

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

# ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ



ОГИЗ

1934

МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ. БИЛЕТЫ НА РАБОТУ. ОТДЕЛЕНИЕ

**Я. И. ПЕРЕЛЬМАН**

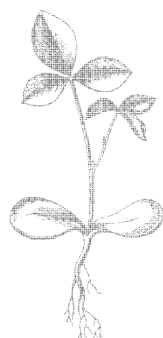
# **ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ**

**ИЗДАНИЕ ТРЕТЬЕ  
ДОПОЛНЕННОЕ**

**РИС. ХУД. Ю. Д. СКАЛДИНА**



**ОГИЗ МОЛОДАЯ ГВАРДИЯ 1934  
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ**



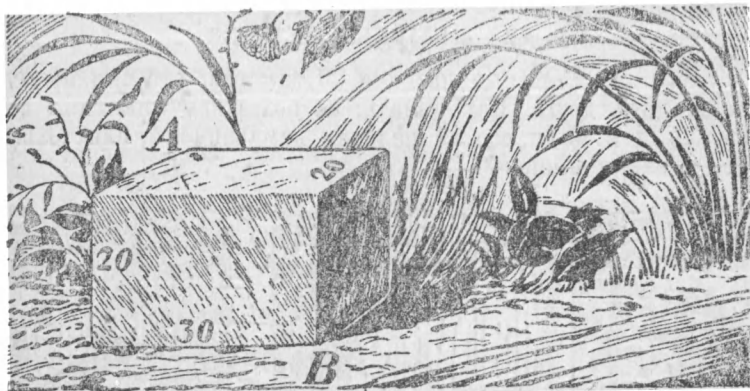


Рис. 1. Задача о жуке на камне.

## ГЛАВА I

### ДЮЖИНА ЛЕГКИХ ЗАДАЧ

(№№ 1—12)

#### 1. ПУТЬ ЖУКА

У дороги лежит тесаный гранитный камень в 30 см длины, 20 см высоты и такой же толщины (рис. 1). В точке *A* — жук, намеревающийся кратчайшим путем направиться к углу *B*. Как пролегает этот кратчайший путь и какой он длины?

#### 2. ИВАНЫ ПЕТРОВИЧИ И ПЕТРЫ ИВАНОВИЧИ

Говорят, каждый десятый мужчина у нас — Иван, а каждый двадцатый — Петр. Если допустить, что это верно, то кого у нас больше: Иванов Петровичей или Петров Ивановичей?

#### 3. ПОКУПКА ФРУКТОВ

За 5 рублей куплено 100 штук фруктов разного рода. Цены фруктов следующие: арбузы — 50 коп. штука, яблоки — 10 коп. штука, сливы — 10 коп. десяток. Сколько фруктов каждого рода было куплено?

#### 4. МЕД И КЕРОСИН

Банка с медом весит 500 г. Та же банка с керосином весит 350 г. Керосин легче меда в 2 раза. Сколько весит пустая банка?



## 5. ДВЕ ЖЕЛЕЗНЫЕ ПАЛОЧКИ

У меня две железные палочки. Я заметил, что они притягивают друг друга. Как узнать, не пользуясь никакими посторонними вещами, обе ли палочки намагничены, или только одна, и какая именно?



Рис. 2. Задача о бочонках.

## 6. СКОЛЬКО МАШИН?

В мастерской отремонтировали в течение месяца 40 машин — автомобилей и мотоциклов. Всех колес выпущено было из ремонта ровно 100. Спрашивается, сколько было в ремонте автомобилей и мотоциклеток?

## 7. ПРИБЛИЗИТЬ ДУНОВЕНИЕМ

Положите на стол пустой спичечный коробок и предложите кому-нибудь отодвинуть его от себя дуновением. Это, конечно, будет исполнено без труда. Тогда предложите сделать обратное: дуновением же заставить коробок приблизиться к дующему. При этом выставлять вперед голову, чтобы дунуть на коробок сзади, конечно, не разрешается.

Едва ли многие догадываются, как это сделать. Некоторые будут стараться сдвинуть коробок, втягивая в себя воздух, — но, конечно, безуспешно. Секрет однако довольно прост.

В чем он состоит?

## 8. БОЧКИ

В магазин доставили 6 бочонков квасу. На рис. 2 обозначено, сколько литров было в каждом бочонке. В первый же день нашлось два покупателя: один купил два бочонка, другой три, причем первый купил вдвое менее квасу, чем второй. Не пришлось даже раскупоривать бочонков. Из шести бочонков на складе остался всего один. Какой?

## 9. БРАТЬЯ И СЕСТРЫ

У любителя давать замысловатые ответы спросили, сколько у него братьев и сколько сестер. Ответ был таков:

— Сестер и братьев у меня поровну. А у сестер по другому: у каждой из них вдвое меньше сестер, чем братьев.

Сколько у него было братьев и сколько сестер?

## 10. ПРОФСОЮЗНЫЙ СТАЖ

Мне пришлось слышать в вагоне такой разговор между двумя пассажирами:

— Так ты, значит, состоишь в профсоюзе вдвое дольше меня?

— Да, ровно вдвое.

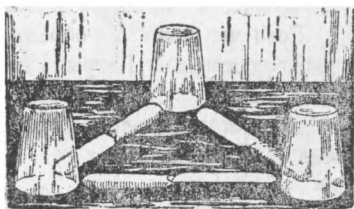
— А помнится, ты говорил раньше, что втрое.

— Два года назад? Тогда и было втрое, а теперь только вдвое.

Сколько лет каждый из них состоит в профсоюзе?

## 11. СТАКАНЫ И НОЖИ

Три стакана расставлены на столе так, что взаимные их расстояния больше длины каждого из ножей, положенных между ними (рис. 3). Тем не менее, требуется устроить из этих трех ножей мосты, которые соединяли бы все три стакана. Само собою разумеется, что сдвигать стаканы с места запрещается; нельзя также пользоваться чем-либо другим, кроме трех стаканов и трех ножей.



Можете ли вы это сделать?

Рис. 3. Задача о ножах и стаканах.

## 12. ЦЕНА ПЕРЕПЛЕТА

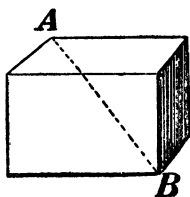
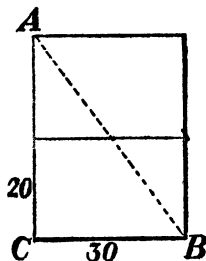
Вот простая на вид задача, при решении которой многие ошибаются:

Книга в переплете стоит 2 рубля 50 копеек. Книга на 2 рубля дороже переплета. Сколько стоит переплет?

### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 1—12.

#### 1. Путь жука.

Кратчайший путь легко определится, если мы мысленно повернем верхнюю грань камня так, чтобы она оказалась в одной плоскости с передней (рис. 4). Тогда станет очевидным, что кратчайший путь —



прямая линия, соединяющая  $A$  с  $B$ . Какова длина этого пути? Мы имеем прямоугольный треугольник  $ABC$ , в котором  $AC = 40$  см.  $CB = 30$  см. По Пифагору, третья сторона  $AB$  должна равняться 50 см, потому что

$$30^2 + 40^2 = 50^2.$$

Рис. 4 и 5. Как найти кратчайший путь жука по камню.

Итак, кратчайший путь  $AB$  (рис. 5) = 50 см.

#### 2. Иваны Петровичи и Петры Ивановичи.

Согласно условию задачи, число Иванов составляет  $\frac{1}{10}$  долю всего мужского населения. Их отцы, конечно, тоже составляют  $\frac{1}{10}$  всех мужчин, — потому что у каждого Ивана один отец. Сколько же среди этих отцов насчитывается Петров? Согласно условию, Петром называется каждый 20-й мужчина; значит, среди мужчин, сыновья которых называются Иванами, насчитывается  $\frac{1}{20}$  Петров. Итак, от общей численности мужского населения Иваны Петровичи составляют  $\frac{1}{20} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{200}$ .

Если мы таким же образом определим, какую часть мужского населения составляют Петры Ивановичи, то и здесь получим  $\frac{1}{10} \times \frac{1}{20}$ , т. е. тоже  $\frac{1}{200}$ .

Следовательно, число Иванов Петровичей и Петров Ивановичей в нашей задаче одинаково.

#### 3. Покупка фруктов.

Несмотря на кажущуюся неопределенность, задача имеет только одно решение. Вот оно:

	Число	Стоимость
Арбузов . . . . .	1	— р. 50 к.
Яблок . . . . .	39	3 » 90 »
Слив . . . . .	60	— » 60 »
Итого . . . . .	100	5 р. 00 к.

### 5. Мед и керосин

Так как мед тяжелее керосина в два раза, то разница в весе 500—350, т. е. 150  $\text{г}$ , есть вес керосина в объеме банки (банка с медом весит столько же, сколько весила бы банка с двойным количеством керосина). Отсюда определяется чистый вес банки:  $350 - 150 = 200$  г. Действительно:  $500 - 200 = 300$  г, т. е. мед вдвое тяжелее такого же объема керосина.

### 5. Две железные палочки

Надо конец одной палочки приставить к середине другой: если заметно притяжение, то приставленный конец принадлежит намагниченной палочке. Происходит это потому, что средняя часть магнита не обнаруживает магнитных свойств.

### 6. Сколько машин?

Если бы все 40 машин были мотоциклетки, то общее число колес равнялось бы 80, т. е. на 20 меньше, чем в действительности. Замена одной мотоциклетки автомобилем влечет за собой увеличение общего числа колес на 2: разница уменьшается на 2. Очевидно надо сделать 10 таких замен, чтобы свести разницу к нулю. Итак, автомобилей было 10, а мотоциклеток — 30.

Действительно:  $10 \times 4 + 30 \times 2 = 100$ .

### 7. Приблизить дуновением

Попросите кого-либо поставить руку ребром позади коробки. Начните дуть на руку. Струя воздуха, отразившись от руки, ударит в коробку и увлечет его по направлению к вам (рис. 6).

Опыт удастся, что называется, «без отказа». Надо только проделывать его на достаточно гладком столе (хотя бы и не полированном) и, конечно, не покрытом скатертью.



### 8. Бочки

Первый покупатель купил 15-литровый и 18-литровый бочонки,

Рис. 6. Как приблизить дуновением.

Второй — 16-литровый, 19-литровый и 31-литровый.

В самом деле:

$$15 + 18 = 33$$

$$16 + 19 + 31 = 66,$$

т. е. второй покупатель приобрел вдвое больше квасу, чем первый.

Остался непроданным 20-литровый бочонок.

Это единственный возможный ответ. Другие сочетания не дают требуемого соотношения.

### 9. Братья и сестры

У него три брата и три сестры. У каждой сестры тогда всего две сестры и четыре брата, т. е. вдвое больше братьев, чем сестер (задача решается помощью несложного уравнения).

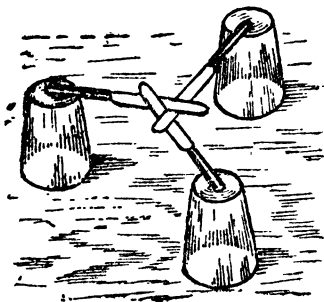


Рис. 7. Мост из трех ножей.

### 10. Профсоюзный стаж

Старший состоит в профсоюзе 8 лет, младший — 4 года. Два года назад стаж первого был 6 лет, второго — 2 года, т. е. вдвое меньше (задача легко решается помощью уравнения).

### 11. Стаканы и ножи

Сделать это вполне возможно, расположив ножи так, как показано на рис. 7. Каждый нож опирается одним концом о стакан, а противоположным — о другой нож, который в свою очередь опирается также о нож. Ножи взаимно поддерживают друг друга.

### 12. Цена переплета

Обыкновенно, не подумав, отвечают:

— Переплет стоит 50 копеек.

Но ведь тогда книга стоила бы 2 рубля, т. е. была бы дороже переплета всего на 1 руб. 50 коп.!

Верный ответ: цена переплета 25 копеек, цена книги 2 руб. 25 коп., тогда книга дороже переплета ровно на 2 рубля.



Рис. 8. Старинная задача о караульных.

## ГЛАВА II

### ДЮЖИНА ЗАДАЧ ПОТРУДНЕЕ

(№№ 13—24)

#### 13. ЧИСТКА КАРТОФЕЛЯ

Двое очистили 400 штук картофеля; один очищал 3 штуки в минуту, другой — 2. Второй работал на 25 минут дольше первого. Сколько времени работал каждый?

#### 14. ДВЕ КРУЖКИ

Одна кружка вдвое выше другой, зато другая в полтора раза шире (рис. 9). Которая кружка вместительнее?

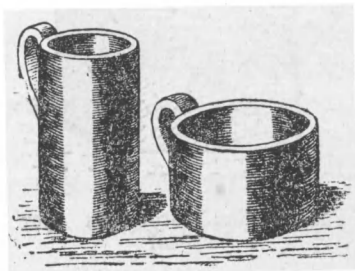


Рис. 9. Которая кружка вместительнее?

#### 15. ДВОЕ РАБОЧИХ

Двое могут выполнить работу в 7 дней, при условии, что второй приступит к ней двумя днями позже первого. Если бы ту же работу каждый выполнял в отдельности, то первому понадобилось бы четырьмя днями больше, чем второму. Во сколько дней каждый мог бы порознь выполнить эту работу?



Задача допускает чисто арифметическое решение, причем можно обойтись даже без действий над дробями.

## 16. СТОЛЯР И ПЛОТНИКИ

Бригада из шести плотников и столяра взялась выполнить одну работу. Каждый плотник заработал по 20 рублей, столяр же на 3 рубля больше, чем заработал в среднем каждый из семерых членов бригады.

Сколько же заработал столяр?

## 17. ДО ПОЛОВИНЫ

В открытой бочке налита вода, — на взгляд как будто до половины. Но вы хотите знать точно, половина ли в ней налита, больше половины или меньше половины. У вас нет под рукой ни палки, ни вообще какого бы то ни было инструмента для обмера бочки. Втулки бочка не имеет. Каким образом могли бы вы убедиться, налита ли вода ровно до половины?

## 18. ШАХМАТНЫЙ ТУРНИР

На шахматном турнире сыграно 105 партий. Каждый участник играл по 5 партий с каждым из остальных игроков.

Сколько игроков участвовало в турнире?

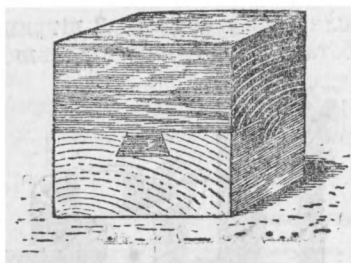


Рис. 10. Как изготовлен этот кубик?

## 19. КАК ЭТО СДЕЛАНО?

Вы видите здесь (рис. 10) деревянный куб, сделанный из двух кусков дерева: верхняя половина куба имеет выступы (шпунты), входящие в выемки (пазы) нижней части. Но обратите внимание на форму и расположение выступов и объясните: как ухитрился столяр соединить обе части? Ведь каждая половина сделана из одного цельного куска дерева!

## 20. МЕШКИ С МУКОЙ

Заведующему магазином надо было взвесить 5 мешков с мукой. В магазине были весы, но не хватало некоторых гирь,

и нельзя было отвесить груза меньше 100 кг. Мешки же весили около 60 кг каждый.

Заведующий не растерялся и стал взвешивать мешки парами. Из пяти мешков можно составить десять различных пар; пришлось поэтому сделать 10 взвешиваний. Получился ряд чисел, который приведен здесь в возрастающем порядке:

110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг и 115 кг,

116 кг, 117 кг, 118 кг, 120 кг и 121 кг.

Сколько весит каждый мешок в отдельности?

## 21. ТРИ ДОЧЕРИ И ДВА СЫНА

Дядя приехал навестить своих двух племянников и трех племянниц, которых давно не видал.

Первыми вышли к нему маленький Володя с сестренкой Женей, и мальчуган гордо объявил дяде, что он в два раза старше своей сестры. Затем выбежала Надя, и отец сказал гостю, что обе девочки вместе вдвое старше мальчика.

Когда пришел из школы Алеша, отец объявил, что оба мальчика вместе вдвое старше обеих девочек вместе.

Позднее всех пришла Лида и, увидя гостя, радостно воскликнула:

— Дядя, вы приехали как раз в день моего рождения! Мне сегодня исполнилось 21 год.

— И знаете еще что, — прибавил отец: — я сейчас сообразил, что мои три дочери вместе вдвое старше обоих моих сыновей.

Сколько лет было каждому сыну и каждой дочери?

## 22. ПРОДАЖА ЯИЦ.

Эта старинная народная задача с первого взгляда кажется просто несообразной:

Крестьянка пришла на базар продавать яйца.

Первая покупательница купила у нее половину всех яиц и еще пол-яйца. Вторая покупательница взяла половину того, что осталось, и еще пол-яйца.

Третья покупательница взяла одно яйцо.

После этого у крестьянки ничего не осталось.

Сколько яиц принесла она на базар?

## 23. ВКРУТУЮ И ВСМЯТКУ

Хозяйка сварила пять яиц: два вкрутую и три всмятку. Но она забыла отметить, какие именно яйца сварены вкрутую и какие — всмятку, и подала их к столу на одном блюде.

Вы берете с блюда наудачу два яйца. Есть ли вам расчет биться о заклад, ставя копейку против пяти, что вам попадутся оба крутых яйца?



Рис. 11. Задача о вареных яйцах.

## 24. ПРОДЕЛКИ КАРАУЛЬНЫХ

Вот старинная задача, имеющая много видоизменений. Приводим одно из них.

Палатку начальника охраняют караульные, размещенные в 8 палатках (рис. 8). Первоначально в каждой из палаток находилось по 3 караульных. Позднее караульным разрешено было приходить друг к другу в гости, и начальник караула не езыскивал с них, когда, посещая палатки, заставал в одних больше

трех солдат, в других — меньше. Он проверял лишь число солдат в каждом ряду палаток: если в трех палатках каждого ряда вместе оказывалось 9 караульных, начальник считал, что все караульные налицо.

Заметив это, солдаты нашли способ перехитрить начальника. Однажды вечером четверо караульных отлучилось, и это осталось незамеченным. В следующий вечер так же безнаказанно отлучилось шестеро. Позднее караульные стали даже приглашать к себе гостей: однажды четырех, в другой раз — восьмерых, в третий раз — целую дюжину. И все эти проделки прошли незамеченными, так как в трех палатках каждого ряда начальник всякий раз насчитывал по 9 солдат.

Как караульные ухитрились это сделать?

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 13—24.

### 13. Чистка картофеля

За 25 избыточных минут работы второй очистил  $2 \times 25 = 50$  штук. Отняв эти 50 от 400, узнаем, что, работая одинаковое время, оба очистили бы 350 штук. Так как ежеминутно оба вместе очищают  $2 + 3 = 5$  штук, то, разделив 350 на 5, узнаем, что каждый при этом работал 70 минут.

Это — действительная продолжительность работы первого; второй работал  $70 + 25 = 95$  минут.

В самом деле:

$$3 \times 70 + 2 \times 95 = 400.$$

#### 14. Две кружки

Та кружка, которая в полтора раза шире, при равной высоте была бы вместительнее в  $(1\frac{1}{2})^2$ , т. е. в  $2\frac{1}{4}$  раза. Так как она ниже тодько всего в два раза, то в конечном итоге она все же вместительнее, чем высокая кружка.

#### 15. Двое рабочих

Если бы каждый выполнял в отдельности полработы, то первому понадобилось бы для этого на два дня больше, чем второму (потому что при выполнении целой работы разница в продолжительности равна 4 дням). Так как получается именно два дня разницы, когда оба выполняют всю работу вместе, то очевидно, что в 7 дней первый выполняет ровно половину работы; второй же выполняет свою половину в 5 дней. Итак, первый мог бы всю работу выполнить сам в 14 дней, второй в 10 дней.



#### 16. Столяр и плотники

Легко узнать, каков был средний заработок члена бригады; для этого нужно избыточные три рубля разделить поровну между 6 плотниками. К 20 рублям каждого надо, следовательно, прибавить 50 копеек, — это и есть средний заработок каждого из семерых.

Отсюда узнаем, что столяр заработал 20 руб. 50 коп. + 3 руб., т. е. 23 руб. 50 коп.

Рис. 12. Решение задачи о бочке с водой.

#### 17. До половины

Самый простой способ — наклонить бочку так, чтобы вода дошла до края (рис. 12). Если при этом хоть немного обнаружится дно бочки — значит, вода стояла ниже половины. Если, наоборот, дно окажется ниже уровня воды — значит, вода была налита больше, чем до половины. И наконец, если верхний край дна будет как раз на уровне воды, — значит, вода налита ровно до половины.

## 18. Шахматный турнир

Игроков было 7. Каждый сыграл  $6 \times 5 = 30$  партий, а все семеро  $(30 \times 7) : 2 = 105$  партий; делим пополам, потому что партию всегда играют двое. (Задача решается помощью уравнения.)

## 19. Как это сделано?

Секрет очень прост, как видно из рис. 13.

Все дело в том, что выступы и углубления (шпунты и пазы) идут не крестом, как невольно кажется при рассматривании готовой вещи, а параллельно в косом направлении. Такие выступы очень легко вдвинуть сбоку в соответствующие пазы.

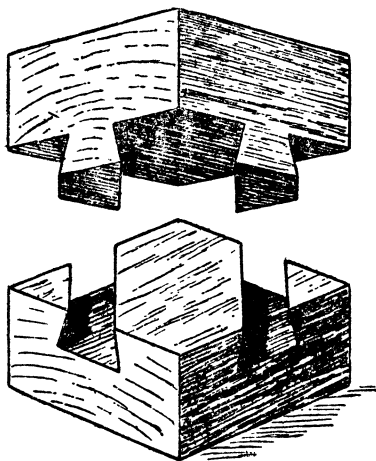


Рис. 13. Пазы и шпунты загадочного куба.

## 20. Мешки с мукой

Заведующий начал с того, что сложил все 10 чисел. Полученная сумма, 1156 кг, — не что иное, как учетверенный вес мешков: ведь вес каждого мешка входит в сумму 4 раза. Разделив на 4, узнаем, что все 5 мешков весят 289 кг.

Теперь для удобства обозначим мешки, в порядке их веса, номерами. Самый легкий мешок № 1, второй по тяжести — № 2 и т. д., самый тяжелый мешок — № 5. Нетрудно сообразить, что в ряде чисел: 110 кг, 112 кг, 113 кг, 114 кг, 115 кг, 116 кг, 117 кг, 118 кг,

120 кг, 121 кг — первое число составилось из веса двух самых легких мешков: № 1 и № 2; второе число — из веса № 1 и № 3. Последнее число (121) составилось из веса двух самых тяжелых мешков № 4 и № 5, а предпоследнее — из № 3 и № 5. Итак:

№ 1 и № 2	вместе весят	110 кг
№ 1 и № 3	« «	112 «
№ 3 и № 5	« «	120 «
№ 4 и № 5	« «	121 «

Легко узнать, следовательно, сумму весов № 1, № 2, № 4 и № 5: она равна  $110 \text{ кг} + 121 \text{ кг} = 231 \text{ кг}$ . Вычтя это число из общей суммы веса всех мешков (289 кг), получаем вес мешка № 3, именно — 58 кг.

Дальше, из суммы веса мешков № 1 и № 3, т. е. из 112 кг, вычитаем

известный уже нам вес мешка № 3; получается вес мешка № 1; он равен  $112\text{ кг} - 58\text{ кг} = 54\text{ кг}$ .

Точно так же узнаем вес мешка № 2, вычтя  $54\text{ кг}$  из  $110\text{ кг}$ , т. е. из суммы весов мешков № 1 и № 2. Получаем: вес мешка № 2 равен  $110\text{ кг} - 54\text{ кг} = 56\text{ кг}$ .

Из суммы весов мешков № 3 и № 5, т. е. из  $120$ , вычитаем вес мешка № 3, который равен  $58\text{ кг}$ ; узнаем, что мешок № 5 весит  $120 - 58 = 62\text{ кг}$ .

Остается определить вес мешка № 4, зная сумму весов мешков № 4 и № 5 ( $121\text{ кг}$ ). Вычтя  $62$  из  $121$ , узнаем, что мешок № 4 весит  $59\text{ кг}$ .

Итак, вот вес мешков;

$54\text{ кг}$ ,  $56\text{ кг}$ ,  $58\text{ кг}$ ,  $59\text{ кг}$ ,  $62\text{ кг}$ .

Мы решили задачу, обойдясь без уравнений.

## 21. Три дочери и два сына

Мы знаем, что Володя вдвое старше Жени, а Надя и Женя вместе вдвое старше Володи. Значит, годы Нади и Жени вместе вчетверо больше, чем годы Жени. Отсюда прямо следует, что

Надя старше Жени в три раза.

Далее мы знаем, что сумма лет Алеш и Володи вдвое больше суммы лет Нади и Жени. Но возраст Володи есть удвоенный возраст Жени, а годы Нади и Жени вместе есть учетверенный возраст Жени. Следовательно, годы Алеш + удвоенный возраст Жени = 8-кратному возрасту Жени. То-есть:

Алеша старше Жени в шесть раз.

Наконец, нам известно, что сумма возрастов Лиды, Нади и Жени равна сумме возрастов Володи и Алеш.

Имея перед глазами таблицу:

Лиде — 21 год,

Надя — в три раза старше Жени,

Володя — в два раза старше Жени,

Алеша — в шесть раз старше Жени,

мы можем сказать, что  $21\text{ год} + \text{утроенный возраст Жени} + \text{возраст Жени} = 4\text{-кратному возрасту Жени} + 12\text{-кратный возраст Жени}$ .

Или:  $21\text{ год} + 4\text{-кратный возраст Жени} = 16\text{-кратному возрасту Жени}$ .

Значит,  $21\text{ год} = 12\text{-кратному возрасту Жени}$ , и следовательно, Жене  $21/12 = 1\frac{3}{4}$  года.

Теперь уже легко определить, что Володе —  $3\frac{1}{2}$  года, Наде  $5\frac{1}{4}$  и Алеше —  $10\frac{1}{2}$  лет.



## 22. Продажа яиц.

Очевидно, крестьянка принесла на базар нечетное число яиц: тогда половина всех яиц состояла из нецелого числа, а прибавка половины одного яйца превращала это число в целое. Что же это было за число? Начнем с конца. После того как вторая покупательница взяла половину оставшихся яиц и еще  $\frac{1}{2}$  яйца, у крестьянки оказалось только одно яйцо. Значит, одно яйцо и еще  $\frac{1}{2}$  яйца составляют вторую половину того, что осталось после первой покупательницы. Отсюда узнаем, что после первой покупательницы осталось  $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$ , т. е. 3 яйца. Прибавив  $\frac{1}{2}$  яйца, получаем половину всего числа яиц, бывших у крестьянки. Итак, крестьянка принесла на базар  $3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$ , т. е. 7 яиц.

## 23. Вкрутую и всмятку

Если, для удобства обозначения, перенумеровать яйца, то у нас будут:

крутое	№ 1	.....	<i>K 1</i>
«	№ 2	.....	<i>K 2</i>
всмятку	№ 1	.....	<i>C 1</i>
«	№ 2	.....	<i>C 2</i>
«	№ 3	.....	<i>C 3</i>

Из этих яиц можно составить следующие 10 пар:

<i>K 1 K 2</i>	<i>K 2 C 1</i>	<i>C 1 C 2</i>
<i>K 1 C 1</i>	<i>K 2 C 2</i>	<i>C 1 C 3</i>
<i>K 1 C 2</i>	<i>K 2 C 3</i>	<i>C 2 C 3</i>
<i>K 1 C 3</i>		

Как видим, из крутых яиц состоит только одна пара (первая); остальные девять не дают требуемого сочетания. Значит, имеется только 1 шанс из 10 взять пару крутых яиц. Против 1 копейки нужно поэтому ставить не 5 копеек, а 9 копеек, чтобы пари было безобидное.

## 24. Проделки караульных

Решение задачи легко отыскивается следующим рассуждением. Чтобы 4 караульных могли отлучиться незаметно для начальника, необходимо наличие в рядах I и III (рис. 14) по 9 караульных; а так как общее число их  $24 - 4 = 20$ , то в ряду II должно быть  $20 - 18 = 2$ , т. е. 1 солдат в левой палатке этого ряда и 1 в правой. Таким же образом находим, что в верхней палатке V ряда должен находиться 1 солдат и в нижней — также 1. Теперь ясно, что в угловых палатках должно размещаться по 4 караульных. Следовательно, искомое расположение для отлучки 4 солдат таково (рис. 15):

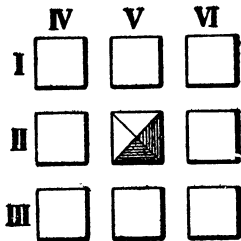


Рис. 14. К решению задачи о караульных.

Подобным же рассуждением отыскиваем требуемое расположение для отлучки 6 солдат (рис. 16),

Для 4 гостей (рис. 17),

Для 8 гостей (рис. 18).

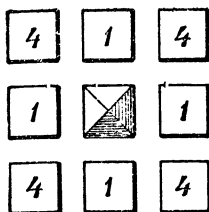


Рис. 15. Четверо караульных отлучились.

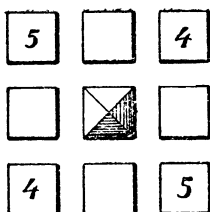


Рис. 16. Отлучились шестеро караульных.

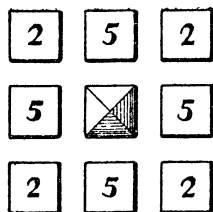


Рис. 17. К караульным пришли четверо гостей.

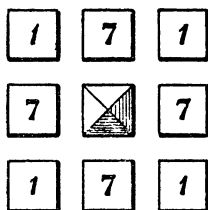


Рис. 18. Пришли восьмеро гостей.

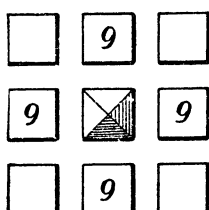


Рис. 19. Явилась дюжина гостей.

И наконец, на рис. 19, показано расположение для 12 гостей.

Легко видеть, что при указанных условиях не может безнаказанно отлучиться с караула более 6 солдат и не может прийти к караульным более 12 гостей.

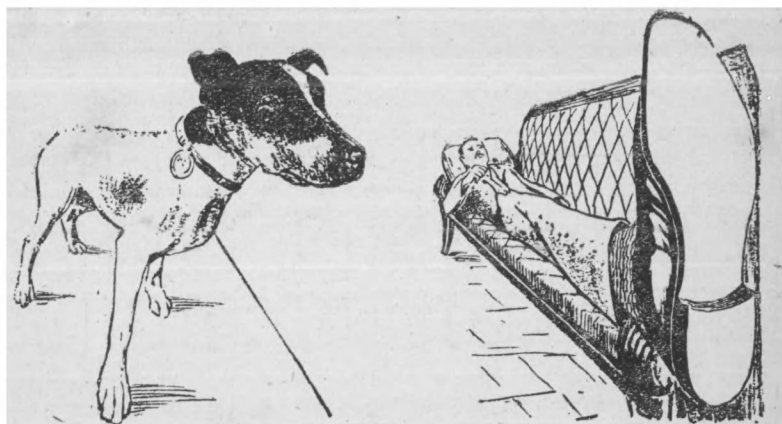


Рис. 20. Загадочные рисунки (воспроизведенные с фотоснимков).

### ГЛАВА III

## ЕЩЕ ДЮЖИНА ЗАДАЧ

(№№ 25—36).

### 25. КАКИЕ МОНЕТЫ?

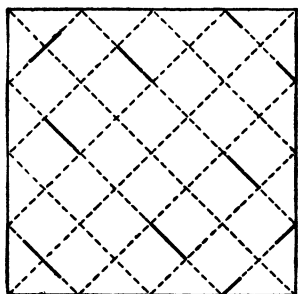


Рис. 21. Развертка для коробки.

На рублевом билете разыщите его номер и, глядя на него, определите по глазомеру: какая из трех монет — 20-копеечная, 15-копеечная и 10-копеечная — могут закрыть собою все 7 цифр номера и какая для этого чересчур мала?

### 26. ДВЕ КОРОБКИ.

На рис. 21 и 22 показано, как надо сгибать квадратный лист бумаги, чтобы получить прямоугольную коробку.

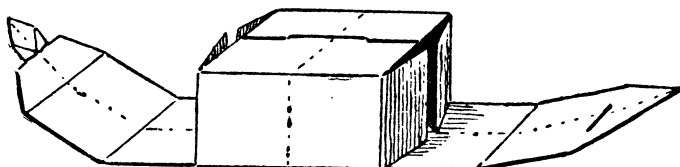


Рис. 22. Как складывается коробка из развертки рис. 21.

Я изготовил по этому способу из бумаги одинакового качества две коробки разной величины. Одна ровно в 8 раз вместительнее другой.

Во сколько раз большая коробка тяжелее меньшей?

### 27. ЯЩИК

Крышка прямоугольного ящика (рис. 23) включает 120 кв. см. Передняя его стенка содержит 96 кв. см, а боковая 80 кв. см.

Каковы размеры ящика в длину, в высоту и в ширину?

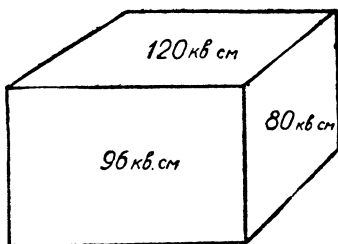


Рис. 23. Определить размеры этого ящика.

### 28. РАЗВЕРТКА КУБА

Если вы разрежете картонный или бумажный куб вдоль некоторых ребер так, чтобы его можно было разогнуть и положить на стол всеми шестью квадратами, у вас получится фигура вроде тех, что изображены на рис. 24.

Выполнить это вы можете на разные лады, получая не-

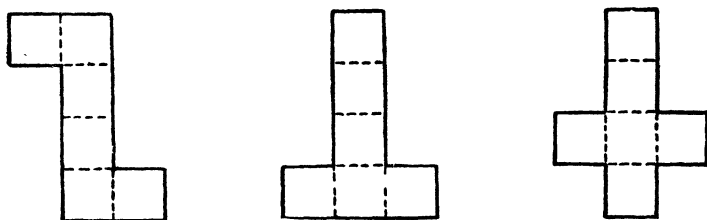


Рис. 24. Три развертки куба. Сколько еще может их быть?

одинаковые фигуры разверток. Интересно подсчитать: сколько можно таким образом получить различных фигур? Короче сказать: сколько насчитывается разных разверток куба?

Искать надо настойчиво, потому что разверток куба имеется не менее десятка.

### 29. «ПОЛУЖИВОЙ И ПОЛУМЕРТВЫЙ»

Двое пришли из театра, и когда их спросили, много ли было публики, один отвечал:

— Довольно много: театр был наполовину полон.

Другой же заявил:

— Маловато: театр был наполовину пуст.

Казалось, что они противоречат друг другу, — однако, оба утверждали буквально одно и то же: ведь «полуполный» — то же, что и «полупустой».

Точно так же «полуживой» — то же, что «полумертвый», «полусветлый» — то же, что и «полутемный».

