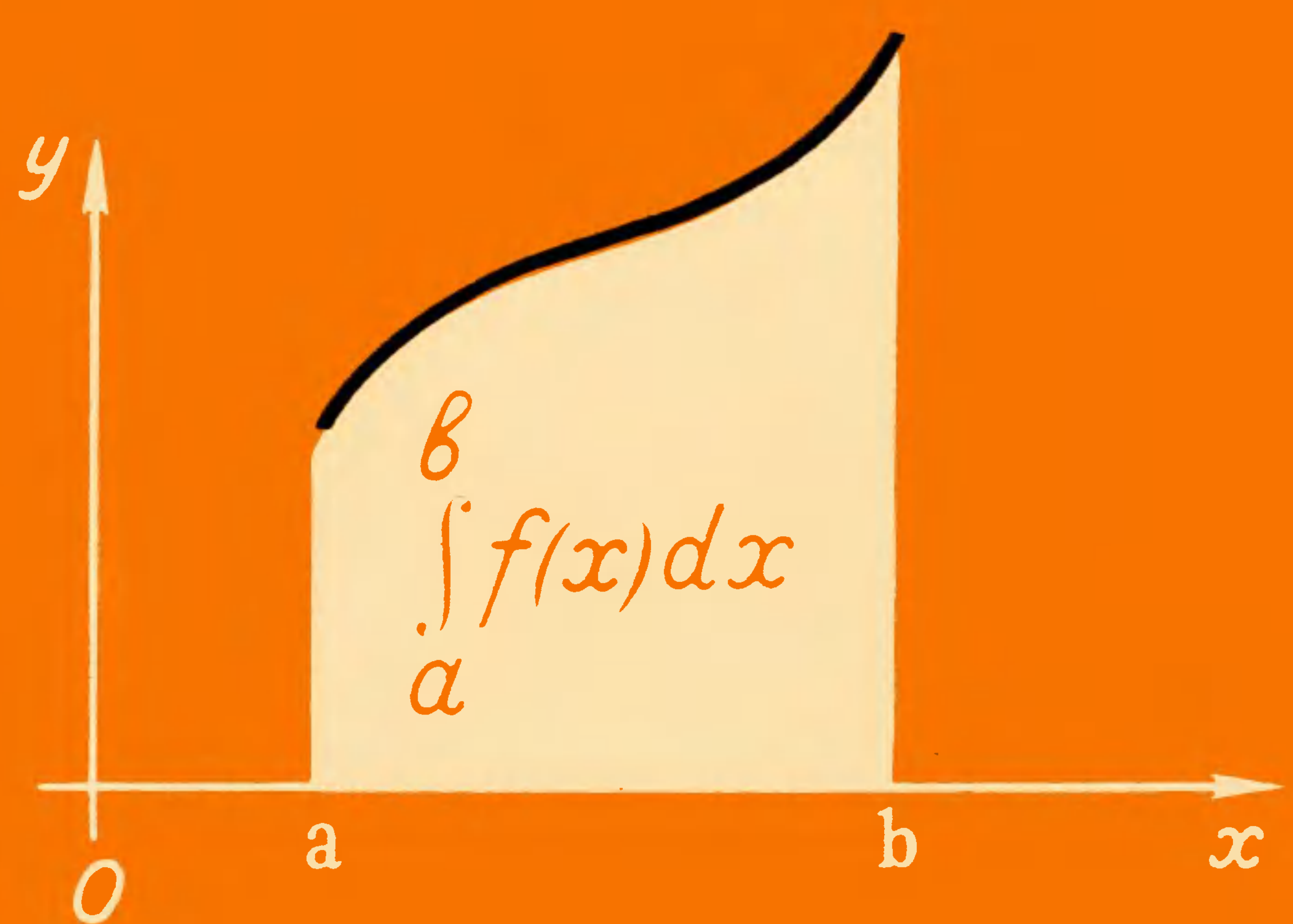
ПРОФТЕХОБРАЗОВАНИЕ

МАТЕМАТИКА

И. Л. НИКОЛЬСКАЯ
З. П. ТАРАКАНОВА

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОПРОСА ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА



И. Л. НИКОЛЬСКАЯ, З. П. ТАРАКАНОВА

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОПРОСА ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА

Одобрено Ученым советом
Государственного комитета СССР
по профессионально-техническому образованию
в качестве учебного пособия
для средних профессионально-технических
училищ

МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1978

ББК 22.14
Н 64

Никольская И. Л., Тараканова З. П.

Н64 Задания для программированного опроса по алгебре и началам анализа: Учеб. пособие для сред. проф.-техн. училищ.— М.: Высш. школа, 1978.— 183 с., ил. (Профтехобразование. Математика).

15 к.

Цель пособия — помочь преподавателю в проведении систематического и оперативного контроля текущей успеваемости учащихся.

Помещенные в пособии задания содержат как задачи, так и вопросы теоретического характера. При составлении заданий были учтены типичные ошибки, допускаемые учащимися, и характерные трудности в усвоении учебного материала.

Книга предназначена для учащихся средних профессионально-технических училищ.

Н $\frac{20203-503}{052(01)-78}$ 3—78

51
ББК 22.14

ПРЕДИСЛОВИЕ

...Считать важнейшей задачей высших, средних специальных и профессионально-технических учебных заведений дальнейшее повышение уровня подготовки... специалистов и рабочих... Активнее внедрять в учебный процесс технические средства и новые методы обучения... Улучшить оснащение... учебными пособиями.

Основные направления развития народного хозяйства СССР на 1976—1980 годы

Основное назначение данного пособия — помочь преподавателю в проведении систематического и оперативного контроля текущей успеваемости учащихся.

Пособие представляет собой набор из 32 работ, содержание которых охватывает весь курс «Алгебры и начал анализа».

Каждая работа посвящена отдельной теме и дается в четырех вариантах. Каждый вариант работы содержит пять заданий; к заданию даются четыре ответа, один из которых правильный. Номера правильных ответов образуют упорядоченный пятиместный набор из чисел 1, 2, 3, 4. Таким образом, каждому варианту работы ставится в соответствие пятизначное число, называемое его **кодом**. Для того чтобы определить, какие задания выполнены правильно, достаточно сравнить набор номеров ответов, выбранных учащимся, с кодом (коды помещены в конце книги). Выборочная система ответов обеспечивает возможность «экспресс-контроля», т. е. немедленной проверки и оценки выполненного задания.

Для удобства проверки работ можно рекомендовать следующую схему их оформления:

2—1	I	II	III	IV	V
	1	2	3	4	2

Соколов Сергей

В левом верхнем углу пишутся номера работы и варианта; верхняя строка таблички заполняется номерами заданий, в клетках нижней ее строки учащийся проставляет выбранные им номера ответов. На этом же листке учащийся делает все необходимые записи. При «экспресс-контроле» ход решения не учитывается, поэтому записи могут носить характер черновых, вспомогательных набросков. Если же преподаватель хочет оценить работу не только по конечным результатам, учащийся должен дать развернутую запись решений.

Преподаватель по своему усмотрению может предложить учащемуся выполнить не все, а лишь некоторые из заданий, помещенных в карточке.

При составлении заданий авторы ориентировались на учебные пособия «Алгебра и начала анализа» для 9-х и 10-х классов под ред. А. Н. Колмогорова и следовали употребляемым в этих пособиях терминологии и символике.

Задания составлялись с таким расчетом, чтобы в них были отражены узловые, идейно важные моменты курса, на которые следует обратить внимание учащихся в первую очередь.

Работы, помеченные звездочкой, рассчитаны на углубленное изучение материала.

Предлагаемые задания можно использовать в работе с помощью контролирующих машин.

РАБОТА № 1
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1—1

I. Представьте в виде десятичных дробей: а) $\frac{3}{80}$; б) $\frac{13}{999}$; в) $\frac{2}{45}$.

Ответы

1. а) 0,375; б) 0,0(13); в) 0,0(4).
2. а) 0,0375; б) 0,(013); в) 0,0(4).
3. а) 0,0375; б) 0,(13); в) 0,(4).
4. а) 0,375; б) 0,(013); в) 0,(04).

II. Укажите, какие из приведенных чисел являются рациональными: $\sqrt{5}$; $\sqrt{\frac{16}{25}}$; 0,3(5); 1,(23); $-0,1$; $\sin 60°$; $\cos 0°$.

Ответы

1. $\sqrt{\frac{16}{25}}$; 0,3(5); 1,(23); $-0,1$; $\cos 0°$.
2. 0,3(5); 1,(23); $-0,1$; $\sin 60°$.
3. 0,3(5); 1,(23); $-0,1$; $\cos 0°$.
4. $\sqrt{\frac{16}{25}}$; $-0,1$; $\cos 0°$; $\sqrt{5}$.

III. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\sqrt{2}=1,4142\ldots$; $1\frac{2}{5}$; 1,414; 1,4(14); 1,(414); 1,415.

Ответы

1. $1\frac{2}{5}$; 1,414; $\sqrt{2}$; 1,(414); 1,4(14); 1,415.
2. 1,415; 1,(414); $\sqrt{2}$; 1,4(14); 1,414; $1\frac{2}{5}$.
3. $1\frac{2}{5}$; 1,414; 1,4(14); $\sqrt{2}$; 1,(414); 1,415.
4. $1\frac{2}{5}$; 1,414; $\sqrt{2}$; 1,4(14); 1,(414); 1,415.

IV. Вычислите. Результат округлите до сотых: а) $\frac{2}{3}\cdot\sqrt{5}$; б) $\frac{5}{6}+\sqrt{3}$.

Ответы

1. а) 1,48; б) 2,56.
2. а) 1,49; б) 2,56.
3. а) 1,50; б) 2,57.
4. а) 1,49; б) 2,57.

V. В каждое равенство вместо многоточия вставьте одну из букв $\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{N}$, чтобы получилось верное равенство. ($\boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{N}$ — множества действительных, рациональных и натуральных чисел.)

а) $\boldsymbol{R}\cap\boldsymbol{Q}=\ldots$; б) $\boldsymbol{R}\cup\boldsymbol{Q}=\ldots$; в) $\boldsymbol{N}\cup\boldsymbol{Q}=\ldots$

Ответы

1. а) $\boldsymbol{R}\cap\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{R}$;
   б) $\boldsymbol{R}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}$;
   в) $\boldsymbol{N}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{R}$.
2. а) $\boldsymbol{R}\cap\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}$;
   б) $\boldsymbol{R}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{R}$;
   в) $\boldsymbol{N}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{N}$.
3. а) $\boldsymbol{R}\cap\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}$;
   б) $\boldsymbol{R}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{R}$;
   в) $\boldsymbol{N}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}$.
4. а) $\boldsymbol{R}\cap\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{R}$;
   б) $\boldsymbol{R}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{Q}$;
   в) $\boldsymbol{N}\cup\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{N}$.

1—2

I. Представьте в виде десятичных дробей числа: а) $\frac{3}{160}$; б) $\frac{2}{111}$; в) $\frac{15}{22}$.

Ответы

1. а) 0,1875;
   б) 0,(18);
   в) 0,6(81).
2. а) 0,01875;
   б) 0,(018);
   в) 0,(681).

3. а) 0,01875; б) 0,(018); в) 0,6(81).

4. а) 0,1875; б) 0,0(18); в) 0,(681).

II. Укажите, какие из приведенных чисел являются рациональными: 1,(2); 0,3(5); π; $\sqrt{10}$; $\cos 30°$; $-0{,}3$; $\frac{2}{5}$; $\sin 30°$; $\lg 2$.

Ответы

1. 1,(2); 0,3(5); π; $\sqrt{10}$; $\sin 30°$.
2. π; $\sqrt{10}$; $\cos 30°$; $\sin 30°$; $\lg 2$.
3. 1,(2); 0,3(5); π; $\sqrt{10}$; $-0{,}3$; $\frac{2}{5}$.
4. π; $\sqrt{10}$; $\cos 30°$; $\lg 2$.

III. Расположите в порядке убывания следующие числа: $2\frac{1}{2}$; $2\frac{2}{5}$; 2,44; 2,449; 2,4491; 2,4495; 2,45; $\sqrt{6}=2{,}4494\ldots$

Ответы

1. $2\frac{2}{5}$; 2,44; 2,449; 2,4491; $\sqrt{6}$; 2,4495; 2,45; $2\frac{1}{2}$.
2. $2\frac{1}{2}$; 2,45; 2,4495; $\sqrt{6}$; 2,4491; 2,449; 2,44; $2\frac{2}{5}$.
3. $2\frac{1}{2}$; 2,45; $\sqrt{6}$; 2,4495; 2,4491; 2,449; 2,44; $2\frac{2}{5}$.
4. $2\frac{1}{2}$; 2,45; 2,4491; $\sqrt{6}$; 2,4495; 2,449; 2,44; $2\frac{2}{5}$.

IV. Вычислите. Результат округлите до сотых: а) $\frac{7}{9}-\sqrt{2}$; б) $\frac{11}{30}\cdot\sqrt{7}$ ($\sqrt{2}=1{,}4142\ldots$; $\sqrt{7}=2{,}64575\ldots$).

Ответы

1. а) $-0{,}64$; б) 0,97. 2. а) $-0{,}64$; б) 0,95.

3. а) $-0{,}74$; б) 0,96. 4. а) 0,64; б) 0,97.

V. Расположите множества N, Z, Q, R в таком порядке, чтобы каждое из них было подмножеством последующего. (N, Z, Q, R — множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел.)

Ответы

1. $Z \subset N \subset R \subset Q$; 2. $N \subset Z \subset Q \subset R$;
3. $N \subset Z \subset R \subset Q$; 4. $R \subset Q \subset Z \subset N$.

1—3

I. Представьте в виде десятичных дробей числа: а) $\frac{11}{250}$; б) $\frac{2}{37}$; в) $\frac{5}{66}$.

Ответы

1. а) 0,44; б) 0,(54); в) 0,(750).
2. а) 0,04; б) 0,0(54); в) 0,(075).
3. а) 0,044; б) 0,(540); в) 0,(75),
4. а) 0,044; б) 0,(054); в) 0,0(75).

II. Какие из приведенных чисел являются рациональными? 2,(351); 3,5(12); $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $-\sqrt{5}$; $\sqrt{16}$; tg 60°; tg 45°; lg 100.

Ответы

1. 2,(351); 3,5(12); $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\sqrt{16}$; tg 45°; lg 100.
2. $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\sqrt{16}$; tg 60°.
3. 2,(351); 3,5(12); tg 45°; lg 100; $\sqrt{16}$; tg 60°.
4. 2,(351); 3,5(12); tg 45°; lg 100; $-\sqrt{5}$.

III. Расположите в порядке возрастания следующие числа: $\sqrt{5}=2{,}2360\ldots$; 2,23; 2,236; 2,2(36); 2,(23); 2,24.

Ответы

1. 2,24; 2,2(36); $\sqrt{5}$; 2,236; 2,(23); 2,23.
2. 2,23; 2,(23); 2,236; $\sqrt{5}$; 2,2(36); 2,24.
3. 2,23; 2,(23); $\sqrt{5}$; 2,236; 2,2(36); 2,24.
4. 2,23; 2,(23); 2,236; 2,2(36); $\sqrt{5}$; 2,24.

IV. Вычислите. Результат округлите до сотых: а) $\frac{2}{3}-\sqrt{3}$; б) $\frac{7}{6}\cdot\sqrt{5}$ ($\sqrt{3}=1{,}73205\ldots$, $\sqrt{5}=$ $=2{,}23606\ldots$).

Ответы

1. а) $-1{,}16$; б) $2{,}72$. 2. а) $-1{,}17$; б) $2{,}62$.

3. а) $-1{,}07$; б) $2{,}61$. 4. а) $-1{,}06$; б) $2{,}73$.

V. Среди множеств Z, $\boldsymbol{N}$, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{I}$ укажите такие два, объединение которых равно $\boldsymbol{R}$. (Z, N, $\boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{R}$ — множества целых, натуральных, рациональных, иррациональных и действительных чисел.)

Ответы

1. $Q\cup I=R$. 2. $Z\cup I=R$. 3. $Q\cup Z=R$. 4. $Q\cup N=R$.

1—4

I. Представьте в виде десятичных дробей числа: а) $\frac{3}{1250}$; б) $\frac{68}{111}$; в) $\frac{7}{55}$.

Ответы

1. а) 0,0024;	2. а) 0,024;	3. а) 0,24;	4. а) 0,024;
б) 0,(612);	б) 0,612;	б) 0,6(12);	б) 0,(612);
в) 0,1(27).	в) 0,127.	в) 0,(127).	в) 0,12(7).

II. Из данного множества действительных чисел выделите подмножество иррациональных чисел $\{4,(5)$; $2{,}202002000\ldots$; $\sqrt{10}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sin 45^\circ$; $-\frac{2}{3}$; $\lg 1000$; $0{,}2(35)\}$.

Ответы

1. $\{4,(5)$; $\sqrt{10}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sin 45^\circ$; $\lg 1000\}$.
2. $\left\{2{,}202002000\ldots;\ \sqrt{10};\ \sqrt[4]{16};\ 0{,}2(35);\ -\frac{2}{3}\right\}$.
3. $\{2{,}202002000\ldots;\ \sqrt{10};\ \sin 45^\circ\}$.
4. $\{2{,}202002000\ldots;\ \sqrt{10};\ \sin 45^\circ;\ 0{,}2(35)\}$.

III. Расположите в порядке возрастания следующие числа: 1,7; 1,(73); 1,7(32); 1,733; 1,732; $\sqrt{3}=1{,}7320\ldots$

Ответы

1. 1,7; 1,732; 1,7(32); $\sqrt{3}$; 1,7(32); 1,733; 1,(73).
2. 1,7; 1,732; $\sqrt{3}$; 1,7(32); 1,733; 1,(73).
3. 1,7; 1,732; 1,7(32); $\sqrt{3}$; 1,(73); 1,733.
4. 1,7; $\sqrt{3}$; 1,732; 1,7(32); 1,733; 1,(73).

IV. Вычислите. Результат округлите до сотых: а) $\sqrt{8}-\sqrt{3}$; б) $\frac{5}{7}\cdot\sqrt{5}$ ($\sqrt{8}=2{,}82842\ldots$; $\sqrt{5}=$ $=2{,}23606\ldots$; $\sqrt{3}=1{,}73205\ldots$).

Ответы

1. а) 1,09; б) 1,59. 2. а) 1,10; б) 1,60.
3. а) 1,19; б) 1,59. 4. а) 1,10; б) 1,61.

V. Среди множеств N, Z, I, R_+ укажите то, которое является дополнением множества Q рациональных чисел до множества R действительных чисел. (Z, N, I, R_+ — множества целых, натуральных, иррациональных, положительных действительных чисел.)

Ответы

1. Z. 2. R_+. 3. N. 4. I.

РАБОТА № 2

ЧИСЛОВАЯ ПРЯМАЯ И ЧИСЛОВАЯ ПЛОСКОСТЬ

2—1

I. Найдите расстояние между точками координатной прямой: а) $A(3)$; $B(-1{,}2)$; б) $M\left(-\frac{3}{4}\right)$; $N(-0{,}5)$.

Ответы

1. а) 1,8; б) 0,25. 2. а) 4,2; б) 1,25.
3. а) 1,8; б) $-0{,}25$. 4. а) 4,2; б) 0,25.

II. Найдите множество решений неравенства: а) $|x|<1$; б) $|x-2|\leqslant 3$; в) $|x+1|\geqslant 3$.

Ответы

1. а) $]-1;\ 1[$; б) $[-1;\ 5]$; в) $]-\infty;\ -4]\cup[2;\ \infty[$.
2. а) $[0;\ 1]$; б) $]-\infty;\ 5]$; в) $[2;\ \infty[$.

3. а) $]-1;\ 1[$; б) $[-1;\ 5]$; в) $]-\infty;\ -4[\cup]2;\ \infty[$.
4. а) $]-\infty;\ 1[$; б) $]-\infty;\ 5[$; в) $]-\infty;\ -4]\cup[2;\ \infty[$.

III. На координатной прямой даны точки $A(-2)$, $B(3)$, $O(0)$, $M(x)$, для которых: а) $|OM|<4$; б) $|AM|=5$; в) $|BM|\geqslant 2$. Запишите эти предложения, используя координаты точек.

Ответы

1. а) $\|x\|<4$;	2. а) $\|x\|<4$;
б) $\|x-2\|=5$;	б) $\|x+2\|=5$;
в) $\|x+3\|\geqslant 2$.	в) $\|x-3\|\geqslant 2$.
3. а) $x<4$;	4. а) $x<4$;
б) $x+2=5$;	б) $x-2=5$;
в) $x-3\geqslant 2$.	в) $x+3\geqslant 2$.

IV. Найдите координаты вершин треугольника ABC (рис. 1), если каждая его сторона равна 4 ед.

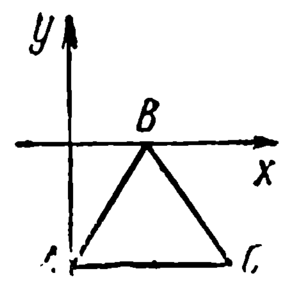


Рис. 1

Ответы

1. $A(0;-2\sqrt{3})$; $B(2;\ 0)$; $C(4;-2\sqrt{3})$.
2. $A(-2\sqrt{3};\ 0)$; $B(0;\ 2)$; $C(4;-2\sqrt{3})$.
3. $A(0;\ 2\sqrt{3})$; $B(2;\ 0)$; $C(4;\ 2\sqrt{3})$.
4. $A(0;\ -2)$; $B(2;\ 0)$; $C(4;\ -2)$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y<x$.

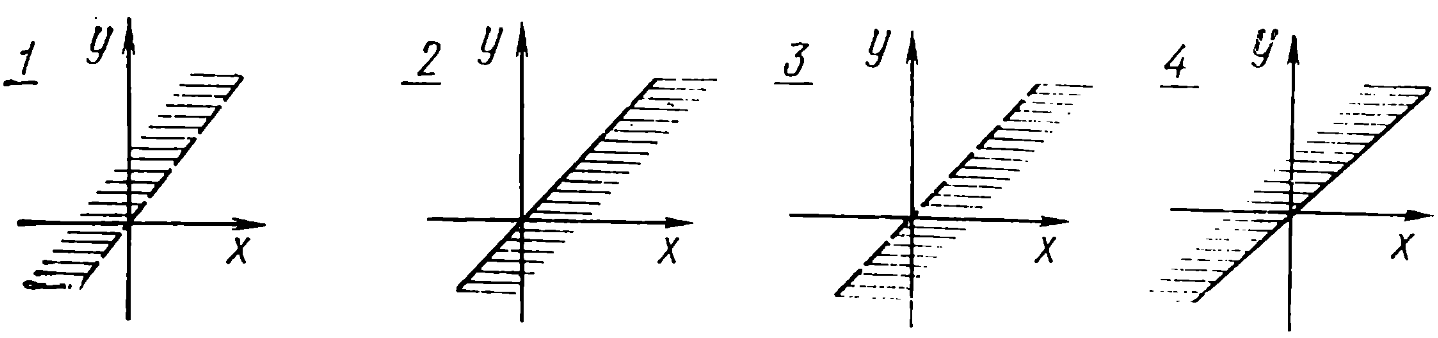


Рис. 2

Ответы: см. рис. 2.

I. Найдите расстояние между точками координатной прямой: а) $A(-5)$, $B(0{,}7)$; б) $M\left(-\frac{1}{2}\right)$, $N(-0{,}35)$.

Ответы

1. а) $-4{,}3$; б) $-0{,}85$. 2. а) $5{,}7$; б) $0{,}15$.
3. а) $4{,}3$; б) $0{,}85$. 4. а) $5{,}7$; б) $0{,}85$.

II. Найдите множество решений неравенства: а) $|x|>2$; б) $|x+3|\leqslant 4$; в) $|x-2|>1$.

Ответы

1. а) $]-\infty;\ -2[\cup]2;\ \infty[$; б) $[-7;\ 1]$; в) $]-\infty;\ 1[\cup]3;\ \infty[$.
2. а) $]2;\ \infty[$; б) $[-7;\ 1]$; в) $]-\infty;\ 1[$.
3. а) $]2;\ \infty[$; б) $]-\infty;\ 1]$; в) $]3;\ \infty[$.
4. а) $]-\infty;\ -2]\cup[2;\ \infty[$; б) $]-7;\ 1[$; в) $]-\infty;\ 1]\cup[3;\ \infty[$.

III. На координатной прямой даны точки $A(-5)$, $B(2)$, $C(x)$, $O(0)$, для которых: а) $|OC|>3$; б) $|AC|=4$; в) $|BC|\leqslant 2$.

Запишите эти предложения, используя координаты точек.

Ответы

1. а) $|x|>3$; б) $|x-5|=4$; в) $|x+2|\leqslant 2$.
2. а) $x>3$; б) $x+5=4$; в) $x-2\leqslant 2$.
3. а) $|x|>3$; б) $|x+5|=4$; в) $|x-2|\leqslant 2$.
4. а) $x>3$; б) $x-5=4$; в) $x+2\leqslant 2$.

IV. Найдите координаты вершин квадрата $ABCD$ (рис. 3), если его сторона равна 8 ед.

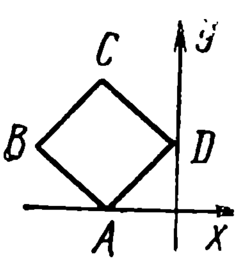


Рис. 3

Ответы

1. $A(0;\ -4\sqrt{2})$, $B(4\sqrt{2};\ -8\sqrt{2})$, $C(8\sqrt{2};\ -4\sqrt{2})$, $D(4\sqrt{2};\ 0)$.
2. $A(4\sqrt{2};\ 0)$, $B(8\sqrt{2};\ 4\sqrt{2})$, $C(4\sqrt{2};\ 8\sqrt{2})$, $D(0;\ 4\sqrt{2})$.

3. $A(-4\sqrt{2};\ 0)$, $B(4\sqrt{2};\ -8\sqrt{2})$,
$C(8\sqrt{2};\ -4\sqrt{2})$, $D(0;\ 4\sqrt{2})$.
4. $A(-4\sqrt{2};\ 0)$, $B(-8\sqrt{2};\ 4\sqrt{2})$,
$C(-4\sqrt{2};\ 8\sqrt{2})$, $D(0;\ 4\sqrt{2})$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y \geqslant x^2$.

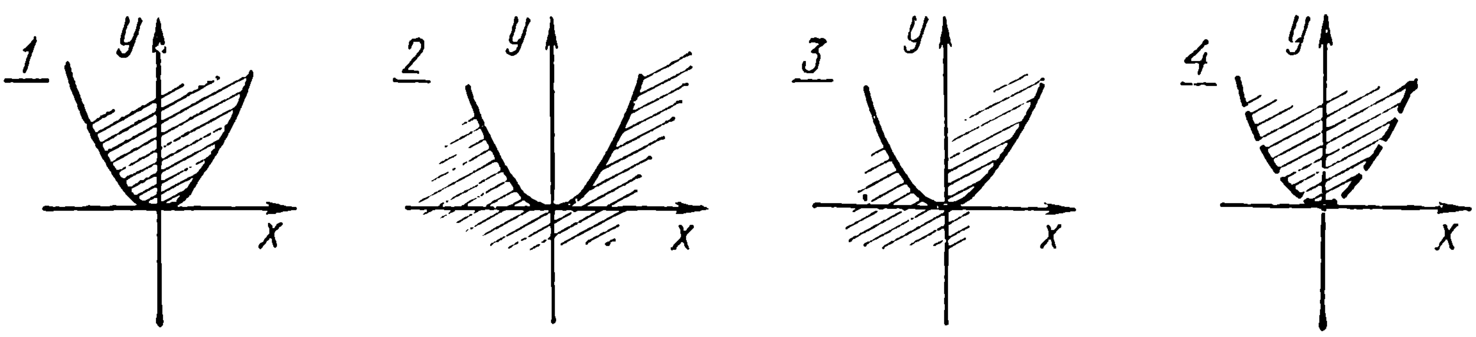


Рис. 4

Ответы: см. рис. 4.

2—3

I. Найдите расстояние между точками координатной прямой: а) $A(-1{,}8)$, $B(-3)$; б) $M\left(\frac{3}{5}\right)$, $N(-2{,}5)$.

Ответы
1. а) 4,8; б) 1,9. 2. а) 1,2; б) 3,1.
3. а) −1,2; б) −3,1. 4. а) 1,2; б) 1,9.

II. Найдите множество решений неравенства: а) $|x| \leqslant 3$; б) $|x-1| > 2$; в) $|x-3| < 1$.

Ответы
1. а) $[-3;\ 3]$; б) $]-\infty;\ -1[\cup]3;\ \infty[$; в) $]2;\ 4[$.
2. а) $]-\infty;\ 3]$; б) $]3;\ \infty[$; в) $]-\infty;\ 4[$.
3. а) $]3;\ 3[$; б) $]3;\ \infty[$; в) $[2;\ 4]$.
4. а) $]-3;\ 3[$; б) $]3;\ \infty[$; в) $[2;\ 4]$.

III. На координатной прямой даны точки $A(-5)$, $B(2)$, $O(0)$, $M(x)$, для которых: а) $|OM| > 2$; б) $|AM| = 3$; в) $|BM| \geqslant 4$. Запишите эти предложения, используя координаты точек.

Ответы

1. а) $|x|<2$; б) $|x-5|=3$; в) $|x+2|\geqslant 4$.
2. а) $x<2$; б) $x-5=3$; в) $x+2\geqslant 4$.
3. а) $x<2$; б) $x+5=3$; в) $x-2\geqslant 4$.
4. а) $|x|<2$; б) $|x+5|=3$; в) $|x-2|\geqslant 4$.

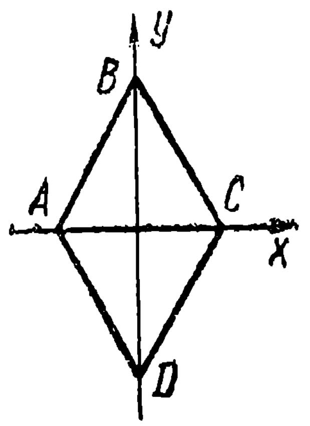


Рис. 5

IV. Найдите координаты вершин ромба $ABCD$ (рис. 5), если его сторона равна 6 ед., а угол 120°.

Ответы

1. $A(-3\sqrt{3};\ 0)$, $B(0;\ 3)$, $C(3\sqrt{3};\ 0)$, $D(0;\ -3)$.
2. $A(3;\ 0)$, $B(0;\ 3)$, $C(3;\ 0)$, $D(0;\ 3\sqrt{3})$.
3. $A(-3;\ 0)$, $B(0;\ 3\sqrt{3})$, $C(3;\ 0)$, $D(0;\ -3\sqrt{3})$.
4. $A(3\sqrt{3};\ 0)$, $B(0;\ 3)$, $C(3\sqrt{3};\ 0)$, $D(0;\ 3)$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y<x^2$.

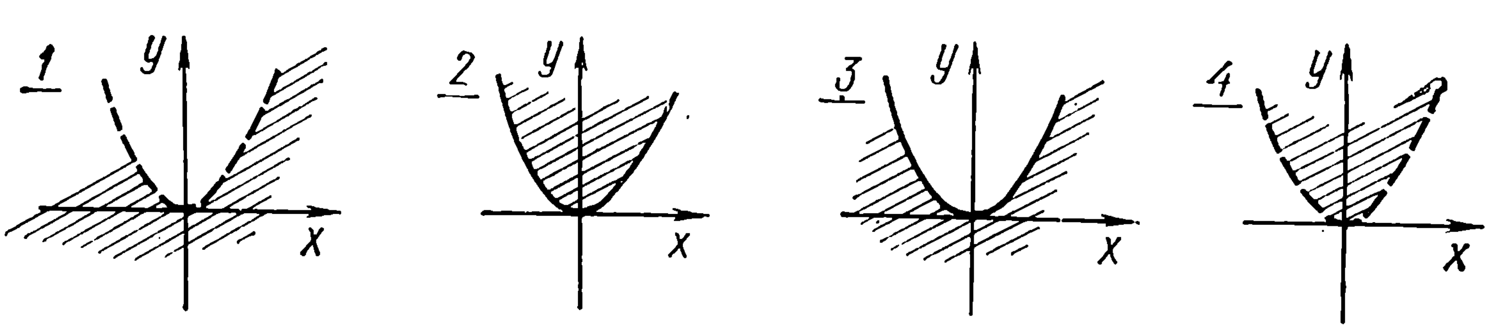


Рис. 6

Ответы: см. рис. 6.

2—4

I. Найдите расстояние между точками координатной прямой: а) $A(-2)$, $B(0{,}3)$; б) $M(-3{,}1)$, $N(-2{,}3)$.

Ответы

1. а) 1,7; б) 5,4. 2. а) 2,3; б) 0,8.
3. а) −2,3; б) −0,8. 4. а) 1,7; б) 0,8.

II. Найдите множество решений неравенства: а) $|x| \leqslant 2$; б) $|x+3| < 1$; в) $|x-4| \geqslant 3$.

Ответы

1. а) $]-\infty;\ 2]$; б) $]-\infty;\ -2[$; в) $[7;\ \infty[$.
2. а) $[0;\ 2]$; б) $]-4;\ -2[$; в) $]-\infty;\ 1] \cup [7;\ \infty[$.
3. а) $]-2;\ 2[$; б) $]-4;\ -2[$; в) $]-\infty;\ 1[\cup]7;\ \infty[$.
4. а) $[-2;\ 2]$; б) $]-4;\ -2[$; в) $]-\infty;\ 1] \cup [7;\ \infty[$.

III. На координатной прямой даны точки $A(-4)$, $B(2)$, $O(0)$, $M(x)$, для которых: а) $|OM| > 3$, б) $|AM| = 2$; в) $|BM| \leqslant 5$. Запишите эти предложения, используя координаты точек.

Ответы

1. а) $|x| > 3$;
   б) $|x+4| = 2$;
   в) $|x-2| \leqslant 5$.
2. а) $x > 3$;
   б) $x+4 = 2$;
   в) $x-2 \leqslant 5$.
3. а) $x > 3$;
   б) $x-4 = 2$;
   в) $x+2 \leqslant 5$.
4. а) $|x| > 3$;
   б) $|x-4| = 2$;
   в) $|x+2| \leqslant 5$.

IV. Найдите координаты вершин равнобедренного треугольника ABC (рис. 7), если его боковая сторона 10 ед., а угол B — прямой.

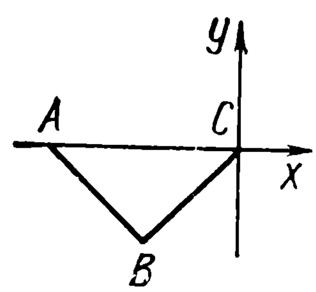


Рис. 7

Ответы

1. $A(10\sqrt{2};\ 0)$, $B(5\sqrt{2};\ 5\sqrt{2})$, $C(0;\ 0)$.
2. $A(-5\sqrt{2};\ 0)$, $B\left(-\frac{5\sqrt{2}}{2};\ -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$, $C(0;\ 0)$.
3. $A(-10\sqrt{2};\ 0)$, $B(-5\sqrt{2};\ -5\sqrt{2})$, $C(0;\ 0)$.
4. $A(0;\ -10\sqrt{2})$, $B(-5\sqrt{2};\ -5\sqrt{2})$, $C(0;\ 0)$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству $y \geqslant x$.

Ответы: см. рис. 8.

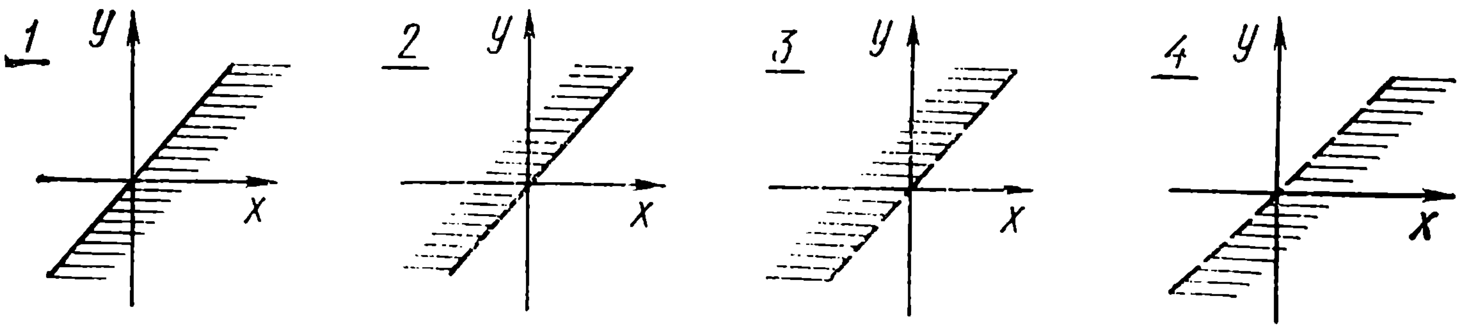


Рис. 8

РАБОТА № 3

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ПОНЯТИЕ О ПРЕДЕЛЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

3—1

I. Последовательность задана формулой $x_n=\frac{(-2)^n}{2n}$. Найдите x_4, x_5, x_{n+1}.

Ответы

1. -2; 3,2; $\frac{(-2)^{n+1}}{2n+1}$.
2. 2; $-3{,}2$; $\frac{(-2)^{n+1}}{2(n+1)}$.
3. 2; $-3{,}2$; $\frac{(-2)^n}{2n+1}$.
4. -2; 3,2; $\frac{(-2)^n}{2(n+1)}$.

II. Последовательность (x_n) задана рекуррентно: $x_1=-2$, $x_{n+1}=x_n+3$. Выпишите четыре первых члена этой последовательности.

Ответы

1. -2; 1; 4; 7.
2. -2; -1; 0; 1.
3. -2; 0; 2; 4.
4. -2; -5; -8; -11.

III. Какие из данных последовательностей — сходящиеся (имеют предел)?

а) $x_n=\frac{n}{n+1}$; б) $x_n=\frac{1}{2^n}$; в) $x_n=2n+1$; г) $x_n=2$; д) $x_n=\frac{(-1)^n}{n}$.

Ответы

1. а, б.
2. а, б, д.
3. а, б, г, д.
4. б, в.

IV. В квадрат со стороной длины a вписан другой квадрат так, что его вершины находятся в серединах сторон первого квадрата. Во второй квадрат таким же образом вписан третий квадрат, в него — четвертый и т. д. до бесконечности. Найдите сумму площадей этих квадратов.

Ответы

1. $2a^2$. **2.** a^2. **3.** $4a^2$. **4.** $\frac{a^2}{2}$.

V. Представьте в виде обыкновенной дроби каждую из следующих периодических дробей: а) 0,(07); б) 0,0(7).

Ответы

1. а) $\frac{7}{9}$; б) $\frac{7}{90}$. **2.** а) $\frac{7}{90}$; б) $\frac{7}{9}$.

3. а) $\frac{7}{99}$; б) $\frac{7}{9}$. **4.** а) $\frac{7}{99}$; б) $\frac{7}{90}$.

3—2

I. Последовательность задана формулой $x_n=\frac{(-1)^n}{2n+1}$. Найдите x_3, x_4, x_{n+1}.

Ответы

1. $\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{9}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{2n+4}$.

2. $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{2n+2}$.

3. $-\frac{1}{7}$; $\frac{1}{9}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{2n+3}$.

4. $-\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{9}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n}}{2n+3}$.

II. Последовательность (x_n) задана рекуррентно: $x_1=-3$, $x_{n+1}=x_n+5$. Выпишите четыре первых члена этой последовательности.

Ответы

1. -3; -2; -1; 0. **2.** -3; 2; 7; 12.

3. -3; -1; 1; 3. **4.** -3; -8; -13; -18.

III. Какие из данных последовательностей — сходящиеся (имеют предел)?

а) $x_n=\frac{n+2}{n}$; б) $x_n=2n$; в) $x_n=\frac{1}{n^2}$; г) $x_n=\frac{1}{3^n}$;
д) $x_n=3$.

Ответы

1. а, г. 2. а, в, г, д. 3. а, в, г. 4. а, б, в.

IV. Дан квадрат с диагональю длины d. Сторона этого квадрата принимается за диагональ второго квадрата; сторона второго квадрата — за диагональ нового квадрата и т. д. до бесконечности. Определите сумму площадей всех квадратов.

Ответы

1. $2d^2$. 2. d^2. 3. $\frac{d^2}{2}$. 4. $\frac{d^2}{4}$.

V. Представьте в виде обыкновенной дроби каждую из следующих периодических дробей: а) 0,0(5); б) 0,(05).

Ответы

1. а) $\frac{5}{9}$; б) $\frac{5}{99}$. 2. а) $\frac{1}{18}$; б) $\frac{5}{9}$.

3. а) $\frac{5}{16}$; б) $\frac{5}{99}$. 4. а) $\frac{1}{18}$; б) $\frac{5}{99}$.

3—3

I. Последовательность задана формулой $x_n=\frac{(-1)^n}{3n-1}$. Найдите x_2, x_5, x_{n+1}.

Ответы

1. 0,2; $-\frac{1}{14}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{3n+2}$.
2. 1; $\frac{1}{13}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{3n-2}$.
3. $-\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{16}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{3n+1}$.
4. $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{15}$; $x_{n+1}=\frac{(-1)^{n+1}}{3n}$.

II. Последовательность (x_n) задана рекуррентно: $x_1=-3$, $x_{n+1}=x_n-2$. Выпишите четыре первых члена этой последовательности.

Ответы

1. 3; 5; 7; 9. 2. -3; -1; 1; 3.
3. -3; -5; -7; -9. 4. -3; -2; -1; 0.

III. Какие из данных последовательностей — сходящиеся (имеют предел)?

а) $x_n = \frac{n^3+1}{n}$; б) $x_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$; в) $x_n = \frac{n}{3n+1}$;

г) $x_n = 10^n$; д) $x_n = 5$.

Ответы

1. а, в, г. 2. б, в. 3. б, д. 4. б, в, д.

IV. В круг радиуса R вписан квадрат, в него вписан круг, в этот круг вписан второй квадрат и т. д. до бесконечности. Определите сумму площадей всех кругов.

Ответы

1. πR^2. 2. $4\pi R^2$. 3. $2\pi R^2$. 4. $3\pi R^2$.

V. Представьте в виде обыкновенной дроби каждую из следующих периодических дробей: а) 0,(04); б) 0,0(4).

Ответы

1. а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{2}{45}$. 2. а) $\frac{4}{9}$; б) $\frac{4}{99}$.
3. а) $\frac{4}{90}$; б) $\frac{2}{45}$. 4. а) $\frac{4}{99}$; б) $\frac{2}{45}$.

3—4

I. Последовательность задана формулой $x_n = \frac{2n-1}{2n}$.

Найдите x_3, x_6, x_{n+1}.

Ответы

1. $\frac{5}{6}$; $\frac{11}{12}$; $x_{n+1} = \frac{2n}{2n+1}$.
2. $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{12}$; $x_{n+1} = \frac{2n}{2(n+1)}$.
3. $\frac{5}{6}$; $\frac{11}{12}$; $x_{n+1} = \frac{2n+1}{2(n+1)}$.
4. $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{6}$; $x_{n+1} = \frac{2n+1}{2(n+1)}$.

