

Л. Р. НЕЙМАН • К. С. ДЕМИРЧЯН • В. М. ЮРИНОВ

РУКОВОДСТВО К ЛАБОРАТОРИИ ЭЛЕКТРО- МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Допущено
Министерством высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для высших учебных заведений

Издание 3-е



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ВЫСШАЯ ШКОЛА» • МОСКВА • 1966

Книга предназначена для студентов высших учебных заведений в качестве учебного пособия к лабораторным занятиям по исследованию электромагнитных полей в различных электротехнических и радиотехнических устройствах и явлений, связанных с этими полями. Книга имеет своей целью дать студентам возможность подготовиться к сознательному выполнению работ, входящих в программу лаборатории, оказать им помощь в обработке результатов эксперимента, а также способствовать приобретению студентами при выполнении работ в лаборатории навыков к самостоятельному исследованию.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Лаборатория электромагнитного поля во многих вузах представляет собой второй отдел лаборатории по курсу «Теоретические основы электротехники». Первым отделом является лаборатория электрических цепей постоянного и переменного токов.

Лаборатория электромагнитного поля относится к последней части курса, что дает возможность организовать занятия в ней с учетом высокого уровня подготовки студентов и поставить целью этих занятий не только углубление знаний, полученных студентами в теоретическом курсе, но и привитие студентам в максимально возможной мере навыков самостоятельного научного исследования. Это существенное обстоятельство нашло отражение и в построении руководства к лаборатории. Предлагаемое руководство не содержит готовых рецептов в виде форм протоколов, примерных кривых и перечислений по пунктам этапов выполнения работ. Студенту предлагается самому разработать порядок выполнения работы, формы протоколов и характер графиков в зависимости от поставленной при исследовании задачи. С этой же целью привития навыков самостоятельного исследования в описаниях работ обращено внимание на такие важные стороны всякого исследования, как, например, методы устранения мешающих влияний, могущих исказить результаты опытных исследований. Почти во всех работах,

наряду с экспериментальным исследованием, требуется произвести теоретические расчеты и результаты их сопоставить с результатами опыта. Предлагается критически проанализировать причины возможных расхождений результатов опыта и расчета.

Количество приведенных в руководстве работ значительно превышает то число работ, которое может быть поставлено в соответствии со временем, отводимым на лабораторию по учебным планам. Некоторые работы при большой самостоятельности, предоставляемой студентам, могут быть хорошо выполнены только за несколько посещений лаборатории. Однако совсем не предполагается, что каждый студент должен выполнить все работы, описание которых дано в руководстве. Ряд работ близок по своему характеру. Таковы, например, работы первая и вторая, десятая и пятнадцатая. Поэтому разным студентам предлагается выполнить различные работы.

Как один из возможных методов, способствующих развитию навыков к самостоятельному научному исследованию, можно рекомендовать такой порядок организации работ в лаборатории, при котором отдельные бригады студентов выполняют только небольшое количество работ, но при этом от них требуется, чтобы исследование было произведено со всей необходимой глубиной и тщательностью. В конце лаборатории оставляется время для проведения общегруппового семинара, на котором отдельные бригады докладывают всей группе результаты выполненных ими исследований и производится обсуждение этих результатов с участием студентов всей группы. К этому семинару все студенты группы должны ознакомиться по руководству также с работами, которые выполнялись другими бригадами, а докладчики с дополнительной литературой по теме их доклада, которая указана в конце описания каждой работы. Ссылки на литературу, приведенные в тексте описания работ, указывают книги и параграфы в них, которые необходимо изучить для выполнения работы.

Перечень работ в руководстве, конечно, не претендует на сколько-нибудь исчерпывающую полноту. Однако при составлении этого перечня было проявлено стремление к тому, чтобы охватить по возможности все наиболее важные вопросы, входящие в программу соответствующих разделов курса «Теоретические основы электротехники». Часть работ относится к постоянному электрическому полю в диэлектрике и в проводящей среде, часть — к постоянному магнитному полю в неферромагнитной и ферромагнитной средах и часть — к переменному электромагнитному полю в диэлектрике и в проводящей неферромагнитной и ферромагнитной средах. Уделено внимание важным параметрам электрических цепей — емкости и индуктивности, вычисление которых связано с расчетом электрических и магнитных полей, а также механическим силам в системах заряженных тел и контуров с токами.

При постановке работ подчеркивается аналогия между различными полями всюду, где такая аналогия возможна. Во многих случаях используется имеющая большое значение при научном исследовании идея моделирования.

Включены также работы, требующие использования вычислительных машин.

Везде, где это возможно, изучение в лаборатории общих закономерностей, характеризующих то или иное электромагнитное явление, проводится на конкретных примерах электротехнических устройств. Это сделано для того, чтобы приблизить изучение общих закономерностей к практическим задачам, в которых они используются. Естественно, что более детальное исследование самих конкретных электротехнических устройств должно выполняться в последующих специальных лабораториях — в лаборатории электронизмерительных приборов, в лаборатории электрических машин, в лаборатории радиотехники и др.

Работы в руководстве распределены по разделам, в каждом из которых они объединяются общими положениями, кратко изложенными в начале каждого раздела. При этом

каждый последующий раздел является логическим развитием предыдущих, что поможет учащимся глубже усвоить взаимосвязь между различными сторонами электромагнитных явлений.

Настоящее третье издание руководства дополнено новыми работами 18, 24 и 25 и в отдельные работы внесены некоторые изменения и дополнения.

Большую помощь в организации работ оказали члены кафедры «Теоретические основы электротехники» Ленинградского политехнического института имени М. И. Калинина А. С. Богословский, А. В. Гогина, А. П. Гульденбалк, И. А. Зайцев, И. Ф. Кузнецов, М. С. Княницына, А. Г. Лурье, А. В. Миткевич и В. Ф. Попова. Рукопись просмотрена С. Д. Купаляном, высказавшим ряд ценных пожеланий.

Всем им авторы выражают свою благодарность.

Ленинград, 1965

Л. Р. Нейман
К. С. Демирчян
В. М. Юринов

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТОЯННЫХ И КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Постоянные электрические поля, а именно, электростатические поля и электрические стационарные поля вне и внутри неподвижных проводников, по которым протекают постоянные токи, в области вне источников электродвижущих сил, а также постоянные магнитные поля, а именно, статические магнитные поля неподвижных постоянных магнитов и стационарные магнитные поля постоянных токов в неподвижных проводниках вне области, где протекают токи, описываются уравнениями Лапласа для электрического или, соответственно, магнитного скалярного потенциала (Л. 1, ч. III, § 12 и § 45)*.

Линии электрической или магнитной напряженности таких электрических или магнитных полей нормальны к поверхностям равного электрического или, соответственно, магнитного потенциала.

В указанных отношениях между этими полями существует аналогия.

Для каждого конкретного случая должны быть удовлетворены граничные условия на поверхностях проводников (Л. 1, ч. III, § 13 и § 39), а также на границах раздела сред с различными диэлектрическими проницаемостями (Л. 1, ч. III, § 14), с различными удельными проводимос-

* См. список литературы на стр. 262. Цифра после буквы Л указывает на порядковый номер в этом списке.

тями (Л. 1, ч. III, § 41) и с различными магнитными пронизаемостями (Л. 1, ч. III, § 56). При определении магнитного поля постоянных токов в неподвижных проводниках необходимо знать пространственное распределение этих токов.

В наиболее простом случае плоскопараллельного поля оно может быть описано с помощью комплексного электрического или, соответственно, магнитного потенциала (Л. 1, ч. III, § 17 и § 50), представляющего собой аналитическую функцию комплексной переменной $z = x + jy$, причем x и y суть координаты комплексной (гауссовой) плоскости, на которой изображается картина поля. Такое поле имеет место около бесконечно длинных прямолинейных, цилиндрических заряженных проводников или, соответственно, проводников с токами. При этом плоскость XOY перпендикулярна проводникам.

Важно отметить, что при достаточно медленном изменении полей, в частности, в случае их периодического изменения при достаточно малых частотах, можно считать, что конфигурация полей практически остается такой же, как постоянных полей, в тех же конкретных условиях. Такие переменные поля называют квазистационарными. Это имеет место, когда еще можно пренебречь токами электрического смещения и создаваемыми ими полями, а также электрическими полями, индуктируемыми изменяющимися во времени магнитными полями.

Работы, сгруппированные в этом разделе, имеют своей целью уяснение общего характера постоянных и квазистационарных электрических и магнитных полей и ознакомление с некоторыми основными методами их экспериментального исследования. С рядом других методов экспериментального исследования таких полей можно ознакомиться в теоретическом курсе (Л. 1, ч. III, § 99). Этой же общей цели служат также и некоторые работы последнего раздела, в котором главной объединяющей их идеей будет метод моделирования.

Общие свойства статических полей будут использованы и в работе 11, посвященной вопросу экранирования, однако этот случай отнесен в раздел переменного электромагнитного поля, так как очень важно произвести сопоставление поведения экранов в постоянных и переменных полях и, следовательно, целесообразно все вопросы экранирования рассмотреть в одной работе.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА В ПЛОСКОМ ПРОВОДЯЩЕМ ЛИСТЕ

1. Описание установки

Установка состоит из полосы проводящей бумаги, подвод тока к которой осуществляется посредством двух латунных брусков (рис. 1). Бруски плотно прижимаются к бумаге винтовыми зажимами, служащими одновременно

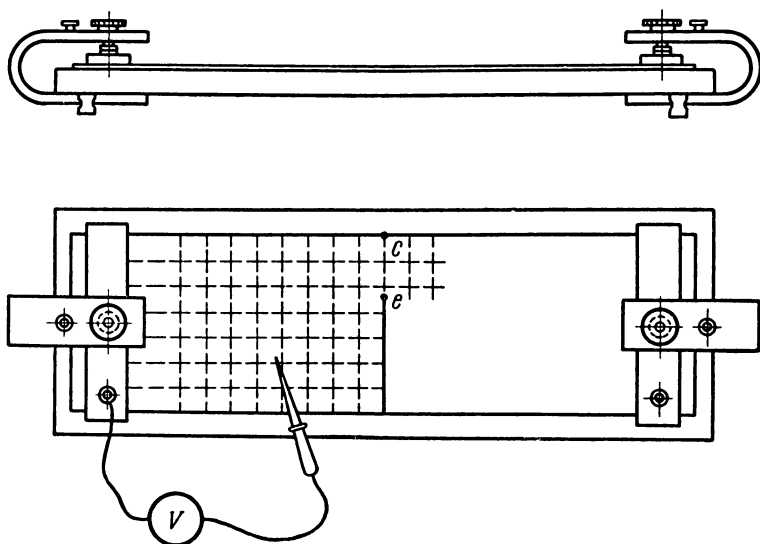


Рис. 1

для присоединения листа к источнику постоянной э. д. с. последовательно с миллиамперметром и высокоомным регулировочным реостатом. Перпендикулярно краям листа по середине его производится частичный разрез. На лист наносится сетка из взаимно перпендикулярных прямых линий, служащая для определения координат точек на его поверхности.

Для снятия опытным путем линий равного электрического потенциала служит металлический щуп, соединенный

гибким изолированным проводником с одним из зажимов вольтметра. Сопротивление вольтметра должно быть во много раз больше сопротивления исследуемого листа. Другой зажим вольтметра присоединяется к одному из латунных брусков.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является получение опытным путем картины линий равного электрического потенциала и построение по ней картины линий электрического тока. Полученная опытным путем картина поля сопоставляется с картиной поля, рассчитанной теоретически.

При выполнении работы необходимо уяснить общий характер картины, ее особенности у краев листа и вблизи разреза, познакомиться с расчетом сопротивления листа как теоретически, так и по картине поля. Так как толщина листа незначительна и одинакова для всего листа, то уже на незначительном расстоянии от места подвода и отвода тока можно считать, что линии тока по всей толщине листа параллельны поверхности листа. Следовательно, мы имеем здесь случай плоскопараллельного поля. На расстоянии от разреза, превышающем ширину полосы, поле становится практически равномерным по ширине листа.

Удельная проводимость латуни во много раз больше удельной проводимости бумаги, а поэтому поверхности соприкосновения латунных брусков с бумагой по отношению к бумаге являются поверхностями равного потенциала. Но так как соприкосновение латунных брусков с бумагой осуществляется не по всей плоскости брусков, прилегающей к бумаге, то в целях устранения влияния перераспределения тока вблизи мест контакта крайнюю к бруску линию равного потенциала следует снимать на некотором расстоянии от латунного бруска.

Для снятия линий равного потенциала ведут острый щуп по поверхности листа так, чтобы показание вольтметра оставалось неизменным. Линию равного потенциала вырисовывают на поверхности листа карандашом, который ведут вслед за острым щупом. При выполнении работы нужно следить за тем, чтобы обе стороны разреза не соприкасались, а также контролировать показание миллиамперметра, чтобы оно оставалось неизменным, так как изменение в процессе работы силы тока вследствие случайного изме-

нения напряжения источника приводит к искажению картины поля.

Ввиду симметрии поля, достаточно снять картину поля только с одной стороны от разреза. Линии равного потенциала следует проводить одну за другой так, чтобы разность потенциалов между двумя соседними линиями везде была одной и той же. Число линий равного потенциала следует выбирать таким образом, чтобы получилась достаточно густая сетка поля, образованная этими линиями и линиями тока. Линии тока вырисовывают на основании полученных опытным путем линий равного потенциала. При этом желательно получить ячейки сетки поля такими, чтобы отношение средней длины к средней ширине каждой ячейки было равно единице и на поверхности листа уложилось 8—10 трубок равного тока.

Если координатная сетка на поверхности листа проведена так, что на ширине листа укладывается 8—10 квадратов, то для выполнения указанного выше условия достаточно измерить падение напряжения, приходящееся на один из ближайших к латунным пластинкам квадрат, где поле однородно, и в дальнейшем при снятии картины поля удерживать такую же разность потенциалов между всеми соседними эквипотенциальными линиями.

Построение картины удобнее начинать с линии *се*, являющейся продолжением линии разреза. Вследствие симметрии линия *се* является линией равного потенциала. Поступая таким образом, мы получим симметричную относительно разреза сетку поля.

Следует обращать внимание на то, чтобы получающееся поле удовлетворяло граничным условиям у краев листа. Так как края листа являются линиями тока, то линии равного потенциала должны подходить к ним перпендикулярно.

Исследуемое поле соответствует полю тока в бесконечно длинной полосе с разрезом (рис. 2), для которой при достаточном удалении от разреза поле также является равномерным по ширине полосы. Для расчета поля воспользуемся методом конформных отображений. С помощью преобразования

$$W = \frac{2V_0}{\pi} \operatorname{arth} \left\{ \cos \frac{\pi h}{2d} \sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi z}{2d} + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi h}{2d}} \right\} \quad (*)$$

переводим область, занятую полосой с разрезом (рис. 2)

плоскости комплексной переменной $z=x+jy$, на полосу без разреза плоскости $W=U+jV$ (рис. 3) [Л. 2, гл. II, § 2]. Соответствие точек на границах этих областей отмечено на рис. 2 и 3. На плоскости W прямые линии $U=\text{const}$ являются линиями равного потенциала, а прямые $V=\text{const}$ — линиями тока, и, следовательно, аналитическая функция

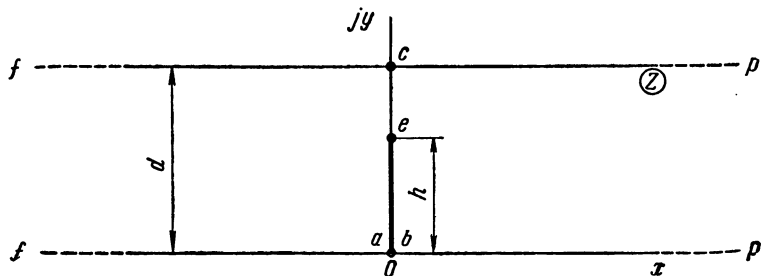


Рис. 2

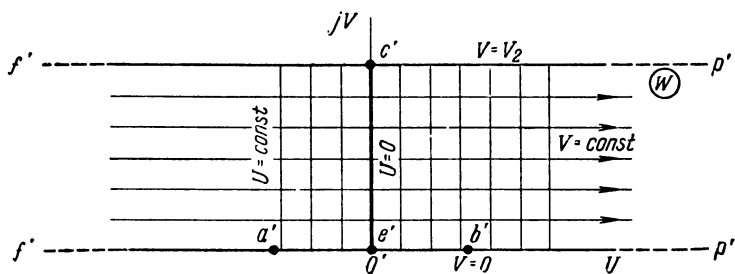


Рис. 3

W является комплексным потенциалом поля бесконечной полосы с разрезом.

В этой формуле величина V_0 равна значению V_2 (рис. 3) функции потока на верхней границе полосы при $y=jd$; нижней границе полосы на плоскости z соответствует ось абсцисс на плоскости W , т. е. $V=0$. Согласно определению функций потока (Л. 1, ч. III, § 16) $V_0 = \frac{\Psi_E}{b}$, где Ψ_E — поток вектора напряженности электрического поля в исследуемой полосе, а b — толщина полосы. При достаточном удалении от разреза поле равномерно, следовательно,

$$\Psi_E = Ebd = \frac{\delta}{\gamma} bd = \frac{i}{\gamma},$$

где γ — удельная проводимость материала полосы, δ — плотность тока, постоянная в выбранном сечении полосы, i — сила тока, протекающего по полосе. Отсюда имеем

$$V_0 = \frac{i}{\gamma b}.$$

Из формулы (*) следует

$$\operatorname{th} \frac{\pi z}{2d} = \frac{1}{\cos \frac{\pi h}{2d}} \sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi W}{2V_0} - \sin^2 \frac{\pi h}{2d}}.$$

Используя соотношение $\operatorname{th} \beta = \frac{e^\beta - e^{-\beta}}{e^\beta + e^{-\beta}}$, окончательно получим

$$z = \frac{d}{\pi} \ln \frac{\cos \frac{\pi h}{2d} + \sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi W}{2V_0} - \sin^2 \frac{\pi h}{2d}}}{\cos \frac{\pi h}{2d} - \sqrt{\operatorname{th}^2 \frac{\pi W}{2V_0} - \sin^2 \frac{\pi h}{2d}}}. \quad (**)$$

По этой формуле можно подсчитать координаты плоскости z , соответствующие линиям тока или линиям равного потенциала.

Для определения свойств материала листа от того же рулона бумаги, от которого отрезан основной лист, отрезается полоска шириной 2—3 см. На поверхности полоски наносятся поперечные линии, делящие ее на равные квадраты. Полоска включается в цепь тока вместо исследуемого листа. В средней части этой полоски на достаточном удалении от мест подвода и отвода тока линии тока будут параллельны краям, а линии равного потенциала перпендикулярны к краям полоски. Измеряя силу тока и падение напряжения по длине полоски, содержащей k квадратов, определяют сопротивление одного квадрата r' , равное

$$r' = \frac{u}{ki}.$$

С другой стороны так как длина и ширина квадрата одинаковы, то

$$r' = \frac{1}{\gamma b}.$$

3. Обработка результатов экспериментального исследования

Полученную экспериментальным путем картину линий равного потенциала добавляют картиной линий тока. При проведении линий тока необходимо добиваться соблюдения следующих условий (Л. 1, ч. III, § 23):

1) линии тока всюду должны быть перпендикулярны к линиям равного потенциала;

2) ячейки сетки, образуемой линиями тока и линиями равного потенциала, должны иметь одинаковое для всех ячеек отношение средней длины Δn ячейки в направлении линий тока к средней ширине Δa в направлении линий равного потенциала.

Рекомендуется строить линии тока через такие интервалы, чтобы имело место равенство $\Delta n = \Delta a$, т. е. чтобы ячейки сетки представляли собой криволинейные квадраты. Если воспользоваться указанной выше рекомендацией выбора величины разности потенциалов между соседними линиями равного потенциала, то при соблюдении условия $\Delta n = \Delta a$ весь лист окажется подразделенным линиями тока на целое число трубок одинакового тока. Если эта рекомендация не была использована или была использована с недостаточной точностью, то может оказаться, что при соблюдении условия $\Delta n = \Delta a$ не удастся разделить весь лист на целое число трубок одинакового тока. Тогда одна из крайних трубок будет содержать не квадраты, а прямоугольники, и ток в этой трубке составит долю тока в каждой из остальных трубок, равную отношению $\frac{\Delta a}{\Delta n}$ для этих прямоугольников.

Для теоретического расчета картины линий равного потенциала следует задаться определенным значением потенциала, и для ряда значений V подсчитать координаты этой линии равного потенциала по формуле (**). Для того чтобы теоретическая картина поля соответствовала экспериментальной, необходимо между соседними линиями равного потенциала иметь то же приращение потенциала, что и в условиях опыта. Начальной линией равного потенциала se соответствует на плоскости W отрезок на мнимой оси, и, следовательно, $U=0$.

Аналогично можно построить картину линий тока, задаваясь определенным значением V , соответствующим зна-

чению функции потока на картине поля, и для ряда значений U , подсчитывая координаты точек этой линии тока. Значения функции потока определяются из условия, что приращение потока между соседними линиями тока должно быть равно $\frac{V_0}{m}$, где m — число трубок тока на построенной по экспериментальным данным картине поля. Значение функции потока V_0 на верхней границе листа определяется силой тока и измеренным по отдельной полоске сопротивлением одного квадрата листа. Если при расчете линий равного потенциала выбирать значения функции потока, исходя из этого же условия, то отпадает надобность в специальном расчете линий тока. Достаточно на построенной расчетной картине линий равного потенциала соединить точки, соответствующие равным значениям функции потока. Рассчитанная теоретически картина поля сопоставляется с картиной поля, полученной опытным путем.

По измеренным значениям силы тока i в листе и напряжению между начальной и ближайшей к латунному бруску линиями равного потенциала определяют сопротивление этого участка листа:

$$r = \frac{u}{i} = \frac{\Delta U \cdot n}{i},$$

где ΔU — разность потенциалов между соседними линиями равного потенциала, а n — число интервалов между линиями равного потенциала, между которыми рассчитывается сопротивление.

Сопротивление квадрата сетки поля не зависит от его размеров, так как напряжение на каждом из квадратов и ток, протекающий вдоль каждого квадрата, одинаковы. Поэтому по картине поля, пользуясь измеренным на отдельной полосе значением сопротивления r' одного квадрата, можно вычислить сопротивление r по формуле

$$r = r' \frac{n}{m}.$$

Рассчитанное по картине поля сопротивление листа должно быть сравнено с найденным путем непосредственного измерения на исследуемом листе.

Литература. [Л. 1, 2, 3, 4].

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЛИНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД С РАЗЛИЧНЫМИ УДЕЛЬНЫМИ ПРОВОДИМОСТЯМИ

1. Описание установки

Установка состоит из плоского квадратного железного листа. В середине листа сделан круглый вырез, в который

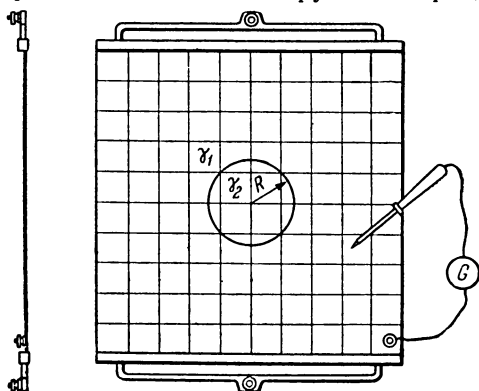


Рис. 4

впаян круг из листовой латуни (рис. 4). На поверхности листа нанесена неглубокими царапинами прямоугольная координатная сетка. К двум противоположным сторонам железного листа припаяны толстые латунные брусочки, служащие для подвода тока к листу. Установка содержит еще две полоски — железную и латунную — из тех же материалов и той же толщины, что и лист с впаянным в него кругом. Эти полоски служат для определения удельной проводимости материалов железного листа и латунного круга.

2. Задача и метод исследования

Основной задачей исследования является выяснение характера преломления линий тока на границе раздела двух сред с различными удельными проводимостями.

Отношение тангенсов углов, составляемых на границе раздела линией тока в обеих средах с нормалью к поверхности раздела, должно быть равно отношению удельных проводимостей сред. Это равенство вытекает из граничных условий для векторов плотности тока и напряженности электрического поля (Л. 1, ч. III, § 41). Именно:

1) составляющие вектора напряженности, касательные к поверхности раздела, на границах раздела в обеих средах равны:

$$E_{1t} = E_{2t};$$

2) на границе раздела равны в обеих средах нормальные составляющие вектора плотности тока:

$$\delta_{n1} = \delta_{n2}, \text{ или } \gamma_1 E_{1n} = \gamma_2 E_{2n}.$$

Из этих условий вытекает соотношение

$$\frac{\operatorname{tg} \Theta_1}{\operatorname{tg} \Theta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},$$

где Θ_1 и Θ_2 — углы, составляемые в обеих средах около поверхности раздела касательной к линии тока с нормалью к поверхности раздела.

Между латунными брусками, припаянными к краям листа, пропускают постоянный ток, который поддерживают неизменным в течение опыта. Тем же методом, что и в первой работе, снимают картину линий равного электрического потенциала.

Линии равного потенциала преломляются на окружности, разделяющей латунную часть листа от железной. Обозначим через Θ'_1 и Θ'_2 углы, составляемые касательными к линиям равного потенциала с лежащей в плоскости листа нормалью к окружности раздела в обеих средах около этой окружности. Так как линии напряженности поля, а в изотропных средах и линии тока, всюду перпендикулярны к линиям равного потенциала, то имеют место соотношения

$$\Theta'_1 = \frac{\pi}{2} - \Theta_1 \quad \text{и} \quad \Theta'_2 = \frac{\pi}{2} - \Theta_2$$

и, следовательно,

$$\frac{\operatorname{tg} \Theta'_1}{\operatorname{tg} \Theta'_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}.$$

Для исследования выбрана фигура в форме круга из латуни, т. е. из материала с высокой удельной проводимостью, впаянного в относительно больших размеров по сравнению с радиусом круга лист из железа, т. е. из материала с меньшей удельной проводимостью. Такая фигура взята потому, что картину поля тока в этом случае представляется возможным получить расчетным методом.

Вследствие того, что ток вводится в железный лист через припаянные к его краям массивные латунные бруски, имеющие малое электрическое сопротивление, можно приближенно считать, что эти края листа являются линиями равного потенциала. Если бы железный лист не содержал в себе впаянного латунного круга и был сплошным, то поле тока в нем было бы однородным, т. е. линии тока представляли бы собою параллельные прямые. Если учесть еще, что поле тока в листе является плоскпараллельным, то мы имеем случай, аналогичный тому, когда весьма длинный круговой цилиндр из материала с высокой удельной проводимостью оказывается погруженным в проводящую среду с меньшей удельной проводимостью, по которой протекает ток перпендикулярно оси цилиндра, причем при отсутствии цилиндра поле тока можно считать однородным.

Такой случай имеет важное практическое значение. В земле, особенно в городских районах, протекают блуждающие постоянные токи, ответвляющиеся, например, от рельсовых путей электрических железных дорог. Эти токи встречают на своем пути металлические трубы водопроводных, канализационных и других подземных устройств. В одних местах эти токи входят в трубы, в других вновь выходят из них в землю, что приводит к разъеданию труб вследствие явления электролиза. При проектировании

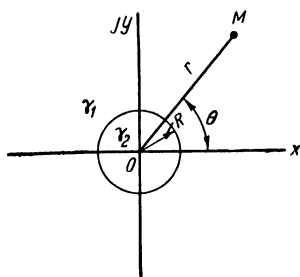


Рис. 5

городских подземных устройств приходится считаться с этим вредным явлением. Одним из простейших случаев, с точки зрения расчета поля тока, является случай, когда ток протекает перпендикулярно оси трубы. Именно этот случай и соответствует обстановке опыта с описанным выше листом.

Найдем уравнения, которые характеризуют интересующее нас поле. Будем рассматривать поле в

комплексной плоскости (Л. 1, ч. III, § 17) и предположим, что лист не имеет внешних границ (рис. 5). При этом ось OX будем предполагать параллельной линиям подводящих ток брусков, ограничивающих реальный лист.

Однородное внешнее поле описывается комплексным потенциалом, имеющим вид

$$V + jU = -E_0 z,$$

где V — функция потока, U — электрический потенциал, $z = x + jy$ — комплексное переменное, определяющее положение точки на плоскости, и E_0 — напряженность внешнего однородного поля.

Линии напряженности этого поля определяются уравнением

$$V = -E_0 x = \text{const},$$

т. е. представляют собой прямые, параллельные оси OY .

Линии равного потенциала характеризуются уравнением

$$U = -E_0 y = \text{const},$$

т. е. представляют собой прямые, параллельные оси OX .

Совместим начало координат с центром кругового листа, обладающего удельной проводимостью γ_2 . Пусть R — радиус круга. Удельную проводимость внешней по отношению к кругу среды обозначим через γ_1 .

Вследствие наличия круга с удельной проводимостью γ_2 , отличной от γ_1 , внешнее однородное поле должно искажаться. Результирующее поле можно рассматривать как результат наложения на внешнее однородное поле некоторого дополнительного поля. Это дополнительное поле внутри круга будет также однородным. Вне круга дополнительное поле будет иметь такой же характер, как электрическое поле двухпроводной линии в окружающем ее диэлектрике на расстоянии r от проводов линии, весьма большом по сравнению с расстоянием d между проводами, при этом $d \ll R$ и провода пересекают круг в его центре.

Чтобы убедиться в справедливости сказанного относительно характера дополнительного поля внутри и вне круга, обратимся к методу электростатической аналогии (Л. 1, ч. III, § 42). В электростатике случаем, аналогичным исследуемому, является случай бесконечно длинного кругового цилиндра из изолирующего вещества с диэлектрической

проницаемостью ϵ_2 , окруженного изолирующей средой с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 и находящегося во внешнем однородном электрическом поле, линии напряженности которого перпендикулярны оси цилиндра. Такой цилиндр является частным случаем эллипсоида. Одна ось эллипсоида, направленная вдоль оси OZ , имеет бесконечную длину, другие две оси эллипсоида имеют одинаковые длины.

Известно, что эллипсоид во внешнем однородном поле поляризуется однородно (Л. 1, ч. III, § 27 и 63). Следовательно, дополнительное поле внутри цилиндра будет также однородным.

Правильность сказанного выше о характере дополнительного поля вне цилиндра становится ясной из следующих рассуждений. неполяризованный цилиндр из изолирующего вещества можно представить себе как два наложенных друг на друга разноименно заряженных цилиндра с зарядами, равномерно распределенными по их объему. Эти заряды образуют совокупностью положительных и, соответственно, отрицательных элементарных зарядов, входящих в состав молекул вещества. При однородной поляризации цилиндра все молекулы поляризуются одинаково. Пусть d — длина осей элементарных диполей, т. е. среднее расстояние, на которое смещаются друг от друга в молекулах заряды противоположных знаков. Весь поляризованный

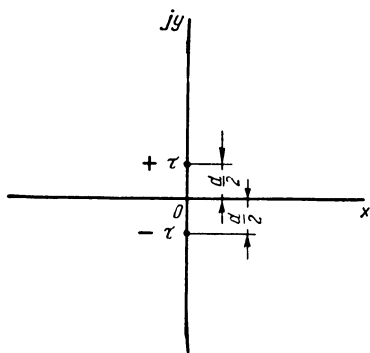


Рис. 6

новый цилиндр эквивалентен двум равномерно и разноименно заряженным цилиндрам, оси которых смещены друг от друга на расстояние d . Но каждый из этих цилиндров создает во внешнем пространстве такое же поле, как если бы весь заряд был сосредоточен на его оси. Следовательно, два смещенных друг относительно друга цилиндра эквивалентны двум параллельным, смещенным друг относительно друга на расстояние d , заряженным разноименными и равными по величине зарядами осей, т. е. эквивалентны двухпроводной линии.

Найдем выражение для комплексного потенциала поля

двухпроводной линии. Комплексный потенциал поля уединенного провода, имеющего заряд τ на единицу длины, выражается формулой (Л. 1, ч. III, § 18)

$$\zeta = V + jU = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon} j \ln z + C,$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей провод.

В случае системы двух проводов с зарядами $\tau_1 = \tau$ и $\tau_2 = -\tau$ (рис. 6) имеем

$$\begin{aligned}\zeta = \zeta_1 + \zeta_2 &= -\frac{\tau}{2\pi\epsilon} j \ln \left(z - j \frac{d}{2} \right) + \frac{\tau}{2\pi\epsilon} j \ln \left(z + j \frac{d}{2} \right) + \\ &+ C' = \frac{\tau}{2\pi\epsilon} j \ln \frac{z + j \frac{d}{2}}{z - j \frac{d}{2}} + C' = \\ &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon} j \ln \left(1 + \frac{j d}{z - j \frac{d}{2}} \right) + C' .\end{aligned}$$

Нас интересует поле только вне круга радиусом R , причем $R \gg d$, так как d имеет молекулярные размеры. Следовательно, $|z| \gg d$ и можно принять

$$1 + \frac{j d}{z - j \frac{d}{2}} \approx 1 + j \frac{d}{z}, \quad \ln \left(1 + j \frac{d}{z} \right) \approx j \frac{d}{z}.$$

Последнее приближенное равенство получим, если разложим в ряд $\ln(1 + j \frac{d}{z})$ и ограничимся первым членом разложения.

Итак, комплексный потенциал двухпроводной линии на значительных расстояниях от проводов линии (при $|z| \gg d$) имеет выражение

$$\zeta = V + jU = -\frac{\tau d}{2\pi\epsilon z} + C'.$$

Положив $C' = 0$, получаем

$$V + jU = -\frac{\tau d}{2\pi\epsilon z} = -\frac{\tau d}{2\pi\epsilon r^2} (x - jy),$$

где $r^2 = x^2 + y^2$.

Возвращаясь к исследуемому железному листу с впаянным в него латунным кругом и пользуясь методом аналогии, мы можем утверждать, что дополнительное поле, обусловленное наличием круга, вне круга имеет комплексный потенциал, выражающийся формулой

$$V + jU = \frac{A}{z},$$

где A — некоторая постоянная величина.

Условимся отмечать все величины, характеризующие результирующее поле, вне круга одним штрихом и внутри круга двумя штрихами. Комплексный потенциал результирующего поля вне круга равен сумме комплексных потенциалов внешнего однородного поля и дополнительного поля, т. е. имеет выражение

$$V' + jU' = -E_0 z + \frac{A}{z},$$

или

$$\begin{aligned} V' + jU' = & -E_0(x + jy) + \frac{A}{x + jy} = \left(-E_0 + \frac{A}{x^2 + y^2}\right)x + \\ & + j\left(-E_0 - \frac{A}{x^2 + y^2}\right)y = \left(-E_0 + \frac{A}{r^2}\right)r \cos \Theta + \\ & + j\left(-E_0 - \frac{A}{r^2}\right)r \sin \Theta, \end{aligned}$$

где Θ — угол, составляемый радиусом r с осью OX (см. рис. 5).

Внутри круга результирующее поле однородно и, следовательно, его комплексный потенциал может быть представлен в виде:

$$V'' + jU'' = Bz = Bx + jBy = Br \cos \Theta + jBr \sin \Theta,$$

где B — некоторая постоянная величина.

Для определения постоянных A и B необходимо использовать граничные условия.

Первое условие — равенство на границе раздела касательных составляющих вектора \mathbf{E} — дает: при $r = R$ должно быть $E'_t = E''_t$, или

$$\left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U'}{\partial \Theta}\right)_{r=R} = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U''}{\partial \Theta}\right)_{r=R}.$$

Используя выражения для U' и U'' , находим

$$E_0 + \frac{A}{R^2} = -B.$$

Второе условие — равенство на границе раздела нормальных составляющих вектора δ — дает: при $r = R$ должно быть $\gamma_1 E_n' = \gamma_2 E_n''$, или

$$\gamma_1 \left(-\frac{\partial U'}{\partial r} \right)_{r=R} = \gamma_2 \left(-\frac{\partial U''}{\partial r} \right)_{r=R}.$$

Используя выражение для U' и U'' , получаем

$$\gamma_1 E_0 - \gamma_1 \frac{A}{R^2} = -\gamma_2 B.$$

Из этих двух условий определяются постоянные A и B в виде

$$A = -R^2 \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} E_0, \quad B = -\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} E_0.$$

Подставляя эти выражения в выражения для комплексного потенциала, получаем формулы для функции потока и для потенциала:

вне круга ($r > R$)

$$V' = -\left(1 + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2} \right) x E_0,$$

$$U' = -\left(1 - \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2} \right) y E_0;$$

внутри круга ($r < R$)

$$V'' = -\frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} x E_0,$$

$$U'' = -\frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} y E_0.$$

(*)

Из последнего выражения следует, что напряженность результирующего поля внутри круга равна

$$E'' = \frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} E_0.$$

Плотность тока внутри круга имеет выражение

$$\delta'' = \gamma_2 E'' = \frac{2\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} \gamma_1 E_0 = \frac{2\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} \delta_0,$$

где $\delta_0 = \gamma_1 E_0$ — плотность тока во внешнем однородном поле.

В предельном случае ($\gamma_2 = \infty$) имеем

$$E'' = 0 \text{ и } \delta'' = 2\delta_0,$$

т. е. в сверхпроводящем круге падение напряжения равно нулю и плотность тока удваивается по сравнению с плотностью тока во внешнем однородном поле.

Вообще при $\gamma_2 > \gamma_1$ всегда $\delta'' > \delta_0$, так как ток стремится идти по пути с меньшим сопротивлением и линии тока при этом соотношении между γ_2 и γ_1 стягиваются к кругу.

При $\gamma_2 < \gamma_1$ получаем $\delta'' < \delta_0$, и линии тока в некоторой мере обтекают круг. В предельном случае $\gamma_2 = 0$ имеем $\delta'' = 0$, и линии тока полностью обтекают круг.

В отмеченном выше практическом случае зарытых в землю металлических труб обычно $\gamma_2 \gg \gamma_1$, и при расчете поля тока можно положить $\gamma_2 = \infty$.

В исследуемой в лаборатории установке γ_2 незначительно отличается от γ_1 . Такое соотношение удельных проводимостей подобрано для того, чтобы можно было лучше проследить условие преломления линий тока на границе раздела. Заметим, что формулы (*) выведены в предположении, что толщина d_1 железного листа равна толщине d_2 латунного круга. Однако если отношение $a = d_2/d_1$ несколько отличается от единицы, то это эквивалентно изменению в a раз отношения удельной проводимости латунного круга к удельной проводимости железного листа при $d_2 = d_1$. Поэтому под отношением γ_2/γ_1 в формулах (*) мы будем понимать отношение γ_2'/γ_1 истинных значений γ_2 и γ_1 удельных проводимостей материалов, умноженное на отношение толщин листов $a = d_2/d_1$.

Для измерения отношения γ_2/γ_1 служат указанные выше полосы. Методом, описанным в первой работе, измеряют сопротивление квадратов для обеих полос. Эти сопротивления выражаются формулами

$$r_1' = \frac{1}{\gamma_1' d_1} \text{ и } r_2' = \frac{1}{\gamma_2' d_2}.$$

Имеем

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\gamma_2' d_2}{\gamma_1' d_1} = \frac{r_1'}{r_2'}.$$

Так как в формулы (*) входит только отношение γ_2/γ_1 , то нет необходимости измерять d_1, d_2, γ_1' и γ_2' . Вполне достаточно определить сопротивления r_1 и r_2 квадратов.

3. Обработка результатов исследования

На вычерченное в масштабе на листе бумаги изображение исследуемого листа наносят рассчитанные теоретически по формулам (*) линии напряженности электрического поля и линии равного электрического потенциала.

Уравнения линий напряженности имеют согласно формулам (*) следующий вид:

вне круга

$$\left(1 + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2}\right) x = K = \text{const},$$

внутри круга

$$\frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} x = K' = \text{const}.$$

(**)

При переходе от любой линии к соседней с ней поток вектора \mathbf{E} следует увеличивать на одну и ту же величину ΔV , т. е. число K следует увеличивать на одну и ту же величину ΔK . Приращение ΔK следует выбрать так, чтобы внутри круга уложилось несколько, порядка пяти, линий.

Уравнения линий равного электрического потенциала согласно формулам (*) имеют следующий вид:

вне круга

$$\left(1 - \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2}\right) y = L = \text{const},$$

внутри круга

$$\frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} = y = L = \text{const}.$$

(***)

Чтобы при переходе от любой линии равного потенциала к соседней потенциал возрастал на одну и ту же величину ΔU , следует давать числу L одно и то же приращение ΔL . Рекомендуется принять $\Delta L = \Delta K$, так как при этом ширина ячеек сетки поля будет равна их длине.

Согласно уравнениям (**) и (***) внутри круга линии напряженности электрического поля и линии равного потенциала являются прямыми. Вне круга они имеют сложную

форму и их следует строить по точкам, которые вычисляются по уравнениям (**) и (***).

На построенную таким путем на основе теоретических расчетов сетку поля наносят пунктиром или карандашом другого цвета линии равного потенциала, полученные экспериментальным путем. Они должны расположиться в согласии с линиями, построенными на основе расчетов.

Причиной некоторой несогласованности результатов расчета и эксперимента может явиться следующее обстоятельство. При расчете предполагалось, что среда с удельной проводимостью γ_1 простирается во все стороны до бесконечности. Согласно формулам (**) и (***) на любом конечном расстоянии от центра круга поле неоднородно и только в пределе при $r \rightarrow \infty$ поле становится однородным и линии напряженности электрического поля и линии равного потенциала становятся прямыми. Исследуемый железный лист имеет форму прямоугольника конечных размеров, и совпадающие с его краями линии напряженности электрического поля, находящиеся на конечном расстоянии от центра круга, должны быть прямыми.

То же замечание относится и к линиям равного потенциала, которые на опыте у края листа должны получиться прямыми, если сопротивление припаянных к листу брусков, через которые вводится ток, весьма мало. В действительности сопротивление брусков, хотя и мало, но имеет конечное значение. Если подвести ток в отдельных точках бруска, то, протекая вдоль бруска, ток будет создавать вдоль него некоторое падение напряжения. Легко сообразить, что для получения на опыте лучшего соответствия с теоретическими линиями равного потенциала при $\gamma_2 > \gamma_1$ следует осуществить подвод тока не в центре бруска, а по краям его. При этом подводящие ток провода должны быть выполнены так, чтобы было обеспечено равенство токов, притекающих к обоим концам бруска. Это и выполнено в устройстве, изображенном на рис. 4.

Построенные указанным методом линии вектора напряженности электрического поля прерываются на окружности раздела. Густота линий напряженности электрического поля различна в средах с различными удельными проводимостями, если линии делят поле в обеих средах на трубки одинакового потока вектора E .

Непрерывными на границе раздела являются линии тока. Чтобы получить представление о характере линий

тока, их строят на отдельном рисунке. Уравнения линий тока получаются, если правые части уравнений (**) линий напряженности электрического поля умножить для области вне круга на γ_1 и для области внутри круга на γ_2 . Это следует из того, что между векторами плотности тока и напряженности электрического поля существует соотношение $\delta = \gamma E$. Получаем

вне круга

$$\left(1 + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2}\right) x \gamma_1 = M = \text{const},$$

внутри круга

$$\frac{2\gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} x \gamma_2 = M = \text{const}.$$

Чтобы иметь дело только с отношениями удельных проводимостей, разделим эти уравнения на γ_1 . Получаем уравнения линий тока

вне круга

$$\left(1 + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 + \gamma_1} \frac{R^2}{x^2 + y^2}\right) x = N = \text{const},$$

внутри круга

$$\frac{2\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1} x = N = \text{const}.$$

Если выбрать $\Delta N = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \Delta K$, то внутри круга число линий тока получится таким же, как и число ранее построенных линий напряженности электрического поля. Вне круга линии тока будут идти реже линий напряженности электрического поля. На построенной картине линий тока следует убедиться в правильности условия преломления линий тока на границе раздела:

$$\frac{\text{tg } \theta_1}{\text{tg } \theta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}.$$

Литература. [Л. 1, 2, 3, 4].

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ С ПОМОЩЬЮ ЗОНДОВ

1. Описание установки

Первый вариант установки предназначен для исследования электрического поля коаксиального конденсатора как внутри конденсатора, где поле легко поддается расчету, так и у краев конденсатора, где поле имеет сложную конфигурацию. Установка состоит из источника стабильного напряжения, двух коаксиальных цилиндров и стойки из изо-

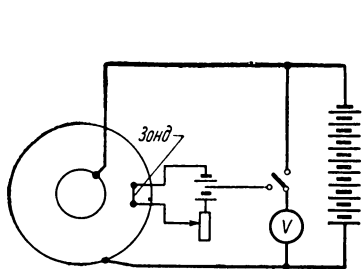


Рис. 7

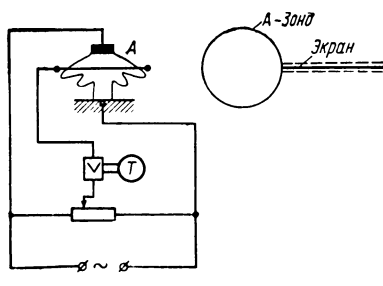


Рис. 8

лирующего материала со шкалой для определения положения зонда, на которой одновременно установлена батарея для накала зонда и реостат для регулировки накала зонда. Зонд представляет собой платиновую проволочку диаметром 0,05—0,1 мм, накаляемую до красного свечения. Для измерения потенциала используют электростатический вольтметр (рис. 7).

Другой вариант установки предназначен для исследования электрического поля штыревого изолятора при помощи емкостного зонда. В состав установки входят: штыревой изолятор, устройство для перемещения зонда по вертикали и набор проволоочных колец с различными радиусами, выполняющих роль емкостного зонда. Измерение потенциала производят при помощи мостовой схемы, где индикатором служит зуммер или трубка телефона, включенные в диагональ моста через усилитель из полупроводни-

ковых триодов. Питание схемы осуществляется от сети (рис. 8).

Возможны и другие варианты установки. Например, представляет интерес исследовать поле электростатической линзы на ее модели (см. рис. 79). При этом исследование можно выполнить либо методом накаливаемого зонда, либо при помощи емкостного зонда.

Проводники, идущие от обоих зондов, должны быть по возможности тонкими, чтобы они не искажали исследуемое поле.

2. Задача и метод исследования

Целью работы является ознакомление с некоторыми методами непосредственного исследования электрических полей.

Рациональное конструирование изоляции высоковольтных устройств требует знания распределения электрического поля. С этой точки зрения, наряду с расчетом электрического поля, имеет большое практическое значение и его экспериментальное исследование.

Можно использовать различные методы для непосредственного исследования электрических полей (Л. 1, ч. III, § 99), например, с помощью стрелки из проводящего материала, которая, будучи внесенной в электрическое поле исследуемого объекта, располагается по линии напряженности поля, или метод измерения напряженности поля безэлектродной неоновой лампой, которая загорается при определенном значении напряженности поля в области, где помещена такая лампа.

В данной работе исследуются поля с помощью двух других методов, основанных на использовании накаливаемых и емкостных зондов. Эти методы измерения были предложены академиком Н. Н. Семеновым.

Накаливаемый зонд испускает электроны и при этом вся цепь, соединенная с зондом и изолированная от остальных элементов установки, заряжается положительно. Если такой зонд поместить в исследуемое электрическое поле, то под воздействием этого поля электронное облако около зонда придет в движение, что приведет к дальнейшему испусканию электронов зондом и увеличению положительного заряда цепи зонда, если под действием поля электроны будут удаляться от зонда. Потенциал зонда при этом возрастает. Возрастание потенциала зонда происходит до тех пор, пока

он не достигнет того значения, которое имел потенциал исследуемого поля в точке расположения зонда до внесения последнего. Однако вследствие наличия конечной начальной скорости вылета электронов из раскаленного зонда ток эмиссии электронов станет равным нулю только тогда, когда потенциал зонда несколько превысит это значение потенциала (примерно на один вольт), что вносит небольшую ошибку в результаты измерения. Если при помощи электростатического вольтметра измерить разность потенциалов между цепью зонда и заземленным электродом установки, то можно судить о потенциале исследуемого поля, где расположен зонд, по отношению к заземленному электроду. Помещая зонд в различные точки электрического поля, получают картину распределения потенциала.

Метод накаливаемого зонда непригоден для исследования распределения потенциала вблизи поверхности изоляторов из-за скопления на таких поверхностях заряда испускаемых зондом электронов и искажения в результате этого электрического поля. В таком случае более подходящим является метод, основанный на использовании емкостного зонда. Если поместить в поле электрод *A* (рис. 8), то при наличии разности потенциалов этого электрода и точек исследуемого поля в месте его расположения по усилителю пойдет ток. Если теперь перемещением движка добиться равенства потенциалов зонда и точек исследуемого поля, где расположен зонд, то ток прекратится, что и зафиксирует индикатор, приключенный к выходу усилителя.

Для увеличения чувствительности зонда в лабораторной установке при исследовании поля изолятора, представляющего собою тело вращения, зонды изготавливаются в виде колец различных радиусов, центры которых располагают на оси симметрии изолятора.

При помощи таких колец можно снимать картину распределения потенциала, если перемещать кольца вдоль оси изолятора так, чтобы плоскости колец оставались перпендикулярны оси симметрии изолятора.

3. Обработка результатов исследования

При исследовании поля коаксиального конденсатора следует для области, в которой можно пренебречь влиянием краев конденсатора, сравнить расчетные величины напряженности поля (Л. 1, ч. 1, § 11) с экспериментальными.

Необходимо определить область поля, в пределах которой краевой эффект приводит к расхождению расчетных данных, полученных в пренебрежении влиянием этого эффекта, с экспериментальными данными не более чем на 10%.

При исследовании поля изолятора определенные из опыта точки одинакового потенциала следует соединить плавными кривыми, чтобы получить линии равного потенциала.

Рекомендуется нарисовать также линии напряженности поля, проводя их перпендикулярно линиям равного потенциала. Если желательно построить поле так, чтобы густота сетки поля давала возможность судить также и о величине напряженности поля, то следует линии равного потенциала строить через равные интервалы изменения потенциала, а линии напряженности строить так, чтобы поле вращения разбивалось ими на трубки равного потока смещения (Л. 1, ч. III, § 24). Правила построения поля тел вращения, удовлетворяющего этим условиям, несколько отличны от соответствующих правил построения плоскопараллельного поля.

Литература. [Л. 1, 15, 16].

Работа 4

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАТУШКИ

1. Описание установки

Исследуемая катушка имеет цилиндрическую форму (рис. 9). Обмотка катушки имеет w витков, расположенных в несколько слоев. Средний радиус витков и число витков указаны на лабораторной катушке. Внутри катушки может быть вложен стальной цилиндрический сердечник. Специальные упор и защелка позволяют закрепить сердечник внутри катушки. Сердечник имеет продольный цилиндрический осевой канал, в который вводится небольшая измерительная катушка, служащая для измерения напряженности магнитного поля. Эта измерительная катушка состоит из w_1 витков тонкой проволоки, уложенной в канавку, выточенную в эбонитовом цилиндрическом стержне. Стержень с измерительной катушкой вводится в канал сердеч-

ника и может свободно перемещаться вдоль сердечника. Стержень имеет достаточную длину для того, чтобы измерительную катушку можно было не только перемещать внутри сердечника исследуемой катушки, но и выводить

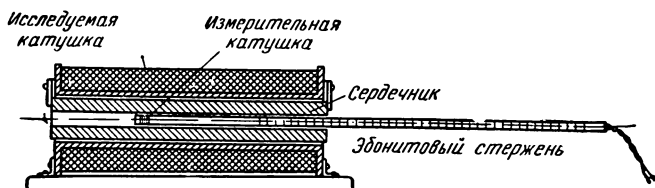


Рис. 9

за его пределы на значительное расстояние. На эбонитовом стержне нанесены деления в сантиметрах, дающие возможность определить положение измерительной катушки внутри сердечника. Средний диаметр d_1 витков измерительной катушки и число витков ω_1 указаны на эбонитовом стержне. Стальной сердечник довольно плотно входит в просвет каркаса исследуемой катушки. Точно так же стержень с измерительной катушкой входит достаточно плотно в канал сердечника. Поэтому можно считать, что центр витков измерительной катушки перемещается вдоль оси исследуемой катушки.

Для снятия кривой напряженности магнитного поля вдоль оси исследуемой катушки, при отсутствии в ней стального сердечника, последний заменяют деревянным цилиндром, имеющим точно такую же форму.

Для измерения магнитодвижущей силы используют магнитный пояс, описание которого приведено в приложении 3. Длина пояса вполне достаточна для охвата обмотки исследуемой катушки. Пояс вместе с его обмоткой и защитным покровом свободно проходит через канал стального сердечника или заменяющего его деревянного цилиндра.

Для измерения напряженности магнитного поля при помощи измерительной катушки и магнитодвижущей силы при помощи магнитного пояса используется баллистический метод. Поэтому установка содержит еще баллистический гальванометр и образцовый длинный соленоид с охватывающей его посередине вторичной катушкой, служащей для градуировки гальванометра. Для подбора сопротивления

цепи гальванометра, близкого к критическому, имеется магазин сопротивлений.

Для измерения, регулировки и выключения тока в исследуемой катушке или в образцовом соленоиде в цепь

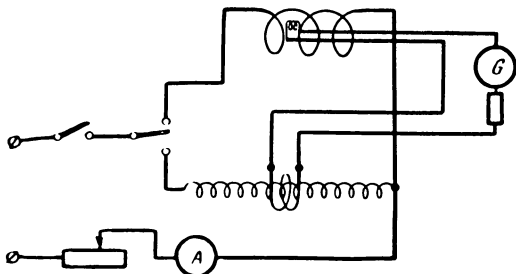


Рис. 10

включают амперметр, реостат и рубильник. Общая электрическая схема, используемая при выполнении работы, приведена на рис. 10.

2. Задача и метод исследования

Целью работы является исследование распределения напряженности магнитного поля вдоль оси короткой цилиндрической катушки с электрическим током. При отсутствии стального сердечника исследование предлагается выполнить как экспериментальным, так и расчетным путем. Весьма существенной задачей работы является выяснение экспериментальным путем изменения в распределении напряженности поля, которое возникает при внесении в катушку стального сердечника. Предлагается выяснить путем непосредственного измерения магнитным поясом изменение магнитодвижущей силы на отдельных участках замкнутого контура, охватывающего обмотку катушки, которое происходит при внесении стального сердечника, и сопоставить это изменение м. д. с. на отдельных участках с изменением распределения напряженности поля.

Работа служит также для уяснения закона полного тока — одного из важнейших законов в учении об электромагнитных явлениях и ознакомления с основанным на этом законе методом измерения полного тока при помощи магнитного пояса.

Совместим ось OX с осью исследуемой катушки и поместим начало координат в центре катушки. Для приближенного расчета напряженности магнитного поля на оси катушки, при отсутствии стального сердечника, заменим действительную многослойную катушку однослойной с тем же общим количеством витков, с той же длиной и с радиусом витков, равным среднему радиусу витков действительной катушки. Напряженность магнитного поля на оси однослойной цилиндрической катушки легко может быть вычислена при помощи закона Био — Савара — Лапласа. Согласно этому закону ток i , проходящий по элементу проводника dl , создает магнитное поле, имеющее в точке, удаленной на расстояние r от элемента проводника, напряженность

$$dH = \frac{idl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где α — угол между вектором dl (направлением тока в элементе dl) и радиусом-вектором r , направленным от элемента dl к точке, в которой определяется dH .

Вектор dH направлен перпендикулярно к dl и перпендикулярно к r в сторону, определяемую правилом правого винта.

Найдем сначала напряженность поля в точке A (рис. 11), лежащей на оси кругового витка, по которому протекает

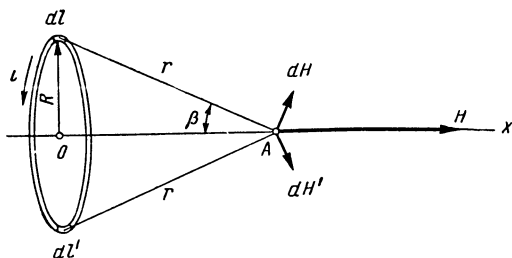


Рис. 11

ток i . Пусть R — радиус витка. Так как для точек на оси $r \perp dl$, то $\sin \alpha = 1$ и

$$dH = \frac{idl}{4\pi r^2}.$$

Каждые два равных элемента витка dl и dl' , лежащих на противоположных концах диаметра витка, обуславливают в точке A векторы dH и dH' , составляющие которых, нор-

мальные к оси OX , взаимно компенсируются. Наоборот, составляющие этих векторов, направленные вдоль оси OX , складываются. Следовательно, при вычислении напряженности поля H в точке A , обусловленной током во всем витке, достаточно учесть только составляющую каждого элементарного вектора $d\mathbf{H}$, направленную вдоль оси OX и равную

$$\sin \beta \cdot dH,$$

где β — угол между осью OX и радиусом-вектором \mathbf{r} .

Интегрируя вдоль всего витка, получаем

$$H = \int_0^{2\pi R} \sin \beta \frac{i \cdot dl}{4\pi r^2} = \frac{i \sin \beta}{4\pi r^2} 2\pi R = \frac{iR}{2r^2} \sin \beta.$$

Так как

$$\frac{R}{r} = \sin \beta,$$

то

$$H = \frac{i}{2} \frac{R^2}{r^3} = \frac{i}{2R} \sin^3 \beta.$$

Пользуясь этим выражением, найдем напряженность магнитного поля в точке A , лежащей на оси однослойной цилиндрической катушки, имеющей длину l , число витков w и радиус витков R (рис. 12).

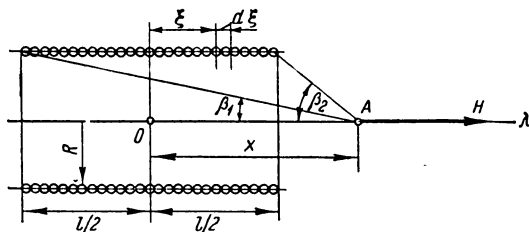


Рис. 12

Выделим элемент длины $d\xi$ катушки. Его можно рассматривать как тонкий круговой контур с током $di = \frac{iw}{l} d\xi$.

Напряженность магнитного поля, вызванная этим током, согласно последней формуле равна

$$dH = \frac{di}{2R} \cdot \sin^3 \beta = \frac{iw}{2l} \cdot \frac{\sin^3 \beta}{R} \cdot d\xi.$$

Искомая напряженность H в точке A магнитного поля, вызванного током во всей катушке, получается интегрированием вдоль всей катушки:

$$H = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{i\omega}{2l} \cdot \frac{\sin^3 \beta}{R} d\xi.$$

Так как

$$\frac{x - \xi}{R} = \operatorname{ctg} \beta,$$

то

$$\frac{d\xi}{R} = \frac{d\beta}{\sin^2 \beta}.$$

Следовательно,

$$H = \frac{i\omega}{2l} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \sin \beta \cdot d\beta = \frac{i\omega}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (*)$$

где β_1 и β_2 — крайние значения β , соответствующие краям катушки (рис. 12). Косинусы этих углов выражаются формулами

$$\cos \beta_1 = \frac{x + l/2}{\sqrt{R^2 + (x + l/2)^2}} \quad \text{и} \quad \cos \beta_2 = \frac{x - l/2}{\sqrt{R^2 + (x - l/2)^2}},$$

где x — расстояние точки A от середины катушки.

Для определения величины магнитной индукции в точке A имеем выражение

$$B = \frac{\mu_0 i\omega}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

Формула (*) и служит для расчета зависимости $H = f(x)$ при отсутствии стального сердечника.

При выполнении работы в лаборатории зависимость $H = f(x)$ получают опытным путем как при отсутствии стального сердечника, так и при наличии его. При этом пользуются описанным выше устройством. Измерительная катушка на эбонитовом стержне достаточно мала, чтобы можно было считать напряженность поля в занимаемом ею пространстве всюду одинаковой и равной напряженности

поля в ее центре. Измерение напряженности поля производят в ряде точек на оси исследуемой катушки, начиная от середины катушки и кончая на возможно большем, допускаемом измерительным устройством расстоянии от катушки за ее пределами. При наличии стального сердечника напряженность поля резко изменяется у края сердечника, поэтому для получения хорошей кривой здесь необходимо снять достаточное количество точек.

