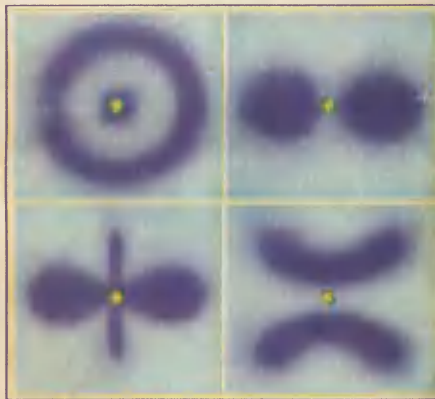


МР
И
знаний

В. В. БАТЫГИН

Законы микромира



В. В. БАТЫГИН

Законы микромира

Книга для внеклассного чтения

VIII—X классы

Рецензенты: канд. фпз.-мат. наук *О. Ф. Кабардин*, учитель физики 315-й школы г. Москвы, канд. пед. наук *А. Е. Гуревич*

Батыгин В. В.

Б28 Законы микромира: Кн. для внеклас. чтения. VIII—X кл. — М.: Просвещение, 1981 — 127 с., ил. — (Мир знаний).

Книга вводит читателей в круг интереснейших и необычных представлений и идей формировавшихся в последнее полстолетие в связи с проникновением физики в микромир. Вместе с тем автор раскрывает также взаимосвязь между классической и квантовой физикой, выясняет границы применимости каждой из этих областей знаний.

Книга послужит расширению кругозора учащихся, интересующихся физикой, обогащению их знаниями по физике XX века.

Б	$\frac{60601-435}{103(03)-81}$	291 —80	4306021100	ББК 22.3
				53

Читая эту книгу, вы заглянете в микромир: в мир атомов, молекул, их коллективов, а также в субатомный мир электронов, протонов, нейтронов, мезонов и других элементарных частиц.

Вы увидите, что реальным состояниям электронов, протонов, нейтронов и других частиц микромира соответствуют причудливо меняющиеся от объекта к объекту волны вероятности. Эти странные для макромира (мира больших тел, частью которого являемся мы сами) образования, по-видимому, наилучшим образом подходят для характеристики «действующих лиц» микромира.

Законы микромира, законы движения частиц, образующих его, отражают объективно существующие свойства материи, которые определяют и прочность материалов, из которых состоит все, что нас окружает, и электромагнитные свойства тел, и светимость звезд, и работу транзисторов, и химические реакции, в частности те, которые делают нас живыми и мыслящими существами.

Описывая микромир, невозможно обойтись без конструирования его логической схемы. Этому конструированию очень помогает математика, которой мы будем пользоваться в объеме школьных программ.

Микромир не только является фундаментом нашего макромира. Имеется множество машин и приборов, работа которых непосредственно основана на использовании специфических законов микромира и инженерный расчет которых невозможен без использования этих законов. Таковыми являются все полупроводниковые приборы, квантовые генераторы и усилители (мазеры и лазеры), сверхточ-

ные атомные часы, являющиеся одновременно эталонами времени и длины, ядерные реакторы и т. п. Термоядерные реакции, например, на которых, по-видимому, будет основываться энергетика будущего, являются непосредственным проявлением законов микромира.

В книге будут упомянуты ученые, которые полвека тому назад создали квантовую физику и открыли этот необычный и очень нужный людям микромир. Молодому читателю, вероятно, любопытно будет узнать, что большая часть из них совершила свой научный подвиг рано: в возрасте двадцати — тридцати лет.

Хочется надеяться, что у некоторой части юных читателей этой книги появится желание пробираться дальше по трудным или даже неизвестным еще тропам микромира. В квантовой физике еще пока далеко не все исследовано. Уже давно назревает прорыв в фундамент микромира — в мир внутренней структуры элементарных частиц, т. е. еще на ступень глубже. Сейчас многое в этой структуре уже понятно. Но единой картины все еще нет.

Законы микромира кажутся поначалу и сложными, и непривычными. Мы часто будем обращать внимание на эту непривычность, на отсутствие наглядной картины и на другие трудности. Хотелось бы, чтобы трудности не отпугивали читателя. Не все сразу. Надо и почитать и подумать. И тогда придет ощущение доступности и даже красоты этого глубинного, но близкого микромира.

ВОЛНОВЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ

§ 1. О СПЕЦИФИКЕ МИКРОМИРА

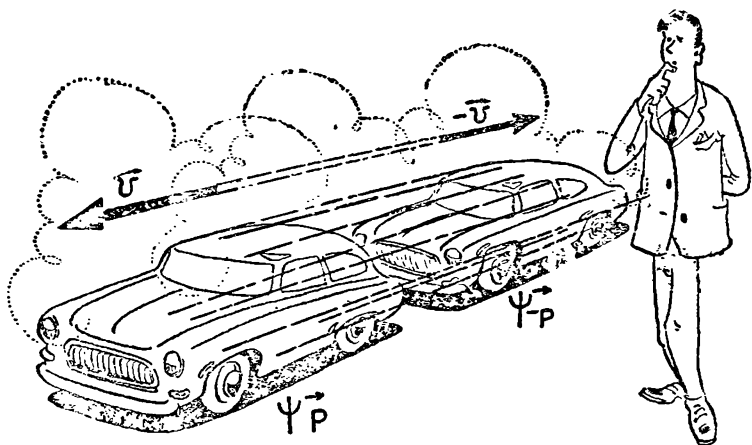
В этой главе мы начинаем знакомиться с законами движения микрочастиц — элементарных (электронов, протонов, нейтронов, мезонов и др.) и сложных, составных (атомных ядер, атомов, молекул). Эти законы изучает квантовая, или волновая, механика.

Законы, по которым движутся микрочастицы, резко отличаются от законов ньютоновой, классической механики. Но законы этих разных миров и не должны быть похожими. В макромире, мире больших тел, одни масштабы: длины порядка, например, одного метра и массы порядка, например, одного килограмма. У микрочастиц же в их микромире совсем другие масштабы: порядка 10^{-8} см (и меньше) по длине и 10^{-24} г (и меньше) по массе. И вот количественные отличия переходят в качественные. Другие масштабы — другие законы движения совершенно иной по свойствам непривычный мир.

К сожалению, многие начинающие знакомиться с квантовой механикой пытаются инстинктивно сопротивляться новым фактам, цепляясь за привычные старые образы из своего повседневного опыта, которые неприменимы в микромире. Из этого ничего хорошего не может выйти.

Движение микрочастиц происходит иначе, чем макротел (обычных тел, подчиняющихся механике Ньютона), не в том смысле, что оно происходит по более сложной и запутанной траектории или является более быстрым. Оно просто не такое. Траекторий, строго говоря, нет вовсе. Сказать точно, где находится частица в данный момент, как правило, нельзя, так же как нельзя сказать точно, ка-

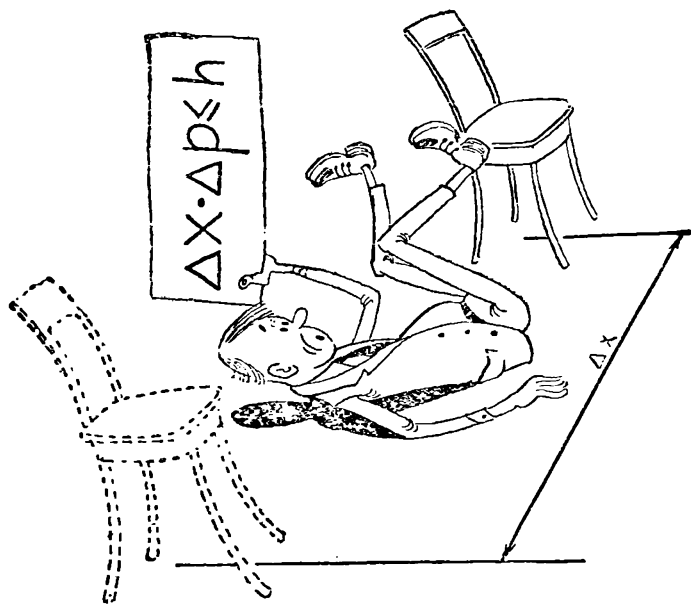
$$\Psi = c_{\vec{p}} \Psi_{\vec{p}} + c_{-\vec{p}} \Psi_{-\vec{p}}$$



Мы бы не смогли достоверно установить, в какую сторону «автомобиль» движется.

кова у нее в этот момент скорость. И дело здесь совсем не в ограниченных возможностях измерительной техники. Речь идет о глубокой, принципиальной невозможности утверждать, что частица находится в каком-то определенном месте и обладает при этом определенной скоростью. Зато микрочастица (например, электрон в атоме) имеет в один и тот же момент времени ненулевые вероятности движения в двух противоположных направлениях (со скоростями, например, $\vec{v}$ и $-\vec{v}$).

Это означает, что измерение скорости частицы, двигающейся указанным образом, в одних случаях дает значение $\vec{v}$, а в других $-\vec{v}$. Нельзя предсказать, какое именно из этих двух значений получится при данном измерении, однако доля случаев, приводящих к значению $\vec{v}$, оказывается вполне определенной, например, $1/2$, как и доля случаев, приводящих к значению $-\vec{v}$. Представим себе, что мы попали в этот безумный микромир и хотим перейти тамошнюю «улицу» (атом) позади тамошнего «автомобиля» (электрона). Мы бы не смогли достоверно установить, в какую сторону этот «автомобиль» движется.



Мы не смогли бы точно знать, где в данный момент находится «стул».

В микромире нельзя также достоверно указать, в какой точке находится частица. В один и тот же момент времени вероятности нахождения микрочастицы в разных местах не равны нулю. Если бы так было в окружающем макромире, то мы не смогли бы точно знать, где в данный момент находится стул, на который мы хотим сесть.

Взамен координат, скоростей, траекторий частиц в законах микромира приходится иметь дело с «облаками», или полями, вероятности наблюдения на опыте тех или иных значений координат, скоростей или других величин, характеризующих частицу. Поле вероятности характеризуется так называемой пси-функцией $\psi(x, y, z, t)$, зависящей от координат и времени. Величину $\psi(x, y, z, t)$ называют амплитудой вероятности наблюдения частицы в точке с координатами x, y, z в момент времени t . Пси-функцию еще называют волновой функцией. Волновая функция записывается в комплексной форме, в то время как колеблющиеся величины, характеризующие движения в макромире, всегда вещественны.

И хотя на первый взгляд волновая функция кажется эфемерным понятием, она представляет собой слепок, модель, сгусток информации о природе. Волновая функция отражает реальные свойства материи, присущие ей на «глубинном уровне» микромира. Разумеется, волновая функция лишена той наглядности, какая присуща образам, возникающим в нашем сознании в результате зрительного восприятия предметов или их восприятия с помощью осязания. Она представляет собой плод довольно сложного абстрагирования. Правильность описания микромира с помощью волновых функций подтверждается тем, что получаемые выводы могут быть использованы для целей практики. Используются и атомные ядра с заключенными в них могучими силами созидания и разрушения, и молекулы химических соединений. Действие и живой клетки, и транзисторного радиоприемника в своей принципиальной части определяется законами микромира.

Из сказанного выше о специфике микромира не следует делать вывод, что между микромиром и макромиром имеется непроницаемая граница, что одни физические объекты подчинены только законам микромира, а другие — только законам макромира. Одни и те же объекты (электроны, атомы, молекулы, кристаллы твердого тела) в одних отношениях ведут себя как объекты микромира, а в других — как макрообъекты. Все зависит от условий, в которых они находятся, и от точности, с которой они исследуются. Чтобы пересечь границу между микромиром и макромиром в ту или другую сторону, надо оговорить надлежащим образом условия, в которых находится объект, и точность, с которой он изучается. И тогда электрон может предстать либо в виде «облака вероятности», движущегося в атоме по специфическим законам микромира, либо в виде «обычной» частицы, движущейся по траектории, описываемой законами классической механики.

Открытие законов микромира произвело революционный переворот в физике, коренную ломку сложившихся веками физических представлений.