II. Последовательность (x_n) задана рекуррентно: $x_1=-1$, $x_{n+1}=x_n+4$. Выпишите четыре первых члена этой последовательности.

Ответы

1. -1; 0; 1; 2. 2. -1; 1; 3; 5.
3. -1; 2; 5; 8. 4. -1; 3; 7; 11.

III. Какие из данных последовательностей — сходящиеся (имеют предел)?

а) $x_n=\frac{1}{3^n}$; б) $x_n=\frac{2n^2+3}{n}$; в) $x_n=\sqrt{n}$;

г) $x_n=\frac{1}{n^2+1}$; д) $x_n=4$.

Ответы

1. а, г, д. 2. а, б, г. 3. а, б, д. 4. а, в, г.

IV. В равносторонний треугольник со стороной длины a вписан посредством соединения середин его сторон новый треугольник, в этот треугольник тем же способом вписан новый треугольник и т. д. до бесконечности. Найдите сумму периметров этих треугольников.

Ответы

1. $3a$. 2. $6a$. 3. $12a$. 4. $\frac{3}{2}a$.

V. Представьте в виде обыкновенной дроби каждую из следующих периодических дробей: а) 0,(08); б) 0,0(8).

Ответы

1. а) $\frac{8}{99}$; б) $\frac{8}{9}$. 2. а) $\frac{8}{9}$; б) $\frac{4}{45}$.
3. а) $\frac{8}{99}$; б) $\frac{4}{45}$. 4. а) $\frac{8}{9}$; б) $\frac{8}{99}$.

РАБОТА № 4

ТЕОРЕМЫ О ПРЕДЕЛАХ

4—1

I. Дано: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=\frac{2}{3}$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=-0{,}3$. Вычислите $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3x_n-5}{x_n y_n}$.

Ответы

1. -15. 2. 15. 3. 1,5. 4. $-1{,}5$.

II. Даны последовательности: а) $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$; б) $x_n = 2n+1$; в) $x_n = \frac{n}{n+1}$; г) $x_n = (-10)^n$.

Какие из них являются: 1) монотонными, 2) ограниченными?

Ответы

Номер ответа	1	2	3	4
Монотонные последовательности	в	б, в	а, б	б, в
Ограниченные последовательности	в, г	б, г	а, в	а, в

III. Какие из следующих утверждений истинны?

а) Если последовательность монотонна и ограничена, то она сходится (имеет предел).

б) Если последовательность не монотонна, то она не имеет предела.

в) Ограниченность последовательности является необходимым условием ее сходимости.

Ответы

1. а, б, в. 2. а, в. 3. а, б. 4. б, в.

IV. Вычислите: а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n-3}{3n+5}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n}{n^2+2}$.

Ответы

1. а) $\frac{2}{3}$; б) 0. 2. а) $\frac{2}{3}$; б) 3.

3. а) $-\frac{3}{5}$; б) 0. 4. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{3}{2}$.

V. Длина окружности равна 2,836 м. Найдите ее радиус с точностью до 1 см ($\pi = 3{,}141592\ldots$).

Ответы

1. $\approx 0{,}43$ м. 2. $\approx 0{,}47$ м.

3. $\approx 0{,}45$ м. 4. $\approx 0{,}44$ м.

I. Дано: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = -0,2$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = 0,5$.

Вычислите $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{x_n y_n}{5x_n^2 - 2}$.

Ответы

<u>1</u>. $\frac{5}{9}$. <u>2</u>. $-\frac{1}{18}$. <u>3</u>. $-\frac{5}{9}$. <u>4</u>. $\frac{1}{18}$.

II. Укажите, какие из данных последовательностей являются: 1) монотонными, 2) ограниченными: а) $x_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$; б) $x_n = \frac{2n+3}{n}$; в) $x = (-2)^n$; г) $x_n = 3n$.

Ответы

Номер ответа	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>
Монотонные последовательности	б	б, г	г	в, г
Ограниченные последовательности	а	а, б	б	б, в

III. Какие из следующих утверждений истинны?

а) Если последовательность имеет предел, то она монотонна и ограничена.

б) Если последовательность не ограничена, то она не имеет предела.

в) Монотонность последовательности является необходимым условием ее сходимости.

Ответы

<u>1</u>. а, б. <u>2</u>. б, в. <u>3</u>. б. <u>4</u>. а, в.

IV. Вычислите: а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-5}{2n+1}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-10}{n^2+1}$.

Ответы

<u>1</u>. а) $-\frac{2}{3}$; б) 0. <u>2</u>. а) $\frac{3}{2}$; б) 0.

<u>3</u>. а) $\frac{3}{2}$; б) 1. <u>4</u>. а) -5; б) 0.

V. Длина окружности равна 3,57 м. Вычислите с точностью до 1 см периметр сектора с центральным углом 45° ($\pi=3{,}1415...$).

Ответы

1. $\approx 1{,}58$ м. 2. $\approx 1{,}63$ м.
3. $\approx 1{,}82$ м. 4. $\approx 1{,}74$ м.

4—3

I. Дано: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0{,}3$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=-0{,}4$. Вычислите

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2x_n-y_n}{10x_n\cdot y_n}.$$

Ответы

1. $\frac{5}{6}$. 2. $-\frac{5}{6}$. 3. $-\frac{2}{6}$. 4. $-\frac{1}{12}$.

II. Даны последовательности: а) $x_n=2^{-n}$; б) $x_n=\frac{n^2-1}{n}$; в) $x_n=\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$; г) $x_n=\frac{3n-5}{n}$.

Укажите, какие из них являются: 1) монотонными, 2) ограниченными.

Ответы

Номер ответа	1	2	3	4
Монотонные последовательности	а, б, г	а, г	а, б	б, г
Ограниченные последовательности	а, в, г	а, в	а	а, б, в, г

III. Какие из следующих утверждений истинны?

а) Если последовательность не имеет предела, то она не монотонна или не ограничена.

б) Если последовательность не имеет предела, то она не ограничена.

в) Монотонность последовательности является достаточным условием ее сходимости.

Ответы

1. а, б. 2. а. 3. б, в. 4. а, в.

IV. Вычислите: а) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5n+1}{3n-4}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n+3}{5n^2-3n+1}$.

Ответы

1. а) $-\frac{3}{2}$; б) 0. 2. а) $\frac{5}{3}$; б) $\frac{2}{5}$.
3. а) $\frac{5}{3}$; б) 0. 4. а) $\frac{5}{3}$; б) 3.

V. Вычислите с точностью до 1 см периметр сегмента окружности, радиус которой равен 0,85 м, если величина дуги сегмента составляет 60° ($\pi=3{,}1415...$).

Ответы

1. $\approx 1{,}56$ м. 2. $\approx 1{,}74$ м.
3. $\approx 1{,}75$ м. 4. $\approx 1{,}58$ м.

4—4

I. Дано: $\lim\limits_{n\to\infty} x_n=0{,}1$; $\lim\limits_{n\to\infty} y_n=-0{,}3$. Вычислите $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{5x_ny_n}{4x_n-2y_n}$.

Ответы

1. 1,5. 2. 0,15. 3. $-0{,}15$. 4. $-1{,}5$.

II. Даны последовательности: а) $x_n=\frac{1}{n^2+1}$; б) $x_n=\frac{(-1)^n}{2n+1}$; в) $x_n=10^n$; г) $x_n=-3^n$.

Укажите, какие из них являются: 1) монотонными, 2) ограниченными.

Ответы

Номер ответа	1	2	3	4
Монотонные последовательности	а, в	а, в, г	а, в, г	а, г
Ограниченные последовательности	а, б	а, б	а, б, г	а, в, г

III. Какие из следующих утверждений истинны?

а) Если последовательность не монотонна и не ограничена, то она не имеет предела.

б) Если последовательность имеет предел, то она монотонна.

в) Сходимость последовательности является достаточным условием ее ограниченности.

Ответы

1. а, в. 2. а, б, в. 3. б, в. 4. а, б.

IV. Вычислите: а) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3n-5}{n^3+2}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{4n-5}{3n+1}$.

Ответы

1. а) 0; б) $\frac{4}{3}$. 2. а) 3; б) $\frac{4}{3}$.

3. а) 0; б) $-\frac{1}{4}$. 4. а) 3; б) $\frac{4}{3}$.

V. Длина окружности равна 4,24 м. Найдите ее диаметр с точностью до 1 см ($\pi=3{,}1415926...$).

Ответы

1. $\approx 1{,}28$ м. 2. $\approx 1{,}43$ м.

3. $\approx 1{,}35$ м. 4. $\approx 1{,}31$ м.

РАБОТА № 5

ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК. ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ ФУНКЦИИ. ПРИРАЩЕНИЕ ФУНКЦИИ

5—1

I. Определите, какие из приведенных соответствий являются функциями с областью определения X:

а) см. рис. 9; б) см. рис. 10; в) $y=x^2$, $X=\{x \mid x\in R\}$;

г) см. рис. 11.

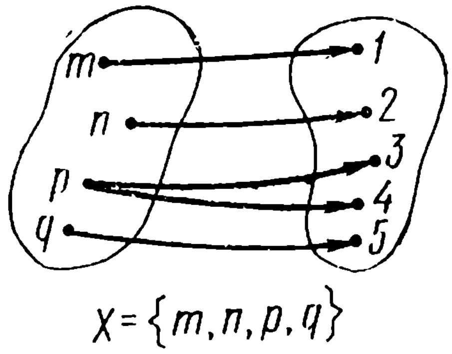


Рис. 9

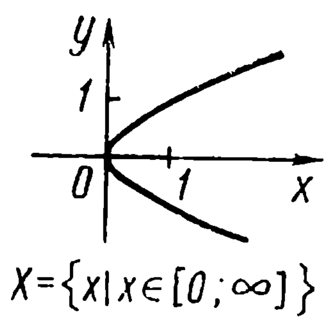


Рис. 10

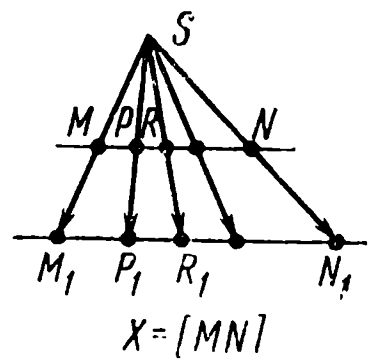


Рис. 11

Ответы

1. а, б, в, г. 2. в, г. 3. а, в, г. 4. а, б, в.

II. Функция f задана формулой $f(x)=\frac{2}{x}$. Найдите: а) область определения $D(f)$ функции f; б) $f(-2)$.

Ответы

1. а) $D(f)=]-\infty;\ 0[\cup]0;\ \infty[$; б) $f(-2)=-1$.
2. а) $D(f)=]-\infty;\ \infty[$; б) $f(-2)=-1$.
3. а) $D(f)=]-\infty;\ 0[\cup]0;\ \infty[$; б) $f(-2)=-4$.
4. а) $D(f)=]0;\ \infty[$; б) $f(-2)=-1$.

III. Дано: $f(x)=9-x^2$. а) Постройте график функции f; б) определите промежуток возрастания этой функции.

Ответы

1. а) см. рис. 12; б) $[0;\ \infty[$.
2. а) см. рис. 13; б) $[-3;\ \infty[$.
3. а) см. рис. 14; б) $[-3;\ 3]$.
4. а) см. рис. 15; б) $]-\infty;\ 0]$.

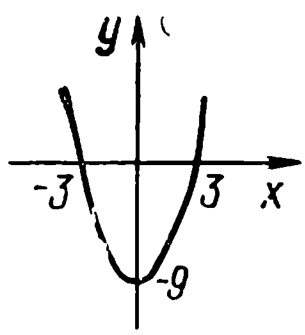


Рис. 12

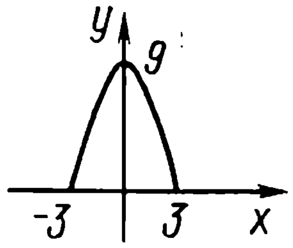


Рис. 13

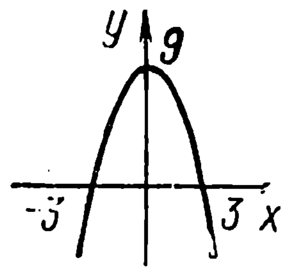


Рис. 14

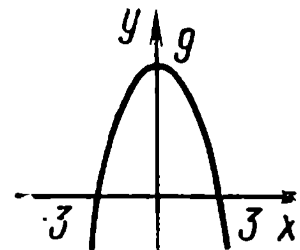


Рис. 15

IV. Функции f, g, h заданы формулами $f(x)=x^3-x$, $g(x)=\frac{2}{x^2}$, $h(x)=2x+1$. Графики каких функций симметричны относительно: а) оси ординат; б) начала координат?

Ответы

1. а) g; б) f, h. 2. а) f; б) h.
3. а) g; б) f. 4. а) g; б) h.

V. а) Найдите приращение Δf функции f при изменении значения аргумента x от $x_1=9$ до $x_2=9{,}61$, если $f(x)=\sqrt{x}$.

б) Укажите на графике (рис. 16) функции g отрезок, длина которого равна $|\Delta g|$, если $\Delta x = x_{B_1} - x_{A_1}$.

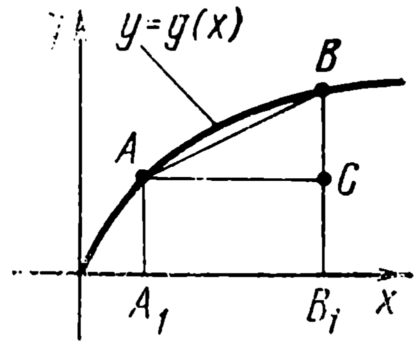


Рис. 16

Ответы

1. а) 0,1; б) $[BC]$.
2. а) 0,61; б) $[A_1B_1]$.
3. а) 0,1; б) $[AB]$.
4. а) 0,1; б) $[AC]$.

5—2

I. Определите, какие из данных соответствий являются функциями с областью определения X:

а) см. рис. 17; б) см. рис. 18; в) $y = \dfrac{6}{x}$;

$X = \{x \mid x \in]0;\ \infty[\}$;

г) см рис. 19.

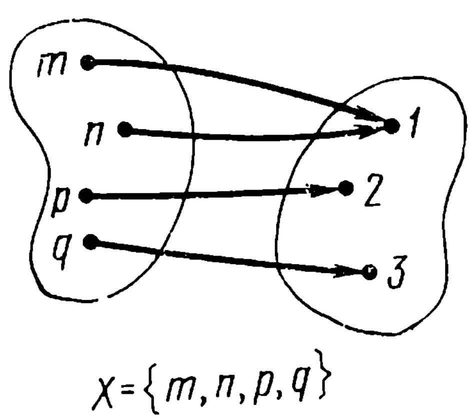


Рис. 17

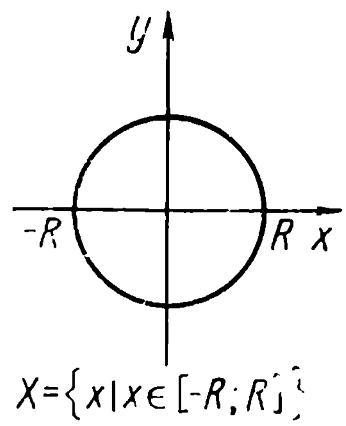


Рис. 18

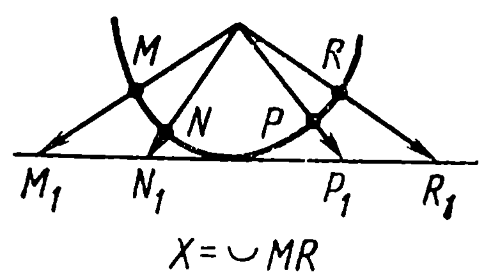


Рис. 19

Ответы

1. в, г. 2. б, в, г. 3. а, в, г. 4. а, в.

II. Функция f задана формулой $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$.

Найдите: а) область определения $D(f)$ функции f; б) $f(-3)$.

Ответы

1. а) $D(f) =]-\infty;\ \infty[$; б) $f(-3) = \dfrac{3}{8}$.
2. а) $D(f) =]-\infty;\ -1[\cup]-1;\ 1[\cup]1;\ \infty[$;

   б) $f(-3) = -\dfrac{3}{8}$.

3. а) $D(f)=]-\infty;\ 1[\cup]1;\ \infty[$; б) $f(-3)=-\frac{3}{8}$.
4. а) $D(f)=]-\infty;\ -1[\cup]-1;\ 1[\cup]1;\ \infty[$;
б) $f(-3)=-0{,}3$.

III. Дано: $f(x)=x^2-4$. а) Постройте график функции f; б) определите промежуток возрастания этой функции.

Ответы

1. а) см. рис. 20; б) $]-\infty;\ 0]$.
2. а) см. рис. 21; б) $[2;\ \infty[$.
3. а) см. рис. 22; б) $[0;\ \infty[$.
4. а) см. рис. 23; б) $[-4;\ \infty[$.

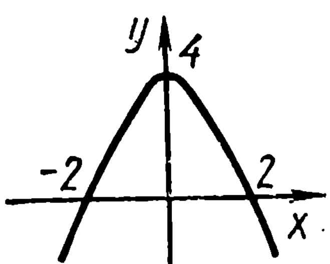


Рис. 20

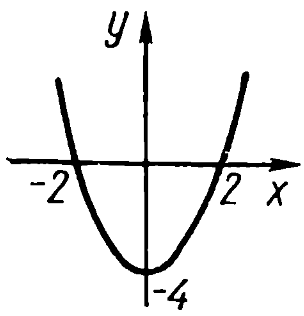


Рис. 21

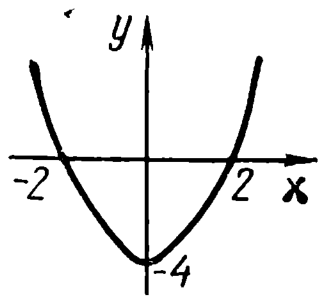


Рис. 22

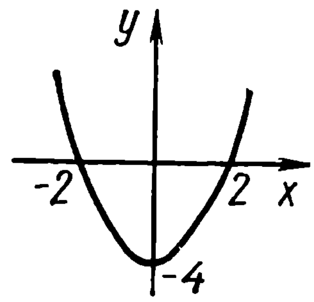


Рис. 23

IV. Функции f, g, h заданы формулами $f(x)=(x+1)^2$, $g(x)=\frac{1}{x^2}+1$, $h(x)=x^5$.

Графики каких функций симметричны относительно: а) оси ординат; б) начала координат?

Ответы

1. а) g; б) h.
2. а) f; б) h.
3. а) f, g; б) h.
4. а) g; б) f.

V. а) Найдите приращение Δf функции f при изменении значения аргумента x от $x_1=2$ до $x_2=2{,}1$, $f(x)=x^2$. б) Укажите на графике функции g (рис. 24) отрезок, длина которого равна $|\Delta g|$, если

$$\Delta x = x_{B_1} - x_{A_1}.$$

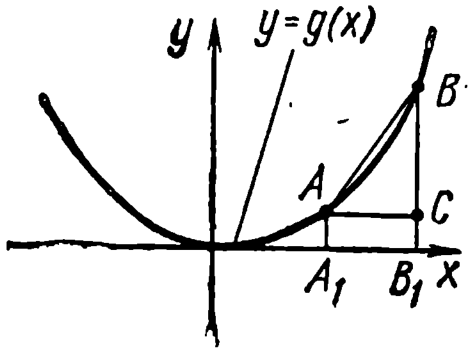


Рис. 24

Ответы

1. а) 0,1; б) $[A_1B_1]$.
2. а) 0,41; б) $[AC]$.
3. а) 0,1; $[BC]$.
4. а) 0,41; б) $[BC]$.

5—3

I. Определите, какие из данных соответствий являются функциями с областью определения X:

а) см. рис. 25; б) см. рис. 26; в) $y=\frac{1}{x^2}$; $X=\{x \mid x \in]0;\ \infty[\}$;

г) см. рис. 27.

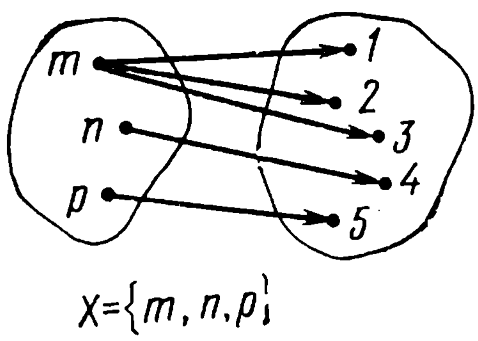


Рис. 25

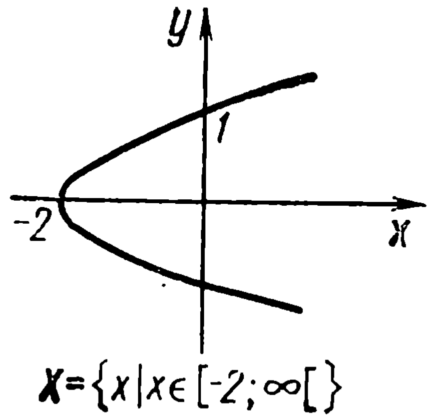


Рис. 26

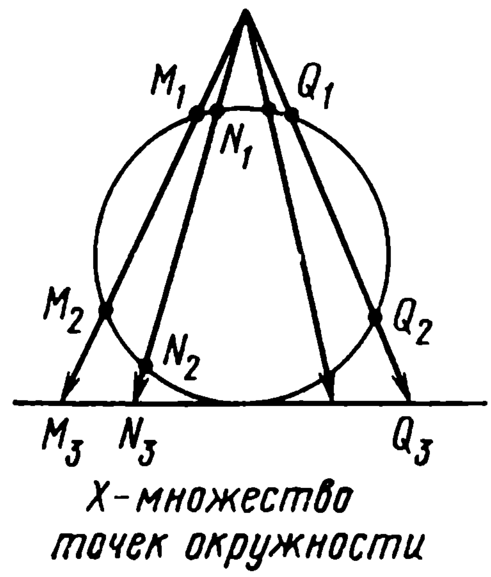


Рис. 27

Ответы

1. а, в, г.   2. в, г.   3. б, в.   4. в.

II. Функция f задана формулой $f(x)=\sqrt{x}$. Найдите: а) область определения $D(f)$ функции f; б) $f\left(\frac{1}{4}\right)$.

Ответы

1. а) $D(f)=]0;\ \infty[$;   б) $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$.
2. а) $D(f)=]-\infty;\ \infty[$;   б) $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$.
3. а) $D(f)=[0;\ \infty[$;   б) $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$.
4. а) $D(f)=[0;\ \infty[$;   б) $f\left(\frac{1}{4}\right)=\pm\frac{1}{2}$.

III. Дано: $f(x)=4x-x^2$. а) Постройте график функции f; б) определите промежуток возрастания этой функции.

Ответы

1. а) см. рис. 28; б) $[2;\ \infty[$.
2. а) см. рис. 29; б) $]-\infty;\ 2]$.

3. а) см. рис. 30; б) $]-\infty; -2]$.
4. а) см. рис. 31; б) $]-\infty; 0]$.

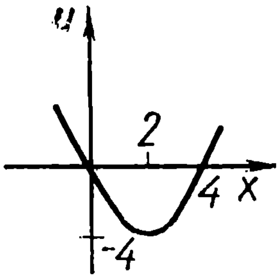


Рис. 28

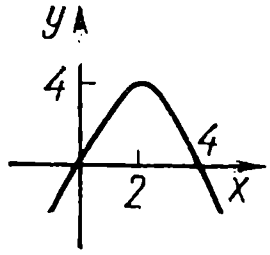


Рис. 29

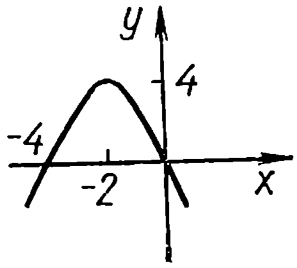


Рис. 30

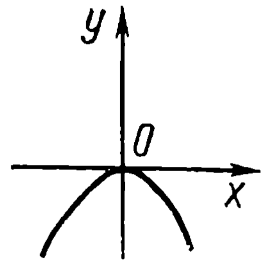


Рис. 31

IV. Функции f, g, h заданы формулами $f(x)=x^4-1$, $g(x)=x^2-2x$, $h(x)=\frac{1}{x^3}$. Графики каких функций симметричны относительно: а) оси ординат; б) начала координат?

Ответы

1. а) g; б) h. 2. а) f; б) g, h.
3. а) f, g; б) h. 4. а) f; б) h.

V. а) Найдите приращение Δf функции f при изменении значения аргумента x от $x_1=2$ до $x_2=5$, если $f(x)=\frac{1}{x}$.

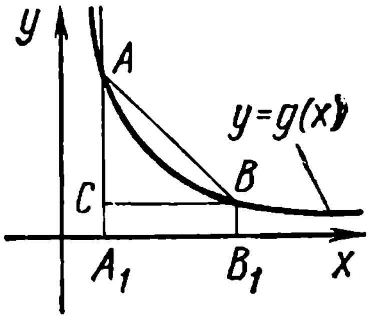


Рис. 32

б) Укажите на графике функции g (рис. 32) отрезок, длина которого равна $|\Delta g|$, если $\Delta x = x_{B_1} - x_{A_1}$.

Ответы

1. а) 3; б) $[CB]$. 2. а) 0,3; б) $[CA]$.
3. а) $-0{,}3$; б) $[CA]$. 4. а) $-0{,}3$; б) $[AB]$.

5—4

I. Определите, какие из приведенных соответствий являются функциями с областью определения X:
а) см. рис. 33; б) см. рис. 34; в) $y=x^2-4$; $X=\{x \mid x \in R\}$;
г) см. рис. 35.

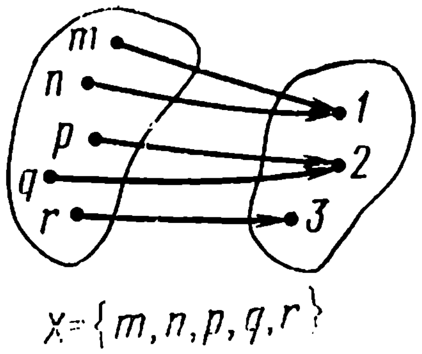


Рис. 33

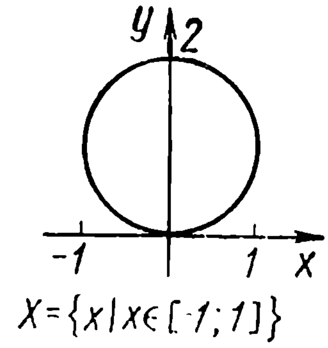


Рис. 34

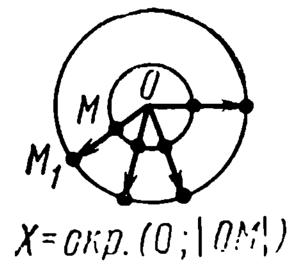


Рис. 35

Ответы

1. в, г. **2**. а, в, г. **3**. б, в. **4**. б, в, г.

II. Функция f задана формулой $f(x)=\sqrt{25-x^2}$. Найдите: а) область определения $D(f)$ функции f; б) $f(4)$.

Ответы

1. а) $D(f)=[-5;\ 5]$; б) $f(4)=3$.
2. а) $D(f)=[-5;\ 5]$; б) $f(4)=\pm 3$.
3. а) $D(f)=]-5;\ 5[$; б) $f(4)=\pm 3$.
4. а) $D(f)=]-5;\ 5[$; б) $f(4)=3$.

III. Дано: $f(x)=x^2+2x$. а) Постройте график функции f; б) определите промежутки возрастания этой функции.

Ответы

1. а) см. рис. 36; б) $[-1;\ \infty[$.
2. а) см. рис. 37; б) $[1;\ \infty[$.
3. а) см. рис. 38; б) $]-\infty;\ -1]$.
4. а) см. рис. 39; б) $[0;\ \infty[$.

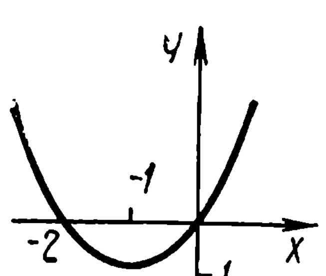


Рис. 36

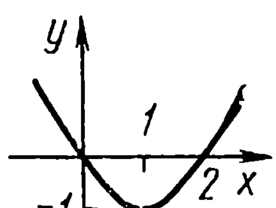


Рис. 37

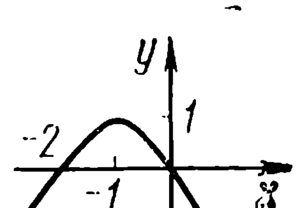


Рис. 38

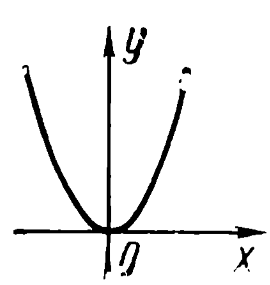


Рис. 39

IV. Функции f, g, h заданы формулами $f(x)=x^2-1$, $g(x)=x^3+1$, $h(x)=\frac{1}{x}$. Графики каких функций симметричны относительно: а) оси ординат; б) начала координат?

Ответы

1. а) f; б) g. 2. а) f; б) g, h.
3. а) f; б) h. 4. а) f, g; б) h.

V. а) Найдите приращение Δf функции f при изменении значения аргумента x от $x_1=1$ до $x_2=2$, если $f(x)=\frac{1}{x^2}$. б) Укажите на графике функции g (рис. 40) отрезок, длина которого равна $|\Delta g|$, если $\Delta x = x_{B_1} - x_{A_1}$.

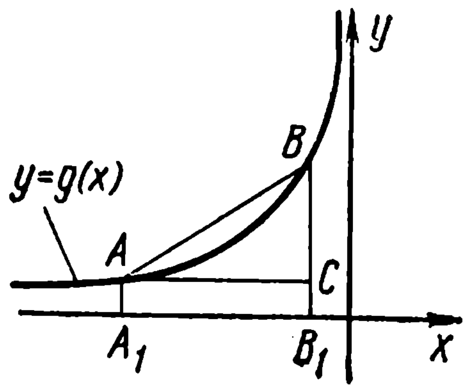


Рис. 40

Ответы

1. а) 0,75; б) [BC].
2. а) $-0{,}75$; б) [AB].
3. а) 1; б) [A_1B_1].
4. а) $-0{,}75$; б) [BC].

РАБОТА № 6

НЕПРЕРЫВНЫЕ И РАЗРЫВНЫЕ ФУНКЦИИ. ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ

6—1

I. а) Постройте график функции

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & \text{при} \quad x<0, \\ x+1 & \text{при} \quad x\geqslant 0. \end{cases}$$

б) Найдите значение функции f в точке разрыва.

Ответы

1. а) см. рис. 41; б) 1. 2. а) см. рис. 42; б) 0.
3. а) см. рис. 43; б) 0. 4. а) см. рис. 44; б) 1.

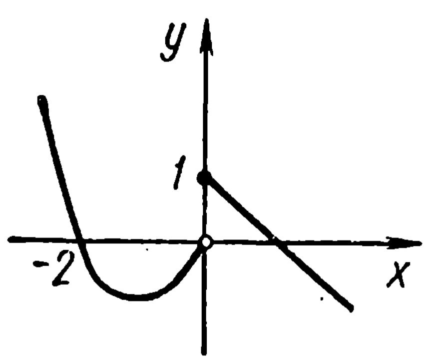


Рис. 41

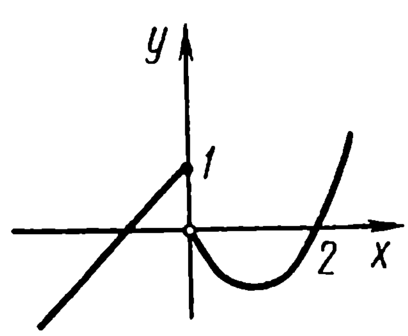


Рис. 42

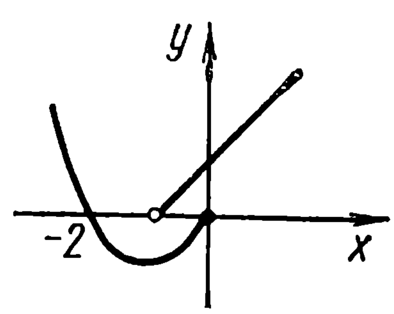


Рис. 43

II. Найдите все точки разрыва функции $f(x)=\frac{1}{x^2-9}$.

Ответы

1. $x=9$. 2. $x=3$.
3. $x=-3$. 4. $x_1=3, \quad x_2=-3$.

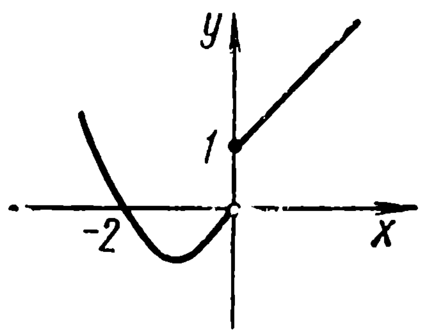


Рис. 44

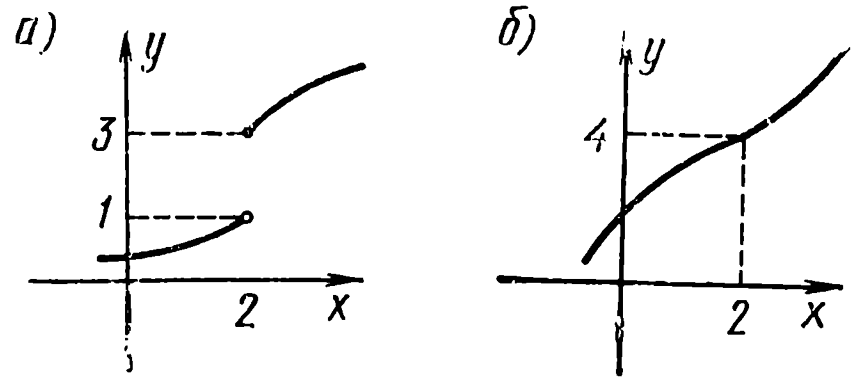


Рис. 45

III. По графику функции f определите, существует ли $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, и если да, то чему он равен (рис. 45).

Ответы

1. а) не существует; б) 4. 2. а) 1; б) 4.
3. а) не существует; б) 2. 4. а) 3; б) 4.

IV. Какие из функций $f(x)=\frac{1}{x+2}$, $g(x)=\frac{1}{x-2}$, $h(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ имеют предел при x, стремящемся к 2?

Ответы

1. h. 2. f, h. 3. g, h. 4. f, g, h.

V. Найдите пределы функций: а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x-3}$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) 0. 2. а) $\frac{1}{2}$; б) 9.
3. а) $\frac{1}{2}$; б) 27. 4. а) $\frac{1}{4}$; б) 27.

I. Дана функция $f(x)=\begin{cases} 1-x^2 & \text{при } x \geqslant 0, \\ 2 & \text{при } x<0. \end{cases}$

а) Постройте график этой функции; б) найдите значение функции f в точке разрыва.

Ответы

1. а) см. рис. 46; б) -1. 2. а) см. рис. 47; б) 1.
3. а) см. рис. 48; б) 2. 4. а) см. рис. 49; б) 2.

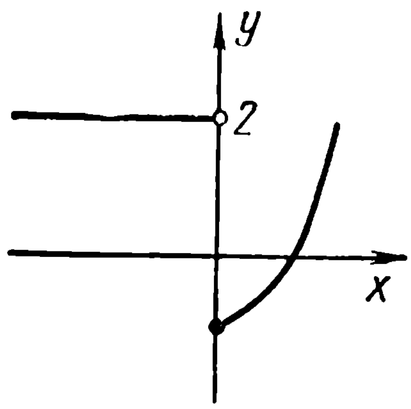


Рис. 46

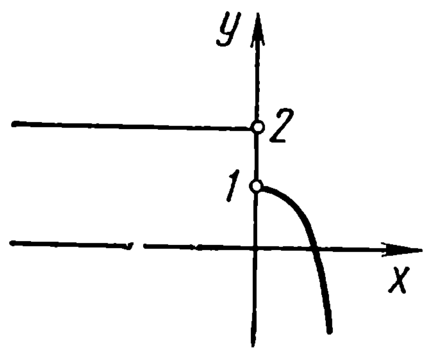


Рис. 47

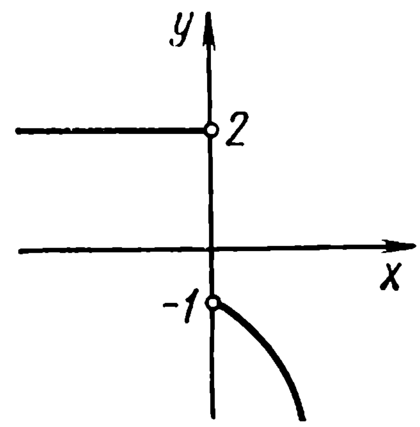


Рис. 48

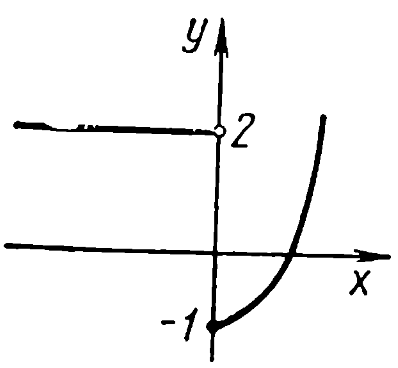


Рис. 49

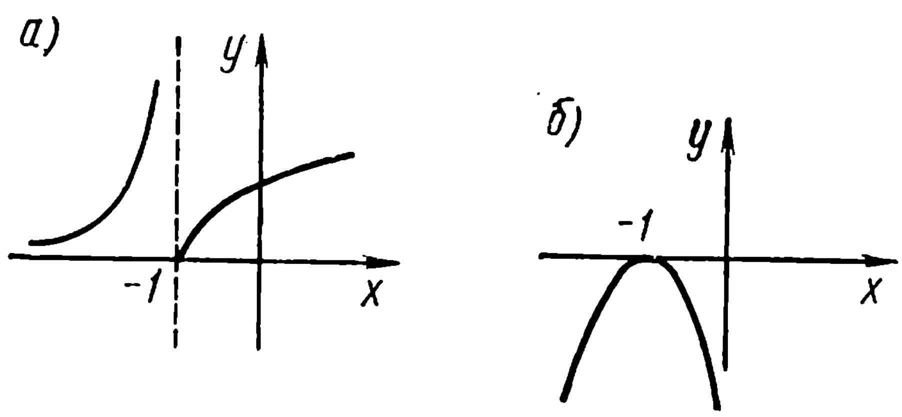


Рис. 50

II. Найдите все точки разрыва функции

$$f(x)=\frac{2}{x^3+2x^2-3x}.$$

Ответы

1. $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=-3$.
2. $x_1=0$; $x_2=-1$; $x_3=3$.
3. $x_1=0$; $x_2=1$; $x_3=3$.
4. $x_1=0$; $x_2=1$.

III. По графику функции (рис. 50) определите, существует ли ее предел при x, стремящемся к -1, и если да, то чему он равен.

Ответы

1. а) не существует; б) не существует.
2. а) не существует; б) -1.
3. а) не существует; б) 0.
4. а) 0; б) 0.

IV. Какие из функций $f(x)=\frac{|x-1|}{x-1}$, $g(x)=2^{x-1}$, $h(x)=\frac{1}{x^2-1}$ имеют предел при x, стремящемся к 1?

Ответы

1. f, g. 2. f. 3. g, h. 4. g.

V. Найдите пределы функций: а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^3-1}{x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-x}{\sqrt[3]{x}-1}$.

Ответы

1. а) 1; б) -3. 2. а) -1; б) 3.
3. а) 1; б) 3. 4. а) -1; б) -3.

6—3

I. а) Постройте график функции $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{при } x\geqslant 0, \\ -x & \text{при } x<0.\end{cases}$ б) Найдите значение функции f в точке разрыва.

Ответы

1. а) см. рис. 51; б) 1. 2. а) см. рис. 52; б) 0.
3. а) см. рис. 53; б) 1. 4. а) см. рис. 54; б) -1.

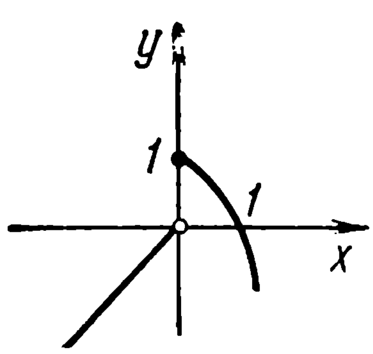


Рис. 51

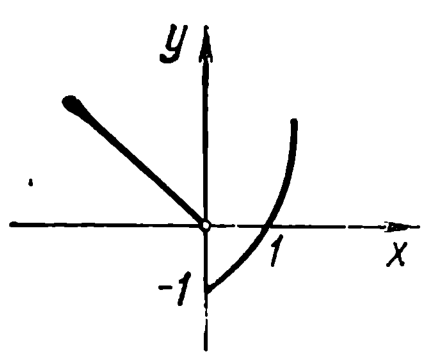


Рис. 52

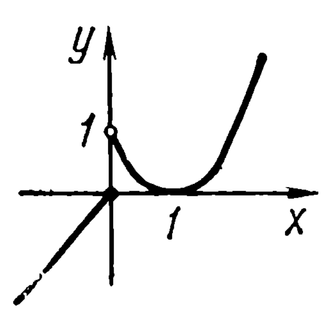


Рис. 53

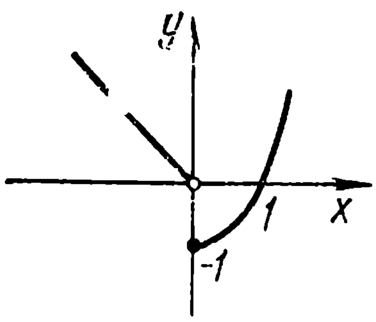


Рис. 54

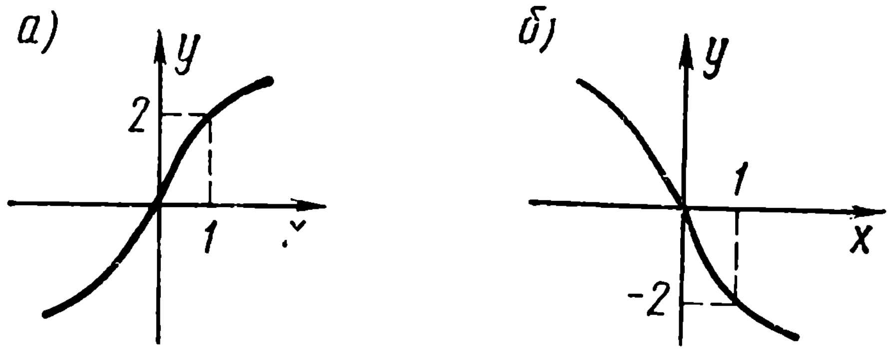


Рис. 55

II. Найдите все точки разрыва функции $f\ (x)=\dfrac{1}{x^3-x}$.

Ответы

1. $x_1=0;\quad x_2=1.$ **2.** $x_1=0;\quad x_2=-1.$
3. $x_1=0;\quad x_2=1;\quad x_3=-1.$ **4.** $x_1=1;\quad x_2=-1.$

III. По графику функции f определите, существует ли $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, и если да, то чему он равен (рис. 55).

