

Цена 45 коп.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

НАУЧНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬНАЯ БИБЛИОТЕКА

ВЫШЛИ В СВЕТ

- Вып. 1. Проф. Р. В. КУНИЦКИЙ, Было ли начало мира.
- Вып. 2. Проф. Б. А. ВОРОНЦОВ-ВЕЛЬЯМИНОВ, Происхождение небесных тел.
- Вып. 3. Проф. Р. В. КУНИЦКИЙ, День и ночь. Времена года.
- Вып. 4. Г. А. АРИСТОВ, Солнце.
- Вып. 5. Е. Л. КРИНОВ, Небесные камни.
- Вып. 6. Проф. В. И. ГРОМОВ, Из прошлого Земли.
- Вып. 7. Проф. Г. А. МАКСИМОВИЧ и Н. А. МАКСИМОВИЧ, Свидетели прошлого.
- Вып. 8. Проф. С. К. ВСЕХСВЯТСКИЙ, Как познавалась вселенная.
- Вып. 9. И. Г. ЛУПАЛО, Наука против религии.
- Вып. 10. Ф. Ю. ЗИГЕЛЬ, Что такое комета.

Научно-просветительная библиотека

Т. Н. Берман

СЧЁТ И ЧИСЛО

БИБЛИОТЕКА
№ 89
Карпушина В. Д.

НАУЧНО-ПРОСВЕТИТЕЛЬНАЯ БИБЛИОТЕКА
ВЫПУСК II

Г. Н. БЕРМАН

СЧЁТ И ЧИСЛО
(КАК ЛЮДИ УЧИЛИСЬ СЧИТАТЬ)

ИЗДАНИЕ ШЕСТОЕ

БИБЛИОТЕКА
№ 89
Карпушина В.Д.

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1956

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Счёт в глубокой древности	4
Как буквы были использованы для записи чисел	8
Где и как возникла нынешняя (позиционная) система счисления	13
Наша нумерация, её достоинства и недостатки	21
Как коротко записывают и называют «астрономические» числа	25
Как записывают и называют «числа-карлики»	30
Заключение	32

Бернан Георгий Николаевич.

Счёт и число.

Редактор *В. А. Мезенцев.*

Техн. редактор *С. Н. Ахламов.*

Корректор *З. В. Моисеева.*

Сдано в набор 18 V 1956 г. Подписано к печати 12/VII 1956 г. Бумага 84 × 108/16.
Физ. печ. л. 1,00. Условн. печ. л. 1,64. Уч.-изд. л. 1,58. Тираж 100 000 экз.
Т 04445. Цена книги 45 к. Заказ № 1805.

Государственное издательство технико-теоретической литературы.
Москва, В-71, Б. Калужская, 15.

Министерство культуры СССР. Главное управление полиграфической промышленности. Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова. Москва Ж-54, Валовля, 28.



4 89

трицикло В. Д.

ВВЕДЕНИЕ

Что может быть проще счёта? Говорить подряд: раз, два, три, четыре, пять и т. д. может всякий. Счёт вошёл в наш быт так прочно, мы с ним так сжились, что не можем себе представить взрослого человека, не умеющего считать. И всё же было время, когда люди считать не умели. Наши отдалённые предки, населявшие землю тысячи веков тому назад, не знавшие огня, не знали и счёта.

В старинных сказаниях упоминаются пророки и герои, которым боги открыли или которые сами отняли у богов огонь и число. Таких пророков и героев, разумеется, никогда не было. Люди научились считать сами, постепенно в течение сотен веков, передавая свой опыт и свои знания из поколения в поколение, развивая и совершенствуя искусство счёта.

Современная наука о числах — большая, сложная наука. Она является разделом математики, науки, которая «имеет своим предметом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, т. е. весьма реальное содержание» (Ф. Энгельс). Математика — не пустая выдумка мудрецов. Она возникла из практической потребности людей изучать окружающую их природу и её законы в целях использования их в интересах человека.

В этой книжке рассказывается о том, как люди постепенно овладевали искусством счёта и как построена система счисления в настоящее время.

СЧЁТ В ГЛУБОКОЙ ДРЕВНОСТИ

На древних гробницах, на развалинах старых храмов находят иногда странные, причудливые письмена. Учёные сумели их прочесть и узнали, как жили люди четыре-пять тысяч лет тому назад. Из этих надписей видно, что и тогда, тысячи лет тому назад, наши предки считали неплохо. Но как считали они ещё раньше, когда не умели писать? Об этом мы можем только догадываться.

Три пути ведут нас в глубь веков и помогают разгадать эту загадку.

Первый путь — изучение языка, пародных преданий, песен. В языке сохранилось много следов тех времён, когда люди писать ещё не умели.

Второй путь — наблюдение над детьми, когда они учатся говорить и считать. Изучая развитие детей, можно получить некоторые указания на то, как люди овладевали счётом: ребёнок как бы «повторяет» некоторые шаги развития человечества.

Третий путь — изучение первобытных народов. В Африке, в центральной части Южной Америки, на некоторых островах сохранились племена, стоящие на очень низкой ступени развития; они сейчас примерно такие, какими наши предки были пять или десять тысяч лет тому назад. Капиталистические хозяева этих колоний не заинтересованы в том, чтобы поднимать их культурный уровень. Поэтому кое-где до сих пор сохранился первобытный уклад жизни. Изучение таких племён, их языка, их искусства позволило выяснить много тёмных мест нашей собственной древнейшей истории и помогло нам узнать, как считали в старину.

Сопоставляя сведения, полученные из этих трёх источников, мы можем приблизительно восстановить картину того, как наши предки считали до изобретения письменности.

В те отдалённые времена, когда люди едва научились говорить и пользоваться огнём, они знали только два числа: один и два. Если пересчитываемых предметов было больше двух, то люди говорили просто «много». «Много» было звёзд на небе, но и пальцев на руке было тоже «много». Известны и сейчас целые племена, для которых счёт до трёх представляет трудную работу. В раз-

витии каждого ребёнка тоже известен промежуток времени, когда он понимает, что такое «один» и «два», но сосчитать до трёх не может.

Постепенно к первым двум числам прибавлялись новые и новые. Люди научились считать до пяти и соединять два «пятка» в десяток. Этому помогла та счётная машина, которой наделила человека сама природа: его две руки с десятью пальцами.

Числа «пять» и «десять» сыграли огромную роль в истории развития счёта. На это имеется много указаний. В язы-

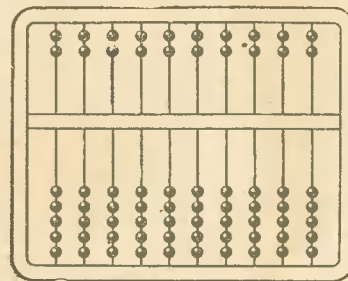


Рис. 1. Китайские счёты.