Все это не вызывает как будто никаких сомнений. А между тем из сказанного можно сделать довольно неожиданные выводы. Известно из математики, что если равны половины двух величин, то должны быть равны и целые. Значит, если

полуполный = полупустому,  
полуживой = полумертвому,  
полусветлый = полутемному,

то должны быть верны утверждения, что

полный = пустому,  
живой = мертвому,  
светлый = темному.

В чем ошибка такого рассуждения? Почему получаются такие нелепые выводы?

### 30. КТО ЛУЧШЕ ВИДИТ?

Кто лучше видит в полной темноте: человек, кошка или сова?

### 31. КАКОГО ЦВЕТА?

Какого цвета будет казаться красный флаг, если смотреть на него через густо-синие очки?

### 32. ЗАГАДОЧНЫЕ ФОТОСНИМКИ

Как объясните вы происхождение тех необычайных фотографий, которые воспроизведены на рис. 20 и 25?

### 33. ДРОВА

Дворник приносил в квартиру дрова, обтягивая вязанки веревкой.



Рис. 25. Воспроизведение необычайного фотоснимка.

Чтобы вязанки были одной величины, он употреблял для обвязки веревку определенной длины.

Когда его попросили однажды принести вязанку двойной величины, он обтянул вязанку веревкой полуторной длины.

Между квартирантом и дворником возник спор: первый утверждал, что принесенная вязанка меньше двойной, дворник же уверял, что она даже больше двойной.

Кто прав?

### 34. СТРЕЛОК НА ПАРОХОДЕ

Меткий стрелок стоит у одного борта парохода, а у противоположного помещена мишень. Пароход идет полным ходом.

Стрелок прицелился совершенно точно.

Попадет ли он в цель?



Рис. 26. Спор из-за вязанки дров.

### 35. ОТКУДА СТРЕЛЯЛИ?

При осмотре одной квартиры агент уголовного розыска обнаружил в оконном стекле круглое отверстие, пробитое пулей. Необходимо было установить, откуда произведен выстрел: с улицы или из комнаты?

Можно ли это определить по форме отверстия?

### 36. СТАДО КОРОВ

Вот один из вариантов старинной, очень любопытной задачи.

Некто раздал своим сыновьям стадо коров. Старшему он дал 1 корову и  $\frac{1}{7}$  всех остальных; второму — 2 коровы и  $\frac{1}{7}$  всех остальных; третьему 3 коровы и  $\frac{1}{7}$  всех остальных; четвертому — 4 коровы и  $\frac{1}{7}$  всех остальных и т. д. Так разделено было стадо между сыновьями без остатка.

Сколько было сыновей и какова была численность стада?



## 25. Какие монеты?

Обычно отвечают, что для покрытия номера, пожалуй, достаточно 20-копеечная монета, но 15-копеечная и гривенник безусловно для этого малы. Сделайте пробу, приложите монеты — и вы с удивлением увидите, что не только 15-копеечная монета, но даже и гривенник вполне покрывают все 7 цифр номера.

Этот любопытный обман зрения объясняется психологически: миллионному числу мы невольно отводим больше места, чем оно занимает на самом деле.

## 26. Две коробки

Если большая коробка превышает меньшую по объему в 8 раз, то линейные размеры (длина, ширина, высота) большей коробки превышают линейные размеры меньшей всего в 2 раза, потому что  $2 \times 2 \times 2 = 8$ . Легко понять, что сторона бумажного квадрата, из которого сделана большая коробка, в 2 раза длиннее стороны квадрата, из которого изготовлена меньшая коробка. Площадь же первого квадрата больше площади второго в  $2 \times 2$ , т. е. в 4 раза.

Отсюда ясен ответ на вопрос задачи: большая коробка тяжелее меньшей в 4 раза.

## 27. Ящик

Из данных задачи легко установить, что

$$\begin{aligned} \text{длина} \times \text{ширину} &= 120 \\ \text{высота} \times \text{ширину} &= 80 \\ \text{высота} \times \text{длину} &= 96. \end{aligned}$$

Перемножив первые два равенства, получим:

$$\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину} = 120 \times 80.$$

Разделим сейчас составленное равенство на третье. У нас получится

$$\frac{\text{длина} \times \text{высоту} \times \text{ширину} \times \text{ширину}}{\text{длина} \times \text{высоту}} = \frac{120 \times 80}{96}$$

Сделав сокращение дробей и выполнив действия, будем иметь:

$$\text{ширина} \times \text{ширину} = 100.$$

Ясно, что ширина ящика = 10 см.

Теперь нетрудно определить его высоту и длину:

$$\text{высота} = \frac{80}{10} = 8 \text{ см}; \quad \text{длина} = \frac{96}{8} = 12 \text{ см}.$$

## 28. Развертки куба

На рис. 27 вы видите все различные развертки куба. Их 10.

Если хотите, вы можете повернуть некоторые развертки; тогда у вас получатся еще фигуры, и общее число разверток увеличится.

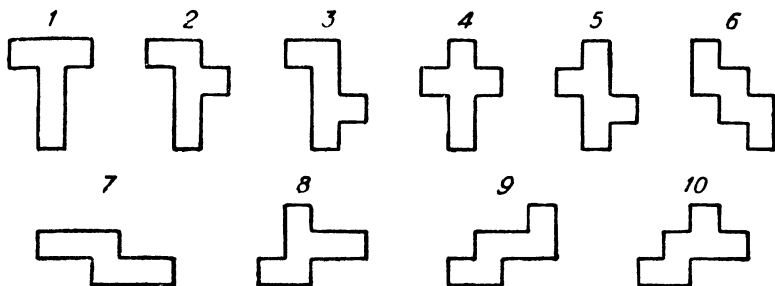


Рис. 27. Десять разверток куба.

## 29. «Полуживой и полумертвый»

Выражение «полуполный театр» означает такой театр, половина которого занята сплошь людьми, а другая свободна от людей. Мы же, делая свой математический вывод, вкладывали в это выражение совсем иной смысл: мы имели в виду половину переполенного театра.

Точно так же «полупустой театр» это театр, половина которого пуста, а другая занята людьми. В нашем же рассуждении под этими словами разумелась половина театра, вовсе свободного от людей.

Подмена одного смысла слов другим и является причиной нелепости окончательного вывода.

Сходная ошибка делается и при рассуждениях с «полуживым» и «полумертвым», «полусветлым» и «полутемным».

Логические промахи такого рода, состоящие в незаметной подмене смысла слов на протяжении одного рассуждения, — весьма обычны в обиходе и нередко бывают причиной бесплодных споров. Но далеко не всегда подобные ошибки выступают так заметно, как в наших примерах.

## 30. Кто лучше видит?

В полной темноте ничего не видит ни человек, ни кошка, ни сова.<sup>1</sup> Когда говорят о ночных животных, «видящих в темноте», то разумеют способность их различать вещи в полутьме, а никак не в абсолютном

<sup>1</sup> Мы не касаемся здесь вопроса о том, могут ли некоторые животные воспринимать лучи, невидимые для человека.

мраке.<sup>1</sup> При совершенном отсутствии освещения никто ничего видеть не может. В темных глубинах океана рыбы видят свою добычу только потому, что обладают светящими органами, испускающими фосфорический свет.

### 31. Какого цвета

Флаг будет казаться черным.

Это ясно из следующих соображений. Синее стекло оттого и синее, что пропускает синие лучи, задерживая красные. От красного флага ни один луч света не может достигнуть глаза через синее стекло. И значит, флаг должен казаться черным, — как всякое тело, не действующее на наш глаз.

### 32. Загадочные фотоснимки

Рисунки, изображенные здесь, вовсе не карикатуры, как можно подумать, а настоящие фотографии. Их необычайный вид, заставляющий подозревать, будто фотографировались отражения в кривых зеркалах, обусловлен просто выбором точки зрения.

Обыкновенно, глядя на близкие и знакомые нам предметы, мы не замечаем, чтобы человек, стоящий от нас в двух шагах, делался вдвое ниже, отходя на 4 шага, и вчетверо ниже — отходя на 8 шагов. Точно так же не замечаем мы, чтобы протянутая к нам рука человека была непропорционально велика и т. п. Но фотографический аппарат «все замечает», и поэтому так странны и необычны бывают иногда фотографические снимки.

Это знают начинающие, неопытные любители, первые снимки которых часто полны несообразностей. В наших снимках, однако, несообразность намеренная, а не случайная: для получения их употреблялся особый объектив, допускающий возможность снимать предмет с весьма близкого расстояния. Глаз наш устроен так, что мы не можем ясно различать предметов со столь близкого расстояния, — иначе мы могли бы видеть людей и собак с огромными головами или человека с колоссальными ступнями.

Понятно, что фотографических курьезов, вроде приведенных нами, может быть бесчисленное множество.

Этим свойством фотоаппарата весьма остроумно пользуется известный немецкий пролетарский художник Д. Гарфильд, который в журнале «АИЦ» (где он работает) дал целую серию великолепных фото-пародий на деятелей современной капиталистической Европы. Журнал, как известно, в Германии запрещен фашистскими молодчиками.

### 33. Дрова

Прав дворник, — не потому, что он оказался сильнее в геометрии, а просто потому, что, неся вязанку на своих плечах, он мог вернее определить ее размеры, чем квартирант, оценивавший ее по внешнему виду. Вязанка превращала ординарную бодье чем вдвое.

Объясним — почему. Для простоты допустим, что обе вязанки в поперечном разрезе круглые. Если длина одной окружности в  $1\frac{1}{2}$  раза больше другой, то и диаметр первой в  $1\frac{1}{2}$  раза больше, нежели диаметр второй. Площадь же первого круга больше площади второго в  $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2}$ , т. е. в  $2\frac{1}{4}$  раза. Ясно, что и количество дров в большой вязанке также в  $2\frac{1}{4}$  раза превышает обычное.

Правильность этого рассуждения не нарушается, если взамен кругов взять любые другие фигуры, геометрически подобные. Следовательно, сказанное относится и к другим деревянным вязанкам, поперечные сечения которых приблизительно подобны.

Итак, дворник принес не меньше дров, чем от него требовалось, а больше.

### 34. Стрелок на пароходе

Если пароход идет равномерно и по прямой линии, то стрелок попадет в цель, так как перемещаются одинаково и стрелок и мишень и летящая пуля.

### 35. Откуда стреляли?

Надо внимательно осмотреть обе стороны стекла близ отверстия: с той стороны, откуда пуля двигалась, отверстие имеет гладкие края, противоположная же сторона отверстия конически расширяется, как показано на рис. 28.

Объясняется это следующим. Пуля при выстреле получает благодаря нарезам в стволе оружия быстрое вращательное движение.

Складываясь с поступательным, движение пули заставляет ее действовать подобно сверлу. Она «ввинчивается» в стекло, а при выходе вырывает из него куски, благодаря чему внешняя сторона дыры получается рваной.

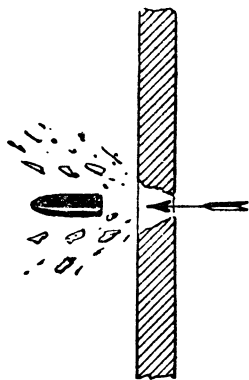


Рис. 28. Пуля, пробивающая стекло.

### 36. Стадо коров

Решать задачу арифметически (т. е. не прибегая к уравнениям) надо с конца.

Самый младший сын получил столько коров, сколько было всех сыновей;  $\frac{1}{7}$  остального

стада он получить сверх того не мог, так как остатка после него никакого не было.

Далее: предыдущий сын получил коров одной меньше, чем было всех

сыновей, и  $\frac{1}{7}$  остального стада. Значит то, что досталось самому младшему сыну, составляет  $\frac{6}{7}$  доли этого остального.

Отсюда вытекает, что число коров, полученное самым младшим сыном, должно делиться на 6 без остатка.

Попробуем допустить, что этот младший сын получил 6 коров, и посмотрим, годится ли это предположение. Если самый младший получил 6 коров, то значит он был 6-й сын, и всех сыновей было 6. Пятый сын получил 5 коров, да еще  $\frac{1}{7}$  от 7, т. е. всего 6 коров. Соображаем, что оба последних сына получили  $6 + 6 = 12$  коров, которые составляют  $\frac{6}{7}$  оставшегося после наделения 4-го сына. Полный остаток равен  $12 : \frac{6}{7} = 14$  коровам; следовательно, четвертый сын получил

$$4 + \frac{14}{7} = 6.$$

Вычислим остаток стада после наделения 3-го сына:  $6 + 6 + 6$ , т. е. 18 есть  $\frac{6}{7}$  этого остатка; поэтому полный остаток  $18 : \frac{6}{7} = 21$ . Третьему сыну досталось

$$3 + \frac{21}{7} = 6.$$

Точно таким же образом узнаем, что второй и первый сын получили тоже по 6 коров.

Допущение наше оказалось правдоподобным: всех сыновей было 6, а коров в стаде 36.

Нет ли еще других решений? Допустим, что сыновей было не 6, а 12; окажется, что такое допущение не годится. Непригодно и число 18. Дальше не для чего и испытывать: 24 и больше сыновей быть не могло.

---

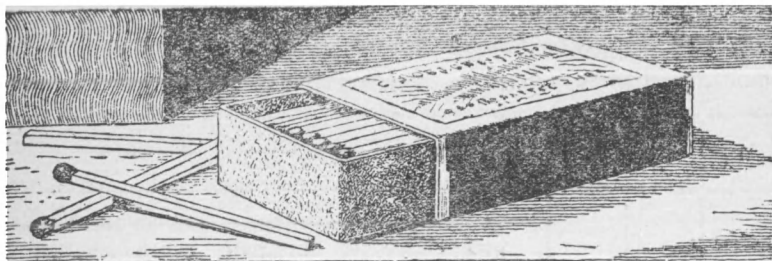


Рис. 29. Коробок спичек заключает в себе обширный набор головоломок.

## ГЛАВА IV

### ДЮЖИНА ЗАДАЧ СО СПИЧКАМИ

(№№ 37—48).

Многие не подозревают, что обыкновенный коробок со спичками заключает в себе обширный выбор занимательных, а иной раз и довольно замысловатых головоломок. Один немецкий собиратель головоломок издал даже целую книжку спичечных задач и развлечений; она была выпущена и в русском переводе (Тромгольд, «Игры со спичками»). В качестве образчиков предлагаем здесь дюжину подобных головоломок.

#### 37. Из пяти квадратов четыре

В фигуре (рис. 30) надо переложить четыре спички так, чтобы взамен пяти квадратов образовалось только четыре. Как это сделать?

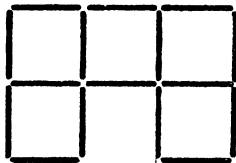


Рис. 30. К задаче 37-й.

#### 38. Оставить пять квадратов

В решетке из спичек, представленной на рис. 31, нужно так убрать 4 спички, — не трогая остальных, — чтобы осталось 5 квадратов.

#### 39. Оставить четыре квадрата

Из этой же фигуры (рис. 31) так выньте 8 спичек, — не трогая других, — чтобы оставшиеся спички составляли 4 одинаковых квадрата.

#### 40. Оставить три квадрата

В той же решетке (рис. 31) так уберите 6 спичек, — не перекладывая остальных, — чтобы осталось всего три квадрата.

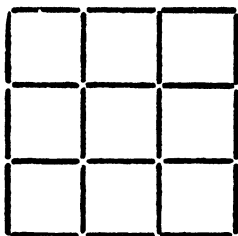


Рис. 31. К задачам 38-й, 41-й.

#### 41. Оставить два квадрата

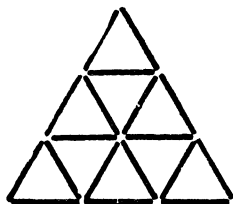
И наконец, в той же фигуре (рис. 31) так уберите 8 спичек, — не трогая остальных, — чтобы осталось всего лишь два квадрата.

#### 42. Шесть четырехугольников

В треугольной фигуре, представленной на рис. 32 нужно так переложить шесть спичек, чтобы образовалась фигура, составленная из шести одинаковых четырехугольников.

#### 43. Из дюжины спичек

Из 12 спичек нужно составить фигуру, в которой было бы: три одинаковых четырехугольника и два одинаковых треугольника.



#### 44. Из полутора дюжины

Из 18 спичек нетрудно сложить два четырехугольника так, чтобы один был вдвое больше другого по площади (см. рис. 33). Но сложите из тех же спичек два таких четырехугольника, из которых один в три раза больше другого по площади. Оба четырехугольника должны лежать, как на рис. 33, обособленно, не примыкая друг к другу.

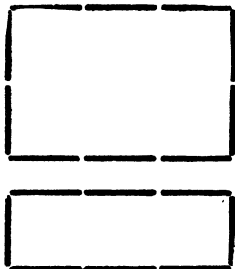


Рис. 33. К задаче 44-й.

#### 45. Два пятиугольника

Если вам удалось решить предыдущую задачу, попытайтесь силы на такой головоломке:

Из 18 спичек сложить 2 пятиугольника так, чтобы площадь одного была ровно втрое больше площади другого. Прочие условия те же, что и в предыдущей задаче.

#### 46. Двенадцатиугольник

Из 12 спичек нужно сложить двенадцатиугольник с прямыми углами.

#### 47. Шесть одинаковых участков

На рис. 34 вы видите, как можно 19-ю целыми спичками ограничить 6 одинаковых участков.

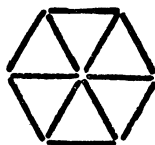


Рис. 34. К задаче 47-й.

А можно ли ограничить 6 одинаковых участков — хотя бы и иной формы — 12-ю целыми спичками?

#### 48. Три треугольника

Вы легко можете составить из дюжины спичек 6 равносторонних треугольников (см. рис. 35). Гораздо труднее выполнить следующее: в полученной фигуре переложить 4 спички с одного места на другое так, чтобы образовалось всего три равносторонних треугольника.



#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 37—48

##### 37. Из пяти квадратов четыре

Требуемое расположение спичек ясно из рис. 36.

Рис. 35. К задаче 48-й.

Решения задач №№ 38, 39, 40 и 41 показаны на ряде следующих рис. 37, 38, 39, 40.

##### 42. Шесть четырехугольников

Решение — шестиконечная звезда — видно из рис. 41. Другое решение представлено на рис. 42.

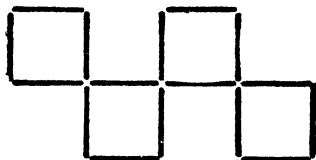


Рис. 36. Решение задачи 37-й.

##### 43. Из дюжины спичек.

Решение показано на рис. 43. Это — равносторонний шестиугольник (но не правильный — углы не равны).

##### 44. Из полутора дюжин

На рис. 44 показано, как из 18 спичек сложить 2 четырехугольника, из



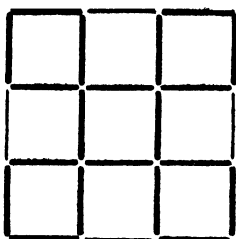


Рис. 37. Решение задачи 38-й.

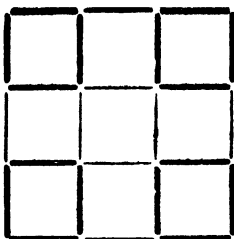


Рис. 38. Два решения задачи 39-й.

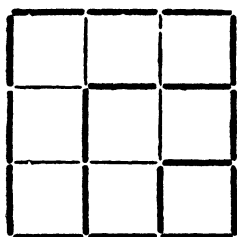
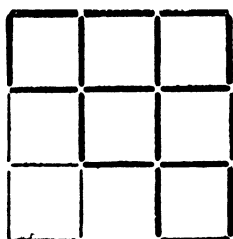


Рис. 39. Решение задачи 40-й.

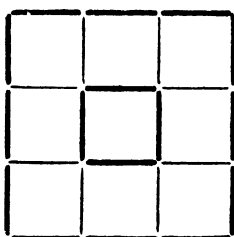


Рис. 40. Решение задачи 41-й.

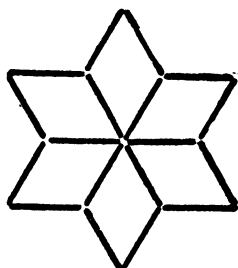


Рис. 41. Решение задачи 42-й.

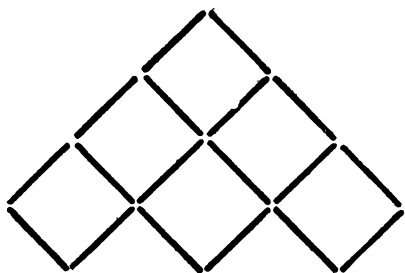


Рис. 42. Другое решение задачи 42-й.



Рис. 43. Решение задачи 43-й.

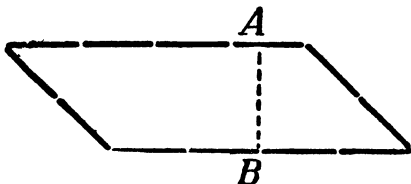
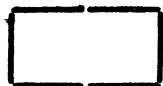


Рис. 44. Решение задачи 44-й.

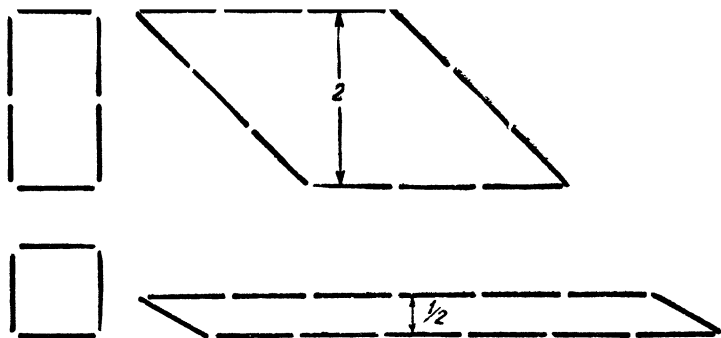


Рис. 45. Два других решения задачи 44-й.

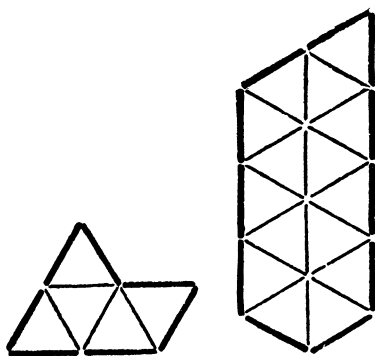


Рис. 46. Решение задачи 45-й.

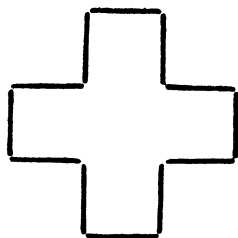


Рис. 47. Решение задачи 46-й.

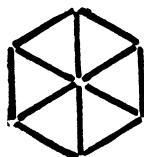


Рис. 48. Решение задачи 47-й.

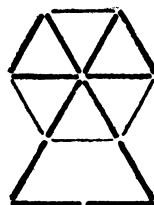


Рис. 49. Решение задачи 48-й.

которых один втрое больше другого по площади. Второй четырехугольник — параллелограмм с высотой, равной  $1\frac{1}{2}$  спичкам. Площадь параллелограмма равна его основанию, умноженному на его высоту. В основании нашего параллелограмма лежат четыре спички, высота же равна  $1\frac{1}{2}$  спичкам; следовательно, площадь равна  $4 \times 1\frac{1}{2}$  т. е. 6 таким квадратикам, каких в меньшем четырехугольнике два. Итак, нижний четырехугольник имеет площадь втрое большую, нежели верхний.

На рис. 45 показаны еще два решения этой же задачи.

Решения задач №№ 45—48 видны из рис. 46—49.

---

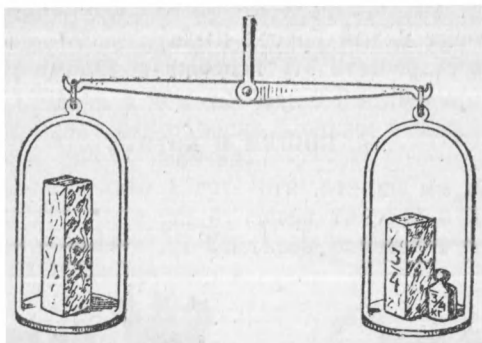


Рис. 50. Задача о двух брусьях мыла.

## ГЛАВА V

### ВЕС И ВЗВЕШИВАНИЕ

(№№ 49—58).

#### 49. ВЕС БРЕВНА

Круглое бревно весит 150 кг. Сколько весило бы оно, если бы было вдвое толще, но втрое короче?

#### 50. ПОД ВОДОЮ

На обыкновенных весах лежат: на одной чашке — булыжник, весящий ровно 2 кг, на другой — железная гиря в 2 кг. Я осторожно опустил эти весы под воду (рис. 51). Остались ли чашки в равновесии?

#### 51. ДЕСЯТИЧНЫЕ ВЕСЫ

Сто килограммов железных гвоздей уравновешены на десятичных весах железными гирями. Весы затопило водой. Сохранили ли они равновесие и под водой?

#### 52. БРУСОК МЫЛА

На одну чашку весов положен брусок мыла, на другую  $\frac{3}{4}$  такого же бруска и еще  $\frac{3}{4}$  кг. Весы в равновесии (рис. 50).



Рис. 51. Задача о весах под водой.

Сколько весит целый брусок мыла?

Постарайтесь решить эту несложную задачу устно, без карандаша и бумаги.

### 53. КОШКИ И КОТЯТА

Из рис. 52 вы видите, что

4 кошки и 3 котенка весят 15 кг, а

3 кошки и 4 котенка весят 13 кг.

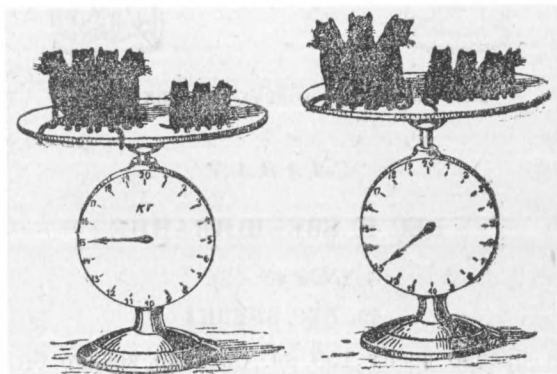


Рис. 52. Задача о кошках и котятках.

Сколько весит каждая кошка и каждый котенок в отдельности? Предполагается, что все взрослые кошки весят одинаково; котята также весят поровну.

Постарайтесь и эту задачу решить устно.

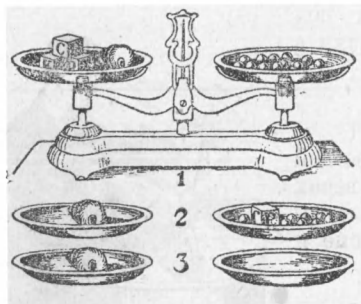


Рис. 53. Задача о раковине и бусинах.

### 54. РАКОВИНЫ И БУСИНЫ

Рис. 53 показывает вам, что 3 детских кубика и одна раковина уравниваются 12-ю бусинами, и что, далее, одна раковина уравнивается 1 кубиком и 8-ю бусинами.

Сколько бусин нужно положить на свободную чашку весов, чтобы уравновесить раковину на другой чашке?

## 55. ВЕС ФРУКТОВ

Вот еще задача в том же роде. Рис. 54 показывает, что 3 яблочка и одна груша весят столько, сколько 10 персиков, а 6 персиков и 1 яблочко весят столько, сколько 1 груша.

Сколько персиков надо взять, чтобы уравновесить 1 грушу?

## 56. СКОЛЬКО СТАКАНОВ?

На рис. 55 вы видите, что бутылка и стакан вместе уравновешиваются кувшином, бутылка уравновешивается стаканом и блюдцем, два кувшина уравновешиваются 3-мя блюдами.

Спрашивается, сколько надо поставить стаканов на свободную чашку весов, чтобы уравновесить бутылку?

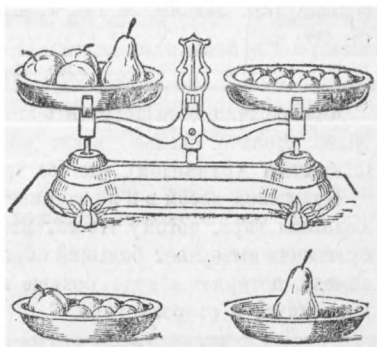


Рис. 54. Задача о грушах и яблочках.

## 57. БЕЗ ГИРЬ

Вы желаете купить только 5 кг масла из куска в 10 кг. Имеются только весы с коромыслом, но гирь нет.

Можете ли вы без гирь отделить 5 кг от 10 кг?

## 58. НА НЕВЕРНЫХ ВЕСАХ

Представьте себе, что когда вы догадались наконец, как отвесить масло без гирь, выясняется, что весы ненадежны; на верность их полагаться нельзя.

Можете ли вы даже на неверных весах, притом без гирь, отвесить правильно 5 кг от 10-килограммового куска?

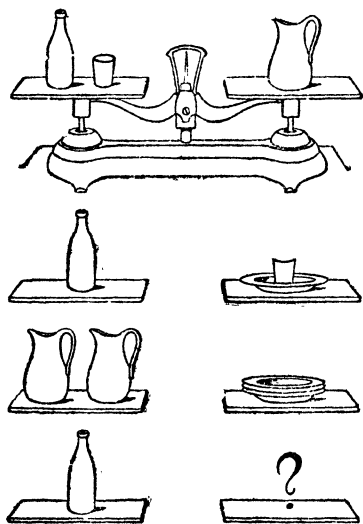


Рис. 55. Задача о бутылке и стаканах.

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 49—58

### 49. Вес бревна

Вдвое более толстое бревно весило бы при той же длине в 4 раза больше (ср. задачу № 14), т. е. 600 кг. А укороченное втрое весило бы 200 кг.

### 50. Под водой

Каждое тело, если погрузить его в воду, становится легче: оно «теряет» ровно столько, сколько весит вытесняемая им вода. Зная этот закон (открытый Архимедом), мы без труда можем ответить на вопрос задачи.

Булыжник весом в 2 кг занимает больший объем, чем 2-килограммовая железная гири, потому что материал камня (гранит) легче железа. Значит, булыжник вытесняет больший объем воды, нежели гири, и, по закону Архимеда, потеряет в воде больше веса, чем гири. Итак, весы под водой наклонятся в сторону гири.

### 51. Десятичные весы

При погружении в воду железная вещь (сплошная) теряет 8-ую долю своего веса.<sup>1</sup> Поэтому гири под водой будут иметь  $\frac{2}{3}$  прежнего веса, гвозди — также  $\frac{2}{3}$  своего прежнего веса. И так как гири были в 10 раз легче гвоздей, то и под водой они легче их в 10 раз. Следовательно, десятичные весы останутся и под водой в равновесии.

### 52. Брусok мыла

$\frac{3}{4}$  бруска мыла +  $\frac{3}{4}$  кг весят столько, сколько целый брусок. Но в целом бруске содержится  $\frac{3}{4}$  бруска +  $\frac{1}{4}$  бруска. Значит,  $\frac{1}{4}$  бруска весит  $\frac{3}{4}$  кило. И, следовательно, целый брусок весит в 4 раза больше, чем  $\frac{3}{4}$  кило, т. е. 3 кило.

### 53. Кошки и котята

Сравнивая оба взвешивания, легко видеть, что от замены одной кошки одним котенком вес груза уменьшился на 15 — 13, т. е. на 2 кг. Отсюда следует, что кошка тяжелее котенка на 2 кг. Зная это, заменим при первом взвешивании всех четырех кошек котятами: у нас будет тогда  $4 + 3 = 7$  котят, весить они будут вместе не 15 кг, а на  $2 \times 4$ , т. е. на 8 кг меньше. Значит, 7 котят весят  $15 - 8 = 7$  кг.

Отсюда ясно, что каждый котенок весит 1 кг, взрослая же кошка  $1 + 2 = 3$  кг.

---

<sup>1</sup> Эта цифра не сообщена в условии задачи потому, что самая величина потери — 8-я, или 10-я, или 20-я часть — для решения задачи не имеет значения.

## 54. Раковины и бусины

Сравните первое и второе взвешивания. Вы видите, что раковину при первом взвешивании мы можем заменить 1 кубиком и 8 бусинами: ведь то и другое имеет одинаковый вес. У нас оказалось бы тогда на левой чашке 4 кубика и 8 бусин, и это уравнивалось бы 12 бусинами. Сняв теперь с каждой чашки по 8 бусин, мы не нарушим равновесия. останется же у нас на левой чашке 4 кубика, на правой — 4 бусины. Значит, один кубик и одна бусина весят одинаково.

Теперь ясно, сколько бусин весит раковина: заменив (второе взвешивание) 1 кубик на правой чашке бусиной, узнаем, что вес раковины = весу 9 бусин.

Результат легко проверить. Замените при первом взвешивании кубики и раковины на левой чашке соответствующим числом бусин: получите  $3 + 9 = 12$ , как и должно быть.

## 55. Вес фруктов

Заменим при первом взвешивании 1 грушу 6 персиками и яблочком; мы вправе это сделать, так как груша весит столько же, сколько 6 персиков и яблочко. У нас окажется на левой чашке 4 яблочка и 6 персиков, на правой — 10 персиков. Сняв с обеих чашек по 6 персиков, узнаем, что 4 яблочка весят столько, сколько 4 персика. Отсюда — один персик весит столько же, сколько 1 яблочко. Теперь легко уже сообразить, что вес груши равен весу 7 персиков.

## 56. Сколько стаканов?

Задачу эту можно решить на разные лады. Вот один из способов.

Заменим при третьем взвешивании каждый кувшин одной бутылкой и 1 стаканом (из первого взвешивания мы знаем, что весы при этом должны оставаться в равновесии). Мы узнаем тогда, что 2 бутылки и 2 стакана уравниваются 3 блюдами. Каждую бутылку мы, на основании второго взвешивания, можем заменить 1 стаканом и 1 блюдцем. Окажется тогда, что 4 стакана и 2 блюда уравниваются 3 блюдами.

Сняв с каждой чашки весов по 2 блюда, узнаем, что 4 стакана уравниваются 1 блюдцем.

И, следовательно, бутылка уравнивается (ср. второе взвешивание) 5 стаканами.

## 57. Без гирь

Задача сводится в сущности к тому, чтобы разделить 10 кг масла на равные по весу части. Положите на каждую чашку по бумажному листу и накладывайте на них масла до тех пор, пока 10 кг распределятся между ними поровну. Ясно, что теперь на каждой чашке ровно 5 кг, — если только весы правильны.



## 58. На неверных весах

И на неверных весах можно достичь того же, но более сложным путем. Сначала надо разделить 10 кг масла на 2 части так, чтобы они были приблизительно (на-глаз) равны. Затем берут одну из этих частей, кладут на чашку весов, — на другую же чашку накладывают камешков или чего-либо другого, только бы привести чашки в равновесие. Тогда снимают с чашки первую порцию масла и вместо нее кладут вторую. Если окажется при этом, что чашки весов остаются в равновесии, то, значит, обе порции масла равны, так как заменяют одна другую по весу. В таком случае, разумеется, каждая из них весит ровно 5 кг.

Если же чашки не окажутся в равновесии, то надо от одного куска переложить немного масла на другой и повторять это до тех пор, пока обе порции не будут вполне заменять друг друга на одной и той же чашке весов.

Подобным же образом можно поступать и на неверных пружинных весах: перекладывать масло из одного пакета в другой до тех пор, пока оба пакета не будут оттягивать указатель весов до одной и той же черты (хотя бы черта эта и не стояла против 5 кг).