Ответы

1. а) 2; б) -2. **2.** а) 2; б) не существует.
3. а) 1; б) не существует. **4.** а) 0; б) 0.

IV. Какие из функций $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x}$, $h(x)=\dfrac{1}{x-2}$ имеют предел при x, стремящемся к нулю?

Ответы

1. f, h. **2.** h. **3.** g, h. **4.** g.

V. Найдите пределы функций: а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x-3}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$.

Ответы

1. а) $\dfrac{1}{3}$; б) 4. **2.** а) $-\dfrac{1}{3}$; б) -4.

3. а) $-\dfrac{1}{3}$; б) 0. **4.** а) $-\dfrac{1}{3}$; б) 4.

6—4

I. а) Постройте график функции

$$f(x)=\begin{cases}-x^2 & \text{при } x\geqslant 1,\\ -2 & \text{при } x<1.\end{cases}$$

б) Найдите значение функции f в точке разрыва.

Ответы

1. а) см. рис. 56; б) 0.
2. а) см. рис. 57, б) -1.
3. а) см. рис. 58; б) -2.
4. а) см. рис. 59; б) 0.

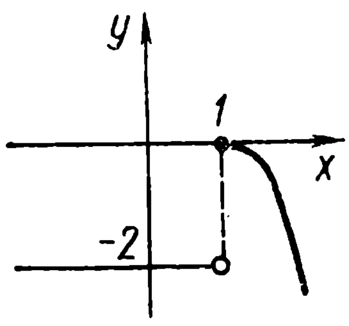


Рис. 56

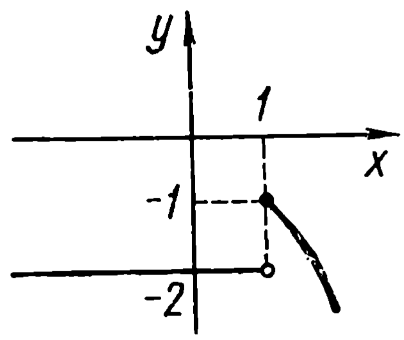


Рис. 57

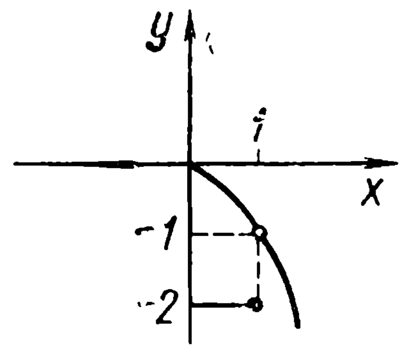


Рис. 58

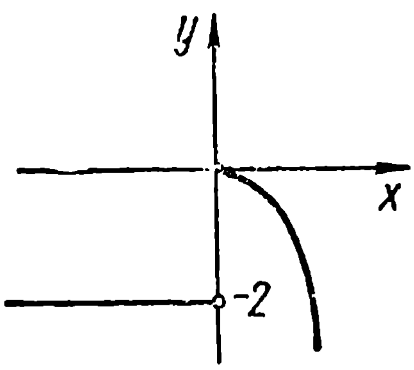


Рис. 59

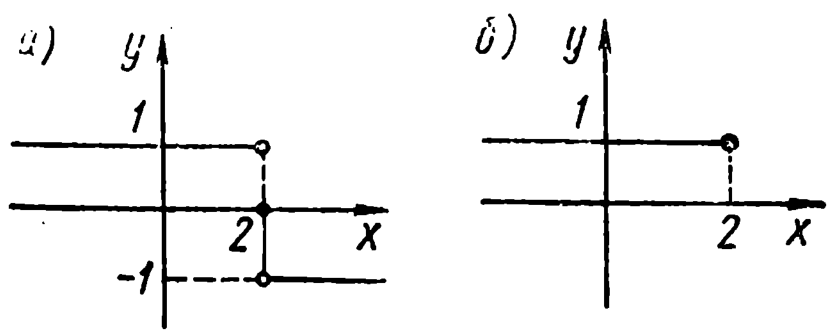


Рис. 60

II. Найдите все точки разрыва функции $f(x)=$
$$=\frac{1}{x^3-3x^2-4x}.$$

Ответы

1. $x_1=-1$; $x_2=0$; $x_3=4$.
2. $x_1=-4$; $x_2=0$; $x_3=1$.
3. $x_1=-4$. $x_2=-1$; $x_3=0$.
4. $x_1=-1$; $x_2=4$.

III. По графику функции (рис. 60) определите, имеет ли она предел при x, стремящемся к 2, и если да, то чему он равен.

Ответы

1. а) -1; б) не имеет. 2. а) 1; б) не имеет.
3. а) 1; б) 1. 4. а) не имеет; б) не имеет.

IV. Какие из функций $f(x)=\frac{1}{x+3}$, $g(x)=\frac{1}{\sqrt{x-3}}$, $h(x)=\frac{x^2-9}{x^2+2x-3}$ имеют предел при x, стремящемся к 3?

Ответы

1. f, h. 2. f. 3. g, h. 4. h.

V. Найдите пределы функций: а) $\lim\limits_{x\to-1}(5x^2-3x+1)$;

б) $\lim\limits_{x\to8}\frac{2-\sqrt[3]{x}}{8-x}$.

Ответы

1. а) 3; б) $\frac{1}{4}$. 2. а) 9; б) $\frac{1}{4}$.
3. а) 9; б) $\frac{1}{12}$. 4. а) 9; б) 1.

РАБОТА № 7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ. СЛОЖНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ПРОИЗВОДНАЯ

7—1

I. Найдите приращение функции $y=3x-x^2$ на отрезке $[x_0, x_0+\Delta x]$.

Ответы

1. $\Delta y=(3+2x_0)\Delta x+(\Delta x)^2$.
2. $\Delta y=(3-2x_0)\Delta x-(\Delta x)^2$.
3. $\Delta y=(2x_0-3)\Delta x+(\Delta x)^2$.
4. $\Delta y=(3-2x_0)\Delta x+(\Delta x)^2$.

II. Найдите производную функции $y=3x-x^2$ в точке $x_0=2$, пользуясь определением производной.

Ответы

1. -1. 2. 1. 3. 0. 4. 7.

III. Найдите производные следующих функций:

а) $f(x)=2x^3-3x^2+6x-6$; б) $f(x)=2x^{\frac{1}{3}}-x^{-1}$.

Ответы

1. а) $6x^2-6x+6$; б) $\frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}+x$.

2. а) $6x^2-6x$; б) $\frac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}+x^{-2}$.

3. а) $6x^2-6x+6$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{x^2}$.

4. а) $6x^2-6x+6$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}-\frac{1}{x^2}$.

IV. Найдите а) $f(g(x))$, б) $g(f(x))$, в) $f(h(x))$, если $f(x)=x^2$, $g(x)=3x+2$, $h(x)=\lg x$.

Ответы

1. а) $(3x+2)^2$; б) $3x^2+2$; в) $\lg x^2$.

2. а) $(3x+2)^2$; б) $3x^2+2$; в) $\lg^2 x$.

3. а) $3x^2+2$; б) $(3x+2)^2$; в) $\lg^2 x$.

4. а) $9x^2+4$; б) $(3x)^2+2$; в) $\lg x^2$.

V. Найдите производную функции $f(x)=(2x-x^3)^{10}$.

Ответы

1. $10(2x-x^3)^9$.

2. $10(2x-x^3)(2-3x^2)$.

3. $9(2x-x^3)^9$.

4. $10(2x-x^3)^9(2-3x^2)$.

7—2

I. Найдите приращение функции $y=x^2-4x$ на промежутке $[x_0; x_0+\Delta x]$.

Ответы

1. $\Delta y=(2x_0+4)\cdot\Delta x+(\Delta x)^2$.

2. $\Delta y=(2x_0-4)\cdot\Delta x+(\Delta x)^2$.

3. $\Delta y=(4-2x_0)\cdot\Delta x-(\Delta x)^2$.

4. $\Delta y=-4\Delta x+(\Delta x)^2$.

II. Найдите производную функции $y=x^2-4x$ в точке $x_0=4$, пользуясь определением производной.

Ответы

1. 4. 2. 0. 3. -4. 4. 8.

III. Найдите производные следующих функций: а) $y=5x^3-4\sqrt{x}+\frac{2}{x}-5$; б) $y=(2x+1)\cdot(x^3-2)$.

Ответы

1. а) $15x^2-\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{2}{x^2}$; б) $6x^2$.
2. а) $15x^3-2x^{\frac{1}{2}}+2$; б) $8x^3+3x^2-4$.
3. а) $15x^2-2x^{\frac{1}{2}}-\frac{2}{x}$; б) $6x^2-4$.
4. а) $15x^2-\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{2}{x^2}$; б) $8x^3+3x^2-4$.

IV. Найдите а) $f(g(x))$, б) $g(f(x))$, в) $f(h(x))$, если $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=2x-5$, $h(x)=2^x$.

Ответы

1. а) $\sqrt{2x-5}$; б) $2\sqrt{x}-5$; в) $\sqrt{2^x}$.
2. а) $\sqrt{2x-5}$; б) $2\sqrt{x}-5$; в) $2^{\sqrt{x}}$.
3. а) $2\sqrt{x}-5$; б) $\sqrt{2x-5}$; в) $2^{\sqrt{x}}$.
4. а) $\sqrt{2x}-5$; б) $2\sqrt{x}-5$; в) $\sqrt{2^x}$.

V. Найдите производную функции $y=\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)^{30}$.

Ответы

1. $30(x+3)$.
2. $30\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)^{29}$.
3. $30\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)^{29}(x+3)$.
4. $30\left(\frac{x^2}{2}+3x\right)^{29}\left(\frac{x}{2}+3\right)$.

7—3

I. Найдите приращение функции $y=x^2-5x$ на отрезке $[x; x+\Delta x]$.

Ответы

1. $\Delta y = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - 5x - 5\Delta x.$

2. $\Delta y = 2x - 5.$

3. $\Delta y = 2x + \Delta x - 5.$

4. $\Delta y = 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - 5\Delta x.$

II. Найдите производную функции $y = x^2 - 5x$ в точке $x_0 = 1$, пользуясь определением производной.

Ответы

1. -3. 2. 2. 3. 0. 4. -4.

III. Найдите производные следующих функций: а) $y = 3x^5 - 4x^3 + 2x - 5$; б) $y = 3\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{1}{3}x^{-1}$.

Ответы

1. а) $15x^4 - 12x^2 + 2$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$.

2. а) $15x^4 - 12x^2 - 3$; б) $\frac{1}{3} + \frac{2}{x^3} + \frac{1}{3}x^{-2}$.

3. а) $15x^4 - 12x^2 + 2$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{3x^2}$.

4. а) $15x^4 - 12x^2 + 2$; б) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{4}{x^3} + \frac{1}{3}x$.

IV. Найдите а) $f(g(x))$, б) $g(f(x))$, в) $f(h(x))$, если $f(x) = \lg x$, $g(x) = x^3$, $h(x) = 2 - 3x$.

Ответы

1. а) $\lg x^3$;
   б) $\lg^3 x$;
   в) $\lg(2 - 3x)$.
2. а) $(\lg x)^3$;
   б) $\lg^3 x$;
   в) $\lg(2 - 3x)$.
3. а) $\lg x^3$;
   б) $(\lg x)^3$;
   в) $2 - 3\lg x$.
4. а) $\lg x^3$;
   б) $\lg^3 x$;
   в) $2 - \lg 3x$.

V. Найдите производную функции $y = (1 + 3x)^{20}$.

Ответы

1. $20(1 + 3x)^{19}$. 2. $60(1 + 3x)^{19}$.

3. $19(1 + 3x)^{19}$. 4. $57(1 + 3x)^{19}$.

7—4

I. Найдите приращение функции $y=\frac{1}{x}$ на промежутке $[x_0;\ x_0+\Delta x]$.

Ответы

1. $\Delta y=\frac{\Delta x}{x_0(x_0+\Delta x)}$.
2. $\Delta y=\frac{2x_0-\Delta x}{x_0(x_0+\Delta x)}$.
3. $\Delta y=\frac{-\Delta x}{x_0(x_0+\Delta x)}$.
4. $\Delta y=\frac{2x_0+\Delta x}{x_0(x_0+\Delta x)}$.

II. Найдите производную функции $y=\frac{1}{x}$ в точке $x_0=3$, пользуясь определением производной.

Ответы

1. $\frac{1}{9}$. 2. $-\frac{1}{9}$. 3. $\frac{1}{3}$. 4. $-\frac{1}{3}$.

III. Найдите производные следующих функций:

а) $f(x)=3x^5+5x^3-x^2+x-1$; б) $f(x)=x^{\frac{2}{3}}-4x^{-2}$.

Ответы

1. а) $15x^4+15x^2-2x$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}+\frac{8}{x^3}$.
2. а) $15x^4+15x^2-2x+1$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}-\frac{8}{x^3}$.
3. а) $15x^4+15x^2-2x+1$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}+\frac{8}{x^3}$.
4. а) $15x^4+15x^3-2x^2+1$; б) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}+\frac{8}{x}$.

IV. Найдите а) $f(g(x))$, б) $g(f(x))$, в) $f(h(x))$, если $f(x)=\frac{1}{x}$, $g(x)=x^2+2x$, $h(x)=10^x$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{x^2+2x}$;
   б) $\left(\frac{1}{x}\right)^2+2\cdot\frac{1}{x}$;
   в) $\frac{1}{10^x}$.
2. а) $\frac{1}{x^2}+\frac{2}{x}$;
   б) $\frac{1}{x^2+2x}$;
   в) $10^{\frac{1}{x}}$.

3\. а) $\frac{x^2+2x}{x}$;
б) $\frac{x^2+2x}{x}$;
в) $\frac{10^x}{x}$.

4\. а) $\frac{1}{x^2+2x}$;
б) $\frac{1}{x^2+2x}$;
в) $\frac{1}{10^x}$.

V. Найдите производную функции $y=(3-x^2)^{50}$.

Ответы

1\. $50(3-x^2)^{49}$.
2\. $-98x(3-x^2)^{49}$.
3\. $100x(3-x^2)^{49}$.
4\. $-100x(3-x^2)^{49}$.

РАБОТА № 8

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ К ПРИБЛИЖЕННЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ, ГЕОМЕТРИИ И ФИЗИКЕ

8—1

I. Найдите приближенное значение $\sqrt[3]{27{,}09}$, используя формулу $\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$.

Ответы

1\. 3,033.
2\. 3,003.
3\. 3,002.
4\. 3,004.

II. При нагревании куба каждое его ребро увеличилось на 20 мм. Первоначальная длина ребра 2 м. Вычислите приближенно (с помощью формулы $\Delta f(x_0)\approx\approx f'(x_0)\Delta x$) объем куба после нагревания.

Ответы

1\. 8,25 м³.
2\. 8,23 м³.
3\. 8,22 м³.
4\. 8,24 м³.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если: а) $f(x)=3x^2-4x+1$, $x_0=2$; б) $f(x)=4x-x^2$, $x_0=2$.

Ответы

1\. а) $y=8x-11$; б) $y=4$.
2\. а) $y=8x-38$; б) $y=2$.
3\. а) $y=5$; б) $y=4$.
4\. а) $y=8x-11$; б) $y=2$.

IV. Какой угол (острый или тупой) образует с направлением оси Ox касательная к графику функции а) $y=2x-x^3$, б) $y=x-\frac{1}{x}$ в точке $x=2$?

Ответы

1. а) острый; б) острый. 2. а) острый; б) тупой.
3. а) тупой; б) острый. 4. а) тупой; б) тупой.

V. Зависимость пути s от времени движения t выражается формулой $s(t)=\frac{gt^2}{2}$. Найдите формулы: а) скорости v; б) ускорения a.

Ответы

1. а) gt; б) g. 2. а) g; б) gt.
3. а) $2gt$; б) $2g$. 4. а) $\frac{gt}{2}$; б) $\frac{g}{2}$.

8—2

I. Найдите приближенное значение $\sqrt[4]{16,8}$, используя формулу $\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$.

Ответы

1. 2,25. 2. 2,025. 3. 2,035. 4. 2,002.

II. Куб с ребром 5 см равномерно отшлифовали со всех сторон, в результате чего каждое ребро укоротилось на 0,0018 см. Вычислите приближенно (с помощью формулы $\Delta f(x_0)\approx f'(x_0)\Delta x$) объем куба после шлифовки.

Ответы

1. 125,135 см³. 2. 124,752 см³.
3. 124,865 см³. 4. 124,925 см³.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если: а) $f(x)=x-\frac{4}{x}$, $x_0=1$; б) $f(x)=x^2-4x+5$, $x_0=2$.

Ответы

1. а) $y=5x-8$; б) $y=1$.
2. а) $y=5x+16$; б) $y=1$.

3. а) $y=5x-8$; б) $y=2$.
4. а) $y=-3x$; б) $y=2$.

IV. Какой угол (острый или тупой) образует с направлением оси Ox касательная к графику функции а) $y=(1-2x)^2$, б) $y=\frac{1}{x^2}$ в точке $x=1$?

Ответы

1. а) тупой; б) острый. 2. а) острый; б) острый.
3. а) тупой; б) тупой. 4. а) острый; б) тупой.

V. Скорость тела, движущегося прямолинейно, определяется по формуле $v(t)=5t+t^2$ (см/с). Какое ускорение будет иметь тело в момент времени $t=3$ с?

Ответы

1. 11 см/с². 2. 24 см/с². 3. 10 см/с². 4. 15 см/с².

8—3

I. Найдите приближенное значение $\sqrt[5]{32{,}24}$, используя формулу $\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$.

Ответы

1. 2,008. 2. 2,005. 3. 2,003. 4. 2,032.

II. Радиус шара увеличился с 5 до 5,02 см. Вычислите приближенно (с помощью формулы $\Delta f(x_0)\approx\approx f'(x_0)\Delta x$), на сколько увеличился объем шара $\left(V_{\text{шара}}=\frac{4}{3}\pi R^3\right)$.

Ответы

1. 2π см³. 2. 20π см³. 3. $\frac{2}{3}\pi$ см³. 4. 4π см³.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если: а) $f(x)=\sqrt{x}$, $x_0=4$; б) $f(x)=x^2-6x+5$, $x_0=3$.

Ответы

1. а) $y=\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$; б) $y=-4$.

2. а) $y=\frac{1}{4}x+1$; б) $x=3$.
3. а) $y=4x+1$; б) $y=-4$.
4. а) $y=\frac{1}{4}x+1$; б) $y=-4$.

IV. Какой угол (острый или тупой) образует с направлением оси Ox касательная к графику функции а) $y=4+x^2$, б) $y=(1-x)^3$ в точке $x=3$?

Ответы

1. а) тупой; б) острый.
2. а) острый; б) тупой.
3. а) острый; б) острый.
4. а) тупой; б) тупой.

V. Тело массой 10 кг движется прямолинейно по закону $s(t)=t^2+2t+3$, где s — пройденный путь в метрах, t — время в секундах. Определите кинетическую энергию $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ тела в момент времени $t=3$ с.

Ответы

1. 350 000 эрг.
2. 320 000 эрг.
3. 250 000 эрг.
4. 340 000 эрг.

8—4

I. Найдите приближенное значение $\sqrt[6]{64{,}72}$, используя формулу $\sqrt[n]{x_0+\Delta x}\approx\sqrt[n]{x_0}+\frac{\sqrt[n]{x_0}}{nx_0}\Delta x$.

Ответы

1. 2,037.
2. 2,375.
3. 2,004.
4. 2,008.

II. Вычислите приближенно (с помощью формулы $\Delta f(x_0)\approx f'(x_0)\Delta x$) площадь кругового кольца между двумя концентрическими окружностями с радиусами 8 и 8,02 см.

Ответы

1. 16π см^2.
2. $0{,}32\pi$ см^2.
3. $0{,}16\pi$ см^2.
4. $0{,}64\pi$ см^2.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если: а) $f(x)=\frac{1}{x^2}$, $x_0=\frac{1}{2}$; б) $f(x)=x^2-8x+10$, $x_0=4$.

Ответы

1. а) $y=-16x+12$; б) $y=-6$.
2. а) $y=-16x+4$; б) $y=-6$.
3. а) $y=16x-8$; б) $y=6$.
4. а) $y=16x-12$; б) $y=6$.

IV. Какой угол (острый или тупой) образует с направлением оси Ox касательная к графику функции а) $y=(1-2x)^3$, б) $y=1-\frac{1}{x}$ в точке $x=2$?

Ответы

1. а) острый; б) острый. **2.** а) тупой; б) острый.
3. а) острый; б) тупой. **4.** а) тупой; б) тупой.

V. Точка движется прямолинейно по закону $s(t)=\frac{t^3}{3}-2t^2+3t+1$, где s — пройденный путь в метрах, t — время в секундах. В какие моменты времени ее скорость равна нулю?

Ответы

1. $t_1=1$; $t_2=3$. **2.** $t_1=1$; $t_2=4$.
3. $t_1=2$; $t_2=3$. **4.** $t_1=3$; $t_2=4$.

РАБОТА № 9

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

9—1

I. На рис. 61 изображены схематически графики функций вида $f(x)=ax^2+bx+c$. Определите по графику знаки

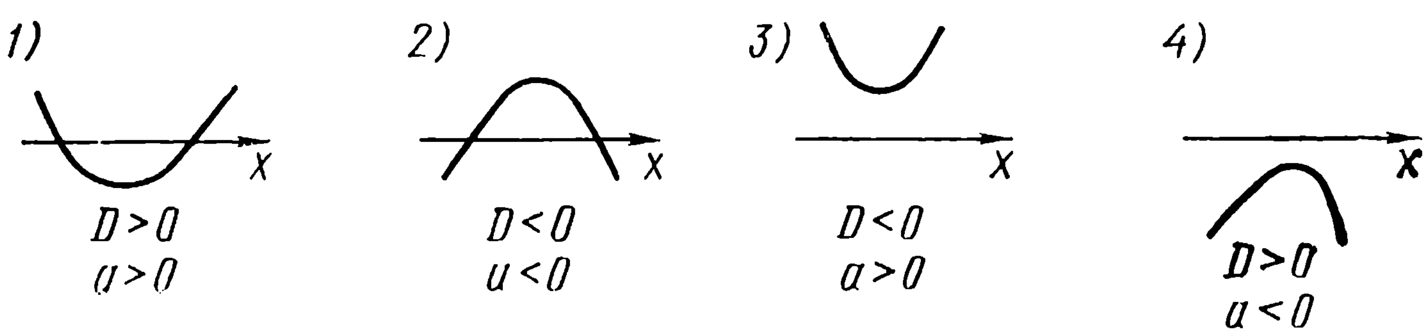


Рис. 61

коэффициента a и дискриминанта D каждого трехчлена. Укажите рисунки, подписи к которым верны.

Ответы

1. 1, 2. **2.** 1, 3. **3.** 2, 4. **4.** 1, 4.

II. Найдите область определения функции f, если $f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{3-x}$.

Ответы

1. $]-\infty; 0[\cup]0; 3]$. **2.** $]-\infty; 3]$.
3. $]-\infty; 3[$. **4.** $]-\infty; 0[\cup]0; 3[$.

III. Для функции $f(x)=x^2-3x+2$ определите: а) ее нули; б) промежутки возрастания; в) промежутки убывания.

Ответы

1. а) 1; 2; б) $[1,5; \infty[$; в) $]-\infty\ 1,5]$.
2. а) 1; 2; б) $]-\infty; 1,5]$; в) $[1,5; \infty[$.
3. а) -1; -2; б) $[1,5; \infty[$; в) $]-\infty; 1,5]$.
4. а) 1; 2; б) $]-\infty; 1]$, $[2; \infty[$; в) $[1; 2]$.

IV. Для функции $f(x)=\frac{x}{3}+\frac{3}{x}$ найдите: а) все ее критические точки; б) точки минимума и точки максимума.

Ответы

1. а) $x_1=-3$, $x_2=0$, $x_3=3$; б) x_1 — точка минимума, x_2 — точка максимума, x_3 — точка максимума.

2. а) $x_1=-3$, $x_2=0$, $x_3=3$; б) x_1 — точка минимума, x_3 — точка максимума.

3. а) $x_1=-3$, $x_2=0$, $x_3=3$; б) x_1 — точка максимума, x_3 — точка минимума.

4. а) $x_1=3$, $x_2=0$; б) x_1 — точка максимума, x_2 — точка минимума.

V. Найдите а) наибольшее и б) наименьшее значения функции $f(x) = 4x + x^2$ на отрезке [—5; —1].

Ответы

1. а) 5; б) -3. 2. а) -3; б) -4.
3. а) -4; б) -3. 4. а) 5; б) -4.

9—2

I. На рис. 62 изображены схематически графики функций вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Определите по графику

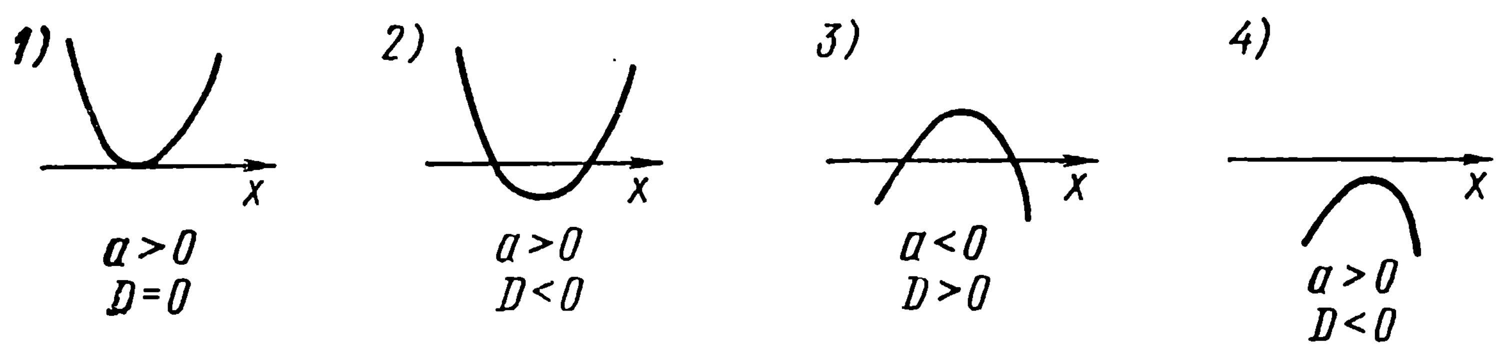


Рис. 62

знаки коэффициента a и дискриминанта D каждого трехчлена. Укажите рисунки, подписи к которым верны.

Ответы

1. 3, 4. 2. 1, 4. 3. 1, 3. 4. 2, 3.

II. Найдите область определения функции f, если $f(x) = \frac{1}{x-1} + \sqrt{x+1}$.

Ответы

1. $[-1; \infty[$. 2. $[-1; 1[\cup]1; \infty[$.
3. $]-1; \infty[$. 4. $]-1; 1[\cup]1; \infty[$.

III. Для функции $y = 4x - x^2$ определите: а) ее нули; б) промежутки возрастания; в) промежутки убывания.

Ответы

1. а) 0; 4;
   б) $[2; \infty[$;
   в) $]-\infty; 2]$.
2. а) 0; 4;
   б) $]-\infty; 2]$;
   в) $[2; \infty[$.
3. а) 4;
   б) $]-\infty; 2]$;
   в) $[2; \infty[$.
4. а) 0; 4;
   б) $]0; 4[$;
   в) $]-\infty; 0]$, $[4; \infty[$.

IV. Функция f задана формулой $f(x)=x^3-3x^2+1$. Найдите: а) все ее критические точки; б) точки максимума и точки минимума.

Ответы

1. а) $x_1=0$; $x_2=2$; б) x_1 — точка минимума, x_2 — точка максимума.
2. а) $x=2$; б) x — точка максимума.
3. а) $x=0$; б) x — точка минимума.
4. а) $x_1=0$; $x_2=2$; б) x_1 — точка максимума; x_2 — точка минимума.

V. Найдите а) наибольшее и б) наименьшее значения функции $f(x)=x^2-6x+10$ на отрезке [0; 4].

Ответы

1. а) 10; б) 2.
2. а) 2; б) 1.
3. а) 4; б) 0.
4. а) 10; б) 1.

9—3

I. На рис. 63 изображены схематически графики функций вида $f(x)=ax^2+bx+c$.

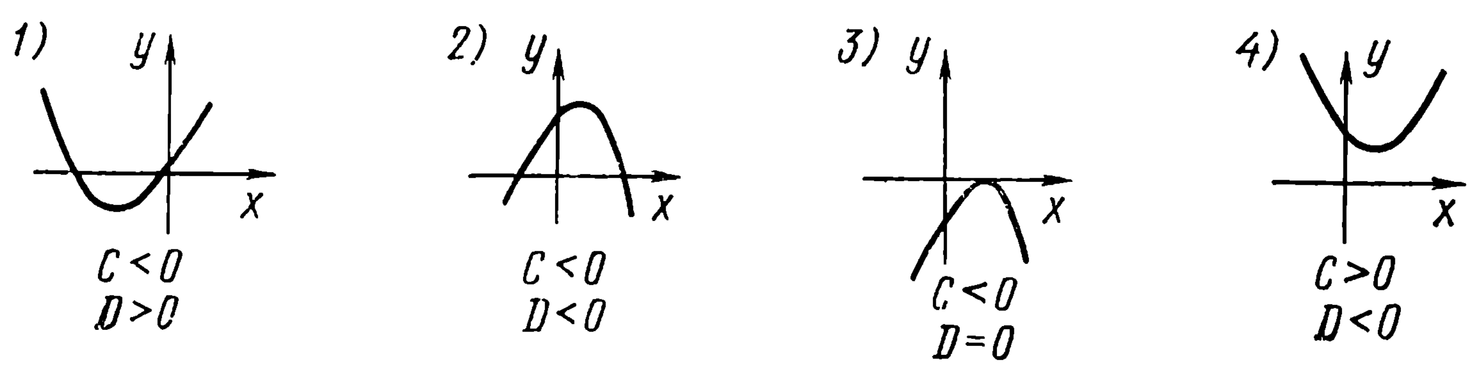


Рис. 63

Определите по графику знаки свободного члена c и дискриминанта D каждого трехчлена. Укажите рисунки, подписи к которым верны.

Ответы

1. 1, 3, 4.
2. 2, 3.
3. 3, 4.
4. 2, 4.

II. Найдите область определения функции f, если $f(x)=\frac{1}{x-2}+\sqrt{x}$.

Ответы

1. $[0;\ \infty[$. 2. $[0;\ 2[\cup]2;\ \infty[$.
3. $]0;\ \infty[$. 4. $]0;\ 2[\cup]2;\ \infty[$.

III. Функция f задана формулой $f(x)=x^2+4x-5$. Определите: а) ее нули; б) промежутки возрастания; в) промежутки убывания.

Ответы

1. а) $-5;\ 1$;
   б) $]-\infty;\ -2]$;
   в) $[-2;\ \infty[$.
2. а) $5;\ -1$;
   б) $[-2;\ \infty[$;
   в) $]-\infty;\ -2]$.
3. а) $-5;\ 1$;
   б) $[-2;\ \infty[$;
   в) $]-\infty;\ -2]$.
4. а) $-1;\ 5$;
   б) $]-\infty;\ -2]$;
   в) $[-2;\ \infty[$.

IV. Функция f задана формулой $f(x)=2+3x-x^3$. Найдите: а) все ее критические точки; б) точки максимума и точки минимума.

Ответы

1. а) $x_1=-1$, $x_2=1$;
   б) x_1 — точка минимума, x_2 — точка максимума.
2. а) $x_1=1$;
   б) x_1 — точка минимума.
3. а) $x_1=-1$, $x_2=1$;
   б) x_1 — точка максимума, x_2 — точка минимума.
4. а) $x_1=1$;
   б) x_1 — точка максимума.

V. Найдите а) наибольшее и б) наименьшее значения функции $y=9-x^2$ на отрезке $[-1;\ 2]$.

Ответы

1. а) 8; б) 5. 2. а) 9; б) 8.
3. а) 2; б) -1. 4. а) 9; б) 5.

9—4

I. На рис. 64 изображены схематически графики функций вида $f(x)=ax^2+bx+c$. Определите по рисунку знаки коэффициента a и дискриминанта D каждого трехчлена. Укажите рисунки, подписи к которым верны.

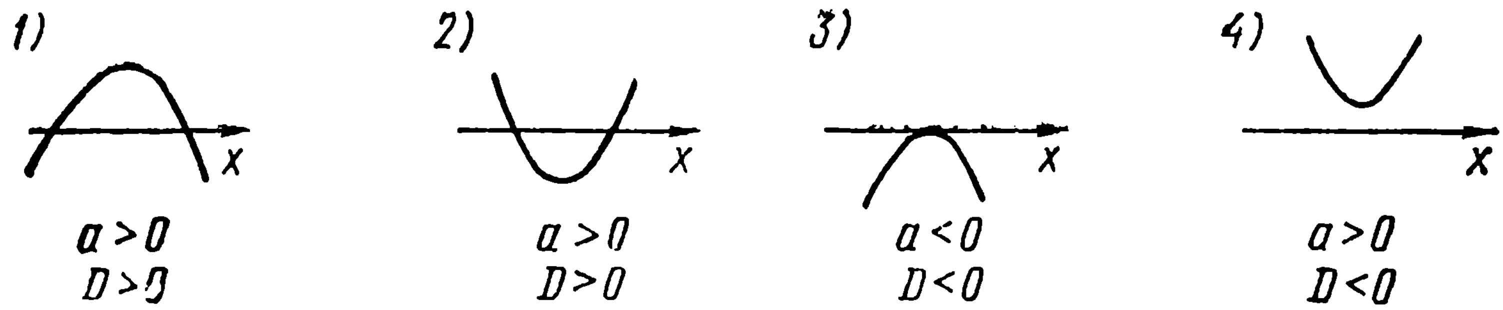


Рис. 64

Ответы

1. 1, 4. 2. 2, 4. 3. 2, 3. 4. 1, 2, 4.

II. Найдите область определения функции f, если $f(x)=\dfrac{1}{x-3}+\sqrt{x-2}$.

Ответы

1. $[2; \infty[$. 2. $]2; \infty[$.
3. $[2; 3[\cup]3; \infty[$. 4. $]2; 3[\cup]3; \infty[$.

III. Для функции $y=-6x-x^2$ определите: а) ее нули; б) промежутки возрастания; в) промежутки убывания.

Ответы

1. а) -6; 0;
 б) $]-\infty; -3]$;
 в) $[-3; \infty[$.
2. а) -6; 0;
 б) $[-3; \infty[$;
 в) $]-\infty; -3]$.
3. а) -6;
 б) $]-\infty; -6]$;
 в) $[-6; \infty[$.
4. а) -6; 0;
 б) $[-6; 0]$;
 в) $]-\infty; -6]$, $[0; \infty[$.

IV. Для функции $f(x)=x^3-6x^2+2$ найдите: а) все ее критические точки; б) точки максимума и точки минимума.

Ответы

1. а) $x_1=0$, $x_2=6$; б) x_1 — точка минимума, x_2 — точка максимума.
2. а) $x_1=0$, $x_2=4$; б) x_1 — точка минимума, x_2 — точка максимума.
3. а) $x_1=0$, $x_2=-4$; б) x_1 — точка максимума, x_2 — точка минимума.
4. а) $x_1=0$, $x_2=4$; б) x_1 — точка максимума, x_2 — точка минимума.

V. Найдите а) наибольшее и б) наименьшее значения функции $y=x^2-16$ на промежутке $[-1; 3]$.

Ответы

1. а) -16; б) -7.
2. а) -7; б) -15.
3. а) -15; б) -16.
4. а) -7; б) -16.

РАБОТА № 10

ЗАДАЧИ НА ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

10—1

I. Найдите с помощью производной координаты вершины параболы $y=x^2+4x-1$.

Ответы

1. $(2;\ 11)$.
2. $(-2;\ -5)$.
3. $(-5;\ -2)$.
4. $(-2;\ -4)$.

II. Постройте график функции $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$.

Ответы: см. рис. 65.

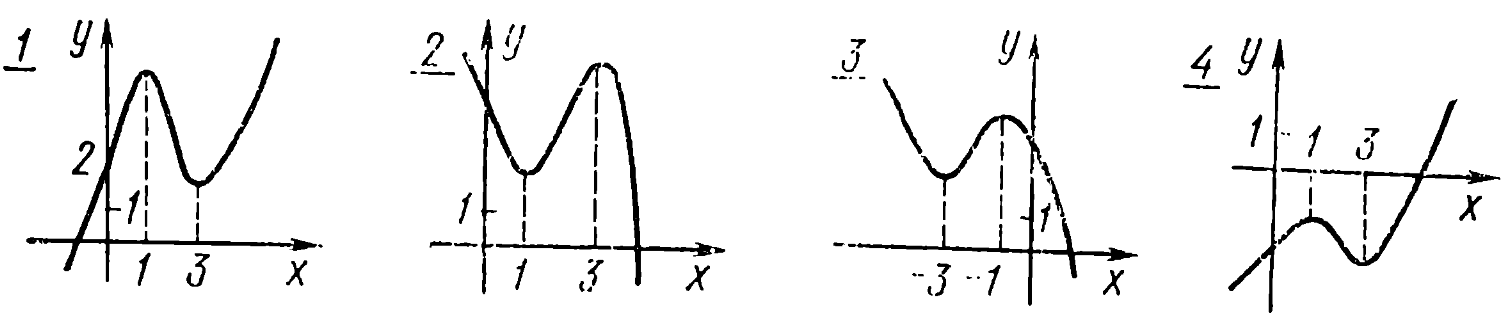


Рис. 65

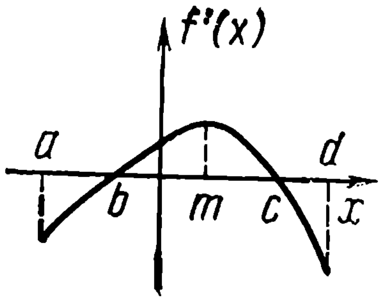


Рис. 66

III. Для функции f с помощью графика ее производной (рис. 66) найдите: а) промежутки возрастания; б) промежутки убывания; в) точки максимума и минимума.

Ответы

1. а) $[a;\ m]$; б) $[m;\ d]$; в) $x=m$ — точка максимума.
2. а) $[b;\ c]$; б) $[a;\ b]$, $[c;\ d]$; в) $x=b$ — точка минимума, $x=c$ — точка максимума.
3. а) $[b;\ c]$; б) $[a;\ b]$, $[c;\ d[$; в) $x=b$ — точка максимума, $x=c$ — точка минимума.
4. а) $[b;\ c]$; б) $[a;\ b]$, $[c;\ d]$; в) $x=m$ — точка максимума.

IV. Кусок проволоки длиной 12 см согнут в виде прямоугольника. Найдите размеры прямоугольника с наибольшей площадью.

Ответы

1. 2×4 см. 2. 1×5 см.
3. 3×3 см. 4. $2{,}5\times3{,}5$ см.

V. Обозначим буквой A утверждение «функция f имеет предел в точке x_0»; буквой B — утверждение «функция f непрерывна в точке x_0»; буквой C — утверждение «функция f имеет производную в точке x_0». Определите, какие из следующих высказываний верны: а) $C\Rightarrow$ б) $C\Rightarrow A$; в) $A\Rightarrow B$.

Ответы

1. а, б. 2. а, в. 3. б, в. 4. а, б, в.

10—2

I. Найдите с помощью производной координаты вершины параболы $y=x^2+x+1$.

Ответы

1. $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{3}{4}\right)$. 2. $\left(\frac{3}{4};\ -\frac{1}{2}\right)$.
3. $\left(-\frac{1}{2};\ -\frac{3}{4}\right)$. 4. $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{5}{4}\right)$.

II. Постройте график функции $y=x^3-3x^2+1$.

Ответы: см. рис. 67.

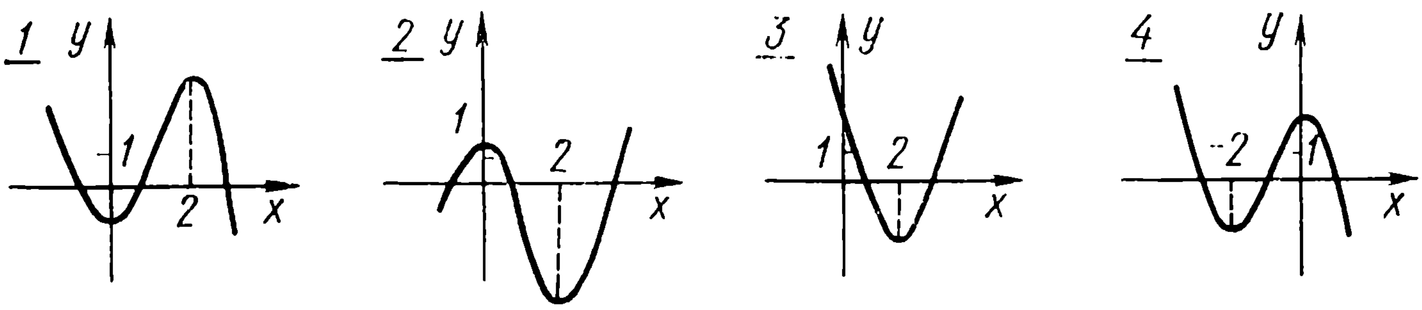


Рис. 67

III. Для функции f с помощью графика ее производной (рис. 68) найдите: а) промежутки возрастания; б) промежутки убывания; в) точки максимума и минимума.

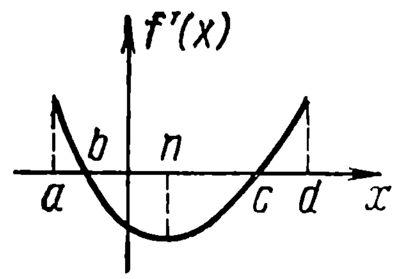


Рис. 68

Ответы

1. а) $[n; d]$; б) $[a; n]$;
   в) $x=n$ — точка минимума.
2. а) $[a; b]$, $[c; d]$; б) $[b; c]$;
   в) $x=b$ — точка минимума,
   $x=c$ — точка максимума.
3. а) $[b; c]$; б) $[a; b]$, $[c; d]$;
   в) $x=b$ — точка максимума.
4. а) $[a; b]$, $[c; d]$; б) $[b; c]$;
   в) $x=b$ — точка максимума,
   $x=c$ — точка минимума.

IV. Каковы должны быть размеры закрытой коробки с квадратным основанием, если объем ее должен быть равен 10 см^3 и требуется израсходовать наименьшее количество материала?

Ответы

1. $5\times5\times5$ см.
2. $\frac{10}{3}\times\frac{10}{3}\times\frac{10}{3}$ см.
3. $\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10}$ см.
4. $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{40}$ см.

V. Обозначим буквой A утверждение «функция f имеет предел в точке x_0», буквой B — утверждение «функция f непрерывна в точке x_0», буквой C — утверждение «функция f имеет производную в точке x_0». Определите, какие из следующих утверждений верны: а) $B \Rightarrow A$; б) $C \Leftrightarrow B$; в) $A \Rightarrow C$.

Ответы

1. а, б. 2. а. 3. а, в. 4. б, в.

10—3

I. Найдите с помощью производной координаты вершины параболы $y=x^2-6x+5$.

Ответы

1. (3; 4). 2. (0; 5). 3. (—3; —4). 4. (3; —4).