ках большинства древних народов названия чисел первого десятка совпадают с названиями пальцев рук. Даже языки народов, живущих теперь, сохранили следы этого явления: например, в современном итальянском языке слово *le dita* («ле дита») означает и «числа до десяти» и «пальцы». Выражение «перечесать по пальцам», сохранившееся в нашем языке, показывает, что у наших предков счёт был неразрывно связан с пальцами. Наконец, наша современная десятичная система счисления (о ней будет подробно рассказано дальше) служит доказательством того, какое важное значение имело число «десять» в развитии искусства счёта.

Мы сказали, что люди сначала считали «пятками», а уже потом научились соединять пятки в пары и считать десятками. На это указывает любопытное счётное приспособление, дожившее до наших дней, а именно — китайские счёты. Их устройство ясно из прилагаемого рисунка (рис. 1).

Человеческое общество развивалось, возникли земледелие, скотоводство, простейшие ремёсла. Вместе с ними появились простейшие формы учёта. От этих времён остались письменные памятники, и мы уже не догадываемся, а точно знаем, как тогда считали наши предки.

На заре письменности букв не существовало. Каждая вещь, каждое действие изображалось картинкой. Постепенно картинки упрощались, но число их увеличивалось: особые значки изображали не только предметы и действия, но и качества предметов и другие отдельные слова. Все эти значки были очень сложны

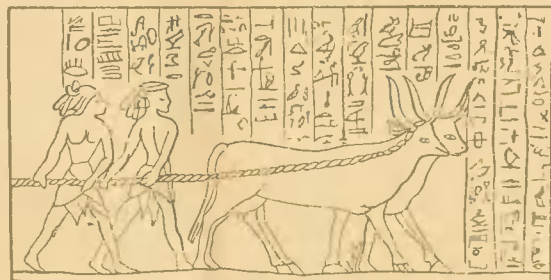


Рис. 2. Египетские иероглифы.

(каждый из них был целым рисунком, хотя и очень упрощённым) и обозначали не отдельные звуки, а целые слова. Такие значки называют иероглифами. Письменность при помощи иероглифов существует не менее пяти тысяч лет *). На рисунке 2 мы видим иероглифы, изображённые на одной из древнейших египетских построек.

Специальных знаков (цифр) для записи чисел тогда не было; слова «один», «пять», «двадцать» и другие числительные изображались определёнными иероглифами. Таких числовых иероглифов было сравнительно немного, потому что считали в то время не более, чем до сотни, в редких случаях — до тысячи.

В некоторых странах, например в Китае и Японии, и теперь наряду с современными буквами употребляются

*) О том, как возникло и развивалось письмо, читайте в книжке «Научно-популярной библиотеки» Гостехиздата: А. М. Иглицкий и Б. А. Соморов, Как печатают книги.

иероглифы. На рисунке 3 изображены китайские и японские почтовые марки разного времени, на которых рядом с обычными цифрами и латинскими буквами видны причудливые знаки; это — иероглифы.

Иероглифы древних египтян показывают, что искусство счёта стояло у них на большой высоте. Три с половиной тысячи лет тому назад египтяне знали и целые числа и дробные.



Рис. 3. Китайские и японские марки.

От тех времён сохранились и календарные расчёты, и хозяйственные документы, и специальные сборники арифметических задач, которые служили пособием при обучении счёту.

Но с большими числами в египетских памятниках мы не встречаемся.

Для дальнейшего усовершенствования искусства счёта нужно было одно из двух — или перейти к более удобному письму, т. е. перейти от иероглифов к буквам, или же изобрести какой-то новый приём, облегчающий запись чисел специальными значками. Одни народы пошли по первому пути, другие — по второму.

КАК БУКВЫ БЫЛИ ИСПОЛЬЗОВАНЫ ДЛЯ ЗАПИСИ ЧИСЕЛ

Изобретение букв дало очень много для развития культуры. Способствовало оно и развитию искусства счёта. Вместо того, чтобы писать с помощью букв названия чисел так, как они произносятся, стали каждое число изображать условно с помощью одной буквы. Но тут возникло затруднение: букв мало, а чисел очень много (ко времени изобретения букв люди умели уже считать тысячами). Значит, нужно было не просто изображать числа буквами, а изобрести такую систему записи, чтобы с помощью немногих букв можно было записывать много различных чисел. Система записи, при которой достаточно немногих значков для записи многих чисел, называется системой счисления или нумерацией.

Для нас особенно интересны римская и славянская нумерации. Римская — потому, что римские цифры встречаются до сих пор на циферблатах часов, на старых зданиях, употребляются для обозначения глав книги, столетий и т. д., а славянская — потому, что она употреблялась в древней Руси.

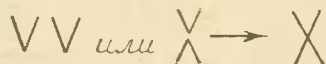
Древние римляне в течение сотен лет пользовались для записи чисел старинными знаками, происхождение которых окончательно ещё не установлено. Вот эти знаки:

I (один), V (пять), X (десять), ↓ (пятьдесят),)((сто)

Можно предположить, что знак для единицы — это иероглиф, изображающий один палец, знак для пятёрки — изображение пяти пальцев (кисть руки с оттопыренным большим пальцем):



а для десятки — изображение вместе двух пятёрок:



Объяснить происхождение знаков для пятидесяти и ста не так просто. По этому вопросу учёные строят лишь различные догадки.

Но ко времени наибольшего расцвета римской культуры (2000 лет тому назад) эти знаки были заменены похожими на них латинскими буквами.

Таким образом,

- I (палец) превратился в I (латинская буква «и»),
- V (рука) превратилась в V (латинская буква «вэ»),
- X (две руки) превратились в X (лат. буква «икс»),
- ↓ превратился в L (латинская буква «эль»),
-)(превратился в C (латинская буква «це»); от этого последнего знака осталась только одна правая скобка.

Кроме того, появилось два новых знака: буква D («дэ») — для пятисот и буква M («эм») — для тысячи. Впрочем, возможно, что буквы C и M являются просто начальными буквами слов *centum* («цэнтум») и *mille* («милле»), обозначающих по-латыни «сто» и «тысяча».

Как же римляне записывали различные числа?

Чтобы записать числа «два» и «три», они просто дважды или трижды повторяли знак единицы: II (два), III (три). «Четыре» записывалось так: IV; в этой записи единица, поставленная перед пятёркой, отнималась от пяти. Наоборот, единицы, написанные после пятёрки, прибавлялись к ней; шесть, семь и восемь записывались так: VI, VII, VIII.