При измерении включают или выключают ток i в исследуемой катушке и наблюдают отброс α по шкале баллистического гальванометра, включенного в цепь измерительной катушки. Пусть $C_{\Psi 1}$ — постоянная гальванометра при измерении магнитного потока в случае, когда в цепь гальванометра введена измерительная катушка. Полный поток, сцепляющийся с измерительной катушкой при токе i в исследуемой катушке, определяется при этом из выражения

$$\Psi_1 = C_{\Psi 1} \cdot \alpha.$$

С другой стороны, этот поток связан с искомой напряженностью магнитного поля H соотношением

$$\Psi_1 = \mu_0 H s_1 \omega_1,$$

где s_1 — сечение, охватываемое средним витком измерительной катушки, и ω_1 — число витков измерительной катушки. Следовательно,

$$H = \frac{C_{\Psi 1}}{\mu_0 s_1 \omega_1} \alpha.$$

Выполнив измерение напряженности поля, переходят к измерению магнитодвижущей силы при помощи магнитного пояса. Измеряют следующие величины: 1) полную магнитодвижущую силу $F = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l}$ по замкнутому контуру, охватывающему всю обмотку исследуемой катушки; 2) часть F_1 этой м. д. с. вдоль пути, проходящего вне катушки между точками, лежащими на концах сердечника; 3) остальную часть F_2 м. д. с. вдоль пути, проходящего внутри сердечника, между теми же точками на концах сердечника. В первом случае пояс продевают сквозь канал сердечника и замыкают так, чтобы он охватывал всю обмотку катушки. Во втором случае пояс весь располагают вне катушки и оставляют незамкнутым, причем концы его должны примыкать к торцам сердечника. В третьем случае пояс вкладывают

вают в канал сердечника так, чтобы один его конец оказался вровень с одним торцом сердечника. Второй, выступающий из сердечника конец пояса изгибают и прикладывают к другому торцу сердечника.

Все перечисленные три измерения производят один раз без стального сердечника, причем для удобства измерений вкладывают вместо сердечника его заменяющий деревянный цилиндр, и второй раз при наличии стального сердечника.

Непосредственно измеряют баллистическим методом полный поток Ψ_2 , сцепляющийся с обмоткой пояса при токе i в исследуемой катушке. Величина Ψ_2 находится из соотношения

$$\Psi_2 = C_{\Psi 2} \alpha,$$

где $C_{\Psi 2}$ — постоянная гальванометра в случае, когда в цепь гальванометра введена обмотка пояса, и α — отброс по шкале гальванометра, наблюдаемый при включении или выключении тока в исследуемой катушке.

Магнитодвижущая сила F_{AB} вдоль оси пояса пропорциональна, как показано в приложении 3, потоку Ψ_2 :

$$F_{AB} = C\Psi_2,$$

при этом постоянная пояса равна

$$C = \frac{1}{\mu_0 s_2 \omega_2},$$

где s_2 — поверхность поперечного сечения пояса, охватываемая витком обмотки пояса, и ω_2 — число витков обмотки на единицу длины пояса.

Используя соотношение $\Psi_2 = C_{\Psi 2} \alpha$, получаем

$$F_{AB} = C\Psi_2 = C C_{\Psi 2} \alpha = K \alpha,$$

где K есть постоянная системы пояс — гальванометр.

Заметим, что вихревые токи, возникающие в теле стального сердечника при включении или выключении тока в исследуемой катушке, не влияют на результаты измерений, так как они весьма кратковременны и изменяются от начального нулевого значения вновь до нуля.

В заключение экспериментальной части работы необходимо определить при помощи образцового соленоида постоянные гальванометра $C_{\Psi 1}$ и $C_{\Psi 2}$ при включенных в цепь гальванометра измерительной катушки или магнит-

ном поясе. Эти постоянные могут отличаться друг от друга вследствие различия сопротивлений обмоток измерительной катушки и пояса.

3. Обработка результатов исследования

Предлагается рассчитать кривую $H=f(x)$ для случая отсутствия стального сердечника, пользуясь формулой (*), и построить эту кривую на диаграмме. На той же диаграмме следует нанести кривые $H=f(x)$ по точкам, полученным путем эксперимента при отсутствии и при наличии стального сердечника.

Некоторое расхождение теоретической и экспериментальной кривых при отсутствии стального сердечника может иметь, помимо неизбежных ошибок измерений, следующие причины. При выводе расчетной формулы (*) действительная многослойная катушка была заменена эквивалентной однослойной, однако при более строгом расчете следовало бы вычислить в каждой точке напряженность поля от каждого слоя обмотки в отдельности и затем просуммировать полученные значения. При измерении использовалась измерительная катушка конечных размеров, с помощью которой фактически может быть измерено лишь среднее значение напряженности поля в пределах пространства, занимаемого катушкой. Это среднее значение может несколько отличаться от значения напряженности поля в центре катушки.

Особый интерес представляет сопоставление кривых $H=f(x)$, полученных при измерении со стальным сердечником и без него. При внесении стального сердечника напряженность поля внутри сердечника убывает и вне его возрастает по сравнению со значениями напряженности поля в тех же местах при отсутствии сердечника.

Если предположить, что линии магнитной индукции расположены в сердечнике параллельно его оси, то мы приходим к заключению, что измеренное в канале сердечника значение напряженности поля есть одновременно и значение напряженности поля в теле самого сердечника. Действительно, на границе раздела двух сред с различными магнитными проницаемостями должны быть равны касательные составляющие вектора \mathbf{H} в обеих средах, но при указанном предположении эти составляющие являются единственными

ми, так как сам вектор \mathbf{H} согласно этому предположению касателен к поверхности канала сердечника.

На торцовых поверхностях сердечника напряженность поля изменяется скачкообразно. Здесь должны быть равны нормальные составляющие вектора магнитной индукции. При указанном предположении эти составляющие являются единственными, так как сам вектор \mathbf{B} перпендикулярен к торцовым поверхностям. Следовательно, на этих поверхностях имеем

$$\mu H_2 = \mu_0 H_1,$$

причем μ — магнитная проницаемость сердечника и H_2 и H_1 — напряженности поля внутри и вне сердечника у его торцовой поверхности. Таким образом,

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\mu}{\mu_0}.$$

На снятой опытным путем кривой $H=f(x)$ мы не наблюдаем такого резкого скачка напряженности поля вследствие того, что канал в сердечнике имеет конечный диаметр и часть линии магнитной индукции выходит из сердечника вблизи его концов через поверхности канала, а также вследствие конечных размеров измерительной катушки. Мы получили бы совершенно точную кривую с резким скачком в предельном случае бесконечно тонкого канала и бесконечно малых размеров измерительной катушки.

Переходя к анализу результатов измерения магнитодвижущей силы, необходимо прежде всего убедиться в том, что полная м. д. с. $F = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l}$ по замкнутому контуру, охватывающему всю обмотку исследуемой катушки, независимо от того, отсутствует или введен в катушку стальной сердечник, равна полному току в обмотке исследуемой катушки:

$$F = \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i\omega.$$

Соответственно, сумма магнитодвижущих сил на двух участках этого замкнутого контура вне и внутри сердечника в обоих случаях должна оставаться неизменной и равной $F = i\omega$.

Однако при внесении сердечника м. д. с. F_1 вне сердечника должна возрасти, а м. д. с. F_2 внутри сердечника

должна уменьшиться по сравнению с их значениями при отсутствии сердечника.

В заключение предлагается получить значения F_1 и F_2 графическим интегрированием кривой $H=f(x)$ в соответствующих пределах. Это интегрирование следует выполнить для обеих опытных кривых, снятых при отсутствии и при наличии стального сердечника. Результаты интегрирования следует сопоставить с результатами непосредственного измерения магнитным поясом.

Литература. [Л. 1, 2, 6, 20, 21].

Работа 5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ ДАТЧИКА ХОЛЛА

1. Описание установки

Объектом исследования является электромагнит с броневым сердечником, в среднем стержне которого имеется воздушный зазор $\Delta=0,5$ мм. Кривые изменения во вре-

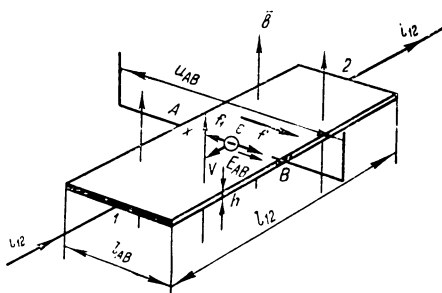


Рис. 13

мени величины магнитной индукции переменных магнитных полей в нем наблюдают на экране электронного осциллографа, на вход которого подают напряжение, снимаемое с датчиков Холла (рис. 13)

Датчик Холла устанавливают в воздушном зазоре исследуемой магнитной цепи. Схема и разметка контактов датчика Холла, применяющегося в работе, показаны на

рис. 14. К контактам 1 и А или В присоединяются компенсационные регулируемые сопротивления, назначение которых компенсировать до нуля напряжение небаланса,

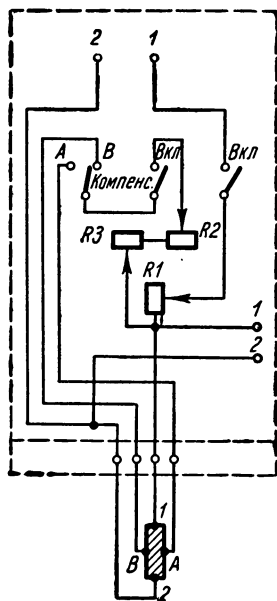


Рис. 14

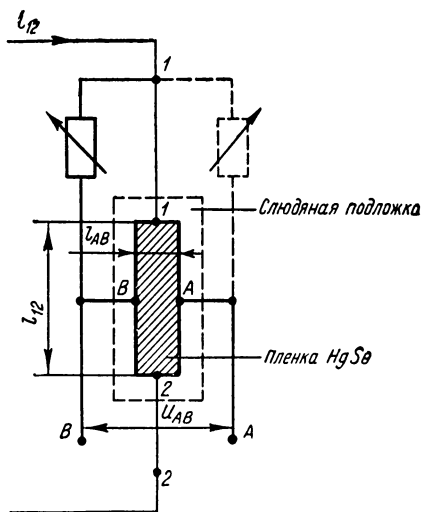


Рис. 15

которое может возникать на контактах А и В при отсутствии магнитного потока, проходящего сквозь поверхность датчика.

Питание датчика Холла, регулировка режима его работы, а также и соединение датчика с приборами, регистрирующими выдаваемые им сигналы, осуществляются через специальный регулятор. Принципиальная схема этого регулятора показана на рис. 15.

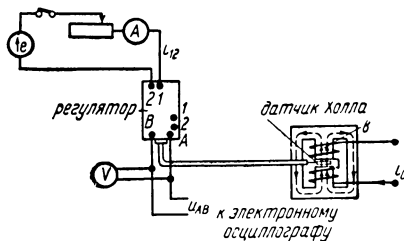


Рис. 16

Схема соединения регулятора с источником питания (аккумулятором) и датчиком, находящими-

ся в зазоре исследуемого устройства, представлена на рис. 16.

2. Задача и метод исследования

Задачей исследования является определение постоянных и переменных магнитных полей в воздушном зазоре электромагнита с броневым сердечником.

Результаты исследований переменных магнитных полей с помощью датчика Холла сопоставляются с результатами наблюдений соответствующих индуктированных э. д. с., которые являются косвенными характеристиками изучаемых магнитных полей.

Под эффектом Холла, как известно, понимается электромагнитное явление, возникающее в неподвижном проводнике с током, находящемся в магнитном поле, и проявляющееся в виде электрического поля, линии напряженности которого ортогональны линиям полей векторов плотности тока и магнитной индукции. Эффект Холла обусловливается силовым действием, которое испытывают заряженные частицы в проводнике, упорядоченно движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на движущийся в магнитном поле электрон, как известно, определяется выражением

$$\mathbf{f} = -e[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

где e — абсолютное значение заряда электрона, \mathbf{v} — средняя скорость упорядоченного движения электрона, \mathbf{B} — магнитная индукция.

Сила f , смещая движущийся электрон в направлении, поперечном его движению, обуславливает возникновение электрического поля, напряженность которого обозначим E_{AB} . Это электрическое поле будет воздействовать на электрон с силой $\mathbf{f}_1 = -e\mathbf{E}_{AB}$, препятствующей смещению электрона в направлении от A к B . При равновесии $\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}$, откуда видно, что $\mathbf{E}_{AB} = -[\mathbf{v}\mathbf{B}]$ и $E_{AB} = vB$.

Напряжение датчика Холла

$$u_{AB} = \int_A^B \mathbf{E}_{AB} d\mathbf{l} = \int_A^B E_{AB} dl = \int_A^B vB dl.$$

Из выражения $\delta = \rho v$ для плотности тока имеем равенство $\delta_{12} = nev$, в котором δ_{12} — значение плотности тока в точках, расположенных на линии l_{AB} (рис. 13), n — число

электронов проводимости в единице объема. Для величины скорости, следовательно, можно написать

$$v = \frac{1}{ne} \delta_{12} = R \delta_{12},$$

где R — константа Холла. У полупроводников n во много раз меньше, чем у проводников, а поэтому за счет сильного увеличения скорости эффект Холла в полупроводниках проявляется во много раз сильнее, чем в проводниках. Если в выражении для u_{AB} допустить, что скорость, а следовательно, и плотность тока по линии l_{AB} постоянны по величине, то можно получить более простое выражение для определения u_{AB} :

$$u_{AB} = \int_A^B v B dl = v \int_A^B B dl = R \delta_{12} \int_A^B B dl = R \delta_{12} B_{cp} l_{AB} = k_u B_{cp},$$

где $k_u = R \delta_{12} l_{AB} = R \frac{i_{12}}{h}$ — чувствительность датчика по напряжению, h — толщина датчика, l_{AB} — ширина датчика.

Из выражения для напряжения u_{AB} датчика Холла видно, что с помощью этих датчиков можно по напряжению u_{AB} или по току i_{AB} , который может пойти по измерительной цепи под действием напряжения u_{AB} , измерять среднее значение магнитной индукции. В общем случае k_u может в некоторой мере зависеть от индукции, и связь между u_{AB} и B становится нелинейной. При этом используют рабочие характеристики датчиков Холла

$$u_{AB} = F_1(B) \text{ и } i_{AB} = F_2(B).$$

При исследовании постоянного магнитного поля в сердечнике электромагнита снимают зависимость потокосцепления с обмоткой магнитной цепи от намагничивающего тока

$$\Psi = F(i).$$

Допуская, что все линии магнитной индукции сцепляются со всеми витками обмотки, имеем

$$\Psi = \omega S B = \omega S \frac{u_{AB}}{k_u},$$

где ω — число витков намагничивающей обмотки, S — площадь сечения среднего стержня сердечника, k_u — чувствительность датчика Холла по напряжению, u_{AB} — напряжение датчика Холла.

Характеристика $\Psi = F(i)$, снятая с помощью датчика Холла, сопоставляется с такой же характеристикой, но полученной баллистическим методом (приложение 2), а также с характеристикой, наблюдаемой непосредственно на экране осциллографа.

Для непосредственного наблюдения кривой $\Psi = F(i)$ на экране осциллографа необходимо на пластины вертикальной развертки осциллографа подавать напряжение u_{AB} ,

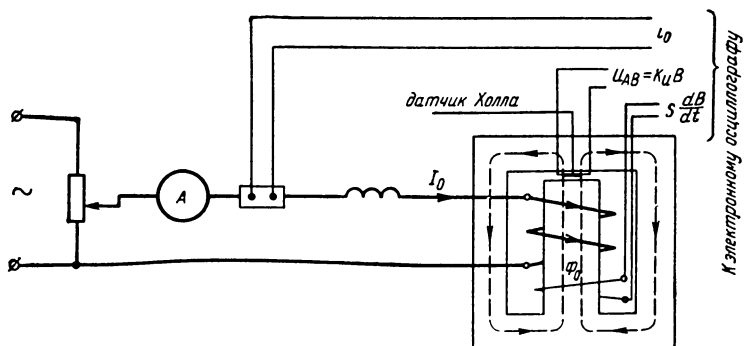


Рис. 17

пропорциональное индукции B , а следовательно, и потокоцеплению Ψ с вышеуказанным допущением. При этом на пластины горизонтальной развертки необходимо подавать напряжение, пропорциональное току, протекающему по обмотке электромагнита, и снимаемого с небольшого сопротивления, включенного последовательно с обмоткой электромагнита.

Исследование переменного магнитного поля в сердечнике электромагнита проводится на схеме, показанной на рис. 17. На экране электронного осциллографа можно наблюдать кривую тока в обмотке электромагнита, кривую потокоцепления, которое пропорционально среднему значению магнитной индукции в стержне сердечника, и кривую индуктированной в витке э. д. с.

3. Обработка результатов исследования

По результатам исследования постоянного магнитного поля в сердечнике электромагнита строят зависимости потокоцепления Ψ от намагничивающего тока i , снятые с помощью датчика Холла и баллистическим методом.

По результатам исследования переменного магнитного поля в электромагните строят кривые изменения тока во времени, потокоцепления и индуцированной э. д. с. Экспериментальная кривая изменения потокоцепления во времени сопоставляется с теоретической, получаемой графическим методом по характеристике $\Psi = F(i)$, снятой при исследовании постоянного магнитного поля электромагнита, и по зависимости $i(t)$, также снятой экспериментальным путем.

Датчики Холла широко применяются для исследования полей в магнитных цепях электрических машин. Например, можно рекомендовать в качестве

объекта исследования электрическую машину постоянного тока, обладающую зубчатым якорем и неподвижными полюсами. При этом исследуются магнитные поля в воздушном зазоре машины при неподвижном якоре и при вращающемся якоре.

При исследовании постоянного магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины при неподвижном якоре снимается кривая распределения магнитной индукции под полюсом машины в зависимости от угла установки датчика к оси полюса машины. Схематично это показано на рис. 18. Исследование рекомендуется проводить при различных токах возбуждения машины и при двух положениях якоря, соответствующих совпадению осей паза и зубца якоря с осью полюсов машины.

Исследование переменного магнитного поля, пронизы-

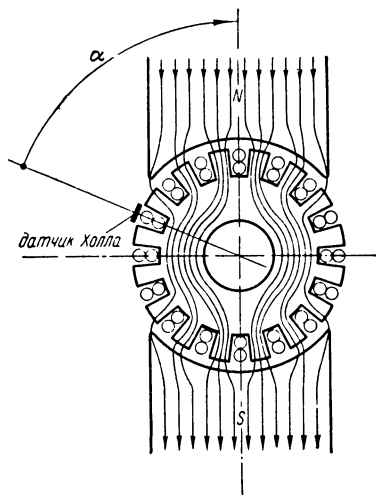


Рис. 18

вающего зубцы и пазы якоря при его вращении, выполняются на установке, схематично показанной на рис. 19. Для наблюдения этих переменных магнитных полей датчики Холла устанавливаются соответственно на зубец и в пазу ротора. Как видно из схемы, представленной на рис. 19, питание датчиков Холла так же, как и снятие

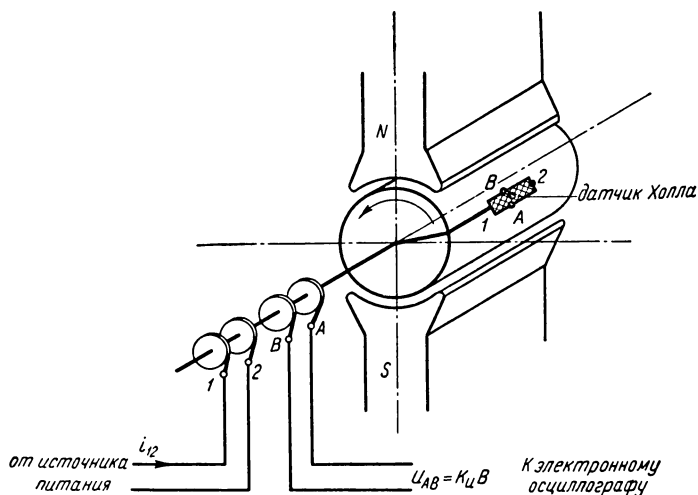


Рис. 19

сигналов с этих датчиков, осуществляется через специальные контактные кольца. Для того чтобы сопоставить кривые изменения магнитной индукции в зубцах и пазах ротора с соответствующими индуктированными э. д. с., в двух пазах и на зубцах ротора укреплены витки измерительных обмоток, концы которых также присоединены к контактным кольцам. Через щеточное устройство напряжения u датчиков Холла, пропорциональные магнитным индукциям в пазу и в зубце, так же, как и индуктированные э. д. с., подаются на вход электронного осциллографа, на экране которого таким образом можно наблюдать кривые магнитных индукций и сопоставить их с кривыми соответствующих индуктированных э. д. с. Все эти кривые рекомендуется наблюдать при различных токах возбуждения машины.

Следует обратить особое внимание на состояние контактных колец и щеток, поскольку при вращении ротора воз-

можно появление несбалансированных контактных э. д. с., которые, вообще говоря, могут сильно исказить истинную картину явлений. От такого недостатка можно избавиться, если в качестве исследуемого объекта взять синхронную машину, у которой зубчатое строение имеет неподвижный статор, а явнополюсным является ротор. Программа и способы исследований, изложенные выше, целиком относятся и к этому варианту.

По результатам измерения магнитной индукции в воздушном зазоре электрической машины строят кривые распределения магнитной индукции под полюсами машины при различных токах возбуждения и двух положениях ротора.

По результатам исследования переменных магнитных полей в зубцах и пазах при вращении ротора строят кривые изменения во времени магнитных индукций в зубцах и пазах машины. Эти кривые сопоставляются с кривыми соответствующих индуктированных э. д. с. При этом необходимо уяснить связь между формами кривых магнитных индукций и индуктированных э. д. с.

Литература. [Л. 1, 19, 20, 21].

Работа 6

ИССЛЕДОВАНИЕ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЭЛЛИПСОИДОВ ВРАЩЕНИЯ В ОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

1. Описание установки

Для создания однородного магнитного поля используются две круглые катушки, расположенные коаксиально, одинаковые по размерам и по числу витков. Будем называть их катушками возбуждения. Средний радиус каждой катушки обозначим через R . Линейные размеры сечений обмоток катушек малы по сравнению с радиусом R . Расстояние между средними плоскостями катушек равно радиусу R . Расположение катушек показано на рис. 20. Катушки соединяют последовательно и согласно. При прохождении тока i в катушках в центральной области между катушками создается магнитное поле, весьма близкое к однородному.

Напряженность поля H_0 в центре системы из двух катушек легко может быть вычислена по формуле, выведен-

ной в четвертой работе для случая одного кругового витка. Так как линейные размеры сечений обмоток катушек малы по сравнению с R , то каждую катушку можно рассматривать как один виток с током $i\omega$, если ω — число витков катушки. Обе катушки создают в центре системы одинаковые по величине и направлению напряженности поля. Следовательно, результирующая напряженность поля в центре выражается формулой

$$H_0 = 2 \frac{i\omega}{2R} \sin^3 \beta.$$

При равенстве расстояния между средними плоскостями катушек их среднему радиусу R имеем

$$\sin \beta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}; \quad \sin^3 \beta = \frac{8}{5\sqrt{5}}.$$

Таким образом,

$$H_0 = \frac{8}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{i\omega}{R} = 0,716 \frac{i\omega}{R}.$$

Поле в некоторой небольшой области около центра системы катушек принимает однородным с напряженностью H_0 . В эту область вносят исследуемые эллипсоиды.

Исследуют три стальных эллипсоида вращения, изготовленных из одного и того же материала. Наибольшие круговые сечения, перпендикулярные осям вращения, одинаковы для всех трех исследуемых эллипсоидов. Оси же вращения имеют длину, различную у всех трех эллипсоидов. Один из эллипсоидов имеет форму удлиненного эллипсоида вращения (овоида), второй — шара и третий — укороченного эллипсоида вращения (сфероида).

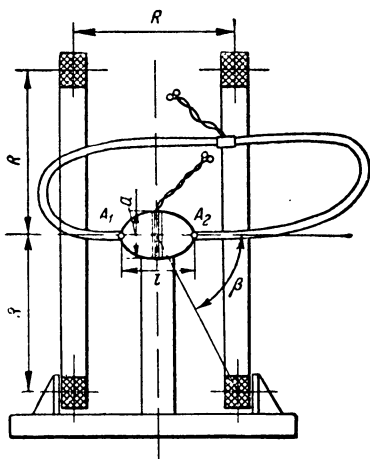


Рис. 20

Обозначим через l длину оси вращения и через d длину перпендикулярной ей оси эллипсоида. Введем обозначение $\lambda = \frac{l}{d}$. Первый образец имеет $\lambda > 1$, второй $\lambda = 1$ и третий $\lambda < 1$.

Кроме выточенных из стали сплошных эллипсоидов, исследуется еще шар, состоящий из весьма большого количества маленьких шариков, заполняющих равномерно пространство внутри тонкой целлулоидной сферической оболочки, или шар, изготовленный из порошкообразного железа. Такой составной шар можно рассматривать как сплошной, но с магнитной проницаемостью значительно меньшей, чем магнитная проницаемость материала зерен, из которых он составлен.

Катушки возбуждения, служащие для создания однородного поля, закреплены на подставке, на которой имеется специальная деревянная стойка, обеспечивающая правильное расположение эллипсоидов в центре катушек. Измерение магнитной индукции в эллипсоиде производится при помощи специальной измерительной катушки, плотно охватывающей эллипсоид по большому кругу, перпендикулярному оси вращения. Измерение напряженности поля выполняется с помощью магнитного пояса.

Все измерения производятся баллистическим методом. Поэтому установка включает в себя баллистический гальванометр и необходимые для работы с ним элементы его цепи. Устройство для градуировки гальванометра в этой работе не нужно, так как на основе измерений баллистическим методом определяются только отношения магнитных индукций и напряженностей поля к величинам $B_0 = \mu_0 H_0$ и H_0 , абсолютные же их значения определяются по известной из расчета величине H_0 .

2. Задача и метод исследования

Основной задачей работы является изучение явления намагничивания ферромагнитных тел, вносимых во внешнее магнитное поле. В работе используется замечательное свойство эллипсоидов намагничиваться однородно во внешнем однородном магнитном поле. Целью работы является также определение опытным путем так называемых коэффициентов размагничивания эллипсоидов, зависящих только от формы тела и имеющих существенное значение в теории намагничивания тел во внешнем поле и в соответствующих расчетах.

Прежде всего предлагается проверить однородность поля в той области пространства, в которую вносятся эллипсоиды. С этой целью используют маленькую пробную катушку, введенную в цепь баллистического гальванометра. Катушку устанавливают в разных местах исследуемой области пространства и наблюдают отбросы на шкале гальванометра, получающиеся при включении или выключении тока в катушках возбуждения. В пределах области, занимаемой эллипсоидами, отбросы должны получаться одинаковыми во всех точках. Полезно также проверить, на каком расстоянии от этой области поле начинает заметно отличаться от однородного.

Проверив однородность поля, вносят в пространство между катушками возбуждения исследуемый эллипсоид и располагают его на специальной подставке так, чтобы его ось вращения совпадала с осью катушек возбуждения, т. е. была направлена вдоль линий магнитной индукции внешнего поля.

Для измерения магнитной индукции B_i в теле эллипсоида на него предварительно надевают указанную выше измерительную катушку, которую вводят в цепь баллистического гальванометра. Производя переключение направления тока в катушках возбуждения при помощи перекидного переключателя, наблюдают отброс по шкале гальванометра. Этот отброс пропорционален магнитному потоку, пронизывающему измерительную катушку. Так как эллипсоид намагничивается однородно и катушка плотно охватывает его, то этот отброс пропорционален магнитной индукции B_i в теле эллипсоида. Затем удаляют эллипсоид, оставляя измерительную катушку в том же положении, и вновь наблюдают отброс по шкале гальванометра при переключении тока в катушках возбуждения. Отброс, полученный в этом случае, пропорционален магнитной индукции $B_0 = \mu_0 H_0$ внешнего однородного поля. Обозначив отношение двух отсчетов по шкале гальванометра при наличии и при отсутствии эллипсоида через b , будем иметь

$$b = \frac{B_i}{B_0}.$$

Измерение отношения $\frac{B_i}{B_0}$ следует произвести для всех исследуемых эллипсоидов. Затем приступают к измерению напряженности магнитного поля H_i внутри тела эллип-

соида. С этой целью, вновь расположив эллипсоид правильно на подставке, устанавливают измерительный магнитный пояс так, чтобы он своими концами плотно примыкал к полюсам A_1 и A_2 (см. рис. 20) эллипсоида, лежащим на оси вращения. Пояс должен располагаться так, чтобы он не охватывал катушек возбуждения. При этом линейный интеграл вектора \mathbf{H} вдоль замкнутого контура, проходящего по оси пояса и между точками A_1 и A_2 по оси эллипсоида, равен нулю, так как этот замкнутый контур не охватывает

тока. Следовательно, интеграл $\int_{A_1}^{A_2} \mathbf{H} d\mathbf{l}$ вдоль оси эллипсо-

ида при этом равен интегралу $\int_{A_1}^{A_2} \mathbf{H} d\mathbf{l}$ вдоль оси пояса. По-

следний же как раз и измеряется магнитным поясом. Таким образом, вводя обмотку пояса в цепь баллистического гальванометра и наблюдая отброс по шкале гальванометра при переключении направления тока в катушках возбуждения, получают возможность измерить магнитодвижущую силу вдоль оси эллипсоида. Так как эллипсоид намагничивается однородно, то

$$\int_{A_1}^{A_2} \mathbf{H} d\mathbf{l} = H_i l.$$

Следовательно, отброс по шкале гальванометра пропорционален напряженности поля H_i в теле эллипсоида.

Выполнив этот опыт, удаляют эллипсоид, оставляя концы магнитного пояса точно в том же положении, в каком они были при наличии эллипсоида. Отброс гальванометра при переключении тока в катушках возбуждения пропорционален при этом величине $H_0 l$, т. е. пропорционален напряженности H_0 внешнего однородного поля. Обозначив отношение двух отсчетов по шкале гальванометра при наличии и отсутствии эллипсоида через h , будем иметь

$$h = \frac{H_i}{H_0}.$$

Заметим здесь, что можно вместо переключения направления тока в катушках возбуждения производить включение или выключение этого тока. Однако это можно делать, только убедившись в ничтожно малом влиянии остаточной индукции, т. е. только тогда, когда отброс при включении

или выключении равен точно половине отброса при переключении. Ввиду того что в опыте используются короткие тела с большими коэффициентами размагничивания, остаточная индукция весьма мала, и для этих тел возможно ограничиться простым включением или выключением тока в катушках.

Для облегчения правильной установки измерительной катушки или измерительного магнитного пояса при измерении B_0 и H_0 полезно заменять стальной эллипсоид деревянным тех же размеров.

По измеренным величинам b и h может быть вычислен коэффициент размагничивания N эллипсоида. Коэффициент размагничивания определяет собою напряженность H_∞ так называемого размагничивающего поля (Л. 1, ч III, § 64)

$$H_\infty = NJ,$$

причем J — интенсивность намагничивания вещества эллипсоида.

Магнитная индукция B_i и напряженность поля H_i внутри эллипсоида связаны с величинами J , H_0 и H_∞ соотношениями

$$B_i = \mu_0 (H_i + J) = \mu H_i,$$

$$H_i = H_0 - H_\infty,$$

причем μ — магнитная проницаемость вещества эллипсоида.

Из этих уравнений имеем

$$\begin{aligned} N = \frac{H_\infty}{J} &= \frac{H_0 - H_i}{J} = \frac{1 - \frac{H_i}{H_0}}{\frac{J}{H_0}} = \frac{1 - \frac{H_i}{H_0}}{\frac{B_i - \mu_0 H_i}{\mu_0 H_0}} = \\ &= \frac{1 - \frac{H_i}{H_0}}{\frac{B_i}{B_0} - \frac{H_i}{H_0}} = \frac{1 - h}{b - h}. \end{aligned}$$

3. Обработка результатов исследования

Пользуясь последней формулой, вычисляют коэффициенты размагничивания N по измеренным величинам b и h для всех исследованных эллипсоидов. Для шара коэффи-

циент N должен получиться равным $\frac{1}{3}$ (Л. 1, ч. III, § 64) независимо от того, какой из двух шаров — сплошной или составной — подвергнут исследованию. Для удлинённого эллипсоида вращения (овоида) должно получиться $N < \frac{1}{3}$ и для укороченного эллипсоида вращения (сфероида) $N > \frac{1}{3}$.

Коэффициент размагничивания зависит только от формы тела. В случае эллипсоида вращения он зависит только от величины $\lambda = \frac{l}{d}$ и, как можно доказать теоретически, определяется формулой (Л. 1, ч. III, § 64)

$$N = \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1}{\lambda^2 - 1},$$

$$\text{или } N = \frac{1 - \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \arccos \lambda}{1 - \lambda^2}.$$

Первым выражением удобно пользоваться при $\lambda > 1$, вторым — при $\lambda < 1$.

Предлагается вычислить по этим формулам коэффициент размагничивания N для исследованных эллипсоидов и сравнить результаты вычисления со значениями N , полученными на основании измерений.

Пользуясь приведенной в первом параграфе формулой, вычисляют напряженность H_0 и магнитную индукцию $B_0 = \mu_0 H_0$ внешнего однородного поля и по измеренным величинам h и b находят следующие величины:

$$H_i = h H_0, \quad B_i = b B_0, \quad \mu = \frac{B_i}{H_i}.$$

$$H_\infty = H_0 - H_i, \quad J = \frac{H_\infty}{N}.$$

Для сплошных эллипсоидов μ велико и, соответственно, H_i весьма мало по сравнению с H_0 , т. е. $h \ll 1$. Для измерения H_i необходима весьма чувствительная аппаратура. При использовании обычного гальванометра и магнитного пояса, имеющего не слишком большое число витков на единицу длины, отброс гальванометра при измерении H_i получается весьма малым и, соответственно, не представ-

ляется возможным определить величину h с удовлетворительной точностью. Поэтому не удастся определить с достаточной точностью и магнитную проницаемость μ . Однако коэффициент размагничивания N определяется с высокой точностью по формуле

$$N = \frac{1-h}{b-h},$$

так как $b > 1$ и при $h \ll 1$ неточность определения h практически совершенно не сказывается на точности измерения N .

Для того чтобы с обычной аппаратурой можно было измерить магнитную проницаемость описанным методом, один испытуемый образец, имеющий форму шара, выполнен не из сплошной стали, а составлен из мелких стальных зерен. Средняя магнитная проницаемость такого шара невелика и ее удастся измерить с достаточной точностью.

Одновременно из измерений с двумя шарами, сплошным и составным, уясняется на опыте независимость коэффициента размагничивания от магнитной проницаемости. Величина N полностью определяется формой эллипсоида.

Чтобы можно было оценить ожидаемый порядок величин b и h , выразим их через N и $\frac{\mu}{\mu_0}$. Имеем

$$N = \frac{1-h}{b-h}, \quad \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{B_i}{\mu_0 H_i} = \frac{B_i}{\mu_0 H_0} \cdot \frac{H_0}{H_i} = \frac{B_i}{B_0} \cdot \frac{H_0}{H_i} = \frac{b}{h}.$$

Из этих уравнений находим

$$b = \frac{\frac{\mu}{\mu_0}}{N\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) + 1}, \quad h = \frac{1}{N\left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1\right) + 1}.$$

Для тела заданной формы, т. е. при заданном N , b имеет наибольшее значение при $\frac{\mu}{\mu_0} = \infty$. В этом предельном случае линии магнитной индукции в максимальной мере сгущаются в теле эллипсоида и мы имеем

$$b = \frac{1}{N}, \quad h = 0.$$

В частности, для шара максимальное возможное увеличение B_i по сравнению с B_0 получается при $\mu = \infty$ в 3 раза.

Для сплошных стальных эллипсоидов $\mu \gg \mu_0$, поэтому для них

$$b \approx \frac{1}{N} \quad \text{и} \quad h \ll 1.$$

Литература. [Л. 1, 2, 6].

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДИЭЛЕКТРИКЕ И В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

При достаточно быстром изменении полей их нельзя рассматривать как квазистационарные, и, следовательно, нельзя даже приближенно пользоваться расчетами, полученными для постоянных полей. При исследовании и расчете таких полей необходимо пользоваться полной системой уравнений электромагнитного поля и всей необходимой совокупностью начальных и граничных условий (Л. 1, ч. III, § 7, 14, 41, 56). В настоящем разделе сгруппированы работы, в которых производится экспериментальное исследование переменного электромагнитного поля и рассматриваются наиболее характерные явления, связанные с ними, а именно, излучение электромагнитных волн, передача электромагнитной энергии по проводам и в волноводах, явление поверхностного эффекта, явление электромагнитного экранирования.

Работа 7

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ

1. Описание установки

Установка состоит из генератора высокой частоты, питающего полуволновую антенну, представляющую собой два одинаковых медных горизонтальных стержня, оси которых лежат на одной прямой линии. Близко сходящиеся концы стержней присоединены к линии, питающей антенну

от генератора высокой частоты. На каждом стержне укладывается четверть длины волны, причем на открытых концах устанавливаются пучности напряжения и узлы тока. Такая антенна, при рассмотрении поля на большом от нее расстоянии, существенно превышающем ее размеры, в первом приближении может быть заменена эквивалентным ей переменным электрическим диполем.

Генератор с излучающей антенной располагается в середине помещения на достаточном расстоянии от пола и потолка, чтобы, по возможности, уменьшить искажение поля в результате отражения волн от стен, пола и потолка помещения.

Устройство для измерения напряженности электрического поля на некотором расстоянии от излучающей системы имеет приемную антенну того же типа, как и излучающая антенна, настроенную на ту же длину волны. Для настройки приемной антенны она сделана так, что представляется возможным изменять длину ее стержней. С этой целью ее стержни выполнены в начальной части в виде сплошных проволок, на которые надеты тонкие медные трубочки. В средней части приемной антенны между ее стержнями включен кристаллический детектор, к зажимам которого через небольшие реактивные катушки приключены провода, идущие к магнитоэлектрическому гальванометру. При достаточной мощности излучения можно использовать термопреобразователь. Приемная антенна располагается на специальной подставке горизонтально на том же уровне, что и излучающая. Имеется возможность поворачивать приемную антенну в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину антенны, и располагать ее в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

На одной из стен помещения расположен экран в виде большого металлического листа, служащий для наблюдения отражения от него электромагнитных волн.

2. Задача исследования и порядок выполнения работы

Задачей исследования является выяснение характера электромагнитного поля переменного электрического диполя и наблюдение интерференции прямых и обратных волн в пространстве около металлического отражающего волны экрана.

Сначала располагают излучающую антенну в середине помещения так, чтобы экран был далек от антенны и находился на продолжении оси проводов антенны. При этом его влияние будет наименьшим, так как наиболее эффективно антенна излучает в направлении, перпендикулярном оси ее проводов, а в направлениях, близких к направлению оси антенны, излучение весьма мало. Это следует из формул для напряженностей электрического E и магнитного H полей при расстояниях r от переменного электрического диполя, намного превышающих длину волны λ (Л. 1, ч. III, § 82),

$$E \approx E_{\varphi} \approx \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{I_m l}{2r\lambda} \sin \varphi \cos \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} \right),$$

$$H = H_{\alpha} \approx \frac{I_m l}{2r\lambda} \sin \varphi \cos \left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda} \right),$$

где l — длина диполя, эквивалентного антенне, I_m — амплитуда тока в диполе, φ — угол, составляемый радиусом r с осью диполя (рис. 21). Из этих формул мы видим, что при $\varphi = 0$ и при $\varphi = \pi$ напряженности поля E и H равны нулю.

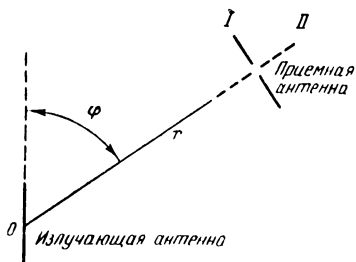


Рис. 21

Вектор напряженности электрического поля при $r \gg \lambda$ почти касателен к поверхности сферы, проведенной из центра диполя, и лежит в меридианных плоскостях, т. е. в

плоскостях, проходящих через ось диполя.

Вектор напряженности магнитного поля касателен к поверхности указанной сферы и перпендикулярен к вектору напряженности электрического поля.

Как E , так и H убывают при $r \gg \lambda$ обратно пропорционально r и в каждой точке пространства изменяются во времени по синусоидальному закону, находясь в фазе друг с другом. Поэтому вектор Пойнтинга в любой момент времени направлен от излучателя вдоль радиуса r , т. е. характеризует собою поток электромагнитной энергии, излученной диполем.

Среднее значение величины вектора Пойнтинга S_{cp} получается равным (Л. 1, ч. III, § 83)

$$S_{\text{ср}} = \frac{I_m^2 l^2}{8r^2 \lambda^2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sin^2 \varphi.$$

Так как H пропорционально E , то $S_{\text{ср}}$ пропорционально E_m^2 , т. е.

$$S_{\text{ср}} = k E_m^2,$$

где E_m — амплитуда напряженности электрического поля и k — коэффициент пропорциональности.

Предварительно производят настройку приемной антенны. Для этого ее располагают на сравнительно небольшом расстоянии r от излучающей антенны так, чтобы угол φ был равен $\frac{\pi}{2}$ и чтобы провода приемной антенны были параллельны проводам излучающей антенны. В таком положении имеет место значительное воздействие излучающей антенны на приемную. Настройку производят, укорачивая или удлиняя стержни приемной антенны и добиваясь максимума отклонения гальванометра.

После этого производят основное исследование электромагнитного поля излучающей антенны. Приняв в качестве неизменной величины некоторое расстояние r , производят измерение напряженности электрического поля в ряде точек пространства при разных значениях угла φ в пределах $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$. В каждой точке производят два измерения, соответствующих двум взаимно перпендикулярным положениям оси приемной антенны — перпендикулярно радиусу r (положение I , обозначенное на рис. 21 сплошными линиями) и вдоль радиуса r (положение II , обозначенное пунктирными линиями). В положении I измеряется составляющая E_φ , в положении II — составляющая E_r . При $r \gg \lambda$ должно быть $E_r \ll E_\varphi$.

Отклонение α гальванометра при использовании термопреобразователя пропорционально E_m^2 . Для кристаллического детектора связь между α и E_m может быть более сложной. Однако можно подобрать детекторы, при которых α будет приблизительно пропорциональна квадрату напряженности поля. Достоинство кристаллического детектора — в его большой чувствительности.

Если α пропорциональна E_m^2 , то мы получаем непосредственно зависимость среднего значения величины вектора Пойнтинга от угла φ при неизменности r . Затем повторяют

опыт при двух других значениях расстояния r , что дает возможность определить зависимость $S_{\text{ср}}$ от r .

В заключение работы производят наблюдение отражения волн от металлического экрана. С этой целью приближают излучатель к экрану на расстояние нескольких длин волн, располагая его по отношению к экрану так, чтобы теперь экран оказался в наиболее сильном поле, т. е. чтобы ось излучающей антенны была параллельна плоскости экрана и чтобы перпендикуляр, опущенный из центра антенны на поверхность экрана, проходил бы через центр экрана.

Приемную антенну при измерении перемещают вдоль этого перпендикуляра, причем ее ось должна быть расположена параллельно оси излучающей антенны.

В результате отражения волн от экрана имеет место интерференция волн. На расстоянии $\frac{\lambda}{4}$ от поверхности экрана появляется максимум напряженности электрического поля. Следующий максимум имеет место на расстоянии $\frac{3}{4}\lambda$ от поверхности экрана. Дальше от экрана максимумы могут не обнаруживаться, так как при удалении от экрана усиливается прямая волна и ослабевает отраженная волна. Измеряя расстояние от экрана до первого максимума или расстояние между двумя близлежащими друг к другу максимумами, можно определить длину волны λ и вычислить частоту колебаний по формуле

$$f = \frac{v}{\lambda},$$

где $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ — скорость распространения электромагнитных волн в воздухе.

3. Обработка результатов исследования

Предлагается построить диаграмму излучения, т. е. зависимость $S_{\text{ср}}$ от угла φ при неизменном r . Диаграмму строят в полярных координатах, откладывая от центра антенны отрезки, пропорциональные $S_{\text{ср}}$, на лучах, расположенных под соответствующими углами φ к оси антенны.

На одном и том же графике строят теоретическую диаграмму, для которой $S_{\text{ср}}$ пропорционально $\sin^2 \varphi$, и опытные диаграммы, полученные при различных значениях r .

Диаграммы строят в некотором произвольном масштабе, принимая значение $S_{\text{ср}}$ при $\varphi = \frac{\pi}{2}$ за условную единицу.

Кроме того, проверяют зависимость $S_{\text{ср}}$ от r . Теоретически величина $S_{\text{ср}}$ должна быть обратно пропорциональна r^2 .

Опытные диаграммы могут отличаться от теоретической, если заметно сказывается влияние волн, отраженных от стен, пола и потолка помещения и от находящихся в помещении предметов. Другой причиной расхождения опытных диаграмм с теоретической может быть то обстоятельство, что последняя справедлива при $r \gg \lambda$, а при опытном исследовании в лабораторных условиях расстояние r в точках измерения лишь в несколько раз превосходит длину волны λ .

Наконец, предлагается вычислить длину волны и частоту колебаний на основании результатов опытов с отражением волн от экрана.

Литература. [Л. 1, 2, 10, 11, 13, 14].

Работа 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

1. Описание установки

Объектом исследования является двухпроводная линия, образованная двумя параллельными медными проводами кругового сечения. Линия имеет длину от трех до пяти метров. Расстояние между проводами порядка десяти сантиметров. Диаметр сечения провода имеет порядок трех миллиметров. Линия питается от коротковолнового лампового генератора с длиной волны от одного до двух метров. Провода линии закреплены на ее концах на изоляторах и натянуты горизонтально на достаточно большом расстоянии от стен и пола помещения, чтобы можно было не считаться с влиянием последних. В конце линия может быть замкнута накоротко металлическим мостиком или к ней может быть присоединен конденсатор, реактивная катушка или активное сопротивление.

Для качественного определения положения максимумов

напряжения между проводами линии служит неоновая лампа, располагаемая между проводами и вспыхивающая при передвижении ее вдоль проводов в тех местах, где напряжение превышает ее напряжение зажигания.

Для количественного определения напряжения служит отрезок вспомогательной двухпроводной линии, располагаемый под прямым углом к исследуемой главной линии (подвешиваемый к ней), настроенный на четверть длины волны λ и замкнутый на кристаллический детектор. К зажимам детектора через набольшие реактивные катушки присоединен магнитоэлектрический гальванометр (рис. 22).

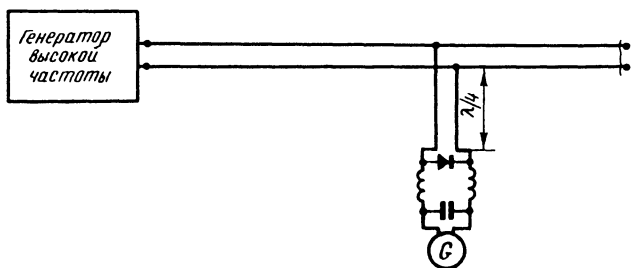


Рис. 22

Гальванометр зашунтирован конденсатором. Такое измерительное устройство обеспечивает достаточно высокую чувствительность и небольшое влияние его на главную линию, достигаемое настройкой вспомогательной линии на четверть длины волны. Действительно, если бы вспомогательная линия была замкнута на своем конце накоротко и имела бы сопротивление проводов, равное нулю, то при выборе ее длины, равной $\lambda/4$, на ней установилась бы стоячая волна, имеющая в конце линии пучность тока, а в начале пучность напряжения и узел тока. Следовательно, входное сопротивление такой линии равнялось бы бесконечности и присоединение ее к проводам главной линии практически не оказывало бы на последнюю влияния. В действительности вспомогательная линия замкнута на своем конце на детектор и гальванометр, которые поглощают некоторое количество энергии. Эта энергия, естественно, черпается из главной линии. Однако в случае кристаллического детектора и чувствительного гальванометра она не велика. Как неоновая лампа, так и описанная измерительная вспо-

могательная линия с детектором могут быть перемещаемы вдоль проводов главной линии при помощи нити из изолирующего материала, натянутой параллельно проводам главной линии и перекинутой на концах ее через блоки. Такое приспособление дает возможность экспериментатору перемещать измерительное устройство, не подходя близко к проводам исследуемой линии, что необходимо для избежания возможных влияний.

Зависимость между отклонением гальванометра, подключенного к зажимам детектора, и измеряемым напряжением в начале вспомогательной линии, вообще говоря, имеет нелинейный характер, что является следствием нелинейной характеристики самого детектора. Поэтому необходимо располагать градуировочной кривой измерительного устройства.

Вместо кристаллического детектора может быть использован термопреобразователь.

2. Задача и метод исследования

Основной задачей работы является исследование волновых процессов в линии с распределенными параметрами при установившемся режиме, уяснение условий отражения волн от конца линии при различных сопротивлениях, на которые замкнута линия, и условий образования стоячих волн в результате наложения обратной волны на прямую. Целью работы является также ознакомление на реальном примере с расчетом параметров линии: активного сопротивления r , емкости C и индуктивности L , отнесенных к единице длины линии.

Вследствие высокой частоты тока весьма резко проявляется поверхностный эффект в проводах линии. Частота f связана с длиной волны λ в воздухе соотношением (Л. 1, ч. III, § 76)

$$f = \frac{v}{\lambda},$$

где $v \approx 3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}$ — скорость распространения электромагнитных волн в воздухе. При $\lambda \approx 2 м$ имеем $f \approx 1,5 \times 10^8 гц$. При такой частоте эквивалентная глубина проникновения тока в медный провод, обладающий удельной проводимостью $\gamma = 5,8 \cdot 10^7 \frac{1}{ом \cdot м}$ и магнитной прони-

цаемостью $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{2\pi}{\text{м}}$, имеет значение (Л. 1, ч. III, § 95)

$$b = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \gamma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 1,5 \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5,8 \cdot 10^7}} = \\ = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ мм}.$$

Таким образом, электромагнитная волна проникает в тело провода на ничтожно малую по сравнению с радиусом сечения провода глубину. Это дает основание подсчитать активное сопротивление r' провода по простой формуле, справедливой при резком проявлении поверхностного эффекта (Л. 1, ч. III, § 91),

$$r' = \frac{l'}{u} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\gamma}},$$

где l' — длина провода и u — периметр его поперечного сечения.

Обозначив через l длину линии ($l' = 2l$) и через r сопротивление, отнесенное к единице длины линии ($r = \frac{r'}{l}$), будем иметь

$$r = \frac{r'}{l} = 2 \frac{r'}{l'} = \frac{2}{u} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\gamma}}.$$

При диаметре провода порядка 3 мм периметр $u \approx 10 \text{ мм} = 10^{-2} \text{ м}$. Следовательно, величина r имеет порядок

$$r = \frac{2}{10^{-2}} \sqrt{\frac{2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^8 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 5,8 \cdot 10^7}} = 0,64 \frac{\text{ом}}{\text{м}}.$$

Емкость C' между проводами линии имеет выражение (Л. 1, ч. III, § 31)

$$C' = \frac{\pi \varepsilon_0 l}{\ln \left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\frac{D^2}{4R^2} - 1} \right)},$$

где D — расстояние между геометрическими осями проводов и R — радиус поперечного сечения провода. При $D \gg R$ имеем

$$C' \approx \frac{\pi \varepsilon_0 l}{\ln \frac{D}{R}}.$$

Таким образом, емкость C , отнесенная к единице длины линии, определяется формулой

$$C \approx \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{D}{R}}. \quad (*)$$

Для указанных выше размеров линии имеем

$$C \approx \frac{\pi}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \ln \frac{10}{1,5}} = 1,4 \cdot 10^{-11} \frac{\phi}{\text{м}}.$$

Этой емкости соответствует при частоте $f = 1,5 \cdot 10^8$ *гц* емкостная проводимость

$$\omega C = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^8 \cdot 1,4 \cdot 10^{-11} = 13,2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ом} \cdot \text{м}}.$$

Индуктивность L' всей линии, вычисленная при постоянном токе, имеет выражение (Л. 1, ч. III, § 73)

$$L' = \frac{\mu_0 l}{\pi} \left(\ln \frac{D}{R} + \frac{1}{4} \right) = \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{D}{R} + \frac{\mu_0 l}{4\pi}.$$

Первое слагаемое представляет собой внешнюю индуктивность, определяемую внешним магнитным потоком, линии магнитной индукции которого замыкаются в воздухе. Второе слагаемое представляет собой внутреннюю индуктивность, определяемую магнитным потоком, линии магнитной индукции которого замыкаются в теле провода.

При резком проявлении поверхностного эффекта магнитный поток в теле провода практически равен нулю. Поэтому при переменном токе высокой частоты правильнее рассчитывать L' по формуле

$$L' \approx \frac{\mu_0 l}{\pi} \ln \frac{D}{R}.$$

Таким образом, индуктивность L , отнесенная к единице длины линии, определяется выражением

$$L \approx \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{R}. \quad (**)$$

Для принятых размеров линии величина L имеет значение

$$L \approx \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{\pi} \ln \frac{10}{1,5} = 8 \cdot 10^{-7} \frac{\text{гн}}{\text{м}}$$

и, соответственно, индуктивное сопротивление, отнесенное к единице длины линии, при частоте $f = 1,5 \cdot 10^8$ гц равно

$$\omega L = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^8 \cdot 8 \cdot 10^{-7} = 750 \frac{\text{ом}}{\text{м}}.$$

Мы видим, что индуктивное сопротивление линии при столь высоких частотах много больше ее активного сопротивления, т. е. $r \ll \omega L$. Активная проводимость g пространства между проводами линии весьма мала по сравнению с емкостной проводимостью, т. е. $g \ll \omega C$. Практически можно принять $g = 0$.

Волновое сопротивление Z линии, имеющей в общем случае выражение (Л. 1, ч. II, § 134)

$$Z = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}},$$

оказывается при $r \ll \omega L$ и $g \ll \omega C$ вещественным и приближенно равным

$$z \approx \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

При указанных размерах линии

$$z \approx \sqrt{\frac{8 \cdot 10^{-7}}{1,4 \cdot 10^{-11}}} = 237 \text{ ом}.$$

Коэффициент распространения γ имеет в общем случае выражение (Л. 1, ч. II, § 134)

$$\gamma = \beta + j\alpha = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)}.$$

Отсюда для коэффициента затухания β и для коэффициента фазы α в общем случае получаются выражения

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} [rg - \omega^2 LC + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)}]}$$

и

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} [\omega^2 LC - rg + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)}]}.$$

При $r \ll \omega L$ и $g \ll \omega C$ имеем

$$\begin{aligned} \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)} &= \omega^2 LC \sqrt{\left(1 + \frac{r^2}{\omega^2 L^2}\right)\left(1 + \frac{g^2}{\omega^2 C^2}\right)} \approx \\ &\approx \omega^2 LC \left(1 + \frac{1}{2} \frac{r^2}{\omega^2 L^2} + \frac{1}{2} \frac{g^2}{\omega^2 C^2}\right). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\beta \approx \sqrt{\frac{1}{2} \left[rg + \frac{1}{2} \frac{C}{L} r^2 + \frac{1}{2} \frac{L}{C} g^2 \right]} = \\ = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{r}{\sqrt{\frac{L}{C}}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot g \right)^2},$$

т. е.
$$\beta \approx \frac{1}{2} \frac{r}{z} + \frac{1}{2} zg.$$

При $g = 0$ и указанных выше значениях r и z имеем

$$\beta \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{0,64}{237} = 1,35 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{м}}.$$

Следовательно, на длине линии в пять метров волна убывает в $e^{\beta l} = e^{1,35 \cdot 10^{-3} \cdot 5} \approx 1,007$ раз, т. е. всего на 0,7%. Поэтому вполне можно принять $\beta = 0$, т. е. не учитывать затухания.

Для коэффициента фазы α при $r \ll \omega L$ и $g \ll \omega C$ получаем

$$\alpha \approx \omega \sqrt{LC}.$$

Фазовая скорость получается при этом равной скорости распространения электромагнитных волн в воздухе:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}.$$

Последнее равенство получается, если подставить в выражение $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ вышеприведенные выражения (*) и (**) для C и L . Здесь интересно обратить внимание на некоторые детали, имеющие принципиальное значение. Формулы (*) и (**) являются приближенными, причем допущения, принятые при получении той и другой формулы, имеют различный характер. Чтобы получить более точную формулу для L при весьма резком проявлении поверхностного эффекта, следует при расчете внешнего магнитного поля считать, что с контурами сечения провода совпадают магнитные линии. При этом внешнее магнитное поле получается таким же, как если бы токи протекали по так называемым электрическим осям проводов. Эти электрические оси смещены относительно геометрических осей проводов совер-

шенно так же, как это имеет место при рассмотрении электрического поля заряженной линии. Последнее становится ясным, если учесть, что граничные условия в обоих случаях имеют одинаковый характер: в магнитном поле контур сечения провода является магнитной линией; в электрическом поле этот контур является линией равного потенциала. Так как, кроме того, уравнения для стационарных магнитного и электрического плоскопараллельных полей в диэлектрике одинаковы по форме, то все магнитные линии в картине магнитного поля совпадают с линиями равного потенциала в картине электрического поля, и наоборот, линии равного магнитного потенциала совпадают с силовыми линиями электрического поля. Это обстоятельство приводит к тому, что в более точной формуле для L мы получаем под знаком логарифма такое же выражение, как и в точной формуле для C , т. е.

$$L = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\frac{D^2}{4R^2} - 1} \right)$$

и

$$C = \frac{\pi \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\frac{D^2}{4R^2} - 1} \right)}.$$

Соответственно получаем

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Здесь следует заметить, что формулы для L и C выведены для стационарного поля, когда в каждой перпендикулярной к проводам плоскости в каждый момент времени электрические и магнитные поля мало отличаются от тех полей, которые существовали бы при постоянных напряжении и токе, равных мгновенным значениям переменных напряжения и тока в данном месте линии. Критерием допустимости определения параметров линии таким путем является условие $\lambda \gg D$, которое весьма хорошо выполняется для длинных линий электропередачи при технической частоте и удовлетворительно выполняется для исследуемой в лаборатории модели линии при высокой частоте.

Обозначим через Z_R комплекс сопротивления, на которое замкнута линия на своем конце. Коэффициент отражения q_u волны напряжения от конца линии, равный отноше-

нию комплексных амплитуд отраженной и падающей волн в конце линии, выражается через сопротивление Z_R и волновое сопротивление Z линии следующей формулой (Л. 1, ч. II, § 133):

$$q_u = \frac{Z_R - Z}{Z_R + Z}.$$

Коэффициент отражения q_i волны тока имеет выражение:

$$q_i = \frac{Z - Z_R}{Z + Z_R}.$$

Если волновое сопротивление Z вещественно, а комплекс сопротивления Z_R на конце линии чисто мнимый, т. е. линия замкнута на чисто реактивное сопротивление, то модули комплексных величин q_u и q_i равны единице: $|q_u| = 1$ и $|q_i| = 1$. То же самое имеет место и в крайних случаях $Z_R = \infty$ и $Z_R = 0$, т. е. в случаях разомкнутой и замкнутой накоротко на конце линии.

Во всех этих случаях амплитуды отраженных волн равны амплитудам падающих волн. Если затухание в линии отсутствует, то это приводит к появлению в линии стоячих волн напряжения и тока. В тех точках линии, в которых прямая и обратная волны тока или напряжения совпадают по фазе, появляются пучности тока или напряжения. В тех точках, в которых прямая и обратная волны оказываются в противоположных фазах, появляются узлы тока или напряжения. Расстояние между ближайшими двумя пучностями тока или, соответственно, напряжения равно половине длины волны $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$. Пучности тока сдвинуты относительно пучностей напряжения на четверть длины волны $\left(\frac{\lambda}{4}\right)$.

На конце линии при разомкнутой линии появляется пучность напряжения и узел тока и при замкнутой накоротко линии возникает пучность тока и узел напряжения. При конечном отличном от нуля значении реактивного сопротивления, на которое замкнута линия в своем конце, пучности тока и напряжения смещаются от конца линии.

Если комплекс Z_R содержит вещественную составляющую, т. е. конечное сопротивление содержит также отличное от нуля активное сопротивление, то, как легко усмот-

реть из выражений для коэффициентов q_u и q_i отражения волн, модули этих коэффициентов оказываются меньше единицы. Действительно, в числителях вещественная часть Z_R и вещественное волновое сопротивление Z вычитаются друг из друга, а в знаменателях они складываются.

Это значит, что амплитуды отраженных волн меньше амплитуд падающих волн. Узловые точки на линии отсутствуют, однако результирующие амплитуды напряжения и тока по-прежнему распределяются волнообразно вдоль линии, но только их максимумы, равные сумме амплитуд падающей и отраженной волн, и минимумы, равные разности амплитуд падающей и отраженной волн, выражены не столь резко, как в случае стоячих волн.

Если $Z_R = Z$, то обратная волна полностью отсутствует и при отсутствии затухания в линии амплитуды напряжения и тока остаются неизменными вдоль всей линии и изменяется только фаза тока и напряжения вдоль линии.

Выражения для комплексов напряжения \dot{U} и тока \dot{I} в любой точке линии, удаленной на расстояние x от конца линии, могут быть в общем случае представлены в форме (Л. 1, ч. II, § 136)

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \left(\operatorname{ch} \gamma x + \frac{Z}{Z_R} \operatorname{sh} \gamma x \right) = \frac{\dot{U}_2}{\operatorname{ch} \sigma} \operatorname{ch} (\gamma x + \sigma),$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \left(\operatorname{ch} \gamma x + \frac{Z_R}{Z} \operatorname{sh} \gamma x \right) = \frac{\dot{I}_2}{\operatorname{sh} \sigma} \operatorname{sh} (\gamma x + \sigma),$$

если положить $\frac{Z}{Z_R} = \operatorname{th} \sigma = \operatorname{th} (\mu + j\nu)$.