Но не все в микромире удалось пока понять до конца. Однако уже сейчас совершенно ясно, что основная суть дела понята правильно. Законы микромира раскрыты настолько, что можно предсказывать новые явления на ос-

нове уже известных; приборы и машины, рассчитанные по этим законам, работают надежно.

§ 2. ЧТО ТАКОЕ ВЕРОЯТНОСТЬ

В микромире большую роль играет математическое понятие вероятности. Выясним содержание этого понятия.

Игральный кубик, на гранях которого проставлены цифры от 1 до 6, после подбрасывания ляжет на стол так, что одна из граней окажется сверху. Если кубик сделан хорошо, т. е. из однородного материала, и бросают его достаточно хорошо закручивая и достаточно высоко, то ни у какой из граней нет никаких преимуществ оказаться после падения сверху. Поэтому вероятность W того, что сверху окажется грань, обозначенная, например, цифрой 1, будет, очевидно, $W = 1/6$. Эту дробь можно представить себе как отношение числа 1 благоприятных случаев (выпадение грани, обозначенной цифрой 1) к числу 6 всех возможных случаев (выпадение любой из шести граней). Аналогично при подбрасывании монеты вероятность того, что монета ляжет кверху гербом, равна $1/2$. Эта дробь представляет собой отношение числа благоприятных случаев (сверху герб — один случай) к полному числу всех возможных случаев (сверху герб или вниз гербом — два случая). Есть, впрочем, маленькая вероятность того, что монета встанет на ребро; из-за этого вероятность лечь гербом кверху будет чуть меньше половины.

Итак, мы получили некоторое правило для вычисления вероятностей: надо составить отношение числа благоприятных случаев $N_{\text{бл}}$ к числу N всех возможных случаев:

$$W = \frac{N_{\text{бл}}}{N}.$$

Однако дело не всегда обстоит так просто, как при бросании игрального кубика или монеты. В более сложных случаях приходится прибегать к эмпирическому (опытному) определению вероятностей. Поясним это примером.

Пусть речь идет о вероятности несчастного случая с пешеходом от транспорта в городе с четырехмиллионным населением. Очень трудно в этом случае определить как общее число возможных случаев, так и число случаев, ведущих к травмам или катастрофам. Однако если известно, что в этом городе происходит ежедневно в среднем восемь

несчастливых случаев, то вероятность того, что несчастный случай произойдет сегодня с конкретным человеком, составляет в среднем.

$$W = 8/4000000 = 2 \cdot 10^{-6}.$$

Рассуждая так, мы, по-существу, предполагаем, что все жители города выходят на улицу одинаково часто и одинаково часто пересекают с одной и той же степенью аккуратности улицы этого города. В рассмотренном примере вероятность W хотя и мала, но отличается от нуля. Однако заметим, что оцененная нами вероятность W на самом деле резко возрастает для людей, которые часто и неаккуратно пересекают улицу.

Аналогичным образом поступают при вычислении вероятностей в других сложных ситуациях.

В физике микромира часто встречается ситуация, подобная изжеследующей. Пусть производится облучение фотопластинки потоком электронов, и мы интересуемся вероятностью W_s того, что один из электронов (любой) попадает на некоторый участок S фотопластинки. Эту вероятность естественно определить как отношение числа N_s электронов, попадающих на этот участок за некоторый промежуток времени, к полному числу N электронов, попадающих на фотопластинку за то же время:

$$W_s = \frac{N_s}{N}.$$

Пусть фотоэмульсия такова, что обязательно чернеют после проявления те ее светочувствительные зерна, на которые попадает хотя бы один электрон, а интенсивность потока электронов и время экспозиции не слишком велики, так что почти нет зерен, на которые попали бы по два и более электронов. Тогда на любом участке число M_s почерневших зерен пропорционально числу попадающих на этот участок электронов:

$$M_s \propto N_s.$$

Число же M зерен, почерневших на всей пластинке, пропорционально полному числу N электронов. Тогда

$$W_s = \frac{N_s}{N} = \frac{M_s}{M}.$$

Заметим, что в этом примере понятие вероятности относится к каждому отдельному электрону, но для экспе-

риментального нахождения этой вероятности надо поставить много опытов с одним электроном или один опыт с пучком, состоящим из многих электронов.

Событие называется достоверным, если оно обязательно происходит. Вероятность такого события надо, очевидно, считать равной единице. В противоположность этому вероятность невозможного события надо считать равной нулю.

§ 3. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТИ

О правиле сложения вероятностей. Пусть два события A и B несовместны, т. е. не могут осуществляться одновременно. Например, несовместными событиями являются расположение кубика так, чтобы вверх была обращена грань, отмеченная цифрой 1, и такое его расположение, при котором вверх обращена грань, отмеченная цифрой 3. Обозначим через W_A — вероятность осуществления события A и через W_B — вероятность осуществления события B . Определим вероятность того, что произойдет событие A или событие B . Эту вероятность обозначим через $W_{A \text{ или } B}$. Если можно использовать приведенное в предыдущем параграфе определение вероятности, то полное число благоприятных исходов будет равно сумме числа исходов, в которых произошло только событие A , и числа исходов, в которых наступило только событие B . Поэтому вероятность осуществления одного из несовместных событий A или B выразится так:

$$W_{A \text{ или } B} = W_A + W_B.$$

В микромире такая ситуация может представиться, если мы заинтересуемся, например, вероятностью того, что какой-нибудь электрон (любой) попадает на любой из двух, неперекрывающих друг друга участков фотопластинки.

Полученная формула называется формулой сложения вероятностей. Ее можно обобщить на случай произвольного числа несовместных событий:

$$W_{A \text{ или } B \text{ или } C \dots} = W_A + W_B + W_C + \dots$$

Пусть несовместные события $A, B, C, \dots$ образуют полную систему, т. е. совокупность всех возможных событий. Тогда хотя бы одно из них обязательно осуществляется.

(Осуществление одного из событий является достоверным событием.) Значит, вероятность того, что одно (любое) из событий полной системы осуществится, равна единице:

$$W_{A \text{ или } B \text{ или } C \dots} = W_A + W_B + W_C + \dots = 1.$$

Это соотношение называется условием нормировки вероятностей на единицу. Например, при бросании кубика одна из граней обязательно окажется наверху. Поэтому сумма вероятностей того, что какая-либо одна и притом любая из граней оказалась наверху, есть

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1.$$

Теперь о правиле умножения вероятностей. Пусть мы имеем два независимых события A и B , например выпадение какого-то числа очков на каждом из двух кубиков при их независимом бросании. Выясним, какова вероятность одновременного осуществления обоих этих событий, например, какова вероятность того, что на двух независимо бросаемых игральных костях выскочит по шесть очков. Вероятность того, что на одной кости выскочит шестерка, равна $\frac{1}{6}$. Это значит, что в среднем в $\frac{1}{6}$ доле случаев на этой кости появляется шесть очков. На второй кости при этом может выскочить любое число очков. Но в $\frac{1}{6}$ доле всех случаев на второй кости тоже появится шестерка. Ясно, что шестерка будет на обоих кубиках одновременно в $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ доле всех случаев («слово «одновременно» здесь и в других подобных случаях не надо понимать буквально: кубики можно бросать и по очереди, и даже в разных местах, сообщая о результатах бросания по телефону или письмам). Итак, вероятность того, что при одновременном бросании двух игральных костей на них появилось по шесть очков, находится путем перемножения вероятностей того, что шестерка выскочила на каждой из них.

Итак, если вероятность осуществления события A есть W_A , а вероятность осуществления другого, независимого от A события B есть W_B , то вероятность $W_{A \text{ и } B}$ одновременного осуществления обоих независимых событий выражается так:

$$W_{A \text{ и } B} = W_A W_B.$$

Такой же результат, очевидно, получится, если событие

A не зависит от события B , но вероятность события B зависит от того, каким было событие A . Например, вероятность $W_{A \text{ и } B}$ того, что ваш случайный сосед по кинозалу будет вашим одноклассником, интересующимся физикой, равна произведению вероятности W_A того, что сосед — ваш одноклассник, на вероятность W_B того, что он интересуется физикой. Понятно, что вероятность W_B зависит от возраста, т. е. от события A (она, например, равна нулю в возрасте от 1 до 3 лет и очень мала в возрасте от 4 до 7 лет).

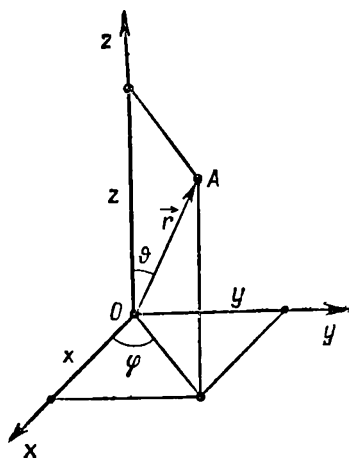


Рис. 1

§ 4. О ПОЛЯХ ИЛИ О ВЕЛИЧИНАХ, ЗАВИСЯЩИХ ОТ ТОЧКИ ПРОСТРАНСТВА

В этом параграфе мы познакомимся с некоторыми обозначениями, широко используемыми в физике. Представим себе, что в пространстве введена прямоугольная система осей координат $Oxyz$ с центром в точке O (рис. 1). Тогда положение любой точки A в пространстве можно задать либо вектором $\vec{r}$, проведенным из начала координат O в точку A , либо совокупностью проекций x , y , z этого вектора на оси Ox , Oy , Oz . Вектор $\vec{r}$, определяющий положение точки A в пространстве, называется радиус-вектором этой точки. Проекции x , y , z радиус-вектора на оси координат называются декартовыми координатами точки A .

Пусть, далее, имеется некоторая физическая величина f , значения которой меняются от точки к точке. Такую величину можно поэтому рассматривать как функцию точки. Записать функцию точки или функцию координат можно одним из трех способов:

$$f = f(A), f = f(x, y, z), f = f(\vec{r}).$$

Примерами функции точки являются напряженность электрического поля $\vec{E}(\vec{r})$ и индукция магнитного поля $\vec{B}(\vec{r})$. Заметим, что часто любая функция точки называется полем.

Величина f может зависеть не только от точки $\vec{r}$ пространства, но и от времени t . В этом случае ее можно записать в виде

$$f = f(\vec{r}, t), \text{ или } f = f(x, y, z, t).$$

От времени зависят напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$$

и индукция магнитного поля

$$\vec{B}(\vec{r}, t)$$

в электромагнитной волне, а также температура

$$T(\vec{r}, t)$$

вокруг остывающего или нагревающегося чайника.

Заметим еще, что для описания положения точки в пространстве можно использовать наряду с декартовыми также и сферические координаты. Положение точки A в сферических координатах (см. рис. 1) задается ее расстоянием r от начала координат и углами θ и φ . Угол θ отсчитывается от оси Oz , направленной «на полюс», и называется полярным углом; он меняется от 0 до π , или от 0 до 180° . Угол φ есть двугранный угол между плоскостями xOz и zOr ; он называется азимутальным и меняется от 0 до 2π , или от 0 до 360° . Эти углы хорошо известны нам из географии, где угол θ называется широтой места. Широта отсчитывается от экватора (плоскости xOy) до «северного» (по оси Oz) полюса в пределах от 0 до 90° и от экватора до «южного» (против оси Oz) полюса в пределах от 0 до -90° . Угол φ представляет собой в географии долготу места; долгота измеряется от оси Ox в сторону оси Oy от 0 до 180° и в противоположную сторону от 0 до -180° .

§ 5. ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Часто в физике приходится иметь дело с величинами, распределенными непрерывно или практически непрерывно. Хорошо известными примерами являются масса или заряд некоторого тела. Плотностью массы (заряда) тела, атомную структуру которого мы не можем обнаружить с помощью грубых приборов, чувствительных только к макроскопическим неоднородностям тела, т. е. к неоднородностям, обязанным не отдельным атомам, а их большим коллективам, называется, как известно, отношение массы (заряда) тела к его объему. Если тело неоднородно, то его плотность будет меняться от точки к точке, т. е. будет функцией точки $\vec{r}$. Плотностью массы $\rho_m(\vec{r})$ в точке $\vec{r}$ пространства называется предел отношения массы Δm в малом объеме ΔV , содержащем точку $\vec{r}$, к этому объему, когда последний стремится к нулю:

$$\rho_m(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Здесь мы рассматриваем тело макроскопически, т. е. не учитывая его атомной структуры. Поэтому стремление ΔV к нулю не следует понимать буквально. Объем ΔV в таких случаях называют «физически бесконечно малым»: он стремится к нулю в том смысле, что его размеры становятся малыми по сравнению с размерами макроскопических неоднородностей тела (оставаясь в то же время большими межатомных расстояний).