Далее вводился значок X. «Девять» записывалось следующим образом: IX (единица, стоящая перед десяткой, опять-таки отнимается от десяти). Дальше шли X, XI, XII, XIII (десять, одиннадцать, двенадцать, тринадцать). Четырнадцать записывалось так: XIV (десять и четыре), пятнадцать — XV (десять и пять) и так далее; двадцать и тридцать записывались повторением знака десятки: XX и XXX.

Для сорока, пятидесяти и т. д. вводился значок L (пятьдесят). Сорок один, например, записывали так: XL I

(десятка, стоящая перед I, отнимается, а единица, стоящая после I, прибавляется к пятидесяти). Пятьдесят, шестьдесят, семьдесят записывались так: L, LX, LXX.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX	XX
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX	XXX
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
XXXI	XXXII	XXXIII	XXXIV	XXXV	XXXVI	XXXVII	XXXVIII	XXXIX	XL
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
XLI	XLII	XLIII	XLIV	XLV	XLVI	XLVII	XLVIII	XLIX	L
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
LII	LIII	LIV	LV	LVI	LVII	LVIII	LIX	LX	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
LXI	LXII	LXIII	LXIV	LXV	LXVI	LXVII	LXVIII	LXIX	LXX
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
LXXI	LXXII	LXXIII	LXXIV	LXXV	LXXVI	LXXVII	LXXVIII	LXXIX	LXXX
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
LXXXI	LXXXII	LXXXIII	LXXXIV	LXXXV	LXXXVI	LXXXVII	LXXXVIII	LXXXIX	XC
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
XCII	XCIII	XCIV	XCV	XCVI	XCVII	XCVIII	IC	C	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Для девяноста использовался знак сотни С следующим образом: от ста отнимается десятка; значит, знак десятки ставится перед знаком сотни: XC.

Все числа первой сотни, написанные римскими цифрами, приведены на этой странице.

Следующие за сотней числа записывались римскими цифрами по совершенно такой же системе. Число 102—CII, число 374—CCCLXXIV и т. д. Для чисел от четырёхсот до восьмисот девяносто девяти использовался значок D (500), девятьсот записывалось CM, тысяча — M. Таким

образом, число 1917 записывается римскими цифрами так: MCMXVII. Число 1956 — MCMLVI.

Нетрудно записывать римскими цифрами и большие числа. Например, число 123 849 нужно записать так: CXXIII^mDCCCXLIX. Маленькая буква «m» (латинское «эм») обозначает здесь тысячи (сто двадцать три тысячи); этой буквой начинается слово *mille* (м и л л е), что значит по-латыни «тысяча».

Римская нумерация удобна для записи чисел, но не приспособлена для производства вычислений; никаких действий в письменном виде (расчёты «столбиками» и другие приёмы, которые умеем делать мы) с римскими цифрами произвести почти невозможно. Это — большой недостаток римской нумерации.

Ниже приведены славянские цифры (под ними написаны названия букв славянского алфавита).

ā	ḃ	ǣ	ḍ	ē	š	ž	h̑	ā
<i>аз</i>	<i>вѣди</i>	<i>глаголь</i>	<i>збрѣ</i>	<i>есть</i>	<i>зелѣ</i>	<i>земля</i>	<i>ѡжв</i>	<i>фита</i>
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ī	ḱ	l̑	l̑	h̑	z̑	o	ṗ	č
<i>и</i>	<i>како</i>	<i>люди</i>	<i>мыслѣте</i>	<i>наш</i>	<i>кци</i>	<i>он</i>	<i>покоѡ</i>	<i>червь</i>
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ř	č	т̑	ŷ	Ѡ	х̑	ѡ	ō	ц̑
<i>рци</i>	<i>слово</i>	<i>твёрдо</i>	<i>ук</i>	<i>феррт</i>	<i>жа</i>	<i>пси</i>	<i>о</i>	<i>ци</i>
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Славянская нумерация использует не семь, а двадцать семь букв. Но зато она позволяет записывать очень большие числа и выполнять действия «столбиками».

В отличие от римской славянская нумерация пользовалась не заглавными, а строчными буквами. Над буквами, изображающими числа, ставился особый значок — т и т л о (-) этот значок употреблялся и в обычном письме для сокращения слов.

Числа одиннадцать, двенадцать, например, записывались так: $\bar{A}\bar{I}$, $\bar{B}\bar{I}$, двадцать один, двадцать два — $\bar{K}\bar{A}$, $\bar{K}\bar{B}$, и т. д. Титло ставилось только над одной из букв. Порядок цифр в числе был такой же как в его названии. Мы говорим, например, «п я т н а д ц а т ь» (по-славянски — «пятьнадесять»). В старину так и писали: $\bar{c}\bar{i}$.

Наоборот, в числе «двадцать три» мы сначала называем десятки, потом единицы; у наших предков это отражалось и в письме: они писали $\bar{K}\bar{I}$. Место цифры, её положение в числе не имело значения. У нас же теперь одна и та же цифра, в зависимости от её положения, может обозначать разные числа.

Например, цифра 2 в числах 12, 23, 215 обозначает в первом — два, во втором — двадцать, в третьем — двести.

Знак * обозначал тысячи. С помощью повторения этого знака можно было записать значительно большие числа. Число 2 178 073, например, можно было записать так:

* * \bar{B} * \bar{P} \bar{O} \bar{N} \bar{O} \bar{G}

Десять веков назад на Руси не знали ещё чисел, больше чем тысяча. Названия чисел были тогда почти такие же, как и у нас, только произносились они немного иначе. Число «один» называлось, например, «един»; число 20 — «двадесать»; 1000 — «тысяща». Слово «единый» до сих пор осталось в нашем языке.

Десять тысяч казалось нашим предкам числом столь огромным, что его называли словом «тьма». Это же слово «тьма» обозначало и бесконечное множество. Очень любопытно, что и у древних греков самым большим числом, для которого имелось название, тоже было десять тысяч.

По-гречески десять тысяч называлось «м и р и а», а слово «мириада», подобно славянской «тьме», обозначало не

только десятки тысяч, но и какие-то огромные, не поддающиеся исчислению количества. И сейчас ещё говорят иногда «мириады звёзд».

С XV—XVI веков в России начинают входить в употребление и теперешние, «арабские» цифры. Одновременно с этим развивается и славянское счисление; постепенно придумываются названия для всё больших и больших чисел.

В XVII веке славянское счисление превращается в стройную систему, называемую «великим словенским числом»; система эта применялась тогда, «коли прилучался великий счёт и перечень», как говорится в одном древнем руководстве.

Вот как выглядит эта система счисления в рукописях XVII столетия.

Десять тысяч называется в этих рукописях не «тьмою», а так, как сейчас, т. е. десятком тысяч. Слово же «тьма» обозначает тысячу тысяч, т. е. наш миллион. Кроме того, появляются следующие наименования: «тьма тем» или «легион» (т. е. по-теперешнему — миллион миллионов или триллион), «легион легионов» или «леодр», и, наконец, «леодр леодров» или «ворон».

