathbf{e}_x, \quad k_0 r \gg 1$

$$E_{\theta} = (k_0 r)^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} i \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_l^{33} Q_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) + \beta_l^{33} S_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)], \quad (2.3.45)$$

$$E_{\varphi} = (k_0 r)^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} i \frac{2l+1}{l(l+1)} [-\alpha_l^{33} S_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) - \beta_l^{33} Q_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)];$$

при $\mathbf{E}_I(\mathbf{r}) \uparrow \uparrow \mathbf{e}_y, \quad k_0 r \gg 1$

$$E_{\theta} = (k_0 r)^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} i \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_l^{33} Q_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) + \beta_l^{33} S_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)], \quad (2.3.46)$$

$$E_{\varphi} = (k_0 r)^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} i \frac{2l+1}{l(l+1)} [\alpha_l^{33} S_{e1l}(\hat{\mathbf{k}}_0) - \beta_l^{33} Q_{o1l}(\hat{\mathbf{k}}_0)].$$

Несложно получить также выражения рассеянных полей для эллиптически поляризованного и частично поляризованного падающего пучка [141]. Можно видеть, что соотношение (2.3.45) и соотношение, получаемое из (2.3.26) в случае внешнего поля в дальней зоне, полностью совпадают. Отметим, что расчет элементов матрицы рассеяния в импульсном представлении проведен на энергетической поверхности $|\mathbf{k}_0| = |\mathbf{k}'_0|$. Однако его можно провести и в более общем случае вне энергетической поверхности. Результатами можно воспользоваться при решении задач неупругого рассеяния, например при рассеянии люминесцирующими частицами [143].

Прежде чем получить выражения для интегральных характеристик светорассеяния, рассмотрим одно важное свойство угловых векторных функций (2.3.2). Сравнивая компоненты (2.3.2) с компонентами векторных сферических гармоник [144], можно записать их связь:

$$\mathbf{Y}_{lm}^{(1)}(\theta, \varphi) = \lambda_{ml}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathbf{n}_{eml}(\theta, \varphi) + i \mathbf{n}_{oml}(\theta, \varphi)],$$

$$\mathbf{Y}_{lm}^{(0)}(\theta, \varphi) = \lambda_{ml}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathbf{m}_{eml}(\theta, \varphi) + i \mathbf{m}_{oml}(\theta, \varphi)], \quad (2.3.47)$$

$$\mathbf{Y}_{lm}^{(-1)}(\theta, \varphi) = \lambda_{ml}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathbf{l}_{eml}(\theta, \varphi) + i \mathbf{l}_{oml}(\theta, \varphi)].$$

Векторные сферические гармоники широко используются в квантовой теории углового момента. Их свойства хорошо изучены и описаны в книге [144]. Эти функции часто используются и при рассмотрении вопросов рассеяния на классических частицах (см., например, [109]).

Воспользуемся хорошо известным соотношением для векторных сферических гармоник [144]:
$$\sum_{m=-l}^l \mathbf{Y}_{ml}^{(\lambda)*}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{Y}_{ml}^{(\lambda)}(\theta, \varphi) = \frac{2l+1}{4\pi} \delta_{\lambda\lambda'}$$
 Отсюда, учитывая (2.3.47), получим соотношения для угловых функций:

$$\begin{aligned} \sum_{\sigma=e,o} \sum_{m=0}^l \lambda_{ml} \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) &= \frac{2l+1}{4\pi}, \\ \sum_{\sigma=e,o} \sum_{m=0}^l \lambda_{ml} \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) &= \frac{2l+1}{4\pi}, \\ \sum_{\sigma=e,o} \sum_{m=0}^l \lambda_{ml} \mathbf{l}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{l}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) &= \frac{2l+1}{4\pi}. \end{aligned} \quad (2.3.48)$$

Подставим значение амплитудной матрицы рассеяния (2.3.38) в соотношение (2.1.17). С учетом только поперечных компонентов получим
$$\sigma_o = \frac{2\pi}{k_o} \operatorname{Im} \left\{ \frac{4\pi i}{k_o} \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} [-\alpha_i^{33} \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) - \beta_i^{33} \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \cdot \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi)] \right\}$$
 Так как α_i^{33} и β_i^{33} не зависят от индекса m , то можно воспользоваться соотношениями (2.3.48). Это приводит к окончательному виду выражения для поперечного сечения ослабления:

$$\sigma_o = -\frac{2\pi}{k_o^2} \operatorname{Re} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) [\alpha_i^{33} + \beta_i^{33}]. \quad (2.3.49)$$

Чтобы получить выражения для сечения рассеяния, наряду с соотношением (2.3.48) необходимо воспользоваться свойством ортогональности угловых функций (2.3.3). Это дает следующее выражение для σ_p :

$$\sigma_p = \frac{2\pi}{k_o^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) [|\alpha_i^{33}|^2 + |\beta_i^{33}|^2], \quad (2.3.50)$$

где $|\dots|$ — абсолютная величина комплексного числа.

Сечение поглощения обычно рассчитывается простым вычитанием

$$\sigma_{\Pi} = \sigma_o - \sigma_p. \quad (2.3.51)$$

Однако иногда при численных расчетах формула (2.3.51) дает большие погрешности. В этом случае можно воспользоваться формулой, которую несложно получить из выражения (2.1.16), проведя интегрирование по объему частицы. В частности, для плоской волны с единичной амплитудой

$$\sigma_{\Pi} = \frac{2\pi}{k_o^2} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{|\eta_l(\rho)|^2} \left\{ \frac{\operatorname{Im} [ND_l(N\rho)]}{|G_l(\rho) - ND_l(N\rho)|^2} + \frac{\operatorname{Im} [N^*D_l(N\rho)]}{|NG_l(\rho) - D_l(N\rho)|^2} \right\}. \quad (2.3.52)$$

В формуле (2.3.52) введены новые обозначения:

$$G_l(\rho) = \frac{\eta_l'(\rho)}{\eta_l(\rho)} = [\ln \eta_l(\rho)]', \quad D_l(N\rho) = [\ln \psi_l(N\rho)]', \quad (2.3.53)$$

чтобы выражение для сечения поглощения совпало с выражением работы [145], полученным исходя из иных, чем здесь, соображений. Эти функции будут использованы далее (см. § 2.4).

Часто используют безразмерные факторы эффективности ослабления, рассеяния и поглощения. Это соответственно сечения ослабления, рассеяния и поглощения, отнесенные к единице геометрического поперечного сечения частицы:

$$k_o = \sigma_o [\pi a^2]^{-1}, \quad k_p = \sigma_p [\pi a^2]^{-1}, \quad k_{\Pi} = \sigma_{\Pi} [\pi a^2]^{-1}. \quad (2.3.54)$$

При изучении рассеяния света ансамблем частиц используются характеристики элементарного объема (2.2.33) и (2.2.41). Для системы сферических частиц параметр ориентации отсутствует, поэтому, чтобы их найти, достаточно характеристики отдельной частицы умножить на числовую концентрацию и результаты усреднить по функции распределения частиц по размерам,

т. е. $\langle F(a) \rangle = \int_0^{\infty} F(a) f(a) da$. Иногда вместо числовой концентрации используют объемную или массовую концентрацию. В этом случае характеристики отдельной частицы умножаются на множители a_1 или b_1 :

$$a_1 = C_V \left[\frac{4}{3} \pi \int_0^{\infty} a^3 f(a) da \right]^{-1}, \quad b_1 = C_M \left[\frac{4}{3} \pi \rho \int_0^{\infty} a^3 f(a) da \right]^{-1},$$

где C_V и C_M — объемная и массовая концентрации; ρ — плотность вещества частиц.

Интегральные характеристики рассеяния света ансамблем частиц называют показателями ослабления K_o , рассеяния K_p и поглощения K_{Π} :

$$K_o = C_N \int_0^{\infty} k_o f(a) da, \quad K_p = C_N \int_0^{\infty} k_p f(a) da,$$

$$K_{\pi} = C_N \int_0^{\infty} k_{\pi} f(a) da. \quad (2.3.55)$$

Эти величины имеют размерность, обратную длине.

Для характеристики угловой структуры рассеянного излучения кроме матрицы преобразования параметров Стокса $D_{\lambda\nu}(\Omega, \Omega')$ (2.2.41) в работе будут использованы производные от нее величины

$$I_1 = D_{11} - D_{21}, \quad I_2 = D_{11} + D_{21}, \quad (2.3.56)$$

а также элементы f_{12} , f_{33} и f_{44} приведенной матрицы рассеяния:

$$f_{\lambda\nu} = D_{\lambda\nu} D_{11}^{-1}. \quad (2.3.57)$$

§ 2.4. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК СВЕТОРАССЕЯНИЯ

Как показано в § 2.3, для получения конкретных значений интегральных характеристик рассеяния на сферической однородной частице необходимо просуммировать ряды по амплитудным коэффициентам α_i^{33} и β_i^{33} (2.3.49) и (2.3.50), которые являются комбинациями функций Бесселя и Ханкеля полуцелого индекса (функций Рикатти — Бесселя):

$$\psi_l(z) = (\pi z/2)^{1/2} J_{l+1/2}(z), \quad \eta_l(z) = (\pi z/2)^{1/2} H_{l+1/2}^{(1)}(z) \quad (2.4.1)$$

и их производных по аргументу z (который может быть как действительным, так и комплексным). Для расчета угловых зависимостей необходимо также получить значения угловых функций

$$S_l^{(1)} = dP_l^{(1)}(\cos \theta)/d\theta, \quad Q_l^{(1)} = P_l^{(1)}(\cos \theta)/\sin \theta. \quad (2.4.2)$$

Эти же функции используются для построения решения задач о дифракции плоской волны на слоистой (см. § 3.1) и радиально-неоднородных (см. § 5.1) частицах. Используемый в § 6.2 метод решения задачи о дифракции на слабоанизотропной сфере также приводит к выражениям, содержащим цилиндрические функции $\psi_l(z)$ и $\eta_l(z)$ и угловые функции (в этом случае, кроме функций $S_l^{(1)}$ и $Q_l^{(1)}$ требуются функции $S_l^{(2)}$, $S_l^{(3)}$, $Q_l^{(2)}$, $Q_l^{(3)}$).

Остановимся кратко на основных моментах применявшегося нами метода расчета (подробное описание можно найти в работах [146, 147]).

Угловые функции удовлетворяют рекуррентным соотношениям

$$Q_l^{(1)}(x) = \frac{1}{l-1} [x(2l-1)Q_{l-1}^{(1)}(x) - lQ_{l-2}^{(1)}(x)], \quad (2.4.3)$$

$$S_l^{(1)}(x) = \frac{l^2}{2l+1} Q_{l+1}^{(1)}(x) - \frac{(l+1)^2}{2l+1} Q_{l-1}^{(1)}(x)$$

с начальными значениями $Q_1^{(1)} = 1$, $Q_2^{(1)} = 3x$ ($x = \cos \theta$). Функция $Q_l^{(2)}(x)$ находится по уже рассчитанным значениям $Q_l^{(1)}(x)$ из соотношения

$$Q_l^{(2)}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} [(l+1)Q_{l-1}^{(1)}(x) - x(l-1)Q_l^{(1)}(x)], \quad (2.4.4)$$

а функции $S_l^{(2)}(x)$ и $Q_l^{(3)}(x)$ в свою очередь по рассчитанным значениям $Q_l^{(2)}(x)$:

$$S_l^{(2)}(x) = lxQ_l^{(2)}(x) - (l+2)Q_{l-1}^{(2)}(x), \quad (2.4.5)$$

$$Q_l^{(3)}(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} [(l+2)Q_{l-1}^{(2)}(x) - x(l-2)Q_l^{(2)}(x)] \quad (2.4.6)$$

и, наконец,

$$S_l^{(3)}(x) = lxQ_l^{(3)}(x) - (l+3)Q_{l-1}^{(3)}(x). \quad (2.4.7)$$

Если $x = \pm 1$, то $Q_l^{(2)} = Q_l^{(3)} = S_l^{(2)} = S_l^{(3)} = 0$. При многократном использовании рекуррентных соотношений (2.4.3) в направлении увеличения индекса l относительная погрешность накапливается очень медленно и можно, следовательно, проводить вычисления с одинарной значностью.

Сложнее обстоит дело с вычислением цилиндрических функций $\psi_l(z)$ и $\eta_l(z)$. Для вычисления этих функций и их производных обычно используют рекуррентные соотношения

$$\psi_{l+1}(z) = \frac{2l+1}{z} \psi_l(z) - \psi_{l-1}(z). \quad (2.4.8)$$

Однако многократное использование рекуррентности (2.4.8) при вычислениях ψ_l от малых порядков к большим сопровождается весьма быстрым накоплением относительной погрешности. Кроме того, расчет с помощью рекуррентных соотношений функций $\psi_l(z)$ и $\eta_l(z)$ от комплексного аргумента связан с рядом специфических затруднений. Для обхода этих затруднений используется метод логарифмических производных. Введя логарифмические производные

$$D_l(z) = \psi'_l(z)/\psi_l(z), \quad G_l(z) = \eta'_l(z)/\eta_l(z), \quad (2.4.9)$$

амплитудные коэффициенты α_i^{33} и β_i^{33} можно записать так:

$$\alpha_l^{33} = \frac{\psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left[\frac{D_l(\rho) - ND_l(N\rho)}{ND_l(N\rho) - G_l(\rho)} \right], \quad (2.4.10)$$

$$\beta_l^{33} = \frac{\psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left[\frac{D_l(N\rho) - ND_l(\rho)}{NG_l(\rho) - D_l(N\rho)} \right]. \quad (2.4.11)$$

В выражениях (2.4.10), (2.4.11) множитель $\psi_l(\rho)/\eta_l(\rho)$ включает только функции действительного переменного.

Логарифмическая производная $G_l(z)$ имеет в этом случае

действительный аргумент, а аргумент логарифмической производной $D_l(z)$ может иметь и комплексные значения. Эти функции удовлетворяют рекуррентным соотношениям:

$$D_{l-1}(z) = \frac{l}{z} - \left[D_l(z) + \frac{l}{z} \right]^{-1}, \quad (2.4.12)$$

$$G_{l-1}(z) = \frac{l}{z} - \left[G_l(z) + \frac{l}{z} \right]^{-1}. \quad (2.4.13)$$

Вычисление $D_l(z)$ по рекуррентной формуле (2.4.12) от малых порядков l к большим приводит к численной нестабильности результатов при $l > z$. В то же время при расчете от больших порядков к малым рекуррентность (2.4.12) численно стабильна. Поэтому в наших программах расчет $D_l(z)$ выполнялся по нисходящей рекуррентности. Принимая во внимание асимптотическое поведение логарифмической производной ($D_l(z) \rightarrow (l+1)/z$ при $l \rightarrow \infty$), для некоторого значения индекса $l = L \gg z$ можно положить $D_L = (L+1)/z$ и, подставив его в (2.4.12), вычислить $D_l(z)$ с номерами $L-1, L-2, \dots$ и т. д. Вычисляемые таким образом значения D_l быстро сходятся к правильным значениям логарифмических производных и при заведомо больших L точность получаемых результатов нечувствительна к выбору начального номера.

При вычислении логарифмической производной $G_l(z)$ по формуле (2.4.13) от малых порядков к большим относительная ошибка не накапливается, поэтому можно использовать восходящую рекуррентность при начальном значении $G_0(z) = i$.

Введение логарифмических производных является эффективным приемом при расчете характеристик светорассеяния однородными и радиально-неоднородными частицами с плавной неоднородностью $n(r)$. Однако в расчетных схемах для двухслойных частиц введение функций D_l и G_l не приводит к упрощениям, поскольку в этом случае не удается разделить выражения для амплитудных коэффициентов на сомножители, содержащие только логарифмические производные, и сомножители, содержащие функции только от действительного переменного. Поэтому при расчетах светорассеивающих свойств двухслойных частиц мы не использовали логарифмические производные, а проводили непосредственный расчет функций $\psi_l(z)$ и $\eta_l(z)$. Функции $\psi_l(z)$ вычислялись по методу нисходящей рекуррентности. Принимая во внимание, что при $l \rightarrow \infty$ значения $\psi_l(z)$ стремятся к нулю, можно положить $\psi_L = 0$, а $\psi_{L-1} = \epsilon$, где ϵ — некоторая малая величина (в нашей программе $\epsilon = 10^{-9}$). Найденные таким образом величины ψ_l^* для всех l отличаются от истинных значений ψ_l на постоянный множитель α , который можно найти непосредственным сопоставлением вычисленных величин ψ_l^* для первых порядков с известными значениями $\psi_0(z)$ и $\psi_1(z)$:

$$\alpha = \frac{\psi_1(z)}{\psi_1^*(z)} = \frac{\frac{\sin z}{z} - \cos z}{\psi_1^*(z)}. \quad (2.4.14)$$

Тогда значения ψ_l любого порядка

$$\psi_l(z) = \alpha \psi_l^*(z). \quad (2.4.15)$$

Функция $\eta_l(z)$ представляет собой сумму функций:

$$\eta_l(z) = \psi_l(z) - i \chi_l(z), \quad (2.4.16)$$

где

$$\chi_l(z) = (-1)^l \sqrt{\pi z/2} J_{-(l+1/2)}(z). \quad (2.4.17)$$

При вычислении функции $\chi_l(z)$ можно воспользоваться восходящей рекуррентностью вида

$$\chi_{l+1}(z) = \frac{2l+1}{z} \chi_l(z) - \chi_{l-1}(z), \quad (2.4.18)$$

используя значения функций нулевого и первого порядков:

$$\chi_0(z) = \cos z, \quad \chi_1(z) = \sin z + \cos z/z. \quad (2.4.19)$$

Абсолютная погрешность при этом растет, но остается пренебрежимо малой по сравнению с быстро увеличивающимися значениями $\chi_l(z)$. Производные $\psi_l'(z)$ вычисляются по формуле

$$\psi_l'(z) = \psi_{l-1}(z) - \frac{l}{z} \psi_l(z). \quad (2.4.20)$$

Аналогичная формула справедлива и для $\eta_l'(z)$. Такова вкратце использованная при подготовке иллюстративных материалов данной работы схема расчета цилиндрических и угловых функций. Отдельные специфические подробности расчетов оговорены в главах 3—6, посвященных рассеянию на конкретных типах частиц.

В заключение отметим, что литература по методикам расчета специальных функций применительно к задачам светорассеяния весьма обширна. Это объясняется, с одной стороны, большой прикладной значимостью этих задач, а с другой — тем, что, как показывает опыт, численная реализация даже простейших задач подобного рода содержит немало «подводных камней», не позволяющих составить алгоритмы, эффективно работающие при всех возможных значениях параметров. Поэтому авторы считают целесообразным обратить внимание читателей на некоторые работы по численной реализации задач светорассеяния [146—154], опубликованные в последнее десятилетие.

3 ПОГЛОЩЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ СВЕТА ДВУХСЛОЙНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

При теоретическом исследовании вопросов, связанных с рассеянием света различными частицами, определяющим является выбор оптической модели частиц. Эта модель, с одной стороны, должна более или менее адекватно описывать структуру реальных частиц, а с другой — расчет характеристик светорассеяния таких частиц и их систем не должен выходить за пределы реальных возможностей современной вычислительной техники. Весьма существенная особенность строгой теории светорассеяния состоит в том, что даже при незначительных усложнениях модели (например, при переходе от сферы к сфероиду) возникают методические и вычислительные затруднения, порядок которых во много раз превышает степень усложнения самой модели. Поэтому зачастую два указанных требования к модели вступают в противоречие и приходится прибегать к компромиссным подходам, в которых не учитываются те или иные детали внутренней структуры и формы частиц. В случае атмосферного аэрозоля ситуация значительно упрощается тем обстоятельством, что в конечном счете интерес представляет не одиночная частица, а система, в которую входят частицы с различными размерами, формой и структурой. При усреднении по ансамблю индивидуальные особенности частиц «размываются» и можно с достаточной степенью точности использовать относительно простые модели. Для описания светорассеивающих свойств систем неоднородных частиц атмосферного аэрозоля вполне допустимо использовать модель сферы со сферически симметричной внутренней структурой. Можно представить две разновидности такой модели. В первом варианте сферическая частица состоит из концентрических слоев с постоянным показателем преломления в пределах каждого слоя. Простейший случай — двухслойная сфера с однородными ядром и оболочкой. Характеристики светорассеяния таких двухслойных атмосферных частиц и их полидисперсных систем рассматриваются здесь и в главе 4. Вторым вариантом сферически симметричной модели являются сферы с плавным изменением оптических свойств в радиальном направлении. Частицы этого типа, которые в дальнейшем для краткости будем называть радиально-неоднородными, рассматриваются в главе

5. В определенных ситуациях целесообразно вводить и комбинированные модели, например двухслойную сферу с однородным ядром и радиально-неоднородной оболочкой.

§ 3.1. РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА ДВУХСЛОЙНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕ

В методологическом отношении теория рассеяния на двухслойной сфере является модификацией теории рассеяния на однородной сфере (так называемой теории Ми) и отличается от нее значительно большей громоздкостью. Однако если теория Ми была развита еще в конце прошлого века (см., например, [155]), то первая работа по дифракции излучения на двухслойной частице появилась лишь в 1951 г. [156]. Затем решение этой задачи было независимо повторено в работах [62, 157]. В этом разделе мы приведем краткий вывод основных выражений теории рассеяния света на двухслойной сферической частице при падении на нее плоской монохроматической волны в рамках формализма одночастичных функций Грина. Предполагается, что частица состоит из сферического однородного ядра радиуса r_1 с абсолютным комплексным показателем преломления N_1 , окруженного сферически симметричной однородной оболочкой радиуса r_2 с абсолютным комплексным показателем преломления N_2 . Частица помещена в однородную непоглощающую среду с показателем преломления N_0 , который без уменьшения общности можно полагать равным единице (рис. 3.1).

Выберем потенциал рассеяния V в виде суммы

$$V = \sum_{\alpha=1}^2 k_0^2 [\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{r}) - N_2^2], \quad k_0 = 2\pi/\lambda, \quad (3.1.1)$$

где $\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{r}) = N_1^2$, если точка, положение которой характеризуется вектором \mathbf{r} , принадлежит ядру частицы, и $\varepsilon_{\alpha}(\mathbf{r}) = 1$, если точка, положение которой характеризуется вектором \mathbf{r} , принадлежит пространству вне частицы. При таком выборе потенциала поле внутри оболочки удовлетворяет системе операторных уравнений (2.2.9). Конкретизация этих уравнений приводит к простой системе

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \int_{V_0} \hat{G}_{13}(k_2\mathbf{r}, k_0\mathbf{r}'') k_0^2 (1 - N_2^2) \mathbf{E}_2(\mathbf{r}'') d^3\mathbf{r}'' + \mathbf{E}_{06}^{OH}(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}) = \int_{V_1} \hat{G}_{31}(k_2\mathbf{r}, k_1\mathbf{r}') k_0^2 (N_1^2 - N_2^2) \mathbf{E}_1(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (3.1.2)$$

$$\mathbf{E}_{06}^{OH}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}),$$

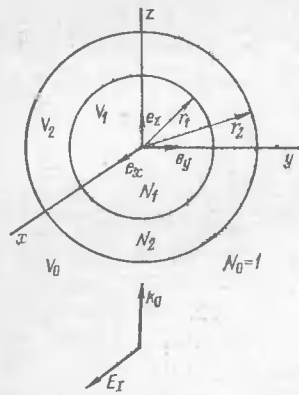


Рис. 3.1. Геометрия рассеяния света на концентрической двухслойной частице

пряженности электрического поля вдоль оси e_x (см. рис. 3.1), т. е.

$$E_I(\mathbf{r}) = E_I \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [M_{o1l}^{(1)}(k_0\mathbf{r}) - iN_{e1l}^{(1)}(k_0\mathbf{r})], \quad (3.1.3)$$

где $\mu_l = i^l (2l + 1) / [l(l + 1)]$. Тогда дифрагированные поля будут иметь следующий вид:

$$E_{\text{рас}}^{\text{дв}}(\mathbf{r}) = E_I \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [a_l M_{o1l}^{(3)}(k_0\mathbf{r}) - ib_l N_{e1l}^{(1)}(k_0\mathbf{r})], \quad (3.1.4)$$

$$E_{\text{об}}^{\text{дв}}(\mathbf{r}) = E_I \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [\alpha_{2l} M_{o1l}^{(1)}(k_2\mathbf{r}) + \alpha_{3l} M_{o1l}^{(3)}(k_2\mathbf{r}) - i\beta_{2l} N_{e1l}^{(1)}(k_2\mathbf{r}) - i\beta_{3l} N_{e1l}^{(3)}(k_2\mathbf{r})], \quad (3.1.5)$$

$$E_{\text{яд}}^{\text{дв}}(\mathbf{r}) = E_I \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [\alpha_{1l} M_{o1l}^{(1)}(k_1\mathbf{r}) - i\beta_{1l} N_{e1l}^{(1)}(k_1\mathbf{r})]. \quad (3.1.6)$$

Коэффициенты разложения даются формулами

$$a_l = (A_2 A_6 - A_1 A_5) B, \quad \alpha_{1l} = N_1 B, \quad (3.1.7)$$

$$\alpha_{2l} = -iN_2 A_2 B, \quad \alpha_{3l} = iN_2 A_1 B;$$

$$b_l = (\bar{A}_2 \bar{A}_6 - \bar{A}_1 \bar{A}_5) \bar{B}, \quad \beta_{1l} = \bar{B},$$

$$\beta_{2l} = -i\bar{A}_2 \bar{B}, \quad \beta_{3l} = i\bar{A}_1 \bar{B}; \quad (3.1.8)$$

где $E_{\text{об}}^{\text{одн}}(\mathbf{r})$ — поле внутри однородной частицы с показателем преломления, равным показателю преломления оболочки, и размером, равным внешнему радиусу частицы; V_1 — область внутри ядра; V_0 — область вне частицы; $k_1 = k_0 N_1$; $k_2 = k_0 N_2$. Используя разложение (2.3.18) и значения интегралов (2.3.21), без труда находим поле в оболочке. Непрерывность тангенциальных составляющих поля на границах оболочки дает коэффициенты разложения внешнего (т. е. рассеянного) поля и поля внутри ядра.

Пусть на двухслойную частицу падает плоская монохроматическая волна E_I с волновым вектором, направленным вдоль оси e_z , и вектором колебаний напряженности электрического поля вдоль оси e_x (см. рис. 3.1), т. е.

$$B = (A_1 A_4 - A_2 A_3)^{-1}, \quad \bar{B} = (\bar{A}_1 \bar{A}_4 - \bar{A}_2 \bar{A}_3)^{-1}.$$

В (3.1.7), (3.1.8) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} A_1 &= \psi_l(N_1 \rho_1) \psi'_l(N_2 \rho_1) - \frac{N_1}{N_2} \psi'_l(N_1 \rho_1) \psi_l(N_2 \rho_1), \\ A_2 &= \psi_l(N_1 \rho_1) \eta'_l(N_2 \rho_1) - \frac{N_1}{N_2} \psi'_l(N_1 \rho_1) \eta_l(N_2 \rho_1), \\ A_3 &= \psi_l(N_2 \rho_2) \eta'_l(\rho_2) - N_2 \psi'_l(N_2 \rho_2) \eta_l(\rho_2), \\ A_4 &= \eta_l(N_2 \rho_2) \eta'_l(\rho_2) - N_2 \eta'_l(N_2 \rho_2) \eta_l(\rho_2), \\ A_5 &= \eta_l(N_2 \rho_2) \psi'_l(\rho_2) - N_2 \eta'_l(N_2 \rho_2) \psi_l(\rho_2), \\ A_6 &= \psi_l(N_2 \rho_2) \psi'_l(\rho_2) - N_2 \psi'_l(N_2 \rho_2) \psi_l(\rho_2), \end{aligned} \quad (3.1.9)$$

где $\psi_l(z)$ и $\eta_l(z)$ — определенные в главе 2 функции Рикатти — Бесселя и Рикатти — Ханкеля первого рода; штрих означает производную по аргументу функции. Выражения для \bar{A}_i получаются из A_i заменой N_j , не стоящих под знаком функции, на $1/N_j$.

Если сравнить (3.1.4) и (2.3.26), то можно увидеть, что структура этих выражений одинакова. Они отличаются только коэффициентами разложения. Очевидно, что в таком случае амплитудную матрицу рассеяния можно записать по аналогии с (2.3.38):

$$\hat{A}(\mathbf{k}_0, \mathbf{k}'_0) = 4\pi i \sum_{\sigma ml} \lambda_{ml} \left[-\frac{a_l}{k_0} \mathbf{m}_{\sigma ml}(\mathbf{k}_0) \otimes \mathbf{m}_{\sigma ml}(\mathbf{k}'_0) - \frac{b_l}{k_0} \mathbf{n}_{\sigma ml}(\mathbf{k}_0) \otimes \mathbf{n}_{\sigma ml}(\mathbf{k}'_0) \right]. \quad (3.1.10)$$

Зная амплитудную матрицу, можно найти интегральные характеристики светорассеяния:

$$\sigma_{\text{осл}} = -\frac{2\pi}{k_0^2} \text{Re} \sum_{l=1}^{\infty} (2l + 1)(a_l + b_l), \quad (3.1.11)$$

$$\sigma_{\text{рас}} = \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l + 1)[|a_l|^2 + |b_l|^2], \quad (3.1.12)$$

а по формуле (2.2.41) — матрицу преобразования параметров Стокса.

Аналогичным образом можно вывести выражения характеристик светорассеяния для сферы с числом слоев больше двух [158—162], однако решения получаются очень громоздкими. В этой связи следует отметить итерационный подход [163], позволяющий рассчитывать характеристики рассеяния для сферы с практически неограниченным числом слоев.

Поскольку в выражения для коэффициентов разложения (3.1.8), (3.1.9) входят те же функции, что и в выражения теории Ми (изменяется лишь число функций и аргументы), методика расчета в обоих случаях в основном совпадает, отличаясь лишь некоторыми деталями, рассмотрение которых можно найти, например, в работах [153, 154, 164, 165]. Некоторое затруднение возникает при рассмотрении светорассеивающих свойств полидисперсных систем двухслойных частиц. В наиболее общем случае размеры ядер и оболочек варьируются независимо друг от друга. Расчеты светорассеяния с учетом такого двумерного распределения радиусов ядер и оболочек весьма трудоемки даже при использовании ЭВМ типа БЭСМ-6, и, кроме того, возникают некоторые методические затруднения. Нам известна лишь одна работа такого плана [166], причем в ней рассмотрены весьма малые (радиус 2,5—15 нм) частицы — центры окраски фотохромных стекол. Поэтому рассмотрение светорассеивающих свойств полидисперсных систем двухслойных частиц обычно проводится при некоторых упрощающих предположениях: а) размер ядра фиксирован, размеры оболочек варьируются по определенному закону; б) размеры ядер подчиняются заданному распределению, радиусы оболочек связаны с радиусом ядра линейным соотношением; в) толщина оболочки постоянна. Как показано в главе 1, для двухслойных частиц атмосферного аэрозоля можно с достаточной степенью достоверности применять вариант б).

В природе и технике существует широкий круг рассеивающих объектов, которые следует рассматривать как двухслойные. Теория рассеяния света на двухслойных частицах применялась в радиолокации, радарной метеорологии, физической химии, астрофизике, биологии, что еще раз подчеркивает главенствующую роль методов рассеяния как мощного неразрушающего способа исследования объектов самого разнообразного происхождения. Далее приведем краткий обзор работ этого направления, причем работы авторов здесь не упоминаются. Их результаты будут подробно изложены в дальнейшем.

Первоначально модель двухслойной частицы нашла применение в радиолокации и радарной метеорологии. Интерес к подобным исследованиям был вызван тем, что экспериментальные измерения и практика радиолокации показали, что радарное эхо от металлических объектов может увеличиться почти на порядок или снизиться до нуля при появлении на поверхности объекта тонкого покрытия. В большинстве теоретических работ подобного плана рассматривается лишь обратное рассеяние, причем, как правило, используется не точная теория дифракции на двухслойной сфере, а различные приближения, определяющиеся спецификой задачи (весьма подробный обзор можно найти, например, в [167]). Работы, в которых использовалась точная теория, в основном касались расчетов ослабления и обратного рассеяния радиоволн на металлических (т. е. идеально отражающих)

сферах с диэлектрической оболочкой [168—170] и на обводненном граде [171—174]. Привлек также внимание вопрос об обратном рассеянии металлическими объектами с плазменной оболочкой [175]. Следует отметить, что более адекватно описывает такие объекты модель двухслойной сферы с однородным ядром и радиально-неоднородной оболочкой. Исследования с использованием этой модели весьма разнообразны. Некоторые из них будут упомянуты в главе 5.

Довольно многочисленны работы по использованию модели двухслойных сфер для описания оптических и теплофизических свойств микрочастиц межзвездной и межпланетной пыли. Детальные экспериментальные исследования спектральной зависимости межзвездного поглощения и открытие в конце 40-х годов межзвездной поляризации света привели к тому, что межзвездные частицы стали существенным элементом современных теорий галактической структуры. Поскольку при попытке объяснить экспериментально наблюдаемые спектральные зависимости межзвездного поглощения и поляризации с помощью простейших моделей однородных сферических и цилиндрических частиц льда, графита, силикатов, некоторых металлов (см., например, [176]) исследователи столкнулись со значительными затруднениями, оказалось необходимым ввести усложненные модели, в частности модель двухслойной сферы. Первой работой в этом направлении стала опубликованная в 1952 г. статья Гюттлера [157]. В 60-е годы Викрамасингх [177, 178] обосновал оптическую модель межзвездной частицы в виде графитового ядра и оболочки из загрязненного льда и совместно с сотрудниками провел обширные расчеты рассеивающих свойств таких частиц в видимой, УФ и ИК областях спектра [179—182]. Расчеты для графитовых частиц с диэлектрической (в частности, ледяной) оболочкой проводились также в работах [183—186]. Другими моделями, достаточно широко исследующимися в астрофизике, являются двухслойные сферы с силикатным ядром и ледяной оболочкой [184, 185, 187] и покрытые диэлектриком металлические частицы [176, 188]. Следует отметить, что, поскольку ни одна из этих моделей не дает количественного объяснения наблюдаемых экспериментальных зависимостей, целесообразно, по-видимому, вводить дальнейшие усложнения, в частности учитывать оптическую анизотропию вещества частиц. Некоторые работы такого плана будут упомянуты в главе 6.

В последнее десятилетие были проведены исследования по поглощению и рассеянию света одноклеточными микроорганизмами с учетом внутренней структуры клеток. Целью их была разработка экспрессных фотометрических методов идентификации микробных популяций и получения информации об их важнейших характеристиках. В качестве модели реальных одноклеточных организмов шарообразной формы использовалась трехслойная сфера с тонким поверхностным слоем, имитирующим

оболочку клетки, ядром и промежуточным слоем цитоплазмы [157, 189—192]. В некоторых случаях вполне достаточным оказалось применение более простой двухслойной модели, не учитывающей тонкую оболочку клетки [193—200].

Весьма обширен список работ по рассеянию света двухслойными частицами химического происхождения. В 60-е годы группа Керкера в США выполнила серию экспериментов по изучению светорассеивающих свойств взвесей искусственно изготовленных двухслойных микросфер [201—206]. Проведенные параллельно расчеты показали высокую степень совпадения экспериментальных и теоретических результатов. Позднее эта же группа исследователей обнаружила эффект просветления суспензий частиц пигментов с воздушной оболочкой [207—209]. Следует также отметить работы [210, 211], в которых исследовано влияние тонких поверхностных слоев воды на полистироновых сферах на индикатрису рассеяния, [212], где рассеивающим объектом были золотые сферические частицы с серебряной оболочкой, и [166, 213] по изучению светорассеивающих свойств центров окраски фотохромных стекол.

Особой разновидностью двухслойных частиц являются полые. Ввиду того что рассеяние такими частицами имеет ряд специфических особенностей, их мы рассмотрим отдельно в § 3.4.

В последнее время обнаружено, что весьма тонкие поверхностные слои могут в некоторых ситуациях приводить к возникновению очень узких резонансов поглощения излучения в сферических частицах [214—217]. Поскольку на реальных частицах часто присутствуют такие слои, изучение подобных эффектов представляет собой актуальную задачу оптики дисперсных сред.

Во всех упомянутых выше исследованиях использована теория рассеяния на отдельной двухслойной частице. Первые работы по применению модели двухслойной сферы для описания светорассеивающих свойств атмосферных частиц тоже были ограничены случаем монодисперсных систем. Например, в статье [218] рассматривались монодисперсные частицы углерода, покрытые водной оболочкой, с целью оценки влияния таких частиц на энергетический баланс в атмосфере. Вычисления основных оптических характеристик рассеяния света проведены в очень широких пределах изменения их размеров ($0,1 < \rho_2 < 250$). К сожалению, авторы этой статьи выбрали ошибочное значение показателя преломления для углерода, что значительно снизило ценность результатов. Частицы с поглощающим ядром рассматривались также в работе [219] (подробнее о ней см. в § 3.3). В статье [220] рассчитаны интегральные характеристики рассеяния атмосферными частицами, состоящими из солевого ядра, покрытого угольной оболочкой. Расчеты проводились для различных соотношений размеров ядра и оболочки (при постоянном внешнем диаметре частиц). Параметр дифракции, соответствующий внешнему размеру частиц, менялся в интервале $0 < \rho_2 < 10$.

Следует отметить, что рассмотренные выше углеродсодержащие частицы не являются типичными представителями атмосферного аэрозоля, хотя и играют важную роль в тепловом балансе атмосферы, особенно в промышленных районах.

Работ, посвященных исследованию оптических свойств полидисперсных систем двухслойных частиц атмосферного аэрозоля, немного. По-видимому, первой была опубликованная в 1968 г. статья Витта [221], представляющая собой попытку построения оптической модели частиц в мезосфере (серебристые облака). Витт предполагал, что эти частицы — двухслойные сферы с диэлектрическим или металлическим ядром и ледяной оболочкой постоянной толщины (0,05 мкм) и что вариации внешнего радиуса частиц удовлетворяют распределению Юнге. При таких предположениях был проведен расчет индикатрисы и угловой зависимости степени поляризации для двух длин волн видимого диапазона. На основании новых качественных данных о микрофизике мезосферного аэрозоля Г. М. Креков и Р. Ф. Рахимов [12, 222] провели численные исследования оптических свойств частиц серебристых облаков при предположениях, по-видимому, более адекватно соответствующих реальной природе этих аэрозольных образований. Их целью была постановка численных экспериментов по лазерному зондированию серебристых облаков из космического пространства. Использовалась модель двухслойной сферы с металлическим (железным) ядром и оболочкой из загрязненного льда. Радиус ядра не зависел от радиуса всей частицы и был равен 0,05 мкм, а спектр размеров частиц описывался обобщенным гамма-распределением (дымка Н Дейрменджана с максимальным значением радиуса 1 мкм). Расчеты элементов матрицы рассеяния были проведены для ряда длин волн, использующихся при лазерном зондировании.

Весьма специфический случай полидисперсного распределения трехслойных частиц рассматривался в работе [223]. Авторы сделали попытку описать светорассеивающие свойства ансамбля случайно ориентированных частиц атмосферного аэрозоля неправильной формы полидисперсным ансамблем сферически-симметричных трехслойных частиц.

Каттавар и Худ [164] провели расчет индикатрис и степени поляризации полидисперсного ансамбля двухслойных частиц с углеродным ядром и водной оболочкой для длины волны $\lambda = 0,49$ мкм. Они рассматривали два случая: а) толщина водной оболочки постоянна, а интегрирование ведется по радиусу ядра; б) отношение радиуса ядра к внешнему радиусу частицы постоянно, а интегрирование ведется по внешнему радиусу. Модальный радиус равнялся 1 мкм, а нижний и верхний пределы интегрирования были выбраны равными соответственно 0,1 и 4 мкм. На основании расчетных данных авторы сделали вывод о некорректности использования понятия о среднем объемном показателе преломления для описания светорассеивающих свойств

неоднородных частиц данного диапазона размеров. Интерференционные эффекты, определяющиеся наличием тонкой водной оболочки, сильно изменяют вид матрицы рассеяния. Однако полученные в этой статье результаты носят лишь качественный характер, так как авторы использовали далекою от реальности функцию распределения частиц по размерам.

Особый интерес представляют комплексные теоретико-экспериментальные исследования влияния ядер конденсации на оптические свойства жидко-капельного аэрозоля, описанные в работах [12, 224, 225]. В условиях атмосферы процесс образования водяных капель идет, как правило, в присутствии ядер конденсации. Наличие этих ядер приводит к нарушению однородности капли, что изменяет ее оптические свойства. Проведенный в аэрозольной камере комплексный эксперимент по исследованию оптических свойств полидисперсного водного аэрозоля включал в себя измерения основных элементов матрицы рассеяния и микроструктурных параметров среды. Измерения сопровождалось расчетом соответствующих характеристик рассеяния для моделей, состоящих из однородных капель и капель с ядром в центре. Из анализа микроструктурных данных авторы сделали вывод, что в большинстве случаев распределение капель по размерам вполне удовлетворительно описывается гамма-распределением, при этом среднеарифметический радиус \bar{r} изменяется в пределах 1,75—7,5 мкм, а параметр полуширины распределения μ — в пределах 1,8—6,4. Измерения индикатрисы и угловой зависимости степени поляризации рассеянного излучения проводились в широком диапазоне углов рассеяния $\beta=3-176^\circ$, причем концентрация частиц в камере была такой, что реализовался режим однократного рассеяния. Погрешность полученных экспериментальных результатов не превышала 10%. Расчеты проводились для гамма-распределения с параметрами $r_0=3,0$ (1,0) 7,0 мкм, $\mu=2$ (2) 8 и пределами интегрирования 0,1 и 15 мкм. Измеренные и расчетные характеристики водного аэрозоля, состоящего из двухслойных частиц, были сопоставлены при $\lambda=0,69$ мкм. При этом рассматривались модели с постоянным радиусом ядра $r_1=0,1$ и 0,5 мкм, а также модель с радиусом ядра в четверть радиуса капли. В качестве ядер конденсации была принята загрязненная силикатная пыль с показателем преломления $N=1,5+0,2i$.

Анализ экспериментальных данных показал, что форма индикатрисы зависит от времени измерения. В начальный период существования тумана на экспериментальной индикатрисе появляются три четко выраженных небольших максимума при $\beta=22, 60$ и 97° . Эти максимумы отсутствуют на индикатрисах, рассчитанных для ансамбля однородных частиц, но имеют место на индикатрисах, рассчитанных для капель с ядром в четверть радиуса капли. При увеличении времени измерения указанные максимумы исчезают и отличие экспериментальной

индикатрисы от индикатрисы, рассчитанной в предположении однородности капель, не превышает уровень ошибок измерения. Авторы полагают, что в начальный период существования тумана в камере частицы имеют двухслойную структуру, а затем происходит частичное растворение и вымывание гигроскопических ядер и частицы становятся однородными. Наличие ядра в капле приводит к такому изменению формы расчетной индикатрисы, которое полуколичественно согласуется с экспериментальными результатами. Такой же вывод был получен при рассмотрении зависимостей степени поляризации от угла.

Г. М. Креков и Р. Ф. Рахимов [12] провели также численное исследование полидисперсной системы двухслойных частиц, ядро которых имеет показатель преломления $N=1,51+10^{-2}i$ (сухой остаток), а оболочка представляет собой 50-процентный раствор серной кислоты. При расчетах использовалась экспериментальная гистограмма распределения частиц по размерам, снятая на высоте 5 км. Авторы пришли к выводу, что для оценки основных энергетических характеристик можно с точностью 1—2% пользоваться моделью однородных частиц, т. е. расчеты проводить по теории Ми с эффективным показателем преломления, вычисленным в соответствии с объемным содержанием компонента. Однако при расчете обратного рассеяния и вообще рассеяния под углами, превышающими $\beta>165^\circ$, подобрать эффективный показатель преломления не удается, т. е. частицы двухслойной структуры обладают качественными особенностями, проявляющимися при локационных измерениях. Этими же авторами проведен ряд других расчетов характеристик светорассеяния различных типов ансамблей двухслойных частиц. Результаты этих исследований приведены в монографии [12].

Туоми [159] рассмотрел рассеяние света ансамблем модельных частиц, состоящих в сухом состоянии из нерастворимого ядра с растворимой оболочкой. При повышении относительной влажности на поверхности образуется третий слой — насыщенный раствор вещества оболочки. При некоторой критической влажности частицы снова становятся двухслойными, а при еще большей влажности раствор, являющийся в этом случае оболочкой нерастворимого ядра, становится разбавленным. Туоми проследил изменения оптических характеристик этого ансамбля частиц при его последовательной трансформации. Поскольку полученные в этой работе результаты во многом совпадают с результатами наших исследований, подробнее остановимся на них в § 3.3.

Как показывают результаты некоторых микрофизических исследований, ядро двухслойной частицы атмосферного аэрозоля зачастую смещено относительно центра сферы. Если учитывать этот сдвиг, то надо решать задачу о дифракции на сфере с неконцентрическим сферическим ядром. Математическое решение этой задачи получено (см., например, [172, 226]), однако ее чис-

ленная реализация затруднена. В настоящее время имеются расчеты характеристик рассеяния одиночными частицами такого типа [172, 227, 228], но объем полученных данных очень мал. На наш взгляд, учет подобного сдвига для задач атмосферной оптики вряд ли целесообразен, поскольку, с одной стороны, введение этого уточнения модели сильно усложняет расчетную сторону дела, а с другой — в реальном аэрозоле влияние сдвига ядра будет «замазываться» за счет полидисперсности, различной величины сдвига в частицах ансамбля и т. д.

§ 3.2. ВЛИЯНИЕ ОПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ И РАЗМЕРОВ ЯДЕР И ОБОЛОЧЕК НА ПОГЛОЩЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ДВУХСЛОЙНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Основной интервал исследуемых в этом параграфе размеров ядер атмосферных частиц ($0,04 \text{ мкм} \leq r_1 \leq 1 \text{ мкм}$) и их оболочек выбран на основе данных, приведенных в работах [1, 4, 7, 15, 85] и проанализированных в § 1.2. Интервал изменения оптических постоянных ядер $1,1 \leq n_1 \leq 1,7$; $0 \leq \kappa_1 \leq 0,1$ и оболочек $n_2 = 1,33$, $0 \leq \kappa_2 \leq 0,1$ взят достаточно широким, полностью охватывающим варианты, рассмотренные в § 1.3. Такой выбор был сделан как для достижения большей общности получаемых результатов, так и для выявления тенденций изменения характеристик рассеяния света двухслойными частицами при изменении оптических постоянных ядра или оболочки. Результаты для $n_1 \leq 1,4$ могут быть применены к другим объектам, например к частицам биологического происхождения, частицам латексов с поверхностной пленкой и т. п.

Рассмотрение поглощения света двухслойными частицами начнем с эффекта, который представляет как теоретический, так и практический интерес, но до сих пор не был исследован достаточно подробно. Отмеченный впервые в работе [218], этот эффект заключается в том, что если ядро частицы обладает хотя бы небольшим поглощением, то с появлением непоглощающей оболочки и увеличением ее толщины поперечное сечение поглощения*) образовавшейся двухслойной частицы вначале увеличивается, а затем колеблется около среднего значения, которое в дальнейшем для краткости будем называть асимптотическим $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$ [63, 65]. Амплитуда колебаний зависит от оптических постоянных и радиуса ядра частицы (рис. 3.2, 3.3).

В качестве иллюстрации в табл. 3.1 приводятся асимптотические значения сечения поглощения $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$ для частиц с $r_1 = 0,1 \text{ мкм}$ и максимальные отклонения от этих значений $\Delta\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$. Увеличение κ_1 при постоянном n_1 сопровождается ростом абсолютной величины осцилляций. Для низких значений n_1 их отношение к $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$

*) Далее эту величину и аналогичные величины для ослабления и рассеяния будем называть сечениями.

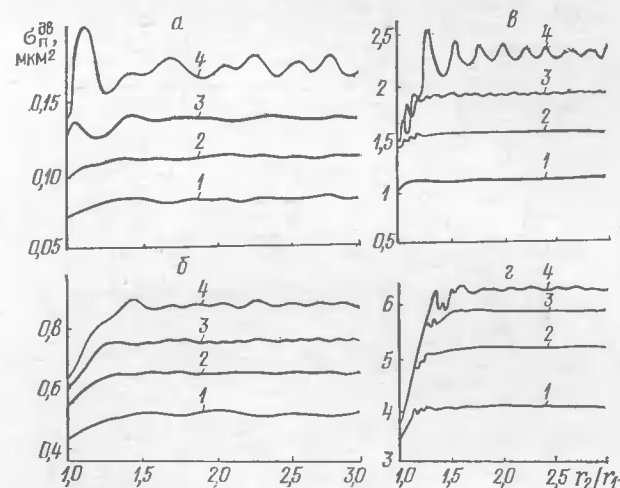


Рис. 3.2. Зависимости $\sigma_{\text{п}}^{\text{дб}}$ от отношения r_2/r_1 для $r_1 = 0,4$ (а, б) и 1 мкм (в, г) при $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$, $n_2 = 1,33$, $\kappa_2 = 0$, $\kappa_1 = 0,01$ (а, в) и $0,1$ (б, г), $n_1 = 1,1$ (1), $1,33$ (2), $1,5$ (3), $1,7$ (4)

уменьшается от 10—12% при $\kappa_1 = 0,005—0,01$ до 7—8% при $\kappa_1 = 0,15—0,20$. Для более высоких n_1 относительная величина отклонений остается примерно в диапазоне 4—6%. Для сравнения отметим, что при $r_1 = 1 \text{ мкм}$ и фиксированном n_1 с увеличением κ_1 амплитуда осцилляций мало меняется по абсолютной величине, а ее отношение к $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$ быстро уменьшается.

Из табл. 3.1 видно также, что при $r_1 = 0,1 \text{ мкм}$ и фиксированном поглощении ядра осцилляции уменьшаются с ростом n_1 и по абсолютной и по относительной величине, если $\kappa_1 = 0,005—0,05$, а при $\kappa_1 > 0,05$ имеют минимальные значения, когда $n_1 \approx 1,5$.

В случае $r_1 = 1 \text{ мкм}$ и малых κ_1 ($\kappa_1 \approx 0,01$) с увеличением n_1 колебания $\sigma_{\text{п}}$ возрастают по абсолютной величине и при $n_1 = 1,7$ составляют примерно 4% от $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$. При более высоких κ_1 их амплитуда по отношению к $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$ уменьшается.

Толщина оболочки, при которой достигается асимптотическое значение сечения поглощения, зависит в основном от размера ядра и в меньшей степени от его оптических постоянных. Чем меньше ядро, тем большая толщина оболочки нужна для достижения $\sigma_{\text{п}}^{\text{ас}}$. Для частиц с малыми ядрами ($\rho_1 < 2$) асимптотическое значение сечения поглощения достигается при $r_2/r_1 \approx 2,8—3$ для $n_1 = 1,1$; при $r_2/r_1 \approx 2,5$ для $n_1 = 1,3—1,5$ и при $r_2/r_1 \approx 1,9—2,1$ для $n_1 = 1,7$.

В случае частиц с более крупными ядрами ($\rho_1 > 3$) выход на асимптотическое значение сечения поглощения несколько в меньшей степени зависит от оптических постоянных и размера

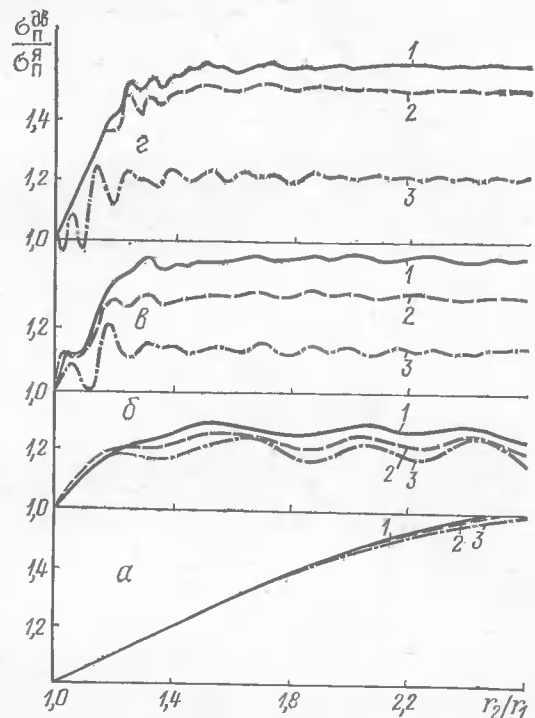


Рис. 3.3. Зависимости отношения сечений поглощения двухслойных частиц и соответствующих им необходимых ядер от r_2/r_1 при $\lambda = 0,5$ мкм, $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,33$, $\kappa_2 = 0$, $\kappa_1 = 0,1$ (1), 0,05 (2), 0,01 (3), $r_1 = 0,05$ (а), 0,25 (б), 0,7 (в), 1 мкм (г)

ядра. Это значение достигается при толщине оболочки, составляющей 40—60% от радиуса ядра. С увеличением поглощения ядра толщина оболочки, при которой достигается σ_p^{ac} , несколько возрастает [63, 229].

Наибольшее относительное увеличение сечения поглощения при образовании водной оболочки наблюдается для ядер с $\rho_1 \leq 1$ во всем рассматриваемом интервале значений κ_1 , а при $\kappa_1 > 0,05$ также для $\rho_1 > 8$. В этих случаях оно увеличивается более чем на 60% по сравнению с сечением поглощения ядра (см. рис. 3.3).

Для частиц, имеющих ядра с $\rho_1 < 3,5$, относительное увеличение сечения поглощения слабо зависит от величины κ_1 . Начиная с $\rho_1 \approx 4-5$, влияние κ_1 становится более существенным. Для частиц с крупными ядрами $\rho_1 > 10$ величина σ при $\kappa_1 > 0,05$ снова становится слабо зависящей от κ_1 (см. рис. 3.3). В случае крупных ядер с малым κ_1 в начальный период обводнения осциллирующие значения σ_p^{dv} могут оказаться ниже σ_p^a .

Наблюдаемое увеличение сечения поглощения частиц при их обводнении можно объяснить тем, что непоглощающая водная оболочка фокусирует поток энергии, проникающей внутрь частицы, на поглощающее ядро, повышая тем самым эффективность ее поглощения.

Из рассмотрения зависимостей асимптотических значений сечения поглощения обводненных частиц от оптических свойств и размеров ядер (табл. 3.2) в работе [229] получены приближенные отношения, которые могут быть полезны для оценочных расчетов. В частности, установлено, что при фиксированных значениях r_1 и κ_1 в интервале $1,1 \leq n_1 \leq 1,7$ и $\rho_1 < 15$ имеет место зависимость

$$\sigma_p^{ac} = \alpha \kappa_1^2 + \beta \kappa_1 + \epsilon \kappa_1^0 n_1 + \gamma. \quad (3.2.1)$$

При значениях коэффициентов, приведенных в табл. 3.3, формула (3.2.1) дает асимптотические значения сечений поглощения двухслойных частиц с относительной погрешностью, не превышающей 5% при $r_1 = 0,1$ мкм и $0 \leq \kappa_1 \leq 0,2$, не более 10% для $r_1 = 0,4$ мкм и $0 \leq \kappa_1 \leq 0,1$ и не более 20% при $r_1 = 1$ мкм и $0 \leq \kappa_1 \leq 0,05$. При фиксированном κ_1 имеет место линейная зависимость σ_p^{ac} от показателя преломления ядра частиц.

Практический интерес представляет зависимость асимптотических значений сечения поглощения обводненных частиц от размеров ядер, выражаемая степенной функцией

$$\sigma_p^{ac} = A(n_1, \kappa_1) \rho_1^{B(n_1, \kappa_1)}. \quad (3.2.2)$$

Значения коэффициентов A и B также приведены в табл. 3.3. Для $\lambda = 0,5$ мкм, $0,1$ мкм $\leq r_1 \leq 1$ мкм и $n_1 = 1,2$ погрешность (3.2.2) не превышает 1,5% при $\kappa_1 = 0,01$, 7% при $\kappa_1 = 0,05$ и 10% при $\kappa_1 = 0,1$. Если же $n_1 = 1,7$, то при тех же значениях κ_1 погрешность не более 9, 15 и 18% соответственно. Погрешность

Таблица 3.1. Значения σ_p^{ac} и $\Delta \sigma_p^{ac}$ (мкм² · 10²) для частиц с $r_1 = 0,1$ мкм при $\lambda = 0,5$ мкм, $n_2 = 1,33$, $\kappa_2 = 0$

κ_1	$n_1 = 1,2$		$n_1 = 1,5$		$n_1 = 1,7$	
	σ_p^{ac}	$\pm \Delta \sigma_p^{ac}$	σ_p^{ac}	$\pm \Delta \sigma_p^{ac}$	σ_p^{ac}	$\pm \Delta \sigma_p^{ac}$
0,05	0,0864	0,009	0,103	0,06	0,112	0,005
0,010	0,172	0,017	0,203	0,014	0,221	0,014
0,015	0,256	0,026	0,304	0,018	0,331	0,015
0,025	0,421	0,041	0,499	0,028	0,543	0,024
0,050	0,819	0,072	0,965	0,045	1,05	0,04
0,075	1,19	0,11	1,40	0,06	1,52	0,07
0,100	1,54	0,12	1,82	0,06	1,98	0,10
0,125	1,86	0,14	2,18	0,08	2,35	0,11
0,150	2,17	0,16	2,54	0,09	2,73	0,13
0,175	2,45	0,18	2,88	0,10	3,08	0,15
0,200	2,74	0,18	3,19	0,10	3,40	0,17

Таблица 3.2. Значения σ_{Π}^{ac} (мкм²) при $\lambda=0,5$ мкм, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0$

n_1	κ_1					
	$r_1=0,1$ мкм					
	0,01	0,05	0,1	0,01	0,05	0,1
1,1	1,60·10 ⁻³	7,62·10 ⁻³	1,44·10 ⁻²	0,0880	0,327	0,513
1,2	1,72·10 ⁻³	8,19·10 ⁻³	1,54·10 ⁻²	0,0944	0,369	0,570
1,33	1,87·10 ⁻³	8,87·10 ⁻³	1,66·10 ⁻²	0,111	0,426	0,648
1,4	1,95·10 ⁻³	9,22·10 ⁻³	1,73·10 ⁻²	0,121	0,459	0,691
1,5	2,03·10 ⁻³	9,65·10 ⁻³	1,82·10 ⁻²	0,136	0,522	0,757
1,6	2,11·10 ⁻³	1,00·10 ⁻²	1,91·10 ⁻²	0,150	0,561	0,816
1,7	2,21·10 ⁻³	1,05·10 ⁻²	2,04·10 ⁻²	0,169	0,612	0,875

κ_1	n_1					
	$r_1=0,1$ мкм					
	1,2	1,5	1,7	1,2	1,5	1,7
0,005	8,864·10 ⁻³	1,03·10 ⁻³	1,12·10 ⁻³	0,0488	0,0704	0,085
0,015	2,56·10 ⁻³	3,04·10 ⁻³	3,31·10 ⁻³	0,137	0,196	0,243
0,025	4,21·10 ⁻³	4,99·10 ⁻³	5,43·10 ⁻³	0,214	0,302	0,372
0,075	1,19·10 ⁻²	1,40·10 ⁻²	1,52·10 ⁻²	0,484	0,652	0,769
0,125	1,86·10 ⁻²	2,18·10 ⁻²	2,35·10 ⁻²	0,937	0,827	0,947
0,150	2,17·10 ⁻²	2,54·10 ⁻²	2,73·10 ⁻²	0,690	0,880	0,996
0,175	2,45·10 ⁻²	2,88·10 ⁻²	3,08·10 ⁻²	0,733	0,918	1,03
0,200	2,74·10 ⁻²	3,19·10 ⁻²	3,40·10 ⁻²	0,767	0,948	1,05

n_1	$r_1=0,4$ мкм					
	$r_1=0,1$ мкм					
	1,2	1,5	1,7	1,2	1,5	1,7
0,005	1,27	1,06	0,703	0,085	0,0704	0,085
0,015	3,10	2,62	1,78	0,243	0,196	0,243
0,025	4,26	3,69	2,54	0,372	0,302	0,372
0,075	6,18	5,69	4,24	0,769	0,652	0,769
0,125	6,37	6,03	4,79	0,947	0,827	0,947
0,150	6,36	6,07	4,94	0,996	0,880	0,996
0,175	6,33	6,09	5,05	1,03	0,918	1,03
0,200	6,30	6,08	5,13	1,05	0,948	1,05

Таблица 3.3. Коэффициенты формул (3.2.1) и (3.2.2) при $\lambda=0,5$ мкм, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0$

r_1 , мкм	α , мкм ²	β , мкм ²	γ , мкм ²	ε , мкм ²	δ
0,1	0	0,0485	$-0,56 \cdot 10^{-4}$	0,0639	0,878
0,4	21,1	-3,40	-0,0379	3,17	0,676
1,0	702,8	-37,1	-1,10	22,1	0,500

n_1	$\kappa_1=0,01$		$\kappa_1=0,05$		$\kappa_1=0,1$	
	$A \cdot 10^3$, мкм ²	B	$A \cdot 10^3$, мкм ²	B	$A \cdot 10^2$, мкм ²	B
1,2	0,895	2,88	4,68	2,66	0,935	2,48
1,5	1,13	2,95	6,53	2,67	1,40	2,42
1,7	1,18	3,026	6,35	2,74	1,24	2,52

формулы (3.2.2) растет с увеличением n_1 и κ_1 . Ее не следует применять в случае частиц, имеющих мелкие ядра с $\rho_1 < 1$, при $n_1 > 1,5$ и $\kappa_1 > 0,1$. Для частиц с крупными ядрами ($\rho_1 < 15$) она может дать лишь приближенную оценку величины σ_{Π}^{ac} .

Если относительная влажность воздуха, что достигается асимптотические значения сечений поглощения, то для известных значений n_1 , κ_1 , λ и заданной функции распределения ядер конденсации по размерам с помощью (3.2.2) можно найти приближенное значение показателя поглощения K_{Π} для единичного объема рассеивающей среды. Для распределения типа Юнге имеем

$$K_{\Pi} = C_N A \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^B \left(\frac{\nu-1}{B-\nu+1} \right) r_{d1}^{\nu-1} (r_{d2}^{B-\nu+1} - r_{d1}^{B-\nu+1}), \quad (3.2.3)$$

где r_{d1} и r_{d2} — минимальный и максимальный радиусы ядер двухслойных частиц.

Отметим, что во всех рассмотренных случаях ядром двухслойных частиц являлось твердое вещество, а оболочкой — вода. При этом в видимом диапазоне длин волн выполняется условие $n_2 < n_1$. Противоположное соотношение показателей преломления может иметь место, например, в случае образования на гидрометеорах (капли воды с радиусами $r \geq 50$ мкм) пленок из инородной жидкости. Если образующаяся пленка имеет показатель преломления меньший, чем у воды, то может наблюдаться некоторое увеличение эффективности поглощения. Но значительная часть жидкостей, способных образовывать пленки на поверхности воды, имеет более высокий показатель преломления ($n_2 > n_1$). Образование таких пленок на поверхности гидрометеоров приводит не к увеличению, а к уменьшению эффективности поглощения [230].

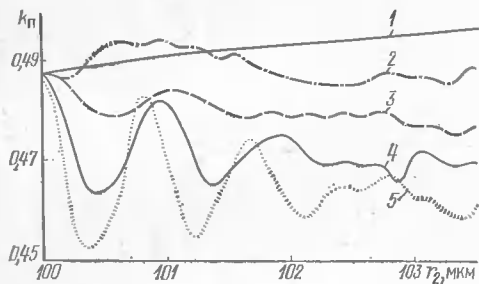


Рис. 3.4. Зависимости факторов эффективности поглощения однородных капель воды (1) и капель, покрытых оболочкой (2-5), от внешнего радиуса частиц при $\lambda=2,36$ мкм, $r_1=100$ мкм, $n_1=1,274$, $\kappa_1=7,6 \cdot 10^{-4}$, $\kappa_2=0$ и $n_2=1,15$ (2), 1,35 (3), 1,5 (4), 1,6 (5)

При этом в первом случае (см. рис. 3.4) положение первых экстремумов зависимости $k_p(r_2)$ с удовлетворительной степенью приближения определяется интерференционным условием для непоглощающей оболочки:

$$2(r_2 - r_1)n = j\lambda/2, \quad (3.2.4)$$

строго справедливым для плоских пленок [231]. Для случая, приведенного на рис. 3.5, это условие более грубо определяет положение экстремумов, которые обнаруживаются при значениях r_2 , несколько превышающих те, которые удовлетворяют условию (3.2.4). При этом сдвиг в сторону больших r_2 тем сильнее, чем меньше разность $\Delta n = n_2 - n_1$. При $j \geq 3n_2$ зависимость $k_p(r_2)$ постепенно утрачивает упорядоченный характер.

Поглощение оболочки двухслойных частиц атмосферного аэрозоля может несколько отличаться от поглощения чистой воды за счет растворимых примесей. В естественных условиях это отличие обычно невелико. Оно может возрастать в случае выброса в атмосферу силь-

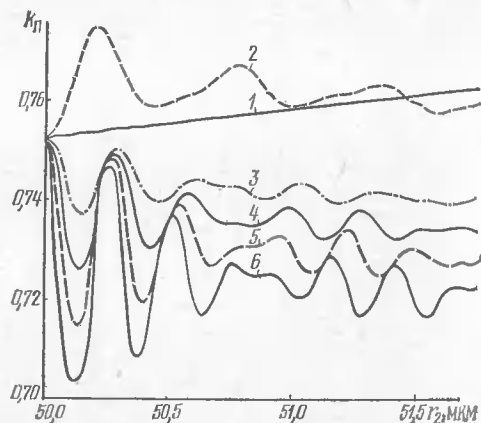


Рис. 3.5. Зависимости факторов эффективности поглощения подкрашенных однородных капель воды (1) и капель, покрытых оболочкой (2-6), от внешнего радиуса частиц при $\lambda=0,6943$ мкм, $r_1=50$ мкм, $n_1=1,33$, $\kappa_1=10^{-3}$, $\kappa_2=0$ и $n_2=1,2$ (2), 1,4 (3), 1,45 (4), 1,5 (5), 1,56 (6)

Как видно из рис. 3.4, 3.5, при увеличении радиуса однородной капли воды в рассматриваемом интервале размеров фактор эффективности поглощения увеличивается почти по линейному закону. При образовании пленок небольшой толщины зависимость $k_p(r_2)$ при всех $n_2 > n_1$ лежит ниже, чем для однородной капли воды, и имеет осциллирующий характер.

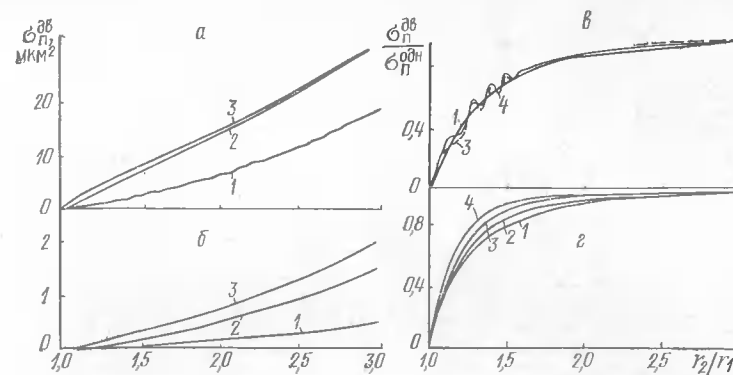


Рис. 3.6. Зависимости $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{odn}$ (а, б) и $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{odn}$ (в, г) от r_2/r_1 для $r_1=1$ (а), 0,25 мкм (б), $\kappa_2=0,01$ (в), 0,1 (г) при $\lambda=0,6943$, $n_1=1,5$, $\kappa_1=0$, $n_2=1,33$; а, б: $\kappa_2=0,01$ (1), 0,05 (2), 0,1 (3); в, г: $r_1=0,25$ (1), 0,4 (2), 0,7 (3), 1 мкм (4)

нопоглощающих растворимых продуктов промышленной деятельности или при искусственном распылении веществ такого типа. Поскольку целью настоящей работы является не только рассмотрение повседневно реализуемых ситуаций, но и выявление общих тенденций изменения оптических свойств двухслойных частиц, анализируемый интервал значений κ_2 выбран достаточно широким. Ядро частицы будем вначале считать непоглощающим.

Исследования показали, что с ростом поглощающей оболочки σ_p^{db} увеличивается тем быстрее, чем больше r_1 и κ_2 . В случае более крупных ядер при $\kappa_2=0,05-0,1$ величина сечения поглощения слабо меняется с изменением κ_2 (рис. 3.6, а, б).

Чтобы выяснить степень влияния ядра на поглощающие свойства двухслойных частиц с поглощающей оболочкой, проведено сопоставление сечений поглощения этих частиц и сечений поглощения однородных частиц с таким же внешним размером и оптическими свойствами, совпадающими со свойствами оболочки (рис. 3.6, в, г). При малой величине показателя поглощения оболочки ($\kappa_2 \leq 0,01$) значения отношения $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{odn}$ весьма близки для двухслойных частиц с ядрами различных размеров [65, 229]. При $r_2/r_1 \approx 1,15$ сечения поглощения двухслойных частиц примерно в три раза ниже, а при $r_2/r_1=1,25$ — в два раза ниже сечения поглощения соответствующей однородной частицы. В области $1,1 \leq r_2/r_1 \leq 1,6$ кривые, соответствующие более крупным ядрам ($\rho_1 > 3$), слегка осциллируют относительно монотонно возрастающих кривых для частиц с малыми ядрами ($\rho_1 < 3$). При $r_2/r_1 > 1,6$ отношение сечений поглощения практически не зависит от величины ядра. С ростом r_2/r_1 оно плавно возра-

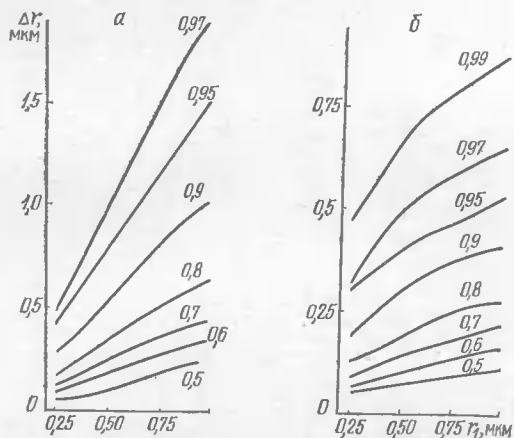


Рис. 3.7. Номограммы для определения толщин оболочки, при которых для частиц с заданным r_1 при $\lambda=0,6943$ мкм, $\kappa_2=0,01$ (а), 0,1 (б) имеют место указанные у кривых значения $\sigma_n^{дв}/\sigma_n^{одн}$

стает, асимптотически приближаясь к единице. Для значений $r_2/r_1 > 2,2$ отличие сечений поглощения однородных и двухслойных частиц составляет не более 10%. Влияние непоглощающего ядра становится практически несущественным.

В случае более сильного поглощения в оболочке ($\kappa_2 \approx 0,1$) сечение поглощения двухслойных частиц в большей степени зависит от величины исходного ядра (рис. 3.6, з). С увеличением отношения r_2/r_1 значения сечений поглощения двухслойных частиц гораздо быстрее приближаются к величине соответствующих сечений однородных частиц, чем при $\kappa_2 \approx 0,01$. Значение отношения $\sigma_n^{дв}/\sigma_n^{одн} = 0,9$ достигается для $r_1 = 0,25$ мкм при $r_2/r_1 = 1,76$, а для $r_1 = 1$ мкм — при $r_2/r_1 = 1,4$. При малых значениях показателя поглощения оболочки различие оптических свойств двухслойных и однородных частиц зависит главным образом от отношения r_2/r_1 , тогда как при больших κ_2 существенно проявляется также и влияние радиуса ядра.