Плотность массы $\rho_m(\vec{r})$, вообще говоря, меняется от точки к точке тела и может также зависеть от времени t ; примером этого может служить плотность массы облака, летящего в атмосфере по ветру и причудливо меняющего свою форму.

Аналогично определяется плотность электрического заряда:

$$\rho_q(\vec{r}) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V},$$

где Δq — заряд, заключенный в объеме ΔV . Плотность заряда также может быть функцией не только точки, но и времени:

$$\rho_q = \rho_q(\vec{r}, t).$$

В физике микромира приходится обычно иметь дело с непрерывно распределенной вероятностью. Например, нас часто будет интересовать вероятность ΔW того, что частица наблюдается в объеме ΔV пространства. По аналогии с плотностью массы и заряда рассматривается плотность вероятности:

$$\rho(\vec{r}, t) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta V}.$$

При экспериментальной проверке этой формулы приходится, разумеется, брать конечный, хотя и малый объем ΔV , такой, чтобы в его пределах плотность $\rho(\vec{r}, t)$ можно было считать приблизительно постоянной¹. При этом

$$\rho(\vec{r}, t) \approx \frac{\Delta W}{\Delta V},$$

или

$$\Delta W \approx \rho(\vec{r}, t) \cdot \Delta V.$$

Линейные размеры объема ΔV должны быть малы по сравнению с размером атома, если изучается атомный электрон, и по сравнению с размерами атомного ядра, если речь идет о плотности вероятности наблюдения протона или нейтрона, входящего в состав ядра, в точке $\vec{r}$ в момент времени t .

При непрерывном распределении вероятностей условные нормировки принимает вид:

$$\sum_{\Delta V} \Delta W = \sum_{\Delta V} \rho(\vec{r}, t) \cdot \Delta V = 1,$$

т. е. сумма вероятностей по всем элементам объема ΔV , на которые разбита рассматриваемая часть пространства, равна единице. Это значит, что нахождение частицы где-либо в пространстве является событием достоверным.

Функция $\rho(\vec{r}, t)$ описывает распределение вероятности по точкам пространства (по координатам). К распределению вероятности применим наглядный образ «облака ве-

¹ Заметим, что в определении плотности вероятности объем является не «физически бесконечно малым», а бесконечно малым в математическом смысле.

роятности», движущегося в пространстве подобно обычному облаку.

В рассмотренном выше примере с электронами, падающими на фотопластинку, можно определить по формуле плотность вероятности попадания электрона в ту или иную точку фотопластинки (в некоторую малую окрестность этой точки). Так как степень почернения фотопластинки в каждой «точке» будет пропорциональна плотности вероятности $\rho(\vec{r})$ нахождения электрона в этой же точке, то распределение густоты почернения фотопластинки будет повторять распределение вероятностей обнаружить электрон в разных точках пластинки. Так с помощью фотопластинки распределение вероятностей обнаружения электрона в разных точках пространства может быть сделано зримым.

С помощью фотопластинки можно изучать распределение вероятности нахождения в разных точках пространства и таких частиц, как протоны, ядра, мезоны, фотоны и т. д. Распределение вероятностей можно наблюдать и на люминесцентном экране: он светится ярче в тех местах, куда попадет больше электронов. Для экспериментального изучения распределения вероятности можно также использовать счетчик частиц, устроенный так, чтобы он давал отсчет всякий раз, как в него влетает электрон, протон или другая частица. Объем ΔV счетчика должен быть при этом достаточно малым, чтобы можно было промерить плотность вероятности $\rho(\vec{r})$, перемещая счетчик из одной «точки» пространства в другую: число отсчетов ΔN счетчика в каждой точке за один и тот же промежуток времени будет, очевидно, пропорционально $\rho(\vec{r})$. Аналогичные экспериментальные средства имеются и для нахождения распределений вероятностей по импульсам, энергиям частиц и т. д.

§ 6. ВОЛНЫ ВЕРОЯТНОСТИ, А ТАКЖЕ И ДРУГИЕ ВОЛНЫ

Все волны имеют общие свойства: что-то колеблется в каждой точке некоторой области пространства по гармоническому или более сложному закону, и эти колебания передаются к соседним точкам. В случае волн на поверхности жидкости в каждой точке этой поверхности колеб-

лются, поднимаясь и опускаясь, частицы жидкости. Возникшие волны распространяются вдоль поверхности жидкости, отражаются от стенок, интерферируют друг с другом, огибают препятствия (дифрагируют) и проявляют прочие волновые свойства. Совершенно так же ведут себя электромагнитные волны, например, радиоволны или световые волны, хотя в них происходят «невидимые» колебания величин, характеризующих электрическое и магнитное поля. Электрическое и магнитное поля являются силовыми полями: они действуют на электрические заряды и токи.

Простейшей по структуре является плоская монохроматическая¹ волна. В такой волне колебания любой физической величины u (скалярной и векторной) происходят со строго определенной частотой ν или круговой частотой $\omega = 2\pi\nu$. Удобной и полезной характеристикой плоской монохроматической волны является волновой вектор $\vec{k}$. Модуль k волнового вектора называют волновым числом, которое связано с длиной волны λ и скоростью v распространения волны так:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Направление волнового вектора $\vec{k}$ указывает направление распространения волны. Во всех точках плоскостей, перпендикулярных вектору $\vec{k}$, колебания происходят в одной фазе. Такие плоскости называются фазовыми. Несколько фазовых плоскостей (I, II, I', II' I'') показано на рисунке 2. Если в фазовой плоскости, проходящей через точку O , колебания величины u происходят по гармоническому закону

$$u = A \cos(\omega t - \alpha)$$

(A — амплитуда, α — начальная фаза), то в другой фазовой плоскости, отстоящей от первой на расстояние x , состояние колебательного процесса будет соответствовать более раннему моменту времени; в этой плоскости колебания отстают по времени на

$$\tau = \frac{x}{v},$$

¹ «Монохроматическая» в переводе с греческого означает буквально «одноцветная». Так как цвет определяется частотой световых колебаний, то этим термином называют колебания, характеризующиеся одной определенной частотой.

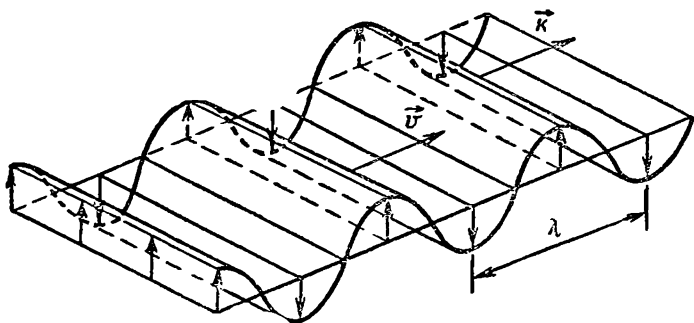


Рис. 3

к точке, способность к отражению, интерференции и дифракции в основном, такие же, как и у других волн. Однако трудно себе представить, что в этом случае совершает колебания.

Волны вероятности представляются, на первый взгляд, более абстрактными, чем, например, электромагнитные волны, так как ψ -функция не имеет «непосредственного» физического смысла. Однако ведь и при переходе от волн на поверхности жидкости к электромагнитным волнам пришлось осуществлять некоторое абстрагирование, переходя от зримых перемещений частиц жидкости к «невидимым», но воспринимаемым специальными приборами колебаниям. И настолько ли уж понятие вероятности (или, точнее, амплитуды вероятности) абстрактнее, чем понятия электрической напряженности или магнитной индукции? Это дело привычки. Волны вероятности дают столь же реалистический образ происходящих в материи процессов, как и все другие волны, рассматриваемые в физике.

§ 7. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ

В основе механики микромира лежат несколько фундаментальных положений, или постулатов, обобщающих данные эксперимента. Одним из них является положение, согласно которому каждое состояние микрочастицы полностью описывается волновой функцией $\psi(\vec{r}, t)$.

Физический смысл волновой функции следующий: квадрат модуля волновой функции $\psi(\vec{r}, t)$ есть плотность вероятности обнаружить микрочастицу в данной точке пространства и в данный момент времени:

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2.$$

Это значит, что вероятность ΔW обнаружить микрочастицу в окрестности данной точки в элементе объема ΔV в данный момент времени выражается формулой

$$\Delta W = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V.$$

Согласно условию нормировки

$$\sum_{\Delta V} \Delta W = \sum_{\Delta V} |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V = 1$$

(вероятность обнаружить частицу в любом месте пространства равна единице; микрочастица где-нибудь да находится обязательно, раз уж она существует). Проверить на опыте распределение вероятностей можно, используя, например, фотопластинку или счетчик.

Вы знаете, что в классической механике, т. е. в механике макромира, состояние движения частицы (материальной точки с массой m) в некоторый момент времени t задается ее положением и скоростью $\vec{v}$ или импульсом $\vec{p} = m\vec{v}$ (рис. 4). В механике же микромира состояние движения частицы задается не радиус-вектором и скоростью, а волновой функцией. И расчеты, выполненные на основе использования волновой функции, согласуются с экспериментальными данными. Более того, координаты и скорость микрочастицы вообще не могут иметь определенных значений одновременно.

Если в механике мы имеем дело с движущейся по некоторой траектории частицей, то в микромире состояние движения частицы представляется в виде «волнового пакета», или облака вероятности, летящего в пустоте¹. Границы области, занятой волновым пакетом, не являются обычно строго определенными: волновая функция плавно, более или менее быстро стремится к нулю при удалении в бесконечность. Волновая функция не может непосред-

¹ Эта пустота на самом деле полна скрытой «жизни» и называется физическим вакуумом.

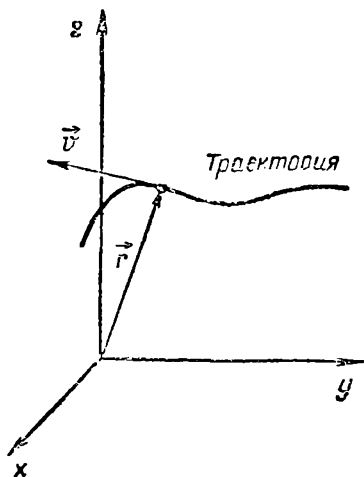


Рис. 4

ственно наблюдаться на опыте. Во многих случаях она даже является комплексной функцией координат и времени (это значит, что значения величины ψ являются комплексными числами), в то время как ни одна величина, которую можно получить непосредственно путем прямого измерения, не может быть комплексной. Непосредственно могут быть измерены лишь вещественные величины, например средние значения координаты, импульса, плотность вероятности.

Так как наблюдается или измеряется не сама волновая функция, а лишь квадрат ее модуля, то знак волновой функции может быть выбран произвольно, он физического смысла не имеет.

Хотя способы описания состояний в механике микромира и классической механике весьма различны, между ними нет непреодолимого барьера. Это и понятно. Оба эти подхода относятся к изучению свойств и движения материи. Что же заставило физиков положить такое странное на первый взгляд и «немеханическое» по виду утверждение о фундаментальной роли волновой функции $\psi(\vec{r}, t)$ в основу механики микромира? Приведем сначала теоретические соображения, потом экспериментальные.

§ 8. ПОЧЕМУ У МИКРОЧАСТИЦ ДОЛЖНЫ БЫТЬ ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА

Электромагнитное поле обладает замечательным, хотя и парадоксальным свойством: корпускулярно-волновым дуализмом (двойственностью). Многие экспериментальные факты подтвердили корпускулярно-волновой дуализм в световых явлениях. Благодаря волновым свойствам свет способен интерферировать сам с собой и дифрагировать около препятствий, т. е. огибать их. Благодаря же

наличию корпускулярных свойств свет излучается и поглощается отдельными порциями — фотонами. Свет не только электромагнитная волна, но и поток частиц — фотонов, основные характеристики которых связаны с основными волновыми характеристиками.