В рассматриваемом случае $\gamma = j\alpha$ и, следовательно,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \left(\cos \alpha x + j \frac{Z}{Z_R} \sin \alpha x \right) = \frac{\dot{U}_2}{\operatorname{ch} \sigma} \cos (\alpha x - j\sigma),$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \left(\cos \alpha x + j \frac{Z_R}{Z} \sin \alpha x \right) = \frac{\dot{I}_2}{\operatorname{sh} \sigma} \cdot j \sin (\alpha x - j\sigma).$$

По этим формулам и может быть рассчитано распределение напряжения и тока вдоль линии при разных значениях Z_R .

Опыт производят в следующем порядке. Сначала наблюдают распределение максимумов напряжения с помощью неоновой лампы при разомкнутой и при накоротко замкнутой на конце линии. Этот опыт служит для получения качественного представления о стоячих волнах в линии.

Затем производят измерение распределения напряжения вдоль линии в следующих случаях:

- 1) линия разомкнута на конце;
- 2) линия на конце замкнута накоротко;
- 3) линия замкнута на конденсатор с емкостью C_R ;
- 4) линия замкнута на реактивную катушку с индуктивностью L_R ;
- 5) линия замкнута на активное сопротивление r_R , меньшее, чем волновое ($r_R < z$);
- 6) линия замкнута на активное сопротивление r_R , равное волновому ($r_R = z$);
- 7) линия замкнута на активное сопротивление r_R , превышающее волновое ($r_R > z$).

Для возможности вычисления параметров линии измеряют диаметр провода и расстояние между проводами.

3. Обработка результатов исследования

По геометрическим размерам линии вычисляют ее параметры: L , C и r .

Вычисляют волновое сопротивление Z и коэффициент затухания β .

По измеренной длине волны λ определяют частоту тока и вычисляют коэффициент фазы α .

По формулам, приведенным в конце предыдущего параграфа, вычисляют распределение напряжения и тока вдоль линии для всех значений Z_R , для которых производился опыт, и строят кривые $U = f(x)$ и $I = f(x)$. Величины U и I представляют собой модули комплексов \dot{U} и \dot{I} . На эти же кривые наносят результаты опыта.

Если отклонение измерительного прибора пропорционально квадрату напряжения, то лучше сразу вычислять и строить зависимости

$$U^2 = f(x) \text{ и } I^2 = f(x).$$

Литература. [Л. 1, 2, 14].

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ВОЛНОВОДЕ

1. Описание установки

Исследуемым объектом является волновод прямоугольного сечения (рис. 23). Ось волновода расположена горизонтально. Горизонтальная сторона a внутреннего контура

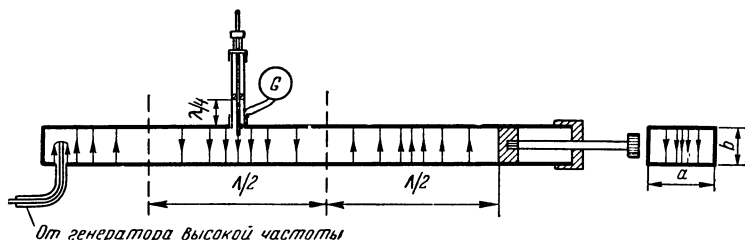


Рис. 23

сечения волновода больше вертикальной стороны b . Волновод возбуждается от генератора высокой частоты. Возбуждающей антенной является небольшой стерженек, входящий внутрь волновода через отверстие в нижней стенке. При таком расположении стерженька электромагнитное поле вблизи от него имеет следующий характер. Линии вектора \mathbf{H} расположены в плоскостях, перпендикулярных к стерженьку. Линии вектора \mathbf{E} ориентированы приблизительно вертикально. Такой характер поля вблизи стерженька способствует возникновению в волноводе волны H_{10} (Л. 1, ч. III, § 86).

Во избежание возникновения волн типа H_{mn} с более высокими, чем $m = 1$ и $n = 0$, значениями индексов m и n , следует выбрать частоту генератора так, чтобы длина волны λ в свободном пространстве была немного меньше наибольшей критической длины волны λ_0 в волноводе. Для данного типа волновода это наибольшее значение λ_0 равно $2a$. Общее выражение для критических длин волн в прямоугольном волноводе имеет вид (Л. 1, ч. III, § 86)

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}},$$

где m и n — целые числа. Из этого выражения ясно, что важно выбрать длину волны λ в свободном пространстве так, чтобы она была меньше наибольшей критической длины волны λ_0 , соответствующей $m = 1$ и $n = 0$, но вместе с тем, чтобы она была больше всех остальных возможных значений λ_0 , соответствующих большим значениям чисел m и n . При таком условии вдоль волновода могут распространяться только волны типа H_{10} .

Конец волновода, на котором расположен генерирующий волны стерженек, закрыт плоской металлической стенкой, расположенной перпендикулярно оси волновода. Волны отражаются от этой стенки.

Другой конец волновода может быть также закрыт передвижным металлическим плоским поршнем, или может быть оставлен открытым, или может быть снабжен каким-нибудь концевым устройством, например металлическим рупором.

Устройство, служащее для измерения напряженности электрического поля в волноводе состоит из отрезка настраиваемой коаксиальной линии, снабженного кристаллическим детектором и магнитоэлектрическим гальванометром. Оно изображено на рис. 24 и представляет собой двухпроводную линию, одним проводом которой является центральный металлический стержень и другим коаксиальная с ним металлическая трубка. Фазовая скорость в такой линии, как было отмечено в предыдущей работе, равна скорости распространения электромагнитных волн и, следовательно, длина волны в ней равна длине волны λ в свободном пространстве. Металлический поршень, перемещаемый вдоль коаксиальной линии, служит для настройки линии на четверть длины волны. При такой настройке в начале линии, где она сопрягается с волноводом, появляется пучность напряжения и узел тока. Входное сопротивление линии переменному току высокой частоты получается при этом чрезвычайно большим, и поэтому измерительное устройство мало влияет на исследуемое поле волновода. Имеется шкала, позволяющая фиксировать расстояние от входного конца линии до поверхности поршня. На входе линии к ней параллельно приключен кристаллический детектор. Наружная трубка линии не соприкасается с телом волновода, а соединена с ним через конденсатор, параллельно которому присоединен магнитоэлектрический гальванометр. Конденсатор представляет весьма малое сопротивление

ние для токов высокой частоты и не пропускает через себя постоянную составляющую тока, появляющуюся вследствие наличия детектора. Эта постоянная составляющая замыкается через гальванометр. Центральный провод линии несколько выступает в полость волновода. Чем больше выступающий конец этого провода, тем больше электрическая связь коаксиальной линии с волноводом, тем большая энергия берется для целей измерения, но вместе с тем воз-

растает и влияние измерительного устройства на исследуемое поле в волновode. Для регулировки длины выступающей части центрального провода линии, он заканчивается небольшой трубочкой, которую можно перемещать вдоль оси провода.

На верхней стенке волновода имеется продольный прорез, вдоль которого на специальных салазках можно перемещать измерительное устройство для измерения распределения напряженности электрического поля вдоль оси волновода. При этом вне входа в коаксиальную линию прорез закрывается передвижными крышками. Следует заметить, что наличие такого прореза вдоль средней линии верхней крышки весьма мало влияет на поле в волновode, что становится ясным при рассмотрении путей токов, протекающих по стенкам волновода.

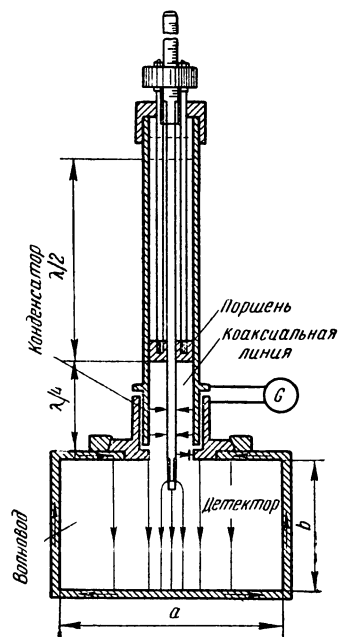


Рис. 24

щих по стенкам волновода. Направление токов в стенках показано стрелками на рис. 24 для момента времени, когда электрическое поле в полости волновода направлено от верхней стенки к нижней и возрастает. Линии тока проводимости в стенках являются продолжением линии тока электрического смещения в полости волновода. Из этой картины ясно, что щель, прорезанная посередине верхней стенки волновода, не прерывает линий тока проводимости в стенках волновода.

Для отсчета положения измерительного устройства на

верхней стенке волновода имеется шкала, расположенная вдоль волновода, а само измерительное устройство снабжено указателем, перемещающимся вместе с ним вдоль шкалы.

Заметим, что большое значение имеет конструкция передвижных поршней в волноводе. Поршень должен иметь ничтожно малое сопротивление контакта со стенками волновода, что весьма трудно осуществимо. Поэтому применяют сложную конструкцию поршня. Главный металлический поршень, от поверхности которого происходит отражение волн, не имеет непосредственного контакта со стенками и отделен от них весьма тонкой щелью. Эта щель представляет собой конденсатор, емкостное сопротивление которого при высокой частоте колебаний в волноводе близко к нулю. Сзади этого главного поршня на расстоянии от него, равном четверти длины волны λ , расположен скрепленный с ним осевым металлическим стержнем второй металлический поршень, имеющий пружинящие контакты со стенками волновода. Для слабой электромагнитной волны, которая может проникнуть в область между двумя поршнями вследствие того, что емкостное сопротивление между первым поршнем и стенками волновода не равно нулю, имеет место как бы короткое замыкание у второго поршня. Общие потери энергии от несовершенства контакта со стенками у такого сложного поршня получаются незначительными.

2. Задача исследования и порядок выполнения работы

Основной целью работы является исследование условий распространения электромагнитных волн в волноводе и изучение характера электромагнитного поля в волноводе при различных концевых устройствах.

Работа выполняется в следующем порядке.

Вставляют металлический поршень в открытый конец волновода, включают генератор высокой частоты и, перемещая вдоль волновода измерительное устройство, находят место, где отклонение гальванометра получается наибольшим. После этого настраивают коаксиальную линию измерительного устройства на четверть длины волны λ . Настройку линии осуществляют, перемещая поршень коаксиальной линии и добиваясь при этом наибольшего отклонения гальванометра. Расстояние от входа в линию до

поршня равно $\frac{\lambda}{4}$, что дает возможность измерить длину волны λ в свободном пространстве и соответствующую ей частоту колебаний

$$f = \frac{v}{\lambda},$$

где $v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ — скорость распространения электромагнитных волн в воздухе.

Для более точного измерения λ рекомендуется передвигать поршень коаксиальной линии еще дальше от входа в линию до тех пор, пока не будет достигнуто второе положение, при котором получается максимум отклонения гальванометра. Расстояние между двумя положениями поршня, в которых отклонение гальванометра имеет максимум, равно $\frac{\lambda}{2}$, что и дает возможность определить длину волны λ в коаксиальной линии, или, что то же, в свободном пространстве.

Если получаемое таким образом максимальное отклонение гальванометра недостаточно велико, то можно его увеличить, добиваясь усиления поля в волноводе настройкой самого волновода. Это достигается перемещением поршня на конце волновода. Так как у поверхности поршня всегда расположен узел волны напряженности электрического поля (рис. 23), то одновременно с перемещением поршня следует соответственно перемещать и измерительное устройство вдоль волновода, чтобы оно оставалось в месте максимума напряженности поля.

Выполнив все эти настройки, производят исследование распределения напряженности электрического поля вдоль оси волновода, перемещая измерительное устройство вдоль оси и наблюдая показания гальванометра в разных точках. Расстояние между двумя точками, в которых напряженность поля имеет максимум, равно половине длины волны Λ в волноводе. Длина волны Λ в волноводе связана с длиной волны λ в свободном пространстве и с критической длиной волны λ_0 соотношением (Л. 1, ч. III, § 86)

$$\frac{1}{\Lambda} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}}.$$

При закрытом с помощью поршня конце волновода должны установиться стоячие волны, аналогичные по своему

характеру стоячим волнам в замкнутой накоротко на конце двухпроводной линии. На расстояниях $\frac{\Lambda}{4}$ от пучностей напряженности электрического поля E располагаются узлы, где $E = 0$. На конце линии у поверхности поршня имеет место узел напряженности электрического поля. В последнем необходимо убедиться, измерив расстояние от поршня до найденных опытным путем узловых точек.

Произведя опыт с закрытым волноводом, удаляют поршень и повторяют исследование распределения напряженности электрического поля вдоль оси волновода при открытом его конце и при наличии различных концевых устройств, например рупоров с разными углами раствора. При этом амплитуда волны, отраженной от конца волновода, не равна амплитуде прямой волны. Возникает бегущая волна, и происходит передача электромагнитной энергии от генерирующего устройства к открытому концу волновода и излучение энергии от открытого конца в окружающее пространство. Узлы напряженности электрического поля в волновод при этом отсутствуют, но если еще существует обратная волна, то результирующая напряженность остается распределенной вдоль оси волновода волнообразно, хотя и не обращается нигде в нуль. Рупор способствует согласованию волновода с внешним пространством и при некотором угле раствора рупора удается существенно уменьшить обратную волну.

3. Обработка результатов исследования

Вычисляют критическую длину волны λ_0 в волновод по его размерам и проверяют справедливость соотношения

$$\frac{1}{\Lambda} = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}},$$

где Λ и λ — измеренные опытным путем длины волны в волновод и в коаксиальной линии.

Строят кривые $E = f(x)$ изменения амплитуды напряженности поля в зависимости от расстояния, отсчитываемого от некоторой точки, хотя бы от конца волновода. Это построение выполняют на основании опытных данных для всех исследованных случаев.

Предлагается проанализировать полученные результаты.

Литература. [Л. 1, 2, 10, 11, 13].

**ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА
В ПРОВОДНИКАХ, ЗАЛОЖЕННЫХ В ПАЗУ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ**

1. Описание установки

Исследование производится на специально изготовленной модели паза электрической машины. Модель с указанием основных ее размеров изображена на рис. 25. Исследуется случай открытого паза. Модель собрана из листов трансформаторной стали, стянутых четырьмя изолированными болтами между двумя железными пластинами. Внутри паза можно вставлять проводники прямоугольного сечения. Для обеспечения быстрой и правильной установки внутри паза проводники имеют прикрепленные к ним накладки и упоры из изолирующего материала. Благодаря этому проводники располагаются на определенном расстоянии от дна паза параллельно стенкам паза и нигде не касаются стенок паза. Проводники немного смещены от середины паза в сторону одной из его стенок. Это осуществлено с целью получить достаточный воздушный зазор между проводниками и одной из стенок паза, необходимый для введения в паз описанного ниже измерительного устройства. При том предположении, которое делается обычно при расчете распределения тока в проводниках, заложенных в пазу электрической машины, а именно, что линии магнитной индукции в пазу являются отрезками прямых, перпендикулярных стенкам паза, такое смещение проводников не имеет никакого значения, так как в расчет входит только общая длина пути линии магнитной индукции в воздухе внутри паза. Указанное предположение является некоторым допущением. Однако оно весьма близко к истине в случае узкого и глубокого паза. Во всяком случае, было бы менее желательно создавать с двух сторон проводников большие воздушные зазоры, так как это приводило бы к необычному отношению ширины проводников к ширине паза. Проводники изготовлены из латуни, а не из меди, так как удельная проводимость латуни меньше удельной проводимости меди. Вследствие этого ток в латунных проводниках распределяется равномернее, чем в медных при той же частоте и при одинаковых размерах паза. Соответственно, для получения одинаковой степени

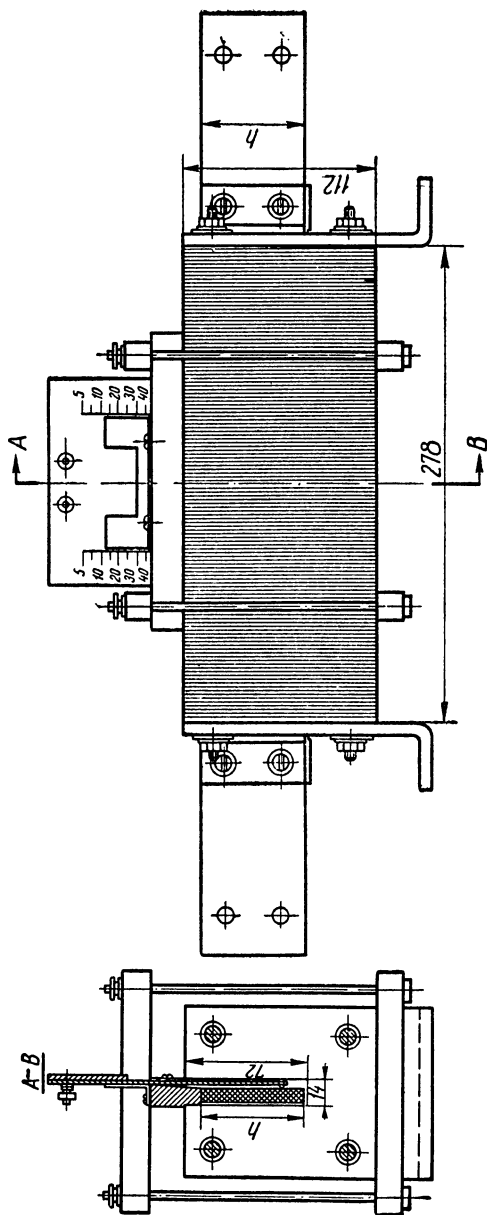


Рис. 25

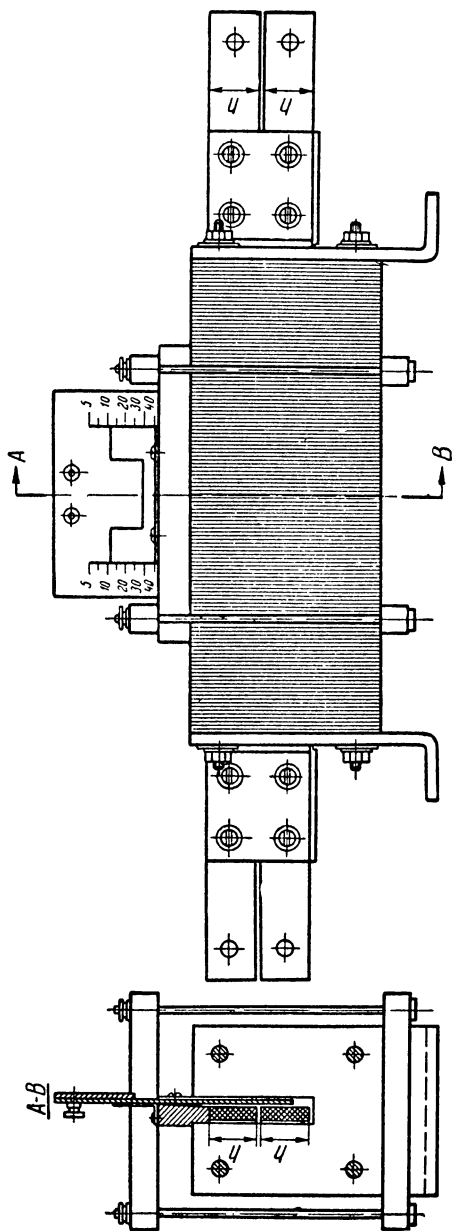


Рис. 26

неравномерности распределения тока при одинаковой частоте в случае латунных проводников следует взять паз больших размеров, чем в случае медных проводников. Это весьма существенно, так как возможность иметь модель больших размеров значительно облегчает выполнение измерений.

В паз закладывают или один проводник с высотой h (рис. 25), немного меньшей, чем высота паза, или систему скрепленных между собой и изолированных друг от друга двух одинаковых проводников (рис. 26) с общей высотой, равной высоте одного проводника в первом случае. В первом случае весь ток проходит по одному проводнику. Во втором случае один и тот же ток проходит последовательно по обоим проводникам, что осуществляется надлежащим соединением проводников вне паза.

Проводники присоединяют к тому же трансформатору, который описан в работе 15.

Для измерения распределения плотности тока по поверхности заложённых в паз проводников используется метод, описанный в работе 15. Соответственно и устройство, используемое для измерения комплексной амплитуды плотности тока, в принципе не отличается от соответствующего устройства, описанного в работе 15. Оно лишь иначе оформлено конструктивно. Служащие для осуществления контакта металлические конусы a и b закреплены в пластине

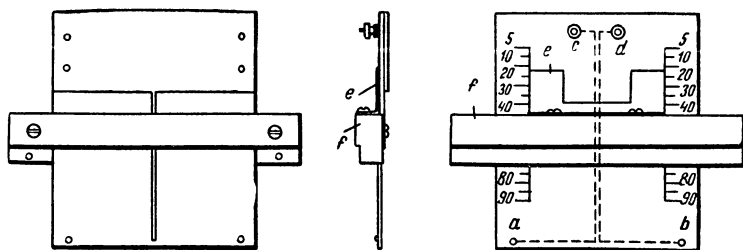


Рис. 27

(рис. 27) из изолирующего материала, которая вводится в воздушный зазор между проводниками и стенкой паза. Соединительные проволоки, припаянные к конусам, проложены, как показано пунктиром, по поверхности пластины вдоль прямой, проходящей через вершины конусов, и выведены бифилярно за пределы паза к зажимам c и d ,

присоединяемым к измерительной схеме. На поверхности пластины нанесены две шкалы с делениями, дающие возможность правильно установить точки контакта на одинаковой высоте и измерить глубину погружения их в паз. Для того чтобы контактные конусы прижимались к поверхности проводников, служит пружина e , закрепленная на колодке f , вставляемой в паз выше проводников и отжимающая выступающую из паза часть пластины в надлежашую сторону. Расстояние l между точками контакта равно 10 см.

Для измерения падения напряжения между точками контакта может быть использован любой компенсатор переменного тока. При использовании компенсатора его питание осуществляют, как и в работе 15, от вторичной цепи трансформатора тока, первичную цепь которого включают в цепь исследуемых проводов. Во вторичную цепь трансформатора тока включают также амперметр для измерения тока.

Для измерения температуры проводов в пазу пользуются градуированной термпарой или термометром. Для измерения удельной проводимости γ материала проводов и ее зависимости от температуры производят измерение сопротивления проводов при постоянном токе при помощи амперметра и градуированного гальванометра во время остывания проводов, нагретых предварительно переменным током.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является исследование опытным путем распределения переменного тока в проводниках, заложенных в пазу электрической машины, и выяснение причин, вызывающих увеличение активного сопротивления таких проводников при переменном токе по сравнению с их сопротивлением при постоянном токе. Целью работы является также ознакомление с методом расчета распределения переменного тока в такого рода проводниках и их активного сопротивления. На основе опытного и теоретического исследования необходимо выяснить влияние на характер распределения тока и на величину активного сопротивления различных факторов: частоты тока, удельной проводимости материала проводников, геометрических размеров паза и проводников и числа проводников в пазу. Все эти вопросы имеют большое значение для правильного проектирования и сооружения электрических машин.

Сначала закладывают в паз один проводник и исследуют распределение тока по его высоте. С этой целью вводят в воздушный промежуток между проводником и стенкой паза вышеописанную пластинку с контактными конусами и измеряют комплекс падения напряжения \dot{U} в нитях тока на разной глубине, перемещая между каждыми двумя измерениями пластину в глубь паза. Комплексную амплитуду $\dot{\delta}_m$ плотности тока вычисляют из соотношения

$$\dot{U} = \frac{\dot{E}_m l}{\sqrt{2}} = \dot{\delta}_m \frac{l}{\gamma \sqrt{2}}.$$

Для получения хороших результатов следует взять достаточно большое число точек. Выполнив это измерение, заменяют один проводник системой из двух проводников. Соединяют оба проводника последовательно и, включив их в цепь тока, вновь производят те же измерения, перемещая пластину с контактными конусами вдоль поверхностей обоих проводников.

Так как распределение тока зависит от удельной проводимости, а последняя зависит от температуры проводника, то необходимо, чтобы в течение всего опыта с одним или двумя проводниками температура проводников практически не изменялась. С этой целью после включения тока следует выждать некоторое время, пока температура не установится или, по крайней мере, пока она не станет изменяться медленно. Во время производства опыта следует производить измерение температуры провода.

По окончании опыта с одним проводником его дополнительно нагревают при увеличенном значении переменного тока. Затем, выключив переменный ток и отсоединив проводник от цепи трансформатора, включают его в цепь постоянного тока и измеряют удельную проводимость материала проводника при нескольких значениях температуры.

Будем для общности рассматривать случай, когда в пазу один под другим размещено n проводников. Расположим оси координат так, как показано на рис. 28, причем ось OX направим от наблюдателя перпендикулярно к плоскости рисунка. Начало координат совместим с верхней поверхностью p -го проводника. Счет проводников будем

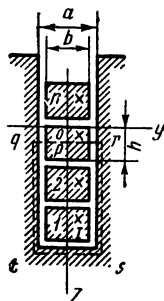


Рис. 28

вести от дна паза. Обозначим через a ширину паза и через b и h — ширину и высоту сечения одного проводника. Заметим, что результаты исследования могут быть применены и к случаю, когда в каждом горизонтальном слое лежит не один, а несколько проводников; при этом b есть суммарная ширина проводников, лежащих в одном горизонтальном слое. Пусть l — длина участка, на котором производится измерение падения напряжения, равная расстоянию между вершинами контактных конусов измерительной пластины.

Поверхности, сквозь которые проходит электромагнитная волна в глубь паза, равны al . Нормальные к ним составляющие вектора Пойнтинга определяются составляющими вектора напряженности электрического поля \mathbf{E} по OX и значениями вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} .

Комплекс мощности потока электромагнитной энергии, проникающей в p -й проводник, выражается в виде

$$\dot{P}_p = al \left[\left(\frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{H_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=0} - \left(\frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\dot{H}_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=h} \right],$$

причем \dot{E}_m — комплексная напряженность электрического поля и \dot{H}_m — комплекс, сопряженный с \dot{H}_m — комплексной напряженностью магнитного поля.

Но

$$\begin{aligned} \left(l \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=0} &= \dot{U}_{0p}, \quad \left(l \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=h} = \dot{U}_{hp}, \\ \left(a \frac{\dot{H}_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=0} &= \dot{I} \cdot p, \quad \left(a \frac{\dot{H}_m}{\sqrt{2}} \right)_{z=h} = \dot{I} (p-1), \end{aligned}$$

где \dot{U}_{0p} — комплекс действующего значения падения напряжения на длине l у верхнего края p -го проводника, \dot{U}_{hp} — то же у нижнего края p -го проводника, \dot{I} — комплекс, сопряженный с комплексом \dot{I} действующего значения тока в одном проводнике. Последние два равенства вытекают из закона полного тока. Таким образом,

$$\begin{aligned} \dot{P}_p &= \dot{I}^* [\dot{U}_{0p} \cdot p - \dot{U}_{hp} (p-1)], \\ \dot{P} &= \sum_{p=1}^{p=n} \dot{P}_p = \dot{I}^* \sum_{p=1}^{p=n} [\dot{U}_{0p} p - \dot{U}_{hp} (p-1)]. \end{aligned}$$

Для случая двух проводников в пазу имеем $p = 1$, $p = 2$:

$$\dot{P} = \dot{P}_{p=1} + \dot{P}_{p=2} = I^* \left[\dot{U}_{01} - 0 + 2 \dot{U}_{02} - \dot{U}_{h2} \right],$$

или

$$\begin{aligned} Z = r + jx &= \frac{\dot{P}}{I^2} = \frac{\dot{P}}{I I^*} = \frac{\dot{U}_{01} + 2\dot{U}_{02} - \dot{U}_{h2}}{I} = \\ &= \frac{\dot{U}_{01}}{I} + \frac{2\dot{U}_{02}}{I} - \frac{\dot{U}_{h2}}{I} \end{aligned}$$

Здесь r — активное сопротивление, x — индуктивное сопротивление двух проводников, включенных последовательно и имеющих каждый длину l .

Полученное таким образом реактивное сопротивление учитывает только потоки, линии которых пронизывают тело проводников, находящихся в пазу. Не учитывается дополнительное реактивное сопротивление, определяемое потоками, линии которых проходят в пазу между проводниками, а также выше проводников. Чтобы получить сопротивление проводников в пределах всей длины L пазы, необходимо умножить найденные сопротивления на отношение $\frac{L}{l}$. В определенное таким путем сопротивление не входит сопротивление частей проводников, расположенных вне пазы. В реальной машине сюда не входит сопротивление лобовых соединений обмотки. Лобовые соединения находятся в магнитном поле иного характера, чем проводники в пазу и, соответственно, ток распределяется в них иным образом.

Итак, для измерения r и x необходимо измерить отношения комплексных напряжений у верхних и нижних краев всех проводников к комплексному току.

После выполнения указанных выше основных исследований распределения тока по высоте проводников при одном и при двух включенных последовательно проводниках в пазу рекомендуется произвести еще следующий опыт. При двух проводниках в пазу пропускают ток I сначала только по одному нижнему, а затем только по одному верхнему проводнику. В том и в другом случае измеряют распределение тока по всей высоте обоих проводников. Когда

ток проходит только по одному нижнему проводнику, он создает переменное магнитное поле, линии которого пронизывают тело верхнего проводника. Это переменное поле возбуждает в верхнем проводнике вихревые токи. Когда ток проходит только по одному верхнему проводнику, то его магнитный поток почти весь проходит по железу ниже дна паза. Линии магнитной индукции этого потока охватывают весь нижний проводник. Следовательно, этот поток индуцирует на всех нитях нижнего проводника одинаковые э. д. с., и вихревые токи в нижнем проводнике практически не возникают.

Оба этих дополнительных опыта интересны тем, что получаемые в них картины распределения тока, будучи наложенными друг на друга, дают картину, имеющую место при одновременном прохождении тока по обоим проводникам. Для возможности наложения необходимо при обоих этих опытах производить измерения в одинаковых точках.

Помимо экспериментальных исследований следует выполнить расчеты распределения тока и активного сопротивления. Распределение тока в проводнике расчетным путем находят, пользуясь формулой (Л. 1, § 331, изд. 1951 г.)

$$\frac{\dot{\delta}_m}{\dot{\delta}_{m\text{ ср}}} = \frac{\alpha' h}{\text{sh } \alpha' h} [p \text{ ch } \alpha' (z - h) - (p - 1) \text{ ch } \alpha' z],$$

где p — номер проводника, считая от дна паза; h — высота одного проводника; $\alpha' = (1 + j) k'$, причем $k' = \sqrt{\frac{b \omega \mu \gamma}{a^2}}$; b и a имеют прежний смысл; μ и γ — магнитная проницаемость и удельная проводимость материала проводника; ω — угловая частота тока; $\dot{\delta}_{\text{м ср}} = \frac{\dot{I}_m}{bh}$ — средняя по высоте проводника комплексная амплитуда плотности тока.

В случае одного проводника $p = 1$. В случае двух проводников $p = 1$ или $p = 2$.

Начало координат при выводе формулы располагалось для каждого проводника на верхней его границе (рис. 28).

Отношение активного сопротивления r при переменном токе к сопротивлению r_0 при постоянном токе вычисляется по формуле (Л. 1, § 331, изд. 1951 г.)

$$\frac{r}{r_0} = \varphi(k'h) + \frac{n^2 - 1}{3} \psi(k'h),$$

где n — общее число проводников в пазу,

$$\varphi(k'h) = k'h \frac{\operatorname{sh} 2k'h + \sin 2k'h}{\operatorname{ch} 2k'h - \cos 2k'h},$$

$$\psi(k'h) = 2k'h \frac{\operatorname{sh} k'h - \sin k'h}{\operatorname{ch} k'h + \cos k'h}.$$

Зависимости $\varphi(k'h)$ и $\psi(k'h)$ представлены в виде графиков на рис. 29.

При вычислении следует подставлять в формулу то значение γ , которое соответствует температуре провода, имевшей место во время соответствующего опыта.

3. Обработка результатов исследования

Предлагается построить кривые $\delta_m = f(z)$, характеризующие изменение амплитуды плотности тока по высоте проводников. Характер этих кривых для случая двух проводников в пазу показан на рис. 30.

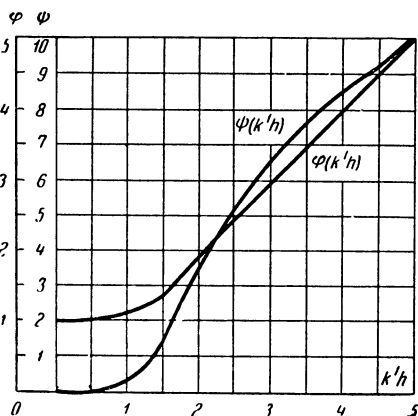


Рис. 29

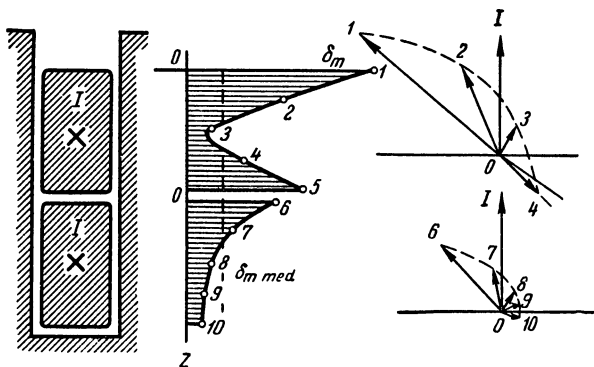


Рис. 30

Для получения наглядного представления об изменении фазы плотности тока при увеличении z необходимо построить на векторной диаграмме векторы плотности тока для всех точек, в которых производилось измерение. Векторные диаграммы следует построить отдельно для каждого проводника рядом с соответствующими кривыми $\delta_m = f(z)$, как это показано на рис. 30, обозначив на кривых $\delta_m = f(z)$ цифрами точки, к которым относятся отмеченные теми же цифрами векторы.

Все эти кривые и диаграммы предлагается построить как на основании опытных данных, так и на основании данных расчета. Расчет выполняется по приведенной выше формуле для отношения $\frac{\dot{\delta}_m}{\dot{\delta}_{\text{ср}}}$ для ряда значений z . Теоретические и опытные кривые и диаграммы необходимо сравнить между собой и дать им объяснение.

Построения необходимо выполнить для всех исследованных случаев: при одном проводнике в пазу; при двух проводниках в пазу и наличии тока в обоих проводниках; при двух проводниках в пазу и наличии тока только в верхнем проводнике и затем только в нижнем проводнике.

Векторы плотности тока, полученные в двух последних случаях, необходимо сложить геометрически. Геометрическая сумма должна дать диаграмму, соответствующую второму случаю.

Кроме вышеуказанных построений, дающих картину распределения тока в проводниках, предлагается вычислить на основании опытных данных значения активного r и реактивного x сопротивлений и их отношения $\frac{r}{r_0}$ и $\frac{x}{r_0}$ к сопротивлению r_0 при постоянном токе для двух основных исследованных случаев — одного и двух проводников в пазу.

Пользуясь приведенными выше формулами и кривыми, предлагается также вычислить отношение $\frac{r}{r_0}$ для этих двух случаев. Расчет следует произвести и для больших чисел n проводников в пазу ($n = 3, 4, 5, \dots, 10$) при той же их общей высоте. Такой расчет дает возможность выявить число n , при котором наступает заметное снижение отношения $\frac{r}{r_0}$.

Литература. [Л. 1, 19].

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЭКРАНИРОВАНИЯ

1. Описание установки

В лаборатории исследуются экраны, имеющие сферическую и цилиндрическую форму. Все экраны, за исключением одного цилиндрического, выточены из одного куска стали. Из того же куска стали выточено небольшое кольцо, используемое для измерения магнитной проницаемости материала. Один цилиндрический экран изготовлен из латуни.

Сферические экраны (рис. 31) представляют собою полые тела сферической формы с одинаковым у всех образцов радиусом R_1 внутренней поверхности и с различными радиусами R_2 наружной поверхности. В лабораторных образцах

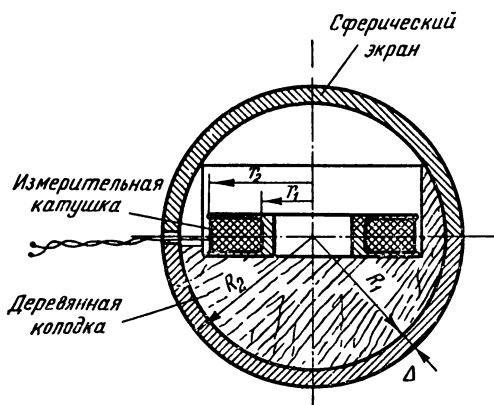


Рис. 31

$R_1 = 27$ мм и толщины стенок $\Delta = R_2 - R_1$ имеют значения:
 $\Delta = 1,5$ мм; $\Delta = 3$ мм и $\Delta = 5$ мм.

Каждый сферический экран состоит из двух половин. Поверхности, по которым соприкасаются обе половины, тщательно отшлифованы на плоскости. Благодаря этому воздушный зазор в месте соприкосновения сведен до минимума. На этих поверхностях имеются узкие радиальные

канавки, которые после правильного сложения вместе обеих половин образуют узкое радиальное отверстие для вывода концов обмотки измерительной катушки, помещаемой внутри экрана. Условимся место стыка двух половин экрана для краткости называть щелью.

Цилиндрические экраны (рис. 32) также представляют собой замкнутые полые тела, боковые стенки их имеют форму круговых цилиндров, торцовые стенки — плоские.

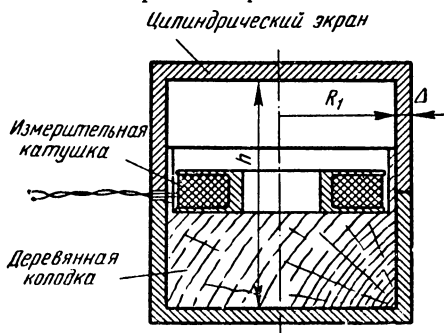


Рис. 32

Размеры полости одинаковы у всех образцов. Три стальных экрана отличаются друг от друга толщиной стенок Δ . Толщина стенок у каждого образца всюду одинакова. Исследуемые в лаборатории образцы имеют следующие размеры: высота полости $h = 46$ мм, радиус цилиндрической поверхности полости $R_1 = 23$ мм и толщины стенок $\Delta = 1,5$ мм, $\Delta = 3$ мм и $\Delta = 5$ мм. Латунный цилиндрический экран имеет полость тех же размеров и толщину стенок 5 мм. Каждый цилиндрический экран состоит из двух половин, имеющих форму стаканов. Поверхности соприкосновения обеих половин так же, как и у сферических экранов, тщательно отшлифованы на плоскости и имеют канавки для вывода концов обмотки измерительной катушки. Во всех опытах используется одна и та же измерительная катушка круглой цилиндрической формы. Она служит для измерения магнитной индукции в полости экранов, а также индукции внешнего магнитного поля, в которое вносятся экраны. Теоретически внутри замкнутого сферического экрана из материала с постоянной магнитной проницаемостью магнитное поле должно быть однородным, если экран внесен во внешнее однородное поле. Поэтому

есть основание магнитную индукцию B определять по величине измеряемого полного магнитного потока Ψ , сцепляющегося с витками измерительной катушки, из простой формулы $\Psi = \omega_1 s B$, где ω_1 — число витков измерительной катушки и s — некоторое среднее значение поверхности, охватываемой витками.

При большом экранирующем эффекте поле внутри экрана получается весьма слабым и для удовлетворительного измерения магнитной индукции приходится применять катушку с большим числом витков и не очень малых размеров. Обмотка катушки имеет большое число слоев, и радиус r_1 внутреннего слоя заметно отличается от радиуса r_2 наружного слоя (рис. 31). Поэтому существенно так определить среднее значение s поверхности, охватываемой витками катушки, чтобы не было ошибки в определении магнитной индукции B по измеренной величине потока Ψ .

Виток, имеющий радиус r , охватывает магнитный поток

$$\Phi = \pi r^2 B.$$

Число витков в цилиндрическом слое, имеющем толщину dr и высоту, равную высоте катушки, равно

$$d\omega = \omega_1 \frac{dr}{r_2 - r_1}.$$

Поток Φ определяет с этими витками число потокоцеплений

$$d\Psi = \Phi d\omega = \frac{\pi \omega_1 B}{r_2 - r_1} r^2 dr.$$

Полное число потокоцеплений со всеми ω_1 витками катушки равно

$$\begin{aligned} \Psi &= \frac{\pi \omega_1 B}{r_2 - r_1} \int_{r_1}^{r_2} r^2 dr = \frac{\pi \omega_1 B}{3(r_2 - r_1)} (r_2^3 - r_1^3) = \\ &= \omega_1 B \frac{\pi}{3} (r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$s = \frac{\pi}{3} (r_2^2 + r_2 r_1 + r_1^2),$$

На используемых в лаборатории измерительных катушках указаны значения радиусов r_1 и r_2 и число витков ω_1 .

Для правильной установки катушки в полости экрана служат фигурные деревянные колодки (рис. 31 и 32), имеющие сферическую или цилиндрическую внешнюю поверхность. В колодках имеются углубления для укладывания измерительной катушки. Колодки плотно входят в полости экранов. Будучи уложенными в одну из половин экрана, они несколько выступают из ее краев. Это сделано для того,

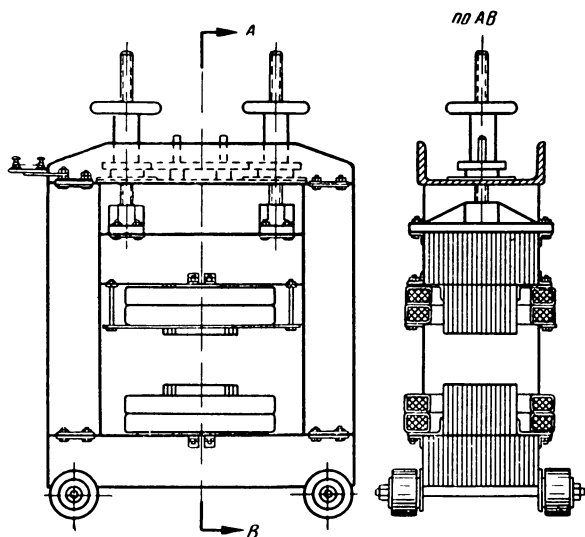


Рис. 33

чтобы вторая половина экрана всегда располагалась правильно по отношению к первой. Применение для этой цели каких-либо выступов на краях половин экрана нежелательно, так как это нарушило бы правильность формы экрана и могло бы затруднить плотное соприкосновение обеих половин экрана. Колодки имеют узкие канавки для укладки выводов катушки. Чтобы обеспечить возможность располагать катушку точно параллельно или перпендикулярно щели сферического экрана, на внешней поверхности колодки сферической формы нанесены линии по двум взаимноперпендикулярным большим кругам, которые при укладке колодки следует совмещать с краями половины экрана.

Внешнее поле, в которое вносятся исследуемые экраны, создается электромагнитом, эскиз которого представлен на

рис. 33. Сердечник электромагнита собран из трансформаторной листовой стали для возможности создания переменного поля. Верхний полюс, вместе с примыкающей к нему верхней горизонтальной частью ярма, может перемещаться вдоль вертикальных частей ярма при помощи специального винтового устройства. Благодаря этому можно изменять расстояние между полюсами. Размеры полюсов достаточно велики для того, чтобы даже при большом расстоянии между полюсами магнитное поле в средней области между ними, в которую вносятся экраны, можно было приближенно считать однородным. Поле создается катушками с током, надетыми на полюсы. На каждом полюсе имеется по две катушки. Каждая катушка состоит из двух совершенно одинаковых секций. Выводы всех секций присоединены к зажимам на дощечке из изолирующего материала, закрепленной на ярме электромагнита. При помощи металлических планок все восемь секций могут быть соединены последовательно или параллельно. Последовательное соединение используют при питании электромагнита постоянным током, так как при этом падение напряжения в обмотке не велико и напряжение сети вполне достаточно для создания тока, допускаемого сечением проволоки обмотки. При питании электромагнита от сети переменного тока используют параллельное соединение секций для уменьшения индуктивного сопротивления. При последовательном соединении секций индуктивное сопротивление цепи электромагнита было бы столь большим, что для установления необходимого тока потребовалось бы высокое напряжение.

Для производства опыта экран с вложенной в него фигурной колодкой с измерительной катушкой располагают между двумя большими внешними деревянными колодками, имеющими выемки, плотно охватывающие экран (рис. 34). Всю эту систему

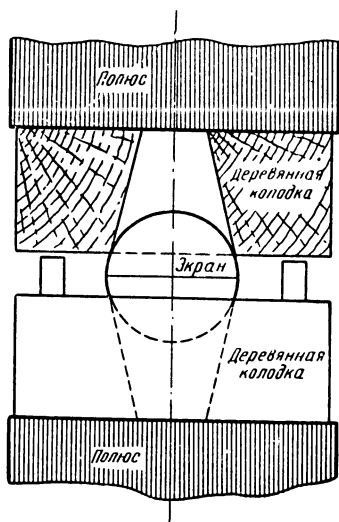


Рис. 34

вкладывают в пространство между полюсами и зажимают, опуская верхний полюс. Размеры внешних колодок таковы, что расстояние между полюсами всегда остается одним и тем же. Если это не соблюдается, то следует воспользоваться дополнительными прокладками.

При постоянном поле измерение потока Ψ , сцепляющегося с измерительной катушкой, производят баллистическим методом, для чего установка снабжена баллистическим гальванометром и всей необходимой для работы с ним и для его градуировки аппаратурой. Измерения производят, изменяя при помощи перекидного рубильника направление тока в обмотке электромагнита.

При переменном токе поток Ψ определяют по величине электродвижущей силы, индуцируемой в обмотке измерительной катушки. Так как поток изменяется по синусоидальному закону, то действующее значение э. д. с. связано с амплитудой потока Ψ_m соотношением (Л. 1, ч. II, § 7)

$$E = 4,44 f \Psi_m = 4,44 f \omega_1 s B_m,$$

где $f = 50$ гц — частота тока в катушках электромагнита и B_m — амплитуда магнитной индукции.

Электродвижущие силы в обмотке измерительной катушки при сильном экранировании весьма малы. Поэтому приходится пользоваться для измерения их чувствительной аппаратурой. Вместе с тем желательно, чтобы эти измерения были простыми и требовали для своего производства малого времени, так как необходимо при выполнении работы произвести большое количество измерений. Наилучшим в смысле точности явилось бы применение компенсационного метода. Однако это потребовало бы значительного времени для выполнения работы, так как необходимо было бы компенсировать измеряемую э. д. с. не только по величине, но и по фазе. Нас интересует только амплитуда э. д. с. Кроме того, совсем не требуется столь высокая точность измерения, какая обеспечивается компенсационным методом, так как экранирующее действие экрана, как будет отмечено дальше, зависит от многих факторов, учитываемых лишь приближенно и далеко не абсолютно точно воспроизводимых. Поэтому для анализа влияния всех этих факторов достаточно произвести измерения с точностью, обеспечивающей надежно первую и приближенно вторую значащую цифру измеряемой величины.

В связи со сказанным в лаборатории применяют следующую простую измерительную схему (рис. 35). Последовательно с измерительной катушкой включают штепсельный безиндукционный магазин сопротивлений с общим сопротивлением 10 000 ом. Обозначим через r_1 включенное сопротивление магазина. Параллельно малой части его r_2 включен резонансный гальванометр, имеющий достаточно широкую шкалу с делениями. Цепь гальванометра имеет полное сопротивление z_3 . Применяемый в лаборатории гальванометр имеет сопротивление $z_3 \approx 200$ ом. Сопротивление r_2 берут в пределах 0,1 — 1 ом. Поэтому можно пренебречь при вышеуказанной точности измерений током, ответвляющимся в цепь гальванометра, по сравнению с током, проходящим через сопротивление r_2 . В таком случае напряжение U_2 на зажимах гальванометра определяется простым соотношением

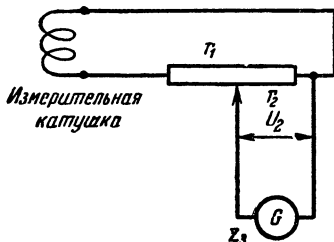


Рис. 35

$$U_2 = E \frac{r_2}{z},$$

где $z = \sqrt{(r_1 + r_k)^2 + x_k^2}$ — полное сопротивление цепи измерительной катушки, причем r_k и x_k — активное и реактивное сопротивления самой измерительной катушки; E — действующее значение измеряемой э. д. с. Величины r_k и x_k должны быть известны или измерены. Практически можно пренебречь величиной x_k^2 по сравнению с $(r_1 + r_k)^2$. При малых размерах измерительной катушки при $f = 50$ гц уже одно сопротивление r_k обычно заметно превышает x_k . Так, например, применяемые в лаборатории катушки имеют активное сопротивление порядка 100 ом и реактивное порядка 10 ом. Если учесть еще большое сопротивление r_1 , то вполне можно принять $z = r_1 + r_k$ и вычислять измеряемую э. д. с. E по формуле

$$E = U_2 \frac{r_1 + r_k}{r_2}.$$

Напряжение U_2 на зажимах гальванометра определяют по ширине размытой световой полосы на шкале гальванометра. При этом весьма важно следить, чтобы гальванометр

был точно настроен в резонанс. Постоянная гальванометра указана в его паспорте.

При измерении с помощью описанной схемы следует обратить особое внимание на то, чтобы отсутствовали всякие посторонние влияния на схему и на гальванометр. Прежде всего надо позаботиться о том, чтобы в контуре гальванометра не индуцировались посторонние э. д. с. потоком рассеяния электромагнита. Для сведения к минимуму этих э. д. с. необходимо расположить гальванометр и магазин сопротивления на достаточном расстоянии от электромагнита и проложить провода, идущие к ним от измерительной катушки, бифилиаром. Проверкой отсутствия влияния этого рода может служить следующий опыт. Провода, идущие к схеме от измерительной катушки, отключают от катушки и концы их соединяют между собой. При этом в контуре измерительной схемы могут остаться только паразитные э. д. с. от потоков рассеяния. Следует довести их практически до нуля вышеуказанными методами.

Другим источником вредных влияний могут явиться токи утечки, обязанные несовершенству изоляции. Эти токи могут протекать от обмотки электромагнита через зажимающие экран деревянные колодки к обмотке измерительной катушки и затем через гальванометр и несовершенную его изоляцию относительно земли или относительно его обмотки возбуждения, питаемой от сети постоянного тока. Чтобы убедиться в отсутствии такого влияния, следует разомкнуть только один из проводов, идущих от измерительной катушки к схеме. Это размыкание следует выполнить поочередно в одном и в другом проводе. При этом размыкается цепь подлежащей измерению э. д. с., индуцируемой в измерительной катушке, но сохраняется цепь для тока утечки. Свести влияние этого рода практически до нуля можно, улучшая изоляцию измерительной катушки от обмотки электромагнита введением под полюсы электромагнита прокладок с высокими изолирующими свойствами. Иногда удастся уменьшить эти влияния, соединяя с землей имеющийся для этой цели специальный зажим на корпусе гальванометра.

2. Задача и метод исследования

Основной задачей работы является уяснение влияния на экранирующее действие экранов различных факторов: формы экранов и толщины их стенок; свойств материалов,

из которых изготовлены экраны; наличия стыков и щелей между отдельными частями экранов и расположения этих щелей. Все эти факторы имеют различное значение при постоянном поле и при переменном поле. При постоянном поле экранирующее действие обуславливается только намагниченностью тела экрана, т. е. элементарными токами, существующими в теле экрана и принимающими упорядоченное расположение при намагничивании экрана. При переменном поле к этому эффекту добавляется экранирующее действие макроскопических токов, возникающих в теле экрана вследствие конечной удельной проводимости материала, из которого изготовлен экран. При постоянном поле вредное влияние оказывает только те стыки и щели между отдельными частями ферромагнитных экранов, которые расположены поперек линий магнитного поля, так как при этом быстро возрастает магнитное сопротивление потоку, проходящему внутри стенок экрана. При переменном поле весьма вредными оказываются стыки, расположенные на пути макроскопических токов в стенках экрана, так как обычно электрическое сопротивление стыков весьма велико.

Целью работы является также сопоставление результатов опыта с результатами расчета для простейшего случая сферического экрана из ферромагнитного материала во внешнем постоянном однородном поле. Представляет большой интерес выяснить возможность применения формул сферического экрана, для приближенных расчетов экранов другой формы, но имеющих те же габариты и ту же толщину стенок.

Вопрос об электромагнитном экранировании имеет исключительно большое практическое значение. Экраны из ферромагнитного материала находят себе применение для защиты отдельных элементов электроизмерительных устройств от влияния внешних магнитных полей как постоянных, так и переменных невысоких частот. Экраны из проводящего неферромагнитного материала широко применяются в технике высоких частот для экранирования друг от друга элементов электрических цепей, например, индуктивных катушек.

В лаборатории производят нижеследующие измерения:

1) со всеми тремя образцами сферических стальных экранов при расположении щели (поверхности стыка) между двумя половинами экрана поперек поля и вдоль поля.

Для экрана, имеющего наибольшую толщину стенок, кроме того, производят при обоих положениях щели еще по два измерения, вводя изолирующие прокладки разной толщины между обоими половинами экрана. Толщины этих прокладок имеют приблизительно значения 0,2 мм и 1,5 мм;

2) со всеми четырьмя образцами цилиндрических экранов (тремя стальными и одним латунным) при расположении щели поперек поля и при отсутствии прокладок;

3) с одной измерительной катушкой без экранов для определения индукции B_0 внешнего магнитного поля.

Все эти измерения выполняют сначала при постоянном магнитном поле, а затем при переменном магнитном поле. При измерениях с ферромагнитными экранами следует стремиться зажимать экраны между полюсами и колодками примерно с постоянным усилием, так как от внутренних механических напряжений в экране зависит магнитная проницаемость его материала.

Однако это влияние становится заметным только при весьма больших усилиях. Поэтому, зажимая экраны с умеренным усилием, мы можем совершенно не опасаться этого влияния. В этом можно убедиться, производя измерение магнитной индукции внутри одного и того же ферромагнитного экрана при различных сжимающих его усилиях.

Для возможности вычисления величины B_0 при постоянном поле необходимо произвести градуировку баллистического гальванометра по отношению к магнитному потоку при включенной в цепь гальванометра измерительной катушке. Градуировка производится с помощью образцового соленоида.

Амплитуда индукции B_{0m} переменного внешнего поля определяется по формулам, приведенным в предыдущем параграфе, на основании измерений с вибрационным гальванометром.

Помимо перечисленных основных измерений необходимо получить, пользуясь кольцевым образцом, зависимость $\mu = f(H)$ магнитной проницаемости материала ферромагнитных экранов от напряженности поля. На кольцо наложена намагничивающая обмотка, имеющая w' витков, равномерно распределенных по длине кольца. Напряженность поля равна

$$H = \frac{w' i}{l},$$

где i — ток в обмотке и l — средняя длина кольца. Для измерения магнитной индукции в кольце на него наложена еще вторичная обмотка, имеющая w'' витков. Изменение $\Delta\Phi$ полного потока, сцепляющегося с этой обмоткой при изменении индукции от $+B$ до $-B$, равно

$$\Delta\Phi = 2Bw''s,$$

где s — поперечное сечение кольца. Параметры l , s , w' и w'' кольцевого образца должны быть известны. Необходимо соблюдать все правила для подобных измерений. Кольцо должно быть предварительно размагничено путем постепенного уменьшения до нуля тока i с одновременным многократным переключением его направления. Затем ток следует монотонно увеличить от нуля до некоторого значения и при этом значении тока произвести около десяти переключений его направления, чтобы получить симметричную петлю гистерезиса. После этого производят измерения индукции, наблюдая отброс гальванометра при переключении направления тока. Затем, не прерывая тока, увеличивают его монотонно до нового значения и, выполнив вновь около десяти переключений, производят следующее измерение индукции, соответствующее новому значению намагничивающего тока.

Для вычисления $\Delta\Phi$ по измеренным отбросам по шкале гальванометра необходимо произвести градуировку баллистического гальванометра с помощью образцового соленоида при включенной в цепь гальванометра вторичной обмотке исследуемого кольца.

На основе всех вышеперечисленных измерений может быть определено для всех случаев отношение напряженности поля H_i внутри экрана к напряженности H_0 внешнего однородного поля, в которое вносится экран

$$k = \frac{H_i}{H_0}.$$

Это отношение характеризует экранирующее действие экрана. Чем меньше k , тем больше экранирующее действие. Обратная величина $a = \frac{1}{k}$ показывает, во сколько раз поле ослабляется действием экрана, и может быть названа степенью экранирования.

Следует позаботиться о том, чтобы во время всех опытов при постоянном поле величина H_0 оставалась неизменной,

для чего необходимо поддерживать неизменным во всех опытах ток I_0 в обмотке электромагнита. Также необходимо поддерживать неизменной амплитуду напряженности поля H_{0m} при переменном поле. Так как при большом воздушном зазоре ток в обмотке электромагнита изменяется синусоидально, то достаточно поддерживать неизменным действующее значение I этого тока. Желательно, чтобы значение H_0 при постоянном поле равнялось действующему значению $H_{0eff} = H_{0m}/\sqrt{2}$ при переменном поле. Это последнее требование удовлетворится, если взять $I = 8I_0$, так как при постоянном токе восемь секций обмотки включают последовательно, а при переменном токе все секции включают параллельно. Все указанное необходимо соблюдать потому, что экранирующее действие зависит от магнитной проницаемости материала экрана, а магнитная проницаемость зависит от напряженности магнитного поля в теле экрана. Поддерживая неизменным напряженность H_0 внешнего поля, мы не будем иметь одинаковой для всех экранов напряженности поля в их стенках. Однако этим мы достигаем неизменности внешних условий, что совершенно необходимо для возможности сопоставления результатов опыта.

Для простейшего случая однородного сферического экрана с постоянной магнитной проницаемостью, находящегося во внешнем однородном магнитном поле, степень экранирования может быть вычислена теоретически путем нижеследующих рассуждений.

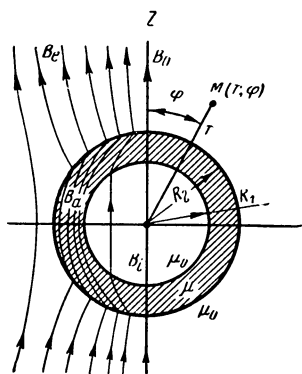


Рис. 36

Обозначим величины, относящиеся к внешнему пространству, индексом e , к телу экрана — индексом a и к внутренней области — индексом i (рис. 36). Условно можно полый шар рассматривать как два шара. Один из них сплошной с проницаемостью μ_0 и радиусом R_1 помещен внутри другого с проницаемостью μ и радиусом R_2 . При исследовании одного сплошного шара во внешнем однородном поле (Л. 1, ч. III, § 27, 63) было показано, что результирующее поле вне шара

является результатом наложения на внешнее однородное поле поля, эквивалентного намагниченному шару диполя, расположенного в центре шара. Результирующее поле внутри шара однородное. Основываясь на этих результатах, можно высказать следующие предположения общего характера для случая полого шара.

Поле вне экрана должно являться результатом наложения поля некоторого эквивалентного диполя, помещенного в центре экрана, на внешнее однородное поле. Следовательно,

$$U_{me} = -H_0 r \cos \varphi + A_1 \frac{\cos \varphi}{r^2},$$

где A_1 — постоянная, пропорциональная магнитному моменту диполя. Первый член в выражении для U_{me} есть потенциал внешнего однородного поля. Второй член определяется намагниченностью экрана. Величины r и φ суть сферические координаты точки M (рис. 36), в которой определяется потенциал.

Поле в теле экрана также должно слагаться из однородного поля и поля некоторого эквивалентного диполя в центре экрана, т. е.

$$U_{ma} = A_2 r \cos \varphi + A_3 \frac{\cos \varphi}{r^2},$$

где A_2 и A_3 — постоянные.

Наконец, поле во внутренней области должно быть однородным, т. е. должно иметь потенциал

$$U_{mi} = A_4 r \cos \varphi,$$

где A_4 — постоянная.

При этом $A_4 = -H_i$, где H_i — напряженность поля внутри экрана, так как

$$H_i = -\frac{\partial U_{mi}}{\partial z} \text{ и } U_{mi} = -H_i z + C = -H_i r \cos \varphi,$$

если положить $C = 0$.

Выражения для U_{me} , U_{ma} и U_{mi} удовлетворяют требованиям, чтобы потенциал всюду был конечным при любом конечном r , в частности, при $r = 0$ и чтобы составляющая потенциала, определяемая намагниченностью экрана, стремилась к нулю при $r \rightarrow \infty$.

Выражения для потенциалов написаны на основе предположений общего характера. Однако если удастся показать, что можно подобрать постоянные A_1 , A_2 , A_3 и A_4 так, чтобы были удовлетворены граничные условия для любого значения φ , то этим самым будет показана правильность этих выражений, поскольку задача должна иметь единственное решение.