В одной рукописи упоминается ещё «колода», равная десяти ворунам, и при этом замечается, что «сего числа несть больше».



ГДЕ И КАК ВОЗНИКЛА НЫНЕШНЯЯ (ПОЗИЦИОННАЯ) СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Мы видели, что некоторые народы употребляли буквы не только для записи слов, но и для записи чисел. Другие народы писали при помощи значков, похожих на иероглифы, но зато придумали, как с помощью немногих знаков записывать большое количество чисел.

Особенно любопытный способ записи чисел возник в древнем Вавилоне. Вавилоняне писали палочками на плитках из мягкой глины и обжигали потом свои «рукописи».

Получались прочные кирпичные «документы»; некоторые из них частично сохранились и до нашего времени.

Учёные нашли при раскопках немало кирпичных актов, государственных и торговых договоров, даже учебников. Поэтому жизнь древнего Вавилона нам хорошо известна.

Сама техника письма палочкой по мягкой глине привела к тому, что все картинки-иероглифы вавилонян были построены из узких вертикальных или горизонтальных клинышков — таких:  или таких . Письменность древних вавилонян так и называют «клин-о-писью».

Около 4 тысяч лет назад в Месопотамию — долину между реками Тигром и Евфратом на территории нынешнего Ирака — пришли два кочевых народа: сумерийцы и аккадьяне. Это были народы для своего времени очень развитые: они умели пахать землю, разводить скот, знали ремёсла и торговлю. Через два века они слились в одно мощное государство — Вавилон.

Ко времени слияния каждый из этих народов — и сумерийцы, и аккадьяне — имел свои весовые и денежные единицы. Основой единицей веса у сумерийцев была «мина» — на наш вес приблизительно $\frac{1}{2}$ килограмма. Денежной единицей у них служила мина серебра. У аккадьян масштабы были мельче. Их единица веса — «шекель» — была в шестьдесят раз меньше сумерийской мины (конечно, не точно, а приблизительно в шестьдесят раз, но грубые весы того времени не улавливали разницы).

После слияния «имели хождение» обе единицы веса — мина и шекель.

В денежном обращении мины и шекели серебра играли роль наших рублей и копеек, только шекель был не сотой, а шестидесятой частью более крупной единицы — мины.

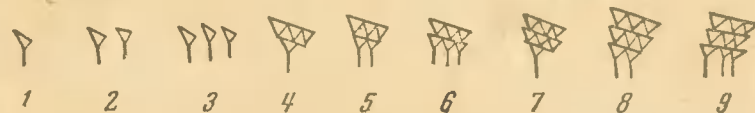
Торговля и хозяйство развивались, обороты росли. Как нам, кроме граммов и килограммов, нужны тонны, так и в Вавилоне понадобилась более увесистая единица.

Естественно, что новую весовую единицу установили в шестьдесят раз больше мины: число «шестьдесят» было уже привычным при хозяйственных расчётах. Её назвали «талант».

Во́зникла и новая денежная единица — талант серебра, равный 60 минам серебра.

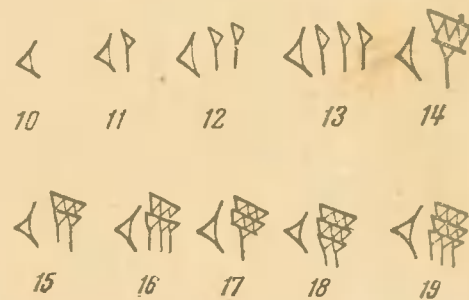
Наличие трёх единиц (весовых и денежных), из которых каждая равна шестидесяти меньшим, привело к тому, что вавилонянам не приходилось называть и записывать числа, большие чем шестьдесят. Как мы не говорим «двести пятнадцать копеек» или «тысяча тридцать семь граммов», а говорим «два пятнадцать» или «кило тридцать семь граммов», так и вавилоняне говорили: «две мины сорок шекелей» вместо того, чтобы сказать «сто шестьдесят шекелей». Поэтому им для обозначения чисел нужно было только пятьдесят девять значков.

Мы уже говорили, что вавилонское письмо строилось из клинышков. Единица обозначалась одним вертикальным клинышком, два — двумя и т. д. до девяти клинышков. Вот вавилонские значки для первых девяти чисел:

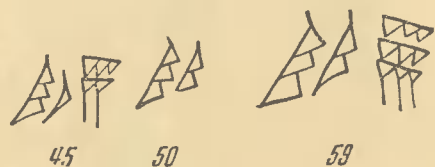
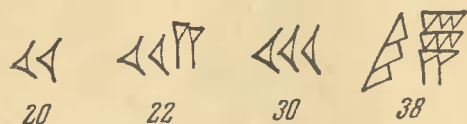


Клинышки в этих значках расположены так разумно, что при чтении не приходится их пересчитывать: количество их сразу бросается в глаза.

Для десяти был особый значок — широкий поперечный клинышек. Вот как записывались числа второго десятка:



Подобно этому записывались и большие числа. Вот несколько примеров:



Первоначально мины обозначались значками большего размера, чем шекели.

В более поздние времена все единицы стали записывать одинаково, только положение значка показывало, какие единицы он обозначал. Например, 2 таланта 13 мин 41 шекель записывалось так:



Вавилонский народ развивался, земледельцам понадобился календарь, торговцы научились плавать по морю. И календарь, и мореплавание требовали знания движения небесных светил. Развилась астрономия. Её развитие требовало, в свою очередь, усовершенствования счёта. Приходилось записывать всё большие и большие числа, причём числа эти обозначали теперь не вес и не деньги, а самые разнообразные величины. Появился интерес к числам самим по себе, не связанным с пересчитываемыми или измеряемыми предметами. Такие числа называются «отвлечёнными».

Для записи отвлечённых чисел не стали придумывать новых значков, а использовали имеющиеся. Запись стала



обозначать не двадцать одну мину тридцать два шекеля, как раньше, а тридцать две единицы, да ещё двадцать один раз по шестьдесят таких единиц (то есть, по-нашему, число 1292).

Иначе говоря, левая группа значков обозначает двадцать одну единицу второго разряда, а правая — тридцать две простые единицы. Единица второго разряда в шестьдесят раз больше простой единицы, как мина была в 60 раз больше шекеля. Запись



означает «тринадцать единиц второго разряда и тринадцать простых единиц», т. е., по-нашему, число 793. Точно так же и у нас, например, в числе 33 — тройка, стоящая слева, обозначает три десятка, т. е. три единицы второго разряда, а тройка, стоящая справа, — три простые единицы.