Энергия ϵ фотонов связана с частотой колебаний ν или круговой частотой ω формулой Планка:

$$\epsilon = h\nu, \quad \epsilon = \hbar \omega,$$

где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка.

Импульс $\vec{p}$ фотонов связан с волновым вектором $\vec{k}$ электромагнитной волны соотношением Эйнштейна

$$\vec{p} = \hbar \vec{k},$$

из которого следует связь между модулем импульса фотона и длиной соответствующей волны:

$$p = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}.$$

Не просто было свыкнуться с представлением, согласно которому в одном объекте соединяются черты волны и частицы. Прошли многие годы после основополагающей работы Планка (1900) о квантах энергии и работы Эйнштейна (1905), в которой впервые появилось понятие частиц света — фотонов, прежде чем физики решились предположить, что волновые свойства присущи всем частицам вещества: электронам, атомам и т. п. Корпускулярно-волновой дуализм был распространен на частицы вещества. Заслуга в выдвижении такой гипотезы принадлежит французскому физiku Луи де Бройлю. Произошло это в 1923 г., т. е. спустя 18 лет после работы Эйнштейна о фотонах.

Де Бройль предположил, что если частица вещества с массой m движется со скоростью $\vec{v}$ и, следовательно, имеет импульс $\vec{p} = m\vec{v}$ и энергию $\epsilon = \frac{mv^2}{2}$ (эти соотношения верны для нерелятивистской частицы, скорость которой мала по сравнению со скоростью света), то в ее движении должны обнаружиться и волновые свойства, описываемые волновым вектором

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar},$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

и частотой

$$\omega = \frac{\epsilon}{\hbar}, \text{ или } \nu = \frac{\epsilon}{h}.$$

Такая плоская монохроматическая волна, связанная с движением частицы, вскоре получила наименование волны де Бройля. Мы будем обозначать волну де Бройля как $\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$. Индекс « $\vec{p}$ » здесь обозначает, что волна описывает движение частицы, имеющей импульс $\vec{p}$. Итак, де Бройль предположил, что движению частицы, имеющей определенный импульс и определенную энергию, следует сопоставить некоторую плоскую монохроматическую волну. Впоследствии выяснилось, что волна де Бройля является волной вероятности, или, точнее, волной амплитуды вероятности.

§ 9. КАК ПОДТВЕРЖДАЕТСЯ НА ОПЫТЕ НАЛИЧИЕ У МИКРОЧАСТИЦ ВОЛНОВЫХ СВОЙСТВ

Чтобы не затемнять суть дела излишними подробностями, будем излагать соответствующий эксперимент в очень идеализированном виде.

Итак, представим себе, что пучок электронов падает на непроницаемый для электронов экран, прорезанный двумя одинаковыми параллельными щелями (рис. 5), причем скорости электронов в пучке одинаковы как по модулю, так и по направлению. Если бы движение электронов описывалось законами классической механики, то на фотопластинке позади экрана мы увидели бы два четких максимума (две почерневшие полосы), расстояние между которыми было бы равно расстоянию L между серединами щелей независимо от расстояния между экраном и фотопластинкой, а небольшая размытость объяснялась бы взаимодействием электронов с краями щелей. Вместо этого мы на опыте увидим нечто очень похожее на картину дифракции света от двух щелей (рис. 6) — серию максимумов, расстояние L_1 между которыми по порядку величины равно $l\lambda/L$ (где l — расстояние от экрана до фотопластинки, а λ — длина волны де Бройля). Самый

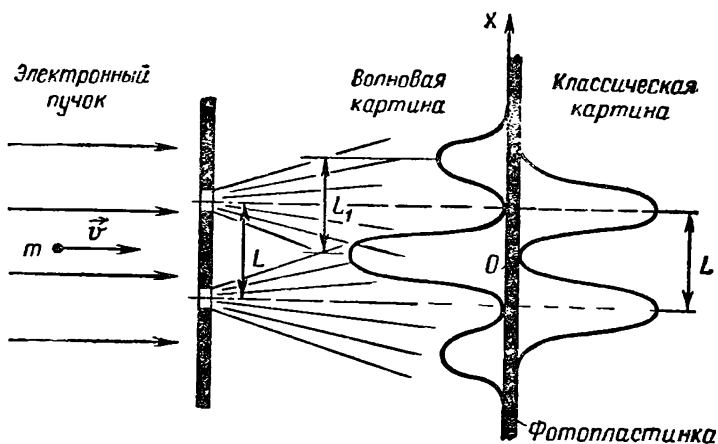


Рис. 5

интенсивный максимум — центральный. Следует, впрочем, сделать существенную оговорку. Дифракционная картина будет иметь такой вид только в том случае, если длина волны де Бройля λ сравнима с расстоянием L между щелями. Если же $\lambda \gg L$, то будет очень сильная дифракция с одним широким центральным максимумом (фотопластика засветится почти равномерно). При $\lambda \ll L$ картина дифракции практически совпадает с той, которая может быть предсказана на основе классической механики.

Итак, наличие дифракционной картины в опыте с двумя щелями показывает, что электрон обладает не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. Волновые свойства отчетливо проявляются, когда размеры области (в данном случае расстояние между щелями) сравнимы с длиной волны де Бройля. Если же размеры этой области велики по

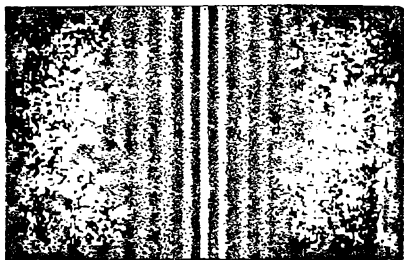
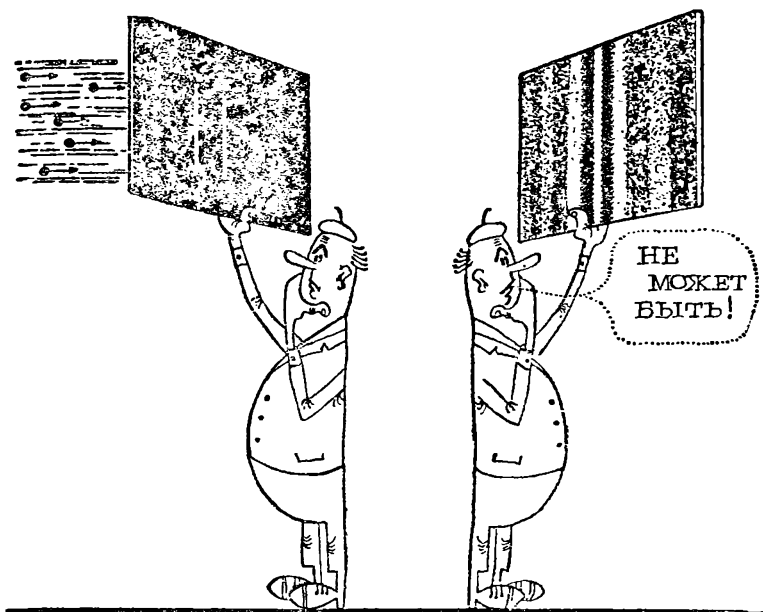


Рис. 6

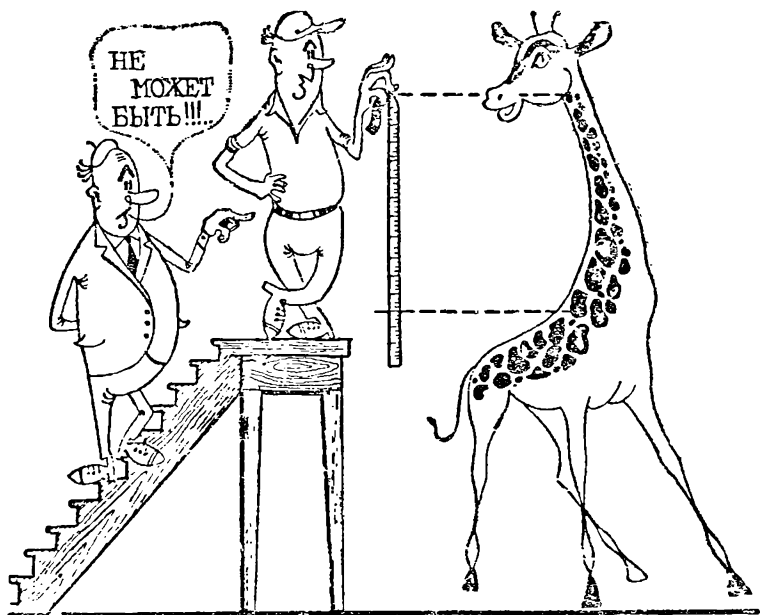


Значит, электроны при дифракции ведут себя как волны?
Не может быть!

сравнению с длиной волны де Бройля, то волновые свойства не проявляются и электрон ведет себя как частица, подчиняющаяся ньютоновской механике.

Если продифрагировавший электронный пучок пропустить через, например, пузырьковую камеру, можно заметить следы (треки), имеющие вид обычных траекторий частиц. Значит, электрон при дифракции ведет себя как волна, а в пузырьковой камере — как частица.

К такой специфике микромира надо привыкнуть. Много из того, что невозможно в макромире, является естественным в микромире, и мы не должны впадать в ошибку персонажа, который, увидев впервые жирафа с его невозможно — с точки зрения предыдущего опыта — длинной шеей, не только удивился (это естественная и правильная реакция), но и заявил: «Не может быть!» Но ведь жираф существует! Просто этому персонажу прежде не приходилось видеть такой длинной шеи.



Не может быть! Но ведь жираф существует.

Опыты по дифракции электронов были впервые поставлены в 1927 г. американскими физиками К. Дэвиссоном и Л. Джермером, а затем также советским физиком Л. С. Тартаковским и английским физиком Дж. П. Томсоном. Энергия электронов в опытах Дэвиссона и Джермера составляла около 100 эВ. Читатель может легко определить с помощью формулы, приведенной в предыдущем параграфе, что длина волны де Бройля таких электронов по порядку величины составляет 10^{-8} см. А это как раз порядок величины межатомных расстояний в кристалле. При рассеянии таких электронов на кристалле должны проявиться их волновые свойства (если они существуют!), поскольку кристалл, являющийся периодической в пространстве структурой с периодом, равным межатомному расстоянию, будет вести себя в этом случае как хорошая дифракционная решетка, период которой сравним с длиной падающей волны. Одиночный крис-

талл (монокристалл) и был использован в опыте Дэвисона и Джермера вместо двух щелей. Тартаковский и Томсон использовали мишени в виде тонких поликристаллических пластинок, которые простреливались электронами с энергией 1—50 кэВ.

Указанные опыты совершенно однозначно и четко подтвердили, что электроны действительно обладают волновыми свойствами. Позднее другие эксперименты показали, что волновыми свойствами обладают и такие микрочастицы, как атомы, молекулы, нейтроны и др. Корпускулярно-волновой дуализм оказался фундаментальным общим свойством всех объектов микромира. Все указанные опыты подтвердили также с большой точностью справедливость формул, связывающих «корпускулярные» величины ϵ , $\vec{p}$ с соответствующими «волновыми» величинами ω , $\vec{k}$, λ .

Корпускулярно-волновой дуализм совершенно естествен с точки зрения диалектического материализма, будучи частным проявлением принципа единства противоположностей¹. В дальнейшем мы встретимся и с другими проявлениями этого замечательного принципа. Важно понимать, что в самой природе никаких противоположностей нет. Природа едина в своей сущности. Противоречия, противоположности, дуализм, как и необходимость понимать их единство, возникают лишь при описании фактов природы с помощью уже сложившихся в других областях понятий, представлений, наглядных образов, не вполне соответствующих этим фактам. Такова и природа корпускулярно-волнового дуализма. Микрочастица не является ни корпускулой, ни волной. Для нее нет никакого наглядного образа. Она — физический объект, подчиняющийся особым законам микромира². Вся информация о микрочастице, как корпускулярная, так и волновая, заключена в ее волновой функции $\psi(\vec{r}, t)$, обладающей весьма специфическими свойствами.