II. Постройте график функции $y=4+3x-x^3$.

Ответы: см. рис. 69.

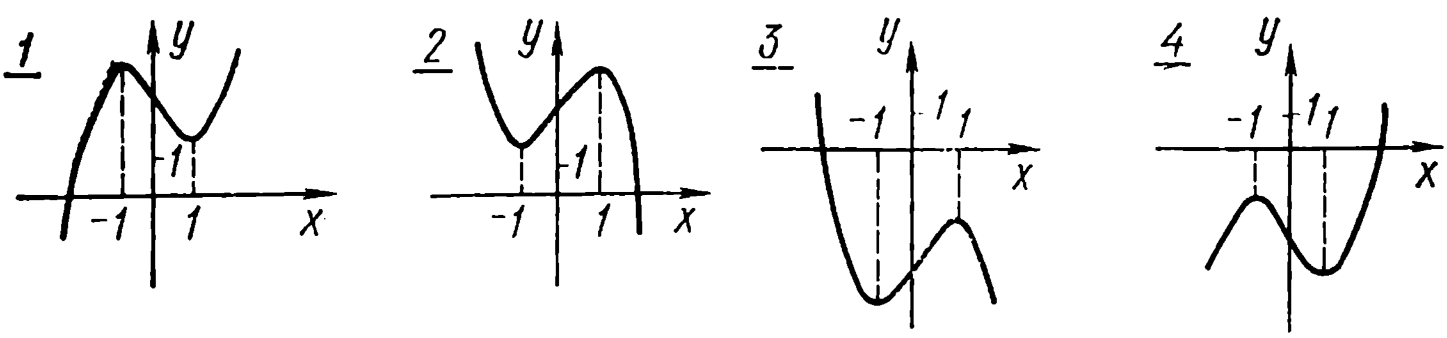


Рис. 69

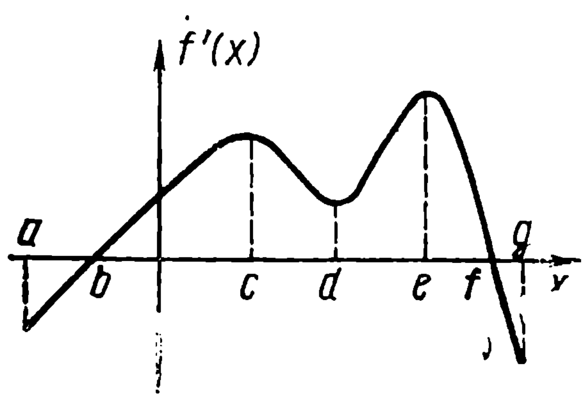


Рис. 70

III. Для функции f с помощью графика ее производной (рис. 70) найдите: а) промежутки возрастания; б) промежутки убывания; в) точки максимума и минимума.

Ответы

1. а) $[a; c]$, $[d; e]$; б) $[c; d]$, $[e; g]$;
   в) $x=c$, $x=e$ — точки максимума,
   $x=d$ — точка минимума.
2. а) $[b; f]$; б) $[a; b]$, $[f; g]$;
   в) $x=b$ — точка максимума,
   $x=f$ — точка минимума,

3. а) $[b;\ f]$; б) $[a;\ b]$, $[f;\ g]$;
в) $x=b$ — точка минимума,
$x=f$ — точка максимума.

4. а) $[a;\ b]$, $[f;\ g]$; б) $[b;\ f]$;
в) $x=b$ — точка максимума,
$x=f$ — точка минимума.

IV. Каковы должны быть размеры открытой коробки с квадратным основанием, если объем ее должен быть равен 10 см³ и требуется израсходовать на ее изготовление наименьшее количество материала?

Ответы

1. $\sqrt[3]{2{,}5}\times\sqrt[3]{20}\times\sqrt[3]{20}$ см.
2. $\sqrt[3]{5}\times\sqrt[3]{5}\times 2\cdot\sqrt[3]{5}$ см.
3. $\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10}\times\sqrt[3]{10}$ см.
4. $\sqrt[3]{\frac{10}{3}}\times\sqrt[3]{\frac{10}{3}}\times$ $\times\sqrt[3]{90}$ см.

V. Обозначим буквой A утверждение «функция f непрерывна в точке x_0»; буквой B — утверждение «функция f имеет производную в точке x_0». Укажите, какие из следующих высказываний верны: а) если B, то A; б) если не A, то не B; в) если не B, то не A.

Ответы

1. а, б. 2. б, в. 3. а, б. 4. а, в.

10—4

I. Найдите с помощью производной координаты вершины параболы $y=x^2+2x-3$.

Ответы

1. $(0;\ -3)$.
2. $(1;\ 0)$.
3. $(-1;\ -4)$.
4. $(-1;\ -5)$.

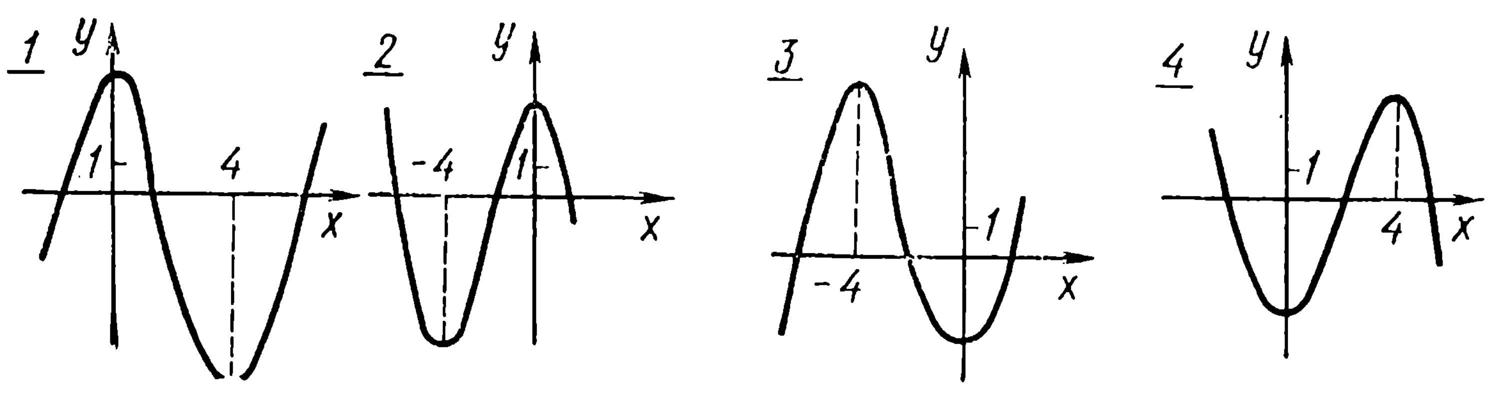


Рис. 71

II. Постройте график функции $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+4$.

Ответы: см. рис. 71.

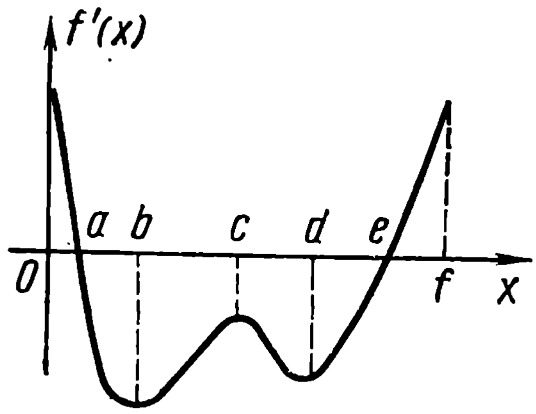


Рис. 72

III. Для функции f с помощью графика ее производной (рис. 72) найдите :а) промежутки возрастания; б) промежутки убывания; в) точки максимума и минимума.

Ответы

1. а) $[b;\ c]$, $[d;\ f]$; б) $[O;\ b]$, $[c;\ d]$;
в) $x=c$ — точка максимума,
$x=b$, $x=d$ — точки минимума.

2. а) $[a;\ e]$; б) $[O;\ a]$, $[e;\ f]$;
в) $x=a$ — точка минимума,
$x=b$ — точка максимума.

3. а) $[O;\ a]$, $[e;\ f]$; б) $[a;\ e]$;
в) $x=a$ — точка максимума,
$x=e$ — точка минимума.

4. а) $[O;\ a]$, $[e;\ f]$; б) $[d;\ e]$;
в) $x=a$ — точка минимума,
$x=e$ — точка максимума.

IV. Из квадратного листа картона со стороной длины 10 дм надо склеить прямоугольную коробку, вырезав по углам одинаковые квадраты. Какова должна быть сторона вырезаемого квадрата, чтобы объем коробки был наибольшим?

Ответы

1. 5 дм. **2.** $\frac{5}{3}$ дм. **3.** $\frac{5}{4}$ дм. **4.** 2,5 дм.

V. Обозначим буквой A утверждение «функция f имеет предел в точке x_0»; буквой B — утверждение «функция f имеет производную в точке x_0». Укажите, какие из следующих высказываний верны: а) если B, то A; б) если не A, то не B; в) если не B, то не A.

Ответы

1. а, в. **2.** а. **3.** а, б, в. **4.** а, б.

РАБОТА № 11

РАДИАННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ. ДЛИНА ДУГИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

11—1

I. Укажите точку, на которую отображается P_0 (рис. 73) при повороте R^{α}, если: а) $\alpha=2$; б) $\alpha=\frac{5}{6}\pi$; в) $\alpha=7$.

Ответы

1. а) B; б) C; в) A.
2. а) C; б) B; в) A.
3. а) A; б) C; в) B.
4. а) A; б) B; в) C.

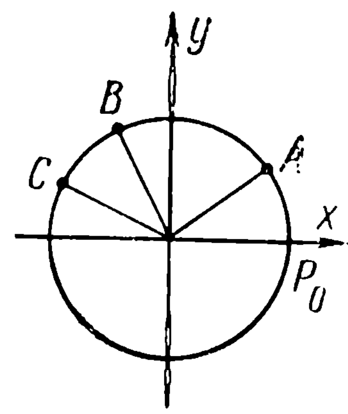


Рис. 73

II. Выразите величины данных углов в градусах или радианах соответственно: а) $\frac{\pi}{10}$; б) $150°$; в) $\frac{2}{5}\pi$.

Ответы

1. а) $36°$; б) $\frac{5}{12}\pi$; в) $144°$.
2. а) $9°$; б) $\frac{5}{6}\pi$; в) $72°$.
3. а) $18°$; б) $\frac{5}{6}\pi$; в) $72°$.
4. а) $18°$; б) $\frac{2}{5}\pi$; в) $144°$.

III. Найдите радианную меру каждого угла прямоугольного треугольника, гипотенуза которого вдвое длиннее катета.

Ответы

1. $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{4}$.
2. $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{6}$.
3. $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$.
4. $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{6}$.

IV. Найдите длину дуги окружности радиуса $r=3$ см, если величина дуги равна 1,5 рад.

Ответы

1. 2,25 см. 2. 2,5 см. 3. 4,5 см. 4. 5 см.

V. Радианная мера дуги сектора равна 2, а площадь сектора составляет 25 см². Найдите радиус сектора.

Ответы

1. 2 см. 2. 5 см. 3. $\frac{1}{5}$ см. 4. $\frac{1}{2}$ см.

11—2

I. Укажите точку, на которую отображается точка P_0 (рис. 74) при повороте R^α, если: а) $\alpha=3$; б) $\alpha=\frac{5}{4}\pi$; в) $\alpha=5$.

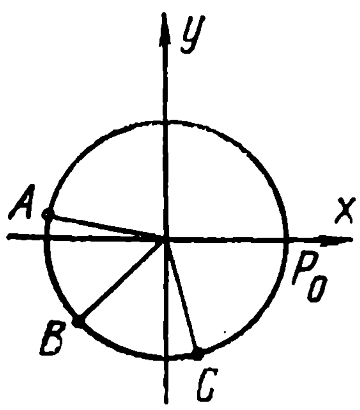


Рис. 74

Ответы

1. а) B; б) A; в) C.
2. а) A; б) C; в) B.
3. а) C; б) A; в) B.
4. а) A; б) B; в) C.

II. Выразите величины данных углов в градусах или радианах соответственно: а) $\frac{\pi}{20}$; б) 15°; в) $\frac{5}{6}\pi$.

Ответы

1. а) 9°; б) $\frac{\pi}{12}$; в) 120°.
2. а) 18°; б) $\frac{\pi}{12}$; в) 150°.
3. а) 9°; б) $\frac{\pi}{12}$; в) 150°.
4. а) 9°; б) $\frac{\pi}{18}$; в) 150°.

III. Определите радианную меру углов параллелограмма, если величины углов, прилежащих к одной стороне, относятся как 1 : 5.

Ответы

1. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$. 2. $\frac{\pi}{6}$; $\frac{5}{6}\pi$.

3. $\frac{4}{3}\pi$; $\frac{2}{3}\pi$. 4. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{5}{3}\pi$.

IV. Найдите радиус дуги длиной 2,4 см, если радианная мера дуги равна 3.

Ответы

1. 0,8 см. 2. $\frac{2}{3}$ см.

3. 0,6 см. 4. $\frac{3}{4}$ см.

V. Найдите площадь сектора круга, радиус которого $r=2$ см, а дуга сектора — 1,5 рад.

Ответы

1. 6 см^2. 2. 4 см^2. 3. 3 см^2. 4. 2 см^2.

11—3

I. Укажите точку, на которую отображается точка P_0 (рис. 75) при повороте R^α, если: а) $\alpha=1{,}5$; б) $\alpha=\frac{7}{6}\pi$; в) $\alpha=6{,}5$.

Ответы

1. а) A; б) B; в) C.
2. а) C; б) A; в) B.
3. а) B; б) C; в) A.
4. а) B; б) A; в) C.

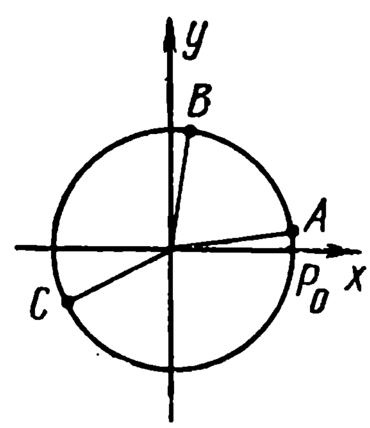


Рис. 75

II. Выразите величины данных углов в градусах или радианах соответственно: а) 18°; б) $\frac{\pi}{15}$; в) 225°.

Ответы

1. а) $\frac{\pi}{10}$; б) 18°; в) $\frac{5}{4}\pi$.
2. а) $\frac{\pi}{10}$; б) 12°; в) $\frac{5}{4}\pi$.

3. а) $\frac{\pi}{5}$; б) $12°$; в) $\frac{5}{4}\pi$.

4. а) $\frac{\pi}{10}$; б) $12°$; в) $\frac{5}{8}\pi$.

III. Определите радианную меру углов четырехугольника, если величины его углов относятся как $1:2:4:5$.

Ответы

1. $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{2}{3}\pi$; $\frac{5}{6}\pi$.
2. $\frac{\pi}{9}$; $\frac{2}{9}\pi$; $\frac{4}{9}\pi$; $\frac{5}{9}\pi$.
3. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{5}{6}\pi$.
4. $\frac{\pi}{18}$; $\frac{\pi}{9}$; $\frac{4}{9}\pi$; $\frac{5}{18}\pi$.

IV. Радиус дуги окружности $r=2$ см, длина дуги $l=3$ см. Найдите радианную меру этой дуги.

Ответы

1. $\frac{2}{3}$. 2. 1,5. 3. $\frac{3}{4}$. 4. 1.

V. Величина дуги сектора составляет 3 рад. а площадь сектора равна 54 см^2. Найдите радиус сектора.

Ответы

1. 6 см. 2. 12 см. 3. 8 см. 4. 10 см.

11—4

I. Укажите точку, на которую отображается точка P_0 (рис. 76) при повороте R^{α}, если: а) $\alpha=2,5$; б) $\alpha=\frac{4}{3}\pi$; в) $\alpha=6$.

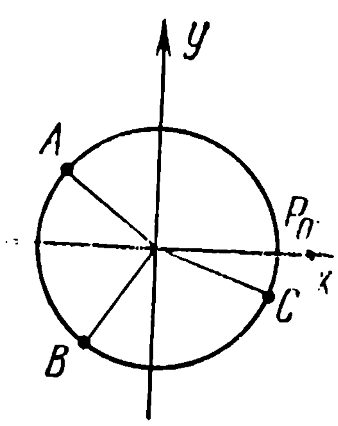


Рис. 76

Ответы

1. а) B; б) A; в) C.
2. а) A; б) B; в) C.
3. а) C; б) B; в) A.
4. а) A; б) C; в) B.

II. Выразите величины данных углов в градусах или радианах соответственно: а) $24°$; б) $\frac{\pi}{9}$; в) $240°$.

Ответы

1. а) $\frac{2}{15}\pi$; б) 20°; в) $\frac{4}{3}\pi$.
2. а) $\frac{5}{18}\pi$; б) 20°; в) $\frac{4}{3}\pi$.
3. а) $\frac{2}{15}\pi$; б) 15°; в) $\frac{4}{3}\pi$.
4. а) $\frac{2}{15}\pi$; б) 20°; в) $\frac{5}{6}\pi$.

III. В равнобедренном треугольнике угол при вершине в 4 раза больше угла при основании. Определите радианную меру углов этого треугольника.

Ответы

1. $\frac{\pi}{12}$; $\frac{\pi}{12}$; $\frac{\pi}{3}$.
2. $\frac{2}{9}\pi$; $\frac{2}{9}\pi$; $\frac{8}{9}\pi$.
3. $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{2}{3}\pi$.
4. $\frac{\pi}{3}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{5}{6}\pi$.

IV. Найдите длину дуги окружности радиуса $r=12$ см, если радианная мера дуги равна 1,8 рад.

Ответы

1. 10,8 см. 2. 20,6 см. 3. 22,6 см. 4. 21,6 см.

V. Радиус сектора $r=2$ см, а его площадь равна 6 см^2. Найдите радианную меру дуги сектора.

Ответы

1. 1,5. 2. 1,25. 3. 0,6. 4. 0,4.

РАБОТА № 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ОСНОВНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

12—1

I. Определите с помощью чертежа (рис. 77): а) $\cos\alpha$; б) $\sin\alpha$.

Ответы

1. а) $-\frac{4}{5}$; б) $-\frac{3}{5}$. 2. а) $-\frac{3}{5}$; б) $-\frac{4}{5}$.

3. а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$. 4. а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{3}{5}$.

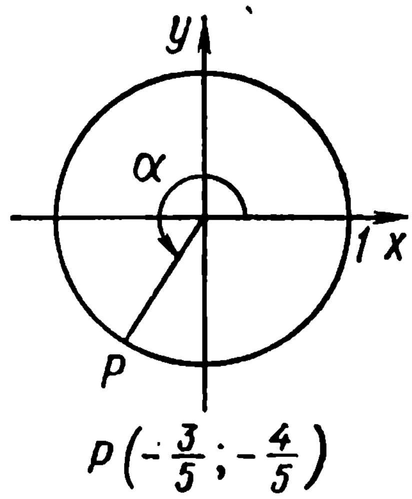


Рис. 77

II. Вычислите $\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{5}{6}\pi\cdot\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

Ответы

1. $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$. 2. $\frac{2\sqrt{2}-3}{4}$.

3. $-\frac{1}{4}$. 4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

III. Укажите все значения x, удовлетворяющие равенству: а) $\sin x=1$; б) $\cos x=-1$.

Ответы

1. а) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$; б) $\pi(2k+1)$.

2. а) $\frac{\pi}{2}(4k-1)$; б) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$.

3. а) $\frac{\pi}{2}(4k+1)$; б) $\pi(2k+1)$.

4. а) $\frac{\pi}{2}(4k+1)$; б) $\frac{\pi}{2}(4k-1)$.

IV. Найдите $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, α — угол II четверти.

Ответы

1. $\frac{4}{5}$; $-\frac{3}{4}$. 2. $-\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$. 3. $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$. 4. $-\frac{4}{5}$; $-\frac{3}{4}$.

V. Упростите $\cos^4\alpha+\sin^4\alpha+2\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha$.

Ответы

1. $\frac{1}{\sin^2\alpha}$. 2. $\frac{1}{\cos^2\alpha}$. 3. $\cos^2\alpha$. 4. $\sin^2\alpha$.

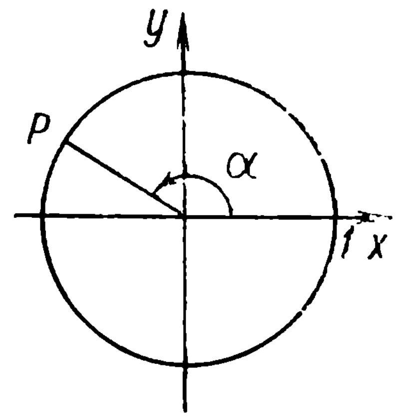
12—2

I. Определите с помощью чертежа (рис. 78): а) $\cos\alpha$; б) $\sin\alpha$.

Ответы

1. а) $-0{,}8$; б) $0{,}6$. 2. а) $0{,}6$; б) $-0{,}8$.

3. а) $0{,}8$; б) $0{,}6$. 4. $0{,}6$; б) $0{,}8$.



P(-0,8; 0,6)

Рис. 78

II. Вычислите $\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\cdot\cos\pi\cdot\sin\frac{2}{3}\pi -$

$- \cos\frac{\pi}{3}\cdot\sin\frac{\pi}{6}$.

Ответы

1. $-\frac{3}{4}\sqrt{3}$. 2. $-\frac{4+\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$. 3. $-\frac{7}{4}$. 4. $-\frac{1}{4}$.

III. Укажите все значения x, удовлетворяющие равенству: а) $\sin x = -1$; б) $\cos x = 0$.

Ответы

1. а) $\frac{\pi}{2}(4k+1)$; б) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$.

2. а) $\frac{\pi}{2}(4k-1)$; б) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$.

3. а) $\frac{\pi}{2}k$; б) $2\pi k$.

4. а) $\frac{\pi}{2}(2k+1)$; б) $\frac{\pi}{2}(4k+1)$.

IV. Найдите $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}8$, α — угол II четверти.

Ответы

1. $-0{,}6$; $0{,}75$. 2. $0{,}6$; $0{,}75$. 3. $-0{,}6$; $\frac{4}{3}$. 4. $0{,}6$; $-0{,}75$.

V. Упростите $\dfrac{\dfrac{1}{\sin^2 \alpha} - 1}{\cos^2 2\alpha - \sin^2\alpha + \sin^2 2\alpha} - 1.$

Ответы

1. $-\operatorname{ctg}^2 \alpha$. 2. $-\operatorname{tg}^2 \alpha$. 3. $\operatorname{ctg}^2 \alpha$. 4. $\operatorname{tg}^2 \alpha$.

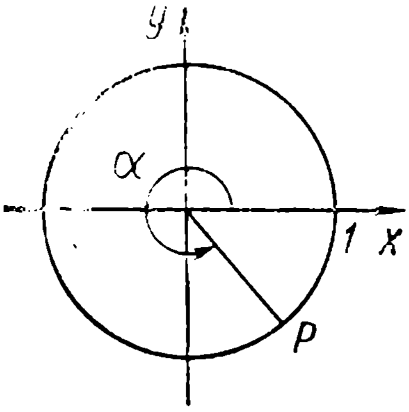
12—3

I. Определите с помощью чертежа (рис. 79): а) $\cos \alpha$; б) $\sin \alpha$.

Ответы

1. а) $-\dfrac{12}{13}$; б) $\dfrac{5}{13}$. 2. а) $\dfrac{5}{13}$; б) $\dfrac{12}{13}$.

3. а) $\dfrac{5}{13}$; б) $-\dfrac{12}{13}$. 4. а) $-\dfrac{5}{13}$; б) $\dfrac{12}{13}$.



$P\left(\frac{5}{13}; -\frac{12}{13}\right)$

Рис. 79

II. Вычислите $\cos\dfrac{\pi}{6} \cdot \sin\dfrac{\pi}{3} - \sin\dfrac{\pi}{2} \times \operatorname{tg}\dfrac{\pi}{4} \cdot \sin\dfrac{\pi}{6}$.

Ответы

1. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. 2. $\dfrac{1}{4}$. 3. $\dfrac{1-2\sqrt{3}}{4}$. 4. $-\dfrac{1}{4}$.

III. Укажите все значения x, удовлетворяющие равенству: а) $\sin x = 0$; б) $\cos x = -1$.

Ответы

1. а) $\dfrac{\pi}{2}k$; б) πk. 2. а) πk; б) $\dfrac{\pi}{2}(4k-1)$.

3. а) $2\pi k$; б) $\pi(2k+1)$. 4. а) πk; б) $\pi(2k+1)$.

IV. Найдите $\cos \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = \dfrac{5}{13}$, α — угол II четверти.

Ответы

1. $-\frac{12}{13}$; $-\frac{12}{5}$. **2.** $-\frac{12}{13}$; $\frac{5}{12}$.

3. $\frac{12}{13}$; $-\frac{12}{5}$. **4.** $\frac{12}{13}$; $-\frac{5}{12}$.

V. Упростите $\frac{1-\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{2\sin^4\alpha}+1$.

Ответы

1. $\frac{1}{\cos^2\alpha}$. **2.** $\frac{1}{\sin^2\alpha}$. **3.** $\frac{1}{2\sin^2\alpha}$. **4.** 1.

12—4

I. Определите с помощью чертежа (рис. 80): а) $\cos\alpha$; б) $\sin\alpha$.

Ответы

1. а) $-\frac{15}{17}$; б) $-\frac{8}{17}$. **2.** а) $\frac{8}{17}$; б) $\frac{15}{17}$.

3. а) $\frac{15}{17}$; б) $\frac{8}{17}$. **4.** а) $-\frac{8}{17}$; б) $-\frac{15}{17}$.

II. Вычислите $\cos\frac{\pi}{6}\cdot\sin\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{4}\cdot\sin\frac{\pi}{4}\cdot\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$.

Ответы

1. $\frac{1}{4}$. **2.** 0. **3.** $\frac{3}{4}$. **4.** $\frac{-2\sqrt{2}}{4}$.

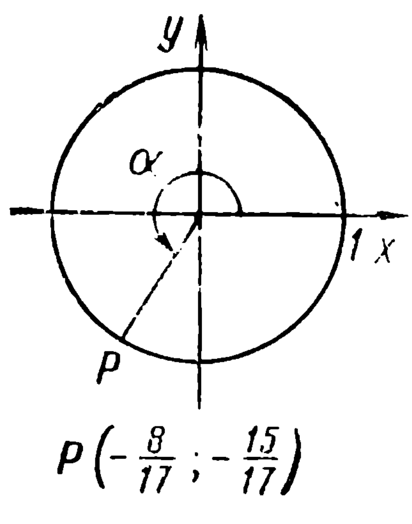


Рис. 80

III. Укажите все значения x, удовлетворяющие равенству: а) $\operatorname{tg}x=0$; б) $\cos x=1$.

Ответы

1. а) $2\pi k$; б) πk. **2.** а) πk; б) $2\pi k$.

3. а) $\frac{\pi}{2}k$; б) $2\pi k$. **4.** а) πk; б) $\pi(2k-1)$.

IV. Найдите $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$, α — угол II четверти.

Ответы

1. $\frac{15}{17}$; $\frac{15}{8}$. **2.** $-\frac{15}{17}$; $\frac{8}{15}$. **3.** $\frac{15}{17}$; $-\frac{15}{8}$; **4.** $-\frac{15}{17}$; $-\frac{15}{8}$.

V. Упростите $\cos\alpha\cdot(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha+2\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha)$.

Ответы

1. $\frac{1}{\cos\alpha}$. **2.** $\frac{1}{\sin\alpha}$. **3.** $\cos\alpha$. **4.** $\sin\alpha$.

РАБОТА № 13

СВОЙСТВА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ (ЧЕТНОСТЬ, НЕЧЕТНОСТЬ, ПЕРИОДИЧНОСТЬ), ИХ ГРАФИКИ

13—1

I. Постройте график функции $x\to\sin x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Ответы: см. рис. 81.

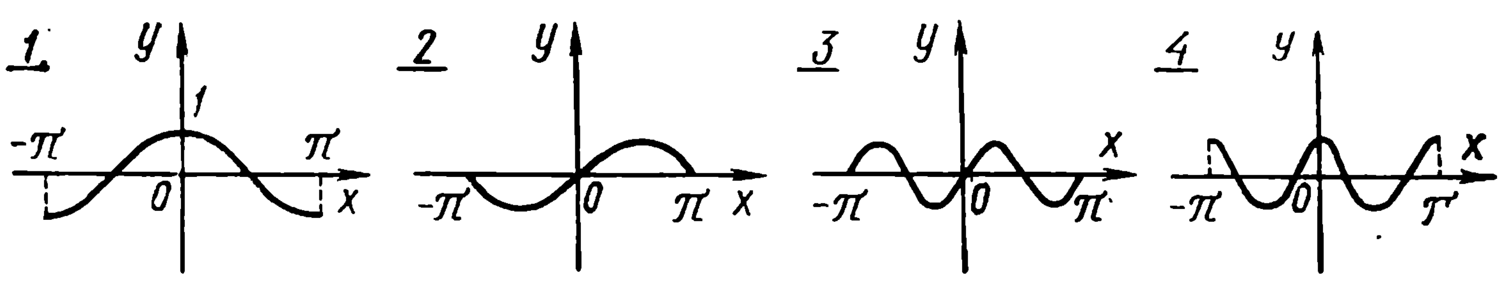


Рис. 81

II. Установите, какие из данных функций являются а) четными, б) нечетными: 1) $x\to\frac{\sin x}{x}$, 2) $x\to x^3\cdot\cos x$, 3) $x\to x^2\cdot\sin x$, 4) $x\to 1+\sin x$.

Ответы

1. а) 3; б) 2. **2.** а) 1, 4; б) 2, 3, 4. **3.** а) 1; б) 2, 3.

4. а) 1, 3; б) 2, 4.

III. Укажите, какие из данных функций — периодические: 1) $x \to x \sin x$, 2) $x \to \sin 2x$, 3) $x \to \cos(x+2)$, 4) $x \to 2 \operatorname{tg} x$, 5) $x \to \sin^2 x$, 6) $x \to \sin x^2$.

Ответы

1. 1, 2, 4, 6. **2.** 1, 2, 3, 4, 5. **3.** 2, 3, 4, 6.

4. 2, 3, 4, 5.

IV. Вычислите: а) $\sin \frac{15}{4}\pi$; б) $\operatorname{tg} 1035°$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 1. **2.** а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) -1. **3.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) -1. **4.** а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 1.

V. Найдите: а) $\cos \alpha$, если $\cos(720° - \alpha) = -\frac{3}{5}$;

б) $\sin \alpha$, если $\sin(4\pi - \alpha) = -\frac{4}{5}$.

Ответы

1. а) $\frac{3}{5}$; б) $-\frac{4}{5}$. **2.** а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$.

3. а) $-\frac{3}{5}$; б) $-\frac{4}{5}$. **4.** а) $-\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$.

13—2

I. Постройте график функции $x \to \cos x$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

Ответы: см. рис. 82.

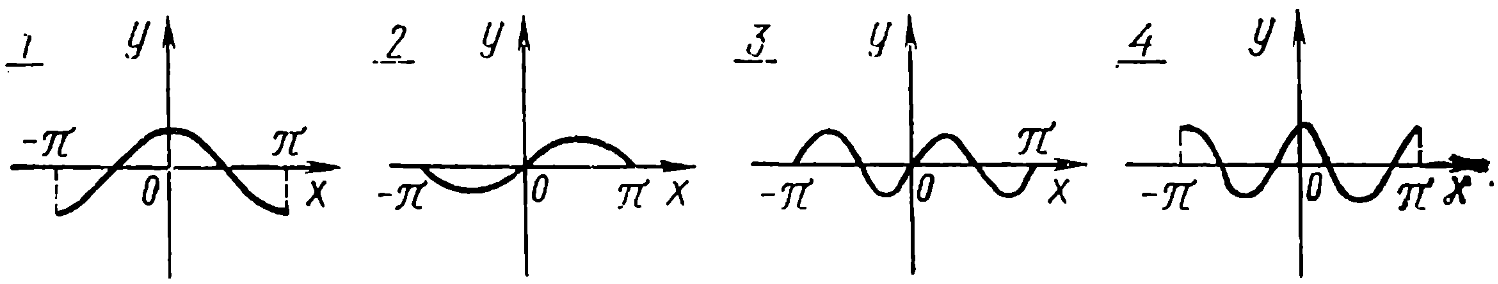


Рис. 82

II. Определите, какие из данных функций являются а) четными, б) нечетными: 1) $x \to \operatorname{tg} x$, 2) $x \to \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin x}$, 3) $x \to \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, 4) $x \to 1 + \operatorname{tg} x$.

Ответы

1. а) 2; б) 1, 3. 2. а) 2, 3; б) 1. 3. а) 2; б) 1, 4.
4. а) 3; б) 1, 3, 4.

III. Определите, какие из данных функций — периодические: 1) $x \to x \cos x$, 2) $x \to \sin 5x$, 3) $x \to \cos(x - 2)$, 4) $x \to 5 \operatorname{ctg} x$, 5) $x \to \operatorname{tg}^2 x$, 6) $x \to \operatorname{tg} x^2$.

Ответы

1. 1, 2, 3, 4. 2. 2, 4, 5, 6. 3. 1, 2, 4, 5. 4. 2, 3, 4, 5.

IV. Вычислите: а) $\cos 1380°$; б) $\operatorname{tg} \frac{23}{4}\pi$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) 1. 2. а) $-\frac{1}{2}$; б) -1.

3. а) $\frac{1}{2}$; б) -1. 4. а) $-\frac{1}{2}$; б) 1.

V. Найдите: а) $\sin\alpha$, если $\sin(1800° - \alpha) = \frac{1}{3}$;

б) $\operatorname{tg}\alpha$, если $\operatorname{tg}(7\pi - a) = -5$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{3}$; б) 5. 2. $-\frac{1}{3}$; б) -5.

3. а) $-\frac{1}{3}$; б) 5. 4. а) $\frac{1}{3}$; б) -5.

13—3

I. Постройте график функции $x \to \sin x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2}\right]$.

Ответы: см. рис. 83.

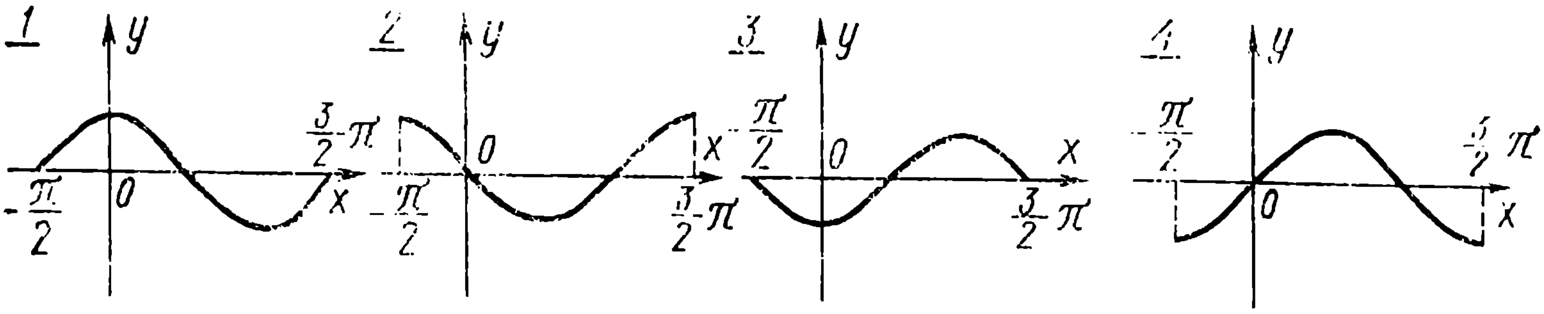


Рис. 83

II. Определите, какие из данных функций являются а) четными, б) нечетными: 1) $x \to x \sin x$, 2) $x \to x^5 \cdot \operatorname{tg} x$, 3) $x \to x + \sin x$, 4) $x \to 2 - \cos x$.

Ответы

1. а) 1, 4; б) 2, 3. 2. а) 1, 3; б) 2, 4.

3. а) 1, 2, 4; б) 3. 4. а) 4; б) 1, 2, 3.

III. Укажите, какие из данных функций — периодические: 1) $x \to x \operatorname{tg} x$, 2) $x \to \cos 7x$, 3) $x \to 1 + \cos x$, 4) $x \to \operatorname{tg}(x+2)$, 5) $x \to \cos^2 x$, 6) $x \to \cos x^2$.

Ответы

1. 2, 3, 5, 6. 2. 2, 3, 4, 5. 3. 1, 2, 5, 6. 4. 4, 5, 6.

IV. Вычислите: а) $\cos \frac{15}{4}\pi$; б) $\operatorname{ctg} 1035^\circ$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 1. 2. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) -1.

3. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 1. 4. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) -1.

V. Найдите: а) $\cos\alpha$, если $\cos(1800^\circ - \alpha) = \frac{1}{3}$;

б) $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\operatorname{ctg}(3\pi - \alpha) = 7$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{3}$; б) 7. 2. а) $-\frac{1}{3}$; б) -7.

3. а) $\frac{1}{3}$; б) -7. 4. а) $-\frac{1}{3}$; б) 7.

13—4

I. Постройте график функции $x \to \cos x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{3}{2}\pi\right]$.

Ответы: см. рис. 84.

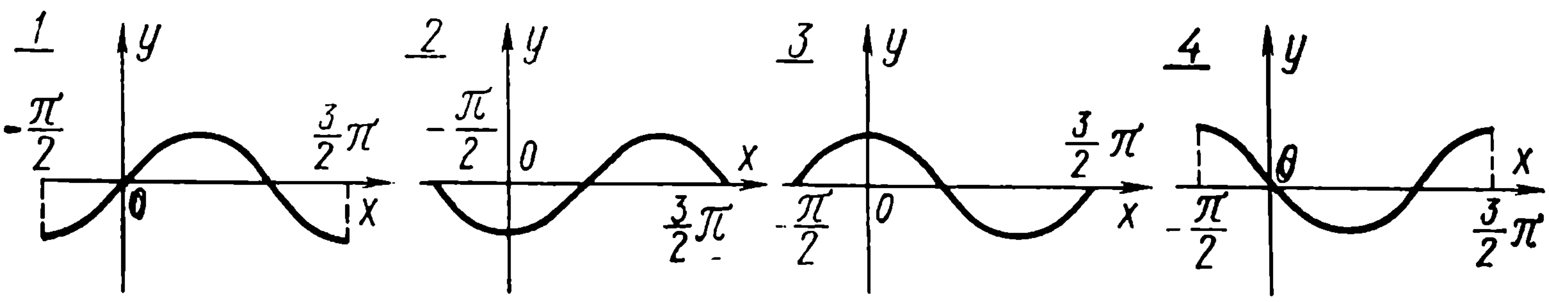


Рис. 84

II. Определите, какие из данных функций являются а) четными, б) нечетными:

1) $x \to \operatorname{ctg}^2 x$, 2) $x \to \cos x \cdot \sin x$, 3) $x \to \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$, 4) $x \to \operatorname{ctg} x - 1$.

Ответы

1. а) 1, 3; б) 2, 4. 2. а) 1; б) 2, 3.

3. а) 2, 3; б) 1, 4. 4. а) 3; б) 1, 2, 4.

III. Какие из приведенных функций — периодические?

1) $x \to \frac{\sin x}{x}$, 2) $x \to \operatorname{tg} 2x$, 3) $x \to 2 \operatorname{tg} x$,

4) $x \to \operatorname{tg}(x+2)$, 5) $x \to 2 + \operatorname{tg} x$, 6) $x \to \operatorname{tg} x^2$.

Ответы

1. 2, 3, 6. 2. 2, 3, 4, 5. 3. 4, 5, 6. 4. 1, 2, 4.

IV. Вычислите: а) $\cos\frac{23}{4}\pi$; б) $\operatorname{tg} 2130°$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; **2.** а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\sqrt{3}$. **4.** а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\sqrt{3}$.

V. Найдите: а) $\sin\alpha$, если $\sin(2160°-\alpha)=-\frac{2}{5}$;

б) $\operatorname{tg}\alpha$, если $\operatorname{tg}(17\pi-\alpha)=8$.

Ответы

1. а) $-\frac{2}{5}$; б) 8. **2.** $-\frac{2}{5}$; б) -8.

3. а) $\frac{2}{5}$; б) -8. **4.** $\frac{2}{5}$; б) 8.

РАБОТА № 14

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ СУММЫ И ДВОЙНОГО АРГУМЕНТА. СУММА И РАЗНОСТЬ ОДНОИМЕННЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

14—1

I. Найдите значение $\sin(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$, $\cos\beta=\frac{5}{13}$, α — угол III четверти, β — угол I четверти.

Ответы

1. $-\frac{33}{65}$. **2.** $-\frac{56}{65}$. **3.** $-\frac{63}{65}$. **4.** $\frac{16}{65}$.

II. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$, если $\operatorname{tg}\alpha=3$.

Ответы

1. -2. 2. $-\frac{1}{2}$. 3. 2. 4. $\frac{1}{2}$.

III. Вычислите: а) $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{3}{5}$;

б) $\operatorname{ctg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha=4$.

Ответы

1. а) $-\frac{7}{25}$; б) $-\frac{15}{8}$. 2. а) $\frac{8}{5}$; б) $\frac{15}{8}$.

3. а) $\frac{7}{25}$; б) $-\frac{15}{8}$. 4. а) $\frac{7}{25}$; б) $\frac{17}{8}$.

IV. Вычислите $\sin^2\alpha$, если $\cos 2\alpha=\frac{2}{5}$.

Ответы

1. 0,3. 2. 0,6. 3. 0,7. 4. 0,8.

V. Преобразуйте в произведение $1-2\sin\alpha$.

Ответы

1. $4\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

2. $4\cos\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

3. $4\cos\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)$.

4. $4\sin\left(\frac{\pi}{12}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{12}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

14—2

I. Найдите значение $\cos(\alpha+\beta)$, если $\sin\alpha=\frac{12}{13}$, $\cos\beta=\frac{3}{5}$, α — угол II четверти, β — угол IV четверти.

Ответы

1. $-\frac{63}{65}$. 2. $-\frac{33}{65}$. 3. $\frac{33}{65}$. 4. $\frac{26}{65}$.

II. Вычислите $\operatorname{ctg}(420^\circ-\alpha)$, если $\operatorname{tg}\alpha=2$.

Ответы

1. $-8-5\sqrt{3}$ **2.** $8+5\sqrt{3}$. **3.** $8-5\sqrt{3}$. **4.** $5\sqrt{3}-8$

III. Вычислите:

а) $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{5}$; б) $\operatorname{tg}2\alpha$, если $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ и α — угол II четверти.

Ответы

1. а) $\frac{12}{13}$; б) $3\frac{3}{7}$. **2.** а) $\frac{12}{13}$; б) $-3\frac{3}{7}$.

3. а) $-\frac{12}{13}$; б) $3\frac{3}{7}$. **4.** а) $-\frac{12}{13}$; б) $-3\frac{3}{7}$.