С помощью кривых рис. 3.7 можно найти толщину поглощающей оболочки $\Delta r = r_2 - r_1$, при которой сечение поглощения

Таблица 3.4. Значения η по уравнению (3.2.5) для двухслойных частиц при $\lambda = 0,5$ мкм, $r_1 = 0,4$ мкм, $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,33$

κ_2	r_2/r_1				
	1,2	1,5	1,7	2,0	3,0
0,01	0,48	0,26	0,16	0,08	0,02
0,1	0,07	0,019	0,010	0,004	0,0002

частицы с заданным радиусом ядра с погрешностью 3, 5 или 10% совпадает с сечением поглощения однородной частицы такого же размера.

Наличие небольшого поглощения в ядре частицы ($\kappa_1 \approx 0,005$) наиболее заметно проявляется в начальный период обводнения, когда оболочка частицы, обладающая более высоким поглощением, вследствие ее малой толщины еще не оказывает определяющего влияния на общую картину поглощения. Вклад поглощения ядра на этой стадии можно оценить величиной отношения

$$\eta = \frac{\sigma_n^{дв}|_{\kappa_1=0,005}}{\sigma_n^{дв}|_{\kappa_1=0}} - \frac{\sigma_n^{дв}|_{\kappa_1=0}}{\sigma_n^{дв}|_{\kappa_1=0}} \quad (3.2.5)$$

(табл. 3.4). Качественно такая же картина имеет место и при других размерах ядер.

При увеличении показателя преломления ядра изменение сечения поглощения наиболее существенно при малых значениях отношения r_2/r_1 [65].

В заключение этого параграфа еще раз вернемся к гидротерамам с инородными жидкими пленками, обладающими собственным поглощением. Из рис. 3.8 видно, что с ростом κ_2 фактор эффективности поглощения таких двухслойных частиц увеличивается, однако зависимости $k_n^{дв}(r_2)$ в пределах области экстремумов, удовлетворяющих условию $j \leq 3n_2$, сохраняют осциллирующий характер. Можно заметить при этом, что с ростом κ_2 положения минимумов зависимости $k_n^{дв}(r_2)$ смещаются в сторону более малых толщин, а положения максимумов, наоборот, в сторону больших толщин пленок. С уменьшением показателя преломления пленки и приближением n_2 к n_1 осцилляции становятся менее выраженными.

§ 3.3. ЗАВИСИМОСТИ РАССЕЯНИЯ И ОСЛАБЛЕНИЯ СВЕТА ДВУХСЛОЙНЫМИ ЧАСТИЦАМИ ОТ РАЗМЕРОВ ЯДЕР И ОБОЛОЧЕК И ИХ ОПТИЧЕСКИХ ПОСТОЯННЫХ

Выясним вначале соотношение поглощенной и рассеянной энергии при взаимодействии светового потока с двухслойными частицами. Это соотношение определяется величиной вероятности

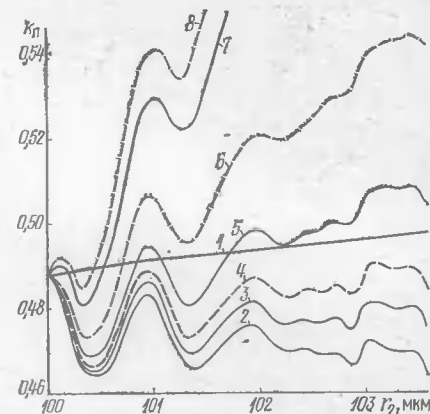


Рис. 3.8. Зависимости факторов эффективности поглощения однородных капель воды (1) и капель с поглощающей оболочкой (2—8) от внешнего радиуса при $\lambda=2,36$ мкм, $r_1=100$ мкм, $n_1=1,274$, $\kappa_1=7,6 \cdot 10^{-4}$, $n_2=1,5$ и $\kappa_2=0$ (2), $5 \cdot 10^{-4}$ (3), 10^{-3} (4), $2 \cdot 10^{-3}$ (5), $4 \cdot 10^{-3}$ (6), $8 \cdot 10^{-3}$ (7), 10^{-2} (8)

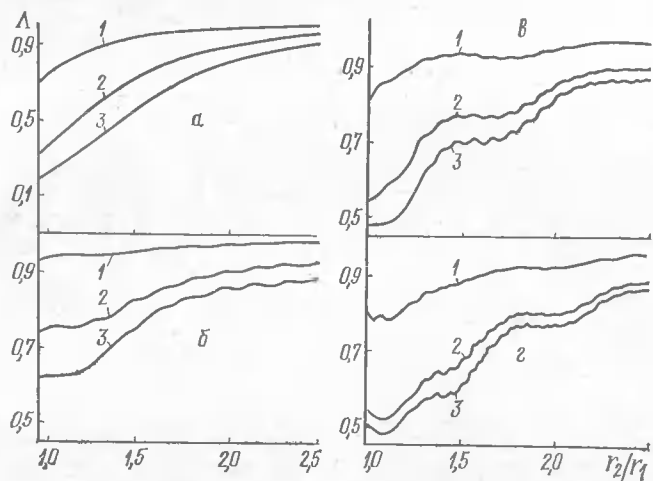


Рис. 3.9. Зависимости вероятности выживания кванта от r_2/r_1 для радиусов ядер $r_1=0,05$ (а), $0,4$ (б), $0,7$ (в), 1 мкм (г) при $\lambda=0,5$ мкм, $n_1=1,5$, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0$, $\kappa_1=0,01$ (1), $0,05$ (2), $0,1$ (3)

выживания кванта $\Delta = \sigma_p^{db} / \sigma_p^{db}$. Из рис. 3.9 видно, что если ядра малы ($\rho_1 < 1,5$), то в начальной стадии обводнения имеется область размеров частиц, в которой при $\kappa_1 = 0,05$ и $0,1$ поглощение заметно превышает рассеяние. Снижение вероятности выживания кванта до $\Delta < 0,5$ обнаруживается также для частиц с более крупными ядрами ($\rho_1 > 6$) при $\kappa_1 = 0,1$. При $\kappa_1 = 0,05$ в этой области размеров частиц доля рассеянной энергии превышает долю поглощенной всего на 4—6%. В остальных рассмотренных случаях рассеяние преобладает над поглощением [64].

На первой стадии обводнения частиц значения Δ довольно сильно зависят от конкретного сочетания значений r_1 , n_1 и κ_1 . При $r_2/r_1 > 2$ влияние этих параметров становится менее заметным. Дальнейшее увеличение толщины водной оболочки сопровождается ростом вероятности выживания кванта, которая для крупных частиц приближается к асимптотическому значению: $\Delta = 1 - \sigma_n^{ac} / 2\pi r_2^2$. Из этого следует, что для больших частиц вероятность выживания кванта стремится к единице. Если общий радиус частицы примерно в 7—10 раз больше радиуса ядра, то влияние последнего на светорассеивающие свойства частицы становится неощутимым. Доля поглощенной энергии пренебрежимо мала. С ростом толщины водной оболочки происходит увеличение сечения рассеяния. Причем характерно, что σ_p^{db} растет тем быстрее, чем выше показатель поглощения ядра (рис. 3.10).

Особый практический интерес представляет сравнение светорассеивающих свойств двухслойных частиц атмосферного аэро-

золя с соответствующими свойствами однородных капелек воды такого же размера: $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{db}$ (рис. 3.11). Для частиц с малыми ядрами ($\rho_1 < 3,5$) отношение $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{db}$ приближается к единице при $r_2/r_1 = 2-4$. Для более крупных ядер анализируемая зависимость имеет осциллирующий характер с постепенно уменьшающейся амплитудой осцилляций. Сечение рассеяния двухслойной частицы при не очень большой толщине водной оболочки может быть в 1,5—2 раза выше, а в некоторых случаях — в 2—2,5 раза ниже, чем однородных частиц воды такого же размера. Отношение $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{db}$ становится практически равным единице при семи—десятикратном превышении внешнего размера частицы по сравнению с размером ядра. Для сечения ослабления двухслойных частиц результаты исследования весьма близки полученным для сечения рассеяния. Основное отличие заключается в том, что на сечение ослабления заметно меньше влияет величина поглощения ядра. Это отчетливо видно из рис. 3.12.

Для двухслойных частиц с малыми ядрами ($r_1 \leq 0,25$ мкм при $\lambda = 0,5$ мкм) сравнение ослабления проводилось как с каплями воды, так и с однородными частицами такого же размера из вещества ядра [232]. Результаты приведены в табл. 3.5, из которой видно, что различие сечений ослабления обводненных

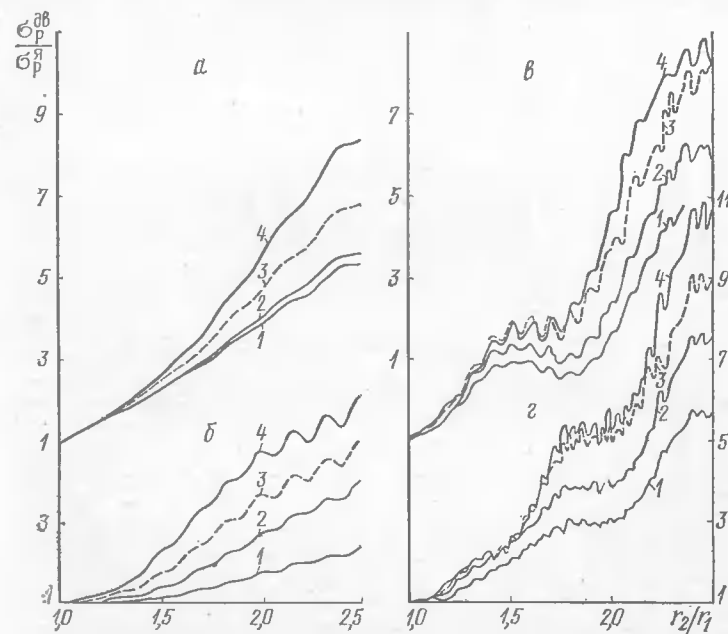


Рис. 3.10. Зависимости отношений $\sigma_p^{db} / \sigma_p^{db}$ от r_2/r_1 для $r_1=0,25$ (а), $0,4$ (б), $0,7$ (в), $1,0$ мкм (г) при $\lambda=0,5$ мкм, $n_1=1,5$, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0$, $\kappa_1=0$ (1), $0,01$ (2), $0,05$ (3), $0,1$ (4)

частиц и капель воды не превышает 10%, если водная оболочка имеет толщину в 1,7—3,8 раза больше радиуса ядра. В случае непоглощающих ядер отличие $\sigma_0^{дв}$ от $\sigma_0^{одн}$ не превышает 10% только при $r_2/r_1 \leq 1,08$. Ослабление света двухслойными частицами сопоставимо с ослаблением однородных частиц из веще-

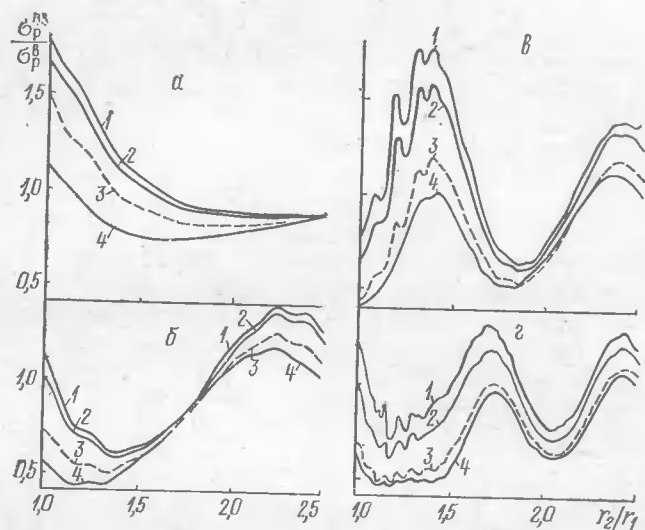


Рис. 3.11. Зависимости отношений $\sigma_p^{дв}/\sigma_p^{одн}$ от r_2/r_1 при тех же обозначениях, что и на рис. 3.10

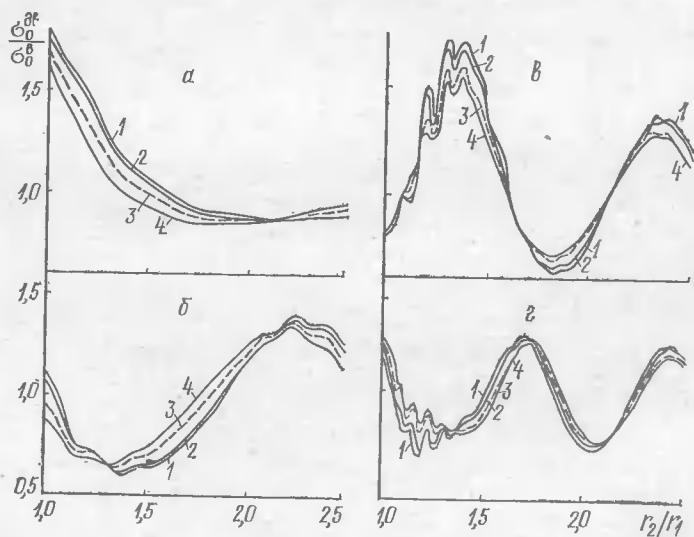


Рис. 3.12. Зависимости отношений $\sigma_0^{дв}/\sigma_0^{одн}$ от r_2/r_1 при тех же обозначениях, что и на рис. 3.10

Таблица 3.5. Значения r_2/r_1 , начиная с которых отношения $\sigma_0^{дв}/\sigma_0^{одн}$ и до которых отношения $\sigma_0^{дв}/\sigma_0^{одн}$ не превосходят заданной величины F ($n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,33$, $\kappa_2 = 0$, $\lambda = 0,5$ мкм*)

r_1 , мкм	F				
	1,5	1,3	1,2	1,1	1,05
	Отношение $\sigma_0^{дв}/\sigma_0^{одн}$				
0,05	1,34	1,66	1,96	2,52	3,08
	1,94	2,20	2,44	2,92	3,40
0,10	1,48	1,73	1,95	2,40	2,70
	1,92	1,80	1,95	2,30	2,50
0,15	1,37	1,60	1,73	2,00	2,23
	1,36	1,53	1,63	1,80	2,80
0,20	1,27	1,40	1,55	1,70	4,80
	1,20	1,29	1,36	2,20	4,50
0,25	1,16	1,28	1,34	3,80	4,08
	1,04	1,15	1,20	3,60	3,92
	Отношение $\sigma_0^{дв}/\sigma_0^{одн}$				
0,05	2,2	1,28	1,16	1,08	1,04
	1,38	1,16	1,10	1,06	1,04
0,10	4,9	1,29	1,18	1,09	1,04
	5,0	1,22	1,16	1,09	1,05
0,15	3,28	1,37	1,25	1,09	1,04
	3,33	1,43	1,22	1,09	1,04
0,20	2,49	2,41	1,32	1,08	1,04
	2,90	2,35	1,38	1,12	1,05
0,25	2,02	1,95	1,91	1,09	1,05
	—	2,00	1,85	1,30	1,06

*) Числитель при $\kappa_1 = 0$, знаменатель при $\kappa_1 = 0,1$.

ства ядра только при малом обводнении, а с ослаблением капель воды — при значительном обводнении. Если же провести сопоставление сечений ослабления двухслойных частиц и модельных частиц с таким же радиусом и показателем преломления, равным среднеобъемному показателю преломления соответствующих им двухслойных частиц, то оказывается, что при $\lambda = 0,5$ мкм и в пределах $1 \leq r_2/r_1 \leq 10$ различия не превышают 15%.

Если на рис. 3.9 показано, как с увеличением непоглощаю-

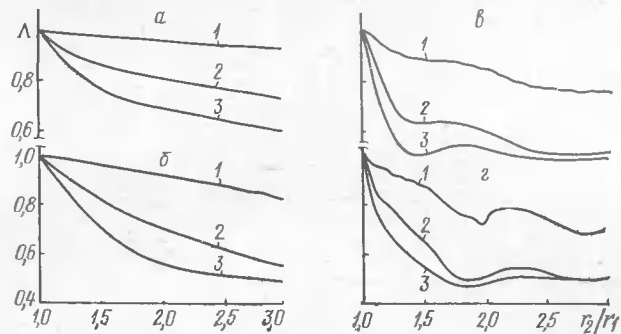


Рис. 3.13. Зависимости вероятности выживания кванта от r_2/r_1 для $r_1=0,25$ (а), $0,4$ (б), $0,7$ (в), 1 мкм (г) при $\lambda=0,6943$ мкм, $n_1=1,5$, $\kappa_1=0$, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0,01$ (1), $0,05$ (2), $0,1$ (3)

щей водной оболочки постепенно слабеет влияние поглощающего ядра и свойства двухслойной частицы приближаются к свойствам непоглощающей однородной капельки воды, то в случае непоглощающего ядра, но поглощающей оболочки (рис. 3.13) получается несколько иная картина. Увеличение толщины поглощающей оболочки довольно быстро нейтрализует влияние непоглощающего ядра, а количество поглощенной и рассеянной энергии становится практически одинаковым ($\Lambda=0,5$). Естественно, что для более высоких значений κ_2 этот процесс идет быстрее. Для более крупных ядер при $r_2/r_1 > 1,7-1,9$ и $\kappa_2 > 0,05$ ход кривых слабо зависит от величины κ_2 , а при $r_2/r_1 > 2,5$ эта зависимость практически исчезает [64, 65].

Заметим, что для малых ядер зависимость $\Lambda(r_2/r_1)$ в довольно широком интервале значений отношения r_2/r_1 имеет практически линейный характер. Например, для $\rho_1 \approx 2-2,5$ линейность имеет место при $r_2/r_1 \geq 1,25$ для $\kappa_2=0,01$; при $r_2/r_1 \geq 1,5$ для $\kappa_2=0,05$ и при $r_2/r_1 \geq 1,9$ для $\kappa_2=0,1$. В случае ядра с $\rho_1 \approx 3,5$ почти линейный характер зависимости $\Lambda(r_2/r_1)$ наблюдается для $\kappa_2=0,01$. Для более крупных ядер ($\rho_1 > 4,5$) на первой стадии образования оболочки происходит резкое снижение вероятности выживания кванта. При $\kappa_2=0,1$ значение $\Lambda=0,5$ достигается при отношении r_2/r_1 1,3—1,6, т. е. при толщине оболочки около 0,3—0,6 мкм.

Рис. 3.14 позволяет проследить в динамике влияние роста оболочки на светорассеивающие свойства частицы. Сопоставление его с рис. 3.10 с очевидностью показывает сглаживающее действие поглощения оболочки на вид зависимостей $\frac{\sigma_p^{дв}}{\sigma_p^{одн}} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$, особенно для крупных ядер. Обращает внимание обратное взаимное расположение кривых, соответствующих разным значениям κ_2 . Если с ростом непоглощающей оболочки быстрее увеличивается сечение рассеяния для частиц, имеющих высокое

поглощение в ядре, то при непоглощающем ядре более быстрый рост сечения рассеяния наблюдается в случае частиц со слабопоглощающей оболочкой. При радиусах ядер $r_1 \geq 0,7$ мкм кривые, соответствующие $\kappa_2=0,05$ и $0,1$, почти совпадают, т. е. при $\kappa_2 \geq 0,05$ различие в величине показателя поглощения оболочки несущественно.

С практической точки зрения интересно сопоставить светорассеивающие свойства двухслойных и однородных частиц, состоящих из вещества оболочки и имеющих такие же внешние размеры. Из рис. 3.15 видно, что кривые существенно различны для $\rho_1 < 4$ и для $\rho_1 > 5$. Непоглощающие ядра без оболочки при $\rho_1 < 4$ имеют в 2—3 раза более высокое значение сечения рассеяния, чем соответствующие им по размеру поглощающие однородные частицы. Появление и рост поглощающей оболочки приводят к резкому уменьшению этого соотношения. Хотя с ростом оболочки и увеличением внешнего размера сечение рассеяния двухслойных частиц увеличивается, но оно становится почти таким же, как у однородных частиц соответствующего размера. При $r_2/r_1 > 1,5$ их сечения рассеяния совпадают в пределах $\pm 10\%$. Дальнейшее увеличение толщины оболочки сопровождается лишь небольшими осцилляциями отношения $\sigma_p^{дв}/\sigma_p^{одн}$ вблизи единицы. В случае ядер с $\rho_1 > 5,5$ рассматриваемая зависимость $\sigma_p^{дв}/\sigma_p^{одн}(r_2/r_1)$ имеет осциллирующий характер. Наименьшая амплитуда осцилляций как результат сглаживающего действия поглощения в оболочке наблюдается для более высоких значений κ_2 и более крупных ядер.

Сопоставление сечений ослабления света двухслойными и однородными частицами из вещества оболочки при одинаковых

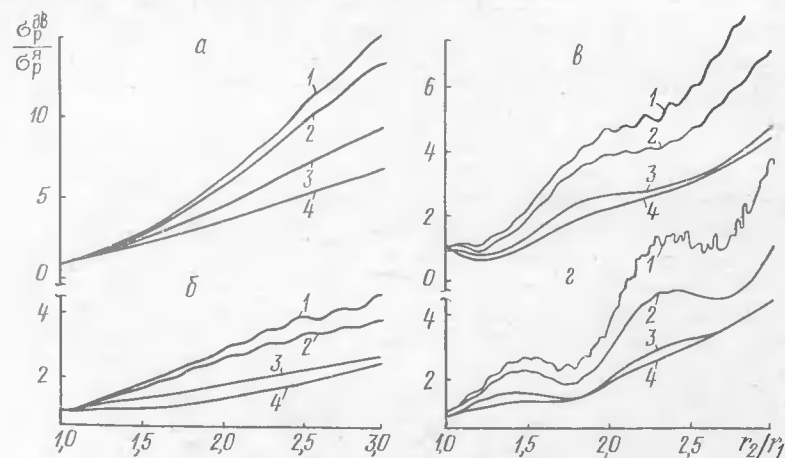


Рис. 3.14. Зависимости отношений $\sigma_p^{дв}/\sigma_p^{одн}$ от r_2/r_1 для $r_1=0,25$ (а), $0,4$ (б), $0,7$ (в), 1 мкм (г) при $\lambda=0,6943$ мкм, $n_1=1,5$, $\kappa_1=0$, $n_2=1,33$ и $\kappa_2=0$ (1), $0,01$ (2), $0,05$ (3), $0,1$ (4)

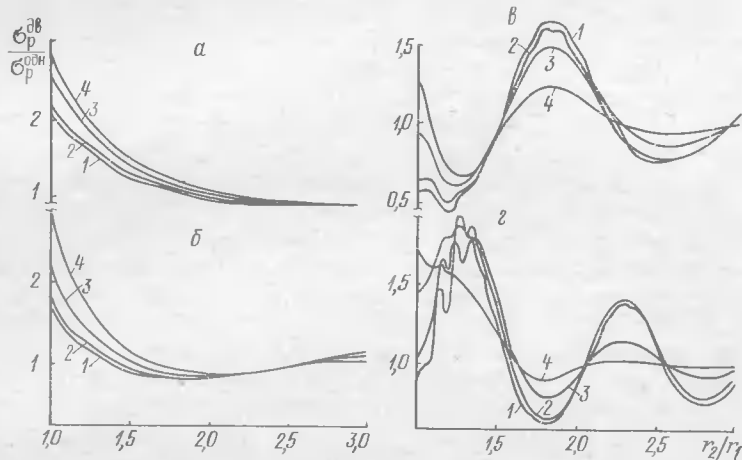


Рис. 3.15. Зависимости отношений $\sigma_p^{db}/\sigma_p^{одн}$ от r_2/r_1 при тех же обозначениях, что и на рис. 3.14

внешних размерах дает такую же картину, как и сопоставление сечений рассеяния. Величина отношения $\sigma_o^{db}/\sigma_o^{одн}$ мало отличается от величины отношения $\sigma_p^{db}/\sigma_p^{одн}$ при одинаковых значениях параметров. В рассмотренных нами случаях эти отношения различались не более чем на 15—20%.

Заметим, что проявление небольшого поглощения в ядре ($\chi_1 \leq 0,005$) практически почти не отражается на значениях сечений рассеяния и ослабления двухслойных частиц рассматриваемого типа. В этом случае светорассеивающие свойства частицы почти полностью определяются оптическими постоянными оболочки. Малое изменение поглощающих свойств ядра не проявляется.

Рассмотрим далее весьма характерный конкретный пример двухслойных частиц с непоглощающим ядром и сильнопоглощающей оболочкой (ядро — окись алюминия, оболочка — сажа). Из предыдущего следует, что при определенной толщине оболочки светорассеивающие свойства двухслойной частицы практически не отличаются от свойств частицы таких же размеров, состоящей из вещества оболочки. Различить такие частицы уже невозможно. Вопрос заключается в том, при каких соотношениях размеров ядра и оболочки исчезает это различие. В табл. 3.6 даны значения толщины оболочки и отношения r_2/r_1 , начиная с которых фактор эффективности ослабления двухслойной частицы отличается от фактора эффективности ослабления сажевой частицы не более чем на $\Delta k_0 = \pm 0,03$. В процентном отношении эта разность составляет не более 1,4% для больших частиц и около 1% для малых. Из таблицы видно, что если для малых

частиц толщина оболочки, нейтрализующей влияние ядра, должна превышать его радиус не менее чем в 2,5 раза, то при $r_1 = 20$ оболочка должна составлять всего 5—7% от радиуса ядра.

Поглощение и рассеяние света двухслойными частицами сопоставлялись нами с поглощением и рассеянием однородных частиц, либо образующих ядро двухслойных, либо состоящих из вещества ядра, но имеющих внешние размеры, как у двухслойных частиц. В отличие от этого некоторые авторы рассматривают светорассеивающие свойства двухслойных частиц как таковых. Так, например, в работе [219] рассмотрены зависимости факторов эффективности поглощения, рассеяния и ослабления двухслойных частиц с ядром из железа и оболочкой из воды при $\lambda = 0,589$ мкм и постоянных значениях отношения $q = r_1/r_2$ от внешнего радиуса частицы. Отмечая осциллирующий характер зависимостей $k_p^{db}(r_2)$ и $k_o^{db}(r_2)$, автор объясняет его интерференцией лучей, проходящих через оболочку, с падающим первичным полем. По аналогии с рассуждениями, проведенными в работе [235] для однородных частиц, он получает для частиц с поглощающим ядром и непоглощающей оболочкой выражение для внешнего радиуса частицы, при котором наблюдаются максимумы и минимумы $k_p(r_2)$ и $k_o(r_2)$, в виде

$$r_2 = \lambda(j + 1/2)/4(N_2 - 1)\sqrt{1 - q^2}, \quad (3.3.1)$$

где $q = r_1/r_2$ фигурирует в качестве параметра. При зафиксированном радиусе ядра из теории интерференции света в тонких пленках [231] следует аналогичное условие для экстремумов $k_o(r_2)$ и $k_p(r_2)$ в виде

$$r_2 - r_1 = j\lambda/4N_2, \quad (3.3.2)$$

только в (3.3.1) нечетные значения j дают положения максимумов этих зависимостей, а в (3.3.2) нечетные j соответствуют ми-

Таблица 3.6. Значения толщины поглощающей оболочки и отношения r_2/r_1 , при которых факторы эффективности ослабления двухслойных (ядро — окись алюминия, оболочка — сажа) и однородных сажевых частиц совпадают*)

r_1 , мкм	Δr , мкм	r_2/r_1	r_1 , мкм	Δr , мкм	r_2/r_1
$\lambda = 1,0$ мкм			$\lambda = 0,5$ мкм		
0,1	0,18	2,8	0,15	0,12	1,8
0,3	0,21	1,7	0,25	0,16	1,64
0,5	0,26	1,52	0,40	0,14	1,35
0,8	0,24	1,30	0,50	0,11	1,22
1	0,22	1,22	0,70	0,11	1,16
2	0,18	1,09	1,00	0,11	1,11
3	0,18	1,06	1,50	0,11	1,07

*) При $\lambda = 1,0$ мкм $N_1 = 1,755 + 0i$ [233], $N_2 = 1,95 + 1,02i$ [234]; при $\lambda = 0,5$ мкм $N_1 = 1,75 + 10^{-6}i$ [233], $N_2 = 1,72 + 0,93i$ [234].

нимумам. Из этих соотношений можно найти приближенное расстояние между двумя соседними экстремумами. Как вполне справедливо отмечает Р. И. Рыым [219], знание этих расстояний полезно для оценки шага интегрирования при расчетах характеристик рассеяния света системами полидисперсных частиц. В общем случае это связано с вычислением интегралов типа

$$I = \pi \int k_i(r_1, r_2) r_2^2 f(r_1, r_2) dr_1 dr_2, \quad (3.3.3)$$

где $f(r_1, r_2)$ — двумерная функция распределения частиц по размерам их ядер и оболочек.

Из соотношения (3.3.1) получаем, что при постоянном значении q расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами) составляет примерно

$$\Delta r_2 = \lambda/2 (N_2 - 1) \sqrt{1 - q^2}. \quad (3.3.4)$$

При постоянном r_2 соответственно получаем

$$|\Delta r_1| = \lambda/2 N_2. \quad (3.3.5)$$

Из соотношений (3.3.4) и (3.3.5) легко определить необходимый шаг интегрирования по обеим переменным при вычислениях по (3.3.3). В заключение автор работы [219] обращает внимание на то обстоятельство, что в формулы (3.3.4) и (3.3.5) не входит показатель преломления ядра частиц N_1 . Из этого вытекает слабая зависимость не только положения экстремумов, но и их величины от N_1 . Это объясняется тем, что в рассмотренном в работе [219] случае ядро обладает высоким поглощением и по своим свойствам мало отличается от абсолютно поглощающего ядра.

§ 3.4. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА ПОЛЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Одним из простейших типов неоднородных частиц являются полые частицы. Образования такого рода возникают при вулканических извержениях в результате выделения газов из еще не застывших частиц (вулканическая пыль) [236]. Полые частицы нередки среди частиц града [172]. В лабораторных условиях полые частицы образуются при распылении растворов твердых веществ в летучих жидкостях [5].

Одно из первых обстоятельных исследований рассеяния и поглощения света полыми частицами выполнено в работе [237]. Вначале были рассмотрены свойства полых частиц рэлеевского диапазона размеров. Наглядно показано, что полая рэлеевская частица рассеивает и поглощает излучение слабее, чем однородная частица из того же вещества с тем же внешним радиусом. Отношения $z_{\Pi} = k_{\Pi}^{дв}/k_{\Pi}^{одн}$ и $z_p = k_p^{дв}/k_p^{одн}$ при всех значениях отношения r_1/r_2 меньше единицы (обозначения $k_i^{дв}$ относятся к полым

частицам, $k_i^{одн}$ — к однородным). Различие между рассеивающими и поглощающими свойствами полых и однородных частиц тем меньше, чем выше показатель преломления.

Чтобы сравнить оптические свойства малых полых частиц и однородных частиц той же массы, радиусы которых связаны соотношением $r_{одн} = r_{дв} \sqrt[3]{1 - q^3}$, где $q = r_1/r_2$, достаточно рассмотреть отношения $z_{\Pi} = z_{\Pi}/(1 - q^3)^{1/3}$ и $z_p = z_p/(1 - q^3)^{4/3}$. Так как величина знаменателей в этих отношениях при увеличении q от 0 до 1 изменяется от 1 до 0, то $z'_{\Pi} > z_{\Pi}$ и $z'_p > z_p$. При определенных условиях (например, при $n \approx 2$) фактор эффективности поглощения полый частицы может быть больше, чем однородной частицы той же массы.

В случае больших частиц наличие полости может как уменьшать, так и увеличивать поглощение и рассеяние света частицей, а также изменять индикатрису рассеяния. При рассмотрении зависимостей факторов эффективности ослабления, рассеяния и поглощения света полыми частицами от параметра дифракции ρ_2 и сравнении с соответствующими зависимостями для однородных частиц автор работы [237] пришел к выводу, что наличие полости приводит к увеличению периода главных осцилляций зависимостей k_o и k_p от ρ_2 и к соответствующему смещению главного максимума. В первом приближении деформацию соответствующих кривых при увеличении отношения q можно описать как растяжение вдоль оси абсцисс с коэффициентом, примерно равным $1 - q^2$ и слабо зависящим от показателя преломления. При не слишком больших q экстремумы вторичных осцилляций («ряби») на кривых $k_p(\rho_2)$ сохраняют свое положение, что свидетельствует об их одинаковом происхождении и в однородных и в полых частицах — в результате интерференции поверхностных волн и дифрагированного света [235, 238].

При относительном радиусе полости $q \geq 0,5$ рассматриваемые зависимости сохраняют периодическую структуру, но амплитуда главных осцилляций уменьшается немонотонно с увеличением ρ_2 , появляются двойные главные максимумы. При дальнейшем увеличении q регулярность кривых нарушается, заметно уменьшается амплитуда первого главного максимума. Хотя качественно растяжение кривых $k_p(\rho_2)$ можно описать введением эффективного показателя преломления, расчеты показывают, что использование эффективных значений показателя преломления дает удовлетворительные результаты только для малых частиц. В дальнейшем мы еще будем возвращаться к вопросу об эффективном показателе преломления двухслойных частиц и рассмотрим его более подробно при анализе светорассеивающих свойств квазиоднородных частиц (§ 7.2, 7.3).

Отмеченные выше закономерности проявляются и для поглощающих оболочек (рис. 3.16). Наличие поглощения приводит к уменьшению амплитуды осцилляций. Из рис. 3.16, а видно,

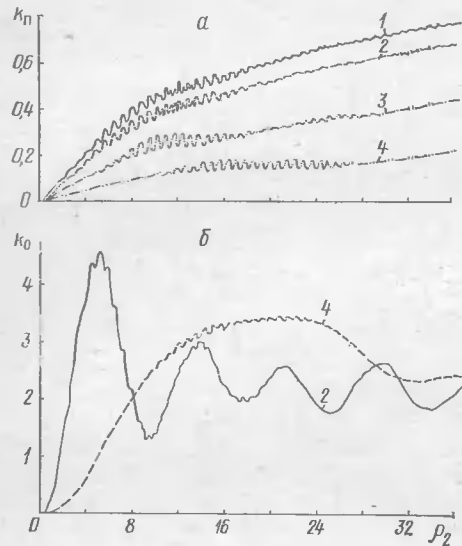


Рис. 3.16. Зависимости факторов эффективности поглощения (а) и ослабления (б) от ρ_2 при $n_1=1$, $\kappa_1=0$, $n_2=1,5$, $\kappa_2=0,01$ и $q=r_1/r_2=0$ (1), 0,5 (2), 0,75 (3), 0,9 (4)

новании рекомендуется для оценки оптических свойств полых частиц использовать оптические свойства однородных частиц эффективного радиуса r^* . Величина этого эффективного радиуса практически не зависит от показателя преломления и может быть определена из соотношения

$$r^* = r_2 (1 - q^2 + \sqrt{1 - q^2}) / 2. \quad (3.4.1)$$

В работе [239] показано, что для оптически толстых слоев использование модели однородных частиц с эффективным радиусом r^* позволяет описать излучение плоскопараллельного слоя из полых частиц с погрешностью не более 5%.

Одним из актуальных вопросов, связанных с рассеянием и ослаблением излучения полыми частицами, является вопрос об интерференционных эффектах в непоглощающих или слабопоглощающих оболочках, которые в ряде случаев могут существенно влиять на свойства аэрозолей [164, 209, 240].

Показатель ослабления излучения с длиной волны λ для аэрозоля из двухслойных частиц одинакового внешнего размера равен [240]

$$K_{12} = C_N \pi r_2^2 k_{12}(r_1, r_2, n_1, n_2, \kappa_1, \kappa_2, \lambda), \quad (3.4.2)$$

где C_N (см⁻³) — число частиц в единице объема; k_{12} — фактор эффективности ослабления для отдельной двухслойной частицы. Для полых частиц (3.4.2) можно записать в виде

что полая частица поглощает слабее, чем однородная частица того же радиуса. Для рассмотренных в работе [237] значений действительной и мнимой частей комплексного показателя преломления отличие фактора эффективности поглощения полых частиц от соответствующей характеристики однородных частиц того же радиуса становится заметным при относительном радиусе полости $q \geq 0,5$. Деформацию кривых $k_n(\rho_2)$ при увеличении q также можно интерпретировать как растяжение вдоль оси абсцисс примерно с таким же коэффициентом, как и в случае зависимости $k_0(\rho_2)$ (рис. 3.16, б). На этом

$$K_{02} = C_N \pi r_2^2 k_{02}(r_1, r_2, n_2, \kappa_2, \lambda). \quad (3.4.2a)$$

При известной массовой концентрации C_M (г·см⁻³) показатель ослабления единичного объема такого аэрозоля равен

$$K_{02} = \frac{3}{4} C_M r_2^2 k_{02} / [(r_2^3 - r_1^3) D_2], \quad (3.4.3)$$

где D_2 — плотность вещества оболочки, г·см⁻³. Для однородных частиц из вещества оболочки с размерами, равными радиусу полых частиц, показатель ослабления имеет вид

$$K_2 = 3 C_M k_2(r_2, n_2, \kappa_2, \lambda) / 4 D_2 r_2. \quad (3.4.4)$$

Чтобы выявить особенности рассеяния излучения полыми частицами по сравнению с рассеянием однородными частицами, состоящими из того же вещества, удобно оперировать отношением показателей ослабления единичным объемом того и другого аэрозоля. Из (3.4.3) и (3.4.4) имеем

$$\alpha_{02} = K_{02} / K_2 = k_{02} / (1 - q^3) k_2. \quad (3.4.5)$$

Величина отношения α_{02} характеризует различия в оптических свойствах аэрозолей из однородных и полых частиц при одинаковом внешнем размере и одинаковой массовой концентрации. Отличие свойств этих аэрозолей при одинаковой числовой концентрации определяется просто отношением соответствующих факторов эффективности ослабления.

Если длина волны излучения больше размера частицы, полую частицу можно рассматривать как неоднородность с некоторыми эффективными характеристиками. Оптические свойства в первом приближении определяются усредненным по объему комплексным показателем преломления вещества оболочки [96, 97, 241]. Усреднение приводит к уменьшению значений n и κ , т. е. частица становится более «мягкой». Следовательно, показатель ослабления аэрозоля из полых частиц с $\rho \leq 3-4$ [241] всегда меньше показателя ослабления аэрозоля из сплошных частиц соответствующего размера при одинаковой числовой концентрации их.

Для мелких однородных частиц с $\kappa \neq 0$ при $\rho < 1$ поглощение пропорционально объему частицы. По аналогии можно ожидать, что поглощение малыми полыми частицами будет также пропорционально объему поглощающего вещества. Учитывая, что при $\rho \ll 1$ поглощение значительно больше рассеяния и приближенно можно считать $k_0 \approx k_n$, фактор эффективности ослабления света полыми частицами можно связать с k_2 сплошных частиц следующим приближенным соотношением:

$$k_{02} \approx k_2 (1 - q^3). \quad (3.4.6)$$

Из приведенного в [240] анализа расчетных данных следует, что в области $1,2 \leq n_2 \leq 1,8$ и $0,1 \leq \kappa_2 \leq 0,5$ для частиц с $\rho < 0,5-1$ соотношение (3.4.6) выполняется с погрешностью не более 5%. Отсюда следует, что $\alpha_{02} \approx 1$, т.е. при одинаковой массовой концентрации показатель ослабления аэрозоля, состоящего из полых частиц с поглощающей оболочкой, не может быть больше показателя ослабления аэрозоля в виде однородных частиц того же размера из вещества оболочки.

Если размер частиц сопоставим с длиной волны излучения или больше ее, то фактор эффективности ослабления полых частиц при определенных условиях может быть больше соответствующих значений для сплошных частиц вследствие интерференции лучей, отраженных от наружной и внутренней границ оболочки [209].

При освещении направленным пучком света за счет отражения на внешней и внутренней границах двухслойной частицы образуются два почти аксиальных пучка, интенсивности которых определяются коэффициентами отражения на противоположных поверхностях оболочки. Используя модель плоского слоя с толщиной, равной толщине оболочки, получаем, что коэффициент отражения от поверхности двухслойной частицы имеет экстремальные значения при условиях, приближенно описываемых соотношением

$$2(r_2 - r_1)n_2 = j\lambda/2. \quad (3.4.7)$$

Анализ расчетных данных показывает, что максимальное влияние интерференции на величину фактора эффективности ослабления проявляется при

$$d \equiv r_2 - r_1 \approx \lambda/2n_2, \quad (3.4.8)$$

когда коэффициент отражения от поверхности полых частицы минимален. Следует отметить, что интерференционные эффекты наблюдаются, если интенсивности излучения, отраженного от внешней и внутренней границ оболочки, не слишком различаются.

С целью изучения влияния интерференционных эффектов на величину показателя ослабления аэрозолей из полых частиц в работе [240] выполнены расчеты факторов эффективности ослабления для полых и сплошных частиц с размерами $r_2 = 1(0,5)5$ мкм при $\lambda = 0,5$ мкм в широком интервале изменения оптических постоянных аэрозольного вещества.

На рис. 3.17 представлены зависимости $\Delta k = (k_2 - k_{02})/k_2$ от величины q . Обращает на себя внимание тот факт, что в частицах, оболочки которых состоят из поглощающего вещества с n_2 , мало отличающимся от показателя преломления окружающей среды (рис. 3.17, а), интерференционные эффекты практически не вносят вклада в увеличение показателя ослабления ($\Delta k > 0$), хотя условие (3.4.8) выполняется. С увеличением действительной

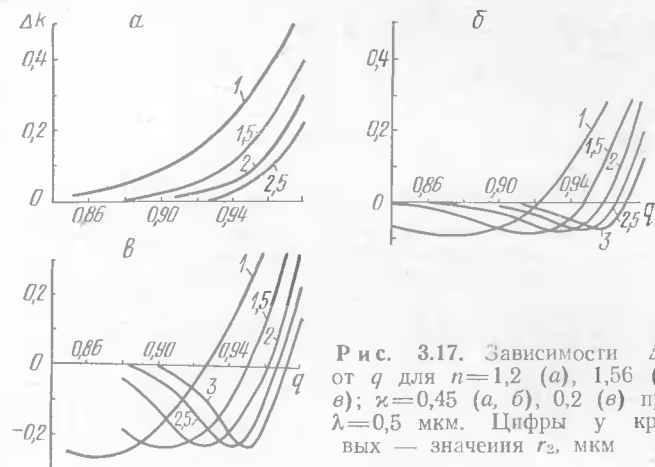


Рис. 3.17. Зависимости Δk от q для $n=1,2$ (а), $1,56$ (б, в); $\kappa=0,45$ (а, б), $0,2$ (в) при $\lambda=0,5$ мкм. Цифры у кривых — значения r_2 , мкм

части комплексного показателя преломления вещества оболочки (рис. 3.17, б) увеличиваются коэффициенты отражения на границах двухслойной частицы. Интерференционные эффекты становятся более существенными при определенных соотношениях между размерами частицы и внутренней полостью ($\Delta k < 0$). Уменьшение κ_2 приводит к снижению потерь на поглощение в толще оболочки, при этом увеличивается интенсивность излучения, отраженного от внутренней границы, а вклад в ослабление, обусловленный интерференцией, растет (рис. 3.17, в).

Как видно из рис. 3.17, б и в, положение минимума Δk существенно зависит от размеров частиц, и поэтому из анализа зависимостей $\Delta k(q)$ практически невозможно выявить условия появления максимальных значений показателя ослабления для полых частиц. В то же время на графиках зависимостей Δk от толщины оболочки $d = r_2 - r_1$ при фиксированном значении n_2 минимумы Δk для разных размеров частиц локализируются в достаточно узкой области значений d . При этом наблюдается небольшое смещение минимума в сторону больших значений d с увеличением размера частиц. Как следует из соотношения (3.4.8), для всех значений $n_2 d$ минимумы Δk должны лежать

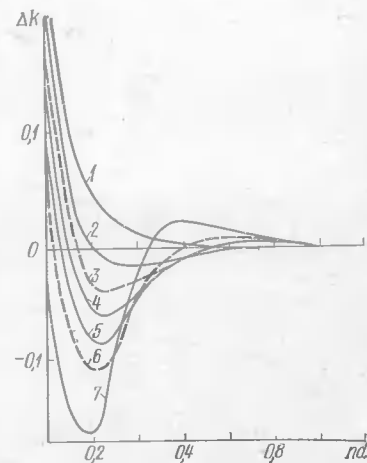


Рис. 3.18. Зависимости Δk от $n_2 d$ при $\lambda=0,5$ мкм, $r_2 = 3$ мкм, $\kappa=0,45$ и $n=1,1$ (1), 1,3 (2), 1,4 (3), 1,5 (4), 1,6 (5), 1,7 (6), 2,0 (7)

вблизи значений $n_2 d = \lambda/2 = 0,25$ мкм. Зависимости $\Delta k = f(n_2 d)$ (рис. 3.18) иллюстрируют приемлемое совпадение условий появления экстремальных значений показателя ослабления в полых частицах с интерференционным условием (3.4.8), полученным для модели плоского слоя, хотя минимумы Δk имеют место при значениях d , несколько меньших, чем это следует из (3.4.8). Для более крупных частиц ($r_2 \gg \lambda$) совпадение улучшается.

В работе [240] на примере веществ с высоким поглощением рассмотрены соотношения между n_2 , κ_2 и толщиной оболочки d/λ , при которых эффективность ослабления излучения полыми частицами примерно такая же, как в случае однородных частиц, а также условия, при которых показатель ослабления аэрозоля из полых частиц на 20—40% выше, чем для однородных частиц такого же размера. Показано, что влияние интерференционных эффектов на величину показателя ослабления уменьшается с увеличением поглощения в оболочке по закону, близкому к экспоненциальному. Зависимость максимальных значений отношения k_{02}/k_2 можно приближенно аппроксимировать выражением

$$(k_{02}/k_2)_{\max} \approx (n_2 - 1) \exp(-2\pi\kappa_2/n_2). \quad (3.4.9)$$

Из приведенных в данном параграфе результатов следует, что взаимодействие излучения с полыми частицами имеет характерные особенности, которые при определенных условиях могут вносить существенные изменения в картину рассеяния и поглощения излучения аэрозольной среды и должны учитываться при интерпретации экспериментальных данных.

§ 4.1. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ
И ПОГЛОЩЕНИЯ СВЕТА ПОЛИДИСПЕРСНЫМИ СИСТЕМАМИ
ОДНОРОДНЫХ И НЕОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЦ

Основной задачей настоящей главы является рассмотрение и сопоставление при одинаковых условиях различных характеристик светорассеяния аналогичных по составу и структуре аэрозольных сред однородных и неоднородных частиц. Предполагается при этом, что частицы расположены в пространстве беспорядочно, расстояния между ними велики по сравнению с длиной волны, рассеяние однократное.

Для единичного объема полидисперсной среды из однородных частиц, характеризуемой распределением частиц по размерам $f(r)$, имеем

$$F(N, \beta, \lambda) = \int_{r_{дн}}^{r_{дк}} F_1(r, N, \beta, \lambda) f(r) dr^*, \quad (4.1.1)$$

где $F_1(r, N, \beta, \lambda)$ — характеристика рассеяния света для отдельной частицы; $F(N, \beta, \lambda)$ — соответствующая характеристика для полидисперсной среды.

Для полидисперсной среды из двухслойных частиц в общем случае получаем

$$F(N_1, N_2, \beta, \lambda) = \int_{r_{1н}}^{r_{1к}} \int_{r_{2н}}^{r_{2к}} F_1(r_1, r_2, N_1, N_2, \beta, \lambda) f(r_1, r_2) dr_1 dr_2, \quad (4.1.2)$$

где $f(r_1, r_2)$ — двумерная функция распределения частиц по размерам ядер и оболочек, интегрирование проводится по радиусам внутренней и внешней сфер.

В соответствии с данными главы 1 для реальных аэрозолей при заданных f и G отношение равновесного радиуса обводненных частиц к радиусу исходного ядра для простоты можно считать одинаковым для всех r_d . В результате этого интегрирование по двум переменным в (4.1.2) заменяется интегрированием

*) В дальнейшем будем придерживаться общепринятого обозначения β для угла рассеяния, отсчитываемого от направления распространения падающей волны. Этот угол совпадает с углом θ сферической системы координат, введенной нами в главах 2 и 3 (см. рис. 3.1).

только по одной переменной — радиусу внутренней сферы. При этом учитывается уменьшение размеров ядер вследствие их частичного растворения (в соответствии с заданным G) и вызванное этим увеличение показателей преломления и поглощения растворной оболочки. Для простоты полагается, что плотности растворимой и нерастворимой частей ядра конденсации примерно равны и G определяет долю объема ядра, занятую растворимым веществом. Для систем двухслойных частиц интегрирование осуществляется не по исходным радиусам ядер, а по радиусам оставшейся нерастворимой части, т. е. от $r_{\text{тн}} = r_{\text{дн}} \sqrt[3]{1-G}$ до $r_{\text{тк}} = r_{\text{дк}} \sqrt[3]{1-G}$, а фактор $A = r/r_d$ заменяется на $A' = r/r_{\text{т}} = A/\sqrt[3]{1-G}$. Шаг интегрирования $\Delta r_{\text{т}}$ выбирается таким образом, чтобы соответствующее значение Δr по внешнему размеру частиц не превышало 0,10—0,15 [146].

Действительные и мнимые части показателя преломления растворной оболочки двухслойных частиц и соответствующие среднеэффективные характеристики равных им по внешнему размеру однородных частиц определялись, как описано в § 1.5.

В целях сопоставимости результатов пределы интегрирования при вычислении полидисперсных характеристик рассеяния света для систем однородных частиц выбирались равными наружным размерам соответствующих двухслойных частиц. Например, для системы обводненных частиц с $r_{\text{дн}} = 0,04$ мкм, $r_{\text{дк}} = 10$ мкм и $r/r_d = 1,216$ пределы интегрирования для соответствующей системы однородных частиц определялись как $r_{\text{н}} = (0,04 \cdot 1,216)$ мкм и $r_{\text{к}} = 12,46$ мкм.

Как следует из сказанного, сопоставление светорассеивающих свойств проводилось для одного и того же исходного ансамбля ядер конденсации с заданными распределением по размерам и его верхней и нижней границами. Изменение влажности воздуха приводило как к увеличению размеров частиц (при соответствующем сдвиге верхней и нижней границ распределения), так и к изменению их оптических постоянных. Возможное в реальных условиях увеличение числа оптически активных частиц вследствие разрастания ядер Айткена на первом этапе исследования не учитывалось.

Расчеты проведены в основном для двух длин волн видимого диапазона: $\lambda = 0,6328$ мкм, чаще других используемой при лабораторных измерениях, и $\lambda = 0,55$ мкм, получившей широкое распространение в установках полевого типа (см., например, [242]). В табл. 4.1 приведены использованные значения r/r_d , примерно соответствующие им значения относительной влажности при $G = 0,2$ (см. § 1.5), доли объема частицы, приходящиеся на воду в рассматриваемом диапазоне отношений r/r_d , а также средние по объему частиц значения действительной и мнимой частей комплексного показателя преломления, соответствующие выбранным уровням обводненности частиц. В качестве исходного

Таблица 4.1. Значения r/r_d , f , \bar{n} , $\bar{\kappa}$ для расчетов рассеяния света полидисперсными системами частиц

r/r_d	f	$\frac{V_{\text{в}}}{V_{\text{ч}}}$	$N_1 = 1,65 + 0,005i$		$N_1 = 1,55 + 0,015i$	
			\bar{n}	$\bar{\kappa}$	\bar{n}	$\bar{\kappa}$
1	0	0	1,65	0,005	1,55	0,015
1,125	0,60	0,298	1,555	0,0035	1,485	0,0105
1,177	0,70	0,387	1,527	0,0031	1,465	0,0092
1,216	0,75	0,444	1,509	0,0028	1,452	0,0083
1,270	0,80	0,512	1,487	0,0024	1,437	0,0073
1,35	0,85	0,594	1,461	0,0020	1,419	0,0061
1,426	0,88	0,655	1,442	0,0017	1,406	0,0052
1,55	0,92	0,731	1,417	0,0013	1,389	0,0040
1,72	0,94	0,803	1,394	0,0010	1,373	0,0029

значения комплексного показателя преломления абсолютно сухого аэрозольного вещества было выбрано значение $N_1 = 1,65 + 0,005i$, полученное для так называемой синтетической модели аэрозольных частиц [6, 54]. Для сравнения в правой части таблицы приведены средние по объему значения \bar{n} и $\bar{\kappa}$, получаемые при тех же уровнях обводнения, но при исходном значении комплексного показателя преломления абсолютно сухого аэрозольного вещества $N_1 = 1,55 + 0,015i$.

Как видно из табл. 4.1, разница между среднеобъемными показателями преломления обводненных частиц невелика и при увеличении относительной влажности от 0,60 до 0,94 уменьшается от 4,5 до 1,5%. Среднее по объему частиц значение мнимой части показателя преломления при всех уровнях обводнения остается отличающимся примерно в три раза.

Для воды в видимой области спектра принималось значение $N_2 = 1,33$ [243]. Мнимая часть показателя преломления воды для видимого света очень мала и ею с вполне достаточной для наших расчетов степенью точности можно пренебречь.

Описанная в [151, 244] схема расчета функций Рикатти—Бесселя ψ_l и η_l и угловых функций Q_l и S_l (см. § 2.4) дает методическую погрешность, не превышающую, как правило, одной единицы одиннадцатой значащей цифры. Точность вычисляемых значений компонент электрического и магнитного полей E и H определяется условием, ограничивающим число членов в соответствующих суммах. При вычислении рядов по нашей программе суммирование прекращается, когда вклад L^* -го члена ряда составляет не более 10^{-8} от суммы предыдущих членов ряда:

$$s_{L^*} \leq 10^{-8} \sum_{l=1}^{L^*-1} s_l. \quad (4.1.3)$$

Это условие позволяет сохранить единый подход при вычислении характеристик поля рассеянного излучения как для очень малых, так и для больших частиц.

Вычисление цилиндрических функций ψ_l следует начинать с верхнего значения индекса $L=2\rho_2+10$, а в суммах удерживать число членов $L^*=1,5\rho_2+10$ (при малых значениях параметра дифракции следует удерживать число членов $L^*=1,5\rho_2+20$). Программой предусмотрено хранение в памяти машины $1,5\rho_2+10$ вычисленных значений амплитудных коэффициентов a_l и b_l . Применение описанных приемов обеспечивает получение характеристик рассеяния света для отдельных двухслойных частиц с точностью не менее пяти значащих цифр.

Особого внимания заслуживает также вопрос о выборе пределов интегрирования в (4.1.2). Многие авторы, использующие для описания микрофизических свойств атмосферного аэрозоля распределение типа Юнге (см. § 1.2), проводят интегрирование в интервале размеров от $r_{дн}=0,04$ мкм до $r_{дк}=10$ мкм. При этом формальное обоснование выбора нижней границы $r_{дн}$ связано с тем, что более мелкие частицы имеют тенденцию к быстрой коагуляции [3, 16]. Выбор в качестве верхней границы $r_{дк}=10$ мкм обуславливается быстрым осаждением более крупных частиц. Фракционный состав аэрозоля при этом обычно не учитывается. В связи с этим рассмотрим вопрос о рациональном и адекватном выборе границ интегрирования несколько подробнее.

В работах разных авторов были сделаны попытки оценить влияние пределов интегрирования. Бульрих [16] показал, что для интенсивности рассеяния вперед (в интервале углов рассеяния $\beta=0-10^\circ$) вклад частиц с $r \leq 0,08$ мкм не существен, зато заметный вклад дают частицы с $r \geq 3$ мкм. Для больших углов рассеяния, особенно в направлениях назад ($\beta > 90^\circ$), пренебрегать влиянием малых частиц нельзя. В то же время для $\beta \geq 20^\circ$ интенсивность рассеяния слабо зависит от частиц с $r > 3$ мкм (в пределах 10%).

Эйден [245] рассмотрел вопрос о влиянии верхнего предела интегрирования на величину, характеризующую вытянутость эллипса поляризации. Оказалось, что для трех рассмотренных в [71] моделей распределения аэрозольных частиц по размерам при $\lambda=0,40-0,85$ мкм, $n=1,33; 1,40; 1,44; 1,50$ и $\kappa=0; 0,01; 0,1$ для всех углов рассеяния вытянутость эллипса поляризации определяется частицами с $r \leq 3$ мкм.

Дейрменджан [27] на примере модели дымки M показал, что величины коэффициента рассеяния и интенсивностей рассеянного света для разных направлений (кроме близких к $\beta=0$) не зависят от верхнего предела интегрирования при $\rho > 25-30$. Для $\beta=0$ влияние больших частиц становится несущественным при $\rho > 50$.

Поскольку в указанных случаях речь шла о свойствах систем однородных частиц, нами рассмотрен вопрос о влиянии верхнего предельного размера систем на характеристики рассеяния двухслойных частиц. Результаты приведены в табл. 4.2 и 4.3.

Таблица 4.2. Значения отношений показателей ослабления и рассеяния при разных верхних пределах интегрирования $r_{дк}$

ν	$K_o^{ДВ}(r_{дк})/K_o^{ДВ}(10)$				$K_p^{ДВ}(r_{дк})/K_p^{ДВ}(10)$			
	$r_{дк}, \text{ мкм}$							
	3	4	5	6	3	4	5	6
2	0,76	0,82	0,86	0,90	0,81	0,86	0,89	0,92
2,5	0,92	0,94	0,96	0,97	0,94	0,96	0,97	0,98
3	0,98	0,99	0,99	1,00	0,98	0,99	1,00	1,00
3,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
4	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Таблица 4.3. Значения отношений $I(r_{дк})/I(10)$ и $f_{ik}(r_{дк})/f_{ik}(10)$ при $\lambda=0,6328$ мкм, $r/r_d=1,216$

Характеристика	$\beta, \text{ град}$	$\nu=2,5$				$\nu=3$			
		$r_{дк}, \text{ мкм}$							
		3	4	5	6	3	4	5	6
$I(r_{дк})/I(10)$	0	0,20	0,29	0,39	0,49	0,36	0,46	0,55	0,65
	30	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
	60	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
	90	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
	120	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	150	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	170	0,97	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
180	0,75	0,86	0,92	0,97	0,88	0,94	0,97	0,99	
$P(r_{дк})/P(10)$	30	0,95	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00	1,00	1,00
	60	1,03	1,01	1,01	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00
	90	1,06	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00
	120	1,06	1,02	1,01	1,00	1,01	1,00	1,00	1,00
	150	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00
	170	1,05	1,07	1,06	1,03	1,01	1,03	1,03	1,01
	180	1,05	1,07	1,06	1,03	1,01	1,03	1,03	1,01
$f_{33}(r_{дк})/f_{33}(10)$	30	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	60	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	90	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	120	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	150	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00
	170	1,10	1,06	1,01	1,01	1,02	1,01	1,00	1,00
	180	1,10	1,06	1,01	1,01	1,02	1,01	1,00	1,00
$f_{43}(r_{дк})/f_{43}(10)$	30	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00
	60	1,04	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00
	90	1,28	1,10	1,06	1,03	1,02	1,01	1,00	1,00
	120	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
	150	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	170	1,01	1,99	1,01	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00
	180	1,01	1,99	1,01	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00

Табл. 4.2 содержит значения отношений показателей ослабления и рассеяния, вычисленных по формуле (4.1.2) для распределения размеров частиц типа Юнге при одинаковом минимальном радиусе исходных ядер конденсации $r_{дн}=0,04$ мкм и не-

скольких значениях максимального радиуса, к показателю ослабления (рассеяния), полученному при $r_{dk}=0,04$ мкм и $r_{dk}=10$ мкм. При этом принято $r/r_d=1,216$, что соответствует $\bar{n} \approx 1,509$. Из таблицы видно, что при $\nu=2,5$ и $r_{dk}=3$ мкм значения показателя ослабления отличаются от случая, когда $r_{dk}=10$ мкм, не более чем на 8%, а при $\nu=3$ отличие не превышает 2,5%.

Из табл. 4.3 видно, что верхний предел $r_{dk}=3$ мкм при $\nu=2,5$ и $\beta=30-170^\circ$ обеспечивает получение значений угловых характеристик рассеяния, отличающихся не более чем на 5-6% от значений, соответствующих случаю $r_{dk}=10$ мкм. При более высоких ν отличия несут существенные. Особо следует отметить, что верхний предел размеров частиц очень сильно влияет на интенсивности рассеяния в направлениях вперед ($\beta \approx 0$) и слабее — в направлениях назад ($\beta=180^\circ$). Для этих направлений при $r_{dk}=3$ мкм $I(\beta)$ существенно занижены. Как показали расчеты, при $\nu=2$ верхний предел $r_{dk}=3$ мкм дает низкую точность значений показателей ослабления и рассеяния, а также степени поляризации рассеянного света для ряда направлений. В некоторых случаях это имеет место и для f_{43} .

Многочисленные экспериментальные данные [4, 16 и др.] свидетельствуют о том, что в атмосферном аэрозоле обычно реализуются распределения с $\nu=2,5-4$ и распределение с $\nu=2$ можно считать маловероятным. Кроме того, поскольку в наших исследованиях в большинстве случаев направления рассеяния отличны от $\beta=0$ или 180° , расчеты проводились в основном для $r_{dk}=3$ мкм (с учетом коэффициента роста, т. е. для $r_{dk}A$). Табл. 4.2 и 4.3 дают достаточно полное представление о границах справедливости этих расчетов. Контрольные расчеты при других значениях $r/r_d=A$ и \bar{n} дают результаты, близкие к приведенным в табл. 4.2 и 4.3. В тех случаях, когда речь идет об интенсивностях рассеяния вперед или назад ($\beta=0, 180^\circ$), расчеты выполнялись для $r_{dk}=10$ мкм. Уместно отметить, что верхний предел интегрирования $r_{dk}=3$ мкм примерно соответствует максимальному размеру частиц так называемой аккумулятивной фракции атмосферного аэрозоля.

В табл. 4.3 обращают на себя внимание аномально высокие значения отношения $f_{43}(r_{dk})/f_{43}(10)$ при $\nu=2,5$ и $\beta=90^\circ$. Причина их появления заключается в том, что при $\nu=2,5$ график зависимости $f_{43}(\beta)$ при $r_{dk}=10$ мкм проходит через нуль вблизи $\beta=90^\circ$. Но поскольку разность абсолютных значений $f_{43}(r_{dk})$ и $f_{43}(r_{dk}=10$ мкм) невелика, можно считать верхний предел размеров ядер $r_{dk}=3$ мкм достаточным и в этом случае.

Представленные здесь рекомендации и выводы относятся к расчетам характеристик рассеяния и поглощения излучения полидисперсными системами частиц атмосферного аэрозоля в видимой области спектра. Естественно, что для других спектральных диапазонов и других объектов они могут быть несколько иными.

§ 4.2. ПОКАЗАТЕЛИ ОСЛАБЛЕНИЯ, РАССЕЯНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ СИСТЕМ ДВУХСЛОЙНЫХ И ОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЦ

Изучение вариаций показателя ослабления является одним из основных источников сведений о трансформациях атмосферного аэрозоля, вызванных изменением метеорологической обстановки, сменой воздушных масс и т. п. Измерения показателя ослабления позволяют конкретизировать и прогнозировать видимость в атмосфере, следить за загрязнением аэрозоля. Не менее важны сведения о показателях рассеяния и поглощения.

Для полидисперсной среды, характеризуемой распределением частиц по размерам типа Юнге (§ 1.2), имеем

$$K_i^{nb} = C_N \pi A^2 c \int_{r_{1n}}^{r_{1k}} k_i(r_1, r_2, N_1, N_2, \lambda) r_1^{1-\nu} dr_1, \quad (4.2.1)$$

где $A=r_2/r_1$; $k_i=k_o, k_p, k_n$ — факторы эффективности ослабления, рассеяния и поглощения для отдельной двухслойной частицы; c — нормировочный множитель (см. (1.2.2)).

В работе [241] показано, что для отдельных радиально-неоднородных и двухслойных частиц с $\rho \leq 4$ значения коэффициентов ослабления (рассеяния) в пределах 5-6% совпадают со значениями коэффициентов ослабления для однородных частиц, показатель преломления которых равен среднему по объему показателю преломления соответствующих неоднородных частиц. Для частиц с более высокими значениями параметра дифракции не удается подобрать величину эффективного показателя преломления, при котором коэффициенты ослабления неоднородных (двухслойных) частиц и однородных частиц с выбранным n отличались бы не более чем на 10-15% в достаточно широком диапазоне изменения ρ . Характерно, однако, что с увеличением ρ разность $k_o^{nb} - k_o^{одн}$ оказывается знакопеременной величиной. По-видимому, по этой причине, как будет показано ниже, значения показателей ослабления и рассеяния полидисперсных систем двухслойных частиц и идентичных им в смысле распределения по размерам систем однородных частиц с показателем преломления, равным усредненному по объему показателю преломления двухслойных частиц, практически совпадают [96].

В табл. 4.4 приведены значения отношений показателей ослабления систем обводненных частиц с заданными значениями r/r_d и соответствующих им систем однородных частиц со средними показателями преломления.

Из табл. 4.4 следует, что при $\nu=3,5$ показатели ослабления систем однородных и двухслойных частиц совпадают в пределах 2% и лишь при $\nu=4$ различия достигают 4%. Величина отношения $K_o^{nb}/K_o^{одн}$ при $r_{dk} \geq 3$ мкм практически не зависит от верхнего предела интегрирования.

Таблица 4.4. Отношения $K_o^{дв}/K_o^{одн}$ при $G = 0,2$, $\lambda = 0,6328$ мкм, $r_{дн} = 0,04$ мкм, $r_{дк} = 3$ мкм

r/r_d	\bar{n}	v				
		2	2,5	3	3,5	4
1	1,65	1	1	1	1	1
1,125	1,555	0,982	0,987	0,998	1,011	1,025
1,216	1,509	0,978	0,982	0,994	1,012	1,030
1,216	1,509	0,984*)	0,983*)	0,994*)	1,012*)	1,030*)
1,27	1,487	0,979	0,982	0,995	1,015	1,036
1,35	1,464	0,979	0,981	0,994	1,015	1,037
1,426	1,442	0,979	0,981	0,995	1,015	1,037
1,55	1,417	0,981	0,983	0,995	1,015	1,037
1,72	1,394	0,989	0,989	0,996	1,013	1,033

*) Значения, полученные при $r_{дк} = 10$ мкм.

Интересно выяснить также вопрос о влиянии на показатели ослабления и рассеяния содержания растворимого вещества и показателя преломления ядра при условии, что средний по объему частицы показатель преломления остается неизменным. Некоторые из полученных нами расчетных результатов приведены в табл. 4.5 и 4.6. Здесь и в дальнейшем в таблицах и на графиках абсолютные значения K_o и K_p приведены при $C_N = 1$ мкм⁻³.

Данные табл. 4.4—4.6 позволяют сделать вывод о том, что полидисперсные показатели ослабления и рассеяния весьма мало чувствительны к внутренней структуре частиц. При одинаковых распределениях по размерам эти характеристики в пределах 5% определяются средним по объему частиц показателем преломления.

Аналогичный результат получен недавно в работе Туоми [159], в которой рассмотрено влияние относительной влажности воздуха на светорассеивающие свойства атмосферных частиц. Предполагается, что сухая частица состоит из однородного сферического нерастворимого ядра, покрытого растворимой сферической оболочкой. С увеличением относительной влажности на поверхности частицы образуется третий слой насыщенного раствора. Такая трехслойная структура существует, пока не будет достигнута определенная относительная влажность, при которой все растворимое вещество растворится. Частица становится двухслойной. При дальнейшем повышении относительной влажности концентрация раствора в ее оболочке уменьшается.

Положив для нерастворимого ядра комплексный показатель преломления $N_i = 1,62 + 0,02i$, для растворимого вещества $N_s = 1,521 + 0i$ и для воды $N_v = 1,333 + 0i$, автор работы [159] рассматривает и сопоставляет зависимости от относительной влажности светорассеивающих свойств модельных частиц трех типов: трехслойных частиц, состоящих из ядра, не полностью раство-

рившейся оболочки и насыщенного раствора с $n = 1,3867$ («луковица»), и однородных частиц такого же внешнего радиуса: а) с показателем преломления, равным среднеобъемному для трехслойной частицы («средняя сфера»); б) с показателем преломления, равным показателю преломления внешнего слоя трехслойной частицы («растворная сфера»). Расчеты выполнены при $\lambda = 0,4$ и $0,7$ мкм для логнормального распределения частиц по размерам с параметрами $r_m = 0,0368$ мкм, $\sigma = 2,028$, соответствующими экспериментальным данным ряда авторов. В результате получено, что для показателя ослабления графики зависимости $K_o(f)$ для трехслойных частиц «луковица» и «средних сфер» при $\lambda = 0,4$ мкм практически накладываются друг на друга, а при

Таблица 4.5. Значения показателей ослабления и рассеяния при $\bar{n} = 1,51$, $n_1 = 1,65$, $\lambda = 0,55$ мкм, $r_{дн} = 0,04$ мкм, $r_{дк} = 3$ мкм

G	v			
	2,5	3	3,5	4
	$K_o^{дв}, \text{ мкм}^{-1}$			
0	0,0489	0,0223	0,0115	0,00657
0,3	0,0495	0,0224	0,0115	0,00652
0,5	0,0495	0,0224	0,0114	0,00645
0,7	0,0501	0,0225	0,0114	0,00643
1,0	0,0502	0,0225	0,0114	0,00634
	$K_p^{дв}, \text{ мкм}^{-1}$			
0	0,0466	0,0216	0,0112	0,00640
0,3	0,0472	0,0217	0,0112	0,00635
0,5	0,0474	0,0217	0,0111	0,00630
0,7	0,0481	0,0219	0,0111	0,00628
1,0	0,0483	0,0219	0,0111	0,00618

Таблица 4.6. Значения показателей ослабления и рассеяния при $\bar{n} = 1,51$, $G = 0,2$, $\lambda = 0,55$ мкм, $r_{дн} = 0,04$ мкм, $r_{дк} = 3$ мкм

n_1	v			
	2,5	3	3,5	4
	$K_o^{дв}, \text{ мкм}^{-1}$			
1,65	0,0493	0,0224	0,0115	0,0654
1,60	0,0495	0,0224	0,0115	0,0650
1,55	0,0498	0,0225	0,0115	0,0645
	$K_p^{дв}, \text{ мкм}^{-1}$			
1,65	0,0470	0,0216	0,0112	0,00636
1,60	0,0470	0,0216	0,0112	0,00630
1,50	0,0470	0,0216	0,0111	0,00622

$\lambda=0,7$ мкм полностью совпадают. Соответствующие кривые для «растворных сфер» проходят значительно ниже и лишь при $f > 0,9$ сближаются с двумя первыми.

Таким образом, при существенно различных условиях расчетов для однородных, двухслойных и трехслойных частиц получено, что с точки зрения показателя ослабления (рассеяния) свойства системы сферических частиц любой внутренней структуры могут быть описаны с помощью модели однородных частиц со средним по объему показателем преломления. Этот вывод значителен в том отношении, что все зависимости показателей ослабления и рассеяния, установленные экспериментально и теоретически для однородных частиц, могут быть применены с учетом сказанного и для концентрически слоистых частиц атмосферного аэрозоля.