¹ Философия не может, разумеется, предсказать тот или иной конкретный закон физики, ее законы слишком общи для этого, и она устанавливает лишь общий путь.

² Эти законы будут уточнены при дальнейшем развитии физики, но останется область их применимости, где они будут неизблемы, как и законы классической механики в своей области применимости.

§ 10. КАК ПОДТВЕРЖДАЕТСЯ НА ОПЫТЕ ВЕРОЯТНОСТНАЯ ПРИРОДА ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Чтобы убедиться в том, что волна ψ является волной вероятности (точнее, амплитуды вероятности), вернемся к опыту с двумя щелями в непрозрачном экране (см. рис. 5). Если пускать электроны к экрану по одному¹, мы не увидим сначала на фотопластинке ничего похожего на дифракционную картину, изображенную на рисунке 6. Каждый электрон, пройдя сквозь щели, даст на фотопластинке пятнышко размером с зернышко фотоэмульсии, причем распределение этих пятнышек на фотопластинке выглядит сначала хаотически и в нем трудно угадать черты регулярной дифракционной картины с полосами сильного и слабого почернения (рис. 7, а). Однако, пропустив, например, тысячу электронов, мы увидим, что пятнышки располагаются с разной густотой и вполне закономерно: гуще всего они будут там, где должны быть максимумы на дифракционной картине, реже всего там, где должны быть минимумы (рис. 7, б). После прохождения очень большого числа электронов на экране образуется картина, показанная на рисунке 7, в.

Так как в этом опыте пускали электроны по одному, то единственным наглядным объяснением наблюдаемых фактов могло бы быть то, что каждый электрон проходит сразу сквозь две щели. Иначе мы имели бы совсем другую дифракционную картину — такую, какая возникает при наложении картин, получаемых при дифракции на каждой из щелей в отдельности (при таком объяснении электрон как целое может попасть в любое место фотопластинки, также с разной вероятностью, пропорциональной

$$|\psi(r, t)|^2.$$

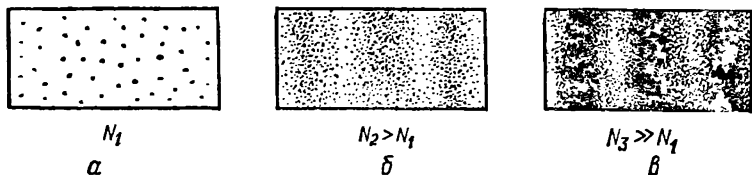


Рис. 7

¹ Такой опыт впервые поставили в 1947 г. советские физики Л. Биберма, Н. Сушкин, В. Фабрикант.

Но может быть, пригоден другое объяснение, основанное на представлении о дроблении электрона при его прохождении сквозь две щели? Тогда функция

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$$

описывала бы распределение в пространстве «вещества» каждого из электронов — его массы, заряда и т. д. Но возможно ли это?

Возьмем вместо фотопластинки маленький по сравнению с размером L_1 (см. рис. 5) счетчик и будем помещать его в разные точки пространства, примерно там, где в предыдущем опыте находилась фотопластинка. Пропустим по одному большое число N (например, 1000 или 10 000) электронов, т. е. выполним серию из N независимых опытов по дифракции. Подобные опыты ставились физиками. Время от времени счетчик будет срабатывать, и, срабатывая, он всякий раз покажет, что в него попал целый электрон; никогда он не зарегистрирует часть электрона. Значит, формула $\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$ не описывает распределение в пространстве «вещества» электрона — его заряда или массы. Рассмотренные эксперименты доказывают с несомненностью, что представление о субстанциональной природе волновой функции, т. е. о том, что она описывает распределение в пространстве вещества электрона, абсолютно неправильно. Однако было бы неверно сделать отсюда вывод о том, что поле вероятности, описываемое волновой функцией, имеет меньшее отношение к реальности, менее «материально», чем, например, электромагнитное поле, описываемое полями напряженностей $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B}(\vec{r}, t)$. И поле вероятностей, и электромагнитное поле дают хорошие (как показывает практика) модели соответствующих сторон материи и отражения этих сторон материи в нашем сознании.

Обсудим снова, чуть подробнее, вопрос о вероятностном смысле волновой функции. Допустим, что мы пускаем в среднем по одному электрону в секунду и счетчик, находящийся в некоторой точке пространства, сработал в моменты времени 16,2, 111,0, 173,5 с и т. д. Всего при 10 000 пусков счетчик сработал $\Delta N = 141$ раз. Проведем вторую серию из 10 000 пусков, поместив счетчик в ту же «точку» пространства. Отсчеты получатся теперь, возможно, в моменты времени 78,7, 101,3, 193,1с и т. д. Вто-

рой раз получились совсем другие моменты отсчета (статистические моменты могли бы, разумеется, и совпадать). Это значит, что попадание электрона в счетчик — случайное событие, момент срабатывания счетчика — случайная величина. Значит, управляют поведением электрона вероятностные законы. Однако в этой случайности просматриваются и совершенно определенные закономерности. Главная из них состоит в том, что полное число ΔN отсчетов моментов попадания электрона в счетчик во всякой серии из N (например, 10 000) дифракционных опытов будет приблизительно постоянным. В этом проявляется так называемый закон больших чисел. Например, может получиться, что в первой серии $\Delta N = 141$, во второй серии $\Delta N = 138$, в третьей серии $\Delta N = 139$, в четвертой $\Delta N = 143$ и т. д. Пусть при этом среднее арифметическое число отсчетов $\Delta N = 140$. Это значит, что вероятность случайного попадания электрона в объем ΔV счетчика равна

$$\Delta W = \frac{\Delta N}{N} = \frac{140}{10000} = 0,014.$$

В том, что эта вероятность вообще существует как вполне определенная числовая характеристика, и проявляются вероятностные, статистические закономерности, которыми управляется поведение электронов и других микрочастиц. За ширмой с щелями имеется вполне определенное, отнюдь не случайно меняющееся поле вероятности, описываемое волновой функцией $\psi(\vec{r}, t)$, которая связана с вероятностью соотношением

$$\Delta W = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V.$$

Итак, попадание данного электрона в определенную точку является случайным событием. Однако вероятность этого попадания и описывающая ее волновая функция — величины вполне определенные, подчиняющиеся точно сформулированным законам, не менее достоверным, чем, например, законы и уравнения классической механики. Заметим еще, что если наблюдать одновременно дифракцию всех N электронов, то электроны распределятся в пространстве по тому же закону:

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2.$$

Вероятностное истолкование волновой функции предложил немецкий физик Макс Борн в 1927 г.

§ 11. ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ РОЛЬ ВЕРОЯТНОСТИ В МИКРОМИРЕ

Понятие вероятности используется и в классической физике при описании явлений макромра. Простейшими являются примеры с игральным кубиком и монетой, движение которых (вернее, состояние которых по окончании движения) мы описывали на языке вероятностей. Очевидно, что, получив дополнительную информацию о начальном состоянии кубика или монетки и окружающих их тел (воздух, стол и т. д.) и используя законы классической механики, мы могли бы в принципе проследить детально за их движением и точно предсказать, чем это движение закончится.

В микромире дело обстоит совсем иначе. Вероятностные закономерности органически присущи микромиру. Никакой дополнительной информации о микрообъекте сверх той, что содержится в его волновой функции, получить нельзя: ее просто не существует в природе. Волновая функция полностью описывает состояние микрообъекта, и описание это статистическое, вероятностное. Это общий вывод из огромного числа экспериментов, выполненных над самыми разными объектами микромира. Советский физик В. А. Фок, много сделавший, в частности для уяснения принципиальных особенностей микромира, отмечал, что «... в классической физике вероятности отражали неполноту формулировки задачи, неполноту, может быть, практически неизбежную, но в принципе устранимую. Совсем другой характер имеют вероятности в квантовой физике. Там они необходимы по существу, и введение их отражает не неполноту условий, а объективно существующие при данных условиях потенциальные возможности».

Действительно, в состоянии, описываемом волновой функцией $\psi(\vec{r}, t)$, микрочастица имеет потенциальную возможность оказаться в любой точке, в которой $\psi(\vec{r}, t) \neq 0$ (обычно облако вероятности не локализовано в одной точке). Если мы будем улавливать частицу в этой точке, плп, точнее, в малом объеме ΔV в ее окрестности, с помощью какого-нибудь счетчика, то эта возможность реализуется в действительность (частица попадает в счетчик) с вероятностью

$$\Delta W = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V.$$

Никакие попытки более детально описать движение (уточнить начальные условия, более детально исследовать взаимодействие частицы с прибором, предельно аккуратно выполнить расчеты и т. п.) не дадут в микромире возможности точно предсказать, будет ли зарегистрирована частица счетчиком.

Реализация различных потенциальных возможностей с разными вероятностями вносит в микромир, а через него и в макромир некоторый элемент случайности. Если бы это было не так, если бы вероятность не была фундаментальным свойством, то мир развивался бы из своего начального состояния совершенно однозначным, детерминированным образом, и судьба всего сущего была бы предопределена заранее. Мистики называли это роком, судьбой. В науке вместо этих слов использовалось эквивалентное им понятие «лапласовский детерминизм» по имени французского математика и физика Пьера Симона Лапласа (1749—1827). Он обратил внимание на то, что если мир развивается по законам классической механики, то состояние мира и любой его части в любой момент времени предсказуемо, предопределено. Такой нелепый вывод в свое время казался вытекающим из науки. С развитием физики микромира, в которой определяющую роль играет изначальность случайного, лапласовский фатальный детерминизм сейчас может рассматриваться лишь как этап в становлении научной картины мира.

Вопрос о роли изначальной случайности¹ выходит далеко за рамки физики. На его значение для биологии указал один из создателей физики микромира Эрвин Шредингер в своей интересной книге «Что такое жизнь с точки зрения физики?» Волновая функция, представляющая собой концентрированное средоточие вероятностной сути микромира, сама включает в себе и детермированную однозначность. В полном соответствии с диалектическим законом единства противоположностей случайность и необходимость соединяются в одно целое в волновой функции.

¹ Дело не сводится только к фундаментальным вероятностным свойствам микромира. Другим источником фундаментальной случайности является незамкнутость, вездированность любого изучаемого объекта в реальном мире.

Глава II

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЗИКИ МИКРОМИРА

§ 1. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

В предыдущей главе мы видели, что волновые свойства микрочастицы проявляются, когда размеры области, доступной для частицы, или размеры области, в которой действуют внешние силы, оказываются сравнимыми с длиной волны λ частицы. Рассмотрим этот вопрос несколько более подробно. Пусть электроны, имеющие одинаковые по модулю и направлению импульсы, падают на ширму с одной щелью, ось которой перпендикулярна к плоскости рисунка (рис. 8). В результате дифракции за

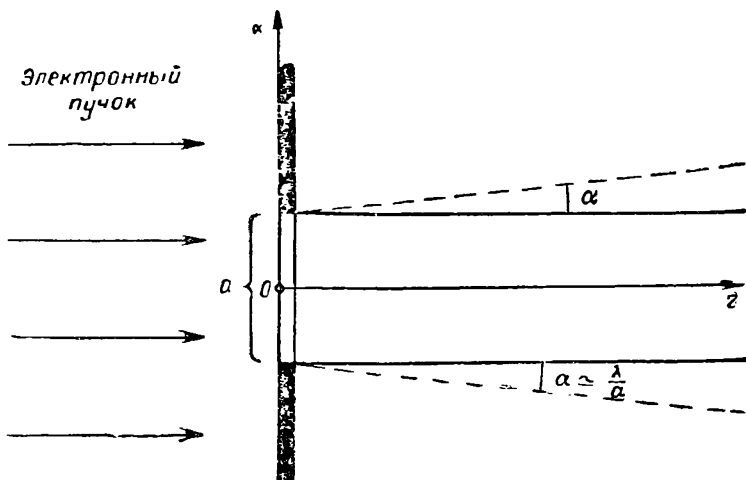


Рис. 8

щелью вместо плоской волны возникнет расходящаяся волна с углом раствора

$$\alpha \simeq \frac{\lambda}{a},$$

где a — ширина щели и $\lambda \ll a$. До щели x -составляющая импульса электрона равна нулю ($p_x = 0$). После щели эта составляющая отлична от нуля ($p_x \neq 0$). Ее значение не является вполне определенным и лежит в промежутке

$$-p \sin \alpha \lesssim \Delta p_x \lesssim p \sin \alpha.$$

Учитывая, что угол α мал и $\sin \alpha \approx \alpha$, а также, что

$$\alpha \simeq \frac{\lambda}{a} \text{ и } p\lambda \simeq h,$$

можно записать:

$$\Delta p_x \simeq \frac{h}{a}.$$

Величина Δp_x называется неопределенностью x -составляющей импульса. До щели положение электрона по оси x было совершенно неопределенным; он с равной вероятностью мог быть обнаружен в любом месте плоской волны (так как амплитуда такой волны от координаты не зависит). После щели положение электрона по оси x стало более определенным: электрон после щели локализован, т. е. сконцентрирован в области шириной порядка a , симметричной относительно середины щели. Неопределенность координаты x электрона у самой щели равна ширине щели: $\Delta x = a$. По мере удаления от щели она увеличивается, так как пучок распрямляется вследствие дифракции: $\Delta x > a$.