---

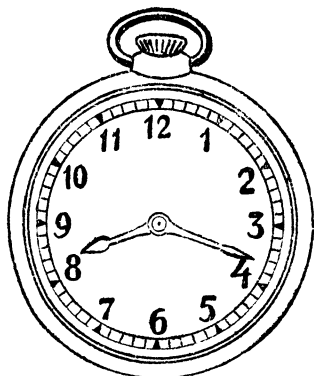


Рис. 56. Стрелки расположены симметрично по обе стороны цифры 6. Сколько раз в сутки это бывает? (Задача 66-я).

## ГЛАВА VI

### ЗАДАЧИ О ЧАСАХ

(№№ 59—68).

#### 59. ЦИФРА ШЕСТЬ

Спросите кого-нибудь из ваших знакомых постарше, как давно обладает он своими карманными часами. Положим, окажется, что часы у него уже лет 15. Продолжайте тогда разговор примерно в таком духе:

— А сколько раз на день выглядываете вы на свои часы?

— Раз двадцать, вероятно, или около того, — последует ответ.

— Значит, в течение года вы смотрите на свои часы не менее 6000 раз, а за 15 лет видели их циферблат  $6000 \times 15$ , т. е. чуть не сто тысяч раз. Вещь, которую вы видели сто тысяч раз, вы, конечно, должны отлично знать?

— Разумеется.

— Вам поэтому прекрасно должен быть известен циферблат ваших карманных часов, и вы не затруднитесь изобразить на память, как обозначена на нем, например, цифра шесть.

Собеседнику предлагается бумажка и карандаш.

Он исполняет просьбу, — но... изображает цифру шесть в

большинстве случаев не такую, какою обозначена она на его часах.

Почему?

Ответьте на этот вопрос, не глядя на ваши карманные часы. Покажите, как собеседник ваш изобразил цифру шесть и как ее следует изобразить.

### 60. ТРОЕ ЧАСОВ

В доме трое часов. Первого января все они показывали верное время. Но шли верно только первые часы; вторые отставали на 1 минуту в сутки, третьи на 1 минуту в сутки уходили. Если часы будут продолжать так идти, то через сколько времени все трое часов будут снова показывать верное время?



### 61. ДВОЕ ЧАСОВ

Вчера я проверял мои стенные часы и будильник и поставил их стрелки правильно. Стенные отстают на 2 минуты в час; будильник уходит в час на минуту.

Сегодня часы остановились: завод кончился. Стрелки на циферблате стенных часов показывают 7 часов, на циферблате будильника — 8 часов.

В котором часу я вчера проверил часы?

### 62. ПЕРЕВОД СТРЕЛОК

Мой сосед переводит в своей комнате стрелки стенных часов с одного целого числа часов на другое. Я считаю удары: в общем часы пробили 76 раз. Сколько показывали часы, когда сосед начал переводить стрелки?

Рис. 57. К задаче 61-й.

Часы бьют каждые полчаса.

### 63. КОТОРЫЙ ЧАС?

— Куда спешите?

— К шестичасовому поезду. Сколько минут осталось до отхода?

— Пятьдесят минут назад было вчетверо больше минут после трех.

Что означает этот странный ответ? Который был час?

#### 64. КОГДА СТРЕЛКИ ВСТРЕЧАЮТСЯ?

В 12 часов одна стрелка покрывает другую. Но вы замечали, вероятно, что это не единственный момент, когда обе стрелки встречаются: они настигают друг друга в течение дня несколько раз.

Можете ли вы указать все те моменты, когда это случается?

#### 65. КОГДА СТРЕЛКИ НАПРАВЛЕНЫ ВРОЗЬ?

В 6 часов, наоборот, обе стрелки направлены в противоположные стороны. Но только ли в 6 часов это бывает, или же есть и другие моменты, когда стрелки так расположены?

#### 66. ПО ОБЕ СТОРОНЫ ШЕСТИ

Я взглянул на часы и заметил, что стрелки стоят одинаково по обе стороны от цифры VI (рис. 56). В котором часу это было?

#### 67. НА СКОЛЬКО ЧАСЫ НЕВЕРНЫ?

Минутная и часовая стрелки моих часов покрывают одна другую каждые 65 минут.

На сколько часы эти уходят или отстают в течение суток?

А может быть часы идут правильно?

#### 68. ТИКАНИЕ ЧАСОВ

В заключение сделайте маленький опыт. Положите свои карманные часы на стол, отойдите шага на три или на четыре и прислушайтесь к их тиканию. Если в комнате достаточно тихо, то вы услышите, что часы идут словно с перерывами: то тикают некоторое время, то на несколько секунд замолкают, то снова начинают идти, и т. д.

Чем объясняется такой неравномерный ход?

#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 59—68.

##### 59. Ц и ф р а ш е с т ь

Большинство не предупрежденных людей в ответ на вопрос этой задачи рисуют одно из таких начертаний:

Это показывает, что можно видеть вещь буквально сто тысяч раз и все-таки не знать ее. Дело в том, что на циферблате (мужских часов) цифры 6 обычно вовсе нет, потому что на ее месте помещается секундник.

Рис. 58. К решению задачи 59-й.

## 60. Трое часов

Через 720 суток. За это время вторые часы отстанут на 720 минут, т. е. ровно на 12 часов; третьи часы на столько же уйдут вперед. Тогда все трое часов будут показывать то же, что и 1 января, т. е. верное время.

## 61. Двое часов

Будильник уходит в течение часа на 3 минуты по сравнению со стенными. На 1 час, т. е. на 60 минут, он уходит в течение 20 часов. Но за эти 20 часов будильник ушел вперед по сравнению с верным временем на 20 минут. Значит, стрелки были поставлены верно 19 час. 40 минут тому назад, т. е. в 11 часов 40 минут.

## 62. Перевод стрелок

1) Если перевод стрелок был начат до боя и, переведя стрелки в окончательное положение, часам дали пробить, — то задача имеет два решения:

с 1 часа на 11 часов,

с 7 часов на 4 часа.

Действительно, беря для обоих случаев сумму ударов, получаем:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 10 = 76.$$

$$7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 1 + 2 + 3 + 4 + 9 = 76.$$

2) Если же перевод стрелок был начат уже после боя, то задача имеет только одно решение:

с 4 часов на 12 часов.

Действительно, сумма ударов здесь равна:

$$5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 8 = 76.$$

## 63. Который час?

Между 3 и 6 частями 180 минут. Нетрудно сообразить, что число минут, остающихся до 6 часов, найдется, если  $180 - 50$ , т. е. 130, разделим на такие две части, из которых одна в 4 раза больше другой. Значит, надо найти 5-ю часть от 130. Итак, было без 26 минут шесть.

Действительно, 50 минут назад оставалось до 6 часов  $26 + 50 = 76$  минут, и значит, после 3 часов прошло  $180 - 76 = 104$  мин.; это вчетверо больше числа минут, остающихся теперь до 6.

## 64. Когда стрелки встречаются?

Начнем наблюдать за движением стрелок в XII часов. В этот момент обе стрелки друг друга покрывают. Так как часовая стрелка движется в 12 раз медленнее, чем минутная (она описывает полный круг в 12 часов, а минутная — в 1 час), то в течение ближайшего часа стрелки,

конечно, встретиться не могут. Но вот прошел час; часовая стрелка стоит у цифры 1, сделав  $\frac{1}{12}$  долю полного оборота; минутная сделала полный оборот и стоит снова у XII — на  $\frac{1}{12}$  долю круга позади часовой. Теперь условия состязания иные, чем раньше: часовая стрелка движется медленнее минутной, но она впереди, и минутная должна ее догонять. Если бы состязание длилось целый час, то за это время минутная стрелка прошла бы полный круг, а часовая  $\frac{1}{12}$  круга, т. е. минутная сделала бы на  $\frac{11}{12}$  круга больше. Но чтобы догнать часовую стрелку, минутной нужно пройти больше, чем часовой, только на ту  $\frac{1}{12}$  долю круга, которая их отделяет. Для этого потребуется времени не целый час, а меньше — во столько раз, во сколько раз  $\frac{1}{12}$  меньше  $\frac{11}{12}$ , т. е. в 11 раз. Значит, стрелки встретятся через  $\frac{1}{11}$  часа, т. е. через  $\frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$  минуты.

Итак, встреча стрелок случится спустя  $5\frac{5}{11}$  минуты после того, как пройдет 1 час, т. е. в  $5\frac{5}{11}$  минуты второго.

Когда же произойдет следующая встреча?

Легко сообразить, что это случится спустя 1 час  $5\frac{5}{11}$  минуты, т. е. в 2 часа  $10\frac{10}{11}$  минуты. Следующая — спустя еще 1 час  $5\frac{5}{11}$  минуты, т. е. в 3 часа  $16\frac{4}{11}$  минуты, и т. д. Всех встреч, как легко видеть, будет 11; одиннадцатая случится через  $1\frac{1}{11} \times 11 = 12$  часов после первой, т. е. в 12 часов; другими словами, она совпадает с первой встречей, — и дальнейшие встречи повторятся снова в прежние моменты.

Вот все моменты встреч:

1-я встреча	— в	1 час	$5\frac{5}{11}$ мин.
2-я	» —»	2 »	$10\frac{10}{11}$ »
3-я	» —»	3 »	$16\frac{4}{11}$ »
4-я	» —»	4 »	$21\frac{9}{11}$ »
5-я	» —»	5 »	$27\frac{3}{11}$ »
6-я	» —»	6 »	$32\frac{8}{11}$ »
7-я	» —»	7 »	$38\frac{2}{11}$ »
8-я	» —»	8 »	$43\frac{7}{11}$ »
9-я	» —»	9 »	$49\frac{1}{11}$ »
10-я	» —»	10 »	$54\frac{6}{11}$ »
11-я	» —»	12 »	

## 65. Когда стрелки направлены врозь?

Эта задача решается весьма сходно с предыдущей. Начнем опять с 12 часов, когда обе стрелки совпадают. Нужно вычислить, сколько времени потребуется для того, чтобы минутная стрелка обогнала часовую ровно на полкруга, — тогда обе стрелки и будут направлены как раз в противоположные стороны. Мы уже знаем (см. предыдущую задачу), что в течение целого часа минутная стрелка обгоняет часовую на  $\frac{11}{12}$  полного круга; чтобы обогнать ее всего на  $\frac{1}{2}$  круга, понадобится мень-

ше времени, чем целый час, — меньше во столько раз, во сколько  $\frac{1}{2}$  меньше  $\frac{11}{12}$ , т. е. потребуется всего  $\frac{6}{11}$  часа. Значит, после 12 час. стрелки в первый раз располагаются одна против другой спустя  $\frac{6}{11}$  часа или  $32\frac{8}{11}$  минуты. Взгляните на часы в  $32\frac{8}{11}$  минуты первого, и вы убедитесь, что стрелки направлены в противоположные стороны.

Единственный ли этот момент (кроме 6 часов), когда стрелки так расположены?

Конечно, нет. Такое положение стрелки занимают спустя  $32\frac{8}{11}$  мин. после каждой встречи. А мы уже знаем, что встреч бывает 11 в течение 12 часов. Найти эти моменты нетрудно:

$$12 \text{ час.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} = 12 \text{ час. } 32\frac{8}{11} \text{ мин.}$$

$$1 \gg 5\frac{5}{11} \text{ мин.} + 32\frac{8}{11} \text{ мин.} = 1 \text{ час } 38\frac{3}{11} \text{ мин.}$$

$$2 \gg 10\frac{10}{11} \gg + 32\frac{8}{11} \gg = 2 \gg 43\frac{7}{11} \gg$$

$$3 \gg 16\frac{4}{11} \gg + 32\frac{8}{11} \gg = 3 \gg 49\frac{1}{11} \gg \text{ и т. д.}$$

## 66. По обе стороны шести

Задача решается так же, как и предыдущая. Вообразим, что обе стрелки у XII, и затем часовая отошла от XII на некоторую часть полного оборота, которую мы обозначим буквою  $x$ . Минутная стрелка за то же время успела повернуться на  $12x$ . Если времени прошло не больше одного часа, то для удовлетворения требованию нашей задачи необходимо, чтобы минутная стрелка отстояла от конца целого круга на столько же, на сколько часовая стрелка успела отойти от начала; другими словами:

$$1 - 12x = x.$$

Отсюда  $x = \frac{1}{13}$  доле целого оборота. Такую долю оборота часовая стрелка проходила в  $\frac{12}{13}$  часа, т. е. она показывает  $55\frac{5}{13}$  минуты первого. Минутная стрелка в то же время прошла в 12 раз больше, т. е.  $\frac{12}{13}$  полного оборота; обе стрелки, как видите, отстоят от XII одинаково, а следовательно, одинаково отодвинуты и от VI по разные стороны.

Мы нашли одно положение стрелок — именно то, которое наступает в течение первого часа. В течение второго часа подобное положение наступит еще раз; мы найдем его, рассуждая по предыдущему, из равенства

$$1 - (12x - 1) = x,$$

откуда  $x = \frac{2}{13}$  полного оборота. В таком положении стрелки будут в  $1\frac{11}{13}$  часа, т. е. в  $50\frac{10}{13}$  минуты второго.

В третий раз стрелки займут требуемое положение, когда часовая стрелка отойдет от XII на  $\frac{3}{13}$  полного круга, т. е. в  $2\frac{10}{13}$  часа, и т. д. Всех положений 11, причем после VI часов стрелки меняются местами: часовая занимает те места, в которых была раньше минутная, а минутная становится на места часовой.

### 67. На сколько часы неверны?

В правильно идущих часах стрелки должны покрывать одна другую каждые  $1\frac{1}{11}$  часа, т. е. каждые  $65\frac{5}{11}$  минуты. (См. задачу 64-ю). Мои часы, значит, уходят в час на  $\frac{5 \times 60}{11 \times 65}$  т. е. на  $\frac{60}{143}$  минуты, или приблизительно на 10 минут в сутки.

При этом предполагается, что у меня часы обычного устройства и что стрелки покрывают друг друга каждые 65 минут по верному времени, а не по времени, указываемому этими же самими часами. При другом толковании задачи пришлось бы предположить специально устроенный механизм, в котором минутная стрелка движется не в 12, а в 13 раз быстрее часовой. О часах такого устройства можно было бы утверждать лишь одно: что их механизм неправилен, — но сказать, отстают ли они, или уходят, на основании данных задачи нельзя (исчисляя 65-минутные промежутки по этим же часам): как бы часы ни шли, верно или неверно, стрелки их будут встречаться — по их показаниям — каждые 65 минут.

### 68. Тиканье часов

Загадочные перерывы в тиканьи часов происходят просто от утомления слуха. Наш слух, утомляясь, притупляется на несколько секунд, — и в эти промежутки мы не слышим тиканья. Спустя короткое время, утомление проходит, и прежняя чуткость восстанавливается: тогда мы снова слышим тиканье часов. Затем наступает опять утомление, и т. д.

---



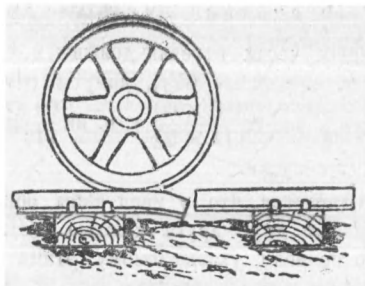


Рис. 59. Отчего стучат колеса вагонов (Задача 70-я).

## ГЛАВА VII

### ПУТЕВЫЕ ЗАДАЧИ

(№№ 69—78)

#### 69. ДВА ПАРОВОЗА

Вам случалось наверное видеть, как поезд везут два паровоза — один впереди состава, другой сзади. Но думали ли вы о том, что при этом происходит со сцепкой вагонов и с буферами? Передний паровоз увлекает за собою вагоны лишь тогда, когда их сцепка натянута; но при этом буфера не соприкасаются, и задний паровоз не может толкать вагоны. Наоборот, когда задний паровоз толкает состав, буфера напирают друг на друга, сцепка же не натянута, а потому работа переднего паровоза бесполезна.

Выходит, что оба паровоза не могут одновременно двигать поезд: с пользой работает либо один, либо другой паровоз. Для чего же прицепляют два паровоза?

#### 70. СКОРОСТЬ ПОЕЗДА

Вы сидите в вагоне железной дороги и желаете узнать, с какою скоростью он мчится. Можете ли вы определить это по стуку колес?

#### 71. ДВА ПОЕЗДА

Два поезда вышли одновременно с двух станций навстречу друг другу. Первый достиг станции назначения спустя час после их встречи, второй — спустя 2 часа 15 мин. после

встречи. Во сколько раз скорость одного поезда больше скорости другого?

Задача допускает устное решение.

## **72. ИЗ ВАГОНА**

Желая покинуть поезд на ходу, пассажир выбросил из вагона сначала свой чемодан вперед по направлению движения поезда, а потом выпрыгнул и сам — также по направлению движения.

Правильно ли он выбрал направление для бросания и для прыжка?

## **73. ВЕЛОСИПЕДИСТ**

Велосипедист желает попасть на место назначения ровно к пяти часам. Он рассчитал, что если будет ехать со скоростью 15 км в час, то прибудет часом раньше. При скорости же 10 км в час он прибудет с опозданием в один час.

С какую скоростью должен он ехать, чтобы прибыть как раз во-время?

## **74. КАК ПОЕЗД ТРОГАЕТСЯ С МЕСТА?**

Вы заметили, вероятно, что перед тем, как двинуть поезд вперед, машинист нередко подает весь состав назад.

Для чего это делается?

## **75. ОТ КАЗАНИ ДО АСТРАХАНИ**

Расстояние от Казани до Астрахани пароход проходит в 4 суток и 8 часов, обратный же путь — в 6 суток и 12 часов. Во сколько времени проходят по Волге то же расстояние плоты?

## **76. ПЕРЕПРАВА**

Троим пешим разведчикам необходимо было перебраться на противоположный берег реки при отсутствии моста. Правда, на реке катались в челноке два мальчика, готовые помочь красноармейцам. Но челнок так мал, что мог выдержать вес только одного взрослого: даже взрослый и один мальчик не могли одновременно сесть в лодку без риска ее потопить. Плавать разведчики не умели.

Казалось бы, при таких условиях мог переправиться через

реку только один красноармеец. Между тем все три разведчика благополучно очутились на противоположном берегу и возвратили лодку мальчикам.

Как они это сделали?

## 77. СОСТЯЗАНИЕ

Две парусные лодки участвуют в состязании; требуется пройти 24 км туда и обратно в кратчайшее время. Первая лодка прошла весь путь с равномерной скоростью 20 км в час; вторая двигалась туда со скоростью 16 км в час, а обратно — со скоростью 24 км в час.

Победила на состязании первая лодка, — хотя, казалось бы, вторая должна была в одном направлении отстать от первой ровно на столько же, на сколько она опережала ее на обратном пути и, следовательно, притти одновременно с первой. Почему же она опоздала?

## 78. ОТ ЭНСКА ДО ИКСОГРАДА

Плывя по течению, пароход делает 20 км в час; плывя против течения, — всего 15 км в час. Чтобы пройти от пристани города Энска до пристани Иксограда, он употребляет на 5 часов меньше, чем на обратный путь.

Как велико расстояние между этими городами?

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 69—78.

### 69. Два паровоза

Головоломный вопрос разрешается очень просто. Передний паровоз тянет не весь состав, а только часть его, примерно половину вагонов. Остальные вагоны подталкиваются задним паровозом. У первой части состава сцепка вагонов натянута, у остальной она свободна, и вагоны упираются буфер в буфер.

### 70. Скорость поезда

Вы заметили, конечно, что при езде в вагоне ощущаются все время мерные толчки; никакие рессоры не могут сделать их неощутительными. Толчки эти происходят оттого, что колеса слегка сотрясаются в местах соединения двух рельсов (см. рис. 59) и толчок передается всему вагону.

Эти-то неприятные толчки, довольно разрушительно действующие на вагоны и на рельсы, можно использовать для определения скорости поезда. Стоит лишь сосчитать, сколько толчков в минуту испытывает

вагон, чтобы узнать, сколько рельсов пробежал поезд. Остается умножить это число на длину каждого рельса, — и вы получите расстояние, проходимое поездом в одну минуту.

Обычная длина рельса — около 15 м.<sup>1</sup> Сосчитав с часами в руках число толчков в минуту, умножьте это число на 15, затем на 60 и делите на 1000 — получится число километров, пробегаемое поездом в час:

$$\frac{(\text{число толчков}) \times 15 \times 60}{1000} = \text{числу километров в час.}$$

### 71. Два поезда

Более быстрый поезд прошел до точки встречи путь во столько раз длиннее пути медленного поезда, во сколько раз скорость быстрого поезда превышает скорость медленного. После встречи быстрому поезду оставалось пройти до станции путь, пройденный до встречи медленным поездом, и наоборот. Другими словами, быстрый поезд после встречи прошел путь, во столько раз короче, во сколько раз больше его скорость. Если обозначить отношение скоростей через  $x$ , то на прохождение части пути от места встречи до станции быстрый поезд употребил в  $x^2$  меньше времени, чем медленный. Отсюда  $x^2 = 2\frac{1}{4}$ , и  $x = 1\frac{1}{2}$ , т. е. скорость одного поезда в полтора раза больше скорости другого.

### 72. Из вагона

Человек должен прыгать из вагона вперед по направлению движения только для того, чтобы быть обращенным лицом вперед: тогда он может предупредить свое падение быстрым бегом, а в крайнем случае — выставить вперед руки. Но бросать чемодан вперед по движению не имеет никакого смысла. Чтобы ослабить удар чемодана о землю, надо бросать его против движения, назад: этим уменьшается скорость, приходящая чемодану по инерции. Правильнее было бы и пассажиру прыгать назад, обратившись лицом вперед, как делают опытные люди, — но этот прием требует тренировки.

### 73. Велосипедист

При скорости 10 км в час велосипедист прибывает на место двумя часами позже, чем при скорости 15 км в час. Так как при быстрой езде он делает 1 км в  $\frac{1}{15}$  часа, а при более медленной — в  $\frac{1}{10}$  часа, то на каждом километре он при быстрой езде выгадывает  $\frac{1}{10} - \frac{1}{15} = \frac{1}{30}$  часа, или 2 минуты. Разница в 2 часа, т. е. 120 минут, должна была состояться на расстоянии  $120 : 2 = 60$  км. При быстрой езде велосипедист делает такой путь в  $60 : 15$ , т. е. в 4 часа, и приезжает, мы знаем,

<sup>1</sup> Выйдя на станции из вагона, вы можете, измеряя рельсы шагами, узнать их длину; каждые 7 шагов можно принять за 5 м.

часом раньше срока. Чтобы прибыть ровно в срок, т. е. проехать то же расстояние в 5 часов, ему следовало бы ехать со скоростью  $60:5$ , т. е.  $12$  км в час (а не  $\frac{10+15}{2}$ , т. е. не  $12\frac{1}{2}$  км, как обычно отвечают).

#### 74. Как поезд трогается с места?

Когда поезд, прибыв на станцию, останавливается, сцепка вагонов натянута. Если паровоз станет тянуть состав в таком виде, ему придется сдвигать с места весь состав сразу; при тяжелом составе это ему не под силу. Другое дело, когда паровоз предварительно подал состав назад; сцепка тогда не натянута, и приводятся в движение вагон за вагоном последовательно, — это гораздо легче.

Короче говоря, машинист делает то же самое, что и возница тяжело нагруженного воза: он вскакивает на него только на ходу, когда движение уже началось; иначе лошади пришлось бы брать сразу с места чересчур значительный груз.

#### 75. От Казани до Астрахани

Задача сводится к определению средней скорости течения Волги между Казанью и Астраханью. Вычисляем ее следующим образом. Расстояние между городами пароход проходит по течению в 104 часа, против течения — в 156 часов. Следовательно, плывя по течению, он в час делает  $\frac{1}{104}$  всего расстояния, а против течения —  $\frac{1}{156}$ . Разность между ними  $\frac{1}{104} - \frac{1}{156} = \frac{1}{312}$  всего расстояния есть двойная скорость течения. Итак, течение проходит в час  $\frac{1}{624}$  всего расстояния; поэтому от Казани до Астрахани плоты должны идти 624 часа, т. е. 26 суток.

#### 76. Переправа

Пришлось сделать шесть следующих поездок:

1-я поездка. Оба мальчика подъезжают к противоположному берегу, и один из них приводит лодку к разведчикам (другой остается на том берегу).

2-я поездка. Мальчик, привезший лодку, остается на этом берегу; в челнок садится первый разведчик, который и переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с другим мальчиком.

3-я поездка. Оба мальчика переправляются через реку, и один из них возвращается с челноком.

4-я поездка. Второй разведчик переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком.

5-я поездка. Повторение 3-й.

6-я поездка. Третий разведчик переправляется на противоположный берег. Челнок возвращается с мальчиком, и дети продолжают свое прерванное катание по реке.

Теперь все три разведчика находятся на другом берегу.

#### 77. Состязание

Вторая лодка опоздала потому, что двигалась с 24-километровой скоростью меньше время, чем с 16-километровой. Действительно, с 24-километровой скоростью она двигалась  $2\frac{1}{24}$  т. е. 1 час, а с 16-километровой —  $2\frac{1}{16} = 1\frac{1}{2}$  часа. Поэтому она на пути туда потеряла времени больше, чем выгадала на обратном пути.

#### 78. От Энска до Иксограда

Плывя по течению, пароход делает 1 км в 3 минуты; плывя против течения — 1 км в 4 минуты. На каждом километре пароход в первом случае выгадывает 1 минуту, а так как на всем расстоянии он выгадывает во времени 5 часов, или 300 минут, то, следовательно, от Энска до Иксограда 300 км.

Действительно:

$$\frac{300}{15} - \frac{300}{20} = 20 - 15 = 5$$

---

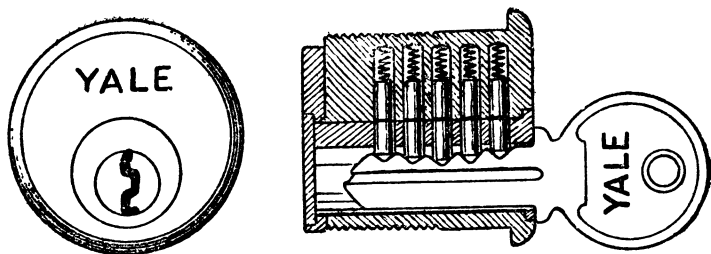


Рис. 60. Французский замок и его устройство.

## ГЛАВА VIII

### НЕОЖИДАННЫЕ ПОДСЧЕТЫ

(№№ 79—90).

#### 79. СТАКАН ГОРОХА

Вы не раз видели горошины и часто держали в руках стаканы. Размеры тех и других должны быть вам, конечно, хорошо известны. Представьте себе стакан, до верху полный сухим горохом. Нанижем все горошины на нитку, как бусы.

Если эту нить с горошинами вытянуть, то какой примерно она будет длины?

#### 80. ВЗДОРОЖАНИЕ И ПОДЕШЕВЛЕНИЕ

Товар на 10% вздорожал, потом на 10% подешевел. Когда цена его была ниже: до вздорожания или после подешевления?

#### 81. ШАХМАТНАЯ ДОСКА

Сколько можете вы на шахматной доске насчитать различных расположенных квадратов?

#### 82. КУРИНЫЕ ЯЙЦА

За куриные яйца длиной 50 мм просят по рублю; за яйца длиной 55 мм просят по 1 р. 20 к.

Какие выгоднее купить?

### 83. ВОДА И ВИНО

В одной бутылке литр вина, в другой — литр воды. Из первой во вторую перелили ложку вина, а затем из второй в первую отлили ложку получившейся смеси.

Чего теперь больше: воды в первой бутылке или вина — во второй?     ю

### 84. ОСНОВАНИЕ КАРФАГЕНА

Об основании древнего города Карфагена существует следующее предание. Дидона, дочь Тирского царя, потеряв мужа, убитого рукою ее брата, бежала в Африку и высадила с со многими жителями Тира на ее северном берегу. Здесь она купила у Нумидийского царя столько земли, «сколько занимает воловья шкура». Когда сделка состоялась, Дидона разрежала воловью шкуру на тонкие ремешки и, благодаря такой уловке, охватила участок земли, достаточный для сооружения крепости. Так будто бы возникла крепость Карфаген, к которой впоследствии был пристроен город.

Попробуйте вычислить, какую площадь могла, согласно этому преданию, занять крепость, если считать, что воловья шкура имеет поверхность 4 квадратных метра, а ширину ремешков, на которые Дидона ее разрежала, принять равную одному миллиметру.

### 85. ИГРАЛЬНАЯ КОСТЬ

Вот игральная кость (рис. 61): кубик с обозначенными на его гранях очками от 1 до 6. Петр бьется о заклад, что если бросить кубик 4 раза подряд, то за все 4 раза кубик непременно упадет один раз единичным очком кверху.

Владимир же утверждает, что единичное очко либо совсем не выпадет при четырех метаниях, либо же выпадет больше одного раза.

У кого из них больше вероятия выиграть?

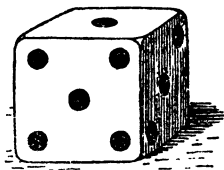


Рис. 61. Игральная кость.

### 86. ФРАНЦУЗСКИЙ ЗАМОК

Хотя французский замок известен давно (он изобретен еще в 1865 г.), устройство его знают лишь немногие. Поэтому часто приходится слышать сомнения в том, чтобы могло существовать большое число различных французских замков и



ключей к ним. Достаточно, однако, познакомиться с остроумным механизмом этих замков, чтобы убедиться в возможности разнообразить их в достаточной степени.

Рис. 60 в своей левой части изображает французский замок, как он виден «с лица». Кстати, — название «французский» совершенно неправильно, так как родина этих замков Америка, а изобретатель их американец Иэль, — почему на всех таких замках и ключах имеется надпись «Yale». Вы видите вокруг замочной скважины небольшой кружок: это основание валика, проходящего через весь замок. Задача открывания замка заключается в том, чтобы повернуть этот валик, — но здесь-то и вся трудность. Дело в том, что валик удерживается в определенном положении пятью короткими стальными стерженьками (рис. 60. вправо). Каждый стерженец распилен на-двое, и только если разместить стерженьки так, чтобы все их разрезы приходились на границе валика, можно будет его повернуть.

Это необходимое расположение придается стерженькам при помощи ключа с соответственными выступами на краю. Достаточно его вставить, чтобы стерженьки заняли то единственное расположение, которое необходимо для открытия замка.

Теперь легко понять, что число различных замков этого типа может быть действительно весьма велико. Оно зависит от того, сколькими способами можно разрезать каждый стержень на две части; число это практически разумеется не бесконечно, но все же очень велико.

Предположите, что каждый стерженец можно разрезать на две части только 10-ю способами, и попробуйте сосчитать, сколько различных французских замков можно при таком условии изготовить.

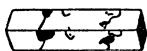
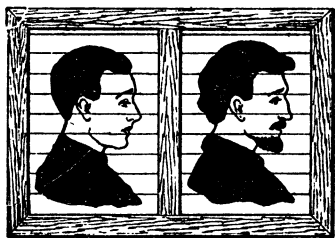


Рис. 62. Задача о портретах.

## 87. СКОЛЬКО ПОРТРЕТОВ?

Нарисуйте портрет на папке и разрежьте его на полосы, как показано на нашем рис. 62, — положим, на 9 полос. Если вы немного умеете рисовать, вам нетрудно будет изготовить еще

такие же полосы с изображением различных частей лица, — однако так, чтобы каждые две соседние полосы, даже принадлежащие к разным портретам, можно было прикладывать

одну к другой без нарушения непрерывности линий. Если вы для каждой части лица приготовите, например, 4 полосы<sup>1</sup>, у вас будет 36 полос, из которых, складывая по 9, вы сможете составлять разнообразные портреты.

В магазинах, где одно время продавали готовые наборы таких полос (или брусков) для составления портретов, продавцы уверяли покупателей, что из 36 полос можно получить тысячу различных физиономий.

Верно ли это?

## 88. СЛИШКОМ МНОГО ПРЕДКОВ

У меня есть отец и мать. У моего отца и у моей матери тоже, конечно, были отец и мать. Значит, восходя к 3-му поколению, я нахожу у себя 4 предков.

Каждый из моих двух дедов и каждая из двух моих бабушек также имели отца и мать. Следовательно в 4-м поколении у меня 8 прямых предков. Восходя к 5-му, 6-му, 7-му и т. д. поколению назад, я нахожу, что число моих предков все возрастает, и притом чрезвычайно обильно.

Проследите:

Во	2-м поколении . . . . .	2 предка
» 3	» . . . . .	4 »
» 4	» . . . . .	8 »
» 5	» . . . . .	16 »
» 6	» . . . . .	32 »
» 7	» . . . . .	64 »
» 8	» . . . . .	128 »
» 9	» . . . . .	256 »
» 10	» . . . . .	512 »
» 11	» . . . . .	1 024 »
» 12	» . . . . .	2 048 »
» 13	» . . . . .	4 096 »
» 14	» . . . . .	8 192 »
» 15	» . . . . .	16 384 »
» 16	» . . . . .	32 768 »
» 17	» . . . . .	65 536 »
» 18	» . . . . .	131 072 »
» 19	» . . . . .	262 144 »
» 20	» . . . . .	524 288 »

<sup>1</sup> Их удобнее всего наклеивать на четыре стороны квадратного бруска.

Вы видите, что 20 поколений назад у меня была уже целая армия прямых предков, больше полумиллиона! И с каждым дальнейшим поколением число это удваивается.

Если считать, как обыкновенно принимается, по 3 поколения в столетие, то в начале нашей эры, 19 веков назад, на Земле должно было жить несметное количество моих предков: можно вычислить, что число их должно состоять из 18 цифр!

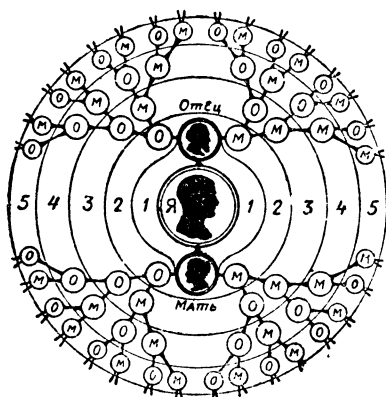


Рис. 63. Ваши предки. С удалением в прошлое число их растет неограниченно.

Вообразить, в какой страшной тесноте жили наши предки: для них буквально не хватало места на земном шаре.

Не укажете ли вы им выход из этого затруднительного положения?

Чем дальше в глубь веков, тем число предков должно возрастать. В эпоху первых фараонов численность моих предков, без сомнения, доходила до умопомрачительной величины. В каменный век, предшествовавший исторической эпохе, моим предкам было уже тесно на земном шаре.

Но ведь и у вас, читатель, было столько же прямых предков. Прибавьте их к моим и присоедините предков всех своих знакомых, да прибавьте еще предков всех вообще людей, живущих ныне на Земле, — и вам трудно будет

## 89. МУЖЬЯ И ЖЕНЬЯ

Некто пригласил к обеду три супружеские четы и пожелал рассадить их, а также и себя с женой, за круглым столом так, чтобы мужчины чередовались с женщинами, но ни один муж не сидел рядом с собственной женой.