По обе стороны от каждой поверхности должны быть равны между собою касательные составляющие вектора \mathbf{H} и равны между собой нормальные составляющие вектора \mathbf{B} , что дает условия:

1) при $r = R_1$

$$\left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U_{mi}}{\partial \varphi}\right)_{r=R_1} = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U_{ma}}{\partial \varphi}\right)_{r=R_1}$$

или

$$A_4 = A_2 + \frac{A_3}{R_1^3},$$

2) при $r = R_1$

$$\mu_0 \left(-\frac{\partial U_{mi}}{\partial r}\right)_{r=R_1} = \mu \left(-\frac{\partial U_{ma}}{\partial r}\right)_{r=R_1},$$

или

$$-\mu_0 A_4 = -\mu \left(A_2 - \frac{2A_3}{R_1^3}\right);$$

3) при $r = R_2$

$$\left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U_{ma}}{\partial \varphi}\right)_{r=R_2} = \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial U_{me}}{\partial \varphi}\right)_{r=R_2},$$

или

$$A_2 + \frac{A_3}{R_2^3} = -H_0 + \frac{A_1}{R_2^3},$$

4) при $r = R_2$

$$\mu \left(-\frac{\partial U_{ma}}{\partial r}\right)_{r=R_2} = \mu_0 \left(-\frac{\partial U_{me}}{\partial r}\right)_{r=R_2},$$

или

$$-\mu \left(A_2 - \frac{2A_3}{R_2^3}\right) = -\mu_0 \left(-H_0 - \frac{2A_1}{R_2^3}\right).$$

Определяя из первого и второго условий A_2 и A_3 через $A_4 = -H_i$, находим

$$A_2 = -\frac{1}{3} \left(2 + \frac{\mu_0}{\mu} \right) H_i, \quad A_3 = -\frac{1}{3} \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu} \right) R_1^3 H_i.$$

Подставляя эти выражения в третье и четвертое условия и исключая из полученных уравнений A_1 , получаем после простых преобразований

$$H_i = H_0 \frac{1}{1 + \frac{2}{9} \left(1 - \frac{R_1^3}{R_2^3} \right) \left(\frac{\mu_0}{\mu} + \frac{\mu}{\mu_0} - 2 \right)}.$$

Пользуясь этой формулой, можно вычислить степень экранирования $a = \frac{H_0}{H_i}$ для сферического экрана.

3. Обработка результатов исследования

Предлагается определить на основании результатов измерений степень экранирования $a = \frac{H_0}{H_i} = \frac{B_0}{B_i}$ для всех исследованных случаев. Все полученные из опыта значения величины a следует поместить в таблицу, построив эту таблицу так, чтобы легко было производить сопоставление между собою различных случаев. Результаты измерений, сведенные в таблицу, предлагается подвергнуть всестороннему анализу.

Прежде всего следует сопоставить между собой значения степени экранирования для сферических ферромагнитных экранов с разными толщинами стенок в случае постоянного магнитного поля. Чем больше толщина Δ стенок, тем больше должна получаться степень экранирования.

Весьма важно при этом проследить влияние щели между обеими половинами экрана. При расположении щели вдоль линий поля всегда должна получаться большая степень экранирования, чем при расположении щели поперек линий поля. Это заметно даже в случае отсутствия явной щели, созданной изолирующими прокладками, т. е. при существовании только естественной ничтожной щели, имеющейся при непосредственном соприкосновении обеих половин экрана вследствие того, что соприкосновение происходит только в отдельных точках соприкасающихся поверхностей.

При расположении щели поперек линий поля появляется большое добавочное магнитное сопротивление на пути магнитного потока, что и приводит к уменьшению степени экранирования. Весьма показательны в этом отношении опыты с дополнительными изолирующими прокладками между половинами экрана. Эти прокладки при положении щели поперек линий поля резко снижают степень экранирования.

При расположении щели вдоль линий поля она не оказывает сопротивления магнитному потоку и степень экранирования получается практически такой же, как и при полном отсутствии щели. Именно этот случай и следует сопоставлять с результатами расчета. Расчет предлагается выполнить по формуле, приведенной в конце предыдущего параграфа, для всех трех сферических экранов, с которыми производился опыт. В формулу входит магнитная проницаемость μ материала экрана. Поэтому чрезвычайно важно правильно определить значение μ . Действительная картина явления много сложнее той, которая была принята при выводе формулы. Значение магнитной индукции различно в разных точках в теле экрана (рис. 36). Около полюсов магнитная индукция весьма мала по сравнению с индукцией вблизи экватора, где она имеет наибольшее значение. Но магнитная проницаемость μ сильно зависит от магнитной индукции. В первом приближении можно принять значение μ всюду таким же, как в зоне экватора, где поле в экране наиболее сильное. Оценить значение напряженности поля H_a в этой зоне в теле экрана можно, зная напряженность поля H_i в полости экрана. Действительно, у экватора силовые линии как в теле экрана, так и в полости его направлены по касательной к стенкам экрана. Следовательно, из граничного условия равенства касательных составляющих напряженности поля на границе раздела двух сред с разными магнитными проницаемостями, можно утверждать, что H_a в этой зоне как раз равно H_i в полости экрана. На основании этих рассуждений рекомендуется в первом приближении определять μ из кривой намагничивания, полученной для кольцевого образца, при $H = H_i$.

Рассчитанные теоретические значения степени экранирования следует сопоставить в специальной таблице с результатами измерения при расположении щели вдоль линий поля. Интересно отметить, что при таком расположении щели даже некоторое увеличение щели прокладками почти

не сказывается на степени экранирования. Конечно, это имеет место только до определенной ширины щели.

Основной причиной расхождения результатов расчета и измерений является именно непостоянство μ в действительных условиях. Кроме того, внешнее поле в действительных условиях опыта несколько отличается от однородного.

Следующее сопоставление необходимо произвести между цилиндрическими и сферическими ферромагнитными экранами при одинаковых толщинах стенок и одинаковых расположениях щели. Выясняется при этом интересное обстоятельство: степень экранирования имеет одинаковый порядок у тех и других экранов при одинаковых их габаритах. Этот вывод имеет большое практическое значение — на основе его можно в первом приближении рассчитывать цилиндрический экран по формуле, выведенной для сферического экрана. При этом радиусы R_1 и R_2 следует выбрать так, чтобы разность $(R_2 - R_1)$ была равна толщине стенок цилиндрического экрана и чтобы эквивалентный сферический экран в среднем соответствовал по габаритам цилиндрическому (рис. 37).

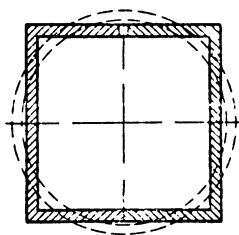


Рис. 37

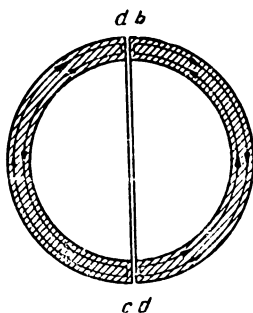


Рис. 38

Интересно обратить внимание на то, что латунный экран совершенно не экранирует при постоянном поле.

Аналогичный анализ следует произвести по отношению к результатам измерения при переменном поле. Здесь также увеличение толщины стенок ферромагнитных экранов ведет к увеличению степени экранирования. Однако в этом случае экранирующее действие определяется не только намагниченностью экрана, но также и макроскопическими токами,

возникающими в теле экрана. Теперь расположение щели вдоль линий магнитного поля весьма вредно, так как электрическое сопротивление стыка между обеими половинами экрана получается столь большим, что ток практически не переходит через место стыка и вынужден возвращаться около внутренних поверхностей стенок экрана. На рис. 38 изображены линии тока в обеих половинах экрана. Вследствие этого экранирующее действие макроскопических токов практически сводится к нулю. Результат получается одинаковым как при наличии изолирующих прокладок, так и при отсутствии их, так как сопротивление контакта в месте соприкосновения обеих половин экрана даже при зачищенных соприкасающихся поверхностях оказывается во много раз больше сопротивления возврата тока по слою металла около внутренних поверхностей стенок экрана.

Расположение щелей поперек линий магнитного поля не препятствует развитию макроскопических токов в стенках экрана. Поэтому степень экранирования при таком расположении щели оказывается при переменном поле большей, чем при постоянном поле.

Наконец весьма интересно рассмотреть результаты измерения с латунным экраном в переменном поле. Экранирующее действие такого экрана определяется только макроскопическими токами. Поэтому узкая щель, расположенная поперек линий магнитного поля, вообще не оказывает никакого вредного действия. Наоборот, щель, расположенная вдоль линий магнитного поля, практически сводит к нулю экранирующий эффект. Это обстоятельство следует иметь в виду при конструировании экранов в высокочастотных устройствах.

Явление экранирования при переменном поле хорошо объясняется, если рассмотреть процесс распространения электромагнитных волн в стенках экрана и в щелях, образуемых в месте стыка частей экрана. В идеальном случае полного отсутствия щелей электромагнитное поле может проникнуть в полость экрана только сквозь толщу его стенок. Но, как известно (Л. 1, ч. III, § 88), периодические электромагнитные волны весьма быстро затухают при своем распространении в проводящей среде. Это явление носит название поверхностного эффекта, так как электромагнитная волна быстро затухает по мере удаления в глубь среды от поверхности, сквозь которую она проникает в проводящую среду. Если толщина стенок экрана превосходит так

называемую эквивалентную глубину проникновения электрического тока (Л. 1, ч. III, § 96) или магнитного потока в теле экрана, то достигается практически почти полное экранирование. Эквивалентная глубина проникновения при $\mu = \text{const}$ равна

$$b = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \gamma}},$$

где f — частота, μ и γ — магнитная проницаемость и удельная проводимость материала стенок экрана.

Вредная роль щелей может быть пояснена следующим образом. Пусть щель расположена поперек линий магнитного поля. В этом случае линии напряженности электрического поля касательны к краям щели. Поэтому вектор напряженности электрического поля \mathbf{E} одинаков в щели и в смежных с ней точках металлических стенок экрана. Если магнитная проницаемость μ материала стенок экрана равна магнитной проницаемости воздуха в щели, т. е. если $\mu = \mu_0$, то и векторы напряженности магнитного поля \mathbf{H} в щели и в стенках около щели будут также равны между собой. Поэтому и значение вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = [\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}]$ в щели будет тем же, что на поверхности стенок около щели, и при ничтожных размерах щели количество энергии, проникающей в единицу времени в полость экрана через щель, будет исчезающе мало. Такая щель не оказывает вредного влияния. Иначе обстоит дело при таком же расположении щели в случае ферромагнитного экрана, т. е. при $\mu \gg \mu_0$. Линии магнитной индукции проходят перпендикулярно щели и, следовательно, равны между собой в щели и в стенках значения вектора магнитной индукции \mathbf{B} . Напряженность же магнитного поля \mathbf{H} в щели во много раз превосходит напряженность магнитного поля в стенках экрана. Поэтому и величина вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = [\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}]$ в щели во много раз больше, чем на поверхности стенок. Это значит, что сквозь щель при сколь-нибудь заметных ее размерах устремляется в полость экрана мощный поток электромагнитной энергии. Но следует подчеркнуть, что мощность этого вредного потока энергии зависит от ширины щели, и при весьма узких щелях она должна изменяться пропорционально ширине щели. Скачок напряженности магнитного поля, при переходе из стенки в пространство щели, определяется только скачком магнитной проницаемости и не зависит от ширины щели. То же относится и к

величине вектора Пойнтинга, т. е. к величине плотности мощности потока электромагнитной энергии, проникающей сквозь стенки экрана и сквозь щель. Но величина самого потока энергии, проходящего через щель, будет расти с увеличением щели. Таким образом ясно, что в ферромагнитном экране вредное влияние щели, расположенной поперек линий магнитного поля, можно уменьшать, доводя размеры щели до возможного минимума путем шлифовки соприкасающихся поверхностей.

Рассмотрим теперь случай, когда щель расположена вдоль линий магнитного поля и, следовательно, поперек линий напряженности электрического поля и линий электрического тока. Так как при этом линии магнитной индукции касательны к краям щели, то напряженность магнитного поля H одинакова в щели и в стенках экрана около щели, независимо от свойств материала стенок. Напряженность же электрического поля в щели оказывается во много раз большей, чем в стенках экрана. Дело в том, что, как отмечалось выше, сопротивление контакта в щели весьма велико по сравнению с сопротивлением пути тока по стенкам экрана. Ток почти совсем не переходит через место контакта и вынужден возвращаться вдоль внутренних поверхностей стенок экрана, как показано на рис. 38, на котором дан разрез экрана в плоскости, перпендикулярной к линиям магнитной индукции.

Сопротивление контакта изменяется приблизительно обратно пропорционально общей силе давления на всю поверхность соприкосновения контакта. Можно убедиться путем подсчета и на основе имеющихся опытных данных, что для исследуемых в лаборатории экранов сопротивление контакта даже при хорошо зачищенных соприкасающихся поверхностях может стать сравнимым с сопротивлением пути тока вдоль стенок только при силах, сжимающих обе половины экрана, порядка нескольких тонн. При тех же силах, с которыми мы имеем дело в обычных условиях, можно считать, что сопротивление контакта бесконечно велико. Между точками a и b (рис. 38) щели возникает напряжение U_{ab} , которое определяется величиной падения напряжения при прохождении тока вдоль внутренней поверхности стенки от точки a до точки c и величиной э. д. с., индуцируемой потоком Φ , проникающим в полость экрана. Такое же напряжение появляется между точками d и c . Напряжение U_{ab} при узких щелях практически не за-

висит от ширины щели. Оно равно интегралу напряженности электрического поля от a до b по пути поперек щели, и следовательно, чем уже щель, тем больше в ней напряженность электрического поля и, соответственно, величина вектора Пойнтинга. Приблизительно получается, что плотность мощности потока энергии в щели обратно пропорциональна ширине щели, а мощность всего потока сквозь всю щель не зависит от ширины щели. Поэтому и оказывается, что при узких щелях, расположенных вдоль линий магнитного поля, степень экранирования не зависит от ширины щели.

При этом в случае экрана из неферромагнитного материала получается совершенно ничтожный экранирующий эффект. В случае же экрана из ферромагнитного материала остается экранирование, обусловленное только намагничиванием стенок экрана, т. е. действием элементарных токов в теле экрана. Это действие аналогично тому, которое наблюдается и при постоянном поле. Разница получается лишь в том, что при постоянном поле намагничивается весь экран по всей толще своих стенок, а при переменном поле при достаточно резком проявлении поверхностного эффекта намагничиваются только небольшие слои металла, прилегающие к наружным и внутренним поверхностям стенок. Поэтому, если толщина стенок превышает двойную эквивалентную глубину проникновения магнитного потока в стенки, то экранирующее действие, при дальнейшем увеличении толщины стенок, при переменном поле мало зависит от толщины стенок.

Вариантом данной работы может служить исследование экранирующего действия экранов в различных конкретных условиях. Для этой цели, например, могут быть взяты две катушки, аналогичные описанной выше измерительной катушке. Одна из этих катушек играет роль источника помех, другая представляет собой объект, на который воздействуют эти помехи. В качестве источника питания служит звуковой генератор, в качестве экранов — полые цилиндры из различных материалов, аналогичные описанным выше. Интересно рассмотреть нижеследующие варианты.

1. Экранирование внешнего пространства от источника помех. При этом внутрь экрана заключается источник помех. При помощи второй катушки и лампового вольтметра определяется уровень помех (э. д. с. во второй катушке) в зависимости от материала экрана, расположения щелей

на экране, расстояния между катушками, частоты вызывающего помехи поля.

2. Экранирование самого объекта. При этом катушка, являющаяся объектом, на который воздействуют помехи, заключается в экран. Производятся те же самые исследования, что и в первом пункте.

3. Экранирование как источника помех, так и самого объекта. При этом эксперименте также исследуется влияние перечисленных в первом пункте факторов на степень экранирования. При производстве экспериментов следует во всех случаях поддерживать постоянным действующее значение тока в катушке, представляющей источник помех.

Следует общие теоретические соображения, изложенные выше, использовать для объяснения влияния различных факторов на степень экранирования.

Литература. [Л. 1, 9, 12].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ И УЯСНЕНИЕ СВЯЗИ ИХ С ОКРУЖАЮЩИМИ ЦЕПИ ПОЛЯМИ

Теория электрических и магнитных цепей основывается на введении понятия о параметрах отдельных участков цепей, из которых основными для электрической цепи являются электрическое сопротивление, электрическая емкость и собственная и взаимная индуктивности, а для магнитной цепи — магнитное сопротивление, или, соответственно, магнитная проводимость. Для расчета этих параметров цепей необходимо знать электрические и магнитные поля, образующиеся на участках цепей при наличии в этих участках токов и напряжений.

При постоянных полях и в случае, если характеристики среды не зависят от напряженности поля, параметры участков цепей полностью определяются геометрической конфигурацией этих участков и электрическими и магнитными свойствами среды, в которых существует поле. Параметры, определенные при постоянных полях, называют статическими. Ими можно пользоваться в случае низких частот и при квазистационарных процессах. В настоящем разделе рассмотрены некоторые основные методы экспериментального исследования и расчета таких параметров.

Если свойства среды — диэлектрическая проницаемость, удельная электрическая проводимость или магнитная проницаемость, зависят от напряженностей полей, то и параметры участков цепи зависят от напряжения или от тока в них. В этом случае мы имеем дело с нелинейными электрическими или магнитными цепями.

В случае достаточно быстрых изменений тока и напряжения, при периодическом процессе с достаточно высокой частотой, процессы в цепи уже нельзя рассматривать как квазистационарные. При периодических процессах это наступает, когда длина электромагнитной волны становится одного порядка с линейными размерами рассматриваемого участка цепи.

Как известно (Л 1, ч. III, §§ 76, 88, 100), длина электромагнитной волны в металле много меньше длины волны в диэлектрике при одинаковых частотах. Поэтому существует широкий диапазон частот, при которых поле вне проводов можно еще считать квазистационарным, но необходимо полностью учитывать волновой характер поля в самих проводниках. При этом параметры цепи зависят от частоты.

Работа 12

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ, ЧАСТИЧНЫХ ЕМКОСТЕЙ И ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

1. Объект исследования

Объектом исследования служит четырехжильный кабель со свинцовой оболочкой. Расположение жил хорошо видно на рис. 39, на котором изображен поперечный разрез кабеля. Потенциал оболочки условно принимают при исследовании равным нулю и, следовательно, потенциалы U_1 , U_2 , U_3 и U_4 всех жил кабеля равны напряжениям между жилами и оболочкой.

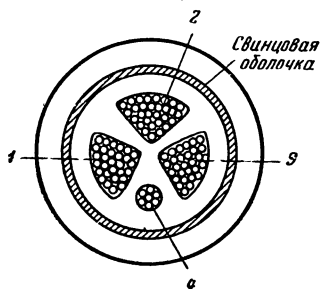


Рис. 39

Измерение зарядов жил осуществляют с помощью баллистического гальванометра. Для

определения баллистической постоянной C_q гальванометра используют образцовый конденсатор емкостью 10,0 мкф.

2. Задача и метод исследования

Задачей исследования является определение экспериментальным путем коэффициентов электростатической индукции, частичных емкостей и потенциальных коэффициентов кабеля и проверка существующей между ними связи.

В задачу исследования входит также построение картины электрического поля для ряда конкретных случаев соотношений между потенциалами тел. Целью работы является также уяснение несоответствия в общем случае и соответствия для определенных частных случаев потоков электрического смещения в результирующей картине поля, членам в уравнении, содержащем частичные емкости.

Для проведения работы составляют схему согласно рис. 40.

Цепь гальванометра в лаборатории осуществлена заранее. Провод от одного полюса гальванометра припаян к зажиму переключателя K_1 . Провод от другого полюса гальванометра припаян к оболочке кабеля, к зажиму O и к планке A с тремя зажимами. Это сделано для того чтобы исключить возможность ошибочного включения гальванометра под напряжение источника питания, подводимое к соседним зажимам переключателя K_1 . Необходимость такой предосторожности в данной работе вызывается тем, что по самому существу работы во время ее выполнения производят большое число пересоединений в схеме, вследствие чего возрастает вероятность ошибочного присоединения проводов от гальванометра к зажимам, соединенным с источником питания. Расстояние между контактами e и f и соответственно между контактами c и d переключателя K_1 сделано таким, что эти контакты не могут соединиться через подвижную часть переключателя.

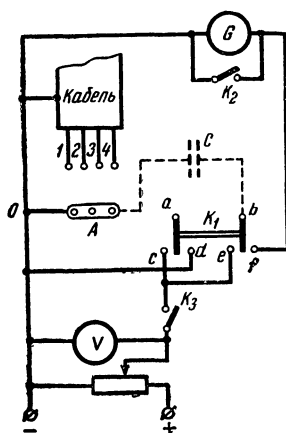


Рис. 40

Все четыре жилы выведены из кабеля и присоединены к зажимам, помеченным на рис. 40 номерами, соответствующими номерам жил на рис. 39. Вся схема, изображенная на рис. 40 сплошными линиями, остается неизменной во

время всего опыта. Оболочка кабеля и планка A всегда приключены к отрицательному полюсу сети. Положительный полюс сети может быть присоединен тем или иным способом к жилам кабеля. Ключ K_2 служит для успокоения колебаний гальванометра. Трехконтактный реостат дает возможность изменять в широких пределах напряжение u питания. Рубильник K_3 служит для отключения схемы на время производства в ней пересоединений.

Прежде чем приступить к основным измерениям, производят градуировку баллистического гальванометра. С этой целью приключают образцовый конденсатор с емкостью $C = 0,01$ мкф между планкой A и зажимом b переключателя K_1 (на рис. 40 показано пунктиром). Используется только половина переключателя K_1 . При левом положении этого переключателя конденсатор заряжается до напряжения u . Быстро перекидывая переключатель K_1 в правое положение, разряжают конденсатор через цепь гальванометра. Баллистическую постоянную вычисляют по формуле

$$C_q = \frac{q}{\alpha} = \frac{Cu}{\alpha},$$

где α — отброс по шкале гальванометра. Перед началом опыта устанавливают при помощи трехконтактного реостата напряжение u весьма малым и увеличивают это напряжение постепенно, пока отброс α получится достаточно большим. Рекомендуется произвести измерение величины C_q при нескольких значениях α и взять среднее значение из всех измеренных величин C_q . После градуировки гальванометра приступают к основным измерениям.

Коэффициенты электростатической индукции входят в систему уравнений, определяющих заряды жил кабеля через их потенциалы (Л. 1, ч. III, § 32),

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \beta_{11}U_1 + \beta_{12}U_2 + \beta_{13}U_3 + \beta_{14}U_4, \\ q_2 &= \beta_{21}U_1 + \beta_{22}U_2 + \beta_{23}U_3 + \beta_{24}U_4, \\ q_3 &= \beta_{31}U_1 + \beta_{32}U_2 + \beta_{33}U_3 + \beta_{34}U_4, \\ q_4 &= \beta_{41}U_1 + \beta_{42}U_2 + \beta_{43}U_3 + \beta_{44}U_4. \end{aligned} \right\} (*)$$

Для определения опытным путем собственного коэффициента электростатической индукции β_{kk} k -той жилы соединяют эту жилу с зажимом b переключателя K_1 , а

все остальные жилы соединяют с оболочкой (с планкой A). При этом потенциалы всех жил, кроме k -той, становятся равными нулю, и мы имеем

$$q_k = \beta_{kk} U_k.$$

Зарядив k -тую жилу до потенциала U_k , разряжают ее на гальванометр и измеряют ее заряд q_k . На рис. 41 показана схема для измерения коэффициента β_{44} . Таким путем следует измерить собственные коэффициенты электростатической индукции всех жил.

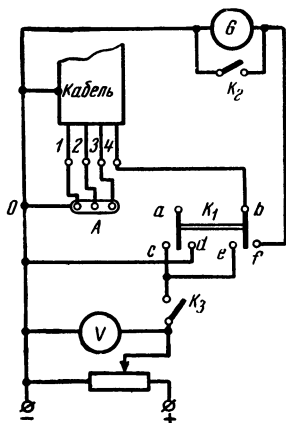


Рис. 41

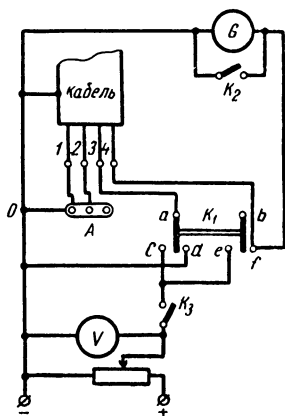


Рис. 42

Переключатель K_1 следует перекидывать по возможности быстро, чтобы жила не успевала за время перекидки сколько-нибудь заметно разрядиться через сопротивление утечки. Время перекидки Δt должно быть много меньше постоянной времени τ разрядки жилы через сопротивление утечки. Определить τ можно следующим образом. Производят перекидку медленно, задерживая переключатель в среднем разомкнутом положении первый раз в течение промежутка времени Δt_1 , отмечаемого по секундомеру, и затем второй раз в течение промежутка времени Δt_2 и наблюдают соответствующие отбросы гальванометра α_1 и α_2 . Так как заряд жилы убывает по показательному закону

$$q = q_0 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

и так как отброс α пропорционален заряду q , то

$$\alpha = \alpha_0 e^{-\frac{\Delta t}{\tau}},$$

где α_0 — отброс при идеально мгновенной перекидке, соответствующий заряду q_0 . Следовательно,

$$\alpha_1 = \alpha_0 e^{-\frac{\Delta t_1}{\tau}} \quad \text{и} \quad \alpha_2 = \alpha_0 e^{-\frac{\Delta t_2}{\tau}}.$$

Таким образом,

$$\tau = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}.$$

Определив τ , уже нетрудно оценить ошибку в измерении заряда, которая неизбежно получается при минимальном возможном времени Δt . При хорошем состоянии изоляции кабеля и его выводов эта ошибка может быть совершенно ничтожной.

Для измерения взаимного коэффициента электростатической индукции β_{kp} соединяют p -тую жилу с зажимом a и k -тую жилу с зажимом f переключателя K_1 . Все остальные жилы соединяют через планку A с оболочкой. Таким образом p -тая жила заряжается до потенциала U_p и затем при перекидке переключателя разряжается на оболочку помимо гальванометра. Жила k -тая все время соединена через гальванометр с оболочкой. Пока p -тая жила заряжена, имеется заряд q_k и на k -той жиле. Этот последний заряд освобождается и проходит через гальванометр при разрядке p -ой жилы. Из вышеприведенной системы уравнений получаем

$$q_k = \beta_{kp} U_p.$$

На рис. 42 приведена схема для измерения коэффициента β_{43} .

Необходимо измерить все двенадцать взаимных коэффициентов и убедиться, что имеет место соотношение

$$\beta_{kp} = \beta_{pk},$$

являющееся выражением общего принципа взаимности в применении к рассматриваемому случаю.

Все собственные коэффициенты электростатической индукции положительны, все взаимные — отрицательны. На

опыте это сказывается в том, что отклонения гальванометра при измерении собственных и при измерении взаимных коэффициентов происходят в противоположных направлениях.

Частичные емкости входят в систему уравнений, связывающих заряды жил кабеля с разностями потенциалов между жилами и оболочкой и между самими жилами:

$$\left. \begin{aligned} q &= C_{11}(U_1 - 0) + C_{12}(U_1 - U_2) + C_{13}(U_1 - U_3) + \\ &\quad + C_{14}(U_1 - U_4), \\ q_2 &= C_{21}(U_2 - U_1) + C_{22}(U_2 - 0) + C_{23}(U_2 - U_3) + \\ &\quad + C_{24}(U_2 - U_4), \\ q_3 &= C_{31}(U_3 - U_1) + C_{32}(U_3 - U_2) + C_{33}(U_3 - 0) + \\ &\quad + C_{34}(U_3 - U_4), \\ q_4 &= C_{41}(U_4 - U_1) + C_{42}(U_4 - U_2) + C_{43}(U_4 - U_3) + \\ &\quad + C_{44}(U_4 - 0) \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

Для измерения собственной частичной емкости C_{kk} k -той жилы следует соединить эту жилу с зажимом b переключателя K_1 . Все остальные жилы необходимо соединить с зажимом a того же переключателя. При левом положении переключателя все жилы заряжаются до потенциала U_k . При перекидке переключателя вправо k -тая жила разряжается через гальванометр, а остальные разряжаются помимо гальванометра.

Из уравнений (**) имеем

$$q_k = C_{kk}U_k.$$

Необходимо произвести измерение всех четырех собственных частичных емкостей. На рис. 43 показана схема для измерения C_{44} .

Измерение взаимных частичных емкостей производить не требуется, так как имеет место соотношение

$$C_{kp} = -\beta_{kp},$$

что легко усмотреть из сопоставления уравнений для q_k из систем (*) и (**) при условии, что $U_p \neq 0$,

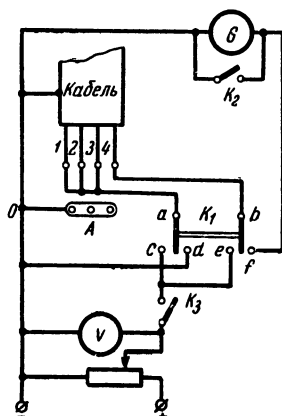


Рис. 43

а потенциалы всех остальных жил равны нулю. Следовательно, схема для измерения C_{kp} та же самая, что и для измерения β_{kp} (см. рис. 42).

Потенциальные коэффициенты входят в систему уравнений, определяющих потенциалы жил кабеля через заряды:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \alpha_{11}q_1 + \alpha_{12}q_2 + \alpha_{13}q_3 + \alpha_{14}q_4, \\ U_2 &= \alpha_{21}q_1 + \alpha_{22}q_2 + \alpha_{23}q_3 + \alpha_{24}q_4, \\ U_3 &= \alpha_{31}q_1 + \alpha_{32}q_2 + \alpha_{33}q_3 + \alpha_{34}q_4, \\ U_4 &= \alpha_{41}q_1 + \alpha_{42}q_2 + \alpha_{43}q_3 + \alpha_{44}q_4. \end{aligned} \right\} \quad (***)$$

Для измерения собственного потенциального коэффициента α_{kk} необходимо с зажимом b соединить k -тую жилу. Все остальные жилы должны быть отключены от схемы и иметь заряды, равные нулю. Для осуществления последнего необходимо до начала опыта все четыре жилы одновременно разрядить, соединив их на некоторый промежуток времени с планкой A .

В левом положении переключателя K_1 k -тая жила заряжается до потенциала U_k и при перекидке переключателя она разряжается через гальванометр. Из уравнений (***) имеем

$$U_k = \alpha_{kk}q_k.$$

Следует измерить все четыре собственных потенциальных коэффициента. Измерение взаимных потенциальных коэффициентов α_{kp} при малой длине и, следовательно, при малой емкости кабеля произвести весьма трудно. Действительно, для этого надо зарядить только p -тую жилу и измерить потенциал U_k отсоединенной от всей внешней цепи k -той жилы. Этот потенциал k -тая жила приобретает, находясь в поле заряженной p -той жилы. Однако приключение вольтметра сразу же изменит потенциал U_k . Непригоден для этого измерения и электростатический вольтметр, если его собственная емкость сравнима с емкостью жилы кабеля. По этой причине в лаборатории измерение взаимных потенциальных коэффициентов не производят. Измерение U_k в этой обстановке возможно только, если использовать прибор с ничтожно малой собственной емкостью и с практически бесконечно большим сопротивлением утечки.

3. Обработка результатов исследования

Предлагается, как уже выше было отмечено, убедиться в справедливости равенства

$$\beta_{kp} = \beta_{pk}$$

и, следовательно,

$$C_{kp} = C_{pk},$$

а также в справедливости соотношений (Л. 1, ч. III, § 32)

$$C_{11} = \beta_{11} + \beta_{12} + \beta_{13} + \beta_{14},$$

$$C_{22} = \beta_{21} + \beta_{22} + \beta_{23} + \beta_{24},$$

$$C_{33} = \beta_{31} + \beta_{32} + \beta_{33} + \beta_{34},$$

$$C_{44} = \beta_{41} + \beta_{42} + \beta_{43} + \beta_{44}.$$

Рекомендуется проверить связь между коэффициентами α и β , которая выражается в виде

$$\alpha_{kp} = \frac{\Delta_{kp}}{\Delta},$$

где Δ — определитель системы уравнений (*)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} \end{vmatrix}$$

и Δ_{kp} — алгебраическое дополнение определителя Δ , получающееся при вычеркивании в последнем k -той строки и p -того столбца и умножения вновь полученного определителя на $(-1)^{k+p}$.

Предлагается сделать четыре чертежа сечения кабеля и изобразить приблизительно на этих чертежах картины электрического поля между жилами и оболочкой, соответствующие опытам при измерении коэффициентов β_{kk} , β_{kp} , C_{kk} и α_{kk} . Поля следует изобразить для каждого опыта соответственно индексам у коэффициентов, указанным преподавателем.

Объяснить, исходя из рассмотрения взаимного расположения жил, относительный порядок полученных из опыта одноименных коэффициентов с различными индексами.

В общем случае при произвольном соотношении между потенциалами тел члены в уравнениях (**), содержащие частичные емкости, не соответствуют потокам электрического смещения в результирующей картине поля, линии которых идут от одного тела к другому. При этом сумма членов в правой части в каждом уравнении (**), равная заряду тела, всегда равна сумме соответствующих потоков смещения, так как весь поток смещения, линии которого заканчиваются на данном теле, равен заряду этого тела.

Однако в частных случаях, принятых выше для определения коэффициентов C_{kk} и $C_{kp} = -\beta_{kp}$, имеет место полное соответствие между членами в уравнениях (**) и указанными выше потоками смещения. При определении собственных частичных емкостей C_{kk} , например C_{44} (рис. 43), все тела имели одинаковый отличный от нуля потенциал $U_1 = U_2 = U_3 = U_4 \neq 0$. При этом уравнения (**) принимают следующий вид:

$$q_1 = C_{11}U, \quad q_2 = C_{22}U, \quad q_3 = C_{33}U, \quad q_4 = C_{44}U,$$

т. е. справа остается только по одному члену уравнения. Поэтому этот член в каждом уравнении в точности равен потоку смещения Ψ , линии которого идут от соответствующего тела к земле, поскольку $\Psi_k = q_k$.

При определении взаимных емкостей C_{kp} только одно тело имеет потенциал, отличный от нуля, а все остальные тела и земля имеют одинаковый потенциал, равный нулю. Например, для случая, изображенного на рис. 42, только $U_3 \neq 0$. При этом уравнения (**) примут вид:

$$\begin{aligned} q_1 &= -C_{13}U_3, \quad q_2 = -C_{23}U_3, \\ q_3 &= C_{31}U_3 + C_{32}U_3 + C_{33}U_3 + C_{34}U_3, \\ q_4 &= -C_{43}U_3. \end{aligned}$$

Так как в правых частях выражений для q_1 , q_2 , и q_4 остается при этом по одному члену, то эти члены равны потокам смещения, линии которых заканчиваются на этих телах, так как эти потоки равны зарядам тел. Линии этих потоков идут только к третьему телу, так как не может существовать потоков смещения между телами, имеющими одинаковые потенциалы. Учитывая, что $C_{kp} = C_{pk}$, приходим к заключению, что все члены в уравнении для q_3 также равны в этом случае соответствующим потокам смещения в картине поля.

Таким образом, по картинам поля, построенным для условий, при которых определялись частичные емкости, можно судить о соотношении между этими емкостями.

Литература. [Л. 1, 2, 4, 15, 16].

Работа 13

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ ИНДУКТИВНОСТИ КРУГЛЫХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КАТУШЕК

1. Описание установки

Исследуется зависимость взаимной индуктивности двух круглых или двух прямоугольных катушек от расстояния между катушками. Линейные размеры сечений катушек малы по сравнению с остальными размерами катушек.

Катушки закреплены на специальных изготовленных из неферромагнитных материалов станках (рис. 44 и 45)

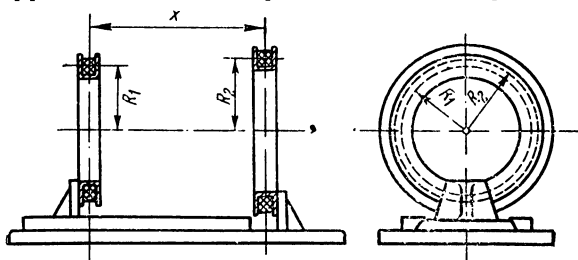


Рис. 44

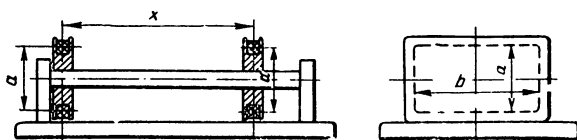


Рис. 45

так, чтобы средние линии обмоток, т. е. линии, проходящие через центры сечений обмоток, лежали в двух параллельных плоскостях, при этом центры катушек должны находиться на одном перпендикуляре к этим плоскостям.

Одна из катушек может перемещаться вдоль направляющего устройства так, что меняется расстояние x между

указанными выше плоскостями, но правильность взаимного расположения катушек не нарушается. На станках закреплены шкалы для отсчета расстояния x .

Одну из катушек включают в цепь источника постоянного тока через регулировочный реостат, амперметр и рубильник. Вторую катушку включают в цепь баллистического гальванометра. В цепь гальванометра включают также вторичную катушку образцового соленоида, используемого для градуировки гальванометра, и магазин сопротивлений для подбора сопротивления цепи гальванометра, немного превышающего его критическое сопротивление.

2. Задача и метод исследования и расчета

Целью работы является получение опытным и расчетным путем зависимости взаимной индуктивности M катушек от расстояния x между ними.

Из самого хода расчета взаимной индуктивности круглых катушек через векторный потенциал магнитного поля становится ясной непосредственная ее связь с характером магнитного поля, существующего в случае, когда ток протекает только по одной катушке.

Предварительно определяют баллистическую постоянную C гальванометра, пользуясь методом, изложенным в приложении 2. Затем производят измерение взаимной индуктивности M исследуемых катушек при различных расстояниях x между ними. С этой целью выключают ток i_1 в одной из катушек и наблюдают отброс α по шкале гальванометра. По отбросу α определяется поток взаимной индукции Ψ_{2M} , который сцепляется со второй катушкой при токе i_1 в первой катушке. Имеем

$$\Psi_{2M} = Mi_1 = C_{\Psi} \alpha.$$

Следовательно,

$$M = C_{\Psi} \frac{\alpha}{i_1}.$$

Опыт производят с круглыми и с прямоугольными катушками.

Найдем выражения для взаимной индуктивности круглых катушек. Ввиду того, что линейные размеры сечений катушек малы по сравнению с радиусами катушек, мы не получим при расчете большой неточности, если заметим катушки весьма тонкими круговыми контурами, про-

ходящими через центры сечений. Естественно, в окончательной формуле придется учесть, что катушки имеют ω_1 и ω_2 витков, сначала же предположим, что каждый круговой контур представляет собой один виток. Пусть R_1 и R_2 — радиусы этих круговых контуров. Требуется рассчитать поток Ψ_{2M} , сцепляющийся со вторым контуром при прохождении тока i_1 по первому контуру.

Векторный потенциал A_2 в некоторой точке на оси второго контура определяется выражением (Л.1, ч. III, § 46)

$$A_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_1} \frac{\delta_1 dV_1}{r},$$

где δ_1 — вектор плотности тока в центре элемента объема dV_1 первого контура, V_1 — объем первого контура, r — расстояние от dV_1 до точки, в которой определяется A_2 и μ_0 — магнитная проницаемость среды, окружающей контуры (рис. 46). Мы предполагаем, что в этой среде отсутствуют ферромагнитные тела.

Ввиду того, что линейные размеры поперечного сечения s_1 первого контура весьма малы по сравнению с радиусом R_1 самого контура, можно ограничиться разделением объема этого контура только по длине на бесконечно малые отрезки dl_1 и представить dV_1 в виде:

$$dV_1 = s_1 dl_1.$$

В таком случае имеем

$$\delta_1 dV_1 = \delta_1 s_1 dl_1 = i_1 dl_1$$

и

$$A_2 = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{dl_1}{r},$$

где интегрирование производится вдоль всего первого контура.

Вследствие симметрии относительно оси OX линии векторного потенциала должны быть окружностями, лежащи-

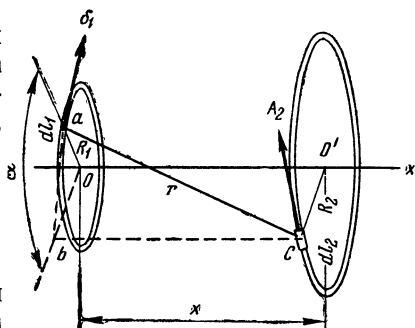


Рис. 46

ми в плоскостях, параллельных плоскости контура тока, и имеющими центры на оси OX . Векторный потенциал всюду направлен по касательной к этим окружностям, т. е. имеет единственную составляющую $A_2 = A_{2z}$,

$$A_2 = A_{2z} = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \oint_{l_1} \frac{\cos \alpha \, dl_1}{r}.$$

Так как

$$r = \sqrt{x^2 + R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \alpha} \quad \text{и} \quad dl_1 = R_1 d\alpha,$$

то

$$A_2 = \frac{\mu_0 i_1 R_1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \alpha \, d\alpha}{\sqrt{x^2 + R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos \alpha}}.$$

Этот интеграл приводится к табличным эллиптическим интегралам. Положим

$$\alpha = \pi - 2\beta, \quad d\alpha = -2d\beta,$$

$$\frac{4R_1R_2}{x^2 + (R_1 + R_2)^2} = k^2.$$

Число k лежит в пределах $0 \leq k \leq 1$. Значение $k = 1$ получается при $x = 0$ и $R_1 = R_2$, т. е. когда контуры сливаются друг с другом. При этом A_2 обращается в бесконечность. Однако в действительности полное совмещение контуров невозможно, так как сечение действительных катушек конечно. Имеем

$$\cos \alpha = -\cos 2\beta = 2\sin^2 \beta - 1;$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + R_1^2 + R_2^2 - 4R_1R_2 \sin^2 \beta + 2R_1R_2} = \\ &= \frac{2\sqrt{R_1R_2}}{k} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} A_2 &= -\frac{\mu_0 i_1}{8\pi} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} k \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} \frac{2(2\sin^2 \beta - 1) d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}} = \\ &= \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} k \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2\sin^2 \beta - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}} d\beta. \end{aligned}$$

Пользуясь тождеством

$$\frac{2 \sin^2 \beta - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}} = \frac{1}{k^2} \left(\frac{2 - k^2}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}} - 2 \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} \right),$$

можем написать

$$A_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right],$$

где обозначено

$$K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\beta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta}}, \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \beta} d\beta.$$

Величины K и E представляют собой полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Они являются функциями модуля k . В приложении 5 дана таблица этих интегралов. Окончательно выражение для векторного потенциала можно представить в виде

$$A_2 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} f(k),$$

где $f(k)$ — функция только модуля k :

$$f(k) = \left(\frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E.$$

На рис. 47 приведены кривые зависимости K и E от квадрата модуля k^2 , а на рис. 48, 49 и 50 — кривые зависимости величины $f(k)$ в функции от k^2 . В зависимости от значения k^2 следует пользоваться той или иной кривой для получения наибольшей точности.

Поток взаимной индукции Φ_{2M} , сцепляющийся со вторым контуром, может быть получен интегрированием векторного потенциала вдоль оси этого контура (Л. 1, ч. III, § 47)

$$\Phi_{2M} = \oint_{l_2} \mathbf{A}_2 d\mathbf{l}_2.$$

Так как вектор \mathbf{A}_2 всюду касателен ко второму контуру и имеет постоянную величину вдоль этого контура, то

$$\Phi_{2M} = \oint_{l_2} \mathbf{A}_2 d\mathbf{l}_2 = \oint_{l_2} A_2 dl_2 = A_2 \int_{l_2} dl_2 = A_2 2\pi R_2.$$

Используя выражение для A_2 , получаем

$$\Phi_{2M} = \mu_0 i_1 \sqrt{R_1 R_2} f(k).$$

В действительности мы имеем не одновитковые контуры, а катушки с числами витков ω_1 и ω_2 . То обстоятельство, что первая катушка состоит из ω_1 витков, в каждом из которых протекает ток i_1 , приводит к усилению поля в ω_1

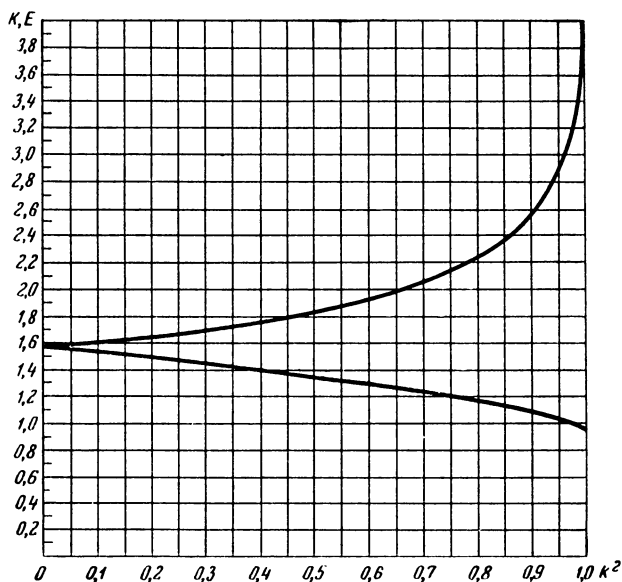


Рис. 47

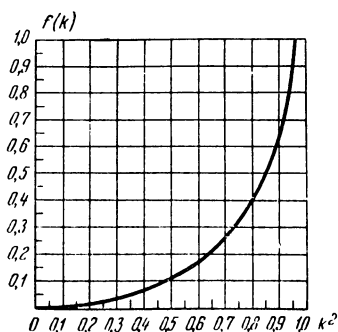


Рис. 48

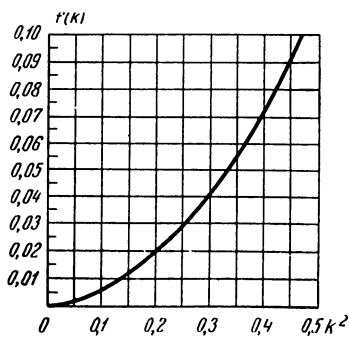


Рис. 49

раз по сравнению с полем одного витка. Следовательно, поток взаимной индукции Φ_{2M} , сцепляющийся с одним витком второй катушки, оказывается равным

$$\Phi_{2M} = \mu_0 i_1 \omega_1 \sqrt{R_1 R_2} f(k).$$

Полное же число потокоцеплений со всеми ω_2 витками второй катушки получается равным

$$\Psi_{2M} = \Phi_{2M} \omega_2 = \mu_0 i_1 \omega_1 \omega_2 \sqrt{R_1 R_2} f(k).$$

Таким образом, искомая взаимная индуктивность выражается формулой

$$M = \frac{\Psi_{2M}}{i_1} = \mu_0 \omega_1 \omega_2 \sqrt{R_1 R_2} f(k).$$

Для расчета взаимной индуктивности прямоугольных катушек заменяем эти катушки весьма тонкими прямоугольниками, стороны которых проходят через центры сечений обмоток действительных катушек. Обозначим длины сторон прямоугольников через a и b . Оба прямоугольника одинаковы и расположены друг относительно друга так, что все их стороны либо взаимно параллельны, либо взаимно перпендикулярны. Предположим сначала, что каждый контур состоит из одного витка. Для расчета взаимной индуктивности M' таких контуров естественно воспользоваться методом участков (Л. 1, ч. III, § 69). Разбиваем каждый контур на четыре прямолинейных отрезка соответственно числу сторон. Пусть k — порядковый номер отрезков первого контура и p — порядковый номер отрезков второго контура. Имеем

$$M' = \sum_{k=1}^{k=4} \sum_{p=1}^{p=4} M_{kp},$$

где

$$M_{kp} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_k} \int_{l_p} \frac{dl_k dl_p}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_k} \int_{l_p} \frac{\cos \theta dl_k dl_p}{r}.$$

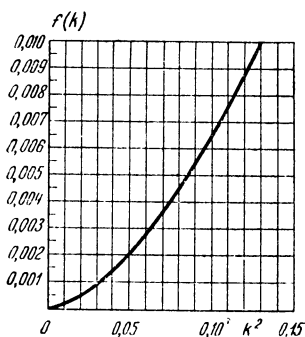


Рис. 50

Величина M_{kp} представляет собою взаимную индуктивность между k -тым отрезком первого контура и p -тым отрезком второго контура, l_k и l_p — длины этих отрезков, dl_k и dl_p — элементы длин, Θ — угол между касательными к контурам в точках, в которых берут элементы длины dl_k и dl_p , и r — расстояние между этими точками.

В случае прямолинейных отрезков $\cos \Theta$ остается постоянным вдоль отрезков и может быть вынесен за знак интеграла. Получаем

$$M_{kp} = \frac{\mu_0 \cos \Theta}{4\pi} \int_{l_k} \int_{l_p} \frac{dl_k dl_p}{r}. \quad (*)$$

Пользуясь методом аналогии, предложенным Л. А. Цейтлиным, можем написать

$$M_{kp} = \mu_0 \varepsilon_0 l_k l_p \cos \Theta \cdot \alpha_{kp},$$

где α_{kp} — взаимный потенциальный коэффициент между такими же отрезками, вычисленный по приближенному методу, основанному на предположении равномерности распределения заряда вдоль отрезков. При вычислении M_{kp} мы получаем не приближенный, а точный результат, так как ток в действительности одинаков вдоль отрезков. Справедливость последней формулы легко проверить, сопоставив выражение (*) для M_{kp} с общим выражением для α_{21} , приведенным в работе 21.

Для определения величины $\cos \Theta$ необходимо задаться положительными направлениями обхода контуров. Выберем для обоих контуров положительные направления обхода одинаковыми. При этом получим в результате расчета величину $M' > 0$. Однако отдельные составляющие M_{kp} будут иметь разные знаки.

Для параллельных отрезков имеем $\cos \Theta = 1$, если направления обхода в обоих отрезках одинаковы, и $\cos \Theta = -1$, если они противоположны.

Для всех взаимно перпендикулярных отрезков $\cos \Theta = 0$ и $M_{kp} = 0$.

При указанном выше взаимном расположении двух одинаковых прямоугольных контуров все взаимно параллельные отрезки имеют одинаковые длины a или b . Все эти отрезки друг относительно друга расположены так, что их начала лежат на одном общем к ним перпендикуляре. Формула для взаимного потенциального коэффициен-

та α_{12} таких двух отрезков выведена в работе 21. Если для общности заменить в этой формуле индексы 1 и 2 индексами k и p и воспользоваться вышеприведенной связью между α_{kp} и M_{kp} , то получим для параллельных отрезков

$$M_{kp} = \pm \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{l}{D} + \sqrt{\frac{l^2}{D^2} + 1} \right) - \sqrt{1 + \frac{D^2}{l^2}} + \frac{D}{l} \right],$$

или

$$M_{kp} = \pm \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + D^2}}{D} \right) - \frac{\sqrt{l^2 + D^2} - D}{l} \right],$$

где l — длина отрезков, D — расстояние между ними и $\sqrt{l^2 + D^2}$ — длина диагонали между противоположными концами двух отрезков.

В исследуемом случае l равняется либо a , либо b ; D равняется либо x , либо $\sqrt{b^2 + x^2}$, либо $\sqrt{a^2 + x^2}$.

Так как исследуемые катушки имеют w_1 и w_2 витков, то взаимная индуктивность M между ними равна

$$M = w_1 w_2 M',$$

где M' — взаимная индуктивность между одновитковыми прямоугольными контурами. Для возможности производства расчета необходимо снять все необходимые размеры катушек.

3. Обработка результатов исследования

Пользуясь вышеприведенными формулами, вычисляют взаимную индуктивность M для ряда значений x , лежащих в том же интервале, в котором получены опытные данные. Строят кривые $M = f(x)$ на основании расчетных данных. На эти же диаграммы наносят точки, найденные путем измерений, и строят по ним опытные кривые.

Причиной некоторого расхождения опытных и расчетных кривых, помимо неизбежных погрешностей измерений, может явиться сделанная при расчете замена катушек с конечным сечением обмоток эквивалентными весьма тонкими контурами. Очевидно, погрешности, возникающие в результате такого упрощения, будут иметь наибольшее значение при малых расстояниях x между катушками.

Если измерения и расчет выполнены с должной тщательностью, то сопоставление опытных и расчетных кривых дает критерий допустимости такого упрощения при расчете.

Литература. [Л. 1, 2, 7].

Работа 14

РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ И ВЗАИМНЫХ ИНДУКТИВНОСТЕЙ КАТУШЕК ЭЛЕКТРОМАГНИТА ПО КАРТИНЕ ПОЛЯ

1. Описание установки

Для расчета собственных и взаимных индуктивностей может быть использована полученная тем или иным способом картина магнитного поля. В настоящей работе эта картина получается путем моделирования.

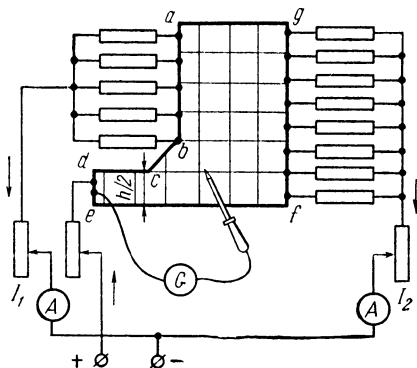


Рис. 51

Установка состоит из железного листа (рис. 51), контуры которого повторяют очертания воздушного пространства между полюсами и ярмом электромагнита (рис. 52). Ток вводится в лист через латунный брусок, припаянный к листу по линии de , и отводится либо через проволоки, припаянные по линии ab , либо через проволоки, припаянные по линии gf .

В первом случае моделируется магнитное поле, созданное током i_1 в катушках, расположенных на полюсах

электромагнита. Во втором случае моделируется магнитное поле, созданное током i_2 в катушках, расположенных на боковых стержнях ярма. В лаборатории имеется набор листов с различными соотношениями размеров.

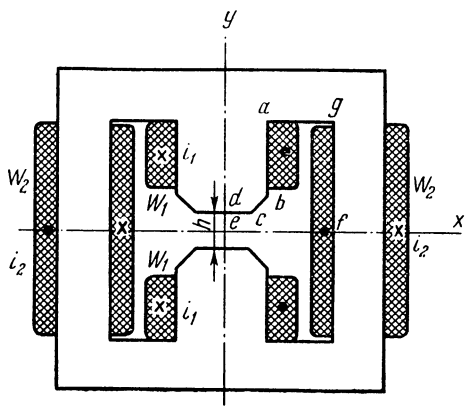


Рис. 52

Установка содержит амперметры и реостаты для регулирования и распределения тока, а также щуп и гальванометр для получения на листе линий равного электрического потенциала.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является получение картин магнитных полей в средней части электромагнита, созданных токами i_1 и i_2 , и расчет по этим картинам индуктивности L_1 катушек, расположенных на полюсах, индуктивности L_2 катушек, расположенных на ярме, и взаимной индуктивности M между теми и другими катушками. Витки каждой катушки предполагаются распределенными равномерно по высоте катушки. При моделировании поля на железном листе следует соответственно этому добиться равномерного распределения выходящего из листа тока вдоль соответствующей части линии ab или вдоль линии gf , что осуществляется тем же методом, что и в работе 20. Так как распределение тока вдоль этих линий в данной работе не варьируется, а предполагается равномерным, то нет надобности подключать, как это было осуществлено в работе 20, регулируемые реостаты и амперметры в каждой подводящей

ток проволоке. Достаточно ко всем проволокам присоединить нерегулируемые реостаты (рис. 51) с одинаковыми сопротивлениями, значительно большими, чем сопротивление листа. Регулируется дополнительными реостатами только общий ток. Линии равного потенциала на листе, изображающие магнитные линии в электромагните, получаются во время опыта тем же путем, что и в работе 1. Экспериментальным путем снимают картины поля для трех случаев, соответствующих трем значениям токов в катушках электромагнита:

$$1) i_1 \neq 0, i_2 = 0,$$

$$2) i_1 = 0, i_2 \neq 0,$$

$$3) i_1 \neq 0, i_2 \neq 0.$$

В третьем случае величины токов в катушках электромагнита выбирают так, чтобы ток i_1 был таким же, как в первом случае, и ток i_2 был таким же, как во втором случае.

Ток I_1 , выходящий из листа по линии ab , должен быть пропорциональным магнитодвижущей силе $i_1 \omega_1$ катушки, расположенной на одном из полюсов,

$$I_1 = k \cdot i_1 \omega_1.$$

Ток I_2 , выходящий из листа по линии gf , должен быть пропорционален (с тем же коэффициентом пропорциональности k) половине магнитодвижущей силы $i_2 \omega_2$ катушки, расположенной на одном из стержней ярма,

$$I_2 = k \frac{i_2 \omega_2}{2}.$$

Число витков ω_1 и ω_2 катушек электромагнита и токи i_1 и i_2 в катушках задаются преподавателем. Коэффициент пропорциональности k выбирают так, чтобы наибольший из токов I_1 или I_2 получился порядка 10 а .

В качестве интересного варианта третьего случая можно снять картину поля при встречном, т. е. неправильном включении катушек, расположенных на ярме, по отношению к катушкам, расположенным на полюсах электромагнита. Схема соединений на модели при этом зависит от того, какая магнитодвижущая сила $i_1 \omega_1$ или $\frac{1}{2} i_2 \omega_2$

по абсолютному значению больше. Если, например, $|i_1 \omega_1| > \left| \frac{1}{2} i_2 \omega_2 \right|$, то следует собрать схему согласно рис. 53.

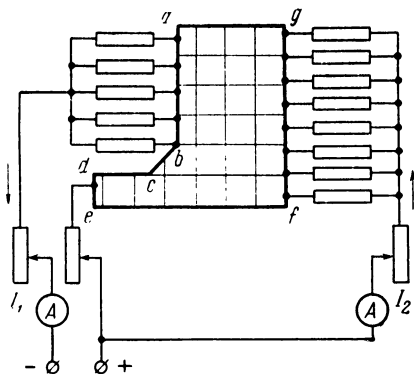


Рис. 53

Полученные на опыте картины полей тщательно переносят на бумагу с соблюдением масштаба.

3. Графическое построение поля и обработка результатов исследования

Одну из картин полей (для одного из трех случаев, исследованных экспериментально) предлагается построить графическим методом, описанным в работе 20. Построение начинают в пространстве между полюсами, где поле можно считать однородным. На эту построенную расчетным путем сетку поля наносят также пунктиром или карандашом другую соответствующую картину линии магнитной индукции, полученную из опыта. Экспериментально найденные линии магнитной индукции должны расположиться в соответствии с линиями, построенными графическим методом.

По найденным опытным путем картинам линий магнитной индукции вычисляют индуктивности L_1 и L_2 и взаимные индуктивности M_{12} и M_{21} . Для этого во время опыта должны быть записаны все размеры листа, на котором снималась картина поля. Должен быть задан масштаб для перехода от этих размеров к размерам электромагнита. Кроме того, должна быть задана длина электромагнита в направлении, перпендикулярном к плоскости чертежа

(рис. 52). В пределах всей этой длины поле принимается плоскопараллельным. Потоки рассеяния, выходящие с наружных сторон электромагнита, при этом расчете не учитываются. Индуктивность $L_1 = \frac{\Psi_{2L}}{i_1}$ катушек, расположенных на полюсах, и взаимная индуктивность $M_{21} = \frac{\Psi_{2M}}{i_1}$ между этими катушками и катушками, расположенными на ярме, вычисляются по картине поля, снятой при $i_1 \neq 0$ и $i_2 = 0$.

Индуктивности $L_2 = \frac{\Psi_{2L}}{i_2}$ и $M_{12} = \frac{\Psi_{1M}}{i_2}$ вычисляются по картине поля, снятой при $i_1 = 0$ и $i_2 \neq 0$. При построении опытным путем линий равного потенциала на железном листе эти линии строят через равные приращения потенциала — одинаковые для всех трех случаев. При этом с особой тщательностью следят за постоянством токов в листе. Соблюдение этих правил дает картины магнитных полей в электромагните, в которых магнитные линии делят поле на трубки одинакового потока. Магнитный поток в одной трубке, согласно закону магнитной цепи, равен

$$\Phi_0 = \frac{F}{R_{m0}},$$

где F — магнитодвижущая сила вдоль трубки и R_{m0} — магнитное сопротивление трубки. Проще всего применить этот закон к прямолинейной трубке под серединой полюса, где поле можно считать однородным. Если h — длина воздушного зазора между полюсами (рис. 52) и Δa — ширина трубки потока, то

$$R_{m0} = \frac{h}{\mu_0 \Delta a}.$$

Магнитодвижущая сила F в трех вышеуказанных случаях, для которых снимались картины поля, соответственно равна: $2i_1\omega_1$, $i_2\omega_2$ или $2i_1\omega_1 + i_2\omega_2$, если пренебречь магнитным сопротивлением полюсов и ярма по сравнению с магнитным сопротивлением зазора между полюсами. Такое допущение возможно для приближенного расчета, если зазор велик и магнитная цепь не насыщена. Естественно, что при точном расчете необходимо учесть и магнитное сопротивление полюсов и ярма.