Во многих экспериментальных и теоретических работах авторы пытаются установить взаимосвязь между показателем ослабления (рассеяния) аэрозольных систем и относительной влажностью воздуха. Совершенно очевидно, что в природных условиях такая взаимосвязь может быть прослежена лишь при полной стабильности наблюдаемых воздушных масс. обстоятельный разбор исследований, выполненных в этом направлении, проведен в работе [41]. Приведем некоторые рассуждения и результаты из этой работы.

Показатель ослабления излучения единичным объемом атмосферного воздуха представляет собой сумму

$$K_o = K_{oa} + K_{om}, \quad (4.2.2)$$

где K_{oa} — показатель ослабления частицами аэрозоля; K_{om} — показатель ослабления молекулами воздуха, который практически не зависит от относительной влажности воздуха.

Показатель ослабления излучения частицами аэрозоля равен сумме:

$$K_{oa} = \frac{1}{V_a} \sum_{j=1}^{L_a} \pi r_j^2 k_{oj}, \quad (4.2.3)$$

где L_a — число частиц в объеме V_a ; r_j , k_{oj} — радиусы и факторы эффективности ослабления отдельных частиц.

Изменение показателя ослабления при вариациях относительной влажности воздуха происходит за счет влияния ее как на размер и структуру частиц, так и на средний показатель преломления частиц. Это влияние может быть учтено, если переписать (4.2.3) в виде

$$K_{oa} = \pi r_a^2 S_a / V_a, \quad (4.2.4)$$

где $S_a = L_a k_a = \sum_{j=1}^{L_a} (r_j/r_a)^2 k_{oj}$; r_a — среднеэффективный радиус частиц образца, который условно можно считать равным радиусу частиц, наиболее часто встречающихся в данном образце; k_a —

усредненный по ансамблю частиц фактор эффективности ослабления, введенный Фойтциком [35].

Из уравнения (4.2.4) получаем отношение показателей ослабления при относительных влажностях f_1 и f_2 в виде

$$\frac{K_{oa}(f_1)}{K_{oa}(f_2)} = \left[\frac{r_a(f_1)}{r_a(f_2)} \right]^2 \frac{S_a(f_1)}{S_a(f_2)}. \quad (4.2.5)$$

Первый множитель в правой части (4.2.5) зависит только от изменения с относительной влажностью размера частиц со среднеэффективным радиусом. Второй множитель описывает изменение радиуса, структуры и показателя преломления частиц с помощью отношения величин вида

$$S_a = \sum_{j=1}^{L_a} (r_j/r_a)^2 k_{oj}. \quad (4.2.6)$$

Как показывает эксперимент, отношение $(r_j/r_a)^2$ почти не зависит от относительной влажности при $f \leq 0,95$ и $r_d \geq 0,1$ мкм. Поскольку влияние частиц с $r_d \leq 0,1$ мкм на показатели ослабления пренебрежимо мало [16], можно считать, что отношение $(r_j/r_a)^2$ не зависит от относительной влажности.

Исследования Хюлста, Пенндорфа [235, 246] и других показали, что $k_{oj} \approx k_{oj}(\alpha_j)$, где обобщенный параметр α_j выражается как

$$\alpha_j = 2\pi r_j [(n_j - 1)^2 + \kappa_j^2]^{1/2} / \lambda. \quad (4.2.7)$$

Таким образом, фактор эффективности ослабления k_{oj} претерпевает изменение только тогда, когда вариация относительной влажности приводит к изменению обобщенного параметра α_j .

На рис. 4.1 для случая возрастающей влажности представлены усредненные зависимости отношения обобщенного параметра α_j для увлажненных и сухих частиц по данным работы [41]. Видно, что для континентального аэрозоля отношение $\alpha_j(f)/\alpha_j(0)$ почти равно единице в интервале относительных влажностей

$f \leq 0,90$ и возрастает до 1,2 при $f=0,95$. Дело в том, что, как уже отмечалось, увеличение радиуса частиц при их увлажнении всегда сопровождается уменьшением среднего показателя преломления. Следствием этого является пренебрежимо малое изменение обобщенного параметра α_j при относительных влажностях, меньших 0,9 (0,95).

Из сказанного следует, что для $f \leq 0,9$ (0,95) фактор эффек-

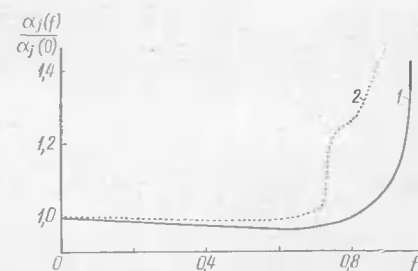


Рис. 4.1. Зависимость $\alpha_j(f)/\alpha_j(0)$ от относительной влажности для континентального (1) и морского (2) аэрозолей [41]

тивности ослабления k_{oj} отдельных частиц почти не зависит от относительной влажности. Тогда и сумма S_a (4.2.6) тоже почти не зависит от относительной влажности. Это приводит к простой аппроксимационной формуле для отношения показателей ослабления данного аэрозольного образца при двух разных значениях относительной влажности $f \leq 0,90$ (0,95):

$$K_a(f_1)/K_a(f_2) = [r_a(f_1)/r_a(f_2)]^2. \quad (4.2.8)$$

Это означает, что вариация показателя ослабления с относительной влажностью в пределах до $f \leq 0,90$ (0,95) зависит только от вариации среднеэффективного радиуса r_a , т. е. от химического состава и структуры частиц соответствующего размера.

С учетом формулы (1.5.8) соотношение (4.2.8) принимает вид

$$\frac{K_a(f_1)}{K_a(f_2)} = \left[\frac{1 + \varphi(f_1) f_1 (1 - f_1)^{-1}}{1 + \varphi(f_2) f_2 (1 - f_2)^{-1}} \right]^{2/3} \quad (4.2.9)$$

и в пределах справедливости аппроксимационной формы Кастена [67] (см. § 1.5) можно записать

$$K_a(f_1)/K_a(f_2) = [(1 - f_2)/(1 - f_1)]^{2\epsilon}, \quad (4.2.10)$$

где показатель степени ϵ принимает значения, указанные в § 1.5.

Из уравнений (4.2.8) — (4.2.10) видно, что изменение показателя ослабления с относительной влажностью одинаково для разных длин волн и распределений частиц. Определенные отклонения могут возникать в области первого максимума зависимости $k_{oj}(\alpha_j)$, где небольшие вариации аргумента α_j могут сопровождаться значительными изменениями k_{oj} как в сторону его увеличения, так и в сторону уменьшения.

С учетом этого обстоятельства можно объяснить эффект «аномального» изменения показателя рассеяния, иногда наблюдающийся в естественных условиях при относительных влажностях около $f = 0,8$.

В работе [247] авторы анализируют результаты натурных измерений показателя рассеяния света аэрозольной дымкой. По их мнению, упрощенная схема явления изменения показателя рассеяния света дымкой с изменением относительной влажности сводится к следующему. При низких влажностях размер аэрозольных частиц слабо зависит от величины относительной влажности f . Начиная с некоторого значения f , при увеличении влажности происходит монотонный рост частиц, соответственно растет и показатель рассеяния вплоть до самой высокой влажности. При $f \approx 80\%$ иногда наблюдается просветление дымки.

По-видимому, в некоторых ситуациях, зависящих от преобладающего размера частиц и их оптических свойств (особенно, как отмечено выше, в области первого максимума зависимости $k_{oj}(\alpha_j)$), уменьшение рассеяния света, обусловленное снижением

среднеобъемного показателя преломления частиц, не только компенсирует увеличение рассеяния за счет роста размеров частиц, но и превалирует над ним в некотором диапазоне относительных влажностей. Наступает просветление дымки.

Однако, как следует из приведенной выше табл. 4.1, при значительном увлажнении частиц уменьшение их среднеобъемного показателя преломления существенно замедляется по мере приближения к показателю преломления воды. Площадь же поперечного сечения увеличивается все быстрее. Показатель рассеяния растет ускоренным темпом.

Как отмечается в работе [247], проверка зависимости $K_o(f)$ в природных условиях — трудная задача. Оптические свойства локального объема дымки во многом зависят от случайных процессов прихода и ухода аэрозолей различного типа. Поэтому проследить влияние относительной влажности на оптические свойства аэрозоля «в чистом виде» можно лишь во время штиля. Но при полевых измерениях трудно встретить такие условия, когда при полном штиле относительная влажность меняется в достаточно широких пределах.

Сопоставив малые конечные разности величины f с конечными разностями $\lg K_o$, авторы работы [247] получили зависимость K_o от f в виде

$$K_o(f) = K_o(f_0) \exp \left[2,303 \int_{f_0}^f \Phi(f) df \right], \quad (4.2.11)$$

где $\Phi(f) = d \ln K_o / df$.

В упрощенной форме эту связь можно представить как

$$K_o \approx \gamma (1 - f)^\epsilon, \quad (4.2.12)$$

где γ — коэффициент, зависящий от общего числа и природы частиц. Показатель степени ϵ в области изменения относительной влажности 0,45—0,9 меняется от 0,05 до 0,5, а для диапазона $0,75 < f < 0,95$ среднее значение ϵ равно 0,33, что близко к данным работы [41].

Эмпирическая формула (4.2.10) весьма проста и наглядна. При учете сделанных в § 1.5 замечаний о зависимости показателя степени ϵ от условий измерения и формулы (1.5.10), связывающей величину ϵ с относительной влажностью, она может быть использована для оценки вариаций показателя ослабления с изменением относительной влажности воздуха. Однако стоящие в левой части формулы (4.2.10) величины $K_a(f)$ в известной мере условны. Оценки, получаемые с ее помощью, носят относительный характер.

В ряде работ [68, 248 и др.] рассматривается полученная из эксперимента зависимость $\lg [K_o(f)/K_o(0)]$ от $\lg(1 - f)$. Сравнение ее с зависимостью $\lg(r/r_a)^2$ от $\lg(1 - f)$ показало, что соответствующие кривые очень близки. Наблюдающиеся расхождения в наклоне кривых могут объясняться изменчивостью гигро-

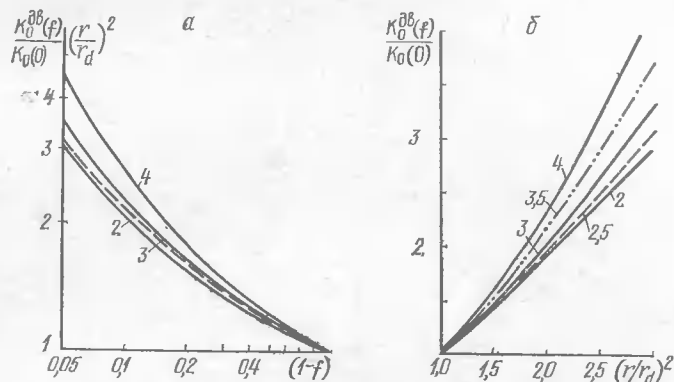


Рис. 4.2. Зависимости отношений показателей ослабления обводненного и сухого аэрозолей (сплошные кривые) и величины $(r/r_a)^2$ (штриховая кривая) от $(1-f)$ (а) и от $(r/r_a)^2$ (б) при $\lambda=0,6328$ мкм. Цифры у кривых — значения ν

скопической или водорастворимой фракций в различных воздушных массах [248].

На рис. 4.2, а в логарифмическом масштабе представлены графики полученных расчетным путем зависимостей $K_o^{db}(f)/K_o(0)$ от $(1-f)$ при разных ν и $(r/r_a)^2$ от $(1-f)$. Наиболее близкий ход этих двух зависимостей наблюдается при $\nu=2,5$ и 3, т. е. для не очень узких распределений частиц. Для большей наглядности на рис. 4.2, б приведены в обычном масштабе зависимости отношений $K_o^{db}(f)/K_o(0)$ от $(r/r_a)^2$, из которых видно, что при $\nu < 3,5$ можно говорить о практически линейной зависимости рассматриваемых отношений [96].

В интервале значений $1,216 \leq r/r_a \leq 1,55$ при $G=0,2$ с погрешностью не более $\pm 2\%$ справедливы приближенные соотношения вида

$$K_o^{db}(f)/K_o(0) = S(r/r_a)^2 - M, \quad (4.2.13)$$

где S и M — эмпирические коэффициенты (табл. 4.7). Для отношения $r/r_a=1,125$ ($f \approx 0,60$) погрешность (4.2.13) лежит в пределах 4%, а для $r/r_a=1,72$ ($f \approx 0,94$) не превышает 6—8%.

Соотношение (4.2.13), как и (4.2.8), подтверждает линейную зависимость отношения показателей ослабления от отношения сечений частиц.

Практический интерес могут представлять приближенные соотношения вида

$$K_o^{db}(f)/K_o(0) = \bar{n}[F(\nu)\bar{n} - L(\nu)]^{-1}, \quad (4.2.14)$$

где $F(\nu) = 0,18\nu + 4,65$; $L(\nu) = 0,336\nu + 5,8$. В интервале значений $1,125 \leq r/r_a \leq 1,72$ и $1,555 \geq \bar{n} \geq 1,394$, что при $G=0,2$

соответствует $0,6 \leq f \leq 0,9$ для $\nu = 2,5 - 4$, погрешность этих формул не превышает $\pm 3\%$.

Приближенные формулы (4.2.13) и (4.2.14) получены для $\lambda = 0,6328$ мкм. При переходе к $\lambda = 0,55$ мкм величина отношения $K_o^{db}(f)/K_o(0)$ уменьшается не более чем на 1% при $\nu = 3,5$ и не более чем на 2% при $\nu = 4$, значения же $K_o(0)$ отличаются довольно заметно (до 30%). Для вычисления K_o^{db} по формулам (4.2.13) и (4.2.14) в табл. 4.8 приведены значения $K_o(0)$ для этих двух длин волн [96, 98].

Для $\lambda = 0,55$ мкм зависимость показателя ослабления от ν , представленная в табл. 4.8, с погрешностью не более $\pm 1\%$ аппроксимируется соотношением

$$K_o(0) = 2,21\nu^{-4,53}. \quad (4.2.15)$$

В целом же показатель ослабления единичного объема аэрозольной среды может быть вычислен с помощью приближенного соотношения

$$K_o(\bar{n}, \bar{\kappa}, \nu) \approx \{2,21\nu^{-4,53}\bar{n}[1 + \bar{\kappa}(0,574\nu^2 - 2,345\nu - 2,394)]\} \times \\ \times [\bar{n}(0,18\nu + 4,65) - (0,336\nu + 5,8)]^{-1}, \quad (4.2.16)$$

погрешность которого при $1,65 \geq \bar{n} \geq 1,35$ и $0 \leq \bar{\kappa} \leq 0,1$ не превышает 10—15%.

В (4.2.16) вариации относительной влажности воздуха учитываются с помощью изменения усредненных по объему частиц (эффективных) значений действительной и мнимой частей комплексного показателя преломления \bar{n} и $\bar{\kappa}$.

В заключение приведем некоторые результаты, характеризующие поглощение излучения ансамблем двухслойных частиц при их возрастании обводнении. Поскольку расчеты проведены при

Таблица 4.7. Коэффициенты формулы (4.2.13)

ν	S	M
2,5	1,029	0,093
3	1,141	0,229
3,5	1,310	0,426
4	1,528	0,683

Таблица 4.8. Значения $K_o(0)$ (мкм⁻¹) при $n_1 = 1,65$, $\kappa_1 = 0,005$, $r_{dn} = 0,04$ мкм, $r_{dk} = 3$ мкм, $C_N = 1$ мкм⁻³

λ , мкм	ν			
	2,5	3	3,5	4
0,55	0,0346	0,0154	0,00764	0,00415
0,63	0,0318	0,0133	0,00622	0,00318

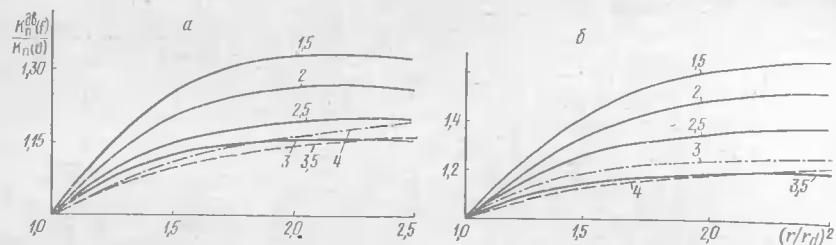


Рис. 4.3. Зависимости отношений показателей поглощения обводненного и сухого аэрозолей от отношения $(r/r_0)^2$ для $\lambda=0,55$ мкм, $N_1=1,65+0,005i$ (а) и $\lambda=0,6328$ мкм, $N_1=1,55+0,015i$ (б). Цифры у кривых — значения ν

значениях мнимой части показателя преломления сухого аэрозольного вещества $\kappa=0,005$ и $0,015$, абсолютная величина фактора эффективности поглощения отдельных частиц невелика. Малы и абсолютные значения показателей поглощения полидисперсных систем частиц. Однако, как уже отмечалось в главе 3, при обводнении атмосферных аэрозольных частиц их поглощение увеличивается. Аналогичный, только сильно сглаженный рост поглощения имеет место и для полидисперсных систем частиц.

Для большей наглядности на рис. 4.3 приведены зависимости отношения показателя поглощения систем двухслойных частиц к показателю поглощения системы исходных неоднородных частиц при увеличении отношения их поперечных сечений. Как видно из рисунка, максимальное увеличение показателя поглощения наблюдается для аэрозольных систем, содержащих более крупные частицы. Оно может достигать 30—35% в случае, когда $\kappa_1=0,005$, и 70% при $\kappa_1=0,015$. Для мелкодисперсных систем ($\nu \geq 2,5$) оно не превышает 20% в первом случае и 40% во втором. Очевидно, когда κ исходных частиц более высокое, увеличение показателя поглощения для ансамбля обводненных частиц может быть весьма значительным.

Сопоставление показателей поглощения систем двухслойных частиц и систем модельных однородных частиц с комплексным показателем преломления, равным среднему по объему показателю преломления двухслойных частиц (при одинаковом распределении по размерам), показывает, что различие не превышает 10—15% при $\kappa_1=0,015$ и 8—10% при $\kappa_1=0,005$.

Эффект усиления поглощения на 8—15% при образовании на системе полидисперсных угольных (сажевых) частиц водных оболочек определенной толщины отмечен в работе [164]. Рассчитаны различные характеристики рассеяния света для системы угольных частиц, характеризующейся распределением по размерам вида $f(r)=Ar^{-6} \exp(-6r)$ (r — внешний радиус частиц), при модальном радиусе $r_0=1$ мкм и $\lambda=0,491$ мкм. Для воды показатель преломления был положен равным $N=1,33+0,0i$, для угля $N=1,95+0,66i$. Пределы интегрирования были выбраны равными 0,1 и 4 мкм. Рассмотрение проведено для двух моделей. В одном

случае предполагалось, что отношение ядра частиц к их внешнему радиусу $q=r_1/r_2$ остается постоянным, в другом все частицы системы имеют оболочки одинаковой толщины $d=r_2-r_1=\text{const}$. Естественно, что во втором случае имеют место наиболее благоприятные условия проявления интерференционных явлений, обусловленных взаимодействием излучения, отраженного от оболочки и от ядра. В результате авторы установили, что при изменении отношения r_1/r_2 от 0 до 1 в области значений $0,79 \leq r_1/r_2 \leq 0,975$ показатель поглощения системы обводненных частиц выше показателя поглощения такой же системы однородных угольных частиц. Показатель рассеяния в этой области значений отношения r_1/r_2 минимален.

Аналогичная картина наблюдается и в случае системы частиц с оболочками постоянной толщины. При $d=r_2-r_1 \leq 0,3$ мкм показатель поглощения выше, чем для идентичной системы однородных угольных частиц. При дальнейшем увеличении толщины оболочки показатель поглощения системы обводненных частиц быстро уменьшается. При толщине оболочек больше 2 мкм ядро практически не влияет на интегральные характеристики рассеяния.

В последнее время особую актуальность приобретает вопрос о возможностях регулирования ослабления или поглощения падающей на частицы энергии. Задачи такого рода возникают в связи с проблемами искусственного воздействия на облака и туманы, распространения через них излучений различных длин волн и т. п. Два характерных варианта таких задач рассмотрены в следующем параграфе.

§ 4.3. О ВОЗМОЖНОСТЯХ НАПРАВЛЕННОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОСЛАБЛЕНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СИСТЕМАМИ СЛОИСТЫХ ЧАСТИЦ

Выше отмечалось, что наличие пленок на поверхности атмосферных частиц разного рода может существенным образом изменять их оптические свойства. Поэтому несомненный интерес представляет изучение рассеяния и поглощения света каплями воды или твердыми частицами атмосферных дымок при образовании на них тонких пленок из поверхностно-активных веществ (ПАВ) [249, 250].

Пленки такого рода, покрывая частицы, превращают их из однородных в двух- или трехслойные, что существенно меняет результаты взаимодействия излучения с системами таких частиц.

Рассмотрим два типа аэрозоля: из почти безводных или частично обводненных ядер конденсации и жидко-капельный. Для аэрозоля типа атмосферных дымок будем считать справедливым распределение частиц по размерам типа Юнге; для жидко-капельного в соответствии с многочисленными литературными дан-

ными будем полагать, что спектр размеров частиц описывается уже упоминавшимся в § 1.2 гамма-распределением

$$f(r) = ar^\mu e^{-\mu r/r_0}, \quad (4.3.1)$$

где r — радиус капель; μ — параметр, определяющий полуширину распределения; r_0 — наиболее вероятный, или модальный, радиус капель; a — нормировочный множитель.

Для простоты будем считать, что образовавшиеся при осаждении ПАВ двухслойные частицы имеют оболочки одинаковой толщины: $d=r_2-r_1=\text{const}$.

Как уже отмечалось в главе 1, в реальной атмосфере при относительных влажностях воздуха $0,6 \leq f \leq 0,95$ многие частицы континентального аэрозоля состоят из твердого ядра, представляющего собой нерастворимый или неполностью растворившийся остаток ядра конденсации и жидкой воднорастворной оболочки. Если на таких обводненных частицах образуются оболочки из ПАВ, то они превращаются в трехслойные частицы, свойства которых пока исследованы недостаточно [172, 189, 223].

При исследовании рассеяния света системами трехслойных частиц для упрощения предполагалось, что при заданной влажности ($f < 0,95$) радиусы всех частиц увеличиваются в одинаковом отношении: $A=r_2/r_1=\text{const}$; толщина внешней оболочки, покрывающей все обводненные частицы полидисперсной системы, постоянна: $d=r_3-r_2$ (r_3 — внешний радиус частицы; r_2 — суммарный радиус ядра и водной оболочки; r_1 — радиус ядра). Отношение радиусов было выбрано равным $A=1,216$, что соответствует относительной влажности воздуха $f \sim 0,75$ [67].

Исследования выполнены для видимой области спектра $\lambda = 0,63$ мкм [251]. Оптические постоянные в ядре двухслойной частицы выбраны следующим образом: в случае воды $N_1 = 1,33 + i0$; в случае твердых частиц атмосферного аэрозоля $1,4 \leq n_1 \leq 1,7$ при $0 \leq \kappa_1 \leq 0,01$. Так как сведения об оптических свойствах поверхностно-активных веществ и толщине образующих ими пленок весьма ограничены, исследования выполнены при показателе преломления оболочек, изменяющемся в широких пределах ($1,05 \leq n_2 \leq 2,0$, $\kappa_2 = 0$), для толщины оболочек $0 \leq d \leq 0,04$ мкм. Выбор столь широких интервалов изменения n_2 и d сделан как для достижения большей общности получаемых результатов, так и для выявления тенденций изменения характеристик рассеяния света двухслойными и трехслойными частицами при изменении оптических постоянных и размеров ядра и оболочек.

Рассмотрим вначале светорассеивающие свойства полидисперсных систем двухслойных частиц: 1) капель воды, покрытых оболочками из поверхностно-активного вещества, и 2) «сухих» частиц атмосферного аэрозоля, покрытых пленками из ПАВ.

Сопоставление светорассеивающих свойств полидисперсных систем водных капель и полидисперсных систем тех же капель,

покрытых оболочкой, показало, что величина отношения показателей ослабления $K_o^{дв}/K_o^я$ ($K_o^я$ — показатель ослабления полидисперсной системы водных капель) зависит от толщины и оптических свойств оболочки, а также от модального радиуса r_{01} и параметра μ функции распределения частиц по размерам. При увеличении наиболее вероятного радиуса r_{01} отношение $K_o^{дв}/K_o^я$ резко падает, приближаясь при больших значениях r_{01} к единице (рис. 4.4). Только в области малых значений $r_{01} < 0,2-0,3$ мкм ослабление системы двухслойных частиц существенно больше ослабления их ядер. Возрастание показателя преломления и толщины оболочки двухслойной системы частиц приводит при $r_{01} < 0,6-0,7$ мкм к сильному увеличению $K_o^{дв}$ по сравнению с $K_o^я$. Например, при $n_2 = 2,0$, $r_{01} = 0,1$ мкм, $\mu = 20$ в случае $d = 0,02$ мкм показатель ослабления системы двухслойных частиц выше показателя ослабления системы частиц без оболочек в 5,8 раза, для $d = 0,03$ мкм — в 11,7 раза.

Исследования свойств полидисперсных систем частиц атмосферной дымки, покрытых оболочками из поверхностно-активного вещества, показали, что отношение показателей ослабления таких систем $K_o^{дв}/K_o^я$ растет при увеличении показателя преломления и толщины оболочки, а также параметра функции распределения по размерам ν (рис. 4.5, а). Например, для значений $n_1 = 1,4$, $\nu = 3$ при $n_2 = 1,7$ $K_o^{дв}$ больше $K_o^я$ в 2,2 раза в случае толщины оболочки $d = 0,03$ мкм и в 3 раза при $d = 0,04$ мкм. Следует отметить также, что увеличение показателя преломления ядра двухслойной частицы в диапазоне $1,4 \leq n_1 \leq 1,7$ приводит к уменьшению отношения показателей ослабления полидисперсных систем двухслойных частиц и их ядер.

Таким образом, присутствие тонкой оболочки ПАВ на полидисперсных каплях воды приводит к существенному отличию ослабления света такой системой от ослабления системой водных частиц только для ее мелкодисперсной фракции ($r_{01} < 0,2-0,3$ мкм, $\mu > 10$, $n_2 \sim 2,0$, $d > 0,02$ мкм).

Ослабление света полидисперсными системами частиц атмосферной дымки, покрытых оболочками, значительно отличается

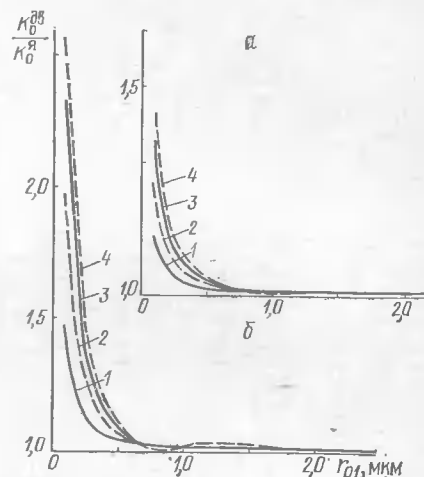


Рис. 4.4. Зависимости отношений показателей ослабления $K_o^{дв}/K_o^я$ от модального радиуса r_{01} для $N_2 = 1,5 + 0i$ (а) и $N_2 = 2,0 + 0i$ (б) при $N_1 = 1,33 + 0i$, толщине оболочки 0,01 мкм и $\mu = 2$ (1), 5 (2), 10 (3), 20 (4)

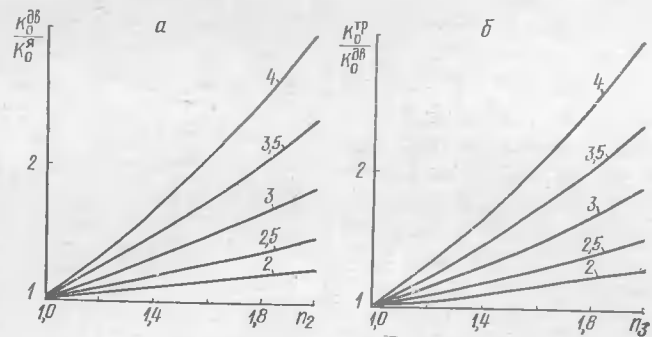


Рис. 4.5. Зависимости отношений K_o^{DB}/K_o^A от n_2 при $N_1 = 1,5 + 0,01i$ (а) и K_o^{TP}/K_o^{DB} от n_3 при том же N_1 и $N_2 = 1,33 + 0i$ (б), $d = 0,02$ мкм. Цифры у кривых — значения ν

(в 10—20 раз) от ослабления системами без оболочек также только для мелкодисперсных частиц атмосферной дымки ($\nu > 3,5$) при высоких значениях показателей преломления оболочек ($n_2 \sim 2,0$), малых значениях показателей преломления ядер ($n_1 \sim 1,4$) и больших толщинах оболочек ($d > 0,03$ мкм).

Обратимся теперь к светорассеивающим свойствам полидисперсных систем трехслойных частиц. Для этого рассмотрим отношения показателей ослабления систем обводненных частиц атмосферного аэрозоля, покрытых оболочками, и систем двухслойных частиц без оболочек K_o^{TP}/K_o^{DB} . Из рис. 4.5, б видно, что ослабление полидисперсной системы трехслойных частиц больше, чем ослабление системы обводненных частиц атмосферного аэрозоля без оболочек, примерно во столько же раз, во сколько ослабление системы сухих ядер с оболочками ПАВ больше ослабления системы ядер без оболочек. Чем выше показатель преломления поверхностного слоя, тем более высоких значений достигает отношение показателей ослабления K_o^{TP}/K_o^{DB} . Такой же рост отношения K_o^{TP}/K_o^{DB} наблюдается и при переходе к более мелкодисперсному аэрозолю (при возрастании параметра ν).

Таким образом, полидисперсная система трехслойных частиц, состоящих из обводненных частиц атмосферного аэрозоля, покрытых оболочками из ПАВ, сильнее всего ослабляет падающее на нее излучение, если частицы мелкодисперсные ($\nu > 3,5$), а показатель преломления поверхностного слоя достаточно высок ($n_3 \sim 2,0$).

Как было отмечено в главе 3, при обводнении слабопоглощающих ядер конденсации происходит увеличение их поперечного сечения поглощения. Аналогичный, только сильно сглаженный рост поглощения имеет место и для полидисперсных систем обводняющихся аэрозольных частиц.

Вопрос о возможностях увеличения поглощения падающей на частицы энергии часто приобретает важное практическое значение, например для проблемы воздействия мощным лазерным излучением на водно-капельный аэрозоль. Одной из актуальных сторон этой проблемы является поиск путей повышения эффективности воздействия, т. е. выяснение возможностей теплового разрушения капель при условии максимального снижения затрат энергии и общей мощности используемых источников излучения.

Выясним возможности повышения эффективности воздействия излучения с $\lambda = 10,6$ мкм на облака и туманы за счет искусственного создания на образующих их каплях воды оболочек из жидкостей, не растворяющихся в воде и имеющих оптические свойства, отличающиеся от свойств воды [252]. Как и в предыдущем случае, спектр размеров частиц, образующих жидко-капельные облака и туманы, описываем гамма-распределением (4.3.1).

Для решения поставленной задачи необходимо рассмотреть влияние параметров функции распределения частиц по размерам, толщины и оптических свойств образовавшейся на них оболочке на величину показателя поглощения единичного объема среды и вероятность поглощения фотонов. Для полидисперсной системы однородных капель воды показатель поглощения выражается как

$$K_n^{\text{одн}} = C_N \pi \int_{r_n}^{r_k} k_n(r, N, \lambda) r^{\mu+2} e^{-\mu r/r_0} dr / \int_{r_n}^{r_k} r^{\mu} e^{-\mu r/r_0} dr, \quad (4.3.2)$$

где r_n и r_k — предельные размеры частиц, учитываемые при интегрировании по ансамблю; N и C_N — комплексный показатель преломления и числовая концентрация капель воды; λ — длина волны воздействующего излучения.

Для системы двухслойных частиц имеем

$$K_n^{DB} = \frac{C_N \pi A^2 \int_{r_n}^{r_k} k_n^{DB}(r_1, r_2, N_1, N_2, \lambda) r_1^{\mu+2} e^{-r_1 \mu/r_{01}} dr_1}{\int_{r_n}^{r_k} r_1^{\mu} e^{-\mu r_1/r_{01}} dr_1}, \quad (4.3.3)$$

где r_n, r_k — те же предельные размеры исходных капель воды, являющиеся теперь ядрами двухслойных частиц. При этом предполагается, что радиусы всех капель ансамбля изменяются в одинаковом отношении, т. е. $r_2/r_1 = A = \text{const}$. Расчеты проведены для $r_{01} = 1(0,5)3(1)6(2)10$ мкм и $\mu = 1(0,5)3(1)6(2)10$, т. е. для 100 вариантов распределений исходного ансамбля водных капель.

Значения действительной и мнимой частей показателя пре-

ломления воды для $\lambda = 10,6$ мкм приняты $n_1 = 1,173$, $n_2 = 0,0823$ [243, 253]. Поскольку исследование носило общий характер и не было связано с расчетами для какой-то конкретной жидкости, оптические свойства и толщина оболочки варьировались в широких пределах: $1,1 \leq n_2 \leq 1,5$, $0 \leq \mu \leq 0,12$ и $0 \leq d \leq 0,5$ мкм, где $d = r_2 - r_1$.

Эффективность поглощения энергии излучения определяется не только величиной показателя поглощения. Важно знать также, какая часть рассеивается и в определенном смысле оказывается растроченной бесполезно. Такую информацию дает вероятность поглощения кванта $1 - \Lambda$, которая определяется как $1 - k_p/k_o = k_n/k_o$. Желательно, конечно, чтобы как можно большая часть энергии воздействующего излучения поглощалась в каплях и как можно меньшая рассеивалась.

Рассмотрение вопроса проведем при следующем предположении: имеется полидисперсная система водяных капель, характеризующая определенными значениями параметров распределения их по размерам r_{01} и μ . Для нее известны значения $K_n^{одн}$ и $1 - \Lambda^{одн}$. Затем в эту систему каким-либо образом вводится жидкость типа поверхностно-активных веществ (ПАВ), обладающая способностью образовывать на поверхности капель пленки различной толщины. Исследование вначале проведем для непоглощающих оболочек, а затем для оболочек с поглощением. Как видно из (4.3.2) и (4.3.3), интегрирование и сравнение результатов каждый раз проводятся для одного и того же фиксированного ансамбля ядер, но при меняющихся значениях толщины оболочки и ее оптических характеристик. Следует при этом иметь в виду, что образование оболочки на каплях воды проявляется не только в изменении оптических свойств частиц, но и в некотором увеличении их геометрического поперечного сечения. В данном случае влияние обоих эффектов учитывается в совокупности.

Рис. 4.6 наглядно показывает влияние различных параметров на величину отношения показателя поглощения системы двухслойных частиц к показателю поглощения исходной системы однородных водяных капель $K_n^{дв}/K_n^{одн}$. Как видно из хода кривых, показатель поглощения системы двухслойных частиц увеличивается с ростом толщины оболочки при всех четырех рассмотренных значениях показателя преломления. Однако для непоглощающей оболочки увеличение не очень существенное. Максимальный рост $K_n^{дв}$ по сравнению с $K_n^{одн}$ составляет для $n_2 = 1,1$ не более 1,5—5%, для $n_2 = 1,3$ не более 4—9,5%, для $n_2 = 1,4$ не более 5—11% и для $n_2 = 1,5$ не более 5—12%. Таким образом, общий рост $K_n^{дв}$ несколько увеличивается с увеличением показателя преломления оболочки до $n_2 = 1,4$. Дальнейшее его увеличение существенного влияния на изменение $K_n^{дв}$ не оказывает. Практически во всех случаях заметно больший рост

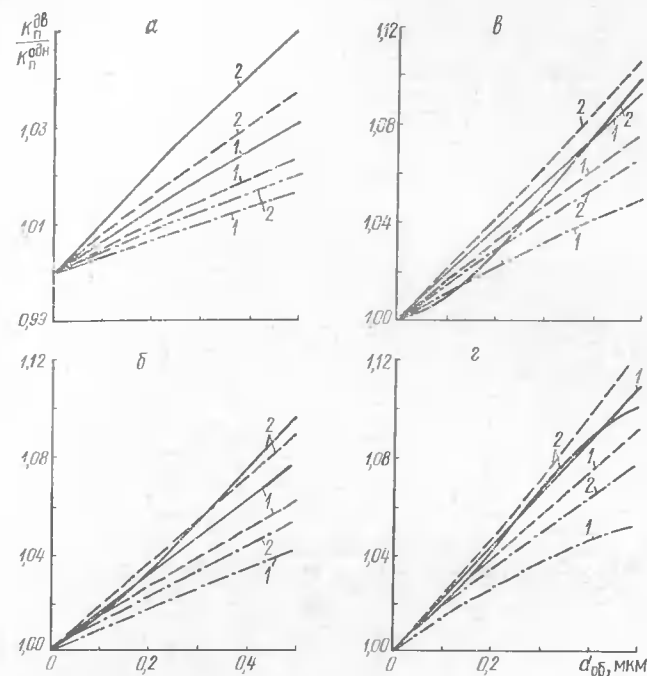


Рис. 4.6. Зависимости отношений показателей поглощения систем двухслойных частиц и исходных систем однородных капель воды от толщины оболочки для $n_2 = 1,1$ (а), 1,3 (б), 1,4 (в), 1,5 (г) при $\mu = 1$ (1); 10 (2) и $r_{01} = 1$ (сплошные кривые), 2 (штриховые), 10 мкм (штрих-пунктирные)

$K_n^{дв}$ наблюдается для более узких распределений ($\mu = 10$). Наименьшее увеличение $K_n^{дв}$ чаще всего имеет место, когда $r_{01} = 10$ мкм, т. е. для более крупных частиц.

Аналогичным образом на рис. 4.7 даны не абсолютные значения величины $1 - \Lambda = K_n/K_o$, а отношения этих величин для систем двухслойных и исходных однородных частиц, т. е.

$$\delta = \frac{1 - \Lambda^{дв}}{1 - \Lambda^{одн}} = \frac{K_n^{дв}}{K_n^{одн}} \frac{K_o^{одн}}{K_o^{дв}}. \quad (4.3.4)$$

Здесь приведены зависимости отношения δ от величины оболочки для тех же значений d , n_2 и r_{01} . Можно заметить, что во всех случаях это отношение уменьшается при появлении оболочки на каплях воды. Дело в том, что появление оболочки приводит к не очень большому увеличению показателя поглощения, но при этом быстро увеличивается показатель рассеяния, в результате отношение $K_o^{одн}/K_o^{дв} < 1$. Поведение δ определяется величиной

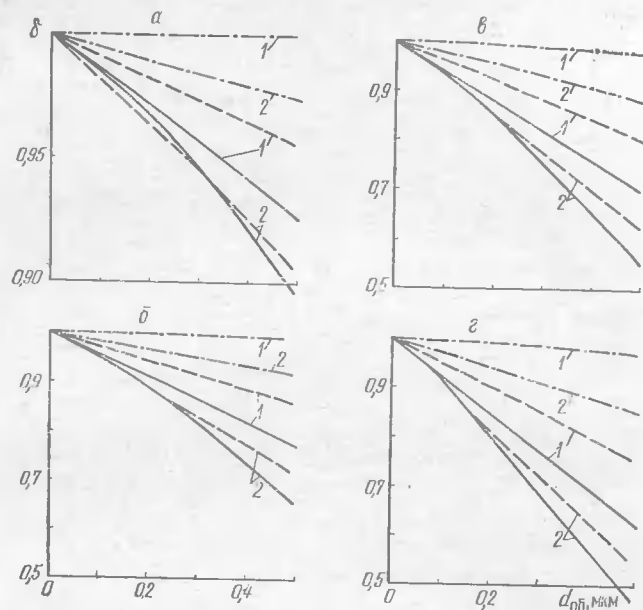


Рис. 4.7. Зависимости δ от толщины оболочки при тех же обозначениях, что и на рис. 4.6

этого второго отношения в (4.3.4). Несмотря на некоторое увеличение показателя поглощения, доля поглощенных квантов уменьшается за счет увеличения доли рассеянных квантов.

Наименьшее снижение δ при всех n_2 наблюдается для ансамбля частиц с $\mu=1$ и $r_{01}=10$ мкм, а наибольшее — для ансамбля с $\mu=10$ и $r_{01}=1$ мкм. Чем крупнее частицы и шире их распределение, тем меньше изменяется δ в сторону уменьшения. И наоборот, чем мельче частицы и уже их распределение, тем сильнее уменьшается δ . В первом случае для всех значений n_2 уменьшение δ не превышает 3%. Во втором случае при $n_2=1,5$ значение δ падает до 0,46, т. е. уменьшается более чем на половину.

Из рис. 4.6 и 4.7 следует вывод о том, что создание на водяных каплях непоглощающих оболочек как с более низким, так и с более высоким, чем у воды, показателем преломления приводит лишь к небольшому увеличению поглощения энергии, но эффективность ее использования при этом уменьшается. Причем вероятность поглощения кванта уменьшается наиболее сильно как раз в тех случаях, когда увеличение показателя поглощения наиболее существенно.

На рис. 4.8 представлены зависимости отношений $K_n^{дв}/K_n^{одн}$ и δ от величины мнимой части комплексного показателя преломления оболочки κ_2 при фиксированных значениях $n_2=1,5$ и

$d=0,5$ мкм. Эти значения n_2 и d выбраны потому, что для них в случае непоглощающих оболочек наблюдается наиболее значительное увеличение показателя поглощения. Как видно из рисунка, при образовании на каплях воды поглощающих оболочек показатель поглощения ансамбля таких двухслойных частиц возрастает весьма значительно для систем с параметрами распределения $r_{01}=1$ мкм, $\mu=10$, т. е. для систем, состоящих из мелких частиц и характеризующихся узким распределением их по размерам.

Для систем, образованных крупными частицами ($r_{01}=10$ мкм), ни при узких, ни при широких распределениях возникновение поглощающей оболочки не приводит к значительному увеличению показателя поглощения. Он практически не зависит или слабо зависит от κ_2 . Для систем крупных частиц δ также слабо зависит от мнимой части показателя преломления оболочки. Наиболее сильная зависимость δ от κ_2 наблюдается для систем с $r_{01}=1$ мкм и $\mu=10$, т. е. для систем мелких частиц с узким распределением. В этом случае при возрастании κ_2 происходит сильное увеличение показателя поглощения, которое сопровождается также значительным ростом вероятности поглощения кванта. При изменении κ_2 от 0 до 0,12 отношение $K_n^{дв}/K_n^{одн}$ для системы частиц с $r_{01}=1$ мкм и $\mu=10$ увеличивается от 1,09 до 3,54, а δ возрастает от 0,46 до 0,77.

Таким образом, создание поглощающих оболочек на каплях воды с целью повышения эффективности поглощения излучения с $\lambda=10,6$ мкм целесообразно в случае мелкодисперсных облаков и туманов ($r_{01}=1$ мкм, $\mu \approx 10$). Для крупнодисперсных систем водных капель с широким распределением их по размерам создание поглощающих оболочек не приводит к существенному повышению эффективности поглощения излучения с $\lambda=10,6$ мкм.

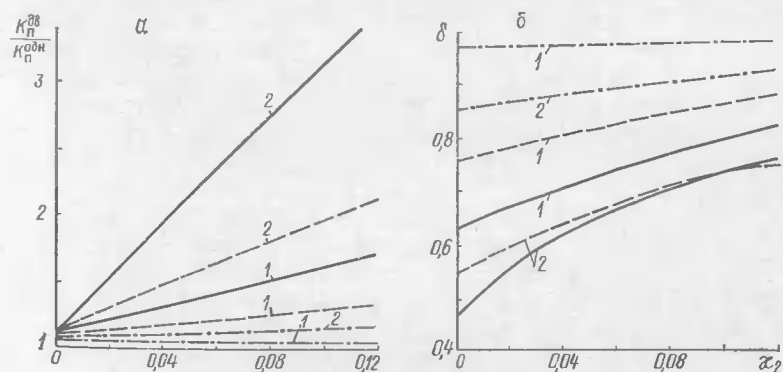


Рис. 4.8. Зависимости отношений $K_n^{дв}/K_n^{одн}$ (а) и δ (б) от мнимой части показателя преломления оболочки при $n_2=1,5$, $d=0,5$ мкм. Значения μ и r_{01} те же, что и на рис. 4.6

§ 4.4. ВЛИЯНИЕ ОБВОДНЕНИЯ ЧАСТИЦ
НА УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА
АЭРОЗОЛЕМ

Угловые характеристики рассеяния света полидисперсными системами частиц в отличие от интегральных значительно более чувствительны к внутренней структуре частиц. Проведем сопоставление индикатрис рассеяния, угловых зависимостей степени линейной поляризации и элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} для систем двухслойных частиц на разных стадиях их обводнения с соответствующими характеристиками для «сухого» аэрозоля, т. е. системы однородных частиц с $N=1,65+0,005i$ [6, 54].

Для элементов приведенной матрицы рассеяния имеем

$$f_{\lambda\mu} = D_{\lambda\mu}/(I_1 + I_2), \quad \lambda, \mu = 1, 2, 3, 4, \quad (4.4.1)$$

где в случае распределения типа Юнге

$$I_{1,2} = \frac{C_N}{2} \int_{r_{II}}^{r_K} i_{1,2}(r_1, r_2, N_1, N_2, \omega, \beta) cr_1^{-(v-1)} dr_1, \quad (4.4.2)$$

$$i_1 = |A_{\Phi\Phi}|^2, \quad i_2 = |A_{\Theta\Theta}|^2, \quad (4.4.3)$$

c — нормировочная постоянная распределения (1.2.2). Как и в случае однородных частиц, в плоскости рассеяния отличны от нуля только восемь компонент, причем только четыре из них независимы: $f_{11}=f_{22}=1$, $f_{12}=f_{21}$, $f_{33}=f_{44}$ и $f_{43}=-f_{34}$. В экспериментальных исследованиях используются величины степени линейной поляризации P , которая определяется как отношение разности составляющих интенсивности рассеянного излучения, поляризованных перпендикулярно I_1 и параллельно I_2 плоскости рассеяния, к их сумме, и степени эллиптичности поляризации $q=S_4/S_1$. Через эти величины можно определить компоненты приведенной матрицы рассеяния $f_{12}=-P$ и $f_{43}=S_4/S_1$, выбирая для экспериментального исследования характеристик элементарного объема линейно поляризованный пучок света с параметрами Стокса $\{1, 0, 1, 0\}$. Компонента f_{33} находится как отношение S_3 к S_1 .

По (4.4.2) вычислялись величины I_1 , I_2 , их сумма I , а также f_{12} , f_{43} и f_{33} . В соответствии с выводами § 1.5, как и в предыдущих случаях, при заданных f и G отношение равновесного радиуса обводненных частиц к радиусу исходного ядра конденсации считалось одинаковым для всех значений r_d .

Как видно из рис. 4.9, обводнение частиц сопровождается довольно значительным увеличением интенсивности рассеяния почти во всех направлениях. Исключение представляет лишь область углов рассеяния $\beta > 160^\circ$, где может иметь место уменьшение рассеяния, особенно для распределений с более низкими

значениями параметра v . В области $\beta > 160^\circ$ индикатриса рассеяния для «сухого» аэрозоля имеет отчетливо выраженное увеличение крутизны. Обводнение частиц снижает относительную крутизну кривых на этом участке. Однако при более высоких значениях r/r_d характер кривых становится более сложным, немонотонным [96, 98].

На рис. 4.10 показано, что обводнение приводит к сужению интервала углов рассеяния, для которых степень линейной поляризации отрицательна, ее экстремальные значения уменьшаются (по абсолютному значению). Максимумы положительной степени поляризации растут, особенно для узких распределений частиц аэрозоля по размерам. Характер изменения степени поляризации на этой стадии обводнения определяется не увеличением размера частиц, а происходящим при этом довольно резким снижением среднего показателя преломления — от 1,65 до 1,42 при $r/r_d=1,55$.

В работе [254] в лабораторных контролируемых условиях проведено экспериментальное исследование нормированной индикатрисы и степени линейной поляризации рассеянного света в случае дымок и туманов при относительной влажности в диапазоне $0,77 \leq f \leq 0,99$. Приведенные в ней графики показывают отчетливо выраженное влияние относительной влажности на форму индикатрисы и степень линейной поляризации. К сожалению, по ряду причин возможно лишь качественное сопоставление наших расчетных данных с результатами работы [254]. Оно показывает совпадение с экспериментальными данными отмеченных тенденций развития зависимостей $I(f)$ и $P(f)$.

На рис. 4.11 изображен ход угловых зависимостей элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} . При обводнении частиц точка пересечения кривых $f_{33}(\beta)$ с осью абсцисс смещается в сторону больших углов. При переходе к более узким распределениям интервал углов рассеяния, при которых имеет место пересечение, смещается влево и заметно сужается. При $v=4$ кривые весьма близки друг к другу, за исключением небольшого интервала углов $\beta > 150^\circ$. Угловые зависимости элемента f_{43} малочув-

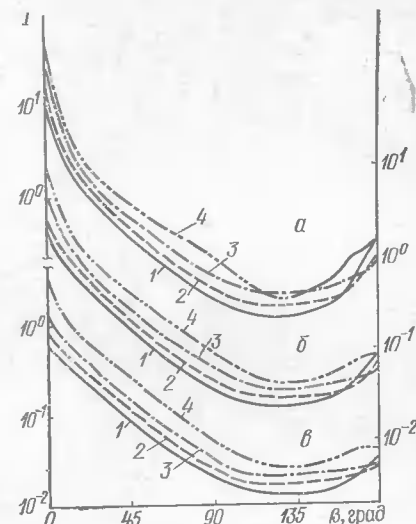


Рис. 4.9. Индикатрисы рассеяния света с $\lambda=0,6328$ мкм системами двухслойных частиц для $v=2,5$ (а), 3,0 (б), 3,5 (в) при $r/r_d=1$ (1), 1,125 (2), 1,27 (3), 1,55 (4). Правая шкала — б, левая верхняя — а, нижняя — в

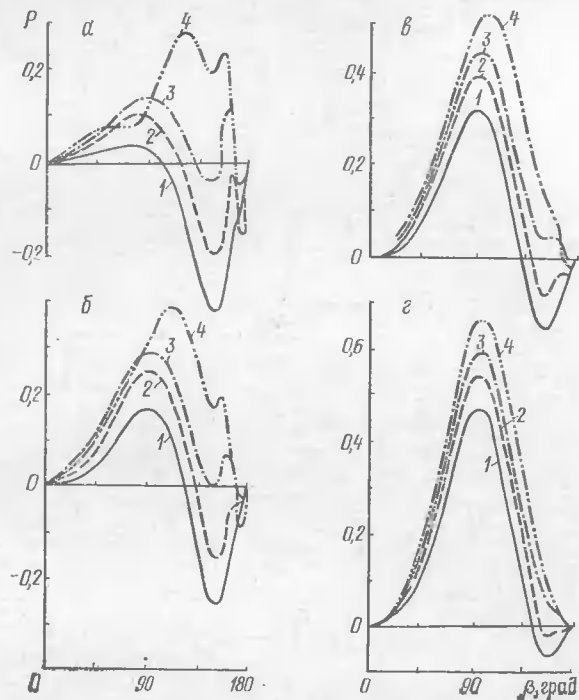


Рис. 4.10. Угловые зависимости степени линейной поляризации рассеянного света с $\lambda=0,6328$ мкм системами двухслойных частиц для $\nu=2,5$ (а), 3,0 (б), 3,5 (в), 4,0 (г) при $r/r_d=1$ (1), 1,125 (2), 1,27 (3), 1,55 (4)

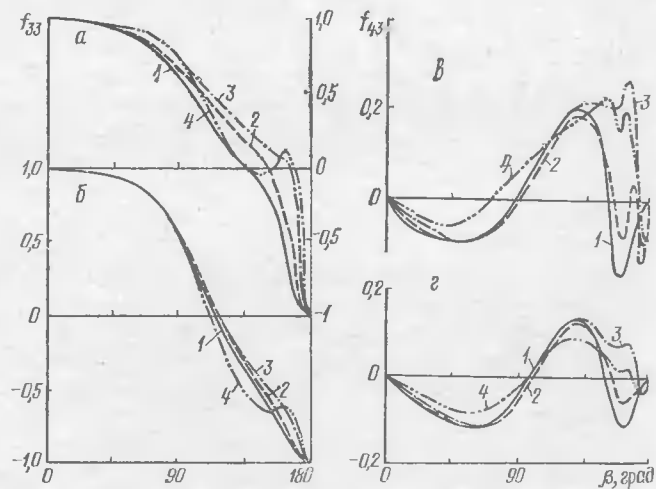


Рис. 4.11. Угловые зависимости элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} для $\nu=2,5$ (а, в), 3,5 (б, г) при $\lambda=0,6328$ мкм, $r/r_d=1$ (1), 1,125 (2), 1,27 (3), 1,55 (4)

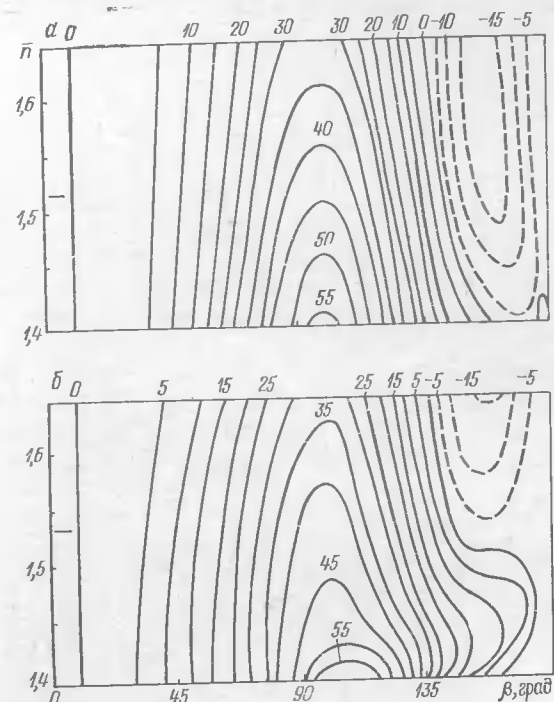


Рис. 4.12. Изолинии степени линейной поляризации света с $\lambda=0,6328$ мкм, рассеянного системами однородных (а) и двухслойных (б) частиц при $\nu=3,5$. Цифры у кривых — значения P , %. Знаком — отмечена область малых отрицательных значений P

ствительны к обводнению при углах рассеяния до $\beta \approx 130^\circ$. Наибольшая чувствительность наблюдается при $\beta \approx 165^\circ$.

Довольно сильные изменения степени эллиптичности поляризации рассеянного света (так же, как и степени линейной поляризации) происходят в интервале углов рассеяния $150^\circ < \beta < 180^\circ$. Поскольку f_{43} существенно зависит от процентного содержания крупных частиц, с увеличением параметра ν максимумы зависимости $f_{43}(\beta)$ понижаются. При этом область первого пересечения кривых с осью абсцисс смещается в сторону больших углов рассеяния. При $\nu \leq 3$ и r/r_d , соответствующих относительным влажностям $f \geq 0,75$, наблюдаются характерные раздвоенные экстремумы.

Из рис. 4.11 следует, чтобы наиболее чувствительными к изменению обводненности частиц и микроструктуры аэрозоля являются степень линейной поляризации P и степень эллиптичности поляризации q , особенно при больших углах рассеяния.

Более полную картину изменения степени линейной поляризации и степени эллиптичности поляризации с изменением угла рассеяния и среднего показателя преломления (на разных стадиях обводнения) можно получить с помощью графиков изолиний, проходящих через точку с одинаковыми значениями степени линейной поляризации и степени эллиптичности поляризации. Примеры таких графиков для $\nu=2,5$ и $3,5$ приведены на рис. 4.12—4.15 как для двухслойных, так и для однородных частиц. Для них характерно то, что ход кривых для однородных частиц более регулярен. Для распределений с $\nu=3,5$ максимум P имеет место при $\beta=100^\circ$, в случае двухслойных частиц с $\bar{n}<1,45$ наблюдается некоторое смещение максимума в область больших углов рассеяния.

Для распределения с $\nu=2,5$ положение максимума степени поляризации зависит от среднего показателя преломления. С увеличением \bar{n} максимум степени линейной поляризации для однородных частиц смещается в сторону $\beta<100^\circ$. В случае двухслой-

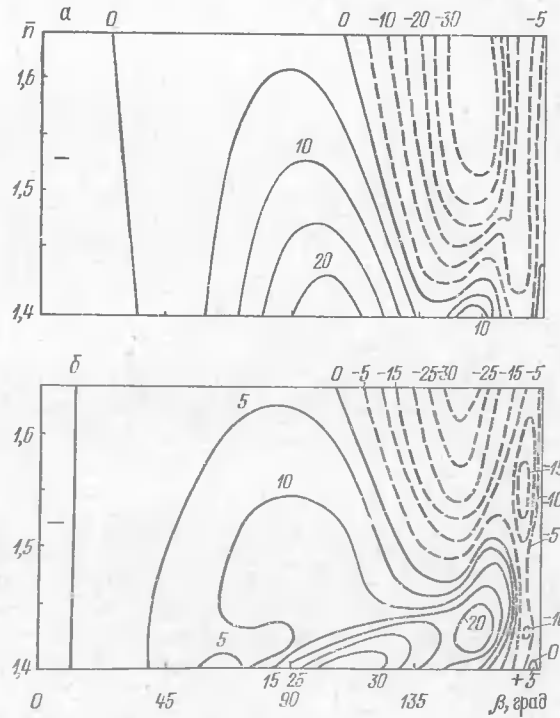


Рис. 4.13. Изолинии степени линейной поляризации света для $\nu=2,5$ при тех же условиях, что и на рис. 4.12

ных частиц положение максимума положительной степени поляризации меняется более сложным образом. При $\bar{n}<1,45$ он перемещается в область углов рассеяния $\beta=110-120^\circ$.

Отрицательная степень поляризации для распределений с $\nu=2,5$ в области больших углов рассеяния может достигать -30% . Ее абсолютное значение увеличивается с ростом \bar{n} . Размеры области отрицательных значений P существенно зависят от величины параметра ν .

Следует отметить более высокие значения градиентов положительной степени поляризации при высоких ν . При малых ν это относится к отрицательной степени поляризации. С увеличением параметра ν зависимость P от \bar{n} ослабевает. По мере удаления от $\beta=100^\circ$ кривые, соответствующие $P=\text{const}$, идут более круто. По-видимому, такой характер зависимости $P(\bar{n})$ обусловлен преобладанием мелких частиц.

На рис. 4.14, 4.15 представлены изолинии, соответствующие одинаковым значениям степени эллиптичности поляризации. Как и в предыдущем случае, можно заметить, что для однородных частиц картина изолиний более упорядоченная, чем для двухслойных.

Для систем однородных частиц значительно сильнее проявляется зависимость f_{43} от среднего показателя преломления. С уменьшением \bar{n} от 1,65 до 1,40 максимальные значения f_{43} возрастают более чем в три раза. Максимумы зависимости $f_{43}(\beta)$ соответствуют углам рассеяния $\beta=130-150^\circ$ и смещаются в сторону больших β при уменьшении \bar{n} .

Для двухслойных частиц экстремальные значения f_{43} значительно ниже (в 2,5—3 раза). Несколько шире область отрицательных значений f_{43} при малых углах рассеяния и при $\beta>150^\circ$. Особенно это заметно для широких распределений. При $\nu=2,5$ и

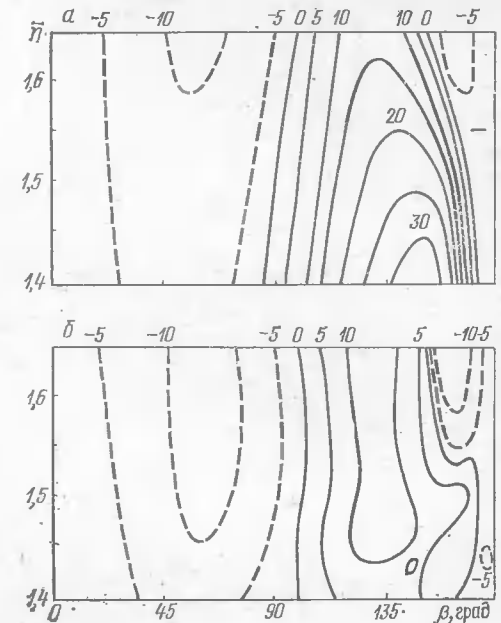


Рис. 4.14. Изолинии степени эллиптичности поляризации света с $\lambda=0,6328$ мкм, рассеянного системами однородных (а) и двухслойных (б) частиц при $\nu=3,5$. Цифры у кривых — значения f_{43} , %

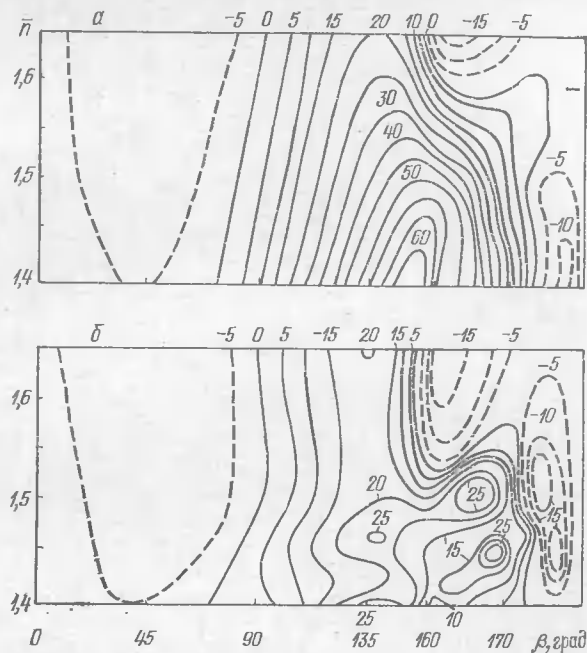


Рис. 4.15. Изолинии степени эллиптичности поляризации света для $\nu=2,5$ при тех же условиях, что и на рис. 4.14. При $\beta > 160^\circ$ масштаб по оси абсцисс увеличен в три раза

$\bar{n} < 1,55$ типичным является «островной» характер экстремумов f_{43} . При фиксированном \bar{n} наблюдаются раздвоенные максимумы $f_{43}(\beta)$ [96].

§ 4.5. СОПОСТАВЛЕНИЕ УГЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА СИСТЕМАМИ ДВУХСЛОЙНЫХ И ОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЦ

Влияние внутренней структуры частиц на угловые характеристики рассеяния, как было показано, может быть весьма существенным. Оно зависит от степени обводненности частиц, ширины распределения их по размерам и направлений рассеяния и различно для разных характеристик. Здесь приводятся результаты сопоставления рассеяния света системами двухслойных частиц и идентичными по микроструктуре системами однородных частиц с показателями преломления и поглощения, равными среднеобъемным значениям этих характеристик для двухслойных частиц.

Из табл. 4.9 видно, что различие интенсивностей рассеяния вследствие неоднородности частиц максимально в интервале углов рассеяния от 90° до 120° . При широких распределениях частиц по размерам оно существенно также для $\beta \approx 180^\circ$, особенно при наличии крупных частиц.

В табл. 4.10 приведены вычисленные значения степени линей-

ной поляризации $P = -f_{12}$ и элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} для систем однородных и двухслойных частиц. Поскольку влияние верхнего предела размеров частиц на значения этих величин невелико (см. § 4.1), результаты даны только для $r_{1к} = 3$ мкм. В некоторых случаях рассматриваемые характеристики рассеяния существенно изменяются при переходе от однородных частиц к двухслойным. В наибольшей степени это относится к элементу f_{43} .

На рис. 4.16—4.18 сопоставлены индикатрисы рассеяния, угловые зависимости степени линейной поляризации и элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} для систем двухслойных

Таблица 4.9. Значения отношения $I^{ДВ}/I^{ОДН}$ при $G = 0,2$; $\bar{n} = 1,51$; $\lambda = 0,6328$ мкм; $r_{1н} = 0,04$ мкм

β, град	ν=2,5		ν=3,5	
	r _{1к} , мкм			
	3	10	3	10
0	0,980	0,996	0,928	0,956
30	0,880	0,876	0,940	0,940
60	1,108	1,106	1,118	1,118
90	1,328	1,335	1,230	1,231
120	1,412	1,418	1,237	1,236
150	1,054	1,055	1,081	1,081
170	0,892	0,875	0,952	0,951
180	1,230	1,593	0,919	0,951

Таблица 4.10. Значения $-f_{12}$, f_{33} и f_{43} при $G = 0,2$, $\bar{n} = 1,509$; $\lambda = 0,6328$ мкм, $r_{1н} = 0,04$ мкм, $r_{1к} = 3$ мкм^{*)}

β, град	$-f_{12}$	f_{33}	f_{43}	$-f_{12}$	f_{33}	f_{43}
	Двухслойные частицы			Однородные частицы		
30	0,028	0,982	-0,067	-0,001	0,978	-0,065
	0,047	0,990	-0,064	0,023	0,987	-0,064
60	0,076	0,918	-0,084	0,034	0,899	-0,054
	0,205	0,912	-0,110	0,179	0,904	-0,090
90	0,133	0,738	-0,011	0,117	0,912	0,045
	0,419	0,579	-0,059	0,425	0,518	-0,011
120	0,063	0,429	0,142	0,026	0,148	0,255
	0,317	-0,039	0,082	0,308	-0,179	0,168
150	-0,097	0,162	0,176	-0,263	-0,124	0,434
	0,001	-0,447	0,077	-0,104	-0,534	0,227
170	-0,064	-0,152	0,182	-0,118	-0,424	0,072
	-0,013	-0,750	0,037	-0,110	-0,829	-0,011

*) Числитель — при $\nu = 2,5$, знаменатель — 3,5.

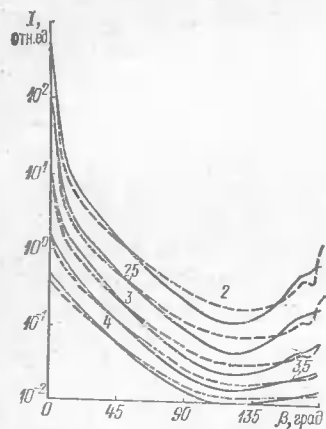


Рис. 4.16. Индикатрисы рассеяния света с $\lambda=0,6328$ мкм системами двухслойных частиц при $r/r_a=1,216$, $r_{d1}=0,01$ мкм, $r_{d2}=10$ мкм (штриховые линии) и соответствующими им системами однородных частиц с $n=1,51$ (сплошные). Цифры у кривых — значения ν

В § 4.2 уже упоминалась работа Туоми [159], в которой автор провел графическое сопоставление светорассеивающих свойств ансамблей частиц, характеризующихся одинаковым логнормальным распределением по размерам с $r_m=0,0368$ мкм, $\sigma=2,028$, но состоящих из трехслойных частиц — «луковиц», «средних сфер» — однородных частиц с показателем преломления, равным среднему объемному показателю преломления для трехслойных частиц, и «растворных сфер» — однородных частиц с показателем преломления, совпадающим с показателем преломления внешнего слоя трехслойных частиц — «луковиц».

Сравнение рис. 4.17 и рис. 4 работы [159] (для $f=0,7$) показывает, что ход зависимостей $I(\beta)$ для трехслойных частиц и «средних сфер» совершенно такой же, как и для рассматриваемых нами двухслойных и модельных однородных частиц со средним показателем преломления. Пересечение кривых наблюдается при тех же углах, при $\beta > 160^\circ$ — такая же немонотонность. При переходе от $\lambda=0,4$ к $0,7$ мкм область углов, в пределах которой слоистые частицы рассеивают свет сильнее, чем однородные со средним показателем преломления, несколько расширяется. Качественно это соответствует переходу к более мелким частицам или к более высоким значениям ν на рис. 4.17. При таком переходе область углов, в которой рассеяние двухслойными части-

частиц с $r/r_a=1,216$ ($f \approx 0,75$) и соответствующих систем однородных частиц с оптическими постоянными, равными средним по объему двухслойных частиц: $n=1,51$ и $k=0,003$. По мнению многих авторов, значения показателя преломления, близкие к $\bar{n}=1,50-1,52$, являются наиболее вероятными для аэрозольных частиц при средних относительных влажностях.

Как следует из рис. 4.16, при углах рассеяния $45^\circ < \beta < 150^\circ$ двухслойные частицы рассеивают сильнее, чем однородные. Различие максимально вблизи $\beta=110-120^\circ$ и может достигать от 20% при $\nu=4$ до 55% при $\nu=2$. В области углов рассеяния $\beta=35-40$ и $150-160^\circ$ кривые $I(\beta)$ для двух типов частиц пересекаются, рассеяние одинаковое. Для направления вперед индикатрисы тоже практически совпадают. При $\beta > 160^\circ$ индикатрисы становятся негладкими, особенно для двухслойных частиц.

цами выше, чем модельными однородными, тоже увеличивается. Заметим, что ход соответствующих кривых для растворных сфер сильно отличается от хода кривых для частиц — «луковиц» и «средних сфер».

В работе [255] представлена таблица вычисленных отношений интенсивностей рассеяния света при углах рассеяния от $\beta=0$ до 180° и разных относительных влажностях $f=0,1(0,1)0,8$ для двух ансамблей частиц, характеризующихся гамма-распределением по размерам с параметрами $\mu=6$, $r_0=0,04$ мкм при $\lambda=0,5$ мкм. Один ансамбль состоял из двухслойных частиц с $N_1=1,5+0,01i$ и толщиной растворной оболочки, меняющейся в зависимости от относительной влажности. Второй ансамбль образован частицами со среднеобъемным показателем преломления. Анализ табличных данных показывает, что максимальные отклонения индикатрис двухслойных и модельных однородных частиц в пределах 15—17% наблюдаются при углах рассеяния $\beta=5-10$ и $80-110^\circ$. Минимальные различия имеют место при $\beta=30-40$ и $150-160^\circ$. При $\beta \geq 40^\circ$ двухслойные частицы рассеивают свет сильнее, чем однородные.

Таким образом, эти результаты также находятся в хорошем согласии с результатами наших расчетов, приведенными на рис. 4.17. Количественное сопоставление не представляется возможным провести вследствие различий значений комплексного показателя преломления ядер частиц и разных типов распределений их по размерам, но качественное совпадение во всех случаях можно считать отличным.

В работе [164] при значительном обводнении ансамбля угольных частиц индикатрисы в области углов рассеяния $\beta > 150^\circ$, как

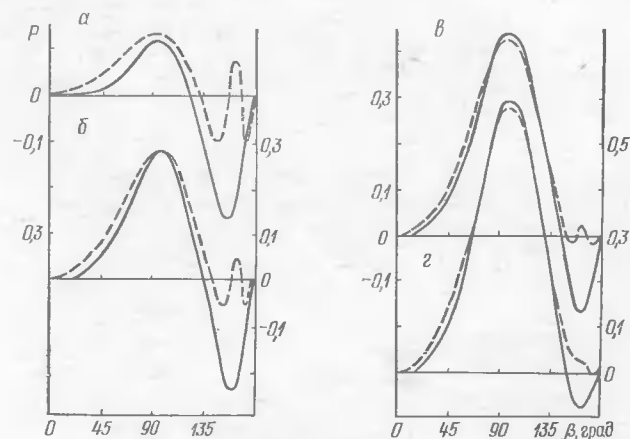


Рис. 4.17. Угловые зависимости степени линейной поляризации света с $\lambda=0,6328$ мкм, рассеянного системами двухслойных частиц с $r/r_a=1,216$ (штриховые линии) и однородных частиц с $n=1,51$ (сплошные) при $\nu=2,5$ (а), 3 (б), 3,5 (в), 4 (г)

и в случае рассмотренных нами аэрозольных частиц, приобретают немонотонный характер.