Сколькими способами можно это сделать, если обращать внимание только на порядок размещения, — т. е. считать одинаковыми все те размещения, когда обедающие сидят хотя и в разных местах стола, но в тождественном порядке?

## 90. ДОЖДИ И МОЛЕБНЫ

На антирелигиозном митинге докладчик привел, между прочим, такой довод:

— Есть еще люди, которые верят, что в засуху можно вызвать дождь молебном. Если бы эти люди подсчитали, как часто за таким молебном следуют просимые дожди, то оказалось бы наверное, что в 90% случаев после молебна никакого дождя не бывает. Ясно, что нет ни малейшей связи между молитвой о дожде и самим дождем.

Рассуждение на вид весьма убедительное. Однако, оно доказывает совсем не то, что хотел установить докладчик. В чем его ошибка?

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 79—90

### 79. Стакан гороха

Решая эту задачу по глазомеру, наверное ошибемся, и очень грубо. Надо сделать хотя бы приблизительный расчет.

Поперечник сухой горошины — около  $\frac{1}{2}$  сантиметра. В сантиметровом кубике уместается не менее  $2 \times 2 \times 2 = 8$  горошин (при плотном сложении несколько более). В стакане емкостью 250 куб. см число горошин не менее  $8 \times 250 = 2000$ . Написанные на нить, они вытянулись бы на  $\frac{1}{2} \times 2000 = 1000$  см, т. е. на 10 м.

### 80. Вздорожание и подешевление

Ошибочно считать, что цена в обоих случаях одинакова. Сделаем соответствующие выкладки. После вздорожания товар стоил 110%, или 1,1 первоначальной цены. После же подешевления цена его составляла

$$1,1 \times 0,9 = 0,99,$$

т. е. 99% первоначальной. Значит, после подешевления товар стал на 1% дешевле, чем до вздорожания.

### 81. Шахматная доска

На шахматной доске изображено не 64 квадрата, а гораздо больше, ведь кроме маленьких черных и белых квадратиков на ней имеются еще пестрые квадраты, составленные из 4, из 9, из 25, из 36 и из 49 одиночных квадратиков. Все их нужно учесть;

одиначных маленьких квадратиков . . . . .	64
составленных из 4 маленьких . . . . .	49
« « 9 « . . . . .	36
« « 16 « . . . . .	25
« « 25 « . . . . .	16
« « 36 « . . . . .	9
« « 49 « . . . . .	4
« « 64 « . . . . .	1
<hr/>	
Итого . . . . .	224

Итак, шахматная доска заключает в себе 224 различно расположенных квадрата разной величины.

## 82. Куриные яйца

Крупные яйца длиннее мелких на  $\frac{1}{10}$  долю. Следовательно объем их больше в  $(1 + \frac{1}{10})^3$ , или в  $1,1^3$  раз, круглым счетом в 1,3 раза. Цена их должна была бы быть, соответственно этому, в 1,3 раза больше, чем 1 р. Как видим, настоящая цена крупных яиц 1 р. 30 к., т. е. выше той, которую просили (1 р. 20 к.); значит, выгоднее купить крупные яйца.

## 83. Вода и вино

При решении этой задачи легко запутаться, если не принять во внимание того, что объем жидкости в бутылках после переливания равен первоначальному: 1 литру. Рассуждаем далее так. Пусть после переливания во второй бутылке  $n$  куб. см вина и значит  $(1000 - n)$  куб. см воды. Куда девались недостающие  $n$  куб. см воды? Они должны, очевидно, оказаться в первой бутылке. Значит, после переливания в вине столько же воды, сколько в воде — вина.

## 84. Основание Карфагена

Если площадь воловьей шкуры 4 кв. м, или 4 000 000 кв. мм, а ширина ремня 1 мм, то общая длина вырезанного ремня (Дидона, надо думать, вырезала его спирально) — 4 000 000 мм или 4000 м, т. е. 4 км. Таким ремнем можно окружить квадратный участок в 1 кв. км, а круглый участок — в 1,3 кв. км.

## 85. Игральная кость

При четырех бросаниях число всех возможных положений игральной кости равно  $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$ . Допустим, что первое метание уже состоялось, причем выпало единичное очко. Тогда при трех следующих бросаниях число всех возможных положений, благоприятных для Петра (т. е. выпадений любых очков, кроме единичного)  $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ .

Точно так же возможно по 125 благоприятных для Петра расположений, если единичное очко выпадает только при втором, только при третьем или только при четвертом бросании. Итак, существует  $125 + 125 + 125 + 125 = 500$  различных возможностей для того, чтобы единичное очко при 4 бросаниях появилось один и только один раз. Неблагоприятных же возможностей существует  $1296 - 500 = 796$ , так как неблагоприятны все остальные случаи.

Мы видим, что у Владимира шансов выиграть больше, чем у Петра: 796 против 500.

## 86. Французский замок

Нетрудно сосчитать, что число различных замков равно

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000.$$

Каждому из этих 100 000 замков соответствует особый ключ, — единственный, которым возможно его открыть. Существование ста тысяч различных замков и ключей, конечно, вполне обеспечивает владельца замка, так как у желающего пробраться в помещение помощью выбранного ключа есть только один шанс из 100 000 напасть на подходящий ключ.

Наш подсчет — примерный: он сделан в предположении, что каждый стерженок замка может быть разделен надвое только 10 способами. В действительности возможно сделать это, вероятно, большим числом способов, и тогда число различных замков значительно увеличивается. Отсюда ясно преимущество французского замка (если он хорошо изготовлен) перед обыкновенными, среди которых на каждую дюжину приходится 1—2 одинаковых.

## 87. Сколько портретов?

Число портретов значительно больше тысячи. Сосчитать их можно следующим образом. Обозначим девять частей портретов римскими цифрами I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII и IX; для каждой части имеются 4 полоски, которые мы перенумеруем арабскими цифрами 1, 2, 3, 4.

Возьмем полосу I, 1. Мы можем присоединить к ней полоски II, 1; II, 2; II, 3; II, 4.

Всего, следовательно, здесь возможны 4 сочетания. Но так как часть головы I может быть представлена четырьмя полосками (I, 1; I, 2; I, 3; I, 4) и каждая из них может быть соединена с частью II четырьмя различными способами, то две верхние части головы I и II могут быть соединены  $4 \times 4 = 16$  различными способами.

К каждому из этих 16 расположений можно присоединить часть III четырьмя способами (III, 1; III, 2; III, 3; III, 4); следовательно, первые три части физиономии могут быть составлены  $16 \times 4 = 64$  различными способами.

Таким же образом узнаем, что части I, II, III, IV могут быть расположены  $64 \times 4 = 256$  различными способами; части I, II, III, IV, V — 1024 способами; части I, II, III, IV, V, VI — 4096 способами и т. д. И наконец, все девять частей портрета можно соединить  $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$ , т. е. 262 144 способами.

Итак, из 9 наших брусков возможно составить не 1000, а больше четверти миллиона различных портретов!

Задача весьма поучительна: она объясняет нам, почему так редко встречаются две одинаковые человеческие физиономии. Еще в «Поучении» Мономаха выражается изумление по поводу того, что при огромном числе людей на свете каждый имеет свое особое лицо. Но мы сейчас убедились, что если бы человеческое лицо характеризовалось только 9-ю чертами, допускающими каждая всего 4 видоизменения, то могло бы существовать более 260 000 различных лиц. В действительности же характерных черт человеческого лица больше 9, и видоизменяться они могут больше, чем 4 способами. Так, при 20 чертах, варьирующих каждая на 10 ладов, мы имеем различных лиц:

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \dots (20 \text{ множителей}), \text{ т. е. } 10^{20}, \text{ или} \\ 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Это во много раз больше, чем людей во всем мире (2 000 000 000).

## 88. Слишком много предков

Нелепый результат, который мы получили, исчисляя своих предков, объясняется тем, что было упущено из виду одно весьма простое обстоятельство. Мы не приняли в расчет, что наши отдаленные предки могут быть в кровном родстве между собой и, следовательно, иметь общих предков. Мой отец и моя мать, может быть, уже в 5-м или 6-м поколении назад имели общего деда, который, возможно, был и вашим предком, читатель. Это соображение разбивает все расчеты и уменьшает несметные полчища наших отдаленных предков до весьма скромной цифры, при которой не может быть и речи о тесноте.

## 89. Мужья и жены

Посадим за стол мужчин и рядом с каждым — его жену; таких расположений мы можем иметь, очевидно, 6 (а не 24, так как мы обращаем внимание только на порядок расположения). Теперь, оставив в каждом расположении мужчин на своих местах, пересадим первую жену на место второй, вторую — на место третьей и т. д. до 4-й, которую посадим на место первой. Это будет расположение, которое отвечает требованию задачи (мужья не сидят рядом со своими женами). Таких расположений окажется 6. В каждом из них можно пересадить всех женщин далее на одно место — получим еще 6 пригодных расположений.

Но больше пересаживать женщин уже нельзя, так как жены окажутся тогда снова рядом со своими мужьями, только с другой стороны.

Итак, всех возможных расположений  $6 + 6$ , т. е. 12. Мы можем показать их наглядно, обозначив мужчин римскими цифрами (от 1 до IV), а женщин — арабскими (также от 1 до 4). Вот первые шесть расположений:

I 4	II 1	III 2	IV 3
I 3	II 4	III 1	IV 2
I 2	III 1	IV 3	II 4
I 4	III 2	IV 1	II 3
I 3	IV 1	II 4	III 2
I 2	IV 3	II 1	III 4

Остальные шесть — те же, но мужчины и женщины сидят в обратном порядке.

### 90. Дожди и молебны

Если бы дождь не следовал за молебном в 90% случаев, как утверждал докладчик, то это указывало бы не на полное отсутствие связи между обоими событиями, а на наличие обратной зависимости: молитва о дожде вызывает ясную погоду. Выходит, из-за неточного определения докладчика, что «полезно» возносить молитвы о дожде, когда для урожая необходимо ведро.

Докладчик, рассуждая с математической точностью, должен был сказать, что за молитвой дождя не следует в 50% случаев (а не в 90%). Отсутствие дождя после молебна даже в 50% случаев действительно указывает на то, что молебны служат сами по себе, дожди же идут сами по себе, без всякой взаимной связи, столько же раз случайно совпадая, сколько и не совпадая.

(В подобную же ошибку впадал в начале этого века предсказатель погоды Демчинский, уверявший, что если хотя бы половина его предсказаний исполнится, то он окажет огромную услугу России и всему человечеству).





# 1234567890

Рис. 64. Цифры в зеркале.

## ГЛАВА IX

### ЧИСЛОВЫЕ ГОЛОВЛОМКИ

(№№ 91—100).

#### 91. Девять цифр

Напишите по порядку девять цифр:

1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Вы можете, не меняя их порядка, вставить между ними знаки плюс и минус таким образом, чтобы в результате получилось ровно 100.

Нетрудно, например, вставив  $+$  и  $-$  шесть раз, получить 100 таким путем:

$$12 + 3 - 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 100.$$

Если хотите вставить плюс или минус только 4 раза, вы тоже можете получить 100:

$$123 + 4 - 5 + 67 - 89 = 100.$$

Попробуйте, однако, получить 100, пользуясь знаками плюс и минус всего только три раза!

Это гораздо труднее. И все же — вполне возможно; надо только терпеливо искать.

#### 92. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ

Без сомнения, вы уже обращали внимание на любопытную особенность равенств:

$$\begin{array}{l} 2 + 2 = 4 \\ 2 \times 2 = 4 \end{array}$$

Это единственный пример, когда и сумма и произведение двух целых чисел (при том равных) получаются одинаковые.

Вам, однако, быть может неизвестно, что существуют и

неравные числа, обладающие тем же свойством иметь одинаковые сумму и произведение.

Попытайтесь подыскать примеры таких чисел. Чтобы вы не подумали, что поиски напрасны, скажу вам: таких чисел весьма много; но все это — числа не целые.

### 93. ПЯТЬЮ ТРОЙКАМИ

Пользуясь только пятью тройками и знаками действий, можно написать число 100, — вот как:

$$33 \times 3 + \frac{3}{3} = 100.$$

Но можно ли написать пятью тройками 10? Как вы думаете?

### 94. ЧИСЛО 37

Напишите подобным же образом число 37, пользуясь только пятью тройками и знаками действий.

### 95. НЕОБЫЧАЙНЫЕ ДРОБИ

Обратите внимание на дробь

$$\frac{6729}{13458}$$

В ней употреблены по одному разу все 9 значащих цифр. Дробь эта, как легко убедиться, равна  $\frac{1}{2}$ .

Можете ли вы по тому же образцу составить из девяти цифр следующие дроби:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}?$$

### 96. ЗАГАДОЧНОЕ ДЕЛЕНИЕ

То, что здесь изображено, есть не что иное, как пример деления многозначных чисел, в котором все цифры заменены точками:

$$\begin{array}{r} \begin{array}{cccccccc} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & & & & \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccc} & \bullet & \bullet & \bullet \\ & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\ \hline \begin{array}{cccc} & & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & \bullet & \bullet & \bullet \\ & & & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

Вам не сообщена ни одна цифра делимого и делителя. Известно только, что предпоследняя цифра частного 7. Требуется определить результат этого деления.

Все числа, — отметим на всякий случай, — написаны здесь по десятичной системе счисления.

Ответ на вопрос задачи может быть только один.

### 97. ДВУЗНАЧНОЕ ЧИСЛО

Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то в результате получится снова сумма цифр делимого. Найдите это число.

### 98. ЧИСЛО В ЗЕРКАЛЕ

Какое число при отражении в плоском зеркале «увеличивается» в  $4\frac{1}{2}$  раза?

### 99. ЧЕТНОЕ ПРОСТОЕ ЧИСЛО

Вам известно, конечно, какие числа называются простыми: те, которые делятся без остатка только на себя. Прочие числа называются составными.

Как вы думаете: все ли четные числа — составные, или же существуют четные простые числа?

### 100. ПРИЗНАК ДЕЛИМОСТИ

В подробных учебниках арифметики указывается признак делимости на 7, т. е. способ узнавать заранее, делится ли данное число на 7 без остатка или нет. Способ этот на практике мало удобен. Перелистывая старый математический журнал, я наткнулся на сообщение о другом, несколько более удобном способе: надо прочесть данное число так, как будто оно написано не по десятичной, а по троичной системе. Если так прочитанное число делится без остатка на 7, то разделится и данное число.

Вот пример. Делится ли на 7 число 161? Прочтем его, как написанное по троичной системе: <sup>1</sup>

$$3^3 + 6 \cdot 3 + 1 = 28.$$

---

<sup>1</sup> Не следует смущаться в этих случаях тем, что здесь фигурируют цифры больше 2 (чего в троичной системе собственно быть не должно).

Так как 28 делится на семь, то делится и 161; и в самом деле  $161 : 7 = 23$ .

Еще пример: делится ли на семь число 8234? Читаем его по троичной системе

$$8 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3 + 4 = 143.$$

Так как 143 явно не кратно 7, то и 8234 не делится без остатка на 7. (Если бы мы пожелали, то могли бы испытать таким же образом и делимость на 7 числа 143.)

Вопрос задачи состоит в том, чтобы указать основание этого способа.

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ № 91—100

### 91. Девять цифр

Вот каким способом можете вы получить 100 из ряда девяти цифр и трех знаков «плюс» и «минус»:

$$123 - 45 - 67 + 89 = 100.$$

Это — единственное решение: никакое другое сочетание 9 цифр и знаков «плюс» и «минус», употребленных три раза, не дает в результате 100.

Достигнуть того же результата, употребив знаки сложения и вычитания менее трех раз, — невозможно.

### 92. Сложение и умножение

Существует бесчисленное множество пар таких чисел. Вот несколько примеров:

$3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$	$3 \times 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$
$5 + 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$	$5 \times 1\frac{1}{4} = 6\frac{1}{4}$
$9 + 1\frac{1}{8} = 10\frac{1}{8}$	$9 \times 1\frac{1}{8} = 10\frac{1}{8}$
$11 + 1,1 = 12,1$	$11 \times 1,1 = 12,1$
$21 + 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20}$	$21 \times 1\frac{1}{20} = 22\frac{1}{20}$
$101 + 1,01 = 102,01$	$101 \times 1,01 = 102,01$ , и т. п.

### 93. Пятью тройками

Вот решение задачи:

$$\frac{33}{3} - \frac{3}{3} = 10.$$

Замечательно, что задача эта решалась бы совершенно так же, если бы надо было выразить число 10 не пятью тройками, а пятью единицами,

пятью четверками, семерками, девятками, — вообще пятью какими угодно одинаковыми цифрами. Действительно:

$$\frac{11}{1} - \frac{1}{1} = \frac{22}{2} - \frac{2}{2} = \frac{44}{4} - \frac{4}{4} = \frac{99}{9} - \frac{9}{9}, \text{ и т. п.}$$

Есть и другие виды решения той же задачи:

$$\frac{3 \times 3 \times 3 + 3}{3} = 10$$

$$\frac{3^3}{3} + \frac{3}{3} = 10.$$

94. Число 37

Решений имеется два:

$$33 + 3 + \frac{3}{3}$$

$$\frac{333}{3 \times 3} = 37$$

95. Необычайные дроби

Задача имеет несколько решений. Вот одно из них:

$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{3} & = & \frac{5823}{17469} \\ \frac{1}{5} & = & \frac{2697}{13485} \\ \frac{1}{7} & = & \frac{2394}{16758} \\ \frac{1}{9} & = & \frac{6381}{57429} \end{array} \quad \begin{array}{rcl} \frac{1}{4} & = & \frac{3942}{15768} \\ \frac{1}{6} & = & \frac{2943}{17658} \\ \frac{1}{8} & = & \frac{3187}{25496} \end{array}$$

Существует множество вариантов; особенно разнообразно может быть составлена дробь  $\frac{1}{8}$ : более чем 40 способами!

96. Загадочное деление

Для удобства перенумеруем ряды точек в заданном расположении

$$\begin{array}{r} \text{I} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{II} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{III} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{IV} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{V} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{VI} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \\ \hline \text{VII} \dots\dots\dots | \dots\dots\dots \end{array}$$

Рассматривая II ряд, заключаем, что вторая цифра частного есть 0, — так как понадобилось снести кряду две цифры делимого. Обозначим весь делитель буквою  $x$ . Ряды IV и V показывают, что число  $7x$  (произведение предпоследней цифры частного на делитель), будучи отнято от числа, не превышающего 999, дало разность, не меньшую 100. Ясно, что  $7x$  не может превышать  $999 - 100$ , т. е. 899, откуда  $x$  не больше 128. Далее, мы видим, что число III больше 900, — иначе при отнятии от четырехзначного числа не дало бы двухзначного остатка. Но тогда третья цифра частного должна быть  $900 : 128$ , т. е. больше 7,03 и, значит, равна либо 8, либо 9. Так как числа I и VII четырехзначные, то очевидно, что третья цифра частного 8; а крайняя — 9.

Этим решение задачи, собственно, исчерпывается, так как искомым результатом деления (частное) найден:

90 879.

Нет надобности идти дальше и искать делимое и делитель. Вопрос задачи состоял в отыскании лишь результата деления, т. е. частного. Задача не требует расшифровки всей записи. К тому же, существует не одна, а 11 пар чисел, удовлетворяющих при делении заданному расположению точек и дающих цифру 7 на четвертом месте частного.

Вот эти числа:

$$\left. \begin{array}{l} 10\ 360\ 206 : 114 \\ 10\ 451\ 085 : 115 \\ 10\ 541\ 964 : 116 \\ 10\ 632\ 843 : 117 \\ 10\ 723\ 722 : 118 \\ 10\ 814\ 601 : 119 \\ 10\ 905\ 480 : 120 \\ 10\ 996\ 359 : 121 \\ 11\ 087\ 238 : 122 \\ 11\ 178\ 117 : 123 \\ 11\ 268\ 996 : 124 \end{array} \right\} = 90\ 879.$$

#### 97. Двухзначное число

Искомое число, очевидно, должно быть точным квадратом. Так как среди двухзначных чисел имеется всего шесть квадратов, то испытанием легко находим единственное решение — 81:

$$\frac{81}{8+1} = 8+1.$$

#### 98. Число в зеркале

В состав искомого числа могут, очевидно, входить только цифры 1, 8 и 0 — единственные, имеющие симметричные очертания и, следова-

тельно, не искажаемые плоским зеркалом. Зеркальные отражения всех цифр вы имете на рис. 64 — заставке этой главы.

Зная это, уже легко, не составляя уравнения, подыскать простейшее решение:

$$81 = 4\frac{1}{2} \times 18$$

Но, кроме него, существует и ряд других: 1818; 18 018; 180 018; 1,8; 18,18 и т. п.

### 99. Четное простое число

Одно четное простое число существует: число 2. Оно делится только на себя.

### 100. Признак делимости

Пусть данное число состоит из 4 цифр:  $a, b, c, d$ . Прочтенное по десятичной системе, оно равно:

$$a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d.$$

А по троичной системе:

$$a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d.$$

Вычтя второе выражение из первого, имеем:

$$a(10^3 - 3^3) + b(10^2 - 3^2) + c(10 - 3).$$

Множитель  $(10 - 3)$ , конечно делится на 7, потому что он равен 7. Знакомым с начатками алгебры известно также, что и выражения  $10^3 - 3^3$ ,  $10^2 - 3^2$  и т. п. делятся без остатка на  $(10 - 3)$ , т. е. на 7. Значит, все выражение, получаемое здесь от вычитания, должно делиться без остатка на 7. Если при этом делится на 7 и вычитаемое, то должно делиться и уменьшаемое. Другими словами, если число, прочитанное по троичной системе, делится на 7, то должно делиться на 7 и то же число, прочитанное по десятичной системе.

Легко видеть, что рассуждение это применимо и к числам, состоящим более чем из 4 цифр.

---

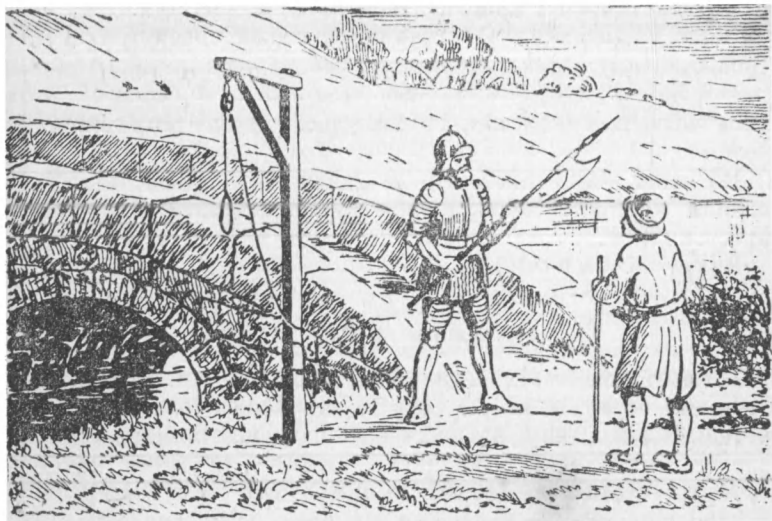


Рис. 65. «—Зачем идешь?—остановил крестьянина часовой». (Задача 101-я)

## ГЛАВА X

### ЗАТРУДНИТЕЛЬНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

(№№ 101—110).

Из десяти случаев затруднительных положений, о которых рассказывается в этой главе, большинство представляет собою очень древние задачи. Но так как часто «ново то, что хорошо забыто», то мы все же отводим им место в нашем сборнике.

#### 101. ЖЕСТОКИЙ ЗАКОН

Жил некогда жестокий правитель, который не желал никого впускать в свои владения. У моста через пограничную реку был поставлен часовой, вооруженный с головы до ног, и ему приказано было спрашивать каждого путника:

— Зачем идешь?

Если путник говорил неправду, часовой обязан был схватить его и тут же повесить. Если же путник говорил правду, ему и тогда не было спасения: часовой должен был немедленно утопить его в реке.



Таков был суровый закон правителя, и неудивительно, что никто не решался приблизиться к его владениям.

Нашелся, однако, крестьянин, который, несмотря на это, спокойно подошел к охраняемому мосту у запретной границы.

— Зачем идешь? — сурово остановил его, часовой, готовясь казнить смельчака, безрассудно идущего на верную гибель.

Но ответ был таков, что озадаченный часовой, строго исполняя жестокий закон, ничего не мог поделать с догадливым крестьянином.

Каков же был ответ?

## 102. МИЛОСТИВЫЙ ЗАКОН

В некотором государстве был такой обычай. Каждый преступник, осужденный на смерть, тянул перед казнью жребий, который давал ему надежду на спасение. В ящик опускали две бумажки: одну с надписью «жизнь», другую с надписью «смерть». Если осужденный вынимал первую бумажку, он получал помилование; если же он имел несчастье извлечь бумажку с надписью «смерть», — приговор приводился в исполнение.

У одного человека, жившего в этой стране, были враги, которые оклеветали его и добились того, что суд приговорил несчастного к смертной казни. Мало того: враги не желали оставить невинно-осужденному ни малейшей возможности спасения. В ночь перед казнью они тайно извлекли из ящика бумажку с надписью «жизнь» и заменили ее жребием с надписью «смерть». Значит, какой бы жребий ни вынул осужденный, он не мог избежать смерти.

Так думали враги. Но были у него и друзья, которым стали известны козни врагов. Они успели предупредить осужденного, что в ящике оба жребия имеют надпись «смерть». Друзья убеждали несчастного открыть перед судьями преступный подлог его врагов и настаивать на осмотре ящика с жребиями.

Но, к изумлению, осужденный просил друзей хранить проделку врагов в строжайшей тайне и уверял, что тогда он будет наверное спасен. Друзья приняли его за безумного.

На утро осужденный, ничего не сказав судьям о заговоре своих врагов, вынул жребий — и был отпущен на свободу.

Как же удалось ему счастливо выйти из своего, казалось бы, безвыходного положения?

### 103. УЧИТЕЛЬ И УЧЕНИК

То, что описано далее, произошло, говорят, в древней Греции. Учитель мудрости, софист Протагор, взялся обучить молодого Квантла всем приемам адвокатского искусства. Между учителем и учеником было заключено условие, по которому ученик обязался уплатить своему учителю вознаграждение тотчас же после того, как впервые обнаружатся его успехи, т. е. после первой же выигранной им тяжбы.

Квантл прошел уже весь курс обучения. Протагор ожидает платы, но ученик не торопится выступить на суде. Как быть? Учитель, чтобы взыскать с ученика долг, подал на ученика в суд. Он рассуждал так: если дело будет истцом выиграно, деньги должны быть взысканы на основании судебного решения; если же тяжба будет истцом проиграна и, следовательно, выиграна ответчиком, то деньги опять-таки должны быть уплачены Квантлом по уговору — платить после первой же выигранной учеником тяжбы.

Однако, ученик считал тяжбу Протагора, напротив, совершенно безнадежной. Он, как видно, действительно кое-что перенял у своего учителя и рассуждал так: если его присудят к уплате, то он не должен платить по уговору — ведь он проиграл свою первую тяжбу; если же дело будет решено в пользу ответчика, то и тогда он не обязан платить — на основании судебного решения.

Настал день суда. Судья был в большом затруднении. Однако, после долгого размышления, он нашел выход и вынес решение, которое, не нарушая условий уговора между учителем и учеником, давало учителю возможность получить свое вознаграждение.

Каков же был приговор судьи?

### 104. НАСЛЕДСТВО

Вот также старинная задача, которую любили задавать друг другу законники древнего Рима:

Вдова обязана оставшееся после мужа наследство в 3500 рублей разделить с ребенком, который должен родиться. Если это будет сын, то мать, по римским законам, получает половину сыновней доли. Если родится дочь, то мать получает двойную долю дочери. Но случилось так, что родились близнецы — сын и дочь. Как следует разделить наследство, чтобы были выполнены все требования закона?

### 105. КАК ПОДЕЛИТЬ?

Два араба, проголодавшись в пути, решили остановиться, чтобы поесть. У одного было с собою 5 хлебцев, у другого — 3. Только что они собрались есть, как к ним подошел третий



Рис. 66. «К двум арабам подошел третий»... (Задача 105-я).

араб, не имевший хлеба, и попросил разрешения участвовать в трапезе, обещая уплатить за это. Арабы согласились. Когда все хлебцы были совместными усилиями съедены, гость заплатил двум арабам 8 пиастров и ушел.



Рис. 67. Раздел молока.

Арабы стали раздумывать над тем, как всего справедливее следует поделить между ними полученные деньги. Но решить этой задачи им не удалось.

А вам, читатель, не удастся ли?

### 106. ПЕРЕЛИВАНИЕ

Перед вами кувшин, содержащий 4 литра молока. Вам необходимо разделить эти 4 литра поровну между двумя товарищами, но у вас имеется из посуды только еще два пустых кувшина: один, вмещающий  $2\frac{1}{2}$  литра, и другой, вмещающий  $1\frac{1}{2}$  литра.

Как же поделить 4 литра молока пополам помощью только этих трех сосудов? Придется, конечно, несколько раз переливать молоко из сосуда в сосуд. Но как?

### 107. НА БОЛОТЕ

Отряд красноармейцев после маневров очутился однажды в местности, совершенно лишенной растительности, и притом с почвой настолько неудобной, что хотя по ней и можно было ступать, но сесть на нее было невозможно. Усталый отряд подвигался вперед в поисках подходящего места для привала, но на десятки километров простиралась все та же неудобная почва. Как отдохнуть, если нет кругом ни единого подходящего местечка и ничего такого, что можно было бы подостлать или на что можно было бы сесть?

И все-таки одному красноармейцу удалось напасть на счастливую мысль, которая выручила отряд из затруднительного положения. Красноармейцы уселись и отдохнули. Как? Отгадайте!

### 108. КАК РАЗМЕСТИТЬ?

В весьма затруднительном положении оказался однажды дежурный гостиницы. Прибыло сразу 11 постояльцев, желавших иметь каждый для себя отдельную комнату; свободных же комнат имелось в гостинице только 10. Приезжие были очень настойчивы, и надо было во что бы то ни стало разместить 11 человек в 10 комнатах так, чтобы в каждой было по одному человеку. Это, повидимому, никак невозможно. Дежурный ухитрился, однако, найти «решение» столь головоломной задачи.

Вот что он придумал. В первую комнату он поместил первого гостя и попросил у него разрешения временно, — минут на пять, — поместить туда же и 11-го гостя. Когда эти двое гостей были так устроены, он поместил:

3-го гостя	— во	2-ю комнату	
4-го	» — в	3-ю	»
5-го	» — »	4-ю	»
6-го	» — »	5-ю	»
7-го	» — »	6-ю	»
8-го	» — »	7-ю	»
9-го	» — »	8-ю	»
10-го	» — »	9-ю	»

Оставалась, как видите, свободной 10-я комната. Туда-то и был помещен 11-й гость, временно пребывавший в 1-й комнате, — к большому удовлетворению всей компании и, вероятно, к немалому удивлению многих читателей этой книги.

В чем же кроется секрет проделки?

### 109. ПОКУПКА ОБЛИГАЦИЙ

На собрании было решено провести между присутствующими подписку на заем.

Предложение было всеми охотно принято, а присутствовавший здесь рабочий — назовем его *А*, — выигравший по предыдущему займу крупную сумму, тотчас же выразил готовность подписаться на столько облигаций 5-ти рублевого достоинства, сколько их приобретут все прочие участники собрания, вместе взятые. Другой рабочий — назовем его *В* — обещал приобрести половину того числа облигаций, какое будет куплено всеми остальными собравшимися, вместе взятыми (включая и *А*).

Вскоре выяснилось, что присутствующие, кроме *А* и *В*, подписались все вместе на 40 облигаций. Когда же дошла очередь до *А* и *В*, то возникло затруднение, о котором никто раньше не подумал, хотя его можно было предвидеть. Именно: чтобы исполнить свои обещания, *А* должен был знать, сколько облигаций приобрел *В*, а рабочий *В*, в свою очередь, не мог подписаться, пока не выяснится, на сколько облигаций подписался *А*. Оба ждали друг друга, и положение казалось совершенно безвыходным, пока кем-то из присутствовавших не был указан весьма простой и логичный выход.

Какой?

(Задачу требуется решить чисто арифметическим путем.)

### 110. ДВЕ СВЕЧИ

Внезапно погас электрический свет в квартире: перегорел предохранитель. Я зажег две свечи, предусмотрительно заготовленные на письменном столе, и занимался при их свете, пока повреждение сети не было исправлено.

На другой день понадобилось установить, сколько времени квартира оставалась без тока. Я не заметил, в котором часу прекратилось освещение и в котором оно возобновилось. Не знал я также первоначальной длины свеч. Я помнил только, что свечи были одинаковой длины, но разной толщины: толстая из тех, которые сгорают целиком в 5 часов, тонкая — в

4 часа. Обе свечи были зажжены мною впервые. Остатков свеч я не нашел — домашние их выбросили.

— Огарки были малы, не стоило хранить, — объяснили мне.

— Не вспомните ли хотя бы, какой они были длины?

— Неодинаковой. Один в 4 раза длиннее другого.

Больше мне ничего не удалось дознаться. Приходилось ограничиться перечисленными сведениями и по ним устанавливать продолжительность горения свеч.

Как бы вы вышли из этого затруднения?

## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 101—110.

### 101. Жестокий закон

На вопрос часового: «Зачем идешь?» крестьянин ответил:

— Иду, чтобы быть повешенным вот на этой виселице!

Ответ поставил часового в тупик. Что сделать с крестьянином? Повесить? Но тогда крестьянин сказал правду, за правдивый же ответ было приказано не вешать, а топить. Однако, и утопить нельзя: в таком случае крестьянин солгал, а за ложное показание предписывалось повешение.

Так часовой и не мог ничего поделать с находчивым крестьянином

### 102. Милостивый закон

Вынимая жребий, осужденный поступил так: извлек одну бумажку из ящика и, никому не показывая, разорвал ее. Судьи, желая установить, что было написано на уничтоженной бумажке, должны были вынуть из ящика оставшуюся бумажку: на ней было написано «смерть». Следовательно, — рассуждали судьи, — на разорванной бумажке была надпись «жизнь» (они ведь ничего не знали о заговоре).

Так, готовя невинно осужденному верную гибель, враги обеспечили ему спасение.

### 103. Учитель и ученик

Приговор был таков: учителю в иске отказать, но предоставить ему право возбудить дело вторично на новом основании, — именно на том, что ученик выиграл свою первую тяжбу. Эта вторая тяжба должна быть решена уже бесспорно в пользу учителя.

### 104. Наследство

Вдова должна получить 1000 руб., сын — 2000 руб., дочь — 500 руб. Тогда воля завещателя будет исполнена, потому что вдова получит вдвое меньше сына и вдвое больше дочери.

### 105. Как поделить?

Третий участник трапезы заплатил 8 пиастров за третью долю ее стоимости. Следовательно, вся трапеза, т. е. 8 хлебцев, стоила 24 пиастра. Владелец 5 хлебцев участвовал в общих расходах 5-ю хлебцами, т. е. 15-ю пиастрами; так как на 8 пиастров он съел, то ему причитается еще 7 пиастров. Владелец 3 хлебцев участвовал 9-ю пиастрами, съел же на 8 пиастров, и, значит, ему причитается еще 1 пиастр.