Магнитный поток во всех трубках одинаков и равен Φ_0 . При вычислении полного потока самоиндукции Ψ_{1L} следует заметить, что трубки, выходящие из полюса от его середины (точка d) до края обмотки, сцепляются со всеми $2w_1$ витками катушек, расположенных на обоих полюсах электромагнита. Трубки же потока, выходящие по линии ab в месте, где размещена катушка, сцепляются только с частью витков катушки. Поток Φ_0 в этих трубках следует умножить на соответствующую часть витков $2w_1$. Эта часть легко находится по картине поля. Перемножив для каждой трубки поток Φ_0 на число витков, с которыми сцепляется трубка, и просуммировав все эти произведения, найдем половину искомого потока самоиндукции Ψ_{1L} . Для получения Ψ_{1L} необходимо удвоить результат, так как точно такой же поток существует по другую сторону полюсов.

При вычислении потока Ψ_{2M} из той же картины поля, следует учесть, что трубки потока, пересекающие линию ef , сцепляются со всеми w_2 витками катушки, расположенной на одном из вертикальных стержней ярма. Трубки же потока, входящие в ярмо по линии fg , где размещена катушка, сцепляются каждая с соответствующей частью витков обмотки, что должно быть учтено при подсчете числа потокоцеплений Ψ_{2M} . При определении потока Ψ_{2M} необходимо также учесть наличие второй катушки на другом вертикальном стержне ярма.

При вычислении потока Ψ_{1L} предполагают, что катушки на полюсах соединены последовательно. Точно так же при вычислении потока Ψ_{2M} предлагается считать катушки, расположенные на вертикальных стержнях ярма, соединенными последовательно.

Искомые индуктивности L_1 и M_{21} находят делением найденных потоков Ψ_{1L} и Ψ_{2M} на ток i_1 .

Аналогичным образом из другой картины поля, полученной для случая $i_1 = 0$ и $i_2 \neq 0$, определяют индуктивности L_2 и M_{12} .

Вычисленные индуктивности должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$M_{12} = M_{21} < \sqrt{L_1 L_2}.$$

Вышеуказанный расчет произведен с рядом допущений. При точном расчете следовало бы учесть и то, что поле

не является плоскопараллельным и существуют потоки рассеяния, выходящие с наружных поверхностей ярма и полюсов электромагнита, и то, что магнитная проницаемость стали конечна и при ее насыщении различна в различных участках полюсов и ярма, и то, что действительные обмотки катушек не сжаты к линиям ab и fg , а занимают некоторое пространство.

Кроме вычислений индуктивностей L_1 , L_2 и M , предлагается построить эпюру распределения магнитной индукции B вдоль линии ef , т. е. построить кривую $B = f(x)$ для трех случаев, для которых сняты картины поля. Магнитная индукция в некоторой точке с координатой x определяется из формулы

$$B = \frac{\Phi_0}{l\Delta a},$$

где Δa — ширина соответствующей трубки потока. Ширина Δa измеряется вдоль линии ef . Значение координаты x берется в середине трубки.

По полученным кривым следует дать себе отчет о причинах различия в характере распределения магнитной индукции в разных случаях. Магнитная индукция в третьем случае при согласном включении всех катушек во всех точках должна быть равна сумме значений индукций в первом и втором случаях.

Литература. [Л. 1, 2, 8].

Работа 15

ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНОГО И РЕАКТИВНОГО СОПРОТИВЛЕНИЙ ПРОВОДОВ И ШИН С УЧЕТОМ ПОВЕРХНОСТНОГО ЭФФЕКТА И ЭФФЕКТА БЛИЗОСТИ

1. Описание установки и методов измерения

Объектами исследования в лаборатории являются цилиндрические провода и провода фигурного сечения из различных материалов. Так как исследование ведется при технической частоте 50 *гц* или при частоте, близкой к ней, то для того, чтобы изучаемое явление поверхностного эффекта проявлялось достаточно резко, необходимо взять провода достаточно большого сечения. В лаборатории исследование

проводится с массивными прямолинейными стержнями кругового сечения. Стержни имеют различные диаметры порядка 3—4 см. Используются медные, латунные и железные стержни. Кроме того, исследуются медные и стальные шины прямоугольного сечения и стальные провода фасонного сечения — уголки, рельсы и др. Длина исследуемых проводов от одного до двух метров. Ток подводится к их концам. Такая длина необходима для того, чтобы в средней части проводов ток распределялся так же, как и в случае бесконечно длинных проводов, т. е. чтобы можно было пренебречь влиянием концов проводов.

Провода питаются от специального трансформатора, рассчитанного на большой ток во вторичной цепи при малом напряжении. Номинальные данные вторичной цепи трансформатора: 10 в и 1500 а. Первичная обмотка рассчитана на номинальное напряжение 220 в.

К выводам вторичной обмотки присоединяют исследуемые провода при помощи гибких медных полос и специальных зажимных устройств. Во вторичную цепь включают трансформатор тока. При больших силах тока обычно трансформаторы тока выполняются проходного типа, так что достаточно пропустить подводящие ток медные полосы сквозь окно такого трансформатора.

Первичную обмотку питающего трансформатора подключают к сети через автотрансформатор соответствующей мощности. Этим достигается возможность регулировать ток во вторичной цепи трансформатора.

При производстве опыта с изменяющейся частотой установку питают не от сети, а от двигателя-генератора.

Измерение активного r и реактивного x сопротивлений, а также разделение реактивного сопротивления на внутреннее x_i и внешнее x_e сопротивления проводов при переменном токе просто выполняется, когда сечения прямого и обратного проводов ограничены концентрическими окружностями, что имеет место в случае коаксиального кабеля. В этом случае с целью выделения внутреннего реактивного сопротивления x_i из общего сопротивления x достаточно произвести измерение падения напряжения в нити тока на той поверхности каждого провода, на которой амплитуда плотности тока максимальна (Л. 1, ч. III, § 90). В общем случае проводов сложной формы сечения, а также при наличии других проводов с токами, расположенных поблизости, распределение тока на поверхности получается не-

равномерным, и в силу этого разделение реактивного сопротивления на внутреннее и внешнее оказывается затруднительным и не имеющим особого смысла. Однако для проводов сложной формы сечения из ферромагнитного материала такое разделение величины x на x_i и x_e имеет исключительно большое значение ввиду того, что при этом, как правило, основным является внутреннее реактивное сопротивление x_i вследствие большой магнитной проницаемости материала и, что особенно важно, оно вычисляется с большой точностью и весьма просто по найденному активному сопротивлению из соотношения $x_i = 0,6r$ (Л. 1, ч. III, § 92). Существенно при этом, что величина x_i практически не зависит от формы всего контура тока, которая определяет собою величину x_e . Это дает возможность производить расчеты реактивного сопротивления сложных контуров из ферромагнитных проводов сложной формы сечения.

В случае проводов из неферромагнитных материалов определяется полное реактивное сопротивление.

Для измерения активного и реактивного сопротивлений на основе формулы

$$Z = r + jx = \frac{\dot{U}}{\dot{i}}$$

необходимо измерить падение напряжения таким образом, чтобы был учтен весь магнитный поток, охватывающий контур. Для случая двух параллельных проводов, один из которых является прямым, а другой — обратным, измерительный контур $abdc$ должен быть расположен так, как это показано на рис. 54. В случае проводов из ферромагнитного материала, как только что было отмечено, для расчета величины x целесообразно разделить его на внешнее и внутреннее реактивные сопротивления. Для оценки величины x_i опытным путем необходимо произвести измерение падения напряжения вдоль линии тока на поверхности провода (рис. 55). Рассмотрение показывает, что наилучший результат получается, если выбрать для такого измерения ту линию тока, на которой плотность тока максимальна. При этом мы получаем и величину активного сопротивления r , весьма близкую к измеренной при помощи контура $abdc$ (рис. 54). Небольшое отличие возникает за счет того, что магнитный поток сквозь поверхность охватываемую контуром $abdc$, оказывается не точно

в фазе с током I ввиду того, что в течение периода ток перераспределяется по-разному по сложному сечению провода. Однако в случае проводов из ферромагнитного материала, это обстоятельство проявляется весьма слабо, так как основная часть потока замыкается целиком внутри тела проводника, и распределение тока вдоль контура сечения проводника в течение периода меняется незначительно.

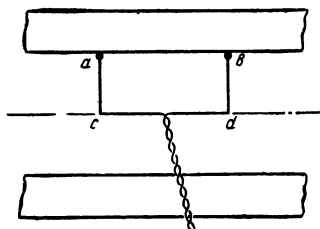


Рис. 54

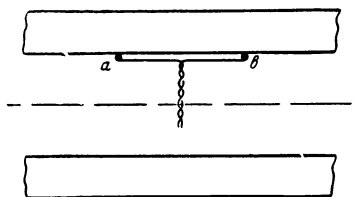


Рис. 55

Для измерения падения напряжения вдоль нити тока на поверхности провода служит устройство, изображенное на рис. 56. В брусок из изолирующего материала вделаны два маленьких металлических конуса a и b из неферромагнитного материала. К конусам припаяны концы соединительных проволок. Проволоки проложены по прямой линии вдоль бруска до его середины, откуда соединенные вместе они проходят сквозь ручку к измерительному устройству. Расстояние между вершинами конусов $l = 10$ см. Конусы столь малы, что, по прижатии бруска к поверхности исследуемого провода, соединительные проволоки оказываются расположенными почти вплотную к этой поверхности. Необходимо следить за тем, чтобы обе вершины конусов a и b , являющиеся точками, в которых осуществляется контакт между соединительными проволоками и поверхностью исследуемого провода, располагались на одной линии тока, т. е. чтобы брусок был всегда параллелен оси провода.

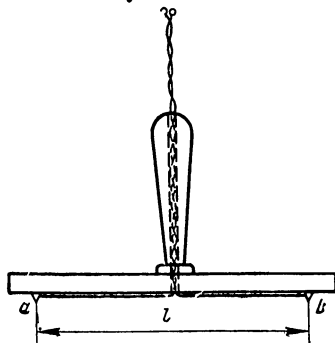


Рис. 56

Для измерения комплек-

сней амплитуды плотности тока $\dot{\delta}_m$ на поверхности используется то же самое устройство (рис. 56), что и для измерения падения напряжения \dot{U} вдоль нити тока.

Действительно, имеем

$$\dot{U} = \frac{\dot{E}_m}{\gamma \sqrt{2}} \cdot l = \frac{\dot{\delta}_m}{\gamma \sqrt{2}} \cdot l,$$

где \dot{E}_m — комплексная амплитуда напряженности поля на поверхности провода в месте измерения и γ — удельная проводимость материала провода. Следовательно, измерив \dot{U} и зная γ , легко вычислить $\dot{\delta}_m$.

Для измерения величины \dot{U} может быть использован любой компенсатор переменного тока. При использовании

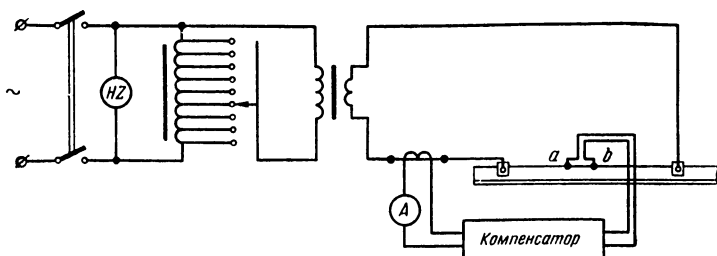


Рис. 57

компенсатора его питание желательно осуществить от трансформатора тока, включенного в цепь исследуемого провода (рис. 57). Тогда компенсирующее напряжение пропорционально току в исследуемом проводе и отсчеты по компенсатору дают возможность непосредственно вычислить отношение \dot{U} к \dot{I} . В целях уменьшения влияния переменного магнитного поля установки следует компенсатор располагать на достаточном расстоянии от рабочего контура. Выяснить отсутствие влияний индуктивного характера и влияний, возникающих вследствие возможных токов утечек, рекомендуется перед началом опыта тем же способом, как описано в работе 11. Для измерения силы тока в проводе во вторичную цепь трансформатора тока включают также амперметр.

Для измерения температуры провода используют градуированную термопару. Один спай термопары прикла-

дывают к поверхности провода, покрывают небольшим кусочком асбестового листа и привязывают к проводу. Другой спай помещают в бутылку с трансформаторным маслом, в которое погружен термометр. Цепь термопары замыкают на стрелочный гальванометр. Используя градуировочную кривую, можно по отклонению гальванометра судить о разности температур спаев, а по температуре спаев, погруженного в масло, определить и искомую температуру провода. Такой метод в случае проводов небольшого диаметра является наиболее совершенным вследствие малости размеров рабочего спаев термопары и малого влияния его на измеряемую температуру провода. В случае проводов большого сечения может быть применен метод непосредственного измерения температуры провода термометром. Обернутый станиолью шарик с ртутью термометра прикладывают к поверхности провода и покрывают кусочком листового асбеста.

Для возможности вычисления сопротивления исследуемых проводов необходимо знать удельную проводимость γ материала провода и ее зависимость от температуры, а также в случае ферромагнитного материала магнитную проницаемость провода и ее зависимость от напряженности магнитного поля.

Для определения удельной проводимости исследуемый провод включают в цепь постоянного тока и измеряют амперметром ток i и чувствительным градуированным гальванометром падение напряжения U на участке провода. Если длина участка l , то величина γ находится из формулы

$$\frac{l}{\gamma s} = \frac{U}{i},$$

откуда

$$\gamma = \frac{i}{U} \cdot \frac{l}{s}.$$

Это измерение следует произвести при нескольких значениях температуры t провода, для чего предварительно прогретый на переменном токе провод включают в цепь постоянного тока и производят измерения при остывании провода.

Магнитная проницаемость провода в разных его направлениях может оказаться различной вследствие механической обработки провода при его изготовлении. Необходимо знать так называемую циркулярную магнитную про-

ницаемость, соответствующую случаю, когда магнитные линии лежат в плоскостях, перпендикулярных оси провода, и охватывают эту ось. Именно такой характер имеет магнитное поле, образованное током в проводе.

Для измерения циркулярной магнитной проницаемости стального провода кругового сечения из отрезанного от него куска выточено кольцо. Кольцо снабжено намагничивающей и измерительной обмотками. Снятие кривой $\mu = f(H)$ производится баллистическим методом, описанным в работе 11.

При малом времени, отводимом в лаборатории на выполнение основного исследования, зависимости $\gamma = f(t)$ и $\mu = f(H)$ могут быть даны готовыми в виде графиков.

2. Задача и метод исследования

Основной целью работы является выяснение зависимости активного и внутреннего реактивного сопротивлений проводов от различных факторов, влияющих на распределение переменного тока в проводе. К таким факторам относятся: частота тока, магнитная проницаемость и удельная проводимость материала провода, форма, размеры поперечного сечения провода и взаимное расположение проводов. Задачей работы является также ознакомление с методом измерения этих сопротивлений, требующим при больших сечениях провода, а следовательно, при больших токах и малых падениях напряжения использования чувствительной измерительной аппаратуры. Работа дает также возможность ознакомиться с методами расчета сопротивлений проводов в случаях, когда необходим учет явления поверхностного эффекта.

Практическое значение подобных методов экспериментального исследования и методов расчета весьма велико, так как явление поверхностного эффекта необходимо учитывать при расчете и проектировании многих инженерных сооружений: шин электрических станций и подстанций; стальных проводов линий связи; систем проводов, используемых для заземлений; рельсовых цепей, питаемых переменным током; стальных балок, используемых для подвода тока к подъемным кранам; проводов для подвода тока к мощным электрическим печам и т. д.

Экспериментальное исследование производят в следующем порядке.

Собрав схему, проверяют отсутствие посторонних влияний на нее методами, описанными в работе 11. Если влияния значительны, то их следует устранить. После этого приступают к самому исследованию.

Сначала производят измерение активного и внутреннего реактивного сопротивлений стержней кругового сечения — медного, латунного и стального. Желательно при этом, чтобы стержни имели одинаковые диаметры и, следовательно, различались бы только материалом. Производят измерения также с другим медным стержнем иного диаметра.

Измерения с медными и латунными стержнями достаточно выполнить только при одном значении тока в них, так как их сопротивление не зависит непосредственно от тока. Сопротивление стального стержня зависит от тока, так как с изменением тока изменяется напряженность магнитного поля в теле стержня и, следовательно, изменяется магнитная проницаемость материала стержня. Поэтому для стального стержня предлагается исследовать зависимости $r = f(I)$ и $x_i = f(I)$. Пределы изменения тока рекомендуется выбрать так, чтобы между ними расположился максимум кривой $r = f(I)$, появляющийся вследствие того, что кривая $\mu = f(H)$ имеет максимум.

После исследования стержней кругового сечения переходят к исследованию стальной шины фасонного сечения или стального рельса. Шины исследуют при столь большом токе, чтобы находиться за максимумом кривой $r = f(I)$. Электрические стальные шины обычно работают в этих условиях. При таком условии возможен весьма простой и обеспечивающий высокую точность расчет сопротивления шин. Выждав, когда температура шины приблизительно установится, снимают кривую распределения комплексной амплитуды плотности тока вдоль периметра поперечного сечения шины, т. е. измеряют в ряде точек периметра амплитуду плотности тока и ее фазу по отношению к фазе всего тока в шине. Весь ток в шине при этом поддерживают неизменным. Определив положение нити тока, на которой амплитуда плотности тока максимальна, используют результаты измерения на этой нити для вычисления внутреннего реактивного сопротивления x_i . Из этого же измерения можно определить и величину активного сопротивления r , так как в соответствии с указанным выше результат такого измерения для ферромагнитных проводов практически не

отличается от точного метода измерения активного сопротивления с помощью контура, указанного на рис. 54.

При исследовании всех проводов во время каждого измерения записывают температуру провода.

Все вышеперечисленные исследования производят при частоте 50 гц, питая установку от сети.

Представляет интерес произвести исследование с одним из проводов при переменной частоте. С этой целью осуществляют питание установки от двигатель-генератора. Следует иметь в виду, что резонансные гальванометры обычного типа допускают настройку в небольшом диапазоне частот. При использовании таких гальванометров в измерительных схемах опыт можно производить только в этом диапазоне частот. Опыт с переменной частотой производят при неизменном токе в проводе.

Попутно с вышеуказанными исследованиями на переменном токе частоты 50 гц выполняют измерения величины γ при постоянном токе для всех проводов кругового сечения и для одного провода фасонного сечения, для которого снимается распределение плотности тока по периметру сечения. С этой целью каждый провод после его исследования на переменном токе нагревают на той же установке до более высокой температуры, увеличивая на некоторое время переменный ток, и затем быстро переносят на установку постоянного тока, где и производят измерение величины γ во время охлаждения провода. Наконец, необходимо снять кривую $\mu = f(H)$, используя кольцевой образец, выточенный из куска, отрезанного от исследуемого стального провода кругового сечения.

Наряду с выполнением экспериментального исследования предлагается произвести расчет активного r и внутреннего индуктивного x_i сопротивлений тех же проводов. Метод расчета изложен в теоретическом курсе (Л. I, ч. III, § 92, 96).

В случае цилиндрического провода кругового сечения из неферромагнитного материала эти сопротивления вычисляют по формулам:

$$\frac{r}{r_0} = \frac{z_i}{r_0} \cos \varphi, \quad \frac{x_i}{r_0} = \frac{z_i}{r_0} \cdot \sin \varphi,$$

$$\frac{z_i}{r_0} = \frac{R \sqrt{\omega \mu \gamma}}{2} \cdot \frac{b_0 e}{b_{1e}}, \quad \varphi = \beta_{0e} - \beta_{1e} - \frac{\pi}{4},$$

где r_0 — сопротивление провода при постоянном токе равное $\frac{l}{\pi R^2 \gamma}$ (l — длина участка измерения); R — радиус сечения провода; b_{0e} и b_{1e} — значения модулей b_0 и b_1 бесселевых функций $J_0(x)$ и $J_1(x)$ нулевого и первого порядка при $x = R \sqrt{-j\omega\mu\gamma}$; β_{0e} и β_{1e} — значения аргументов β_0 и β_1 этих функций при

$$x = R \sqrt{-j\omega\mu\gamma}.$$

Значения b_{0e} , b_{1e} , β_{0e} и β_{1e} находят из таблицы (приложение 4) на основании вычисленного предварительно значения модуля $|x| = R \sqrt{\omega\mu\gamma}$.

В случае проводов из ферромагнитного материала эти формулы не дают правильных результатов, так как при выводе их было предположено $\mu = \text{const}$, т. е. не были учтены непостоянство магнитной проницаемости и потери на гистерезис, характерные для этих материалов.

Сопротивления r и x_i ферромагнитных проводов при резком проявлении поверхностного эффекта следует рассчитывать по формулам (Л. 5):

$$r = \frac{l}{u} \sqrt{\frac{\mu_e \omega}{\gamma}} \quad \text{и} \quad x_i = 0,6 r,$$

причем l — длина провода, u — периметр его поперечного сечения, μ_e — магнитная проницаемость на поверхности провода, определяемая по основной кривой намагничивания при значении напряженности магнитного поля, равном действующему значению H_{eff} напряженности магнитного поля на поверхности провода.

Величина H_{eff} определяется согласно закону полного тока из соотношения

$$H_{eff} = \frac{I}{u},$$

где I — действующее значение тока в проводе.

Приведенные формулы справедливы для ферромагнитных проводов любой формы сечения при резком проявлении поверхностного эффекта, т. е. когда поперечные размеры сечения провода больше двойной глубины $z_{0,05}$, на которой электромагнитная волна, проникающая внутрь провода от его поверхности, практически полностью затухает. На глубину

$$z_{0,05} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_e\gamma}}$$

в ферромагнитных телах доходит только 5% энергии волны. Если поперечные размеры провода всюду больше $2z_{0,05}$, то можно считать, что волны, распространяющиеся от противоположных поверхностей, не встречаются друг с другом. В таком случае сопротивление обратно пропорционально периметру поперечного сечения провода, что и выражено в вышеприведенных формулах.

3. Обработка результатов исследования

Необходимо прежде всего определить по данным, полученным в результате измерений, активное r и внутреннее реактивное x_i сопротивления всех исследованных проводов. Результаты опыта необходимо свести в таблицу.

Следует произвести также расчет этих сопротивлений по вышеприведенным формулам и сопоставить результаты расчета с результатами опыта.

Для стального стержня кругового сечения предлагается построить кривые, выражающие зависимости $r = f(I)$ и $x_i = f(I)$. На одном и том же графике должны быть построены кривые как на основе опытных, так и на основе расчетных данных.

Необходимо построить эпюру распределения амплитуды плотности тока δ_m по контуру поперечного сечения провода с фигурным сечением. Для наглядности рекомендуется эту эпюру построить следующим образом. Вычерчивают в некотором масштабе фигуру сечения провода. В точках контура сечения, в которых измерялась плотность тока, откладывают по направлению внешней нормали к этому контуру в избранном масштабе отрезки, пропорциональные амплитуде плотности тока. Концы отрезков соединяют плавной кривой. При этом расстояние от контура сечения до построенной таким способом кривой всюду пропорционально амплитуде плотности тока.

Если производился опыт при переменной частоте, то строят на основании этого опыта кривые, выражающие зависимость активного и внутреннего реактивного сопротивления от частоты.

Выполнив все указанные выше расчеты и построения, следует проанализировать влияние различных факторов на сопротивление проводов, сопоставляя между собой результаты различных измерений и расчетов.

Литература. [Л. 1, 2, 5, 6].

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЯВЛЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Механическое взаимодействие электрически заряженных тел и механическое взаимодействие контуров с электрическими токами осуществляются через посредство электрических и, соответственно, магнитных полей.

Силы этих взаимодействий могут быть выражены в виде производных по геометрическим координатам, которые они стремятся изменить, от энергии электрического и, соответственно, магнитного полей (Л. 1, ч. I, § 16 и § 73).

В выражениях для энергий полей заряженных тел и контуров с токами от геометрических координат зависят электрические емкости тел и индуктивности контуров. Поэтому для расчета указанных выше сил механического взаимодействия необходимо располагать формулами, выражающими зависимость емкостей и индуктивностей от координат, или же располагать такими зависимостями, полученными экспериментальным путем. В настоящем разделе сгруппированы работы, в которых производится непосредственное экспериментальное исследование механических сил, действующих на заряженные тела, и контура с электрическими токами в электрических и магнитных полях, и сопоставление результатов эксперимента с расчетом.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ТЕЛ НА МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ВОЛЬТМЕТРА

1. Описание установки

В лаборатории имеется установка, представляющая собой модель электростатического вольтметра (рис. 58). Основная часть установки, в которой происходит механическое взаимодействие заряженных металлических тел,

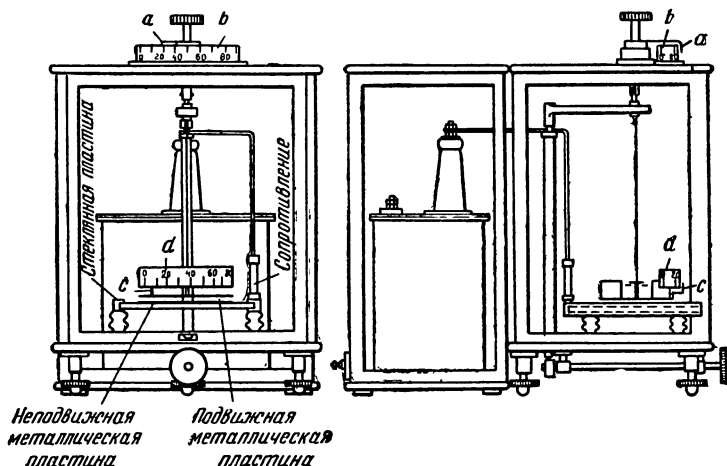


Рис. 58

представляет собой две металлические пластины — неподвижную и подвижную. Подвижная пластина имеет форму двух одинаковых диаметрально противоположных секторов. Она может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через ее центр. Контур неподвижной пластины представляет собой фигуру сложной формы, состоящую из двух одинаковых симметричных фигур, диаметрально противоположных друг другу. Центр неподвижной пластины находится на продолжении оси вращения подвижной пластины. Плоскости подвижной и неподвижной пластин параллельны друг другу. Расстояние

между этими плоскостями имеет порядок нескольких миллиметров.

Неподвижная пластина является сменной. Ее изготовляют из станиоли, наклеиваемой на стеклянную пластину. Простота изготовления такой пластины позволяет поставить данную работу так, как часто ставится задача при проектировании такого рода приборов. Студентам задается характер шкалы, который желательно получить в приборе, т. е. задается зависимость угла отклонения α подвижной части прибора от напряжения U между подвижной и неподвижной пластинами: $\alpha = \varphi(U)$. Предлагается, зная зависимость противодействующего момента от угла α , рассчитать форму неподвижной пластины, обеспечивающую получение требуемой зависимости $\alpha = \varphi(U)$. Выполнив такой расчет, изготавливают неподвижную пластину найденной формы и производят экспериментальным путем проверку этого расчета.

В исследуемой модели (рис. 58) пластины расположены в горизонтальных плоскостях. Подвижная пластина подвешена на упругой металлической нити, прикрепленной своим верхним концом к поворотному устройству с указателем a , перемещающимся вдоль шкалы b , разделенной на градусы. Угол, отсчитываемый по этой шкале от начального положения, обозначим через β . К подвижной пластине прикреплена стрелка c , перемещающаяся вдоль своей шкалы d , разделенной также на градусы. Угол, отсчитываемый по этой шкале от начального положения подвижной пластины, обозначим через α .

Шкала b может поворачиваться вокруг оси подвеса. Ее устанавливают так, чтобы при отсутствии напряжения между пластинами прибора стрелка c и указатель a одновременно указывали на нуль на своих шкалах. Противодействующий момент пропорционален углу закручивания Θ нити подвеса, т. е. равен

$$f = k\Theta = k(\alpha - \beta),$$

если условиться положительные углы α и Θ отсчитывать в одном и том же направлении.

Прибор питают от трансформатора напряжения с номинальными напряжениями 220/2000 в. Выводы высшего напряжения трансформатора присоединяют к пластинам прибора через сопротивление $r \approx 5 \cdot 10^6$ ом, чем обеспечивают ничтожность тока при случайном коротком замыкании

между пластинами. Это сопротивление не влияет на величину напряжения на пластинах, так как емкостное сопротивление между пластинами при частоте 50 *гц*, как нетрудно подсчитать, имеет порядок тысячи мегом. Напряжение измеряют вольтметром на стороне низкого напряжения. О величине напряжения на вторичных зажимах трансформатора судят по коэффициенту трансформации трансформатора. Для изменения напряжения используют трехконтактный реостат, приключенный к зажимам сети. Напряжение, подводимое к зажимам первичной обмотки трансформатора, снимают от движка и от одного из крайних зажимов реостата.

Для обеспечения безопасности работы весь прибор вместе с трансформатором заключен в заземленный металлический экран. Перед открыванием крышки прибора необходимо каждый раз выключать напряжение в первичной цепи трансформатора.

Внутри корпуса прибора имеются контакты, введенные в первичную цепь трансформатора и замыкающие эту цепь только при полном закрытии крышки прибора. Поэтому при открывании крышки прибора напряжение выключается даже в том случае, если по невнимательности не будет выключен главный рубильник в первичной цепи. Кроме того, подключенная красная лампа, указывает на наличие напряжения.

В приборе имеется шкала, дающая возможность определить расстояние между неподвижной и подвижной пластинами. Для создания определенных условий для электрического поля внутри прибора подвижная пластина соединена с указанным выше заземленным металлическим экраном.

Заметим, что электростатические вольтметры, аналогичные описанной выше модели, обычно осуществляют несколько иначе. Именно, целесообразнее делать подвижной более легкую фигурную пластину и располагать около нее две неподвижные пластины с двух ее сторон. Последнее обеспечивает и больший момент пары сил в приборе и меньшее изменение общей емкости между подвижной и неподвижными пластинами от случайного смещения подвижной пластины вдоль оси вращения. Действительно, при таком смещении в случае двух неподвижных пластин емкость подвижной пластины по отношению к одной из неподвижных пластин увеличивается, а по отношению к другой—

уменьшается. В исследуемых моделях неподвижная пластина сделана фигурной и взята только одна пластина, так как этим достигается легкость смены фигурной пластины.

Для увеличения чувствительности приборы изготавливают с несколькими подвижными и неподвижными пластинами. Подвижные пластины закрепляются на растяжке или на оси.

Исследуемая модель помещена в корпус со стеклянными стенками, чтобы воздушные потоки не вызывали колебаний ее подвижной пластины. Подвижная пластина с целью уменьшения ее момента инерции сделана из тонкого алюминиевого листа. Основание прибора имеет установочные винты для возможности правильной вертикальной установки прибора.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является выяснение зависимости механической силы взаимодействия заряженных тел от изменения емкости между телами на примере исследования модели электростатического вольтметра. Целью работы является также выяснение связи между этой зависимостью, характером изменения противодействующего момента при изменении угла α и характером шкалы вольтметра.

Мгновенное значение f_t момента пары сил притяжения подвижной пластины к неподвижной может быть выражено формулой (Л. 1, ч. I, § 16)

$$f_t = \frac{1}{2} u^2 \frac{\partial C}{\partial \alpha},$$

где u — мгновенное значение напряжения между подвижной и неподвижной пластинами и C — емкость между ними.

При переменном напряжении величина f_t будет переменной. Однако вследствие значительного момента инерции подвижной пластины колебания этой пластины, вызываемые периодическим изменением f_t , будут ничтожными и практически незаметными. Отклонение подвижной части прибора будет определяться средним за период T значением момента f :

$$f = \frac{1}{T} \int_0^T f_t dt = \frac{1}{2} \frac{\partial C}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt = \frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C}{\partial \alpha},$$

где $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$ — действующее значение напряжения между подвижной и неподвижной пластинами.

Рассматриваемая система представляет собой плоский конденсатор. Поэтому емкость C можно выразить, если пренебречь краевым эффектом, простой формулой

$$C = \frac{\epsilon_0 s}{d},$$

где ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость воздуха, d — расстояние между подвижной и неподвижной пластинами

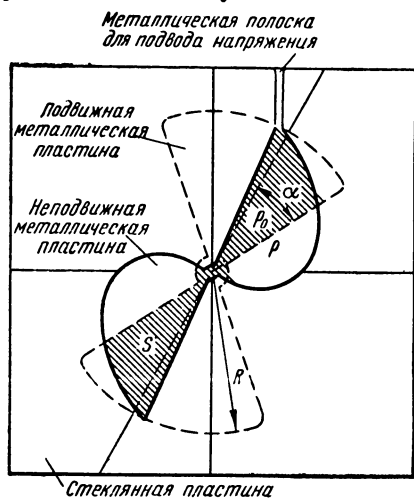


Рис. 59

и s — поверхность взаимного перекрытия подвижной и неподвижной пластины (рис. 59). От угла α зависит только величина s . Следовательно,

$$f = \frac{1}{2} U^2 \frac{\epsilon_0}{d} \cdot \frac{\partial s}{\partial \alpha}.$$

Приращение поверхности s при увеличении угла α на $d\alpha$ равно

$$ds = 2 \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot \rho d\alpha = \rho^2 d\alpha.$$

Следовательно,

$$f = \frac{1}{2} U^2 \frac{\epsilon_0}{d} \rho^2,$$

где ρ — радиус, характеризующий контур фигурной пластины, взятый на границе поверхности перекрытия.

Студентам задают в виде графика зависимость $\alpha = \varphi\left(\frac{U}{U_{\text{макс}}}\right)$, которая должна быть получена в приборе, т. е. задают характер шкалы прибора. При этом U — напряжение, соответствующее углу отклонения α , $U_{\text{макс}}$ — напряжение, соответствующее максимальному углу отклоне-

ния $\alpha_{\text{макс}}$ на полную шкалу. Этой зависимости соответствует обратная зависимость:

$$\frac{U}{U_{\text{макс}}} = F_1(\alpha).$$

Зависимость $\alpha = \varphi\left(\frac{U}{U_{\text{макс}}}\right)$ задают в пределах $10^\circ < \alpha < \alpha_{\text{макс}}$.

Противодействующий момент в модели при $\beta = 0$ пропорционален углу α :

$$f = k\alpha.$$

Поэтому уравнение равновесия будет иметь вид:

$$k\alpha = \frac{1}{2} U^2 \frac{\varepsilon_0}{d} \rho^2.$$

Подставляя сюда заданную функцию $\frac{U}{U_{\text{макс}}} = F_1(\alpha)$, получаем:

$$\rho = \sqrt{\frac{2kd}{\varepsilon_0 U_{\text{макс}}^2}} \cdot \frac{\sqrt{\alpha}}{F_1(\alpha)} = A \cdot F_2(\alpha),$$

где

$$A = \sqrt{\frac{2kd}{\varepsilon_0 U_{\text{макс}}^2}}.$$

Пользуясь этими формулами, вычисляют радиус ρ для различных значений угла α и вырезают из станиоли два листа соответствующей формы. Эти листы наклеивают изолирующим лаком на стеклянную пластину так, чтобы они образовали требуемую фигуру неподвижной пластины. Необходимо наклеить также узкие полоски из станиоли, обеспечивающие электрическое соединение фигурных станиолевых листов между собою и подвод напряжения к ним (рис. 59). Стеклянную пластину с наклеенными станиолевыми листами вставляют в специальные пазы в корпусе прибора. Для обеспечения правильной наклейки фигурных листов на оборотной стороне стеклянной пластины нанесены две взаимно перпендикулярные прямые, пересекающиеся в точке, лежащей на продолжении оси вращения подвижной пластины. Из этой точки и должны исходить радиусы ρ . Кроме того, через эту же точку на оборотной

стороне стеклянной пластины проведена еще одна наклонная прямая. Она дает направление радиусов ρ_0 , соответствующих углу $\alpha = 0$.

Для вычисления абсолютных значений радиусов необходимо знать постоянную

$$A = \sqrt{\frac{2kd}{\epsilon_0 U_{\text{макс}}^2}}.$$

Однако для лучшего использования размеров подвижной пластины и, следовательно, для получения наибольшей возможной чувствительности прибора поступают следующим образом. Вычислив функцию

$$F_2(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha}}{F_1(\alpha)},$$

находят ее максимальное значение в пределах от $\alpha = 10^\circ$ до $\alpha = \alpha_{\text{макс}}$. Это максимальное значение определяет максимальное значение радиуса:

$$\rho_{\text{макс}} = A \cdot F_2(\alpha).$$

Для полного использования размеров подвижной пластины принимают $\rho_{\text{макс}}$ равным радиусу R этой пластины. Отсюда определяют постоянную A , а следовательно, и значения радиусов ρ при всех значениях угла α от $\alpha = 10^\circ$ до $\alpha = \alpha_{\text{макс}}$. В интервале $0 < \alpha < 10^\circ$ можно сохранить радиус ρ неизменным и равным его значению при $\alpha = 10^\circ$. Рекомендуются фигурные листы из станиоли вырезать немного шире, чем требуется крайними радиусами при $\alpha = \alpha_{\text{макс}}$, увеличив угол за этот предел примерно на 10° и продолжив без изломов контур, ограничивающий фигурные листы, так, как это кажется естественным (рис. 59). После наклейки станиолевых листов свободную поверхность стеклянной пластины следует тщательно протереть и просушить. Изготовив неподвижную пластину, вставляют ее в прибор. Необходимо при этом проверить правильность ее расположения по отношению к подвижной пластине. Это достигается регулировкой вертикального положения прибора при помощи установочных винтов и перемещением подвижной пластины. Следует добиться того, чтобы продолжение оси вращения подвижной пластины проходило через центр неподвижной пластины и чтобы плоскости пластин были параллельны друг другу.

Установив прибор, включают напряжение и снимают кривую $\alpha = \varphi(U)$, причем U есть действующее значение напряжения.

Получают еще экспериментальным путем кривую $f = F(\alpha)$ при $U = \text{const}$. При этом, поддерживая неизменным напряжение U , изменяют угол β так, чтобы получить ряд значений угла α в пределах всей шкалы прибора. Момент пары сил f определяется по углу Θ закручивания нити подвеса из формулы

$$f = k(\alpha - \beta) = k\Theta.$$

Эти кривые снимают при двух значениях напряжения U .

Постоянная k может быть определена по периоду T' собственных затухающих колебаний подвижной пластины, которые возникают после выключения напряжения. Период собственных затухающих колебаний связан с периодом T_0 собственных незатухающих колебаний соотношением

$$\left(\frac{T'}{T_0}\right)^2 = 1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2,$$

где $\delta = \ln \frac{a_{1m}}{a_{2m}}$ — логарифмический декремент колебания, равный натуральному логарифму отношения двух последующих амплитуд колебаний одного знака.

Величина T_0 определяется из выражения

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}},$$

где J — момент инерции подвижной пластины, k — искомая постоянная нити подвеса.

Для вычисления момента инерции подвижной пластины имеем формулу

$$J = \int_s r^2 \cdot \gamma \cdot \Delta \cdot ds,$$

где γ — плотность материала пластины, Δ — толщина пластины, $ds = r dr d\varphi$ — элемент поверхности пластины и r — расстояние этого элемен-

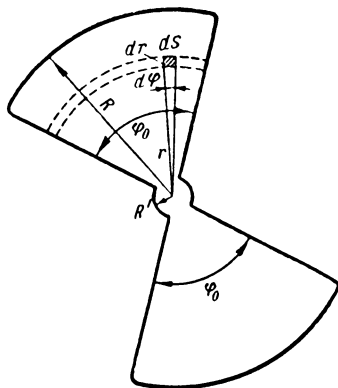


Рис. 60

та от оси вращения. Производя интегрирование по секторам с радиусами R и R' (рис. 60), получаем

$$J = 2 \int_0^{\varphi_0} \int_0^R r^2 \cdot \gamma \cdot \Delta \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr + \\ + 2 \int_0^{\pi-\varphi_0} \int_0^{R'} r^2 \cdot \gamma \cdot \Delta \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr = \frac{\gamma \Delta}{2} [\varphi_0 R^4 + (\pi - \varphi_0) R'^4].$$

Пластина сделана из алюминия и ее размеры указаны на приборе. Моментом инерции стрелки и крылышек, служащих для увеличения затухания, можно пренебречь.

Необходимо, пользуясь специальной шкалой, измерить расстояние d между подвижной и неподвижной пластинами.

3. Обработка результатов исследования

Прежде всего находят из определенной вышеуказанным путем постоянной A расчетную величину $U_{\text{макс}}$. С этой целью пользуются формулой

$$A = \sqrt{\frac{2kd}{\epsilon_0 U_{\text{макс}}^2}}$$

и измеренными значениями величин k и d . Полученное таким образом значение $U_{\text{макс}}$ используют для построения теоретической кривой $\alpha = \varphi(U)$ по заданной кривой $\alpha = \varphi\left(\frac{U}{U_{\text{макс}}}\right)$. На эту же диаграмму наносят полученную из опыта кривую $\alpha = \varphi(U)$.

Основной причиной отклонения, полученной на опыте кривой от заданной, особенно в конце шкалы, является пренебрежение краевым эффектом при вычислении контура фигуры подвижной пластины. Причиной расхождения может также быть некоторая неизбежная неточность взаимного расположения пластин и неточность измерения расстояния d между пластинами и постоянной k .

Для исключения влияния возможной неточности измерения величин d и k и для лучшего выяснения расхождения характера кривых $\alpha = \varphi(U)$, полученных теоретически с пренебрежением краевым эффектом и опытным путем, рекомендуется еще построить кривые, отклады-

вая по оси ординат относительные величины $\frac{U}{U'}$. При этом в качестве U' лучше всего принять значение напряжения по расчету и, соответственно, из опыта при некотором значении α в середине шкалы, так как в конце шкалы расхождение теоретической и опытной кривой должно быть наибольшим вследствие особенно заметного здесь влияния краевого эффекта.

На отдельной диаграмме строят полученные на опыте кривые $f = F(\alpha)$ при $U = \text{const}$.

На этой же диаграмме наносят кривые, рассчитанные по формуле

$$f = \frac{1}{2} U^2 \frac{\partial C}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} U^2 \frac{\epsilon_0}{d} \rho^2.$$

Предлагается убедиться из сопоставления ординат опытных кривых, полученных при разных значениях напряжения, в том, что момент пары сил f пропорционален квадрату напряжения.

Заметим, что возможно осуществить модель электростатического прибора, имеющую достаточную чувствительность при напряжении $U = 220$ в, избежав при этом применения более высоких напряжений. Однако работа с такой моделью более затруднительна вследствие большого влияния на нее посторонних факторов и большого периода колебаний подвижной системы.

Литература. [Л. 1, 2, 20, 21].

Работа 17

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ КОНТУРОВ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ТОКАМИ

1. Описание установки

В лаборатории исследуют электромагнитную силу между двумя круглыми коаксиальными катушками с электрическими токами. Линейные размеры поперечного сечения обмоток катушек малы по сравнению с радиусами катушек. Обозначим радиусы окружностей, проходящих через центры сечений обмоток катушек, через R_1 и R_2 и расстояние между плоскостями, в которых лежат эти окружности,

через x . Зависимость взаимной индуктивности M таких катушек от расстояния x между ними была исследована в тринадцатой работе.

В лабораторной установке использованы две одинаковые катушки, имеющие каждая число витков $\omega_1 = \omega_2 = 510$.

Внутренний радиус катушек $R' = 45$ мм и их наружный радиус $R'' = 77$ мм. Таким образом радиус окружности, проходящий через центры сечений обмотки катушки, имеет значение

$$R = R_1 = R_2 = \frac{R' + R''}{2} = 61 \text{ мм.}$$

Измерение электромагнитной силы производят с помощью коромысловых весов. К одному плечу коромысла

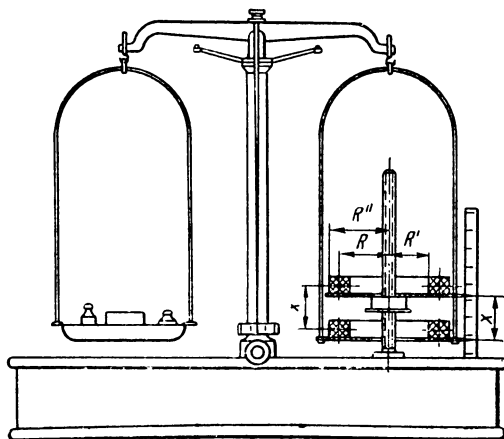


Рис. 61

весов подвешена одна из катушек. К другому плечу коромысла подвешена чашка для гирь (рис. 61). Вторая катушка, остающаяся неподвижной при каждом измерении, может перемещаться в вертикальном направлении с помощью специального винтового устройства, в результате чего оказывается возможным изменять расстояние x между катушками. Для отсчета расстояния x служит неподвижная шкала, около которой перемещаются указатели, скрепленные с катушками.

Электромагнитная сила f весьма резко зависит от расстояния между катушками, особенно при малых расстоя-

ниях. При уменьшении x она возрастает и при увеличении x убывает. Вследствие этого не удалось бы получить устойчивое равновесие весов, если бы неподвижная катушка была расположена ниже катушки, подвешенной к коромыслу весов, и использовалась бы сила притяжения между катушками с токами одинакового направления. Для получения при любом значении x устойчивого равновесия неподвижная катушка расположена выше катушки, подвешенной к коромыслу весов (рис. 61), и измеряется сила отталкивания катушек, когда токи i_1 и i_2 в катушках имеют противоположные направления. Катушки включают последовательно, так что токи в них по величине одинаковы. Установка содержит амперметр для измерения тока и реостат для регулирования тока и поддержания его заданной величины.

Все устройство изготовлено из неферромагнитных материалов. Катушки питаются от источника постоянного тока. Поэтому в том случае, когда катушки находятся в покое, электромагнитная сила между катушками имеет такое же значение, как если бы катушки были уединены в воздухе. Действительно, в массивных металлических частях устройства могут возникать вихревые токи, влияющие на величину измеряемой электромагнитной силы только при изменении во времени магнитного потока, пронизывающего эти металлические части. Последнее же имеет место только либо при изменении токов в катушках, либо при движении самих катушек. Ток в катушках постоянный и в момент достижения равновесия катушки неподвижны, а следовательно, при этом вихревые токи в массивных металлических частях устройства отсутствуют. Для исследования выбраны катушки описанной выше формы потому, что при этом возможен сравнительно несложный приближенный расчет электромагнитной силы и, следовательно, представляется возможным сопоставить результаты измерений с результатами расчета. Вместе с тем такая форма катушек имеет и практический интерес. Устройства, подобные описанному выше, находят себе применение при осуществлении так называемых токовых весов, служащих для измерения в метрологических лабораториях силы электрического тока абсолютным методом. Вопрос о возможности перехода к абсолютной практической электромагнитной системе единиц связан с возможностью осуществления измерения силы тока абсолютным методом

с требуемой высокой метрологической точностью. Большие заслуги в этом направлении принадлежат группе научных сотрудников Всесоюзного научно-исследовательского института метрологии.

2. Экспериментальные исследования и метод расчета

На вышеописанном устройстве производят измерение электромагнитной силы при неизменном значении силы тока $i_1 = -i_2 = i$ в катушках и при различных значениях расстояния x между катушками (между плоскостями, в которых лежат окружности, проходящие через центры сечений обмоток катушек).

Для получения хороших результатов опыта необходимо тщательно поддерживать постоянство тока и сделать достаточное количество измерений при различных значениях x . Опыт производят при двух заданных значениях тока в катушках.

Для расчета электромагнитной силы служит выражение (Л. 1, ч. I, § 74)

$$f = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial x},$$

где M — взаимная индуктивность катушек.

В данном случае $i_1 = -i_2 = i$ и, следовательно,

$$f = -i^2 \frac{\partial M}{\partial x}. \quad (*)$$

Согласно изложенному в описании тринадцатой работы для рассматриваемых катушек имеем:

$$M = \mu_0 \omega_1 \omega_2 \sqrt{R_1 R_2} \cdot f(k),$$

причем

$$k^2 = \frac{4R_1 R_2}{x^2 + (R_1 + R_2)^2}.$$

Функция $f(k)$ выражается формулой и кривыми, приведенными в описании тринадцатой работы.

В исследуемом случае $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ и $R_1 = R_2 = R$. Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} M &= \mu_0 \omega^2 R f(k), \\ k^2 &= \frac{4R^2}{x^2 + 4R^2}. \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

3. Обработка результатов исследования

Полученные опытным путем зависимости $f = F(x)$ для разных значений токов в катушках необходимо представить в виде кривых и убедиться из сопоставления ординат кривых при одинаковых значениях x в том, что электромагнитная сила f пропорциональна квадрату тока i в катушках.

Необходимо, пользуясь формулами (*) и (**), произвести расчет электромагнитной силы для разных значений x и построить кривые $f = F(x)$ на основании расчетных данных.

Кривую, изображающую изменение производной $\frac{dM}{dx} = \varphi(x)$, можно получить путем графического дифференцирования кривой $M = \psi(x)$, которую предварительно строят, пользуясь формулами (**).

Литература. [Л. 1, 2, 20, 21, 24].

Работа 18

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСИЛИЙ В БЕГУЩЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

1. Описание установки и методов измерения

Бегущее магнитное поле создается индуктором (рис. 62), состоящим из двух сердечников C , изготовленных из листовой электротехнической стали, и обмоток O , питаемых от источника симметричного трехфазного напряжения с частотой 50 гц. Зазор между сердечниками индуктора может изменяться с помощью специального винтового устройства. Обмотки индуктора подключены к сети через трехфазный регулятор напряжения, с помощью которого устанавливается необходимая сила тока в обмотках, а следовательно, и величина индукции магнитного поля в зазоре между сердечниками.

В зазор помещается прямоугольная пластина Π , крепящаяся верхним концом к пружине динамометра, который служит для измерения усилий на пластину. Пластина удерживается от смещения в горизонтальной плоскости роликовыми подшипниками и легко может быть вынута из зазора и заменена другой. В настоящей работе используются пластины из меди, дюралюминия и немагнитной

стали. Размеры всех пластин одинаковы: длина пластин $l = 72$ см, ширина $d = 12$ см, толщина $\Delta = 1$ см. Длина и ширина пластин равны соответствующим размерам сердечников индуктора.

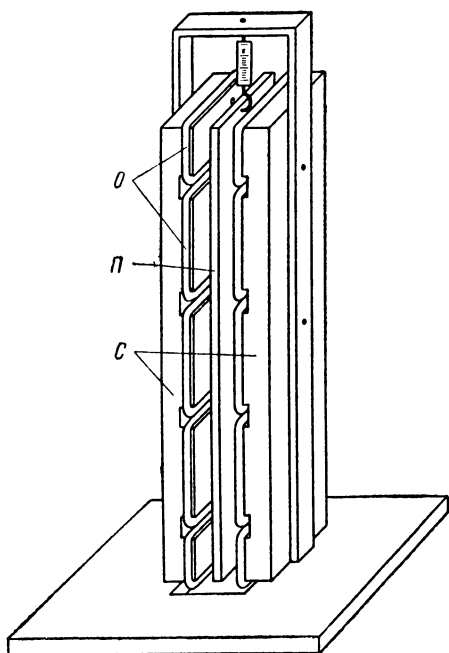


Рис. 62

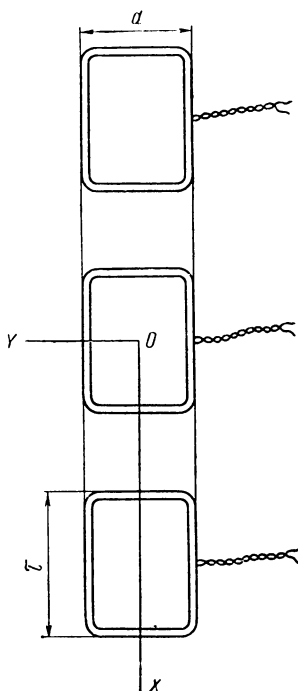


Рис. 63

Для измерения температуры пластин используют градуированную термопару. Методика измерения температуры с помощью термопары изложена в работе 15.

Кроме проводящих пластин, установка содержит текстолитовую пластину таких же размеров, как и исследуемые проводящие пластины. На текстолитовой пластине закреплены три одинаковые измерительные катушки — одна на середине пластины и две по краям (рис. 63). Длина измерительной катушки равна величине полюсного деления обмотки индуктора, а ширина катушки равна ширине исследуемых пластин. Поместив текстолитовую пластину в зазор между сердечниками индуктора вместо

проводящей пластины, измеряют э.д.с., наведенные магнитным полем индуктора в катушках, с помощью лампового вольтметра.

2. Задача и метод исследования

Целью работы является уяснение процесса возникновения электромагнитных усилий в проводящих телах, помещенных в бегущее магнитное поле, а также ознакомление с методами экспериментального определения и теоретического расчета этих усилий.

Исследуемая установка по существу представляет собою модель индукционного насоса, используемого для перемещения жидкого металла, роль которого в нашем случае выполняет проводящая пластина. Так как изменение скорости движения жидкого металла в поперечном сечении насоса незначительно, то в первом приближении можно рассматривать жидкий металл как твердое тело.

Бегущее магнитное поле индуцирует в металле вихревые токи, в результате взаимодействия которых с бегущим полем создаются электромагнитные усилия на металлическую пластину. Случай движущейся металлической пластины может быть сведен к случаю неподвижной пластины. Действительно, вихревые токи, индуцируемые в пластине, определяются только скоростью движения магнитного поля относительно пластины, поэтому при расчете можно считать пластину неподвижной, а магнитное поле бегущим со скоростью, равной разности скорости движения внешнего бегущего магнитного поля и скорости движения пластины. Практически для исследования при различных скоростях движения поля относительно пластины достаточно соответственно изменять частоту источника трехфазного напряжения.

Таким образом, результаты, которые будут получены на данной установке для неподвижных пластин, могут быть использованы и для случая движущихся пластин.

Физические явления в исследуемой установке аналогичны явлениям, которые имеют место в асинхронных двигателях, индукционных измерительных приборах и других электротехнических устройствах, использующих силовое взаимодействие движущегося магнитного поля с проводящими телами.

Так как направление действия силы зависит от направ-

ления движения магнитного поля, а направление движения поля определяется порядком следования фаз системы напряжений источника, питающего обмотки индуктора, то перед проведением исследований необходимо с помощью указателя следования фаз определить соответствие порядка следования фаз системы напряжений на зажимах сети с маркировкой выводов регулятора напряжений.

Установив зазор между сердечниками индуктора в пределах 20—50 мм и силу тока в обмотках индуктора 25—50 а, измеряют электромагнитные усилия, действующие на разные проводящие пластины. При этом для каждой из пластин записывают показания гальванометра, присоединенного к термопаре.

Вследствие различия удельной проводимости γ материала пластин величина и распределение токов в различных пластинах неодинаковы. Поэтому параметры установ-

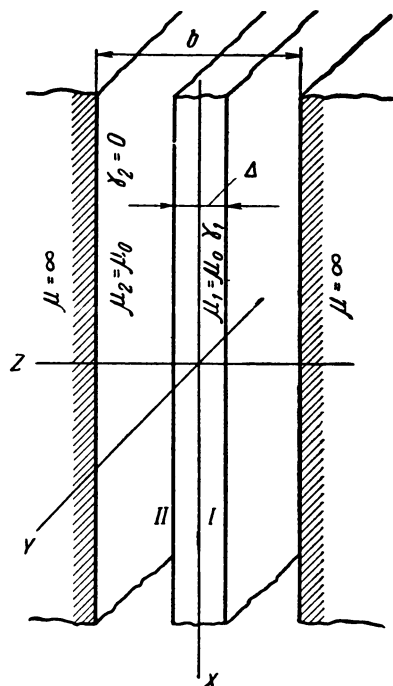


Рис. 64

ки, а именно эквивалентные активное и реактивное сопротивления обмоток индуктора, учитывающие влияние проводящих пластин, будут разными при наличии в зазоре различных пластин, и при замене пластин сила тока в обмотках индуктора изменяется. С помощью регулятора напряжения следует при выполнении всех измерений поддерживать силу тока постоянной. При наличии в лаборатории источника трехфазного напряжения переменной частоты можно исследовать зависимость электромагнитных усилий, действующих на пластину, от частоты в пределах 5—50 гц. Представляет интерес также исследовать зависимость усилий от величины зазора между сердечниками индуктора.

Для расчета электромагнитных усилий на проводящие пластины примем вначале ширину и длину пластин и индуктора бесконечно большими. Выберем положительные направления осей декартовой системы координат в соответствии с рис. 64. В этой системе координат уравнения электромагнитного поля для области I , занятой пластиной, имеют вид

$$\frac{\partial H_{x1}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z1}}{\partial x} = \gamma E_{y1}, \quad \frac{\partial E_{y1}}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial H_{x1}}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_{y1}}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_{z1}}{\partial t},$$

причем учтено, что $E_{x1} = 0$, $E_{z1} = 0$, $H_{y1} = 0$ и все исследуемые пластины немагнитны ($\mu_1 = \mu_0$).

Составляющие векторов E_1 и H_1 в случае бегущего электромагнитного поля представляются в виде (Л. 1, ч. III, § 87)

$$E_{y1} = E_{my1} \sin(\omega t - \alpha x + \psi_{Ey1}),$$

$$H_{x1} = H_{mx1} \sin(\omega t - \alpha x + \psi_{Hx1}),$$

$$H_{z1} = H_{mz1} \sin(\omega t - \alpha x + \psi_{Hz1}),$$

где $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$, а τ — величина полюсного деления обмотки индуктора.

Представим эти выражения в комплексной форме. Например, для E_{y1} имеем

$$\begin{aligned} \dot{E}_{y1} &= E_{my1} e^{j(\omega t - \alpha x + \psi_{Ey1})} = \\ &= E_{my1} \cdot e^{j\psi_{Ey1}} e^{j(\omega t - \alpha x)} = \dot{E}_{my1} e^{j(\omega t - \alpha x)}. \end{aligned}$$

Аналогично для других составляющих можно написать

$$\dot{H}_{x1} = \dot{H}_{mx1} e^{j(\omega t - \alpha x)}, \quad \dot{H}_{z1} = \dot{H}_{mz1} e^{j(\omega t - \alpha x)}.$$

В комплексной форме уравнения принимают вид

$$\frac{d\dot{H}_{mx1}}{dz} + j\alpha \dot{H}_{mz1} = \gamma_1 \dot{E}_{my1}, \quad \frac{d\dot{E}_{my1}}{dz} = j\omega\mu_0 \dot{H}_{mx1},$$

$$\alpha \dot{E}_{my1} = \omega\mu_0 \dot{H}_{mz1}.$$

Исключив из этой системы уравнений \dot{E}_{my1} и \dot{H}_{mz1} , придем относительно \dot{H}_{mx1} к уравнению

$$\frac{d^2 \dot{H}_{mx1}}{dz^2} = \lambda_1^2 \dot{H}_{mx1},$$

где обозначено $\lambda_1 = \alpha \sqrt{1 + jk}$ и $k = \frac{\omega \mu_0 \gamma_1}{\alpha^2}$.

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$\dot{H}_{mx1} = C_1 e^{\lambda_1 z} + C_2 e^{-\lambda_1 z}.$$

Для области (II) зазора, не занятой пластиной, пренебрегая токами электрического смещения и учитывая, что $\gamma_2 = 0$, получим решение такого же типа, но при $\lambda_2 = \alpha$

$$\dot{H}_{mx2} = C_3 e^{\alpha z} + C_4 e^{-\alpha z}.$$

В силу симметрии поля относительно плоскости xy разыскиваем решение только в области $z > 0$. Установим граничные условия задачи.

1. При симметрии поля $\dot{H}_{mx1} = 0$ для $z = 0$.

2. Представим обмотку индуктора распределенной по бесконечно тонкому слою на поверхности сердечника. Магнитную проницаемость материала сердечника по сравнению с магнитной проницаемостью воздуха принимаем бесконечно большой. Бегущее синусоидально распределенное вдоль оси x магнитное поле может быть осуществлено путем задания на поверхности сердечника бегущей синусоидальной волны поверхностной плотности тока, что эквивалентно заданию подобного же распределения касательной к поверхности сердечника составляющей магнитного поля на поверхности сердечника (Л. 1, ч. III, § 58), которую обозначим через \dot{H}_{mx0} . Итак, вторым граничным условием будет следующее: $\dot{H}_{mx2} = \dot{H}_{mx0}$ при $z = \frac{b}{2}$.