Поэтому

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim h,$$

или

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim h.$$

Это соотношение было впервые получено в 1927 г. немецким физиком В. Гайзенбергом и называется соотношением неопределенностей Гайзенберга. Оно выражает один из основных законов микромира: нельзя одновременно изме-

рять координату и импульс микрочастицы с какой угодно точностью. Иначе говоря, микрочастица не может находиться в таком состоянии, в котором ее координата и импульс заданы точнее, чем позволяет соотношение неопределенностей.

§ 2. ПОЧЕМУ В МИКРОМИРЕ НЕТ ТРАЕКТОРИИ

Из соотношения неопределенностей следует чрезвычайно важный вывод об отсутствии у микрочастиц траектории движения. Действительно, в классической физике траектория частицы существует потому, что частица, находящаяся в некоторый момент времени в определенной точке пространства, имеет в этой точке и определенную скорость, и, следовательно, за последующий промежуток времени Δt она попадает в другую строго определенную точку пространства. В результате этого получается непрерывная кривая в пространстве — траектория. В случае же микрочастицы ее нахождение в определенной точке пространства означает, как мы видели, полную неопределенность импульса ($\Delta p_x = \infty$) и, следовательно, скорости ($\Delta v_x = \infty$). Микрочастица из данной точки за промежуток времени Δt проходит в любом направлении любое расстояние. Вместо непрерывной кривой — траектории — получается расплывающееся в пространстве облако вероятности. На обложке показан вид облака вероятности электрона в атоме для некоторых случаев.

В атоме

$$\Delta x \approx 10^{-10} \text{ м}, \Delta p_x \gtrsim \frac{h}{\Delta x} \approx 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Так как энергия электрона в атоме $E \approx 10 \text{ эВ} \approx 10^{-18} \text{ Дж}$, то для импульса электрона находим:

$$p = \sqrt{2mE} \approx (10^{-30} \text{ кг} \cdot 10^{-18} \text{ Дж})^{\frac{1}{2}} = 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Это величина того же порядка, что и неопределенность импульса. Импульс электрона в атоме неопределен «на 100%». В атоме у электрона, следовательно, нет и не может быть никакой траектории, орбиты. Представление об электронных орбитах в атоме, до сих пор используемое в учебниках физики и химии, устарело.

Некоторым оправданием применения представления об орбитах в атоме может служить лишь то, что густота

электронного облака, размазанного по всему атому, в случае водорода максимальна на расстояниях, примерно соответствующих радиусам боровских орбит. Но это имеет место только для водорода, т. е. в случае, когда представление о боровских орбитах позволяет получить результаты, согласующиеся с экспериментом. Дальнейшее же развитие физики показало ограниченность боровских представлений, и для объяснения внутриатомных процессов в общем случае пришлось прибегнуть к совершенно новым понятиям, таким, как волновая функция, корпускулярно-волновой дуализм, соотношение неопределенностей между координатой и импульсом и т. д.

§ 3. ПЕРЕХОДНАЯ ОБЛАСТЬ МЕЖДУ МЕХАНИКОЙ МИКРОМПА И КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКОЙ

Итак, траектория — понятие классическое, которое, как было только что показано, неприменимо к микромиру. Почему же в камере Вильсона, в пузырьковой камере или в толстостенной фотопластинке мы видим совершенно отчетливые следы (треки) электронов и других микрочастиц (рис. 9), несомненно имеющие вид классических траекторий? Ответ следующий. Причиной этого является сравнительно невысокая точность определения координат и скоростей в этих приборах.

Действительно, положение микрочастицы определяется с точностью, задаваемой размером капельки (пузырька или зернышка фотоэмульсии). Неопределенность координаты частицы составляет в этих приборах $\Delta x \approx 10^{-6}$ м. Допустим, что речь идет об электроне с энергией $E = 1$ кэВ $= 1,6 \times 10^{-16}$ Дж. Скорость такого электрона будет

$$v = \sqrt{2E/m} = 1,8 \cdot 10^7 \text{ м/с.}$$

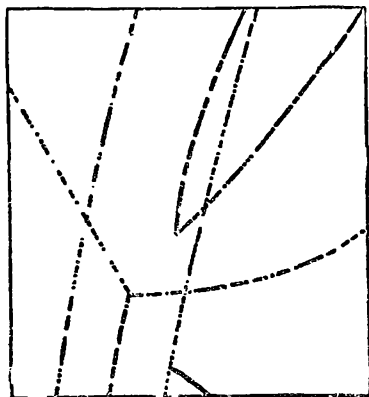


Рис. 9

Чтобы заметить, что существует соотношение

неопределенности, и в движении электрона обнаруживаются волновые свойства, нужно бы определить скорость электрона с точностью

$$\Delta v_x \approx \frac{h}{m \cdot \Delta x} \approx 6 \cdot 10^2 \text{ м/с}$$

(относительная точность

$$\frac{\Delta v_x}{v_x} \approx 3 \cdot 10^{-5}$$

или $3 \times 10^{-3} \%$). Такой высокой точности в этом эксперименте не достигают, и практически наблюдается траектория движения электрона. На самом деле это не геометрическая траектория, а довольно толстая трубка диаметром порядка 10^{-4} см, в каждой «точке» которой скорость частицы известна неточно. По этой же причине для расчета, например, движения электронов в телевизионной трубке не нужно прибегать к законам физики микромира. С точностью более чем достаточной для практических целей можно считать электрон в телевизионной трубке частицей, двигающейся по законам ньютоновской механики. Этим законам подчиняется также движение электронов или протонов в ускорителе заряженных частиц, атомов в газе, электронов или ионов в плазме.

Сравним длину волны де Бройля λ с толщиной Δx трубки, изображающей траекторию частицы в камере Вильсона. Согласно формуле де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{0,9 \cdot 10^{-30} \text{ кг} \cdot 1,8 \cdot 10^7 \text{ м/с}} \approx 3 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Таким образом, $\lambda \ll |x|$, т. е. $3 \times 10^{-11} \text{ м} \ll 10^{-6} \text{ м}$. В случае же электрона в атоме

$$\lambda \approx \frac{h}{p} \approx \frac{10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{10^{-24} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}} = 10^{-10} \text{ м.}$$

Но именно такое значение по порядку величины имеет неопределенность координаты электрона в атоме (электронное облако размазано по всему атому, а размеры атома по порядку величины составляют 10^{-10} м). Мы видим, что в случае, когда электрон «имеет траекторию», его длина волны де Бройля мала по сравнению с «характерным размером задачи» Δx (в данном случае по сравнению с «толщиной траектории»). Если же траектории нет (слу-

чай электрона в атоме), то $\lambda \sim \Delta x$. Это значит, что специфические законы микромира переходят в законы классической механики, когда длина волны де Бройля мала по сравнению с «характерным размером задачи», т. е. при $\lambda \ll \Delta x$, или при $\lambda \rightarrow 0$.

Еще один пример. В опыте по дифракции электрона на одной щели угол дифракции α по порядку величины равен λ/a . При $\lambda \rightarrow 0$ (или $\lambda \ll a$) угол дифракции будет очень мал ($\alpha \rightarrow 0$). Это означает, что при $\lambda \rightarrow 0$ дифракция исчезает, т. е. волновые свойства электрона пропадают и остаются лишь корпускулярные свойства: электроны движутся и перед щелью и за ней по прямолинейным траекториям.

Движение макроскопических объектов с достаточно большой массой (по сравнению с массой отдельных атомов) происходит по законам классической механики, несмотря на то что такие объекты состоят из микрочастиц. Это значит, что в механическом движении макрообъектов не обнаруживается ни волновых свойств, ни вероятностных (статистических) закономерностей, ни соотношения неопределенностей. Граница раздела по какому-либо признаку между объектами микромира и объектами макромира если и существует, то в настоящее время неизвестна.

Оценим, например, неопределенность скорости макроскопической пылинки массой $m \sim 10^{-8}$ кг. Пусть координата центра тяжести этой пылинки измеряется с огромной точностью $\Delta x \approx 10^{-10}$ м (это по порядку величины размер атома или межатомного расстояния в твердом теле). Чтобы обнаружить соотношение неопределенности, мы должны были бы измерять скорость такой пылинки с точностью $\Delta v_x \approx \frac{\Delta p_x}{m} \approx \frac{\hbar}{m \cdot \Delta x} \approx 10^{-16} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 10^{-10} \frac{\text{м}}{\text{год}}$. Такую «менее чем черепашую» скорость (1 атомный размер в год) создало бы орбитальное движение под действием неимоверно слабых (по сравнению со всеми другими) сил всемирного тяготения вокруг ничтожной по космическим масштабам массы $m' \approx 10^{-2}$ кг, отнесенной в центр нашей Галактики, т. е. на расстояние $\sim 10^4$ световых лет¹. Миллионы огромных звезд (масса звезды $\sim 10^{30}$ кг) находятся много ближе к рассматриваемой пылинке и много сильнее влияют на ее движение, не говоря уже о бесчисленных

¹ 1 световой год = $0,946 \cdot 10^{16}$ м.

возмущениях от близких земных тел, вызванных не только гравитационными, но и другими, много бóльшими силами (например, электромагнитными). Нет никакой надежды когда-либо, изолировавшись от всех этих сил, заметить соотношение неопределенности в макром мире. Таким образом, чем меньше масса, тем легче обнаружить соотношение неопределенностей и другие закономерности микромира.

§ 4. КВАНТОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

В классической физике такие величины, как, например, энергия, импульс и другие, принимают любые значения. Совершив над рассматриваемой классической системой некоторую работу, можно изменить ее энергию на любую величину. Однако многие физические величины в случае атомно-молекулярных систем могут принимать лишь определенные, дозволенные значения. В этих случаях говорят, что происходит квантование значений физических величин.

На первый взгляд свойство квантования кажется очень странным. Разберем простой, хорошо всем известный пример гармонических колебаний груза с массой m , подвешенного на пружине с коэффициентом жесткости k . Если пружину, растянутую подвешенным грузом и находящуюся первоначально вместе с грузом в покое, дополнительно немного растянуть внешней силой, сообщив ей при этом дополнительную потенциальную энергию $W_n = \frac{1}{2} k A^2$ (где A — дополнительное удлинение пружины), а потом отпустить, то будут происходить простые гармонические колебания грузика, при которых его смещение x относительно положения равновесия будет меняться по закону

$$x = A \cos \omega t.$$

Здесь $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ — круговая частота, A — амплитуда колебаний, равная начальному дополнительному смещению грузика. В процессе колебаний происходят превращения потенциальной энергии в кинетическую и обратно, но полная энергия, если пренебречь потерями, будет постоянна и равна

При малых колебаниях амплитуда A не зависит ни от жесткости пружинки, ни от массы груза и, следовательно, не зависит от частоты колебаний.