Итак, из 8 пиастров обладатель пяти хлебцев должен получить 7, другой араб — 1.

### 106. Переливание

Придется сделать 7 переливаний, которые показаны наглядно в следующей табличке:

	4 литра	$1\frac{1}{2}$ литра	$2\frac{1}{2}$ литра
1-е . . . . .	$1\frac{1}{2}$	—	$2\frac{1}{2}$
2-е . . . . .	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	1
3-е . . . . .	3	—	1
4-е . . . . .	3	1	—
5-е . . . . .	$\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$
6-е . . . . .	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	2
7-е . . . . .	2	—	2

### 107. На болоте

Красноармейцы сели... друг другу на колени. Выстроились по кругу и каждый сел на колени своего соседа. Вы думаете, что последнему бойцу пришлось все-таки сидеть на болоте? Ничуть: при круговом расположении ведь нет этого «последнего» бойца: каждый опирается на колени своего соседа, и кольцо сидящих замыкается. (Сравните расположение ножей в задаче № 11.)

Если это представляется вам сомнительным, попробуйте с несколькими десятками товарищей устроить такое кольцо сидящих. Вы сможете на деле убедиться, что изобретательный красноармеец нашел действительный, а не кажущийся выход из положения.

### 108. Как разместить?

Секрет в том, что не отведено было комнаты для второго постояльца: после 1-го и 11-го гости сразу перешли к 3-му, забыв о втором. Оттого-то и «удалось» столь невозможное размещение.

### 109. Покупка облигаций

Задача может быть решена крайне просто. Рабочий *A* обещал купить столько облигаций, сколько приобретут все прочие, — значит, он купит половину всех облигаций. Подобным же образом соображаем, что *B* купит одну треть всех облигаций. Оба рабочих вместе должны приобрести, следовательно,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  общего числа облигаций, а все прочие —  $\frac{1}{6}$ . Отсюда ясно, что 40 штук составляют шестую долю всех купленных облигаций. Найдя общее число (240), отыскиваем число облигаций, которые должны купить *A* и *B* — 120 и 80.

### 110. Две свечи

Для решения этой задачи придется составить простенькое уравнение. Обозначим число часов горения свеч через  $x$ . Каждый час сгорала  $\frac{1}{5}$  (по длине) толстой свечи и  $\frac{1}{4}$  тонкой. Значит, длина огарка толстой свечи выразится (в долях длины целой свечи) через  $1 - \frac{x}{5}$ , а тонкой через  $1 - \frac{x}{4}$ . Нам известно, что свечи были одинаковой длины и что учетверенная длина толстого огарка

$$4\left(1 - \frac{x}{5}\right)$$

равнялась длине  $\left(1 - \frac{x}{4}\right)$  тонкого огарка:

$$4\left(1 - \frac{x}{5}\right) = 1 - \frac{x}{4}.$$

Решив это уравнение, узнаем, что  $x = 3\frac{3}{4}$  часа.

Свечи горели 3 часа 45 мин.

---





Рис. 68. «Затейник безошибочно отгадывает»...

## ГЛАВА XI

### ФОКУСЫ И ИГРЫ

(№№ 111—120).

#### 111. ОТГАДЧИК

Затейник с завязанными глазами безошибочно отгадывает, в какой руке у вас гривенник. Делает он это так:

— Возьмите, — говорит он вам, — в одну руку гривенник, в другую монету в 3 копейки.

Когда вы это сделали, он продолжает:

— Удвойте мысленно то, что у вас в правой руке, и утройте то, что в левой.

Вы исполняете требуемое; тогда он просит вас сложить оба числа и спрашивает, получилось ли четное или же нечетное число.

— Четное, — отвечаете вы, например.

— Гривенник в левой руке, — тотчас же объявляет он и всегда отгадывает безошибочно.

Почему?

#### 112. ФОКУС С МОНЕТОЙ

Существует простой способ превратить любого человека в безошибочного отгадчика спрятанной монеты. Вот как обставляется этот фокус.

Вы вынимаете из своего кошелька монету и, никому не показывая, кладете ее в карман вашего собеседника. После этого вы заявляете ему, что, не видя монеты, он безошибочно отгадает, какого она достоинства. Он, конечно, заявит, что не обладает подобным даром, — но вы настаиваете на своем. Между вами происходит затем такой разговор:

— Монеты бывают, — начинаете вы, — медные и серебряные. Какие вы выбираете?

— Серебряные, — отвечает наобум ваш собеседник.

— Значит, остаются медные, — продолжаете вы. — Медные бывают 1 коп., 2 коп., 3 коп., 5 коп. Выберите из них две, какие угодно,

— 1 коп. и 3 коп.

— А из них выберите одну.

— 1 копейка.

— Значит, остаются только 3 копейки. Посмотрите теперь, что в вашем кармане.

Собеседник извлекает из кармана спрятанную вами монету и с изумлением убеждается, что действительно отгадал ее. А ведь он все время отвечал наобум! В чем же дело?

### 113. ИСЧЕЗАЮЩАЯ ПАЛОЧКА

Перерисуйте аккуратно фигуру, которая изображена здесь на рис. 69. Прорежьте окружность ножницами и поверните вырезанный круг против часовой стрелки так, чтобы отрезанная часть каждой палочки примкнула к остатку соседней. Произойдет загадочная метаморфоза: вместо прежних 13 палочек на рисунке окажется только 12. Одна палочка неожиданно исчезла. Куда?

При обратном же повороте круга исчезнувшая палочка вновь появляется. Откуда?

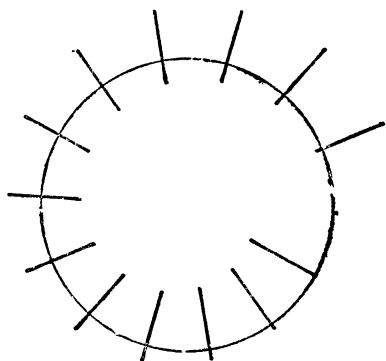


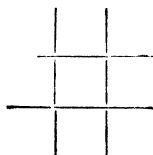
Рис. 69. Загадочно исчезающая палочка.

### 114. ИГРА В 15

Это не та игра в 15, которая состоит в передвижении квадратных перенумерованных шашек в небольшой коробке.<sup>1</sup> Предлагаемая игра — иного рода и больше похожа на общеизвестную игру в нули и единицы. Играют двое, по очереди. Первый партнер пишет какую-нибудь цифру, от 1 до 9, в

<sup>1</sup> См. мою «Живую математику».

одной из клеток изображенной здесь решетки. Второй пишет другую цифру, выбирая квадратик так, чтобы первый игрок очередным ходом не мог закончить ряда из трех цифр (ряд может быть поперечный или диагональный), сумма которых равна 15.



Влигрывает тот, который заканчивает своим ходом ряд с суммой 15 или же заполняет последнюю клетку всей решетки.

Как вы думаете: существует ли способ наверняка выиграть в эту игру?

#### **115. ИГРА В 32**

Играют вдвоем. Кладут на стол 32 спички. Тот, кто начинает играть, берет себе одну, две, три или четыре спички. Затем и другой берет себе сколько хочет спичек, но тоже не более 4. Потом опять первый берет не свыше 4 спичек. И так далее. Кто возьмет последнюю спичку, тот и выигрывает.

Игра очень проста, как видите. Но она любопытна тем, что тот, кто начинает игру, всегда может выиграть, — если только правильно рассчитает, сколько спичек ему нужно брать.

Можете ли вы указать, как должен он играть, чтобы выиграть?

#### **116. ТО ЖЕ НАОБОРОТ**

«Игру в 32» можно видоизменить: тот, кто берет последнюю спичку, не выигрывает, а, наоборот, проигрывает. Как следует здесь играть, чтобы наверняка выиграть?

#### **117. ИГРА В 27**

Эта игра похожа на предыдущие. Она также ведется между двумя партнерами и тоже состоит в том, что играющие поочередно берут не более 4 спичек. Но конец игры иной: выигравшим считается тот, у кого по окончании игры окажется четное число спичек.

И тут начинающий имеет преимущество. Он может так рассчитать свои ходы, что наверняка выиграет. В чем состоит здесь секрет беспроигрышной игры?

## 118. НА ИНОЙ ЛАД

При игре в 27 можно поставить и обратное условие: чтобы считался выигравшим тот, у кого после игры окажется нечетное число спичек.

Каков в этом случае способ бесприигрышной игры?

## 119. ВЕСЫ ... ОТГАДЧИК

Вы задумываете любое число, не больше 31. Я предлагаю вам разыскать его в следующих 5 табличках:

8	9	10	11	12	13	14
15	24	25	26	27	28	29
30	31					

1	3	5	7	9	11	13
15	17	19	21	23	25	27
29	31					

16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27
28	29	30	31		

2	3	6	7	10	11	14
15	18	19	22	23	26	27
30	31					

4	5	6	7	12	13	14
15	20	21	22	23	28	29
30	31					

Вы отбираете те из этих табличек, в которых имеется задуманное вами число, и передаете мне. Я кладу полученные от вас таблички на весы для писем — и указатель весов оставливается против задуманного вами числа.

В чем секрет фокуса?

## 120. ТАИНСТВЕННЫЕ КУБИКИ

Приготовьте из бумаги несколько кубиков (например четыре) и пометьте их грани цифрами, располагая так, как показано здесь на рис. 70. С этими кубиками вы можете показывать приятелям интересный арифметический фокус.

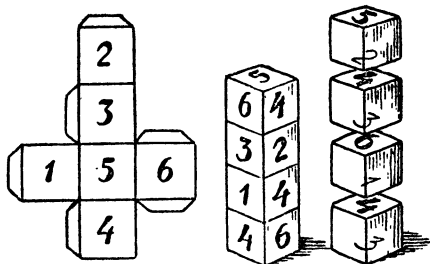


Рис. 70. Фокус с кубиками.

Попросите товарищей в вашем отсутствии наложить кубики один на другой столбиком в любых положениях. Войдя в комнату, вы с одного взгляда, брошенного на столбик, сразу определяете, чему равна сумма всех цифр на закрытых гранях четырех кубов. Например, в том случае, который изображен на рисунке, вы называете сумму 23. Легко убедиться, что она названа верно.

Как это делается?

## РАЗГАДКИ ФОКУСОВ И ИГР (№№ 111—120)

### 111. Отгадчик

Когда вы удваиваете или утраиваете четное число, вы всегда получаете в результате число тоже четное. Другое дело с числом нечетным: при удвоении оно становится четным, но при утроении остается нечетным. Гривенник, следовательно, дает четное число и при удвоении и при утроении; напротив, 3 копейки дают четное только при удвоении; утроенные они дают число нечетное. Мы знаем также, что, складывая четное число с четным, получаем четное, а складывая четное и нечетное, получаем всегда число нечетное.

Отсюда прямо вытекает, что если в нашем фокусе сумма оказалась четной, значит, три копейки были удвоены, а не утроены, — т. е. находились в правой руке.

Если бы сумма была нечетной, это означало бы, что три копейки подверглись утроению и, следовательно, находились в левой руке.

### 112. Фокус с монетой

Разгадка проста до смешного. Секрет ясен хотя бы, например, уже из того, что если бы на последний вопрос вам ответили не «1 коп.», а прямо «3 коп.», — успех отгадывания был бы не менее блестящий. Дело тут, — как вы вероятно уже сообразили, — вот в чем. Смотря по тому, что вам нужно, вы сосредоточиваете внимание «отгадчика» либо на тех монетах, которые он назвал, либо же на тех, которых он не назвал. А так как задуманная монета должна непременно оказаться либо среди названных, либо среди неназванных, то вам всегда удастся повернуть ответ собеседника в нужную сторону.

Разумеется, если вы проделаете этот фокус несколько раз подряд, уловка будет замечена и раскрыта. Но не злоупотребляйте недогодливостью товарища, и вам удастся озадачить иной раз самого проныкательного человека.

### 113. Исчезающая палочка

Чтобы объяснить, на чем основан этот фокус, рассмотрим его сначала в упрощенном виде. На рисунке вы видите картонный лист с изображенными на нем 13 палочками. Лист разрезан по диагонали. Если обе части листа немного раздвинуть, как показано на рисунке, то вместо 13 палочек получится только 12: одна исчезает. Нетрудно в этом случае догадаться, куда она девалась: каждая из новых 12 палочек немного длиннее прежней, именно — на 12-ю долю. Ясно, что при раздвигании одна палочка разделилась на 12 частей, которые и удлиннили каждую из остальных. При обратном сдвигании частей картонного листа исчезающая палочка появляется вновь — за счет укорочения прочих.

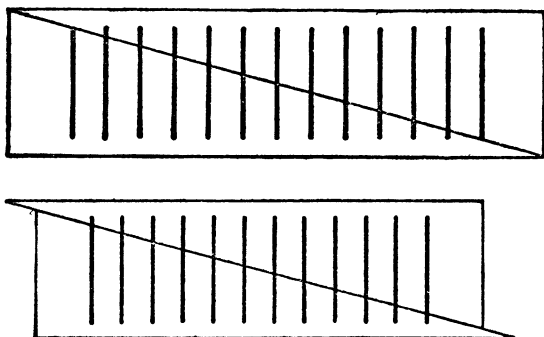


Рис. 71 и 72. Разгадка фокуса с исчезающей палочкой.

Палочки рис. 69, расположенные в кружок, отличаются той же особенностью: при повороте круга на небольшой угол одна из 13 палочек исчезает: она распределяется поровну между 12-ю остальными.

### 114. Игра в 15.

Желая выиграть наверняка, надо начать с цифры 5. В какой клетке ее написать? Рассмотрим по порядку три возможных здесь случая.

1) Пятерка написана в средней клетке. Какую бы клетку ни выбрал партнер, вы можете написать в свободной клетке того же ряда

		$x$
	5	
10— $x$		

15—5— $x$  (где  $x$  — цифра, написанная противником). Число 15—5— $x$ , т. е. 10— $x$ , разумеется, меньше 9.

2) Пятерка в одной из угловых клеток. Партнер выберет либо клетку  $x$ , либо клетку  $y$ . Если он напишет цифру  $x$ , вы должны написать  $y = 10 - x$ ; если он напишет  $y$ , вы отвечаете цифрой  $x = 10 - y$ . В обоих случаях вы выигрываете.

5		
		$x$
	$y$	

3) Пятерка в середине краевого ряда. Партнер может занять одну из четырех клеток  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , или  $t$ . На цифру  $x$  вы отвечаете  $y = 10 - x$ ;

	$x$	$z$
5		
	$y$	$t$

на  $y$  отвечаете  $x = 10 - y$ ; на  $z$  отвечаете цифрой  $t = 10 - z$ ; на  $t$  отвечаете  $z = 15 - t$ . Во всех случаях ваш выигрыш обеспечен.

### 115. Игра в 32

Нехитрый секрет беспроигрышной игры найти довольно легко, если попробовать сыграть партию с конца. Нетрудно видеть, что если предпоследним вашим ходом вы оставите партнеру на столе 5 спичек, — то выигрыш для вас обеспечен: партнер не может взять больше 4 спичек, и следовательно, вы можете взять после него все остальные. Но как устроить, чтобы вы наверняка могли предпоследним ходом оставить на столе 5 спичек? Для этого необходимо предшествующим ходом оставить противнику ровно 10 спичек: тогда, сколько бы он ни взял, он не оставит вам меньше 6, — и вы всегда сможете оставить ему 5. Далее: как достичь того, чтобы партнеру пришлось брать из 10 спичек? Для этого надо в предыдущий ход оставить на столе 15 спичек.

Так, последовательно вычитая по пять, мы узнаем, что раньше на столе надо оставить 20 спичек, а еще ранее — 25 спичек, и наконец в первый раз — 30 спичек, — т. е., начиная игру, взять 2 спички.

Итак, вот секрет беспроигрышной игры: сначала берите 2 спички, затем, — после того как партнер взял несколько спичек, — берите столько, чтобы на столе осталось 25; в следующий раз оставьте на столе 20, потом 10 и, наконец, 5. Последняя спичка всегда будет ваша.

## 116. То же, но наоборот

Если условие игры обратное, — т. е. взявший последнюю спичку считается проигравшим, — то вам надо в предпоследний ваш ход оставить на столе 6 спичек; тогда, сколько бы ни взял ваш партнер, он не может оставить вам меньше 2 и больше 5, т. е. вы во всяком случае следующим ходом сможете последнюю спичку оставить ему. Но как привести к тому, чтобы оставить на столе 6 спичек? Для этого надо предшествующим ходом оставить на столе 11 спичек, а еще более ранними ходами — 16, 21, 26 и 31 спичку.

Итак, вы начинаете с того, что берете только 1 спичку, а дальнейшими ходами оставляете вашему партнеру 26, 21, 16, 11 и 6 спичек; последняя спичка неизбежно достается противнику.

## 117. Игра в 27

Здесь разыскать способ беспроигрышной игры несколько труднее, чем при игре в 32.

Надо исходить из следующих двух соображений:

1) Если у вас перед концом партии нечетное число спичек, вы должны оставить противнику 5 спичек, — и ваш выигрыш обеспечен. В самом деле: следующим ходом противник оставит вам 4, 3, 2 или 1 спичку; если 4 — берете 3 и выигрываете; если 3 — берете их и выигрываете; если 2 — берете 1 и выигрываете.

2) Если же перед концом игры у вас оказывается четное число спичек, то вы должны оставить противнику 6 или 7 спичек. В самом деле: проследим, как пойдет дальнейшая игра. Если противник следующим ходом оставляет вам 6 спичек, вы берете одну и, обладая теперь уже нечетным числом спичек, спокойно оставляете противнику 5 спичек, с которыми он должен неизбежно проиграть. Если он оставит вам не 6, а 5 спичек, вы берете 4 и выигрываете. Если оставит 4, вы их берете и выигрываете. Если оставит 3 — берете 2 и выигрываете. И наконец, если оставит 2, — вы выигрываете. Меньше двух он оставить не может.

Теперь уже нетрудно найти способ беспроигрышной игры. Он состоит в том, что вы должны, имея у себя нечетное число спичек, оставлять противнику на столе такое число их, которое на 1 меньше кратного 6, — т. е. 5, 11, 17, 23; имея же четное число спичек, вы должны оставить противнику на столе число, кратное 6, или на единицу больше, — т. е. 6 или 7, 12 или 13, 18 или 19, 24 или 25. Нуль можно считать четным числом; поэтому, начиная игру, вы должны взять из 27 спичек две или три, а в дальнейшем поступать согласно предыдущему. Ведя так игру, вы неизбежно выигрываете. Не давайте только противнику выхватить у вас вить игры.



## 118. На иной лад

Если условие игры обратное и выигравшим считается обладатель нечетного числа, вы должны поступать при игре следующим образом: имея четное число спичек, оставляйте противнику на 1 меньше, чем кратное 6; имея же нечетное число, — оставляйте ему кратное 6 или на 1 больше. Это неизбежно должно привести вас к выигрышу. Начиная игру, вы имеете нуль-спичек (т. е. как бы четное число); поэтому первым ходом берете 4 спички, оставляя противнику 23.

## 119. Весы ... отгадчик

Фокус основан на том, что всякое число можно представить как сумму степеней числа 2. Например:

$$17 = 2^4 + 2^0$$

$$26 = 2^4 + 2^3 + 2^1$$

Это прямо следует из того, что любое число может быть написано в двоичной системе счисления.<sup>1</sup> Значит, каждое из 31 числа, какое вы можете задумать, распадается на слагаемые вида  $1 + 2 + 4 + 8 + 16$ . Таблички задачи составлены так, что одна из них включает все числа, в состав которых при указанном сложении входит 1, другая — все те, в состав которых входит 2, третья — все, содержащие в составе слагаемых 4, четвертая — 8 и пятая — 16. (Таблички начинаются именно с этих чисел: 1, 2, 4, 8, 16.) Если сложить первые числа отобранных загадчиком таблиц, получится задуманное число. Пусть, например, отобраны таблички, начинающиеся с чисел 16, 1 и 4; сложив эти числа, получаем  $16 + 1 + 4 = 21$ ; значит, задумано 21.

Теперь остается объяснить, почему указатель весов останавливается как раз против задуманного числа. Это достигается весьма простым приемом: табличка, начинающаяся с 1, весит 1 грамм; начинающаяся с 2 — 2 г, с 4 — 4 г, и т. д. Ясно, что положив таблички, начинающиеся с 16, 1 и 4, мы получим груз в 21 г, и указатель весов покажет это число.

Можно устроить весы и так, чтобы они показывали задуманное число, когда на чашку положены таблички, не содержащие этого числа (т. е. те, которые остаются после отбора). Дело в том, что сумма весов всех табличек равна

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31 \text{ г.}$$

Если отобранные таблички весят  $n$  г, то остающиеся должны весить  $(31 - n)$  граммов. Вполне возможно переделать шкалу весов так, чтобы указатель показывал не  $31 - n$ , а  $n$ . Для этого достаточно лишь на

<sup>1</sup> См. мою «Занимательную арифметику», гл. IV и VI.

шкале вместо 0 поставить 31, вместо 1 пометить — 30, вместо 2 поставить — 29 и т. д.

Нетрудно также составить таблички, по которым отгадываются числа больше чем 31 (числа до 63, до 127 и т. д.).

(Такого рода «весовой отгадчик» придуман мною для математического отдела «Дома занимательной науки» в Ленинграде).

## 120. Таинственные кубики

Разгадка кроется в порядке расположения чисел на гранях каждого куба: они расположены так, что сумма чисел, обозначенных на противоположных гранях куба, во всех случаях равна 7 (проверьте по рис. 70). Поэтому сумма чисел на верхних и нижних гранях всех четырех кубов, сложенных в столбики, равна  $7 \times 4 = 28$ . Отняв от 28 то число, которое написано на верхней грани верхнего куба, вы безошибочно определяете сумму чисел на всех семи закрытых гранях столбика.

---

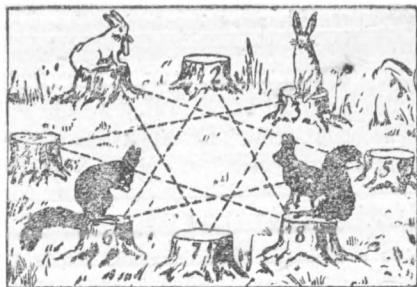


Рис. 73. Задача о белках и кроликах.

## ГЛАВА XII

### ГОЛОВОЛОМНЫЕ РАЗМЕЩЕНИЯ И ПЕРЕСТАНОВКИ

(№№ 121—130).

#### 121. БЕЛКИ И КРОЛИКИ

Перед вами восемь пней, перенумерованные на рисунке 73. На пнях № 1 и № 3 сидят кролики, на № 6 и № 8 — белки. Но и белки и кролики недовольны своими местами; они хотят обменяться пнями: белки желают сидеть на местах кроликов, а кролики на местах белок. Они могут сделать это, перепрыгивая с пня на пенёк — однако только по линиям, обозначенным на рисунке.

Как они могли бы это сделать? Помните следующие правила:

1) Прыгать с пня на пенёк можно только по тем линиям, которые обозначены на рисунке. Каждый зверек может делать и несколько прыжков кряду.

2) Два зверька на одном пне поместиться не могут, — поэтому прыгать можно только на свободный пенёк.

Имейте также в виду, что зверьки желают обменяться местами наименьшим числом прыжков. Впрочем, меньше чем 16 прыжками они сделать этого не могут.

#### 122. ДАЧНОЕ ЗАТРУДНЕНИЕ

Прилагаемый чертеж изображает план маленькой дачи, в тесных комнатах которой размещена следующая мебель: письменный стол, рояль, кровать, буфет и библиотечный шкаф. Свободна пока от мебели только комната № 2.

Нанимателю дачи понадобилось обменять местами рояль и библиотечный шкаф. Это была не легкая задача: комнаты настолько малы, что две из перечисленных вещей в одной комнате сразу поместиться не могут. Выручило наличие комнаты № 2, свободной от мебели. Передвигая вещи из одной комнаты в другую, удалось наконец добиться желаемой перестановки.

Как можно выполнить этот обмен наименьшим числом перемещений?

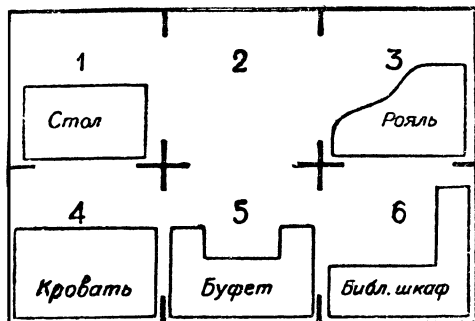


Рис. 74. Дачное затруднение.

### 123. ОБМЕН МОНЕТ

Начертите крупно фигуру, изображенную на рис. 75 и обозначьте каждую ее клетку буквой в уголке. В три клетки верхнего ряда положите медные монеты: 1 коп., 2 коп., 3 коп. В три клетки нижнего ряда положите серебряные монеты: 10 коп., 15 коп., 20 коп. Остальные клетки — пустые.

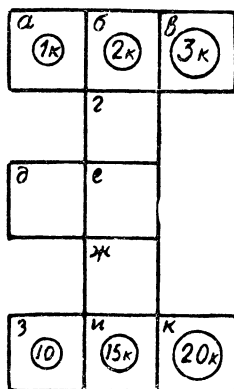


Рис. 75. Задача с монетами.

Теперь задайте себе задачу: передвигая монеты на свободные клетки, добиться того, чтобы медные монеты и серебряные обменялись местами: 1 коп. — с 10 коп., 2 коп. — с 15 коп., 3 коп. — с 20 коп. Вы можете занимать любую свободную клетку фигуры, но помещать в одну клетку две монеты не должны. Нельзя также перескакивать через занятую клетку или выходить за границы фигуры.

Задача решается длинным рядом ходов. Каких?

### 124. ВОСЕМЬ БУКВ

Восемь букв, расположенные в клетках квадрата, изображенного на рис. 76, нужно расставить в алфавитном порядке, передвигая их на свободную клетку, как в двух предыдущих

задачах. Достичь этого нетрудно, если вас не ограничивают в числе ходов. Но задача состоит в том, чтобы получить требуемое расположение в результате наименьшего числа ходов. Чему равно это наименьшее число ходов — читатель должен открыть сам.

<b>Ж</b>	<b>Д</b>	<b>Е</b>
<b>З</b>	<b>В</b>	<b>Б</b>
<b>Г</b>		<b>А</b>

Рис. 76. Задача с буквами.

## 125. ТРИ ДОРОГИ

Три брата — Петр, Павел и Яков — получили для обработки под огород три участка земли, расположенные рядом, недалеко от их домов. Здесь на рис. 77 вы видите расположение домов Петра, Павла и Якова и соответствующих им земельных участков. Вы замечаете, что участки расположены не совсем удобно для работающих на них, — но братья не могли сговориться об обмене.

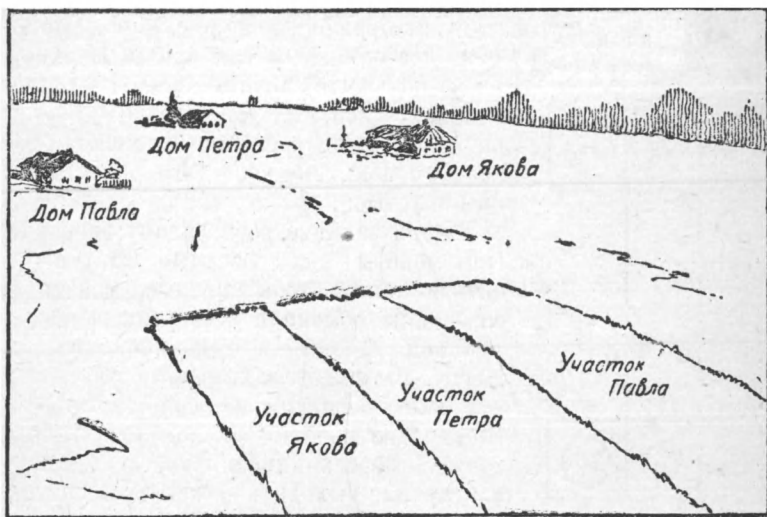


Рис. 77. Задача о трех дорогах.

Каждый устроил огород на своем участке, и кратчайшие пути к огородам пересекались. Между братьями вскоре начались пререкания, перешедшие в ссоры. Желая избежать столкновений, братья решили отыскать такой путь к своим уча-

сткам, чтобы не пересекать друг другу дороги. После долгих поисков они нашли такие три пути и теперь ежедневно ходят на свои огороды, не встречаясь друг с другом.

Можете ли вы указать эти пути?

Отметим одно обязательное условие: заходить за дом Петра дороги не должны.

## 126. МУХИ НА ЗАНАВЕСКЕ

На оконной занавеске, разбитой на квадратики, уселось 9 мух. Случайно они расположились так, что никакие две мухи не оказывались в одном и том же прямом или косом ряду (см. рис. 78).

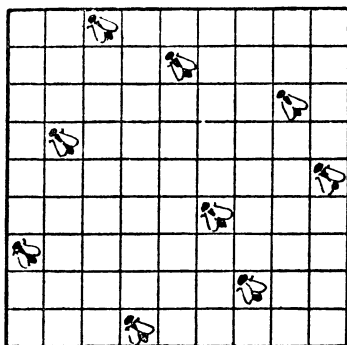


Рис. 78. Задача о мухах.

Спустя несколько минут три мухи переменили свое место и переползли в соседние, незанятые клетки; остальные шесть остались на местах. И курьезно: хотя три мухи перешли на другие места, все девять снова оказались размещенными так, что никакая пара не находилась в одном прямом или косом ряду.

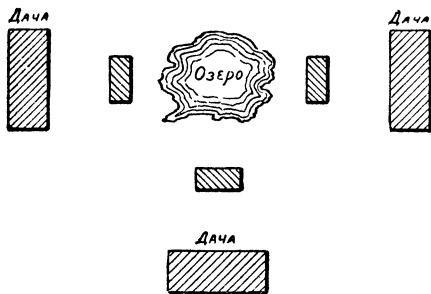


Рис. 79. Задача о заборе.

Можете ли вы сказать, какие три мухи пересели и какие квадратики они избрали?

## 127. ЗАБОР

Вокруг озера выстроены четыре дачи, а поближе к берегу — четыре коровника (рис. 79). Желают соорудить сплошной

забор, так чтобы озеро было закрыто от коров, но чтобы в то же время оно было доступно для дачников, желающих купаться.

Исполнимо ли это желание? Если исполнимо, то как надо построить забор, чтобы он имел наименьшую длину и, следовательно, обошелся возможно дешевле,

## 128. ДЕСЯТЬ ЗАМКОВ

В древности один правитель желал построить десять замков, соединенных между собою стенами; стены должны тянуться пятью прямыми линиями, с 4 замками на каждой линии.

Приглашенный строитель представил план, который вы видите на рис. 80.

Но правитель остался недоволен этим планом: ведь при таком расположении можно подойти извне к любому замку, а

ему хотелось, чтобы если не все, то хоть один или два замка были защищены стеной от вторжения извне. Строитель возразил, что нельзя удовлетворить этому условию, раз 10 замков должны быть расположены по 4 на каждой из 5 стен. Но правитель настаивал на своем.

Долго ломал строитель голову над этой задачей и, наконец, разрешил ее.

Может быть, и вам посчастливится найти

такое расположение 10 замков и 5 соединяющих их прямых стен, чтобы требуемое условие было удовлетворено?

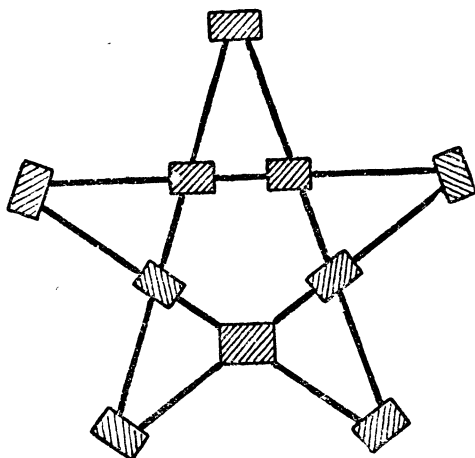


Рис. 80. Задача о 10 замках.

## 129. ПЛОДОВЫЙ САД

В саду росло 49 деревьев; вы можете видеть на рис. 81, как они были расположены. Садовник нашел, что деревьев слишком много; он желал расчистить сад от лишних деревьев, чтобы удобнее разбить цветники. Позвав работника, он дал ему такое распоряжение:

— Оставь только 5 рядов деревьев, по 4 дерева в каждом ряду. Остальные сруби и возьми их себе на дрова за работу.

Когда рубка кончилась, садовник вышел посмотреть работу. К огорчению, сад был почти опустошен: вместо 20 деревьев работник оставил только 10, срубив 39 деревьев.

— Почему же ты вырубил так много? Ведь тебе сказано было оставить 20 деревьев, — распекал его садовник.



Рис. 81 К задаче о плодовом саде.



Рис. 82. «Оставь только пять рядов».

— Нет, не сказано двадцать; сказано было оставить 5 рядов по 4 дерева в каждом. Я так и сделал: посмотрите.

И в самом деле: садовник с изумлением убедился, что оставшиеся на корню 10 деревьев образуют пять рядов по 4 дерева в каждом. Приказание его было исполнено буквально, — и все-таки вместо 29 деревьев работник вырубил 39.

Как же ухитрился он это сделать?

### 130. БАРАНЫ В ХЛЕВУ

В хлеву 16 клеток, которые изображены на рис. 83. Имеется два барана, которых надо разместить по клеткам так, чтобы каждая клетка была либо занята, либо же находилась в одном из таких рядов — лежащих, стоячих или косых, в которых имеется занятая клетка. Как это сделать?

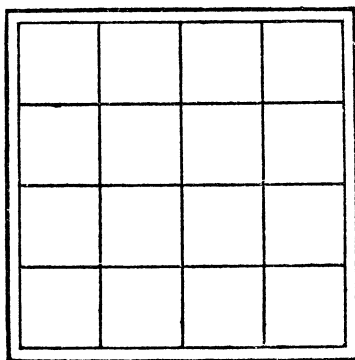


Рис. 83. К задаче о баранах.



## РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 121—130

### 121. Белки и кролики

Ниже указан самый короткий способ обмена. Цифры показывают, с какого пня на какой надо прыгать (например, «1—5» значит: белка прыгает с пня 1-го на 5-й). Всех прыжков понадобится 16, а именно:

1—5; 3—7; 7—1; 8—4, 4—3, 3—7; 6—2, 2—8,  
8—4, 4—3; 5—6, 6—2, 2—8; 1—5, 5—6; 7—1.

### 122. Дачное затруднение

Обмен достигается не менее чем 17 перемещениями. Передвигать вещи надо в указанном далее порядке:

1. Рояль.	7. Рояль.	13. Шкаф.
2. Шкаф.	8. Буфет.	14. Буфет.
3. Буфет.	9. Шкаф.	15. Стол.
4. Рояль.	10. Стол.	16. Шкаф.
5. Стол.	11. Буфет.	17. Рояль.
6. Кровать.	12. Рояль.	