Такая система записи чисел, когда смысл значка меняется в зависимости от его положения, называется позиционной системой счисления или позиционной нумерацией (от латинского слова *positio* — позиция, что значит «положение»).

Позиционная система счисления, как мы видим, была изобретена давно. У нас теперь тоже принята позиционная нумерация, но значок (цифра), поставленный слева, у нас обозначает число, в 10 раз большее, чем такой же значок, стоящий рядом справа, а не в 60 раз, как у вавилонян.

Поэтому говорят, что у нас десятичная система счисления, а в Вавилоне была шестидесятиричная система счисления.

Позиционная система позволила вавилонянам записывать очень большие числа.

Долгое время у вавилонян не было значка, соответствующего нашему нулю. Число 65, состоящее из одной единицы второго разряда (60) и пяти простых единиц, они записывали так:



а для числа 3605, содержащего одну единицу третьего разряда ($3600 = 60 \times 60$), совсем не содержащего единиц второго разряда и содержащего пять простых единиц, оставляли пустое место посередине и писали его так:

Р РРР

При письме от руки, особенно на глине, как это делали вавилоняне, промежутки получались неодинаковой величины. Это вело к путанице в расчётах и документах. Начиная с некоторого времени, на вавилонских кирпичиках появляется новый знак — знак деления R . Он соответствует нашему нулю и показывает, что в числе совсем нет единиц того разряда, на месте которого стоит этот значок. Так, например, числа 3605 и 65 стали записывать так:

Р R РРР
3605

Р РРР
65

Но вот что любопытно. Введя знак деления в середине чисел, вавилоняне так и не додумались до того, чтобы ставить его на конце. Числа 1, 60, 3600 записывались у вавилонян одинаково:

Писать же

Р

Р, РR, РRR

как это сделали бы мы, они не догадались. Поэтому некоторая путаница в документации у вавилонян осталась и после введения знака деления.

Вавилоняне умели выполнять действия не только с целыми, но и с простейшими дробными числами. Они составили ряд математических таблиц, учебников

и сборников задач — всё это, разумеется, на кирпичиках.

Хотя вавилонские математики умели записывать очень большие числа, но они не могли представить себе, что чисел бесконечно много. С другой стороны, сама форма записи чисел у вавилонян не была совершенна; нужно было, сохранив позиционную систему, заменить основное число «шестьдесят» меньшим числом и научиться правильно употреблять знак «нуль». Это было сделано индусами.

У древних греков математика достигла большого расцвета. Греки умели выполнять действия с целыми и дробными числами. Один из крупнейших греческих математиков, Архимед, построил систему счисления, которая, во-первых, ясно показала, что чисел бесконечно много, а во-вторых, позволила назвать каждое число, как бы велико оно ни было.

Греческая культура перешла к древним римлянам, которые переняли и сохранили её. Но пятнадцать веков тому назад Римская империя перестала существовать. В Европе происходили постоянные войны. Очень тяжёл был гнёт христианской церкви, достигшей к тому времени большого влияния. В эти века сильно упала культура; многими ремёслами перестали заниматься, а достижения науки были забыты. Европа того времени вполне довольствовалась примитивным счётом в пределах десятков тысяч и римскими цифрами.

Но в далёкой Индии наука и искусство достигли в это время расцвета. Особенно почиталась математика, потому что с её помощью можно было рассчитать календарь, установить наступление времён года, предсказывать солнечные и лунные затмения. Для записи больших чисел в Индии была изобретена система счисления, в которой соединялся привычный счёт десятками с вавилонской позиционной записью, и стал разумно употребляться знак «нуль». Этой системой записи чисел мы пользуемся и поныне.

Как же эта система попала из Индии в Европу?

На Аравийском полуострове, лежащем на пути между Европой и Индией, в VII веке нашей эры произошли крупные события. Арабские племена, населявшие этот полуостров, захватили и организовали в единую

державу ряд небольших соседних государств. Арабское государство расширилось и, осваивая культуру западных и восточных соседей, достигло большого расцвета. На западе, у египтян, арабы переняли то, что сохранилось от культуры древних греков, а на востоке заимствовали у индусов искусство строить и считать.



Рис. 4. Марки с арабскими цифрами.

Восприняв у индусов искусство счёта, арабы заимствовали от них и знаки для записи чисел — цифры (слово «цифра», кстати сказать, тоже арабского происхождения). Вот эти значки в арабском начертании:

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

Использовались эти значки точно так же, как мы теперь используем наши цифры. Вот запись некоторых чисел у арабов:

١٥ — ١٥ ٨٠٤ — ٨٠٤

Порядок цифр у арабов был такой же, как и у нас. Эти цифры сохранились и сейчас у народов арабской культуры: у турок, иранцев, афганцев.

На рисунке 4 изображены современные почтовые марки с арабскими цифрами. До введения алфавита, построенного по русскому образцу, эти цифры были в ходу и у некоторых народов Советского Союза (у татар, азербайджанцев, туркмен и других). Крайняя правая марка на рисунке 4 — марка Азербайджанской ССР 1922 года.

Заметим, что наши теперешние цифры обычно называются «арабскими», хотя и отличаются от них довольно сильно (кроме единицы и девятки, одинаковых у арабов и у нас). Правильнее было бы, однако, говорить не «арабские цифры», а «арабская система счисления» и даже не «арабская», а «индийская», потому что разработали её индусы, а арабы только занесли в Европу.

НАША НУМЕРАЦИЯ, ЕЁ ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ

Что же представляет собой наша система счисления, созданная индусами, занесённая в Европу арабами и победоносно распространившаяся по всему миру, вытеснив все остальные способы записи чисел? Чем именно она хороша? Есть ли у неё недостатки? Если есть, то как их исправить? Вот вопросы, над которыми сто́ит подумать.

Наша нумерация известна всем. Для записи чисел мы используем десять значков, которые называются цифрами. Девять из них (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) обозначают числа — от одного до девяти. Десятый значок — нуль (0) — не обозначает никакого числа. Это просто пустышка, выражаясь языком наборщика — пробельный материал, которым при записи чисел заполняются пустые места.

Десять простых единиц образуют один десяток или одну единицу второго разряда. Десять единиц второго разряда (десятков) образуют единицу третьего разряда (сотню). Число, состоящее из двух сотен, трёх десятков и пяти простых единиц, запишется так: 235. Значение каждого значка определяется не только его видом, но и его положением. На крайнем месте справа

стоят простые единицы, левее — десятки, ещё левее — сотни. Если единицы какого-либо разряда отсутствуют, то на соответствующем месте ставится нуль; например, число «сто двадцать», состоящее из одной сотни, двух десятков и вовсе не содержащее простых единиц, записывается так: 120.