3. При $z = \frac{\Delta}{2}$ на границе раздела проводящая пластина — воздушный зазор должны быть равны касательные составляющие вектора напряженности магнитного поля $\dot{H}_{mx1} = \dot{H}_{mx2}$ и нормальные составляющие вектора магнитной индукции $\dot{B}_{mz1} = \dot{B}_{mz2}$. При условии $\mu_1 = \mu_2$

последнее равносильно равенству нормальных составляющих вектора напряженности магнитного поля $\dot{H}_{mz1} = \dot{H}_{mz2}$. Если учесть, что на основании приведенных выше уравнений электромагнитного поля

$$\dot{H}_{mz1} = j \frac{\alpha}{\lambda_1^2} \frac{d\dot{H}_{mx1}}{dz}$$

и, следовательно,

$$\dot{H}_{mz2} = j \frac{1}{\alpha} \frac{d\dot{H}_{mx2}}{dz},$$

то равенство $\dot{H}_{mz1} = \dot{H}_{mz2}$ эквивалентно условию

$$\frac{\alpha^2}{\lambda_1^2} \frac{d\dot{H}_{mx1}}{dz} = \frac{d\dot{H}_{mx2}}{dz}.$$

Определив на основании граничных условий постоянные C_1, C_2, C_3 и C_4 , получим значения всех составляющих напряженности электрического и магнитного поля. В частности для \dot{H}_{mz1} имеем

$$\dot{H}_{mz1} = j \frac{\alpha}{\lambda_1} \dot{H}_{mx0} \frac{\operatorname{ch} \lambda_1 z}{\operatorname{sh} \frac{\lambda_1 \Delta}{2} \cdot \operatorname{ch} \frac{\alpha}{2} (b - \Delta) + \frac{\alpha}{\lambda_1} \operatorname{ch} \frac{\lambda_1 \Delta}{2} \cdot \operatorname{sh} \frac{\alpha}{2} (b - \Delta)} \quad (*)$$

Для практических расчетов целесообразно воспользоваться приближенным решением, которое может быть получено из формулы (*) при $\frac{b}{\tau} \ll 1$ и $\frac{|\lambda_1| \Delta}{2} \ll 1$, когда аргументы гиперболических функций, входящих в эту формулу, малы. Разлагая гиперболические функции в степенные ряды и ограничиваясь первыми членами рядов, т. е. используя приближенные соотношения $\operatorname{sh} v \approx v$ и $\operatorname{ch} v = 1$, получим

$$\dot{H}_{mz1} \approx \frac{2\dot{H}_{mx0}}{\alpha b} \cdot \frac{j}{1 + jk \frac{\Delta}{b}}.$$

Сделанное нами допущение привело к независимости поля в области пластины от координаты z , что соответ-

вует пренебрежению явлением поверхностного эффекта в пластине. При малой толщине пластины, низкой частоте поля и $\mu_1 = \mu_0$, это допущение практически не приводит к существенным ошибкам при расчете усилий, действующих на пластину.

Мгновенное значение электромагнитного усилия, действующего на элементарный объем dV проводящей пластины, равно

$$\overline{df} = [\bar{\delta} \cdot \bar{B}] dV = \mu_0 [\bar{\delta} \cdot \bar{H}] dV.$$

В рассматриваемом случае эта сила направлена вдоль оси x и создается в результате взаимодействия составляющей вектора плотности тока по оси y и составляющей вектора магнитной индукции по оси z : $df_x = \mu_0 \delta_y \cdot H_z dV$. Магнитное поле в пластине можно представить в виде суммы двух полей: начального поля индуктора при отсутствии пластины и размагничивающего поля, обусловленного вихревыми токами в пластине, аналогичного полю реакции якоря в электрических машинах. При расчете электромагнитной силы следует учитывать только магнитное поле индуктора, так как от собственного размагничивающего магнитного поля вихревых токов результирующее усилие, действующее на всей длине пластины, равно нулю.

Магнитное поле, создаваемое индуктором в области, занятой пластиной, получается непосредственно из выражения для \dot{H}_{mz1} , если положить $\gamma_1 = 0$, что соответствует $k = 0$.

Обозначив напряженность этого поля через \dot{H}_{mz0} , получаем

$$\dot{H}_{mz0} = j \frac{2\dot{H}_{mx0}}{\alpha b}.$$

На основании исходных уравнений поля имеем

$$\dot{\delta}_{my1} = \gamma_1 \dot{E}_{my1} = \frac{\gamma_1 \omega \mu_0}{\alpha} \dot{H}_{mz1} = \alpha \cdot k \cdot \dot{H}_{mz1} = \frac{\alpha k \dot{H}_{mz0}}{1 + j k \frac{\Delta}{b}}.$$

Среднее значение электромагнитной силы df_x подобно расчету средней мощности в цепи переменного тока символическим методом можно найти, взяв вещественную часть произведения комплекса действующего значения

плотности тока на сопряженный комплекс действующего значения магнитной индукции внешнего поля индуктора

$$df_{cp} = \operatorname{Re} \left[\mu_0 \frac{\dot{\delta}_{my1}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\dot{H}_{mz0}}{\sqrt{2}} \right] dV.$$

Подставив в эту формулу выражение для $\dot{\delta}_{my1}$, получим

$$df_{cp} = \frac{\mu_0 \gamma k}{2} H_{mz0}^2 \operatorname{Re} \left[\frac{1}{1 + jk \frac{\Delta}{b}} \right] dV.$$

В исследуемой установке размеры проводящей пластины и индуктора не бесконечны по осям x и y . Постоянство амплитуды бегущего поля по длине индуктора обеспечивается специальными дополнительными катушками на концах сердечников индуктора, но ограниченность ширины пластин приводит к искажению действительного поля по сравнению с расчетным. Схематически картина поля вектора плотности тока в пластине конечной ширины представлена на рис. 65, которая отличается от картины поля плотности тока в бесконечных по ширине пластинах тем, что теперь γ появляются составляющие вектора плотности тока по оси x . Эти составляющие не участвуют в создании полезных усилий в направлении движения поля. За счет увеличения длины линий вектора плотности тока увеличивается сопротивление пластин протеканию вихревых токов, что приводит к уменьшению плотности вихревых токов в пластине и, следовательно, к снижению величины усилия, действующего на пластину конечной ширины по сравнению со случаем $d = \infty$.

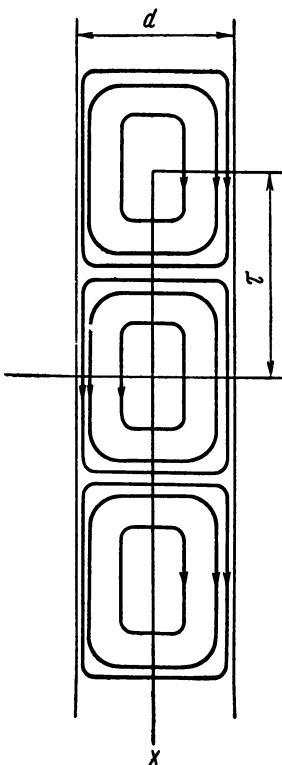


Рис. 65

На основании решения системы уравнений электромагнитного поля можно показать, что, при сделанном ранее допущении независимости поля в пластине от координаты z , учет конечной ширины пластины приводит к появлению в выражении для составляющей вектора плотности тока по оси y дополнительного множителя. И тогда формула для расчета среднего усилия на элемент объема dV проводящей пластины принимает вид

$$df_{\text{cp}} = \frac{\mu_0 \alpha k}{2} H_{mz0}^2 \operatorname{Re} \left[\frac{1 - \frac{\operatorname{ch} \lambda_1 y}{\operatorname{ch} \lambda_1 \frac{d}{2}}}{1 + jk \frac{\Delta}{b}} \right] dV.$$

Полную величину среднего электромагнитного усилия, действующего на пластину, получим путем интегрирования этого выражения по всему объему пластины:

$$f = \frac{B_{mz0}^2}{2\mu_0} \alpha k V \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{1 - \frac{\operatorname{th} \frac{\lambda_1 d}{2}}{\lambda_1 \frac{d}{2}}}{1 + jk \frac{\Delta}{b}} \right], \quad (**)$$

где V — объем пластины, $B_{mz0} = \mu_0 H_{mz0}$ — магнитная индукция поля индуктора в области, занятой пластиной.

Величина B_{mz0} представляет собою магнитную индукцию в середине зазора при отсутствии в нем проводящей пластины. Она определяется на основании измерения э.д.с. в катушках, закрепленных на текстолитовой пластине.

Как видно из формулы (**), для расчета усилий, действующих на пластину, необходимо знать удельную проводимость материала пластин. Поэтому после проведения основных исследований следует измерить сопротивление участка пластин на постоянном токе методом, описанным в работе 1 и подсчитать значение удельной проводимости материала каждой пластины. При выполнении этих измерений следует также фиксировать температуру пластин.

3. Обработка результатов исследования

Выражение (**) позволяет оценить влияние различных факторов на величину электромагнитного усилия, действующего

щего на проводящую пластину в бегущем магнитном поле. В данной работе исследуется только зависимость силы от удельной проводимости материала пластин. Но, как видно из уравнения (**), в которое входит только произведение $\omega\mu_0\gamma_1$, характер зависимости силы от удельной проводимости и частоты один и тот же. При $\gamma_1=0$ ($\omega=0$) и при $\gamma_1=\infty$ ($\omega=\infty$) усилия равны нулю. Физически это понятно, так как первый случай соответствует пластине из изолирующего материала ($\gamma_1=0$) или отсутствию бегущего поля ($\omega=0$), а во втором случае переменное поле полностью отражается от пластины. С увеличением проводимости (частоты) сила вначале возрастает, достигает максимального значения, а затем падает.

Изменение удельной проводимости приводит в формуле (**) только к изменению параметра k , поэтому рекомендуется расчетным путем получить зависимость усилия от параметра k . Для определения индукции B_{m20} магнитного поля индуктора используют данные измерений величин э.д.с., наведенных в катушках, закрепленных на текстолитовой пластине.

Действующее значение напряжения, индуцируемого в измерительной катушке, определяется формулой (Л. 1, ч. II, § 7)

$$U = 4 \cdot k_f \cdot f \cdot \omega \Phi_m.$$

Для магнитного потока, сцепляющегося с измерительной катушкой, в соответствии с размерами катушки, указанными на рис. 63, имеем

$$\begin{aligned} \Phi &= d \int_0^\tau B dx = d \int_0^\tau B_m \sin(\omega t - \alpha x + \psi_B) dx = \\ &= \frac{2dB_m}{\alpha} \cos(\omega t + \psi_B). \end{aligned}$$

Определив отсюда максимальное значение потока

$$\Phi_m = \frac{2dB_m \cdot \tau}{\pi},$$

из выражения для э.д.с., индуцированной в катушке, получим

$$B_m = \frac{\sqrt{2} U}{4\tau \cdot f \cdot \omega d}.$$

В качестве расчетной величины B_{mzo} в формуле (**) берут среднее значение индукций, определенных по величинам э.д.с. в трех измерительных катушках.

После построения расчетной зависимости усилия от параметра k на этот же график наносятся экспериментально полученные точки. Для этого по измеренной при постоянном токе удельной проводимости γ_{10} материала каждой из пластин рассчитывают удельную проводимость γ_1 , соответствующую температуре пластины, помещенной в зазор индуктора, при измерении электромагнитных усилий:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{10}}{1 + \beta(t - t_0)},$$

где t_0 — температура пластины при измерении удельного сопротивления при постоянном токе, t — температура пластины при измерении усилия, β — температурный коэффициент сопротивления.

Имея величину удельной проводимости материала каждой пластины, рассчитывают значения параметра k для исследованных вариантов.

Следует оценить степень расхождения опытных и расчетных данных, уяснить, в сторону увеличения или уменьшения расчетного усилия приводят сделанные при теоретическом анализе допущения, в какую сторону могут исказить результаты некоторые неучтенные теоретически факторы, проявляющиеся в условиях эксперимента. Например, несимметрия приложенной к обмоткам индуктора трехфазной системы напряжений привела бы к появлению обратной последовательности в этой системе напряжений (Л. 1, ч. II, § 83). Следовательно, появилось бы поле, бегущее в направлении, противоположном направлению движения основного поля индуктора, что привело бы к появлению дополнительного противодействующего усилия, снижающего величину измеренной силы, по сравнению с расчетной.

Литература. [Л. 1, 19, 22, 23].

МОДЕЛИРОВАНИЕ И МАШИННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Наряду с теоретическим расчетом и непосредственным экспериментальным исследованием электрических и магнитных полей большое практическое значение приобрело исследование этих полей путем моделирования. В основу моделирования положен тот факт, что многие поля описываются одними и теми же уравнениями. Например, постоянное поле в диэлектрике при отсутствии объемных зарядов, постоянное магнитное поле в области вне токов и постоянное электрическое поле в проводящей среде в области вне источников э.д.с. описываются аналогичными уравнениями, имеющими соответственно вид:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U), \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = 0.$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0 \quad (\mathbf{H} = -\operatorname{grad} U_m), \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \quad (\mathbf{E} = -\operatorname{grad} U), \quad \mathbf{\delta} = \gamma \mathbf{E}, \quad \operatorname{div} \mathbf{\delta} = 0.$$

Поэтому, если одинаковы геометрические конфигурации областей пространства, в которых существуют эти поля, если аналогичны граничные условия на границах областей и если подобны относительные распределения значений ε , μ и γ внутри областей, то картины этих полей будут подобны друг другу.

Это обстоятельство может быть использовано для моделирования одного поля другим. Проще всего и с наибольшей точностью удастся экспериментально исследовать электрическое поле в проводящей среде. Поэтому естественно исследование постоянных электрических полей в диэлектрике и постоянных магнитных полей вне токов заменять ис-

следованием электрического поля в проводящей среде на соответствующих моделях. Важно при этом, чтобы при моделировании было соблюдено геометрическое подобие областей, в которых существует поле, а также соблюдены требуемые граничные условия. Если среда однородна, то требование правильного распределения значений γ внутри области отпадает.

Для исследования плоскопараллельных полей могут быть использованы металлические листы или листы из проводящей бумаги, вырезанные по определенной фигуре, изображающей область исследуемого поля.

Для исследования как плоскопараллельных, так и пространственных полей широко используется метод моделирования в электролитической ванне.

Сплошную среду электрической модели можно заменить, допуская известную степень приближения, большим числом элементов, составленных из сопротивлений, т. е. заменить, как говорят, электрической решеткой или сеткой. Этот метод может быть распространен и на исследование переменных полей, уже не описываемых уравнением Лапласа. Переменные электромагнитные поля отличаются от постоянных электрических и магнитных полей тем, что в них появляются токи электрического смещения и индуцируемые переменным магнитным потоком э.д.с. В электрической сеточной модели это можно учесть введением помимо сопротивлений также конденсаторов и индуктивных катушек. Основанные на этом принципе сеточные модели носят название электроинтеграторов.

В ряде случаев для решения сложных задач расчета поля используют цифровые, а иногда и аналоговые вычислительные машины. Пример использования электронной аналоговой машины приведен в работе 25.

Работа 19

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ И ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ КАБЕЛЯ ПОЛЕМ ТОКА В ПРОВОДЯЩЕМ ЛИСТЕ

1. Описание установки

Один из вариантов установки состоит из плоского круглого железного листа, на окружности которого располо-

жены зажимы для подвода и отвода тока (рис. 66). На листе нанесена неглубокими царапинами прямоугольная сетка, служащая для определения координат точек на поверхности листа. Зажимы размещены парами, причем в каждой паре зажимы расположены симметрично по отношению к средней диаметральной линии AB . К какой-либо из этих пар зажимов подводится постоянное напряжение, и через лист пропускается постоянный ток порядка 20—25 а.

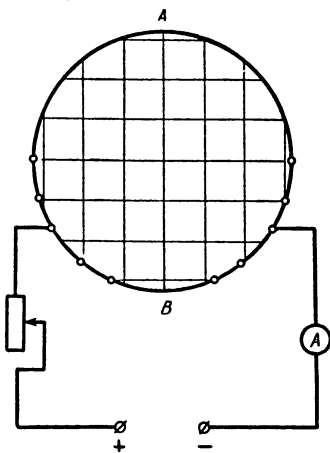


Рис. 66

Постоянство силы тока во время опыта поддерживается регулировочным реостатом. Установка содержит щуп и гальванометр для получения

опытным путем линий равного потенциала. Провода от гальванометра присоединяют к щупу и к одному из свободных зажимов на листе.

В качестве другого варианта вместо металлического листа используется проводящая бумага. Преимущество бумаги заключается в возможности вырезывания из нее листов любой формы, соответствующей форме исследуемых объектов. В частности, на такой модели исследуют электрическое поле трехжильного кабеля. Подвод тока осуществляют при помощи металлических электродов, прижатых к поверхности проводящей бумаги. Форма этих электродов должна соответствовать форме проводящих тел объекта. В случае трехжильного кабеля токоподводящие электроды имеют форму сечения жил и оболочки кабеля.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является получение экспериментальным путем на вышеописанном устройстве картины поля тока в проводящем листе, аналогичной картине электрического поля в диэлектрике вокруг проводов двухпроводной линии передачи или в трехжильном кабеле.

Цель работы заключается в уяснении на данном примере аналогии между картинками поля тока в проводящей среде и электрического поля в диэлектрике при одинаковых граничных условиях.

В случае электростатического поля в диэлектрике, окружающем систему заряженных проводящих тел, граничным условием у поверхностей проводящих тел является постоянство электрического потенциала на каждой из поверхностей и, соответственно, перпендикулярность линий напряженности поля к этим поверхностям.

В случаях, когда мы имеем дело с полем электрического тока, растекающегося в среде со сравнительно небольшой удельной проводимостью, например в земле, обычно для введения тока в эту среду служат погруженные в нее металлические электроды с весьма высокой удельной проводимостью по сравнению с удельной проводимостью окружающей их среды.

Если принять удельную проводимость электродов равной бесконечности, то падение напряжения вдоль электродов при прохождении по ним тока будет равно нулю и, следовательно, поверхности электродов явятся поверхностями равного потенциала.

В этом случае граничные условия для поля тока в среде, окружающей электроды, совпадают с граничными условиями для электростатического поля в диэлектрике, окружающем заряженные проводящие тела. Уравнения поля постоянного тока в проводящей среде аналогичны уравнениям электростатического поля в диэлектрике, причем величинам δ , i , E , U , γ (плотность тока, ток, напряженность поля, потенциал, удельная проводимость) в первом поле соответствуют во втором поле величины D , q , E , U , ϵ (электрическое смещение, количество электричества, напряженность поля, потенциал, диэлектрическая проницаемость). Поэтому, если форма поверхностей электродов будет такая же, как форма поверхностей заряженных тел, и если соотношение между вытекающими из электродов токами будет таким же, как соотношение между зарядами тел, то картина поля тока в бесконечной проводящей среде, окружающей электроды, будет такой же, как картина электростатического поля, окружающего заряженные тела.

В частности, если представить себе два цилиндрических бесконечно длинных параллельных электрода кругового

сечения с бесконечной удельной проводимостью, окруженных бесконечной средой с конечной удельной проводимостью, то при наличии напряжения между электродами картина поля тока в среде, окружающей электроды, должна полностью совпадать с картиной электрического поля в диэлектрике, окружающем заряженную двухпроводную линию передачи.

Поэтому в соответствии с тем, что нам известно о картине электрического поля двухпроводной линии (Л. 1, ч. III, § 20), мы можем утверждать, что линии тока в проводящей среде являются окружностями, проходящими через электрические оси электродов, и линии равного потенциала в плоскостях, перпендикулярных осям электродов, составят семейство эксцентрических окружностей с центрами на прямой, проходящей через оси электродов. Если диаметры сечений электродов малы по сравнению с расстоянием между ними, то электрические оси практически совпадают с геометрическими осями электродов.

Для исследования такого поля нет необходимости располагать бесконечной проводящей средой с бесконечно длинными электродами. Достаточно из всей среды вырезать ее часть, ограниченную со всех сторон линиями тока. Именно такой частью и является исследуемый круглый плоский железный лист. Поверхность исследуемого листа, как граница проводящей среды, образует собою совокупность линии тока.

Плоские поверхности листа соответствуют двум плоскостям, перпендикулярным бесконечно длинным электродам или, соответственно, проводам линии передачи. Линии напряженности в поле линии передачи параллельны этим плоскостям. Боковая цилиндрическая поверхность листа соответствует цилиндрическим поверхностям, образованным в электрическом поле линии передачи линиями напряженности, являющимися дугами окружностей одинакового радиуса.

При выполнении работы в лаборатории получают на листе семейство линий равного потенциала. При этом пользуются тем же методом, что в работах 1, 2. Одну из линий равного потенциала совмещают со средней диаметральной линией *AB* (рис. 66), чтобы картина поля получилась симметричной относительно нее. Затем проводят на небольшом расстоянии от точки подвода тока крайнюю линию равного потенциала.

Падение напряжения между этой крайней линией и средней делят на равное число частей, соответственно чему выстраивают остальные линии.

В случае исследования поля на железном листе полученную картину переносят на лист бумаги.

Электрическое поле трехжильного кабеля при приложении к жилам переменной симметричной системы трехфазного напряжения будет меняться с течением времени, и, строго говоря, такое поле не является электростатическим. Однако для каждого момента времени при небольших частотах картина электрического поля трехжильного кабеля будет практически такой же, как картина для электростатического поля, если к жилам по отношению к оболочке приложить постоянные разности потенциалов, равные мгновенным значениям фазных напряжений. Следовательно, если к электродам модели, имитирующим жилы в кабеле, прикладывать по отношению к электроду, имитирующему оболочку, разность потенциалов, определяемую мгновенными значениями фазных напряжений, то можно на модели исследовать электрическое поле трехжильного кабеля в данный момент времени. Например, для показанного на диаграмме (рис. 67) расположения векторов U_{m1} , U_{m2} , U_{m3} для мгновенных значений имеем

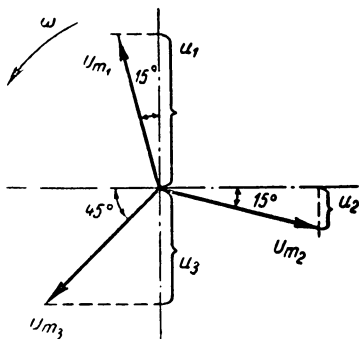


Рис. 67

Например, для показанного на диаграмме (рис. 67) расположения векторов U_{m1} , U_{m2} , U_{m3} для мгновенных значений имеем

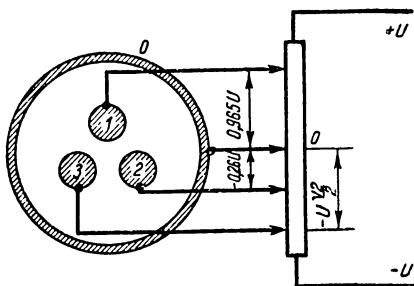


Рис. 68

$$u_1 = U_{m1} \cos 15^\circ, \quad u_2 = -U_{m2} \sin 15^\circ, \quad u_3 = -U_{m3} \sin 45^\circ.$$

Или, если принять $U_{m1} = U_{m2} = U_{m3} = U$, то $u_1 = 0,965U$; $u_2 = -0,26U$; $u_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2}U$. При помощи делителя напряжения (рис. 68) расчетные значения потенциалов задают жилам 1, 2 и 3. Делитель напряжения следует брать низкоомным, чтобы сопротивление между электродами по бумаге оказалось примерно на два порядка выше, чем сопротивление делителя. Если нет ориентировочных данных, следует в начале опыта измерить сопротивление между жилами при помощи мостовой схемы и соответственно подобрать сопротивление делителя.

3. Обработка результатов исследования

На тот же рисунок, на котором изображена полученная экспериментальным путем для первого варианта установки картина линий равного потенциала, наносят рассчитанные теоретически линии равного потенциала и линии напряженности. Линии равного потенциала в этом случае суть окружности с центрами на прямой, проходящей через центры зажимов, служащих для подвода тока (рис. 66). Расстояния центров этих окружностей от средней прямой линии AB равного потенциала определяются формулой (Л. 1, ч. III, § 20)

$$|x_0| = \frac{1 + k^2}{|1 - k^2|} b$$

и радиусы их находятся из выражения

$$R = \frac{2k}{|1 - k^2|} b,$$

где b — половина расстояния между центрами зажимов для подвода тока. При этом берется расстояние между геометрическими центрами, так как вследствие малого радиуса сечений зажимов по сравнению с расстоянием между ними электрические оси изображаемых ими проводов линии можно считать совпадающими с геометрическими осями проводов. Зажимы закреплены так, что их центры лежат на окружности листа. Число k характеризует рассматриваемую линию равного потенциала и равно отношению расстояний любой точки этой линии до электрических осей проводов. Для средней линии $k=1$. Для крайней линии число k

выбирают так, чтобы построенная теоретически крайняя линия прошла через точку пересечения полученной экспериментальным путем крайней линии с отрезком, соединяющим центры зажимов. Числа k для остальных линий следует выбрать так, чтобы общее число рассчитанных теоретически линий было равно числу полученных экспериментально и чтобы приращения потенциала между всеми соседними теоретическими линиями были всюду одинаковыми (Л. 1, ч. III, § 20).

Окружностей, изображающие линии напряженности поля, рекомендуется построить так, чтобы весь лист был разделен на целое число трубок равного тока, что соответствует делению электрического поля двухпроводной линии на трубки равного потока электрического смещения. Кроме того, желательно число трубок тока выбрать так, чтобы средняя длина и средняя ширина ячейки сетки поля были по возможности равны друг другу.

Линии тока суть окружности, проходящие через центры зажимов, служащих для подвода тока.

Пусть ϑ — угол, под которым виден отрезок, соединяющий центры зажимов, из точек, лежащих на линии

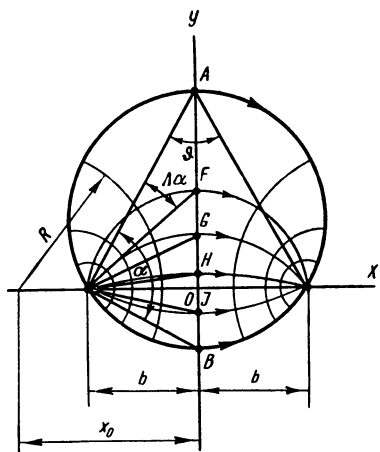


Рис. 69

тока (рис. 69). Чтобы линии тока делили пространство на трубки равного тока, необходимо, как известно из теоретического курса (Л. 1, ч. III, § 20), строить эти линии одну за другой так, чтобы угол ϑ при переходе от каждой линии к соседней увеличивался на одну и ту же величину $\Delta\vartheta$.

Практически это осуществить проще всего следующим образом. Проводим из центра одного зажима прямые к концам

диаметра AB . Угол α между этими прямыми делим на равные части $\Delta\alpha$, число которых равно выбираемому числу трубок тока. Проводим лучи, отстоящие друг от друга на угол $\Delta\alpha$. Точки пересечения F, G, H, J этих лучей с диаметром AB лежат на искомах линиях тока.

Картину линии равного потенциала, полученную экспериментально на втором варианте установки, моделирующей трехжильный кабель, следует дополнить линиями тока согласно правилам (Л. 1, ч. III, § 23), изложенным в первой работе.

Литература. [Л. 1, 25, 26, 27].

Работа 20

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ ПОЛЕМ ТОКА В ПРОВОДЯЩЕМ ЛИСТЕ

1. Описание установки

Основной вариант установки состоит из фигурного плоского железного листа (рис. 70). Очертание листа имеет характер очертания пространства около стальных частей электрической машины (рис. 71) в сечении, перпендикулярном к оси машины. Линия $abcd$ представляет собою очертание полюса; линия de пересекает воздушный зазор под серединой полюса; линия ef представляет собою границу якоря; линия fg проходит по середине междуполюсного пространства и, наконец, линия ga представляет собою границу ярма.

К исследуемому листу (рис. 70) ток подводится через массивный латунный брусок, припаянный к листу по линии de . Так как удельная проводимость материала бруска больше удельной проводимости материала листа и толщина бруска значительно превосходит толщину листа, то падением напряжения в бруске можно пренебречь и считать линию de линией равного электрического потенциала. Линия dcb как граница проводящего листа является линией тока. Точно так же линия $efga$ является линией тока. Между линиями dcb и $efga$ проходит по листу весь ток. Ток отводится при помощи проволок с зажимами, припаянных к листу вдоль линии ab . При помощи реостатов можно изменять распределение тока между этими проволоками, т. е. изменять распределение тока вдоль линии ab . В общую цепь включают еще один реостат для поддержания постоянства

общего тока в листе. Для нахождения линий равного потенциала на поверхности листа при прохождении по нему тока

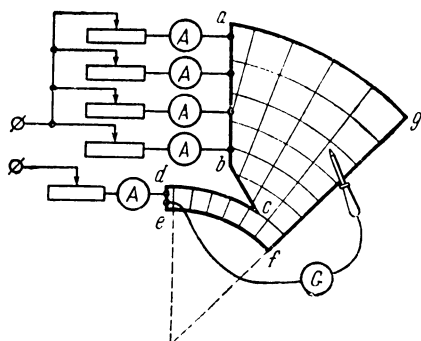


Рис. 70

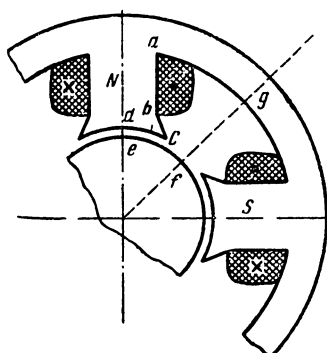


Рис. 71

используют гальванометр с щупом. К щупу присоединяют один зажим гальванометра. Другой зажим гальванометра присоединяют к специальному зажиму, имеющемуся на бруске, припаянном к листу по линии *de*.

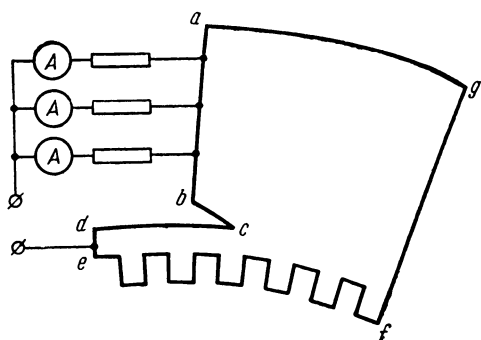


Рис. 72

На дополнительной установке, осуществляемой при помощи проводящей бумаги, производится исследование магнитного поля электрической машины с учетом наличия зубчатости якоря. Лист проводящей бумаги вырезают таким образом, чтобы его основная конфигурация повторяла

конфигурацию воздушной полости электрической машины, моделируемой с помощью железного листа, но с учетом зубчатости (рис. 72).

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является получение экспериментальным путем на вышеописанном устройстве картины поля тока в проводящем листе, аналогичной картине магнитного поля в воздушном пространстве около полюсов электрической машины. Цель работы заключается в уяснении на данном примере аналогии между картинками поля тока в проводящей среде и магнитного поля в части пространства, в котором отсутствуют электрические токи, при аналогичных граничных условиях.

Исследуя магнитное поле в воздухе около полюса электрической машины (рис. 71), можно принять магнитную проницаемость материала полюса, ярма и якоря равной бесконечности. В таком случае линии dcb , ef и ga (рис. 71) являются линиями равного магнитного потенциала. Линия fg является также линией равного магнитного потенциала. Действительно, магнитные линии потока рассеяния, идущие от северного полюса к южному в пространстве между полюсами, должны пересекать линию fg под прямым углом вследствие симметричного расположения полюсов по отношению к ней. Следовательно, линия fg есть линия равного магнитного потенциала, и потенциал этой линии такой же, как и потенциал на поверхности якоря и на поверхности ярма, т. е. на линиях ef и ag .

Итак, при принятом предположении, что магнитная проницаемость стали бесконечно велика по сравнению с магнитной проницаемостью воздуха, линия $efga$ есть линия одного и того же магнитного потенциала и линия dcb — линия другого потенциала. Разность магнитных потенциалов между этими линиями равна той части магнитодвижущей силы, которая определяется магнитным потоком в воздушном зазоре машины и магнитным сопротивлением воздушного зазора.

Принятое допущение, что магнитная проницаемость стали бесконечно велика по сравнению с магнитной проницаемостью воздуха, эквивалентно допущению, что магнитное сопротивление пути потока по стальным частям машины

бесконечно мало по сравнению с магнитным сопротивлением воздушного зазора. В таком случае разность магнитных потенциалов между линиями dcb и $efga$ равна полному току $i\omega$ катушки, расположенной на одном полюсе, причем i — ток в обмотке этой катушки, а ω — число ее витков. Так как в пространстве, занятом самой катушкой, понятие скалярного магнитного потенциала не применимо ввиду того, что в этом пространстве протекает электрический ток, то для построения поля прибегают иногда к следующему приближенному методу. Предполагают для расчета, что катушка имеет бесконечно малую толщину и прилегает непосредственно к поверхности сердечника полюса, т. е. сжимают сечение катушки к линии ab . При построении картины поля во всем пространстве, ограниченном контуром $abcdefga$, можно пользоваться понятием скалярного магнитного потенциала, так как во всем этом пространстве нет электрических токов. Вдоль линии ab магнитный потенциал в воздухе изменяется на величину магнитодвижущей силы, развиваемой катушкой. Распределение магнитодвижущей силы вдоль линии ab зависит от распределения витков катушки вдоль сердечника полюса.

Заметим, что магнитные линии в воздухе должны подходить перпендикулярно к линиям dcb и $efga$, как к линиям равного потенциала. К линии же ab магнитные линии подходят не под прямым углом, так как вдоль линии ab в воздухе магнитный потенциал изменяется.

Ограничимся рассмотрением поля в средней части машины, т. е. в перпендикулярной к валу машины плоскости, пересекающей машину в ее средней части. В первом приближении в средней части машины поле можно считать плоскопараллельным, таким же, как для бесконечно длинной машины. Соответственно можно принять, что функция потока V_m и скалярный магнитный потенциал U_m в этой области удовлетворяют уравнению Лапласа для плоскопараллельного поля (Л. 1, ч. III, § 49)

$$\frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 U_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_m}{\partial y^2} = 0.$$

Уравнение линий напряженности магнитного поля может быть написано в форме

$$V_m = \text{const},$$

и уравнение линий равного магнитного потенциала имеет вид

$$U_m = \text{const.}$$

Линии равного потенциала пересекаются с линиями напряженности всюду под прямым углом.

Обращаясь к исследуемому железному листу (рис. 70), мы легко можем установить аналогию электрического поля тока в этом листе с магнитным полем в исследуемой области (рис. 71) электрической машины.

Электрическое поле в листе также является плоскопараллельным и, соответственно, уравнения Лапласа для электрического потенциала U для функции V в листе имеют вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \text{ и } \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0.$$

Уравнение линий равного электрического потенциала имеет вид

$$U = \text{const.},$$

и уравнение линии напряженности электрического поля может быть записано в форме

$$V = \text{const.}$$

Лист изготовлен из однородного и изотропного в отношении электрической проводимости материала и, следовательно, между векторами плотности тока δ и напряженности электрического поля существует простая зависимость: $\delta = \gamma E$, где γ — удельная проводимость материала листа. Поэтому линии напряженности электрического поля одновременно являются и линиями электрического тока. Следовательно, уравнение

$$V = \text{const}$$

является уравнением линий тока.

Линии тока пересекаются с линиями равного электрического потенциала всюду под прямым углом.

Граничные линии dcb и $efga$ в случае листа (рис. 70) являются линиями тока, а в случае машины (рис. 71) являются линиями равного магнитного потенциала.

Ток, входящий в лист по линии *de* и выходящий из листа по линии *ba*, соответствует падению магнитного потенциала или магнитодвижущей силе вдоль линий *de* и *ba* в машине. Отсюда ясно, что при одинаковом распределении тока в листе и магнитодвижущей силы в машине вдоль линий *de* и *ba* картина электрического поля в листе будет совпадать с картиной магнитного поля в машине. При этом линии тока в листе будут соответствовать линиям равного магнитного потенциала в машине, и линии равного электрического потенциала в листе будут соответствовать линиям напряженности магнитного поля в машине.

Требуемое распределение вдоль линии входящего в лист тока достигается автоматически благодаря тому, что сопротивление латунного бруска, припаянного к листу по этой линии, весьма мало. Вследствие этого линия *de* является на листе линией равного электрического потенциала. В машине она должна быть линией напряженности магнитного поля. Таким образом, граничные условия вдоль этой линии оказываются соответственными.

Требуемое распределение вдоль линии *ba* выходящего из листа тока, соответствующее распределению магнитодвижущей силы по высоте сердечника полюса, т. е. распределению витков обмотки намагничивающей катушки, достигается при помощи реостатов, приключенных к проволокам, припаянным к листу по линии *ba* (рис. 70).

Работа в лаборатории заключается в получении экспериментальным путем на поверхности фигурного листа картины линий равного электрического потенциала, эквивалентной картине линий напряженности магнитного поля в электрической машине. Метод получения на листе картины линий равного электрического потенциала тот же самый, что и в предыдущих работах. Линии равного потенциала наносятся одна за другой так, чтобы приращение потенциала между соседними линиями всюду было одним и тем же. Это соответствует разделению картины магнитного поля на трубки равного магнитного потока. Картину поля получают при равномерном и при заданном неравномерном распределении тока вдоль линии *ba*.

Полученную на железном листе картину поля переносят с возможной точностью на чертеж на листе бумаги. Этот перенос облегчается тем, что на железном листе нанесена тонкими царапинами координатная сетка, состоящая из радиальных прямых и дуг окружностей.

3. Графическое построение поля и обработка результатов исследования

Для случая равномерного распределения витков намагничивающей катушки на сердечнике полюса машины предлагается построить графически ту же картину магнитного поля, которая была найдена экспериментальным путем на модели. При этом (Л. 1, ч. III., § 58) должны быть удовлетворены следующие условия:

1) линии напряженности поля и линии равного магнитного потенциала должны пересекаться всюду под прямым углом;

2) поверхности железных частей машины там, где вдоль них не протекают электрические токи, следует считать поверхностями равного магнитного потенциала, и линии напряженности поля в воздухе следует проводить перпендикулярно к ним;

3) ячейки сетки, образованной линиями напряженности поля и линиями равного потенциала, при достаточной густоте сетки, должны быть приблизительно подобны друг другу, т. е. отношение средней длины Δl ячейки в направлении линии напряженности поля к средней ширине Δa ячейки в направлении линий равного потенциала должно быть одинаковым для всех ячеек.

Практически поступают следующим образом. Начинают построение поля в средней части воздушного зазора между полюсом и якорем. Для рассматриваемого случая гладкой поверхности якоря при постоянной ширине h зазора это поле легко построить, при этом в области около середины полюса можно пренебречь влиянием края полюса. В таком случае линии напряженности поля являются радиальными прямыми, сходящимися на оси машины, а линии равного потенциала — дугами окружностей с центрами на оси машины. Очевидно, напряженность магнитного поля при этом изменяется обратно пропорционально расстоянию r до оси машины:

$$H = H_0 \frac{r_0}{r},$$

причем r_0 — радиус окружности якоря и H_0 — значение H при $r=r_0$. Магнитный потенциал U_m на расстоянии r от оси машины определяется интегралом:

$$U_{m0} - U_m = \int_{r_0}^r \mathbf{H} dr,$$

где U_{m0} — значение U_m при $r=r_0$, т. е. на поверхности якоря.

Под северным полюсом линии напряженности поля направлены к оси машины и, следовательно, $\mathbf{H} dr = -H dr$. Таким образом, под северным полюсом

$$U_m - U_{m0} = - \int_{r_0}^r \mathbf{H} dr = \int_{r_0}^r H dr = \int_{r_0}^r H_0 r_0 \frac{dr}{r} = H_0 r_0 \ln \frac{r}{r_0}.$$

Воздушный зазор следует разделить линиями равного магнитного потенциала на целое число m интервалов равных приращений потенциала ΔU_m . Следовательно,

$$m \cdot \Delta U_m = U_{mp} - U_{m0},$$

где U_{mp} — значение U_m при $r=R$ на поверхности полюса. Имеем

$$m (U_{v+1} - U_v) = m H_0 r_0 \ln \frac{r_{v+1}}{r_v} = H_0 r_0 \ln \frac{R}{r_0}.$$

Таким образом, отношение радиусов $(v+1)$ -й и v -й линий равного потенциала определяется через отношение радиусов R и r_0 формулой

$$m \ln \frac{r_{v+1}}{r_v} = \ln \frac{R}{r_0}, \quad \text{или} \quad \frac{r_{v+1}}{r_v} = \sqrt[m]{\frac{R}{r_0}}.$$

Выбрав число m , вычисляют радиусы линий равного потенциала и проводят эти линии в области постоянной ширины воздушного зазора, не доводя до края зазора приблизительно на расстояние, равное ширине зазора, так как дальше поле уже будет иметь иной характер.

Линии напряженности поля, являющиеся в этой области радиальными прямыми, проводят друг от друга на таком расстоянии, чтобы средняя ширина Δa ячейки сетки поля равнялась ее длине Δn , т. е. чтобы сетка состояла из криволинейных квадратов. Затем продолжают построение сетки поля в пространстве между полюсами. При этом рекомендуется поступать следующим образом.

Сначала продолжают линии равного потенциала в области между полюсами так, как это кажется правильным.

Эти линии должны все закончиться на линии ba , к которой условно сжата вся обмотка катушки полюса. Расположение на линии ba точек, к которым должны подходить линии равного потенциала, зависит от распределения магнитодвижущей силы вдоль линии ba , т. е. от распределения витков обмотки по высоте сердечника полюса. При равномерном распределении витков и эти точки должны распределиться равномерно на равных расстояниях друг от друга (линии равного потенциала не должны подходить перпендикулярно к линии ba). Затем проводят отрезки линий напряженности поля *только* между контуром полюса и ближайшей к нему линией равного потенциала. При этом следят за тем, чтобы эти отрезки были перпендикулярны и к контуру полюса и к ближайшей к нему линии равного потенциала и чтобы они делили полосу на криволинейные квадраты.

Построенные таким образом отрезки линий напряженности поля продолжают, следя при этом сначала *только* за тем, чтобы соблюдались вышеприведенные первое и второе условия, т. е. стремясь *только* к тому, чтобы линии напряженности поля пересекались со всеми линиями равного потенциала под прямым углом и подходили под прямым углом к линии $efga$. Вслед за тем проверяют построенную таким образом сетку поля, удовлетворяет ли она третьему условию, согласно которому все ячейки сетки должны иметь отношение средней ширины к средней длине, равным единице. Если линии равного потенциала были проведены неправильно, то это условие не удовлетворяется, причем сразу становится ясным, в какую сторону следует их подвинуть на рисунке. Осуществив на глаз такую поправку в расположении линий равного потенциала, вновь производят построение линий напряженности поля в том же порядке и проверяют новую сетку поля. После нескольких таких последовательных построений удастся получить сетку поля, хорошо удовлетворяющую всем трем вышеуказанным требованиям. Линии напряженности поля на окончательно построенной сетке поля следует снабдить стрелками. На эту сетку наносят пунктиром или карандашом другого цвета линии напряженности поля, полученные опытным путем на модели. Их направление должно быть в согласии с построенной графически сеткой.

Из полученных опытным путем картин поля для разных распределений витков катушек полюса определяют отношение магнитного потока рассеяния, линии которого не

проходят в якорь, к полезному потоку, входящему в якорь. Для нахождения этого отношения достаточно подсчитать число трубок потока рассеяния и число трубок полезного потока и разделить эти числа друг на друга, так как при соблюдении вышеуказанных требований все поле оказывается разделенным линиями напряженности поля на трубки равного потока. Может, конечно, оказаться, что число трубок каждого из указанных потоков не будет целым. Так, одна из трубок может заканчиваться частично на поверхности якоря и частично на линии fg . Ее поток будет относиться частично к полезному потоку и частично к потоку рассеяния. Чтобы правильно разделить эту трубку, необходимо провести линию напряженности поля из точки f . Точка f есть особая точка поля, напряженность поля в которой равна нулю. Справа от нее линии напряженности поля входят в якорь, слева — выходят из него. Можно показать, что линия напряженности поля, выходящая из точки f , должна при выходе из этой точки быть касательной к прямой, расположенной под углом $\frac{\pi}{4}$ и к линии fg и к касательной в

точке f к линии fe . Начав вести линию напряженности поля из точки f в этом направлении, ведут ее далее между уже построенными линиями напряженности поля так, чтобы она располагалась по отношению к ним наиболее естественно. После построения такой линии становится ясным, в каком отношении следует разделить поток в рассматриваемой трубке на полезный поток и поток рассеяния.

Отношение потока рассеяния к полезному потоку получается разным для разного распределения витков катушки по высоте сердечника полюса. Необходимо уяснить в качественном отношении характер этой зависимости.

Заметим, что в исследуемом листе ширина $h=de$ той его части, которая изображает воздушный зазор между полюсом и якорем, сильно утрирована. Обычно в машинах отношение ширины зазора к полюсной дуге берется значительно меньшим, чем на листе, изображенном на рис. 70. Однако это отклонение от реальных соотношений размеров сделано сознательно для того, чтобы лучше выявить характер поля у края полюса. Заметим также, что предположение бесконечно большой магнитной проницаемости железных частей машины недопустимо при расчете требуемой магнитодвижущей силы, создаваемой катушками полюсов, но вполне допустимо для построения картины поля, если по-

люсные наконечники и железо якоря вблизи его поверхности не насыщены.

Наибольшее расхождение с действительностью имеет место у края полюса вблизи точки c , так как в этой точке в случае $\mu = \infty$ получается $B = \infty$. В действительности в этом месте железо насыщается, и μ , а следовательно, и B оказываются конечными.

В варианте с проводящей бумагой следует на основе определенных экспериментальным путем линий равного потенциала графическим способом нарисовать линии напряженности поля. При графическом построении линий напряженности нужно руководствоваться правилами, изложенными в первой работе.

На основе полученных картин полей определяют величину магнитного сопротивления (или проводимости) и выясняют степень влияния зубчатости якоря.

Литература. [Л. 1, 19, 25, 26, 27].

Работа 21

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСТЕКАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ И СОПРОТИВЛЕНИЯ ЗАЗЕМЛЕНИЙ

1. Описание установки

Исследование производят в железных баках, наполненных водою, в которую погружают различные металлические электроды. Баки с внутренней стороны покрыты для предохранения от коррозии защитными покровами и снабжены в нижней части кранами для сливания воды. Баки имеют размеры, достаточно большие по сравнению с размерами электродов. Это необходимо для того, чтобы форма баков сказывалась возможно мало на результатах измерений. В лаборатории используются: круглый цилиндрический бак с высотой 55 см и с диаметром дна 50 см; прямоугольный бак с высотой 55 см и с квадратным дном, имеющим стороны 50 см; прямоугольный бак с высотой 60 см и с прямоугольным дном, имеющим стороны 40 см и 80 см. На всех баках имеются зажимы для подвода к ним тока. Баки расположены

на подставках такой высоты, чтобы было удобно с ними работать.

На баках имеются устройства (рис. 73) для перемещения и закрепления электродов и зонда, служащего для измерения потенциала. Эти устройства снабжены шкалами для

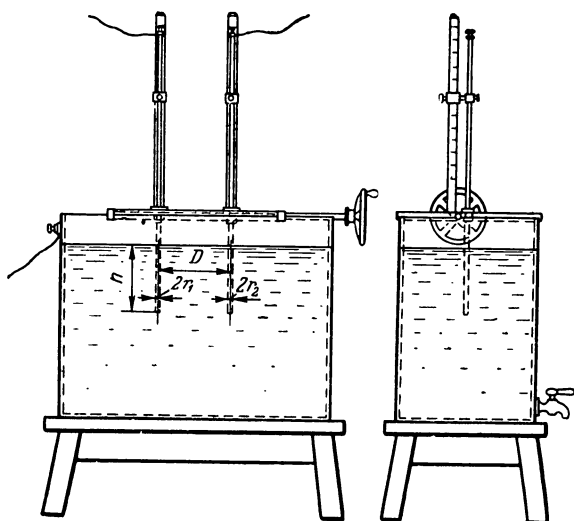


Рис. 73

отсчета глубины погружения электродов в воду и расстояния между электродами при двух электродах, а также шкалой для определения положения зонда по отношению к электродам. На металлических держателях электродов имеются зажимы для подвода тока. Электроды и зонд изолированы друг от друга и от бака.

В качестве электродов используются круглые стержни с диаметрами от 5 мм до 10 мм, а также шар с диаметром около 60 мм, закрепленный на тонком стержне с диаметром порядка 4 мм. Электроды изготовлены из стали или из латуни и отникелированы. Шаровой электрод имеет черту, проведенную по горизонтальному большому кругу. Пользуясь этой чертой, легко установить погружение шарового электрода в воду точно на его половину.

Проводящей средой, в которой протекает ток от электрода к стенкам бака или между электродами, является вода, взятая из водопровода. Для определения удельной прово-

димости γ воды используют цилиндрический стеклянный сосуд, в котором измеряют сопротивление столба воды между двумя плоскими металлическими дисками (рис. 74). К нижнему диску ток подводится при помощи проволоки, продетой в стеклянную трубочку, проходящую по оси сосуда сквозь отверстие в верхнем диске. К верхнему диску также припаяна проволока для подвода тока. Внутренний диаметр сосуда 5,8 см, диаметр трубочки 1,4 см. Следовательно, сечение столба воды, по которому проходит ток, равно

$$s = \frac{\pi}{4} (5,8^2 - 1,4^2) = 24,9 \text{ см}^2.$$

Измерив сопротивление R столба воды в сосуде, вычисляют удельную проводимость по формуле

$$\gamma = \frac{l}{Rs},$$

где l — длина столба воды между дисками.

Измерение сопротивления растеканию тока от электродов в баках, а также измерение сопротивления столба воды в цилиндрическом сосуде производится мостовым методом (рис. 75). Исследуемый объект включают в плечо ab моста. В плечи bc и dc включают постоянные сопротивления r_2 и r_3 . В плечо ad включают переменное сопротивление r_1 . Кроме того, параллельно сопротивлению r_2 в плечо bc включают конденсатор с переменной емкостью C . Максимальная емкость конденсатора равна 1 мкф. Мост питается переменным током частоты $f=50 \text{ гц}$ через понижающий трансформатор. Вторичное напряжение трансформатора выбрано порядка 3—4 в, что обеспечивает безопасность работы с баком с водой. Вторичная обмотка трансформатора имеет надежную изоляцию от первичной.

Исследуемое сопротивление при переменном то-

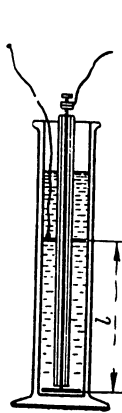


Рис. 74

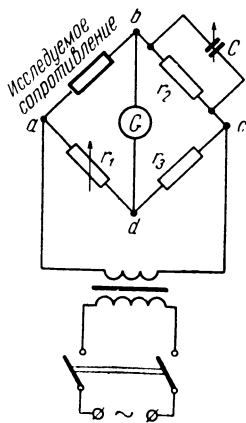


Рис. 75

ке, кроме активной составляющей R , имеет также емкостную составляющую; для уравнивания ее в плечо bc и включен конденсатор с переменной емкостью C . Указателем достижения равновесия служит резонансный гальванометр G , включенный в диагональ bd моста. При равновесии имеем:

$$R = r_1 \cdot \frac{r_2}{r_3}.$$

2. Задача и метод исследования и расчета

В настоящей работе, в отличие от предыдущих работ в этом разделе, физическая природа поля модели и моделируемого объекта одна и та же и, следовательно, в данном случае имеем дело с масштабным моделированием, а также заменой одной проводящей среды (земли) другой (электролитом), в которой измерение производить более удобно.

На лабораторной установке воспроизводится в небольшом масштабе имеющее весьма большое практическое значение явление растекания тока в земле от зарытых в нее металлических проводников, служащих для заземления тех или иных точек электрических устройств и электрических цепей (Л. 1, ч. III, § 44). Систему таких зарытых в землю проводников называют заземлителем. Сопротивление, которое встречает ток при растекании в земле от заземлителя, называют сопротивлением заземления. Сопротивлением самих металлических заземлителей обычно можно пренебречь по сравнению с сопротивлением земли. В мощных электроэнергетических устройствах при коротких замыканиях на землю какой-либо точки электрической цепи, которая нормально не должна иметь соединения с землей, возникают большие токи короткого замыкания, проходящие через заземлители, землю и место повреждения электрической цепи. Падение напряжения в земле около заземлителя зависит от величины тока короткого замыкания и от сопротивления заземления. Чрезвычайно важно стремиться уменьшить по возможности это падение напряжения, что можно достичь уменьшением сопротивления заземления. Для уменьшения сопротивления заземления есть два пути: увеличение размеров системы, образованной заземляющими проводниками и, если это возможно, увеличение удельной проводимости почвы.

Особенно важно придать системе заземляющих проводников такую конструкцию, чтобы падение напряжения от токов короткого замыкания, возникающее на поверхности земли на длине человеческого шага, так называемое шаговое напряжение, нигде не превышало величины, при которой через идущего по земле человека могут пройти опасные для его жизни токи.

На лабораторной установке ставится задача исследования зависимости сопротивления заземления от формы заземляющих проводников. При этом используют простейшие, но важные в практическом отношении формы проводников, для которых возможен сравнительно несложный теоретический расчет. На этих простейших формах уясняются принципы расчета, остающиеся справедливыми и для более сложных встречающихся на практике заземлителей.

Описанные выше электроды и служат для изображения заземлителей. Роль земли в лабораторной установке играет вода, окружающая электроды. Сопротивление между электродами и баком принимают соответствующим сопротивлению заземления. Перед началом опытов на установке с баками производят измерение удельной проводимости воды при помощи вышеописанного цилиндрического стеклянного сосуда. В этот сосуд отливают немного воды из бака, в котором ее предварительно тщательно перемешивают.

Первую серию измерений в баке производят с шаровым электродом, который погружают в воду по оси бака на различную глубину. Наименьшую глубину погружения берут такой, чтобы оказалась погруженной ровно половина шара. Пользуясь методом зеркальных изображений (Л. 1, ч. III, § 44), легко установить, что в этом случае сопротивление R растеканию тока в два раза больше сопротивления растеканию тока от шара, окруженного бесконечной проводящей средой. В последнем случае имеем

$$R = \frac{1}{4\pi\gamma r},$$

где r — радиус шара и γ — удельная проводимость среды, окружающей шар. Следовательно, для шара, погруженного в воду наполовину, имеем

$$R = \frac{1}{2\pi\gamma r}.$$

Наибольшую глубину погружения берут больше половины расстояния от поверхности воды до дна бака. Сопротивление R измеряют также для ряда промежуточных точек.

Следующую серию измерений производят с круглыми стержнями в качестве электродов. Сначала погружают в воду один стержень и измеряют сопротивление R между ним и баком. Опыт производят с одним и тем же стержнем при разных глубинах его погружения, а также со стержнями разных диаметров при одной и той же глубине их погружения. Затем погружают в воду на одинаковую глубину два стержня и, изменяя расстояние между ними, измеряют сопротивление между баком и электрически соединенными между собой стержнями и сопротивление между самими стержнями, когда они разъединены.

Кроме измерений, производят соответствующие расчеты. Чтобы при расчете сопротивления R учесть влияние границы проводящей среды, образованной поверхностью воды, воспользуемся методом зеркальных изображений, т. е. отразим зеркально погруженные в воду части электродов в пространство над поверхностью воды и продолжим мысленно проводящую среду во всех направлениях до бесконечности. Влиянием стенок бака пренебрежем.

Пусть h — глубина погружения стержня. Тогда $l = 2h$ есть длина эквивалентного стержня, образованного погруженной частью действительного стержня и ее зеркальным изображением. Очевидно, сопротивление R в реальной обстановке в два раза больше сопротивления R' растеканию тока от эквивалентного стержня. Для расчета сопротивления R' можно воспользоваться методом электростатической аналогии (Л. 1, ч. III, § 42), согласно которому отношение электрической проводимости $G' = \frac{1}{R'}$ к емкости C тела в соответствующей электростатической задаче равно отношению удельной проводимости γ среды, окружающей электрод, к диэлектрической проницаемости ϵ среды, окружающей заряженное тело, т. е.

$$\frac{G'}{C} = \frac{\gamma}{\epsilon}, \quad \text{или} \quad R' = \frac{1}{G'} = \frac{1}{C} \frac{\epsilon}{\gamma}.$$

Емкость стержней, окруженных простирающимся во все стороны диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ϵ , и емкость между стержнями может быть выражена

через собственные α_{11} и α_{22} и взаимный α_{12} потенциальные коэффициенты стержней.

В случае одного стержня имеем

$$U_1 = \alpha_{11} q_1 = \frac{1}{C} q_1,$$

и, следовательно,

$$C = \frac{1}{\alpha_{11}}.$$

В случае двух электрически соединенных друг с другом стержней их потенциалы одинаковы, т. е. $U_1 = U_2 = U$, и общий заряд q равен сумме зарядов стержней, т. е. $q = q_1 + q_2$. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} U_1 = U &= \alpha_{11} q_1 + \alpha_{12} q_2, \\ U_2 = U &= \alpha_{21} q_1 + \alpha_{22} q_2. \end{aligned}$$

Так как $\alpha_{21} = \alpha_{12}$, то

$$q_2 = \frac{\alpha_{11} - \alpha_{12}}{\alpha_{22} - \alpha_{12}} q_1$$

и

$$q = q_1 + q_2 = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12}}{\alpha_{22} - \alpha_{12}} q_1.$$

Кроме того,

$$U = (\alpha_{11} + \alpha_{12} \frac{\alpha_{11} - \alpha_{12}}{\alpha_{22} - \alpha_{12}}) q_1 = \frac{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2}{\alpha_{22} - \alpha_{12}} q_1.$$

Следовательно, искомая емкость выражается формулой

$$C = \frac{q_1 + q_2}{U} = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12}}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}^2}.$$

В случае двух одинаковых стержней $\alpha_{11} = \alpha_{22}$, тогда

$$C = \frac{2\alpha_{11} - 2\alpha_{12}}{\alpha_{11}^2 - \alpha_{12}^2} = \frac{2}{\alpha_{11} + \alpha_{12}}.$$

Для определения емкости между стержнями имеем условие: $q_2 = -q_1$. Следовательно,

$$U_1 = \alpha_{11} q_1 + \alpha_{12} q_2 = (\alpha_{11} - \alpha_{12}) q_1,$$

И

$$U_2 = \alpha_{21}q_1 + \alpha_{22}q_2 = (\alpha_{12} - \alpha_{22})q_1$$

$$C = \frac{q_1}{U_1 - U_2} = \frac{1}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12}}.$$

При одинаковых стержнях $\alpha_{11} = \alpha_{22}$ и

$$C = \frac{1}{2(\alpha_{11} - \alpha_{12})}.$$

Итак, для вычисления емкости необходимо получить выражения для потенциальных коэффициентов α_{11} и α_{21} . Пользуясь приближенным методом (Л. 1, ч. III, § 36), который основан на допущении, что заряды распределяются равномерно по поверхности стержней, получаем эти выражения в следующем общем виде:

$$\alpha_{11} = \frac{1}{4\pi\epsilon l_1^2} \int_{l_1} \int_{l_1} \frac{dl_1 dl_1'}{r},$$

И

$$\alpha_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon l_1 l_2} \int_{l_1} \int_{l_2} \frac{dl_1 dl_2}{r},$$

где r — расстояние между элементами dl_1 и dl_1' , или, соответственно, между элементами dl_1 и dl_2 . При вычислении коэффициента α_{11} интегрирование производят один раз по оси стержня, другой раз по линии, расположенной на его поверхности параллельно оси. При вычислении коэффициента α_{12} интегрирование производят один раз по оси первого стержня и второй раз по оси второго стержня.