### 123. Обмен монет

Вот ряд перемещений, необходимых для достижения цели (число указывает монету, буква — ту клетку, на которую ее перемещают):

2 — д	15 — и	2 — и	10 — а
15 — б	3 — ж	1 — з	3 — д
10 — и	20 — в	10 — д	15 — в
2 — з	1 — д	2 — к	2 — и
20 — д	3 — а	15 — и	3 — к
10 — к	15 — б	3 — ж	2 — и.

Менее чем 24 ходами решить задачи нельзя.

### Решение задачи № 124.

Наименьшее число ходов — 23. Вот они:

АБЕДВАБЕДВАБГЗЖАБГЗЖГДЕ

### 125. Три дороги

Три непересекающиеся дороги показаны на рис. 84.

Петру и Павлу приходится идти довольно извилистыми путями, — но зато братья избегают нежелательных встреч между собой.

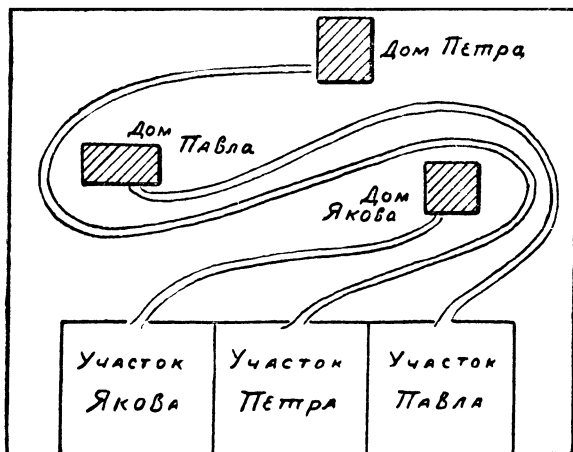


Рис. 84. Решение задачи о трех дорогах.

### 126. Мухи

Стрелки на рис. 85 показывают, какие мухи переменили места и с каких клеток они пересели.

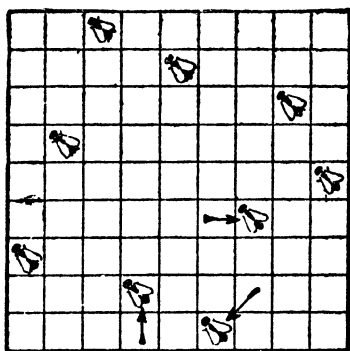


Рис. 85. Решение задачи о мухах.

### 127. Забор

Забор можно построить двояко. Рис. 86 показывает направление ограды.

Забор, построенный по второму плану, короче и, следовательно, дешевле.

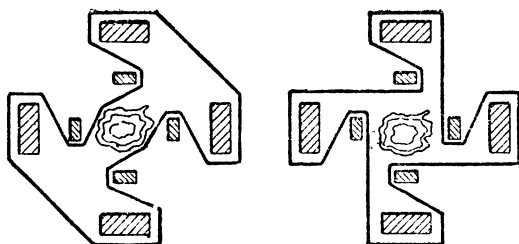


Рис. 86. Решения задачи о заборе.

### 128. Десять замков

На рис. 87 показано расположение, при котором два замка защищены от нападения извне.

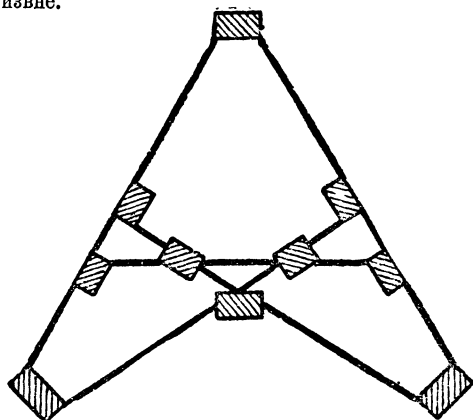


Рис. 87. Решение задачи о 10 замках.

Вы видите, что 10 замков расположены здесь, как требовалось в задаче: по 4 на каждой из 5 прямых стен.

Рис. 88 дает еще 4 решения этой же задачи.

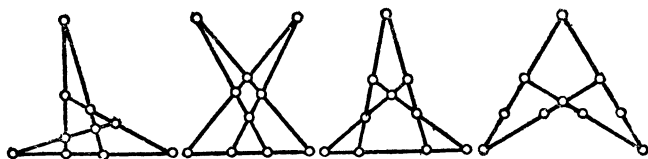


Рис. 88. Еще 4 решения задачи о замках.

## 129. Плодовый сад

Деревья, оставшиеся несрубленными, были расположены так, как показано на рис. 89; они образуют пять прямых рядов, и в каждом ряду 4 дерева.

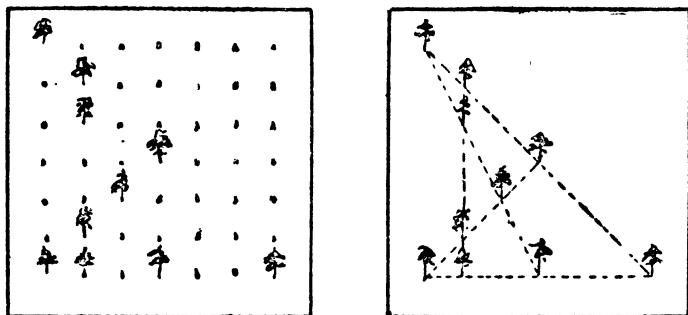


Рис. 89. Решение задачи о плодовом саде.

## 130. Бараны в хлеву

На прилагаемом рис. 90 дано одно из многочисленных решений.

Легко видеть, что оно удовлетворяет требованию задачи: клетка либо занята, либо находится в одном ряду с занятой клеткой.

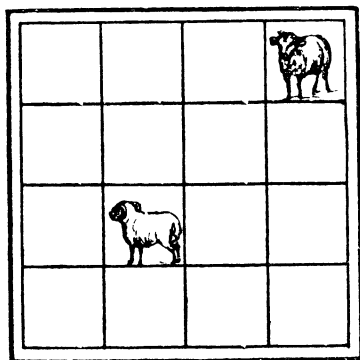


Рис. 90. Решение задачи о баранах.



Рис. 91. Задача о пруде

### ГЛАВА XIII

## ЗАДАЧИ С КВАДРАТАМИ

(№№ 131—140).

### 131. ПРУД

Имеется квадратный пруд (см. рис. 91). По углам его близ воды растёт 4 старых дуба. Пруд понадобилось расширить, сделав вдвое больше по площади, сохраняя однако квадратную форму. Но старых дубов трогать не желают. Можно ли расширить пруд до требуемых размеров так, чтобы все 4 дуба, оставаясь на своих местах, не были затоплены водой, а стояли у берегов нового пруда?

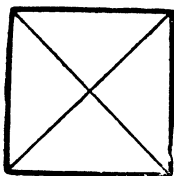


Рис. 92. К задаче о паркетчике.

### 132. ПАРКЕТЧИК

Паркетчик, вырезая квадраты из дерева, проверял их так: он сравнивал длины сторон, и если все 4 стороны были равны, то считал квадрат вырезанным правильно.

Надежна ли такая проверка?

### 133. ДРУГОЙ ПАРКЕТЧИК

Другой паркетчик проверял свою работу иначе. Он мерил не стороны, а диагонали. Если обе диагонали оказывались равными, паркетчик считал квадрат вырезанным правильно.

Вы тоже так думаете?

### 134. ТРЕТИЙ ПАРКЕТЧИК

Третий паркетчик при проверке квадратов убеждался в том, что все 4 части, на которые диагонали разделяют друг друга (см. рис. 92), равны между собой. По его мнению, это доказывало, что вырезанный четырехугольник есть квадрат.

А по вашему?

### 135. БЕЛОШВЕЙКА

Белешвейке нужно отрезать кусок полотна в форме квадрата. Отрезав несколько кусков, она проверяет свою работу тем, что перегибает четырехугольный кусок по диагонали и смотрит, совпадают ли края. Если совпадают, значит, — решает она, — отрезанный кусок имеет в точности квадратную форму.

Так ли?

### 136. ЕЩЕ БЕЛОШВЕЙКА

Другая белешвейка не довольствовалась проверкой своей подруги. Она перегибала отрезанный четырехугольник сначала по одной диагонали, затем, расправив полотно, перегибала по другой. И только, если края фигуры совпадали в обоих случаях, она считала квадрат вырезанным правильно.

Что скажете вы о такой проверке?

### 137. ИЗ КРЕСТА КВАДРАТ

На рис. 93 изображен крест, который составлен, очевидно, из пяти равных квадратиков. Надо двумя взмахами ножиц разрезать его на такие две части, из которых можно было бы составить квадрат.

Как это сделать?

### 138. ИЗ ДВУХ КРЕСТОВ КВАДРАТ

Из двух одинаковых крестов той же формы, что и в предыдущей задаче, тре-

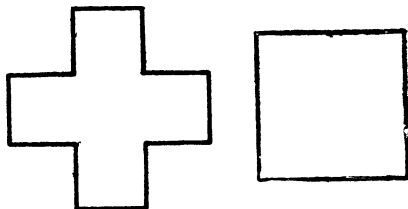


Рис. 93. Задача о кресте и квадрате.

буется составить квадрат, разрезав каждый крест пополам. Для облегчения решения прибавим еще, что оба квадрата разрезаются пополам одинаковым образом.

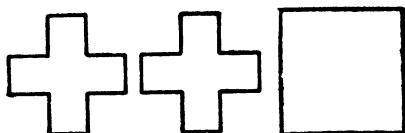


Рис. 94. Задача о двух крестах и квадрате.

### 139. КУДА ДЕВАЛСЯ КВАДРАТИК?

Вот интересные примеры разрезывания, при котором неизвестно, куда исчезает или откуда появляется кусочек фигуры.

На клетчатой бумаге черчу квадрат, заключающий в себе 64 маленьких квадратика (рис. 95, налево). Затем провожу косую линию слева направо, начиная с той точки, где сверху сходятся первый и второй квадратик, и кончая

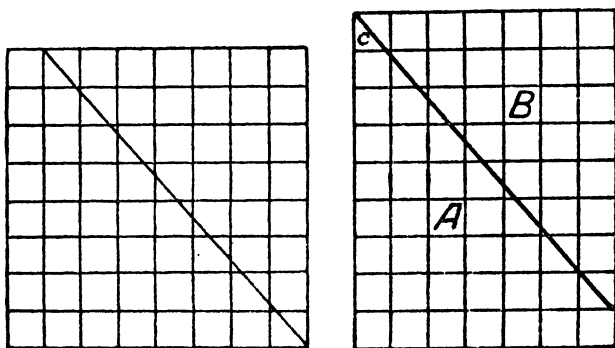


Рис. 95. Куда девается один квадратик?

правым нижним углом большого квадрата. Противоположный конец этой косой линии разрежет пополам последний квадратик справа, и в нем образуются два треугольничка. Нижний треугольничек обозначим буквой *С*. Теперь разрезаю чертеж по косой линии идвигаю правую часть косо вверх по разрезу так, чтобы часть эта поднялась на один

ряд квадратиков. Вверху налево окажется при этом маленький пустой треугольничек, а внизу направо будет выдаваться треугольничек *С*. Беру ножницы, отрезаю выступающий маленький треугольничек *С* и помещаю его вверху там, где остался незанятый треугольничек.

Он приходится сюда, конечно, как раз впору.

Теперь у нас получается прямоугольник, имеющий 7 квадратов в высоту и 9 квадратов в ширину. Но  $7 \times 9 = 63$ . Значит, новый прямоугольник включает сейчас всего 63 квадратика, между тем как прежде их было 64.

Куда же девался один квадратик?

#### 140. ОТКУДА ВЗЯЛСЯ КВАДРАТИК?

Возьмите квадратную бумажку, разграфленную, подобно шахматной доске, на 64 равных клетки, и разрежьте ее на 4

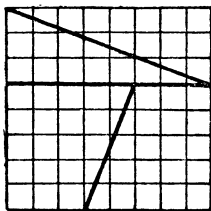


Рис. 96.

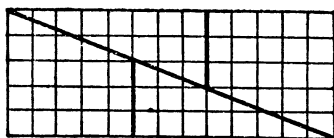


Рис. 97.

Откуда берется лишний квадратик?

части, как показано на прилагаемом рис. 96. Эти 4 части примкните затем одна к другой иным образом, — именно так, как показано на нашем рис. 97. В результате вы превратили квадрат в прямоугольник. Но вот что удивительно: получился прямоугольник, по площади больший, чем первоначальный квадрат! В самом деле: квадрат содержал  $8 \times 8 = 64$  клетки, а в прямоугольнике  $13 \times 5 = 65$  клеток.

Но ведь мы бумаги не прибавляли; откуда же взялся лишний квадратик? Как могло выйти, что  $64 = 65$ ?

#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ №№ 131 — 140.

##### 131. Пруд

Расширить площадь пруда вдвое, сохраняя его квадратную форму и не трогая дубов, — вполне возможно. Здесь на чертеже показано, как



это сделать: надо копать так, чтобы дубы оказались против середины сторон нового квадрата. (рис. 98). Легко убедиться, что новая площадь вдвое больше прежней: достаточно лишь провести диагонали в прежнем пруде и сосчитать образующиеся при этом треугольники.

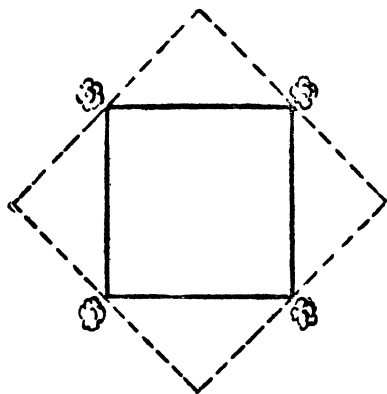


Рис. 98. Решение задачи о пруде.

#### Решение задачи № 131:

##### 132. Паркетчик

Такая проверка недостаточна. Четырехугольник мог выдержать это испытание, не будучи вовсе квадратом. Вы видите на рис. 99 примеры

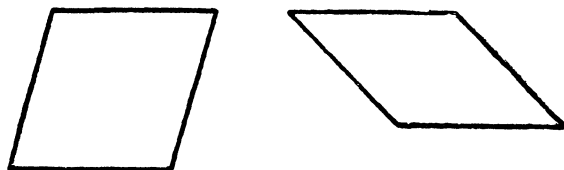


Рис. 99. Не всякий равносторонний четырехугольник имеет прямые углы.

таких четырехугольников, у которых все стороны равны, но углы вовсе не прямые (ромбы).

##### 133. Другой паркетчик

Эта проверка столь же ненадежна, как и первая. В квадрате, конечно, диагонали равны, — но не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат. Это ясно видно из фигур, представленных на рис. 100.

Паркетчикам следовало бы применять к каждому вырезанному четы-

решуугольнику обе проверки сразу, — тогда можно быть уверенным, что работа сделана правильно. Всякий ромб, у которого диагонали равны есть непременно квадрат.

### 134. Третий паркетчик

Проверка могла показать только то, что проверяемый четырехугольник имеет прямые углы, т. е. что он прямоугольник. Но равны ли все его стороны, — этого проверка не удостоверяла, как видно из рис. 101.



Рис. 100. Не всякий четырехугольник с равными диагоналями есть квадрат.

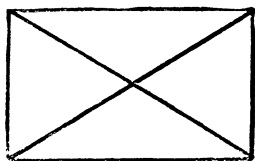
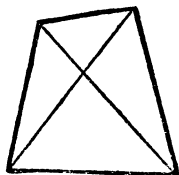


Рис. 101. К решению задачи 134-й.

### 135. Белошвейка

Проверка далеко не достаточна. На рис. 102 начерчено несколько четырехугольников, края которых при перегибании по диагонали совпадают. И все-таки — это не квадраты. Вы видите, как сильно может отступать четырехугольник от фигуры квадрата и все же удовлетворять этой «проверке».

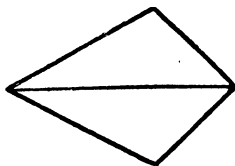
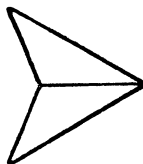
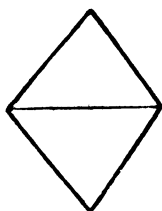


Рис. 102. К решению задачи 135-й.

Такой проверкой можно убедиться только в том, что фигура симметрична, но не более.

### 136. Еще белошвейка

Эта проверка не лучше предыдущей. Вы можете вырезать из бумаги сколько угодно четырехугольников, которые выдержат эту проверку, —

хотя они вовсе не квадраты. У фигур рис. 103 все стороны равны (это ромбы), но углы не прямые — это не квадраты.

Чтобы действительно убедиться, квадратной ли формы отрезанный

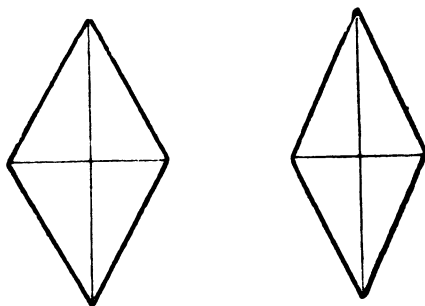


Рис. 103. К решению задачи 136-й.

кусок, нужно, кроме того, что сделала беловшвейка, проверить также, равны ли диагонали (или же углы).

### 137. Из креста квадрат

Способ разрезывания креста и составления квадрата показан на рис. 104.

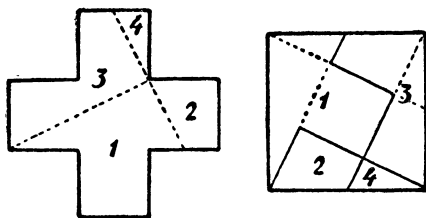


Рис. 104. Решение задачи 137-й.

### 138. Из двух крестов квадрат

Каждый крест разрезается пополам косой линией (см. рис. 105); полученные 4 части складываются, как показано на том же рисунке справа.

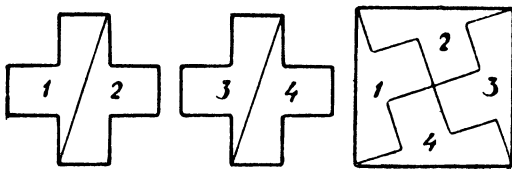


Рис. 105. Решение задачи 138-й.

### 139. Куда девался квадратик?

Секрет непонятного исчезновения 64-го квадратика открывается сразу, если тщательно исполнить чертеж.

Вглядитесь пристально в рис. 106; вы заметите, что прямоугольник вовсе не составлен из 64 квадратов, как кажется на неотчетливо исполненном чертеже. Те „квадраты“, которые расположены вдоль косой линии разреза, совсем не квадраты: каждая из этих фигур (кроме верхней) по площади немного более соответствующего квадратика, и из суммы этих избытков складывается недостающая площадь будто бы исчезнувшего квадратика.

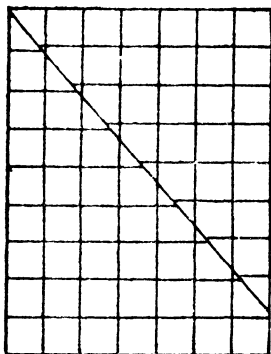


Рис. 106. К решению задачи 139-й.

Подтасовка выступит яснее, если разграфить фигуру не на 64, а всего на  $4 \times 4 = 16$  квадратиков. Наоборот, чем на большее число частей разграфлена фигура, тем труднее уловить ошибку.

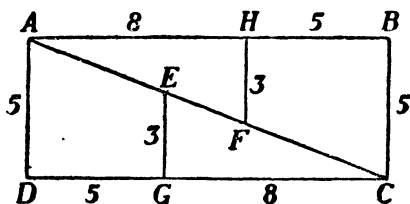


Рис. 107. К решению задачи 140-й.

### 140. Откуда взялся квадратик?

Здесь ошибка в том же роде: разрезанные части квадрата вовсе не примыкают друг к другу, когда из них складывают прямоугольник. Знакомые с геометрией сразу могли догадаться, что  $AEC$  (см. рис. 107) может быть прямой линией только в том случае, если существует соотношение:

$$AD : EG = DC : CG.$$

Но такого соотношения у нас нет, потому что

$$5 : 3 \text{ не равно } 13 : 8,$$

в чем легко убедиться, сравнив произведения крайних и средних членов этой пропорции ( $5 \times 8 = 40$ , а  $3 \times 13 = 39$ ),



Рис. 108. Гулливер, взятый в плен лилипутами.

## ГЛАВА XIV

### ЗАДАЧИ ИЗ ПУТЕШЕСТВИЙ ГУЛЛИВЕРА

(№№ 141—150).

Самые удивительные страницы в «Путешествиях Гулливера по многим отдаленным странам» — без сомнения, те, где описаны его необычайные приключения в стране крошечных лилипутов и в стране великанов, «бробдиньягов». В стране лилипутов размеры — высота, ширина, толщина — всех людей, животных, растений и вещей были в 12 раз меньше, чем у нас. В стране великанов наоборот — в 12 раз больше. Почему автор «Путешествий» избрал именно число 12, легко понять, если вспомнить, что это как раз отношение фута к дюйму в английской системе мер (автор «Путешествий» — англичанин). В 12 раз меньше, в 12 раз больше — как будто не очень значительное уменьшение или увеличение. Однако, отличие природы и обстановки жизни в этих фантастических странах от тех, к каким мы привыкли, оказалось поразительным. Зачастую различие это настолько изумляет своей неожиданностью, что дает материал для замысловатой задачи. Десяток подобных головоломок мы и хотим здесь предложить читателям.

#### 141. ПАЕК И ОБЕД ГУЛЛИВЕРА

Лилипуты, — читаем мы в «Путешествиях», — установили для Гулливера следующую норму отпуска пищевых продуктов: «Ему будет ежедневно выдаваться паек съестных припасов

и напитков, достаточный для прокормления 1728 подданных страны лилипутов».

«Триста поваров, — рассказывает Гулливер в другом месте, — готовили для меня кушанья. Вокруг моего дома были поставлены шалаши, где происходила стряпня и жили повара со своими семьями. Когда наступал час обеда, я брал в руки двадцать человек прислуги и ставил их на стол, а человек сто прислуживало с пола: одни подавали кушанье, остальные приносили бочонки с вином и другими напитками на шестах, перекинутых с плеча на плечо. Стоявшие наверху по мере надобности поднимали все это на стол при помощи веревки и блоков».

Из какого расчета назначили лилипуты такой огромный паек? И зачем понадобился столь многочисленный штат прислуги для прокормления одного человека? Ведь он всего лишь в дюжину раз выше ростом, нежели лилипуты. Соразмерны ли подобный паек и аппетит с относительной величиной Гулливера и лилипутов?

#### 142. БОЧКА И ВЕДРО ЛИЛИПУТОВ

«Наевшись, — рассказывает далее Гулливер о своем пребывании в стране лилипутов, — я показал знаками, что мне хочется пить. Лилипуты с большой ловкостью подняли на веревках до уровня моего тела бочку вина самого большого размера, подкатили ее к моей руке и выбили крышку. Я выпил все одним духом. Мне подкатили другую бочку, я осушил ее залпом, как и первую, и просил еще, — но больше у них не было».

В другом месте Гулливер говорит о ведрах лилипутов, что они были «не больше нашего большого наперстка».

Такие крошечные бочки и ведра могли ли быть в стране, где все предметы меньше нормальных только в 12 раз?

#### 143. ЖИВОТНЫЕ СТРАНЫ ЛИЛИПУТОВ

«Пятьсот самых больших лошадей было прислано, чтобы отвезти меня в столицу», — рассказывает Гулливер о стране лилипутов.

Не кажется ли вам, что пятьсот лошадей — чересчур много для этой цели, даже принимая во внимание относительные размеры Гулливера и лилипутских лошадей?

О коровах, быках и овцах лилипутов Гулливер расска-



Рис. 109. Обед Гулливера в стране лилипутов.

зывает не менее удивительную вещь, — что, уезжая, он просто «посадил их в свой карман»!

Возможно ли это?

#### 144. ЖЕСТКАЯ ПОСТЕЛЬ

О том, как лилипуты приготовили ложе своему гостю-великану, читаем в «Путешествии Гулливера» следующее:

«Шестьсот тюфяков обыкновенных лилипутских размеров было доставлено на подводах в мое помещение, где портные принялись за работу. Из полутора ста тюфяков, сшитых вместе, вышел один, на котором я мог свободно поместиться в длину и ширину. Четыре таких тюфяка положили один на другой, — но даже и на этой постели мне было так же жестко спать, как на каменном полу.»

Почему же Гулливеру было на этой постели так жестко? И правилен ли весь приведенный здесь расчет?

#### 145. ТРИСТА ПОРТНЫХ

«Ко мне было прикомандировано 300 портных-лилипутов с наказом сшить мне полную пару платья по местным образцам.»

Неужели нужна такая армия портных, чтобы сшить один костюм для человека, ростом всего в дюжину раз больше лилипутского?

#### 146. ЛОДКА ГУЛЛИВЕРА

Гулливер покинул страну лилипутов на лодке, которую случайно прибило к берегам. Лодка эта казалась лилипутам чудовищным кораблем, далеко превосходящим размеры самых крупных судов их флота.

Не можете ли вы рассчитать приблизительно, сколько лилипутских тонн водоизмещения<sup>1</sup> имела эта лодка, если исходить из того, что она могла поднять груз в 300 кг?

#### 147. ИСПОЛИНСКИЕ ЯБЛОКИ И ОРЕХИ

«Один раз, — читаем мы в «Путешествиях Гулливера к бробдиньягам (великанам)», — с нами отправился в сад придворный карлик. Улучив момент, когда я, прохаживаясь,

---

<sup>1</sup> Водоизмещение корабля равно наибольшему грузу, какое он может поднять (включая и вес самого судна). Тонна — 1000 кг.



очутился под одним из деревьев, он ухватился за ветку и встряхнул ее над моей головой. Град яблок, величиной с хороший бочонок, шумно посыпался на землю; одно ударило меня в спину и сшибло с ног»...

В другой раз — «какой-то каверзный школьник запустил орехом прямо мне в голову и едва не попал, — а брошен был орех с такою силой, что неминуемо размозжил бы мне череп, так как был немногим меньше нашей небольшой тыквы».



Рис. 110. Яблоки страны великанов.

Сколько, примерно, могли, по вашему мнению, весить яблоко и орех страны великанов?

#### 148. КОЛЬЦО ВЕЛИКАНОВ

В числе предметов, вывезенных Гулливером из страны великанов, было, — говорит он, — «золотое кольцо, которое королева сама мне подарила, милостиво сняв его с своего мизинца и накинув мне через голову на шею, как ожерелье».

Возможно ли, чтобы колечко с мизинца хотя бы и великанши годилось Гулливеру как ожерелье? И сколько, примерно, должно было такое кольцо весить?

## 149. КНИГИ ВЕЛИКАНОВ

О книгах в стране великанов Гулливер сообщает такие подробности:

«Мне разрешено было брать из библиотеки книги для чтения, — но для того, чтобы я мог их читать, пришлось соорудить целое приспособление. Столяр сделал для меня деревянную лестницу, которую можно было переносить с места на место. Она имела 25 футов в высоту, а длина каждой ступеньки достигала 50 футов. Когда я выражал желание почитать, мою лестницу устанавливали футах в десяти от стены, повернув к ней ступеньками, а на пол ставили раскрытую книгу, прислонив ее к стене. Я взбирался на верхнюю ступеньку и начинал читать с верхней строки, переходя слева направо и обратно шагов на 8 или на 10, смотря по длине строк. По мере того как чтение подвигалось вперед и строки приходились все ниже и ниже уровня моих глаз, я постепенно спускался на вторую ступеньку, на третью и т. д. Дочитав до конца страницы, я снова поднимался вверх и начинал новую страницу таким же манером. Листы я переворачивал обеими руками, что было нетрудно, так как бумага, на которой у них печатают книги, не толще нашего картона, а самые большие их фолианты имеют не более 18—20 футов в длину.»

Соразмерно ли все это?

## 150. ВОРОТНИЧКИ ВЕЛИКАНОВ

В заключение остановимся на задаче этого рода, не заимствованной непосредственно из описания Гулливеровых приключений.

Вам, быть может, не было известно, что номер воротничка есть не что иное, как число сантиметров в его окружности. Если окружность вашей шеи 38 см, то вам подойдет воротник только номер 38; воротник номером меньше будет тесен, а номером больше — просторен. Окружность шеи взрослого человека в среднем около 40 сантиметров.

Если бы Гулливер пожелал в Лондоне заказать партию воротничков для обитателей страны великанов, то какой номер он должен был бы заказать?

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ № 141—150.

### 141. Паек и обед Гулливера

Расчет сделан совершенно верно. Не надо забывать, что лилипуты представляли собой точное, хотя и уменьшенное подобие обыкновенных людей, с нормальной пропорцией частей тела. Следовательно, они

были не только в 12 раз ниже ростом, но и в 12 раз уже и в 12 раз тоньше Гулливера. Объем их тела поэтому был меньше объема тела Гулливера не в 12 раз, а в  $12 \times 12 \times 12$ , т. е. в 1728 раз. И, конечно, для поддержания жизни такого тела надо соответственно больше пищи. Вот почему лилипуты и рассчитали, что Гулливеру нужен паек, достаточный для прокормления 1728 лилипутов.

Теперь понятно, для чего понадобилось и так много поваров. Чтобы приготовить 1728 обедов, нужно не менее 300 поваров, считая, что один повар-лилипут может сварить подюжины лилипутских обедов. Соответственно большое число людей необходимо было и для того, чтобы поднять такой груз на высоту Гулливерова стола, который был, как легко рассчитать, высотой с трехэтажный дом лилипута.

#### 142. Бочка и ведро лилипутов

Бочки и ведра лилипутов, если имели такую же форму, как наши, должны быть меньше наших не только в 12 раз по высоте, но и в 12 раз по ширине и длине, а следовательно по объему меньше в  $12 \times 12 \times 12 = 1728$  раз. Значит, считая в нашем ведре 60 стаканов, мы легко можем рассчитать, что ведро лилипутов вмещало всего только  $\frac{60}{1728}$ , или, круглым числом,  $\frac{1}{30}$  стакана. Это немногим больше чайной ложки и действительно не превышает вместимости крупного наперстка.

Если вместимость ведра лилипутов почти равна чайной ложке, то вместимость винной бочки, — если она была 10-ведерная, — не превышала  $\frac{1}{8}$  стакана. Что же удивительного, что Гулливер не мог утолить жажды даже двумя такими бочками?

#### 143. Животные страны лилипутов

Мы уже подсчитали в задаче № 141, что Гулливер по объему тела был больше лилипутов в 1728 раз. Разумеется, он был во столько же раз и тяжелее. Перевезти его тело на лошадях лилипутам было так же трудно, как перевезти 1728 взрослых лилипутов. Отсюда понятно, зачем в повозку с Гулливером понадобилось впрячь такое множество лилипутских лошадей.

Животные страны лилипутов были тоже в 1728 раз меньше по объему и, значит, во столько же раз легче, чем наши.

Наша корова имеет в высоту метра полтора и весит скажем 400 кг. Корова лилипутов была роста в 12 см и весила  $\frac{400}{1728}$  кг, т. е. меньше  $\frac{1}{4}$  кг. Понятно, такую игрушечную корову можно при желании уместить в кармане.

«Самые крупные их лошади и быки, — вполне правдоподобно рассказывает Гулливер, — были не выше 4—5 дюймов, овцы — около  $1\frac{1}{2}$  дюйма,

гуси — величиной с нашего воробья, и т. д. до самых мелких животных. Их мелкие животные были почти невидимы для моих глаз. Я видел, как повар ошипывал жаворонка величиной с нашу обыкновенную муху, если не меньше; в другой раз молодая девушка при мне вдевала невидимую нитку в невидимую иглу».

#### 144. Жесткая постель

Расчет сделан вполне правильно. Если тюфяк лилипутов в 12 раз короче и, конечно, в 12 раз уже тюфяка обычных размеров, то поверхность его была в  $12 \times 12$  раз меньше поверхности нашего тюфяка. Чтобы улечься, Гулливеру нужно было, следовательно, 144 (круглым счетом 150) лилипутских тюфяка. Но такой тюфяк был очень тонок — в 12 раз тоньше нашего. Теперь понятно, что даже 4 слоя подобных тюфяков не представили достаточно мягкого ложа: получился тюфяк, втрое тоньше нашего обыкновенного.

#### 145. Триста портных

Поверхность тела Гулливера была не в 12 раз больше поверхности тела лилипутов, а в  $12 \times 12$ , т. е. в 144 раза. Это станет понятно, если мы представим себе, что каждому квадратному дюйму поверхности тела лилипута соответствует квадратный фут поверхности тела Гулливера, а в квадратном футе 144 квадратных дюйма. Раз так, то на костюм Гулливера должно было пойти в 144 раза больше сукна, чем на костюм лилипута, и, значит, соответственно больше рабочего времени. Если один портной можетшить костюм в 2 дня, то, чтобышить в один день 144 костюма (или один костюм Гулливера), могло понадобиться именно около 300 портных.

#### 146. Лодка Гулливера

Известно из сочинения, что лодка Гулливера могла поднять 300 кг, т. е. ее водоизмещение около  $\frac{1}{8}$  т. Тонна — вес кубического метра воды; значит, лодка вытесняла  $\frac{1}{8}$  куб. м. Но все линейные меры лилипутов в 12 раз меньше наших, кубические же — в 1728 раз меньше. Легко сообразить, что  $\frac{1}{8}$  нашего кубического метра заключала около 575 куб. м страны лилипутов и что лодка Гулливера имела водоизмещение в 575 т (или около того, так как исходное число 300 кг взято нами произвольно).

В наши дни, когда суда в десятки тысяч тонн бороздят океаны, корабль таких размеров никого не удивит; но нужно иметь в виду, что в те времена, когда было написано «Путешествие Гулливера» (в начале XVIII века), суда в 500—600 т были еще редкостью.

## 147. Исполинские яблоки и орехи

Легко подсчитать, что яблоко, которое весит у нас около 100 г, должно было в стране великанов весить, соответственно своему объему, в 1728 раз больше, т. е. 173 кг.<sup>1</sup> Такое яблоко, упав с дерева и ударив человека в спину, едва ли оставит его в живых; Гулливер отделался чересчур легко от угрожавшей ему опасности быть раздавленным подобным грузом.

Орех страны великанов должен был весить 3—4 кг, если принять, что наш орех весит около 2 г; в поперечнике такой исполинский орех мог иметь сантиметров 10. Трехкилограммовый твердый предмет, брошенный со скоростью орешка, конечно, неминуемо должен был размозжить голову человеку нормальных размеров. И когда в другом месте Гулливер рассказывает, что обыкновенный град в стране великанов мгновенно повалил его на землю и что градины его «жестоко колотили по спине, по бокам и по всему телу, словно большие деревянные шары, какими играют в крокет», — то это вполне правдоподобно, потому что каждая градина страны великанов должна весить не меньше килограмма.

## 148. Кольцо великанов

Поперечник мизинца человека нормальных размеров около  $1\frac{1}{2}$  см. Умножив на 12, имеем для поперечника кольца великанши  $1\frac{1}{2} \times 12 = 18$  см; кольцо с таким просветом имеет окружность —  $18 \times \frac{3}{2} = 27$  см. Это достаточные размеры, чтобы возможно было просунуть через него голову нормальной величины (в чем легко убедиться, измерив бечевкой окружность головы в самом широком месте).