Точно так же строятся единицы четвёртого (тысячи), пятого и других высших разрядов. Каждые три разряда составляют класс. Простые единицы, десятки и сотни образуют первый класс. Тысячи, десятки тысяч и сотни тысяч — второй класс и т. д. В письме и в печати классы часто отделяются друг от друга небольшими промежутками; например, число «двадцать пять тысяч семьсот пятьдесят» записывается так: 25 750. Такая запись очень наглядна. Даже сравнительно большие числа записываются коротко, действия над ними выполняются очень просто.

Если вместо числа «десять» взять за основу счисления большее число (как, например, было в Вавилоне, где, как мы уже знаем, основой счисления служило число 60), то выполнение арифметических действий станет очень трудным. Если же, наоборот, за основу счисления взять очень маленькое число (например, 2 или 3), то арифметические действия выполняются очень просто, проще, чем у нас, но сама запись становится громоздкой. Может быть, было бы несколько проще записывать числа и производить действия, если считать не десятками, а восьмёрками или дюжинами, т. е. положить в основание системы счисления число «восемь» или «двенадцать». Но самый переход к новому основанию был бы связан с такими трудностями, с такой ломкой привычек и с такими расходами (ведь пришлось бы, например, перепечатать наново все научные книги, переделать все счётные приборы и машины и т. д.), что вряд ли такая замена была бы целесообразна.

Некоторые неудобства нашей системы проявляются при записи очень больших чисел, с которыми приходится иметь дело современной науке. Запись таких чисел занимает очень много места и мало наглядна. Вот примеры «числовых великанов»:

Поверхность земного шара равна 509 000 000 квадратных километров; расстояние от Земли до Солнца

равно 149 500 000 километров; масса земного шара равна 6 000 000 000 000 000 000 тонн.

А если бы мы захотели написать расстояния от Земли до далёких звёзд (в километрах) или число молекул, находящихся в одном литре воздуха, то получили бы числа длиною в целую строчку. Но эти затруднения при записи больших чисел можно устранить; немного дальше мы увидим, как это делается. Таким образом, нашу систему записи чисел можно считать вполне удобной.

Хуже обстоит дело с названием чисел. Если в наше время записывают числа почти все народы одинаково, то называется числа (от единицы до миллиона) каждый народ по-своему. Названия чисел до сотни тысяч очень древни, и установить их происхождение трудно. Слово «миллион», обозначающее тысячу тысяч, сравнительно недавнего происхождения. Выдумал это слово знаменитый путешественник, венецианец Марко Пóло, посетивший в XIII веке Китай. Итальянское слово *mille* (милле) обозначает тысячу, а окончание *one* (óне) есть окончание увеличительное, соответствующее русскому окончанию «ище» или «ища» в словах «домище», «ручища» и т. п. Слово *millione* (миллиóне), таким образом, соответствует несуществующему русскому слову «тысячища». Марко Пóло придумал это слово для того, чтобы описать необычайные богатства «Небесной империи» (так в старину назывался Китай).

Миллионы, десятки и сотни миллионов образуют третий класс чисел. Тысяча миллионов образует один миллиард. Миллиард называется также «би́ллион» (от латинского слова *bis* (бис), что значит «дважды»); оба эти слова обозначают одно и то же — число 1 000 000 000. Биллионы, десятки и сотни биллионов образуют четвёртый класс чисел.

Вот, например, большое число, содержащее 4 класса:

305 674 011 316;

читается оно так: триста пять миллиардов (или биллионов) шестьсот семьдесят четыре миллиона одиннадцать тысяч триста шестнадцать. (Следует оговориться, что в некоторых других странах принят иной порядок названия классов: там каждое новое название появляется не через три, а через шесть разрядов. По этой системе после первых шести разрядов идёт класс миллионов; он содержит

разряды: миллионы, десятки миллионов, сотни миллионов, тысячи миллионов, десятки тысяч миллионов, сотни тысяч миллионов. Затем идёт класс биллионов, тоже из шести разрядов, и т. д. Эта система менее удобна и у нас не принята.)

Для ещё больших чисел употребляется система названий, принятая почти во всём мире. Для названия единиц высших классов используются числительные латинского языка.

Единица пятого класса называется триллион: 1 000 000 000 000.

Далее идёт шестой класс. Единица этого класса называется квадриллион:

квадриллион — 1 000 000 000 000 000.

За квадриллионом следуют:

квинтиллион — 1 000 000 000 000 000 000;
секстиллион — 1 000 000 000 000 000 000 000;
септиллион — 1 000 000 000 000 000 000 000 000;
октиллион — 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000;
нониллион — 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000;
дециллион — 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000;
ундециллион — 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000

и так далее.

Таким образом, число, выражающее массу земного шара, — это шесть секстиллионов.

Расстояние от Солнца до ближайшей звезды равно 40 300 000 000 000 километров. Это читается так: сорок триллионов триста биллионов километров.

Расстояние от нас до туманностей, которые еле видны в современные сверхмощные телескопы, приблизительно равно следующему числу километров: 2 000 000 000 000 000 000 000; читается это число так: два секстиллиона километров.

Эта система названий не очень удобна. Мало кто знает все латинские числительные. К тому же в латинском языке не было названий для очень больших чисел; значит, эти названия нужно тут же придумывать. Но на самом деле в этом нет надобности. Сама жизнь внесла все нужные поправки.

КАК КОРОТКО ЗАПИСЫВАЮТ И НАЗЫВАЮТ «АСТРОНОМИЧЕСКИЕ» ЧИСЛА

Читатели, наверное, обратили внимание на любопытную особенность встретившихся в этой книжке громадных («астрономически») чисел; всё это — числа «круглые»; они оканчиваются большим числом нулей. Это — не случайное совпадение и не специально подобранные примеры. Всякое очень большое число, полученное в результате счёта или измерения, неизбежно оказывается «круглым». Выясним, почему это так.

Когда мы говорим, «у меня на руке пять пальцев», то это значит, что их точно пять, а не шесть и не три. Точно так же, когда кто-нибудь говорит, что в деревне, где он родился, было сорок семь дворов, то это значит, что дворов было ровно сорок семь. Если же мы говорим, например, что в городе Щербакове было во время переписи 1939 года 55 500 жителей, то тут слова «пятьдесят пять тысяч пятьсот» имеют несколько иной смысл. Во-первых, в течение дня переписи некоторые люди приезжали в Щербаков, другие уезжали из него; во-вторых, как бы тщательно ни производилась перепись, некоторые люди могли быть записаны дважды, а иные — вовсе пропущены. При счёте жителей города ошибка в 2—3 десятка не имеет существенного значения.

Поэтому нули на конце числа 55 500 — количества жителей города Щербакова — обозначают не отсутствие, а наше незнание числа десятков и числа простых единиц, и главное — нам это иногда не нужно.