IV. Вычислите $\cos^2\frac{\alpha}{2}$, если $\cos\alpha=0{,}4$.

Ответы

1. 0,6. **2.** 0,2. **3.** 0,3. **4.** 0,7.

V. Упростите $\frac{\sin 5\alpha-\sin\alpha}{\cos 5\alpha-\cos\alpha}$.

Ответы

1. $\operatorname{ctg}3\alpha$. **2.** $-\operatorname{ctg}3\alpha$. **3.** $\operatorname{tg}3\alpha$. **4.** $-\operatorname{tg}3\alpha$.

14—3

I. Найдите значение $\cos(\alpha+\beta)$, если $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\sin\beta=-\frac{5}{13}$, α — угол IV четверти, β — угол III четверти.

Ответы

1. $\frac{9}{13}$. **2.** $\frac{63}{65}$. **3.** $-\frac{63}{65}$. **4.** $-\frac{9}{13}$.

II. Вычислите $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$, если $\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{1}{3}$.

Ответы

1. $\sqrt{3}+3$. 2. $\frac{-6-5\sqrt{3}}{13}$.

3. $\sqrt{3}-3$. 4. $\frac{5\sqrt{3}-6}{13}$.

III. Вычислите: а) $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$;

б) $\operatorname{ctg} 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha=-2$.

Ответы

1. а) $-\frac{7}{25}$; б) $\frac{4}{3}$. 2. а) $\frac{7}{25}$; б) $-\frac{4}{3}$.

3. а) $\frac{7}{25}$; б) $-\frac{3}{4}$. 4. а) $-\frac{7}{25}$; б) -1.

IV. Вычислите $\sin^2\frac{\alpha}{2}$, если $\cos\alpha=0{,}3$.

Ответы

1. 0,65. 2. 0,7. 3. 0,35. 4. 0,4.

V. Преобразуйте в произведение $\sqrt{2}-2\cos\alpha$.

Ответы

1. $4\sin\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{8}\right)$.

2. $4\sin\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{8}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

3. $4\cos\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{8}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

4. $4\sin\left(\frac{\pi}{8}+\frac{\alpha}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{8}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

I. Найдите значение $\cos(\alpha-\beta)$, если $\sin\alpha=-\frac{5}{13}$, $\cos\beta=-\frac{4}{5}$, α и β — углы III четверти.

Ответы

1. $-\frac{33}{65}$. 2. $\frac{63}{65}$. 3. $\frac{33}{65}$. 4. $-\frac{33}{65}$.

II. Вычислите $\operatorname{tg}(390°+\alpha)$, если $\operatorname{ctg}\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Ответы

1. $2\sqrt{5}+3\sqrt{3}$. 2. $2\sqrt{5}-3\sqrt{3}$.
3. $\sqrt{3}+3\sqrt{5}$. 4. $\sqrt{3}-3\sqrt{5}$.

III. Вычислите:

а) $\cos 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha=-2$;

б) $\operatorname{ctg} 2\alpha$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$, α — угол III четверти.

Ответы

1. а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{7}{24}$. 2. а) $\frac{13}{5}$; б) $-\frac{7}{24}$.
3. а) $-\frac{3}{5}$; б) $\frac{24}{7}$. 4. а) $\frac{3}{5}$; б) $-\frac{24}{7}$.

IV. Вычислите $\cos^2\alpha$, если $\cos 2\alpha=\frac{3}{5}$.

Ответы

1. 0,2. 2. 0,8. 3. 0,4. 4. 0,1.

V. Упростите $\frac{\sin 5\alpha+\sin\alpha}{\cos 5\alpha+\cos\alpha}$.

Ответы

1. $-\operatorname{tg} 3\alpha$. 2. $\operatorname{ctg} 3\alpha$. 3. $-\operatorname{ctg} 3\alpha$. 4. $\operatorname{tg} 3\alpha$.

РАБОТА № 15

ПРОИЗВОДНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

15—1

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=x^3\cdot\sin 5x$; б) $f(x)=\sin\frac{2}{x}$.

Ответы

1. а) $15x^2\cdot\cos 5x$; б) $-\frac{2}{x^2}\cdot\cos\frac{2}{x}$.

2. а) $3x^2\cdot\sin 5x+5x^3\cdot\cos 5x$; б) $-\frac{2}{x^2}\cdot\cos\frac{2}{x}$.

3. а) $3x^2\cdot\cos 5x$; б) $-\cos\frac{2}{x}$.

4. а) $3x^2\cdot\sin 5x+5x^3\cdot\cos 5x$; б) $2\cos\frac{2}{x}$.

II. Продифференцируйте функцию φ, если: а) $\varphi(t)=\frac{1+\cos 2t}{\sin 2t}$; б) $\varphi(t)=\cos 2t-\frac{1}{3}\cos^3 2t$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{\sin^2 t}$; б) $-2\sin^3 2t$.

2. а) $2\operatorname{ctg} t$; б) $2\sin^3 2t$.

3. а) $-\frac{1}{\sin^2 t}$; б) $-2\sin^3 2t$.

4. а) $-2\operatorname{ctg} t$; б) $-\sin^3 2t$.

III. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=\frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x+\operatorname{tg} x$; б) $f(x)=\operatorname{tg} x\cdot\operatorname{ctg} 2x$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{\cos^4 x}$; б) $\frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

2. а) $\operatorname{tg}^2 x + \frac{1}{\cos^2 x}$; б) $-\frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

3. а) $\frac{1}{\cos^4 x}$; б) $-\frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

4. а) $\frac{2}{\cos^2 x}$; б) $\frac{\sin x}{\cos^3 x}$.

IV. Найдите значение производной функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\cos^2 x$, $x_0=\frac{\pi}{3}$.

Ответы

1. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **2.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **3.** $-\frac{1}{2}$. **4.** $\frac{1}{2}$.

V. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\sin 2x$, $x_0=\frac{\pi}{8}$.

Ответы

1. $y=x\sqrt{2}+\frac{4+\pi}{8}\sqrt{2}$. **2.** $y=-x\sqrt{2}+\frac{4+\pi}{8}\sqrt{2}$.

3. $y=x\sqrt{2}+\frac{\pi-8}{8}$ **4.** $y=x\sqrt{2}+\frac{4-\pi}{8}\sqrt{2}$.

15—2

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=5\sin^3 x$; б) $f(x)=\frac{1}{\sin 3x}$.

Ответы

1. а) $15\sin^2 x$; б) $3\operatorname{ctg} 3x$.

2. а) $15\sin^2 x\cdot\cos x$; б) $-\frac{3\cos 3x}{\sin^2 3x}$.

3. а) $15\cos^2 x$; б) $\frac{\cos 3x}{\sin^2 3x}$.

4. а) $15\sin^2 x\cdot\cos x$; б) $-\frac{3}{\sin^2 3x}$.

II. Продифференцируйте функцию f, если: а) $f(t)=\frac{\cos 2t}{1-\sin 2t}$; б) $f(t)=\sin^4 2t+\cos^4 2t$.

Ответы

1. а) $\frac{2}{1-\sin 2t}$; б) $-2\sin 8t$.

2. а) $\frac{2}{\sin 2t-1}$; б) $8\cos^3 2t-8\sin^3 2t$.

3. а) $\operatorname{tg} 2t$; б) $2\sin 8t$.

4. а) $\frac{2}{1-\sin 2t}$; б) $4\sin^3 2t-4\cos^3 2t$.

III. Найдите производную функции g, если: а) $g(x)=\operatorname{tg} 2x\cdot\operatorname{ctg} 3x$; б) $g(x)=\operatorname{tg}\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{\operatorname{ctg} 3x}{\cos^2 2x}-\frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin^2 3x}$; б) $\frac{1}{\cos^2\left(x+\frac{1}{x}\right)}$.

2. а) $\frac{-6}{\cos^2 2x\cdot\sin^2 3x}$; б) $\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\frac{1}{\sin^2\left(x+\frac{1}{x}\right)}$.

3. а) $\frac{2\operatorname{ctg} 3x}{\cos^2 2x}-\frac{3\operatorname{tg} 2x}{\sin^2 3x}$; б) $\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\frac{1}{\cos^2\left(x+\frac{1}{x}\right)}$.

4. а) $\frac{-1}{\cos^2 2x\cdot\sin^2 3x}$; б) $\frac{2}{\cos^2\left(x+\frac{1}{x}\right)}$

IV. Найдите значение производной функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\sin 2x$, $x_0=\frac{\pi}{6}$.

Ответы

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **2.** $\sqrt{3}$. **3.** $\frac{1}{2}$. **4.** 1.

V. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\cos\frac{x}{2}$, $x_0=\frac{2}{3}\pi$.

Ответы

1. $y=\frac{\sqrt{3}}{4}x+\frac{3-\pi\sqrt{3}}{6}$.

2. $y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x+\frac{3+\pi\sqrt{3}}{6}$.

3. $y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x+\frac{\pi\sqrt{3}+1}{24}$.

4. $y=-\frac{\sqrt{3}}{4}x+\frac{\sqrt{3}(3+\pi)}{6}$.

15—3

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=$ $=x^2\cdot\sin 3x$; б) $f(x)=\sin\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

Ответы

1. а) $6x\cdot\cos 3x$; б) $\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

2. а) $2x\cdot\sin 3x+3x^2\cdot\cos 3x$; б) $\cos\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$.

3. а) $2x\cdot\sin 3x+3x^2\cdot\cos 3x$; б) $\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\cos\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

4. а) $3x^2\cdot\cos 3x$; б) $2\cos\left(x+\frac{1}{x}\right)$.

II. Продифференцируйте функцию φ, если: а) $\varphi(t)=$ $=\frac{\sin^2 2t}{\cos 2t}$; б) $\varphi(t)=\sin^3 2t+\cos^3 2t$.

Ответы

1. а) $2\sin 2t\cdot\left(1+\frac{1}{\sin^2 2t}\right)$; б) $3\sqrt{2}\sin 4t\cdot\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)$.

2. а) $2\sin 2t\cdot\left(1-\frac{1}{\cos^2 2t}\right)$; б) $3\sqrt{3}\sin 4t\cdot\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)$.

3. а) $2\sin 2t\cdot\left(1+\frac{1}{\cos^2 2t}\right)$; б) $3\sqrt{2}\sin 4t\cdot\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)$.

4. а) $2\sin 2t\cdot\left(\frac{1}{\cos^2 2t}-1\right)$; б) $6\sqrt{2}\sin 4t\cdot\sin\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)$.

III. Найдите производную функции g, если: а) $g(x)=\operatorname{ctg} x+\frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x$; б) $g(x)=\operatorname{tg}\frac{1-x}{2}$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{\sin^4 x}$; б) $-\frac{1}{2\cos^2\frac{1-x}{2}}$.

2. а) $-\frac{1}{\sin^4 x}$; б) $-\frac{1}{2\cos^2\frac{1-x}{2}}$

3. а) $-\frac{1}{\sin^4 x}$; б) $\frac{1}{2\cos^2\frac{1-x}{2}}$.

4. а) $\frac{1}{\sin^4 x}$; б) $\frac{1}{\cos^2\frac{1-x}{2}}$.

IV. Найдите значение производной функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\cos 3x$, $x_0=\frac{\pi}{6}$.

Ответы

1. -3. **2.** 0. **3.** 3. **4.** $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

V. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$, $x_0=-\frac{3}{4}\pi$.

Ответы

1. $y=x+\frac{3}{4}\pi$. **2.** $y=-x+\frac{3}{4}\pi$.

3. $y=x-\frac{3}{4}\pi$. **4.** $y=-x-\frac{3}{4}\pi$.

15—4

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=2\sin^4 x$; б) $f(x)=x\cdot\sin\frac{5}{x}$.

Ответы

1. а) $8\sin^3 x\cdot\cos x$; б) $\sin\frac{5}{x}-\frac{5}{x}\cos\frac{5}{x}$.

2. а) $8\cos^3 x$; б) $\cos\frac{5}{x}$.

3. а) $8\sin^3 x\cdot\cos x$; б) $\sin\frac{5}{x}+\frac{5}{x}\cos\frac{5}{x}$.

4. а) $8\sin^3 x$; б) $\sin\frac{5}{x}-\frac{5}{x^2}\cos\frac{5}{x}$.

II. Продифференцируйте функцию φ, если: а) $\varphi(t)=\frac{\cos^2 3t}{\sin 3t}$; б) $\varphi(t)=3\sin^2 2t-\cos^3 2t$.

Ответы

1. а) $3\cos 3t\cdot\left(1+\frac{1}{\sin^2 3t}\right)$; б) $-3\sin 4t\cdot(2+\cos 2t)$.

2. а) $-3\cos 3t\cdot\left(1+\frac{1}{\sin^2 3t}\right)$; б) $3\sin 4t\cdot(2+\cos 2t)$.

3. а) $-3\cos 3t\cdot\left(1-\frac{1}{\sin^2 3t}\right)$; б) $3\sin 4t\cdot(2-\cos 2t)$.

4. а) $-\cos 3t\cdot\left(1+\frac{1}{\sin^2 3t}\right)$; б) $3\sin 4t\cdot(2-\cos 2t)$.

III. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)$; б) $f(x)=\frac{\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{ctg} x}$.

Ответы

1. а) $-\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right)}$; б) $\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x(\sin x-\cos x)^2}$.

2. а) $-\dfrac{1}{2\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)}$; б) $\dfrac{\sin x+2\cos x}{\cos^2 x\,(\sin x-\cos x)}$.

3. а) $-\dfrac{1}{2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)}$; б) $\dfrac{(\sin x-2\cos x)\sin x}{\cos^2 x\,(\sin x-\cos x)^2}$.

4. а) $\dfrac{1}{2\sin^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{2}\right)}$; б) $\dfrac{(\sin x-2\cos x)\sin x}{\cos^2 x\,(\sin x-\cos x)^2}$.

IV. Найдите значение производной функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\sin^2 x$, $x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

Ответы

1. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. 2. $\dfrac{1}{2}$. 3. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. 4. $-\dfrac{1}{2}$.

V. Напишите уравнение касательной к графику функции f в точке с абсциссой x_0, если $f(x)=\operatorname{tg} x$, $x_0=\dfrac{\pi}{3}$.

Ответы

1. $y=-4x+\dfrac{4}{3}\pi+\sqrt{3}$. 2. $y=4x-\dfrac{4}{3}\pi+\sqrt{3}$.

3. $y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{4}{9}\pi+\sqrt{3}$. 4. $y=4x-\dfrac{4}{3}\pi+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

РАБОТА № 16

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

16—1

I. Составьте уравнение гармонического колебания, период которого $2{,}5\pi$, амплитуда равна 2, а начальная фаза составляет $\dfrac{\pi}{4}$.

Ответы

1. $y(t)=2\cos\left(0{,}8t+\dfrac{\pi}{4}\right)$. 2. $y(t)=2\cos\left(0{,}4t+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

3. $y(t)=2\cos\left(2{,}5t+\frac{\pi}{4}\right)$. 4. $y(t)=\frac{\pi}{4}\cos(0{,}8t+2)$.

II. Найдите период, амплитуду, начальную фазу и частоту гармонического колебания, представленного уравнением $y(t)=\sin t+\cos t$. (Приведите уравнение к виду $y=A\cos(\omega t+\varphi)$.)

Ответы

1. $T=2\pi$, $A=\sqrt{2}$, $\varphi=\frac{7}{4}\pi$,

$\omega=1$; $\left(y=\sqrt{2}\cos\left(t-\frac{7}{4}\pi\right)\right)$.

2. $T=2\pi$, $A=1$, $\varphi=\frac{7}{4}\pi$,

$\omega=1$; $\left(y=\cos\left(t+\frac{7}{4}\pi\right)\right)$.

3. $T=2\pi$, $A=\sqrt{2}$, $\varphi=\frac{\pi}{4}$,

$\omega=1$; $\left(y=\sqrt{2}\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

4. $T=\pi$, $A=\sqrt{2}$, $\varphi=-\frac{\pi}{4}$,

$\omega=2$; $\left(y=\sqrt{2}\cos\left(2t-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

III. Какой последовательностью преобразований из графика функции $y=\sin x$ получается график функции $y=\sin 2(x-3)$?

Ответы

1. Параллельный перенос вправо на 3 ед. ($\vec{r}(3;\ 0)$), сжатие к оси Oy в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$.

2. Сжатие к оси Oy в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$, параллельный перенос вправо на 3 ед. ($\vec{r}(3;\ 0)$).

3. Сжатие к оси Ox в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$, параллельный перенос вправо на 3 ед. ($\vec{r}(3;\ 0)$).

4. Сжатие к оси Oy в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$, параллельный перенос влево на 3 ед. ($\vec{r}(-3;\ 0)$).

IV. График функции, заданной на R уравнением $y=4\cos 2x$, подвергнут: а) сжатию к оси Ox в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$; б) сжатию к оси Oy в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$; в) параллельному переносу $\vec{r}(1;\ 0)$. Напишите уравнение, соответствующее графику, полученному в результате указанных преобразований.

Ответы

1. $y=2\cos\frac{2}{3}(x-1)$.
2. $y=2\cos(6x-1)$.
3. $y=2\cos 6(x-1)$.
4. $y=2\cos\left(\frac{2}{3}x-1\right)$.

V. Постройте график функции $y=\sin 2x$ на промежутке $[0;\ 2\pi]$.

Ответы: см. рис. 85.

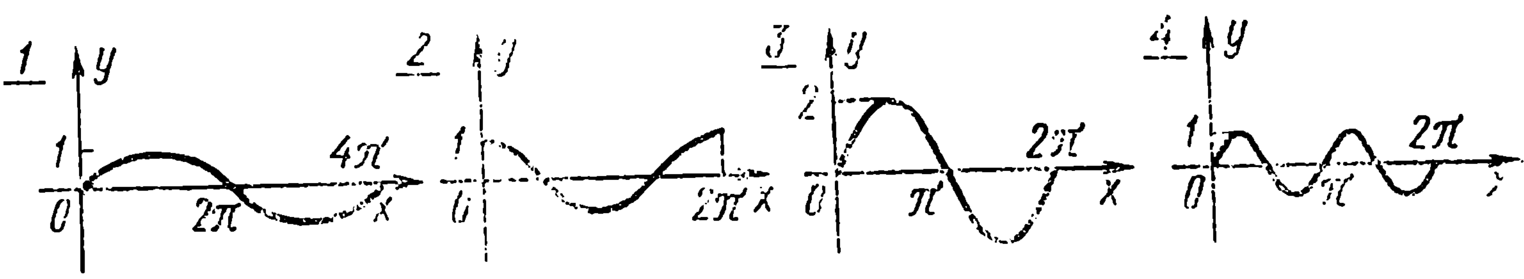


Рис. 85

16—2

I. Определите амплитуду, период, начальную фазу и частоту гармонического колебания, заданного уравнением $y(t)=1{,}5\cos\left(0{,}5t+\frac{\pi}{3}\right)$.

Ответы

1. $A=1{,}5$, $T=0{,}5$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$, $\omega=4\pi$.
2. $A=1{,}5$, $T=4\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$, $\omega=0{,}5$.

3. $A=0{,}5$, $T=2\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$, $\omega=1{,}5$.

4. $A=\frac{\pi}{3}$, $T=4\pi$, $\varphi=1{,}5$, $\omega=0{,}5$.

II. Найдите период, амплитуду, начальную фазу и частоту гармонического колебания, представленного уравнением $y(t)=\sin t+\sqrt{3}\cos t$. (Приведите уравнение к виду $y=A\cos(\omega t+\varphi)$.)

Ответы

1. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=\frac{11}{6}\pi$, $\omega=1$; $\left(y=2\cos\left(t+\frac{11}{6}\pi\right)\right)$.

2. $T=2\pi$, $A=1$, $\varphi=\frac{11}{6}\pi$, $\omega=1$; $\left(y=\cos\left(t+\frac{11}{6}\pi\right)\right)$.

3. $T=\pi$, $A=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{6}$, $\omega=2$; $\left(y=2\cos\left(2t-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

4. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$, $\omega=1$; $\left(y=2\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

III. С помощью каких преобразований из графика функции $y=\sin x$ можно получить график функции $y=3\sin(x+2)$?

Ответы

1. Параллельный перенос вправо на 2 ед. ($\vec{r}\,(2;\,0)$), растяжение от оси Ox в 3 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:3$).

2. Параллельный перенос влево на 2 ед. ($\vec{r}\,(-2;\,0)$), сжатие к оси Oy в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$.

3. Параллельный перенос влево на 2 ед. ($\vec{r}\,(-2;\,0)$), растяжение от оси Ox в 3 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:3$).

4. Параллельный перенос влево на 2 ед. ($\vec{r}\,(-2;\,0)$), сжатие к оси Ox в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$.

IV. График функции, заданной на R уравнением $y=6\cos 3x$ подвергнут: а) сжатию к оси Ox в 3 раза

$\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$; б) растяжению от оси Oy в 2 раза (в отношении 1 : 2); в) параллельному переносу вправо на 2 ед. Напишите уравнение, соответствующее графику, полученному в результате указанных преобразований.

Ответы

1. $y=2\cos 6(x-2)$.
2. $y=2\cos(6x-2)$.
3. $y=2\cos\left(\frac{3}{2}x-2\right)$.
4. $y=2\cos\frac{3}{2}(x-2)$.

V. Постройте график функции $y=\sin\frac{x}{2}$ на промежутке $[0;\ 4\pi]$.

Ответы: см. рис. 86.

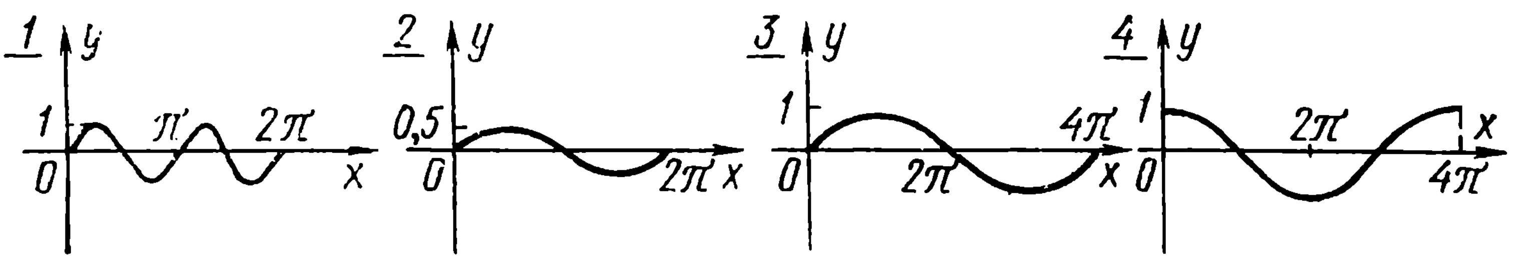


Рис. 86

16—3

I. Определите амплитуду, период, начальную фазу и частоту гармонического колебания, заданного уравнением $y(t)=3{,}5\cos\left(0{,}25t+\frac{\pi}{6}\right)$.

Ответы

1. $A=3{,}5,\quad T=0{,}25,\quad \varphi=\frac{\pi}{6},\quad \omega=8\pi$.
2. $A=3{,}5,\quad T=\frac{\pi}{2},\quad \varphi=\frac{\pi}{6},\quad \omega=0{,}25$.
3. $A=3{,}5,\quad T=8\pi,\quad \varphi=\frac{\pi}{6},\quad \omega=0{,}25$.
4. $A=0{,}25,\quad T=8\pi,\quad \varphi=\frac{\pi}{6},\quad \omega=3{,}5$.

II. Найдите период, амплитуду, начальную фазу и частоту гармонического колебания, представленного уравнением $y(t)=\cos t+\sqrt{3}\sin t$. (Приведите уравнение к виду $y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$.)

Ответы

1. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$, $\omega=1$; $\left(y(t)=2\cos\left(t+\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

2. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=\frac{5}{3}\pi$, $\omega=1$; $\left(y(t)=2\cos\left(t+\frac{5}{3}\pi\right)\right)$.

3. $T=2\pi$, $A=1$, $\varphi=\frac{5}{3}\pi$, $\omega=1$; $\left(y(t)=\cos\left(t+\frac{5}{3}\pi\right)\right)$.

4. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{6}$, $\omega=1$; $\left(y(t)=2\cos\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

III. Какие преобразования необходимо сделать, чтобы из графика функции $y=\cos x$ получить график функции $y=3\cos 2x$?

Ответы

1. Сжатие к оси Oy в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$, растяжение от оси Ox в 3 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:3$).

2. Сжатие к оси Oy в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$, сжатие к оси Ox в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$.

3. Растяжение от оси Oy в 2 раза (сжатие к оси Oy в отношении $1:2$), растяжение от оси Ox в 3 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:3$).

4. Растяжение от оси Oy в 2 раза (сжатие к оси Oy в отношении $1:2$), сжатие к оси Ox в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$.

IV. График функции, заданной на R уравнением $y=6\cos x$, подвергнут: а) сжатию к оси Ox в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$; б) сжатию к оси Oy в 4 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{4}\right)$; в) параллельному переносу

$\vec{r}$ (2; 0). Напишите уравнение, соответствующее графику, полученному в результате указанных преобразований.

Ответы

1. $y=2\cos 4(x-2)$.
2. $y=2\cos(4x-2)$.
3. $y=2\cos 4(x+2)$.
4. $y=2\cos\frac{1}{4}(x-2)$.

V. Постройте график функции $y=\sin(x-2)$ на промежутке $[2; 2\pi+2]$.

Ответы: см. рис. 87.

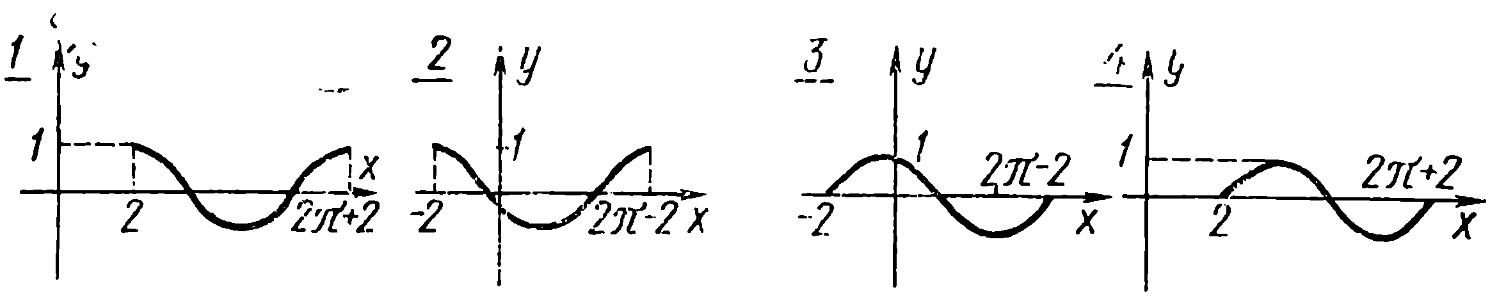


Рис. 87

16—4

I. Определите амплитуду, период, начальную фазу и частоту гармонического колебания, заданного уравнением $y(t)=4\cos\left(3t+\frac{\pi}{8}\right)$.

Ответы

1. $A=3$, $T=\frac{2}{3}\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{8}$, $\omega=4$.
2. $A=4$, $T=2\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{8}$, $\omega=3$.
3. $A=4$, $T=6\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{8}$, $\omega=3$.
4. $A=4$, $T=\frac{2}{3}\pi$, $\varphi=\frac{\pi}{8}$, $\omega=3$.

II. Найдите период, амплитуду, начальную фазу и частоту гармонического колебания, представленного уравнением $y(t)=\sqrt{3}\cos t-\sin t$. (Приведите уравнение к виду $y(t)=A\cos(\omega t+\varphi)$.)

Ответы

1. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$, $\omega=1$; $\left(y(t)=2\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

2. $T=2\pi$, $A=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{6}$, $\omega=1$; $\left(y(t)=2\cos\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

3. $T=2\pi$, $A=1$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$, $\omega=1$; $\left(y(t)=\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

4. $T=\pi$, $A=4$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$, $\omega=2$; $\left(y(t)=4\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

III. С помощью каких преобразований из графика функции $y=\cos x$ можно получить график функции $y=2\cos\frac{x}{3}$?

Ответы

1. Сжатие к оси Oy в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$, растяжение от оси Ox в 2 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:2$).

2. Растяжение от оси Oy в 3 раза (сжатие к оси Oy в отношении $1:3$), растяжение от оси Ox в 2 раза (сжатие к оси Ox в отношении $1:2$).

3. Сжатие к оси Oy в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$, сжатие к оси Ox в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$.

4. Растяжение от оси Oy в 3 раза (сжатие к оси Oy в отношении $1:3$), сжатие к оси Ox в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$.

IV. График функции, заданной на R уравнением $y=3\cos 4x$, подвергнут: а) сжатию к оси Ox в 2 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{2}\right)$; б) сжатию к оси Oy в 3 раза $\left(\text{в отношении } 1:\frac{1}{3}\right)$; в) параллельному переносу $\vec{r}(2;\ 0)$. Напишите уравнение, соответствующее графику, полученному в результате указанных преобразований.

Ответы

1. $y=\frac{3}{2}\cos 12(x-2)$. 2. $y=\frac{3}{2}\cos\frac{4}{3}(x-2)$.

3. $y=\frac{3}{2}\cos(12x-2)$. 4. $y=6\cos\left(\frac{4}{3}x+2\right)$.

V. Постройте график функции $y=2\sin x$ на промежутке $[0; 2\pi]$.

Ответы: см. рис. 88.

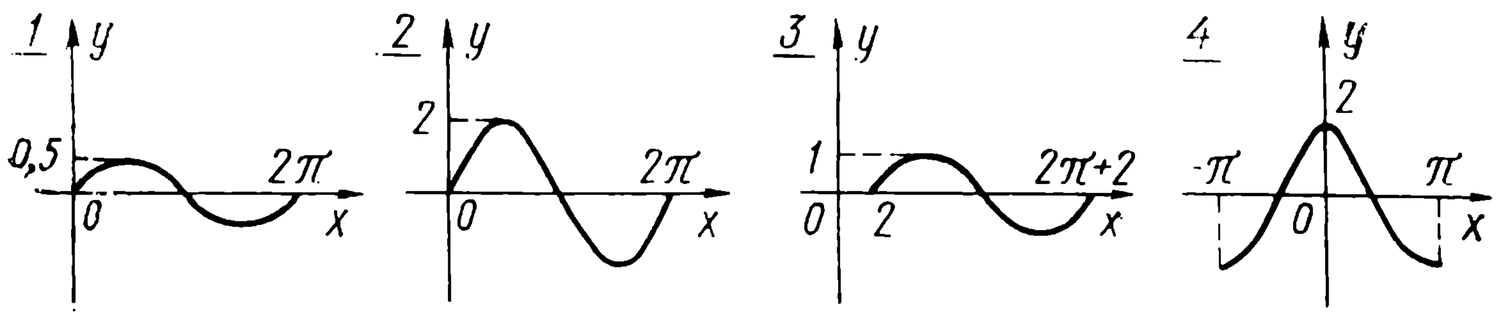


Рис. 88

РАБОТА № 17

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

17—1

I. Приведите к функции угла α: а) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)$; б) $\sin(\alpha-\pi)$; в) $\cos(\alpha-\pi)$; г) $\cos\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$.

Ответы

1.	а) $\cos\alpha$;	2.	а) $-\cos\alpha$;
	б) $\sin\alpha$;		б) $-\sin\alpha$;
	в) $-\cos\alpha$;		в) $-\cos\alpha$;
	г) $\sin\alpha$.		г) $-\sin\alpha$.
3.	а) $-\sin\alpha$;	4.	а) $-\cos\alpha$;
	б) $-\sin\alpha$;		б) $\sin\alpha$;
	в) $\cos\alpha$;		в) $\cos\alpha$;
	г) $\cos\alpha$.		г) $\sin\alpha$.

II. Приведите к функции угла φ: а) $\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi-\varphi\right)$; б) $\operatorname{ctg}(-\pi-\varphi)$; в) $\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi+\varphi\right)$; г) $\operatorname{ctg}(2\pi-\varphi)$.

Ответы

1. а) $\operatorname{ctg}\varphi$;
б) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
в) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
г) $-\operatorname{ctg}\varphi$.

2. а) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
б) $\operatorname{ctg}\varphi$;
в) $\operatorname{ctg}\varphi$;
г) $\operatorname{ctg}\varphi$.

3. а) $\operatorname{ctg}\varphi$;
б) $-\operatorname{tg}\varphi$;
в) $\operatorname{tg}\varphi$;
г) $\operatorname{tg}\varphi$.

4. а) $-\operatorname{tg}\varphi$;
б) $\operatorname{tg}\varphi$;
в) $-\operatorname{tg}\varphi$;
г) $-\operatorname{tg}\varphi$.

III. Вычислите: а) $\sin 1575°$; б) $\cos(-1200°)$; в) $\operatorname{tg}(-960°)$; г) $\operatorname{ctg} 840°$.

Ответы

1. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $\sqrt{3}$;
г) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

2. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $\frac{1}{2}$;
в) $\sqrt{3}$;
г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\sqrt{3}$;
г) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

4. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
г) $-\sqrt{3}$.

IV. Упростите:

а) $\dfrac{\operatorname{tg}(\alpha-\pi)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot\cos(\pi+\alpha)}{\sin(-\alpha)\cdot\operatorname{ctg}\left(\dfrac{3}{2}\pi+\alpha\right)}$;

б) $\dfrac{\sin 220^\circ\cdot\cos 290^\circ\cdot\operatorname{tg}165^\circ}{\operatorname{ctg}105^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot\sin 340^\circ}$.

Ответы

1. а) $-\cos\alpha$; б) $\sin 40^\circ$.
2. а) $-\sin\alpha$; б) $2\sin 40^\circ$.
3. а) $\sin\alpha$; б) $-\sin 40^\circ$
4. а) $\cos\alpha$; б) $2\sin 40^\circ$.

V. Вычислите $\dfrac{\sin 135^\circ\cdot\cos 210^\circ\cdot\operatorname{tg}240^\circ}{\operatorname{ctg}300^\circ}$.

Ответы

1. $\frac{3}{4}\sqrt{6}$.
2. $-\frac{3}{4}\sqrt{6}$.
3. $\frac{\sqrt{6}}{12}$.
4. $\frac{3}{8}\sqrt{6}$.

17—2

I. Приведите к функции угла α: а) $\sin\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)$; б) $\sin(-\alpha)$; в) $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$; г) $\cos(\pi+\alpha)$.

Ответы

1. а) $-\cos\alpha$; б) $-\sin\alpha$; в) $\sin\alpha$; г) $-\cos\alpha$.
2. а) $\cos\alpha$; б) $-\sin\alpha$; в) $\sin\alpha$; г) $-\cos\alpha$.
3. а) $-\sin\alpha$; б) $-\sin\alpha$; в) $-\sin\alpha$; г) $-\cos\alpha$.
4. а) $-\cos\alpha$; б) $\sin\alpha$; в) $\sin\alpha$; г) $\cos\alpha$.

II. Приведите к функции угла φ: а) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)$; б) $\operatorname{tg}\left(\varphi-\frac{3}{2}\pi\right)$; в) $\operatorname{ctg}(\pi-\varphi)$; г) $\operatorname{tg}(2\pi-\varphi)$.

Ответы

1. а) $-\operatorname{tg}\varphi$;
б) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
в) $-\operatorname{tg}\varphi$;
г) $-\operatorname{tg}\varphi$.

2. а) $-\operatorname{tg}\varphi$;
б) $\operatorname{ctg}\varphi$;
в) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
г) $-\operatorname{tg}\varphi$.

3. а) $-\operatorname{tg}\varphi$;
б) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
в) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
г) $-\operatorname{tg}\varphi$.

4. а) $-\operatorname{tg}\varphi$;
б) $-\operatorname{tg}\varphi$;
в) $-\operatorname{ctg}\varphi$;
г) $-\operatorname{tg}\varphi$.

III. Вычислите: а) $\sin(-1125^\circ)$; б) $\cos 960^\circ$; в) $\operatorname{tg} 1230^\circ$; г) $\operatorname{ctg} 1395^\circ$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
г) -1.

2. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$;
г) -1.

3. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $-\frac{1}{2}$;
в) $-\sqrt{3}$;
г) 1.

4. а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$;
г) -1.

IV. Упростите:

а) $\dfrac{\cos(\alpha-\pi)\cdot \operatorname{tg}\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot \sin(-\alpha)}{\operatorname{ctg}(\alpha-2\pi)\cdot \sin\left(\alpha-\dfrac{3}{2}\pi\right)}$;

б) $\dfrac{\sin 200^\circ\cdot\cos 310^\circ\cdot \operatorname{tg} 190^\circ}{\sin 170^\circ\cdot\sin 220^\circ\cdot \operatorname{ctg} 260^\circ}$.

Ответы

1. а) $-\cos\alpha$; б) $-2\cos 10^\circ$.
2. а) $\sin\alpha$; б) $2\cos 10^\circ$.
3. а) $-\sin\alpha$; б) $2\cos 10^\circ$.
4. а) $\cos\alpha$; б) $2\sin 10^\circ$.

V. Вычислите $\dfrac{\cos 135^\circ\cdot\sin 240^\circ\cdot \operatorname{ctg} 210^\circ}{\operatorname{tg} 330^\circ}$.

Ответы

1. $-\dfrac{3}{4}\sqrt{6}$. 2. $\dfrac{3}{4}\sqrt{6}$. 3. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. 4. $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

17—3

I. Приведите к функции угла α: а) $\sin\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)$; б) $\sin(-\pi-\alpha)$; в) $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)$; $\cos(\alpha-2\pi)$.

Ответы

1. а) $\cos\alpha$;	2. а) $-\cos\alpha$;
б) $\sin\alpha$;	б) $-\sin\alpha$;
в) $-\sin\alpha$;	в) $-\sin\alpha$;
г) $\cos\alpha$.	г) $\cos\alpha$.
3. а) $-\cos\alpha$;	4. а) $-\cos\alpha$;
б) $\sin\alpha$;	б) $\sin\alpha$;

в) $-\sin\alpha$; в) $\cos\alpha$;

г) $\cos\alpha$. г) $-\cos\alpha$.

II. Приведите к функции угла φ: а) $\operatorname{tg}(\varphi-\pi)$; б) $\operatorname{tg}\left(\frac{3}{2}\pi-\varphi\right)$; в) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)$; г) $\operatorname{ctg}(-\varphi)$.

Ответы

1. а) $-\operatorname{tg}\varphi$; б) $\operatorname{ctg}\varphi$; в) $-\operatorname{ctg}\varphi$; г) $-\operatorname{ctg}\varphi$.
2. а) $\operatorname{tg}\varphi$; б) $\operatorname{ctg}\varphi$; в) $-\operatorname{tg}\varphi$; г) $-\operatorname{ctg}\varphi$.
3. а) $\operatorname{tg}\varphi$; б) $-\operatorname{ctg}\varphi$; в) $-\operatorname{ctg}\varphi$; г) $\operatorname{ctg}\varphi$.
4. а) $\operatorname{tg}\varphi$; б) $-\operatorname{ctg}\varphi$; в) $\operatorname{tg}\varphi$; г) $-\operatorname{ctg}\varphi$.

III. Вычислите: а) $\sin 960°$; б) $\cos 870°$; в) $\operatorname{tg} 1215°$; г) $\operatorname{ctg} 1320°$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) 1; г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
2. а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) -1; г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
3. а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) -1; г) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.
4. а) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) -1; г) $\sqrt{3}$.

IV. Упростите:

а) $$\frac{\sin(\alpha-\pi)\cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cdot \cos(-\alpha)}{\cos(\alpha-2\pi)\cdot \operatorname{tg}(-\alpha-\pi)};$$

б) $$\frac{\sin 200^\circ\cdot\sin 310^\circ\cdot \operatorname{tg}170^\circ}{\sin 190^\circ\cdot\cos 220^\circ\cdot \operatorname{ctg} 100^\circ}.$$

Ответы

1. а) $\sin\alpha$; б) $-2\cos 10^\circ$.
2. а) $\cos\alpha$; б) $2\sin 10^\circ$.
3. а) $-\sin\alpha$; б) $2\cos 10^\circ$.
4. а) $-\cos\alpha$; б) $2\sin 10^\circ$.

V. Вычислите $\dfrac{\sin 135^\circ\cdot\cos 210^\circ\cdot \operatorname{tg} 240^\circ}{\operatorname{ctg} 300^\circ}$.

Ответы

1. $\frac{3}{4}\sqrt{6}$. 2. $-\frac{3}{4}\sqrt{6}$. 3. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. 4. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$.

17—4

I. Приведите к функции угла α: а) $\sin\left(-\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$; б) $\sin(\pi-\alpha)$; в) $\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)$; г) $\cos(2\pi-\alpha)$.

Ответы

1. а) $-\cos\alpha$;
   б) $\sin\alpha$;
   в) $-\sin\alpha$;
   г) $\cos\alpha$.
2. а) $-\cos\alpha$;
   б) $\sin\alpha$;
   в) $\sin\alpha$;
   г) $\cos\alpha$.
3. а) $-\cos\alpha$;
   б) $-\sin\alpha$;
   в) $\sin\alpha$;
   г) $-\cos\alpha$.
4. а) $\cos\alpha$;
   б) $\sin\alpha$;
   в) $\sin\alpha$;
   г) $\cos\alpha$.

II. Приведите к функции угла φ: а) $\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$; б) $\operatorname{tg}(-\pi-\alpha)$; в) $\operatorname{ctg}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)$; г) $\operatorname{ctg}(2\pi+\alpha)$.

Ответы

1. а) $-\operatorname{ctg}\alpha$; б) $-\operatorname{tg}\alpha$; в) $\operatorname{tg}\alpha$; г) $\operatorname{ctg}\alpha$.

2. а) $-\operatorname{ctg}\alpha$; б) $\operatorname{tg}\alpha$; в) $\operatorname{tg}\alpha$; г) $\operatorname{ctg}\alpha$.

3. а) $\operatorname{ctg}\alpha$; б) $-\operatorname{tg}\alpha$; в) $\operatorname{tg}\alpha$; г) $-\operatorname{ctg}\alpha$.

4. а) $-\operatorname{ctg}\alpha$; б) $-\operatorname{tg}\alpha$; в) $-\operatorname{tg}\alpha$; г) $\operatorname{ctg}\alpha$.

III. Вычислите: а) $\sin 570°$; б) $\cos 930°$; в) $\operatorname{tg} 960°$; г) $\operatorname{ctg} 870°$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\sqrt{3}$; г) $\sqrt{3}$.

2. а) $-\frac{1}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\sqrt{3}$; г) $-\sqrt{3}$.

3. а) $-\frac{1}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; г) $-\sqrt{3}$.

4. а) $-\frac{1}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\sqrt{3}$; г) $-\sqrt{3}$.

IV. Упростите:

а) $\dfrac{\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot\cos(-\alpha-\pi)\cdot\operatorname{tg}\left(\dfrac{3}{2}\pi-\alpha\right)}{\cos(\alpha-2\pi)\cdot\operatorname{ctg}(\alpha-\pi)}$,

б) $\dfrac{\sin 260^\circ\cdot\sin 310^\circ\cdot\operatorname{tg}170^\circ}{\cos 220^\circ\cdot\cos 140^\circ\cdot\operatorname{ctg}280^\circ}$.

Ответы

1. а) $\cos\alpha$; б) $2\sin 40^\circ$.