Мы подходим к главному месту наших рассуждений. Увеличим немного начальное смещение грузика и, значит, амплитуду колебаний. Соответственно увеличится и энергия E колебаний. Увеличение это может быть и сколь угодно малым, и довольно большим (лишь бы пружинка не утратила своих упругих свойств). Никаких запретов на изменение энергии нет.

Это, казалось бы, относится к гармоническим осцилляторам любой природы. Так и думали долгое время, вплоть до начала нашего века. Но оказалось, что изменение энергии электромагнитного гармонического осциллятора — плоской монохроматической электромагнитной волны — выражается формулой

$$E_n = h\nu n,$$

где $n=1,2,\dots$, h — постоянная Планка. Оно пропорционально частоте колебаний и может принимать лишь значения, кратные некоторому значению $h\nu$. Величина n , принимающая только целочисленные значения, называется колебательным квантовым числом.

Таким образом, изменение энергии гармонического осциллятора любой физической природы кратно величине $h\nu$, называемой квантом энергии¹. К такому выводу пришел впервые в 1900 г. немецкий физик Макс Планк. Этим было положено начало развития квантовой физики — физики процессов микромира. Постоянная h в формуле $E_n = h\nu n$ получила название постоянной Планка. В 1907—1911 гг. великий физик XX в. Альберт Эйнштейн предположил, что энергия тепловых колебаний атомов твердого тела тоже квантована, и ее возможные изменения выражаются приведенной формулой Планка.

Присмотримся к формуле Планка. Она говорит о том, что энергия колебаний может измениться лишь скачками, путем поглощения или испускания одного или несколь-

¹ Слово «квант» происходит от латинского слова quantum — сколько. Величина $h\nu$ показывает, сколько именно энергии может получить или отдать гармонический осциллятор.

ких квантов $h\nu$. Невозможно изменить энергию колебаний на какую-нибудь долю кванта. Невозможно, в частности, произвести сколь угодно малое изменение энергии колебаний, хотя это и представлялось, как мы видели, вполне очевидным с точки зрения обычных представлений классической физики. Энергия колебаний либо меняется на один или несколько квантов, либо не меняется вовсе. Удивительную категоричность проявляет здесь микромир: либо все, либо ничего, никаких уступок! Пружина или ее аналог почему-то не дает себя растягивать так, как мы хотим. При этом чем она «микроскопичнее», тем больше она «следует этому принципу».

Но почему все-таки мы не замечаем квантований энергии колебаний обычного груза на пружине? Ответ состоит в том, что квант энергии $h\nu$ для такого груза очень мал по сравнению с любым значением энергии, которое мы сможем обнаружить путем измерений в макроскопическом опыте. Действительно, если, например, в макроскопическом опыте частота колебаний груза $\nu = 1$ Гц, то энергия кванта $h\nu$ составляет всего $6,6 \times 10^{-34}$ Дж. Можно ли заметить такой «квантик» энергии, если учесть, что например кинетическая энергия крохотной пылинки с массой 10^{-15} кг, упавшей на грузик со скоростью 10^{-4} м/с,

составляет $\frac{mv^2}{2} = 5 \cdot 10^{-24}$ Дж, что больше рассмотренного кванта энергии приблизительно в 10^{10} раз? Ясно, что такой маленький квант практически не наблюдаем.

При рассмотрении квантования колебаний мы, говоря об энергии, не пользовались понятием амплитуды, так как в микромире это понятие теряет смысл вместе с понятием траектории.

Как сделать наблюдаемым квант энергии колебаний? Мысленно можно для этого, например, представить себе груз состоящим всего из нескольких атомов. При этом частота колебаний резко возрастает, и квант станет вполне заметным. Именно так и обстоит дело в случае колебаний атомов, входящих в состав кристаллической решетки твердого тела.

Квантуется не только энергия гармонических колебаний, но и, например, энергия электронов в атомах. В атоме водорода, например, дозволёнными состояниями электро-

на соответствуют дискретные значения энергии, выражаемые формулой Бора¹:

$$E_n = - \frac{m_e e^4}{2 (4\pi \epsilon_0)^2 \hbar^2 n^2},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная, m_e — масса электрона, e — его заряд, n — целое число натурального ряда ($n=1, 2, 3, \dots$), называемое главным квантовым числом состояния электрона в атоме.

Так как все тела состоят из атомов, то ясно, что масса всех тел может иметь лишь квантованные значения и что роль квантов массы (если отвлечься от сравнительно небольшого дефекта массы) играют массы электрона и нуклонов (протона и нейтрона). Далее мы увидим, что квантуются и другие физические величины.

§ 5. СПЕКТРЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Значения, которые может принимать при измерении данная физическая величина, называются ее собственными значениями. Совокупность (множество) собственных значений физической величины называется ее спектром. Если физическая величина квантована, т. е. эта величина может принимать лишь определенные значения, то спектр называется дискретным или линейчатым. Если же физическая величина неквантована, т. е. может принимать любые значения в некотором интервале, то ее спектр называется непрерывным или сплошным в этом интервале. Такие величины, как энергия колебательной системы, энергия дозволенных состояний атома водорода, электрический заряд тел, характеризуются линейчатыми спектрами.

Во многих случаях наблюдается так называемый смешанный спектр — дискретный в одном промежутке значений величины и непрерывный в другом. Например, спектр энергии атома водорода в области значений (отрицательных), соответствующих связанным состояниям, является дискретным. Однако энергия электрона и протона в области положительных значений (которые соответствуют ионизированному атому водорода) имеет непрерыв-

¹ За нуль отсчета энергии принято то ее значение, при котором бесконечно удаленные друг от друга ядро (протон) и электрон обладают нулевой кинетической энергией.

вый спектр: любые положительные значения энергии возможны, никаких линий при $E > 0$ не образуется. Дискретный энергетический спектр линейного гармонического осциллятора изображен на рисунке 16, а смешанный энергетический спектр атома водорода — на рисунке 28; на рисунке 29 изображен спектр излучения атома водорода (длины волн на рисунках 28 и 29 указаны в нанометрах):

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}.$$

Это линейчатый, т. е. дискретный, спектр.

Каждое состояние движения микрочастицы описывается волновой функцией. Пусть микрочастица находится в таком состоянии, в котором некоторая, относящаяся к ней физическая величина имеет совершенно определенное значение f . Заметим, что так бывает далеко не всегда; в общем случае значения f , относящиеся к данному состоянию, могут быть разбросаны в некотором промежутке. Это определенное значение f должно быть одним из собственных значений, принадлежащих спектру этой физической величины. Волновая функция состояния, характеризующегося заданием такого определенного собственного значения f , называется собственной функцией, принадлежащей этому собственному значению. Обозначим собственную функцию через ψ_f . В состоянии, описываемом собственной функцией ψ_f , т. е. в собственном состоянии ψ_f , неопределенность величины f равна нулю ($\Delta f = 0$).

Так как волна де Бройля $\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$ описывает состояние с определенным импульсом $\vec{p}$, то волновая функция $\psi_{\vec{p}}(\vec{r}, t)$ является собственной функцией вектора импульса, принадлежащей собственному значению $\vec{p}$.

Напомним, что бывают такие состояния, в которых физическая величина, например импульс, не имеет никакого определенного значения. Таким является, например, состояние электрона, прошедшего сквозь щель и испытавшего при этом дифракцию. После щели электрон движется одновременно сразу во многих направлениях, разбросанных в пределах угла дифракции $\alpha \approx \frac{\lambda}{a}$. Следова-

тельно, после щели импульс электрона является неопределенным: направление вектора импульса разбросано в пределах угла α .

§ 6. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ДЛЯ ВОЛН ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Принцип суперпозиции — весьма общее свойство волн и полей самой различной природы. Он состоит, как известно, в том, что поля и волны как бы проходят беспрепятственно друг сквозь друга. В области пересечения волн они интерферируют. При определенных условиях интерференция вторичных волн приводит к дифракции.

Интерферируют в соответствии с принципом суперпозиции электромагнитные волны, волны на поверхности воды, звуковые волны и т. д. Как мы уже видели, эксперимент показывает, что волновые функции микрочастиц образуют дифракционную картину и, следовательно, также способны интерферировать.

Если некоторый источник 1 порождает электрическое поле $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$, а другой источник 2 порождает электрическое поле $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ и оба источника действуют одновременно, то поля, проникая беспрепятственно друг сквозь друга, накладываются (суперпонируют) и возникает суммарное, суперпонированное, поле:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = c_1 \vec{E}_1(\vec{r}, t) + c_2 \vec{E}_2(\vec{r}, t).$$

Так же ведет себя и магнитное поле.

Принцип суперпозиции для электрического и магнитного полей лежит в основе объяснения явлений интерференции и дифракции электромагнитных (в частности, световых) волн. Но ведь и волны вероятности способны к интерференции и дифракции! Поэтому и для них должен выполняться принцип суперпозиции. Сформулируем теперь принцип суперпозиции для волновых функций более точно: если частица может находиться в состоянии $\psi_1(\vec{r}, t)$ и в состоянии $\psi_2(\vec{r}, t)$, то она может находиться и в суперпонированном состоянии

$$\psi(\vec{r}, t) = c_1 \psi_1(\vec{r}, t) + c_2 \psi_2(\vec{r}, t),$$

где c_1 и c_2 — комплексные постоянные. Эти постоянные должны быть такими, чтобы функция $\psi(\vec{r}, t)$ была норми-

рована на единицу при условии, что функции $\psi_1(\vec{r}, t)$ и $\psi_2(\vec{r}, t)$ также нормированы на единицу. Выясним, в чем состоит отличие принципа суперпозиции для ψ -состояний от принципа суперпозиции в классической механике. Пусть, например, функция ψ_1 описывает состояние с определенным импульсом $\vec{p}$, а функция ψ_2 — состояние с противоположным импульсом $-\vec{p}$. Тогда суперпонируемое состояние ψ можно истолковать как одновременное движение частицы в двух противоположных направлениях с одинаковыми по модулям скоростями $\vec{v} = \frac{\vec{p}}{m}$. Такая ситуация совершенно немыслима с точки зрения классической механики¹. Тем не менее принцип суперпозиции является хорошо подтвержденным множеством экспериментов законом природы.

§ 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ ЗНАЧЕНИЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Пусть состояния ψ_1 и ψ_2 являются собственными состояниями физической величины f , которые соответствуют ее собственным значениям f_1 и f_2 . Ясно, что, чем больше по модулю, например, коэффициент c_1 по сравнению с коэффициентом c_2 , тем ближе суперпонируемое состояние ψ к состоянию ψ_1 . Если $c_2 = 0$, то состояния ψ и ψ_1 совпадают (условие нормировки требует, чтобы $|c_1| = 1$). Состояния, отличающиеся только постоянным множителем, равным по модулю единице, физически тождественны. Если, наоборот, $c_1 = 0$, то состояние ψ тождественно состоянию ψ_2 .

Так как природа законов микромира вероятностная, то коэффициент c_1 определяет вероятность W_1 того, что при измерении величины f в состоянии ψ мы получим собственное значение f_1 . Смысл коэффициента c_2 аналогичен: он определяет вероятность W_2 того, что при измерении f в состоянии ψ мы получим f_2 . Связь коэффициентов c_1 и c_2 с вероятностями имеет вид:

¹ Такие состояния принципиально возможны и в макромире. Однако вероятность их осуществления ничтожна, и вряд ли за все десять миллиардов лет существования Вселенной хоть раз наблюдалось «раздвоение» тела с макроскопической массой.

$$W_1 = |c_1|^2, \quad W_2 = |c_2|^2.$$

При этом должно выполняться условие нормировки

$$W_1 + W_2 = |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1.$$

Эти соотношения подтверждаются экспериментом.

В общем случае можно получать суперпонируемые состояния, или волновые пакеты, содержащие любое число членов:

$$\psi = \sum_n c_n \psi_n.$$

Физический смысл коэффициентов c_n определяется аналогично вышеизложенному.