Рассмотрение угловых зависимостей степени линейной поляризации для систем двухслойных частиц и тождественных им в смысле распределения по размерам систем однородных частиц с показателем преломления, равным среднеобъемному показателю преломления двухслойных частиц, показывает, что при $\beta < 140^\circ$ они качественно одинаковы, хотя для более широких распределений количественное отличие хорошо заметно (см. рис. 4.17). Для углов рассеяния $\beta > 140^\circ$ имеют место отчетливо выраженные количественные и качественные различия (в случае двухслойных частиц появляется дополнительный максимум в районе $\beta \approx 165^\circ$). Интересно заметить также, что при $\nu = 3,5-4$ максимум степени линейной поляризации для однородных частиц несколько выше, чем для двухслойных, а при $\nu = 2,5$ наоборот. При $\nu = 3,5-4$ кривые $P(\beta)$ для двухслойных и однородных частиц пересекаются при $\beta \approx 80$ и 125° . Область отрицательных значений степени линейной поляризации для однородных частиц начинается при меньших углах рассеяния, чем для двухслойных [96, 98]. При $\nu \leq 3,5$ в случае двухслойных частиц появляется дополнительный максимум зависимости $P(\beta)$ в области $\beta \approx 165^\circ$.

Обращаясь снова к работе Туоми [159], находим, что при $f=0,7$ и $\lambda=0,4$ мкм наблюдаются все особенности, обнаруживающиеся на рис. 4.18 при $\nu=3,5-4$. Авторами работы [255] отмечается, что при угле рассеяния $\beta=80^\circ$ степень линейной поляризации не зависит от внутренней структуры частиц, а наиболее регулярные отличия имеют место в области углов $\beta=10-40^\circ$. На основе этого утверждается, что по величине отношения $P(10-40^\circ)/P(80^\circ)$ можно экспериментально установить, какая из рассматриваемых моделей частиц больше соответствует конкретным условиям.

Поскольку в работе [164] рассматривалось влияние обводнения на угловые зависимости степени линейной поляризации излучения, рассеянного системой частиц с очень сильно поглощающими ядрами (угольные частицы), сопоставление с результатами наших расчетов практически невозможно. Однако имеется один качественный признак, общий для обоих рассмотренных случаев. Таким общим признаком является усложнение хода зависимости $P(\beta)$ и появление дополнительных экстремумов (с переменной знаком P) при значительном обводнении частиц системы.

Сопоставление результатов наших расчетов с данными работ [159] и [255] показывает, что для систем мелкодисперсных частиц с узким распределением размеров отмеченные особенности поведения зависимостей $I(\beta)$ и $P(\beta)$ имеют много общего даже при значительном изменении относительной влажности.

Угловые зависимости элемента матрицы рассеяния f_{33} (см. рис. 4.18) при средних значениях относительной влажности наименее чувствительны к внутренней неоднородности частиц, одна-

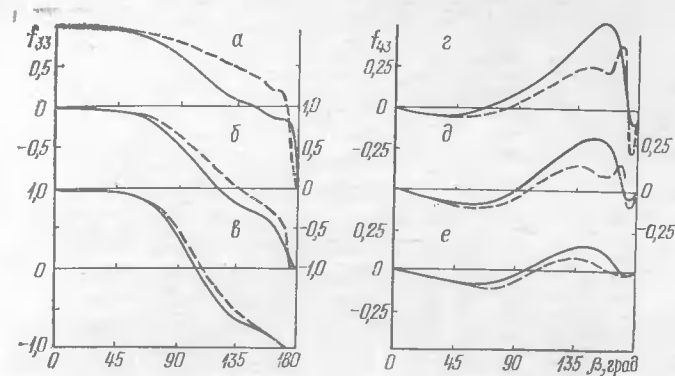


Рис. 4.18. Угловые зависимости элементов приведенной матрицы рассеяния f_{33} и f_{43} при $\nu=2$ (а, г), 3 (б, д), 4 (в, е). Остальные обозначения те же, что и на рис. 4.17

ко при $\nu=2, 2,5$ в области $90^\circ < \beta < 170^\circ$ различие в значениях f_{33} весьма существенное. Что же касается угловых зависимостей элемента f_{43} , то они имеют значительные количественные и качественные различия. При распределениях двухслойных частиц с $\nu \leq 3$ экстремум в области углов рассеяния $\beta \approx 150-170^\circ$ удваивается, что не отмечается для однородных частиц.

Для всех четырех рассмотренных характеристик в случае узких распределений, в которых преобладают мелкие частицы, графики, соответствующие двухслойным и однородным частицам, достаточно близки.

При $r/r_a=1,55$, что соответствует $\bar{n}=1,417$ ($f \sim 0,92$), отличие хода кривых $P(\beta)$ (рис. 4.19) более существенное, чем на рис. 4.17, особенно для широких распределений. Максимумы $P(\beta)$ для систем двухслойных частиц с $\nu=3,5-4$ более высокие, чем при меньших значениях относительной влажности. При $\nu < 3,5$ они смещены в сторону больших углов рассеяния. Область

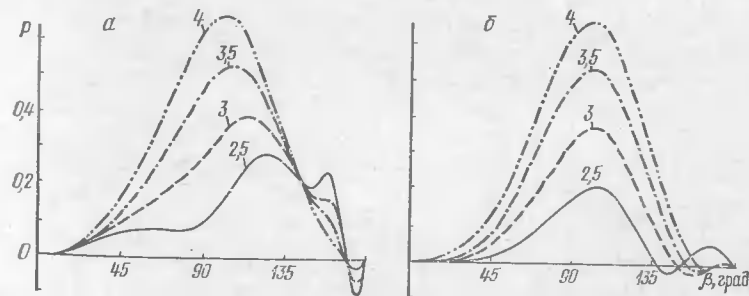


Рис. 4.19. Угловые зависимости степени линейной поляризации света с $\lambda=0,6328$ мкм, рассеянного системами двухслойных частиц с $r/r_a=1,55$ (а) и однородных частиц с $\bar{n}=1,417$ (б). Цифры у кривых — значения ν

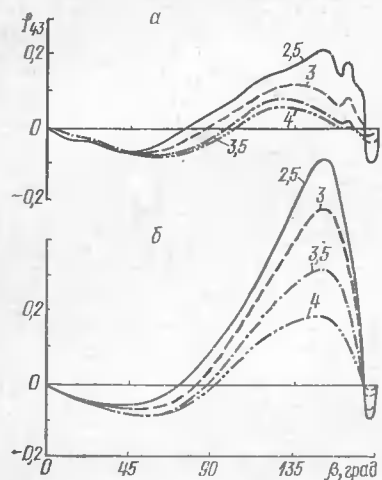


Рис. 4.20. Угловые зависимости степени эллиптичности поляризации рассеянного света. Обозначения те же, что на рис. 4.19

чения максимальной степени линейной поляризации для систем однородных и двухслойных частиц довольно близки. Заметное отличие наблюдается при $\bar{n} \leq 1,46$ ($f > 0,85$), особенно для более широких распределений. При $v \leq 2,5$ максимум поляризации в районе $\beta \approx 100^\circ$ размывается, но появляется новый, иногда даже более высокий, в районе $\beta \approx 140^\circ$ (см. рис. 4.19, а), что и находит отражение в разрыве штриховых кривых на рис. 4.21.

Экстремальные значения степени эллиптичности поляризации значительно ниже для систем двухслойных частиц, чем для однородных. Ход соответствующих кривых более сложен, особенно при значительном обводнении ($\bar{n} < 1,46$).

Из приведенных графиков следует, что наиболее характерными отличиями светорассеивающих свойств рассмотренных систем двухслойных частиц являются значительно более низкие, чем в случае однородных частиц, значения максимальной степени эллиптичности поляризации рассеянного света и более сложная зависимость этой величины от среднего показателя преломления, а при высоких влажностях и отличия максимальной степени поляризации, а также существенно различный ход зависимостей $P(\beta)$ и $q(\beta)$ при $\beta > 150^\circ$ (см. рис. 4.18, 4.19). Особо следует отметить раздвоение максимума зависимости $q(\beta)$ при $v \leq 3$ и $\beta \approx 150-170^\circ$ [96, 98].

Остановимся теперь на некоторых вопросах, связанных с показателем обратного рассеяния полидисперсных систем атмосферных частиц. Эта характеристика рассеяния света имеет особую актуальность в связи с проблемами лазерного зондирования

отрицательных значений степени линейной поляризации сильно сужена по сравнению с однородными частицами. Подобные изменения при увеличении f отмечаются и в работе [159]. Качественное и количественное различие зависимостей $f_{43}(\beta)$ для систем двухслойных и однородных частиц с ростом отношения r/r_d также возрастает (рис. 4.20).

На рис. 4.21 представлены зависимости максимальных значений степени линейной поляризации и степени эллиптичности поляризации ($q=f_{43}$) рассеянного излучения от среднего по объему частиц показателя преломления в широком интервале изменения относительной влажности воздуха. Можно видеть, что при малом обводнении ($\bar{n} = 1,50-1,65$) значения

атмосферы, ставшими в последние годы основой нового большого научного направления. Различным аспектам этого направления посвящено множество работ. В частности, влияние влажности на характеристики локационного рассеяния атмосферного аэрозоля обстоятельно рассмотрено в работе [12]. Наша задача в данном случае ограничивается рассмотрением только одного конкретного вопроса о влиянии внутренней структуры частиц на результаты зондирования. Этот вопрос особенно важен потому, что при интерпретации результатов лазерного зондирования атмосферы обычно представляют аэрозоль как совокупность либо капель воды, либо твердых частиц.

Зависимости отношения эффективных сечений обратного рассеяния двухслойных частиц и капель воды $\sigma_{обр}^{дв} / \sigma_{обр}^в$ от внешнего радиуса r_2 имеют сильно осциллирующий характер [232]. Величина этого отношения медленно приближается к единице по мере увеличения толщины водной оболочки. Амплитуда осцилляций возрастает при увеличении радиусов ядер двухслойных частиц. При $r_1 = 0,1$ мкм различие между эффективными сечениями обратного рассеяния двухслойных и водяных частиц, не превышающее $\pm 10\%$, наблюдается только при $r_2/r_1 \geq 9$. При $r_1 = 0,2$ мкм различие обратного рассеяния света двухслойными частицами атмосферного аэрозоля и каплями воды не превышает 25%, начиная с $r_2/r_1 \approx 11$. Наличие поглощения в ядре не уменьшает эти различия.

Отношение эффективных поперечных сечений обратного рассеяния света двухслойными частицами и однородными, состоящими из вещества ядра, тоже осциллирует с увеличением r_2 . Только при достаточно тонких оболочках отличие $\sigma_{обр}^{дв}$ от $\sigma_{обр}^{одн}$ невелико (не превышает 20% при $r_2/r_1 < 1,16$ и 1,08 для $r_1 = 0,05$ и 0,2 мкм соответственно).

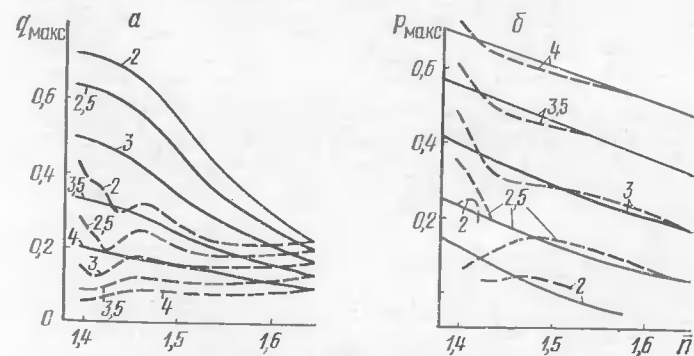


Рис. 4.21. Максимальные значения степени эллиптичности поляризации (а) и степени линейной поляризации (б) рассеянного света с $\lambda = 0,6328$ мкм для систем двухслойных (штриховые кривые) и соответствующих им систем однородных частиц (сплошные) при одинаковых средних по объему значениях показателя преломления. Цифры у кривых—значения v

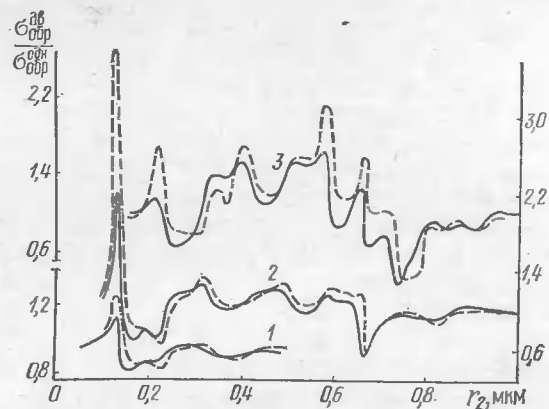


Рис. 4.22. Зависимости отношений $\sigma_{\text{обр}}^{\text{дв}}/\sigma_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ от внешнего радиуса частиц при равенстве средне-объемных показателей преломления двухслойных и однородных частиц, $\lambda=0,5$ мкм, $n_1=1,5$, $n_2=1,33$, $\kappa_2=0$, $r_1=0,05$ (1), 0,1 (2), 0,15 (3), $\kappa_1=0$ (сплошные кривые) и 0,1 (штриховые). Правая шкала — для 2, левая верхняя — для 3, нижняя — для 1

Результаты сравнения обратного рассеяния света обводненными и модельными однородными частицами с оптическими постоянными, усредненными по объему соответствующей двухслойной частицы, представлены на рис. 4.22. Зависимость $\sigma_{\text{обр}}^{\text{дв}}/\sigma_{\text{обр}}^{\text{одн}}(r_2)$ сильно осциллирует. С увеличением радиусов ядер амплитуда осцилляций резко возрастает. Для $r_1=0,05$ мкм $\sigma_{\text{обр}}^{\text{дв}}$ отличается не более чем на 10% от $\sigma_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ при $r_2/r_1 \geq 5$, для $r_1=0,1$ и 0,15 мкм — при $r_2/r_1 > 8$. Для больших радиусов ядер ($r_1=0,20$ и 0,25 мкм) различие между обратным рассеянием света двухслойными и однородными модельными частицами увеличивается и составляет 20—40% даже при $r_2/r_1 > 11$. Наличие поглощения в ядре приводит к увеличению различия эффективных поперечных сечений обратного рассеяния обводненных и модельных частиц по сравнению со случаем непоглощающих ядер. Заметим, что хотя разность $\sigma_{\text{обр}}^{\text{дв}} - \sigma_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ и является знакопеременной величиной, сумма этих разностей для ансамбля частиц может существенно отличаться от нуля даже при использовании модели однородных частиц с усредненным по объему значением показателя преломления.

В табл. 4.11 приведены отношения показателей обратного рассеяния для полидисперсных систем двухслойных частиц при различной степени обводнения ядер с комплексным показателем преломления $N=1,55+i0,015$, и идентичных им по микроструктуре систем модельных однородных частиц со значениями комп-

лексного показателя преломления, усредненными по объему соответствующих двухслойных частиц. Для сравнения приведены также отношения их показателей ослабления.

Из табл. 4.11 следует, что разница значений $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}$ и $K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ наименьшая для узких распределений (при $\nu=4$ отличие $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}$ от $K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ не превышает 25%). Но это отличие становится весьма значительным (в 2—3 раза) для систем с широкими распределениями размеров частиц. Ясно, что уже при разнице значений $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}$ и $K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$, превышающей 30—40%, используя свойства систем модельных однородных частиц, по показателю обратного рассеяния невозможно получить надежную информацию о свойствах ансамбля двухслойных частиц и более или менее корректно интерпретировать данные оптического зондирования.

Влияние обводнения частиц на показатель обратного рассеяния особенно очевидно на фоне практически полного (в пределах 5%) совпадения показателей ослабления для систем двухслойных и однородных частиц.

Как уже отмечалось в § 4.1, величина обратного рассеяния, как и рассеяния вперед, существенно зависит от наличия в системе крупных частиц. Если ограничить верхний предел интегрирования в (4.4.2) значением $r_{\text{дк}}=3$ мкм, то разница величин $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}$ и $K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ существенно уменьшается. В этом случае она не превышает 15—20% при $\nu=4$ вплоть до $r/r_d=1,7$; при $\nu=3,5$ до $r/r_d \approx 1,5$; при $\nu=3$ до $r/r_d=1,3$. Для более широких распределений и более

Таблица 4.11. Значения отношений $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}/K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ (числитель) и $K_{\text{обр}}^{\text{дв}}/K_{\text{обр}}^{\text{одн}}$ (знаменатель) для полидисперсных систем двухслойных и соответствующих модельных однородных частиц при различном обводнении и $\lambda=0,6328$ мкм, $n_1=1,55$, $\kappa_1=0,015$, $r_{\text{дн}}=0,04$ мкм, $r_{\text{дк}}=10$ мкм, $G=0,2$

r/r_d	\bar{n}	$\bar{\kappa}$	ν				
			2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
1,125	1,48	0,011	1,19	1,12	1,07	1,06	1,07
			1,00	1,00	1,01	1,03	1,04
1,216	1,45	0,0083	1,58	1,38	1,22	1,14	1,11
			1,00	1,00	1,01	1,03	1,04
1,270	1,44	0,0073	2,15	1,73	1,39	1,20	1,13
			0,99	0,99	1,00	1,01	1,05
1,350	1,42	0,0061	3,13	2,38	1,75	1,36	1,19
			0,99	0,99	0,99	1,01	1,03
1,426	1,41	0,0052	3,05	2,52	1,91	1,46	1,23
			0,99	0,99	1,00	1,01	1,03
1,720	1,37	0,0029	2,24	1,88	1,57	1,33	1,19
			0,99	0,99	1,00	1,01	1,02

высоких значений обводнения величины $K_{обр}^{дв}$ и $K_{обр}^{одн}$ и в этом случае различаются в 1,5—2 раза.

Поскольку при относительных влажностях $f \leq 0,95$ толщина водной или воднорастворной оболочки на превалирующих в континентальном аэрозоле смешанных ядрах конденсации обычно не превышает удвоенного радиуса ядра [68, 82], в большинстве реальных ситуаций влияние нерастворимых включений на обратное рассеяние проявляется самым существенным образом. Отмеченное различие показателей обратного рассеяния для систем двухслойных и модельных однородных частиц должно учитываться при интерпретации данных оптического зондирования атмосферных дымок, в которых могут преобладать частицы с резко выраженной внутренней структурой. В случае облаков и радиационных туманов, где внешне размеры частиц намного больше размеров ядер, их свойства могут быть отождествлены со свойствами водного аэрозоля как по ослаблению, так и по обратному рассеянию.

Значительный практический интерес представляет вопрос о возможности приближенного учета зависимости показателя обратного рассеяния от относительной влажности воздуха. Вернер [256] предлагает использовать для этой цели подход, примененный Хэнелом [41] в случае показателя ослабления (см. § 4.2). Он также полагает, что справедливо следующее соотношение:

$$\frac{K_{обр}(f_1)}{K_{обр}(f_2)} = \left[\frac{r_a(f_1)}{r_a(f_2)} \right]^2 \frac{dS_a(f_1)/d\Omega}{dS_a(f_2)/d\Omega}, \quad (4.5.1)$$

где Ω — телесный угол, S_a определено соотношением (4.2.6) и равно произведению $L_a k_a$, где L_a — число частиц в единице объема среды; k_a — усредненный по ансамблю частиц фактор эффективности ослабления.

Хэнел показал [41], что показатель ослабления отдельной частицы определяется величиной обобщенного параметра $\alpha_j = \frac{4\pi r_j}{\lambda} |N_j - 1|$, который в случае континентального аэрозоля не зависит от относительной влажности воздуха при $f \leq 0,9$. По аналогии с ним автор работы [256] предполагает, что с таким же основанием это положение применимо и к интенсивности обратного рассеяния. Тогда

$$\frac{K_{обр}(f_1)}{K_{обр}(f_2)} = \left[\frac{r_a(f_1)}{r_a(f_2)} \right]^2. \quad (4.5.2)$$

Используя формулу Кастана [67], связывающую радиус частиц с относительной влажностью воздуха, Вернер [256] приходит к формуле

$$\frac{K_{обр}(f_1)}{K_{обр}(f_2)} = \left(\frac{1-f_2}{1-f_1} \right)^{2e}, \quad (4.5.3)$$

которая аналогична (4.2.10).

Чтобы проверить справедливость этого утверждения, были выполнены расчеты значений отношения $K_{обр}^{дв}(f)/K_{обр}(0)$, результаты которых приведены на рис. 4.23. Из этого рисунка совершенно отчетливо видно, что о линейной зависимости показателя обратного рассеяния от геометрического поперечного сечения частиц (а следовательно, и от относительной влажности воздуха) можно говорить только для мелкодисперсных систем частиц с $v \geq 3,5$.

Действительно, в диапазоне значений $1,125 \leq r/r_d \leq 1,72$, что примерно соответствует интервалу изменения относительной влажности $0,6 \leq f \leq 0,94$, при $v=4$ с погрешностью менее 5% оканчивается справедливым соотношением $K_{обр}^{дв}(f)/K_{обр}(0) = 1,61(r/r_d)^2 - 0,83$. Для $v=3,5$ с погрешностью не более 7% можно записать $K_{обр}^{дв}(f)/K_{обр}(0) = 1,44(r/r_d)^2 - 0,68$.

Нетрудно убедиться, что коэффициенты приведенных двух уравнений, определяющие наклон аппроксимирующих прямых, с точностью 5—10% совпадают с соответствующими коэффициентами S из табл. 4.7, определяющими наклон прямых, аппроксимирующих соответствующие зависимости для показателей ослабления.

При $v < 3,5$ рассматриваемая зависимость существенно отличается от линейной. Это отличие тем сильнее, чем больше доля крупных частиц в полидисперсной системе. Этот вывод остается справедливым и в случае, когда верхний предел интегрирования в (4.4.2) снизить до $r_{dk} = 3$ мкм. Следовательно, формулы (4.5.2) и (4.5.3) применимы только к мелкодисперсным средам с узким распределением частиц по размерам.

В заключение этого параграфа рассмотрим вопрос о влиянии на обратное рассеяние образующихся на частицах тонких жидких пленок типа поверхностно-активных веществ. Как и в §4.3, рассмотрение в соответствии с работой [251] проведем для жидко-капельного аэрозоля и для дымок при $\lambda = 0,63$ мкм, $1,05 \leq n_2 \leq 2,0$, $n_2 = 0$ и толщине оболочек $0 \leq d \leq 0,04$ мкм. Распределение размеров частиц жидко-капельного аэрозоля, как и в предыдущем случае, описывается гамма-распределением, а для дымок — распределением типа Юнге. Толщина оболочек предполагается одинаковой на всех частицах ансамбля. Для обводненных частиц дымки отношение радиусов воднорастворной оболочки и ядра в

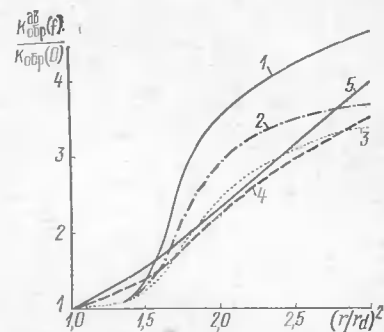


Рис. 4.23. Зависимости отношения показателей обратного рассеяния систем обводненных и сухих частиц от $(r/r_d)^2$ при $\lambda = 0,6328$ мкм, $N = 1,55 + 0,015i$, $r_{d1} = 0,04$ мкм, $r_{dk} = 10$ мкм, $G = 0,2$, $v = 2$ (1), 2,5 (2), 3 (3), 3,5 (4), 4 (5)

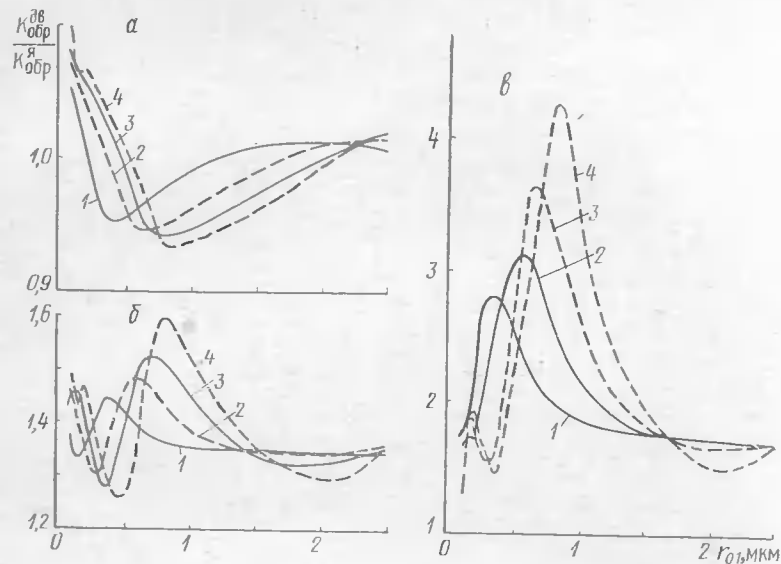


Рис. 4.24. Зависимости отношения показателей обратного рассеяния $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ от r_{01} для $n_2=1,1$ (а), 1,5 (б), 2,0 (в) при $n_1=1,33$, $n_1=0$, $n_2=0$, $d=0,01$ мкм, $\mu=2$ (1), 5 (2), 10 (3), 20 (4)

данном рассмотрении было выбрано равным $A=1,216$, что примерно соответствует относительной влажности воздуха $f \approx 0,75$.

В случае жидко-капельного аэрозоля зависимость отношения показателей обратного рассеяния полидисперсных систем капель с оболочками и систем тех же капель без оболочек от модального радиуса частиц исходной системы r_{01} имеет осциллирующий характер (рис. 4.24). При различных значениях показателя преломления оболочки двухслойной частицы характер осцилляций меняется. При $n_2 < n_1$ увеличение r_{01} сопровождается сначала уменьшением отношения $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ до значений, меньших единицы, затем это отношение незначительно возрастает. При $r_{01} < 0,2$ мкм для $\mu=2$; $r_{01} < 0,4$ мкм для $\mu=5$ и $r_{01} < 0,6$ мкм для $\mu=20$ показатель обратного рассеяния полидисперсной системы двухслойных частиц превышает показатель обратного рассеяния системы их ядер на 10–20%. В случае $n_2 > n_1$ отношение показателей обратного рассеяния $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ осциллирует более сильно при увеличении r_{01} , появляются области значений r_{01} и μ , где это отношение максимально. Например, как видно из рис. 4.24, $K_{обр}^{дв}$ в 3 раза превосходит $K_{обр}^я$ при $\mu=10$ и $0,5 < r_{01} < 0,9$ мкм и при $\mu=20$ и $0,6 < r_{01} < 1,1$ мкм в случае $n_2=2,0$, $d=0,01$ мкм. При увеличении показателя преломления оболочки отношение $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ существенно возрастает. Увеличение толщины оболочки двухслойной частицы сопровождается

Ростом отношения $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ при $r_{01} < 0,4$ мкм во всей рассмотренной области значений d ($0 \leq d \leq 0,03$ мкм), при $r_{01} \geq 0,4$ мкм только в интервале $0 \leq d \leq 0,02$ мкм. Причем при больших радиусах r_{01} ($r_{01} \sim 2$ мкм) величина отношения показателей обратного рассеяния не превышает 2,5–3,0 при всех μ и толщинах оболочек.

Исследования свойств полидисперсных систем частиц атмосферной дымки, покрытых оболочками из поверхностно-активного вещества, показали, что отношение $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ в большинстве случаев растет при увеличении показателя преломления, толщины оболочки и параметра ν (рис. 4.25, а). Только при значениях параметра $\nu \leq 2,5$ и $n_2 < 1,4$ обратное рассеяние системой двухслойных частиц меньше, чем обратное рассеяние системой их ядер, на 10–12%.

Заметим, что в случае обратного рассеяния отношение показателей $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ увеличивается гораздо быстрее, чем рассмотренное в § 4.3 отношение $K_o^{дв}/K_o^я$, и достигает более высоких значений. При $n_1=1,4$, $\nu=4$ и $n_2=2,0$ $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я \approx 17,5$, а $K_o^{дв}/K_o^я \approx 12,5$. Увеличение показателя преломления ядра двухслойной частицы в диапазоне $1,4 \leq n_1 \leq 1,7$ приводит к уменьшению отношения обратного рассеяния полидисперсной системы двухслойных частиц и их ядер.

Рассмотрим теперь отношения показателей обратного рассеяния систем трехслойных частиц, т. е. систем обводненных частиц атмосферной дымки, покрытых оболочками ПАВ, и систем двухслойных частиц без оболочек $K_{обр}^{тр}/K_{обр}^{дв}$ (рис. 4.25, б). Увеличение показателя преломления внешнего слоя n_3 также сопровождается

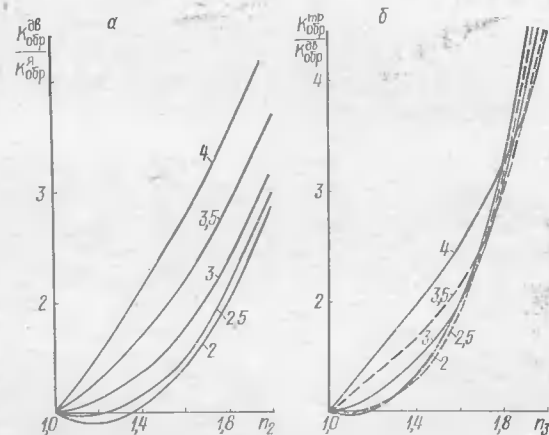


Рис. 4.25. Зависимости отношений $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^я$ от n_2 при $N_1=1,5+0,01i$ (а) и $K_{обр}^{тр}/K_{обр}^{дв}$ от n_3 при том же N_1 и $N_2=1,33+0i$ (б), $d=0,02$ мкм. Цифры у кривых — значения ν

ростом отношения показателей обратного рассеяния систем трехслойных и двухслойных частиц, но при $\nu \leq 3$ этот рост более крутой, чем для мелкодисперсных систем, характеризующихся значениями параметра $\nu > 3$. При $n_3 \geq 1,7$ обратное рассеяние систем с широкими распределениями размеров частиц превосходит обратное рассеяние систем с узкими распределениями размеров. В рассмотренной области параметров максимальное значение отношения показателей обратного рассеяния систем трехслойных и двухслойных частиц достигается при $n_3 \approx 2,0$ и $\nu = 2$ и составляет примерно 5,3.

Из сказанного следует, что и для жидко-капельного аэрозоля и для атмосферной дымки образование на частицах тонкой пленки с высоким показателем преломления может приводить к значительному (в несколько раз) повышению обратного рассеяния. При средних значениях n_3 этот эффект наиболее сильно проявляется в случае дымок (отношения $K_{обр}^{дв}/K_{обр}^{н}$ и $K_{обр}^{тр}/K_{обр}^{дв}$ увеличиваются в 2—3 раза). Очевидно, это обстоятельство также следует учитывать при интерпретации результатов оптического зондирования атмосфер.

§ 4.6. УГЛОВЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА СИСТЕМАМИ ОБВОДНЕННЫХ ЧАСТИЦ И РЕЗУЛЬТАТЫ НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Систематические измерения элементов матрицы рассеяния света атмосферным аэрозолем в природных условиях выполняются только в Институте физики атмосферы (ИФА) АН СССР [242, 257 и др.]. К сожалению, до недавнего времени оптические измерения в атмосферных дымках не сопровождалось измерением их микрофизических характеристик. Поэтому возможно лишь качественное сопоставление экспериментальных зависимостей с расчетными.

В работе [258] сделана попытка сравнения экспериментальных зависимостей $f_{ih}(\beta)$ с рассчитанными для модели однородных частиц. Из рис. 5 этой работы, в частности, следует, что наибольшие различия между расчетными и экспериментальными зависимостями обнаруживаются при углах рассеяния $\beta > 150^\circ$.

В § 4.4 и 4.5 было отмечено, что для систем двухслойных частиц имеет место существенно отличный от систем однородных частиц ход зависимостей $P(\beta)$ и $f_{43}(\beta)$ при $\beta > 150^\circ$. То же, хотя в несколько меньшей степени, относится к $I(\beta)$ и $f_{33}(\beta)$. Расхождение экспериментальных и расчетных данных в этой области углов рассеяния [258] может быть обусловлено тем, что в эксперименте наблюдались не однородные, а двухслойные частицы (или их вклад в картину рассеяния был преобладающим).

Вторым обращающим на себя внимание фактом является то, что на экспериментальных кривых, изображающих зависимости

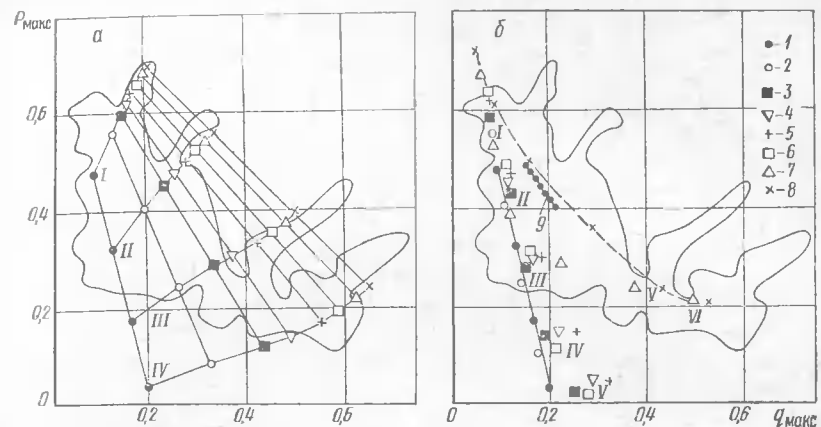


Рис. 4.26. Область экспериментальных данных [258] и расчетные значения P_{\max} , q_{\max} для систем однородных (а) и двухслойных (б) частиц с $\bar{n} = 1,65$ (I), 1,56 (2), 1,51 (3), 1,49 (4), 1,46 (5), 1,44 (6), 1,42 (7), 1,39 (8) при $\nu = 4$ (I), 3,5 (II), 3 (III), 2,5 (IV), 2 (V), 1,5 (VI)

$f_{43}(\beta)$ (см. рис. 19 [3], рис. 8 [242] и др.), при повышении относительной влажности воздуха появляются раздвоенные максимумы, сходные с полученными нами в расчетах для двухслойных частиц (см. рис. 4.18 и 4.21). Следует подчеркнуть, что в многочисленных расчетах для систем однородных частиц такое раздвоение максимумов не наблюдалось ни при каких значениях параметров, т. е. наличие раздвоенного максимума $f_{43}(\beta)$, по-видимому, — типичный признак для систем двухслойных частиц.

На рис. 1 работы [258] приведено большое количество экспериментальных данных о значениях P_{\max} и q_{\max} для атмосферных дымок, наблюдавшихся на Звенигородской базе ИФА АН СССР в течение нескольких лет. Если очертить всю совокупность представленных на этом рисунке экспериментальных точек замкнутой кривой, то получится некоторая область, изображенная на рис. 4.26. Будем называть ее областью экспериментальных данных (ОЭД). Густота полученных в экспериментах точек не одинакова в разных частях этой области. Наиболее высока она в зоне, соответствующей $0,27 \leq P_{\max} \leq 0,50$ и $0,1 \leq q_{\max} \leq 0,3$. Наименьшая густота точек отмечается в выступах с правой стороны области.

Условными значками на рис. 4.26, а нанесены точки, соответствующие полученным расчетным путем максимальным значениям степени линейной поляризации и степени эллиптичности поляризации для света, рассеянного полидисперсными системами однородных частиц с разной степенью обводнения (без учета молекулярного рассеяния). Такими же значками на рис. 4.26, б нанесены расчетные значения P_{\max} и q_{\max} для света, рассеянного полидисперсными системами двухслойных частиц. Здесь же

цифрой 9 отмечена совокупность таких же точек для систем частиц с ядрами, состоящими из нерастворимой двуокиси кремния и растворимого сульфата аммония.

При расчетах для однородных и двухслойных частиц, как уже указывалось ранее, было принято, что исходные ядра конденсации в обоих случаях имели $n_1=1,65$ и $\kappa_1=0,005$. Поскольку полученные нами расчетные данные для света с $\lambda=0,63$ мкм охватывали более широкий интервал значений \bar{n} , чем для $\lambda=0,55$ мкм, на графиках нанесены расчетные точки, соответствующие первой длине волны, хотя экспериментальные данные относятся ко второй. Сопоставление расчетных значений P_{\max} и q_{\max} для $\lambda=0,63$ и $0,55$ мкм, полученных при разных значениях метеорологической дальности видимости S_m , показало, что при переходе от $\lambda=0,63$ к $0,55$ мкм значения P_{\max} для соответствующих \bar{n} и ν уменьшаются в среднем на 2—3%, а значения q_{\max} увеличиваются в среднем на 2—4%. Учет молекулярного рассеяния приводит к тому, что при метеорологической дальности видимости $S_m=2,5, 5$ и 10 км вычисленные для аэрозольной составляющей значения P_{\max} увеличиваются соответственно на 2,5—3, 5—6 и 9,5—11,5%, а значения q_{\max} уменьшаются соответственно на 4, 7,5—8 и 14—15%.

Таким образом, можно считать, что нанесенные на рис. 4.26 расчетные значения P_{\max} и q_{\max} практически соответствуют случаю, когда $\lambda=0,55$ мкм и $S_m=2,5$ км.

Как уже отмечалось в § 4.5, монотонный ход зависимостей P_{\max} (q_{\max}) при постоянных ν и \bar{n} , наблюдающийся в случае систем однородных частиц, позволяет построить сетку кривых, проходящих через точки с одинаковыми значениями ν и \bar{n} . Эта сетка покрывает почти всю область экспериментальных данных. При этом часть сетки, которая соответствует более высокой степени обводнения частиц (меньшие \bar{n}), попадает в ту часть ОЭД, где густота точек мала. Линия, соответствующая $n=1,33$ (капельки воды), прошла бы за пределами этой области. Это связано с тем, что приведенные в [258] экспериментальные данные получены в основном для слабо увлажненных дымок.

На рис. 4.26, б точки, соответствующие системам слабо обводненных двухслойных частиц, сосредоточены в левой части ОЭД, где концентрация экспериментальных точек высока. И даже штриховая кривая, соответствующая $n=1,39$, проходит еще по части ОЭД с высокой густотой экспериментальных точек (см. рис. 1 работы [258]). Заметим, что как в случае однородных, так и в случае двухслойных частиц точки, соответствующие системам сухих и слабо увлажненных частиц с $\bar{n}\approx 1,65$ и $\nu<3$, выходят за пределы ОЭД. Очевидно, системы таких частиц реально характеризуются более высокими значениями параметра ν , т. е. в них преобладают частицы малых размеров. По мере обводнения происходит перестройка спектра размеров частиц в сторону его уширения.

Точки, соответствующие сильно обводненным системам частиц с $\nu=4$, также выходят за пределы ОЭД вверх. Но зато в эту область попадают точки, соответствующие $\bar{n}=1,39$ и $\nu=2-1,5$, т. е. системам сильно обводненных частиц с широким спектром размеров. Такое преобразование распределения частиц по размерам вполне соответствует выводам работ [4, 82].

При переходе к более высоким метеорологическим дальностям видимости точки, соответствующие P_{\max} , q_{\max} , должны смещаться на графиках вверх и влево. Тогда точки для систем частиц с $\bar{n}<1,51$ и $\nu=4$ также выйдут за пределы ОЭД. Чем меньше концентрация аэрозоля в атмосфере, тем менее вероятно существование узких распределений частиц (т. е. в основном мелких частиц) со значительной степенью обводнения. По-видимому, при малых концентрациях дисперсной фазы перестройка распределения частиц по размерам в сторону его уширения происходит быстрее, чем при высоких концентрациях. Это заключение также соответствует представлению об «иерархии» ядер конденсации по степени их активности (см. [4], с. 63) и соответственно различной скорости вовлечения их в конденсационный процесс в зависимости от концентрации и относительной влажности воздуха.

Можно заключить также, что вполне вероятно и существование двухслойных частиц, образовавшихся из ядер конденсации, основу которых составляет двуокись кремния в смеси с сульфатом аммония. Точки, соответствующие этим частицам, лежат внутри ОЭД, если $\nu>2,5$. Это значит, что в реальных ситуациях при проведении экспериментов, результаты которых представлены в работе [96], могли существовать как однородные, так и неоднородные частицы разных типов.

Как следует из рис. 4.26, области значений P_{\max} и q_{\max} соответствующих системам однородных и двухслойных частиц, перекрываются. Измерения только этих двух характеристик могут оказаться недостаточными для выяснения типа частиц. Уже отмечалось, что наиболее заметны различия при больших углах рассеяния. Это подтверждается и экспериментальными данными [46, 73, 223, 259]. В частности, в работах [46, 223] отмечается, что вследствие слоистости частиц, как и из-за неправильной их формы, обратное рассеяние может изменяться на порядок величины по сравнению с однородными сферическими частицами (при одинаковом показателе преломления). Ясно, что для надежной диагностики частиц нельзя ограничиться измерением только одной или двух характеристик рассеяния. Только комплексные измерения с привлечением угловых и спектральных зависимостей могут дать наиболее полную информацию о свойствах частиц, образующих аэрозоль.

В уже упоминавшейся работе [258] приведен пример удовлетворительного совпадения угловых зависимостей всех четырех измеренных ненулевых компонент матрицы рассеяния с расчи-

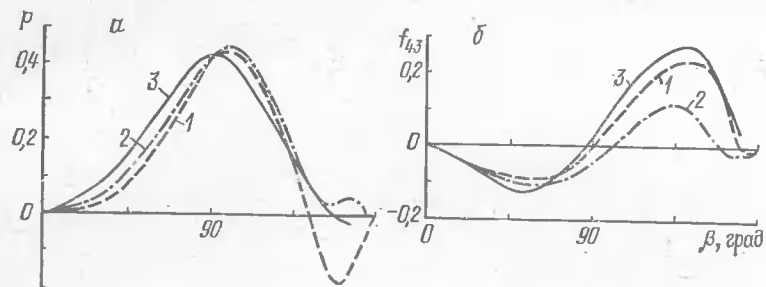


Рис. 4.27. Зависимости $P(\beta)$ (а) и $f_{43}(\beta)$ (б): расчет при $\lambda=0,55$ мкм, $\bar{n}=1,51$, $\nu=3,5$ для однородных (1) и двухслойных частиц с $G=0,3$ (2); экспериментальные данные работы [258] — 3

танными для модели однородных частиц с показателем преломления $n=1,5$, распределенных по степенному закону типа Юнге с $\nu=3,5$.

На рис. 4.27 представлены результаты сравнения экспериментальных данных [258] с расчетными для идентичных систем однородных и двухслойных частиц с $\bar{n}=1,51$. Как видно из рисунка, кривая $P(\beta)$ для двухслойных частиц показывает несколько лучшее совпадение с экспериментом, чем для однородных, особенно при $\beta < 90$ и $\beta > 130^\circ$. Что касается $f_{43}(\beta)$, то здесь ход кривой для системы двухслойных частиц заметно отличается от экспериментальной зависимости [96].

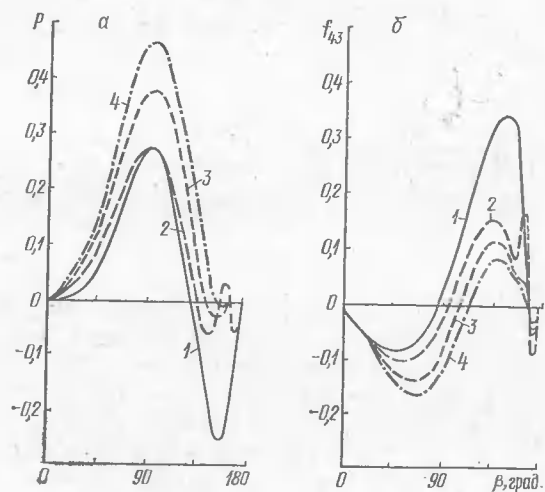


Рис. 4.28. Зависимости $P(\beta)$ (а) и $f_{43}(\beta)$ (б) для однородных (1) и двухслойных (2—4) частиц при $\nu=3$, $\lambda=0,55$ мкм, $n_1=1,65$, $G=0,2$, $\bar{n}=1,51$, $\kappa_1=0,005$ (2), 0,05 (3), 0,1 (4)

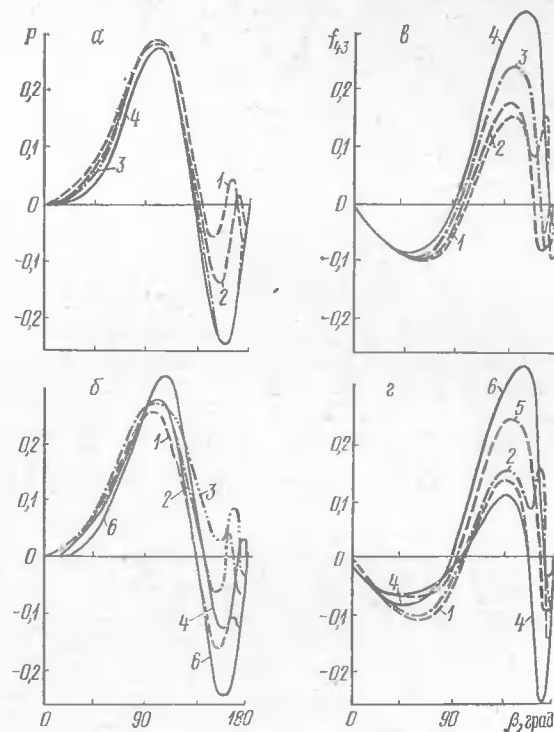


Рис. 4.29. Зависимости $P(\beta)$ (а, б) и $f_{43}(\beta)$ (в, г) для однородных и двухслойных частиц при $\nu=3$, $\lambda=0,55$ мкм: а, в — $G=0,2$, $\kappa_1=0,005$, $n_1=1,65$ (1), 1,60 (2), 1,55 (3), однородные (4); б, г — $n_1=1,65$, $\kappa_1=0,005$, $G=0$ (1), 0,2 (2), 0,5 (3), 0,7 (4), 0,9 (5), однородные $G=1$ (6)

Причины несовпадения расчетных и экспериментальных данных могут заключаться в несоответствии условиям эксперимента принятых в расчетах значений действительной и мнимой частей показателя преломления ядер конденсации или процентного содержания растворимого вещества.

Из рис. 4.28 видно, что увеличение показателя поглощения ядра (при неизменных \bar{n} и G) приводит к все более возрастающему различию рассматриваемых характеристик рассеяния света. Ход кривых на рис. 4.29, а, б свидетельствует о том, что уменьшение действительной части показателя преломления ядра от $n=1,65$ до 1,55 приводит к заметному сближению светорассеивающих свойств систем однородных и двухслойных частиц. (При расчетах средний по объему показатель преломления двухслойных частиц сохранялся неизменным: $\bar{n} \approx 1,51$ за счет изменения толщины водной оболочки.)

Следует заметить, что зависимость $P(\beta)$ при $\beta < 150^\circ$ весьма

малочувствительна к изменению показателя преломления ядра. Заметные изменения наблюдаются только при $150^\circ < \beta < 175^\circ$. Зависимость $f_{43}(\beta)$ в этом отношении значительно более чувствительна.

На рис. 4.29, в, г показаны зависимости $P(\beta)$ и $f_{43}(\beta)$ при постоянных значениях показателей преломления и поглощения, но меняющемся процентном содержании растворимого вещества в ядре конденсации. И в этом случае при $\beta < 145-150^\circ$ расхождение хода кривых $P(\beta)$ не очень велико: значения $P_{\text{макс}}$ различаются не более чем на 0,05. Существенно различный ход этой зависимости для разных G имеет место при $\beta > 145^\circ$.

Зависимость $f_{43}(\beta)$, как и в предыдущем случае, более чувствительна к изменению свойств ядра конденсации, чем $P(\beta)$. Сближение кривых $f_{43}(\beta)$ с соответствующей кривой для однородных частиц идет с некоторыми колебаниями высоты максимума вверх и вниз. При $G=0,9$ различие кривых в максимуме составляет примерно 0,09, при $G \geq 0,95$ кривые практически совпадают.

Таким образом, наблюдавшееся в работе [258] совпадение расчетных и экспериментальных данных возможно, если содержание растворимых веществ в ядрах конденсации выше чем 20—30%, а основную массу их образуют вещества с показателем преломления, близким к $n=1,55$ (например, NaCl , $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$, MgCl_2 , показатели преломления которых в видимой области спектра равны соответственно 1,54; 1,52 и 1,54).

А. Г. Лактионов [260] показал, что в континентальном аэрозоле среди содержащихся в частицах растворимых веществ преобладает сернокислый аммоний $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$. По данным [261], ионы SO_4 и NH_4 составляют более 70% растворимых веществ, содержащихся в больших частицах атмосферного аэрозоля. Что же касается доли растворимых веществ в ядрах конденсации, то, по утверждению авторов работ [66, 262], для европейских континентальных аэрозолей она может достигать 60% и более.

Отличия значений оптических постоянных ядра и процентного содержания растворимых веществ от принятых в расчетах могут быть связаны также с влиянием промышленных выбросов в атмосферу. Не исключено, что такое влияние могло иметь место и в случае дымок, наблюдавшихся авторами работы [258].

Как отмечалось выше, анализ и выводы настоящего параграфа носят качественный характер ввиду отсутствия необходимых сведений об условиях, в которых производились измерения. Однако рассмотренные примеры наглядно показывают, что применение модели двухслойных частиц и сопоставление результатов с экспериментальными данными открывает новые возможности для изучения свойств и диагностики атмосферных аэрозолей. Эти возможности значительно шире, чем при использовании традиционной модели однородных частиц.

§ 5.1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАССЕЯНИИ СВЕТА
СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ С ПЛАВНОЙ РАДИАЛЬНОЙ
НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородной сферической частице. Как и в предыдущих главах будем считать, что падающая волна ($\sim e^{-i\omega t}$) распространяется в положительном направлении оси z , а ее электрический вектор колеблется вдоль оси x . Предположим, что относительный показатель преломления частицы $n(r)$ является непрерывной и дифференцируемой функцией расстояния от центра сферы r ($n=n(r)$, $0 \leq r \leq a$, a — радиус сферы), относительная магнитная проницаемость равна единице, а поглощение внутри частицы отсутствует. Из уравнений Максвелла (2.1.1) можно получить векторные волновые уравнения для поля вне и внутри сферы с указанными свойствами. Вне сферы справедливо обычное волновое уравнение (2.1.2), а внутри сферы напряжениями электрического и магнитного полей удовлетворяют уравнениям:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_0^2 n^2(r) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0, \quad r \leq a, \quad (5.1.1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \frac{1}{n^2(r)} \nabla n(r) \times (\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r})) - k_0^2 n^2(r) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0. \quad (5.1.2)$$

Решениями векторного волнового уравнения (2.1.2) для области вне сферы являются векторные волновые функции для однородной среды $\mathbf{M}_{\text{oml}}(k_0 \mathbf{r})$ и $\mathbf{N}_{\text{oml}}(k_0 \mathbf{r})$, определяемые выражениями (2.3.1) — (2.3.2). Внутри сферы электрические волновые функции (обозначим их ${}^{(e)}\mathbf{M}$ и ${}^{(e)}\mathbf{N}$), удовлетворяющие уравнению (5.1.1), отличаются от магнитных волновых функций (обозначим их через ${}^{(h)}\mathbf{M}$ и ${}^{(h)}\mathbf{N}$), удовлетворяющих уравнению (5.1.2). Функция ${}^{(e)}\mathbf{M}$ вместе с ${}^{(h)}\mathbf{N}$ представляет так называемую TE -волну, а функция ${}^{(h)}\mathbf{M}$ вместе с ${}^{(e)}\mathbf{N}$ — TM -волну [136]. Аналитические выражения векторных волновых функций для радиально-неоднородной среды имеют вид [114]:

$${}^{(e)}\mathbf{M}_{\text{oml}}(\mathbf{r}) = \frac{G_l(k_0 r)}{k_0 r} m_{\text{oml}}(\theta, \varphi), \quad {}^{(h)}\mathbf{M}_{\text{oml}}(\mathbf{r}) = \frac{W_l(k_0 r)}{k_0 r} m_{\text{oml}}(\theta, \varphi), \\ {}^{(e)}\mathbf{N}_{\text{oml}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{n^2} \left[\frac{W_l(k_0 r)}{k_0^2 r^2} 1_{\text{oml}}(\theta, \varphi) + \frac{1}{k_0 r} W_l'(k_0 r) n_{\text{oml}}(\theta, \varphi) \right], \quad (5.1.3)$$

$${}^{(h)}N_{\sigma ml}(\mathbf{r}) = \frac{G_l(k_0 r)}{k_0^2 r^2} \mathbf{l}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) + \frac{1}{k_0 r} G'_l(k_0 r) \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi);$$

$${}^{(e)}N_{\sigma ml}(\mathbf{r}) = \frac{1}{n^2 k_0} \nabla \times {}^{(h)}M_{\sigma ml}(\mathbf{r}), \quad {}^{(h)}N_{\sigma ml}(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_0} \nabla \times {}^{(e)}M_{\sigma ml}(\mathbf{r}),$$

(5.1.4)

$${}^{(e)}M_{\sigma ml}(\mathbf{r}) = \frac{1}{n^2 k_0} \nabla \times {}^{(h)}N_{\sigma ml}(\mathbf{r}), \quad {}^{(h)}M_{\sigma ml}(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_0} \nabla \times {}^{(e)}N_{\sigma ml}(\mathbf{r}),$$

где $\mathbf{m}_{\sigma ml}$, $\mathbf{l}_{\sigma ml}$, $\mathbf{n}_{\sigma ml}$ — угловые векторные функции, определяемые соотношениями (2.3.2) и (2.3.35), а функции $G_l(k_0 r)$ и $W_l(k_0 r)$ являются регулярными в начале координат решениями линейных дифференциальных уравнений второго порядка, называемых радиальными уравнениями:

$$G''_l(\rho) + \left[n^2(\rho) - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] G_l(\rho) = 0, \quad (5.1.5)$$

$$W''_l(\rho) - \frac{d}{d\rho} \left[\ln n^2(\rho) \right] W'_l(\rho) + \left[n^2(\rho) - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] W_l(\rho) = 0, \quad (5.1.6)$$

где $\rho = k_0 r$. Из соображений удобства в данной главе параметр дифракции будем обозначать как $\rho_0 = k_0 a$. Решение уравнений (5.1.5), (5.1.6) является основным затруднением теории рассеяния на радиально-неоднородной сферической частице.

Электрическое поле внутри частицы представляется в виде разложения

$$\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}) = E_l \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [\alpha_l^{(e)} M_{01l}^{(1)}(\mathbf{r}) - i \beta_l^{(e)} N_{e1l}^{(1)}(\mathbf{r})], \quad (5.1.7)$$

а падающее и рассеянное поля определяются разложениями (3.1.3) и (3.1.4) соответственно. Магнитные поля можно найти с помощью соотношений (2.1.3) и (5.1.4). Подставив эти разложения в граничные условия на поверхности сферы (при $\rho = \rho_0$), получим систему линейных уравнений для коэффициентов разложения рассеянного (a_l , b_l) и внутреннего (α_l , β_l) полей, разрешая которую относительно коэффициентов получим:

$$a_l = \frac{\Psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left\{ 1 + \frac{i}{\Psi_l(\rho) \eta_l(\rho) \left[\frac{G'_l(\rho)}{G_l(\rho)} - \Gamma_l(\rho) \right]} \right\} \Big|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.8)$$

$$b_l = - \frac{\Psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left\{ 1 + \frac{in^2(\rho)}{\Psi_l(\rho) \eta_l(\rho) \left[\frac{W'_l(\rho)}{W_l(\rho)} - n^2(\rho) \Gamma_l(\rho) \right]} \right\} \Big|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.9)$$

$$\alpha_l = i / \{ \eta_l(\rho) [G'_l(\rho) - \Gamma_l(\rho) G_l(\rho)] \} \Big|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.10)$$

$$\beta_l = - in^2(\rho) / \{ \eta_l(\rho) [W'_l(\rho) - n^2(\rho) \Gamma_l(\rho) W_l(\rho)] \} \Big|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.11)$$

где $\Gamma_l(\rho)$ — определенная в § 2.4 логарифмическая производная функции $\eta_l(\rho)$. Поскольку структура выражений для полей вне и внутри радиально-неоднородной частицы полностью идентична структуре выражений для полей в случае однородной частицы (см. (2.3.26)), для расчета характеристик светорассеяния радиально-неоднородными частицами можно использовать формулы, приведенные в § 2.3. Отличие, естественно, состоит в том, что в случае однородных частиц в эти формулы входят амплитудные коэффициенты (2.3.12), а в случае радиально-неоднородных частиц — значительно более сложные коэффициенты (5.1.8), (5.1.9).

Таким образом, невыясненным теперь остается лишь вопрос о виде функций, которые дают решения радиальных уравнений (5.1.5) и (5.1.6). Прежде чем обратиться к его решению, проанализируем литературные материалы, относящиеся к вопросу о рассеянии излучения на радиально-неоднородных объектах различной физической природы.

Задача о рассеянии электромагнитного излучения на радиально-неоднородных сферических объектах впервые привлекла внимание исследователей в 40-х годах в связи с обсуждением идеи о возможности использования в качестве радиолокационных отражателей для коротковолнового диапазона сферически симметричных диэлектрических линз (линз Люнеберга, Итона и некоторых других). На начальном этапе изучения подобных объектов широко применялся метод геометрической оптики, основанный на рассмотрении хода лучей в линзе. Однако достаточно быстро выяснилось, что это элементарное рассмотрение даже при очень больших по сравнению с длиной волны размерах линз может давать явно неверные результаты. Неудовлетворительность геометрооптического подхода обусловила появление работ, в которых подобные задачи стали ставиться и разрешаться в виде граничных задач для уравнений Максвелла. Первое систематическое и подробное решение проведено Таем [263]. Несколько позднее вышли в свет работы [264—269]. В них рассматривались линзы с неоднородностью достаточно простого вида (как правило, с одним параметром), для которой радиальные уравнения решаются аналитически. Однако численных результатов опубликовано мало. Внимание исследователей привлек также вопрос о рассеянии на двухслойных линзах с однородным ядром и неоднородной оболочкой [270—272]. Обзор работ, выполненных в данном направлении до конца 60-х годов, приведен в монографии Керкера [206].

В 1962 г. появилась статья Вьятта [273] по оптической модели ядра. Развитый в ней подход не отличается от подхода, использованного в работах по диэлектрическим линзам. Позднее он был применен к другому объекту — низкотемпературному плазменному шару с диффузной границей [274, 275]. Своеобразие задачи в данном случае состоит в том, что диэлектрическая

проницаемость может принимать отрицательные значения, а также обращаться в нуль на некоторой поверхности $r=r_0$ (так называемая критическая точка). Это обстоятельство усложняет задачу, поскольку критическая точка является дополнительной особой точкой радиальных уравнений (5.1.5) и (5.1.6). Результаты работ Вьятта были использованы рядом авторов (см., например, [276—278]) для исследования рассеяния сферической плазменной областью в направлении назад в зависимости от частоты излучения.

Как указывалось выше, решения дифференциальных уравнений (5.1.5) и (5.1.6), определяющих поведение радиальных функций для гладкого профиля радиальной неоднородности, достаточно сложны. Чтобы обойти это затруднение, была выдвинута идея о замене радиально-неоднородной сферы сферой, разбитой на отдельные концентрические слои с постоянными оптическими свойствами в пределах каждого слоя (гладкий профиль радиальной неоднородности аппроксимируется ступенчатым). Чтобы упростить расчеты для многослойных частиц, используется аналогия между теорией сферической линии передачи и теорией рассеяния электромагнитных волн на сфере. При этом отпадает необходимость применения громоздких матриц, которыми оперируют при традиционном рассмотрении многослойной частицы. Подобный подход был теоретически развит в работе [163]. Однако этот метод, несмотря на внешнюю простоту и привлекательность, имеет существенный недостаток. Как показали расчеты [162], величина рассеянного поля, особенно для направления рассеяния назад, сильно зависит от числа слоев разбиения, т. е. с увеличением числа слоев приближение к асимптотическому значению происходит весьма медленно. По-видимому, здесь проявляется влияние отражений на границах слоев. Необходимость оценивать функции на каждой границе раздела слоев очень сильно усложняет расчеты. Этот метод оправдывает себя при расчетах характеристик рассеяния реальных многослойных объектов, однако целесообразность его применения к частице с плавной радиальной неоднородностью сомнительна.

Определенные возможности представляет замена радиально-неоднородной сферы многослойной сферой, в пределах каждого слоя которой оптические свойства изменяются по какому-то простому закону, например линейному, т. е. гладкий профиль аппроксимируется кусочно-линейным. Подобный подход развивался в работе [279]. Такая модель, несмотря на резкое усложнение расчета поля в каждом слое, по-видимому, может дать некоторые преимущества ввиду уменьшения количества слоев разбиения. Формальное решение для многослойной сферы, на границах слоев которой профиль радиальной неоднородности терпит разрывы, построено также в работе [280]. Насколько нам известно, конкретные расчеты с помощью указанной модели не проводились.

Возможен синтез этих двух подходов: в пределах некоторых

слоев оптические свойства изменяются по линейному закону, например в окрестности критической точки, оптические свойства остальных слоев постоянны. Эта модель использовалась в работе [281] для исследования влияния критического слоя в плазменном шаре на интенсивность обратного рассеяния.

Кроме упомянутых строгих методов решения задачи о рассеянии плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородном сферическом объекте в разное время были сделаны попытки использования приближенных подходов. В частности, известная теория Рэлея о рассеянии на малых частицах была распространена на радиально-неоднородные частицы [282]. Задача в данном случае сводится к решению упрощенного скалярного волнового уравнения, однако даже в этом упрощенном варианте оценка радиальных функций связана с расчетом гипергеометрических рядов. Точно так же сложна численная реализация развитого в работе [283] метода решения задачи рассеяния с помощью разложения характеристик рассеяния в ряд по отношению размера рассеивателя к длине волны. Хотя формально этот метод позволяет рассматривать частицы произвольной формы и с произвольной неоднородностью, практически он применим только к малым частицам.

Приближение Рэлея—Ганса («мягкие» частицы с малым фазовым сдвигом) для неоднородных сферических частиц разработано достаточно давно (см., например, [235]). Некоторое усовершенствование этой теории проведено Фароне [284]. На подобном же приближении «мягких» частиц основано рассмотрение в работах [285, 286].

В работе [287] к задаче дифракции плоской волны на шаре с произвольной (не обязательно радиальной) неоднородностью применен метод поперечных сечений, широко используемый в теории нерегулярных волноводов и резонаторов с медленно меняющимися параметрами. Решение получается в виде бесконечной системы уравнений. Эта система в общем случае неразрешима, однако если параметры сферы в азимутальном и меридиональном направлениях изменяются достаточно медленно, то можно оборвать систему и получить вполне пригодные для практики приближенные решения. В случае, когда неоднородность носит радиально-симметричный характер, бесконечная система уравнений распадается на простые подсистемы и конечные формулы совпадают с формулами, получаемыми при решении задачи методом разделения переменных.

В работе [288] к задаче о дифракции плоской электромагнитной волны на несферическом неоднородном объекте применен вариационный метод Галеркина. Этот подход фактически является обобщением метода разложения по сферическим гармоникам и точно к нему сводится, если объект имеет радиальную симметрию.

К задачам рассеяния излучения на радиально-неоднородных

объектах возможен также подход на основе интегральных уравнений [289]. Получающуюся систему интегральных уравнений нетрудно свести к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, решения которых находятся итерационной процедурой. Этот метод довольно точен, однако его применение не дает преимуществ по сравнению с обычным методом разделения переменных из-за больших затрат машинного времени.

Следует также отметить работу [290], в которой применено так называемое «инвариантное достраивание». Этот метод приводит к необходимости разрешения линейного дифференциального уравнения. Однако оно гораздо сложнее уравнений (5.1.4) и (5.1.5), появляющихся при обычном разделении переменных, и допускает лишь численное решение.

Таким образом, анализ литературных данных позволяет сделать вывод, что наиболее простым и удобным для расчетов способом решения задачи о рассеянии плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородном сферическом объекте является подход, основанный на прямом разделении переменных в сферических координатах, описанный в начале этого параграфа. Применение других методов вряд ли целесообразно, так как они или необоснованно усложняют задачу, или дают недостаточно точные результаты.

Возвратимся теперь к радиальным уравнениям (5.1.5), (5.1.6). Конкретный вид этих уравнений и, следовательно, их решений зависит от выбора профиля показателя преломления $n = n(\rho)$. Следует отметить, что уравнения типа (5.1.5), (5.1.6) возникают также при рассмотрении достаточно далеких от задач рассеяния света вопросов распространения электромагнитного излучения (в частности, излучения диполя) в неоднородной атмосфере Земли (см., например, [291—293]). В этих работах получены аналитические решения уравнений (5.1.5), (5.1.6) для некоторых профилей радиальной неоднородности оптических свойств атмосферы. Результаты упомянутых и аналогичных работ остались, по-видимому, неизвестными для исследователей, занимавшихся изучением рассеяния на радиально-неоднородной сфере, что в ряде случаев привело к повторному выводу аналитических решений для некоторых профилей.

В принципе к радиальным уравнениям можно применить методику прямого численного интегрирования. Такой подход уже был использован в [264, 273, 274, 294, 295], однако он имеет весьма существенные недостатки. Во-первых, для каждого набора входных параметров надо решать несколько десятков радиальных уравнений (перебор по l). Во-вторых, функции W_l и G_l очень сильно осциллируют и стандартные численные методы интегрирования дифференциальных уравнений не годятся. По этим причинам конкретный расчет при использовании этого метода весьма затруднителен.

Гораздо более удобен развитый в работе [268] подход, осно-

ванный на введении так называемых амплитудных и фазовых функций, которые являются слабо осциллирующими. Ряд авторов [276, 277, 296] для численного решения радиальных уравнений использовал аналогию между этими уравнениями и волновым уравнением Шредингера, описывающим рассеяние частиц в поле центральной силы. При этом были применены развитые для решения уравнения Шредингера приближенные методы, в частности ВКБ-метод.

На наш взгляд, наиболее предпочтительно получение аналитических решений радиальных уравнений, поскольку только они дают возможность проведения систематического анализа и получения приближений. В этой связи следует отметить работы Весткотта [297, 298], который рассмотрел радиальные уравнения (5.1.5), (5.1.6) с точки зрения общей теории дифференциальных уравнений и дал полный перечень профилей радиальной неоднородности, при которых эти уравнения имеют аналитические решения в виде функций не сложнее гипергеометрических. Знакомство с этим перечнем значительно облегчило бы поиск аналитических решений задачи о дифракции на неоднородной сфере, но указанные публикации Весткотта остались вне поля зрения исследователей, чему немало способствовал их формально-математический характер.

Как показано в работе [298], уравнения (5.1.5), (5.1.6) одновременно разрешаются через гипергеометрические функции или их вырожденные формы в шести случаях:

$$\begin{aligned} \text{А) } n(\rho) &= a\rho^b, & \text{Б) } n(\rho) &= a/\rho \ln b\rho, \\ \text{В) } n(\rho) &= a/\rho \sqrt{\ln b\rho}, & \text{Г) } n(\rho) &= a/\rho (1 + b\rho^c), \\ \text{Д) } n(\rho) &= a\rho^{c/2-1}/(1 + b\rho^2), & \text{Е) } n(\rho) &= a/\rho \sqrt{1 + b\rho^c}, \end{aligned} \quad (5.1.12)$$

где a, b, c — произвольные постоянные. Для профиля А оба радиальных уравнения разрешаются через функции Бесселя; для профиля Б электрическое радиальное уравнение (5.1.5) разрешается через функции Бесселя, а магнитное радиальное уравнение (5.1.6) — через функции Уиттекера; для профиля В оба уравнения разрешаются через функции Уиттекера, а для профилей Г, Д, Е — через гипергеометрические функции. Двухпараметрические профили А—В непригодны для описания светорассеивающих свойств неоднородной частицы, поскольку в начале координат они имеют нулевую или сингулярную точку. Их можно, однако, применить к двухслойной частице с однородным ядром и неоднородной оболочкой [202, 270, 272, 299]. Трехпараметрические профили Г, Д, Е не имеют внутри частицы нулевых и сингулярных точек лишь при значениях $c=1$ (Г); 2 (Д) и 2 (Е). Таким образом, остается всего лишь три двухпараметрических профиля, пригодных для описания неоднородности атмосферных частиц:

$$\begin{aligned} \text{а) } n(\rho) &= n_0/(1 + b_1\rho); \quad \text{б) } n(\rho) = n_0/(1 + b_2\rho^2); \\ \text{в) } n(\rho) &= n_0/\sqrt{1 + b_3\rho^2}, \end{aligned} \quad (5.1.13)$$

где n_0 — значение показателя преломления в центре частицы; b_1, b_2, b_3 — постоянные коэффициенты. Вид этих профилей показан на рис. 5.1, I.