Определим, пользуясь этими формулами, потенциальные коэффициенты для интересующего нас случая двух параллельных стержней одинаковой длины $l_1 = l_2 = l$, расположенных так, что начала их лежат на одном перпендикуляре к ним. Пусть r_1

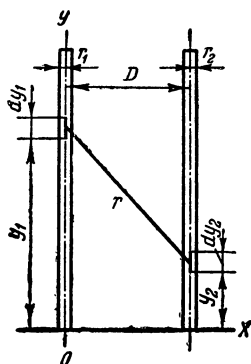


Рис. 76

и r_2 — радиусы сечений стержней и D — расстояние между их осями (рис. 76). Имеем

$$\alpha_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon l^2} \int_0^l \int_0^l \frac{dy_1 dy_2}{\sqrt{D^2 + (y_2 - y_1)^2}}.$$

Но

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{dy_2}{\sqrt{D^2 + (y_2 - y_1)^2}} &= \int_{-y_1}^{l-y_1} \frac{d(y_2 - y_1)}{\sqrt{D^2 + (y_2 - y_1)^2}} = \\ &= \operatorname{Ar sh} \frac{l-y_1}{D} + \operatorname{Ar sh} \frac{y_1}{D}. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\alpha_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon l^2} \int_0^l \left(\operatorname{Ar sh} \frac{l-y_1}{D} + \operatorname{Ar sh} \frac{y_1}{D} \right) dy_1.$$

Нетрудно убедиться, что

$$\int_0^l \operatorname{Ar sh} \frac{l-y_1}{D} dy_1 = \int_0^l \operatorname{Ar sh} \frac{y_1}{D} dy_1.$$

Замечая, что

$$\begin{aligned} \int \operatorname{Ar sh} z dz &= z \operatorname{Ar sh} z - \int z d(\operatorname{Ar sh} z) = \\ &= z \operatorname{Ar sh} z - \int \frac{z dz}{\sqrt{1+z^2}} = z \operatorname{Ar sh} z - \sqrt{1+z^2} + \text{const}, \end{aligned}$$

находим

$$\begin{aligned} \alpha_{12} &= \frac{1}{4\pi\epsilon l^2} 2 \int_0^l \operatorname{Ar sh} \frac{y_1}{D} dy_1 = \\ &= \frac{D}{2\pi\epsilon l^2} \left[\frac{y_1}{D} \operatorname{Ar sh} \frac{y_1}{D} - \sqrt{1 + \frac{y_1^2}{D^2}} \right]_0^l = \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon l} \frac{D}{l} \left[\frac{l}{D} \operatorname{Ar sh} \frac{l}{D} - \sqrt{1 + \frac{l^2}{D^2}} + 1 \right], \end{aligned}$$

и окончательно

$$\alpha_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left[\operatorname{Ar sh} \frac{l}{D} - \sqrt{\frac{D^2}{l^2} + 1} + \frac{D}{l} \right].$$

Так как имеет место соотношение

$$\operatorname{Ar sh} \frac{l}{D} = \ln \left(\frac{l}{D} + \sqrt{\frac{l^2}{D^2} + 1} \right),$$

то формулу для α_{12} можно представить также в виде

$$\alpha_{12} = \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left[\ln \left(\frac{l}{D} + \sqrt{\frac{l^2}{D^2} + 1} \right) - \sqrt{\frac{D^2}{l^2} + 1} + \frac{D}{l} \right].$$

Так как при получении формулы для собственного потенциального коэффициента необходимо интегрировать один раз по оси стержня и другой раз по линии на поверхности стержня, то, очевидно, эта формула получается из только что найденной путем замены в последней расстояния D на радиус сечения стержня. Имеем

$$\alpha_{11} = \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left[\ln \left(\frac{l}{r_1} + \sqrt{\frac{l^2}{r_1^2} + 1} \right) - \sqrt{\frac{r_1^2}{l^2} + 1} + \frac{r_1}{l} \right]$$

и

$$\alpha_{22} = \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left[\ln \left(\frac{l}{r_2} + \sqrt{\frac{l^2}{r_2^2} + 1} \right) - \sqrt{\frac{r_2^2}{l^2} + 1} + \frac{r_2}{l} \right].$$

Если $l \gg r_1$, то

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{l}{r_1} + \sqrt{\frac{l^2}{r_1^2} + 1} \right) - \sqrt{\frac{r_1^2}{l^2} + 1} + \frac{r_1}{l} &\approx \\ \approx \ln \frac{2l}{r_1} - 1 = \ln \frac{l}{r_1} + \ln 2 - 1 = \ln \frac{l}{r_1} - 0,307 \end{aligned}$$

и

$$\alpha_{11} \approx \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left(\ln \frac{l}{r_1} - 0,307 \right).$$

Соответственно, при $l \gg r_2$

$$\sigma_{22} \approx \frac{1}{2\pi\epsilon l} \left(\ln \frac{l}{r_2} - 0,307 \right).$$

Используя вышеприведенные соотношения, получаем выражения для сопротивлений:

а) между одним стержнем и баком

$$R = 2R' = \frac{2}{C} \frac{\epsilon}{\gamma} = 2 \frac{\epsilon}{\gamma} \alpha_{11};$$

б) между баком и двумя электрически соединенными между собой стержнями

$$R = \frac{2\epsilon}{C\gamma} = 2 \frac{\epsilon}{\gamma} \frac{\alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12}^2}{\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12}}$$

и, в частности, при $\alpha_{11} = \alpha_{22}$

$$R = \frac{\epsilon}{\gamma} (\alpha_{11} + \alpha_{12});$$

в) между двумя стержнями

$$R = \frac{2\epsilon}{C\gamma} = 2 \frac{\epsilon}{\gamma} (\alpha_{11} + \alpha_{22} - 2\alpha_{12}),$$

в частности, при $\alpha_{11} = \alpha_{22}$

$$R = 4 \frac{\epsilon}{\gamma} (\alpha_{11} - \alpha_{12}).$$

Помимо измерения сопротивлений снимают для некоторых форм электродов кривую распределения потенциала на поверхности воды вдоль радиальной линии, идущей от электрода к стенке бака. Это распределение находят для более сложных электродов, по форме соответствующих реальным заземляющим устройствам. Например, погружают в воду систему проводников, соответствующую по форме основанию металлической опоры линии передачи высокого напряжения. Полученные кривые распределения потенциала дают возможность определить величину шагового

напряжения. Для уменьшения опасного шагового напряжения иногда зарывают в землю вокруг опоры металлическое кольцо, соединенное с опорой и охватывающее ее основание. Подобного рода кольцо можно прикрепить и к модели основания опоры, исследуемой в электрической ванне. Снимая кривые распределения потенциала по уходящей от ноги опоры радиальной прямой при наличии кольца и при его отсутствии, можно определить влияние кольца на величину шагового напряжения. Для каждой модели системы заземления измеряют и сопротивления заземления.

Так как точный расчет при сложной конфигурации системы заземления весьма труден, то описанный выше метод исследования на модели в электролитической ванне имеет большое практическое значение. Для измерения распределения потенциала вдоль некоторого радиального направления пользуются следующим методом. Собирают мостовую схему, как показано на рис. 77. В два плеча ab и bc включают магазины сопротивлений. К точке a присоединяют электрод, к точке c — бак. С точкой d соединяют подвижной зонд, представляющий собою проволоку, один конец которой опускается немного в воду в той точке A на поверхности, в которой желательно измерить потенциал. Параллельно плечу ab необходимо включить конденсатор переменной емкости для уравнивания емкостной составляющей сопротивления в районе электрода. При равновесии моста отношение напряжения между электродом и зондом к напряжению между зондом и баком равно отношению

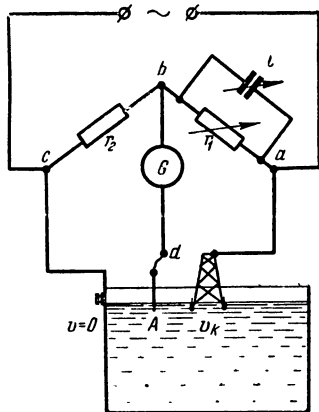


Рис. 77

$\frac{r_1}{r_2}$ сопротивлений плеч моста.

Потенциал U в точке A вычисляется по формуле

$$U = U_k \frac{r_2}{r_1 + r_2}$$

где U_k — потенциал электрода, причем потенциал бака принят равным нулю.

3. Обработка результатов исследования

По результатам измерений с шаровым электродом строят кривую $R=f(x)$, выражающую зависимость сопротивления R от глубины x погружения электрода, причем $x=0$ полагают при наивысшем в опыте положении электрода, когда ровно половина шара погружена в воду. При $x=0$ отмечают на диаграмме теоретическую точку, вычисляемую по формуле

$$R = \frac{1}{2\pi\gamma r}.$$

По мере увеличения x сопротивление убывает. Если бы стенки бака были бесконечно удалены от электрода, то величина R асимптотически стремилась бы при $x \rightarrow \infty$ к значению

$$R = \frac{1}{4\pi\gamma r}.$$

Однако вследствие конечных размеров бака сопротивление должно убывать при приближении электрода к дну и получать значения меньше этого предельного значения, справедливого для бесконечной проводящей среды. При соприкосновении электрода со дном сопротивление должно упасть практически до нуля. Тем не менее, если диаметр шара много меньше линейных размеров бака, то в средней части бака влияние как поверхности воды, так и стенок бака будет малым. Это обнаружится в появлении почти горизонтального участка в кривой $R=f(x)$ в этой области, причем ордината этого участка должна примерно иметь значение

$$R = \frac{1}{4\pi\gamma r}.$$

Результаты экспериментального исследования с электродами в форме стержней также должны быть представлены в виде кривых.

Необходимо построить следующие опытные кривые, выражающие зависимость сопротивления между электродами и баком от различных факторов:

- а) $R=f(h)$ для одного и того же электрода, где h — глубина его погружения;
- б) $R=f(r)$ для разных электродов различных радиусов r при одной и той же глубине погружения;
- в) $R=f(D)$ для двух электрически соединенных между собой электродов при одинаковой и неизменной глубине

их погружения, причем D — расстояние между осями электродов.

Точно так же следует построить зависимость $R=f(D)$ сопротивления между двумя электродами от расстояния D между их осями.

На те же рисунки необходимо нанести кривые, рассчитанные по вышеприведенным формулам по геометрическим размерам электродов и измеренной в цилиндрическом стеклянном сосуде удельной проводимости воды.

Основной причиной возможных расхождений опытных кривых с расчетными является то, что бак имеет конечные размеры, а расчетные формулы выведены в предположении, что стенки бака бесконечно удалены от электродов. Наличие стенок, очевидно, будет приводить к уменьшению сопротивления. При одном электроде это сказывается только при большом его погружении, когда нижний конец его приближается к дну бака. При двух электродах это сказывается наиболее заметно на величине сопротивления между баком и электрически соединенными между собой двумя электродами при больших расстояниях D между осями электродов.

Предлагается построить опытные кривые $U=f(x)$ распределения потенциала вдоль радиальной прямой, идущей от заземлителя по поверхности проводящей среды, причем x — расстояние по этой прямой от заземлителя. Обычно за нуль потенциала принимается потенциал точек земли, весьма удаленных от заземлителя. В опыте за нуль потенциала принимается потенциал бака. Кривую $U=f(x)$ строят, откладывая по осям числовые значения U и x , отвечающие реальным устройствам. Для этого преподавателем указывается масштаб, дающий соотношение между размерами исследуемой модели и изображаемого ею реального устройства, указывается проводимость почвы, к которой следует привести результаты измерений на модели, и значение тока короткого замыкания. По этим данным и по измеренному на модели сопротивлению заземления определяется сопротивление заземления реального устройства и потенциал заземлителя. Найденное на опыте распределение потенциала дает возможность вычислить потенциал земли на разных расстояниях от заземлителя и определить величину шагового напряжения в непосредственной близости от заземлителя.

Литература. [Л. 1, 2, 4, 12, 17, 18].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ. ПОЛЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ЛИНЗЫ

1. Описание установки

Установка состоит из электролитической ванны, пантографного устройства и системы электродов, моделирующих электростатическую линзу. Стенки и дно ванны, имеющей размеры $10 \times 70 \times 40$ см, изготовлены из органического стекла. В качестве электролита в ванне используется водопроводная вода. В данной работе дно ванны устанавливается под некоторым углом α к горизонтальной плоскости, как показано в перспективе на рис. 78. Электроды I и II повторяют очертание сектора электростатической линзы, которая представляет собою систему двух полых круглых цилиндров (рис. 79), расположенных вдоль одной общей оси $a - a$. На рис. 79 пунктиром показан этот сектор. Питание установки осуществляется от генератора звуковых частот.

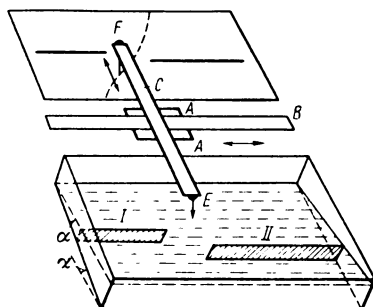


Рис. 78

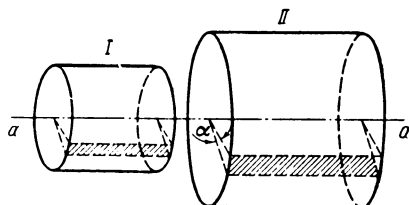


Рис. 79

Измерение электрического потенциала в ванне производится при помощи мостовой схемы (рис. 80), плечами ac и ad которой служат сопротивления r_1 и r_2 , а плечами bc

и bd — сопротивления электролита между зондом b и электродами A и B .

Зонд представляет собою тонкую проволочку, один конец которой опускается примерно на 1 мм в воду в той точке на поверхности, где определяется потенциал.

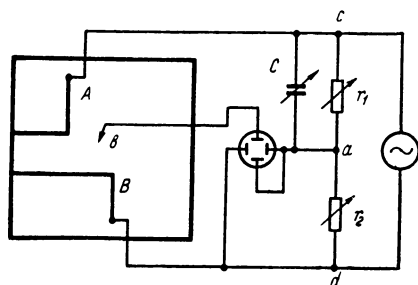


Рис. 80

Пантограф состоит из двух взаимно перпендикулярных направляющих линеек C и B . Направляющая линейка C свободно может двигаться по отношению к каретке A , которая в свою очередь может двигаться по неподвижной направляющей линейке B .

В точке E закрепляется зонд, а в точке F — карандаш. По мере движения зонда по линии равного потенциала карандаш воспроизводит эту линию на бумаге.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является исследование картины электрического поля электростатической линзы и построение на ней траектории движения заряженной частицы.

Опытным путем с помощью электролитической ванны вычерчивается семейство линий равного потенциала в меридианальной плоскости. Полученная картина линий равного потенциала служит основой для графического построения линий напряженности электрического поля и траекторий движения заряженных частиц.

При выполнении работы необходимо уяснить общий характер распределения напряженности поля в электростатической линзе, а также особенности вычерчивания линий

напряженности поля тел вращения. Весьма важной задачей является вычерчивание траектории движения заряженных частиц и на основе ее определение основных параметров электростатических линз. Рассмотрим принцип действия электростатических линз. Как известно в оптических собирающих линзах лучи (рис. 81), падающие на поверхность линзы, преломляются. Если падающие лучи параллельны

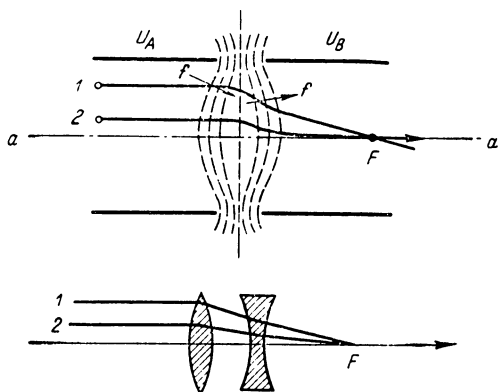


Рис. 81

оси $a - a$ линзы, то, выходя из линзы, они собираются в фокусе линзы. Отклонение луча от первоначального направления тем больше, чем дальше от оси луч встречается с поверхностью линзы, в силу чего и происходит собирающий эффект. Например, луч 2 в тонкой собирающей линзе отклоняется от первоначального направления незначительно, в то время как луч 1 отклоняется весьма сильно.

Рассмотрим траекторию движения заряженной частицы в электрическом поле двух цилиндров A и B (рис. 81), имеющих потенциалы $U_A > U_B$. Пусть частица 1, с положительным зарядом q движется параллельно оси $a - a$. При входе в электрическое поле частица будет сначала под действием силы $f = qE$ непрерывно отклоняться к оси, а затем, после прохождения первой половины поля, под действием силы $f = qE$ будет отклоняться от оси. Одновременно с этим под действием электрического поля скорость частицы будет возрастать. Поскольку скорость частицы в первой половине поля меньше ее скорости во второй поло-

вине поля, то приближение частицы к оси будет больше, чем ее последующее отклонение от оси. После выхода из поля частица пересечет ось $a - a$ в точке F .

Теперь проследим путь другой частицы 2, имеющей такую же начальную скорость, как и первая, но проходящей значительно ближе к оси $a - a$. Можно заметить, что результирующее отклонение ее к оси будет гораздо меньше, чем для первой частицы, поскольку вторая частица проходит по областям поля, где напряженности значительно слабее, чем для первой частицы. Надлежащим подбором конфигурации электрического поля можно добиться такого положения, что вторая частица пересечет ось $a - a$ также в точке F . В этом отношении данная система электродов будет действовать на пучок заряженных частиц так же, как и линза для светового луча. На основе этого такую систему электродов называют электростатической линзой. Поскольку в такой системе электродов электронный пучок сначала как бы собирается к оси $a - a$ (первая половина поля), затем в меньшей степени рассеивается от оси (вторая половина поля), то в результате ее можно эквивалентировать с оптической системой, состоящей из собирающей и рассеивающей линз (рис. 81). Электростатические линзы широко используются в осциллографах, в телевизорах и в электронных микроскопах.

Моделирование электростатического поля тел вращения в вышеупомянутых ваннах основывается на тождественности картины этого поля для всех плоскостей, проходящих через ось симметрии. Эту особенность можно использовать для уменьшения размеров моделирующей установки. Если расположить два электрода, аналогичных электродам линзы, в неограниченном электролите, то поле тока будет аналогичным электростатическому полю рассматриваемых линз. При этом линии тока располагаются в меридианальных плоскостях, проходящих через ось симметрии. Если теперь проводящую среду — электролит — ограничить двумя непроводящими плоскостями, проходящими через ось симметрии и составляющими друг с другом угол α , то картина поля в оставшемся секторе электролита не изменится, так как поверхности, ограничивающие электролит, образуются при этом совокупностью линий тока. В этом случае моделировать можно не весь объем, а только его секториальную часть. Поверхности раздела электролит — воздух и электролит — дно ванны при этом будут играть роль вышеука-

занных непроводящих поверхностей, ограничивающих проводящую среду.

Для снятия линий равного электрического потенциала используется пантограф и измерительное устройство с мостовой схемой. Равновесие моста наступает, если потенциалы точек a и b (рис. 80) становятся равными. При вычерчивании семейства линий равного потенциала задают потенциал точки a подбором сопротивлений r_1 и r_2 и зонд двигают таким образом, чтобы мост оставался уравновешенным. При переходе от одной линии равного потенциала к соседней потенциал изменяют на одну и ту же величину ΔU . Наличие равновесия моста определяют при помощи электронного осциллографа, включенного таким образом, чтобы измерительная схема была фазочувствительна. Для этого на пластины вертикальной развертки следует подать напряжение между точками a и b , а на пластины горизонтальной развертки напряжение между точками d и a . При наличии равновесия $U_{ab} = 0$ на экране осциллографа можно наблюдать горизонтальную линию. При отсутствии равновесия линия отклоняется от горизонтального положения. Существование емкости переходного слоя между электродами и электролитом может привести к тому, что при равновесии моста появится напряжение U_{ab} , сдвинутое по фазе по отношению к U_{ad} на 90° . При этом на экране осциллографа можно наблюдать вместо прямой линии эллипс. Равновесие считается достигнутым, если оси эллипса располагаются соответственно горизонтально и вертикально на экране. Обычно для этой цели рекомендуется подбирать усиление горизонтального и вертикального отклонений таким образом, чтобы горизонтальной оказалась большая ось эллипса. Полное уравновешивание схемы—сведение эллипса до отрезка прямой можно добиться, если в одно из плеч включить емкость.

Если потенциал точки d принять равным нулю, то потенциал точки b при равновесии можно определить по формуле

$$U_b = \frac{r_2}{r_1 + r_2} U_{cd}.$$

Число линий равного потенциала следует взять так, чтобы после построения линий тока получилась достаточно густая сетка поля.

Линии тока вырисовывают на основании полученных опытным путем линий равного потенциала.

3. Обработка результатов исследования

Полученную картину линий равного потенциала следует дополнить картиной линий напряженности электрического поля. При вычерчивании линий напряженности необходимо добиваться соблюдения следующих условий (Л. 1, ч. III, § 24):

1) линии напряженности всюду должны быть перпендикулярны линиям равного потенциала;

2) ячейки сетки, образуемые линиями напряженности и линиями равного потенциала, должны удовлетворять требованию

$$\frac{\Delta n}{\Delta a} = cr,$$

где Δn — среднее расстояние между линиями равного потенциала, Δa — среднее расстояние между линиями напряженности поля, r — расстояние центра ячейки от оси симметрии, c — постоянный коэффициент.

Для выяснения характера траектории движения электрона после выхода его из катода, потенциал которого условно можно принять равным нулю, и вхождения его в поле электростатической линзы предварительно рассмотрим закон движения заряженной частицы, входящей со скоростью v_1 в поле между бесконечно близко расположенными поверхностями F_1 и F_2 равного потенциала (рис. 82). При переходе от одной поверхности к другой происходит некоторое приращение скорости под действием

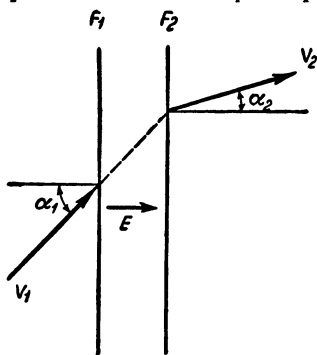


Рис. 82

силы $f = qE$, где E — вектор напряженности поля, q — заряд частицы. Под действием этой силы изменяется составляющая скорости при движении частицы от поверхности F_1 к F_2 , совпадающая по направлению с E . Составляющие скорости параллельные поверхностям F_1 и F_2 остаются неизменными. Ввиду близости поверхностей F_1 и F_2 без большой ошибки можно траекторию электрона считать прямолинейной, тогда

$$v_1 \sin \alpha_1 = v_2 \sin \alpha_2 \text{ или } \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_2}{v_1}.$$

Эта зависимость между α_1 и α_2 по форме совпадает с известным законом преломления света и поэтому называется электростатическим законом преломления. В электростатической линзе поле меняется непрерывно, и введение поверхностей равного потенциала является искусственным приемом, которым пользуются ради удобства и облегчения решения вопроса о нахождении траектории движения частиц. В этом отношении такой подход сходен с рассмотрением среды с непрерывно меняющимся показателем преломления, которую легче и удобнее анализировать, заменив ее рядом слоев с закономерно изменяющейся плотностью, как это делается, например, при рассмотрении преломления света в атмосфере.

Электростатический закон преломления удобнее выразить через потенциалы U_1 и U_2 поверхностей F_1 и F_2 .

Если ускорение движения частицы происходит под действием электрического поля, то для приращения энергии можно написать выражение

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = q(U - U_0),$$

где U_0 — потенциал катода, v_0 — начальная скорость вылета частицы из катода. Для электростатических линз пучков электронов получается при помощи испускания их из катода. Если положить потенциал катода равным нулю ($U_0=0$) и пренебречь начальной скоростью вылета электронов из катода ($v_0=0$), получим

$$v = \sqrt{\frac{2q}{m} U}.$$

Для электрона $v = 5,93 \cdot 10^8 \sqrt{U}$ м/сек.

При этих предположениях закон преломления принимает вид

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}.$$

По аналогии с оптическими линзами важнейшими характеристиками электростатических линз являются фокусные

расстояния и точки P_1 и P_2 пересечения главных плоскостей H_1 и H_2 с осью линзы, так называемые главные точки линзы. Определение этих характеристик при помощи аналитических методов расчета возможно не всегда, поэтому появляется необходимость в их экспериментальном определении. Характерные величины любой линзы определяются без

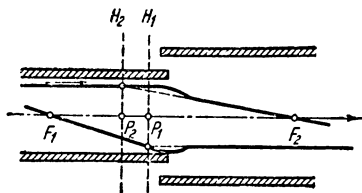


Рис. 83

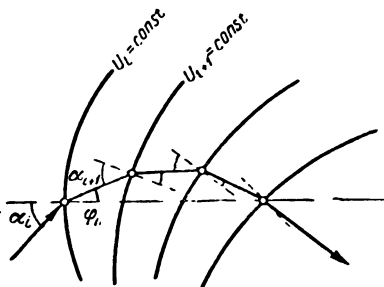


Рис. 84

затруднений, если построить траектории движения заряженных частиц. Для этого достаточно найти траекторию частиц, проходящих по данной системе в противоположных направлениях параллельных оси линзы (рис. 83).

Приближенно траекторию определяют, полагая, что частица от одной линии равного потенциала до соседней движется прямолинейно и на линиях равного потенциала происходит преломление хода частицы по закону:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin \varphi_i} = \sqrt{\frac{U_{i+1}}{U_i}}.$$

Графически построение траектории осуществляется следующим образом: определяют угол между скоростью и нормалью к линии равного потенциала, рассчитывают угол преломления и под таким углом проводят прямую линию до пересечения ее со следующей линией равного потенциала (рис. 84). Построение продолжают до тех пор, пока не получают точки пересечения траектории с осью линзы. По этому методу можно получить достаточно точную траекторию движения частиц, если имеется большое число линий равного потенциала.

Литература. [Л. 1, 20, 21, 25, 26, 27].

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ

1. Описание установки

В работе на модели производится исследование поля высокочастотного радиотехнического конденсатора, разрез которого приведен на рис. 85.

Конденсатор представляет собою тело вращения вокруг оси $A - A$. Область пространства, имеющая в разрезе форму заштрихованной площади, заполнена керамической массой с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , а область пространства вне керамики занимает воздух с диэлектрической постоянной ϵ_0 . Обкладками I и II в конденсаторе служат металлизированные цилиндрические поверхности керамики. Моделирование поля производится на установке, аналогичной устройству, описанному в работе 22.

Как и в предыдущей работе, моделируется лишь секториальная часть конденсатора. Установка содержит также устройство для определения удельной проводимости электролитов, конструкция которого описана в работе 21.

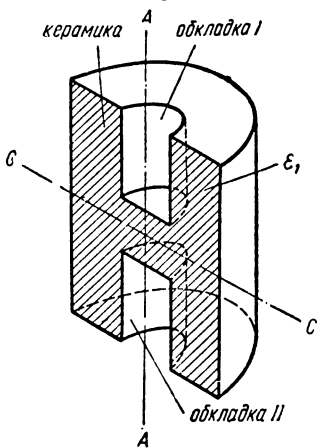


Рис. 85

2. Задача и метод исследования

Основной задачей исследования является выяснение характера электрического поля при наличии неоднородных сред на примере поля керамического радиотехнического конденсатора, а также ознакомление с методикой моделирования полей в неоднородных средах.

Как уже было указано, при моделировании электростатического поля полем тока в проводящей среде областям с

различными диэлектрическими проницаемостями (ϵ) в электростатическом поле должны соответствовать геометрически им подобные области с различными по своей удельной проводимости (γ) электролитами в ванне. В частности, при моделировании поля радиотехнического керамического конденсатора области, занятой керамикой с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , в ванне должна соответствовать область с электролитом удельной проводимости γ_1 , а окружающему конденсатор воздушному пространству с электрической постоянной ϵ_0 область с электролитом удельной проводимости γ_2 . При этом γ_1 и γ_2 должны быть подобраны такими, чтобы соблюдалось условие $\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$.

Поскольку в ванне должны быть области с электролитами различной удельной проводимости, то возникает необходимость изолировать эти области друг от друга так, чтобы электролиты не перемешивались, но в то же время перегородки должны свободно пропускать ток. Перегородка должна лежать на границе раздела областей, имитирующих керамику и воздушное пространство конденсатора. Одна из возможных конструкций разделительной перегородки, удовлетворяющая указанным требованиям, показана на рис. 86. Такая разделительная перегородка проводит ток сквозь себя, т. е. нормально к своей поверхности, и не проводит ток вдоль себя, что и дает возможность обеспечить граничные условия на границе раздела двух сред. Практически разделительная перегородка, приведенная на рис. 86, изготовлена следующим образом. На тонкую (порядка одного миллиметра) гибкую ленту из любого изолирующего материала намотана латунная проволока ($\varnothing 0,1—0,5$ мм) с равными промежутками между витками (0,5—1 мм). Полученная

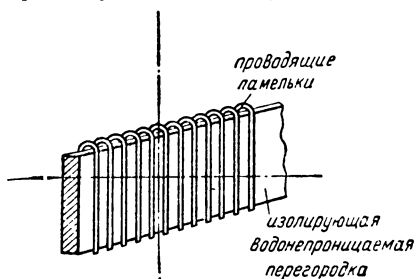


Рис. 86

катушка была покрыта нерастворимым в электролите клеем. После высыхания клея витки катушки были очищены наждачной бумагой. Для того чтобы отсутствовала проводимость вдоль ленты, верхние (или нижние) торцовые части витков были разрезаны.

Необходимо сделать оговорку, что описанная выше перегородка вносит искажения в картину поля областей, находящихся в непосредственной близости к перегородке. С этой точки зрения в некоторых случаях может оказаться целесообразным изготовить перегородку из картона, который во влажном состоянии проводит ток, а также разделяет электролиты. Картонные перегородки можно использовать при быстром снятии картины поля, в противном случае длительная диффузия электролита через такую перегородку существенно нарушает граничные условия. В качестве перегородки можно также использовать проводящую резину, удельная проводимость которой может быть любой, в интервале от γ_1 до γ_2 , что весьма облегчает условия использования резины в целях моделирования.

Электролиты с различными удельными проводимостями можно получить, например, добавлением в водопроводную воду растворов поваренной соли, очищенной соды и т. д.

3. Обработка результатов исследования

Полученную в результате исследования картину линий равного потенциала дополняют линиями напряженности. При построении линий напряженности электрического поля необходимо руководствоваться следующими правилами (Л. 1, ч. III, § 25):

1) линии напряженности и линии равного потенциала везде должны быть взаимно перпендикулярны;

2) отношение средних расстояний Δn и Δa должно быть равно

$$\frac{\Delta n}{\Delta a} = r \epsilon k_1, \text{ или } \frac{\Delta n}{\Delta a} = r \gamma k_2;$$

где k_1 и k_2 — постоянные;

3) на границе раздела линии напряженности преломляются и должны быть проведены так, чтобы было обеспечено условие

$$\frac{\operatorname{tg} \theta_1}{\operatorname{tg} \theta_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},$$

где θ_1 и θ_2 — углы между нормалью к поверхности и вектором плотности тока в средах 1 и 2.

На основании картины поля определяют емкость конденсатора и сравнивают этот результат со всей емкостью, полученной на основе измерения электрического сопротивления всей модели в целом. Определение емкости по картине поля осуществляется весьма просто, если выполнены указанные выше условия построения линий напряженности. При таком построении все поле разделяется на ячейки с равными емкостями, поскольку для всех ячеек одинаковы ΔU и $\Delta \Psi_D$. На основании расчета среднего значения $\Delta C_{\text{ср}}$ емкости нескольких элементов объема поля, образуемых при повороте ячеек сетки поля на угол α вокруг оси вращения, и подсчета числа m трубок потока и числа n промежутков между линиями равного потенциала, для емкости C имеем

$$C = \Delta C_{\text{ср}} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{2\pi}{\alpha},$$

где α — угол наклона дна ванны в радианах. При этом

$$\Delta C_{\text{ср}} = \frac{\Delta a \, 2\pi r \varepsilon}{\Delta n} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\Delta a r \varepsilon}{\Delta n} \alpha.$$

Определение емкости при помощи электролитической ванны на основании измеренного с помощью мостовой схемы сопротивления $R = \frac{1}{G}$ модели осуществляется по формуле (Л. 1, ч. III, § 42)

$$\frac{G}{C} = \frac{\gamma}{\varepsilon}, \quad \text{или} \quad C = G \frac{\varepsilon}{\gamma}.$$

В ванне моделируется $\frac{\alpha}{2\pi}$ часть всей системы, поэтому

$$C = \frac{1}{R} \cdot \frac{\varepsilon}{\gamma} \cdot \frac{2\pi}{\alpha}.$$

Приведенный пример объекта моделирования не является обязательным. Вышеизложенную методику можно использовать для моделирования полей различных объектов, например, вариантом этой работы может служить исследование поля изоляторов различных типов, в частности поле штыревого изолятора, которое исследуется в работе 3 путем зондовых измерений.

Литература. [Л. 1, 25, 26, 27].

**РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЗАЗОРЕ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ НА СЕТОЧНОЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ**

1. Описание установки

Принципиальная схема блоков сеточного электроинтегратора изображена на рис. 87. Блок 1, являющийся набор-

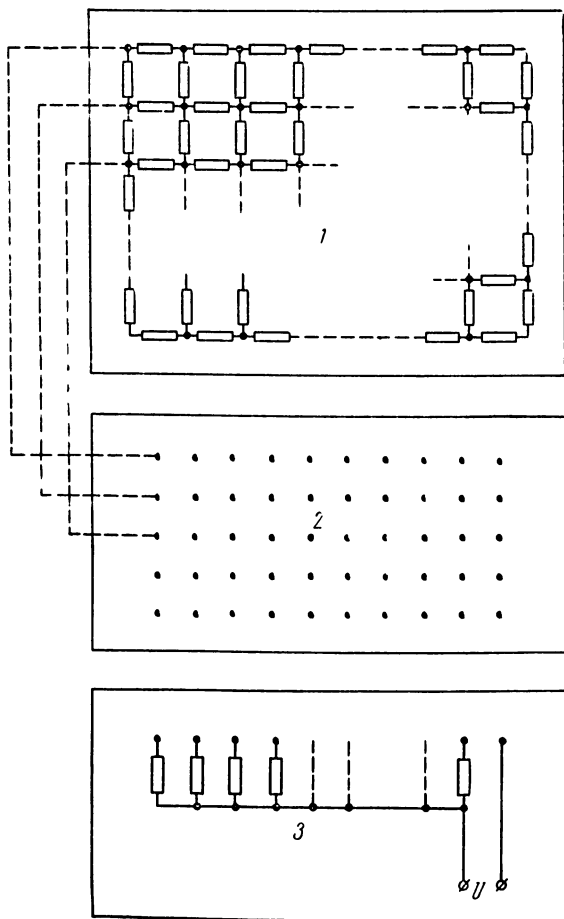


Рис. 87

ным полем, представляет собою сетку сопротивлений, содержащую 200 узловых точек: 20 узлов в одном ряду и 10 — в другом. Величину этих сопротивлений можно изменять в пределах от нуля до 1000 Ω через 10 Ω . Кроме того, каждое сопротивление может быть отключено, что соответствует бесконечно большому сопротивлению этого элемента сетки.

Все узловые точки наборного поля выведены на измерительную панель (блок 2).

Питание установки осуществляется от источника постоянного или переменного напряжения U через делитель истоков (блок 3), выполненный в виде набора высокоомных сопротивлений. Величина сопротивлений делителя истоков много больше величины сопротивлений сетки электроинтегратора, что обеспечивает необходимую точность задания токов.

Измерение напряжения между узлами сетки производится с помощью вольтметра с большим входным сопротивлением, например лампового, подключенного к соответствующим точкам измерительной панели.

2. Задача и метод исследования

Цель работы заключается в уяснении принципов моделирования полей на электрических сеточных моделях. Задачей работы является расчет магнитного поля в воздушном зазоре электрической машины.

В соответствии с поставленной целью задача рассматривается в упрощенном виде. Ограничимся исследованием поля в перпендикулярной к валу машины плоскости, пересекающей машину в средней ее части, где поле можно считать плоскопараллельным. Так как величина воздушного зазора между поверхностями ротора и статора много меньше радиуса кривизны поверхности ротора, то будем считать поверхности ротора и статора плоскими (рис. 88). При этом не учитываем влияние зубчатости поверхности статора и ротора, а токи статорных обмоток полагаем распределенными в бесконечно тонком слое на поверхности статора. Исследуя поле в воздухе, магнитную проницаемость материала ротора и статора принимаем бесконечно большой.

В общем случае вращающееся магнитное поле, создаваемое магнитодвижущей силой статорных обмоток, перемещается относительно ротора. В частном случае, который и

исследуется в данной работе, магнитное поле неподвижно относительно ротора. Такой случай мы имеем, если скорость вращения ротора асинхронной машины доведена с помощью внешнего двигателя до скорости вращения поля статора. Близким к нему будет случай работы асинхронной машины при весьма малом скольжении. Аналогичным рассматриваемому будет и синхронный ход синхронной машины, однако при этом поле создается не только током в обмотке статора, но и током в обмотке возбуждения ротора.

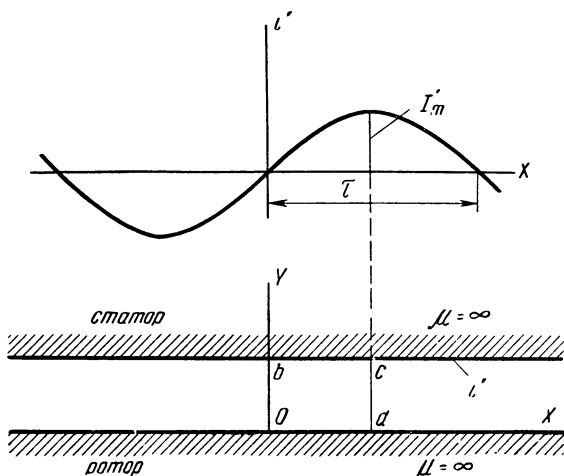


Рис. 88

Результирующее поле может быть получено либо методом наложения, либо путем одновременного задания на модели м.д.с. на поверхности как ротора, так и статора. В системе координат, связанной с какой-либо точкой на поверхности ротора, при этом поле не изменится во времени и, в пренебрежении высшими пространственными гармониками, распределено по синусоидальному закону вдоль координаты x . Синусоидальное распределение магнитной индукции в пространстве может быть осуществлено путем задания синусоидального распределения магнитодвижущей силы статорных обмоток или, в рассматриваемой задаче, путем подобного же распределения поверхностной плотности тока (называемой в теории электрических машин «линейной нагрузкой») на статоре (рис. 88):

$$i' = I'_m \sin \alpha x = I'_m \sin \frac{\pi}{\tau} x,$$

где i' — ток, приходящийся на единицу длины поверхности статора в направлении оси x , а τ — величина полюсного деления машины.

Таким образом, задача приводится к исследованию стационарного магнитного поля. Векторный потенциал, как и плотность тока, в рассматриваемой задаче имеет только одну составляющую, направленную вдоль оси машины, т. е. перпендикулярно плоскости чертежа на рис. 88. В декартовой системе координат векторный потенциал в области воздушного зазора удовлетворяет уравнению (Л. 1, ч. III, § 46)

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = -\mu_0 \delta.$$

Использование сеточных электрических моделей для решения полевых задач основано на представлении уравнений поля в конечно-разностной форме, путем приближенной замены производных отношением конечного приращения функции к конечному приращению независимой переменной.

Для этого рассмотрим пять точек области поля с координатами, указанными на рис. 89. Среднее значение первой

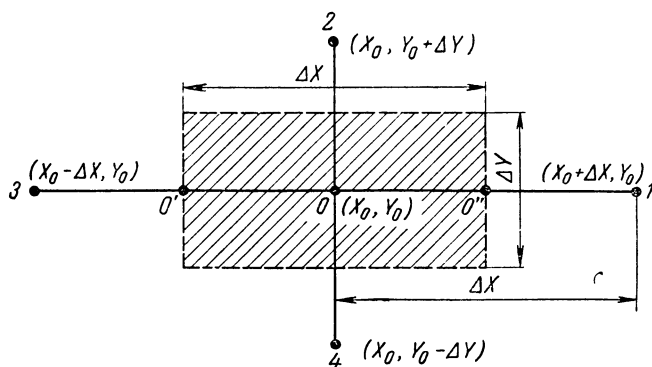


Рис. 89

производной $\frac{\partial A}{\partial x}$ на интервале между точками O и 1 может быть подсчитано в виде

$$\frac{\Delta A}{\Delta x} = \frac{A_1 - A_0}{\Delta x},$$

где A_1 и A_0 — значения векторного потенциала соответственно в точках I и O . Полученное выражение можно рассматривать, как значение первой производной векторного потенциала по оси x в точке O'' , лежащей посередине между точками I и O , которое обозначим $\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{O''}$.

Аналогично значение производной $\frac{\partial A}{\partial x}$ в точке O' , лежащей посередине между точками O и 3 , приближенно выразится в виде

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{O'} \approx \frac{A_0 - A_3}{\Delta x}.$$

Вторая производная $\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$ в точке O в свою очередь определяется в виде отношения разности первых производных в точках O'' и O' к расстоянию между этими точками:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_O &\approx \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{A_1 - A_0}{\Delta x} - \frac{A_0 - A_3}{\Delta x} \right) = \\ &= \frac{A_1 + A_3 - 2A_0}{(\Delta x)^2}. \end{aligned}$$

Подобным же образом для второй производной векторного потенциала по координате y в точке O получим

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_O \approx \frac{A_2 + A_4 - 2A_0}{(\Delta y)^2}.$$

Выбранные расстояния между точками в направлении координатных осей называют шагами сетки и обозначают $\Delta x = h_1$ и $\Delta y = h_2$.

Исходное уравнение для векторного потенциала в приближенной форме выразится в виде

$$\frac{h_2}{h_1 \nu_0} (A_1 + A_3 - 2A_0) + \frac{h_1}{h_2 \mu_0} (A_2 + A_4 - 2A_0) = -i, \quad (*)$$

где величина $i = h_1 h_2 \delta$ представляет собой ток, протекающий через заштрихованную на рис. 89 площадку, величина

которой равна площади прямоугольника со сторонами h_1 и h_2 , и центром в точке O . Этот ток может рассматриваться в виде линейного тока, проходящего в точке O .

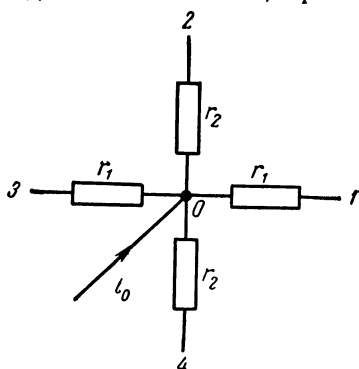


Рис. 90

Во всех точках в области воздушного зазора, кроме точек, лежащих на поверхности статора, плотность тока равна нулю и, следовательно, $i=0$. В точках, расположенных на поверхности статора, где задано поверхностное распределение тока, величина тока, подходящего к каждой точке, определяется выражением

$$i = i' \cdot h_1 = h_1 I'_m \sin \alpha x.$$

Для узла электрической цепи, изображенного на рис. 90, согласно первому закону Кирхгофа, имеем

$$\frac{u_1 - u_0}{r_1} + \frac{u_3 - u_0}{r_1} + \frac{u_2 - u_0}{r_2} + \frac{u_4 - u_0}{r_2} = -i_0,$$

где u_k — потенциал соответствующей точки k цепи. Это уравнение перепишем в виде:

$$\frac{1}{r_1} (u_1 + u_3 - 2u_0) + \frac{1}{r_2} (u_2 + u_4 - 2u_0) = -i_0. \quad (**)$$

Конечно-разностное уравнение поля (*) по форме аналогично уравнению электрической цепи (**).

Векторному потенциалу в точках поля соответствует электрический потенциал в узлах цепи. Току, проходящему через элементарную площадку поля, представляющую собой прямоугольник, со сторонами, равными шагам сетки, соответствует ток, подводимый извне к узлу цепи. Так как отношение $\frac{h_1}{h_2}$ безразмерно, то, очевидно, магнитной проницаемости в уравнении (*) соответствует сопротивление в уравнении (**).

Таким образом, с помощью участка электрической цепи, изображенного на рис. 90, можно моделировать площадку области поля, заштрихованную на рис. 89. Введем коэф-

коэффициенты соответствия, равные отношению соответствующих величин оригинала и модели,

$$m_A = \frac{A}{u}, \quad m_i = \frac{i}{i_0}, \quad m_\mu = \frac{\mu_0}{r_{\text{баз}}},$$

где $r_{\text{баз}}$ носит название базисного сопротивления.

Выразив на основании этих соотношений A , i и μ_0 и подставив их в уравнение (*), получим

$$\begin{aligned} \frac{h_2}{h_1 r_{\text{баз}}} (u_1 + u_3 - 2u_0) + \frac{h_1}{h_2 r_{\text{баз}}} (u_2 + u_4 - 2u_0) = \\ = - \frac{m_\mu m_i}{m_A} \cdot i_0. \end{aligned}$$

Сравнивая это уравнение с уравнением (**), видим, что они одинаковы, если

$$m_\mu m_i = m_A, \quad r_1 = r_{\text{баз}} \frac{h_1}{h_2} \quad \text{и} \quad r_2 = r_{\text{баз}} \frac{h_2}{h_1}.$$

Первое равенство, связывающее коэффициенты соответствия, называется критерием подобия. Оно накладывает ограничение на выбор величин этих коэффициентов. Если два из них могут быть выбраны произвольно, то третий должен выбираться в соответствии с указанным критерием подобия, в противном случае нарушается аналогия уравнений (*) и (**), а следовательно, и аналогия оригинала и модели.

Так как с уменьшением величины шагов сетки точность решения возрастает, то при заданном ограниченном числе узлов сеточной модели целесообразно моделировать по возможности меньшую часть всей области исследуемого поля. Для этого во всей исследуемой области выделяют зоны симметрии.

В рассматриваемой задаче можно ограничиться моделированием области зазора на длине, равной половине полюсного деления машины. На рис. 88 эта область представляется прямоугольником $obcd$.

Перед началом работы должны быть заданы геометрические параметры машины — величина воздушного зазора и длина полюсного деления, а также максимальное значение поверхностной плотности тока статора I'_m .

В соответствии с числом узловых точек модели и размерами моделируемой области определяют шаги сетки h_1 и

h_2 . Задаваясь величиной базисного сопротивления $r_{\text{баз}}$, рассчитывают сопротивления r_1 и r_2 ветвей сеточной модели и коэффициент m_μ по приведенным выше формулам. Полученные значения сопротивлений r_1 и r_2 устанавливают между всеми узлами сеточной модели, кроме узлов, лежащих на границе наборного поля.

Поле в зазоре машины продолжается за линией cd (рис. 88) и симметрично относительно этой линии. Для полного соответствия следовало бы иметь подобную неограниченную симметричную сеточную модель. Рассмотрим участок такой модели вблизи линии симметрии cd (рис. 91, *а*). Путем замены сопротивлений r_2 , соединяющих узлы, лежащие на линии симметрии, двумя параллельно включенными сопротивлениями, величиной по $2r_2$ каждое, построим цепь, эквивалентную первой (рис. 91, *б*). В силу симметрии ток в проводниках, пересекаемых линией симметрии cd , равен нулю, поэтому часть схемы, лежащую справа от линии симметрии на рис. 91, можно отбросить, не изменив режима работы оставшейся части. Но на границе раздела между узлами сеточной модели останутся удвоенные значения сопротивлений по сравнению с соответствующими сопротивлениями между внутренними узлами сетки. Следовательно, ограничиваясь на сеточной модели моделированием конечной области $obcd$ поля, необходимо между теми граничными узлами модели, которые соответствуют линии симметрии cd поля, установить сопротивления $2r_2$. Кроме того, на оставшуюся часть сетки приходится только половина тока, подходящего к узлу сеточной модели, соответствующему точке c поля, что следует в дальнейшем учитывать при задании токов.

Согласно методу зеркальных изображений (Л. 1, ч. III, § 57), расчет магнитного поля постоянных токов в воздухе над бесконечной плоскостью, ограничивающей среду с бесконечно большой магнитной проницаемостью, эквивалентен расчету симметричного относительно границы раздела поля. Поэтому в узлах сеточной модели, соответствующих точкам поверхностей статора и ротора, следует также поставить удвоенные значения сопротивлений, но теперь уже величиной $r = 2r_1$, так как внутренним точкам области, для которых абсциссы отличаются на величину, равную шагу сетки h_1 , соответствуют узлы модели, сопротивления между которыми равны r_1 . При этом не следует проводить уменьшение в два раза токов на модели в точках, соответ-

ствующих поверхности статора. Используя метод зеркальных изображений, следовало бы отразить относительно поверхности статора и токи, тогда в точках поверхности статора токи удвоятся. Отбрасывая симметричную верхнюю

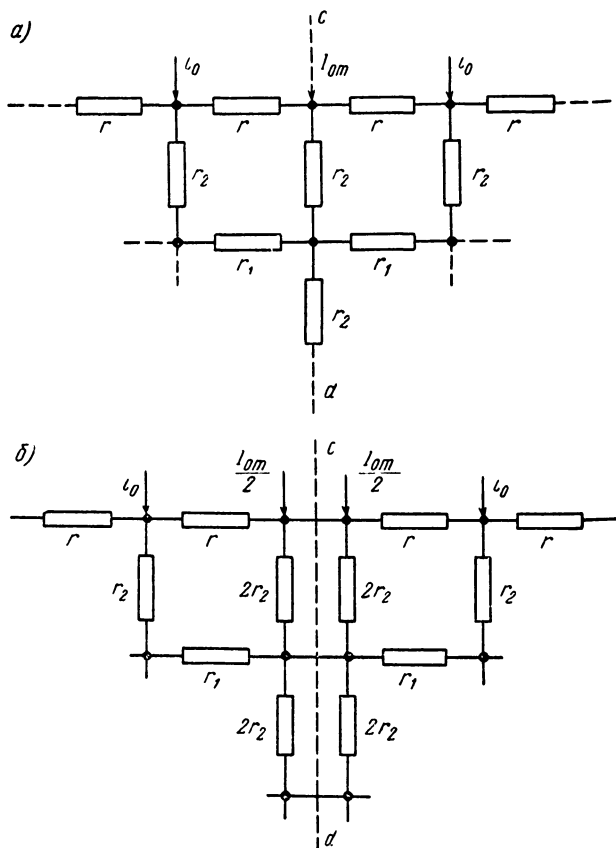


Рис. 91

часть поля вместе с половиной токов, приходящихся на эту часть, мы при этом на границе области оставляем токи, равные исходным.

В граничных узлах модели, соответствующих участку поверхности статора, должны быть подведены токи, изменяющиеся вдоль границы по тому же закону, что и ток i в точках на поверхности статора, а именно

$$i_0 = \frac{i}{k_i} = \frac{h_1 I'_m}{k_i} \sin \alpha x = I_{m0} \sin \alpha x,$$

где I_{m0} — максимальное значение тока, которое определяется по известным величинам напряжения U источника питания и минимального сопротивления r_{\min} ветви делителя истоков:

$$I_{m0} = \frac{U}{r_{\min}}.$$

Зная координаты x точек, выбранных на поверхности статора, рассчитывают величины токов i_0 , которые необходимо подвести к соответствующим граничным узлам мо-

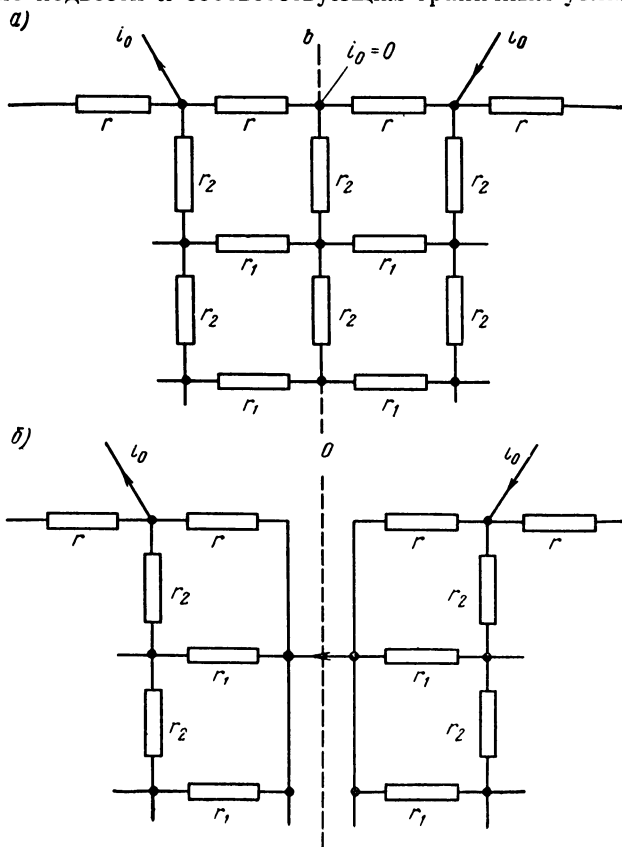


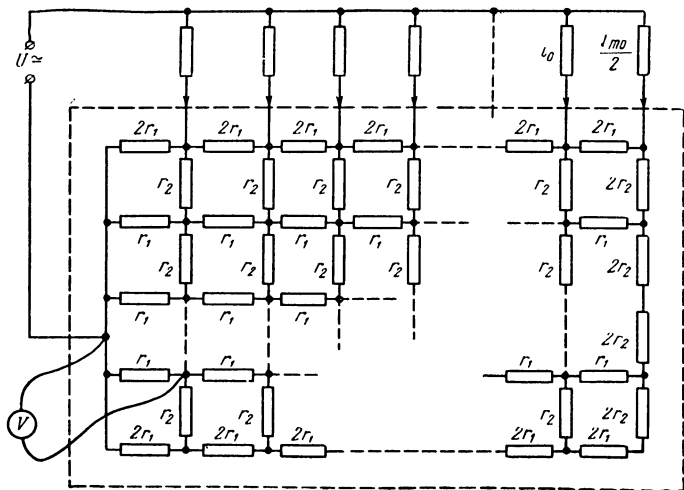
Рис. 92

дели. Сопротивления ветвей делителя истоков, подсоединяемые к этим граничным узлам, для обеспечения заданного распределения токов определяются из условия

$$r = \frac{U}{i_0}.$$

При установлении сопротивлений ветвей делителя истоков следует учесть, что к узлу сеточной модели, соответствующему точке c (рис. 88), нужно подвести от делителя истоков ток, равный $\frac{I_{m0}}{2}$.

Линия ob (рис. 88) делит область воздушного зазора на две части, отличающиеся только тем, что поверхностная плотность токов на статоре в точках, симметричных относительно линии ob , равна по величине, но противоположна по направлению. На рис. 92, a , представлен участок электрической сетки, обладающий симметрией такого типа. Сопротивления между симметрично расположенными узлами правой и левой частей сетки одинаковы, поэтому узлы, лежащие на линии симметрии ob , имеют одинаковый потенциал, что соответствует короткому замыканию между этими узлами (рис. 92, b). Не изменяя распределения токов в правой части сетки, можно отделить ее от левой, но замкнуть цепь, подсоединив образовавшуюся общую точку к другому зажиму источника питания (рис. 93).



В целом схема электрической цепи сеточной модели рассматриваемой области поля представлена на рис. 93.

Собрав схему, измеряют вольтметром разности потенциалов между всеми узловыми точками и каким-либо узлом модели, потенциал которого принимается равным нулю. Удобно за точку нулевого потенциала принимать узел сетки, соответствующий линии ob поля.

3. Обработка результатов исследования

Проведенные при подготовке к набору модели расчеты позволяют определить коэффициент соответствия между измеренным потенциалом узлов модели и векторным потенциалом точек поля.

Зная максимальное значение тока модели и максимальное значение поверхностной плотности тока на статоре, определяют коэффициент соответствия по току

$$m_I = \frac{I'_m \cdot h_1}{I_{m0}} = \frac{I'_m \cdot h_1 \cdot r_{\min}}{U}.$$

Учитывая полученную ранее величину коэффициента m_μ , на основании критерия подобия имеем:

$$m_A = \frac{\mu_0}{r_{\text{баз}}} \cdot \frac{I'_m \cdot h_1 \cdot r_{\min}}{U}.$$

По измеренным на сеточной модели значениям потенциала в узлах рассчитывают значения векторного потенциала в соответствующих точках поля. Соединяя на чертеже точки с одинаковым значением векторного потенциала, строят линии равного векторного потенциала, которые одновременно являются линиями магнитной индукции поля (Л. 1, ч. III, § 49). При построении линий равного векторного потенциала для определения координат точек с заданным значением векторного потенциала следует использовать приближенные

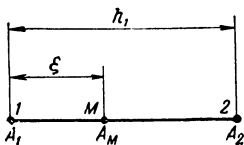


Рис. 94

интерполяционные соотношения. Например, если известны значения векторного потенциала в точках 1 и 2 (рис. 94), которые обозначим соответственно A_1 и A_2 , а необходимо найти на отрезке прямой, соединяющей эти точки, положение точки M , уда-

ленной от точки 1 на расстоянии ξ , со значением векторного потенциала A_M ($A_1 < A_M < A_2$), то, предполагая линейное изменение векторного потенциала между точками 1 и 2, получим

$$\xi = h_1 \frac{A_M - A_1}{A_2 - A_1}.$$

Составляющие вектора магнитной индукции определяются через векторный потенциал согласно соотношениям (Л. 1, ч. III, § 49)

$$B_x = \frac{\partial A}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}.$$

В случае приближенного решения на сеточном интеграторе, заменяя в этих формулах дифференциалы конечными приращениями, в соответствии с рис. 89, имеем

$$B_x \approx \frac{A_2 - A_0}{h_2}, \quad B_y \approx -\frac{A_1 - A_0}{h_1}.$$

Используя выражение для составляющей индукции магнитного поля по оси y , следует рассчитать значение нормальной составляющей вектора магнитной индукции на поверхности статора.

Далее предлагается провести аналитический расчет исследуемого поля при тех же допущениях, что и при моделировании задачи. В области воздушного зазора плотность тока равна нулю и векторный потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} = 0.$$

Учитывая периодичность поля вдоль оси x , будем искать решение этого уравнения в виде

$$A = \Theta(y) \cdot \sin \alpha x,$$

где $\Theta(y)$ — неизвестная функция только переменной y . Подставляя решение в исходное уравнение для векторного потенциала, получим для определения функции $\Theta(y)$ уравнение

$$\frac{d^2 \Theta(y)}{dy^2} - \alpha^2 \Theta(y) = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\Theta(y) = C_1 \cdot \operatorname{ch} \alpha y + C_2 \operatorname{sh} \alpha y.$$

На поверхности ротора напряженность магнитного поля в воздухе имеет только нормальную составляющую, следовательно, при $y = 0$

$$H_x = \frac{B_x}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial y} = 0.$$

На поверхности статора касательная составляющая напряженности поля в воздухе равна поверхностной плотности тока (Л. 1, ч. III, § 58), следовательно, при $y = \Delta$

$$H_x = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A}{\partial y} = I'_m \sin \alpha x.$$

Определив на основании этих граничных условий C_1 и C_2 , получим

$$A = \frac{\mu_0 I'_m}{\alpha} \cdot \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{sh} \alpha \Delta} \sin \alpha x$$

и соответственно

$$B_y = -\frac{\partial A}{\partial x} = -\mu_0 I'_m \frac{\operatorname{ch} \alpha y}{\operatorname{sh} \alpha \Delta} \cos \alpha x.$$

На поверхности статора законы изменения векторного потенциала и нормальной составляющей индукции определяются выражениями:

$$A = \frac{\mu_0 I'_m}{\alpha} \cdot \frac{\sin \alpha x}{\operatorname{th} \alpha \Delta} \quad \text{и} \quad B_y = -\mu_0 I'_m \frac{\cos \alpha x}{\operatorname{th} \alpha \Delta}.$$

На одном графике следует построить зависимости векторного потенциала и нормальной составляющей индукции на поверхности статора по данным аналитического расчета и расчета с помощью сеточной модели и объяснить источники возможных погрешностей.

Предлагается сопоставить методику моделирования магнитного поля машины на сеточной модели с методикой моделирования на плоском проводящем листе (работа 20), уяснить общие стороны этих методов, а также преимущества и недостатки каждого из них.

Литература. [Л. 1, 4, 19, 25, 26, 27].

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УСТАНОВЛЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В МАССИВНОМ СЕРДЕЧНИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛОГОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ

1. Объект исследования и описание установки

Объектом исследования является сплошной тороидальный ферромагнитный сердечник круглого поперечного сечения (рис. 95). Сердечник изготовлен из магнитно-мягкого материала. На сердечник намотаны две однослойные

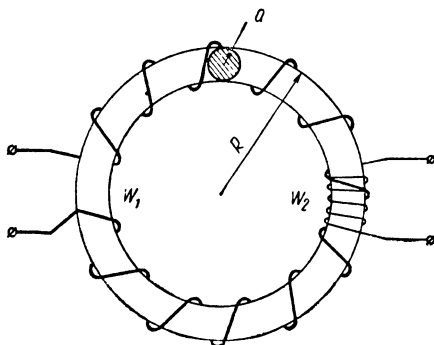


Рис. 95

обмотки: равномерно распределенная рабочая обмотка с числом витков w_1 и сосредоточенная измерительная обмотка с числом витков w_2 . Рабочая обмотка с помощью переключателя P_1 может быть подключена либо к источнику U_0 постоянного напряжения, либо через автотрансформатор AT к источнику переменного напряжения (рис. 96).

В цепи источника постоянного напряжения роль бесконтактного реле выполняет тиратрон ТГ-3/15. Сопротивление r_0 в этой цепи служит для снятия формы кривой мгновенного значения тока в переходном режиме. Для этого напряжение с сопротивления r_0 , пропорциональное току в рабочей цепи, подается на шлейф i осциллографа.

Напряжение, индуцируемое переменным потоком в измерительной обмотке, подается на второй шлейф e осциллографа.

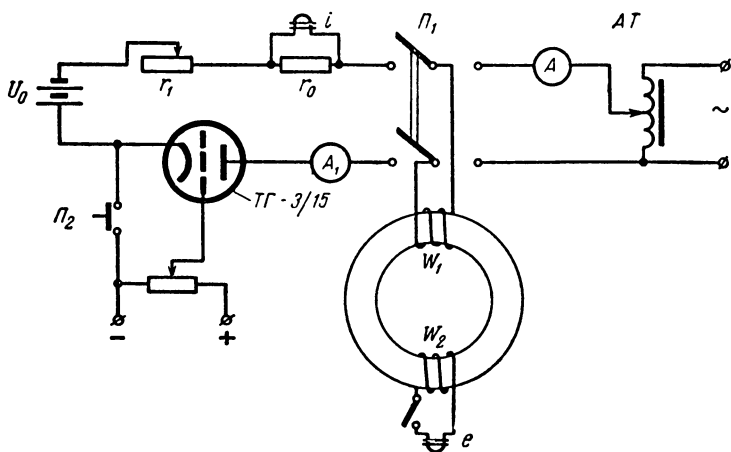


Рис. 96

Установка содержит также аналоговую вычислительную машину МН-7, предназначенную для численного решения задачи.