Точно так же, когда мы говорим, что число всех жителей земного шара равно 2 655 000 000 (два миллиарда шестьсот пятьдесят пять миллионов), то это число не будет точным. В разных странах переписи бывают в разное время, и согласовать их очень трудно; есть такие страны, население которых до сих пор как следует не учтено. Возможно, что население земного шара равно не 2 655 000 000, а 2 645 000 000 или 2 639 000 000. В числе, выражающем население земного шара, мы знаем точно только миллиарды и сотни миллионов. Сколько там десятков и единиц миллионов, а тем более сколько единиц меньших разрядов, — мы не знаем. Нули показывают не отсутствие, а наше незнание этих разрядов.

То же самое получится при счёте звёзд на небе и даже при счёте деревьев в лесу. Любое пересчитывание очень большого числа предметов всегда оказывается приблизительно. «Круглота» числа здесь только кажущаяся.

Что сказано про счёт, то можно повторить и про измерение или взвешивание. Если мы на торговых весах взвешиваем груз в несколько килограммов, то ошибка в несколько граммов или даже десятков граммов почти неизбежна. Измеряя длину комнаты, мы учитываем метры, иногда — сантиметры, но не обращаем внимания на миллиметры (да и при желании мы не сумели бы их учесть). Всякий измерительный прибор обладает некоторой степенью чувствительности, и в результате измерения всегда получается приближённое значение измеряемой величины*).

В числе 55 500 мы считали, что десятки тысяч, тысячи и сотни нам точно известны. Эти цифры, в отличие от нулей на конце, называют верными цифрами приближённого числа.

Не нужно думать, что нуль не может быть верной цифрой. Как пример очень большого числа мы приводили массу Земли, равную 6 000 000 000 000 000 000 000 тонн. В этом числе астрономы ручаются за правильность первых двух цифр, т. е. за шесть секстиллионов и за отсутствие сотен квинтиллионов. Значит, верными цифрами будут здесь шестёрка и первый нуль. Остальные нули показывают наше незнание соответствующих разрядов (о том, как в самой записи отличить «верные» нули от «неверных», будет сказано немного дальше).

В большинстве технических измерений удаётся определить 2 или 3 верные цифры. В более ответственных случаях удаётся определить 4 или 5 верных цифр. Самые точные физические измерения дают 6 или 7, очень редко — 8 верных цифр.

Какой отсюда можно сделать вывод? Тот, что во всех числах, которые даются нам наукой и жизнью, бывает от двух до пяти (редко — больше) первых верных цифр, остальные же цифры на конце — нули.

*) См. об этом подробнее в книжке «Научно-популярной библиотеки» Гостехиздата: А. Ф. Плоский, Измерения и меры.

Но всякое число, оканчивающееся нулями, можно записать в виде произведения небольшого числа на «единицу с нулями». Например, число 509 000 000 (поверхность земного шара в квадратных километрах) можно записать так:

$$509 \times 1\,000\,000.$$

Число, выражающее массу Земли (в тоннах), можно записать так: $60 \times 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000$; здесь при шестёрке оставлен нуль, который, как мы уже говорили, является верной цифрой, а ко второму множителю отнесены «сомнительные» нули.

При такой записи первый множитель будет обычно иметь 2 или 3, реже 4 или 5 и только в исключительных случаях 6, 7 или 8 цифр. Такое число легко и записать коротко, и назвать. Значит, остаётся только придумать способ коротко записывать и называть числа, которые составляют второй множитель, т. е. те числа, которые изображаются в виде «единицы с нулями».

Для сокращённой записи таких чисел пользуются обозначением «показателя степени». Что же это за обозначение?

Чтобы к нему подойти, рассмотрим перемножение нескольких одинаковых чисел друг на друга.

Произведение двух одинаковых множителей — иными словами, произведение числа самого на себя — называется второй степенью или квадратом этого числа. Например, 64 есть произведение 8 на 8; поэтому число 64 называют квадратом (второй степенью) восьми; 100 есть произведение 10×10 ; поэтому число сто есть квадрат десяти. Название «квадрат» для произведения двух одинаковых множителей принято потому, что площадь квадратного участка равняется длине стороны участка, умноженной сама на себя (рис. 5).

Произведение трёх одинаковых множителей называется третьей степенью или кубом данного числа. Например, 1000 есть куб десяти, потому что

$$10 \times 10 \times 10 = 1000.$$

Вместо произведения 10×10 принято писать 10^2 ; маленькая двойка, написанная справа выше десяти, показывает, что десять повторяется как множитель два раза.

Точно так же произведение $10 \times 10 \times 10$ записывают короче так: 10^3 ; маленькая тройка, написанная выше и правее десяти, показывает, что десять повторяется как множитель три раза.

Всякое число, например 10, можно повторять как множитель не только два или три, но и любое число раз.

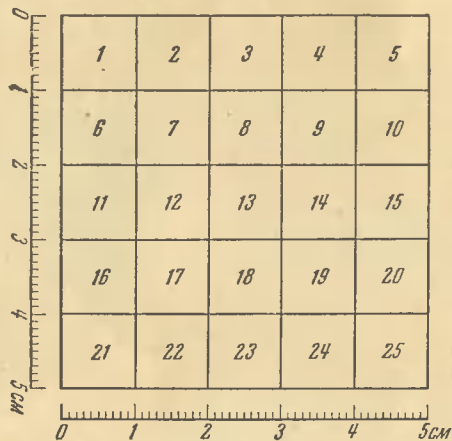


Рис. 5. Квадрат со стороной в 5 единиц содержит $5 \times 5 = 25$ клеток.

Число 10 000, например, равно $10 \times 10 \times 10 \times 10$. Здесь имеется четыре одинаковых множителя. Это произведение $10 \times 10 \times 10 \times 10$ называют четвёртой степенью десяти и записывают сокращённо так: 10^4 .

Таким же образом поступают и дальше.

Произведение нескольких одинаковых множителей, т. е. произведение некоторого числа самого на себя несколько раз, называется степенью этого числа; само число — основанием степени, а то число, которое показывает, сколько раз повторяется множителем, называется показателем степени. В нашем примере, $10^4 = 10\ 000$, число 10 — основание, число 4 — показатель степени, а число 10 000 — степень.

Показатель степени пишется всегда мелким шрифтом правее и выше основания.