В работах [241, 300—304] нами рассмотрены решения радиальных уравнений (5.1.5), (5.1.6) для профилей (5.1.13) а) — в). Они выражаются через гипергеометрические функции. Например, для профиля б):

$$W_l(\rho) = \rho^{l+1} |b_2\rho^2 - 1|^{-0,5(\sqrt{1+n_0^2/b_2+1})} F_{1l}(\sigma_l, \chi_l, \gamma_l; -b_2\rho^2), \quad (5.1.14)$$

$$G_l(\rho) = \rho^{l+1} |b_2\rho^2 - 1|^{-0,5(\sqrt{1+n_0^2/b_2+1})} F_{2l}(\delta_l, \nu_l, \gamma_l; -b_2\rho^2). \quad (5.1.15)$$

Подставив эти решения в выражения для амплитудных коэффициентов рассеянного поля (5.1.8), (5.1.9), получим

$$a_l = \frac{\Psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left\{ 1 + \frac{i}{\Psi_l(\rho)\eta_l(\rho) \left[\frac{l+1}{\rho} - \Gamma_l(\rho) + f_{2l} \right]} \right\} \Bigg|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.16)$$

$$b_l = -\frac{\Psi_l(\rho)}{\eta_l(\rho)} \left\{ 1 + \frac{in^2(\rho)}{\Psi_l(\rho)\eta_l(\rho) \left[\frac{l+1}{\rho} - n^2(\rho)\Gamma_l(\rho) + f_{1l}(\rho) \right]} \right\} \Bigg|_{\rho=\rho_0}, \quad (5.1.17)$$

$$\begin{aligned} \text{где } f_{1l} &= -\rho \frac{b_2 + \sqrt{b_2(b_2 + n_0^2)}}{b_2\rho_0^2 + 1} - \rho \frac{F_{3l}}{F_{1l}} \left[\frac{b_2(2l+1)}{2l+3} - b_2(b_2 + n_0^2) + \right. \\ &+ \left. \frac{n_0^2}{2l+3} \right], \quad f_{2l} = -\rho \frac{b_2 - \sqrt{b_2(b_2 + n_0^2)}}{b_2\rho_0^2 + 1} - \rho \frac{F_{4l}}{F_{2l}} \left[b_2 - \sqrt{b_2(b_2 + n_0^2)} + \right. \\ &+ \left. \frac{n_0^2}{2l+3} \right], \quad b_2 = (n_0 - n_1)/\rho_0^2 n_1, \quad n_1 \text{ — значение показателя преломления на границе частицы, } F_{1l} = F(\sigma_l, \chi_l, \gamma_l; -b_2\rho^2), F_{2l} = \\ &= F(\delta_l, \nu_l, \gamma_l; -b_2\rho^2), \quad F_{3l} = F(\sigma_l + 1, \chi_l + 1, \gamma_l + 1, -b_2\rho^2), \\ &F_{4l} = F(\delta_l + 1, \nu_l + 1, \gamma_l + 1; -b_2\rho^2) \text{ — гипергеометрические функции с параметрами } \\ &\frac{\sigma_l}{\chi_l} = \frac{1}{2} \left[l + \frac{3}{2} - \sqrt{1 + n_0^2/b_2} \pm \sqrt{l^2 + l + 9/4} \right], \\ &\Psi_l = l + \frac{3}{2}, \quad \delta_l = l + 1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 + n_0^2/b_2}, \quad \nu_l = \frac{l}{2} - \frac{1}{2} \times \\ &\times \sqrt{1 + n_0^2/b_2}. \end{aligned}$$

Для профилей (5.1.13) а) — в) задаются значения показателя преломления n_0 в центре частицы и на ее границе n_1 . Ход показателя преломления между ними четко зафиксирован, что ограничивает возможности применения этих профилей к конкретным

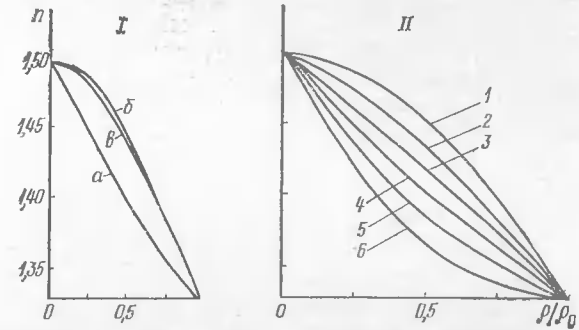


Рис. 5.1. Зависимость показателя преломления от относительной радиальной координаты при $n_0=1,5$, $n_1=1,33$: I — по (5.1.13); II — по (5.1.19) при $q' = 0$ (1), 0,1 (2), 0,3 (3), 0,4 (4), 0,5 (5), 0,5439 (6)

объектам. В связи с этим нами рассмотрен профиль более общего вида, включающий профили а) и в) в качестве частных случаев [301, 304]. Его можно записать как

$$n(\rho) = n_0 (1 + a_1\rho + a_2\rho^2)^\alpha, \quad (5.1.18)$$

где a_1, a_2, α — вещественные постоянные. В данном рассмотрении мы ограничимся действительными показателями преломления, полагая поглощение пренебрежимо малым. В связи с этим условимся при нецелом α выбирать арифметическое значение корня.

Профиль (5.1.18) можно записать в нормированном виде:

$$n(x) = n_0 \{ 1 + q'x + [(n_1/n_0)^{1/\alpha} - 1 - q']x^2 \}^\alpha, \quad (5.1.19)$$

где $x = \rho/\rho_0$, $q' = a_1/\rho_0$. Выбором параметра q' можно варьировать ход профиля показателя преломления между крайними значениями n_0 и n_1 (рис. 5.1, II). Вообще говоря, в зависимости от значений параметра q' и отношения n_1/n_0 получаются различные типы профилей, как монотонные, так и с экстремумами. Варьируя q' и α , можно описать практически любую реальную зависимость $n(x)$.

Можно показать (см. [301, 304]), что монотонный ход $n(x)$ имеет место в следующих случаях:

1) если $\alpha > 0$ и $n_1/n_0 < 1$, или $\alpha < 0$ и $n_1/n_0 > 1$, при значениях q' из интервала $h < q' \leq 0$;

2) если $\alpha > 0$ и $n_1/n_0 > 1$, или $\alpha < 0$ и $n_1/n_0 < 1$, при значениях q' из интервала $0 < q' \leq h$, где $h = 2[(n_1/n_0)^{1/\alpha} - 1]$. Подставив (5.1.18) в уравнения (1.5.5), (1.5.6), получим

$$\frac{d^2W_l}{d\rho^2} - \frac{2\alpha(a_1 + 2a_2\rho)}{1 + a_1\rho + a_2\rho^2} \frac{dW_l}{d\rho} + \left[\frac{n_0^2\rho^2(1 + a_1\rho + a_2\rho^2)^{2\alpha} - l(l+1)}{\rho^2} \right] W_l = 0, \quad (5.1.20)$$

$$\frac{d^2G_l}{d\rho^2} + \left[\frac{n_0^2\rho^2(1 + a_1\rho + a_2\rho^2)^{2\alpha} - l(l+1)}{\rho^2} \right] G_l = 0. \quad (5.1.21)$$

В окрестности точки $\rho=0$ решения дифференциальных уравнений (5.1.20) и (5.1.21) можно представить в виде рядов по степеням ρ с ненулевым радиусом сходимости [301, 304]

$$W_l = \rho^{p_l} \sum_{m=0}^{\infty} c_{lm} \rho^m, \quad (5.1.22)$$

$$G_l = \rho^{s_l} \sum_{m=0}^{\infty} d_{lm} \rho^m, \quad (5.1.23)$$

где p_l, s_l, c_{lm}, d_{lm} — постоянные, подлежащие определению.

Условия сходимости рядов (5.1.22) и (5.1.23) подробно исследованы в работе [301]. В ней показано также, что из всех возможных случаев наиболее простым и удобным для расчетов является случай $\alpha = -1/2$.

При этом значении α $p_l = s_l = l + 1$, а коэффициенты c_{lm} и d_{lm} находятся из рекуррентных соотношений

$$c_{lm} = \frac{1}{m(2l+m+1)} \{a_1(l-2lm-m^2)c_{l,m-1} + [a_2(2l+m)(1-m) - n_0^2]c_{l,m-2}\}, \quad (5.1.24)$$

$$d_{lm} = \frac{1}{m(2l+m+1)} \{a_1(2l+m)(1-m)d_{l,m-1} + a_2(2-m)(2l+m-1)d_{l,m-2}\}. \quad (5.1.25)$$

Начальные значения коэффициентов равны: $c_{l0} = d_{l0} = 1$, $c_{l1} = a_1/2$, $d_{l1} = l^2 a_1/2(l+1)$. Таким образом, соотношения (5.1.24) и (5.1.25) в совокупности с (5.1.22) и (5.1.23) определяют радиальные функции W_l и G_l , входящие в выражения для амплитудных коэффициентов (5.1.8) и (5.1.9) в случае профиля (5.1.18). Практические вопросы, связанные с расчетами по приведенным формулам, рассмотрены в работах [241, 302—304] и в § 5.2.

§ 5.2. СРАВНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫМИ, ОДНОРОДНЫМИ И ДВУХСЛОЙНЫМИ ЧАСТИЦАМИ АТМОСФЕРНОГО АЭРОЗОЛЯ

В настоящее время отсутствуют конкретные сведения о характере неоднородностей, могущих возникать в частицах атмосферного аэрозоля. Нашей целью было выяснить, чем различаются светорассеивающие свойства радиально-неоднородных частиц по сравнению с однородными и двухслойными. Расчеты проводились как для случаев, описываемых профилями (5.1.13), так и для профиля (5.1.18). Входящие в расчетные формулы функции Рикатти—Бесселя и Рикатти—Ханкеля, а также угловые функции рассчитывались по методике, описанной в § 2.4. Главное затруд-

нение в случае профилей а)—в) возникало при расчете гипергеометрических функций. Эти функции рассчитывались в виде степенных рядов по ρ_0 , сходимость и устойчивость которых ухудшается при увеличении размера частицы. Точность расчета контролировалась двояким образом. С одной стороны, при очень близких n_0 и n_1 возможно сравнение характеристик рассеяния радиально-неоднородной частицей с характеристиками для соответствующей однородной частицы. С другой стороны, алгоритм для профиля (5.1.19) включает профили а) и в) в качестве частных случаев, что позволяло провести контрольные вычисления. При расчетах с двойной значностью в диапазоне $0 < \rho_0 \leq 10$ обеспечивается точность не менее 6 значащих цифр, в диапазоне $10 \leq \rho_0 \leq 12$ —5 цифр, в диапазоне $12 \leq \rho_0 \leq 14$ —4 цифр. Погрешности возникают из-за нестабильности счета знакопеременных степенных рядов, возникающей в тех случаях, когда абсолютная величина отдельных членов ряда намного превышает абсолютную величину суммы ряда. При расчетах по формулам (5.1.22), (5.1.23) нестабильность счета не наблюдается, хотя сами ряды сходятся весьма медленно. Затраты машинного времени приблизительно в 2—3 раза больше, чем на аналогичные расчеты для профилей а) и в).

Рассчитывались факторы эффективности рассеяния, индикатрисы и элементы приведенной матрицы рассеяния для радиально-неоднородных непоглощающих частиц с $n_0 = 1,5$; $n_1 = 1,33$ и параметрами $q' = 0; 0,1; 0,2; 0,2556; 0,3; 0,4; 0,5; 0,5439$. Указанный диапазон изменения параметра q' охватывает все монотонные убывающие профили, получаемые из (5.1.19) (рис. 5.1, II). При $q' = 0$ и 0,2556 профиль (5.1.19) совпадает соответственно со случаями в) и а).

Расчеты k_p показали, что при выбранных значениях n_0 и n_1 результаты расчетов для профилей б) и в) практически совпадают. Для профиля а) результаты качественно весьма сходны с соответствующими результатами для других профилей, хотя небольшое количественное различие, конечно, имеется.

Полученные результаты сравнивались с аналогичными результатами для трех видов однородных частиц: 1) с показателем преломления, равным среднему по объему показателю преломления неоднородной частицы: $\bar{n} = \frac{1}{V} \int n(\rho) d(\rho)$ (при $n_1 = 1,33$;

$n_0 = 1,5$; $\bar{n} = 1,395$); 2) с $n = 1,5$; 3) с $n = 1,33$ и с двухслойными частицами с показателем преломления ядра 1,5 и оболочки 1,33. При этом отношения размеров ядра и оболочки выбирались такими, чтобы средний по объему показатель преломления двухслойной частицы равнялся аналогичной величине ($n = 1,395$) для неоднородной частицы. Представляется, что частицы всех указанных типов могут существовать в атмосферном аэрозоле.

На рис. 5.2 приведены зависимости $k_p(\rho_0)$ для указанных

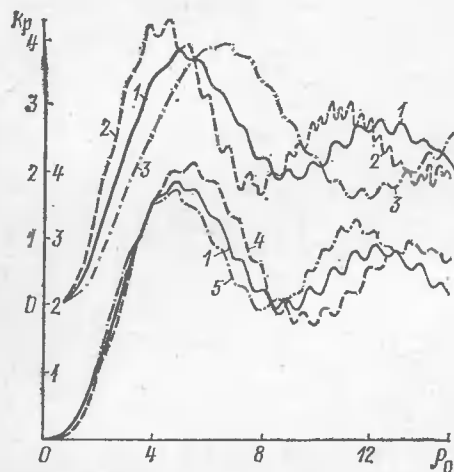


Рис. 5.2. Зависимости фактора эффективности рассеяния от параметра дифракции для неоднородных частиц (1) с $n_0=1,5$, $n_1=1,33$, для однородных частиц с $n=1,5$ (2), 1,33 (3), 1,395 (4) и двухслойных частиц (5) с $n_1=1,5$, $n_2=1,33$ и $\bar{n}=1,395$. Левая шкала — для верхней группы кривых, правая — для нижней

значений ρ_0 , в данном случае при $\rho_0 < 4$. Для частиц с более высокими значениями параметра дифракции не представляется возможным подобрать величину эффективного \bar{n} , при которой k_p неоднородной частицы и однородной частицы с выбранным n отличались бы не более чем на 10—15% в достаточно широком диапазоне изменения ρ_0 . Расчеты с помощью модели двухслойных частиц также не дают такой возможности [241, 304].

На рис. 5.3 представлены графики, иллюстрирующие влияние вариации значений n_0 и n_1 (профиль б). Сравнение проводится только с ходом зависимости $k_p(\rho_0)$ для однородных частиц с показателем преломления, равным среднему по объему значению для соответствующей неоднородной частицы. Из рисунка видно, что положение и высота максимумов и минимумов зависимости $k_p(\rho_0)$ в случае однородных и неоднородных частиц весьма существенно отличаются. Максимум для неоднородной частицы всегда ниже максимума для соответствующей однородной частицы, а первый минимум всегда выше соответствующего первого минимума для однородной частицы. В случае неоднородной частицы оба экстремума сдвинуты в сторону меньших ρ_0 по сравнению с экстремумами для соответствующей однородной частицы. С увеличением разности $\Delta n = n_0 - n_1$ различие в ходе кривых усиливается, причем при постоянном Δn это различие тем больше, чем меньше n_0 . С увеличением Δn до 0,3—0,4 и для

типов частиц. Из сопоставления кривых видно, что зависимость $k_p(\rho_0)$ для радиально-неоднородных частиц (профиль б) резко отличается от соответствующих зависимостей для однородных частиц с $n=1,5$ и 1,33. Гораздо ближе лежат кривые для однородных частиц с $n=1,395$ и для двухслойных частиц. В области $\rho_0 \leq 4$ значения k_p для этих частиц отличаются от k_p неоднородной частицы не более чем на 5—6%, но при $\rho_0 \geq 4$ отклонения в некоторых случаях достигают 30%. Отсюда следует, что моделирование светорассеивающих свойств радиально-неоднородной частицы с помощью однородных или двухслойных частиц с \bar{n} возможно только в области малых

восходящей части кривых в области малых ρ_0 разность значений k_p для неоднородной частицы и однородной со средним значением \bar{n} возрастает до 15—20% и более.

По ходу кривой 1 (рис. 5.3, а) наиболее отчетливо видно, что для больших Δn моделирование светорассеивающих свойств неоднородных частиц с помощью однородных при $\rho_0 > 5$ вообще невозможно. Для сближения кривых необходимо было бы так изменить эффективный показатель преломления однородной частицы, чтобы первый максимум зависимости сместился влево и стал ниже. Если смещение максимума влево может быть достигнуто увеличением эффективного показателя преломления, то для его снижения показатель преломления надо уменьшить.

Для «мягких» частиц (рис. 5.3, б) несколько расширяется интервал значений ρ_0 , в котором значения k_p для неоднородных частиц и однородных со средним n оказываются достаточно близкими. Однако с увеличением Δn до 0,15 и на этом участке различие значений k_p в некоторых точках достигает 14—16%. Поскольку в области $n \sim 1,1$ величина k_p однородных частиц очень чувствительна к изменению n , увеличению эффективного среднего значения n всего лишь на 0,003—0,005 можно заметно улучшить совпадение кривых $k_p(\rho_0)$ в области малых ρ_0 , но при этом соответственно увеличится расхождение кривых при больших ρ_0 . Таким образом, и в случае «мягких» радиально-неоднородных частиц представление их светорассеивающих свойств с помощью частиц однородных возможно лишь в ограниченном интервале значений ρ_0 , в основном при $\rho_0 < 10$ [241].

Угловые характеристики рассеяния света радиально-неоднородными частицами ранее вообще не рассматривались. Ниже

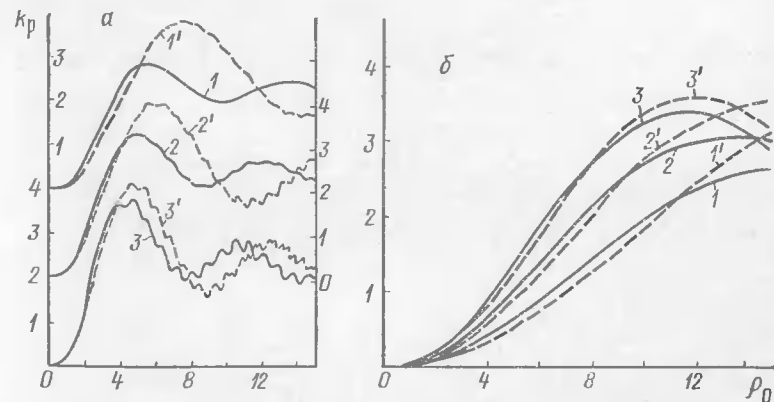


Рис. 5.3. Зависимости фактора эффективности рассеяния от параметра дифракции: а — неоднородные частицы с $n_0=1,6$ и $n_1=1,1$ (1), 1,2 (2), 1,33 (3); однородные с $n=1,269$ (1'), 1,341 (2'), 1,429 (3'); б — неоднородные частицы с $n_0=1,2$ и $n_1=1,05$ (1), 1,1 (2), 1,15 (3); однородные с $n=1,107$ (1'), 1,139 (2'), 1,170 (3'). Левая верхняя шкала (а) — для кривых 1, 1', нижняя — для 3, 3', правая — для 2, 2'

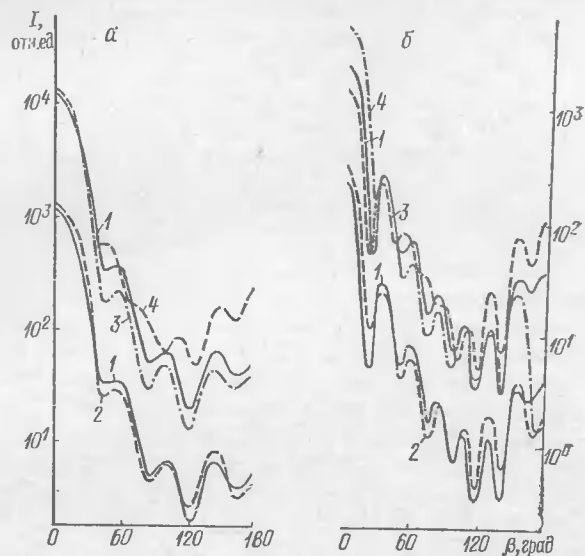


Рис. 5.4. Индикатрисы рассеяния света при значениях параметра дифракции $\rho_0=5,0$ (а) и $7,5$ (б) для неоднородных частиц с $n_0=1,5$ и $n_1=1,33$ (1) и однородных с $n=1,395$ (2), $1,33$ (3) и $1,5$ (4). Правая шкала относится к верхним группам кривых, левая — к нижним

приведены некоторые из полученных нами результатов, относящихся к частицам с $n_0=1,5$; $n_1=1,33$. В тексте и на рисунках под интенсивностью рассеянного света имеется в виду величина

$$(I'_1 + I'_2), \text{ где } I'_1 = \left| \sum_{l=1}^{\infty} (a_l S_l^{(1)} - b_l Q_l^{(1)}) \right|^2, \quad I'_2 = \left| \sum_{l=1}^{\infty} (a_l Q_l^{(1)} - b_l S_l^{(1)}) \right|^2$$

Из рис. 5.4 видно, что индикатрисы рассеяния света неоднородными частицами существенно отличаются от индикатрис для однородных частиц с $n=1,5$ и $1,33$. В случае индикатрис однородных частиц со средним значением показателя преломления при данных значениях ρ_0 наблюдается качественное совпадение их хода с индикатрисами неоднородных частиц. Что же касается количественных значений интенсивностей, то и в этом случае они заметно различаются. Наибольшее различие имеет место для направлений рассеяния с $\beta > 90^\circ$, особенно для β , близких к 180° . Добиться улучшения совпадения индикатрис путем подбора некоторого эффективного показателя преломления практически невозможно. Если для какого-то интервала углов совпадение улучшается, то для другого обязательно ухудшается совпадения. С увеличением параметра дифракции ρ_0 ухудшается и количественное и качественное совпадение.

Бликие по смыслу выводы можно сделать также относительно угловых зависимостей степени линейной поляризации рас-

сеянного света (рис. 5.5). Ход кривой $P(\beta)$ для однородной частицы с $n=1,5$ не обнаруживает даже качественного сходства с соответствующей кривой для радиально-неоднородной частицы. Несколько ближе лежит кривая для частицы с $n=1,33$, но при $\beta > 90^\circ$ различие и в этом случае становится очень большим. Для однородной частицы со средним по объему значением показателя преломления наибольшие отклонения обнаруживаются при углах рассеяния $\beta > 120^\circ$ и несколько меньше при $20^\circ < \beta < 50^\circ$. В остальных направлениях при данных ρ_0 имеется неплохое качественное и даже количественное совпадение.

При $\beta=20^\circ$ степень поляризации рассеянного света для однородной и неоднородной частиц практически одинакова, если $\rho_0 \leq 5$ (рис. 5.6). Для более крупных частиц совпадения нет. В направлении $\beta=90^\circ$ зависимости $P(\beta)$ качественно довольно близки вплоть до $\rho_0 \approx 14$, после чего появляются расхождения. Следует отметить некоторое относительное смещение максимумов $P(\rho_0)$. Наиболее существенные различия наблюдаются в направлении рассеяния $\beta=150^\circ$. При $\rho_0 \leq 9$ каждому экстремуму на кривой для неоднородной частицы соответствует экстремум кривой для однородной частицы с $n=1,395$, но числовые значения P весьма заметно различаются. Для неоднородной частицы преобладают отрицательные значения степени поляризации. При $\rho_0 > 9$ и форма экстремумов на обеих кривых и их положение существенно различны.

Выше уже отмечалось, что наиболее значительные отклонения интенсивностей света, рассеянного однородными и неоднородными частицами, имеют место в направлении назад, т. е. при $\beta \approx 180^\circ$. На рис. 5.7, а представлены зависимости $I_{\text{обр}}(\rho_0)$ для однородных частиц с $n=1,33$; $1,395$; $1,5$, а также для неоднородных частиц такого же размера. Исследование этих зависимостей представляет практический интерес с точки зрения лазерного зондирования атмосферы.

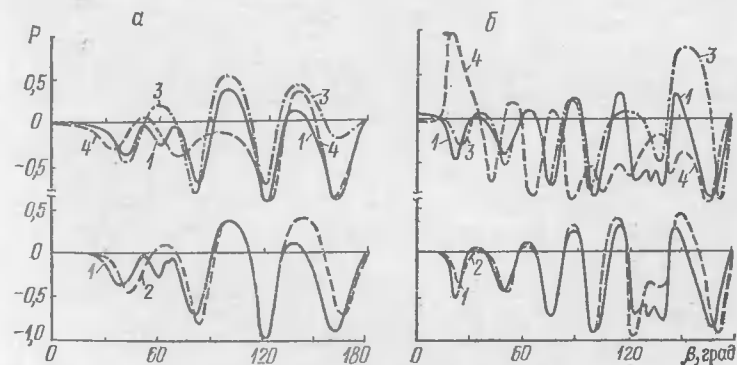


Рис. 5.5. Угловые зависимости степени линейной поляризации для частиц с $\rho_0=5,0$ (а) и $7,5$ (б). Обозначения те же, что и на рис. 5.4

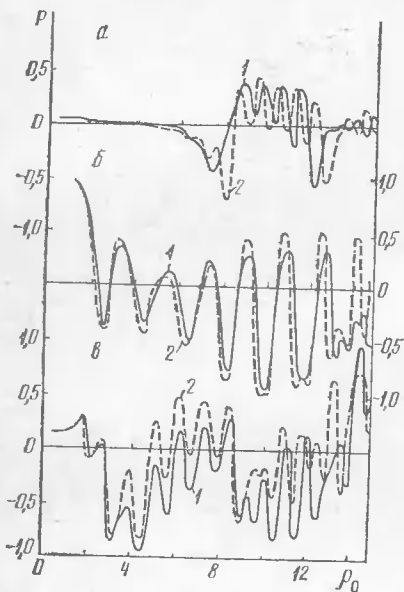


Рис. 5.6. Зависимости от параметра дифракции степени линейной поляризации света, рассеянного в направлениях $\beta=20$ (а), 90 (б), 150° (в) для неоднородных частиц с $n_0=1,5$ и $n_1=1,33$ (1) и однородных частиц с $n=1,395$ (2)

бы только радиально-неоднородные частицы или их влияние было бы полностью преобладающим в картине рассеяния. По-видимому, такие частицы могут существовать одновременно с однородными и влиять на общую картину рассеяния света аэрозолем. Поэтому прежде чем переходить к рассмотрению рассеяния света ансамблем частиц, целесообразно попытаться более наглядно представить и сравнить ход зависимостей $I_{обр}(\rho_0)$ для неоднородных и однородных частиц.

Для выявления в чистом виде влияния неоднородности частиц проведено сглаживание зависимости $I_{обр}(\rho_0)$ для четырех рассматриваемых видов частиц при совершенно идентичных условиях. Сглаживание проводилось путем усреднения $I_{обр}$ по ансамблю частиц исходя из простейшего предположения об их равномерном распределении по размерам. Усреднение выполнялось по формуле

$$\langle I_{обр} \rangle = \frac{1}{2\Delta\rho_0} \int_{\rho_{0i}-\Delta\rho_0}^{\rho_{0i}+\Delta\rho_0} I_{обр}(\rho_0) d\rho_0, \quad (5.2.1)$$

Прежде всего следует отметить, что кривая $I_{обр}(\rho_0)$ для радиально-неоднородной частицы практически во всем интервале значений ρ_0 имеет несколько более сглаженный характер по сравнению с такими же кривыми для однородных частиц. Это особенно отчетливо проявляется при $\rho_0 > 6$. И тем не менее с увеличением ρ_0 сопоставление кривых становится затруднительным. Рассмотрение следует проводить с учетом полидисперсности частиц. Однако характеристики рассеяния света ансамблем полидисперсных частиц зависят от целого набора величин, среди которых весьма существенную роль играют параметры функции распределения частиц по размерам. Эти параметры в ряде случаев могут иметь определяющее влияние на вид той или иной зависимости характеристик рассеяния. Кроме того, едва ли возможна ситуация, в которой присутствовали

где $\Delta\rho_0=0,5$, шаг интегрирования по ρ_0 составлял $0,05$. Значения $\langle I_{обр} \rangle$ вычислялись через $0,5$. Результаты усреднения представлены на рис. 5.7, б.

Усредненные интенсивности обратного рассеяния довольно близки (в пределах $\sim 15\%$) для неоднородных частиц и однородных с $n=1,395$ при $\rho_0 \leq 5$. Дальнейшее увеличение ρ_0 сопровождается значительным удалением всех четырех кривых друг от друга. По приблизительной оценке при $\rho_0=7-8$ значения $\langle I_{обр} \rangle$, соответствующие $n=1,395$, в $2,7-5$ раз выше, чем для $n=1,33$. В свою очередь значения $\langle I_{обр} \rangle$, соответствующие неоднородным частицам, в $2,2-2,7$ раза выше, чем для $n=1,395$. Средние интенсивности обратного рассеяния для $n=1,5$ в $2,5-3$ раза выше, чем для неоднородной частицы.

Заметим, что в интервале $12 \leq \rho_0 \leq 14,5$ кривые для всех трех однородных частиц лежат ниже, чем для неоднородной, а в области $\rho_0=13,25 \pm 0,25$ имеют весьма близкие значения.

На участке $2,5 \leq \rho_0 \leq 14,5$ ход кривой $\langle I_{обр}(\rho_0) \rangle$ для неоднородной частицы может быть аппроксимирован плавной кривой вида

$$\langle I_{обр}(\rho_0) \rangle = 0,0159\rho_0^{4,3} e^{-0,1\rho_0}, \quad (5.2.2)$$

Полученная аппроксимационная зависимость может быть полезна для установления различий между обратным рассеянием света однородными и неоднородными частицами. Эти различия могут быть достаточно четко обнаружены для значений ρ_0 в интервале от 6 до 12. Есть основания предполагать, что весьма значительная часть радиально неоднородных частиц атмосферного аэрозоля относится именно к этому интервалу значений относительного размера (в видимом диапазоне длин волн).

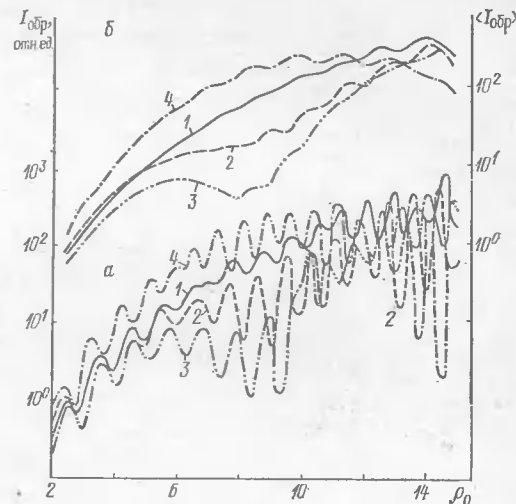


Рис. 5.7. Зависимости неусредненных (а) и усредненных (б) интенсивностей рассеяния назад от параметра дифракции. Левая шкала относится к а, правая — к б. Обозначения те же, что и на рис. 5.4

§ 5.3. РАССЕЯНИЕ СВЕТА СИСТЕМАМИ РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ АТМОСФЕРНЫХ ЧАСТИЦ В СОПОСТАВЛЕНИИ С СИСТЕМАМИ ОДНОРОДНЫХ И ДВУХСЛОЙНЫХ ЧАСТИЦ

Как было отмечено в § 5.2, характеристики рассеяния света отдельными радиально-неоднородными частицами не очень существенно отличаются от аналогичных характеристик отдельных однородных частиц при малых значениях параметра дифракции, но весьма заметно при его увеличении. Рассмотрим, как эти различия проявляются в случае полидисперсного ансамбля частиц [305]. Из вариантов неоднородности, рассмотренных в § 5.1, выберем наиболее общий, когда оптическая неоднородность частиц характеризуется профилем вида (5.1.19). Выбор этого профиля в качестве исследуемого определяется, с одной стороны, тем, что ввиду наличия трех параметров (n_0 , n_1 , q') он является достаточно универсальным, а с другой стороны, тем, что радиальные функции в данном случае могут быть получены с помощью сравнительно несложных соотношений (5.1.24), (5.1.25).

Значения параметров, определяющих радиальную зависимость показателя преломления, выбраны таким образом, чтобы можно было сравнить с полученными ранее результатами для систем однородных и двухслойных частиц. Расчеты, результаты которых приведены ниже, выполнены для значений $n_0=1,65$ и $n_1=1,49$ (при $q'=0,404$); $1,45$ ($q'=0,209$); $1,43$ ($q'=0,011$). Значения q' подобраны так, что средний по объему частиц показатель преломления во всех трех случаях равен $\bar{n}=1,51$. Полученные зависимости для систем указанных радиально-неоднородных частиц сравнивались с аналогичными зависимостями для систем однородных частиц с $n=1,51$ и двухслойных частиц, состоящих из сферического ядра с $n_1=1,65$ и концентрической оболочки из водносолевого раствора, имеющих $\bar{n}=1,51$, что достигается при соотношении радиусов обводненной частицы и ее ядра, равном 1,216. Вычисленный по (1.5.13) показатель преломления оболочки будет $n_2=1,395$. Соответствующие всем указанным типам частиц профили показателя преломления даны на рис. 5.8. Поглощение полагалось равным нулю. Пределы изменения внешних размеров частиц для всех систем одинаковые.

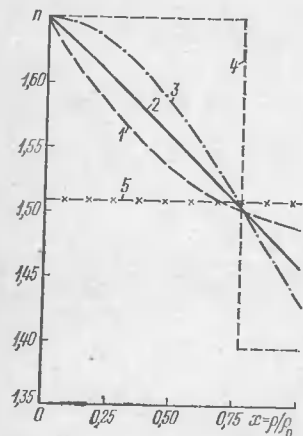


Рис. 5.8. Зависимость показателя преломления от относительной радиальной координаты x для радиально-неоднородных частиц с $n_0=1,65$ и $n_1=1,49$ ($q'=0,404$) (1); $n_1=1,46$ ($q'=0,209$) (2); $n_1=1,43$ ($q'=0,011$) (3); двухслойных (4) с $n_1=1,65$; $n_2=1,395$, $\bar{n}=1,51$; однородных с $n=1,51$ (5)

Таблица 5.1. Отношения показателя рассеяния и интенсивности рассеяния вперед ($\beta=0$) для систем неоднородных частиц к показателю рассеяния и интенсивности рассеяния вперед для соответствующих систем однородных частиц*

q'	ν				
	2	2,5	3	3,5	4
0,011	0,990	0,992	0,999	1,008	1,018
	0,991	0,981	0,966	0,952	0,944
0,209	0,992	0,994	0,999	1,006	1,012
	0,966	0,964	0,960	0,957	0,956
0,404	0,997	0,997	0,999	1,003	1,006
	0,983	0,981	0,977	0,974	0,974
Двухслойные частицы	0,979	0,982	0,995	1,013	1,032
	0,996	0,982	0,958	0,920	0,910

* Числитель — отношение показателей рассеяния, знаменатель — отношение интенсивностей рассеяния вперед.

Как следует из табл. 5.1, и в случае систем радиально-неоднородных частиц показатели рассеяния практически нечувствительны к внутренней структуре частиц. При одинаковых распределениях они в пределах 2% определяются среднеобъемным показателем преломления.

С погрешностью не более 6% то же можно сказать и относительно интенсивности рассеяния вперед ($\beta=0$). Что же касается интенсивностей рассеяния назад ($\beta=180^\circ$), то в этом случае различия для систем однородных и неоднородных частиц могут достигать до 300—450%, особенно для широких распределений.

Индикатрисы рассеяния света системами радиально-неоднородных частиц имеют много общего с приведенными на рис. 4.16. Можно отметить лишь, что наибольшее расхождение индикатрис при $\beta \approx 125^\circ$ и $\beta > 165^\circ$. При $\beta \approx 125^\circ$ (которому соответствует основной минимум всех рассчитанных индикатрис) самое высокое рассеяние наблюдается для двухслойных частиц, а самое низкое — для однородных. Для радиально-неоднородных частиц интенсивность рассеяния убывает с увеличением параметра q' . Если для двухслойных частиц при $\nu=2$ рассеяние в направлении $\beta=125^\circ$ почти на 60% выше, чем для однородных, а при $\nu=4$ — почти на 20% выше, то отличие рассеяния радиально-неоднородными частицами с $q'=0,209$ примерно в три раза меньше (18 и 6% соответственно). Существенные отличия в ходе индикатрис для разных типов частиц наблюдаются при углах, близких к направлению рассеяния назад.

На рис. 5.9 приведены результаты сопоставления угловых зависимостей степени линейной поляризации для всех пяти типов

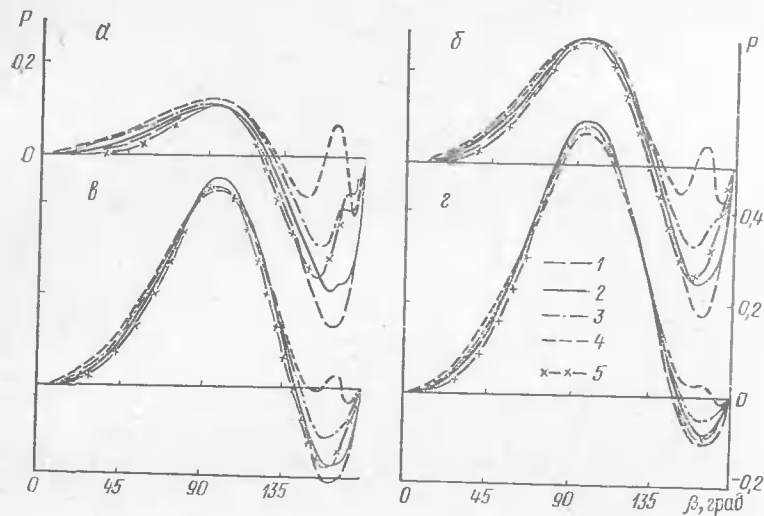


Рис. 5.9. Угловые зависимости степени линейной поляризации рассеянного света с $\lambda=0,6328$ мкм при $\nu=2,5$ (а), 3 (б), 3,5 (в), 4 (г). Левая шкала для а и б, правая — для в и г. Остальные обозначения те же, что и на рис. 5.8

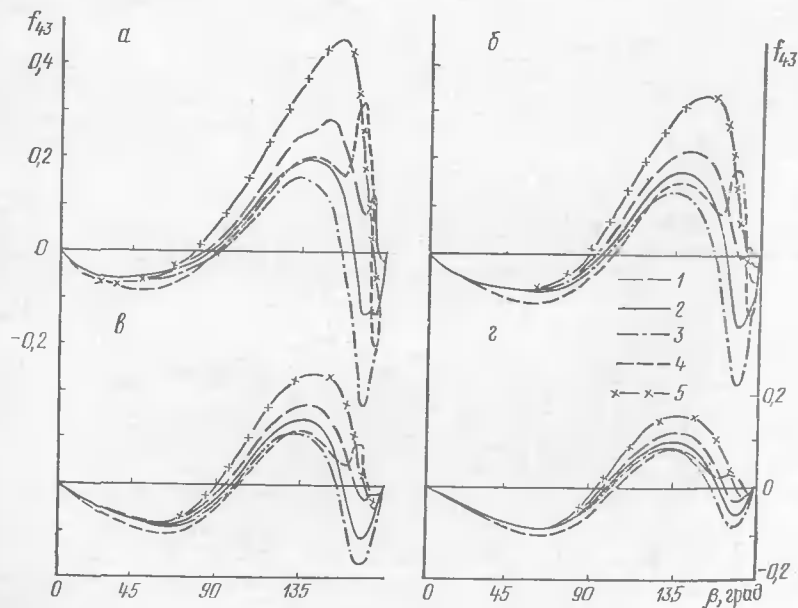


Рис. 5.10. Угловые зависимости элемента f_{43} приведенной матрицы рассеяния. Обозначения те же, что и на рис. 5.9

частиц при $\nu=2,5$ (0,5) 4. Наиболее близка к однородным частицам в широком интервале углов $\beta < 150^\circ$ угловая зависимость степени линейной поляризации для частиц с $q'=0,404$, хотя в области углов $\beta > 155^\circ$ различия при $\nu < 4$ весьма существенны. Для этих направлений рассеяния кривая для однородных частиц проходит между соответствующими кривыми для частиц с $q'=0,209$ и $0,11$. Для узких распределений, в которых преобладающую роль играют мелкие частицы, различие в степени поляризации для большинства направлений рассеяния (кроме интервала $\beta > 150^\circ$) лежит в пределах погрешности эксперимента. Для широких распределений различия существенны при $\beta > 130^\circ$. Наиболее глубокий минимум P в этой области углов имеют частицы с $q'=0,404$. Следует отметить, что только двухслойные частицы имеют характерный максимум степени линейной поляризации в районе $\beta=163-164^\circ$.

Угловые зависимости элемента приведенной матрицы рассеяния f_{43} весьма чувствительны к внутренней структуре частиц (рис. 5.10). Как и в предыдущем случае, наиболее близкими к однородным частицам оказываются зависимости $f_{43}(\beta)$ для частиц с $q'=0,404$. Однако отличие между ними даже для узких распределений остается значительным. Во всех четырех сериях кривых рис. 5.10 выделяются специфичным ходом кривые для двухслойных частиц, которые имеют дополнительный узкий максимум в области $\beta \approx 167^\circ$. Для распределений с $\nu \leq 3,5$ на кривых, соответствующих частицам с $q'=0,404$, также имеется небольшой дополнительный максимум, лежащий в области $\beta \approx 173^\circ$. Для распределений с $\nu \leq 3$ следы такого максимума наблюдаются и на кривых, соответствующих частицам с $q'=0,209$. В этом отношении зависимости $f_{43}(\beta)$ для частиц со ступенчатой и с плавной радиальной неоднородностью имеют некоторую общность.

Характерно то, что с увеличением параметра q' значения элемента f_{43} возрастают, вершина положительного максимума сме-

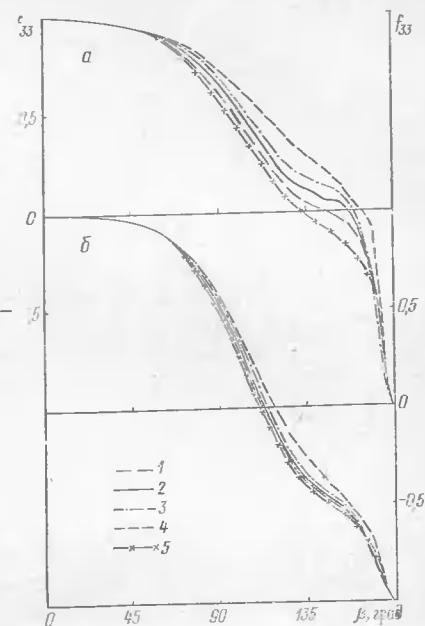


Рис. 5.11. Угловые зависимости элемента f_{33} приведенной матрицы рассеяния при $\nu=2,5$ (а) и 3,5 (б). Остальные обозначения те же, что и на рис. 5.8

щается в сторону больших углов, приближаясь к положению вершины максимума для однородных частиц. В интервале углов рассеяния $\beta > 155^\circ$ угловая зависимость элемента приведенной матрицы рассеяния f_{43} для радиально-неоднородных частиц имеет довольно глубокий минимум, особенно резко выраженный для широких распределений. Положение и глубина этого минимума в совокупности с положением и высотой положительного максимума могут служить отличительными признаками для рассеяния света радиально-неоднородными частицами по сравнению с рассеянием однородными частицами. Присутствие второго узкого положительного максимума отличает рассеяние света двухслойными частицами.

Ввиду весьма большого сходства зависимостей $f_{33}(\beta)$ они представлены только для двух значений параметра ν (рис. 5.11). Практически во всех случаях значения элемента f_{33} для двухслойных частиц имеют наиболее высокие значения, а для однородных частиц — самые низкие. Кривые для радиально-неоднородных частиц располагаются между ними таким образом, что значения f_{33} увеличиваются с уменьшением q' . Наиболее близкой к однородным частицам оказывается зависимость $f_{33}(\beta)$ для частиц с $q' = 0,404$. С увеличением параметра ν различия значений f_{33} для разных типов частиц быстро уменьшаются и при $\nu = 4$ не превышают $\Delta f_{33} = 0,07$.

Таким образом, наиболее характерное отличие светорассеивающих свойств систем радиально-неоднородных частиц от свойств систем однородных и двухслойных частиц — существенно другой ход угловых зависимостей степени линейной поляризации и элемента приведенной матрицы рассеяния f_{43} , особенно при углах рассеяния $\beta > 155^\circ$. Если среднее по объему неоднородных частиц значение показателя преломления может быть с успехом использовано для определения таких характеристик, как показатель ослабления (рассеяния) и интенсивность рассеяния света вперед, то в противоположность этому вид угловых характеристик рассеяния при значительном увлажнении частиц существенно образом зависит от характера их внутренней неоднородности. Это обстоятельство необходимо учитывать при решении обратных задач, связанных с нахождением параметров микроструктуры аэрозоля и показателя преломления образующих его частиц.

Морфологический анализ рассеивающих частиц показывает, что они далеко не всегда сферические, однородные, изотропные. Этим и обусловлен поиск более адекватных моделей отдельных рассеивателей. Но даже самая точная модель всегда остается всего лишь моделью. Применение той или иной модели связано со степенью точности, с которой необходимо описать физическое явление. Иногда довольно грубые, приближенные модели позволяют объяснить сущность наблюдаемого явления, а иногда для этого требуются более точные и сложные модели. Все зависит от конкретной ситуации.

Дифракционные задачи, как правило, очень чувствительны к изменению параметров тела, на котором происходит дифракция, поэтому существенное значение имеет вопрос о том, каково влияние малых отклонений модели от свойств реальной частицы на характеристики светорассеяния. Исследование чувствительности характеристик рассеяния к вариациям параметров модели позволяет выявить те области значений этих характеристик, где обязательно следует учитывать незначительные, а тем более и существенные особенности внутренней структуры рассеивающих центров. Однако для проведения таких исследований необходимо располагать методиками расчетов характеристик светорассеяния для анализируемых моделей. Создание же таких методик сопряжено порой с непреодолимыми трудностями. В данной главе предлагается относительно простой и достаточно универсальный подход для исследования чувствительности характеристик светорассеяния к параметрам модели рассеивающей частицы. Этот подход реализован для слабонеоднородных и слабоанизотропных объектов. Если учесть, что в видимом диапазоне длин волн анизотропные свойства частиц минеральной составляющей аэрозоля проявляются достаточно слабо, то оказывается возможным провести конкретные расчеты и дать ответ на вопрос, в каких случаях следует использовать модель анизотропных частиц.

§ 6.1. МОДИФИЦИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ ДИФРАКЦИИ И БОРНОВСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ МЕТОДА ИСКАЖЕННЫХ ВОЛН ДЛЯ РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫХ ЧАСТИЦ

Часто потенциал рассеяния можно разделить на две физически неравнозначные части: преломление — поглощение, детерминированную часть — случайную часть и т. п. Дифрагированные поля не являются величинами, аддитивными относительно подобных разбиений, однако основное интегральное уравнение дифракции (2.1.4) можно изменить так, чтобы выделить член, ответственный за независимое рассеяние на выбранной части потенциала. Подобный подход особенно полезен при неточном задании части потенциала или при необходимости приближенного учета влияния известного потенциала. Для получения модифицированного уравнения дифракции разделим потенциал рассеяния $k_0^2(N_1^2 - 1)$ основного интегрального уравнения дифракции (2.1.4) на две части: $k_0^2(N_1^2 - 1) = k_0^2(N_2^2 - 1) + k_0^2(N_1^2 - N_2^2)$. Обозначим через $E_2(\mathbf{r})$ поле, которое получилось бы при рассеянии только на потенциале $k_0^2(N_2^2 - 1)$. Тогда, как и в случае уравнения (2.2.36), можно записать

$$E(\mathbf{r}) = E_I(\mathbf{r}) + E_2(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}(k_0\mathbf{r}; k_2\mathbf{r}') k_0^2(N_1^2 - N_2^2) E(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'. \quad (6.1.1)$$

Здесь $\hat{G}(k_0\mathbf{r}; k_2\mathbf{r}')$ — одночастичная функция Грина для частицы с показателем преломления N_2 .

Предположим теперь, что напряженность поля $E_2(\mathbf{r})$ и функция Грина $\hat{G}(k_0\mathbf{r}; k_2\mathbf{r}')$ известны, а величина $N_1^2 - N_2^2$ достаточно мала. Тогда можно попытаться решать уравнение (6.1.1) методом последовательных приближений. Такой подход известен в квантовой теории рассеяния как метод искаженных волн [109]. В этом подходе представляется важным выбор величины N_2 таким образом, чтобы она, с одной стороны, не очень отличалась от величины N_1 , а с другой стороны, чтобы для нее было известно «затравочное» поле $E_2(\mathbf{r})$ и соответствующая функция Грина. Ясно, что такой выбор может быть сделан неоднозначно, а от этого зависит скорость сходимости борновского ряда. При более сложных «затравочных» моделях можно добиться малости величины $N_1^2 - N_2^2$, увеличивая скорость сходимости, но при этом могут получаться и более сложные функции, описывающие поле $E_2(\mathbf{r})$, что затрудняет расчет интегрального члена. Поэтому в зависимости от конкретной физической ситуации здесь следует найти разумный компромисс.

В качестве «затравочных» полей можно использовать дифрагированные поля для однородных сферических частиц, представленные в § 2.3. В более сложных ситуациях могут быть использованы поля для двухслойных частиц (см. § 3.1) или радиально-

неоднородных с профилем, дающим хорошо сходящееся аналитическое решение (см. § 5.1).

Рассмотрим в рамках метода искаженных волн борновское приближение для радиально-неоднородной частицы. Предположим, что профиль неоднородности можно с достаточной степенью точности аппроксимировать постоянной функцией от радиуса, т. е.

$$|N_1^2(r) - N_2^2| = |\varepsilon(r)| \ll 1, \quad (6.1.2)$$

где N_2^2 находится, например, из соотношения

$$N_2^2 = \frac{1}{a} \int_0^a N_1^2(r) dr.$$

Учитывая (6.1.2), найдем первую итерацию от уравнения (6.1.1). Она имеет вид

$$E(\mathbf{r}) = E_I(\mathbf{r}) + E_{2,\text{out}}(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}(k_0\mathbf{r}; k_2\mathbf{r}') k_0^2 \varepsilon(\mathbf{r}') E_{2,\text{in}}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}', \quad (6.1.3)$$

где $E_{2,\text{out}}(\mathbf{r})$ и $E_{2,\text{in}}(\mathbf{r})$ — соответственно внешнее и внутреннее поля для частицы с показателем преломления N_2 . Решение (6.1.3) и представляет собой борновское приближение в методе искаженных волн.

Следует отметить, что формула (6.1.3) дает решение уравнения (6.1.1) с точностью, не большей $|\max \varepsilon(r)|^2$. Более точную численную оценку можно получить исходя из следующих соображений. Возьмем максимальное значение величины $\varepsilon(r)$ в качестве мажоранты в уравнении (6.1.1). Тогда, с одной стороны, в силу того, что мажоранта выбирается постоянной величиной, решение уравнения (6.1.1), как и для частицы с постоянным показателем преломления, можно найти точно, с другой стороны, из (6.1.3) можно найти приближенное решение. Разность между ними и будет служить более точной оценкой ошибки борновского приближения метода искаженных волн.

Если оценка ошибки этого метода даст величину большую, чем та точность, с которой нам необходимо рассчитать характеристики светорассеяния, следует увеличить число итераций. Однако может случиться, что величина оценки ошибки увеличится, т. е. при таком выборе модели борновский ряд не сходится. В этом случае можно попытаться аппроксимировать потенциал $N_1(r)$ кусочно-постоянной функцией, выбирая в качестве «затравочного поля» поле двухслойной частицы. Если и при этом требуемая точность не достигается, то можно использовать аппроксимацию с помощью профильной функции (т. е. выбрать $N_2 = f(r)$), имеющей хорошо сходящееся решение задачи рассеяния.

Указанная иерархия «затравочных» полей обусловлена в первую очередь сложностью численной реализации алгоритмов решения соответствующих задач. Однако в зависимости от конкретной ситуации она может и нарушаться.

Приведем формулу для рассеянного поля в случае радиально-неоднородной частицы в борновском приближении. В системе координат, ось z которой совмещена с волновым вектором плоской падающей волны, а ось x — с вектором колебаний напряженности падающего электрического поля, поле рассеянного излучения будет иметь вид

$$E_p(\mathbf{r}) = E_I \sum_{l=1}^{\infty} \mu_l [A_{1l} M_{01l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) - i B_{1l} N_{e1l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r})], \quad (6.1.4)$$

где каждый коэффициент суперпозиции состоит из двух слагаемых:

$$A_{1l} = \alpha_l^{33} + A'_{1l}, \quad B_{1l} = \beta_l^{33} + B'_{1l},$$

первое из которых представляет собой амплитудный коэффициент, соответствующий однородной частице с показателем преломления N_2 , а второй учитывает собственно неоднородность частицы. Дополнительные амплитудные коэффициенты имеют вид

$$A'_{1l} = ik_0^{-1} \int_0^{\rho} \psi_l(N_2 \rho') \varepsilon(k_0^{-1} N_2^{-1} \rho') \psi_l(N_2 \rho') d\rho' / [\eta_l(\rho) \psi_l(N_2 \rho) - N_2 \eta_l(\rho) \psi'_l(N_2 \rho)], \quad (6.1.5)$$

$$B'_{1l} = -ik_0^{-1} \int_0^{\rho} \varepsilon(k_0^{-1} N_2^{-1} \rho') [(\psi'_l(N_2 \rho'))^2 +$$

$$+ \frac{l(l+1)}{(\rho')^2} \psi_l^2(N_2 \rho')] d\rho' / [\eta_l(\rho) \psi'_l(N_2 \rho) - N_2 \eta'_l(\rho) \psi_l(N_2 \rho)].$$

Зная поле рассеянного излучения (6.1.4), легко определить все необходимые характеристики светорассеяния. Для этого следует воспользоваться формулами (2.3.44), (2.3.49), и (2.3.50), заменяя в них α_l^{33} и β_l^{33} коэффициентами A_{1l} и B_{1l} .

На функцию $\varepsilon(\rho)$ не накладывается каких-либо жестких ограничений, кроме условия (6.1.2) и условия существования интегралов, входящих в числитель выражений (6.1.5). Вполне допустимо в рамках этих условий, что функция $\varepsilon(\rho)$ может быть случайной. Физически эта ситуация соответствует сферически-симметричному распределению неоднородностей внутри частицы. Примером могут служить «рыхлые» частицы сажи, агломераты, входящие в состав аэрозолей и гидрозололей и т. п. Для оценки характеристик рассеяния в этом случае необходимо корректно задать случайную функцию $\varepsilon(\rho)$.

§ 6.2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАССЕЯНИИ СВЕТА СЛАБОУНИЗОТРОПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕЙ

В последнее время возрос интерес к задачам, связанным с дифракцией электромагнитного излучения на анизотропных частицах (сферолиты, ледяные и кварцевые частицы в атмосфере и межзвездном пространстве и т. п.). Трудности, возникающие при их решении, связаны с тем, что, как правило, невозможно разделить переменные в уравнениях Максвелла. Однако существуют методы, позволяющие обойти эти трудности и решить ряд практических задач.

В первую очередь отметим задачи, связанные с дифракцией электромагнитного излучения на бесконечных гироэлектрических и гиромагнитных цилиндрах и цилиндрических оболочках [306—314]. Рассматривались случаи как перпендикулярного, так и наклонного падения. Рассеивающим объектом была плазма, подмагниченная постоянным магнитным полем вдоль оси симметрии. В этом случае тензор диэлектрической проницаемости имеет специфический вид, что в совокупности с цилиндрической геометрией задачи позволяет «расцепить» уравнения для составляющих электромагнитного поля и получить аналитическое решение задачи [310].

Аналитическое решение получено также для изотропно-гиротропных объектов как цилиндрической, так и сферической конфигурации [315, 316]. Такими свойствами обладают частицы и оболочки органического происхождения в жидком и аморфном состояниях. Структура полученных решений определяется разложением в ряд по аналогичным изотропному случаю угловым и радиальным функциям. Естественно, что коэффициенты этого разложения значительно сложнее.

Прямые методы решения задач рассеяния в своей основе сводят решение интегрального уравнения дифракции к бесконечной системе линейных уравнений [317—321]. Эти методы привлекательны тем, что они позволяют в рамках единой методики учесть любые изменения в структуре рассеивающего центра, в том числе и анизотропные свойства частиц. Однако они очень сложны в численной реализации, поскольку ряды, в виде которых представляются искомые функции, сходятся медленно. Даже при наличии мощной вычислительной техники не всегда удается получить решение с достаточной степенью точности для одной частицы, не говоря уже об ансамбле таких частиц. Критерием сходимости прямых методов, как правило, служат величина относительного показателя преломления и размер частиц. Чем они больше, тем ниже достигаемая точность решения. В области изменения этих величин, где прямые методы легко реализуемы и дают высокую точность, зачастую существуют более простые методы. В частности, во многих работах исследовались характеристики светорассеяния анизотропных частиц на основе

приближенных методов, которые применимы для класса объектов, ограниченного тем или иным физическим или геометрическим условием. Для расчетов в основном использовались три метода, основанные на хорошо известных в теории рассеяния света приближениях: на приближении Рэлея, приближении Рэлея—Ганса и приближении Ван де Хюлста.

Приближение Рэлея [235] использовалось для исследования рассеяния света анизотропными ледяными частицами и оболочками, входящими, как полагают, в состав некоторых межзвездных пылевых скоплений [322]. Необходимое условие применимости этого приближения — малость размеров частиц по сравнению с длиной волны падающего на них излучения. Предполагают, что это условие выполняется для частиц межзвездной среды.

Приближение Рэлея—Ганса [323—333] основано на представлении внутреннего поля частицы в виде невозмущенной падающей волны. Для корректности исследований, основанных на этом приближении, должно выполняться условие близости оптических свойств частицы к свойствам окружающей среды. Такими свойствами, например, обладают сферолиты, которые образуются при полимеризации пленок [327]. Для сферолитов получено точное решение задачи рассеяния [334], но это решение сложно для численной реализации, а решение в приближении Рэлея—Ганса легко реализуется, и, как показано в [330], расчетные данные хорошо согласуются с экспериментальными.

Приближение Ван де Хюлста можно использовать для больших частиц, показатель преломления которых не сильно отличается от показателя преломления окружающей среды. Это приближение дает возможность рассчитать характеристики светорассеяния вблизи направления рассеяния вперед, поэтому оно использовалось только для оценки эффективных показателей преломления взвесей, состоящих из анизотропных частиц [335—337].

Ни один из перечисленных методов не может быть использован для изучения оптических свойств минеральной составляющей атмосферного аэрозоля. Действительно, как было отмечено в главе 1, в ее состав входят достаточно большие частицы с высоким показателем преломления. Но характерно то обстоятельство, что в видимой области спектра для большинства кристаллических веществ компоненты тензора диэлектрической проницаемости мало различаются. Этот факт позволяет обратиться к борновскому приближению метода искаженных волн, рассмотренному в предыдущем параграфе. Почему это именно так, будет показано ниже. Предварительно отметим, что впервые было предложено использовать данный подход для решения задач рассеяния анизотропными объектами атмосферной оптики в работе [338]. Дальнейшее развитие он получил в [339—343]. Следует отметить также работы [344—345], близкие по методике к

указанным выше. В них рассматривалось рассеяние электромагнитной волны на ферритовом шаре в подмагничивающем поле, что приводит к магнитной гиротропии его свойств.

Предположим, что оптические свойства рассеивающей частицы описываются симметричным тензором комплексной диэлектрической проницаемости

$$\hat{\epsilon}' = \epsilon' + 4\pi i\sigma'/\omega. \quad (6.2.1)$$

В общем случае положение главных осей тензоров ϵ и σ в поглощающих кристаллах произвольное, что приводит к 12 независимым параметрам, но только 9 из них носят инвариантный характер: шесть главных значений тензоров и три угла, определяющих положение главных осей одного тензора относительно другого. Оставшиеся параметры характеризуют положение осей в выбранной системе координат [102].

Тензор комплексной диэлектрической проницаемости можно представить в виде суммы:

$$\hat{\epsilon}' = N^2 \hat{I} + \hat{\epsilon}, \quad (6.2.2)$$

где \hat{I} — единичный тензор. Условно первое слагаемое будем называть изотропной частью диэлектрической проницаемости, а второе — анизотропной. Выбор постоянной N^2 диктуется конкретной физической ситуацией или соображениями удобства. В частности, когда компоненты тензора диэлектрической проницаемости или главные его значения мало отличаются друг от друга, изотропную часть выражения (6.2.2) можно взять в виде среднего арифметического от главных значений действительной и мнимой частей тензора проницаемости. Тогда анизотропная часть $\hat{\epsilon}$ мала и можно воспользоваться борновским приближением метода искаженных волн, т. е. решение задачи рассеяния можно записать в виде

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}) + \int_V \hat{G}_{31}(k_0 \mathbf{r}; k \mathbf{r}') k_0^2 \hat{\epsilon} \mathbf{E}_{in}(\mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}'. \quad (6.2.3)$$

Для плоской волны в системе координат $\{\hat{e}_z \uparrow \uparrow k_0, \hat{e}_x \uparrow \uparrow E_I\}$ значения внешнего $\mathbf{E}_{out}(\mathbf{r})$ и внутреннего $\mathbf{E}_{in}(\mathbf{r})$ полей даются соотношениями (2.3.26), которые в дальнейшем и используются для расчетов. Функция Грина выбирается в соответствии с (2.3.9).

Структура выражения (6.2.3) весьма сложна из-за наличия под интегралом тензора $\hat{\epsilon}$, «перемешивающего» компоненты. Процедура упрощения (6.2.3) и приведения его к удобному для исследований виду в принципе проста, но громоздка. Она сводится к вычислению тройных интегралов, подынтегральные выражения которых содержат комбинации полиномов Лежандра, бесселевых и тригонометрических функций. Подставляя в (6.2.3) разложения (2.3.9) и (2.3.36), проводя интегрирование по углу φ , многократно применяя рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра и условия их нормировки, рекуррентные и

интегральные соотношения для бесселевых функций, приходим к окончательному выражению для электрического поля вне рассеивателя (аргумент $k_0 r$ функций M и N в этом и последующих выражениях мы опустим):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_{out}(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_l \sum_{l=1}^{\infty} \{ i^{l+1} [A_l M_{o1l}^{(3)} + B_l M_{o3l}^{(3)} + \mathcal{E}_l M_{o2l}^{(3)} + \\ + C_l M_{e1l}^{(3)} + D_l M_{e3l}^{(3)} + F_l M_{e2l}^{(3)}] + i^l [G_l N_{e1l}^{(3)} + H_l N_{e3l}^{(3)} + \\ + K_l N_{e2l}^{(3)} + I_l N_{o1l}^{(3)} + J_l N_{o3l}^{(3)} + L_l N_{o2l}^{(3)}] \}. \end{aligned} \quad (6.2.4)$$

Здесь знак Σ' означает, что из суммы исключаются члены с $m > l$; A_l, B_l, C_l, \dots — дополнительные амплитудные коэффициенты ($\epsilon_{xx}, \epsilon_{xy}, \dots$ — компоненты тензора $\hat{\epsilon}$):

$$\begin{aligned} A_l = f_l \left\{ \frac{2l+1}{l(l+1)} \alpha_l^{31} [(3l^2 + 3l - 2) \epsilon_{xx} + (l-1)(l+2) \epsilon_{yy} + \right. \\ \left. + 4\epsilon_{zz}] + \frac{l-1}{l} \beta_{l-1}^{31} [(l-2) \epsilon_{xx} - (l+2) \epsilon_{yy} + 4\epsilon_{zz}] + \right. \\ \left. + \frac{l+2}{l-1} \beta_{l+1}^{31} [(l+3) \epsilon_{xx} - (l-1) \epsilon_{yy} - 4\epsilon_{zz}] \right\}, \\ \frac{B_l}{f_l(\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy})} = -\frac{D_l}{2f_l \epsilon_{xy}} = \frac{2l+1}{l(l+1)} \alpha_l^{31} - \\ - \frac{1}{l} \beta_{l-1}^{31} - \frac{1}{l+1} \beta_{l+1}^{31}, \end{aligned} \quad (6.2.5)$$

$$\begin{aligned} C_l = 2f_l \epsilon_{xy} [-(2l+1) \alpha_l^{31} - (l+2) \beta_{l+1}^{31} - (l-1) \beta_{l-1}^{31}], \\ -\frac{\mathcal{E}_l}{2f_l \epsilon_{xz}} = \frac{F_l}{2f_l \epsilon_{zy}} = \frac{3(2l+1)}{l(l+1)} \alpha_l^{31} + \\ + \frac{l-3}{l} \beta_{l-1}^{31} - \frac{l+4}{l+1} \beta_{l+1}^{31}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{где } f_l = \frac{\rho \alpha_l^{31}}{8l(l+1)N^3} [\psi_l^2(N\rho) + \psi_{l-1}(N\rho)\psi_{l+1}(N\rho)]; \quad G_l = g_l \left\{ \frac{1}{l+1} \alpha_{l+1}^{31} \times \right. \\ \times [(l-1) \epsilon_{xx} - (l+3) \epsilon_{yy} + 4\epsilon_{zz}] + \frac{l+3}{2l+3} (3\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} - 4\epsilon_{zz}) \beta_{l+2}^{31} + \\ \left. + \frac{\beta_l^{31}}{(l+1)(2l+3)} [(3l^2 + 7l + 6) \epsilon_{xx} + (l+2)(l+3) \epsilon_{yy} + 4l(l+2) \epsilon_{zz}] \right\} + \\ + h_l \left\{ \frac{\alpha_{l-1}^{31}}{l} [(l+2) \epsilon_{xx} - (l-2) \epsilon_{yy} - 4\epsilon_{zz}] + \frac{l-2}{2l-1} (3\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - 4\epsilon_{zz}) \beta_{l-2}^{31} + \frac{\beta_l^{31}}{l(2l-1)} [(3l^2 - l + 2) \epsilon_{xx} + (l-1)(l-2) \epsilon_{yy} + 4(l+1) \times \\ \times (l-1) \epsilon_{zz}] \}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{H_l}{\epsilon_{xx} - \epsilon_{yy}} = \frac{J_l}{2\epsilon_{xy}} = g_l \left[\frac{\alpha_{l+1}^{31}}{(l+1)(l+2)} - \frac{\beta_{l+2}^{31}}{(2l+3)(l+2)} - \right. \\ \left. - \frac{\beta_l^{31}}{(2l+3)(l+1)} \right] + h_l \left[\frac{\alpha_{l-1}^{31}}{l(l-1)} - \right. \\ \left. - \frac{\beta_{l-2}^{31}}{(l-1)(2l-1)} - \frac{\beta_l^{31}}{l(2l-1)} \right]; \end{aligned} \quad (6.2.5')$$

$$\begin{aligned} \frac{K_l}{2\epsilon_{xz}} = \frac{L_l}{2\epsilon_{yz}} = g_l \left[-\frac{l+4}{(l-1)(l+2)} \alpha_{l+1}^{31} + \right. \\ \left. + \frac{2(l+3)}{(l+2)(2l+3)} \beta_{l+2}^{31} + \frac{3\beta_l^{31}}{(l+1)(2l+3)} \right] + \\ + h_l \left[\frac{l-3}{l(l-1)} \alpha_{l-1}^{31} - \frac{2(l-2)}{(l-1)(2l-1)} \beta_{l-2}^{31} + \frac{3\beta_l^{31}}{l(2l-1)} \right]; \\ I_l = 2\epsilon_{xy} \left\{ g_l \left[\alpha_{l+1}^{31} + \frac{l+3}{2l+3} \beta_{l+2}^{31} + \frac{l}{2l+3} \beta_l^{31} \right] + \right. \\ \left. + h_l \left[\alpha_{l-1}^{31} + \frac{l-2}{2l-1} \beta_{l-2}^{31} + \frac{l+1}{2l-1} \beta_l^{31} \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{где } g_l = \beta_l^{31} \frac{\rho}{8(l+1)N^3} [\psi_{l+1}^2(N\rho) - \psi_l(N\rho)\psi_{l+2}(N\rho)]; \quad h_l = \\ = \beta_l^{31} \frac{\rho}{8lN^3} [\psi_{l-1}^2(N\rho) - \psi_l(N\rho)\psi_{l-2}(N\rho)]. \end{aligned}$$

Таким образом, мы получили выражение для напряженности электромагнитного поля, рассеянного на анизотропной сферической частице. Влияние анизотропии характеризуется, во-первых, появлением добавок к амплитудным коэффициентам теории Ми (эти добавки представлены членами $A_l M_{o1l}^{(3)}(k_0 r)$ и $G_l N_{e1l}(k_0 r)$ в (6.2.4)) и, во-вторых, присутствием в выражениях для рассеянных полей членов с совершенно иной угловой структурой. Насколько наличие этих членов может изменить характеристики рассеяния анизотропной частицы по сравнению с характеристиками изотропной частицы такого же размера, будет рассмотрено в § 6.4.

Из приведенных выше выражений видно, что, несмотря на их громоздкость, расчет коэффициентов A_l, B_l, C_l, \dots несложен, так как они являются комбинациями элементарных функций и функций Рикатти—Бесселя, методика вычисления которых до-

статочно хорошо разработана. В волновой зоне рассеянную волну можно считать поперечной, т. е. можно пренебречь r -компонентами по сравнению с φ и θ -компонентами. Кроме того, заменим входящую в $M_{\sigma ml}^{(3)}$ и $N_{\sigma ml}^{(3)}$ функцию Рикатти — Ханкеля $\eta_l(y)$ и ее производную асимптотическими значениями (при $y \gg l$): $\eta_l(y) \approx (-i)^{l+1} e^{iy}$, $\eta'_l(y) \approx (-i)^l e^{iy}$. В соответствии с этим в волновой зоне

$$M_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \approx (-i)^{l+1} k_0^{-1} r^{-1} e^{ik_0 r} m_{\sigma ml}(\theta, \varphi), \quad (6.2.6)$$

$$N_{\sigma ml}^{(3)}(k_0 r) \approx (-i)^l k_0^{-1} r^{-1} e^{ik_0 r} n_{\sigma ml}(\theta, \varphi),$$

где

$$m_{\sigma ml} = \mp m Q_l^{(m)}(\theta) \frac{\sin m\varphi \cdot \hat{\theta}}{\cos m\varphi \cdot \hat{\theta}} - S_l^{(m)}(\theta) \frac{\cos m\varphi \cdot \hat{\theta}}{\sin m\varphi \cdot \hat{\theta}}, \quad (6.2.7)$$

$$n_{\sigma ml} = S_l^{(m)}(\theta) \frac{\cos m\varphi \cdot \hat{\theta}}{\sin m\varphi \cdot \hat{\theta}} \mp m Q_l^{(m)}(\theta) \frac{\sin m\varphi \cdot \hat{\theta}}{\cos m\varphi \cdot \hat{\theta}},$$

$$Q_l^{(m)}(\theta) = \frac{1}{\sin \theta} P_l^{(m)}(\cos \theta), \quad S_l^{(m)}(\theta) = \frac{d}{d\theta} P_l^{(m)}(\cos \theta).$$

В полученных выражениях (6.2.7) встречаются функции $Q_l^{(1),(2),(3)}(\theta)$ и $S_l^{(1),(2),(3)}(\theta)$ (при верхнем индексе 1 они совпадают с угловыми функциями, фигурирующими в теории Ми [140]). Расчет этих функций может быть проведен по известным рекуррентным соотношениям (см. § 2.4).

Таким образом, в соответствии с (6.2.6), (6.2.7) имеем

$$E_{p\theta} = E_l k_0^{-1} r^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} [-i(\alpha_l^{33} Q_l^{(1)} + \beta_l^{33} S_l^{(1)}) \cos \varphi + R_l], \quad (6.2.8)$$

$$E_{p\varphi} = E_l k_0^{-1} r^{-1} e^{ik_0 r} \sum_{l=1}^{\infty} [i(\alpha_l^{33} S_l^{(1)} + \beta_l^{33} Q_l^{(1)}) \sin \varphi + T_l], \quad (6.2.9)$$

где

$$\begin{aligned} R_l &= (A_l Q_l^{(1)} + G_l S_l^{(1)}) \cos \varphi + (I_l S_l^{(1)} - C_l Q_l^{(1)}) \sin \varphi + \\ &+ (2\mathcal{E}_l Q_l^{(2)} + K_l S_l^{(2)}) \cos 2\varphi + (L_l S_l^{(2)} - 2F_l Q_l^{(2)}) \sin 2\varphi + \\ &+ (H_l S_l^{(3)} + 3B_l Q_l^{(3)}) \cos 3\varphi + (J_l S_l^{(3)} - 3D_l Q_l^{(3)}) \sin 3\varphi, \\ T_l &= (I_l Q_l^{(1)} - C_l S_l^{(1)}) \cos \varphi - (A_l S_l^{(1)} + G_l Q_l^{(1)}) \sin \varphi - \\ &- (\mathcal{E}_l S_l^{(2)} + 2K_l Q_l^{(2)}) \sin 2\varphi - (F_l S_l^{(2)} - 2L_l Q_l^{(2)}) \cos 2\varphi - \\ &- (B_l S_l^{(3)} + 3H_l Q_l^{(3)}) \sin 3\varphi - (D_l S_l^{(3)} - 3J_l Q_l^{(3)}) \cos 3\varphi. \end{aligned} \quad (6.2.10)$$

Сравнивая выражение (6.2.4) с аналогичным выражением для изотропных частиц (2.3.26), можно видеть, что они имеют более сложную структуру, и, следовательно, амплитудную матрицу рассеяния в данном случае нельзя найти по аналогии, как это делалось в предыдущих параграфах.