2. Задача и метод исследования

Задачей работы является исследование переходных процессов в проводящей среде на примере установления стационарного магнитного поля в массивном ферромагнитном сердечнике при включении обмотки его под постоянное напряжение.

Наряду с построением формы кривой мгновенного значения магнитного потока на основании непосредственных измерений на реальном образце, в работе проводится приближенный расчет потока на аналоговой вычислительной машине.

Процесс установления магнитного поля в массивном сердечнике в большой степени зависит от вихревых токов, индуцируемых в сердечнике переменным магнитным потоком, а также от нелинейных свойств ферромагнитного материала сердечника.

В целях выяснения влияния нелинейности кривой намагничивания материала сердечника осциллографирование ус-

танавливающегося магнитного потока проводят для двух случаев: при достаточно большой степени насыщения, когда нелинейность проявляется резко, и в случае, когда установившееся значение тока в рабочей обмотке выбрано несколько ниже значения, при котором индукция в сердечнике достигает колена кривой намагничивания. В последнем случае влияние нелинейности характеристики $B=f(H)$ проявляется слабее и основную роль в процессе установления поля играют вихревые токи в сердечнике.

Для того чтобы первоначальное состояние сердечника в обоих случаях было бы одинаково, т. е. для устранения влияния остаточного намагничивания, перед каждым включением катушки под постоянное напряжение сердечник подвергается размагничиванию переменным током. Для этого рабочая обмотка исследуемой катушки включается в цепь переменного тока и с помощью автотрансформатора АТ (рис. 96) ток в ней уменьшается от величины, несколько превышающей установившееся значение постоянного тока, до нуля. При этом измерительная обмотка должна быть разомкнута.

Установившиеся значения тока в рабочей обмотке для указанных выше двух случаев выбираются на основании заданной кривой намагничивания материала сердечника, снятой баллистическим методом. Выбрав рабочие точки на кривой намагничивания (рис. 97), рассчитывают соответствующие значения установившегося тока в рабочей обмотке и магнитного потока в сердечнике по формулам

$$i' = \frac{H' \cdot l}{\omega_1} \text{ и } \Phi' = B' \cdot s,$$

где l — средняя длина магнитопровода сердечника, s — площадь поперечного сечения магнитопровода сердечника.

Необходимая величина тока i' в рабочей обмотке устанавливается с помощью регулируемого сопротивления r_1 и амперметра A_1 .

При исследовании переходного процесса начало осциллографирования и момент включения рабочей цепи синхронизованы. Блок-контакт съемочного устройства осциллографа замыкает цепь промежуточного реле, включающего контакт Π_2 в цепи тиратрона. При этом подается импульс на сетку тиратрона, включающего почти мгновенно главную цепь исследуемой катушки. Зависимости мгновенных значений тока в рабочей обмотке и э.д.с. в измерительной катуш-

ке снимаются на одной осциллограмме. Так как установившиеся значения тока и потока известны, то предварительной градуировки шлейфов осциллографа не требуется.

В том случае, когда в установившемся режиме магнитная индукция в сердечнике не выходит за колено кривой намагничивания, для приближенного расчета магнитного потока в переходном режиме можно пренебречь нелинейностью

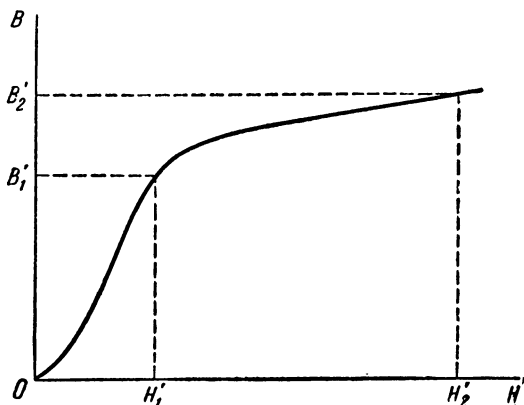


Рис. 97

кривой намагничивания и считать магнитную проницаемость материала сердечника постоянной и равной магнитной проницаемости в установившемся режиме:

$$\mu = \frac{B'_1}{H'_1} = \text{const.}$$

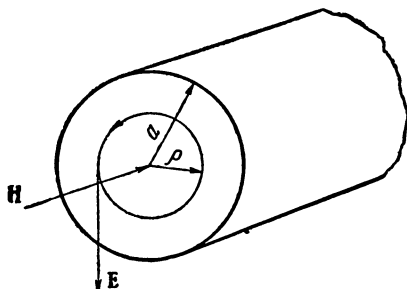


Рис. 98

Если радиус R тороида значительно превышает радиус a круга поперечного сечения магнитопровода, то при расчете можно считать поле плоскопараллельным (рис. 98). Учитывая, что при этом вектор напряженности магнитного поля направлен вдоль оси цилиндра, а линии

вектора плотности тока представляют собою окружности с центром на оси цилиндра, в цилиндрической системе координат уравнения электромагнитного поля принимают вид (Л. 1, ч. III, § 95)

$$-\frac{\partial H}{\partial \rho} = \gamma E, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E) = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}.$$

Исключив из этой системы уравнений E , придем относительно H к уравнению

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial H}{\partial \rho} \right) = \gamma \mu \frac{\partial H}{\partial t}.$$

На основании закона полного тока поле на поверхности сердечника определяется из условия

$$H = \frac{i w_1}{l} \text{ при } \rho = a.$$

Таким образом, решение уравнений поля следует проводить при граничном условии, в которое входит неизвестная пока величина тока i в рабочей обмотке.

Переходные процессы в электрической цепи, содержащей исследуемую катушку, описываются дифференциальным уравнением

$$U_0 = ir + L_s \frac{di}{dt} + w_1 \frac{d\Phi}{dt},$$

где r — активное сопротивление всей рабочей цепи, L_s — индуктивность рассеивания рабочей обмотки, Φ — магнитный поток, целиком замыкающийся по сердечнику и сцепляющийся со всеми витками рабочей обмотки.

Учитывая, что в нашем случае магнитный поток Φ определяется формулой

$$\Phi = \int \mathbf{B} ds = 2 \pi \mu \int_0^a H \cdot \rho \cdot d\rho,$$

дифференциальное уравнение для электрической цепи перепишем в виде

$$U_0 = ir + L_s \frac{di}{dt} + 2 \pi \mu w_1 \int_0^a \frac{\partial H}{\partial t} \cdot \rho d\rho.$$

Отсюда видно, что, в свою очередь, расчет тока переходного режима в рабочей цепи невозможен без предварительного расчета напряженности поля в сердечнике.

Итак, вся задача в целом требует совместного решения уравнений электромагнитного поля и электрической цепи.

Воспользуемся для расчета переходных процессов операторным методом (Л. 1, ч. II, § 118). С учетом нулевых начальных условий для операторных изображений $I(p)$ и $H(p)$ приходим к уравнениям:

а) для поля —

$$\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left[\rho \frac{dH(\rho)}{d\rho} \right] = p \gamma \mu H(\rho),$$

причем при $\rho = a$

$$H(\rho) = \frac{I(n) \cdot \omega_1}{l};$$

б) для цепи —

$$U_0 = I(p) \left[r + pL_s + 2p \pi \mu \omega_1 \frac{\int_0^a H(\rho) \rho d\rho}{I(p)} \right].$$

Решение уравнения поля с учетом указанного граничного условия и ограниченности величины напряженности магнитного поля при $\rho = 0$ имеет вид

$$H(\rho) = \frac{I(p) \omega_1}{l} \cdot \frac{J_0(k\rho)}{J_0(ka)},$$

где $k = \sqrt{-p\gamma\mu}$, а $J_0(k\rho)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка (Л. 1, ч. III, § 95).

Подставим полученное выражение для напряженности поля в операторное уравнение цепи. Учитывая, что $\int_0^x x J_0(x) dx = x J_1(x)$ (приложение 4), и выполняя необходимое интегрирование, получим

$$U_0 = I(p) \left[r + pL_s + \frac{2\pi a \omega_1^2}{j l} \sqrt{\frac{\rho \mu}{\gamma}} \cdot \frac{J_1(ka)}{J_0(ka)} \right].$$

Последнее слагаемое в квадратной скобке представляет собою эквивалентное операторное сопротивление, учитывающее влияние массивного сердечника. Введем обратную

ему величину—эквивалентную операторную проводимость $Y_0(p)$. Согласно выше написанной формуле

$$Y_0(p) = \frac{j l}{2 \pi a \omega_1^2} \sqrt{\frac{\gamma}{p \mu}} \frac{J_0(ka)}{J_1(ka)}.$$

Это выражение, представляющее собою правильную дробь, разложим на простые дроби, для чего воспользуемся тем же приемом, что и при доказательстве теоремы разложения (Л. 1, ч. II, § 121). Тогда выражение для $Y_0(p)$ принимает вид

$$Y_0(p) = \frac{j l}{2 \pi a \omega_1^2} \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{G(p_n)}{\Theta'(p_n)} \cdot \frac{1}{p - p_n},$$

где

$$G(p_n) = J_0(\sqrt{-p_n \gamma \mu} a),$$

$$\Theta(p_n) = \sqrt{p_n} J_1(\sqrt{-p_n \gamma \mu} a),$$

а p_n — корни уравнения $\Theta(p) = 0$.

Введем обозначение $x = \sqrt{-p \gamma \mu} a$. Для определения p_n следует найти корни уравнения $x J_1(x) = 0$. Учитывая вид разложения $J_1(x)$ в ряд, имеем

$$x_n J_1(x_n) = x_n \frac{x_n}{2} \left[1 - \frac{x_n^2}{2 \cdot 4} + \frac{x_n^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} - \dots \right].$$

Отсюда видно, что корни уравнения $x J_1(x) = 0$ совпадают с корнями уравнения $J_1(x) = 0$, значения первых десяти корней которого приведены в приложении 4.

Используя соотношение (приложение 4)

$$\frac{d}{dx} [x J_1(x)] = J_1(x) + x \frac{d}{dx} [J_1(x)] = x J_0(x).$$

$$\text{имеем } \Theta'(p_n) = \frac{j \sqrt{-p_n \gamma \mu} a}{2} J_0(x_n).$$

Окончательно выражение для операторной проводимости получает вид

$$Y_0(p) = \frac{1}{L_{\text{ср}}} \left[\frac{1}{p} + \frac{1}{p - p_1} + \frac{1}{p - p_2} + \dots \right],$$

где $L_{ст} = \frac{\pi \mu a^2 \omega_1^2}{l}$ — статическая индуктивность исследуемой катушки в установившемся режиме. Сравнивая выражение для $Y_0(p)$ с выражением для операторной проводимости цепи, состоящей из последовательно соединенных участков r и L и равной

$$\frac{1}{r + pL} = \frac{1}{L} \cdot \frac{1}{p + \frac{r}{L}},$$

видим, что операторная проводимость $Y_0(p)$ соответствует операторной проводимости цепи, состоящей из бесконечного числа параллельно соединенных ветвей, содержащих одинаковые индуктивности $L = L_{ст}$, и различные активные сопротивления

$$r_n = -L_{ст} p_n = \frac{L_{ст}}{a^2 \gamma \mu} x_n^2 = \frac{\pi \omega_1^2}{\gamma l} x_n^2.$$

Таким образом, вся сложная задача совместного расчета электромагнитного поля и электрической цепи свелась к чисто цепной задаче исследования эквивалентной схемы замещения, представленной на рис. 99. Расчет токов в этой

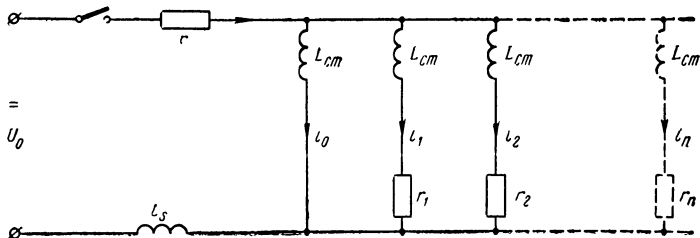


Рис. 99

цепи, а затем и магнитного потока, удобно проводить на аналоговой вычислительной машине.

Так как с ростом n значения p_n , а следовательно, и активного сопротивления r ветвей возрастают, то влияние каждой последующей ветви цепи, реализующей $Y_0(p)$, на весь переходный процесс уменьшается. На практике для приближенного расчета достаточно ограничиться числом параллельных ветвей, равным 3—5.

Составим дифференциальные уравнения, описывающие переходный процесс в электрической схеме замещения.

Индуктивностью рассеивания по сравнению с индуктивностью, определяемой магнитным потоком Φ в сердечнике, можно пренебречь. Согласно обозначениям, указанным на рис. 99, имеем

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= ir + L \frac{di_0}{dt}, \\ U_0 &= ir + i_1 r_1 + L \frac{di_1}{dt}, \\ &\vdots \\ U_0 &= ir + i_n r_n + L \frac{di_n}{dt}, \\ i &= i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_n. \end{aligned} \right\} \quad (*)$$

Начальные условия для всех токов в рассматриваемом случае нулевые. Для решения на аналоговой машине выразим из этих уравнений значения производных:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_0}{dt} &= \frac{U_0}{L} - \frac{ir}{L}, \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{U_0}{L} - \frac{ir}{L} - \frac{i_1 r_1}{L}, \\ &\vdots \\ \frac{di_n}{dt} &= \frac{U_0}{L} - \frac{ir}{L} - \frac{i_n r_n}{L}, \\ i &= i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_n. \end{aligned} \right\}$$

В используемой для расчета аналоговой вычислительной машине МН-7 искомым переменным — токам соответствуют напряжения. Процесс решения в общем случае проводится в другом масштабе времени по сравнению со скоростью протекания процесса в реальной установке. Введем масштабные коэффициенты соответствия: масштаб тока $m_i = \frac{i}{u}$, равный отношению моделируемого тока к моделирующему напряжению, и масштаб времени $m_t = \frac{t}{\tau}$, равный отношению действительного времени к машинному времени τ . Выразив из этих соотношений i и t и подставив в систему полученных дифференциальных уравнений, придем к так называемой системе «машинных уравнений»:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du_0}{d\tau} &= A - Bu, \\ \frac{du_1}{d\tau} &= A - Bu - C_1 u_1, \\ &\vdots \\ \frac{du_n}{d\tau} &= A - Bu - C_n u_n, \\ u &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n, \end{aligned} \right\} \quad (**)$$

где индексы u напряжений соответствуют индексам иско-
мых токов и введены следующие обозначения:

$$A = \frac{m_t}{m_i} \cdot \frac{1}{L}, \quad B = m_t \frac{r}{L} \text{ и } C_n = m_t \frac{r_n}{L}.$$

Получив на вычислительной машине решение системы ма-
шинных уравнений и зная масштабные коэффициенты соот-
ветствия m_i и m_t , находят зависимости искоемых токов от
времени.

При выборе масштаба тока следует предусмотреть, чтобы
максимальное значение переменной не превосходило напря-
жения, которое может быть подано на вход схемы. В инте-
грирующей аналоговой машине МН-7 это напряжение равно
100 в. Если, например, ток установившегося режима в
установке равен 5 а, то значение масштабного коэффициента
соответствия m_i не может быть выбрано меньше величины

$$m_i = \frac{5}{100} = 0,05 \text{ а/в.}$$

При выборе масштаба времени нужно учитывать мак-
симальное рекомендуемое время решения на данном анало-
говом интеграторе, которое для МН-7 составляет 200 сек.
Оценив по статическим параметрам постоянную времени
 τ_{Π} исследуемой цепи, и, учитывая, что переходный процесс
практически закончится при $t=5\tau_{\Pi}$ (Л. 1, ч. II, § 110),
определяют предельное значение масштаба времени:

$$m_t = \frac{5\tau_{\Pi}}{200} = \frac{\tau_{\Pi}}{40}.$$

Каждое из уравнений (**), кроме последнего, занимает
в машине один усилитель, включенный в режим интегриро-
вания. Члены, стоящие в правой части этих уравнений,

являются входными величинами, а на выходе усилителя получаем функцию, производная от которой стоит слева от знака равенства. Так как знак величины, получаемой на выходе усилителя, обратен знаку величины, подаваемой на вход, то для того, чтобы на выходе усилителя после интегрирования получить величину с действительным знаком, на вход подаются величины с обратным знаком.

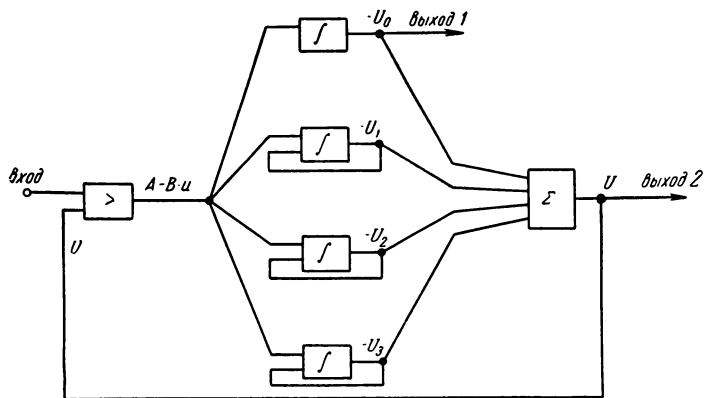


Рис. 100

Коэффициенты усиления по соответствующему входу каждого усилителя равны коэффициентам A , B и C_n машинных уравнений.

Так как в каждом из уравнений (**), кроме первого и последнего, одна из искоемых функций входит как в правую, так и в левую часть равенства, то в усилителях, соответствующих этим уравнениям, вход связан с одним из выходов. Последнее уравнение набирается на усилителе, работающем в режиме сумматора.

Поскольку выражение $A - Bu$ входит в несколько уравнений, то целесообразно просуммировать эти величины на отдельном усилителе и подать затем на входы других усилителей.

В соответствии с изложенным выше, структурная схема задачи для решения на аналоговой машине имеет вид, представленный на рис. 100. Схема соответствует четырем параллельным ветвям, реализующим $Y_0(p)$ в эквивалентной схеме замещения.

Так как из первого уравнения системы (*) следует, что

$$\omega_1 \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di_0}{dt},$$

то ясно, что для расчета магнитного потока в сердечнике достаточно иметь решение для тока i_0 , причем масштаб потока будет равен

$$m_\Phi = \frac{L}{\omega_1} m_i.$$

Описание устройства аналоговой установки МН-7, подготовки машины к работе, процесса набора, схем функциональных блоков и порядка проведения расчета приводится в специальном руководстве. В каждой лаборатории в зависимости от типа используемой машины необходимо иметь свое рабочее руководство.

Кроме зависимости $\Phi(t)$, получаемой на входе 1 (рис. 100), снимают также с выхода 2 зависимость тока в рабочей цепи от времени $i(t)$. Решение получают как на электронном индикаторе ЭИ-5, так и путем непосредственного отсчета по вольтметру и секундомеру.

Представляет интерес исследовать влияние на точность решения числа учитываемых ветвей схемы замещения. Для этого последовательно решают на машине задачи, отключая каждый раз новый усилитель, соответствующий последней учитываемой ветви схемы замещения.

3. Порядок выполнения исследований и обработка результатов

Работа рассчитана на два лабораторных занятия. Во время первого посещения лаборатории снимают зависимости мгновенных значений тока в рабочей обмотке $i(t)$ и э.д.с. $e(t)$, индуктируемой в измерительной обмотке, на реальном образце для указанных выше двух случаев различной степени насыщения материала сердечника катушки.

Построение зависимости магнитного потока в сердечнике от времени выполняется путем графического интегрирования.

$$\text{Так как } e_2 = -\omega_2 \frac{d\Phi}{dt}, \text{ то } \Phi = -\frac{1}{\omega_2} \int_0^t e_2 dt.$$

По осциллограмме э.д.с., индуцируемой в измерительной катушке, строят зависимость $\Phi(t)$. Кривые $\Phi(t)$ и $i(t)$ строят на одном графике. Масштабы тока и потока определяют по известным установившимся значениям этих величин.

Следует объяснить характер полученных кривых, сопоставить кривые, соответствующие различной степени насыщения материала сердечника.

Так как напряженность магнитного поля на поверхности сердечника пропорциональна току в рабочей обмотке катушки $H_a = \frac{i\omega_1}{l}$, а среднее значение напряженности поля в сердечнике пропорционально магнитному потоку $H_{cp} = \frac{\Phi}{\mu\pi a^2}$, то построив зависимость

$$\frac{H_{cp}}{H_a} = \frac{l}{\pi a^2 \mu \omega_1} \cdot \frac{\Phi}{i} = \frac{\omega_1}{L_{ст}} \cdot \frac{\Phi}{i},$$

можно оценить эффект запаздывания установления поля в сердечнике по сравнению с установлением поля на поверхности его, вызванный, в основном, размагничивающим действием вихревых токов в сердечнике.

Подготовка к решению задачи на аналоговой машине проводится в процессе самостоятельной работы перед вторым лабораторным занятием. Расчет коэффициентов машинных уравнений требует знания величин γ , μ , a , l , ω_1 , r и x_n . Параметры γ , a , l , ω_1 заданы. Магнитная проницаемость μ определяется по кривой намагничивания материала сердечника для соответствующей точки установившегося режима:

$$\mu = \frac{B'_1}{H'_1} \quad (\text{рис. 97}).$$

Сопروتивление r рабочей цепи опреде-

ляют по известному напряжению источника U_0 и току установившегося режима i' . Сопротивления параллельных ветвей схемы замещения рассчитываются по известным корням уравнения $J_1(x)=0$ (приложение 4):

$$r_n = \frac{\pi \omega_1^2}{\gamma l} x_n^2.$$

Ограничиваясь четырьмя или пятью параллельными ветвями эквивалентной схемы замещения и выбрав масштабы m_i и m_r , рассчитывают коэффициенты «машинных уравнений» и составляют структурную схему для решения этой систе-

мы уравнений на машине с указанием конкретных коэффициентов усиления по соответствующим входам усилителей. На этом предварительная подготовка к решению задачи на машине заканчивается.

Во время второго лабораторного занятия реализуют структурную схему на блоках вычислительной машины и проводят расчет исследуемой задачи на моделирующей установке.

После построения полученных на машине расчетных зависимостей $\Phi(t)$ и $i(t)$ следует оценить степень и причины расхождения опытных и расчетных данных.

Представляет интерес провести аналогичные расчеты на машине и для случая значительного насыщения материала сердечника, убедиться, что в этом случае положенный в основу расчета метод спрямления характеристики намагничивания приводит к более значительному расхождению опытных и расчетных кривых, чем в предыдущем случае при отсутствии насыщения.

Литература. [Л. 1, 2, 6, 28, 29].

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Для измерения количеств электричества, протекающих по электрической цепи в течение короткого промежутка времени, служат баллистические гальванометры, которые отличаются от обычных магнитоэлектрических гальванометров с подвижной рамкой, применяемых для измерения малых электрических токов, значительным моментом инерции подвижной части. Как известно из курса электрических измерений, для сохранения пропорциональности между углом отклонения подвижной части гальванометра и количеством электричества, протекшим по его рамке, необходимо, чтобы импульс тока прекратился практически раньше, чем рамка начнет двигаться. Чем короче импульс тока и чем больше момент инерции подвижной части гальванометра, тем строже будет выполняться это условие и тем меньше будет погрешность измерений. О количестве протекшего электричества судят по отбросу α , отсчитываемому по шкале гальванометра.

В выражении

$$q = C_q \alpha$$

коэффициент пропорциональности C_q между количеством электричества q , протекшим через рамку, и отбросом α по шкале гальванометра носит название баллистической постоянной гальванометра, а обратная ей величина

$$S_q = \frac{1}{C_q}$$

называется баллистической чувствительностью. В зеркальных гальванометрах отброс по шкале при одном и том же

отклонении подвижной части гальванометра зависит от расстояния между зеркальцем гальванометра и шкалой. При маркировке гальванометра принято указывать значение C_q , соответствующее расстоянию между зеркальцем и шкалой в один метр, причем отклонение обычно отсчитывается в миллиметрах. Если в лаборатории это расстояние отличается от одного метра, то и значение C_q будет иным, соответствующим действительному расстоянию. Значение C_q находят из градуировки, выполняемой нижеописанным методом.

Баллистическая чувствительность зависит от степени успокоения подвижной части гальванометра, которая, как известно из теории гальванометра, зависит от сопротивления цепи, на которую замкнут гальванометр. Баллистическая чувствительность понижается с увеличением степени успокоения, что имеет место при уменьшении указанного сопротивления. С точки зрения получения максимальной чувствительности при измерении количества электричества наилучшими являются условия работы гальванометра при возможно большем сопротивлении его цепи. При этом успокоение весьма мало и гальванометр находится в колебательном режиме. Для его успокоения после того, как сделан отсчет первого отброса, замыкают зажимы гальванометра накоротко специальным ключом в момент прохождения подвижной части через нулевое положение. Если успокоение и соответствующее ему сопротивление равны так называемым критическим, определяющим границу перехода от колебательного режима к апериодическому, то баллистическая чувствительность оказывается в ϵ раз меньше максимальной чувствительности, соответствующей отсутствию успокоения, причем ϵ — основание натуральных логарифмов. Часто рекомендуют работать при сопротивлении в цепи гальванометра, немного превышающем критическое, так как при этом подвижная система быстро успокаивается и не требуется применять вышеуказанный короткозамыкающий ключ. Внешнее критическое сопротивление цепи гальванометра обычно указывается на его паспорте.

Для определения баллистической постоянной гальванометра пользуются образцовым конденсатором с известной емкостью C . Заряжая конденсатор до напряжения U и разряжая затем его на цепь гальванометра, наблюдают отброс α по шкале гальванометра. Из всего сказанного следует, что баллистическую постоянную надлежит определять при

сопротивлении цепи, на которую замкнут гальванометр, имеющем такое же значение, какое будет иметь место при последующих измерениях. С этой целью можно собрать схему, изображенную на рис. 101. Гальванометр, обладающий сопротивлением r_g , замкнут на сопротивление $(r_1 + r_2)$, которое и следует подобрать равным сопротивлению внешней цепи, на которую будет замкнут гальванометр при последующих измерениях.

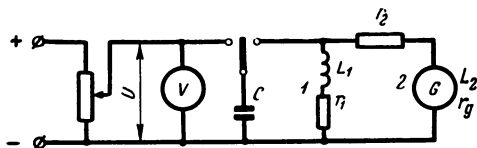


Рис. 101

Найдем выражение для количества электричества q_2 , протекающего по рамке гальванометра при разряде конденсатора.

Для двух параллельно соединенных ветвей 1 и 2 имеем уравнение

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 = L_2 \frac{di_2}{dt} + (r_2 + r_g) i_2,$$

где L_1 и L_2 — индуктивности ветвей, r_1 и $(r_2 + r_g)$ — их сопротивления, i_1 и i_2 — мгновенные значения токов в них. Интегрируя за все время разряда (от $t=0$ до $t=\infty$), получаем

$$L_1 (i_{1\infty} - i_{10}) + r_1 q_1 = L_2 (i_{2\infty} - i_{20}) + (r_2 + r_g) q_2.$$

Здесь i_{10} и i_{20} — значения токов в ветвях при $t=0$ в начале разряда; $i_{1\infty}$ и $i_{2\infty}$ — значения этих токов при $t=\infty$, когда разряд закончится; $q_1 = \int_0^\infty i_1 dt$ и $q_2 = \int_0^\infty i_2 dt$ — количества электричества, протекшие по ветвям за все время разряда. Практически разряд закончится не при $t=\infty$, а за весьма короткий промежуток времени от начала разряда.

Так как

$$i_{10} = i_{1\infty} = i_{20} = i_{2\infty} = 0,$$

то

$$r_1 q_1 = (r_2 + r_g) q_2.$$

Следовательно, отношение $\frac{q_2}{q_1}$ не зависит от индуктивностей L_1 и L_2 ветвей и определяется обратным отношением сопротивлений ветвей.

Общее количество электричества q , которым был заряжен конденсатор, равно

$$q = UC = q_1 + q_2.$$

Из этих равенств находим

$$q_2 = UC \frac{r_1}{r_1 + r_2 + r_g}.$$

В частности, при $r_1 = \infty$ сопротивление цепи, на которую замкнут гальванометр, равно бесконечности; гальванометр имеет максимальную чувствительность и при градуировке $q_2 = CU$.

Зная q_2 и ему соответствующий отброс α по шкале гальванометра, вычисляют баллистическую постоянную из соотношения

$$q_2 = C_q \cdot \alpha.$$

Рекомендуется при градуировке произвести несколько отсчетов α при разных значениях напряжения U и взять среднее значение C_q из вычисленных для каждого отдельного отсчета.

При работе с гальванометрами следует соблюдать ряд предосторожностей, так как они чувствительны к механическим сотрясениям и толчкам. Это особенно относится к зеркальным гальванометрам, которые по этой причине приходится устанавливать на прочном основании, достаточно успокоенном по отношению к внешним механическим сотрясениям. Гальванометры с подвесом должны устанавливаться так, чтобы их подвижная часть находилась в строго вертикальном положении. Для этого гальванометры снабжают уровнем и установочными винтами. При переносках гальванометров, во избежание обрыва подвеса, последний необходимо разгрузить, закрепив рамку в приподнятом состоянии с помощью специального устройства — арретира, управляемого рукояткой, расположенной на корпусе прибора. Освобождать подвижную систему гальванометра можно лишь после его установки по уровню.

ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОТОКА БАЛЛИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Баллистический метод определения полного магнитного потока Ψ , сцепленного с какой-либо электрической цепью, заключается в измерении баллистическим гальванометром количества электричества Δq , протекающего по цепи при изменении магнитного потока от нулевого до конечного значения или от конечного до нулевого значения. Приращение $\Delta\Psi$ магнитного потока связано с величиной Δq соотношением, выражающим собой закон электромагнитной индукции,

$$\Delta\Psi = -\Delta q \cdot r,$$

где r — электрическое сопротивление цепи. При возрастании потока от нуля до конечного значения Ψ имеем $\Psi = \Delta\Psi$; при убывании потока от значения Ψ до нуля имеем $\Psi = -\Delta\Psi$.

Для вычисления величины $\Delta\Psi$ по указанной формуле необходимо знать сопротивление r цепи и определить Δq по отбросу α и по баллистической постоянной C_q гальванометра. Практически представляется более удобным непосредственно градуировать гальванометр в отношении магнитного потока. Действительно, для абсолютного значения приращения полного магнитного потока имеем

$$|\Delta\Psi| = \Delta q \cdot r = C_q r \alpha = C_\Psi \cdot \alpha,$$

где $C_\Psi = C_q \cdot r$ есть новая баллистическая постоянная, выраженная непосредственно в единицах магнитного потока на одно деление шкалы гальванометра. Постоянная C_Ψ так же, как и C_q зависит от сопротивления цепи гальванометра, что на практике приводит к необходимости градуировать гальванометр специально в каждом отдельном случае.

С целью ускорения процесса измерения рекомендуется сопротивление цепи гальванометра подбирать примерно равным его критическому сопротивлению или немного превышающим критическое сопротивление. В каталогах и паспортах гальванометров указывают значение постоянной C_Ψ применительно к режиму работы гальванометра при критическом сопротивлении. В тех случаях, когда постоянная C_Ψ не известна, выбор гальванометра для измерений маг-

нитного потока можно произвести и по баллистической постоянной C_q и величине критического сопротивления. При этом следует иметь в виду, что гальванометр с наименьшей баллистической постоянной C_q , т. е. наиболее чувствительный в отношении измерения количества электричества, может оказаться менее чувствительным при измерении магнитного потока, если его критическое сопротивление велико.

Градуировку баллистического гальванометра для определения постоянной C_Ψ осуществляют по схеме, показанной

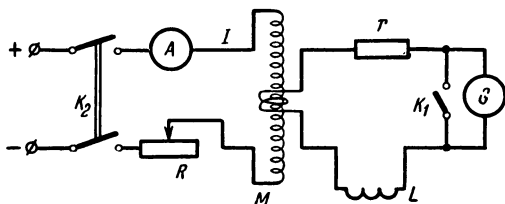


Рис. 102

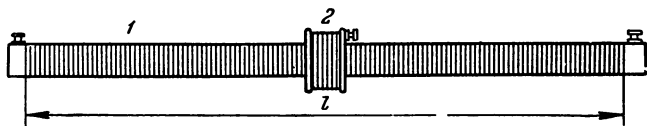


Рис. 103

на рис. 102 с помощью образцового соленоида M , изображенного отдельно на рис. 103. Образцовый соленоид представляет собой длинную цилиндрическую однослойную катушку, витки которой равномерно распределены по ее длине. Обмотка катушки навита на цилиндрическом сердечнике из изолирующего материала. В середине соленоида его охватывает короткая вторичная катушка, расположенная коаксиально с основной обмоткой соленоида. Диаметр витков обмотки соленоида значительно меньше длины соленоида, поэтому магнитное поле внутри соленоида в его средней части можно считать с большой степенью точности однородным и напряженность H в этой средней части вычислять по формуле

$$H = \frac{\omega_1 I}{l},$$

где ω_1 — число витков основной обмотки соленоида, l — длина обмотки и I — ток, протекающий по обмотке.

Магнитный поток Ψ , сцепляющийся со всеми ω_2 витками вторичной катушки, равен

$$\Psi = \omega_2 \Phi = \omega_2 \mu_0 H s = \frac{\mu_0 \omega_1 \omega_2}{l} \cdot s \cdot I,$$

где Φ — поток, пронизывающий поперечное сечение основной обмотки, и s — площадь поперечного сечения этой обмотки. Величину s следует определять как площадь, ограниченную контуром, совпадающим с осью проволоки витка обмотки.

Остальные элементы схемы (рис. 102) следующие: G — баллистический гальванометр, подлежащий градуировке, K_1 — ключ, позволяющий замыкать гальванометр на время регулирования тока в основной обмотке соленоида и тем самым предохранять гальванометр от случайных импульсов тока, r — магазин сопротивлений, служащий для подбора сопротивления цепи гальванометра, равным или близким к его критическому сопротивлению, A и R — амперметр и реостат, служащие соответственно для измерения и регулирования тока в цепи основной обмотки образцового соленоида M , и K_2 — рубильник для включения и выключения этого тока. Через L обозначена исследуемая катушка, магнитный поток, сцепляющийся с витками которой, будет в дальнейшем подлежать измерению. Эта катушка должна быть введена в схему при градуировке гальванометра для того, чтобы сопротивление цепи гальванометра при градуировке было таким же, как и при основных измерениях. Очевидно, что при основных измерениях с этой же целью в цепи гальванометра должна быть оставлена вторичная катушка образцового соленоида. Чрезвычайно важно позаботиться о таком взаимном расположении образцового соленоида и исследуемой катушки, при котором коэффициент взаимной индукции между вторичной катушкой образцового соленоида и исследуемой катушкой равен нулю. Если это невозможно выполнить, то при градуировке гальванометра следует выключить из цепи исследуемую катушку, заменив ее соответствующим сопротивлением, а при основных измерениях следует выключить из цепи вторичную катушку образцового соленоида, заменив ее соответствующим сопротивлением.

Градуировку гальванометра производят в следующем порядке. Замыкают ключ K_1 и, включив рубильник K_2 , устанавливают какое-либо значение тока I в основной об-

мотке соленоида. Разомкнув затем ключ K_1 , выключают ток рубильником K_2 и наблюдают отброс α по шкале гальванометра. Постоянную гальванометра подсчитывают по формуле

$$C_{\Psi} = \frac{|\Delta\Psi|}{\alpha} = \mu_0 \omega_1 \omega_2 \frac{s}{l} \cdot \frac{I}{\alpha}.$$

Таким путем производят серию наблюдений при различных значениях тока I и берут среднее значение постоянной C .

ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ

Для измерения магнитодвижущей силы F_{AB} , т. е. линейного интеграла напряженности магнитного поля

$$\int_A^B H \cos \alpha \, dl = F_{AB}$$

вдоль некоторого пути между точками A и B , применяют гибкую ленту из изолирующего материала, обмотанную изолированной проволокой (Л. 1, ч. I, § 53). Назовем для краткости такую ленту магнитным поясом.

Используемые в лаборатории магнитные пояса изготовлены из длинных цилиндрических резиновых шнуров, обмотанных в два слоя весьма тонкой изолированной проволокой (рис. 104).

Витки обмотки каждого пояса равномерно распределены по его длине и доходят до самых краев у концов шнура. На концах пояса обмотка хорошо проклеена лаком, вследствие чего крайние витки ее не могут сползать со шнура. Один из концов резинового шнура снабжен

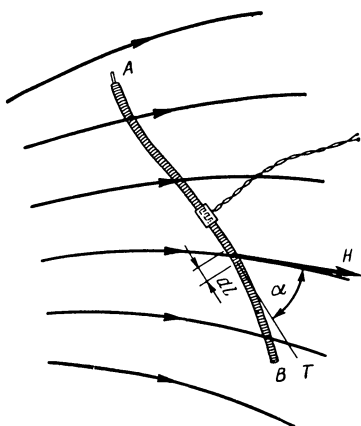


Рис. 104

латунным стерженьком, завинченным внутрь шнура вдоль его оси. Другой конец шнура имеет осевой канал, в который входит этот стерженек. Благодаря этому представляется возможным замыкать пояс, причем витки обмотки оказываются равномерно распределенными вдоль всего замкнутого пояса. Равномерность распределения витков не нарушается и в месте стыка концов шнура. В средней части пояса имеется колодка, к которой выведены концы обмотки пояса. Здесь же на колодке указаны число w' витков обмотки на единицу длины пояса и среднее сечение s пояса, охватываемое витками обмотки пояса. Вследствие достаточной твердости резинового шнура его поперечное

сечение остается практически неизменным при изгибах пояса. Вместе с тем пояс легко изгибается по своей длине.

Магнитодвижущая сила F_{AB} вдоль оси пояса пропорциональна полному потоку Ψ , сцепляющемуся с обмоткой пояса. Действительно, поток, сцепляющийся с одним витком пояса, равен

$$\Phi = \mu_0 H \cos \alpha' s,$$

где s — среднее значение поверхности поперечного сечения пояса, охватываемой витком обмотки пояса, H — напряженность поля в точках этой поверхности и α' — угол между нормалью к ней и вектором магнитной индукции $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Этот же угол α' есть угол между касательной T к оси пояса и вектором \mathbf{H} (рис. 104). Знак штрих ставим, чтобы отличить обозначение этого угла от обозначения отброса по шкале гальванометра.

На элементе длины dl пояса приходится число витков его обмотки, равное $w' dl$, причем w' — число витков на единицу длины пояса. Полный поток Ψ получаем, интегрируя вдоль оси пояса между точками A и B , лежащими на концах пояса,

$$\begin{aligned} \Psi &= \int_A^B \Phi w' dl = \int_A^B \mu_0 H \cos \alpha' s w' dl = \\ &= \mu_0 s w' \int_A^B H \cos \alpha' dl = \mu_0 s w' F_{AB}. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем

$$F_{AB} = \frac{1}{\mu_0 s w'} \Psi = C \Psi.$$

Величина C есть постоянная пояса. Она вычисляется по известным параметрам s и w' пояса.

Магнитный поток Ψ , сцепляющийся с обмоткой пояса, может быть измерен тем или иным способом.

В случае постоянного магнитного поля для измерения потока Ψ можно воспользоваться баллистическим методом. Наблюдают отброс α по шкале гальванометра при убывании потока Ψ от начального значения до нуля. Последнее достигается либо быстрым удалением пояса за пределы магнитного поля, либо выключением создающих поле токов.

Обозначив, как и ранее, постоянную баллистического гальванометра при измерении магнитного потока через C_{Ψ} , имеем

$$F_{AB} = C\Psi = CC_{\Psi}\alpha = K\alpha.$$

Величина K представляет собой постоянную системы пояс — гальванометр.

При переменном магнитном поле, когда поток Ψ является синусоидальной функцией времени, для определения амплитуды потока Ψ_m можно воспользоваться измерением э.д.с., индуцируемой в обмотке пояса. Действующее значение этой э.д.с. равно (Л. 1, ч. II, § 7)

$$E = 4,44 \cdot f \cdot \Psi_m,$$

где f — частота изменения потока.

Таким образом для вычисления амплитуды магнитодвижущей силы F_{ABm} в этом случае имеем формулу

$$F_{ABm} = \frac{C}{4,44 \cdot f} \cdot E = K' \cdot E.$$

С помощью магнитного пояса можно измерить полный ток $i\omega$ в обмотке какой-либо катушки. Здесь ω — число витков обмотки и i — ток в обмотке. Это измерение основано на законе полного тока. Охватив поясом всю обмотку катушки (рис. 105) и сомкнув концы пояса, будем иметь

$$F = \oint H \cos \alpha' dl = i\omega.$$

Таким же способом можно измерить ток в каком-либо проводе, охватив провод поясом и измерив магнитодвижущую силу F вдоль оси пояса. Этот способ измерения тока имеет большую ценность при измерении весьма больших токов в отдельных близко расположенных друг к другу шинах, когда не представляется возможным включение амперметра или трансформатора тока. Последнее соотношение дает возможность просто определить из опыта постоянную K системы пояс — гальванометр, если имеется катушка с известным числом витков ω_0 .

Пусть через эту катушку проходит постоянный ток i_0 . Охватив поясом всю обмотку катушки по некоторому замк-

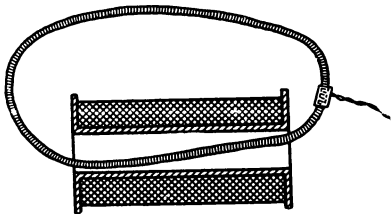


Рис. 105

нутому контуру и выключив затем ток в обмотке, наблюдают отброс α_0 по шкале гальванометра. Постоянная K определится из соотношения

$$K = \frac{i_0 \omega_0}{\alpha_0}.$$

Аналогично можно определить опытным путем постоянную K' , связывающую амплитуду синусоидально изменяющейся магнитодвижущей силы с действующим значением э.д.с. в обмотке пояса. Пусть действующее значение синусоидального тока в катушке с известным числом витков ω_0 равно I_0 . Охватив поясом всю обмотку катушки по замкнутому контуру, измеряют действующее значение E_0 э.д.с. в обмотке пояса. Постоянная K' находится при этом из соотношения

$$K' = \frac{\sqrt{2} I_0 \omega_0}{E_0}.$$

Выше было отмечено, что обмотка пояса имеет два слоя. В случае нечетного числа слоев обмотки необходимо проводники от концов обмотки проложить вдоль оси пояса вплотную к обмотке так, чтобы оба вывода находились в одном месте. Такая предосторожность необходима во избежание образования паразитного контура, охватывающего поток, не подлежащий измерению. При четном числе слоев обмотки такие паразитные контуры не могут образоваться, так как оба вывода обмотки сходятся в одном месте пояса. Естественно, что во всех случаях проводники, идущие от пояса, должны быть перевиты друг с другом, чтобы они образовывали бифиляр.

БЕССЕЛЕВЫ ФУНКЦИИ НУЛЕВОГО И ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПЕРВОГО РОДА

Разложение $J_0(x)$ и $J_1(x)$ в ряды

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{(2 \cdot 4)^2} - \frac{x^6}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2} + \dots$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^2 \cdot 4} + \frac{x^5}{(2 \cdot 4)^2 \cdot 6} - \frac{x^7}{(2 \cdot 4 \cdot 6)^2 \cdot 8} + \dots$$

Последовательные корни уравнений

$$J_0(x) = 0 \quad \text{и} \quad J_1(x) = 0$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_n при $J_0(x_n) = 0$	2,4	5,5	8,7	11,8	14,9	18,1	21,2	24,3	27,5	30,6
x_n при $J_1(x_n) = 0$	0	3,8	7,0	10,2	13,3	16,5	19,6	22,8	25,9	29,0

Рекуррентные формулы

$$J_0'(x) = -J_1(x), \quad \int_0^x J_1(x) dx = 1 - J_0(x),$$

$$\frac{d}{dx} [xJ_1(x)] = xJ_0(x), \quad \int_0^x xJ_0(x) dx = xJ_1(x).$$

**Модули и аргументы бесселевых функций нулевого
и первого порядка**

$$J_0(x) = b_0 \varepsilon^{i\beta_0}, \quad J_1(x) = b_1 \varepsilon^{i\beta_1}, \quad \text{где } x = \sqrt{-j} \cdot |x|.$$

$ x $	b_0	β_0°	b_1	β_1°
0	1	0	0	—45
0,1	1,0000	0,150	0,0500	—44,931
0,2	1,0001	0,567	0,1000	—44,714
0,3	1,0002	1,283	0,1500	—44,350
0,4	1,0003	2,283	0,2000	—43,854
0,5	1,0010	3,617	0,2500	—43,213
0,6	1,0020	5,150	0,3001	—42,422
0,7	1,0037	7,000	0,3502	—41,489
0,8	1,0063	9,150	0,4010	—40,358
0,9	1,0102	11,550	0,4508	—39,207
1,0	1,0155	14,217	0,5014	—37,837
1,1	1,0226	17,167	0,5508	—36,343
1,2	1,0319	20,333	0,6032	—34,706
1,3	1,0436	23,750	0,6549	—32,928
1,4	1,0584	27,367	0,7070	—31,011
1,5	1,0768	31,183	0,7599	—28,952
1,6	1,0983	35,167	0,8136	—26,768
1,7	1,1243	39,300	0,8683	—24,451
1,8	1,1545	43,550	0,9223	—22,000
1,9	1,1890	47,883	0,9819	—19,428
2,0	1,2286	52,283	1,0411	—16,732
2,1	1,2743	56,750	1,1022	—13,923
2,2	1,3250	61,233	1,1659	—11,000
2,3	1,3810	65,717	1,2325	—7,970
2,4	1,4421	70,183	1,3019	—4,838
2,5	1,5111	74,650	1,3740	—1,613
2,6	1,5830	79,114	1,4505	1,701
2,7	1,6665	83,499	1,5300	5,099
2,8	1,7541	87,873	1,6148	8,570
2,9	1,8486	92,215	1,7045	12,111
3,0	1,9502	96,518	1,7998	15,714
3,1	2,0592	100,789	1,9012	19,372
3,2	2,1761	105,032	2,0088	23,081
3,3	2,3000	109,252	2,1236	26,833
3,4	2,4342	113,433	2,2459	30,622
3,5	2,5759	117,605	2,3766	34,445
3,6	2,7285	121,760	2,5155	38,295
3,7	2,8895	125,875	2,6640	42,171
3,8	3,0613	129,943	2,8226	46,067
3,9	3,2443	134,096	2,9920	49,978
4,0	3,4391	138,191	3,1729	53,905

$ x $	b_0	β_0°	b_1	β_1°
4,1	3,6463	142,279	3,3662	57,840
4,2	3,8671	146,361	3,5722	61,789
4,3	4,1015	150,444	3,7924	65,743
4,4	4,3518	154,513	4,0274	69,706
4,5	4,6179	158,586	4,2783	73,672
4,6	4,9012	162,657	4,5460	77,638
4,7	5,2015	166,726	4,8317	81,615
4,8	5,5244	170,795	5,1390	85,590
4,9	5,8696	174,865	5,4619	89,571
5,0	6,2312	178,933	5,8118	93,549
5,1	6,6203	183,002	6,1793	97,533
5,2	7,0339	187,071	6,5745	101,518
5,3	7,4752	191,140	6,9960	105,504
5,4	7,9455	195,209	7,4456	109,492
5,5	8,4473	199,279	7,9253	113,482
5,6	8,9821	203,348	8,4370	117,473
5,7	9,5524	207,417	8,9830	121,465
5,8	10,160	211,487	9,5657	125,459
5,9	10,809	215,556	10,187	129,454
6,0	11,501	219,625	10,850	133,452
6,1	12,239	223,694	11,558	137,450
6,2	13,027	227,762	12,313	141,452
6,3	13,865	231,830	13,119	145,454
6,4	14,761	235,987	13,978	149,458
6,5	15,717	239,964	14,896	153,462
6,6	16,737	244,031	15,876	157,469
6,7	17,825	248,098	16,921	161,477
6,8	18,986	252,164	18,038	165,486
6,9	20,225	256,228	19,228	169,498
7,0	21,548	260,294	20,500	173,510
7,1	22,959	264,358	21,858	177,523
7,2	24,465	268,422	23,308	181,536
7,3	26,074	272,486	24,856	185,554
7,4	27,790	276,540	26,509	189,571
7,5	29,622	280,612	28,274	193,589
7,6	31,578	284,674	30,158	197,608
7,7	33,667	288,736	32,172	201,627
7,8	35,896	292,798	34,321	205,646
7,9	38,276	296,859	36,617	209,670
8,0	40,817	300,920	39,070	213,692

$ x $	b_0	β_0°	b_1	β_1°
8,1	43,532	304,981	41,691	217,716
8,2	46,429	309,042	44,487	221,739
8,3	49,524	313,102	47,476	225,764
8,4	52,829	317,162	50,670	229,790
8,5	56,359	321,222	54,081	233,815
8,6	60,129	325,282	57,725	237,842
8,7	64,155	329,341	61,618	241,868
8,8	68,455	333,400	65,779	245,896
8,9	73,049	337,459	70,222	249,925
9,0	77,957	341,516	74,971	253,953
9,1	83,199	345,577	80,048	257,981
9,2	88,796	349,566	85,466	262,011
9,3	94,781	353,693	91,259	266,041
9,4	101,128	357,751	97,449	270,071
9,5	108,003	361,811	104,063	274,102
9,6	115,291	365,868	111,131	278,133
9,7	123,110	369,958	118,683	282,164
9,8	131,429	373,983	126,752	286,197
9,9	140,300	378,002	135,374	290,229
10,0	149,831	382,099	144,586	294,266

**ПОЛНЫЕ ЭЛЛИПТИЧЕСКИЕ ИНТЕГРАЛЫ
ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДА K и E В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ КВАДРАТА МОДУЛЯ k^2**

k^2	K	E	k^2	K	E
0,00	1,57080	1,57080	0,40	1,77752	1,39939
0,01	1,57475	1,56686	0,41	1,78452	1,39465
0,02	1,57874	1,56291	0,42	1,79165	1,38988
0,03	1,58278	1,55895	0,43	1,79892	1,38509
0,04	1,58687	1,55497	0,44	1,80633	1,38026
0,05	1,59100	1,55097	0,45	1,81388	1,37540
0,06	1,59519	1,54696	0,46	1,82159	1,37051
0,07	1,59942	1,54294	0,47	1,82946	1,36560
0,08	1,60371	1,53889	0,48	1,83749	1,36064
0,09	1,60805	1,53483	0,49	1,84569	1,35566
0,10	1,61244	1,53076	0,50	1,85407	1,35064
0,11	1,61689	1,52666	0,51	1,86264	1,34559
0,12	1,62139	1,52256	0,52	1,87140	1,34051
0,13	1,62595	1,51843	0,53	1,88036	1,33538
0,14	1,63058	1,51428	0,54	1,88953	1,33022
0,15	1,63526	1,51012	0,55	1,89892	1,32502
0,16	1,64000	1,50594	0,56	1,90855	1,31979
0,17	1,64481	1,50174	0,57	1,91841	1,31451
0,18	1,64968	1,49753	0,58	1,92853	1,30919
0,19	1,65462	1,49329	0,59	1,93891	1,30383
0,20	1,65962	1,48903	0,60	1,94957	1,29843
0,21	1,66470	1,48476	0,61	1,96052	1,29298
0,22	1,66985	1,48047	0,62	1,97178	1,28748
0,23	1,67507	1,47615	0,63	1,98337	1,28194
0,24	1,68037	1,47182	0,64	1,99530	1,27635
0,25	1,68575	1,46746	0,65	2,00760	1,27071
0,26	1,69121	1,46309	0,66	2,02028	1,26501
0,27	1,69675	1,45869	0,67	2,03337	1,25926
0,28	1,70237	1,45427	0,68	2,04689	1,25346
0,29	1,70809	1,44983	0,69	2,06088	1,24759
0,30	1,71389	1,44536	0,70	2,07536	1,24167
0,31	1,71978	1,44088	0,71	2,09037	1,23568
0,32	1,72578	1,43637	0,72	2,10595	1,22963
0,33	1,73186	1,43183	0,73	2,12213	1,22351
0,34	1,73806	1,42727	0,74	2,13897	1,21732
0,35	1,74435	1,42269	0,75	2,15652	1,21106
0,36	1,75075	1,41808	0,76	2,17483	1,20471
0,37	1,75727	1,41345	0,77	2,19397	1,19829
0,38	1,76390	1,40879	0,78	2,21402	1,19178
0,39	1,77065	1,40410	0,79	2,23507	1,18518

k^2	K	E	k^2	K	E
0,80	2,25721	1,17849	0,90	2,57809	1,10477
0,81	2,28055	1,17170	0,91	2,62777	1,09648
0,82	2,30523	1,16480	0,92	2,68355	1,08794
0,83	2,33141	1,15779	0,93	2,74707	1,07912
0,84	2,35926	1,15066	0,94	2,82075	1,06999
0,85	2,38902	1,14340	0,95	2,90834	1,06047
0,86	2,42093	1,13600	0,96	3,01611	1,05050
0,87	2,45534	1,12845	0,97	3,15587	1,03995
0,88	2,49264	1,12074	0,98	3,35414	1,02859
0,89	2,53333	1,11286	0,99	3,69564	1,01599
			1,00	∞	1,00000

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейман Л. Р. и Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники, ч. I, II, III, Госэнергоиздат, 1959.
2. Нетушил А. В., Поливанов К. М. Основы электротехники, ч. III, Госэнергоиздат, 1956.
3. Лаврентьев М. А. и Шабат Б. В. Методы теории функции комплексного переменного. Физматгиз, 1958.
4. Миролубов Н. Н. и др. Методы расчета электростатических полей. Изд-во «Высшая школа», 1963.
5. Нейман Л. Р. Поверхностный эффект в ферромагнитных полях. Госэнергоиздат, 1949.
6. Поливанов К. М. Ферромагнетики. Госэнергоиздат, 1957.
7. Цейтлин Л. А. Индуктивности проводов и контуров. Госэнергоиздат, 1950.
8. Буль Б. К. Основы теории и расчета магнитных цепей. Изд-во «Энергия», 1964.
9. Каден Г. Электромагнитные экраны в высокочастотной технике. Госэнергоиздат, 1957.
10. Никольский В. В. Теория электромагнитного поля. Изд-во «Высшая школа», 1964.
11. Гольденштейн Л. Д. и Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны. Изд-во «Советское радио», 1956.
12. Котельников В. А., Николаев А. И. Основы радиотехники, ч. I. Связьиздат, 1950.
13. Горелик Г. С. Колебания и волны. Физматгиз, 1959.
14. Харкевич А. А. Теоретические основы радиосвязи. ГИТТЛ, 1957.
15. Бабиков М. А. и др. Техника высоких напряжений. Госэнергоиздат, 1963.
16. Сиротинский Л. И. Техника высоких напряжений, ч. I. Госэнергоиздат, 1951.
17. Нейфельд М. Р. Защитные заземления в электротехнических установках. Госэнергоиздат, 1959.
18. Марголин Н. Ф. Токи в земле. Госэнергоиздат, 1947.
19. Костенко М. П. и Пиотровский Л. М. Электрические машины. Изд-во «Энергия», ч. I, 1964, ч. II, 1965.

20. А р у т ю н о в В. О. Электрические измерительные приборы и измерения. Госэнергоиздат, 1958.
21. Электрические измерения. Под ред. Ф р е м к е А. В. Госэнергоиздат, 1963.
22. Ку л и к о в с к и й Л. Г. и Л ю б и м о в Г. Г. Магнитная гидродинамика. Физматгиз, 1962.
23. К и р к о И. М. Жидкий металл в электромагнитном поле. Изд-во «Энергия», 1964.
24. Х о л я в с к и й Г. Б. Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах. Госэнергоиздат, 1959.
25. В о л ы н с к и й Б. А. и Б у х м а н В. Е. Модели для решения краевых задач. Физматгиз, 1960.
26. К а р п л ю с У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. ИЛ, 1962.
27. Т е т е л ь б а у м Е. М. Электрическое моделирование. Физматгиз, 1959.
28. К о г а н Б. Я. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. Физматгиз, 1963.
29. К а г а н Б. М. и Т е р-М и к а э л я н. Решение инженерных задач на цифровых вычислительных машинах. Изд-во «Энергия», 1964.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
-----------------------	---

Р а з д е л I

Исследование постоянных и квазистационарных электрических и магнитных полей

<i>Работа 1.</i> Исследование распределения постоянного тока в плоском проводящем листе	9
<i>Работа 2.</i> Исследование преломления линий электрического тока на границе раздела двух сред с различными удельными проводимостями	16
<i>Работа 3.</i> Исследование электрического поля с помощью зондов	28
<i>Работа 4.</i> Исследование магнитного поля цилиндрической катушки	31
<i>Работа 5.</i> Исследование постоянного и переменного магнитных полей с помощью датчика Холла	41
<i>Работа 6.</i> Исследование намагничивания эллипсоидов вращения в однородном магнитном поле	48

Р а з д е л II

Исследование переменного электромагнитного поля в диэлектрике и в проводящей среде

<i>Работа 7.</i> Исследование электромагнитного поля переменного электрического диполя	56
<i>Работа 8.</i> Исследование линии с распределенными параметрами	61
<i>Работа 9.</i> Исследование электромагнитного поля в волноводе	72
<i>Работа 10.</i> Исследование распределения тока в проводниках, заложенных в пазу электрической машины	78
<i>Работа 11.</i> Исследование электромагнитного экранирования	89

Р а з д е л I I I

Определение параметров электрических и магнитных цепей и уяснение связи их с окружающими цепи полями

- Работа 12.* Определение коэффициентов электростатической индукции, частичных емкостей и потенциальных коэффициентов 112
- Работа 13.* Исследование взаимной индуктивности круглых и прямоугольных катушек 121
- Работа 14.* Расчет собственных и взаимных индуктивностей катушек электромагнита по картине поля 130
- Работа 15.* Исследование активного и реактивного сопротивлений проводов и шин с учетом поверхностного эффекта и эффекта близости 136

Р а з д е л I V

Исследование механических проявлений электрических и магнитных полей

- Работа 16.* Исследование механических взаимодействий заряженных тел на модели электростатического вольтметра 148
- Работа 17.* Исследование механических взаимодействий контуров с электрическими токами 157
- Работа 18.* Исследование электромагнитных усилий в бегущем магнитном поле 161

Р а з д е л V

Моделирование и машинные методы расчета электрических и магнитных полей

- Работа 19.* Моделирование электрического поля двухпроводной линии передачи и электрического поля кабеля полем тока в проводящем листе 174
- Работа 20.* Моделирование магнитного поля электрической машины полем тока в проводящем листе 181
- Работа 21.* Исследование пространственного растекания электрического тока в проводящей среде и сопротивления заземлений 191
- Работа 22.* Моделирование электрического поля тел вращения в однородной среде с помощью электролитической ванны. Поле электростатической линзы 205
- Работа 23.* Моделирование электрического поля тел вращения в неоднородных средах с помощью электролитической ванны 213

<i>Работа 24. Расчет магнитного поля в зазоре электрической машины на сеточной электрической модели</i>	<i>217</i>
<i>Работа 25. Исследование процесса установления магнитного поля в массивном сердечнике с использованием аналоговой вычислительной машины</i>	<i>231</i>

П р и л о ж е н и я

<i>Приложение 1. Измерение электрического заряда баллистическим методом</i>	<i>245</i>
<i>Приложение 2. Измерение магнитного потока баллистическим методом</i>	<i>249</i>
<i>Приложение 3. Измерение магнитодвижущей силы</i>	<i>253</i>
<i>Приложение 4. Бесселевы функции нулевого и первого порядка первого рода</i>	<i>257</i>
<i>Приложение 5. Полные эллиптические интегралы первого и второго рода K и E в зависимости от квадрата модуля k^2</i>	<i>261</i>

**Леонид Робертович Нейман
Камо Серопович Демирчян
Виктор Макарович Юринов**

**РУКОВОДСТВО К ЛАБОРАТОРИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ**

Редактор *Г. Е. Перковская*
Художественный редактор *Н. К. Гуторов*
Технический редактор *С. С. Горохова*
Корректор *А. И. Гурычева*

Т-05216. Сдано в набор 8/X-65 г. Подп. к печати 25/III-66 г.
Формат 84×108¹/₃₂. Объем 8,375 печ. л. 14,07 усл. печ. л.
12,3 уч.-изд. л. Изд. № ФМ-283. Тираж 20 000 экз. Зак. 802.
Цена 41 коп.

Тематический план издательства «Высшая школа» (вузы
и техникумы) на 1966 г. Позиция № 66.

Москва, И-51, Неглинная ул., 29/14
Издательство «Высшая школа»

Ярославский полиграфкомбинат Главполиграфпрома Ко-
митета по печати при Совете Министров СССР.
Ярославль, ул. Свободы, 97.