Что касается веса такого кольца, то если обыкновенное колечко весит, скажем, 5 г, такого же фасона кольцо страны великанов должно было весить  $8\frac{1}{2}$  кг!

## 149. Книги великанов

Если исходить из размеров современной книги обычного формата (сантиметров 25 длиной и 12 шириной), то описанное Гулливером представится несколько преувеличенным. Чтобы читать книгу менее 3 м вышины и полутора метров ширины, можно обойтись без лестницы, и нет надобности ходить вправо и влево на 8—10 шагов. Но во времена Свифта, в начале XVIII века, обычный формат книг (фолиантов) был гораздо больше, чем теперь. Фолиант, например, «Арифметики» Магницкого, вышедший при Петре I, имел размеры: около 30 см в высоту и 20 в ширину. Увеличивая в 12 раз, получаем для книг великанов более внушительные размеры: 360 см (почти 4 м) в высоту и 240 см в ширину (2,4 м). Читать четырехметровую книгу без лестницы нельзя.

<sup>1</sup> Антоновка весом в полкило (такой сорт существует) должна была бы в стране великанов весить 864 кг!

А ведь это еще не настоящий «фоллиант», имеющий размер большого газетного листа.

Однако, и подобный скромный фоллиант должен был бы у великанов весить в 1728 раз больше, нежели наш, т. е. около 3 т. Считая, что в нем 500 листов, получаем для каждого листа книги великанов вес около 6 кг — груз для одной руки, пожалуй, обременительный.

### 150. Воротнички великанов

Окружность шеи великанов была больше окружности шеи нормального человека во столько же раз, во сколько раз был больше ее поперечник, т. е. в 12 раз. И если нормальному человеку нужен воротник № 40, то для великана понадобился бы номер

$$40 \times 12 = 480.$$

---

Мы видим, что у Свифта все столь казалось бы причудливые образы его фантазии тщательно рассчитаны. Пушкин, в ответ на некоторые упреки критиков «Евгения Онегина», заметил, что в его романе «время расчислено по календарю». С таким же правом мог бы Свифт сказать о «Гулливере», что все его образы добросовестно рассчитаны по правилам геометрии.<sup>1</sup>

---

---

<sup>1</sup> Но не по правилам механики — в этом отношении можно сделать Свифту существенные упреки (см. мою «Занимательную механику»).

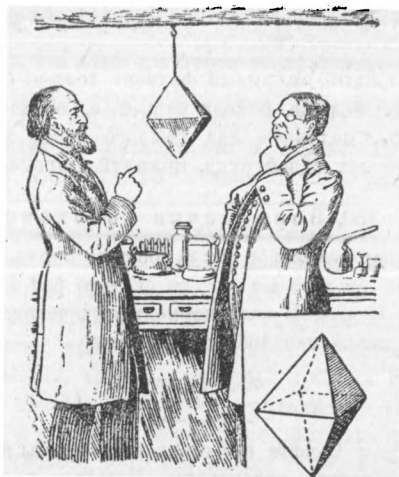


Рис. 111. «Этот кристалл—восьми-гранник»...

## ГЛАВА XV

### ПУТЕШЕСТВИЕ ПО КРИСТАЛЛУ И НЕПРЕРЫВНОЕ РИСОВАНИЕ

(№№ 151—160).

— Чем вас заинтересовала эта муха на кристалле?

— Станным своим поведением: ходит она по кристаллу, право, не без системы. Посмотрите: все время придерживается ребер и не ступает по граням. Что за охота бегать по гребням, когда рядом сколько угодно плоских мест?

— Мне кажется, дело довольно просто. Чем склеены грани этого кристалла?

— Вы подозреваете, что в клее есть что-то сладкое, привлекающее муху? Кажется, вы правы; она действительно вылизывает хоботком ребра кристалла. Теперь понятно, почему она медленно и систематически переходит с одного ребра на другое.

— И при этом практически разрешает интересную задачу: обойти весь многогранник по его ребрам, не посещая дважды ни одного ребра.

— Разве это возможно?

— В данном случае вполне: ведь этот кристалл — восьмигранник.

— Да, октаэдр. Что же из этого?

— У него на каждой вершине сходятся четыре ребра.

— Четыре. Но какое отношение имеет это к нашей задаче?

— Самое непосредственное. Обойти все ребра многогранника, и притом не более, чем по одному разу, — задача, разрешимая только для тех многогранников, у которых на каждой вершине сходится четное число ребер.

— Я об этом не знал. Почему же?

— Почему у каждой вершины должно сходиться именно четное число ребер? Очень просто. Надо ведь на каждую вершину попасть и надо с нее уйти, — значит, нужно, чтобы к ней вела одна дорога и от нее отходила другая, т. е. чтобы в ней сходилась пара ребер. Если же, продолжая путешествовать по кристаллу, вы попадете на ту же вершину вторично, т. е. если к ней ведет и третье ребро, то должно иметься непременно еще четвертое ребро, — иначе вы не могли бы уйти с этой вершины, а очутились бы в тупике. Другими словами, число ребер, сходящихся у каждой вершины, должно быть парное, четное. Если хотя бы одна вершина многогранника имеет нечетное число сходящихся к ней ребер, то на такую вершину вы, исчерпав все ведущие к ней парные ребра, можете попасть по последнему неиспользованному ребру, — но зато покинуть этой вершины уже не сможете: путешествие здесь поневоле оборвется.

— Но ведь могу же я совсем не воспользоваться этим ребром, раз оно заведомо ведет в тупик!

— Тогда вы не выполните другого условия нашего путешествия: пройти по всем без исключения ребрам.

— Позвольте: может случиться, что это ребро как раз последнее и единственное, еще не пройденное. Тогда нет вовсе надобности и покидать его: оно будет конечной целью путешествия.

— Совершенно правильно. И если бы в фигуре была только одна «нечетная» вершина, то вам нужно было бы избрать такой маршрут, чтобы вершина эта оказалась последним этапом, — тогда вы разрешили бы задачу успешно. Или же можете начать с этой вершины — тогда вам не придется на нее возвращаться. Однако, фигуры с одной «нечетной» вершиной существовать не могут: таких вершин должно быть четное число, — две, четыре, шесть и т. д.

— Это почему же?



— Подумайте о том, что каждое ребро соединяет две вершины. И если какая-нибудь вершина имеет ребро без пары, то ребро это должно упираться в какую-нибудь соседнюю вершину и там также будет ребром непарным.

— А если соседняя вершина была бы без этого ребра тоже нечетная? Тогда новое ребро делает ее «четной», и наша «нечетная» вершина остается одинокой!

— Этого не может быть. Если без нашего ребра у соседней вершины сходится нечетное число ребер, то, значит, одно из ее ребер, остающееся непарным, соединено со следующей вершиной, и следовательно еще «нечетная» вершина будет найдена где-нибудь дальше. Словом, если в фигуре имеется одна «нечетная» вершина, то непременно должна существовать и вторая. Число «нечетных» вершин не может быть нечетным. Поясню это еще и иным путем, пожалуй более простым. Предположите, что вы желаете сосчитать, сколько ребер в какой-нибудь фигуре. Вы считаете ребра, сходящиеся у одной вершины, прибавляете ребра, сходящиеся у второй, потом у третьей и т. д. Когда вы все это сложите, что у вас получится?

— Двойное число ребер фигуры, потому что каждое ребро считалось два раза: ведь ребро соединяет две вершины.

— Именно. Вы получите удвоенное число ребер. И если допустить, что у одной из вершин сходится нечетное число ребер, а у всех прочих — четное, то результат сложения будет, конечно, число нечетное. Но может ли удвоенное целое число быть нечетным?

— Не может, конечно. Теперь мне ясно, что «нечетных» вершин во всякой фигуре должно быть две, четыре, — вообще, четное число. Все же я думаю, что и кристалл с двумя «нечетными» вершинами возможно обойти. Пусть у нас имеется фигура с двумя «нечетными» вершинами. Что мешало бы начать путешествие именно с одной из этих точек и закончить в другой? Тогда не понадобится ни возвращаться в первую, ни уходить из последней. Путешествие будет выполнено с соблюдением всех требуемых условий.

— Вот в этом и состоит секрет успешного выполнения подобных путешествий, или — что то же самое — правило вычерчивания фигур одним почерком пера. Если требуется непрерывным движением начертить фигуру — безразлично, в плоскости или в пространстве, — то прежде всего внимательно рассмотрите фигуру и определите, имеются ли у нее «нечетные» вершины, т. е. такие вершины, у которых встречается непарное число линий. Если подобных вершин в фигуре больше двух,

то задача неразрешима. Если только две, — то нужно начать вычерчивание из одной «нечетной» точки и закончить в другой. Если «нечетных» вершин вовсе нет, то можете начинать чертить из любой вершины, и всегда найдете способ выполнить всю фигуру, возвратившись к начальной точке. Каким путем вы в таком случае поведете перо — безразлично. Надо только заботиться о том, чтобы не вести линию к вершине, от которой нет больше пути, т. е. стараться не замыкать фигуры раньше времени. Вот пример: фигура в форме буквы Ф (рис. 112 налево). Можно ли ее начертить одним почерком пера?

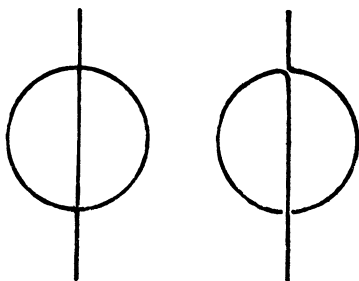


Рис. 112. Задача о букве Ф.

— В ней всего две «нечетные» вершины, — концы палки. Значит, ее начертить одним росчерком пера можно. Но как?

— Начать с одного конца палки и кончить другим (см. рис. 112, направо).

— В детстве я ломал себе голову над тем, чтобы начертить одним почерком пера четырехугольник с двумя диагоналями. (рис. 113). Мне этого никак не удавалось сделать.

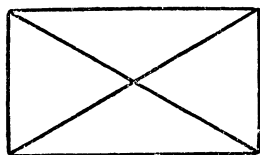


Рис. 113.

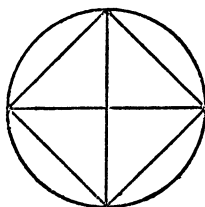


Рис. 114.

Эти фигуры нельзя начертить одной непрерывной линией.

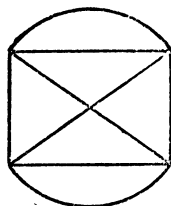


Рис. 115. Эту фигуру можно начертить одной непрерывной линией.

— И не удивительно: ведь в ней 4 нечетных вершины — углы четырехугольника. Бесполезно даже думать над этой задачей: она неразрешима.

— А такая фигура? (рис. 114)

— Ее тоже нельзя начертить одной непрерывной линией, потому что у нее 4 вершины, в каждой из которых сходится

по 5 линий, т. е. у нее 4 «нечетных» вершины. Зато легко начертить следующие две фигуры. У этих фигур (см. рис. 115 и 116), как видите, все вершины «четные». Теперь перейдем к той задаче, которую собирается решить наша муха:

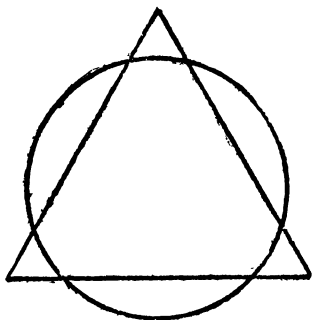


Рис. 116.

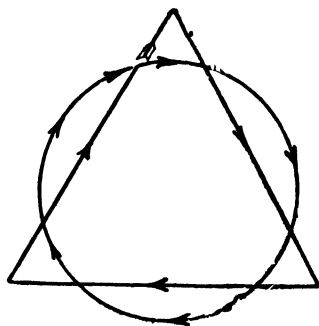


Рис. 117.

Фигура, вычерчиваемая одной непрерывной линией; направо — порядок вычерчивания.

обойти по одному разу все ребра октаэдра непрерывным движением. На каждой вершине этой фигуры сходятся 4 ребра; в ней вовсе нет «нечетных» вершин. Поэтому вы можете начать путешествовать с любой вершины и возвратитесь в исходную точку. Вот одно из возможных решений (см. рисунок 118).

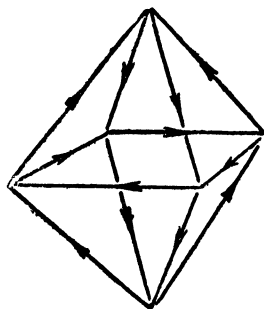


Рис. 118. Решение задачи о мухе и кристалле.

— А знаете, это интересный род головоломок. Можете вы задать мне десяток подобных задач? Я подумаю о них на досуге.

— Извольте. (См. рис. 119—124):

#### РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О НЕПРЕРЫВНОМ РИСОВАНИИ

Из представленных на стр. 121 фигур безусловно могут быть начерчены непрерывной линией только первые пять. В этих фигурах у всех точек пересечения сходится четное число линий, — следовательно, можно начать чертить с любой точки. Каждая точка может служить начальной, она же будет и конечной. Выполнение чертежей показано на стр. 125,

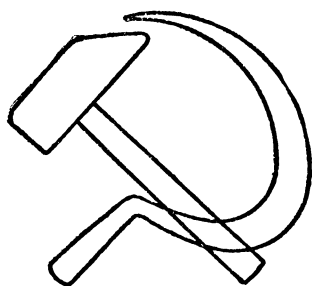


Рис. 119.

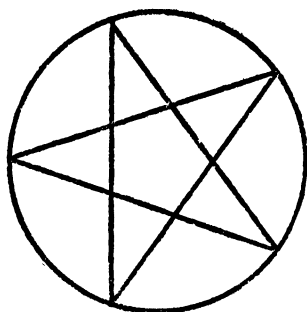


Рис. 120.

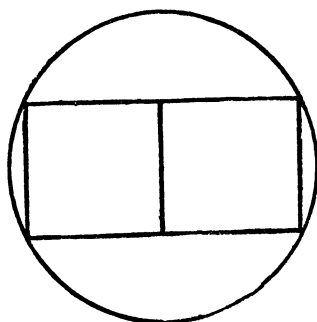


Рис. 121.

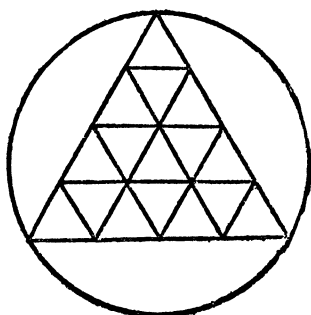


Рис. 122.

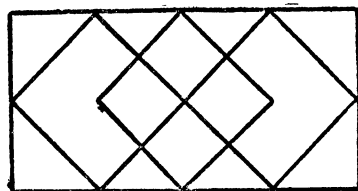


Рис. 123.

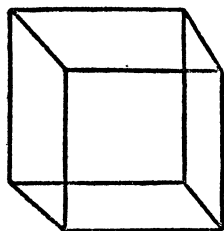


Рис. 124.

Рис. 119—124. Задачи 151—156 на непрерывное вычерчивание фигур.

Первая фигура включает только две «нечетные» точки, — те места, где ручка молотка входит в головку: у них сходится по три линии. Поэтому фигуру можно начертить непрерывной линией только в том случае, если начать в одной из «нечетных» точек и кончить в другой.

То же относится и к рис. 121 под ней: он содержит только две «не-

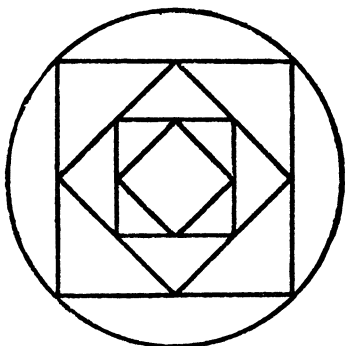


Рис. 125.

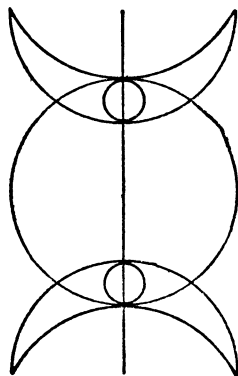


Рис. 126.

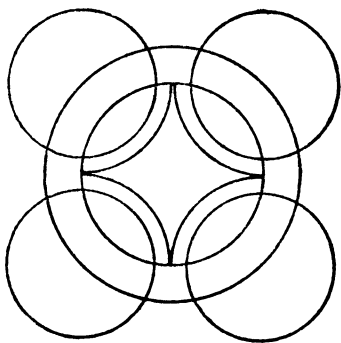


Рис. 127.

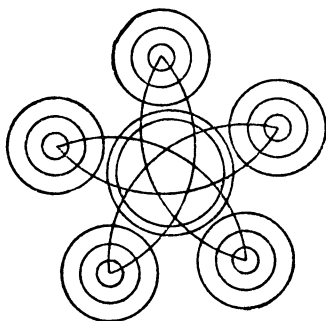


Рис. 128.

Рис. 125—128. Задачи 157—160 на непрерывное вычерчивание фигур.

четных» точки; они и должны быть начальной и конечной точкой при черчении.

Фигура рис. 124 (куб) включает более двух «нечетных» точек, — а потому ее совершенно невозможно начертить одной непрерывной линией.

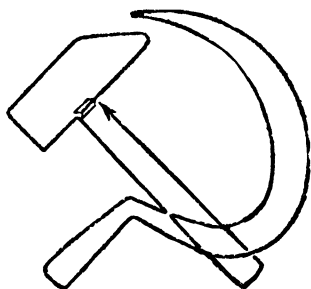


Рис. 129.

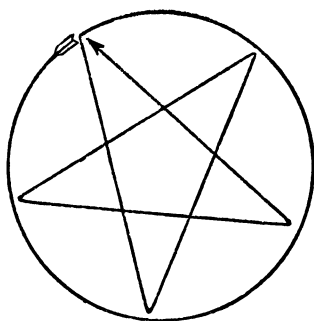


Рис. 130.

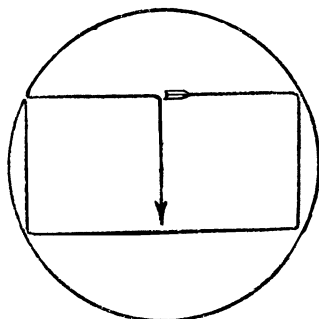


Рис. 131.

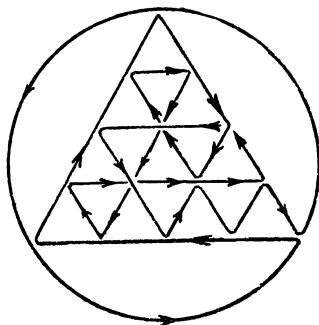


Рис. 132.

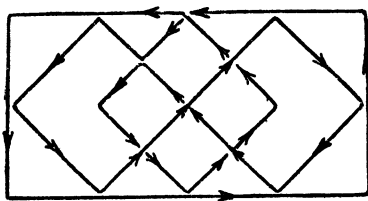


Рис. 133.

Рис 129—133. Решения задач рис. 119—123.

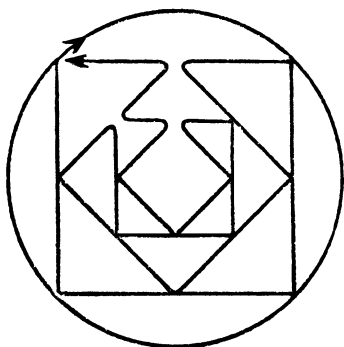


Рис. 134,

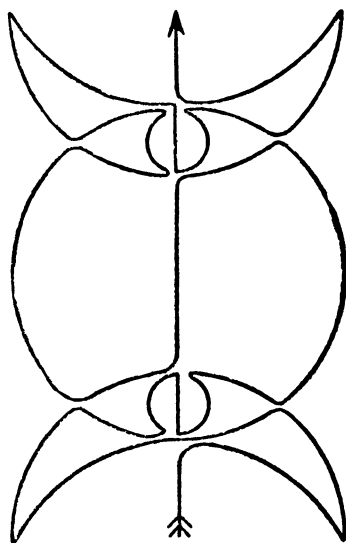


Рис. 135.

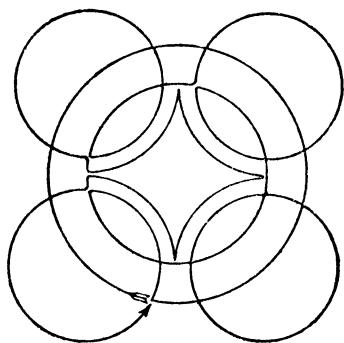


Рис. 136.

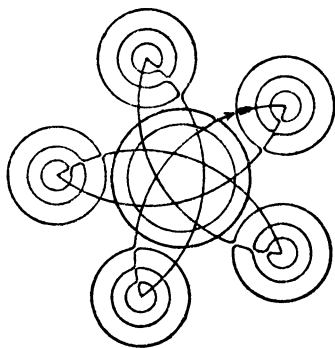


Рис. 137.

Рис. 134—137. Решения задач рис. 125—128,

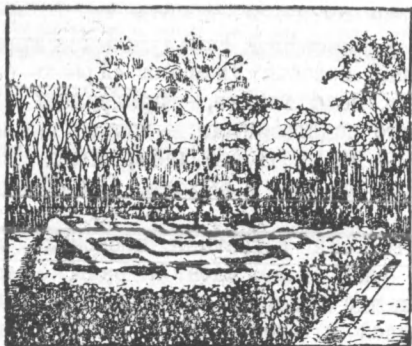


Рис. 138. Гемптонский лабиринт.

## ГЛАВА XVI

### ПУТЕШЕСТВИЯ ПО ЛАБИРИНТАМ

#### 141. ПО САДОВЫМ АЛЛЕЯМ

На рис. 138 вы видите уголок сада, запутанные дорожки которого отделены друг от друга высокими стенами живой изгороди. Это так называемый садовый лабиринт, устроенный

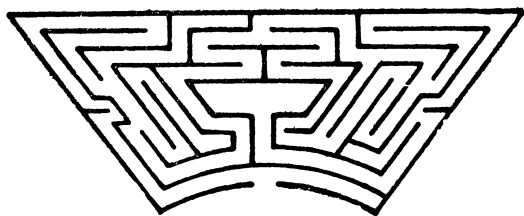


Рис. 139. План Гемптонского лабиринта.

с той целью, чтобы бродящий по нему нескоро нашел выход. На рис. 139 показан план того же лабиринта, устроенного в Англии, в небольшом городке Гемптоне. Это — своего рода достопримечательность, один из самых знаменитых лабиринтов. В центре его устроена площадка с двумя деревьями, выступающими над стенами изгороди.

Вам, пожалуй, покажется, что обойти такой небольшой



лабиринт — дело нехитрое и что уж во всяком случае вы в нем не заблудились бы. Так думал и Гаррис, один из трех героев шуточной повести Джерома «Трое в одной лодке».

— Пойдемте, если хотите, — приглашал он в Гемптонский лабиринт своего родственника, — только тут нет ничего интересного. Нелепо называть это лабиринтом. После первого поворота направо вы уже у выхода. Мы обойдем его в десять минут!

В лабиринте они встретили несколько человек, которые бродили там уже около часа и рады были бы выбраться. Гаррис сказал, что они могут, если угодно, следовать за ним; он только-что вошел и сделал всего один круг. Они ответили, что очень рады, и пошли за ним.

Вот что рассказывал он потом о своем блуждании в лабиринте:

По дороге к нам приставали все новые и новые лица, пока не собралась вся публика, находившаяся в лабиринте. Люди, потерявшие уже всякую надежду выбраться отсюда и увидеть когда-нибудь семью и друзей, ободрялись при виде Гарриса и примыкали к процессии, благословляя его. По словам Гарриса, их набралось человек двадцать, в их числе женщина с ребенком, которая провела в лабиринте целое утро и теперь уцепилась за его руку, чтобы случайно не потерять его.

Гаррис повернул направо, но путь оказался очень длинным, и родственник заявил, что лабиринт, повидимому, очень велик.

— О, один из самых обширных в Европе! — подтвердил Гаррис.

— Должно быть, — ответил родственник, — мы прошли уже добрых две мили.

Гаррис начинал чувствовать смущение, но все еще бодрился, пока не наткнулся на кусок пряника, валявшийся на земле. Родственник Гарриса клялся, что видел этот самый кусок семь минут назад.

— О, не может быть! — сказал Гаррис.

Но женщина с ребенком заявила, что, «напротив, очень может быть», так как она сама приняла у ребенка этот пряник и уронила его еще за минуту до встречи с Гаррисом. Она прибавила, что лучше бы ей вовсе не встречаться с Гаррисом, и высказала предположение, что он обманщик. Гаррис возмутился. Он вынул карту и изложил свою теорию.

— Карта была бы очень кстати, — заметил один из спутников, — если бы только мы знали, где находимся.

Гаррис именно этого и не знал. Он предложил вернуться к выходу и начать сызнова. Последняя часть его предложения не возбудила энтузиазма, но первая — относительно возвращения к выходу — была принята единодушно. И вот все потащились в обратный путь. Минут через десять вся компания очутилась в центре лабиринта.

Гаррис хотел было сказать, что он сюда и направлялся, но настроение толпы показалось ему опасным, и он сделал вид, что попал сюда случайно.

Во всяком случае, куда-нибудь надо было идти. Теперь они знали, где находятся, и потому снова взялись за карту.<sup>1</sup> Казалось, выбраться ничего не стоит, и они в третий раз тронулись в путь.

Три минуты спустя, они снова очутились — в центре лабиринта...

После этого они так и не могли развязаться с ним. Куда бы ни направлялись, всякий раз возвращались к центру. Это повторялось так правильно, что некоторые решали оставаться на месте и ждать, пока товарищи не сделают обхода и не вернутся к ним. Гаррис извлек было карту, но один ее вид привел толпу в бешенство. По словам Гарриса, он чувствовал в эту минуту, что популярность его до некоторой степени утрачена.

В конце концов, они окончательно сбились с толку и стали звать сторожа. Тот явился, взобрался на наружную лестницу и крикнул им, куда идти.

Но все уже так одурели, что не могли ничего понять. Тогда он крикнул, чтобы они стояли на месте и дожидались его. Они сбились в кучу и стали ждать, а он спустился с лестницы и пошел к ним.

Это был молодой и неопытный сторож; забравшись в лабиринт, он не мог отыскать их и тщетно пытался к ним пробраться; в конце концов, он сам заблудился. По временам они видели его мелькавшим там и здесь, по ту сторону изгороди, а он, завидев их, устремлялся к ним, — но спустя минуту появлялся на прежнем месте и спрашивал, куда они девались.

Пришлось дожидаться, когда явился к ним на выручку один из старых сторожей».

Автор-юморист не обошелся здесь без преувеличений; но

---

<sup>1</sup> Советую читателю при чтении иметь перед глазами приложенный здесь план Гемптонского лабиринта. — Я. II.

в основном похождения блуждающих по лабиринту описаны довольно правдоподобно. Вы можете сами испытать нечто в этом роде, если вообразите, что находитесь на центральной лужайке этого сада и хотите пробраться к выходу. Какой путь вы выберете? Заострите спичку, уткните ее острием в лужайку и попробуйте вывести ее по дорожкам сада наружу. Вам придется не мало проблуждать по закоулкам и тупикам, прежде чем вы отыщете выход. А что было бы, если бы вы очутились на самом деле в таком саду? Тогда выбраться было бы несравненно труднее, потому что вы не могли бы окинуть взглядом всех дорожек сада, которые на рисунке находятся перед вашими глазами.

## 142. ПРАВИЛО ОДНОЙ РУКИ

Существует, однако, очень простой способ входить в любой лабиринт, не боясь в нем заблудиться. Пользуясь этим правилом, можно найти обратный выход из всякого лабиринта, как бы запутаны ни были его ходы и переходы. Вот в чем состоит это правило безопасного блуждания в лабиринтах:

Надо ходить по лабиринту, все время касаясь его стенки одной и той же рукой.

Это значит, что при входе в лабиринт вы должны коснуться его стенки одной рукой (все равно, правой или левой) и во время блуждания в нем неизменно касаться стенки той же рукой.

Попробуйте — чтобы испытать этот способ — применить «правило одной руки» для мысленной прогулки по плану Гемптонского лабиринта. Вооружившись спичкой, вообразите, что вы входите в этот садовый лабиринт и все время прикасаетесь одной рукой его стенок. Вы довольно скоро доберетесь от наружного входа до центра лабиринта. Не опускайте здесь вашей руки, продолжайте идти дальше, касаясь ею стенок, — и безошибочно выберетесь из закоулков лабиринта снова к наружному входу.

Объясним, откуда взялось это удобное правило. Представьте, что вы входите с завязанными глазами в комнату, в которую имеется только один вход (рис. 140). Как должны вы поступить, чтобы обойти ее всю и снова выбраться из нее? Проще всего идти вдоль стен, не отрывая руки от стены (рис. 141), тогда вы непременно добредете снова до двери, через которую вошли. Здесь целесообразность «правила одной руки» понятна сама собою. Вообразите теперь, что стены ком-

наты имеют выступы, как показано на следующих двух рисунках (142 и 143). Перед вами уже не простые комнаты, а настоящие лабиринты. Легко убедиться, что «правило одной

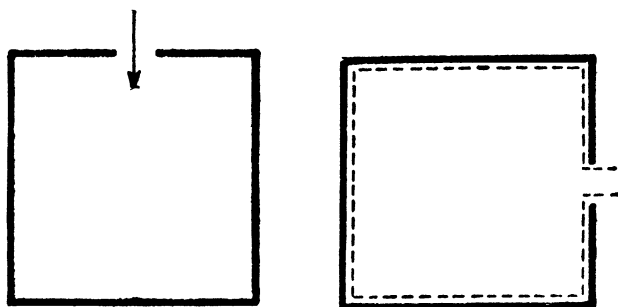


Рис. 140 и 141. Простейший случай применения правила одной руки.

руки» должно и в этих случаях сохранять свою силу, надежно приводя вас снова к выходу из помещения.

Правило это имеет, впрочем и свои неудобства. Пользуясь

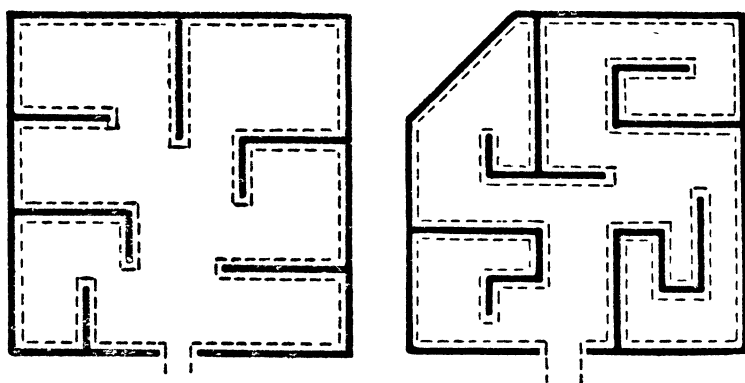


Рис. 142 и 143. Комнаты-лабиринты.

им, вы можете войти в любой лабиринт и наверняка из него выйти. Но это не значит, что вы обойдете все закоулки лабиринта без исключения. Вы побываете только в тех местах, стенки которых так или иначе связаны с наружной стеной лабиринта, — составляют как бы ее продолжение. Но вы пройдете мимо тех участков лабиринта, стенки которых не име-

ют связи с наружными стенами. В садовом лабиринте Гемптона как раз имеется такой участок, и потому, пользуясь правилом «одной руки», вы не можете пройти по всем дорожкам этого прославленного лабиринта: одна дорожка останется непрой-

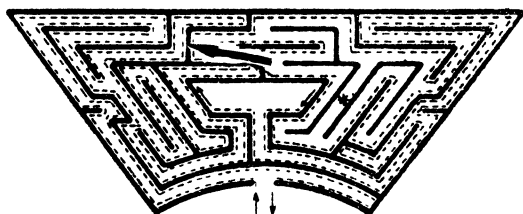


Рис. 144. Как надо обходить Гемптонский лабиринт.

денной. На рис. 144 пунктирные линии показывают путь вдоль стен живой изгороди, если пользоваться «правилом одной руки», а звездочка отмечает ту единственную аллею, которая при этом остается непройденной.

#### 143. ПРАВИЛО ТРЕМО

Может встретиться даже такой лабиринт, в котором, подвигаясь согласно сейчас изложенному правилу, вы обойдете лишь весьма незначительную его часть. Пример подобного лабиринта вы видите на рис. 145. Вступив в этот лабиринт и странствуя по нему, руководясь «правилом одной руки», вы обойдете только по наружной аллее; вся внутренность лабиринта останется непосещенной.

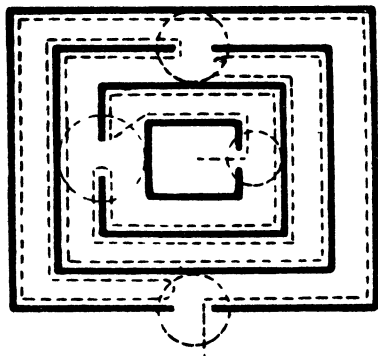


Рис. 145. Применение правила Тремо.

Имеется, однако, способ обходить по всем закоулкам и такого лабиринта. Относящееся сюда правило носит название «метода Тремо». Покажем, как применяется этот

метод в нашем частном случае. Возле каждого входа в изгородь опишем круг; Тремо называл эти круги «узлами». Узел считается

новым, если мы вступаем в него в первый раз, и старым, если он раньше уже был посещен. Более двух раз узел не посещается, если держаться рассматриваемого правила. Правило же гласит следующее. Вступив в новый узел, продолжают двигаться дальше согласно правилу одной руки. Дойдя до того же узла вторично (т. е. вступая в старый узел), переходят поперек аллеи к противоположной стене и идут возле нее по правилу одной руки. На рисунке правильный путь обозначен пунктиром. Легко видеть, что описанный метод достигает цели: все аллеи лабиринта оказываются пройденными.

#### 144. ДРЕВНИЕ ЛАБИРИНТЫ

В наше время лабиринты устраиваются для развлечения. Какой-нибудь участок парка отводится под лабиринт; посетители под собственный смех бродят по его извилистым дорожкам между высокими стенами живой изгороди.

Но в прежнее время лабиринты сооружались вовсе не для развлечения. Их строили не под открытым небом, а внутри зданий или даже под землей. Было время, когда лабиринты служили средством казни: люди, запертые в них, безнадежно блуждали по длинной сети коридоров, переходов, зал, пока не погибали от истощения и голода. Самый древний лабиринт, по преданию, находился на острове Крите в Средиземном море: переходы его были так запутаны, что, если верить преданию, — сам строитель не мог найти из них выхода. Существовал ли в действительности такой намеренно построенный лабиринт на острове Крите — неизвестно. Возможно, что поводом к появлению этого предания послужили естественные лабиринты в подземных пещерах Крита или запутанные переходы в его древних каменоломнях.

Но в глубокой древности, без сомнения, существовали и намеренно построенные лабиринты, которые имели целью охранять могилы. Гробницы богатых правителей окружались сетью запутанных переходов, чтобы оградить их от расхищения. Гробница помещалась в центре лабиринта, и если бы грабитель даже удалось добраться до спрятанных сокровищ, он не отыскал бы обратного выхода. Правило «одной руки» не могло выручить грабителя; в древности об этом правиле еще не знали, а кроме того, оно не всегда, как известно, дает возможность обойти все переходы лабиринта. Легко устроить такой лабиринт, бродя по которому согласно правилу «одной руки», как раз минуете место, где спрятаны сокровища.