§ 6.3. АМПЛИТУДНАЯ МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ СВЕТА АНИЗОТРОПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕЙ

В § 2.3 на примере сферической изотропной частицы был проведен полный анализ матрицы рассеяния в координатном и импульсном представлениях. Однако для исследования системы уравнений (2.2.18) вполне достаточно знать более простую матрицу — амплитудную матрицу рассеяния, которая дается соотношением (2.2.11). Сравнительный анализ (2.2.11) и (2.3.26) показывает, что амплитудная матрица рассеяния может быть найдена из асимптотики рассеянных полей. Воспользуемся этим для нахождения амплитудной матрицы рассеяния в случае анизотропных сферических частиц [339].

Прежде чем перейти к произвольно выбранной системе координат, воспользуемся решением задачи в частной системе отсчета, связанной с направлением распространения излучения. Для этого введем декартову систему координат, направление оси z которой совпадает с направлением волнового вектора падающей плоской монохроматической волны. Оси x и y выберем произвольным образом. Тогда вектор напряженности электрического поля падающей волны можно записать в виде разложения по двум взаимно перпендикулярным направлениям: $E_l = E_{xl} \hat{e}_x + E_{yl} \hat{e}_y$. В дальней зоне рассеянное поле выражается через амплитудную матрицу \hat{A} следующим образом: $E_p(\mathbf{r}) = r^{-1} e^{ik_0 r} \hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) E_l$, откуда вытекает, что эту матрицу можно записать в виде

$$\hat{A}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_0) = r^{-1} e^{ik_0 r} [E_{px} \otimes \hat{e}_x + E_{py} \otimes \hat{e}_y], \quad (6.3.1)$$

где E_{px} и E_{py} — поля, образующиеся в дальней зоне при рассеянии электромагнитной волны единичной амплитуды с колебаниями электрического вектора, совпадающими соответственно с осями \hat{e}_x и \hat{e}_y . Очевидно, поле E_{px} можно выразить через асимптотическое ($k_0 r \gg 1$) значение рассеянного поля $E_p(\mathbf{r})$, записанного в системе координат, направление оси z которой совпадает с направлением распространения, а направление оси x — с колебанием электрического вектора падающей волны:

$$E_{px} = E_{xl}^{-1} E_p(\mathbf{r})_{k_0 r \gg 1}$$

Выражение для напряженности этого поля получено в § 6.2 и дается формулой (6.2.4).

Для нахождения E_{py} воспользуемся уже полученным реше-

нием задачи рассеяния на анизотропных частицах. Для этого введем новую систему координат таким образом, чтобы ее ось x совпадала с осью y старой системы координат. В этой новой системе координат тензор диэлектрической проницаемости выразится через компоненты тензора диэлектрической проницаемости в старой системе координат (поворот вокруг оси z на 90°) следующим образом:

$$\hat{\epsilon}^H = \begin{pmatrix} \epsilon_{yy} & -\epsilon_{yx} & -\epsilon_{yz} \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{zy} & \epsilon_{xz} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}.$$

Тогда решение задачи в новой системе координат будет иметь вид (6.2.4) с соответствующей заменой компонент тензора $\hat{\epsilon}$ на $\hat{\epsilon}^H$. Полученное векторное поле при переходе к старой системе координат преобразуется с помощью D -функций Вигнера [144]:

$$M_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}') = \sum_{m'=0}^l \sum_{\sigma'=\epsilon, o} D_{mm'}^{l(\sigma, \sigma')}(\pi/2, 0, 0) M_{\sigma' m' l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}),$$

$$N_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}') = \sum_{m'=0}^l \sum_{\sigma'=\epsilon, o} D_{mm'}^{l(\sigma, \sigma')}(\pi/2, 0, 0) N_{\sigma' m' l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}),$$

$$D_{mm'}^{l(\sigma, \sigma')}(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) = \left[\frac{(l+m')!(l-m)!}{(l-m')!(l+m)!} \right]^{1/2} \times$$

$$\begin{matrix} \sigma = e & & \sigma = o \\ \times \begin{matrix} \sigma' = e \\ \sigma' = o \end{matrix} & \left| \begin{array}{cc} \text{Re}[D_{mm'}^l(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)] & \text{Im}[D_{mm'}^l(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)] \\ -\text{Im}[D_{mm'}^l(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)] & \text{Re}[D_{mm'}^l(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)] \end{array} \right. \end{matrix}$$

где $D_{mm'}^l(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ — функция Вигнера.

Проделав указанные преобразования, получим решение задачи о дифракции на анизотропной сферической частице при падении излучения с колебаниями электрического вектора вдоль оси y в первоначально введенной системе координат. В силу симметричности тензора окончательный результат будет иметь вид:

$$\begin{aligned} E_p^1(\mathbf{r}) = E_{yl} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{2l+1}{l(l+1)} i^l [-\alpha_l^{33} M_{e1l}^{(3)} - i\beta_l^{33} N_{o1l}^{(3)}] + \right. \\ \left. + i^{l+1} [-C_l M_{o1l}^{(3)} + D_l M_{o3l}^{(3)} + F_l M_{o2l}^{(3)} - A_l M_{e1l}^{(3)} - \right. \\ \left. - B_l M_{e3l}^{(3)} - \mathcal{E}_l M_{e2l}^{(3)}] + i^l [I_l N_{e1l}^{(3)} - J_l N_{e1l}^{(2)} - \right. \\ \left. - L_l N_{e2l}^{(3)} + G_l N_{o1l}^{(3)} + H_l N_{o3l}^{(3)} + K_l N_{o2l}^{(2)}] \right\}, \quad (6.3.2) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A_l' = f_l \left\{ \frac{2l+1}{l(l+1)} \alpha_l^{31} [(3l^2 + 3l - 2) \epsilon_{yy} + (l-1)(l+2) \epsilon_{xx} + \right. \\ \left. + 4\epsilon_{zz}] + \frac{l-1}{l} \beta_l^{31} [(l-2) \epsilon_{yy} - (l+2) \epsilon_{xx} + 4\epsilon_{zz}] + \right. \\ \left. + \frac{l+2}{l-1} \beta_{l+1}^{31} [(l+3) \epsilon_{yy} - (l-1) \epsilon_{xx} - 4\epsilon_{zz}] \right\}, \\ G_l' = g_l \left\{ \frac{\alpha_l^{31}}{l+1} [(l-1) \epsilon_{yy} - (l+3) \epsilon_{xx} + 4\epsilon_{zz}] + \right. \\ \left. + \frac{l+3}{2l+3} [3\epsilon_{yy} + \epsilon_{xx} - 4\epsilon_{zz}] \beta_{l+2}^{31} + \right. \\ \left. + \frac{\beta_l^{31}}{(l+1)(2l+3)} [(3l^2 + 7l + 6) \epsilon_{yy} + (l+2)(l+3) \epsilon_{xx} + \right. \\ \left. + 4l(l+2) \epsilon_{zz}] \right\} + h_l \left\{ \frac{\alpha_{l-1}^{31}}{l} [(l+2) \epsilon_{yy} - (l-2) \epsilon_{xx} - 4\epsilon_{zz}] + \right. \\ \left. + \frac{l-2}{2l-1} (3\epsilon_{yy} + \epsilon_{xx} - 4\epsilon_{zz}) \beta_{l-2}^{31} + \right. \\ \left. + \frac{\beta_l^{31}}{l(2l-1)} [(3l^2 - l - 2) \epsilon_{yy} + (l-1)(l-2) \epsilon_{xx} + \right. \\ \left. + 4(l+1)(l-1) \epsilon_{zz}] \right\}. \end{aligned}$$

В компактной форме выражения (6.2.4) и (6.3.2) можно записать как

$$E_p(\mathbf{r}) = E_{xl} \sum_{oml} \{ \alpha_{ml}^\sigma M_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) - i\beta_{ml}^\sigma N_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \}, \quad (6.3.3)$$

$$E_p^1(\mathbf{r}) = E_{yl} \sum_{oml} \{ \delta_{ml}^\sigma M_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) - i\gamma_{ml}^\sigma N_{oml}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) \}. \quad (6.3.4)$$

При использовании асимптотических разложений (6.2.6) из (6.3.1), (6.3.3) и (6.3.4) можно получить амплитудную матрицу рассеяния в системе координат, связанной с волновым вектором падающего излучения:

$$\begin{aligned} \hat{A}(\mathbf{k}'_0, 0) = k_0^{-1} \sum_{oml} (-i)^{l+1} \{ [\alpha_{ml}^\sigma \mathbf{m}_{oml}(\theta, \varphi) + \\ + \beta_{ml}^\sigma \mathbf{n}_{oml}(\theta, \varphi)] \otimes \hat{\mathbf{e}}_x + [\delta_{ml}^\sigma \mathbf{m}_{oml}(\theta, \varphi) + \gamma_{ml}^\sigma \mathbf{n}_{oml}(\theta, \varphi)] \otimes \hat{\mathbf{e}}_y \}. \quad (6.3.5) \end{aligned}$$

Перепишем (6.3.5) в более удобном виде. Для этого примем во внимание соотношения

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{e}}_x &= \frac{2}{l(l+1)} \mathbf{m}_{o1l}(0, 0) = \frac{2}{l(l+1)} \mathbf{n}_{e1l}(0, 0); \\ \hat{\mathbf{e}}_y &= \frac{2}{l(l+1)} \mathbf{n}_{o1l}(0, 0) = \frac{-2}{l(l+1)} \mathbf{m}_{e1l}(0, 0).\end{aligned}\quad (6.3.6)$$

Из (6.3.6) следует

$$\begin{aligned}\hat{A}(\mathbf{k}'_0, 0) &= k_0^{-1} \sum_{\sigma ml} \sum_{\sigma' m'} \lambda_{m' l} [\alpha_{ml}^{\sigma\sigma'} \mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{m}_{\sigma' m' l}(0, 0) + \\ &+ \beta_{ml}^{\sigma\sigma'} \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta, \varphi) \otimes \mathbf{n}_{\sigma' m' l}(0, 0)],\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_{ml}^{\sigma\sigma} &= (-i)^{l+1} \frac{\pi l(l+1)}{2l+1} \alpha_{ml}^{\sigma}, \quad \alpha_{ml}^{\sigma e} = (-i)^{l+1} \frac{\pi l(l+1)}{2l+1} \delta_{ml}^{\sigma}, \\ \beta_{ml}^{\sigma\sigma} &= (-i)^{l+1} \frac{\pi l(l+1)}{2l+1} \gamma_{ml}^{\sigma}, \quad \beta_{ml}^{\sigma e} = (-i)^{l+1} \frac{\pi l(l+1)}{2l+1} \beta_{ml}^{\sigma}.\end{aligned}$$

Аргументы функций (θ, φ) и $(0, 0)$ соответствуют углам рассеяния и углам падения излучения во введенной системе координат. Чтобы получить амплитудную матрицу рассеяния в произвольной системе координат, повернем первоначальную систему координат L относительно оси y на угол γ_2 , а затем относительно оси z' , получившейся после первого поворота системы L , — на угол γ_3 . Векторные угловые волновые функции при таком преобразовании системы координат преобразуются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_{\sigma ml}(\theta', \varphi') &= \sum_{\sigma' m'} D_{m' m}^{l(\sigma\sigma')} (0, \gamma_2, \gamma_3) \mathbf{m}_{\sigma' m' l}(\theta, \varphi), \\ \mathbf{n}_{\sigma ml}(\theta', \varphi') &= \sum_{\sigma' m'} D_{m' m}^{l(\sigma\sigma')} (0, \gamma_2, \gamma_3) \mathbf{n}_{\sigma' m' l}(\theta, \varphi).\end{aligned}\quad (6.3.7)$$

Применяя соотношение (6.3.7), получим выражение амплитудной матрицы рассеяния в произвольно выбранной системе координат:

$$\begin{aligned}\hat{A}(\mathbf{k}'_0, \mathbf{k}_0) &= k_0^{-1} \sum_l \sum_{\sigma' m'} \sum_{\sigma'' m''} \{K_{m' m''}^{l(\sigma' \sigma'')} (\gamma_2, \gamma_3) \mathbf{m}_{\sigma' m' l}(\theta', \varphi') \otimes \\ &\otimes \mathbf{m}_{\sigma'' m'' l}(\gamma_2, \gamma_3) + L_{m' m''}^{l(\sigma' \sigma'')} (\gamma_2, \gamma_3) \mathbf{n}_{\sigma' m' l}(\theta', \varphi') \otimes \mathbf{n}_{\sigma'' m'' l}(\gamma_2, \gamma_3)\},\end{aligned}\quad (6.3.8)$$

где

$$K_{m_1 m_2}^{l(\sigma_1, \sigma_2)} = \sum_{m_3, m_4} \sum_{\sigma_3, \sigma_4} \lambda_{m_4 l} \alpha_{m_3 l}^{\sigma_3 \sigma_4} [D_{m_3 m_1}^{l(\sigma_3 \sigma_1)} (0, \gamma_2, \gamma_3)]_T D_{m_4 m_2}^{l(\sigma_4 \sigma_2)} (0, \gamma_2, \gamma_3),$$

$$L_{m_1 m_2}^{l(\sigma_1, \sigma_2)} = \sum_{m_3, m_4} \sum_{\sigma_3, \sigma_4} \lambda_{m_4 l} \beta_{m_3 l}^{\sigma_3 \sigma_4} [D_{m_3 m_1}^{l(\sigma_3 \sigma_1)} (0, \gamma_2, \gamma_3)]_T D_{m_4 m_2}^{l(\sigma_4 \sigma_2)} (0, \gamma_2, \gamma_3).$$

Эта матрица более сложная, чем матрица рассеяния электромагнитных волн на изотропной частице, что проявляется в зависимости коэффициентов разложения $K_{m_1 m_2}^{l(\sigma_1, \sigma_2)}$ и $L_{m_1 m_2}^{l(\sigma_1, \sigma_2)}$ от направления распространения падающего на частицу излучения. Как и следовало ожидать, в общем случае она не инвариантна относительно вращений в трехмерном пространстве. Это, в частности, приводит к тому, что появляются недиагональные члены в матрице экстинкции (2.2.33). Действительно, амплитудная матрица рассеяния вперед не вырождается в скаляр, как это происходит для изотропных частиц. В системе координат, связанной с направлением распространения излучения, она, как следует из (6.3.5) и (6.3.6), имеет три различные компоненты:

$$\begin{aligned}A_{11}(0) &= -\frac{4\pi i}{k_0} \sum_{l=1}^{\infty} [(2l+1)(\alpha_l^{33} + \beta_l^{33}) + il(l+1)(A_l + G_l)], \\ A_{12}(0) &= A_{21}(0) = \frac{4\pi}{k_0} \sum_{l=1}^{\infty} l(l+1)(I_l - C_l), \\ A_{22}(0) &= -\frac{4\pi i}{k_0} \sum_{l=1}^{\infty} [(2l+1)(\alpha_l^{33} + \beta_l^{33}) + il(l+1)(A'_l + G'_l)].\end{aligned}\quad (6.3.9)$$

Следовательно, в матрице экстинкции имеется 5 независимых компонент. Остальные обращаются в нуль в силу равенства в первом приближении компонент $A_{12}(0)$ и $A_{21}(0)$.

Что касается сечения рассеяния, то его можно записать безотносительно к параметрам Стокса только для линейно поляризованного излучения:

$$\begin{aligned}\sigma_p^x &= \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{l=1}^{\infty} [(2l+1)(|\alpha_l^{33}|^2 + |\beta_l^{33}|^2) + \\ &+ 2l(l+1) \text{Im}(A_l^* \alpha_l^{33} + G_l^* \beta_l^{33})],\end{aligned}\quad (6.3.10)$$

$$\begin{aligned}\sigma_p^y &= \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{l=1}^{\infty} [(2l+1)(|\alpha_l^{33}|^2 + |\beta_l^{33}|^2) + \\ &+ 2l(l+1) \text{Im}(A_l^* \alpha_l^{33} + G_l^* \beta_l^{33})]\end{aligned}\quad (6.3.11)$$

и естественного или неполяризованного излучения

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \frac{2\pi}{k_0^2} \sum_{l=1}^{\infty} \{ (2l+1)(|\alpha_l^{33}|^2 + |\beta_l^{33}|^2) + \\ &+ 2l(l+1) \text{Im}[(A_l^* + A_l'^*) \alpha_l^{33} + (G_l^* + G_l'^*) \beta_l^{33}] \}.\end{aligned}\quad (6.3.12)$$

Отметим, что в формулах (6.3.10)–(6.3.12) не учитываются члены, пропорциональные $\hat{\mathbf{e}}^2$.

При переходе к ансамблю анизотропных частиц необходимо

провести усреднение не только по размерам частиц, как это делалось в предыдущих главах, но и по их ориентациям в пространстве. Ориентация сферических частиц связана в данном случае с наличием выделенных направлений — оптических осей частицы. Остановимся на этом подробнее.

Как известно, компоненты тензора вещественной диэлектрической проницаемости в системе координат, повернутой относительно системы координат главных диэлектрических осей, можно выразить через главные значения тензора диэлектрической проницаемости и углы Эйлера [144]. Эти соотношения имеют вид

$$\hat{\epsilon} = \hat{Q}\hat{\alpha}[\hat{Q}]_T, \quad \hat{\alpha} = \begin{pmatrix} \alpha^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha^{(3)} \end{pmatrix},$$

где $\alpha^{(i)}$ — собственные значения тензора диэлектрической проницаемости; \hat{Q} — матрица ($[\hat{Q}]_T$ — транспонированная матрица), которая имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} Q_{xx} &= \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3 - \sin \gamma_1 \sin \gamma_3, \\ Q_{xy} &= -\cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \sin \gamma_3 - \sin \gamma_1 \cos \gamma_3, \quad Q_{xz} = \cos \gamma_1 \sin \gamma_2, \\ Q_{yx} &= \sin \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \gamma_3 + \cos \gamma_1 \sin \gamma_3, \quad (6.3.13) \\ Q_{yy} &= -\sin \gamma_1 \cos \gamma_2 \sin \gamma_3 + \cos \gamma_1 \cos \gamma_3, \quad Q_{yz} = \sin \gamma_1 \sin \gamma_2, \\ Q_{zx} &= -\sin \gamma_2 \cos \gamma_3, \quad Q_{zy} = \sin \gamma_2 \sin \gamma_3, \quad Q_{zz} = \cos \gamma_2. \end{aligned}$$

В соотношениях (6.3.13) γ_1 , γ_2 и γ_3 — углы Эйлера, однозначно характеризующие поворот системы координат относительно системы координат, совпадающей с направлениями главных диэлектрических осей. Таким образом, каждой анизотропной частице в системе координат, связанной с направлением распространения падающего излучения, можно приписать параметр ориентации или тройку углов Эйлера. Будем называть эту тройку углов вектором ориентации и обозначать как $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$. Здесь отметим следующее обстоятельство. Если диэлектрическая проницаемость — комплексный тензор, то диагональное представление в общем случае невозможно, так как вещественная и мнимая части могут иметь разные собственные системы координат, повернутые относительно друг друга. Вектор ориентации в этом случае можно ввести как на основе собственной системы координат для действительной части тензора диэлектрической проницаемости, так и на основе собственной системы координат для мнимой части. В силу линейного преобразования углов Эйлера при поворотах систем координат выбор того или иного параметра ориентации не играет принципиальной роли.

Таким образом, чтобы провести усреднение по ориентациям, необходимо характеристики светорассеяния усреднить по углам

Эйлера. В рассматриваемом случае можно использовать одно упрощающее обстоятельство. Зависимость от углов Эйлера полностью входит в компоненты тензора $\hat{\epsilon}$, через которые в свою очередь линейным образом выражаются амплитудные коэффициенты разложения рассеянных полей. Более того, эти компоненты линейным образом входят в квадратичные характеристики, такие, как матрица преобразования параметров Стокса и матрица экстинкции, так как квадратичные от них члены в силу малости не учитываются. Следовательно, подставив в характеристики светорассеяния вместо компонент тензора $\hat{\epsilon}$ их средние значения, получим искомые средние характеристики.

Рассмотрим случай хаотической ориентации частиц в пространстве, т. е. будем считать все направления их ориентации равновероятными. Интегрируя компоненты тензора $\hat{\epsilon}$ с учетом (6.3.13), получаем, что от нуля отличны только его усредненные диагональные компоненты. Простая подстановка полученных выражений приводит нас от формулы (6.3.4) к более простой:

$$E_p(\mathbf{r}) = E_{xl} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{2l+1}{l(l+1)} i^l [\alpha_l M_{01l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r}) - i\beta_l N_{e1l}^{(3)}(k_0 \mathbf{r})], \quad (6.3.14)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_l &= \alpha_l^{33} - \frac{il(l+1)}{2(2l+1)} f_l \left\{ \frac{2l+1}{l(l+1)} \alpha_l^{31} [l(l+1)(3\alpha + 2\alpha^{(3)}) - \beta] + \right. \\ &\quad \left. + \beta \left| \frac{l+2}{l+1} \beta_{l+1}^{31} - \frac{l-1}{l} \beta_{l-1}^{31} \right| \right\} \equiv \alpha_l^{33} + \bar{A}_l, \quad (6.3.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_l &= \beta_l^{33} - \frac{l(l+1)}{2(2l+1)} g_l \left\{ \frac{1}{(l+1)(2l+3)} \beta_l^{31} [(5l^2 + 13l + 9)\alpha + \right. \\ &\quad \left. + (3l^2 + 7l + 3)\alpha^{(3)}] + \beta \left(\frac{l+3}{2l+3} \beta_{l+2}^{31} - \frac{1}{l+1} \alpha_{l+1}^{31} \right) \right\} + \\ &\quad + \frac{l(l+1)}{2(2l+1)} h_l \left\{ \frac{1}{l(2l-1)} \beta_l^{31} [(15l^2 - 3l + 1)\alpha + \right. \\ &\quad \left. + (3l^2 - l - 1)\alpha^{(3)}] + \beta \left(\frac{l-2}{2l-1} \beta_{l-2}^{31} - \frac{1}{l} \alpha_{l-1}^{31} \right) \right\} \equiv \beta_l^{33} + \bar{G}_l, \end{aligned}$$

$$\alpha = \alpha^{(1)} + \alpha^{(2)}, \quad \beta = \alpha - 2\alpha^{(3)},$$

где $\alpha^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$, $\alpha^{(3)}$ — главные значения тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$.

Отсюда сразу же следует, что в этом случае структура амплитудной матрицы рассеяния абсолютно аналогична структуре

матрицы для системы изотропных частиц и, следовательно, матрица экстинкции обращается в скаляр. Отличия же заключаются в том, что в соответствующие матрицы ослабления и экстинкции входят разные амплитудные коэффициенты.

Рассматривая расчетные аспекты борновского приближения метода искаженных волн для анизотропных частиц, можно отметить, что формулы для расчетов достаточно просты и легко приводятся к алгоритмам, реализуемым на базе пакетов программ для изотропных сфер.

§ 6.4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА СИСТЕМОЙ АНИЗОТРОПНЫХ ЧАСТИЦ

Характеристики рассеяния света элементарным объемом дисперсных сред, состоящих из анизотропных рассеивателей, рассмотрим на примере кварцевых пылевых частиц. Выбор кварцевых частиц в качестве объекта исследования определяется тем, что они являются типичными представителями кристаллических веществ в атмосфере. Кварц, или двуокись кремния, — наиболее устойчивое соединение кремния. При обычных условиях это бесцветное тугоплавкое вещество. Из трех модификаций двуокиси кремния (монокристаллический, поликристаллический и плавленый кварц) для нашего исследования представляет интерес только первая. Кристаллы кварца — это одноосные положительные кристаллы. Они не поглощают излучение в видимом диапазоне и прилегающих к нему частях спектра ($\lambda = 0,3-5$ мкм). Оптические постоянные кварца широко представлены в литературе (см., например, [346—348]). Частицы пыли, в состав которых входят и частицы кварца, имеют диаметр до 20 мкм, но на высотах 1—2 км преобладают пылинки диаметром 0,7—2 мкм [85]. Распределение частиц по размерам можно описать гамма-распределением или логнормальной функцией распределения.

Рассмотрим поведение эффективного показателя преломления системы кристаллических кварцевых частиц в воздухе для случая, когда имеет место их преимущественная ориентация [341]. Заодно отметим, что результаты данного параграфа могут быть полезны также при изучении рефракции в коллоидных системах.

В общем случае тензор комплексной диэлектрической проницаемости не может быть представлен в диагональном виде [102]. Однако в области спектра, где кварц не поглощает излучения, это сделать можно. В системе координат, связанной с главными осями тензора диэлектрической проницаемости, он имеет вид

$$\hat{\epsilon}^{\gamma} = \begin{pmatrix} N^2 + \alpha^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & N^2 + \alpha^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & N^2 + \alpha^{(3)} \end{pmatrix},$$

где $\alpha^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$ и $\alpha^{(3)}$ — диагональные компоненты тензора $\hat{\epsilon}$. Так как кварц — положительный одноосный кристалл, то выполняются следующие соотношения:

$$\alpha^{(1)} = \alpha^{(2)} \equiv \alpha_o, \quad \alpha^{(3)} = \alpha_e, \quad \alpha_o < \alpha_e, \quad (6.4.1)$$

где α_o и α_e связаны с обыкновенным и необыкновенным показателем преломления соотношениями

$$n_o = \sqrt{N^2 + \alpha_o}, \quad n_e = \sqrt{N^2 + \alpha_e}. \quad (6.4.2)$$

Таким образом, в системе координат, связанной с падающим излучением, тензор диэлектрической проницаемости полностью определяется двумя значениями α_o, e и двумя углами Эйлера α и β , характеризующими направление главных диэлектрических осей.

Если концентрация рассеивающих центров невелика, то показатель преломления без учета флуктуаций плотности можно выразить следующим образом:

$$\hat{N}_{\text{эф}} = 1 + \frac{2\pi}{k_0^2} \langle \hat{A}(\hat{\epsilon}, 0) \rangle C_N, \quad (6.4.3)$$

где $\langle A(\hat{\epsilon}, 0) \rangle$ — усредненная по ориентациям амплитудная матрица рассеяния вперед. В общем случае она зависит как от направления распространения, так и от направления колебания электрического вектора падающего излучения. В случае же хаотической ориентации диэлектрических осей в пространстве она вырождается в скаляр и не зависит от углов Эйлера. Таким образом, комплексный показатель преломления в общем случае является комплексной тензорной величиной, и, следовательно, такая система будет обладать линейным дихроизмом. Действительно, мнимая часть показателя преломления (6.4.3) связана с показателем ослабления излучения для системы рассеивающих частиц соотношением

$$\text{Im}(\hat{N}_{\text{эф}}) = \frac{1}{2} k_0^{-1} K_o. \quad (6.4.4)$$

Дихроизм подобного рода связан не с поглощением излучения, а с выводом части излучения из пучка, поэтому его часто называют консервативным дихроизмом [349].

Для плоской однородной падающей волны достаточно знать факторы эффективности ослабления двух независимых компонент волны. В одной из них электрический вектор должен колебаться вдоль оси x , во второй — вдоль оси y . Выражения для них следуют из формул (6.3.9):

$$k_y^x = k_o^1 - \frac{2}{\rho^2} \text{Im} \left[\sum_{l=1}^{\infty} l(l+1) (A_l + G_l) \right],$$

$$k_o^y = k_o^1 - \frac{2}{\rho^2} \operatorname{Im} \left[\sum_{l=1}^{\infty} l(l+1) (A_l + G_l) \right], \quad (6.4.5)$$

где k_o^1 — фактор эффективности ослабления на «средней» изотропной частице или изотропной частице с показателем преломления, равным среднему арифметическому показателю преломления обыкновенной и необыкновенной волн.

Следуя работе [107], рассмотрим спектральную зависимость линейного дихроизма кварцевых частиц в воздухе. Вычисления проводились на основе формул (6.4.4) и (6.4.5) для частиц размером $r=1$ мкм в диапазоне длин волн 0,48—0,61 мкм с привлечением данных из работ [346—348] (табл. 6.1). Показатели преломления для промежуточных длин волн, отсутствующих в табл. 6.1, находились с помощью линейного экстраполирования между значениями, имеющимися в таблице. Расчеты проводились для монодисперсной системы частиц. Для устранения так называемой тонкой структуры рассматриваемой зависимости [350] ее сглаживали усреднением по конечному интервалу значений длин волн. Предполагалось, что оптические оси частиц ориентированы в одном направлении, причем $\gamma_1=0$, $\gamma_2=\pi/2$, $\gamma_3=0$.

На рис. 6.1 приведена спектральная зависимость относительной разности мнимых частей показателей преломления волн с разным направлением колебаний вектора электрической напряженности, определяемой как

$$\Delta n' = [\operatorname{Im}(N_{\text{эф}}^{yy}) - \operatorname{Im}(N_{\text{эф}}^{xx})] / \operatorname{Im}(N_{\text{эф}}^{xx}), \quad (6.4.6)$$

и аналогичная зависимость для относительной разности $\Delta m''$ действительных частей, характеризующей двулучепреломление системы кварцевых частиц в воздухе. Величина $|\Delta m'|$ достигает максимума в области $\lambda \approx 0,55$ мкм и обращается в нуль в области $\lambda \approx 0,49$ мкм. Расчеты в более широкой области спектра показывают, что общий ход спектральной зависимости величины

Таблица 6.1. Показатели преломления кристаллического кварца

λ , мкм	n_o	n_e	λ , мкм	n_o	n_e
0,3404	1,5675	1,5774	0,5791	1,5447	1,5538
0,3587	1,5639	1,5737	0,5893	1,5442	1,5534
0,4341	1,5540	1,5634	0,6278	1,5428	1,5519
0,4678	1,5510	1,5604	0,6563	1,5419	1,5509
0,4800	1,5501	1,5594	1,600	1,5270	1,5355
0,4861	1,5497	1,5590	1,609	1,5261	1,5352
0,5086	1,5482	1,5582	1,615	1,5268	1,5342
0,5184	1,5477	1,5569	1,682	1,5258	1,5332
0,5461	1,5462	1,5554			

$\Delta m'$ имеет вид колебаний около нулевого значения. Максимальное значение $|\Delta m'|$ в области $\lambda \approx 0,55$ мкм достигает 3%, т. е. является величиной одного порядка малости с относительной разностью действительных частей показателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн.

В работе [335] приведено приближенное эмпирическое правило для коллоидных систем из анизотропных ориентированных частиц, согласно которому величина линейного дихроизма такой системы максимальна по абсолютной величине для тех значений длин волн, при которых величина двулучепреломления равна нулю и наоборот. Это правило было теоретически обосновано для больших «мягких» частиц. Согласование эксперимента и теории наблюдается, как показано в [341], и в других случаях. Если учесть, что частицы в рассмотренном случае не являются большими и «мягкими», то из рис. 6.1 ясно, что, с одной стороны, теоретические расчеты качественно подтверждают экспериментальный материал, а с другой — служат теоретической основой приведенного эмпирического правила в области сильного дифракционного взаимодействия излучения с веществом.

Рассмотрим теперь влияние анизотропии оптических свойств частиц на спектральную прозрачность среды, которая в приближении однократного рассеяния непосредственно связана со спектральной зависимостью сечения ослабления излучения частицами. Если частицы системы ориентированы одинаково, то ослабление линейно поляризованного излучения можно описать при помощи формул (6.3.10) — (6.3.11). Если же имеет место статистическое распределение осей в пространстве, эти формулы необходимо усреднить по всевозможным ориентациям осей. В случае полного хаотического распределения осей в формулах (6.3.10) — (6.3.11) следует вместо A_l , A_l' , G_l и G_l' использовать коэффициенты \bar{A}_l и \bar{G}_l из (6.3.15).

В качестве конкретного примера приведем результаты расчетов для факторов эффективности ослабления монодисперсной системы кристаллических кварцевых частиц с радиусом $r=7$ мкм в интервале длин волн $\lambda=0,4400$ — $0,6328$ мкм [342]. Средний показатель преломления, фигурирующий в разбиении тензора диэлектрической проницаемости на изотропную и анизотропную части, выбран равным среднеарифметическому значению от по-

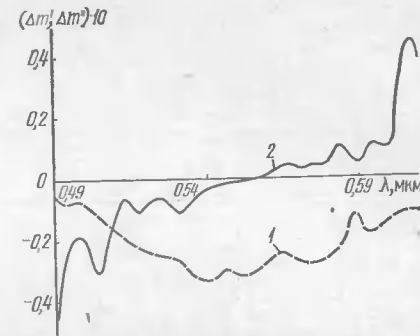


Рис. 6.1. Спектральная зависимость относительных величин линейного дихроизма $\Delta m'$ (1) и двулучепреломления $\Delta m''$ (2) рассеивающей системы из ориентированных кварцевых частиц с радиусом $r=1$ мкм

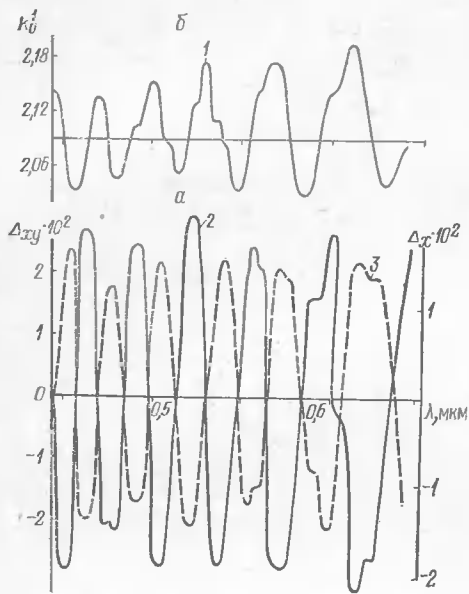


Рис. 6.2. Спектральные зависимости фактора эффективности ослабления $k_0^1(\lambda)$ (1) и отклонений Δ_{xy} (2) и Δ_x (3) монодисперсной системы анизотропных кварцевых частиц при $r=7$ мкм, $\gamma_1=0$, $\gamma_2=\pi/2$, $\gamma_3=0$

нение совокупности значений спектральной прозрачности системы анизотропных частиц при падении волны с электрическим вектором, колеблющимся вдоль оси x , от соответствующей зависимости при падении волны с электрическим вектором, колеблющимся вдоль оси y . Фиксированная ориентация частиц задавалась углами Эйлера $\{\gamma_1=0, \gamma_2=\pi/2, \gamma_3=0\}$.

На рис. 6.2, а приведены спектральные зависимости Δ_x и Δ_{xy} для упомянутой выше монодисперсной системы анизотропных частиц в указанной области спектра. Область исследования охватывает интервал значений параметра дифракции от $\rho=69,5$ (при $\lambda=0,6328$ мкм) до $\rho=100$ (при $\lambda=0,44$ мкм). Как видно из рисунка, зависимости $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ имеют характер периодических колебаний. При этом периоды колебаний $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ примерно одинаковы, а сами зависимости сдвинуты друг относительно друга на полпериода. Количество основных экстремумов на кривых $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ совпадает с количеством основных экстремумов на кривой $k_0^1(\lambda)$ (рис. 6.2, б). Для фиксированной длины волны максимальные абсолютные значения $|\Delta_{xy}(\lambda)|$ больше максимальных значений $|\Delta_x(\lambda)|$. Отметим также, что $\Delta_x(\lambda)$, $\Delta_{xy}(\lambda)$ близки к нулю для тех длин волн, при ко-

казателей преломления обыкновенной и необыкновенной волн.

Для исследования отклонения хода спектральной прозрачности системы анизотропных частиц от аналогичной зависимости, полученной для системы модельных изотропных частиц со средним показателем преломления, введем следующие относительные характеристики:

$$\Delta_x = \delta_x / k_0^1, \quad \Delta_{xy} = \delta_{xy} / k_0^1,$$

$$\text{где } \delta_x = k_o^x - k_o^1, \quad \delta_{xy} = k_o^y - k_o^x.$$

Величина Δ_x описывает указанное выше отклонение в случае колебаний электрического вектора волны, падающей на систему частиц со строго фиксированной ориентацией главных диэлектрических осей в пространстве, вдоль оси x , а величина Δ_{xy} описывает откло-

торых спектральная прозрачность $k_0^1(\lambda)$ достигает экстремальных значений. Максимальные значения $|\Delta_{xy}(\lambda)|$ и $|\Delta_x(\lambda)|$ не превышают соответственно 0,03 и 0,02. Поведение зависимостей $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ для других фиксированных значений γ_3 качественно аналогично поведению $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ для рассмотренного случая. Максимальные значения $|\Delta_x(\lambda)|$ и $|\Delta_{xy}(\lambda)|$ остаются малыми. Рассмотрение аналогичных отклонений для неполяризованного излучения и систем с хаотическим распределением осей частиц в пространстве показывает, что в этих случаях экстремальные значения отклонений меньше, чем при падении поляризованного излучения на систему анизотропных частиц с фиксированной ориентацией оптических осей.

Из этого следует, что ход спектральной прозрачности для систем, состоящих из анизотропных кварцевых частиц с размерами, характерными для атмосферной пыли ($r=7$ мкм), в видимом диапазоне длин волн можно моделировать с помощью системы изотропных частиц со средним показателем преломления. Для систем с хаотическим распределением ориентаций главных диэлектрических осей в пространстве погрешность такого моделирования не превышает 1%, а для систем с фиксированной ориентацией при падении линейно поляризованного излучения — 3%.

Вывод о слабой чувствительности характеристик ослабления излучения к наличию анизотропии относится не только к кварцевым частицам в видимой области спектра. Это подтверждается результатами исследования спектральных зависимостей величин $\Delta_x(\lambda)$ и $\Delta_{xy}(\lambda)$ для ряда других ситуаций, в частности для частиц резонансной области значений параметра дифракции $\rho \approx 5$, где на первый взгляд можно было бы ожидать больших значений $|\Delta_x(\lambda)|$ и $|\Delta_{xy}(\lambda)|$.

На рис. 6.3 приведены результаты расчетов для модельных частиц со средним показателем преломления $n=1,30$ и параметрами анизотропии $\alpha^{(1)}=\alpha^{(2)}=-0,01$ и $\alpha^{(3)}=0,01$. Ориентация частиц определяется углами $\gamma_1=0, \gamma_2=\pi/2, \gamma_3=0$. Очевидно, что значения $|\Delta_x(\lambda)|$ и $|\Delta_{xy}(\lambda)|$ в экстремумах растут с увеличением ρ , однако остаются

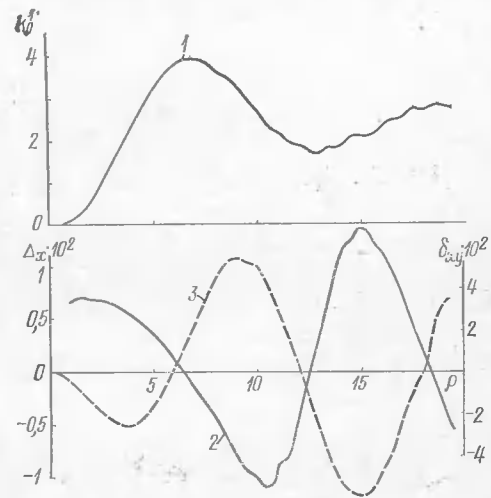


Рис. 6.3. Зависимости фактора эффективности ослабления $k_0^1(\rho)$ (1) и отклонений Δ_x (2) и δ_{xy} (3) от параметра дифракции модельной анизотропной частицы с $n=1,30$

малыми и не превышают $|\Delta_x(\lambda)| \sim 1\%$, а $|\Delta_{xy}(\lambda)| \sim 3\%$.

Таким образом, спектральную прозрачность дисперсной среды, состоящей из слабоанизотропных сферических частиц, в широком интервале изменения параметра дифракции можно с точностью в несколько процентов моделировать аналогичной зависимостью $k_0^1(\lambda)$ для системы изотропных частиц со средним показателем преломления. При наличии усредняющих факторов (неполяризованность падающего излучения, хаотичное распределение оптических осей, полидисперсность) точность моделирования возрастает.

§ 6.5. УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА СИСТЕМОЙ АНИЗОТРОПНЫХ ЧАСТИЦ

Матрица преобразования параметров Стокса (МППС) входит в векторное уравнение переноса излучения и, следовательно, является одной из основных характеристик элементарного объема при решении прямых задач переноса излучения. С другой стороны, при выполнении условий однократного рассеяния элементы этой матрицы — измеряемые величины и могут служить исходным экспериментальным материалом для решения широкого круга обратных задач по определению микроструктуры дисперсных систем и оптических постоянных частиц, из которых состоят эти системы. Таким образом, исследование угловых зависимостей элементов МППС анизотропных частиц представляет практический интерес как для прямых, так и для обратных задач.

При разбиении тензора $\hat{\epsilon}$ на изотропную и анизотропную части амплитудную матрицу рассеяния можно также разделить (с точностью до ϵ^2) на составляющие:

$$\hat{A}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi) = \hat{A}_1(N, \theta, \varphi) + A_2(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi), \quad (6.5.1)$$

первая из которых описывает рассеяние на «средней» изотропной частице с показателем преломления N , а вторая обусловлена отклонением свойств частицы от изотропных. Входящие в выражение (6.5.1) углы рассеяния θ и φ определяются в сферической системе координат, связанной с направлением распространения падающей волны. Выражение для $\hat{A}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi)$ дается формулой (6.3.5), которая в развернутом виде записывается как

$$A_{11}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi) = k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{2l+1}{l(l+1)} i (-\alpha_l^{33} Q_l^{(1)} - \beta_l^{33} S_l^{(1)}) \cos \varphi + R_l \right],$$

$$A_{21}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi) = k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \left[i \frac{2l+1}{l(l+1)} (\alpha_l^{33} S_l^{(1)} + \beta_l^{33} Q_l^{(1)}) \sin \varphi + T_l \right],$$

$$A_{12}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi) = k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \left[i \frac{2l+1}{l(l+1)} (-\alpha_l^{33} Q_l^{(1)} - \beta_l^{33} S_l^{(1)}) \sin \varphi + T_l' \right],$$

$$A_{22}(\hat{\epsilon}, \theta, \varphi) = k_0^{-1} \sum_{l=1}^{\infty} \left[i \frac{2l+1}{l(l+1)} (-\alpha_l^{33} S_l^{(1)} - \beta_l^{33} Q_l^{(1)}) \cos \varphi + R_l' \right],$$

где R_l и T_l определяются формулами (6.2.10), а T_l' и R_l' имеют следующий вид:

$$T_l' = (A_l' Q_l^{(1)} + G_l' S_l^{(1)}) \sin \varphi + (I_l S_l^{(1)} - C_l Q_l^{(1)}) \cos \varphi + \\ + (2\mathcal{E}_l Q_l^{(2)} + K_l S_l^{(2)}) \sin 2\varphi - (L_l S_l^{(2)} - 2F_l Q_l^{(2)}) \cos 2\varphi + \\ + (H_l S_l^{(3)} + 3B_l Q_l^{(3)}) \sin 3\varphi - (J_l S_l^{(3)} - 3D_l Q_l^{(3)}) \cos 3\varphi, \quad (6.5.2)$$

$$R_l' = (A_l' S_l^{(1)} + G_l' Q_l^{(1)}) \cos \varphi + (C_l S_l^{(1)} - I_l Q_l^{(1)}) \sin \varphi + \\ + (\mathcal{E}_l S_l^{(2)} + 2K_l Q_l^{(2)}) \cos 2\varphi + (2L_l Q_l^{(2)} - F_l S_l^{(2)}) \sin 2\varphi + \\ + (B_l S_l^{(3)} + 3H_l Q_l^{(3)}) \cos 3\varphi + (3J_l Q_l^{(3)} - D_l S_l^{(3)}) \sin 3\varphi. \quad (6.5.3)$$

Функциональная зависимость членов, входящих в формулы (6.5.2) и (6.5.3), дается выражениями (6.2.5), (6.2.7) и (6.2.10). Следует отметить зависимость R_l , T_l , R_l' и T_l' от углов Эйлера γ_1 , γ_2 и γ_3 , а в случае одноосных кристаллов — от γ_1 и γ_2 .

Элементы МППС определяются (с точностью до ϵ^2) выражением

$$D_{\lambda\nu}(\theta, \varphi) = \frac{C_N}{2} \sum_{ijkl=1}^2 \sigma_{ik}^\lambda \{ \langle A_{ij}(\theta, \varphi) A_{ik}^*(\theta, \varphi) \rangle +$$

$$+ \langle A_{2ij}(\theta, \varphi) A_{1ik}^*(\theta, \varphi) \rangle + \langle A_{1ij}(\theta, \varphi) A_{2ik}^*(\theta, \varphi) \rangle \} \sigma_{jl}^\nu. \quad (6.5.4)$$

Для ансамбля частиц, имеющих статистическое распределение главных диэлектрических осей в пространстве, соотношение (6.5.4) необходимо усреднить по этому распределению. Учитывая, что \hat{A}_1 и $\hat{\sigma}^\lambda$ не зависят от ориентации частиц, запишем МППС для ансамбля частиц с полностью хаотической или равновероятной по всем направлениям ориентацией:

$$D_{\lambda\nu}(\theta, \varphi) = \frac{C_N}{2} \sum_{ijkl=1}^2 \sigma_{ik}^\lambda \{ A_{ij}(\theta, \varphi) A_{ik}^*(\theta, \varphi) +$$

$$+ \langle A_{2ij}(\theta, \varphi) \rangle A_{1ik}^*(\theta, \varphi) + A_{1ij}(\theta, \varphi) \langle A_{2ik}^*(\theta, \varphi) \rangle \} \sigma_{jl}^\nu, \quad (6.5.5)$$

где $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по ориентациям. Так как функциональная структура усредненной матрицы \hat{A}_2 аналогична

структуре матрицы в случае изотропных частиц, то МППС в плоскости рассеяния ($\varphi=0$) имеет вид

$$\hat{D}(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} D_{11}(\theta, \varphi) & D_{12}(\theta, \varphi) & 0 & 0 \\ D_{12}(\theta, \varphi) & D_{11}(\theta, \varphi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}(\theta, \varphi) & -D_{43}(\theta, \varphi) \\ 0 & 0 & D_{43}(\theta, \varphi) & D_{33}(\theta, \varphi) \end{pmatrix} \quad (6.5.6)$$

Очевидно, что структура матрицы (6.5.6) совпадает со структурой аналогичной матрицы для изотропных частиц.

Отметим некоторые особенности амплитудной матрицы рассеяния анизотропными частицами с выделенной ориентацией в пространстве, непосредственно следующие из ее аналитического вида [343]. Элементы этой матрицы зависят от ориентации главных диэлектрических осей относительно системы координат, связанной с направлением распространения падающей волны. Эта ориентация однозначно характеризуется тройкой углов Эйлера ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$). Таким образом, для анизотропных частиц матрица рассеяния и, следовательно, МППС неинвариантны относительно вращений частицы. При произвольной ориентации ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$) амплитудная матрица рассеяния не диагонализирована в системе координат, связанной с плоскостью рассеяния, как это имеет место для изотропных частиц. Отсюда следует, что те элементы МППС, которые равны нулю для изотропных частиц ($D_{13}(\theta, \varphi), D_{14}(\theta, \varphi), D_{23}(\theta, \varphi), D_{24}(\theta, \varphi), D_{42}(\theta, \varphi), D_{41}(\theta, \varphi), D_{31}(\theta, \varphi), D_{32}(\theta, \varphi)$), для анизотропных частиц принимают конечные значения. Соотношения симметрии $D_{11}=D_{22}, D_{12}=D_{21}, D_{43}=-D_{34}, D_{33}=D_{44}$, выполняющиеся для изотропных частиц, будут выполняться (с точностью $(\hat{\epsilon})^2$) и для анизотропных, однако никаких других соотношений симметрии нет. Отметим также, что для анизотропной частицы значения D_{11} зависят от азимутального угла φ .

Поведение угловых зависимостей элементов МППС рассмотрим на примере результатов, полученных для системы кварцевых частиц при длине волны падающего излучения $\lambda=0,6328$ мкм [343]. Показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн в кварце на этой длине волны выбирались в соответствии с табл. 6.1. Расчеты проводились для диапазона типичных размеров частиц пыли в приземном слое атмосферы [85]. Для монодисперсной системы частиц с достаточно большими значениями параметра дифракции и показателя преломления угловые зависимости элементов МППС сильно осциллируют, что затрудняет анализ. Для сглаживания осцилляций введем узкое распределение частиц по размерам (гамма-распределение с параметром полуширины $\mu=100$). Рассмотрение проведем для си-

стем с модальными радиусами $r_0=0,4; 1; 3$ мкм, что соответствует значениям модального параметра дифракции $\rho_0=4; 10; 29,9$.

Предполагалось, что все частицы ориентированы одинаково (оптические оси одноосных кварцевых кристаллов направлены перпендикулярно направлению распространения падающей волны). Система координат выбиралась так, чтобы ось z совпадала с волновым вектором падающей волны, а ось x была направлена вдоль оптической оси. Такой геометрии соответствует тройка углов Эйлера $(0, \pi/2, 0)$. Рассеянные поля исследовались в плоскости xz (т. е. при $\varphi=0$), так как в этом случае число независимых элементов МППС минимально и равно, как и в случае изотропных частиц, четырем.

Полученные угловые зависимости элементов МППС для системы анизотропных частиц сравним с аналогичными зависимостями для систем изотропных частиц, показатель преломления которых был выбран как среднеарифметическое от показателей преломления кварца для обыкновенной и необыкновенной волн при $\lambda=0,6328$ мкм. Сопоставление проведем для элементов приведенной МППС. В качестве меры отклонения используем их разность:

$$\Delta f_{\lambda\nu}(\theta) = f_{\lambda\nu}(\theta) - \hat{f}_{\lambda\nu}^{\text{ис}}(\theta). \quad (6.5.7)$$

Анализ зависимостей $\Delta f_{\lambda\nu}(\theta)$ показывает, что отклонение значений элементов МППС для изотропных и анизотропных частиц увеличивается с возрастанием размера частиц (рис. 6.4). Если при $r_0=0,4$ мкм максимальное отклонение составляет 0,025, то при $r_0=1$ мкм оно равно 0,055, а при $r_0=3$ мкм — 0,13. Наибольшие значения отклонений проявляются в области углов рассеяния в заднюю полусферу $\theta \sim 140-175^\circ$. Эта особенность характерна для всех элементов МППС, т. е. можно считать, что указанная область углов наиболее чувствительна к анизотропной структуре частиц. Рис. 6.5 иллюстрирует упомянутые закономерности на примере компонент $D_{11}(\theta)$.

Для расчета характеристик рассеяния использовался приближенный метод. Он, естественно, дает ошибки, которые при анализе могут быть приняты за проявление анизотропных свойств вещества частиц. Как известно, в теории возмущения сходимость и ошибка зависят от величины параметра малости (в нашем случае это $\hat{\epsilon}$) и они тем больше, чем больше этот параметр. Оценка максимально возможной ошибки решения проводилась следующим образом. Для заданного тензора $\hat{\epsilon}$ находились главные значения $\alpha^{(i)}$ и проводились расчеты по приближенной теории, разработанной для анизотропных частиц, причем считалось, что «изотропная» часть диэлектрической проницаемости равна $[N^2 + (\alpha^{(i)})_{\text{макс}}]$, где $\alpha_{\text{макс}}^{(i)}$ — максимальное из главных значений тензора $\hat{\epsilon}$, а «анизотропная» часть опреде-

ляется тензором $\hat{\epsilon}$, все главные значения которого одинаковы и равны $(-\alpha_{\text{макс}}^{(i)})$. Видно, что при таком выборе тензора диэлектрической проницаемости он вырождается в скаляр N , т. е. можно провести параллельный расчет характеристик рассеяния по точным формулам теории Ми для изотропных частиц. Разница получаемых таким образом решений и может служить оценкой погрешности приближенного метода расчета. Эта оценка весьма грубая и, по-видимому, несколько завышает действительную максимальную ошибку.

В качестве иллюстрации такого способа оценки погрешности на рис. 6.6 приведены угловые зависимости элемента $f_{33}(\theta)$ МППС для систем частиц с $r_0=3$ мкм. Различие в ходе кривых в области углов от 0 до 150° незначительно и не превышает 5%, при этом, как видно из рис. 6.6, ошибка решения сопоставима с разностью $\Delta f_{33}(\theta)$ для анизотропных и изотропных «средних» частиц, т. е. в этой области углов затруднительно определить, вызвана ли эта разность анизотропией частиц или ошибкой метода расчета. Однако в области углов $\theta \approx 150-170^\circ$ отличия велики и достигают 25% при $\theta \approx 160^\circ$, что существенно превышает

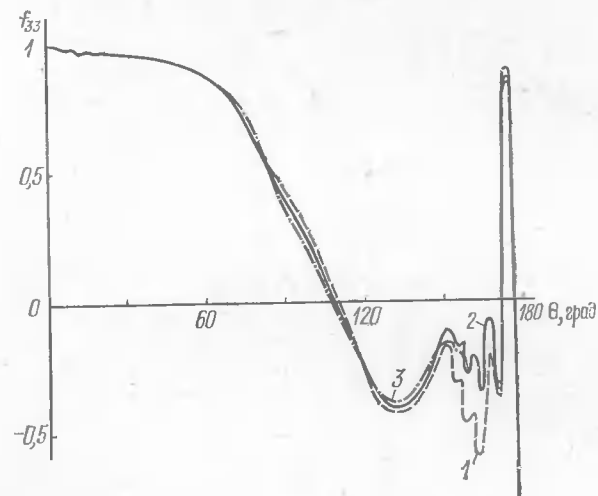


Рис. 6.6. Угловые зависимости элемента f_{33} для системы частиц с $r_0=3$ мкм: анизотропные кварцевые частицы (1); изотропные частицы со средним показателем преломления, расчет по точным формулам (2), расчет по приближенным формулам (3)

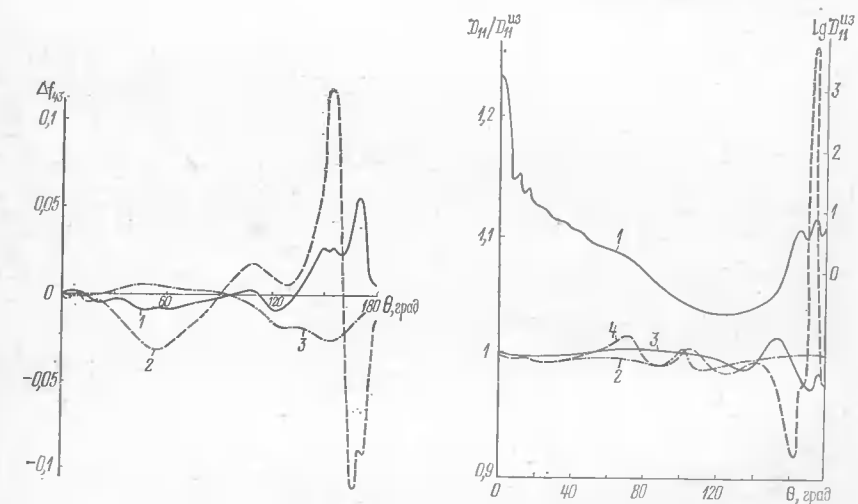


Рис. 6.4. Угловые зависимости отклонения значений элемента f_{43} для анизотропных кварцевых частиц от значений $f_{43}^{\text{ис}}$ для изотропных частиц со средним показателем преломления. Модальный размер частиц $r_0=1$ (1), 3 (2), 0,4 мкм (3). Кривая 3 приведена с обратным знаком

Рис. 6.5. Угловые зависимости элемента $D_{11}^{\text{ис}}(\theta)$ изотропных частиц со средним показателем преломления (1) и радиусом $r_0=3$ мкм (правая шкала) и отношения элементов $D_{11}(\theta)$ анизотропных кварцевых частиц к $D_{11}^{\text{ис}}(\theta)$ для радиусов $r_0=0,4$ (2), $r_0=1$ (3) и $r_0=3$ мкм (4) (левая шкала) на длине волны $\lambda=0,6328$ мкм

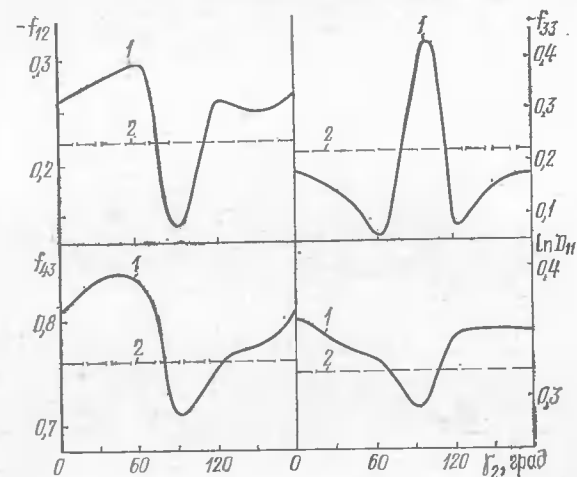


Рис. 6.7. Зависимости элементов МППС от угла поворота ψ_2 при угле рассеяния $\theta=160^\circ$: анизотропные кварцевые частицы (1), изотропные частицы со средним показателем преломления (2) при $r_0=3$ мкм

ошибку расчета, т. е. в этой области углов влияние анизотропии вещества частиц на элемент f_{33} достаточно велико.

Кратко опишем поведение разностей $\Delta f_{\lambda\nu}(\theta)$ остальных элементов МППС. Из рис. 6.5 видно, что при $\theta < 150^\circ$ значения

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА НЕОДНОРОДНЫМИ И АНИЗОТРОПНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

§ 7.1. ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНКА ТОЛЩИНЫ СЛОЕВ АДсорбированных Веществ НА ПОВЕРХНОСТИ СВЕТорассеивающих Частиц

При отработке метода определения показателя преломления диспергированного вещества по измеренным значениям показателя рассеяния в работе [351] было отмечено, что для частиц латекса полистирола с радиусами $r < 0,2$ мкм в видимой области спектра наблюдается зависимость получаемых значений n от размера частиц (с уменьшением r показатель преломления уменьшается). В работе [352] проанализированы причины этого явления и выяснены возможности его практического использования.

Как известно, для предотвращения слипания частиц латексов применяются эмульгаторы, образующие на поверхности частиц тончайшую пленку, которая и препятствует слипанию [210, 353—356]. Для полного исключения слипания перед выполнением оптических измерений рекомендуется добавлять к водной суспензии латекса небольшое количество слабого раствора аммиака [353]. При этом некоторое количество аммиака переходит в газообразное состояние, образуя на частицах латекса тончайший газовый слой.

В литературе имеются весьма противоречивые сведения о толщине оболочки эмульгатора, образующейся на глобулах латекса: от одного нанометра до десятых долей микрометра и более [354—356]. Столь широкий диапазон указываемых различными авторами толщин оболочек обусловлен, по-видимому, различием свойств самих частиц и применяемых эмульгаторов и отсутствием достаточно надежных методов оценки размеров оболочки.

С целью оценки влияния тонких поверхностных слоев в работе [352] были проведены измерения показателя рассеяния излучения K_p в интервале длин волн $0,35 \leq \lambda \leq 0,8$ мкм на 11 образцах латексов полистирола с радиусами частиц $0,045 \leq r \leq 0,39$ мкм. Размер частиц определялся с помощью электронного микроскопа. Измерения показателя рассеяния проводились с помощью специальной приставки к спектрофотометру СФД-2 на образцах латексов с эмульгатором, разбавленных дистиллированной водой, а затем на тех же образцах с добавлением аммиака в таком количестве, чтобы дисперсионная среда представляла собой 0,1-, 0,5- и 1-процентный раствор аммиака. Измерения показали, что добавление аммиака приводит к снижению показателя

$D_{11}(\theta)$ сравнимы с ошибками расчета, однако при $\theta > 150^\circ$ они превышают ошибку и достигают 25% (при ошибке около 10%) в области глоррии ($\theta \sim 175^\circ$). Значения $\Delta f_{12}(\theta)$ также превышают ошибку решения при $\theta > 150^\circ$, однако абсолютные значения разности Δf_{12} меньше (5—10%). В том же интервале углов значения $\Delta f_{43}(\theta)$ составляют 10—15% (см. рис. 6.4), однако оценка ошибки дает сопоставимые величины. Вероятно, в этом случае необходима более строгая оценка ошибки.

Все представленные выше результаты относились к случаю, когда угол γ_2 между оптической осью кварцевых частиц и направлением распространения падающей волны фиксирован и равен 90° . При изменении угла γ_2 (для фиксированного угла рассеяния θ) значения элементов МППС будут изменяться. Это изменение, как уже отмечалось, является характерной особенностью МППС для анизотропных частиц. На рис. 6.7 приведены зависимости элементов МППС от угла γ_2 при фиксированном значении $\theta = 160^\circ$ (это соответствует или повороту источника света в плоскости xz , или повороту самой частицы). Видно, что при изменении γ_2 элементы МППС колеблются около соответствующих значений для «средней» изотропной частицы, причем экстремумы этих колебаний для всех элементов реализуются при углах $\gamma_2 = 60, 90$ и 120° . Диапазон изменения значений элементов МППС при изменении γ_2 наиболее значителен для $f_{33}(\gamma_2)$ (0,06—0,42); несколько меньшие интервалы изменения наблюдаются для $f_{12}(\gamma_2)$ (0,14—0,30) и $f_{43}(\gamma_2)$ (0,72—0,83). Такие изменения (например, при переходе от угла $\gamma_2 = 60^\circ$ к углу $\gamma_2 = 90^\circ$) вполне можно определить при экспериментальных исследованиях.

Представленный анализ угловых характеристик проведен для системы квазимонодисперсных частиц. Однако, как показывают расчеты, увеличение полуширины функции распределения не приводит к существенному изменению отмеченных выше закономерностей. Поэтому для такого изменчивого объекта, как аэрозоль, можно сформулировать следующие рекомендации по учету анизотропных свойств частиц (по крайней мере для видимого диапазона длин волн). Анизотропные свойства можно не учитывать в следующих случаях: при расчетах диагональных членов матрицы экстинкции, характеристик светорассеяния для систем хаотически ориентированных частиц и частиц, ориентированных вдоль некоторого направления, в случаях субмикронной фракции аэрозоля, а также угловых характеристик рассеяния для фракций A и B в углах рассеяния $\theta < 90^\circ$. И наоборот, анизотропные свойства следует учитывать в случае ориентированных систем частиц для вычисления недиагональных компонент матрицы экстинкции и угловых характеристик светорассеяния в области углов $\theta > 90^\circ$ для фракций A и B .

теля рассеяния суспензий, радиус частиц которых меньше определенного значения. Изменение концентрации аммиака в указанных пределах не влияет на показатель рассеяния.

Из табл. 7.1 видно, что для образцов, состоящих из частиц малого радиуса, наблюдаемое при добавлении аммиака снижение измеряемых величин K_p значительно превышает погрешность эксперимента. Как показано в работе [351], для этих образцов погрешность составляла 1—1,5%.

На рис. 7.1 представлены результаты определения относительного показателя преломления n' частиц латексов полистирола в воде по измеренным значениям показателя рассеяния с помощью метода, описанного в работе [351]. Видно, что для самых малых частиц полученные значения показателя преломления образцов без аммиака в среднем на 0,007, а образцов с аммиаком на 0,024 ниже, чем в случае более крупных частиц с $r > 0,35$ мкм. Погрешность же определения n' не превышает $\pm 0,003$. Аналогичная зависимость значений показателя преломления от размера частиц была отмечена ранее в работе [357].

Можно предположить, что наблюдаемая в случае малых частиц зависимость $n'(r)$ обусловлена наличием тонкой пленки жидкого эмульгатора и слоя газообразного аммиака. Чтобы проверить правильность такого предположения, были проведены расчеты сечений рассеяния для однородных и двухслойных частиц с показателями преломления ядра и оболочки, равными или близкими к имевшим место в эксперименте.

На рис. 7.2 приведены результаты сопоставления расчетных значений сечения рассеяния для однородных частиц полистирола и двухслойных частиц с ядром из того же вещества, но с различными оболочками. Радиусы оболочек r_2 , а соответственно и параметры дифракции $\rho_2 = 2\pi r_2 n_2 / \lambda_0$ варьировались в широких пределах, n_2 — показатель преломления воды. Показатель преломления полистирола относительно воды при $\lambda_0 = 0,54$ мкм принят равным $n'_1 = 1,207$ [351]. Значение $n'_2 = 0,75$ соответствует

Таблица 7.1. Отнесенные к единице объема и единичной массовой концентрации экспериментальные значения показателя рассеяния для образцов без аммиака K_{p1} и с аммиаком K_{p2} (см²/мг) и отношения $\delta = (K_{p1} - K_{p2})/K_{p1}$

r , мкм	K_{p1}	K_{p2}	δ , %	K_{p1}	K_{p2}	δ , %	K_{p1}	K_{p2}	δ , %
	$\lambda = 0,45$ мкм			$\lambda = 0,55$ мкм			$\lambda = 0,65$ мкм		
0,045	2,54	2,26	11	1,78	1,64	8	1,24	1,12	10
0,055	3,67	3,27	11	1,94	1,74	10	1,64	1,46	11
0,085	12,0	10,8	10	5,70	5,25	8	3,25	3,00	8
0,110	16,9	16,0	5,5	8,88	8,16	8	5,68	5,23	8
0,135	27,3	26,0	5	14,0	13,0	7	8,47	7,80	8
0,205	39,0	37,0	5	23,2	22,5	3	15,7	15,3	2,6
0,235	46,3	45,0	3	28,9	28,9	0	19,5	19,5	0

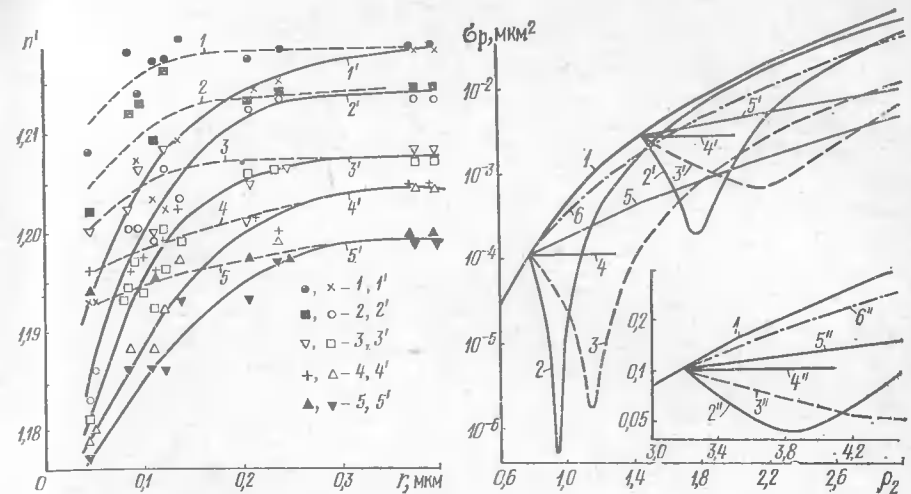


Рис. 7.1. Значения относительного показателя преломления латексов полистирола в воде [351] для разных размеров частиц при длинах волн $\lambda_0 = 0,35$ (1, 1'); 0,4 (2, 2'); 0,5 (3, 3'); 0,6 (4, 4'); 0,7 мкм (5, 5'). Кривые 1—5 соответствуют образцам без аммиака, 1'—5' — образцам с аммиаком

Рис. 7.2. Зависимости сечений рассеяния от внешнего размера частиц при $\lambda_0 = 0,54$ мкм для однородных частиц с $n'_1 = 1,207$ (1) и двухслойных частиц с $n'_1 = 1,207$, $n'_2 = 0,75$ (2, 2'), 0,9 (3, 3', 3''), 1 (4, 4', 4''), 1,05 (5, 5', 5''), 1,15 (6, 6''); $r_1 = 0,05$ (2—6), 0,0925 (2'—5'), 0,205 мкм (2''—6'')

показателю преломления газообразного аммиака относительно воды. Предполагалось, что показатель преломления жидкого эмульгатора близок или несколько ниже показателя преломления полистирола. Чтобы учесть влияние эмульгатора, ввиду отсутствия более точных данных вычисления были проведены для нескольких значений относительного показателя преломления оболочки.

В рассматриваемом диапазоне параметров дифракции ρ_2 сечение рассеяния двухслойных частиц, у которых показатель преломления оболочки ниже показателя преломления ядра, оказывается меньшим, чем сечение рассеяния однородной частицы из вещества ядра с таким же внешним размером. Образование же на однородной частице оболочки с относительным показателем преломления, меньшим единицы, приводит вначале к резкому снижению сечения рассеяния. При некоторой толщине оболочки $\Delta r^{\text{мин}}$, соответствующей $\rho_2^{\text{мин}}$, достигается минимальное значение сечения рассеяния $\sigma_p^{\text{мин}}$. Дальнейшее увеличение оболочки сопровождается быстрым ростом σ_p .

Как видно из табл. 7.2, в рассмотренных случаях минимальные значения $\sigma_p^{\text{мин}}$ достигаются, когда толщина оболочки составляет 20—22% от радиуса ядра при $n'_2 = 0,75$ и 45—48% при $n'_2 =$

Таблица 7.2. Расчетные значения $\rho_2^{\text{мин}}$, $\sigma_p^{\text{мин}}$, $\Delta r^{\text{мин}}$ для $n'_1=1,207$ при разных радиусах ядер и сопоставление их с $\sigma_p^{\text{я}}$, $\sigma_p^{\text{одн}}$ и r_1

r_1 , мкм	$\rho_2^{\text{мин}}$	$\sigma_p^{\text{мин}}$, мкм ²	$\Delta r^{\text{мин}}$, мкм	$\sigma_p^{\text{одн}}$, мкм ² *	$\frac{\sigma_p^{\text{я}}}{\sigma_p^{\text{мин}}}$	$\frac{\sigma_p^{\text{одн}}}{\sigma_p^{\text{мин}}}$	$\frac{\Delta r^{\text{мин}}}{r_1}$
$n'_2 = 0,75$							
0,05	0,94	$5,1 \cdot 10^{-7}$	0,011	$3,3 \cdot 10^{-4}$	230	660	0,22
0,0925	1,75	$2,1 \cdot 10^{-4}$	0,021	$7,4 \cdot 10^{-3}$	14,8	37	0,22
0,205	3,83	$4,5 \cdot 10^{-2}$	0,043	$2,2 \cdot 10^{-1}$	2,31	4,9	0,21
0,370	6,83	$5,95 \cdot 10^{-1}$	0,072	1,8	1,67	3,0	0,195
$n'_2 = 0,9$							
0,05	1,14	$1,8 \cdot 10^{-6}$	0,024	$9,8 \cdot 10^{-4}$	63,9	544	0,48
0,0925	2,11	$6,9 \cdot 10^{-4}$	0,044	$1,3 \cdot 10^{-2}$	4,3	18,8	0,475
0,205	4,60	$5,3 \cdot 10^{-2}$	0,092	0,45	2,0	8,5	0,45

* Значения $\sigma_p^{\text{одн}}$ получены при $\rho = \rho_2^{\text{мин}}$ и $n' = 1,207$.

= 0,9. При заданном значении показателя преломления оболочки минимум рассеяния имеет место при определенном соотношении объемов оболочки и ядра, практически почти не зависящем от размера частиц. Однако глубина минимумов $\sigma_p(\rho_2)$ очень быстро уменьшается с увеличением размеров ядер.

Естественно ожидать, что рассеяние света частицей минимально, когда средний по объему частицы показатель преломления (см. (1.5.12)) равен показателю преломления окружающей среды $\bar{n} = n_{\text{ср}}$. Это условие выполняется, когда $\Delta r/r_1 = \sqrt[3]{(n'_1 - n'_2)/(1 - n'_2)} - 1$. Подставив $n'_1 = 1,207$ и $n'_2 = 0,75$, находим, что рассеяние должно быть минимальным, когда оболочка составляет 22,3% от радиуса ядра, а для $n'_2 = 0,9$ — 45,3%, что согласуется с данными табл. 7.2. Следует еще раз заметить, что чем мельче двухслойные частицы, тем с лучшим приближением их светорассеивающие свойства могут быть описаны с помощью модели однородной частицы со средним по объему показателем преломления и наоборот [96, 241, 304].