2. а) $\sin\alpha$; б) $-2\sin 40^\circ$.

3. а) $-\sin\alpha$; б) $2\sin 20^\circ$.

4. а) $-\cos\alpha$; б) $-2\sin 20^\circ$.

V. Вычислите: $\dfrac{\cos 135^\circ\cdot\sin 240^\circ\cdot\operatorname{tg}210^\circ}{\operatorname{ctg}330^\circ}$.

Ответы

1. $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **2.** $-\dfrac{\sqrt{6}}{12}$. **3.** $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$. **4.** $-\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

РАБОТА № 18

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ. ОПРЕДЕЛЕНИЯ

18—1

I. Формулой $y=x^2$ заданы функции f_1, f_2, f_3 на промежутках $]-\infty;\ \infty[$, $[0;\ 2]$, $[-2;\ 3]$.

а) Определите, какие из данных функций обратимы (имеют обратные).

б) Для обратной функции напишите соответствующую формулу $g(x)$.

в) Для обратной функции укажите ее область определения $D(g)$ и множество значений $E(g)$.

г) Постройте график обратной функции.

Ответы

1. а) f_2; **2.** а) f_2;

б) $g_2(x)=\sqrt{x}$;

в) $D(g_2)=[0;\ 4]$;

$E(g_2)=[0;\ 2]$;

г) см. рис. 89.

б) $g_2(x)=\sqrt{x}$;

в) $D(g_2)=[0;\ 2]$;

$E(g_2)=[0;\ 4]$;

г) см. рис. 90.

3. а) f_1;

б) $g_1(x)=\pm\sqrt{x}$;

в) $D(g_1)=[0;\ \infty[$;

$E(g_1)=]-\infty;\infty[$;

г) см. рис. 91.

4. а) f_3;

б) $g_3(x)=\pm\sqrt{x}$;

в) $D(g_3)=[4;\ 9]$;

$E(g_3)=[-2;\ 3]$;

г) см. рис. 92.

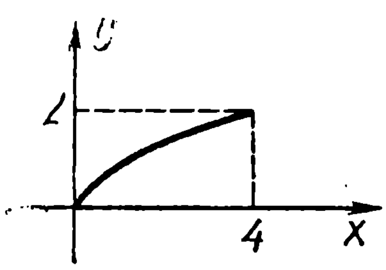


Рис. 89

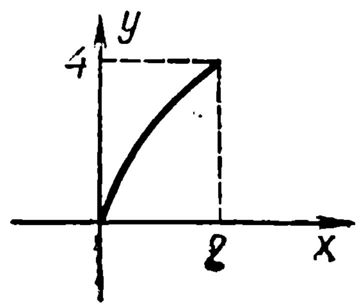


Рис. 90

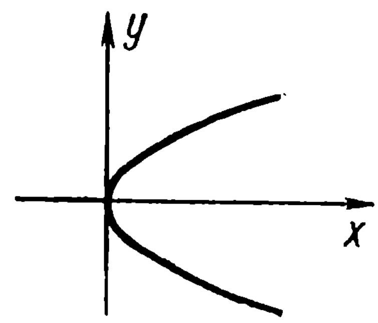


Рис. 91

III. Укажите область определения функций: а) $\arcsin x$; б) $\operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $]-1;\ 1[$; б) $]-\infty;\ \infty[$.

2. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

3. а) $[-1;\ 1]$; б) $]-\infty;\ \infty[$.

4. а) $[-1;\ 1]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

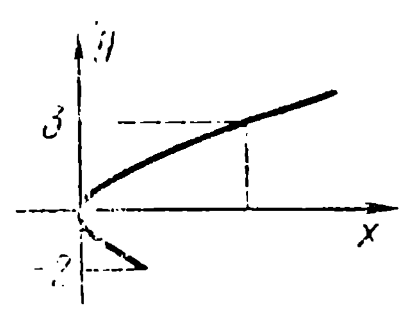


Рис. 92

III. Вычислите: а) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; б) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Ответы

1. а) $-\frac{\pi}{3}$; б) $-\frac{\pi}{3}$.

2. а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $-\frac{\pi}{6}$.

3. а) $-\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{5}{6}\pi$.

4. а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{2}{3}\pi$.

IV. Решите уравнение: а) $\arccos 2x=\frac{2}{3}\pi$;

б) $\arcsin 3x=\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$.

Ответы

1. а) $x=-\frac{\sqrt{3}}{4}$; б) $x=-\frac{1}{6}$.

2. а) $x=\frac{1}{4}$; б) $x=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

3. а) $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$; б) $x=\frac{-\sqrt{3}}{6}$.

4. а) $x=-\frac{1}{4}$; б) $x=\frac{-\sqrt{3}}{6}$.

V. Найдите: а) $\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; б) $\cos(\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}))$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$. **2.** а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{1}{2}$.

3. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **4.** а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

18—2

I. Формулой $y=9-x^2$ заданы функции f_1, f_2 и f_3 на промежутках $]-\infty;\ \infty[$, $[0;\ 4]$, $[-1;\ 3]$.

а) Определите, какие из данных функций обратимы (имеют обратные).

б) Для обратной функции напишите соответствующую формулу $g(x)$.

в) Для обратной функции укажите ее область определения $D(g)$ и множество значений $E(g)$.

г) Постройте график обратной функции.

Ответы

1. а) f_1;
б) $g_1(x)=\pm\sqrt{9-x}$;
в) $D(g_1)=]-\infty;\ 9[$;

2. а) f_2;
б) $g_2(x)=\sqrt{9-x}$;
в) $D(g_2)=[-7;\ 9]$;

$E(g_1)=[-3;\ 3]$;

г) см. рис. 93.

3. а) f_3;

б) $g_3(x)=\pm\sqrt{9-x}$;

в) $D(g_3)=[0;\ 9]$;

$E(g_3)=[-1;\ 3]$;

г) см. рис. 95.

$E(g_2)=[0;\ 4]$;

г) см. рис. 94.

4. а) f_2;

б) $g_2(x)=\sqrt{9-x}$;

в) $D(g_2)=[0;\ 4]$;

$E(g_2)=[-7;\ 9]$;

г) см. рис. 96.

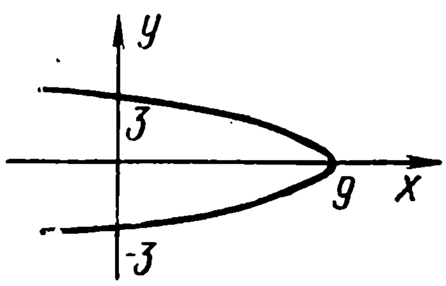


Рис. 93

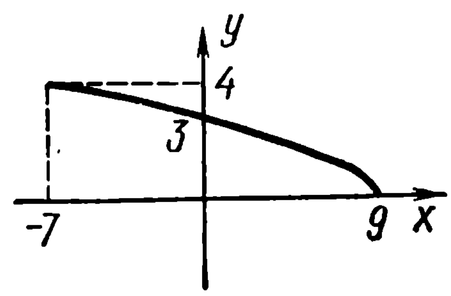


Рис. 94

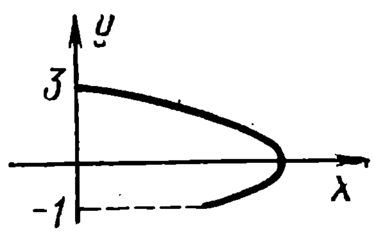


Рис. 95

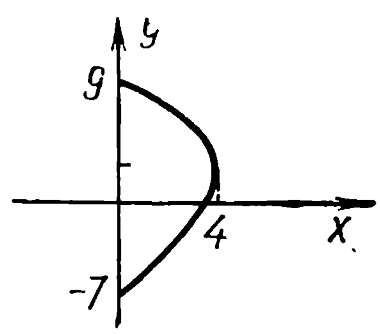


Рис. 96

II. Укажите множество значений функции: а) $\arccos x$, б) $\operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

2. а) $[0;\ \pi]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

3. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $]0;\ \pi[$.

4. а) $[0;\ \pi]$; б) $[0;\ \pi]$.

III. Вычислите: а) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; б) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$.

Ответы

1. а) $\frac{5}{6}\pi$; б) $-\frac{\pi}{3}$. **2.** а) $\frac{5}{6}\pi$; б) $\frac{2}{3}\pi$.

3. а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $-\frac{\pi}{3}$. **4.** а) $\frac{2}{3}\pi$; б) $-\frac{\pi}{3}$.

IV. Решите уравнение: а) $\operatorname{arctg}\frac{1}{x}=-\frac{\pi}{3}$;
б) $\arccos 4x=\operatorname{arctg}(-1)$.

Ответы

1. а) $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $x=\frac{-\sqrt{2}}{8}$.

2. а) $x=-\sqrt{3}$; б) $x=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

3. а) $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $x=\frac{-\sqrt{2}}{8}$.

4. а) $x=\frac{-1}{\sqrt{3}}$; б) $x=\frac{\sqrt{2}}{8}$.

V. Найдите: а) $\cos\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
б) $\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **2.** а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{1}{2}$.

3. а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$. **4.** а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$.

18—3

I. Формулой $y=x^2$ заданы функции f_1, f_2 и f_3 на промежутках $]-\infty; 0]$, $]-\infty; \infty[$, $[-1; 4]$.

а) Определите, какие из данных функций обратимы (имеют обратные).

б) Для обратной функции напишите соответствующую формулу $g(x)$.

в) Для обратной функции укажите ее область определения $D(g)$ и множество значений $E(g)$.

г) Постройте график обратной функции.

Ответы

1. а) f_2;

б) $g_2(x) = \pm\sqrt{x}$;

в) $D(g_2) = [0;\ \infty[$;

$E(g_2) =]-\infty;\ \infty[$;

г) см. рис. 97.

2. а) f_1;

б) $g_1(x) = \sqrt{x}$;

в) $D(g_1) = [0;\ \infty[$;

$E(g_1) = [0;\ \infty[$;

г) см. рис. 98.

3. а) f_1;

б) $g_1(x) = -\sqrt{x}$;

в) $D(g_1) = [0;\ \infty[$;

$E(g_1) =]-\infty;\ 0]$;

г) см. рис. 99.

4. а) f_3;

б) $g_3(x) = \pm\sqrt{x}$;

в) $D(g_3) = [1;\ 16]$;

$E(g_3) = [-1;\ 4]$;

г) см. рис. 100.

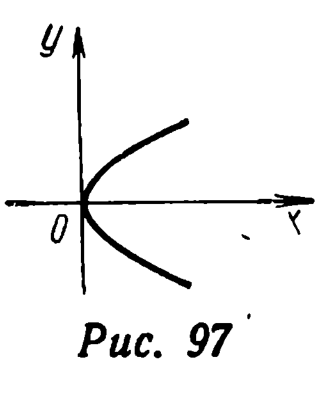


Рис. 97

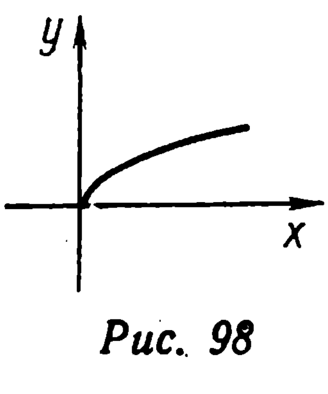


Рис. 98

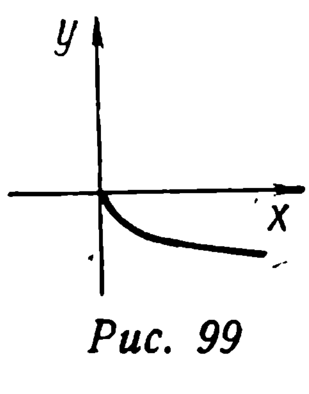


Рис. 99

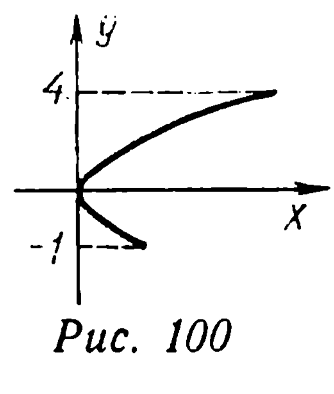


Рис. 100

II. Укажите множество значений функции: а) $\arcsin x$; б) $\operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $]0;\ \pi[$.

2. а) $[0;\ \pi]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

3. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

4. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$.

III. Вычислите: а) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; б) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$.

Ответы

1. а) $-\frac{\pi}{4}$; б) $-\frac{\pi}{6}$. 2. а) $-\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{2}{3}\pi$.

3. а) $\frac{3}{4}\pi$; б) $-\frac{\pi}{3}$. 4. а) $\frac{3}{4}\pi$; б) $\frac{5}{6}\pi$.

IV. Решите уравнение: а) $\operatorname{arctg}\frac{1}{x-1}=\frac{\pi}{3}$;

б) $\arcsin 2x=\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответы

1. а) $x=1+\sqrt{3}$; б) $x=\frac{1}{2}$.

2. а) $x=1+\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $x=\frac{1}{4}$.

3. а) $x=1-\frac{1}{\sqrt{3}}$; б) $x=\frac{1}{4}$.

4. а) $x=1-\sqrt{3}$; б) $x=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

V. Найдите: а) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}\sqrt{3})$; б) $\sin(\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}))$.

Ответы

1. а) $\sqrt{3}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. а) $\sqrt{3}$; б) $-\frac{1}{2}$.

3. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 4. а) $\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2}$.

18—4

I. Формулой $y=x^2+1$ заданы функции f_1, f_2, f_3 на промежутках $]-\infty;\ \infty[$, $[0;\ \infty[$ и $[-2;\ 2]$.

а) Определите, какие из данных функций обратимы (имеют обратные).

б) Для обратной функции напишите соответствующую формулу $g(x)$.

в) Для обратной функции укажите ее область определения $D(g)$ и множество значений $E(g)$.

г) Постройте график обратной функции.

Ответы

1. а) f_1;

   б) $g_1(x)=\pm\sqrt{x-1}$;

   в) $D(g_1)=[1;\ \infty[$;

   $E(g_1)=]-\infty;\ \infty[$;

   г) см. рис. 101.

2. а) f_3;

   б) $g_3(x)=\pm\sqrt{x-1}$;

   в) $D(g_3)=[1;\ \sqrt{5}]$;

   $E(g_3)=[-2;\ 2]$;

   г) см. рис. 102.

3. а) f_2;

   б) $g_2(x)=\sqrt{x-1}$;

   в) $D(g_2)=[-1;\ \infty[$;

   $E(g_2)=[0;\ \infty[$;

   г) см. рис. 103.

4. а) f_2;

   б) $g_2(x)=\sqrt{x-1}$;

   в) $D(g_2)=[1;\ \infty[$;

   $E(g_2)=[0;\ \infty[$;

   г) см. рис. 104.

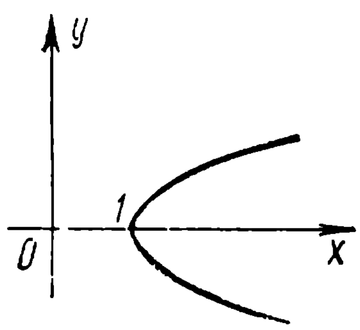


Рис. 101

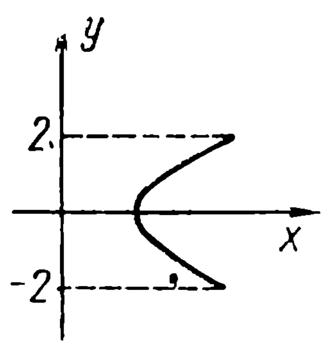


Рис. 102

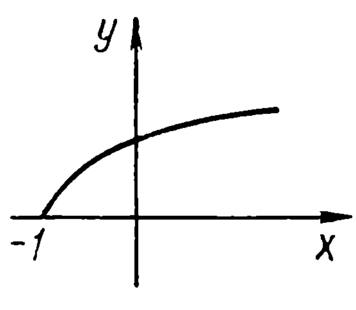


Рис. 103

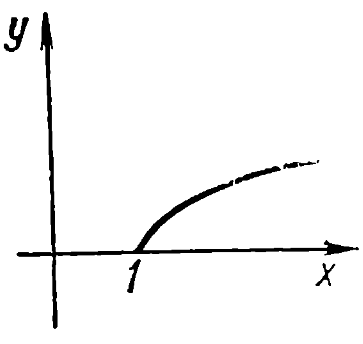


Рис. 104

II. Укажите множество значений функции: а) $\arccos x$; б) $\operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $[0;\ \pi]$; б) $\left]-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right[$.

2. а) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right]$; б) $]0;\ \pi[$.

3. а) $[0;\ \pi]$; б) $[0;\ \pi]$.

4. а) $]0;\ \pi[$; б) $]0;\ \pi[$.

III. Вычислите: а) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; б) $\operatorname{arctg}(-1)$.

Ответы

1. а) $-\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{3}{4}\pi$. 2. а) $\frac{2}{3}\pi$; б) $-\frac{\pi}{4}$.

3. а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $-\frac{\pi}{4}$. 4. а) $-\frac{\pi}{3}$; б) $-\frac{\pi}{4}$.

IV. Решите уравнение: а) $\arccos(2x+1)=\frac{3}{4}\pi$;

б) $\operatorname{arctg} 2x=\arccos\frac{1}{2}$.

Ответы

1. а) $x=\frac{\sqrt{2}-2}{4}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

2. а) $x=-\frac{2+\sqrt{2}}{4}$; б) $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. а) $x=\frac{2-\sqrt{2}}{4}$; б) $x=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

4. а) $x=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$; б) $x=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

V. Найдите: а) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; б) $\cos\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. а) $\sqrt{3}$; б) $\frac{1}{2}$.

3. а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 4. а) $\sqrt{3}$; б) $-\frac{1}{2}$.

РАБОТА № 19*

ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ; СВОЙСТВА, ПРИМЕНЕНИЕ

19—1

I. Выразите $f(-x)$ через $f(x)$, если: а) $f(x)=\arcsin x$; б) $f(x)=\operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $\arcsin(-x)=\pi-\arcsin x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x)=\pi-\operatorname{arctg} x$.

2. а) $\arcsin(-x)=-\arcsin x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x)=-\operatorname{arctg} x$.

3. а) $\arcsin(-x)=\arcsin x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x)=-\operatorname{arctg} x$.

4. а) $\arcsin(-x)=-\arcsin(-x)$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x)=\operatorname{arctg} x$.

II. Найдите: а) $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)$; б) $\arcsin\left(\sin\frac{3}{4}\pi\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{\pi}{4}$. 2. а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{3}{4}\pi$.

3. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. 4. а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

III. Вместо многоточия поставьте один из знаков $>$, $<$ так, чтобы получилось истинное высказывание: а) $\arccos(-0,6)\ldots\arccos(-0,7)$; б) $\operatorname{arctg} 2,5\ldots\operatorname{arctg} 1,7$.

Ответы

1. а) $<$; б) $<$. 2. а) $>$; б) $>$.

3. а) $<$; б) $>$. 4. а) $>$; б) $<$.

IV. Вычислите $\sin\left(2\arcsin\frac{3}{5}\right)$.

Ответы

1. $\frac{6}{5}$. 2. $\frac{24}{25}$. 3. $\pm\frac{24}{25}$. 4. $\frac{12}{25}$.

V. Решите уравнение: а) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos x = 0{,}8$.

Ответы

1. а) $\left\{-(-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

   б) $\{\arccos 0{,}8 + 2\pi k \mid k \in Z\}$.

2. а) $\left\{(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

   б) $\{-\arccos 0{,}8 \pm 2\pi k \mid k \in Z\}$.

3. а) $\left\{\frac{\pi}{4} + (-1)^k \cdot \pi k \mid k \in Z\right\}$;

   б) $\{\pm \arccos 0{,}8 + 2\pi k \mid k \in Z\}$.

4. а) $\left\{(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

   б) $\{\pm \arccos 0{,}8 + 2\pi k \mid k \in Z\}$.

19—2

I. Выразите $f(-x)$ через $f(x)$, если: а) $f(x) = \arccos x$; б) $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

Ответы

1. а) $\arccos(-x) = \arccos x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$.

2. а) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x) = \operatorname{arctg} x$.

3. а) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$;

   б) $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$.

4. а) $\arccos(-x) = \pi + \arccos x$;

б) $\operatorname{arctg}(-x)=\pi-\operatorname{arctg} x$.

II. Найдите: а) $\arccos\left(\cos\frac{2}{3}\pi\right)$;

б) $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{\pi}{3}$; б) $-\frac{\pi}{3}$. **2.** а) $\frac{2}{3}\pi$; б) $\frac{\pi}{3}$.

3. а) $\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{3}$. **4.** а) $\frac{\pi}{3}$; б) $\frac{2}{3}\pi$.

III. Вместо многоточия поставьте один из знаков $>$, $<$ так, чтобы получилось истинное высказывание: а) $\arccos 0{,}7 \ldots \arccos 0{,}5$; б) $\arcsin 0{,}85 \ldots \arcsin 0{,}8$.

Ответы

1. а) $>$; б) $>$. **2.** а) $>$; б) $<$.

3. а) $<$; б) $<$. **4.** а) $<$; б) $>$.

IV. Вычислите $\sin\left(2\arccos\frac{12}{13}\right)$.

Ответы

1. $\pm\frac{120}{169}$. **2.** $\frac{60}{169}$. **3.** $\frac{120}{169}$. **4.** $\pm\frac{60}{169}$.

V. Решите уравнение: а) $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\operatorname{tg} x=-2$.

Ответы

1. а) $\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$;

б) $\{-\operatorname{arctg} 2+\pi k \mid k\in Z\}$.

2. а) $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$;

б) $\{-\operatorname{arctg} 2+\pi k \mid k\in Z\}$.

3. а) $\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$;

б) $\{\operatorname{arctg}(-2)+\pi k \mid k \in Z\}$.

4. а) $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3}+\pi k \mid k \in Z\right\}$;

б) $\{\pm \operatorname{arctg}(-2)+\pi k \mid k \in Z\}$.

19—3

I. Выразите $f(-x)$ через $f(x)$, если: а) $f(x)=\arcsin x$; б) $f(x)=\arccos x$.

Ответы

1. а) $\arcsin(-x)=-\arcsin x$;

б) $\arccos(-x)=\arccos x$.

2. а) $\arcsin(-x)=-\arcsin x$;

б) $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$.

3. а) $\arcsin(-x)=\arcsin x$;

б) $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$.

4. а) $\arcsin(-x)=\pi-\arcsin x$;

б) $\arccos(-x)=\pi-\arccos x$.

II. Найдите: а) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$; б) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{5}{6}\pi\right)\right)$.

Ответы

1. а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $-\frac{\pi}{6}$. **2.** а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{5}{6}\pi$.

3. а) $\frac{\pi}{6}$; б) $-\frac{\pi}{6}$. **4.** а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{6}$.

III. Вместо многоточия поставьте один из знаков $>$, $<$ так, чтобы получилось истинное высказывание: а) $\operatorname{arctg} 1{,}5 \ldots \operatorname{arctg} 2{,}7$; б) $\arcsin(-0{,}8) \ldots \arcsin(-0{,}3)$.

Ответы

1. а) $>$; б) $<$. **2.** а) $<$; б) $>$.

3. а) $<$; б) $<$. **4.** а) $>$; б) $>$.

IV. Вычислите $\cos\left(2\arcsin\frac{4}{5}\right)$.

Ответы

1. $-\frac{7}{25}$. 2. $\frac{7}{25}$. 3. $-\frac{9}{25}$. 4. $\frac{9}{25}$.

V. Решите уравнение: а) $\sin x = -\frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg} x = 3$.

Ответы

1. а) $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

б) $\operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.

2. а) $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

б) $\{\operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.

3. а) $\left\{(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

б) $\{\pm \operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.

4. а) $\left\{(-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$;

б) $\{\operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.

19—4

I. Выразите $f(-x)$ через $f(x)$, если: а) $f(x) = \operatorname{arctg} x$; б) $f(x) = \arccos x$.

Ответы

1. а) $\operatorname{arctg}(-x) = \operatorname{arctg} x$;

б) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.

2. а) $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$;

б) $\arccos(-x) = \arccos x$.

3. а) $\operatorname{arctg}(-x) = \pi - \operatorname{arctg} x$;

б) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.

4. а) $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$;

б) $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$.

II. Найдите: а) $\arccos\left(\cos \frac{5}{6}\pi\right)$;

б) $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$.

Ответы

1. а) $\frac{5}{6}\pi$; б) $\frac{\pi}{6}$. **2.** а) $\frac{5}{6}\pi$; б) $-\frac{\pi}{6}$.

3. а) $\frac{2}{3}\pi$; б) $\frac{\pi}{6}$. **4.** а) $-\frac{\pi}{6}$; б) $\frac{\pi}{6}$.

III. Вместо многоточия поставьте один из знаков $>$, $<$ так, чтобы получилось истинное высказывание: а) $\operatorname{arctg}(-1{,}5) \ldots \operatorname{arctg}(-2)$; б) $\arccos 0{,}9 \ldots \arccos 0{,}4$.

Ответы

1. а) $>$; б) $<$. **2.** а) $>$; б) $>$.

3. а) $<$; б) $<$. **4.** а) $<$; б) $>$.

IV. Вычислите $\cos\left(2 \arccos \frac{3}{5}\right)$.

Ответы

1. $\frac{8}{25}$. **2.** $-\frac{8}{25}$. **3.** $\frac{7}{25}$. **4.** $-\frac{7}{25}$.

V. Решите уравнение: а) $\cos x = -\frac{1}{2}$; б) $\operatorname{tg} x = 4$.

Ответы

1. а) $\left\{\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$; б) $\{\pm \operatorname{arctg} 4 + \pi k \mid k \in Z\}$.

2. а) $\left\{\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$; б) $\{\operatorname{arctg} 4 + \pi k \mid k \in Z\}$.

3. а) $\left\{\pm \frac{5}{6}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$; б) $\{\operatorname{arctg} 4 + \pi k \mid k \in Z\}$.

4. а) $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$; б) $\{\operatorname{arctg} 4 + \pi k \mid k \in Z\}$.

РАБОТА № 20

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА

20—1

I. Вычислите $\frac{2\sin x+\cos x}{\operatorname{ctg} x}$, если $\operatorname{tg} x=2$, x — угол I четверти.

Ответы

1. $2\sqrt{5}$. 2. $\frac{8\sqrt{5}}{5}$. 3. $\sqrt{5}$. 4. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

II. Определите значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=2$.

Ответы

1. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$; $\cos\alpha=\frac{3}{5}$.
2. $\sin\alpha=\frac{3}{5}$; $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$.
3. $\sin\alpha=\frac{4}{5}$; $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$.
4. $\sin\alpha=\frac{3}{5}$; $\cos\alpha=\frac{4}{5}$.

III. Вычислите без таблиц $\operatorname{tg} 15°$.

Ответы

1. $2+\sqrt{3}$. 2. $2-\sqrt{3}$. 3. $\sqrt{3}-2$. 4. $2\sqrt{3}-3$.

IV. Представьте в виде суммы или разности выражение: а) $2\sin 37°\cdot\sin 13°$; б) $2\sin 4\alpha\cdot\cos 2\alpha$.

Ответы

1. а) $\cos 24°-\cos 50°$; б) $\sin 6\alpha+\sin 2\alpha$.
2. а) $\cos 24°+\cos 50°$; б) $\sin 6\alpha-\sin 2\alpha$.
3. а) $\sin 24°+\sin 50°$; б) $\cos 6\alpha+\cos 2\alpha$.
4. а) $\sin 24°-\sin 50°$; б) $\cos 6\alpha-\cos 2\alpha$.

V. Упростите $\sin 2\alpha + 2\sin^2 (45° - \alpha)$.

Ответы

1. $1 + 2\sin 2\alpha$.   2. -1.

3. 1.   4. $1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha$.

20—2

I. Вычислите $\frac{4\sin x + 2\cos x}{\operatorname{tg} x}$, если $\operatorname{ctg} x = 3$, x — угол I четверти.

Ответы

1. $\frac{42}{\sqrt{10}}$.   2. $\sqrt{10}$.   3. $3\sqrt{10}$.   4. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

II. Определите значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 3$.

Ответы

1. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$.

2. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

3. $\sin\alpha = \frac{4}{5}$; $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$.

4. $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; $\cos\alpha = \frac{4}{5}$.

III. Вычислите без таблиц $\operatorname{tg} 22{,}5°$.

Ответы

1. $\sqrt{2} + 1$.   2. $\sqrt{2} - 1$.

3. $1 - \sqrt{2}$.   4. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

IV. Упростите $\frac{\sin 70° - 2\cos 55° \cdot \sin 15°}{\sin 80° - 2\cos 75° \cdot \sin 5°}$.

Ответы

1. $\sin 20°$.   2. $2\sin 20°$.

3. $\frac{\sin 40°}{\sin 70°}$. **4.** $\cos 20°$.

V. Упростите $\sin 2\alpha - 2\cos^2(45° - \alpha)$.

Ответы

1. -1. **2.** 1. **3.** $2\sin 2\alpha - 1$. **4.** $1 + 2\sin 2\alpha$.

20—3

I. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} x}{2\sin x - 3\cos x}$, если $\operatorname{tg} x = \frac{3}{4}$, x — угол I четверти.

Ответы

1. 0,625. **2.** 0,6. **3.** −0,6. **4.** −0,625.

II. Определите значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = -4$.

Ответы

1. $\sin\alpha = -\frac{8}{17}$; $\cos\alpha = \frac{15}{17}$.

2. $\sin\alpha = -\frac{8}{17}$; $\cos\alpha = -\frac{15}{17}$.

3. $\sin\alpha = \frac{15}{17}$; $\cos\alpha = \frac{8}{17}$.

4. $\sin\alpha = \frac{15}{17}$; $\cos\alpha = -\frac{8}{17}$.

III. Вычислите без таблиц $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{8}$.

Ответы

1. $\sqrt{2} + 1$. **2.** $\sqrt{2} - 1$.

3. $1 - \sqrt{2}$. **4.** $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$.

IV. Представьте в виде суммы или разности выражение: а) $2\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)$; б) $2\cos 4\alpha\cdot\sin 2\alpha$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}-\cos\alpha$; б) $\cos 6\alpha-\cos 2\alpha$.

2. а) $\cos 2\alpha-\frac{1}{2}$; б) $\sin 6\alpha-\sin 2\alpha$.

3. а) $\cos 2\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin 2\alpha-\sin 6\alpha$.

4. а) $\sin 2\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sin 2\alpha+\sin 6\alpha$.

V. Упростите $\sin\alpha+2\cos^2\left(135^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)$.

Ответы

1. 1. 2. -1. 3. $1+2\sin\alpha$. 4. $1+\sin\alpha-\cos\alpha$.

20—4

I. Вычислите $(\sin x-3\cos x)\operatorname{ctg} x$, если $\operatorname{tg} x=\frac{12}{5}$, x — угол I четверти.

Ответы

1. $-\frac{36}{65}$. 2. $-\frac{5}{52}$. 3. $\frac{5}{52}$. 4. $\frac{36}{65}$.

II. Определите значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=$ $=-5$.

Ответы

1. $\sin\alpha=\frac{12}{13}$; $\cos\alpha=\frac{5}{13}$.

2. $\sin\alpha=-\frac{12}{13}$; $\cos\alpha=-\frac{5}{13}$.

3. $\sin\alpha=\frac{5}{13}$; $\cos\alpha=\frac{12}{13}$.

4. $\sin\alpha = -\frac{5}{13}$; $\cos\alpha = -\frac{12}{13}$.

III. Вычислите без таблиц $\cos 22{,}5°$.

Ответы

1. $\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$.   2. $\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})$.

3. $\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.   4. $\frac{1}{4}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

IV. Упростите $\frac{\cos 11° - 2\cos 15° \cdot \cos 4°}{\sin 21° - 2\cos 20° \cdot \sin 1°}$.

Ответы

1. $\operatorname{tg} 19°$.   2. $-\operatorname{ctg} 19°$.

3. $-\operatorname{tg} 19°$.   4. $\operatorname{ctg} 19°$.

V. Упростите $\sin 2\alpha - 2\sin^2(135° - \alpha)$.

Ответы

1. $1+\sin 2\alpha$.   2. $\sin 2\alpha - \cos 2\alpha - 1$.

3. -1.   4. 1.

РАБОТА № 21

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

21—1

I. Решите уравнение $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.   2. $\{2\pi k \mid k \in Z\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.   4. $\{\pi k \mid k \in Z\}$.

II. Решите уравнение $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

Ответы

1. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\left\{-\frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

IV. Решите неравенство $\operatorname{tg} x > 1$.

Ответы

1. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}$.
2. $\pi k - \frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$.
3. $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$.
4. $\pi k + \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$.

V. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{2 \sin x - 1}$.

Ответы

1. $2\pi k + \frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \frac{5}{6}\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$.

2. $2\pi k + \frac{\pi}{6} < x < \frac{5}{6}\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$.

3. $2\pi k + \frac{\pi}{3} \leqslant x \leqslant \frac{2}{3}\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$.

4. $\frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \frac{5}{6}\pi$.

I. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

Ответы

1. $\left\{-\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{-\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{-\frac{\pi}{6}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{-\frac{\pi}{3}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\cos 3x=\frac{1}{2}$.

Ответы

1. $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{\pm\pi+6\pi k \mid k\in Z\}$.
3. $\left\{\pm\frac{\pi}{9}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\pm\frac{\pi}{9}+\frac{2}{3}\pi k \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $\cos\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Ответы

1. $\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{-\frac{3}{2}\pi+6\pi k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

IV. Решите неравенство $\operatorname{tg} x<1$.

Ответы

1. $\pi k<x<\frac{\pi}{4}+\pi k,\quad k\in Z$.
2. $0<x<\frac{\pi}{4}$.
3. $\pi k-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$.
4. $-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}$,

V. Найдите область определения функции
$f(x)=\sqrt{2\cos x-1}$.

Ответы

1. $2\pi k-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant 2\pi k+\frac{\pi}{3},\quad k\in Z$.

2. $2\pi k-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+2\pi k,\quad k\in Z.$

3. $-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{6}.$

4. $x\leqslant\frac{\pi}{6}+2\pi k,\quad k\in Z.$

21—3

I. Решите уравнение $\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1.$

Ответы

1. $\{2\pi k\mid k\in Z\}.$
2. $\left\{\frac{\pi}{3}+2\pi k\mid k\in Z\right\}.$
3. $\left\{\frac{\pi}{3}+\pi k\mid k\in Z\right\}.$
4. $\left\{-\frac{\pi}{3}+2\pi k\mid k\in Z\right\}.$

II. Решите уравнение $\operatorname{tg}4x=\sqrt{3}.$

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}k\mid k\in Z\right\}.$
2. $\left\{\frac{\pi}{12}+\pi k\mid k\in Z\right\}.$
3. $\left\{\frac{3}{4}\pi+3\pi k\mid k\in Z\right\}.$
4. $\left\{\frac{\pi}{18}+\frac{\pi}{3}k\mid k\in Z\right\}.$

III. Решите уравнение $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=1.$

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{18}+2\pi k\mid k\in Z\right\}.$
2. $\left\{\pm\frac{\pi}{18}+2\pi k\mid k\in Z\right\}.$
3. $\left\{\frac{\pi}{18}+\frac{2}{3}\pi k\mid k\in Z\right\}.$
4. $\left\{\frac{\pi}{6}+\frac{2}{3}\pi k\mid k\in Z\right\}.$

IV. Решите неравенство $\operatorname{tg}x<\sqrt{3}.$

Ответы

1. $\pi k+\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{2}+\pi k,\quad k\in Z.$

2. $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{3}$.

3. $\pi k - \frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in Z$.

4. $2\pi k - \frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in Z$.

V. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sin x - \sqrt{3}}}$.

Ответы

1. $\pi k + \frac{\pi}{3} < x < \frac{2}{3}\pi + \pi k, \quad k \in Z$.

2. $2\pi k + \frac{\pi}{3} < x < \frac{2}{3}\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$.

3. $2\pi k + \frac{\pi}{6} \leqslant x \leqslant \frac{5}{6}\pi + 2\pi k, \quad k \in Z$.

4. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2}{3}\pi$.

21—4

I. Решите уравнение $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\left\{-\frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{-\frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
4. $\left\{-\frac{\pi}{3} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ответы

1. $\left\{\pm \frac{5}{4}\pi + 10\pi k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\left\{\pm \frac{\pi}{20} + \frac{2}{5}\pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{20}+\frac{2}{5}\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\pm\frac{\pi}{20}+\frac{\pi}{5}k \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$.

Ответы

1. $\left\{-\frac{\pi}{8}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{-\frac{3}{8}\pi+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{-\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

IV. Решите неравенство $\operatorname{tg} x>\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Ответы

1. $2\pi k+\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}+2\pi k, \quad k\in Z$.

2. $\pi k+\frac{\pi}{3}<x<\frac{\pi}{2}+\pi k, \quad k\in Z$.

3. $\pi k+\frac{\pi}{6}<x<\frac{\pi}{2}+\pi k, \quad k\in Z$.

4. $\pi k-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{6}+\pi k, \quad k\in Z$.

V. Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{2\cos x-\sqrt{2}}$.

Ответы

1. $2\pi k-\frac{\pi}{4}<x<\frac{\pi}{4}+2\pi k, \quad k\in Z$.

2. $2\pi k-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}+2\pi k, \quad k\in Z$.

3. $\pi k-\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{4}+\pi k, \quad k\in Z$.

4. $x\geqslant\frac{\pi}{4}+2\pi k, \quad k\in Z$.

РАБОТА № 22*

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

22—1

I. Решите уравнение $\sin 2x = \sin x$.

Ответы

1. $\left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
4. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\cos 2x = 2\sin^2 x$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{-(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.
4. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $2\cos^2 x = 3\sin x$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.
2. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{3} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.
4. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 3x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{\pi k \mid k\in Z\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$

V. Решите уравнение $\sin 6x=\sin 4x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{5}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{10}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.
3. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{10}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{10}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

22—2

I. Решите уравнение $\sin 2x=\cos x$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\sin 2x=2\sin^2 x$.

Ответы

1. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\pm\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{\pi}{2} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $7\sin^2 x - 5\cos^2 x + 2 = 0$.

Ответы

1. $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$. **2.** $\left\{\frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$. **4.** $\left\{\pm \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} 5x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{8}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$. **2.** $\left\{\frac{\pi}{12}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{4} k \mid k \in Z\right\}$. **4.** $\left\{\frac{\pi}{6} k \mid k \in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $\sin 7x = \sin 3x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{5} k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{10}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

3. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{5}{2}\pi(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

4. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{\pi}{10}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

22—3

I. Решите уравнение $\sin 2x = \operatorname{tg} x$.

Ответы

1. $\left\{\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\pm \frac{3}{4}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\} \cup$

$\cup \left\{\pm \frac{3}{4}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\sin 2x = 2\cos^2 x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2} + \pi k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\left\{\pm \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{2} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$.

Ответы

1. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \frac{5}{6}\pi + 2\pi k \mid \in Z\right\} k$.

4. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\frac{\pi}{3} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x = \operatorname{ctg} x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{4} k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$. 4. $\left\{\frac{\pi}{8}k \mid k\in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $\cos 3x=\cos 5x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{8}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

2. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\{4\pi k \mid k\in Z\}$.

3. $\{\pi k \mid k\in Z\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{4}k \mid k\in Z\right\}$.

22—4

I. Решите уравнение $\sin 2x=2\sin x$.

Ответы

1. $\{2\pi k \mid k\in Z\}$. 2. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\{\pi k \mid k\in Z\}$. 4. $\{(2k+1)\pi \mid k\in Z\}$.

II. Решите уравнение $\sin 2x=\operatorname{ctg} x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\pm\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $4\sin^2 x-4\cos x-1=0$.

Ответы

1. $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\pm\arccos\left(-\frac{3}{2}\right)+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$. **3.** $\left\{\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\pm\frac{2}{3}\pi+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x=\operatorname{tg} 5x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$. **2.** $\left\{\frac{\pi}{8}k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$. **4.** $\left\{\frac{\pi}{16}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $\cos 2x+\cos 6x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{8}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{4}k \mid k\in Z\right\}$. **3.** $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

РАБОТА № 23*

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

23—1

I. Решите уравнение $4\sin^2 x=\sqrt{3}\operatorname{tg} x$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

2. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\{2\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\sin x+\sin 2x+\sin 3x=0$.

Ответы

1. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{2}{3}\pi(3k\pm 1)\mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}(6k\pm 1)\mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{2}{3}\pi(3k\pm 1)\mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{2}{3}\pi(3k\pm 1)\mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $1+\cos x+\sin x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1)\mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{4}(4k-1)\mid k\in Z\right\}$.

2. $\{\pi(2k+1)\mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k-1)\mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}(4k-1)\mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1)\mid k\in Z\right\}\cup\{\pi(4k-1)\mid k\in Z\}$.

IV. Решите уравнение $\sin 3x\cdot\sin 9x=\sin 5x\cdot\sin 7x$.

Ответы

1. $\{\pi k\mid k\in Z\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2}k\mid k\in Z\right\}$.

3. $\{2\pi k\mid k\in Z\}\cup\{4\pi k\mid k\in Z\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{4}k\mid k\in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $5\sin^2 x-3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4}+2\pi k\mid k\in Z\right\}\cup\left\{-\operatorname{arctg}\frac{2}{5}+2\pi k\mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{4}+\pi k\mid k\in Z\right\}\cup\left\{-\operatorname{arctg}\frac{2}{5}+\pi k\mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{4}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$. 4. $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

23—2

I. Решите уравнение $4\cos^2 x=\operatorname{ctg} x$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\cos x+\cos 2x+\cos 3x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{2}{3}\pi(3k\pm 1) \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{2}{3}\pi(3k\pm 1) \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{6}(12k\pm 5 \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{3}(6k\pm 1) \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $1-\cos x+\sin x=0$.

Ответы

1. $\{2\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{2\pi k \mid k\in Z\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}(4k-1) \mid k\in Z\right\}$.
4. $\{2\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k-1) \mid k\in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\sin x \cdot \sin 7x = \sin 3x \cdot \sin 5x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4} k \mid k \in Z\right\}$. **2.** $\{2\pi k \mid k \in Z\}$.

3. $\{\pi k \mid k \in Z\}$. **4.** $\left\{\frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $4\sin^2 x - 5\sin x \cdot \cos x - 6\cos^2 x = 0$.

Ответы

1. $\{-\operatorname{arctg} 2 + \pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\{\operatorname{arctg} 2 + \pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{-\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\{\pm \operatorname{arctg} 2 + \pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{\pm \operatorname{arctg} \left(-\frac{3}{4}\right) + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\{\operatorname{arctg} 2 + 2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{-\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\}$.

23—3

I. Решите уравнение $4\sin^2 x = \sqrt{2} \operatorname{tg} x$.

Ответы

1. $\{\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{(-1)^k \cdot \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.

3. $\{2\pi k \mid k \in Z\} \cup \left\{(-1)^k \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{2} (2k+1) \mid k \in Z\right\} \cup \left\{(-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\cos x + \sin 2x - \cos 3x = 0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k \mid k \in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^{k}\frac{5}{6}\pi+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^{k+1}\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $1-\cos x-\sin x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{2}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.

2. $\{2\pi k \mid k\in Z\}$.

3. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{4}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.

4. $\{2\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.

IV. Решите уравнение $\cos 6x\cdot\cos 12x=\cos 8x\cdot\cos 10x$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4}k \mid k\in Z\right\}$.

2. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

3. $\{4\pi k \mid k\in Z\}$.

4. $\{\pi k \mid k\in Z\}$.

V. Решите уравнение $2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$.

Ответы

1. $\left\{\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\{-\operatorname{arctg}2+\pi k \mid k\in Z\}$.

2. $\left\{\pm\operatorname{arctg}\frac{1}{2}+2\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\{\pm\operatorname{arctg}2+2\pi k \mid k\in Z\}$.

3. $\left\{\pm\frac{\pi}{4}+\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\pm\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

4. $\left\{\frac{\pi}{4}+2\pi k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{-\operatorname{arctg}\frac{2}{3}+2\pi k \mid k\in Z\right\}$.

23—4

I. Решите уравнение $\sqrt{3}\operatorname{ctg} x+4\sin^2 x=4$.

Ответы

1. $\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{\pi k \mid k\in Z\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}$.

II. Решите уравнение $\sin x+\cos 2x-\sin 3x=0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{5}{6}\pi+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{2}k \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{6}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{(-1)^k\frac{\pi}{3}+\pi k \mid k\in Z\right\}$.

III. Решите уравнение $1+\cos x-\sin x=0$.

Ответы

1. $\{\pi(2k+1) \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.
2. $\{\pi(2k+1) \mid k\in Z\}\cup\left\{\frac{\pi}{2}(4k-1) \mid k\in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k\in Z\right\}\cup\left\{\frac{\pi}{8}(4k+1) \mid k\in Z\right\}$.
4. $\{\pi(2k+1) \mid k\in Z\}\cup\{\pi(4k+1) \mid k\in Z\}$.

IV. Решите уравнение $\sin 5x \cdot \sin 4x + \cos 6x \cdot \cos 3x = 0$.

Ответы

1. $\{\pi k \mid k \in Z\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\}$.
3. $\left\{\frac{\pi}{2}(2k+1) \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.
4. $\left\{\frac{\pi}{2} k \mid k \in Z\right\} \cup \left\{\frac{\pi}{4}(2k+1) \mid k \in Z\right\}$.

V. Решите уравнение $\sin^2 x - 4\sin x \cdot \cos x + 3\cos^2 x = 0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{\pi}{4} + 2\pi k \mid k \in Z\right\} \cup \{\operatorname{arctg} 3 + 2\pi k \mid k \in Z\}$.
2. $\left\{\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\} \cup \{\operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.
3. $\left\{\pm \frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\} \cup \{\pm \operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.
4. $\left\{-\frac{\pi}{4} + \pi k \mid k \in Z\right\} \cup \{-\operatorname{arctg} 3 + \pi k \mid k \in Z\}$.

РАБОТА № 24

ПЕРВООБРАЗНАЯ

24—1

I. Установите, для какой из функций f_1, f_2, f_3 и f_4 функция F является первообразной на промежутке $]-\infty; \infty[$, если $f_1(x) = \sin 3x$, $f_2(x) = -\sin 3x - \sin \pi$, $f_3(x) = 3\sin 3x$, $f_4(x) = -3\sin 3x$, $F(x) = \cos 3x - \cos \pi$ (все функции заданы на $\boldsymbol{R}$).

Ответы

1. f_1. 2. f_2. 3. f_3. 4. f_4.

II. Установите, какие из данных функций F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6 являются первообразными для функции f на $\boldsymbol{R}$, если $F_1(x) = x^5$, $F_2(x) = \frac{x^5}{5}$, $F_3(x) = 4x^3$, $F_4(x) = \frac{x^5}{5} + 3$, $F_5(x) = 4x^3 + 4$, $F_6(x) = x^5 + 5$, $f(x) = x^4$.

Ответы

1. F_2, F_4. 2. F_1, F_2. 3. F_3, F_5. 4. F_1, F_6.

III. Для функции f найдите первообразную F на промежутке $]-\infty;\ \infty[$, график которой проходит через точку $M(-1;\ 3)$, если $f(x)=x^2$.

Ответы

1. $F(x)=\frac{x^3}{3}$. 2. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{10}{3}$.

3. $F(x)=x^3+\frac{5}{3}$. 4. $F(x)=2x-\frac{2}{3}$.

IV. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=3x^4-\frac{3}{x^2}+\sqrt[3]{x}+1$, $x\in]0;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=12x^3+\frac{6}{x^3}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

2. $F(x)=\frac{3}{5}x^5-\frac{9}{x^3}+x\sqrt[3]{x}+C$.

3. $F(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{3}{x}+\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}+x+C$.

4. $F(x)=\frac{3}{5}x^5+\frac{4}{3}x\sqrt[3]{x}$.

V. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=(3-5x)^9$, $x\in]-\infty;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=\frac{(3-5x)^{10}}{10}+C$. 2. $F(x)=\frac{(3-5x)^{10}}{-50}+C$.

3. $F(x)=\frac{(3-5x)^{10}}{-50}$. 4. $F(x)=-45(3-5x)^8+C$.

24—2

I. Установите, для какой из функций f_1, f_2, f_3, f_4 функция F является первообразной на промежутке

$]-\frac{1}{3};\ \infty[$, если $f_1(x)=\frac{1}{2\sqrt{3x+1}}$, $f_2(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$, $f_3(x)=\frac{3}{\sqrt{3x+1}}$, $f_4(x)=\frac{1}{\sqrt{3x+1}}$, $F(x)=\sqrt{3x+1}$.

Ответы

1. f_1. 2. f_2. 3. f_3. 4. f_4.

II. Установите, какая из данных функций F_1, F_2, F_3, F_4 является первообразной для функции f на $\boldsymbol{R}$, если $F_1(x)=\sin 5x$, $F_2(x)=5\sin 5x$, $F_3(x)=\frac{\sin 5x}{5}$, $F_4(x)=-\frac{\sin 5x}{5}$, $f(x)=\cos 5x$.

Ответы

1. F_1. 2. F_2. 3. F_3. 4. F_4.

III. Для функции f найдите первообразную F на промежутке $]-\infty;\ \infty[$, график которой проходит через точку $M\left(-1;\ \frac{4}{5}\right)$, если $f(x)=x^4$.

Ответы

1. $F(x)=\frac{x^5}{5}+1$. 2. $F(x)=4x^3+4\frac{4}{5}$.

3. $F(x)=\frac{x^5}{5}+\frac{4}{5}$. 4. $F(x)=x^5+\frac{9}{5}$.

IV. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=2x^2+\frac{3}{x^4}+\sqrt{x}+2$, $x\in]0;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=4x+\frac{12}{x^5}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

2. $F(x)=\frac{2}{3}x^3-\frac{15}{x^5}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+C$.

3. $F(x)=\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{x^3}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+2x$.

4. $F(x)=\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{x^3}+\frac{2}{3}x\sqrt{x}+2x+C$.

V. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=(3x-2)^3$, $x\in]-\infty;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=9(3x-2)^2+C$. 2. $F(x)=\frac{(3x-2)^4}{4}+C$.

3. $F(x)=\frac{(3x-2)^4}{12}+C$. 4. $F(x)=\frac{(3x-2)^4}{12}$.

24—3

I. Установите, для какой из функций f_1, f_2, f_3, f_4 функция F является первообразной на промежутке $]-\infty;\ \infty[$, если $f_1(x)=\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}$, $f_2(x)=\cos\frac{x}{2}$, $f_3(x)=\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$, $f_4(x)=-\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$, $F(x)=\sin\frac{x}{2}+\sqrt{3}$.

Ответы

1. f_1. 2. f_2. 3. f_3. 4. f_4.

II. Установите, какая из функций F_1, F_2, F_3, F_4 является первообразной для функции f на промежутке $]0;\ \infty[$, если $F_1(x)=-\frac{1}{x}$, $F_2(x)=\frac{1}{x}$, $F_3(x)=\frac{2}{x^3}$, $F_4(x)=\frac{1}{2x}$, $f(x)=\frac{1}{x^2}$.

Ответы

1. F_1. 2. F_2. 3. F_3. 4. F_4.

III. Для функции f найдите первообразную F на промежутке $]0;\ \infty[$, график которой проходит через точку $M(4;\ 5)$, если $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Ответы

1. $F(x)=\sqrt{x}+3$. 2. $F(x)=2\sqrt{x}+1$.

3. $F(x)=2\sqrt{x}+3$. 4. $F(x)=\sqrt{x}+5$.

IV. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=3x^5+\frac{3}{x^3}+\sqrt[4]{x}+3$, $x\in\,]0;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=15x^4-\frac{9}{x^4}+\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$.

2. $F(x)=\frac{1}{2}x^6+\frac{12}{x^4}+\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x}+C$.

3. $F(x)=\frac{1}{2}x^6-\frac{3}{2x^2}+\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x}+3x$.

4. $F(x)=\frac{1}{2}x^6-\frac{3}{2x^2}+\frac{4}{5}x\sqrt[4]{x}+3x+C$.

V. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=3\cos\frac{x}{2}$, $x\in\,]-\infty;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=-6\sin\frac{x}{2}+C$.
2. $F(x)=6\sin\frac{x}{2}+C$.
3. $F(x)=3\sin\frac{x}{2}+C$.
4. $F(x)=6\sin\frac{x}{2}$.

24—4

I. Установите, для какой из данных функций f_1, f_2 f_3, f_4 функция F является первообразной на промежутке $\left]-\frac{\pi}{8};\ \frac{\pi}{8}\right[$, если $f_1(x)=\frac{4}{\cos^2 4x}$, $f_2(x)=\frac{1}{\cos^2 4x}$, $f_3(x)=-\frac{4}{\cos^2 4x}$, $f_4(x)=-\frac{4}{\sin^2 4x}$, $F(x)=\operatorname{tg} 4x$.

Ответы

1. f_1.
2. f_2.
3. f_3.
4. f_4.

II. Установите, какие из функций F_1, F_2, F_3, F_4 являются первообразными для функции f на $\boldsymbol{R}$, если $F_1(x)=\cos 2x$, $F_2(x)=2\cos 2x$, $F_3(x)=-\frac{\cos 2x}{2}$, $F_4(x)=-2\cos 2x$, $f(x)=\sin 2x$.

Ответы

1. F_1. 2. F_2. 3. F_3. 4. F_4.

III. Для функции f найдите первообразную F на промежутке $]-\infty;\ \infty[$, график которой проходит через точку $M\left(1;\ \frac{5}{4}\right)$, если $f(x)=x^3$.

Ответы

1. $F(x)=3x^2-\frac{7}{4}$. 2. $F(x)=\frac{x^4}{4}+1$.

3. $F(x)=\frac{x^4}{4}+\frac{5}{4}$. 4. $F(x)=4x^4-\frac{11}{4}$.

IV. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=\frac{x}{2}+\frac{3}{x^2}+\sqrt[3]{x}+2,\ x\in\,]0;\ \infty[$.

Ответы

1. $F(x)=\frac{1}{2}-\frac{6}{x^3}+\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

2. $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3}{x}+\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}+C$.

3. $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3}{x}+\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}+2x+C$.

4. $F(x)=\frac{x^2}{4}-\frac{3}{x}+\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x}+2x$.

V. Найдите множество первообразных для функции f, если $f(x)=\frac{1}{(5-3x)^2},\quad x\in\left]\frac{5}{3};\ \infty\right[$.

Ответы

1. $F(x)=-\frac{6}{5-3x}+C$. 2. $F(x)=\frac{1}{3(5-3x)}+C$.

3. $F(x)=\frac{1}{3(5-3x)}$. 4. $F(x)=\frac{6}{5-3x}+C$.

РАБОТА № 25

ПЛОЩАДЬ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАПЕЦИИ

25—1

I. Укажите, какие фигуры на рис. 105 являются криволинейными трапециями.

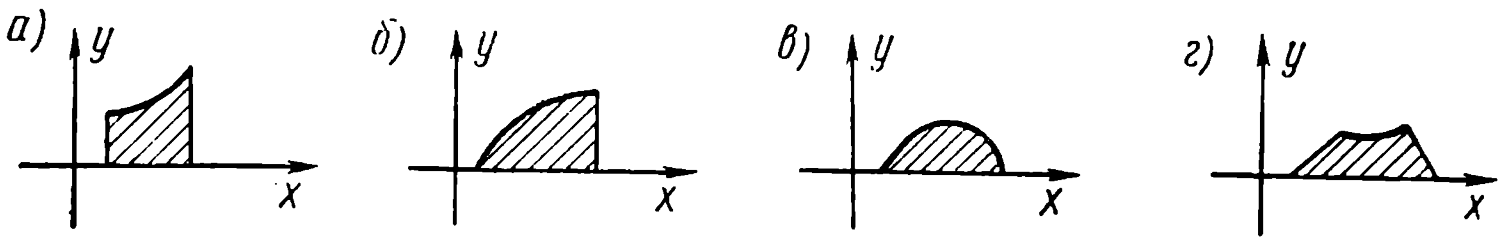


Рис. 105

Ответы

1. а, б, в. 2. а. 3. г. 4. а, г.

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=9-x^2$, $y=0$.

Ответы

1. 54. 2. 18. 3. 36. 4. 30.

III. Выразите площадь заштрихованной фигуры (рис. 106) через площади криволинейных трапеций.

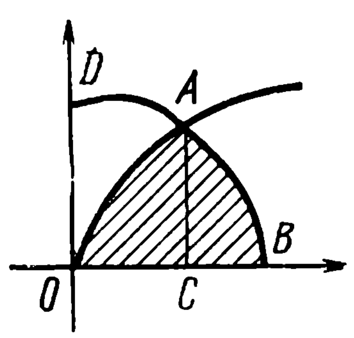


Рис. 106

Ответы

1. $S_{ODB}-S_{ODA}$. 2. $S_{OAC}+S_{CAB}$.

3. $S_{ODAC}+S_{CAB}-S_{ODA}$.

4. $S_{ODAC}+S_{ACB}$.

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x+y=6$, $y=0$.

Ответы

1. $20\frac{5}{6}$. 2. $7\frac{1}{3}$. 3. $9\frac{1}{3}$. 4. $10\frac{2}{3}$.

V. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$, $y=x$.

Ответы

1. $\frac{5}{6}$. 2. $\frac{1}{6}$. 3. $\frac{2}{3}$. 4. $\frac{1}{2}$.

25—2

I. Какие фигуры на рис. 107 являются криволинейными трапециями?

Ответы

1. а, б, г. 2. а, в, г. 3. в, г. 4. б, г.

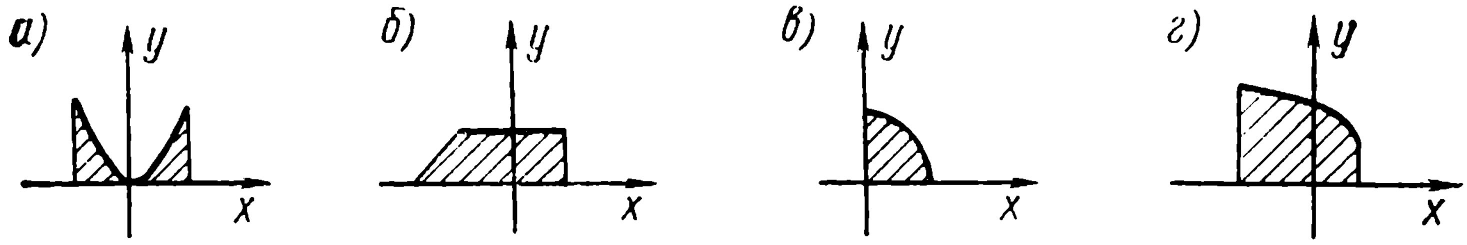


Рис. 107

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sqrt{x}$, $x=1$, $x=4$, $y=0$.

Ответы

1. $-\frac{1}{4}$. 2. $4\frac{2}{3}$. 3. $-4\frac{2}{3}$. 4. $5\frac{1}{3}$.

III. Выразите площадь заштрихованной фигуры (рис. 108) через площади криволинейных трапеций.

Ответы

1. $S_{ACE}-S_{ABOCE}$. 2. $S_{OBF}+S_{OFC}$.

3. $S_{ACE}-S_{ABO}-S_{OCE}$. 4. $S_{DBCE}-S_{DBOCE}$.

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$y=4-x^2,\ y=x+2,\ y=0.$$

Ответы

1. 4,5. 2. $8\frac{2}{3}$.

3. $6\frac{1}{6}$. 4. $5\frac{1}{3}$.

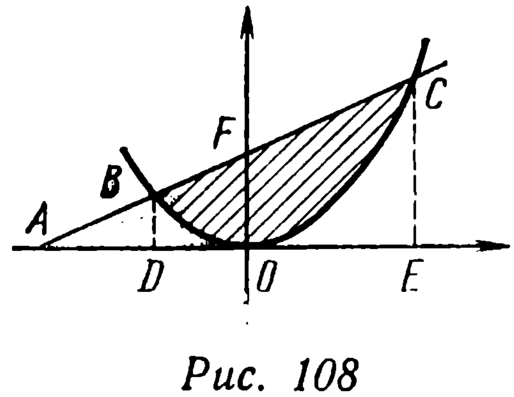


Рис. 108

V. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $x+y=6$.

Ответы

1. $20\frac{5}{6}$. 2. $10\frac{2}{3}$. 3. $8\frac{1}{3}$. 4. $15\frac{2}{3}$.

25—3

I. Какие фигуры на рис. 109 являются криволинейными трапециями?

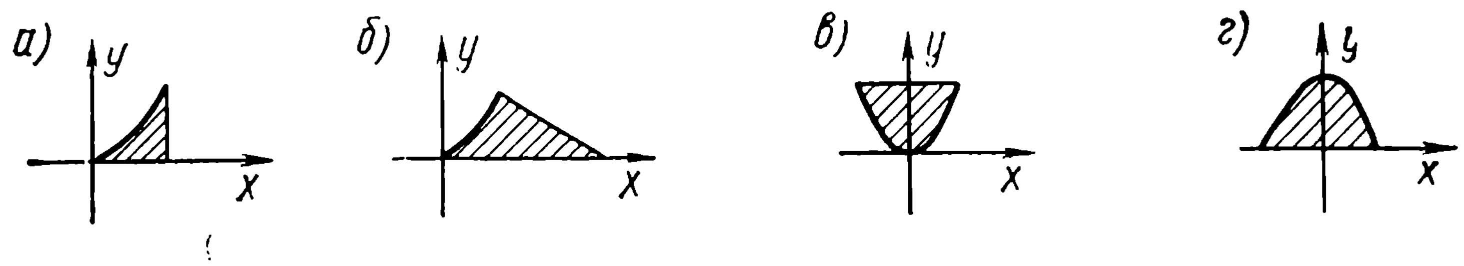


Рис. 109

Ответы

1. а, в, г. 2. а, б, г. 3. а, в, г. 4. а, г.

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin x$, $x=0$, $x=\pi$, $y=0$.

Ответы

1. 2. 2. -2. 3. 0. 4. 1.

III. Выразите площадь заштрихованной фигуры (рис. 110) через площади криволинейных трапеций.

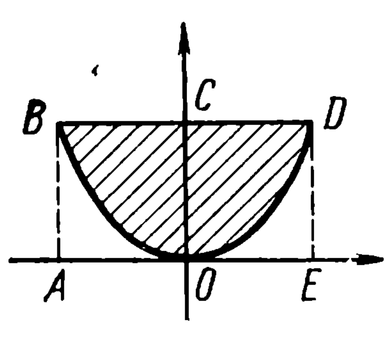


Рис. 110

Ответы

1. $S_{BOC}+S_{OCD}$.
2. S_{OBD}.
3. $S_{ABDE}-S_{ABODE}$.
4. $S_{ABDE}-S_{OBD}$.

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=9-x^2$, $2y-5x=0$, $y=0$ при $x>0$.

Ответы

1. $12\frac{1}{3}$. 2. $7\frac{2}{3}$. 3. $10\frac{1}{3}$. 4. $7\frac{1}{3}$.

V. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{1}{x^2}$, $y=x^2$, $x=2$.

Ответы

1. $2\frac{5}{6}$. 2. $3\frac{1}{6}$. 3. $4\frac{2}{3}$. 4. $1\frac{5}{6}$.

25—4

I. Какие фигуры на рис. 111 являются криволинейными трапециями?

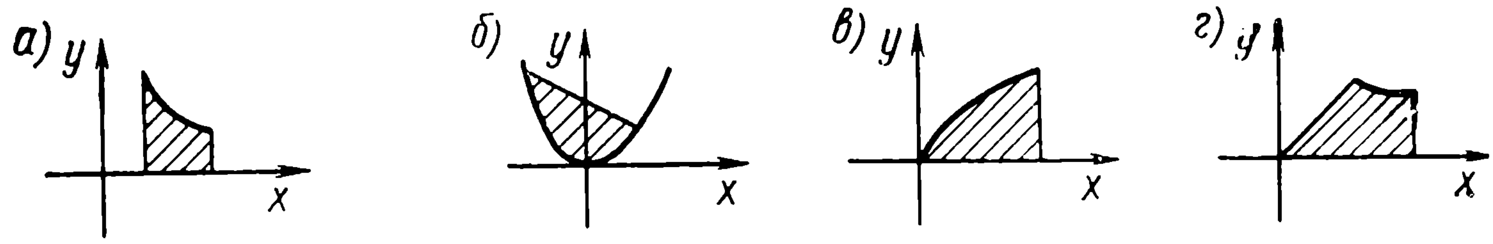


Рис. 111

Ответы

1. а, в, г. 2. а, б, в. 3. а, в. 4. в, г.

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+1$, $x=-2$, $x=2$, $y=0$.

Ответы

1. $9\frac{1}{3}$. 2. $4\frac{2}{3}$. 3. $-9\frac{1}{3}$

4. $8\frac{2}{3}$.

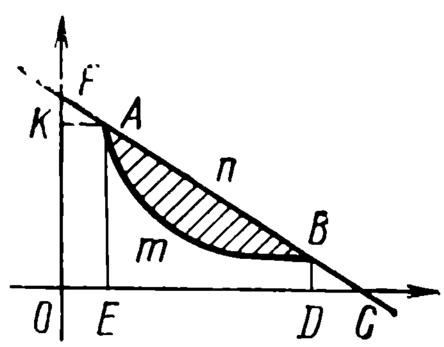


Рис. 112

III. Выразите площадь заштрихованной фигуры (рис. 112) через площади криволинейных трапеций.

Ответы

1. $S_{OFC}-S_{OFAmBC}$. 2. $S_{EAnBD}-S_{EAmBD}$.

3. $S_{OKAnBD}-S_{OKAmBD}$. 4. $S_{EAC}-S_{EAmBC}$.

IV. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=x$, $y=\frac{1}{x^2}$, $y=0$, $x=3$.

Ответы

1. $3\frac{1}{3}$. **2.** $1\frac{2}{3}$. **3.** $1\frac{1}{6}$. **4.** $2\frac{1}{3}$.

V. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=2-x^2$.

Ответы

1. $1\frac{1}{3}$. **2.** $3\frac{1}{3}$. **3.** $4\frac{1}{3}$. **4.** $2\frac{2}{3}$.

РАБОТА № 26

ИНТЕГРАЛ

26—1

I. Вычислите интеграл $\int_1^2\left(\frac{x^2}{2}-\frac{2}{x^3}\right)dx$.

Ответы

1. $\frac{23}{12}$. **2.** $\frac{5}{12}$. **3.** $-\frac{5}{12}$. **4.** $-\frac{23}{12}$.

II. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{3}} 3\sin 3x\,dx$.

Ответы

1. 2. **2.** 0. **3.** 1. **4.** -2.

III. Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{\cos^2 3x}$.

Ответы

1. 1. **2.** -1. **3.** $-\frac{1}{3}$. **4.** $\frac{1}{3}$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\cos 2x$, $y=0$, $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$.

Ответы

1. $-\frac{1}{2}$. 2. 1. 3. $\frac{1}{2}$. 4. -1.

V. Вычислите путь, пройденный точкой за промежуток времени от $t_1=0$ до $t_2=4$, если зависимость скорости тела v от времени t описывается уравнением $v(t)=3t^2-2t$. (Время измеряется в секундах, скорость — в см/с.)

Ответы

1. 46 см. 2. 48 см. 3. 40 см. 4. 38 см.

26—2

I. Вычислите интеграл $\int_1^4 \left(3\sqrt{x}-\frac{x}{2}\right)dx$.

Ответы

1. $10\frac{1}{4}$. 2. $-10\frac{1}{4}$. 3. $9\frac{3}{4}$. 4. $27\frac{3}{4}$.

II. Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 3\cos 2x\,dx$.

Ответы

1. 1,5. 2. $-1,5$. 3. 0 4. 3.

III. Вычислите интеграл $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 2x}$.

Ответы

1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. 3. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$. 4. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin 3x$, $y=0$, $x=\frac{\pi}{6}$, $x=\frac{\pi}{3}$.

Ответы

1. $-\frac{1}{3}$. **2.** $\frac{1}{3}$. **3.** 1. **4.** -1.

V. Точка движется с ускорением, меняющимся по закону $a=3t^2-4t+2$. В момент времени $t_0=1$ с точка имела скорость $v_0=5$ см/с. Вычислите скорость движения точки в момент $t=3$ с.

Ответы

1. 20 см/с. **2.** 14 см/с. **3.** 19 см/с. **4.** 18 см/с.

26—3

I. Вычислите интеграл $\int\limits_1^8 \left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{3}x\right)dx$.

Ответы

1. $9\frac{3}{4}$. **2.** $-21\frac{1}{3}$. **3.** $-9\frac{3}{4}$. **4.** $21\frac{1}{3}$.

II. Вычислите интеграл $\int\limits_0^\pi 6\sin\frac{x}{3}\,dx$.

Ответы

1. 9. **2.** -9. **3.** $-9\sqrt{3}$. **4.** $9(\sqrt{3}-2)$.

III. Вычислите интеграл $\int\limits_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$.

Ответы

1. -1. **2.** 1. **3.** 12,4. **4.** $-12,4$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\cos\frac{x}{3}$, $y=0$, $x=\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{3}{2}\pi$.

Ответы

1. $-1{,}5$. 2. $\frac{3}{2}(2-\sqrt{3})$. 3. 3. 4. 1,5.

V. Точка движется с ускорением, меняющимся по закону $a=2t$. В момент времени $t_0=1$ точка имела скорость $v_0=2$ и координату $x_0=3$. Найдите координату точки как функцию времени.

Ответы

1. $x(t)=3+t+\frac{t^3}{3}$. 2. $x(t)=1\frac{2}{3}+t+\frac{t^3}{3}$.

3. $x(t)=t+\frac{t^3}{3}-1\frac{1}{3}$. 4. $x(t)=1\frac{2}{3}-t+\frac{t^3}{3}$.

26—4

I. Вычислите интеграл $\int\limits_1^2\left(\frac{2}{x^2}-4x+1\right)dx$.

Ответы

1. -5. 2. 4. 3. -8. 4. -4.

II. Вычислите интеграл $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos\frac{2x}{3}dx$.

Ответы

1. 0. 2. -6. 3. $3(\sqrt{3}-1)$. 4. $-3(\sqrt{3}+1)$.

III. Вычислите интеграл $\int\limits_1^8\frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$.

Ответы

1. 4,5. 2. $-4{,}5$. 3. 3. 4. -3.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin\frac{x}{2}$, $y=0$, $x=\frac{2}{3}\pi$, $x=\pi$.

Ответы

1. -1. 2. 1. 3. $\frac{1}{2}$. 4. 3.

V. Вычислите путь, пройденный точкой за промежуток времени от $t_1=1$ до $t_2=3$, если зависимость скорости тела v от времени t описывается уравнением $v(t)=2t-2$. (Время измеряется в секундах, скорость — в см/с.)

Ответы

1. 3 см. 2. 2 см. 3. 4 см. 4. 5 см.

РАБОТА № 27

ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ; СВОЙСТВА, ГРАФИК, ПРОИЗВОДНАЯ

27—1

I. График функции $y=a^x$ проходит через точку $M(1; 3)$. а) Найдите основание a. б) Определите, что больше: $a^{0,37}$ или $a^{0,38}$. в) Сравните числа $a^{-0,01}$ и 1. (При ответах на б) и в) используйте график функции $y=a^x$.)

Ответы

1. а) 3; б) $a^{0,38}>a^{0,37}$; в) $a^{-0,01}<1$.

2. а) $\frac{1}{3}$; б) $a^{0,38}<a^{0,37}$; в) $a^{-0,01}>1$.

3. а) 3; б) $a^{0,38}>a^{0,37}$; в) $a^{-0,01}>1$.

4. а) $\frac{1}{3}$; б) $a^{0,38}<a^{0,37}$; в) $a^{-0,01}<1$.

II. Решите неравенство $0,3^x<0,09^{x^2}$.

Ответы

1. $]-\infty; 0[\cup]\frac{1}{2}; \infty[$. 2. $]0; \infty[$.

3. $]0; \frac{1}{2}[$. 4. $]-\infty; \frac{1}{2}[$.

III. Решите уравнение $0{,}125\cdot 4^{2x-3}=\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}$.

Ответы

1. $\{4\}$. 2. $\{6\}$. 3. $\left\{\frac{1}{6}\right\}$. 4. $\{8\}$.

IV. Найдите производную функции $y=e^{-\cos 3x}$.

Ответы

1. $e^{-\cos 3x}$. 2. $e^{3\sin 3x}$.
3. $-\cos 3x\cdot e^{-\cos 3x-1}$. 4. $3\sin 3x\cdot e^{-\cos 3x}$.

V. Найдите уравнение касательной к графику функции в точке $A\left(-2;\ \frac{1}{e^2}\right)$, если $f(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Ответы

1. $e^2y+2x+3=0$. 2. $e^2y-2x-5=0$.
3. $e^2y-x-3=0$. 4. $e^2y+x+3=0$.

27—2

I. График функции $y=a^x$ проходит через точку $A\left(2;\ \frac{4}{9}\right)$. а) Найдите основание a. б) Определите, что больше: $a^{1,5}$ или $a^{1,3}$. в) Сравните числа $a^{-0,3}$ и 1. (При ответах на б) и в) используйте график функции $y=a^x$.)

Ответы

1. а) $\pm\frac{2}{3}$; б) $a^{1,5}>a^{1,3}$; в) $a^{-0,3}>1$.
2. $\frac{2}{3}$; б) $a^{1,5}<a^{1,3}$; в) $a^{-0,3}<1$.
3. а) $\frac{2}{3}$; б) $a^{1,5}<a^{1,3}$; в) $a^{-0,3}>1$.
4. а) $\frac{2}{3}$; б) $a^{1,5}>a^{1,3}$; в) $a^{-0,3}<1$.

II. Решите неравенство $5^{x^2-2x}<125$.

Ответы

1. $]-1;\ 3[$. 2. $]-\infty;\ -1[\cup]3;\ \infty[$.

3. $]-\infty;\ 3[$. 4. $]-1;\ \infty[$.

III. Решите уравнение $81^{\sqrt{x}}-4\cdot 9^{\sqrt{x}}+3=0$.

Ответы

1. $\{0\}$. 2. $\left\{\frac{1}{4}\right\}$. 3. $\left\{0;\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$. 4. $\left\{0;\ \frac{1}{4}\right\}$.

IV. Найдите производную функции $y=2^{\sqrt{x}}$.

Ответы

1. $2^{\sqrt{x}}\cdot\ln 2$. 2. $\frac{2^{\sqrt{x}}\cdot\ln 2}{2\sqrt{x}}$.

3. $\sqrt{x}\cdot 2^{\sqrt{x}-1}$. 4. $\frac{2^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$.

V. Найдите уравнение касательной к графику функции $y=3^x$ в точке $(0;\ 1)$.

Ответы

1. $y=x\ln 3+1$. 2. $y=x+1$.

3. $y=x\ln 3-1$. 4. $y=x-1$.

27—3

I. График функции $y=a^x$ проходит через точку M $(2;\ 4)$. а) Найдите основание a. б) Определите, что больше: $a^{-0,7}$ или $a^{-0,6}$. в) Сравните числа $a^{-0,2}$ и 1. (При ответах на б) и в) используйте график функции $y=a^x$.)

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) $a^{-0,7}>a^{-0,6}$; в) $a^{-0,2}>1$.

2. а) 2; б) $a^{-0,7}<a^{-0,6}$; в) $a^{-0,2}<1$.

3. а) ± 2; б) $a^{-0,7} > a^{-0,6}$; в) $a^{-0,2} < 1$.

4. а) 2; б) $a^{-0,7} > a^{-0,6}$; в) $a^{-0,2} > 1$.

II. Решите неравенство $4^{x^2-3x+2} > 1$.

Ответы

1. $]2; \infty[$. 2. $]-\infty; 1[$.

3. $]-\infty; 1[\cup]2; \infty[$. 4. $]1; 2[$.

III. Решите уравнение $3 \cdot 64^x - 7 \cdot 8^x - 20 = 0$.

Ответы

1. $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. 2. $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. 3. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. 4. $\{2\}$.

IV. Найдите производную функции $y = e^{-3x} \cdot \cos 2x$.

Ответы

1. $-6e^{-3x} \cdot \sin 2x$.
2. $e^{-3x} \cdot \cos 2x - e^{-3x} \cdot \sin 2x$.
3. $-3xe^{-3x-1} \cdot \cos 2x + 2e^{-3x} \cdot \sin 2x$.
4. $-3e^{-3x} \cdot \cos 2x - 2e^{-3x} \cdot \sin 2x$.

V. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = e^{-2x}$ в точке $(0; 1)$.

Ответы

1. $y = 2x + 1$. 2. $y = -2x + 1$.

3. $y = x + 1$. 4. $y = -x + 1$.

27—4

I. График функции $y = a^x$ проходит через точку M (3; 8). а) Найдите основание a. б) Определите, что больше: $a^{2,1}$ или $a^{2,3}$. в) Сравните числа $a^{-0,2}$ и 1.
(При ответах на б) и в) используйте график функции $y = a^x$.)

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) $a^{2,1} > a^{2,3}$; в) $a^{-0,2} > 1$.
2. а) 2; б) $a^{2,1} < a^{2,3}$; в) $a^{-0,2} > 1$.
3. а) 2; б) $a^{2,1} > a^{2,3}$; в) $a^{-0,2} > 1$.
4. а) 2; б) $a^{2,1} < a^{2,3}$; в) $a^{-0,2} < 1$.

II. Решите неравенство $0{,}5^{x^2-1} < 2^{x-1}$.

Ответы

1. $]-2;\ 1[$. 2. $]-\infty;\ -2[\cup]1;\ \infty[$.
3. $]-1;\ 2[$. 4. $]-\infty;\ -1[\cup]2;\ \infty[$.

III. Решите уравнение $0{,}6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3$.

Ответы

1. $\left\{-3;\ \frac{5}{2}\right\}$. 2. $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$. 3. $\left\{3;\ -\frac{5}{2}\right\}$. 4. $\{3\}$.

IV. Найдите производную функции $y = \frac{e^{2x}}{x^2+1}$.

Ответы

1. $\frac{2e^{2x}\cdot(x^2-x+1)}{(x^2+1)^2}$. 2. $\frac{e^{2x}}{x}$.
3. $\frac{e^{2x}\cdot(x-1)^2}{(x^2+1)^2}$. 4. $\frac{2e^{2x}\cdot(x-x^2-1)}{(x^2+1)^2}$.

V. Найдите уравнение касательной к графику функции $y = 3e^{-\frac{x}{2}}$ в точке $(0;\ 3)$.

Ответы

1. $y = -\frac{3}{2}x + 1$. 2. $y = -6x + 1$.
3. $y = -\frac{3}{2}x + 3$. 4. $y = 3x + 3$.

РАБОТА № 28

ПЕРВООБРАЗНАЯ И ИНТЕГРАЛ ОТ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

28—1

I. Найдите множество первообразных для функции $y=2^{3x+2}$.

Ответы

1. $\frac{2^{3x+2}}{3\ln 2}$ 2. $\frac{2^{3x+2}}{\ln 2}$.

3. $\frac{3\cdot 2^{3x+2}}{\ln 2}+C$. 4. $\frac{2^{3x+2}}{3\ln 2}+C$.

II. Для функции f, заданной формулой $f(x)=e^{3x}$, найдите первообразную, график которой проходит через точку M $(0;\ 1)$.

Ответы

1. $\frac{1}{3}(e^{3x}+2)$. 2. $\frac{1}{3}e^{3x}$.

3. $\frac{1}{3}(e^{3x}-2)$. 4. $\frac{1}{3}e^{3x}-2$.

III. Вычислите $\int\limits_0^1 (5^{\frac{x}{2}}-e^{-3x})\,dx$.

Ответы

1. $\frac{2\sqrt{5}}{\ln 5}+\frac{1}{3e^3}$. 2. $\frac{2(\sqrt{5}-1)}{\ln 5}+\frac{1-e^3}{3e^3}$.

3. $\frac{2(1-\sqrt{5})}{\ln 5}+\frac{e^3-1}{3e^3}$. 4. $\frac{\sqrt{5}-1}{2\ln 5}+3(e^3-1)$.

IV. Найдите площадь фигуры, границы которой заданы уравнениями $y=e^x$, $y=2e^{-x}$, $x=2$.

Ответы

1. $e^2-2e^{-2}-3$. 2. $e^2+2e^{-2}+3$.

3. $e^2+2e^{-2}-3$. 4. $e^2-2e^{-2}+3$.

V. Найдите функцию f, если $f'(x)=e^{1-\frac{x}{2}}$ и $f(2)=-3$.

Ответы

1. $-2e^{1-\frac{x}{2}}$. 2. $-2e^{1-\frac{x}{2}}-1$.

3. $e^{1-\frac{x}{2}}-4$. 4. $\frac{-e^{1-\frac{x}{2}}-5}{2}$.

28—2

I. Найдите множество первообразных для функции $y=3^{4-2x}$.

Ответы

1. $\frac{3^{4-2x}}{-2\ln 3}$. 2. $\frac{3^{4-2x}}{-2\ln 3}+C$.

3. $\frac{3^{4-2x}}{\ln 3}+C$. 4. $\frac{-2\cdot 3^{4-2x}}{\ln 3}+C$.

II. Для функции f, заданной формулой $f(x)=e^{-2x}$, найдите первообразную, график которой проходит через точку M (0; 2).

Ответы

1. $-\frac{1}{2}e^{-2x}$. 2. $-\frac{1}{2}(e^{-2x}+5)$.

3. $\frac{1}{2}(5-e^{-2x})$. 4. $\frac{1}{2}(e^{2x}+5)$.

III. Вычислите $\int\limits_0^1 (e^{2x}-3^x)\,dx$.

Ответы

1. $\frac{e^2-1}{2}-\frac{2}{\ln 3}$. 2. $\frac{e^2}{2}-\frac{3}{\ln 3}$.

3. $\frac{1-e^2}{2}+\frac{2}{\ln 3}$. 4. $1-e^2+\frac{2}{\ln 3}$.

IV. Найдите площадь фигуры, границы которой заданы уравнениями $y=e^x$, $y=e$, $x=0$.

Ответы

1. e. 2. $e-1$. 3. $e+1$. 4. 1.

V. Найдите функцию f, если $f'(x)=e^{2-3x}$ и $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{3}$.

Ответы

1. $-\frac{1}{3}e^{2-3x}+\frac{5}{3}$. 2. $-\frac{1}{3}e^{2-3x}+2$.

3. $e^{2-3x}+\frac{2}{3}$. 4. $-\frac{1}{3}e^{2-3x}$.

28—3

I. Найдите множество первообразных для функции $y=10^{3x+2}$.

Ответы

1. $\frac{10^{3x+2}}{3\ln 10}$. 2. $\frac{10^{3x+2}}{3}$.

3. $\frac{10^{3x+2}}{3\ln 10}+C$. 4. $\frac{3\cdot 10^{3x+2}}{\ln 10}+C$.

II. Для функции f, заданной формулой $f(x)=e^{4x}$, найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(0;\ \frac{3}{4}\right)$.

Ответы

1. $\frac{1}{4}e^{4x}$. 2. $\frac{1}{4}(e^{4x}+2)$.

3. $\frac{1}{4}(e^{4x}-2)$. 4. $\frac{1}{4}(e^{4x}-13)$.

III. Вычислите $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{e^{3x}}+2^x\right)dx$.

Ответы

1. $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{e^3}\right)+\frac{1}{\ln 2}$. 2. $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{e^3}\right)$.

3. $\frac{1}{-3e^3}+\frac{2}{\ln 2}$. 4. $\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{e^3}\right)+2$.

IV. Найдите площадь фигуры, границы которой заданы уравнениями $y=e^{-x}$, $y=e$, $x=0$.

Ответы

1. $e-1$. 2. $e+1$. 3. 1. 4. e.

V. Найдите функцию f, если $f'(x)=e^{4-2x}$ и $f(2)=\frac{5}{2}$.

Ответы

1. $-\frac{1}{2}e^{4-2x}$. 2. $-\frac{1}{2}e^{4-2x}+2$.

3. $e^{4-2x}+\frac{3}{2}$. 4. $-\frac{1}{2}e^{4-2x}+3$.

28—4

I. Найдите множество первообразных для функции $y=\frac{5}{2^{3x}}$.

Ответы

1. $\frac{5}{-3\ln 2\cdot 2^{3x}}+C$. 2. $\frac{5}{-3\ln 2\cdot 2^{3x}}$.

3. $\frac{5}{\ln 2\cdot 2^{3x}}+C$. 4. $\frac{-15}{2^{3x}}+C$.

II. Для функции f, заданной формулой $f(x)=e^{5x}$, найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(0;\ \frac{4}{5}\right)$.

Ответы

1. $\frac{1}{5}(e^{5x}+3)$. 2. $\frac{1}{5}e^{5x}$.

3. $\frac{1}{5}(e^{5x}-4)$. 4. $\frac{1}{5}(e^{5x}+4)$.

III. Вычислите $\int\limits_0^1 (e^{4x}-5^x)\,dx$.

Ответы

1. $\frac{e^4}{4}-\frac{5}{\ln 5}$. 2. $\frac{e^4-1}{4}-\frac{4}{\ln 5}$.

3. $e^4-1-\frac{4}{\ln 5}$. 4. $\frac{4}{\ln 5}+\frac{1-e^4}{4}$.

IV. Найдите площадь фигуры, границы которой заданы уравнениями $y=e^x$, $x=1$, $y=1$.

Ответы

1. e. 2. $e-1$. 3. $e-2$. 4. 1.

V. Найдите функцию f, если $f'(x)=e^{2x-6}$ и $f(3)=\frac{3}{2}$.

Ответы

1. $\frac{1}{2}e^{2x-6}$. 2. $e^{2x-6}+\frac{1}{2}$.

3. $\frac{1}{2}e^{2x-6}+2$. 4. $\frac{1}{2}e^{2x-6}+1$.

РАБОТА № 29

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ; СВОЙСТВА И ГРАФИК

29—1

I. Найдите значение x, удовлетворяющее равенству $x=\log_2\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Ответы

1. $\frac{1}{8}$. 2. $\frac{1}{3}$. 3. $-\frac{1}{3}$. 4. -3.

II. График функции $y=\log_a x$ проходит через точку M (4; 2). а) Найдите a. б) Среди данных чисел укажите те, которые не превосходят 0: $\log_a 0,5$; $\log_a 1$; $\log_a 3$; $\log_a a$.