У нас на Севере, в районе Архангельска, по берегам и островам Белого моря, а также в Лапландии находят кое-где остатки построенных очень давно лабиринтов. Лабиринты эти были сооружены довольно грубо — попросту выложены из больших камней — валунов. Кем они воздвигнуты и для какой цели — неизвестно. Местные жители называют их «вавилонами», но ничего не могут сообщить об их происхождении и назначении. Да и неудивительно: «вавилонны» построены не менее чем три тысячи лет назад, и в памяти народа не сохранилось о них никаких преданий.

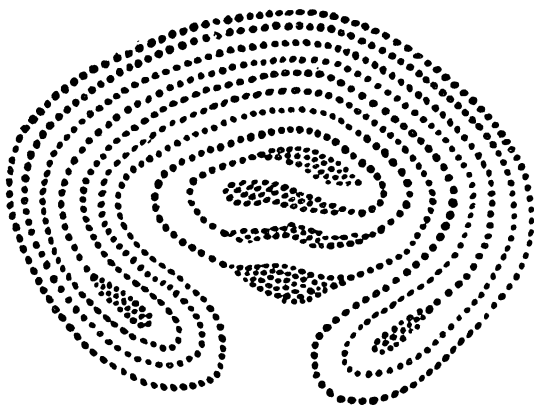


Рис. 146. Лабиринт на Соловецком острове.

На рис. 146 изображен план древнего лабиринта на Соловецком острове (в Белом море). Он имеет форму подковы; длина его внутренних ходов — около двухсот метров.

На следующем рис. 147 изображен другого рода лабиринт — круглый; он находится вблизи села Покой в районе Архангельска. Сравните его вид с старинным садовым лабиринтом Англии (рис. 148): сходство поразительное! Английский лабиринт гораздо моложе Архангельского, но строители-англичане, разумеется, не бывали в селе Покой. Очевидно, такого рода сооружения повсюду в Европе возводились по одному древнему образцу.

#### 145. ЛАБИРИНТЫ-ГОЛОВОЛОМКИ

Странную судьбу пережили лабиринты! В старину, мы знаем, они сооружались с серьезными, хотя не всегда понятными для

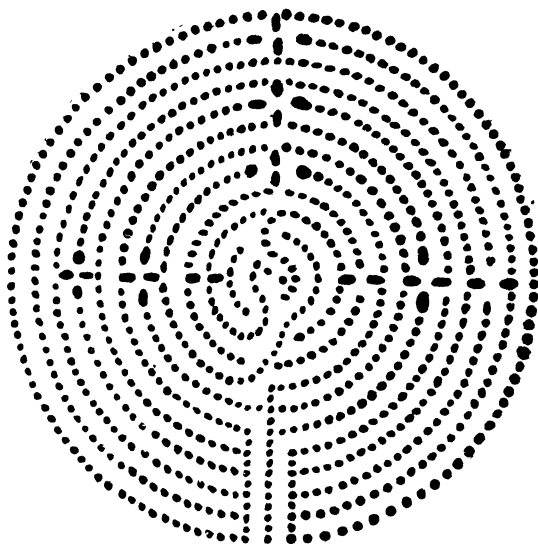


Рис. 147. Архангельский лабиринт,  
сложенный из валунов.



Рис. 148. Старинный английский са-  
довый лабиринт.



нас, целыми. В глубокой древности они охраняли сокровища, спрятанные в могилах. В мрачную пору средних веков ими пользовались для казни. Но прошел ряд столетий — и лабиринты превратились в предмет развлечения и игры и даже более.

Впрочем, почти все нынешние игры были в свое время серьезным и нужным делом. Мы забавляемся теперь стрельбой из лука; для нас это игра; но для наших предков — первобытных охотников или древних воинов — стрельба из лука была делом важным, вопросом существования; кто не умел

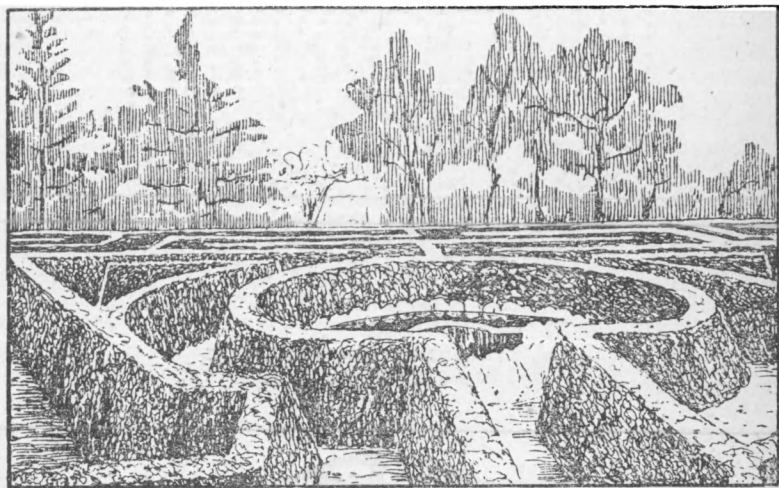


Рис. 149. Садовый лабиринт.

хорошо стрелять из лука, тот не мог добыть себе пропитания охотой или защититься от нападения врага. Когда же было изобретено ружье, лук стал ненужен и превратился в детскую игрушку. Точно так же для нынешних детей игра в прятки — веселая забава. А в глубокой древности умение искусно прятаться от врагов было жизненной необходимостью для взрослых людей. Почти все то, что теперь служит для забавы детей, было в старину важным делом для взрослых.

И лабиринты пережили свой век, превратившись в наши дни в своеобразное развлечение.

Существуют не только садовые лабиринты (рис. 149), но и лабиринты-рисунки, начерченные на бумаге; они предназначены непосредственно для игры. Рис. 150—156 предста-

влияют собою образчики таких лабиринтов-головоломок. Они довольно запутаны, и выбраться из их середины не так-то легко.

Любопытным примером неожиданного применения лабиринта может служить изображенный на рис. 158. Его можно назвать „агитационным“



Рис. 150. Лабиринт — головоломка.

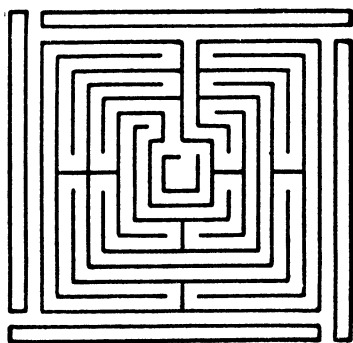


Рис. 151. Лабиринт - головоломка.

лабиринтом, потому что он придуман с агитационной целью. Один английский рабочий журнал предпринял денежный сбор с целью

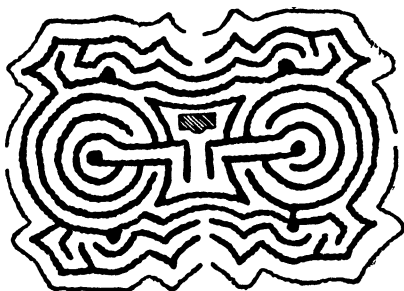
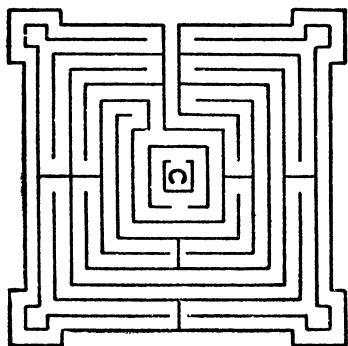
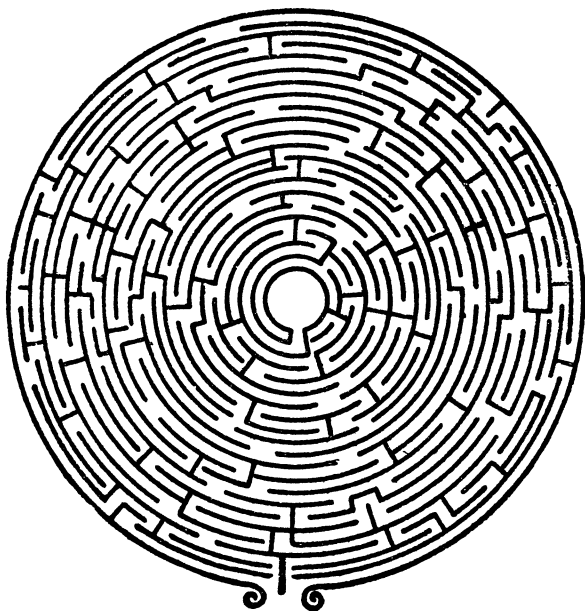


Рис. 152 и 153. Другие лабиринты головоломки.

устроить детскую площадку для пролетарских ребят. Чтобы привлечь внимание читателей к этому делу, журнал напечатал



154. Еще лабиринт-головоломка.

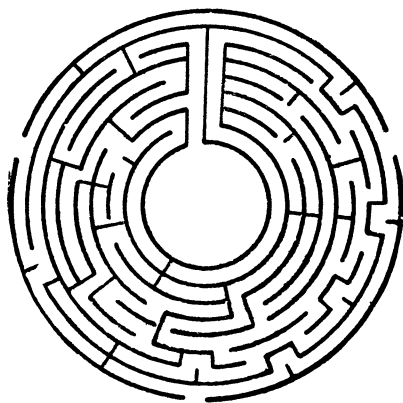


Рис. 155. Лабиринт Хрустального дворца.

лабиринт, у входа в который изображен заводский поселок с дымящимися трубами, а в центре — благоустроенная площадка

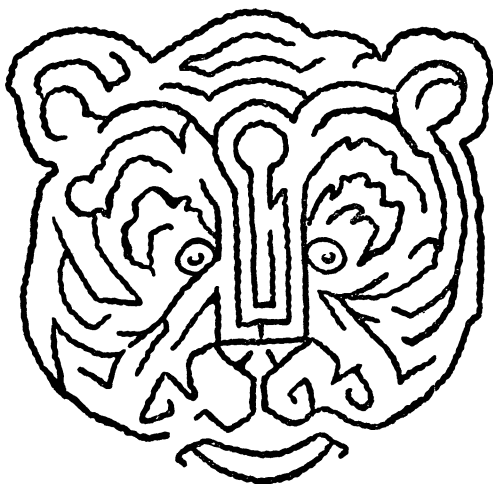


Рис. 156 Лабиринт-рисунок.

для игр. Длинные, запутанные переходы, ведущие от заводского поселка до площадки, наглядно показывают, как трудно детям английских рабочих добираться до мест с чистым, здоровым воздухом.

Пожалуй, больше всего походит на лабиринты древнего времени тот, который устроен в Лондоне, в здании выставочного помещения, известного под названием «Хрустального дворца». Это лабиринт крытый, и человек, блуждающий в нем, не видит голубого неба над собою, как в парковом лабиринте. Устроен он, разумеется, для развлечения посетителей. Попробуйте «побродить» по изображенному здесь плану этого лабиринта, — вы ощутите — конечно, в слабой степени — то, что испытывают посетители этой лондонской диковины и.



Рис. 157. Лабиринт-рисунок.

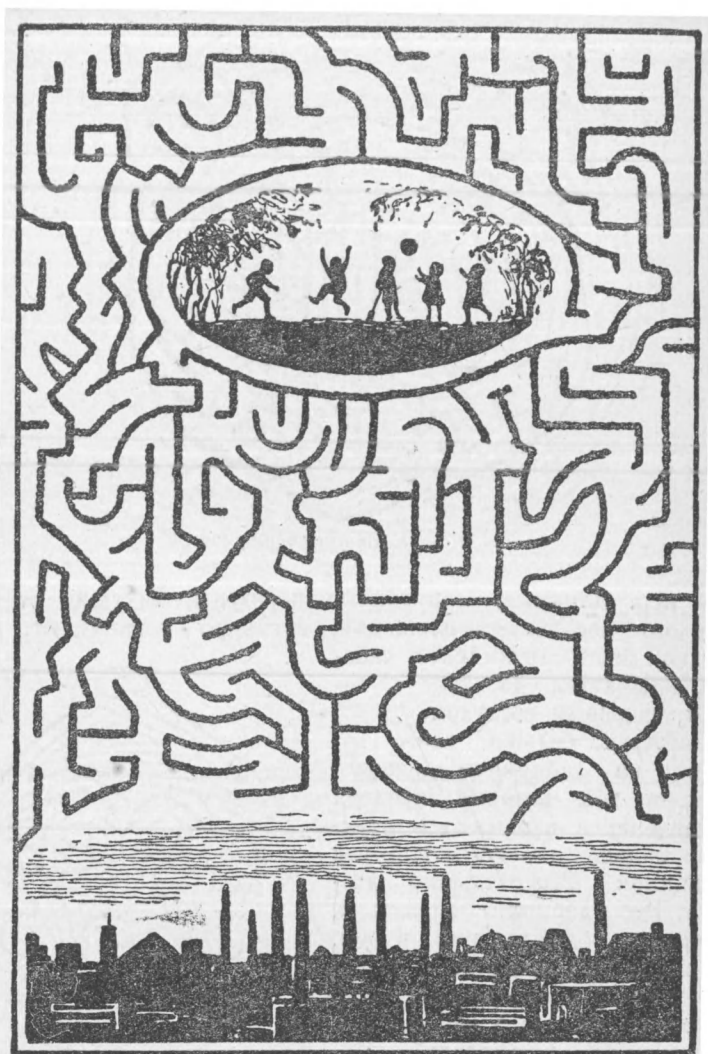


Рис. 158. «Агитационный» лабиринт.  
(См. текст на стр. 135).

В старину думали, что если пути лабиринта очень запутаны, то человек, заведенный туда, никогда не сможет из него выбраться: он будет напрасно бродить по переходам, много раз возвращаясь на одни и те же места и безнадежно ища выхода. Но это неверно. Можно доказать математически, что безвыходных лабиринтов вообще не существует. Мы уже говорили о правиле «одной руки», придерживаясь которого можно смело войти в лабиринт и выйти из него, не боясь в нем затеряться. Правило это, мы знаем, недостаточно, чтобы посетить все без исключения тупики и закоулки лабиринта, не пропустив ни одного. Для полного обследования лабиринта надо действовать иначе, руководясь хотя бы изложенным выше правилом Тремо.

Людям приходится иногда разрешать подобные задачи на практике. Существует множество пещер, которые ученым интересно исследовать. Некоторые из таких подземелий весьма обширны, имеют множество разветвлений и длинных запутанных коридоров. Чтобы отважиться проникнуть вглубь такого естественного лабиринта, надо принять ряд предосторожностей.

Двести лет назад французский ботаник Турнефор решил исследовать пещеру на острове Крите. Местные жители считали, что пещера эта, изрезанная многочисленными подземными переходами, представляет собою настоящий лабиринт: люди, имевшие неосторожность углубиться в него, обречены на гибель.

Но французского ученого эти мрачные рассказы не устроили, а лишь побудили к крайней осмотрительности. Вот что рассказывает он о своем походе вглубь пещеры:

«Пробродивши некоторое время со своими спутниками по целой сети подземных коридоров, мы подошли к длинной и широкой галлее, которая привела в обширную залу в глубине лабиринта. Мы сделали, — говорит Турнефор, — в полчаса полторы тысячи шагов по этой галлее, не уклоняясь ни вправо, ни влево... По обе стороны от нее тянется столько коридоров, что в них непременно запутаешься, если не принять необходимых предосторожностей; а так как у нас было сильное желание выбраться из этого лабиринта, то мы и позаботились обеспечить себе обратный путь.

Во-первых, мы оставили одного из наших проводников у входа в пещеру и велели ему тотчас же собрать людей из

соседней деревни для нашего освобождения, если мы не вернемся к ночи. Во-вторых, у каждого из нас в руках было по зажженному факелу. В-третьих, на всех поворотах, которые нам казалось затруднительным отыскать впоследствии, мы прикрепляли справа к стене нумерованные бумажки. И в-четвертых, один из наших проводников клал по левую сторону заготовленные им заранее пучки терновника и посыпал дорогу рубленой соломой, которую он все время нес с собою в мешке».

Впоследствии французский математик Люка разработал систему правил, пользуясь которыми можно пройти по всем без исключения переходам самого запутанного лабиринта и благополучно выйти наружу. Правила эти, не совпадающие с приведенными ранее, довольно сложны, и приводить их здесь мы не будем.

#### 147. ЛАБИРИНТЫ-ТЕСТЫ

Правила, о которых сейчас было упомянуто, нужны только тогда, когда блуждаешь в настоящем лабиринте, и притом очень запутанном. Если же лабиринт нарисован на бумаге и не чересчур сложен, то достаточно простой смекалки, находчивости, чтобы отыскать правильный путь. Одним удается сделать это быстро, другим не так скоро. По тому, насколько проворно справляется человек с такой задачей, можно судить о его сообразительности.

Таким способом в последнее время стали испытывать сметливость школьников. Расскажем, как выполнялось подобное обследование в Ленинграде.<sup>1</sup>

На рис. 159—161 вы видите те лабиринты, помощью которых испытывалась сообразительность школьников. Всех лабиринтов двадцать. Первые из них не представляют никаких затруднений и предлагаются лишь для того, чтобы втянуть в работу. Но чем дальше, тем лабиринты становятся трудней.

Испытания проводятся так. Школьник получает тетрадь с лабиринтами<sup>2</sup> и должен показать карандашной чертой, как надо по ним двигаться, чтобы пробраться от входа до выхода самым коротким путем, минуя все тупики. Кто проходит безошибочно двадцать лабиринтов в четыре минуты, у того со-

---

<sup>1</sup> В детском обследовательском институте проф. Грибоедова.

<sup>2</sup> Этот набор рисунков называется «лабиринтами Требью» — по имени составившего их английского ученого.

образительность средняя, нормальная. Кто справляется раньше, тот смелливее; а у кого после четырех минут остаются еще непройденные лабиринты, тот по сообразительности ниже

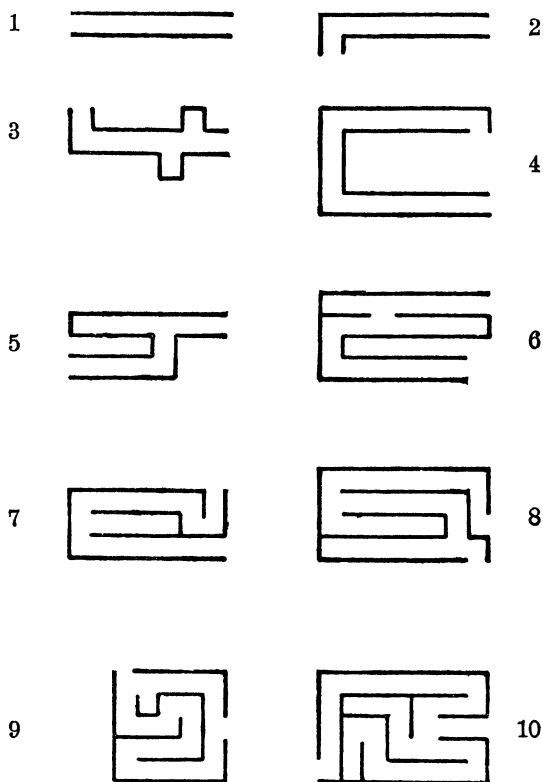


Рис. 159. Первые 10 лабиринтов Требью для оценки сообразительности детей.

среднего, — и тем ниже, чем больше осталось у него непрочерченных лабиринтов.

В школах помощью лабиринтов испытывают сразу учащихся целого класса. Ученикам раздают тетради с лабиринтами, но не велят раскрывать их до разрешения. По возгласу «Приготовиться!» дети берут карандаши и настораживаются. По команде «Начинайте!» раскрывают тетради и приступают к



работе. Руководитель следит по часам за временем. Когда протекает четыре минуты, дается сигнал, и все должны сделать у себя в тетради пометку, на котором лабиринте сигнал застал их работу. Потом продолжают опыт еще несколько минут, пока не будут прочерчены двадцать лабиринтов.

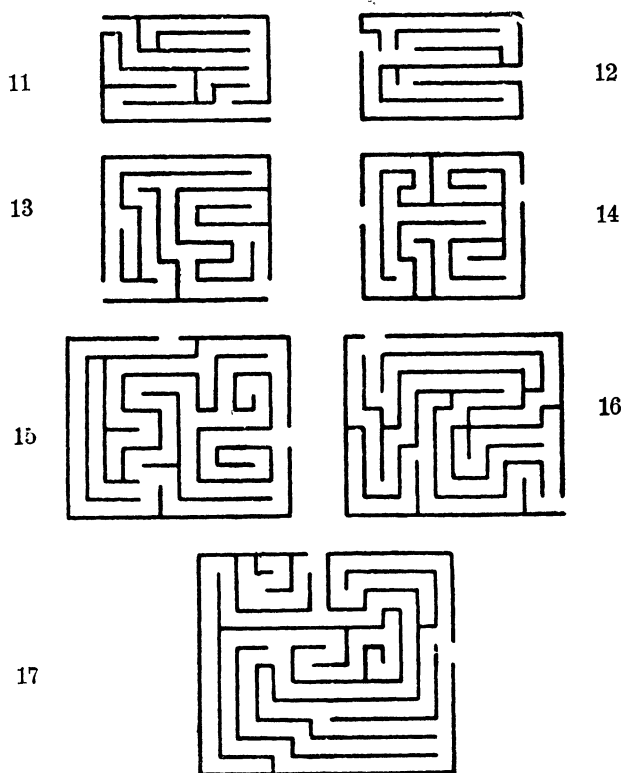


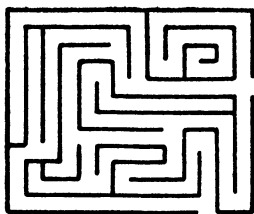
Рис. 160. Следующие 7 лабиринтов Требью.

Конечно, не все справляются с этим в одинаковое время. Одни отстают на минуту, другие на две, на три, даже на четыре минуты, т. е. прочерчивают все лабиринты в восемь минут.

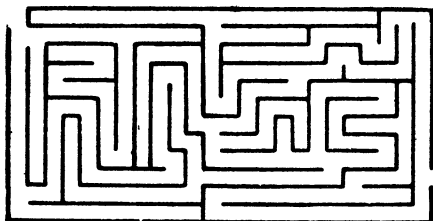
В среднем школьники первой ступени успевали за четыре минуты проходить около восемнадцати лабиринтов, второй ступени — около девятнадцати. Маленькие дети — дошколь-

ники — в четыре минуты успевали проходить только четырнадцать лабиринтов.

18



19



20

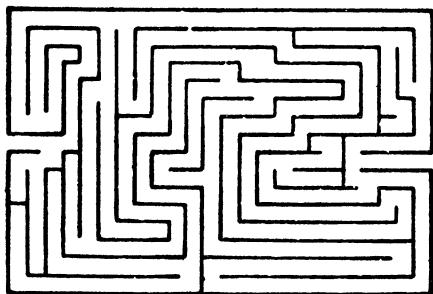


Рис. 161. Последние 3 лабиринта Требью.

Взрослые на таких испытаниях справлялись в четыре минуты со всеми двадцатью лабиринтами; иногда прочерчивали их даже в три минуты. Лабиринт-тест помогает педагогу определить наклонности детей, что очень важно при выборе профессии в будущем.

#### 148. ОПЫТЫ С ЖИВОТНЫМИ

Самое неожиданное применение лабиринтам нашли зоологи, которые стали пользоваться ими для испытания сообразительности животных. Испытание ведется не на рисунках, а в

подлинных лабиринтах, — конечно, небольших размеров. Для этого часто употребляют уменьшенное подобие того самого Гемптонского лабиринта, о котором мы говорили в начале главы и к которому относится шуточный рассказ Джерома. Лабиринт устраивают в ящике под стеклом. Через наружный ход в такой лабиринт пускают голодную мышь или крысу, и они должны научиться кратчайшим путем добираться до центра, где заготовлен корм. Опыт повторяют многократно; животное делает с каждым разом все меньше лишних петель и, наконец, научается добираться до центра, минуя все тупики. Особенно быстро учатся этому крысы; с мышами приходится повторять опыт раз по семьдесят, прежде чем они приучатся находить кратчайший путь; крысы же выучиваются несравненно скорее. Это доказывает, что крысы гораздо сметливее, сообразительнее мышей. Опыты подобного рода еще ведутся в настоящее время в Ленинграде и, вероятно, выяснят много интересного о нервной деятельности животных.

#### 149. ЛАБИРИНТЫ В ТЕХНИКЕ

Вот уж где казалось бы лабиринт не может найти себе применения. Лабиринт и техника!

Однако современная техника машиностроения использует для изготовления разных деталей принцип лабиринта. Какие это детали?

Каждый ли из нас знает, что автомобили, тракторы, мотоциклы, дизеля и вообще все двигатели внутреннего сгорания снабжены специальным «лабиринтом»-глушителем — для достижения бесшумности работы двигателя? Глушитель представляет собой трубу, в которой устроены перегородки, задерживающие напор отходящих газов и смягчающие шум. Газы, проходя по многим извилинам глушителя, теряют свою упругость, выходят из него при гораздо меньшем давлении.

Далее: ряд вращающихся частей машин, работающих при высоком давлении (например валы турбин, насосов и т. д.), нуждаются в соответствующем уплотнении в местах опор (подшипники), выходов наружу и др. Обычное соединение (сальник из набивки) оказывается здесь неудовлетворительным. В таких случаях устраивается специальное «лабиринтное уплотнение», причем промежутки между проходами такого «лабиринта» набиты графитовым порошком, или заполнены другим уплотняющим материалом.

Принцип лабиринта применяется и во многих других отраслях техники.

Как видите, лабиринт не только развлечение, но и важная часть тех многочисленных и сложных машин и аппаратов, которые изготовляет наша социалистическая промышленность.

---

Наша беседа о лабиринтах кончена. Вы видите, как необычайна их судьба. Из таинственных сооружений глубокой древности, назначение которых во многих случаях составляет для нас загадку, они постепенно превратились в средство увеселения и развлечения. А в самое последнее время лабиринты вновь неожиданно приобретают серьезное значение: ими пользуются как способом изучения природной сообразительности человека и животных, их применяют в технике.

Исторические судьбы лабиринтов столь же извилисты, как собственные их ходы!

**КОНЕЦ**

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Задачи Решения

## I. Дюжина легких задач.

1. Путь жука . . . . .	3	6
2. Иваны Петровичи и Петры Ивановичи . . . . .	—	—
3. Покупка фруктов . . . . .	—	—
4. Мед и керосин . . . . .	—	7
5. Две железные палочки . . . . .	4	—
6. Сколько машин? . . . . .	—	—
7. Приблизить дуновением . . . . .	—	—
8. Бочки . . . . .	—	—
9. Братья и сестры . . . . .	—	8
10. Профсоюзный стаж . . . . .	5	—
11. Стаканы и ножи . . . . .	—	—
12. Цена переплета . . . . .	6	—

## II. Дюжина задач погруднее.

13. Чистка картофеля . . . . .	9	12
14. Две кружки . . . . .	—	13
15. Двое рабочих . . . . .	—	—
16. Столяр и плотники . . . . .	10	—
17. До половины . . . . .	—	—
18. Шахматный турнир . . . . .	—	14
19. Как это сделано? . . . . .	—	—
20. Мешки с мукой . . . . .	—	—
21. Три дочери и два сына . . . . .	11	15
22. Девятьсот поклонов . . . . .	—	16
23. Вкрутую и всмятку . . . . .	12	—
24. Прodelки караульных . . . . .	—	—

## III. Еще дюжина задач.

25. Какие монеты? . . . . .	18	22
26. Две коробки . . . . .	—	—
27. Ящик . . . . .	19	—
28. Развертки куба . . . . .	—	23
29. Полуживой и полумертвый . . . . .	—	—
30. Кто лучше видит? . . . . .	20	—

	Задачи	Реше- ния
31. Какого цвета? . . . . .	20	24
32. Загадочные фотоснимки . . . . .	—	—
33. Дрова . . . . .	—	—
34. Стрелок на пароходе . . . . .	21	25
35. Откуда стреляли? . . . . .	—	—
36. Стадо коров . . . . .	—	—

#### IV. Дюжина задач со спичками.

37. Из пяти квадратов четыре . . . . .	27	29
38. Оставить пять квадратов . . . . .	—	30
39. Оставить четыре квадрата . . . . .	—	—
40. Оставить три квадрата . . . . .	28	—
41. Оставить два квадрата . . . . .	—	—
42. Шесть четырехугольников . . . . .	—	—
43. Из дюжины спичек . . . . .	—	—
44. Из полутора дюжин . . . . .	—	—
45. Два пятиугольника . . . . .	—	31
46. Двенадцатиугольник . . . . .	29	—
47. Шесть одинаковых участков . . . . .	—	—
48. Три треугольника . . . . .	—	—

#### V. Вес и взвешивание.

49. Вес бревна . . . . .	33	36
50. Под водою . . . . .	—	—
51. Десятичные весы . . . . .	—	—
52. Брусok мыла . . . . .	—	—
53. Кошки и котята . . . . .	34	—
54. Раковина и бусины . . . . .	—	37
55. Вес фруктов . . . . .	35	—
56. Сколько стаканов? . . . . .	—	—
57. Без гирь . . . . .	—	—
58. На неверных весах . . . . .	—	38

#### VI. Задачи о часах.

59. Цифра шесть . . . . .	39	41
60. Трое часов . . . . .	40	42
61. Двое часов . . . . .	—	—
62. Перевод стрелок . . . . .	—	—
63. Который час? . . . . .	—	—
64. Когда стрелки встречаются? . . . . .	41	—
65. Когда стрелки направлены врозь? . . . . .	—	43
66. По обе стороны шести . . . . .	—	44
67. На сколько часы неверны? . . . . .	—	45
68. Тиканье часов . . . . .	—	—

#### VII. Путевые задачи.

69. Два паровоза . . . . .	46	48
70. Скорость поезда . . . . .	—	—

	Задачи	Реше- ния
71. Два поезда . . . . .	46	49
72. Из вагона . . . . .	47	—
73. Велосипедист . . . . .	—	—
74. Как поезд трогается с места? . . . . .	—	—
75. От Казани до Астрахани . . . . .	—	—
76. Переправа . . . . .	—	—
77. Состязание . . . . .	48	51
78. От Энска до Иксограда . . . . .	—	—

### VIII. Неожиданные подсчеты.

79. стакан гороха . . . . .	52	57
80. Вздорожание и подешевление . . . . .	—	—
81. Шахматная доска . . . . .	—	—
82. Куриные яйца . . . . .	—	58
83. Вода и вино . . . . .	53	—
84. Основание Карфагена . . . . .	—	—
85. Игральная кость . . . . .	—	—
86. Французский замок . . . . .	—	59
87. Сколько портретов? . . . . .	54	—
88. Слишком много предков . . . . .	55	60
89. Мужья и жены . . . . .	56	—
90. Дожди и молебны . . . . .	57	61

### IX. Числовые головоломки.

91. Девять цифр . . . . .	62	65
92. Сложение и умножение . . . . .	—	—
93. Пятью тройками . . . . .	63	—
94. Число 37 . . . . .	—	66
95. Необычайные дроби . . . . .	—	—
96. Загадочное деление . . . . .	—	—
97. Двухзначное число . . . . .	64	67
98. Число в зеркале . . . . .	—	—
99. Четное простое число . . . . .	—	68
100. Признак делимости . . . . .	—	—

### X. Затруднительные положения.

101. Жестокый закон . . . . .	69	75
102. Милостивый закон . . . . .	70	—
103. Учитель и ученик . . . . .	71	—
104. Наследство . . . . .	—	—
105. Как поделить? . . . . .	72	76
106. Переливание . . . . .	—	—
107. На болоте . . . . .	73	—
108. Как разместить? . . . . .	—	—
109. Покупка облигаций . . . . .	74	77
110. Две свечи . . . . .	—	—

# **XI. Фокусы и игры.**

111. Отгадчик . . . . .	78	82
112. Фокус с монетой . . . . .	—	—
113. Исчезающая палочка . . . . .	79	83
114. Игра в 15 . . . . .	—	—
115. Игра в 32 . . . . .	80	84
116. То же наоборот . . . . .	—	85
117. Игра в 27 . . . . .	—	—
118. На иной лад . . . . .	81	86
119. Весы-отгадчик . . . . .	—	—
120. Тайнственные кубики . . . . .	—	87

# **XII. Головоломные размещения и перестановки.**

121. Белки и кролики . . . . .	88	94
122. Дачное затруднение . . . . .	—	—
123. Обмен монет . . . . .	89	—
124. Восемь букв . . . . .	—	—
125. Три дороги . . . . .	90	—
126. Мухи на занавеске . . . . .	91	95
127. Забор . . . . .	—	—
128. Десять замков . . . . .	92	96
129. Плодовый сад . . . . .	—	97
130. Бараны в хлеву . . . . .	93	—

# **XIII. Задачи с квадратами.**

131. Пруд . . . . .	98	101
132. Паркетчик . . . . .	—	102
133. Другой паркетчик . . . . .	99	—
134. Третий паркетчик . . . . .	—	103
135. Белошвейка . . . . .	—	—
136. Еще белошвейка . . . . .	—	—
137. Из креста квадрат . . . . .	—	104
138. Из двух крестов квадрат . . . . .	—	—
139. Куда девался квадратик? . . . . .	100	105
140. Откуда взялся квадратик? . . . . .	101	—

# **XIV. Задачи из путешествий Гулливера.**

141. Паек и обед Гулливера . . . . .	106	111
142. Бочка и ведро лилипутов . . . . .	107	112
143. Животные страны лилипутов . . . . .	—	—
144. Жесткая постель . . . . .	109	113
145. Триста портных . . . . .	—	—
146. Лодка Гулливера . . . . .	—	—
147. Исполинские яблоки и орехи . . . . .	—	114
148. Кольцо великанов . . . . .	110	—
149. Книги великанов . . . . .	111	—
150. Воротнички великанов . . . . .	—	115



**XV. Путешествие по кристаллу и непрерывное рисование. 116****XVI. Странствование по лабиринтам.**

161. По садовым аллеям . . . . .	125
162. Правило одной руки . . . . .	128
163. Правило Тремо . . . . .	130
164. Древние лабиринты . . . . .	131
165. Лабиринты-головоломки . . . . .	132
166. Лабиринты-пещеры . . . . .	139
167. Лабиринты-задачи . . . . .	140
168. Опыты с животными . . . . .	143
169. Лабиринты в технике . . . . .	144

Отв. редактор *Г. Мишкевич.*Технич. редактор *Л. Чернецова.*

Книга сдана в набор 29/IV 1934 г.

Подписана к печати 7/VII 1934 г.

Инд. Д-29, Огиз № 2674. Ленгорлит № 17227. Тираж 30 325 экз. Заказ № 1826.

Формат бумаги 82 × 110 см. 9,97 авт. л. Бум. л. 21/8. (162360 тип. зн. в 1 бум. л.).

2-я типография „Печатный Двор“ треста „Полиграфкнига“, Ленинград, Гатчинская, 26.

цена 1р. 90 коп.  
переплет 50 коп.