Расчеты показывают, что образование слоя газообразного аммиака на частицах полимера должно приводить к «просветлению» водных суспензий латексов. В частности, при $\lambda_0 = 0,54$ мкм, $n'_1 = 1,207$ и $n'_2 = 0,75$, радиусе ядра $r_1 = 0,05$ мкм и оболочке толщиной 0,5 нм σ_p снижается на 11,5%, при оболочке толщиной $\Delta r = 1$ нм сечение рассеяния уменьшается до 21,6%, а при $\Delta r = 1,5$ нм — до 30,7%. В эксперименте этот эффект ослабляется присутствием жидкого эмульгатора. Найти точную величину этого влияния не представляется возможным из-за отсутствия данных о показателе преломления эмульгатора. Оценоч-

ные расчеты показали, что оно относительно невелико и в первом приближении им можно пренебречь, полагая, что основной эффект просветления обусловлен газообразным аммиаком.

Эксперимент показывает, что при $r_1 \approx 0,205$ мкм влияние образующихся на частицах оболочек мало, а при $r_1 \geq 0,235$ мкм практически не обнаруживается. Следовательно, можно считать, что значения показателя преломления для частиц этих размеров соответствуют показателю преломления полимера. Таким образом, измеряя показатель рассеяния мелкими частицами и используя значения показателя преломления оболочки и спектральную зависимость показателя преломления полистирола, полученную из эксперимента на крупных частицах, можно оценить толщину оболочки на мелких частицах.

Для этой цели рассчитаны и построены номограммы зависимости сечения рассеяния σ_p двухслойных частиц от параметра дифракции ядра ρ_1 при нескольких заданных толщинах слоя аммиака ($\Delta r = 0,5; 1,0; 1,5$ и $2,0$ нм) и $n'_1 = 1,18$ (0,01) 1,23. Путем нанесения на номограммы экспериментальных значений σ_p и интерполирования между кривыми, соответствующими разным n'_1 , определялись значения n'_1 . Естественно, что одному и тому же экспериментальному значению σ_p на номограммах для разных Δr соответствуют разные n'_1 .

Полученные таким образом значения n'_1 наносились на графики типа приведенных на рис. 7.3. Несмотря на разброс точек, по ним можно построить усредненные кривые. Как видно из рисунка, определение n'_1 по номограммам для $\Delta r = 1,5$ и 2 нм дало завышенные значения показателя преломления, а по номограммам для $\Delta r = 0,5$ и 1 нм — заниженные. Значению $n'_1 = 1,207$, к которому веерообразно сходятся все кривые при увеличении диаметра частиц, соответствует толщина слоя аммиака $\Delta r \approx 1,2$ —1,3 нм.

Значение $\Delta r \approx 1,2$ —1,3 нм получено в результате оценки суммарного действия пленки эмульгатора и слоя аммиака. Оно оказывается практически не зависящим от диаметра частиц. По-видимому, и жидкий эмульгатор и газообразный аммиак образуют на их поверхности почти мономолекулярные слои. Заметим, что в работе [356] при использовании метода доплеровской спектроскопии получено весьма близкое значение толщины слоя эмуль-

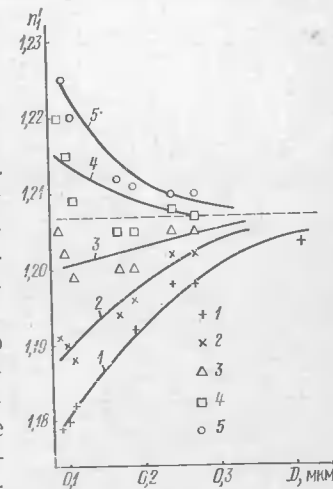


Рис. 7.3. Значения относительного показателя преломления ядра двухслойных частиц, найденные по номограммам для $\Delta r = 0(1)$, 0,5 (2), 1 (3), 1,5 (4), 2 нм (5) при $\lambda_0 = 0,54$ мкм

гатора $\Delta r = 1$ нм (независимо от его концентрации).

Объем оболочки толщиной 1,2 нм составляет около 7% от объема ядра с $r_1 = 0,05$ мкм, примерно 4% от объема ядра с $r_1 = 0,0925$ мкм и около 0,55% от объема ядра с $r_1 = 0,205$ мкм. Выше было показано, что с увеличением размера ядер влияние оболочки резко уменьшается даже при сохранении постоянного соотношения между объемами ядра и оболочки. Если же доля объема, приходящаяся на оболочку, уменьшается, эффект просветления исчезает еще быстрее.

Для исследованных нами образцов влияние эмульгатора и аммиака перестает обнаруживаться при $r = 0,235$ мкм. Для других веществ минимальное значение r , начиная с которого можно пренебрегать влиянием поверхностных пленок, может меняться в довольно широких пределах в зависимости от показателя преломления и толщины слоя пленкообразующего вещества. Если показатели преломления ядра и оболочки существенно различны, образование последней надежно может быть зафиксировано, а ее толщина оценена при измерениях показателя рассеяния.

§ 7.2. ДИСПЕРСИОННЫЕ СВЕТОФИЛЬТРЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДВУХСЛОЙНЫХ ЧАСТИЦ

В главах 3, 4 отмечалось, что чем мельче неоднородные частицы, тем с лучшим приближением их светорассеивающие свойства могут быть представлены с помощью модели однородных частиц, показатель преломления которых равен среднему по объему значению показателя преломления соответствующих неоднородных частиц. Такая приближенная модель позволяет в ряде случаев значительно упростить решение некоторых задач рассеяния излучения неоднородными частицами. В предыдущем параграфе это представление было использовано для определения условий минимального рассеяния света взвешенными в воде частицами латекса полистирола с газовой оболочкой. Эксперимент [352] подтвердил «просветление» таких взвесей при образовании на частицах латекса оболочки из газообразного аммиака.

Вслед за публикацией [352] появилось несколько статей Керкера и сотрудников [207—209, 358], в которых отмечается возможность резкого, на несколько порядков, уменьшения сечения рассеяния (ослабления) малых непоглощающих диэлектрических частиц, окруженных воздушной оболочкой, и находящихся в непоглощающей среде. В качестве иллюстрации приведены результаты расчетов рассеяния излучения с $\lambda = 0,546$ мкм частицами белого пигмента типа двуокиси титана ($N_1 = 2,97 + i0$) с воздушной оболочкой, находящимися в смоле ($N_{cp} = 1,51 + i0$). В этом случае относительный показатель преломления ядра образовавшейся двухслойной частицы равен $n'_1 = 1,97$, для микрополости, окружающей это ядро, $n' = 0,66$. При параметре дифракции $\rho_2 = 0,3$ и отношении $q = r_1/r_2 = \sqrt[3]{0,416}$ сечение рассеяния

уменьшается почти на 5—6 порядков по сравнению с сечением рассеяния частицы того же размера, состоящей только из пигмента или представляющей просто микрополость. Таким образом, микрополости с содержащимися в их центре сильно преломляющими частицами определенного размера становятся невидимыми. При наблюдении определенных соотношений между показателями преломления и размерами ядра и оболочки частиц почти невидимыми могут быть довольно большие частицы с параметром дифракции $\rho_2 \approx 1,3—1,6$ (сечение рассеяния при $q = \sqrt[3]{0,3}$ уменьшается более чем в 100 раз по сравнению с однородной частицей пигмента и почти в 20 раз по сравнению с микрополостью таких же размеров). Сравнимый эффект получается, если поменять местами полость и пигмент, т. е. если в среду из смолы внедрить частицы пигмента с микропустотами внутри, только в этом случае для $\rho_2 = 0,3$ соотношение радиусов ядра и оболочки должно удовлетворять условию $q = \sqrt[3]{0,782}$. Отмеченное явление рекомендовано авторами работ [207—209, 358] для практического использования в лакокрасочной промышленности.

Обнаруженное экспериментально просветление взвесей латекса [351, 352], а также полученное в расчетах и отмеченное на рис. 7.2 существование узких интервалов значений параметра ρ_2 , в которых наблюдается весьма резкое уменьшение рассеяния, явились основой для разработки устройства, использующего двухслойные частицы для монохроматизации ИК излучения [359]. Эти результаты представляют особый интерес, поскольку в настоящее время в связи со значительным расширением исследований и практического использования инфракрасного диапазона длин волн вопрос монохроматизации в этом диапазоне приобрел особую актуальность.

Для монохроматизации излучения в ИК области спектра в последние годы широко применяются дисперсионные фильтры, состоящие из связующей среды со взвешенными в ней частицами другого вещества [360]. Если дисперсионные кривые $n(\lambda)$ среды и вещества частиц пересекаются при некоторой длине волны λ_0 , то излучение с этой длиной волны проходит через фильтр без рассеяния. Для излучения с длинами волн $\lambda < \lambda_0$ и $\lambda > \lambda_0$ существует некоторая разность показателей преломления среды и частиц Δn . Излучение таких длин волн рассеивается фильтром тем сильнее, чем больше эта разность. В результате образуется полоса пропускания, ширина которой тем меньше, чем круче пересекаются кривые дисперсии компонент фильтра. Особенно широко распространены дисперсионные фильтры типов кристалл — кристалл и кристалл — воздух [360]. Они применяются в астрофизических и космических исследованиях, в пиromетрии и других областях науки и техники. Однако при создании дисперсионных светофильтров, выделяющих узкий участок спектра с достаточно высоким пропусканием, встречается ряд трудностей

принципиального характера. Поскольку основным условием работы дисперсионных светофильтров является пересечение под достаточно большим углом дисперсионных кривых связующей среды и находящихся в ней частиц, ограничения накладываются прежде всего самой природой. Далеко не всегда можно подобрать компоненты фильтра с пересечением дисперсионных кривых при нужной длине волны, а если пересечение есть, то может быть недостаточен угол взаимного наклона этих кривых. Некоторые вещества не могут быть использованы в качестве компонент фильтра по технологическим причинам.

Смещение максимума полосы пропускания дисперсионного фильтра по спектру достигается либо заменой одной из компонент фильтра веществом с другим ходом дисперсионной кривой, либо изменением спектральной зависимости показателя преломления одной из компонент фильтра под влиянием внешних факторов, или разбавлением иммерсионной жидкости в фильтрах типа кристалл—жидкость другой жидкостью. В некоторых случаях удается получить желаемый результат, применяя так называемые смешанные кристаллы, показатель преломления которых можно плавно менять в пределах значений \bar{n} его отдельных составляющих. Однако и здесь существуют ограничения, определяемые известным правилом Гольдшмидта и т. п. (см. [360], с. 184).

В ИК области спектра пересечение дисперсионных кривых обычно имеет место вблизи полос поглощения одной из компонент фильтра. Наличие даже небольшого поглощения приводит к смещению максимума пропускания фильтра и к заметному его снижению. По всем этим причинам не удается получить фильтры для выделения узких спектральных полос с высоким пропусканием, расположенных достаточно близко друг к другу в заданном интервале спектра.

Далее покажем, что возможности создания дисперсионных светофильтров могут быть значительно расширены, если образующие их частицы делать двухслойными, состоящими из сферического ядра и концентрической оболочки, причем в максимуме пропускания фильтра показатель преломления среды должен иметь промежуточное значение между показателями преломления ядра и оболочки. Если частицы достаточно малы ($r_2 < 0,1\lambda_0$), то их светорассеивающие свойства определяются среднеобъемным показателем преломления

$$\bar{n} = n_2 + (n_1 - n_2) (r_1/r_2)^3. \quad (7.2.1)$$

Для упрощения расчетов и большей их наглядности поглощение излучения как в ядре, так и в оболочке частиц на первом этапе исследования будем считать пренебрежимо малым.

Максимум пропускания фильтра будет иметь место при условии равенства среднеобъемного показателя преломления частиц показателю преломления среды $\bar{n} = n_{\text{ср}}$.

При заданных n_1 , n_2 и $n_{\text{ср}}$ находим удовлетворяющее условию $\bar{n} = n_{\text{ср}}$ соотношение размеров ядра и оболочки ($q = r_1/r_2$):

$$q^3 = (n_{\text{ср}} - n_2)/(n_1 - n_2). \quad (7.2.2)$$

Смещение положения максимума полосы пропускания фильтра достигается либо соответствующим подбором веществ ядра и оболочки двухслойной частицы (грубое смещение полосы пропускания), либо изменением соотношения размеров ядра и оболочки (плавное смещение полосы пропускания). Изменение величины пропускания в максимуме может быть достигнуто как изменением концентрации частиц, так и некоторой вариацией размеров ядра и оболочки при неизменном их отношении.

Из сказанного следует важное технологическое требование: ядра частиц должны быть монодисперсными, а оболочки должны иметь одинаковую толщину. В противном случае полоса пропускания сильно уширится, а максимум пропускания снизится.

Расчеты, проведенные по формулам § 3.1, показали, что условие (7.2.2) является приближенным. Оно дает хорошие результаты для малых частиц при мало различающихся n_1 и n_2 . При отступлении от этих требований положение минимума пропускания определяется из условия $\bar{n} = n_{\text{ср}}$ с некоторой погрешностью.

В работе Гюттлера [157] получено выражение для фактора эффективности рассеяния света малыми двухслойными частицами в виде ряда по параметру дифракции:

$$k_p = 6 |p'_1|^2 \rho_2^4 - 12 |p'_1|^2 \cos \delta \cdot \rho_2^6 - 12 |p'_1|^2 \text{Im } p'_1 \rho_2^7 + O(\rho_2^8), \quad (7.2.3)$$

где

$$p'_1 = \frac{1}{3} \frac{\xi_1 + 2\eta_1}{\xi_1 - \eta_1}, \quad (7.2.3a)$$

$$\xi_1 = 20 [(n_1^2 + 2n_2^2) - (n_1^2 - n_2^2) q^3], \quad (7.2.3б)$$

$$\eta_1 = -10n_2^2 [(n_1^2 + 2n_2^2) + 2(n_1^2 - n_2^2) q^3]. \quad (7.2.3в)$$

Из (7.2.3) легко видеть, что если $|p'_1|^2 = 0$, то в разложении останутся лишь члены, содержащие ρ_2^8 и более высокие степени параметра дифракции. В нуль обращаются члены ряда, соответствующие электрическому и магнитному дипольному рассеянию. Ненулевыми остаются члены ряда, соответствующие электрическому квадрупольному и более высоким порядкам рассеяния. Тогда при $\rho_2 < 0,6$ рассеяние практически отсутствует.

Из (7.2.3a) — (7.2.3в) аналогично тому, как это было сделано в книге Керкера [206, гл. 5], получаем в явном виде выражение для $|p'_1|^2$ через показатели преломления веществ ядра, оболочки и окружающей частицу среды в виде

$$|p'_1|^2 = \frac{4}{9} \left| \frac{(n_2^2 - n_{\text{ср}}^2) (n_1^2 + 2n_2^2) + q^3 (2n_2^2 + n_{\text{ср}}^2) (n_1^2 - n_2^2)}{(n_2^2 + 2n_{\text{ср}}^2) (n_1^2 + 2n_2^2) + 2q^3 (n_2^2 - n_{\text{ср}}^2) (n_1^2 - n_2^2)} \right|^2. \quad (7.2.4)$$

Ясно, что $|p_1'|^2$ обращается в нуль лишь при определенном соотношении размеров ядра и оболочки частицы и трех указанных показателей преломления n_1 , n_2 и n_{cp} . Приравнивая (7.2.4) нулю, получаем следующие условия:

$$q^3 = 1 - \frac{3n_2^2 (n_{cp}^2 - n_1^2)}{(n_{cp}^2 + 2n_2^2) (n_2^2 - n_1^2)}, \quad (7.2.5)$$

$$n_{cp}^2 = n_2^2 \frac{(n_1^2 + 2n_2^2) + 2(n_1^2 - n_2^2) q^3}{(n_1^2 + 2n_2^2) - (n_1^2 - n_2^2) q^3}. \quad (7.2.6)$$

При выполнении этих условий и $\rho_2 < 0,6$ среда, содержащая частицы, практически прозрачна. Можно найти и условия минимальности члена ряда (7.2.3) с ρ_2^8 . Но это уже не имеет существенного значения, а для практического выбора значений q , n_1 , n_2 и n_{cp} достаточно пользоваться соотношениями (7.2.5) и (7.2.6). С их помощью для любого набора r_1 , r_2 , n_1 и n_2 можно найти такое n_{cp} , а для заданных значений n_1 , n_2 и n_{cp} — такое отношение $q = r_1/r_2$, что рассеяние практически исчезает.

Если известны дисперсионные кривые $n_1(\lambda)$, $n_2(\lambda)$ и $n_{cp}(\lambda)$, задача сводится к определению отношения r_1/r_2 , удовлетворяющего (7.2.5) при заданной длине волны λ_0 и соответствующих ей $n_1(\lambda_0)$, $n_2(\lambda_0)$, $n_{cp}(\lambda_0)$. Естественно, что полученное значение q может несколько отличаться от приближенного, найденного из (7.2.2).

Если кривая дисперсии вещества ядра $n_1(\lambda)$ пересекает при некоторой длине волны λ_0 кривую дисперсии среды $n_{cp}(\lambda)$, то смещение максимума полосы пропускания в сторону больших длин волн достигается нанесением на эти ядра оболочки из вещества с показателем преломления $n_2 > n_1$, а в сторону меньших длин волн — оболочки с $n_2 < n_1$. Величина смещения регулируется толщиной оболочки.

Существенное преимущество, обусловленное применением двухслойных частиц, заключается в том, что с их помощью можно получить дисперсионный фильтр и тогда, когда в данной области спектра невозможно подобрать пару веществ с пересекающимися кривыми дисперсии. Необходимое условие — наличие относительного наклона дисперсионной кривой одной из компонент фильтра по отношению к соответствующей зависимости для показателя преломления среды.

Рассмотрим некоторые конкретные примеры. На рис. 7.4 приведены спектральные зависимости показателя преломления веществ, часто используемых в качестве компонент дисперсионных фильтров в ИК области спектра: KBr, MgO, KRS-5, LiF [360, 347]. Как известно [360], при прессовании частиц окиси магния с порошком бромистого калия получается фильтр с максимумом пропускания вблизи $\lambda_0 = 7$ мкм. Для сопоставления по-

казаны вычисленные по формуле (7.2.1) зависимости эффективного показателя преломления $\bar{n}(\lambda)$ для двухслойных частиц. Оговорим сразу же, что на рис. 7.4 и последующих приведены результаты модельных расчетов для веществ с хорошо известными зависимостями $n(\lambda)$. Они лишь проиллюстрируют возможности, которые открываются при использовании двухслойных частиц как компоненты дисперсионных фильтров. При этом не рассматривался вопрос о возможности получения реальных двухслойных частиц именно из использованных в расчетах конкретных веществ.

На рис. 7.5, а приведены спектральные зависимости фактора эффективности ослабления излучения для внедренных в среду из KBr однородных частиц MgO и соответствующих эффективных дисперсионным кривым рис. 7.4 двухслойных частиц. На рис. 7.5, б представлены аналогичные зависимости для внедренных в среду из KBr двухслойных частиц с ядрами из MgO и оболочками из KRS-5, для которых отношение размеров ядра и оболочки постоянно ($r_1/r_2 = 0,96$), но размеры частиц меняются. Эти зависимости соответствуют эффективной дисперсионной кривой 4 рис. 7.4. Как видно, значения фактора эффективности ослабления в минимуме существенно зависят от размера частиц. Положение минимума $k_0(\lambda)$ несколько смещается с уменьшением частиц, приближаясь к предсказанному на основе соотношения (7.2.6).

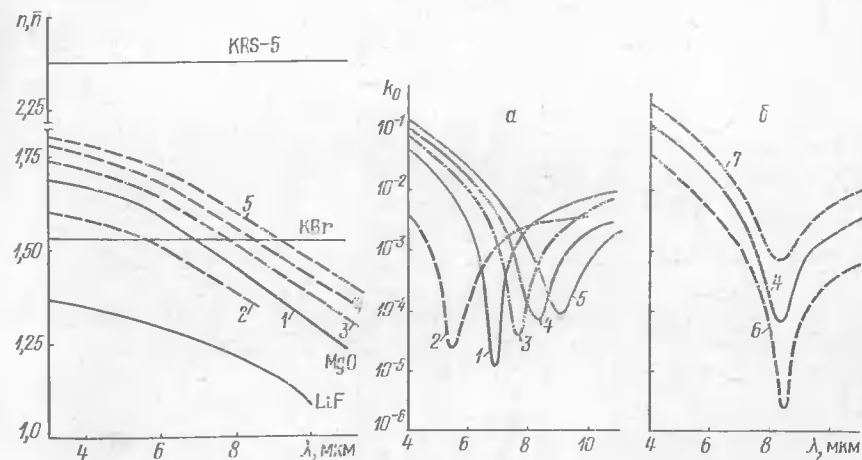


Рис. 7.4. Дисперсионные кривые KBr, MgO (1), LiF, KRS-5 и вычисленные по (7.2.1) зависимости $\bar{n}(\lambda)$ (2—5) для двухслойных частиц с ядрами из MgO и оболочками из LiF (2) и KRS-5 (3—5). Размеры ядер и оболочек здесь и на рис. 7.5, 7.6, 7.8 указаны в табл. 7.3

Рис. 7.5. Спектральные зависимости фактора эффективности ослабления для внедренных в среду из KBr однородных частиц MgO (1) и двухслойных частиц с ядрами из MgO и оболочками из LiF (2) и KRS-5 (3—7). Обозначения кривых 2—5 те же, что и на рис. 7.4

Таблица 7.3. Значения r_1 , r_2 , принятые в расчетах, и длина волны в максимуме пропускания

№ рисунка	Частицы	Ядро	Оболочка	Среда	№ кривой	r_1	r_2	λ_0
						мкм		
7.4	Однородные	MgO	—	KBr	1	0,85	0,85	6,94
7.5		MgO	LiF	KBr	2	0,55	0,612	5,5
7.6		MgO	KRS-5	KBr	3	0,85	0,87	7,7
		MgO	KRS-5	KBr	4	0,85	0,885	8,4
	Двухслойные	MgO	KRS-5	KBr	5	0,85	0,90	9,0
		MgO	KRS-5	KBr	6	0,55	0,573	8,5
		MgO	KRS-5	KBr	7	1,15	1,198	8,25
		KRS-5	LiF	KBr	8,11	0,5	0,716	8,55
		KRS-5	LiF	KBr	9,12	0,5	0,776	7,15
		KRS-5	LiF	KBr	10	0,5	0,832	6,5
7.8	Полые	Воздух	KBr	LiF	1	0,5	0,656	6,1
		Воздух	KBr	LiF	2	0,5	0,596	8,1
		Воздух	KRS-5	MgO	3	0,5	0,6	6,2
		Воздух	KRS-5	MgO	4	0,5	0,572	7,85
		Воздух	KBr	MgO	5	0,5	0,968	8,2
	Однородные	MgO	—	KBr	6	0,85	0,85	6,94

Существенная зависимость минимального значения фактора ослабления и всей кривой $k_0(\lambda)$ от размера частиц объясняется тем, что для $\rho_2 \approx 0,2-1,0$ значения k_0 лежат на восходящей ветви зависимости $k_0(\rho_2)$, поэтому в данной области размеров частиц и длин волн фильтруемого излучения очень важно соблюдение монодисперсности ядер и постоянства толщины оболочек частиц. Изготовление таких частиц сопряжено с определенными затруднениями, однако они быстро уменьшаются с продвижением в далекую ИК область, поскольку изготовление более крупных двухслойных частиц значительно проще. И именно в далекой ИК области фильтры предлагаемого типа должны обладать наибольшими преимуществами перед обычными дисперсионными фильтрами.

На рис. 7.6, а изображены спектральные зависимости пропускания фильтров, изготовленных из KBr со взвешенными в нем частицами. Пропускание оценивалось с помощью соотношения $T=I/I_0=\exp(-\pi r_2^2 k_0 C_N l)$, где I , I_0 — интенсивности прошедшего и падающего на фильтр излучения; C_N — числовая концентрация частиц; l — толщина слоя. Для сопоставления пропускания различных фильтров произведение концентрации частиц на толщину слоя ($C_N l$) во всех случаях принято одинаковым, равным тому его значению, которое для фильтра из однородных частиц окиси магния в бромистом калии обеспечивает на длине волны $\lambda=7$ мкм пропускание на уровне $T=90\%$. Видно, что пропускание фильтров с двухслойными частицами вполне сопоставимо с пропусканием фильтров с однородными частицами, а в некото-

рых случаях может и превышать его. Однако с увеличением размеров частиц пропускание быстро падает.

До сих пор были рассмотрены случаи, когда дисперсионные кривые вещества ядра частиц и среды имеют пересечение, а нанесение оболочки служит только для смещения максимума пропускания фильтра. На рис. 7.6, б приведены рассчитанные аналогичным образом спектральные зависимости пропускания для фильтров, полученных из веществ, дисперсионные кривые которых не пересекаются в рассматриваемой области спектра.

Штриховыми кривыми на рис. 7.6, б изображено пропускание фильтров с частицами указанного выше состава при том же значении $C_N l$. В этом случае для частиц с $r_1=0,5$ мкм, $r_2=0,832$ мкм пропускание на длине волны $\lambda=6,5$ мкм оказалось меньше 1%. Сплошные кривые 10—12 получены при значении $C_N l$, уменьшенном с таким расчетом, чтобы для фильтра с частицами, имеющими $r_1=0,5$ мкм, $r_2=0,832$ мкм (кривая 10), пропускание в максимуме составило 10%. Естественно, что это привело к увеличению пропускания и в случаях, которым соответствуют кривые 11, 12.

Необходимо сделать еще одно замечание, касающееся особенностей работы с фильтрами такого рода. Поскольку малые частицы имеют индикатрису рассеяния, близкую к рэлеевской, угол приема приемника должен быть достаточно малым. В противном случае фильтрующий эффект будет сильно ослаблен наложением излучения, рассеянного в направлениях, отличных от нулевого.

Если точка пересечения эффективных дисперсионных кривых сдвинута путем нанесения оболочек на частицы, угол пересечения этих кривых может уменьшиться, что приведет к уширению по-

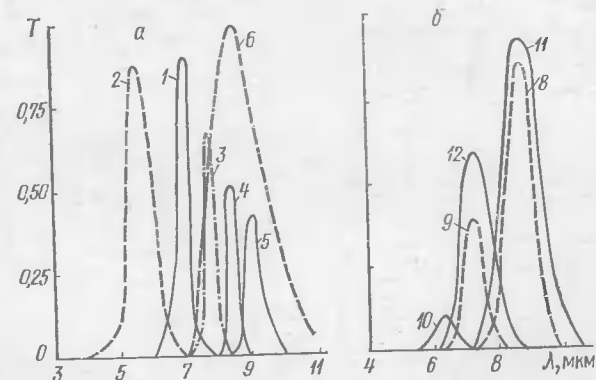


Рис. 7.6. Спектральные зависимости пропускания фильтров из KBr с различными наполнителями: а — из монодисперсных частиц, факторы эффективности ослабления которых показаны на рис. 7.5 (обозначения кривых те же); б — из монодисперсных частиц с ядрами из KRS-5 и оболочкой из LiF

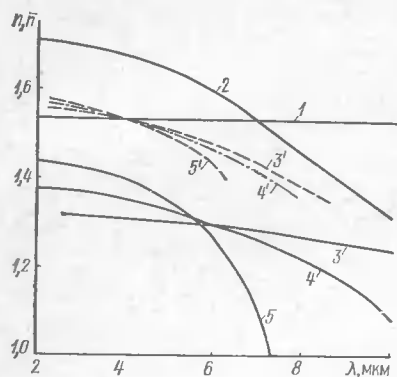


Рис. 7.7. Дисперсионные кривые для KBr (1), MgO (2), NaF (3), LiF (4), плавленого кварца (5) и двухслойных частиц с ядрами из MgO и оболочками из NaF (3'), LiF (4') и SiO₂ (5')

можно, варьируя отношение q , получить набор фильтров для выделения полос пропускания с любым заранее заданным положением их максимумов.

Аналогичным образом можно пополнить перечень ныне существующих фильтров для области длин волн $\lambda \approx 1-25$ мкм, обеспечив монохроматизацию в тех участках спектра, для которых невозможно подобрать пары веществ с кривыми дисперсии, пересекающимися при нужной длине волны.

В ряде случаев в качестве компонентов дисперсионного фильтра могут быть использованы полые частицы. Тогда имеем приближенные соотношения

$$\bar{n} = n_2 - (n_2 - 1) q^3 = n_{\text{ср}}, \quad (7.2.1')$$

$$q^3 = (n_2 - n_{\text{ср}}) / (n_2 - 1) \quad (7.2.2')$$

и соответственно более точные

$$q^3 = 1 - \frac{3n_2^2 (n_{\text{ср}}^2 - 1)}{(n_{\text{ср}}^2 + 2n_2^2) (n_2^2 - 1)}, \quad (7.2.5')$$

$$n_{\text{ср}}^2 = n_2^2 \frac{(2n_2^2 + 1) - 2(n_2^2 - 1) q^3}{(2n_2^2 + 1) + (n_2^2 - 1) q^3}. \quad (7.2.6')$$

Возможности, представляющиеся при использовании полых частиц, продемонстрируем на примере тех же веществ (см. рис. 7.4). На рис. 7.8, а приведены спектральные зависимости фактора эффективности ослабления для полых частиц из разных веществ в различных средах. Спектральные зависимости пропу-

скания фильтров (рис. 7.7). Поэтому в качестве материала оболочки предпочтительны вещества с крутым ходом дисперсии.

Применение дисперсионных фильтров с двухслойными частицами позволяет значительно расширить спектральный диапазон монохроматизируемых излучений в сторону далекой инфракрасной области спектра, для которой в настоящее время фильтры практически отсутствуют. Располагая набором из трех веществ, из которых хотя бы одно имеет возрастающий или убывающий ход дисперсии (пересечение кривых совершенно не обязательно),

скания фильтров (рис. 7.8, б) рассчитывались так же, как и в предыдущем случае. Для сопоставимости результатов произведение концентрации частиц на толщину фильтра $C_N l$ во всех случаях принято одинаковым, равным тому его значению, которое для фильтра из однородных частиц окиси магния в среде из бромистого калия обеспечивает на длине волны $\lambda = 6,94$ мкм пропускание $T = 75\%$.

Таким образом, располагая всего лишь двумя веществами, из которых одно имеет возрастающий или убывающий ход дисперсии (пересечение кривых $n(\lambda)$ не требуется), небольшими вариациями отношения внутреннего радиуса полых частиц к внешнему можно получить набор фильтров для выделения полос пропускания практически с любым заранее заданным положением их максимумов. Необходимо лишь, чтобы для длины волны, соответствующей максимуму пропускания фильтра, показатель преломления среды был меньше показателя преломления вещества полых частицы.

Рассмотрим теперь влияние поглощения на пропускание фильтров с двухслойными частицами. Как отмечено в [360], в обычных дисперсионных фильтрах действие поглощения проявляется как в снижении максимума пропускания, так и в некотором смещении его в сторону от полосы поглощения. Из табл. 7.4 видно, что кварц в рассматриваемой области спектра обладает поглощением, которое резко возрастает при $\lambda \geq 5$ мкм. Здесь же появляется и небольшое поглощение у окиси магния. Размеры ядер и оболочек, использованные в расчетах, выбирались без учета поглощения, причем так, чтобы максимум пропускания ($\bar{n} = n_{\text{ср}}$) приходился на $\lambda_0 = 5$ мкм.

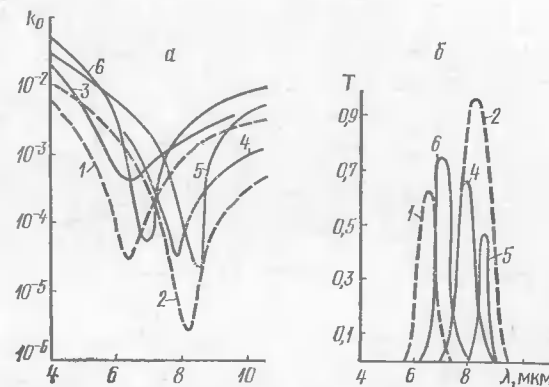


Рис. 7.8. Спектральные зависимости факторов эффективности ослабления излучения (а) и пропускания (б) для полых частиц из KBr в среде LiF (1, 2), из KRS-5 в среде MgO (3, 4), из KBr в среде MgO (5) и для однородных частиц из MgO в среде KBr (6)

Как видно из рис. 7.9, *a*, под влиянием поглощения длинноволновая часть кривых $k_0(\lambda)$ в отличие от рис. 7.5, *a* и 7.8 *a* идет значительно выше, чем коротковолновая. Соответственно этому правая сторона полос пропускания на рис. 7.9, *b* (пропускание в максимуме $T=0,5$) более крутая. Максимум пропускания смещен влево от $\lambda=5$ мкм. Как и следовало ожидать, влияние поглощения тем сильнее, чем мельче частицы. При одинаковом внешнем размере частиц полуширина полосы пропускания меньше в том случае, когда поглощающим является ядро, а не оболочка. Смещение полосы пропускания может быть значительным, и это необходимо учитывать при выборе веществ для создания дисперсионных фильтров. Одно из преимуществ, получаемых при использовании двухслойных частиц, заключается в том, что почти всегда можно подобрать материал ядра и оболочки таким образом, чтобы их полосы поглощения не накладывались на полосу пропускания фильтра. С этой точки зрения двухслойные частицы предпочтительнее полых частиц, так как представляют больше возможностей для комбинации веществ.

Практическая реализация двухслойных и полых частиц упрощается с увеличением размеров. Поэтому фильтры с такими частицами легче изготовить для далекой инфракрасной области спектра. Очень важно здесь отметить, что существует хорошо отработанная оптическая методика сортировки микрочастиц [361], а также методика получения и автоматической сортировки полых частиц с размерами порядка десятков микрометров как по диаметру, так и по толщине их оболочки, применяемая при изготовлении сферических лазерных мишеней для экспериментов по лазерному управляемому термоядерному синтезу [362].

Подводя итог сказанному, необходимо еще раз подчеркнуть, что использование двухслойных и полых частиц в дисперсионных

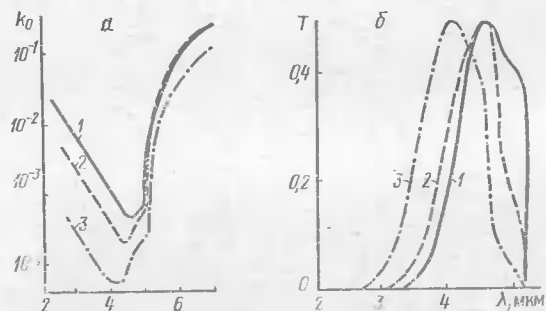


Рис. 7.9. Спектральные зависимости факторов эффективности ослабления (*a*) и пропускания (*b*) для частиц с ядрами из MgO и оболочками из SiO₂ (1, 3), а также с ядрами из SiO₂ и оболочками из MgO (2) в среде KBr: $r_1=0,4$ мкм, $r_2=0,461$ мкм (1); $r_1=0,327$ мкм, $r_2=0,461$ мкм (2); $r_1=0,174$ мкм, $r_2=0,2$ мкм (3)

Таблица 7.4. Значения оптических постоянных MgO, SiO₂ и KBr [347]

λ , мкм	MgO		SiO ₂		KBr
	n	$k \cdot 10^4$	n	k	n
3	1,69	—	1,42	$8,2 \cdot 10^{-6}$	1,535
3,5	1,68	—	1,406	$6,1 \cdot 10^{-6}$	1,534
4	1,67	—	1,389	$6,4 \cdot 10^{-5}$	1,533
4,5	1,66	—	1,366	$2,4 \cdot 10^{-4}$	1,533
4,8	1,65	—	1,35	$7,6 \cdot 10^{-4}$	1,532
5,0	1,64	—	1,34	0,001	1,532
5,2	1,63	0,012	1,327	0,0019	1,531
5,6	1,61	0,05	1,297	0,0037	1,531
6,0	1,59	0,13	1,258	0,0055	1,530
7,0	1,525	0,46	1,098	0,010	1,530

фильтрах, несмотря на некоторые технологические затруднения при их получении, открывает широкие возможности плавного сдвига полосы пропускания по спектру, регулирования полуширины ее при данной λ_0 (за счет изменения наклона эффективных кривых дисперсии путем нанесения оболочки из разных веществ), выделения полос пропускания, не перекрывающихся с полосами поглощения материала ядра или оболочки. Все эти преимущества могут быть реализованы и в тех областях спектра, где имеющиеся на сегодняшний день природные или искусственные материалы не имеют пересечения кривых дисперсии. В следующем параграфе будет описана модификация этого нового типа дисперсионных светофильтров, для получения которой может быть использована более простая технология изготовления частиц наполнителя.

§ 7.3. КВАЗИОДНОРОДНОСТЬ РАССЕИВАЮЩИХ СРЕД И МОНОХРОМАТИЗАЦИЯ ИК ИЗЛУЧЕНИЯ

Интегральные характеристики рассеяния света малыми частицами со слоистой структурой или плавной радиальной неоднородностью, как было показано ранее, практически совпадают с соответствующими характеристиками однородных частиц такого же размера с некоторыми эффективными значениями оптических постоянных. Это положение, по-видимому, справедливо и для малых частиц с произвольным характером внутренней неоднородности, типичным примером которых являются частицы субмикронной фракции атмосферного аэрозоля. Подтверждением этого может служить тот факт, что значения оптических постоянных сухого аэрозольного вещества, полученные на основе представления о двухфракционном составе аэрозольных частиц [40, 44] и на основе многофракционной (синтетической) модели аэрозольных частиц [6, 54], находятся в удовлетворительном

соответствии. Используемые в расчетах, они дают неплохое совпадение с экспериментальными данными [56]. В пользу указанной тождественности говорит и то, что в ряде случаев результаты расчетов, выполненных на основе модели однородных частиц с некоторыми эффективными оптическими постоянными, дают неплохое совпадение с экспериментальными данными [258].

Таким образом, несмотря на то что частицы субмикронной фракции атмосферного аэрозоля представляют собой механическую смесь, агломераты различных веществ, во многих оптических экспериментах они проявляют себя как оптически однородные. Это свойство частиц со сложной внутренней структурой можно назвать квазиоднородностью.

Понятие оптической квазиоднородности было применено Г. В. Розенбергом [231] при рассмотрении оптических свойств тонких металлических пленок и анализе применимости к ним теории трехмерного коллоида Максвелл-Гарнета. Как известно [231], для описания электродинамических свойств среды с большим числом малых неоднородностей Максвелл-Гарнет ввел понятие эффективного поля внутри среды и эффективной диэлектрической проницаемости. Ее величина с учетом только дипольного рассеяния на микрон неоднородностях определяется с помощью формулы Лорентц — Лоренца.

В работах [363, 364] оптические свойства рассеивающей среды рассмотрены с учетом мультипольного рассеяния и выяснены условия, при которых такую среду можно считать квазиоднородной. Из сопоставления величин, входящих в уравнение для среднего поля в среде и в уравнение переноса излучения, полученных на основе статистико-электродинамической теории многократного рассеяния [122, 123, 129, 365], найдены критерии квазиоднородности. Показана принципиальная возможность создания квазиоднородных материалов, пригодных для получения частиц наполнителя при изготовлении дисперсионных фильтров с заданным положением полосы пропускания.

Как было показано в главе 2, свойства среды, содержащей большое число частиц, могут быть описаны в рамках статистической электродинамики. Для описания распространения света в такой среде необходимо знать по крайней мере два первых момента электромагнитного поля. Чем более неоднородна в статистическом смысле среда, тем большее число статистических моментов требуется знать, чтобы описать процесс распространения излучения в ней. С повышением однородности среды требуемое для этого число известных статистических моментов уменьшается. В предельном случае достаточно знать первый момент или среднее поле. Макроскопические уравнения Максвелла дают пример полного описания статистически однородной среды.

При рассмотрении перехода от статистически неоднородной среды к однородной следует учитывать два аспекта. Во-первых, статистические свойства среды в целом должны быть достаточно

простыми, чего можно добиться, увеличивая концентрацию рассеивающих частиц. Во-вторых, даже малые отклонения свойств самой среды от статистически однородной могут все же привести к большим флуктуациям среднего поля, поэтому следует уменьшить эффективность рассеяния отдельной частицей, уменьшая ее размер. Процесс увеличения концентрации частиц при одновременном уменьшении их размеров в конечном счете приведет к полностью однородной среде, если не учитывать флуктуации на молекулярном уровне.

Проследим изменение светорассеивающих свойств среды, обусловленное увеличением концентрации. Среда, получающаяся при значительном увеличении концентрации, будем называть квазиоднородными. Рассмотрим, к чему приведет в оптическом отношении переход к такой квазиоднородной среде.

Увеличение концентрации частиц в первую очередь приводит к нарушению условий (2.2.16), что не позволяет использовать в уравнении переноса характеристики элементарного объема, определяемые уравнениями (2.2.33) и (2.2.41). Корректность самого уравнения переноса в этом случае уже частично обсуждалась в главе 2, а более подробное рассмотрение можно найти в работах Г. В. Розенберга [116, 366]. Оценки характеристик элементарного объема (см. (2.2.33) и (2.2.41)) при увеличении концентрации можно уточнить в рамках оптической теоремы (2.2.40). Действительно, чтобы оптическая теорема выполнялась, мы отбросили часть членов в выражениях для элементов матрицы преобразования параметров Стокса, так как при малых концентрациях они малы. Теперь учтем эти ранее отброшенные члены, а чтобы выполнялась оптическая теорема, «перенормируем» матрицу экстинкции. Для этого переопределим эффективный показатель преломления следующим образом:

$$N'_{эф} = N_0 + \frac{2\pi}{k^2 N_{эф}} A \left(\frac{N}{N_{эф}}, 0 \right) C_N, \quad (7.3.1)$$

Здесь N_0 — показатель преломления среды, в которой взвешены частицы. Такая замена приводит к соотношению

$$\frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} \frac{1}{N_{эф}} A \left(\frac{N}{N_{эф}}, 0 \right) = \frac{1}{4\pi} \int \operatorname{Sp} \left[A^2 \left(\frac{N}{N_{эф}}, \Omega, \Omega' \right) \right] d\Omega d\Omega', \quad (7.3.2)$$

которое в данном случае и выражает оптическую теорему (2.2.40). Правая часть (7.3.2) представляет собой сечение рассеяния в расчете на одну частицу, которое обозначим $\sigma_r^{эф}$. Из (7.3.2) видно, что его величина определяется не только свойствами отдельной частицы, но и взаимным влиянием соседних частиц, т.е. свойствами среды в целом. Если концентрация частиц в среде мала, то $\sigma_r^{эф}$ равно сечению рассеяния отдельной частицы, находящейся в среде с показателем преломления N_0 . При увеличении числа рассеивающих центров изменяется эф-

эффективный показатель преломления среды: при $C_N \rightarrow \infty$ $N_{эф} \rightarrow N$ и $\sigma_p^{эф} \rightarrow 0$. Уменьшение $\sigma_p^{эф}$ свидетельствует о повышении степени однородности среды. При $\sigma_p^{эф} \rightarrow 0$ рассеивающую среду можно считать квазиоднородной и распространение излучения в ней описывать, как в случае сплошной однородной среды.

Для количественной характеристики влияния концентрации на степень однородности рассеивающих сред введем коэффициент неоднородности

$$\gamma = \|I(\tau, \Omega) - I_c(\tau, \Omega)\| / \|I(\tau, \Omega)\|, \quad (7.3.3)$$

где $I_c = E_c^2$ — интенсивность среднего поля, двойными прямыми скобками обозначено интегрирование по всем телесным углам. Величина коэффициента неоднородности изменяется от 0 до 1, и чем меньше она отличается от нуля, тем более однородна среда.

Для оценки величины γ запишем скалярное уравнение переноса излучения в виде интегрального уравнения

$$I(\tau, \Omega) = I_c + e^{-\tau} \int_0^\tau e^{\tau'} \int_{(4\pi)} \frac{\Gamma\left(\frac{N}{N_{эф}}, \Omega, \Omega'\right)}{K_0} I(\tau', \Omega') d\Omega d\Omega' d\tau', \quad (7.3.4)$$

где $\tau = K_0 L$, L — длина пройденного светом пути. Используя (7.3.4), для непоглощающих частиц получаем

$$\gamma \leq \left\| \exp\left(-\tau_0 \frac{\sigma_p^{эф}}{\sigma_p}\right) - 1 \right\| \frac{\max I(\tau, \Omega)}{\|I(\tau, \Omega)\|}, \quad \tau_0 = \sigma_p C_N L. \quad (7.3.5)$$

Поскольку отношение $\max I(\tau, \Omega) / \|I(\tau, \Omega)\|$ мало изменяется с изменением концентрации, то влияние ее на степень однородности рассеивающей среды можно характеризовать отношением $\sigma_p^{эф} / \sigma_p$.

Для модельной среды, состоящей из сферических частиц окиси магния, находящихся в среде из плавленного кварца, были выполнены расчеты отношения $\sigma_p^{эф} / \sigma_p$ при $\lambda = 4,8$ мкм по формулам (7.3.1), (7.3.2) с использованием теории Ми. Показатели преломления и поглощения окиси магния и плавленного кварца для этой длины волны приведены в табл. 7.4. Размеры частиц MgO изменялись от 0,2 до 3 мкм.

На рис. 7.10 представлены зависимости $\sigma_p^{эф} / \sigma_p$ от объемной концентрации частиц MgO. Как и следовало ожидать, эффективное сечение рассеяния уменьшается по сравнению с σ_p при увеличении объемной концентрации. Различная крутизна кривых $\sigma_p^{эф} / \sigma_p = f(C_V)$ свидетельствует о том, что степень однородности среды зависит от размеров частиц. Чем меньше частицы, тем при меньших их концентрациях $\sigma_p^{эф}$ уменьшается в оди-

наковое число раз. Для частиц с радиусами $r = 0,1$ мкм $\sigma_p^{эф}$ на порядок меньше σ_p при $C_V = 0,356$, а для частиц с $r = 1,25$ мкм — при $C_V = 0,456$. Из сказанного следует, что при определенных условиях ($\sigma_p^{эф} \ll \sigma_p$) рассеивающая среда с содержащимися в ней частицами по своим оптическим свойствам приближается к оптически однородной среде с эффективным показателем преломления, определяемым по (7.3.1).

Смешивая порошкообразные вещества в различных пропорциях и удовлетворяя условиям квазиоднородности, можно создавать материалы с требуемым ходом кривых дисперсии, которого не имеет ни одно из известных веществ. Частицы из таких материалов могут быть использованы в качестве наполнителя при изготовлении дисперсионных фильтров с нужным положением полосы пропускания. Естественно, что технология изготовления квазиоднородной среды должна обеспечивать оптический контакт между образующими ее компонентами и исключить попадание воздуха, который в этом случае будет выступать в качестве самостоятельной компоненты.

Для оценочных расчетов можно воспользоваться приближенными соотношениями работы [367], согласно которой эффективный показатель преломления среды, состоящей из нескольких компонент, определяется как

$$\bar{n}(\lambda) = \sum_i V_i n_i(\lambda) / \sum_i V_i, \quad (7.3.6)$$

где $n_i(\lambda)$ — показатели преломления отдельных компонент; V_i — их объемы.

Переходя от объемных соотношений к массовым, получим

$$\bar{n}(\lambda) = \sum_i \frac{M_i}{\rho_i} n_i(\lambda) / \sum_i \frac{M_i}{\rho_i}, \quad (7.3.7)$$

где M_i , ρ_i — масса и плотность i -й компоненты. Если ввести относительные массовые концентрации отдельных компонент в виде $m_j = M_j / \sum_i M_i$, то (7.3.7) переходит в

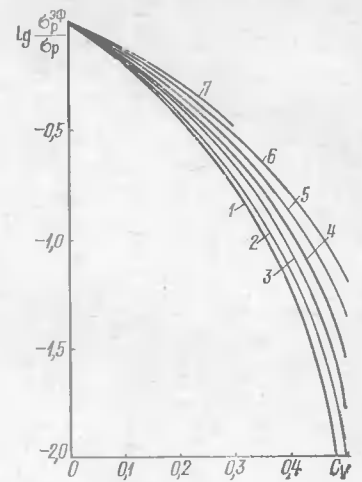


Рис. 7.10. Зависимости отношения $\sigma_p^{эф} / \sigma_p$ от объемной концентрации монодисперсных частиц MgO с радиусами $r = 0,1$ (1), 0,25 (2), 0,5 (3), 0,75 (4), 1 (5), 1,25 (6), 1,5 мкм (7) в плавленном кварце

$$\bar{n}(\lambda) = \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} n_i(\lambda) / \sum_i \frac{m_i}{\rho_i} \quad (7.3.8)$$

Простейший и легче всего регулируемый случай — это частицы из смеси двух веществ. Чтобы получить фильтр с максимумом пропускания на длине волны λ_0 , необходимо таким образом подобрать компоненты составных частиц и связующую среду фильтра, чтобы выполнялось известное условие

$$\bar{n}(\lambda_0) = n_{\text{ср}}(\lambda_0). \quad (7.3.9)$$

Отсюда с учетом (7.3.7) легко получить необходимое соотношение массовых концентраций для компонент, образующих частицы:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_{\text{ср}}(\lambda_0) - n_2(\lambda_0)}{n_1(\lambda_0) - n_{\text{ср}}(\lambda_0)} \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (7.3.10)$$

Возможности получения фильтров с использованием квазиоднородных частиц рассмотрим на конкретном примере. Фильтры типа кристалл—кристалл, в которых в качестве основы или связующей среды служит хлористый калий, а наполнителем являются частицы кварца, имеют полосу пропускания с максимумом при $\lambda = 4,16$ мкм. Фильтры с той же основой и наполнителем из частиц окиси магния имеют максимум пропускания при $\lambda = 8,15$ мкм [360].

В работе [360] для изготовления фильтров в диапазоне от 4,16 до 8,15 мкм потребовался целый набор веществ (CaCO_3 , Al_2O_3 , BaSO_4 , NaCl , KJ и др.). При использовании квазиоднородных частиц с различным содержанием только двух веществ (окиси магния и кварца) можно обеспечить монохроматизацию излучения практически любой длины волны из указанного спектрального интервала [368].

Для изготовления частиц наполнителя порошки MgO и SiO_2 смешивались в пропорции 0,717 : 0,283 (первый образец) и 0,512 : 0,488 (второй образец). Соответствующие объемные концентрации порошка окиси магния равны $C_{V1} = 0,65$ и $C_{V2} = 0,44$. Частицы MgO были меньше 0,5 мкм, частицы кварца — не более 3,5 мкм. Оценочные расчеты по (7.3.1) и (7.3.12) показали, что из этих частиц можно получить квазиоднородный материал с $\sigma_p^{\text{эф}} \ll \sigma_p$.

Заготовленные смеси порошков после тщательного перемешивания нагревались в вакуумной печи при давлении 1,33 Па и температуре 2070 К до полного расплавления кварца. Затем расплав охлаждался до комнатной температуры. Охлажденные заготовки измельчались, выделялась фракция с размерами частиц 30—50 мкм. Эти частицы смешивались в пропорции 1 : 10 с порошком хлористого калия и подвергались прессованию под высоким давлением [369].

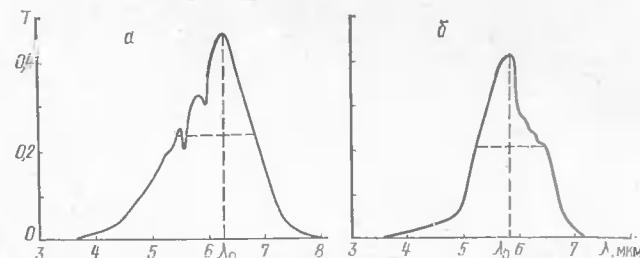


Рис. 7.11. Спектральные зависимости пропускания опытных образцов дисперсионных фильтров из квазиоднородных частиц плавленного кварца с $C_V^{\text{MgO}} = 0,65$ (а), 0,44 (б)

На рис. 7.11 воспроизведены записанные на спектрографе UR-10 полосы пропускания фильтров, полученных описанным способом. Использование частиц из квазиоднородного материала позволило создать фильтры с полосами пропускания в середине интервала $4,16 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 8,15 \text{ мкм}$, с максимальным пропусканием при $\lambda = 6,29$ мкм (рис. 7.11, а) и при $\lambda = 5,84$ мкм (рис. 7.11, б). По величине пропускания в максимуме и по полуширине полосы пропускания указанные фильтры не уступают ранее известным. Это наглядно подтверждается данными табл. 7.5.

Приведенные данные подтверждают практическую возможность получения квазиоднородных сред и их использования для изготовления дисперсионных фильтров, что открывает новые

Таблица 7.5. Характеристики дисперсионных фильтров типа кристалл—кристалл [360] и с наполнителем из квазиоднородных частиц [368] (помечены звездочкой)

Компоненты фильтратов	Максимум полосы пропускания λ_0 , мкм	Полуширина полосы $\Delta\lambda$, мкм	Пропускание в максимуме $T_{\text{макс}}$, %
SiO_2 — KCl	4,16	1,22	40
SrSO_4 — KCl	5,85	0,8	41
BaSO_4 — NaCl	5,85	1,0	54
$(0,44\text{MgO} + 0,56\text{SiO}_2)$ — KCl^*	5,88	1,24	41
BaSO_4 — KCl	6,06	1,1	66
Al_2O_3 — KBr	6,31	1,4	35
$(0,65\text{MgO} + 0,35\text{SiO}_2)$ — KCl^*	6,29	1,4	46
Al_2O_3 — NaCl	6,36	0,85	47
Al_2O_3 — KCl	6,67	1,4	43
MgO — KCl	8,15	1,0	53

перспективы для монохроматизации излучения в ИК области спектра.

Оценочные расчеты показывают, что дисперсионные фильтры с квазиоднородными частицами дают более широкие полосы пропускания, чем фильтры с двухслойными или полыми частицами, но технология их изготовления значительно проще, что является весьма существенным преимуществом.

§ 7.4. ЭФФЕКТ ХРИСТИАНСЕНА В ДИСПЕРСНЫХ СРЕДАХ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ ЧАСТИЦ

Предположим, что на систему анизотропных частиц, имеющих некоторую преимущественную ориентацию оптических осей в пространстве, падает немонохроматический пучок света с фазовым фронтом, близким к плоскому. В силу зависимости диэлектрической проницаемости среды, в которой взвешены частицы, и компонент тензора диэлектрической проницаемости самих частиц от длины волны излучения при выполнении определенных условий в некоторой области спектра может наблюдаться значительное уменьшение эффективности светорассеяния. Естественно ожидать, что это будет происходить в интервале длин волн, где значения диэлектрической проницаемости среды близки к значениям компонент тензора диэлектрической проницаемости частиц. Рассмотрим характеристики рассеяния излучения такой системой на некоторой произвольной, но фиксированной длине волны из данного интервала.

Будем считать, что выполняются три условия:

$$\text{Im } \alpha^{(i)} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (7.4.1)$$

$$\left| \frac{1}{3} \text{Sp} [\hat{\epsilon}'(\lambda)] - \epsilon_0(\lambda) \right| \ll 1, \quad (7.4.2)$$

$$|\alpha^{(i)} - \alpha^{(j)}| \ll 1, \quad i \neq j, \quad (7.4.3)$$

где $\alpha^{(i)}$, как и в § 6.2, — главные значения тензора диэлектрической проницаемости ϵ . Из условия (7.4.1) следует, что будет рассматриваться только случай непоглощающих частиц. Условия (7.4.2) и (7.4.3), аналогичные условиям «мягкости» для изотропных частиц, являются необходимыми условиями применимости приближения Рэлея—Ганса, или борновского приближения основного интегрального уравнения (2.1.4), в рамках которого и будет проводиться дальнейшее рассмотрение.

В качестве нулевого приближения выберем напряженность электрического поля падающего излучения $E_I(\mathbf{r}) = E_I e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}$, тогда напряженность рассеянного поля находится из соотношения

$$E_p(\mathbf{r}) = \int_V \hat{G}^0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') k_0^2 [\hat{\epsilon}'(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] E_I e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}'} d^3\mathbf{r}', \quad (7.4.4)$$

где $\epsilon_0(\lambda)$ — диэлектрическая проницаемость среды, в которой взвешены частицы. Будем считать, что среда также не поглощает излучения в рассматриваемой области спектра. Введем систему координат, связанную с направлением распространения падающего излучения, т. е. ось z направим вдоль волнового вектора \mathbf{k}_0 , а оси x и y расположим в плоскости, перпендикулярной оси z . Единичные орты $\hat{\mathbf{e}}_x$ и $\hat{\mathbf{e}}_y$ в силу поперечности плоской волны в непоглощающей среде полностью описывают колебания вектора электрической напряженности E_I .

Вообще говоря, направление осей x и y в данной плоскости можно выбрать произвольно. Но, как известно, для непоглощающих кристаллов в случае распространения в них плоской волны существует два выделенных направления, вдоль которых только и могут происходить колебания электрического вектора. Вдоль этих направлений и направим оси x и y . Несложно показать, что в этом случае выражение для $\hat{\epsilon}'(\lambda)$ преобразуется к виду

$$\hat{\epsilon}'(\lambda) = \begin{pmatrix} \epsilon_1(\lambda) & 0 & \epsilon_{xz}(\lambda) \\ 0 & \epsilon_2(\lambda) & \epsilon_{yz}(\lambda) \\ \epsilon_{zx}(\lambda) & \epsilon_{zy}(\lambda) & \epsilon_{zz}(\lambda) \end{pmatrix}. \quad (7.4.5)$$

Подставляя (7.4.5) в (7.4.4), нетрудно получить амплитудную матрицу рассеяния в дальней зоне, которая в сферической системе координат записывается как

$$\hat{A}(\theta, \varphi) = F(\theta) \times \begin{pmatrix} \{[\epsilon_1(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] \cos \theta \cos \varphi - \epsilon_{zx}(\lambda) \sin \theta\} \\ - [\epsilon_1(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] \sin \varphi \\ \{[\epsilon_2(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] \cos \theta \sin \varphi - \epsilon_{zy}(\lambda) \sin \theta\} \\ [\epsilon_2(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (7.4.6)$$

где $F(\theta)$ — формфактор рассеяния, имеющий такой же вид, как и в случае изотропных частиц:

$$F(\theta) = k_0^2 \int_V e^{i(\mathbf{k}'_0 - \mathbf{k}_0) \cdot \mathbf{r}} d^3\mathbf{r}. \quad (7.4.7)$$

Очевидно, что амплитудная матрица рассеяния вперед, на основе которой строится матрица экстинкции, имеет диагональный вид со следующими компонентами:

$$A_{11}(0) = [\epsilon_1(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] F(0), \quad (7.4.8)$$

$$A_{22}(0) = [\epsilon_2(\lambda) - \epsilon_0(\lambda)] F(0).$$

При действительных $\epsilon_1(\lambda)$, $\epsilon_2(\lambda)$ и $\epsilon_0(\lambda)$ в приближении Рэлея—Ганса формула (7.4.8) дает только действительную часть ампли-

тудной матрицы рассеяния вперед. Мнимая часть находится из оптической теоремы [109]:

$$\frac{4\pi}{k_0} \operatorname{Im} [A_{11}(0)] = \int_{(4\pi)} d\Omega \{A_{11}(\theta, \varphi) A_{11}^*(\theta, \varphi) + A_{12}(\theta, \varphi) A_{21}^*(\theta, \varphi)\}, \quad (7.4.9)$$

$$\frac{4\pi}{k_0} \operatorname{Im} [A_{22}(0)] = \int_{(4\pi)} d\Omega \{A_{22}(\theta, \varphi) A_{22}^*(\theta, \varphi) + A_{21}(\theta, \varphi) A_{12}^*(\theta, \varphi)\}.$$

Подставив в (7.4.9) компоненты амплитудной матрицы из (7.4.6), получим мнимые части искомых компонент:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} [A_{11}(0)] = & \frac{k_0}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cdot F^2(\theta) \{[\varepsilon_1(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)] \cos^2 \theta + \\ & + \varepsilon_{2x}^2(\lambda) \sin^2 \theta - [\varepsilon_1(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)] [\varepsilon_2(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)] \cos \theta\}, \end{aligned} \quad (7.4.10)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} [A_{22}(0)] = & \frac{k_0 [\varepsilon_2(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)]}{2} \int_0^\pi d\theta \sin \theta \cdot F^2(\theta) \{[\varepsilon_2(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)] - \\ & - [\varepsilon_1(\lambda) - \varepsilon_0(\lambda)] \cos \theta\}. \end{aligned}$$

Ввиду отсутствия недиагональных компонент в амплитудной матрице рассеяния вперед матрица экстинкции имеет блочно-диагональный вид:

$$\hat{\alpha} = \frac{2\pi C_N}{k_0} \begin{pmatrix} \operatorname{Im} [A_{11}(0) + A_{22}(0)] & \operatorname{Im} [A_{11}(0) - A_{22}(0)] \\ \operatorname{Im} [A_{11}(0) - A_{22}(0)] & \operatorname{Im} [A_{11}(0) + A_{22}(0)] \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \operatorname{Im} [A_{11}(0) + A_{22}(0)] & -\operatorname{Re} [A_{11}(0) - A_{22}(0)] \\ \operatorname{Re} [A_{11}(0) - A_{22}(0)] & \operatorname{Im} [A_{11}(0) + A_{22}(0)] \end{pmatrix} \quad (7.4.11)$$

Такой вид матрицы экстинкции значительно упрощает расчет когерентной составляющей рассеянного поля. Если учесть, что при асимптотических оценках величины прямо проходящего излучения некогерентной составляющей можно пренебречь, так как эффективный оптический путь для нее всегда больше, чем для когерентной, то, рассчитывая когерентную составляющую и пере-

ходя к асимптотике, получим характеристики излучения после его прохождения оптически достаточно толстых слоев. Система из четырех уравнений для когерентной составляющей излучения, как следует из (7.4.11), разбивается на две системы из двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_1}{dz} = -\alpha_{11}S_1 - \alpha_{12}S_2, & \quad \frac{dS_3}{dz} = -\alpha_{11}S_3 + \alpha_{43}S_4, \\ \frac{dS_2}{dz} = -\alpha_{12}S_1 - \alpha_{11}S_2, & \quad \frac{dS_4}{dz} = -\alpha_{43}S_3 - \alpha_{11}S_4. \end{aligned} \right\}$$

Решения этих двух систем легко находятся и имеют вид:

$$\begin{aligned} S_1 = & \frac{1}{2} (S_{10} + S_{20}) e^{-(\alpha_{11} + \alpha_{12})z} + \frac{1}{2} (S_{10} - S_{20}) e^{-(\alpha_{11} - \alpha_{12})z}, \\ S_2 = & \frac{1}{2} (S_{10} + S_{20}) e^{-(\alpha_{11} + \alpha_{12})z} - \frac{1}{2} (S_{10} - S_{20}) e^{-(\alpha_{11} - \alpha_{12})z}, \end{aligned} \quad (7.4.12)$$

$$\begin{aligned} S_3 = & \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2} (S_{30} + iS_{40}) e^{-(\alpha_{11} + i\alpha_{43})z} + \frac{1}{2} (S_{30} - iS_{40}) e^{-(\alpha_{11} - i\alpha_{43})z} \right], \\ S_4 = & \operatorname{Re} \left[\frac{1}{2i} (S_{30} + iS_{40}) e^{-(\alpha_{11} + i\alpha_{43})z} - \frac{1}{2i} (S_{30} - iS_{40}) e^{-(\alpha_{11} - i\alpha_{43})z} \right], \end{aligned}$$

где S_{10} , S_{20} , S_{30} и S_{40} — параметры Стокса излучения, падающего на систему частиц. При увеличении оптической толщины слоя $L \rightarrow \infty$ все параметры Стокса выходящего излучения стремятся к нулю. Исключение составляет один случай, заслуживающий особого рассмотрения. Из соотношения (7.4.11) следует:

$$\alpha_{11} + \alpha_{12} = \frac{4\pi C_N}{k_0} \operatorname{Im} [A_{11}(0)], \quad (7.4.13)$$

$$\alpha_{11} - \alpha_{12} = \frac{4\pi C_N}{k_0} \operatorname{Im} [A_{22}(0)].$$

Из анализа (7.4.10) вытекает, что второе выражение (7.4.13) обращается в нуль при выполнении равенства $\varepsilon_2(\lambda) = \varepsilon_0(\lambda)$, т. е. при пересечении дисперсионных кривых, соответствующих показателю преломления обыкновенной волны в частице и показателю преломления среды. В этом случае, как следует из (7.4.12), параметры Стокса для выходящего из рассеивающей среды излучения имеют вид

$$S_1 = \frac{1}{2} (S_{10} - S_{20}), \quad S_2 = -\frac{1}{2} (S_{10} - S_{20}), \quad S_3 = S_4 = 0. \quad (7.4.14)$$

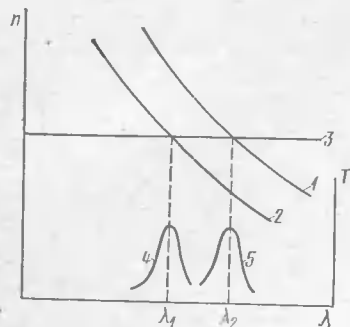


Рис. 7.12. Схематическая интерпретация эффекта Христиансена в дисперсных средах из анизотропных частиц: дисперсионные кривые обыкновенной волны (1), необыкновенной волны (2) и среды, в которой взвешены частицы (3); 4, 5 — условные кривые пропускания $T(\lambda)$ излучения необыкновенной и обыкновенной волн

Рассмотрим еще один более простой, чем предыдущий, случай. Пусть падающая волна распространяется вдоль направления какой-нибудь из диэлектрических осей частиц. Тогда компонента ϵ_{zx} , входящая в (7.4.10), обращается в нуль и появляется дополнительный спектральный интервал пропускания излучения системой, обусловленный равенством $\epsilon_1(\lambda) = \epsilon_0(\lambda)$. Излучение в этом спектральном интервале линейно поляризовано, а направление поляризации перпендикулярно поляризации обыкновенной волны в кристалле. Этот случай аналогичен случаю фазовых пластинок, где направление распространения обыкновенной и необыкновенной волн в кристалле совпадает. Указанная ситуация просто интерпретируется на основе графиков дисперсионных кривых (рис. 7.12). Точки пересечения дисперсионных кривых дают значения длин волн λ_1 и λ_2 , на которых дисперсная система имеет максимальное пропускание. Если λ_1 и λ_2 достаточно близки друг к другу, то две области пропускания как бы объединяются, образуя в зависимости от величины $(\lambda_1 - \lambda_2)$ то ли кривую пропускания, характерную для полосовых фильтров, которые энергетически выгоднее, чем обычные [360], то ли кривую пропускания обычного почти треугольного вида. Если λ_1 и λ_2 далеки друг от друга и образуют две области пропускания, то, регулируя угловую структуру излучения, на выходе можно все же получить кривую пропускания, характерную для полосового фильтра.

Очевидно, в реальных системах невозможно добиться строгой ориентации всех частиц в одном направлении. Всегда за счет

Из (7.4.14) видно, что одна из компонент падающего излучения, электрический вектор которой перпендикулярен к направлению распространения и одной из оптических осей (обыкновенная волна), проходит через дисперсную среду не рассеиваясь и свет становится на выходе линейно поляризованным. Таким образом, система из анизотропных ориентированных частиц при соответствующих условиях действует на излучение как поляризующий и фильтрующий элемент. Отметим, что такая система чувствительна к изменению направления распространения падающего излучения, что проявляется как в изменении длины волны прошедшего излучения, так и в направлении его поляризации.

тепловых колебаний существует некоторый разброс ориентаций частиц. Это приводит к «смазыванию» эффектов, рассмотренных здесь в чистом виде. В результате должны изменяться степень линейной поляризации выходящего излучения, его спектральный состав и т. п. В предельном случае равновероятного распределения оптических осей частиц в пространстве будет наблюдаться обычный эффект Христиансена в изотропных дисперсных средах.

Здесь нами рассмотрен случай естественных анизотропных частиц. Аналогичные явления будут наблюдаться и в случае систем искусственно анизотропных частиц при воздействии на них магнитным или электрическим полями.