Различные степени десяти очень легко вычислить, потому что каждое умножение на 10 можно получить приписыванием нуля. Вот первые пять степеней десяти:

$$10 = 10^1 \text{ (10 — один множитель),}$$

$$100 = 10^2 \text{ (10} \times \text{10 — два одинаковых множителя),}$$

$$1000 = 10^3 \text{ (10} \times \text{10} \times \text{10 — три одинаковых множителя),}$$

$$10\ 000 = 10^4 \text{ (10} \times \text{10} \times \text{10} \times \text{10 — четыре одинаковых множителя),}$$

$$100\ 000 = 10^5 \text{ (10} \times \text{10} \times \text{10} \times \text{10} \times \text{10 — пять одинаковых множителей).}$$

Ясно, что любая степень десяти запишется в виде «единицы с нулями», причём число нулей будет всегда равно показателю степени. Если, наоборот, данное число записано в виде единицы с нулями, то его можно сейчас же записать в виде степени десяти: для этого достаточно пересчитать нули. Например, $1\ 000\ 000 = 10^6$ (6 нулей); $10\ 000\ 000\ 000 = 10^{10}$ (10 нулей).

Теперь любое «астрономическое» число нетрудно записать коротко, выделив к тому же его верные цифры.

Поверхность земного шара равна 509×10^6 квадратных километров. Расстояние от Земли до Солнца равно 1495×10^5 километров. Расстояние до ближайшей звезды — 403×10^{11} километров. Масса Земли — 60×10^{20} тонн. (Пишут 60×60^{20} , а не 6×10^{21} , потому что за первый после шестёрки нуль астрономы ручаются: этот нуль — верная цифра.)

Чаше вместо знака умножения — косоугольного креста (\times) — применяется точка (\cdot); тогда приведённые числа записываются так: $509 \cdot 10^6$, $1495 \cdot 10^5$, $403 \cdot 10^{11}$, $60 \cdot 10^{20}$.

Читаются эти числа так: $509 \cdot 10^6$ — «пятьсот девять на десять в шестой» (подразумевается — в шестой степени); $1495 \cdot 10^5$ — «тысяча четыреста девяносто пять на десять в пятой»; и так далее.

Введение показателя степени позволяет, как мы видим, коротко назвать и записать любое число, как бы велико оно ни было.

Напишем, например, с помощью показателя степени, до каких чисел умели считать наши предки.

Пещерные жители считали до 2.

Люди конца каменного века — до 10^2 — 10^3 .

Древние египтяне, древние греки, славяне до изобретения письменности — до 10^4 .

Вавилоняне — до $1\ 959\ 552 \cdot 10^8$ (это — наибольшее число, которое исследователи нашли на вавилонских памятниках).

«Великое словенское число», о котором говорилось на стр. 13, даёт гораздо бóльшие числа: 1 легион = 10^{12} , 1 леодр = 10^{24} , 1 ворон = 10^{48} а 1 колода = 10^{40} .

В индийских памятниках трёхтысячелетнего возраста упоминаются числа до 10^5 . Две тысячи лет назад индусы знали числа до 10^{17} .

КАК ЗАПИСЫВАЮТ И НАЗЫВАЮТ «ЧИСЛА-КАРЛИКИ»

Наука, которая знакомит нас с исполинскими, астрономическими числами, даёт нам также примеры «ч и с е л - к а р л и к о в». Эти числа, выражающие мельчайшие, крошечные количества, изображаются дробями с очень большими знаменателями. Но числители у них не очень велики. Они обычно выражаются двумя-тремя, редко четырьмя-пятью цифрами. Только в самых исключительных случаях встречается в числителе шесть, семь или восемь цифр. Бóльшей точности современная наука ещё не достигла. Рассмотрим несколько примеров.

Наша кровь состоит из миллиардов мельчайших частичек; наиболее важные из них, которые придают крови красный цвет, называются красными кровяными тельцами. Учёные установили их приблизительные размеры. Одно красное кровяное тельце имеет поперечник, равный приблизительно $\frac{7}{10\ 000}$, или 0,0007, сантиметра.

Ещё меньше молекулы, атомы и электроны. Так, самый лёгкий из атомов — атом водорода — весит всего

$$\frac{165}{100\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000} = 0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001\ 65 \text{ грамма.}$$

Словами прочесть это число нужно так: «сто шестьдесят пять стосептиллионных».

В этих дробях числитель невелик, но запись числа громоздка, потому что очень велик знаменатель.

Для того чтобы короче записывать и проще называть такие дроби, используют — совершенно так же, как и для очень больших чисел, — знак показателя. Примеры, приведённые нами, можно записать так:

$$\frac{7}{10\ 000} = \frac{7}{10^4},$$

$$\frac{165}{100\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000} = \frac{165}{10^{26}}.$$

Но можно записать такие дроби ещё проще. Условились вместо того, чтобы писать степень десяти в знаменателе, писать её в виде множителя, но перед показателем ставить знак «минус».

Тогда, например, число $\frac{7}{10^4}$ будет записано так: $7 \cdot 10^{-4}$ и читается оно так: «семь на десять в минус четвертой».

При этом способе записи 10^{-1} обозначает $\frac{1}{10}$ (одну десятую); 10^{-2} обозначает $\frac{1}{10^2}$, т. е. одну сотую; 10^{-8} обозначает одну тысячную ($\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$).

Всякую десятичную дробь можно записать в такой сокращённой форме. Запишем, например, покороче дробь 0,000 183. Прежде всего пишем эту дробь в форме простой дроби, затем знаменатель записываем сокращённо в виде степени десяти и, наконец, переписываем эту степень в виде множителя, поставив перед показателем «минус»:

$$0,000\ 183 = \frac{183}{1\ 000\ 000} = \frac{183}{10^6} = 183 \cdot 10^{-6}.$$

Рассмотрим обратный пример: записать в обычной форме, в виде простой дроби, число $27 \cdot 10^{-9}$. Пишем:

$$27 \cdot 10^{-9} = \frac{27}{10^9} = \frac{27}{1\ 000\ 000\ 000};$$

в такой форме её легко назвать: это будет двадцать семь миллиардных. Но на практике её называют просто: «двадцать семь на десять в минус девятой».

Таким образом и дроби записываются так же просто, как целые числа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Медленно и постепенно осваивало человечество всё большие числа. Совершенствовался способ записи чисел и правила действий над ними. Помимо целых, были изобретены иные виды чисел, для того чтобы выражать величины, с которыми люди сталкивались в жизни. Так были придуманы дробные числа. Учащиеся средней школы знакомятся с новыми видами чисел — отрицательными и так называемыми иррациональными. Современная наука сталкивается иногда с величинами столь сложной природы, что для их изучения приходится вводить новые виды чисел. Так появились «комплексные числа», «кватернионы», «векторы», «тензоры». Об этом, конечно, невозможно рассказать в маленькой книжке.

Наука о числах развивается так же, как и всякая другая наука. Она растёт, совершенствуется искусство счёта, вводятся всё новые и новые виды чисел.



БИБЛИОТЕКА
№ 89
Карпушина В.Д.