Ответы

1. а) 2; б) $\log_a 0,5$; $\log_a 1$.

2. а) $\sqrt[4]{2}$; б) $\log_a 0,5$; $\log_a 1$.

3. а) 2; б) $\log_a 3$. 4. а) $\frac{1}{2}$; б) $\log_a a$.

III. Вычислите $\sqrt{3^{4\log_3 5}}$.

Ответы

1. 20. 2. 25. 3. 10. 4. $\sqrt{5}$.

IV. Вычислите $\lg 40^{10}$, если $\lg 2 \approx 0,3010$.

Ответы

1. $\approx 1,602$. 2. $\approx 0,1602$.

3. $\approx 16,02$. 4. $\approx 0,0602$.

V. Найдите область определения функции $y=\ln(9-x^2)$.

Ответы

1. $[-3; 3]$. 2. $]-3; 3[$.

3. $]-\infty; -3[\cup]3; \infty[$. 4. $[0; 3[$.

29—2

I. Найдите значение x, удовлетворяющее равенству $\log_4 x = -\frac{1}{4}$.

Ответы

1. 4^4. 2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. 3. 2. 4. 4^{-4}.

II. График функции $y=\log_a x$ проходит через точку M $(4; -2)$. а) Найдите основание a. б) Сравните числа: $\log_a 0{,}3$; $\log_a \frac{1}{3}$; $\log_a 3$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{2}$; б) $\log_a 0{,}3<\log_a \frac{1}{3}<\log_a 3$.

2. а) 2; б) $\log_a 0{,}3<\log_a \frac{1}{3}<\log_a 3$.

3. а) $\frac{1}{2}$; б) $\log_a 0{,}3>\log_a \frac{1}{3}>\log_a 3$.

4. а) 2; б) $\log_a 0{,}3>\log_a \frac{1}{3}>\log_a 3$.

III. Вычислите: $25^{-\frac{1}{4}\log_5 36}$.

Ответы

1. $\frac{1}{6}$. 2. 6. 3. 36. 4. $\frac{1}{36}$.

IV. Вычислите $\lg 8+\lg 25$, если $\lg 2\approx 0{,}3010$.

Ответы

1. $\approx 30{,}10$. 2. $\approx 0{,}2301$.

3. $\approx 0{,}6020$. 4. $\approx 2{,}3010$.

V. Найдите область определения функции $f(x)=\sqrt{\ln(4-x^2)}$.

Ответы

1. $]-2; 2[$. 2. $]-\infty; -2[\cup]2; \infty[$.

3. $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$. 4. $]-\infty; -\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3}; \infty[$.

29—3

I. Найдите значение x, удовлетворяющее равенству $\log_{2\sqrt[3]{2}} \frac{1}{16}=x$.

Ответы

1. -3. 2. $-\frac{1}{3}$. 3. $\frac{16}{3}$. 4. 3.

II. График функции $y=\log_a x$ проходит через точку M $(25; -2)$. а) Найдите основание a. б) Сравните числа $\log_a 0,3$ и $\log_a 0,1$ с единицей.

Ответы

1. а) $\frac{1}{5}$; б) $\log_{\frac{1}{5}} 0,3 > 1$, $\log_{\frac{1}{5}} 0,1 < 1$.

2. а) $\frac{1}{5}$; б) $\log_{\frac{1}{5}} 0,3 < 1$, $\log_{\frac{1}{5}} 0,1 > 1$.

3. а) 5; б) $\log_5 0,3 < 1$, $\log_5 0,1 < 1$.

4. а) $\frac{1}{5}$; б) $\log_{\frac{1}{5}} 0,3 < 1$, $\log_{\frac{1}{5}} 0,1 < 1$.

III. Вычислите: $(0,25)^{\frac{1}{4}\log_2 9}$.

Ответы

1. 3. 2. 8. 3. $\frac{1}{3}$. 4. $\frac{1}{81}$.

IV. Вычислите $\lg 40 + \lg 8 - \lg 25$, если $\lg 2 \approx 0,3010$.

Ответы

1. $\approx 1,107$. 2. $\approx 2,107$.

3. $\approx 0,806$. 4. $\approx 1,806$.

V. Найдите область определения функции
$f(x) = \ln \frac{x-3}{x+1}$.

Ответы

1. $]3; \infty[$. 2. $[-1; 3]$.

3. $]-3; \infty[$. 4. $]-\infty; -1[\cup]3; \infty[$.

I. Найдите значение x, удовлетворяющее равенству $\log_x \frac{1}{8} = -1\frac{1}{2}$.

Ответы

1. 4. 2. $\frac{1}{\sqrt[3]{64}}$. 3. $\frac{1}{4}$. 4. $\sqrt[3]{64}$.

II. График функции $y=\log_a x$ проходит через точку M (9; —2). а) Найдите основание a. б) Среди чисел $\log_a \pi$; $\log_a 1{,}2$; $\log_a \frac{1}{6}$ укажите отрицательные.

Ответы

1. а) $\frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{6}$. 2. а) 3; б) $\log_3 \frac{1}{6}$.

3. а) $\frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \pi$. 4. а) $\frac{1}{3}$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \pi$, $\log_{\frac{1}{3}} 1{,}2$.

III. Вычислите: $49^{-0{,}25\log_7 9}$.

Ответы

1. 3. 2. $\frac{1}{3}$. 3. $\frac{1}{81}$. 4. 81.

IV. Вычислите $\lg 50+\lg 16$, если $\lg 2 \approx 0{,}3010$.

Ответы

1. $\approx 0{,}9030$. 2. $\approx 2{,}6020$.

3. $\approx 2{,}9030$. 4. $\sim 90{,}30$.

V. Найдите область определения функции $f(x)=\ln(x^2-4x-5)$.

Ответы

1. $]-\infty; -1[\cup]5; \infty[$. 2. $[-5; 1]$.

3. $]5; \infty[$. 4. $[-1; 5]$.

РАБОТА № 30

ПРОИЗВОДНАЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

30—1

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=\ln(3-5x^2)$; б) $f(x)=\lg\sin 3x$.

Ответы

1. а) $\frac{1}{3-5x^2}$; б) $\frac{3\lg e}{\sin 3x}$.

2. а) $\frac{-10x}{3-5x^2}$; б) $3\operatorname{ctg} 3x\cdot\lg e$.

3. а) $\frac{-10x}{3-5x^2}$; б) $3\operatorname{ctg} 3x$.

4. а) $\frac{10x}{3-5x^2}$; б) $\frac{3\lg e}{\cos 3x}$.

II. Определите, какая из функций f_1, f_2, f_3 является возрастающей (а), убывающей (б), немонотонной (в), если $f_1(x)=\ln(2-3x)$; $f_2(x)=\ln(2+3x)$; $f_3(x)=\ln(9-x^2)$.

Ответы

	а	б	в
1	f_1	f_2	f_3
2	f_2	f_3	f_1
3	f_3	f_1	f_2
4	f_2	f_1	f_3

III. Для функции f найдите точки максимума или минимума, если $f(x)=x\ln x$.

Ответы

1. $x=\frac{1}{e}$ — точка минимума.

2. $x=\frac{1}{e}$ — точка максимума.

3. $x=e$ — точка минимума.

4. $x=e$ — точка максимума.

IV. Решите уравнение: а) $1-\lg(11-x)=\lg 5-\frac{1}{2}\lg(x-3)$; б) $\log_{25}x-3\log_{x^2}5=1$.

Ответы

1. а) $\{7;\ 18\}$; б) $\{125\}$.

2. а) $\{18\}$; б) $\{243;\ -1\}$.

3. а) $\{7\}$; б) $\left\{125;\ \frac{1}{5}\right\}$.

4. а) $\{-7;\ -19\}$; б) $\left\{\frac{1}{5}\right\}$.

V. Решите неравенство: а) $2\log_2 x<3$;
$\text{og}_{\frac{1}{2}}(x-1)>3$.

Ответы

1. а) $]-2\sqrt{2};\ 2\sqrt{2}[$; б) $\left]-\infty;\ \frac{9}{8}\right[$.

2. а) $]-3;\ 3[$; б) $\left]\frac{9}{8};\ \infty\right[$.

3. а) $]-\infty;\ 2\sqrt{2}[$; б) $\left]-\infty;\ \frac{9}{8}\right[$.

4. а) $]0;\ 2\sqrt{2}[$; б) $\left]1;\ \frac{9}{8}\right[$.

30—2

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=\ln^2(3-5x)$; б) $f(x)=\lg(\operatorname{tg}3x)$.

Ответы

1. а) $\dfrac{-10}{3-5x}$; б) $\dfrac{3}{\cos^2 3x}$.

2. а) $\dfrac{-10\ln(3-5x)}{3-5x}$; б) $\dfrac{6}{\sin 6x}$.

3. а) $-10\ln(3-5x)$; б) $\dfrac{3}{\sin 3x\cdot\cos 3x}$.

4. а) $\dfrac{10\ln(3-5x)}{5x-3}$; б) $\dfrac{6\lg e}{\sin 6x}$.

II. Определите, какая из функций f_1, f_2, f_3 является возрастающей (а), убывающей (б), немонотонной (в), если $f_1(x)=\ln(1-x)$, $f_2(x)=\ln^2 x$, $f_3(x)=\ln(2x-3)$.

Ответы

	а	б	в
1	f_2	f_1	f_3
2	f_3	f_1	f_2
3	f_1	f_2	f_3
4	f_3	f_2	f_1

III. Для функции f найдите точки максимума или минимума, если $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

Ответы

1. $x=e$ — точка максимума. 2. $x=e$ — точка минимума.
3. $x=1$ — точка максимума. 4. $x=1$ — точка минимума.

IV. Решите уравнение:

а) $\lg(x+6)-2=\dfrac{1}{2}\lg(2x-3)-\lg 25$;

б) $\log_5 x+\log_x 5=2{,}5$.

Ответы

1. а) $\{6\}$; б) $\{\sqrt{5};\ 25\}$. 2. $\{6;\ 14\}$; б) $\{\sqrt{5};\ 25\}$.
3. а) $\{14\}$; б) $\{25\}$. 4. $\{6;\ 14\}$; б) $\{\sqrt{5}\}$.

V. Решите неравенство: а) $\frac{1}{2}\log_3 x < 1$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-3) > 0$.

Ответы

1. а) $]-\infty;\ 9[$; б) $]-2;\ -\sqrt{3}\,[\cup]\,\sqrt{3};\ 2[$.
2. а) $]-\infty;\ 9[$; б) $]-2;\ 2[$.
3. а) $]0;\ 9[$; б) $]-2;\ -\sqrt{3}\,[\cup]\,\sqrt{3};\ 2[$.
4. а) $]0;\ 9[$; б) $]-2;\ 2[$.

30—3

I. Найдите производную функции f, если:
а) $f(x)=\frac{1}{\ln(3+2x)}$; б) $f(x)=\lg\cos 5x$.

Ответы

1. а) $-\frac{2}{\ln^2(3+2x)}$; б) $5\lg e\cdot\operatorname{tg}5x$.
2. а) $\frac{2}{(3+2x)\ln^2(3+2x)}$; б) $-5\operatorname{tg}5x$.
3. а) $-\frac{2}{(3+2x)\ln^2(3+2x)}$; б) $-5\lg e\cdot\operatorname{tg}5x$.
4. а) $-\frac{2}{(3+2x)\ln^2(3+2x)}$; б) $\frac{5\lg e}{\sin 5x}$.

II. Определите, какая из функций f_1, f_2, f_3 является возрастающей (а), убывающей (б), немонотонной (в), если $f_1(x)=\ln(2+x)$, $f_2(x)=x\ln x$, $f_3(x)=\ln(5-3x)$.

Ответы

	а	б	в
1	f_1	f_3	f_2
2	f_1	f_2	f_3
3	f_2	f_1	f_3
4	f_3	f_2	f_1

III. Для функции f найдите точки максимума или минимума, если $f(x)=\frac{x}{\ln x}$.

Ответы

1. $x=e$ — точка максимума. **2.** $x=e$ — точка минимума.
3. $x=\frac{1}{e}$ — точка максимума. **4.** $x=\frac{1}{e}$ — точка минимума.

IV. Решите уравнение: а) $\lg(x-1)-\lg(x+2)=-\lg(x-2)$; б) $\log_{\frac{1}{3}} x=\log_x 3-\frac{5}{2}$.

Ответы

1. а) $\{4\}$; б) $\{9\}$. **2.** а) $\{0;\ 4\}$; б) $\{\sqrt{3}\}$.
3. а) $\{0;\ 4\}$; б) $\{\sqrt{3};9\}$. **4.** а) $\{4\}$; б) $\{\sqrt{3};\ 9\}$.

V. Решите неравенство: а) $\log_4(x-2)<0$;
б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+3x)>-2$.

Ответы

1. а) $]-\infty;\ 3[$; б) $]-4;\ 1[$.
2. а) $]2;\ 3[$; б) $]-4;\ -3[\cup]0;\ 1[$.
3. а) $]3;\ \infty[$; б) $]-1;\ 4[$.
4. а) $]-\infty;\ 3[$; б) $]-\infty;\ -4[\cup]1;\ \infty[$.

30—4

I. Найдите производную функции f, если: а) $f(x)=\sqrt{\ln(5x+4)}$; б) $f(x)=\lg(3-2x^2)$.

Ответы

1. а) $\frac{5}{2(5x+4)\sqrt{\ln(5x+4)}}$; б) $\frac{-4x\cdot\lg e}{3-2x^2}$.

2. а) $\frac{1}{(5x+4)\sqrt{\ln(5x+4)}}$; б) $\frac{-4x}{3-2x^2}$.

3. а) $\frac{5}{2\sqrt{\ln(5x+4)}}$; б) $\frac{\lg e}{3-2x^2}$.

4. а) $\frac{5}{2\sqrt{\ln(5x+4)}}$; б) $\frac{1}{3-2x^2}$.

II. Определите, какая из функций f_1, f_2, f_3 является возрастающей (а), убывающей (б), немонотонной (в), если $f_1(x)=\ln(1+x^2)$, $f_2(x)=-\ln(x+2)$, $f_3(x)=\ln x^3$.

Ответы

	а	б	в
1	f_1	f_2	f_3
2	f_2	f_3	f_1
3	f_3	f_2	f_1
4	f_3	f_1	f_2

III. Для функции f найдите точки максимума или минимума, если $f(x)=x^2\ln x$.

Ответы

1. $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ — точка максимума.

2. $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ — точка минимума.

3. $x=\sqrt{e}$ — точка максимума.

4. $x=\sqrt{e}$ — точка минимума.

IV. Решите уравнение: а) $\log_2(3x+2)-2\log_2(3-x)=3$; б) $\log_4(x+7)=\log_2(x+1)$.

Ответы

1. а) $\{2\}$; б) $\{2\}$.

2. а) $\{2\}$; б) $\{3\}$.

3. а) $\left\{2;\ 4\dfrac{3}{8}\right\}$; б) $\{2;\ -3\}$.

4. а) $\left\{2;\ 4\dfrac{3}{8}\right\}$; б) $\{-2;\ 3\}$.

V. Решите неравенство: а) $2\log_2(x-1)>2$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x^2-2x)>-1$.

Ответы

1. а) $]-\infty;\ -1[\cup]3;\ \infty[$; б) $]-1;\ 3[$.
2. а) $]1;\ \infty[$; б) $]-1;\ 0[\cup]2;\ 3[$.
3. а) $]3;\ \infty[$; б) $]-\infty;\ -1[\cup]3;\ \infty[$.
4. а) $]3;\ \infty[$; б) $]-1;\ 0[\cup]2;\ 3[$.

РАБОТА № 31

СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ

31—1

I. Укажите на рис. 113 график функции: а) x^e; б) e^x.

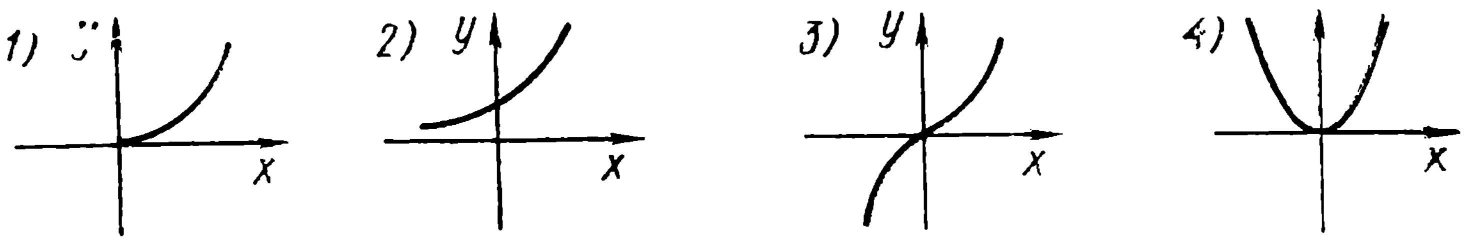


Рис. 113

Ответы

1. а) 1; б) 2. **2.** а) 2; б) 1. **3.** а) 3; б) 2. **4.** а) 4; б) 2.

II. а) Найдите производную f' функции $f(x)=x^{-\pi}$. б) С помощью f' определите, какой является функция f на своей области определения — возрастающей, убывающей или немонотонной.

Ответы

1. а) $-\pi x^{-\pi-1}$; б) возрастающая.
2. а) $\dfrac{x^{-\pi+1}}{-\pi}$; б) убывающая.
3. а) $-\pi x^{-\pi-1}$; б) убывающая.
4. а) $x^{-\pi}\ln x$; б) немонотонная.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции $y=x^{-3}$ в точке, абсцисса которой равна 2.

Ответы

1. $y=-\frac{3}{16}x+2$. 2. $y=-\frac{3}{16}x+\frac{1}{2}$.

3. $y=-\frac{3}{4}x+\frac{13}{8}$. 4. $y=\frac{3}{16}x+\frac{1}{2}$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=4x-x^2$ и $y=0$.

Ответы

1. $10\frac{1}{3}$. 2. $-10\frac{2}{3}$. 3. $5\frac{1}{3}$. 4. $10\frac{2}{3}$.

V. Решите иррациональное уравнение $\sqrt{x-3}\cdot\sqrt{x-2}=\sqrt{6}$.

Ответы

1. $\{0;\ 5\}$. 2. $\{0\}$. 3. $\{5\}$. 4. $\{0;\ -5\}$.

31—2

I. Укажите на рис. 114 график функции: а) $-x^e$, б) e^{-x}.

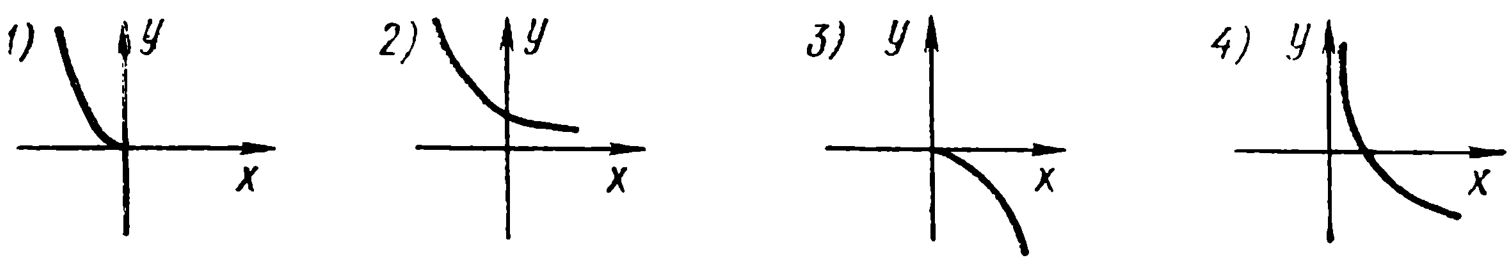


Рис. 114

Ответы

1. а) 1; б) 2. 2. а) 3; б) 4. 3. а) 3; б) 2. 4. а) 2; б) 3.

II. а) Найдите производную f' функции $f(x)=x^{\frac{1}{e}}$. б) С помощью f' определите, какой является функция f на своей области определения — возрастающей, убывающей или немонотонной.

Ответы

1. а) $\frac{1}{e}x^{\frac{1-e}{e}}$; б) возрастающая.

2. а) $ex^{\frac{1+e}{e}}$; б) немонотонная.

3. а) $\frac{1}{e}x^{\frac{1}{e}-1}$; б) убывающая.

4. а) $x^{\frac{1}{e}}\ln x$; б) возрастающая.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции $y=x^{\frac{1}{3}}$ в точке, абсцисса которой равна 1.

Ответы

1. $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$. 2. $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$.

3. $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$. 4. $y=\frac{2}{9}x+\frac{8}{9}$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=-x^2+5x-6$ и $y=0$.

Ответы

1. $\frac{1}{6}$. 2. $20\frac{1}{6}$. 3. $18\frac{1}{6}$. 4. $36\frac{1}{6}$.

V. Решите уравнение $x=\sqrt{3-2x}$.

Ответы

1. $\{-3\}$. 2. $\{-1; 3\}$. 3. $\{-3; 1\}$. 4. $\{1\}$.

31—3

I. Укажите на рис. 115 график функции: а) x^{π}; б) π^{x}.

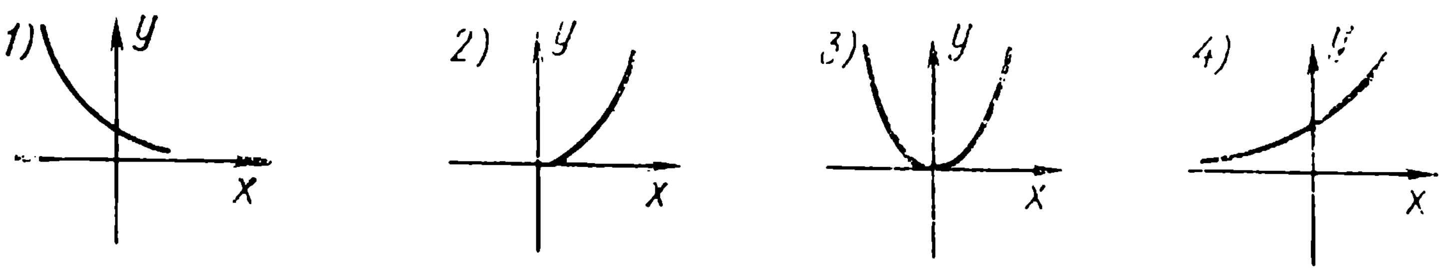


Рис. 115

Ответы

1. а) 3; б) 4. 2. а) 2; б) 4. 3. а) 2; б) 1. 4. а) 3; б) 1.

II. а) Найдите производную f' функции $f(x)=x^{-\sqrt{2}}$. б) С помощью f' определите, какой является функция f на своей области определения — возрастающей, убывающей или немонотонной.

Ответы

1. а) $-\sqrt{2}\,x^{-\sqrt{2}-1}$; б) убывающая.

2. а) $\dfrac{x^{-\sqrt{2}+1}}{-\sqrt{2}}$; б) убывающая.

3. а) $-\sqrt{2}\,x^{\sqrt{2}-1}$; б) возрастающая.

4. а) $x^{-\sqrt{2}}\ln x$; б) немонотонная.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции $y=x^{-4}$ в точке, абсцисса которой равна 2.

Ответы

1. $y=-\frac{1}{2}x+\frac{17}{8}$. 2. $y=-\frac{1}{8}x+\frac{9}{4}$.

3. $y=-\frac{1}{8}x+\frac{5}{16}$. 4. $y=8x+\frac{1}{16}$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-3x^2$ и $y=0$.

Ответы

1. $\frac{4}{27}$. 2. 2. 3. 6. 4. $\frac{20}{27}$.

V. Решите уравнение $\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x+5}=\sqrt{5}$.

Ответы

1. $\{-6\}$. 2. $\{0;\ 6\}$. 3. $\{0;\ -6\}$. 4. $\{0\}$.

31—4

I. Укажите на рис. 116 график функции: а) $-x^{\pi}$; б) π^{-x}.

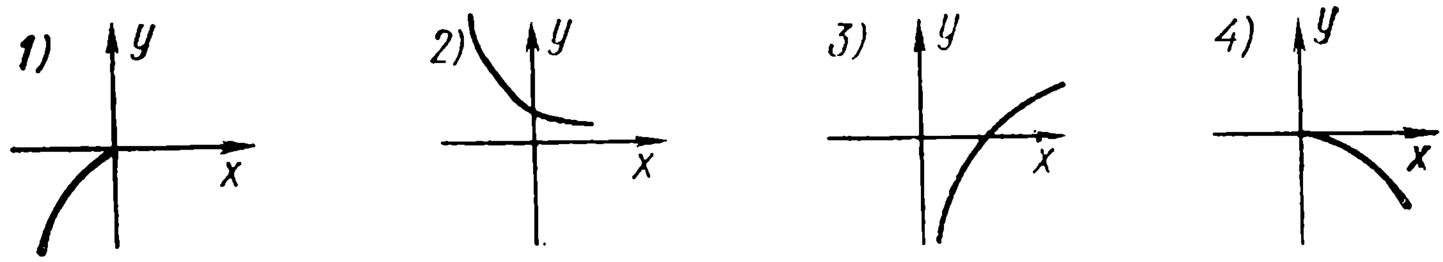


Рис. 116

Ответы

1. а) 1; б) 2. 2. а) 2; б) 4. 3. а) 4; б) 3. 4. а) 4; б) 2.

II. а) Найдите производную f' функции $f(x)=x^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$. б) С помощью f' определите, какой является функция f на своей области определения — возрастающей, убывающей или немонотонной.

Ответы

1. а) $\sqrt{2}\, x^{\frac{1}{\sqrt{2}}+1}$; б) возрастающая.

2. а) $\dfrac{x^{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}}{\sqrt{2}}$; б) возрастающая.

3. а) $\dfrac{x^{\frac{\sqrt{2}}{2}}-1}{\sqrt{2}}$; б) убывающая.

4. а) $x^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\ln x$; б) немонотонная.

III. Найдите уравнение касательной к графику функции $y=x^{\frac{1}{4}}$ в точке, абсцисса которой равна 1.

Ответы

1. $y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$. 2. $y=\frac{1}{4}x-\frac{5}{4}$. 3. $y=x$. 4. $y=4x-3$.

IV. Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y=-x^2+4x-3$ и $y=0$.

Ответы

1. 18. 2. $18\frac{1}{3}$. 3. 4. 4. $1\frac{1}{3}$.

V. Решите уравнение $\sqrt{x+2}=x$.

Ответы

1. $\{-1;\ 2\}$. **2.** $\{-1\}$. **3.** $\{2\}$. **4.** $\{1;\ 2\}$.

РАБОТА № 32

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

32—1

I. Какие из следующих утверждений о равносильности справедливы? (Все предложения рассматриваются на множестве действительных чисел.)

а) $\frac{x}{y-1}=3 \Leftrightarrow x=3(y-1)$;

б) $\frac{x}{y^2+4}=2 \Leftrightarrow 2(y^2+4)=x$;

в) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ 2x=3 \end{cases}$;

г) $\lg xy=2 \Leftrightarrow \lg x+\lg y=2$.

Ответы

1. а, б, в. **2.** а, б, г. **3.** б, в. **4.** б, в, г.

II. Решите систему уравнений; найдите сумму чисел, составляющих решение системы

$$\begin{cases} 2x-3y+4z=1, \\ 3x+y-2z=2, \\ 4x-2y+3z=4. \end{cases}$$

Ответы

1. -6. **2.** 4. **3.** 2. **4.** 6.

III. Укажите значение параметра p, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 3x-2y=6, \\ px-4y=12 \end{cases}$$

имеет: а) единственное решение; б) бесконечное множество решений.

Ответы

1. а) 5; б) 6. **2.** а) 8; б) 3. **3.** а) 6; б) 5. **4.** а) 10; б) 1,5.

IV. Решите систему уравнений

$$\begin{cases}(x+y)^2=1,\\ x^2-3y-1=0.\end{cases}$$

Ответы

1. $\{(-4;\ 5),\ (1;\ 0)\}$. **2.** $\{(-4;\ 5),\ (1;\ 0),\ (-2;\ 1),\ (-1;\ 0)\}$. **3.** $\{(1;\ 0),\ (5;\ -4)\}$. **4.** $\{(5;\ 4),\ (0;\ 1),\ (-2;\ 1),\ (0;\ -1)\}$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств $\begin{cases}y-\log_2 x\leqslant 0,\\ y>3-x.\end{cases}$

Ответы: см. рис. 117.

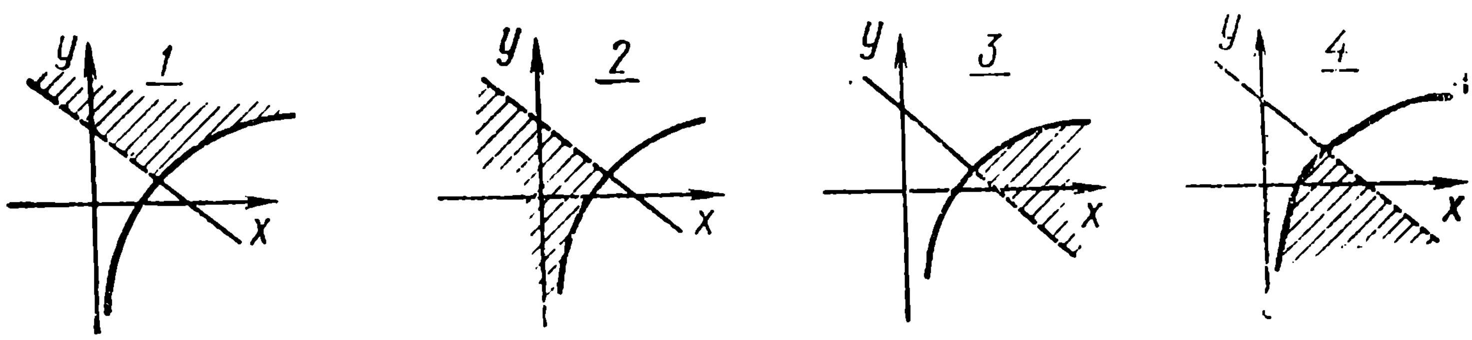


Рис. 117

32—2

I. Какие из следующих утверждений о равносильности справедливы? (Все предложения рассматриваются на множестве действительных чисел.)

а) $x^2=3x \Leftrightarrow x=3$; б) $x^4-1=0 \Leftrightarrow x^2-1=0$;

в) $\begin{cases}x+2y=3\\ 2x-y=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+2y=3\\ 3x+y=5;\end{cases}$

г) $\lg \dfrac{x}{y}=3 \Leftrightarrow \lg x-\lg y=3$.

Ответы

1. б, в. **2.** а, в, г. **3.** а, б. **4.** а, б, в.

II. Решите систему уравнений; найдите сумму чисел, составляющих решение системы

$$\begin{cases} 2x+y-z=3, \\ 3x-y+2z=1, \\ 5x+2y-2z=7. \end{cases}$$

Ответы

1. 0. 2. 1. 3. -1. 4. 2.

III. Укажите значение параметра p, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x-2y=3, \\ 4y-2x=p \end{cases}$$

а) имеет бесконечное множество решений; б) не имеет решений.

Ответы

1. а) 6; б) -6. 2. а) 12; б) 6.

3. а) -2; б) -6. 4. а) -6; б) 6.

IV. Решите систему уравнений $\begin{cases} \log_3 x+\log_2 y=6, \\ \log_3 x\cdot\log_2 y=8. \end{cases}$

Ответы

1. $\{(9;\ 16)\}$. 2. $\{(9;\ 16),\ (81;\ 4)\}$.

3. $\{(16;\ 9)\}$. 4. $\{(16;\ 9),\ (4;\ 81)\}$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств $\begin{cases} y-x^2+2x\leqslant 0, \\ y>3. \end{cases}$

Ответы: см. рис. 118.

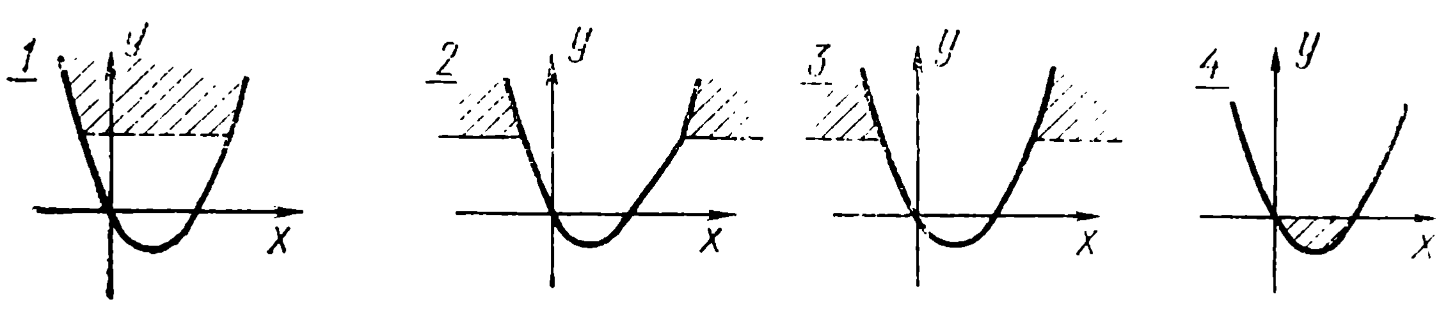


Рис. 118

I. Какие из следующих утверждений о равносильности справедливы? (Все предложения рассматриваются на множестве действительных чисел.)

а) $x=1 \Leftrightarrow x^2=1$; б) $(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ \text{или} \\ x-3=0; \end{array}\right.$

в) $(x+1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0, \\ x-3=0; \end{cases}$

г) $\lg x=\lg y \Leftrightarrow x=y$.

Ответы

1. б, г. 2. б. 3. а, б. 4. а, в.

II. Решите систему уравнений; найдите сумму чисел, составляющих решение системы

$$\begin{cases} 2x-3y+4z=13, \\ 3x+y-2z=-2, \\ 4x-2y+3z=12. \end{cases}$$

Ответы

1. 4. 2. 2. 3. 0. 4. -2.

III. Укажите значение параметра p, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x+2y=7, \\ 10x+py=14 \end{cases}$$

имеет: а) единственное решение, б) бесконечное множество решений.

Ответы

1. а) 1; б) 4. 2. а) 1; б) 3.

3. а) 4; б) 1. 4. а) 1; б) 1.

IV. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2-y^2=0, \\ 2x+3y^2=5. \end{cases}$

Ответы

1. $\left\{\left(-\frac{5}{3};\ \frac{5}{3}\right),\ (1;-1)\right\}$.

2. $\left\{\left(\frac{5}{3};\ -\frac{5}{3}\right),\ (1;-1),\ \left(-\frac{5}{3};\ \frac{5}{3}\right),\ (-1;\ 1)\right\}$.

3. $\left\{\left(-\frac{5}{3};\ -\frac{5}{3}\right),\ (1;\ 1),\left(-\frac{5}{3};\ \frac{5}{3}\right),\ (1;\ -1)\right\}$.

4. $\{(1;\ 1),\ (1;\ 1)\}$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств $\begin{cases} x^2+y^2-1\geqslant 0, \\ x^2-y^2<0. \end{cases}$

Ответы: см. рис. 119.

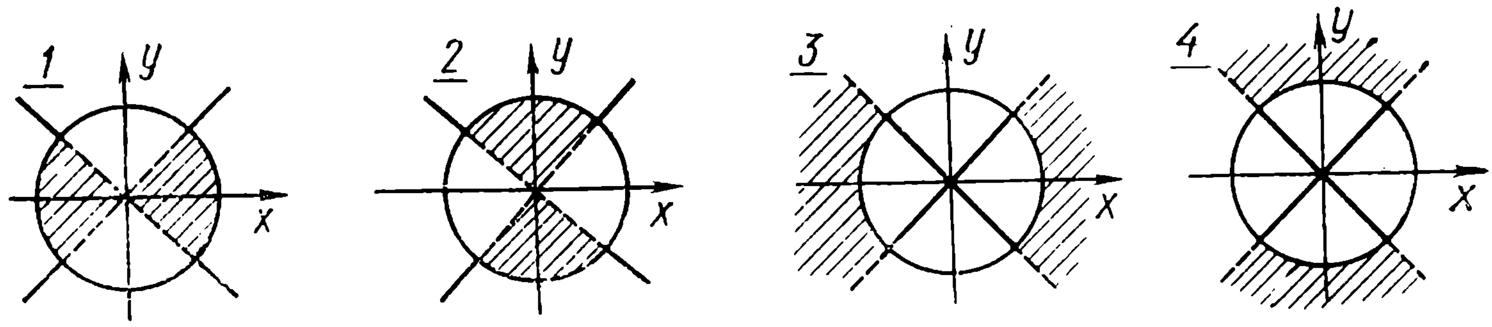


Рис. 119

32—4

I. Какие из следующих утверждений о равносильности предложений справедливы? (Все предложения рассматриваются на множестве действительных чисел.)

а) $\sqrt{x}=\sqrt{y}\Leftrightarrow x=y$;

б) $(x-y)^2+(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-y)^2=0\\ \text{или}\\ (x-1)^2=0;\end{array}\right.$

в) $(x-y)^2+(x-1)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=0,\\ x-y=0;\end{cases}$

г) $\lg x-\lg y=2\Leftrightarrow\frac{x}{y}=100$.

Ответы

1. а, б, г. 2. а, в. 3. б, г. 4. в.

II. Решите систему уравнений; найдите сумму чисел, составляющих решение системы

$$\begin{cases} 2x+y-z=3, \\ 3x-y+2z=-5, \\ 5x+2y-2z=6. \end{cases}$$

Ответы

1. 1. 2. 3. 3. -1. 4. -3.

III. Укажите значение параметра p, при котором система уравнений $\begin{cases} 2x-y=p \\ 2y-4x=6 \end{cases}$ а) имеет бесконечное множество решений, б) не имеет решений.

Ответы

1. а) -3; б) 3. 2. а) 3; б) -3.

3. а) -2; б) 3. 4. а) -12; б) -3.

IV. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2^x+3^y=17, \\ 2^x\cdot 3^y=72. \end{cases}$

Ответы

1. $\{(3;\ 2),\ (\log_2 9;\ \log_3 8)\}$. 2. $\{(2;\ 3),\ (3;\ 2)\}$.

3. $\{(3;\ 2)\}$. 4. $\{(2;\ 3)\}$.

V. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств $\begin{cases} x^2+y^2\leqslant 9, \\ y-x>0. \end{cases}$

Ответы: см. рис. 120.

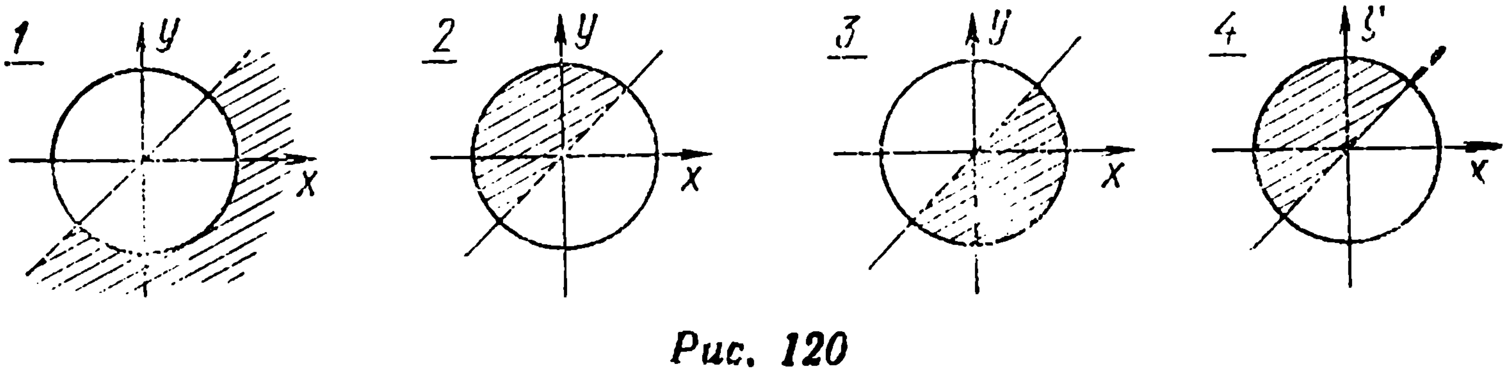


Рис. 120

КОДЫ

1—1	21343	9—1	21134	17—1	21341	25—1	13242
1—2	34212	9—2	32244	17—2	13231	25—2	22431
1—3	41231	9—3	32314	17—3	32231	25—3	41324
1—4	13224	9—4	23144	17—4	21412	25—4	31234
2—1	41213	10—1	21231	18—1	13242	26—1	21432
2—2	21341	10—2	12432	18—2	22143	26—2	12423
2—3	21431	10—3	42313	18—3	33321	26—3	31242
2—4	24132	10—4	31324	18—4	41423	26—4	43123
3—1	21314	11—1	13432	19—1	21324	27—1	13242
3—2	32224	11—2	43213	19—2	32431	27—2	31421
3—3	13434	11—3	32121	19—3	21314	27—3	23142
3—4	34123	11—4	21341	19—4	41142	27—4	42313
4—1	24213	12—1	21342	20—1	13213	28—1	41232
4—2	42321	12—2	13243	20—2	31221	28—2	23142
4—3	21232	12—3	32412	20—3	42121	28—3	32134
4—4	32113	12—4	41231	20—4	24323	28—4	11234
5—1	21431	13—1	13424	21—1	32141	29—1	31232
5—2	32314	13—2	12423	21—2	24132	29—2	23143
5—3	23243	13—3	43243	21—3	21332	29—3	12314
5—4	21134	13—4	32213	21—4	12432	29—4	14231
6—1	44123	14—1	31312	22—1	24311	30—1	24134
6—2	21341	14—2	31242	22—2	31422	30—2	42123
6—3	43124	14—3	32331	22—3	42134	30—3	31242
6—4	21413	14—4	32124	22—4	31241	30—4	13214
7—1	21324	15—1	23314	23—1	23242	31—1	13243
7—2	21413	15—2	21342	23—2	32412	31—2	31214
7—3	41312	15—3	33214	23—3	12411	31—3	21314
7—4	32314	15—4	12432	23—4	43132	31—4	42143
8—1	24131	16—1	11234	24—1	41232	32—1	34123
8—2	23141	16—2	21343	24—2	23143	32—2	11423
8—3	31422	16—3	32114	24—3	31242	32—3	22134
8—4	32121	16—4	41212	24—4	13232	32—4	43112

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Инна Львовна Никольская,
Зоя Петровна Тараканова

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРОГРАММИРОВАННОГО ОПРОСА
ПО АЛГЕБРЕ И НАЧАЛАМ АНАЛИЗА

Научный редактор Б. В. Сорокин. Редактор М. М. Панурина. Художник Ю. Д. Федичкин. Художественный редактор В. П. Спирова. Технический редактор Н. А. Битюкова. Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 1414

Изд. № СП—549. Сдано в набор 10.03.78. Подп. в печать 24.10.78. Формат $84 \times 108^1/_{32}$. Бум. тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Объем 9,66 усл. печ. л. 6,5 уч.-изд. л. Тираж 40 000 экз. Зак. № 294. Цена 15 коп.

Издательство «Высшая школа»,
Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14.

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли,
Хохловский пер., 7.

15 коп.