* * *

В заключение авторы считают необходимым отметить, что настоящая работа не претендует на исчерпывающий охват всех многочисленных вопросов, касающихся рассеяния и поглощения света неоднородными и анизотропными частицами. То же относится и к цитируемой литературе. Задача работы состояла в том, чтобы подвести итог некоторого этапа исследований и дать концентрированное изложение важнейших аспектов этой большой проблемы. Поскольку основным объектом, на примере которого рассмотрены и проиллюстрированы установленные закономерности, был атмосферный аэрозоль, целесообразно дальнейшее расширение круга исследуемых объектов, что может привести к детализации отмеченных, а возможно, и к обнаружению новых существенных фактов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Картни Э. Оптика атмосферы.— М.: Мир, 1979.— 421 с.
2. Селезнева Е. С. Атмосферные аэрозоли.— Л.: Гидрометеониздат, 1966.— 226 с.
3. Розенберг Г. В. Оптические исследования атмосферного аэрозоля.— УФН, 1968, т. 95, № 1, с. 159—208.
4. Седунов Ю. С. Физика образования жидко-капельной фазы в атмосфере.— Л.: Гидрометеониздат, 1972.— 208 с.
5. Грин Х., Лейн В. Аэрозоли — пыли, дымы, туманы.— Л.: Химия, 1972.— 428 с.
6. Кондратьев К. Я., Васильев О. Б., Ивлев Л. С. и др. Влияние аэрозоля на перенос излучения: Возможные климатические последствия.— Л.: Изд-во ЛГУ, 1973.— 266 с.
7. Кэдл Р. Д. Взвешенные частицы в нижней атмосфере.— В кн.: Химия нижней атмосферы. М.: Мир, 1976, с. 90—154.
8. Hänel G. The properties of atmospheric aerosol particles as functions of the relative humidity at thermodynamic equilibrium with the surrounding moist air.— Advances in Geophysics, 1976, v. 19, p. 73—188.
9. Атмосферный аэрозоль и его влияние на перенос излучения / Под ред. К. Я. Кондратьева.— Л.: Гидрометеониздат, 1978.— 119 с.
10. Кондратьев К. Я., Поздняков Д. В. Аэрозольные модели атмосферы.— М.: Наука, 1981.— 104 с.
11. Емиленко А. С., Толстобров В. Г. Рассеяние света полидисперсным золем.— М.: Наука, 1981.— 212 с.
12. Креков Г. М., Рахимов Р. Ф. Оптико-локационная модель континентального аэрозоля.— Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1982.— 198 с.
13. Зуев В. Е. Распространение видимых и инфракрасных волн в атмосфере.— М.: Сов. радио, 1970.— 496 с.
14. Junge C. The size distribution and aging of natural aerosols as determined from electrical and optical data on the atmosphere.— J. Meteorol., 1953, v. 12, N 1, p. 13—25.
15. Юнге Х. Химический состав и радиоактивность атмосферы.— М.: Мир, 1965.— 424 с.
16. Bullrich K. Scattered radiation in the atmosphere and the natural aerosol.— Advances in Geophysics, 1964, v. 10, p. 99—260.
17. Pasceri R. E., Fridlander S. K. Measurements on the particle size distribution of the atmospheric aerosol. II. Experimental results and discussion.— J. Atm. Sci., 1965, v. 22, N 9, p. 577—584.
18. Clark W. E., Whitby K. T. Concentration and size distribution measurements of atmospheric aerosols and a test of the theory of self-preserving size distributions.— J. Atm. Sci., 1967, v. 24, N 11, p. 677—687.
19. Pueschel R. F., Noll K. E. Visibility and aerosol size frequency distribution.— J. Appl. Meteorol., 1967, v. 6, N 6, p. 1045—1052.
20. Blifford I. H., Ringer L. D. The size and number distribution of aerosols in the continental troposphere.— J. Atm. Sci., 1969, v. 26, N 12, p. 716—726.
21. Yamamoto G., Tanaka M. Determination of aerosol size distribution

- from spectral attenuation measurements.— Appl. Opt., 1969, v. 8, N 2, p. 447—453.
22. Gillette D. A., Blifford I. H. Measurements of aerosol size distribution and vertical fluxes of aerosols on land subject to wind erosion.— J. Appl. Meteorol., 1972, v. 11, N 6, p. 977—987.
 23. Whitby K. T., Husar R. B., Lin B. Y. H. The aerosol size distribution of Los Angeles smog.— J. Coll. Interf. Sci., 1972, v. 39, N 1, p. 177—204.
 24. Reagan J. A., Spiegel R. J., Herman B. M. Determination of aerosol size distribution parameters by optimization technique.— In: 4-th Conf. Laser Atmospheric Studies: Conf. Absts. Tucson: Univ. of Arizona, 1972, p. 92—93.
 25. Davies C. N. Size distribution of atmospheric particles.— J. Aerosol Sci., 1974, v. 5, N 2, p. 293—300.
 26. Jaenicke R., Davies C. N. The mathematical expression of the size distribution of atmospheric aerosols.— J. Aerosol Sci., 1976, v. 7, N 2, p. 265—269.
 27. Дейрменджан Д. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами.— М.: Мир, 1971.— 166 с.
 28. Смирнов В. И. Об аппроксимации эмпирических распределений по размерам облачных капель и других аэрозольных частиц.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1973, т. 9, № 1, с. 54—65.
 29. Blifford I. H., Gillette D. A. Application of the lognormal frequency distribution to the chemical composition and size distribution of naturally occurring atmospheric aerosols.— Water, air and soil pollution, 1971, v. 1, N 1, p. 106—114.
 30. Patterson E. M., Gillette D. A. Commonalities in measured size distribution for aerosols having a soil-derived component.— J. Geophys. Res., 1977, v. 82, N 15, p. 2074—2082.
 31. Hidy G. M., Mueller P. K., Wange H. H. e. a. Observation of aerosol over southern California coastal waters.— J. Appl. Meteorol., 1974, v. 13, N 1, p. 96—107.
 32. Whitby K. T. The physical characteristics of sulfur aerosols.— Atmosph. Environ., 1978, v. 12, N 1—3, p. 135—159.
 33. Whitby K. T. Determination of aerosol growth rates in the atmosphere using lumped mode aerosol dynamics.— J. Aerosol Sci., 1981, v. 12, N 3, p. 173—178.
 34. Patterson E. M. Atmospheric extinction between 0.55 μm and 10.6 μm due to soil-derived aerosols.— Appl. Opt., 1977, v. 16, N 9, p. 2414—2418.
 35. Foltz L. The spectral extinction of the atmosphere aerosol by Mie particles with different Gaussian distributions.— Gerlach Beitr. Geophys., 1965, v. 73, N 13, p. 199—206.
 36. Полный радиационный эксперимент / Под ред. К. Я. Кондратьева, Н. Е. Тер-Маркрянца.— Л.: Гидрометеониздат, 1976.— 240 с.
 37. Grams C. W., Blifford I. H., Gillette D. A., Russel P. B. Complex index of refraction of airborne soil particles.— J. Appl. Meteorol., 1974, v. 13, N 4, p. 459—471.
 38. Patterson E. M., Gillette D. A., Stockton B. H. Complex index of refraction between 300—700 nm for Saharan aerosols.— J. Geophys. Res., 1977, v. 82, N 21, p. 3153—3160.
 39. Pollack J. B., Toon O. B., Khare B. W. Optical properties of some terrestrial rocks and glasses.— Icarus, 1973, v. 19, N 2, p. 372—389.
 40. Hänel G. The real part of mean complex refractive index and the mean density of samples of atmospheric aerosol particles.— Tellus, 1968, v. 20, N 3, p. 371—379.
 41. Hänel G. New results concerning the dependence of visibility on relative humidity and their significance in a model for visibility forecast.— Beitr. Phys. Atmosph., 1971, v. 44, N 2/3, p. 137—167.
 42. Hänel G., Bullrich K. Physico-chemical property models of tropospheric aerosol particles.— Beitr. Phys. Atmosph., 1978, v. 51, N 2, p. 129—138.
 43. Hoidale G. B., Smith S. M. Analysis of the giant particle component of the atmosphere over an interior desert basin.— Tellus, 1968, v. 20, N 2, p. 251—268.

44. *Volz F.* Infrared refractive index of atmospheric aerosol substances.— *Appl. Opt.*, 1972, v. 11, N 4, p. 755—759.
45. *Grams G. W., Blifford I. H., Schuster B. G., De Luisi J. J.* Complex index of refraction of airborne fly ash determined by laser radar and collection of particles at 13 km.— *J. Atm. Sci.*, 1972, v. 29, N 7, p. 900—905.
46. *Ward G., Cushing K. M., McPeters R. D., Green A. E. S.* Atmospheric aerosol index of refraction and size-altitude distribution from bistatic laser scattering and solar aureole measurements.— *Appl. Opt.*, 1973, v. 12, N 11, p. 2585—2592.
47. *Bhurdwaja P. S., Herbert J., Charlson R. J.* Refractive index of atmospheric particulate matter: an in situ method for determination.— *Appl. Opt.*, 1974, v. 13, N 4, p. 731—734.
48. *Weiser P., Stolzenburg M., Baumüller J.* Aerosol particles: remarks on the optical properties.— *Appl. Opt.*, 1977, v. 16, N 10, p. 2651—2653.
49. *Mathai C. V., Harrison A. W.* Estimation of atmospheric aerosol refractive index.— *Atmosph. Environ.*, 1980, v. 14, N 10, p. 1131—1135.
50. *Reagan J. A., Byrne D. M., King M. D.* e.a. Determination of the complex refractive index and size distribution of atmospheric particulates from bistatic-moostatic lidar and solar radiometer measurements.— *J. Geophys. Res.*, 1980, v. 85, N 3, p. 1591—1599.
51. *Биненко В. И.* Определение эффективных значений показателя преломления атмосферного аэрозоля.— *Труды ГГО им. А. И. Воейкова*, 1980, вып. 434, с. 33—38.
52. *Lindberg J. D., Gillespie J. B.* Relationship between particle size and imaginary refractive index in atmospheric dust.— *Appl. Opt.*, 1977, v. 16, N 10, p. 2628—2630.
53. *Ивлев Л. С., Попова С. И.* Оптические константы веществ атмосферного аэрозоля.— *Изв. вузов. Физика*, 1972, № 5, с. 91—97.
54. *Ивлев Л. С., Попова С. И.* Комплексный показатель преломления диспергированной фазы атмосферного аэрозоля.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1973, т. 9, № 10, с. 1034—1042.
55. *Ивлев Л. С., Креков Г. М., Рахимов Р. Ф.* Влияние влажности на характеристики обратного рассеяния аэрозоля.— В кн.: *Тезисы докладов II Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере / ИОА СО АН СССР, Томск*, 1973, с. 74—76.
56. *Jakobi W., Junge C. E., Lippert W.* Reihenuntersuchungen des natürlichen aerosols mittels elektronenmikroskop.— *Arch. Meteorol. Geophys. Biokl.*, 1952, v. A5, p. 166—170.
57. *Junge C. E.* Atmospheric chemistry.— *Advances in Geophysics*, 1957, v. 4, p. 1—81.
58. *Розенберг Г. В.* Свойства атмосферного аэрозоля по данным оптического исследования.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1967, т. 3, № 9, с. 936—949.
59. *Георгиевский Ю. С., Розенберг Г. В.* Влажность как фактор изменчивости аэрозоля.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1973, т. 9, № 2, с. 126—137.
60. *Ивлев Л. С., Спажакина Н. К., Григоров Н. О., Янченко Е. Л.* Влияние изменения влажности на оптические и микрофизические характеристики атмосферного аэрозоля.— *Проблемы физики атмосферы*, 1980, № 8, с. 112—123.
61. *Зуев В. Е., Ивлев Л. С., Кондратьев К. Я.* Новые результаты исследований атмосферного аэрозоля.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1973, т. 9, № 4, с. 371—385.
62. *Шифрин К. С.* Рассеяние света на двухслойных частицах.— *Изв. АН СССР. Сер. геофизическая*, 1952, № 2, с. 15—21.
63. *Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г.* Поглощение, рассеяние и ослабление света атмосферными частицами с водной оболочкой.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1974, т. 10, № 12, с. 1322—1327.
64. *Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г., Гладкая С. В.* Исследование

- рассеяния и ослабления света двухслойными частицами.— *Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук*, 1975, № 3, с. 88—95.
65. *Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г.* Поглощение, рассеяние и ослабление света обводненными частицами атмосферного аэрозоля.— *Мн.*, 1975.— 46 с. (Препринт / Ин-т физики АН БССР).
66. *Winkler P.* The growth of atmospheric aerosol particles as a function of the relative humidity. II. Improved concept of mixed nuclei.— *J. Aerosol Sci.*, 1973, v. 4, N 5, p. 373—387.
67. *Kasten J.* Visibility forecast in the phase of precondensation.— *Tellus*, 1969, v. 21, N 5, p. 631—635.
68. *Bullrich K., Eschelbach J., Fischer K., Hänel G.* New aspects of scattering and absorbing properties of atmospheric aerosol particles.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1972, v. 39, N 3, p. 546—550.
69. *Георгиевский Ю. С.* О спектральной прозрачности дымок в области спектра от 0,37 до 1,0 мкм.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1969, т. 5, № 4, с. 388—394.
70. *Андреев С. Д., Ивлев Л. С., Кабанов М. В., Пхалагов Ю. А.* Влияние относительной влажности на аэрозольное ослабление оптической радиации в атмосфере.— *Изв. вузов. Физика*, 1974, № 5, с. 54—57.
71. *Лактионов А. Г., Богомолов Ю. П.* Зависимость размеров частиц естественного аэрозоля от влажности воздуха.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1972, т. 8, № 3, с. 291—297.
72. *Holland A. C., Draper J. S.* Analytical and experimental investigations of light scattering from polydispersions of Mie particles.— *Appl. Opt.*, 1967, v. 6, N 3, p. 511—518.
73. *Holland A. C., Gagne G.* The scattering of polarized light by polydisperse systems of irregular particles.— *Appl. Opt.*, 1970, v. 9, N 5, p. 1113—1121.
74. *Holland A. C., Gagne G.* Comment on: The scattering of polarized light by polydisperse systems of irregular particles.— *Appl. Opt.*, 1971, v. 10, N 6, p. 1173—1174.
75. *Plass G. N., Kattawar G. W.* Comment on: The scattering of polarized light by polydisperse systems of irregular particles.— *Appl. Opt.*, 1971, v. 10, N 6, p. 1172—1173.
76. *Chylek P., Grams G. W., Pinnick R. G.* Light scattering by irregular randomly oriented particles.— *Science*, 1976, v. 193, N 4552, p. 480—482.
77. *Пришивалко А. П., Бабенко В. А.* Основные направления современной теории рассеяния и поглощения излучения отдельными частицами.— В кн.: *Распространение света в дисперсной среде*. Мн.: Наука и техника, 1982, с. 7—22.
78. *Meszaroš E.* Some data on the chemical composition of atmospheric particles in the submicroscopic range of sizes.— *Időjárás*, 1966, v. 70, N 5, p. 257—261.
79. *Meszaroš E.* On the size distribution of water soluble particles in the atmosphere.— *Tellus*, 1968, v. 20, N 3, p. 443—448.
80. *Brown M. J., Krauss R. K., Smith R. M.* Dust deposition and weather.— *Weatherwise*, 1968, v. 21, N 2, p. 178—183.
81. *Hoidale G. B., Blanco A. J.* An infrared spectroscopic view of the nature of giant and large particle atmospheric dust.— *J. Rech. Atmosph.*, 1968, v. 3, N 4, p. 561—567.
82. *Hänel G.* The size of atmospheric aerosol particles as a function of the relative humidity.— *Beitr. Phys. Atmosph.*, 1970, v. 43, N 2, p. 119—132.
83. *Meszaroš A.* On the variation of the size distributions of large and giant atmospheric particles as a function of the relative humidity.— *Tellus*, 1971, v. 23, N 4—5, p. 436—440.
84. *Winkler P.* Untersuchungen über das große wachstum natürlicher aerosolteilchen mit der relativen feuchte nach einer wägemethode.— *Ann. Meteorol. (Neue Folge)*, 1969, N 4, p. 134—137.
85. *Хржан А. Х.* Физика атмосферы.— М.: Гидрометеониздат, 1969.— 647 с.
86. *Meszaroš E.* On the thermodynamics of the equilibrium size of an aero-

- sol particle as a function of its dry size and composition and the ambient relative humidity.—*J. Appl. Meteorol.*, 1975, v. 14, N 6, p. 1044—1049.
87. *Мейсон Б. Дж.* Физика облаков.—М.: Гидрометеонадат, 1961.—542 с.
88. *Fitzgerald J. W.* Approximation formulas for the equilibrium size of an aerosol particle as a function of its dry size and composition and the ambient relative humidity.—*J. Appl. Meteorol.*, 1975, v. 14, N 16, p. 1044—1049.
89. *Капустин В. Н., Любовцева Ю. С.* Относительная влажность и параметры естественного аэрозоля.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1975, т. 11, № 9, с. 908—915.
90. *Fett W.* Sichtweite und atmosphärisches aerosol in Berlin—Dahlem.—*Beitr. Phys. Atmosph.*, 1967, v. 40, N 4, p. 262—278.
91. *Hänel G.* Computation of the extinction of visible radiation by atmospheric aerosol particles as a function of the relative humidity, based upon measured properties.—*J. Aerosol Sci.*, 1972, v. 3, N 5, p. 337—386.
92. *Hänel G.* Physikalisch-chemische und optische eigenschaften von aerosolteilchen.—*Meteorol. Fortbildung*, 1975, N 3, p. 11—14.
93. *Hänel G., Zankl B.* Aerosol size and relative humidity: water uptake by mixtures of salts.—*Tellus*, 1979, v. 31, N 6, p. 478—486.
94. *Hänel G., Lehman M.* Aerosolteilchen und relative feuchte: neue messergebnisse und meteorologische konsequenzen.—*Ann. Meteorol. (Neue Folge)*, 1980, N 15, p. 37—38.
95. *Hänel G., Lehman M.* Equilibrium size of aerosol particles and relative humidity: New experimental data from various aerosol types and their treatment for cloud physics application.—*Beitr. Phys. Atmosph.*, 1981, v. 54, N 1, p. 57—71.
96. *Пришивалко А. П.* Обводнение частиц и элементы матрицы рассеяния света атмосферным аэрозолям.—Мн., 1976.—60 с. (Препринт/Ин-та физики АН БССР: № 108).
97. *Пришивалко А. П.* Относительная влажность и рассеяние света системами однородных и двухслойных частиц атмосферного аэрозоля.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1977, т. 13, № 8, с. 828—837.
98. *Пришивалко А. П.* Влияние относительной влажности воздуха на элементы матрицы рассеяния света системами однородных и неоднородных частиц атмосферного аэрозоля.—В кн.: *Оптика атмосферы: Тр. Ин-та эксперим. метеорол.* М.: Гидрометеонадат, 1978, вып. 18 (71), с. 128—140.
99. *Meszaroš A.* An attempt to explain the relation between visual range and relative humidity on the basis of aerosol measurements.—*J. Aerosol Sci.*, 1977, v. 8, N 1, p. 31—38.
100. *Tuomi T. J.* The influence of relative humidity and its stratification on lidar backscatter.—*Beitr. Phys. Atmosph.*, 1976, v. 49, N 2, p. 98—113.
101. *Горбунов Н. И.* Высокодисперсные минералы и методы их изучения.—М.: Изд-во АН СССР, 1963.—302 с.
102. *Федоров Ф. И.* Оптика анизотропных сред.—Мн.: Изд-во АН БССР, 1958.—380 с.
103. *Дугин В. П., Голубицкий Б. М., Мирумьянц С. О.* и др. Экспериментальное исследование оптических характеристик искусственных ледяных облаков.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1971, т. 7, № 8, с. 871—877.
104. *Волковицкий О. А., Никифорова Н. К., Павлова Л. Н.* Предварительные результаты измерения ослабления и рассеяния излучения 10,6 мкм в капельных и кристаллических туманах.—В кн.: *Атмосферная оптика: Тр. Ин-та эксперим. метеорол.* М.: Гидрометеонадат, 1974, вып. 5 (43), с. 145—155.
105. *Волковицкий О. А., Павлова Л. Н., Сныков В. П.* К вопросу об асимметрии рассеивающих свойств кристаллической облачной среды.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1975, т. 11, № 7, с. 757—760.
106. *Дугин В. П., Максимова В. С., Мирумьянц С. О., Никифорова Н. К.* Об анизотропии рассеяния света искусственными кристаллическими облачными образованиями (вертикальное освещение среды).—В кн.: *Атмосферная оптика: Тр. Ин-та эксперим. метеорол.* М.: Гидрометеонадат, 1976, вып. 13 (58), с. 184—189.
107. *Волковицкий О. А., Никифорова Н. К., Павлова Л. Н., Петрушин*

- А. Г.* Некоторые данные о распространении излучения CO₂ лазера в кристаллической облачной среде.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1974, т. 10, № 11, с. 1157—1162.
108. *Дугин В. П., Волковицкий О. А., Мирумьянц С. О., Никифорова Н. К.* Об анизотропии рассеяния света искусственными кристаллическими облачными образованиями.—*Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1977, т. 13, № 1, с. 35—41.
109. *Ньютон Р.* Теория рассеяния волн и частиц.—М.: Мир, 1969.—607 с.
110. *Van Bladel J.* Some remarks on Green's dyadic for infinite space.—*IRE Trans. Antenn. Propagat.*, 1961, v. AP-9, N 6, p. 563—566.
111. *Tai C. T.* On the eigenfunction expansion of dyadic Green's functions.—*Proc. IEEE*, 1973, v. 61, N 4, p. 480—481.
112. *Tai C. T., Rosenfeld P.* Different representations of dyadic Green's functions for a rectangular cavity.—*IEEE Trans. Microwave Theory Techn.*, 1976, v. MTT-24, N 9, p. 597—601.
113. *Mei K. K.* On the perturbational solution to the dyadic Green's function of Maxwell's equations in anisotropic media.—*IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, 1971, v. AP-19, N 5, p. 665—696.
114. *Zich R.* The use of dyadic Green's functions in problems involving inhomogeneous media.—*Alta frequenza*, 1969, v. 38, Num. Speciale, p. 30—34.
115. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики.—М.: Наука, 1970.—856 с.
116. *Розенберг Г. В.* Спектральная теория светового поля.—В кн.: *Распространение света в дисперсной среде.* Мн.: Наука и техника, 1982, с. 22—36.
117. *Гольдбергер М., Ватсон К.* Теория столкновений.—М.: Мир, 1973.—824 с.
118. *Барabanенков Ю. Н., Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И.* Состояние теории распространения волн в случайно-неоднородной среде.—*УФН*, 1970, т. 102, № 1, с. 3—42.
119. *Кляцкин В. И., Татарский В. И.* Статистическая теория распространения света в турбулентной среде.—*Изв. вузов. Радиофизика*, 1972, т. 15, № 10, с. 1433—1455.
120. *Кляцкин В. И.* Статистическая теория распространения света в случайно-неоднородной среде.—*Изв. вузов. Радиофизика*, 1973, т. 16, № 11, с. 1629—1641.
121. *Кляцкин В. И., Татарский В. И.* Приближение диффузионного процесса в некоторых нестационарных статистических задачах физики.—*УФН*, 1973, т. 110, № 4, с. 499—536.
122. *Барabanенков Ю. Н.* Многократное рассеяние волн на ансамбле частиц и теория переноса излучения.—*УФН*, 1975, т. 117, № 1, с. 49—78.
123. *Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И.* Статистические проблемы в теории дифракции.—*УФН*, 1975, т. 115, № 2, с. 239—262.
124. *Барabanенков Ю. Н., Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Применение теории многократного рассеяния волн к выводу уравнения переноса излучения для статистически-неоднородных сред.—*Изв. вузов. Радиофизика*, 1975, т. 15, № 12, с. 1852—1860.
125. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере.—М.: Наука, 1967.—548 с.
126. *Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Статистические явления при дифракции волн.—Рязань, 1975.—102 с.
127. *Кляцкин В. И.* Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами.—М.: Наука, 1975.—240 с.
128. *Чернов Л. А.* Волны в случайно-неоднородных средах.—М.: Наука, 1975.—172 с.
129. *Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И.* Введение в статистическую физику, т. 2.—М.: Наука, 1978.—464 с.
130. *Исмару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах, т. 2.—М.: Мир, 1981.—320 с.
131. *Watson K. M.* Multiple scattering of electromagnetic waves in an underdense plasma.—*J. Math. Phys.*, 1969, v. 10, N 4, p. 688—703.
132. *Кузьмин В. Н., Скадоров В. В.* Рассеяние света полидисперсной си-

- стемой взаимодействующих частиц.— Мн., 1977.— 28 с. (Препринт/Ин-т физики АН БССР: № 123).
133. *Перина Я.* Когерентность света.— М.: Мир, 1976.— 368 с.
134. *Барабаненков Ю. И., Финкельберг В. М.* Оптическая теорема в теории многократного рассеяния волн.— Изв. вузов. Радиофизика, 1968, т. 11, № 6, с. 719—725.
135. *Иванов А. П.* Оптика рассеивающих сред.— Мн.: Наука и техника, 1969.— 592 с.
136. *Стрэттон Дж. А.* Теория электромагнетизма.— М.— Л.: ГИТТЛ, 1948.— 540 с.
137. *Кузьмин В. Н., Бабенко В. А.* Метод функций Грина в теории рассеяния света сферическими частицами.— Мн., 1979.— 54 с. (Препринт/Ин-т физики АН БССР: № 174).
138. *Градиштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.— М.: Наука, 1971.— 648 с.
139. *Малушков Г. Д.* Интегральные соотношения для сферических гармоник.— Труды МИРЭА, 1974, вып. 4, с. 153—157.
140. *Шифрин К. С.* Рассеяние света в мутной среде.— М.— Л.: ГИТТЛ, 1951.— 288 с.
141. *Кузьмин В. Н.* Матрица рассеяния электромагнитных волн на сферической частице в координатном и импульсном представлениях.— Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1979, № 1, с. 92—101.
142. *Морс Ф. М., Фейсбах Г.* Методы теоретической физики, т. 2.— М.: Изд-во иностр. лит., 1960, с. 794—796.
143. *Chew H., Sculley M., Kerker M.* e. a. Raman and fluorescent scattering by molecules embedded in small particles: Results for coherent optical processes.— J. Opt. Soc. Amer., 1978, v. 68, N 12, p. 1686—1689.
144. *Варшавич Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К.* Квантовая теория углового момента.— Л.: Наука, 1975.— 440 с.
145. *Kattawar G. W., Eisner M.* Radiation from a homogeneous isothermal sphere.— Appl. Opt., 1970, v. 9, N 12, p. 2685—2690.
146. *Науменко Е. К., Пришивалко А. П., Кацева И. Р.* Оптимизация вычислительного алгоритма задачи о рассеянии излучения полидисперсными средами.— Изв. АН БССР. Серия физ.-мат. наук, 1975, № 1, с. 71—79.
147. *Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г.* О распределении энергии в однородных поглощающих частицах, освещаемых параллельным пучком света.— ЖПС, 1972, т. 16, № 2, с. 344—350.
148. *Lentz W. J.* Generating Bessel functions in Mie scattering calculations using continued fractions.— Appl. Opt., 1976, v. 15, N 3, p. 668—671.
149. *Ross W. D.* Computation of Bessel functions in light scattering studies.— Appl. Opt., 1972, v. 11, N 9, p. 1919—1923.
150. *Байбулатов Ф. Х., Ивания С. П., Пасько Л. Н.* К расчетам светорассеяния на сферических частицах. I.— Изв. Сиб. отд-ния АН СССР. Сер. техн. наук, 1971, № 1, с. 38—44.
151. *Greehan G., Gousbet G.* Mie theory calculations: new progress with emphasis on particle sizing.— Appl. Opt., 1979, v. 18, N 12, p. 3489—3493.
152. *Wiscombe W. J.* Improved Mie scattering algorithms.— Appl. Opt., 1980, v. 19, N 9, p. 1505—1509.
153. *Toon O. B., Ackerman T. P.* Algorithms for the calculation of scattering by stratified spheres.— Appl. Opt., 1981, v. 20, N 20, p. 3657—3666.
154. *Креков Г. М., Рахимов Р. Ф.* К расчету радиационных характеристик полидисперсных концентрических сфер.— Изв. вузов. Физика, 1973, № 6, с. 30—35.
155. *Логан Н. А.* Обзор некоторых ранних работ по теории рассеяния плоских волн на сфере.— ТИИЭР, 1965, т. 53, № 8, с. 895—908.
156. *Aden A. L., Kerker M.* Scattering of electromagnetic waves from two concentric spheres.— J. Appl. Phys., 1951, v. 22, N 10, p. 1242—1246.
157. *Güttler A.* Die Miesche theorie der beugung durch dielektrische kugeln mit absorbierendem kern und ihre bedeutung für probleme der interstellaren ma-

- terte und des atmosphärischen aerosols.— Ann. der Phys., 1952, v. 11, N 2—3, p. 65—98.
158. *Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Влияние оболочки на ослабление и рассеяние света сферическими трехслойными частицами — моделями клеток.— Красноярск, 1976.— 40 с. (Препринт/Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР: № 8Б).
159. *Tuomi T. J.* Light scattering by aerosols with layered humidity-dependent structure.— J. Aerosol Sci., 1980, v. 11, N 4, p. 367—375.
160. *Ferdinandov E. S.* Light diffraction from a spherical particle of n thin concentric shells.— Bulg. J. Phys., 1967, v. 3, N 3, p. 323—333.
161. *Pontikis C.* Retro-diffusion d'une onde électromagnétique sur des obstacles sphérique composés de plusieurs sphères concentriques.— Meteorologie, 1968, № 7, p. 271—283.
162. *Mikulski J. J., Murphy E. L.* The computation of electromagnetic scattering from concentric spherical structures.— IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1963, v. AP-11, N 2, p. 169—177.
163. *Wait J. R.* Electromagnetic scattering from a radially inhomogeneous sphere.— Appl. Sci. Res. Sec. B, 1963, v. 10, N 5—6, p. 441—450.
164. *Kattawar C. W., Hood D. A.* Electromagnetic scattering from a spherical polydispersion of coated spheres.— Appl. Opt., 1976, v. 15, N 8, p. 1996—1999.
165. *Креков Г. М., Рахимов Р. Ф.* Об алгоритме расчета оптических характеристик двухслойных частиц.— В кн.: Физика мезосферы и мезосферных облаков. М.: Наука, 1974, с. 78—83.
166. *Доценко А. В.* Теоретическое изучение кинетики фотохромных процессов и структуры центров окраски в стеклах на основе галлоидного серебра: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Тарту, 1976.— 20 с.
167. *Radar cross-section handbook/Ed. G. T. Ruck.*— New York and London: Plenum Press, 1970, v. 1, ch. 3.4.
168. *Scharfman H.* Scattering from dielectric coated spheres in the region of the first resonance.— J. Appl. Phys., 1954, v. 25, N 11, p. 1352—1356.
169. *Rheinstein J.* Scattering of electromagnetic waves from dielectric coated conducting spheres.— IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1964, v. AP-12, N 3, p. 334—340.
170. *Арсаев И. Е.* Рассеяние плоской волны на телах вращения с поглощающими покрытиями.— Радиотехн. и электрон., 1982, т. 27, № 11, с. 2101—2109.
171. *Herman B. M., Battan L. J.* Calculation of Mie backscattering from melting ice spheres.— J. Meteorol., 1961, v. 18, N 4, p. 468—478.
172. *Розенберг В. И.* Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами.— Л.: Гидрометеониздат, 1972.— 348 с.
173. *Абашев М. Т., Розенберг В. И.* Рассеяние и ослабление радиоизлучения обводненным градом.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1969, т. 5, № 9, с. 973—978.
174. *Розенберг В. И.* Рассеяние микрорадиоволны слоистой градиной.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1970, т. 6, № 2, с. 168—177.
175. *Swarnar W. J., Peters L.* Radar cross-section of dielectric or plasma coated spheres and circular cylinders.— IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1963, v. AP-11, N 5, p. 558—569.
176. *Гринберг М.* Межзвездная пыль.— М.: Мир, 1970.— 117 с.
177. *Wickramasinghe N. C.* On the growth and destruction of ice mantles on interstellar graphite grains.— Month. Not. Roy. Astron. Soc., 1965, v. 131, N 2, p. 177—190.
178. *Wickramasinghe N. C.* Interstellar grains.— London. Chapman and Hall, 1967.— 346 p.
179. *Wickramasinghe N. C., Donn B., Stecher T. P., Williams D. A.* Wavelength dependence of interstellar polarization by graphite grains.— Nature, 1966, v. 212, N 5058, p. 167—168.
180. *Donn B., Swamy K. S.* Extinction by interstellar grains, Mie particles and polycyclic aromatic molecules.— Physica, 1969, v. 41, N 1, p. 144—150.

181. *Swamy K. S., O'Dell C. R.* Distinction between models of interstellar grains.— *Astrophys. J.*, 1967, v. 147, N 3, p. 937—942.
182. *Wickramasinghe N. C., Dharmawardhana M. N. C., Wyld C.* Light scattering by graphite core-ice mantle grains.— *Month. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1966, v. 134, N 1, p. 25—36.
183. *Svatoš J., Secanina Z.* The efficiency factors Q_{ext} and Q_{scat} of the core mantle grains in the infrared region 2—3.4 μm .— *Acta Univ. Carolinae Math. et Phys.*, 1968, N 1, p. 3—52.
184. *Wickramasinghe N. C., Swamy K. S.* Comments on the possibility of interstellar quartz grains.— *Astrophys. J.*, 1968, v. 154, N 1, part 1, p. 397—400.
185. *Резнова Л. В.* Об исследовании рассеивающих свойств двухслойных пылевых частиц.— В кн.: *Атмосферная оптика*. М.: Наука, 1974, с. 206—210.
186. *Wickramasinghe N. C., Nandy K.* Extinction curves for graphite particles coated with solid hydrogen.— *Nature*, 1968, v. 219, N 5161, p. 1347—1349.
187. *Aannestad P. A.* Absorptive properties of silicate core-mantle grains.— *Astrophys. J.*, 1975, v. 200, N 1, part 1, p. 30—41.
188. *Резнова Л. В.* Вычисление факторов эффективности для двухслойных частиц по теории Ми.— В кн.: *Пыль в атмосфере и околоземном космическом пространстве*. М.: Наука, 1973, с. 186—192.
189. *Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Влияние оболочки на ослабление и рассеяние света сферическими трехслойными частицами — моделями клеток.— *Опт. и спектр.*, 1977, т. 43, № 5, с. 930—935.
190. *Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Влияние оболочки и ядра на индикатрисы и степень поляризации излучения, рассеянного «мягкими» малыми биологическими частицами.— *Опт. и спектр.*, 1978, т. 45, № 4, с. 704—709.
191. *Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Индикатрисы и степень поляризации излучения, рассеянного «мягкими» малыми биологическими частицами.— Красноярск, 1977.— 33 с. (Препринт /Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР: № 13Б).
192. *Терсков И. А., Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Влияние структуры трехслойных сферических частиц — моделей клеток на поглощение и рассеяние света.— *Докл. АН СССР*, 1977, т. 233, № 4, с. 712—715.
193. *Brunsting A., Mullaney P. F.* Differential light scattering: a possible method of mammalian cell identification.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1972, v. 39, N 3, p. 492—496.
194. *Wyatt P. J., Phillips D. T.* Structure of single bacteria from light scattering.— *J. Theor. Biol.*, 1972, v. 37, N 3, p. 493—501.
195. *Meyer R. A., Brunsting A.* Light scattering from nucleated biological cells.— *Biophys. J.*, 1975, v. 15, N 3, p. 191—204.
196. *Лопатин В. Н., Сидько Ф. Я.* Моделирование клеток и других биологических частиц двухслойными и однородными шарами.— Красноярск, 1976.— 41 с. (Препринт /Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР: № 9Б).
197. *Brunsting A., Mullaney P. F.* Differential light scattering from spherical mammalian cells.— *Biophys. J.*, 1974, v. 14, N 6, p. 439—453.
198. *Brunsting A., Mullaney P. E.* Light scattering from coated spheres: Model for biological cells.— *Appl. Opt.*, 1972, v. 11, N 3, p. 675—680.
199. *Mullaney P. F., Fiel R. J.* Cellular structure as revealed by visible light scattering: studies on suspensions of red blood cell ghosts.— *Appl. Opt.*, 1976, v. 15, N 2, p. 310—311.
200. *Fercher A. F.* Modellrechnungen zum bedeutungs bild biologische zellen mit hilfe der Mieschen theorie.— *Optik*, 1975, v. 43, N 2, p. 129—148.
201. *Espenscheid W. F., Willis E., Matijević E., Kerker M.* Aerosol studies by light scattering.— *J. Coll. Sci.*, 1965, v. 20, N 6, p. 501—521.
202. *Kerker M., Kauffman L. H., Farone W. A.* Scattering of electromagnetic waves from two concentric spheres when the outer shell has a variable refractive index. Numerical results.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1966, v. 56, N 8, p. 1053—1056.
203. *Matijević E., Kerker M., Schulz K. F.* Light scattering of coated aerosols. Part I — Scattering by the AgCl cores.— *Disc. Faraday Soc.*, 1960, N 3, p. 178—189.
204. *Matijević E., Schulz K. F., Kerker M.* Light scattering of coated aerosols. II: Scattering by linolenic acid aerosols.— *J. Coll. Sci.*, 1962, v. 17, N 1, p. 26—38.
205. *Kerker M., Kratochvil J. P., Matijević E.* Light scattering functions for concentric spheres. Total scattering coefficient, $m_1=2.1050$, $m_2=1.4821$.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1962, v. 52, N 5, p. 551—561.
206. *Kerker M.* The scattering of light and other electromagnetic radiation.— New York and London: Academic Press, 1969.— 666 p.
207. *Kerker M., Cooke D. D., Ross W. D.* Pigmented microvoid coatings: theoretical study of three models.— *J. Paint Technology*, 1975, v. 47, N 603, p. 33—42.
208. *Kerker M.* Invisible bodies.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1975, v. 65, N 4, p. 376—379.
209. *Chew H., Kerker M.* Abnormally low electromagnetic scattering cross sections.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1976, v. 66, N 5, p. 445—449.
210. *Mehta N. K., Grimison A., Block A.* Effect of dispersing agents on the angular dependence of light scattering from polystyrene sphere/water sols.— *Appl. Opt.*, 1971, v. 10, N 9, p. 2031—2034.
211. *Kerker M., Cooke D. D.* Comments on: Effect of dispersing agents on the angular dependence of light scattered from the polystyrene sphere/water sols.— *Appl. Opt.*, 1972, v. 11, N 3, p. 689—690.
212. *Morriss R. H., Collins L. F.* Optical properties of multilayer colloids.— *J. Chem. Phys.*, 1964, v. 41, N 11, p. 3357—3363.
213. *Доценко А. В., Захаров В. К.* Расчет спектров ослабления света центрами окраски фотохромного стекла на основе галлоидного серебра.— *ЖПС*, 1974, т. 21, № 6, с. 1052—1056.
214. *Moser P. J., Murphy J. D., Nagl A., Uberall H.* Resonances and surface waves on conducting spheres with a dielectric coating.— *Radio Sci.*, 1981, v. 16, N 3, p. 279—288.
215. *Gaunaurd G. C., Uberall H., Moser P. J.* Resonances of dielectrically-coated conducting spheres and the inverse scattering problem.— *J. Appl. Phys.*, 1980, v. 52, N 1, p. 35—43.
216. *Gaunaurd G. C., Uberall H.* Solution of the inverse electromagnetic scattering problem in the resonance case.— *IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, 1981, v. AP-29, N 2, Part 1, p. 293—297.
217. *Pluchino A. B.* Surface waves and the radiative properties of micron-sized particles.— *Appl. Opt.*, 1981, v. 20, N 11, p. 2986—2992.
218. *Fenn R. N., Oser H.* Scattering properties of concentric sootwater spheres for visible and infrared light.— *Appl. Opt.*, 1965, v. 4, N 11, p. 1504—1509.
219. *Рыль П. И.* Особенности поглощения и рассеяния света на двухслойных частицах Ми с поглощающим ядром.— *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана*, 1974, т. 10, № 4, с. 434—439.
220. *Pilat M. J.* Optical efficiency factors for concentric spheres.— *Appl. Opt.*, 1967, v. 6, N 9, p. 1555—1558.
221. *Witt G.* Optical characteristics of mesospheric aerosol distributions in relation to noctilucent clouds.— *Tellus*, 1968, v. 20, N 1, p. 98—114.
222. *Креков Г. М., Рахимов Р. Ф.* Оптические характеристики некоторых типов мезосферного аэрозоля двухслойной структуры.— В кн.: *Физика мезосферы и мезосферных облаков*. М.: Наука, 1975, с. 84—91.
223. *Harrison H., Herbert J., Waggoner A. P.* Mie-theory computation of lidar and nephelometric scattering parameters for power law aerosols.— *Appl. Opt.*, 1972, v. 11, N 12, p. 2880—2885.
224. *Савельев Б. А., Фадеев В. Я.* Комплексные исследования оптических свойств полидисперсного водного аэрозоля.— В кн.: *Распространение оптических волн в атмосфере*. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1975, с. 47—52.
225. *Креков Г. М., Рахимов Р. Ф., Савельев Б. А., Фадеев В. Я.* Влияние центров конденсации на оптические свойства атмосферного водного аэрозоля.— *Изв. вузов. Физика*, 1976, № 1, с. 128—131.

226. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах.— М.: Наука и техника, 1968.— 584 с.

227. Fikioris J. G., Uzunoglu N. K. Scattering from eccentrically stratified dielectric spheres.— J. Opt. Soc. Amer., 1979, v. 69, N 10, p. 1359—1366.

228. Brangi V. N., Seliga T. A. Scattering from axisymmetric dielectrics or perfect conductors imbedded in an axisymmetric dielectrics.— IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1977, v. AP-25, N 4, p. 575—580.

229. Пришивалко А. П., Астафьева Л. Г. Исследование поглощения света двухслойными частицами.— ЖПС, 1975, т. 22, № 5, с. 908—915.

230. Пришивалко А. П., Лейко С. Т. Влияние жидких поверхностных слоев на тепловыделение и нагрев капель воды под действием излучения.— В кн.: II Всесоюзное совещание по распространению лазерного излучения в дисперсной среде, ч. II. Обнинск: ВНИИГМИ—МЦД, 1982, с. 177—180.

231. Розенберг Г. В. Оптика тонкослойных покрытий.— М.: ГИФМЛ, 1958.— 572 с.

232. Астафьева Л. Г., Пришивалко А. П. О применимости модели одно-родных частиц при оптическом зондировании атмосферных дымок.— ЖПС, 1978, т. 28, № 4, с. 735—740.

233. Plass G. N. Mie scattering and absorption cross sections for aluminium oxide and magnesium oxide.— Appl. Opt., 1964, v. 3, N 7, p. 867—872.

234. Блох А. Г. Тепловое излучение в котельных установках.— М.: Энергия, 1967.— 326 с.

235. Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами.— М.: Изд-во иностр. лит., 1961.— 536 с.

236. Кейдл Р. Твердые частицы в атмосфере и в космосе.— М.: Мир, 1969.— 284 с.

237. Домбровский Л. А. Рассеяние и поглощение света полыми сферическими частицами.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1974, т. 10, № 7, с. 720—727.

238. Irvine W. M. Light scattering by spherical particles: radiation pressure, asymmetry factor, and extinction cross section.— J. Opt. Soc. Amer., 1965, v. 55, N 1, p. 16—21.

239. Домбровский Л. А. Излучение плоскопараллельного слоя из полых сферических частиц окиси алюминия.— Теплофизика высоких температур, 1974, т. 12, № 6, с. 1316—1318.

240. Науменко Е. К., Пришивалко А. П. Интерференционные эффекты в двухслойных поглощающих частицах и их влияние на величину показателя ослабления аэрозоля.— ЖПС, 1981, т. 35, № 1, с. 156—162.

241. Пришивалко А. П., Бабенко В. А., Лейко С. Т. Интегральные характеристики рассеяния света радиально-неоднородными частицами с плавно меняющимся показателем преломления.— Опт. и спектр., 1975, т. 29, № 1, с. 162—169.

242. Горчаков Г. И. Матрицы рассеяния света приземным воздухом.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1966, т. 2, № 6, с. 595—605.

243. Irvine W. M., Pollack J. B. Infrared optical properties of water and ice spheres.— Icarus, 1968, v. 8, N 4, p. 324—360.

244. Пришивалко А. П. Оптические и тепловые поля внутри светорассеивающих частиц.— Мн.: Наука и техника, 1983.— 186 с.

245. Eiden R. The elliptical polarization of light scattered by a volume of atmospheric air.— Appl. Opt., 1966, v. 5, N 4, p. 569—575.

246. Penndorf R. B. Scattering and extinction coefficients for small absorbing and nonabsorbing aerosols.— J. Opt. Soc. Amer., 1962, v. 52, N 8, p. 896—904.

247. Лившиц Г. Ш., Соловьева А. И., Травина Т. Б. О связи коэффициента рассеяния атмосферной дымки с относительной влажностью.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1974, т. 10, № 9, с. 991—992.

248. Lundgren D. A., Cooper D. W. Effect of humidity on light-scattering methods of measuring particle concentration.— J. Air Pollut. Assoc., 1969, v. 19, N 4, p. 243—247.

249. Старожилова А. И. О пассивации гигроскопических ядер конденса-

ции адсорбцией ПАВ из газовой фазы.— Физика аэродисп. систем, 1969, вып. 1, с. 40—45.

250. Баханова Р. А., Соляник Е. Г., Терзьев Ф. С. Опыты по воздействию на туман испарения водными суспензиями высших жирных спиртов.— Труды УкрНИИГМИ. М.: Гидрометеиздат, 1971, вып. 106, с. 128—132.

251. Астафьева Л. Г., Пришивалко А. П., Кацева И. Р. Ослабление и обратное рассеяние излучения системами двух- и трехслойных частиц атмосферного аэрозоля.— Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1981, № 2, с. 71—76.

252. Пришивалко А. П. Исследование возможностей повышения эффективности поглощения излучения с $\lambda=10,6$ мкм каплями воды при наличии поверхностных пленок.— Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1981, № 6, с. 84—87.

253. Pontier L., Dechambenois C. Détermination des constantes optiques de l'eau liquide entre 1 et 40 μ : Application au calcul de son pouvoir réflecteur et de son émissivité.— Ann. Geophys., 1966, v. 22, N 4, p. 633—641.

254. Quiney R. G., Carswell A. I. Laboratory measurements of light scattering by simulated atmospheric aerosols.— Appl. Opt., 1972, v. 11, N 7, p. 1611—1618.

255. Иелев Л. С., Коростина О. М. Оптическая модель физических механизмов роста аэрозольных частиц.— В кн.: II Всесоюзное совещание по распространению лазерного излучения в дисперсной среде, ч. 1. Обнинск: ВНИИГМИ—МЦД, 1982, с. 23—26.

256. Werner C. Lidar measurements of atmospheric aerosol as a function of relative humidity.— Opto-Electronics, 1972, v. 4, N 2, p. 125—132.

257. Горчаков Г. И., Сидоров В. Н. О спектральной зависимости компонент матрицы рассеяния света атмосферной дымкой.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1980, т. 16, № 9, с. 974—978.

258. Горчаков Г. И., Емиленко А. С. Моделирование микроструктуры атмосферного аэрозоля и матрицы рассеяния света.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1974, т. 10, № 4, с. 350—359.

259. Waggoner A. P., Ahlquist N. C., Charlson R. J. Measurement of the aerosol total scatter-backscatter ratio.— Appl. Opt., 1972, v. 11, N 12, p. 2856—2889.

260. Лактионов А. Г. Содержание растворимых в воде веществ в частицах атмосферного аэрозоля.— Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1972, т. 8, № 4, с. 389—395.

261. Месарош Э., Месарош А. О свойствах активных ядер конденсации.— В кн.: Труды XIII Всесоюзной конференции по физике облаков и активным воздействиям. М.: Гидрометеиздат, 1970.— 165 с.

262. Winkler P., Junge C. The growth of atmospheric aerosol particles as a function of relative humidity. Part I: Method and measurements at different locations.— J. Rech. Atmosph., 1972, v. 6, N 1—3, p. 617—638.

263. Tai C.—T. An electromagnetic theory of the spherical Luneberg lens.— Appl. Sci. Res. Sec. B, 1958, v. B7, N 2, p. 113—130.

264. Garbacz R. J. Electromagnetic scattering from radially inhomogeneous spheres.— Proc. IRE, 1962, v. 50, N 8, p. 1837—1838.

265. Uslenghi P. L. E. Electromagnetic and optical behaviour of two classes of dielectric lenses.— IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1969, v. AP-17, N 2, p. 235—236.

266. Laxpati S. R., Uslenghi P. L. E. Numerical and asymptotic scattering from two inhomogeneous lenses.— Appl. Phys., 1973, v. 2, N 1, p. 11—17.

267. Uslenghi P. L. E., Weston V. H. High-frequency scattering from a metal-like dielectric lens.— Appl. Sci. Res., 1970, v. 23, N 2, p. 147—163.

268. Shafai L. Scattering by spherically symmetrical objects.— Can J. Phys., 1972, v. 50, N 8, p. 749—753.

269. Alexopoulos N. G., Uslenghi P. L. E. A special class of spherically inhomogeneous dielectrics.— Alta frequenza, 1969, v. 38, Num. speciale, p. 65—69.

270. Alexopoulos N. G., Barcilon V. On the reflection of light from an

- inhomogeneous shell.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1972, v. AP-20, N 3, p. 390—392.
271. *Alexopoulos N. G.* Radar cross-section of perfectly conducting spheres coated with a certain class of radially inhomogeneous dielectrics.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1969, v. AP-17, N 5, p. 667—669.
272. *Alexopoulos N. G., Huebner D. A.* Pulse scattering from a sphere coated with an inhomogeneous sheath.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1973, v. AP-21, N 5, p. 727—728.
273. *Wyatt P. J.* Scattering of electromagnetic plane waves from inhomogeneous spherically symmetric objects.—Phys. Rev., 1962, v. 127, N 5, p. 1837—1843.
274. *Wyatt P. J.* Interdependence of plasma frequency and surface diffusivity from electromagnetic scattering analysis.—J. Appl. Phys., 1963, v. 34, N 10, p. 2078—2083.
275. *Wyatt P. J.* Electromagnetic scattering by finite dense plasmas.—J. Appl. Phys., 1965, v. 36, N 12, p. 3875—3882.
276. *Arnush D.* Electromagnetic scattering from a spherical nonuniform medium. Part I: General theory.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1964, v. AP-12, N 1, p. 86—90.
277. *Lynch R. J.* Backscatter from inhomogeneous media.—Phys. Rev., 1963, v. 130, N 3, p. 1235—1243.
278. *Гутман А. Л., Чесноков В. А.* Сравнение приближения геометрической оптики с точным решением задачи о рассеянии плоской волны неоднородной плазменной сферой.—Радиотехн. и электрон., 1969, т. 14, № 2, с. 335—336.
279. *Пермяков В. А.* Дифракция электромагнитных волн на радиально-неоднородных плазменных шаре и цилиндре.—Изв. вузов. Радиофизика, 1968, т. 11, № 4, с. 531—537.
280. *Perelman A. Y.* Scattering in spherically symmetric media.—Appl. Opt., 1979, v. 18, N 13, p. 2307—2314.
281. *Крепак В. Н., Назаренко Л. А., Якименко И. П.* К учету переходной области в задачах рассеяния электромагнитных волн на радиально-неоднородных плазменных объектах.—Радиотехн. и электрон., 1973, т. 18, № 11, с. 2225—2228.
282. *Tai C.—T.* Some wave functions and potentials functions pertaining to spherically stratified media.—J. Res. Nat. Bur. Stand., 1963, v. D67, N 2, p. 199—202.
283. *Von Roos O.* Method for the solution of electromagnetic scattering problems for inhomogeneous dielectrics as a power series in the ratio (dimension of scatterer) / wavelength.—J. Appl. Phys., 1971, v. 42, N 11, p. 4197—4201.
284. *Farone W. A.* The Rayleigh-Gans approximation for radially symmetric spheres.—J. Opt. Soc. Amer., 1965, v. 55, N 6, p. 737—738.
285. *Albini F. A.* Scattering of a plane wave by an inhomogeneous sphere under the Born approximation.—J. Appl. Phys., 1962, v. 33, N 10, p. 3032—3036.
286. *Shiff L. I.* Scattering of waves and particles by inhomogeneous regions.—J. Opt. Soc. Amer., 1962, v. 52, N 2, p. 140—146.
287. *Гутман А. А.* Применение метода поперечных сечений к решению задачи о дифракции электромагнитной волны на неоднородной сфере.—Радиотехн. и электрон., 1965, т. 10, № 9, с. 1583—1593.
288. *Reilly E. D.* Resonant scattering from inhomogeneous nonspherical targets.—J. Comput. Phys., 1973, v. 11, N 4, p. 463—492.
289. *Hizal A., Tosun H.* State-space formulation of scattering with application to spherically symmetrical objects.—Can. J. Phys., 1973, v. 51, N 5, p. 549—556.
290. *Latham R. W.* Electromagnetic scattering from cylindrically and spherically stratified bodies.—Can. J. Phys., 1968, v. 46, N 4, p. 1463—1468.
291. *Gould R. N., Burman R.* Some electromagnetic wave functions for propagation in stratified media.—J. Atm. Terr. Phys., 1964, v. 26, N 3, p. 335—340.
292. *Bremmer H.* On the theory of wave propagation through a concentrically

- stratified troposphere with a smooth profile. 1.—J. Res. Nat. Bur. Stand., 1960, v. D64, N 5, p. 467—473.
293. *Nomura Y., Takaku K.* On the propagation of the electromagnetic waves in an inhomogeneous atmosphere. 1.—Res. Inst. Electr. Comm. Tohoku Univ., 1955, N 7B, p. 107—114.
294. *Bisbing P. E.* Electromagnetic scattering by an exponentially inhomogeneous plasma sphere.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1966, v. AP-14, N 2, p. 216—226.
295. *Buley E. R.* Scattering from inhomogeneous plasma spheres in a collisionless approximation.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1967, v. AP-15, N 5, p. 677—681.
296. *Margulies R. S., Scarf F. L.* Electromagnetic scattering from a spherical nonuniform medium. Part II: The radar cross section of a flare.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1964, v. AP-12, N 1, p. 91—96.
297. *Westcott B. S.* Exact solution for electromagnetic wave propagation in spherically stratified isotropic media.—Proc. Camb. Phil. Soc., 1968, v. 64, N 1, p. 227—235.
298. *Westcott B. S.* Electromagnetic wave propagation in spherically stratified isotropic media.—Electronics Lett., 1968, v. 4, N 25, p. 572—573.
299. *Levine S., Kerker M.* The scattering of electromagnetic waves from two spheres, when the outer sphere has a variable index of refraction.—In: Electromagnetic scattering / Ed. M. Kerker. N.Y.: Pergamon Press, 1963, p. 37—46.
300. *Бабенко В. А., Пришивалко А. П.* Рассеяние света на частицах с заданным профилем радиальной неоднородности показателя преломления.—Докл. АН БССР, 1973, т. 17, № 12, с. 1093—1095.
301. *Бабенко В. А.* К теории рассеяния плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородной сфере.—Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1975, № 1, с. 80—91.
302. *Бабенко В. А., Пришивалко А. П., Лейко С. Т.* Рассеяние света радиально-неоднородными частицами атмосферного аэрозоля.—Докл. АН БССР, 1974, т. 18, № 11, с. 984—986.
303. *Бабенко В. А., Пришивалко А. П., Лейко С. Т.* Угловые характеристики рассеяния света радиально-неоднородными частицами атмосферного аэрозоля.—Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1975, т. 11, № 6, с. 643—647.
304. *Бабенко В. А., Пришивалко А. П.* Рассеяние света радиально-неоднородными сферическими частицами.—Мн., 1975.—73 с. (Препринт / Ин-т физики АН БССР: № 86).
305. *Пришивалко А. П., Бабенко В. А.* Рассеяние света системами радиально-неоднородных атмосферных частиц.—Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана, 1979, т. 15, № 7, с. 710—716.
306. *Platzman P. M., Ozaki H. T.* Scattering of electromagnetic waves in infinitely long magnetized cylindrical plasma.—J. Appl. Phys., 1960, v. 31, N 9, p. 1597—1601.
307. *Ohba V.* Diffraction by a conducting circular cylinder slab with an anisotropic plasma sheath.—Can. J. Phys., 1963, v. 41, N 6, p. 881—889.
308. *Chen H. C., Cheng D. K.* Scattering of electromagnetic waves by an anisotropic plasma coated conducting cylinder.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1964, v. AP-12, N 3, p. 348—353.
309. *Chen H. C., Cheng D. K.* Scattering electromagnetic and plasma waves by a conducting cylinder coated with a compressible plasma.—Appl. Sci. Res. Sec. B, 1965, v. B11, N 3, p. 442—452.
310. *Chen H. C., Cheng D. K.* Concerning lossy, compressible, magnetoionic media: General formulation and equation decoupling.—IEEE Trans. Antenn. Propagat., 1966, v. AP-14, N 4, p. 497—501.
311. *Wait J. R.* Some boundary value problems involving plasma media.—J. Res. Nat. Bur. Stand., 1961, v. B65, N 1, p. 137—150.
312. *Yeh C.* Electromagnetic radiation from an arbitrary slot on conducting

- cylinder coated with a uniform cold plasma sheath with an axial static magnetic field.— *Can. J. Phys.*, 1964, v. 42, n 7, p. 1369—1381.
313. *Rusch W. V. T., Yeh C.* Scattering by infinite cylinder coated with inhomogeneous and anisotropic plasma sheath.— *IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, 1967, v. AP-15, N 3, p. 453—455.
314. *Mayhon R. J., Schultz F. V.* Electromagnetic plane wave scattering from a plasma coated conducting cylinder.— *Radio Sci.*, 1967, v. 2, N 8, p. 853—865.
315. *Bohren C. F.* Scattering of electromagnetic waves by an optically active spherical shell.— *J. Chem. Phys.*, 1975, v. 62, N 4, p. 1566—1571.
316. *Bohren C. F.* Scattering of electromagnetic waves by an optically active cylinder.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1978, v. 66, N 1, p. 105—109.
317. *Свешников А. Г., Ильинский А. С.* Прямой метод для задач дифракции на локальном неоднородном теле.— *Журн. выч. мат. и мат. физики*, 1971, т. 11, № 4, с. 960—968.
318. *Barber P., Yeh C.* Scattering of electromagnetic waves by arbitrary shaped dielectric bodies.— *Appl. Opt.*, 1975, v. 14, N 12, p. 2864—2872.
319. *Никольский В. В.* Проекционные методы в электродинамике (экранированные и открытые системы).— *Прикладная электродинамика*, 1977, т. 1, вып. 1, с. 4—50.
320. *Holt A. R., Uzunoglu N. K., Evans B. G.* An integral equation solution to the scattering of electromagnetic radiation by dielectric spheroids and ellipsoids.— *IEEE Trans. Antenn. Propagat.*, 1978, v. AP-26, N 5, p. 706—712.
321. *Свешников А. Г., Еремин Ю. А.* Численное исследование задач дифракции на теле вращения методом неортогональных рядов.— *Изв. вузов. Радиофизика*, 1980, т. 23, № 8, с. 1006—1008.
322. *Долгинов А. З., Гнедин Ю. Н., Силантьев Н. А.* Распространение и поляризация излучения в космической среде.— М.: Наука, 1979.— 424 с.
323. *Баранов В. Г.* Рассеяние поляризованного света большими анизотропными частицами.— *Опт. и спектр.*, 1966, т. 21, вып. 5, с. 610—612.
324. *Turner L.* Rayleigh—Gans—Born light scattering by ensembles of randomly oriented anisotropic particles.— *Appl. Opt.*, 1973, v. 12, N 5, p. 1085—1090.
325. *Хлебцов Н. Г.* Матрица рассеяния для анизотропных эллипсоидов, сравнимых с длиной волны света.— *Опт. и спектр.*, 1979, т. 46, вып. 2, с. 529—531.
326. *Goldstein M.* Influence of anisotropy of spherulites on their light scattering.— *J. Polym. Sci.*, 1956, v. 20, N 5, p. 413—415.
327. *Котов Ю. Н., Новиков А. С.* О рассеянии поляризованного света полимерными пленками: Рассеяние Рэлея—Ганса радиальными сферолитами.— *ЖПС*, 1967, т. 7, № 5, с. 726—730.
328. *Stein R. S., Rhodes M. B., Parter R. S.* Light scattering by liquid crystalline spherulites.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1968, v. 27, N 3, p. 336—354.
329. *Picot C., Weill G., Benoit H.* Light scattering by anisotropic discs: Application to polymer single crystallites.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1968, v. 27, N 3, p. 360—376.
330. *Sundararajan P. R., Marchessault K. H.* Light scattering by anisotropic shells.— *J. Appl. Phys.*, 1970, v. 41, N 11, p. 4256—4260.
331. *Misra A., Stein R. S.* Light scattering studies of the early stages of the crystallization of polyethylene.— *J. Polym. Sci.*, 1972, v. B6, N 6, p. 473—477.
332. *Holoubek J.* A simple representation of small angle light scattering from an anisotropic sphere.— *J. Polym. Sci.*, 1972, v. A10, N 8, p. 1461—1465.
333. *Хлебцов Н. С.* Анализ и численный расчет матрицы рассеяния для мягких сферолитов, сравнимых с длиной волны света.— *Опт. и спектр.*, 1979, т. 46, № 3, с. 341—349.
334. *Roth J., Dignam M. J.* Scattering extinction cross section for spherical particle coated with an oriented molecular layer.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1973, v. 63, N 3, p. 308—311.
335. *Meeten G. H.* The intrinsic optical anisotropy of colloidal particles in

- the anomalous diffraction approximation.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1980, v. 74, N 1, p. 181—185.
336. *Meeten G. H.* The birefringence of colloidal dispersions in the Rayleigh and anomalous diffraction approximations.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1980, v. 73, N 1, p. 38—44.
337. *Meeten G. H.* Refractive index of colloidal dispersions of spheroidal particles.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1980, v. 77, N 1, p. 1—5.
338. *Бабенко В. А., Скадоров В. В.* Рассеяние света на слабоанизотропной сферической частице.— В кн.: III Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере: Тез. докл. ИОА СО АН СССР. Томск, 1975, с. 11—12.
339. *Кузьмин В. Н.* Матрица рассеяния электромагнитных волн на сферических анизотропных частицах.— *Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук*, 1980, № 1, с. 70—75.
340. *Кузьмин В. Н., Бабенко В. А.* Рассеяние света слабоанизотропной сферической частицей.— *Опт. и спектр.*, 1981, т. 50, № 3, с. 498—505.
341. *Кузьмин В. Н.* Линейный дихроизм рассеивающих систем из анизотропных кварцевых частиц.— *ЖПС*, 1981, т. 35, № 5, с. 929—931.
342. *Кузьмин В. Н.* Спектральная прозрачность систем анизотропных кварцевых частиц.— *ЖПС*, 1981, т. 35, № 6, с. 1024—1028.
343. *Кузьмин В. Н., Бабенко В. А.* Некоторые закономерности поведения угловых характеристик рассеяния света кристаллическими частицами.— *ЖПС*, 1982, т. 36, № 2, с. 305—309.
344. *Черкасова К. П., Ломоносов М. И., Хижняк Н. А.* Дифракция электромагнитной волны на сфере с магнитной анизотропией.— *Изв. вузов. Радиофизика*, 1977, т. 20, № 6, с. 913—923.
345. *Черкасова К. П., Хижняк Н. А.* Рассеяние на ферритовом шаре плоской электромагнитной волны, направленной под произвольным углом к подмагничивающему полю.— *Укр. физ. журн.*, 1978, т. 23, № 10, с. 1673—1681.
346. *Sosman R. B.* The properties of silica.— New York: Chemical Press, 1927.— 246 p.
347. *Воронкова Е. М., Гречушников Б. М., Дистлер Г. И., Петров И. П.* Оптические материалы для инфракрасной техники.— М.: Наука, 1965.— 335 с.
348. *Laikin M.* The refractive index of quartz in the visible region.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1961, v. 51, N 2, p. 238—242.
349. *Stoimenova M., Labaki L., Stoylov S.* Orientationally induced conservative dichroism in dilute disperse systems.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1980, v. 77, N 1, p. 53—56.
350. *Chylek P.* Partial wave resonances and the ripple structure in the Mie normalized extinction cross section.— *J. Opt. Soc. Amer.*, 1976, v. 66, N 3, p. 385—387.
351. *Дудо Н. И.* Определение показателя преломления вещества монодисперсных частиц по характеристикам рассеянного света.— *ЖПС*, 1973, т. 19, № 5, с. 904—910.
352. *Пришивалко А. П., Дудо Н. И.* О возможности обнаружения слоев адсорбированных веществ на поверхности светорассеивающих частиц оптическим методом.— *ЖПС*, 1975, т. 22, № 3, с. 512—517.
353. *Слоним И. Я., Фодиман Н. М., Устинова З. М.* Определение размера частиц по светорассеянию.— *Опт. и спектр.*, 1960, т. 8, № 2, с. 243—248.
354. *Singh P. R., Singh S. S.* The studies on the continuous phase near by the droplets of emulsion.— *J. Indian Chem. Soc.*, 1973, v. 50, N 2, p. 125—128.
355. *Фигуровский Н. А., Фуртан М. Ф.* К вопросу о природе и толщине защитных пленок эмульгатора на поверхности капелек эмульсий.— *Коллоидный журнал*, 1947, т. 9, № 5, с. 392—399.
356. *Urgiris E. E., Costaschuk F. M.* Investigation of colloid stability in polyelectrolyte solutions by laser Doppler spectroscopy.— *Nature Phys. Sci.*, 1973, v. 242, N 2, p. 77—79.
357. *Smart C., Wills E.* Determination of refractive indices of polystyrene latexes by light scattering.— *J. Coll. Interf. Sci.*, 1967, v. 25, N 4, p. 577—583.

358. Kerker M. Some recent reflections on light scattering.— J. Coll. Interf. Sci., 1977, v. 58, N 1, p. 100—112.
359. А. с. 807824 (СССР). Дисперсионный светофильтр / А. П. Пришивалко, Н. И. Дудо.— Оpubл. в Б. И., 1983, № 3.
360. Борисевич Н. А., Верещагин В. Г., Валидов М. А. Инфракрасные фильтры.— Мн.: Наука и техника, 1971.— 225 с.
361. Ashkin A. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure.— Phys. Rev. Lett., 1970, v. 24, N 4, p. 156—159.
362. Исаков А. И., Крутинина Л. А., Леонов Ю. С. и др. Метод автоматического отбора полимерных оболочек из вспененных частиц.— Краткие сообщения по физике / ФИАН СССР, М., 1976, № 5, с. 8—12.
363. Кузьмин В. Н., Пришивалко А. П. О квазиоднородности рассеивающих сред.— Изв. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1980, № 1, с. 70—76.
364. Пришивалко А. П., Кузьмин В. Н., Науменко Е. К., Дудо Н. И. Квазиоднородность рассеивающих сред и возможности монохроматизации излучения.— ЖПС, 1980, т. 33, № 3, с. 493—498.
365. Барабаненков Ю. Н., Финкельберг В. М. Метод функций Грина в теории многократного рассеяния волн.— В кн.: Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света. Мн.: Наука и техника, 1971, с. 171—186.
366. Розенберг Г. В. Луч света (к теории светового поля).— УФН, 1977, т. 121, № 1, с. 97—133.
367. Heller W. Remarks on refractive index mixture rule.— J. Phys. Chem., 1965, v. 69, N 4, p. 1128—1129.
368. А. с. 683598 (СССР). Фильтр для ИК диапазона длин волн / А. П. Пришивалко, Е. К. Науменко, Н. И. Дудо.— Оpubл. в Б. И., 1981, № 4.
369. А. с. 841224 (СССР). Способ изготовления дисперсионных фильтров / А. П. Пришивалко, Е. К. Науменко, Н. И. Дудо.— Оpubл. в Б. И., 1983, № 3.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аккумулятивная фракция 10, 19
- Анизотропия оптическая 31
- Аэрозоль 5, 6, 8
- гигроскопичный 7
 - грубодисперсный 10
 - континентальный 7
 - крупнодисперсный 9
 - морской 7
 - нерастворимый 7
 - почвенный 7
 - растворимый 7
 - стратосферный 9
 - сульфатный 7
 - тропосферный 10
- рассеяния амплитудная 36, 62, 77, 193
- — асимптотическая 37, 46
 - — вперед 48
 - — операторная 42
 - — экстинкции 51
- Метод искаженных волн 183
- Мода А, В, С 10
- Модель атмосферы 5
- аэрозоля А, В, С, D 12
 - глобальная аэрозоля 5
 - синтетическая 15
 - частицы 5, 71
- Модифицированное уравнение дифракции 184
- Вектор ориентации 198
- Векторные сферические гармоники 67
- Вероятность выживания кванта 91
- Волна TE 161
- TM 161
- Гистограмма 8
- Дисперсионный фильтр 219
- Дымка атмосферная 7
- М, L, H 9
 - сухая 10
 - туманная 6
- Интегрирования пределы 110—112
- шаг 102, 110
- Квазиоднородность 229
- Когерентное поле 47
- Консервативный дихроизм 201
- Концентрация массовая 69
- объемная 69, 105
- Коэффициент амплитудный 163
- неоднородности 232
 - объемного увеличения 25
 - роста 25
- Матрица корреляционная 49, 52
- преобразования параметров Стокса 44, 54, 198
- радиуса амплитудная 36, 62, 77, 193
- — асимптотическая 37, 46
 - — вперед 48
 - — операторная 42
 - — экстинкции 51
- Метод искаженных волн 183
- Мода А, В, С 10
- Модель атмосферы 5
- аэрозоля А, В, С, D 12
 - глобальная аэрозоля 5
 - синтетическая 15
 - частицы 5, 71
- Модифицированное уравнение дифракции 184
- Номограмма 217
- Оптическая погода 6
- теорема 38, 53
- ПАВ 125
- Параметр дифракции 59
- обобщенный 119
- Плотность частиц 12, 21
- Показатель поглощения 69
- преломления эффективный 16, 49
 - ослабления 69
 - рассеяния 69
- Полиномы Лежандра присоединенные 56
- Представление гармонических плоских волн 34
- координатно-временное 39
 - спектрально-угловое 39
 - частотно-импульсное 39
- Приближение борновское 185
- одногрупповое 53
 - Рэлея 188
 - Рэлея—Ганса 188
 - Хюльста 188
- Радиус медианный 9
- модальный 9
 - равновесный 23

слойнными частицами от размеров ядер и оболочек и их оптических постоянных	93
§ 3.4. Некоторые особенности рассеяния и поглощения света полыми частицами	102

ГЛАВА

4

РАССЕЯНИЕ СВЕТА АТМОСФЕРНЫМ АЭРОЗОЛЕМ С УЧЕТОМ ОБВОДНЕНИЯ ЧАСТИЦ	109
§ 4.1. Расчет характеристик рассеяния и поглощения света полидисперсными системами однородных и неоднородных частиц	109
§ 4.2. Показатели ослабления, рассеяния и поглощения полидисперсных систем двухслойных и однородных частиц	115
§ 4.3. О возможностях направленного изменения эффективности ослабления и поглощения излучения системами слоистых частиц	125
§ 4.4. Влияние обводнения частиц на угловые характеристики рассеяния света аэрозолям	134
§ 4.5. Сопоставление угловых характеристик рассеяния света системами двухслойных и однородных частиц	140
§ 4.6. Угловые зависимости характеристик рассеяния света системами обводненных частиц и результаты натуральных измерений	154

ГЛАВА

5

РАССЕЯНИЕ СВЕТА РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНЫМИ ЧАСТИЦАМИ	161
§ 5.1. Решение задачи о рассеянии света сферическими частицами с плавной радиальной неоднородностью оптических свойств	161
§ 5.2. Сравнение характеристик рассеяния света радиально-неоднородными, однородными и двухслойными частицами атмосферного аэрозоля	170
§ 5.3. Рассеяние света системами радиально-неоднородных атмосферных частиц в сопоставлении с системами однородных и двухслойных частиц	178

ГЛАВА

6

РАССЕЯНИЕ СВЕТА СЛАБОНЕОДНОРОДНЫМИ И СЛАБОУНИЗОТРОПНЫМИ ЧАСТИЦАМИ	183
§ 6.1. Модифицированное уравнение дифракции и борновское приближение метода искаженных волн для радиально-неоднородных частиц	184
§ 6.2. Решение задачи о рассеянии света слабоанизотропной сферической частицей	187
§ 6.3. Амплитудная матрица рассеяния света анизотропной сферической частицей	193

§ 6.4. Интегральные характеристики рассеяния света системой анизотропных частиц	200
§ 6.5. Угловые характеристики рассеяния света системой анизотропных частиц	206

ГЛАВА

7

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА НЕОДНОРОДНЫМИ И АНИЗОТРОПНЫМИ ЧАСТИЦАМИ	213
§ 7.1. Обнаружение и оценка толщины слоев адсорбированных веществ на поверхности светорассеивающих частиц	213
§ 7.2. Дисперсионные светофильтры с использованием двухслойных частиц	218
§ 7.3. Квазиоднородность рассеивающих сред и монохроматизация ИК излучения	229
§ 7.4. Эффект Христиансена в дисперсных средах из анизотропных частиц	236
Литература	242
Предметный указатель	259

АНАТОЛИЙ ПЕТРОВИЧ ПРИШИВАЛКО
ВИКТОР АЛЕКСАНДРОВИЧ БАБЕНКО
ВЛАДИМИР НИКОЛАЕВИЧ КУЗЬМИН

**РАССЕЯНИЕ И ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА
НЕОДНОРОДНЫМИ И АНИЗОТРОПНЫМИ
СФЕРИЧЕСКИМИ ЧАСТИЦАМИ**

Редактор *Е. Г. Волкинд* -
Художник *С. М. Пыжиков*
Художественный редактор *В. А. Жаховец*
Технический редактор *С. А. Курган*
Корректор *И. А. Альперович*

ИБ № 2028

Печатается по постановлению РИСО АН БССР.
Сдано в набор 12.08.83. Подписано в печать 06.01.84.
АТ 18501. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 2. Гарнитура
литературная. Высокая печать. Печ. л. 16,5. Усл. кр.-отг.
16,5. Уч.-изд. л. 17,0. Тираж 1250 экз. Зак. № 1490. Цена
2 р. 40 к.

Издательство «Наука и техника» Академии наук БССР и
Государственного комитета БССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли, 220600. Минск, Ленин-
ский проспект, 68. Типография им. Франциска (География)
Скорины издательства «Наука и техника». 220600. Минск,
Ленинский проспект, 68.