Пусть, например, частица движется, как было описано в предыдущем параграфе, одновременно в двух направлениях с импульсами $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$, так что ее состояние описывается волновой функцией вида

$$\psi = c_{\vec{p}_1} \psi_{\vec{p}_1} + c_{\vec{p}_2} \psi_{\vec{p}_2}.$$

Будем измерять импульс этой частицы. Если бы она подчинялась механике Ньютона, то ее импульс был бы в любой момент времени совершенно определенным и его можно было бы измерить. Иначе обстоит дело в случае микрочастицы, описываемой в некоторый момент времени волновой функцией. При измерении ее импульса мы получим значение $\vec{p}_1$ с вероятностью $W_{\vec{p}_1} = |c_{\vec{p}_1}|^2$ и значение $\vec{p}_2$ с вероятностью $W_{\vec{p}_2} = |c_{\vec{p}_2}|^2$.

Пусть, например, $c_{\vec{p}_1} = -\sqrt{\frac{2}{3}}$ и $c_{\vec{p}_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (коэффициенты суперпозиции, вообще говоря, комплексны).

Так как $|\sqrt{\frac{2}{3}}|^2 = \frac{2}{3}$ и $|\frac{1}{\sqrt{3}}|^2 = \frac{1}{3}$, то в двух третях случаев импульс будет равен $\vec{p}_1$, а в одной третьей доле случаев он будет равен $\vec{p}_2$. Заметим опять, что никакой возможности предвидеть, какое именно из возможных значений импульса ($\vec{p}_1$ или $\vec{p}_2$) будет наблюдаться в данном опыте. Можно предсказать только вероятность $W_{\vec{p}_1}$ или $W_{\vec{p}_2}$ наблюдения того или иного значения импульса.

§ 8. ПОЧЕМУ ВОЛНУ ДЕ БРОЙЛЯ НЕЛЬЗЯ ЗАПИСАТЬ ТАК ЖЕ, КАК И ДРУГИЕ ПЛОСКИЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Ранее о волне вероятности де Бройля говорилось как о плоской монохроматической волне с волновым вектором $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$ и круговой частотой $\omega = \frac{\epsilon}{\hbar}$. Но явного выражения для этой волны мы пока не записывали,

Покажем, что формула

$$\Psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

не совместима с принципом суперпозиции и вероятностным истолкованием волновой функции. Для этого воспользуемся методом «от противного». Рассмотрим мысленный интерференционный опыт (такой опыт осуществлялся неоднократно на самом деле, но в несколько иной форме, не столь схематической).

Пусть пучок электронов, имеющих определенный импульс $\vec{p} \parallel x$ и энергию $\epsilon = \frac{p^2}{2m}$, падает на идеальный зеркально отражающий экран, расположенный при $x=0$. Направление падающего пучка электронов предполагается нормальным (перпендикулярным) к поверхности экрана. Соответствующая плоская монохроматическая волна де Бройля $\Psi_{\vec{p}}$ имеет волновой вектор $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$, проекции которого $k_x = -k$, $k_y = k_z = 0$, круговую частоту $\omega = \frac{\epsilon}{\hbar}$ и амплитуду A . Если волна является плоской, то волновое поле должно описываться формулой

$$\Psi_{\vec{p}} = A \cos(-kx - \omega t).$$

Отраженная от экрана волна $\Psi_{-\vec{p}}$ должна быть также плоской и монохроматической с волновым вектором $-\vec{k} = -\frac{\vec{p}}{\hbar}$, имеющим проекции $k_x = k$, $k_y = k_z = 0$, с прежней частотой $\omega = \frac{\epsilon}{\hbar}$ и прежней амплитудой A (экран предполагается «идеальным», и, следовательно, отражение является упругим). Из сказанного следует, что волновое поле в отраженной волне должно иметь вид:

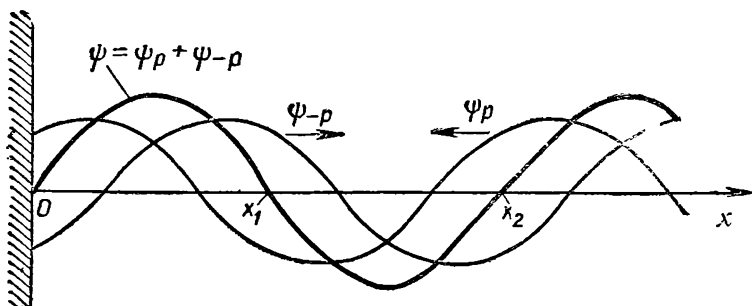


Рис. 10

$$\Psi_{\rightarrow p} = A \cos(kx - \omega t + \pi),$$

где π — сдвиг фазы, который возникает при отражении. Благодаря этому сдвигу падающая и отраженная волны компенсируют друг друга на экране при $x=0$ (волна не может пройти за экран).

В пространстве справа от экрана обе волны существуют одновременно (рис. 10), и, следовательно, образуется суперпонируемое поле вероятности (вернее, поле амплитуды вероятности) следующего вида:

$$\begin{aligned} \Psi(x, t) &= \Psi_{\rightarrow p} + \Psi_{\leftarrow p} = A \cos(-kx - \omega t) + \\ &+ A \cos(kx - \omega t + \pi) = -2A \sin kx \sin \omega t. \end{aligned}$$

Это стоячая волна, для которой характерно наличие неподвижных в пространстве поверхностей, называемых узловыми поверхностями (в них колебаний вообще не происходит). В рассматриваемом волновом поле справа от экрана узловыми поверхностями будут неподвижные плоскости: сам экран и параллельные ему плоскости, проходящие через точки $x_1 = \frac{\lambda}{2}$, $x_2 = 2 \cdot \frac{\lambda}{2}$, $x_3 = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$ и т. д. Посередине между узловыми плоскостями имеются фазовые плоскости, в которых гармонические колебания с частотой ω происходят с неизменной амплитудой, равной $2A$. Во всякой другой фазовой плоскости, параллельной экрану и проходящей через точку x , колебания происходят с промежуточной по модулю, но также неизменной во времени амплитудой $|2A \sin kx|$. При этом все точки волнового поля, находящиеся между двумя соседними узловыми плоскостями, колеблются хотя и с

разными амплитудами, но в одной и той же фазе: они одновременно проходят через нуль, достигают своих амплитудных значений, начинают движение в обратную сторону, проходят снова через нуль и т. д. Волна, действительно, как бы «стоит» около экрана. Колебания происходят в каждой точке пространства в неизменном, стационарном режиме, и перемещения волнового поля в пространстве не происходит.

Стоячие волны возникают при отражении от экранов не только волн вероятности, но и волн любой другой природы: электромагнитных (в том числе световых), волн на поверхности воды, звуковых волн и т. д. Стоячие волны возникают в струнах музыкальных инструментов при возбуждении в них колебаний. Стоячие волны — результат интерференции падающей и отраженной волн.

Вероятность обнаружить электрон в единице объема справа от экрана определится формулой

$$\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2 = 4A^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t.$$

Отсюда видно, что вероятность обнаружить частицу в любой точке x пространства будет обращаться в 0 через каждые полпериода в моменты времени $t_n = \frac{\pi}{\omega} n = \frac{T}{2} n$ (где n — целое число натурального ряда). Это значит, что где бы мы ни искали в пространстве частицу, мы ее найти не смогли бы. Каждые полпериода частица исчезала бы бесследно, что, разумеется, лишено смысла: материальный объект исчезать бесследно не может. Обнаруженное противоречие доказывает, что плоскую монохроматическую волну вероятности де Бройля нельзя записывать в форме

$$\Psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t).$$

Чтобы найти соответствующую законам микромира формулу для плоской монохроматической волны вероятности, нам надо будет воспользоваться необычными, так называемыми мнимыми и комплексными числами.

§ 9. О ВЕЩЕСТВЕННЫХ, МНИМЫХ И КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЛАХ

При измерении любых физических величин мы всегда получаем приближенный результат в виде вещественного рационального числа (целые числа, обыкновенные или

конечные десятичные дроби). Правда, в теоретических исследованиях могут появляться и иррациональные числа (длина диагонали квадрата с единичной стороной, равная $\sqrt{2}=1,414\dots$, отношение длины окружности к ее диаметру, равное $\pi=3,14\dots$, и др.). И хотя никакой

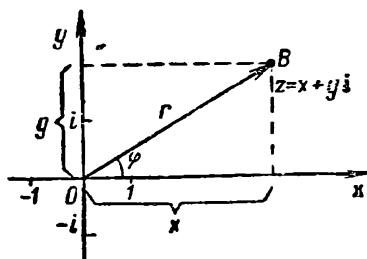


Рис. 11

эксперимент не может дать числовой результат в виде иррационального числа, представляющего собой бесконечную непериодическую дробь, эти числа вместе с рациональными можно использовать при описании соотношений между величинами в реальном мире. При этом любая формула, содержащая иррациональные числа, может быть проверена на опыте лишь с ограниченной точностью.

Кроме вещественных чисел (рациональных и иррациональных), в математике встречаются и другие числа, не сводимые к вещественным. Так, при решении квадратного уравнения вида

$$x^2 + 1 = 0$$

нельзя найти его корни в области вещественных чисел. Но если обозначить одно из двух решений этого уравнения через

$$i = \sqrt{-1},$$

то вторым решением будет $-i$. Число i называется мнимой единицей¹.

На числовой плоскости вещественные числа изображаются точками на оси Ox , а мнимые на оси Oy (рис. 11).

Сумма двух чисел — вещественного и мнимого (чисто мнимого) — называется комплексным числом:

$$z = x + yi.$$

На числовой плоскости комплексное число изображается точкой с координатами (x, y) (см. рис. 11).

Длину вектора $\vec{OB}$, изображающего комплексное чис-

¹ Обозначение мнимой единицы i происходит от французского слова *imaginaire*, что означает мнимый.

ло z , называют модулем этого комплексного числа и обозначают через $|z|$. По теореме Пифагора

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = r.$$

Над комплексными числами можно выполнять все шесть действий арифметики как над двучленами. При этом следует иметь в виду, что $i^2 = -1$.

Если $z = x + yi$ есть некоторое комплексное число, то комплексное число $z^* = x - yi$, отличающееся от z знаком при мнимой части, называется числом комплексно-сопряженным к z . Очевидно, что $z + z^* = 2x$ и

$$zz^* = x^2 + y^2 = r^2 = |z|^2.$$

§ 10. КАК ЖЕ ВСЕ-ТАКИ ЗАПИСАТЬ ВОЛНУ ДЕ БРОЙЛЯ

Рассмотрим суперпозицию двух плоских монохроматических волн вида $\psi(\vec{r}, t) = A \cos(kx - \omega t + \alpha)$ с начальными фазами $\alpha = 0$ и $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ и с коэффициентами суперпозиции $c_1 = A$ и $c_2 = iA$:

$$\psi_p(\vec{r}, t) = A \cos(kx - \omega t) + iA \cos(kx - \omega t - \frac{\pi}{2}) = A [\cos(kx - \omega t) + i \sin(kx - \omega t)].$$

Волна $\psi_p(\vec{r}, t)$ также является плоской монохроматической волной с тем же волновым вектором $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$ и той же частотой $\omega = \frac{\epsilon}{\hbar} = \frac{p^2}{2m\hbar}$, что и у исходных волн. Но эта волна является комплексной. Она обладает в отличие от вещественных косинус- и синус-волн следующим характерным замечательным свойством: плотность вероятности наблюдения частицы не зависит ни от положения частицы в пространстве, ни от времени:

$$\rho(\vec{r}, t) = |\psi_p(\vec{r}, t)|^2 = |A|^2 [\cos^2(kx - \omega t) + \sin^2(kx - \omega t)] = |A|^2.$$

Рассмотрим отражение такой волны от экрана. Воз-

никающее в области справа от экрана суперпонированное поле имеет теперь вид:

$$\begin{aligned}\psi(x, t) &= \psi_{\vec{p}} + \psi_{-\vec{p}} = A \cos(-kx - \omega t) + \\ &+ iA \sin(-kx + \omega t) + A \cos(kx - \omega t + \pi) + \\ &+ iA \sin(kx - \omega t + \pi) = -2A (\sin \omega t + i \cos \omega t) \sin kx.\end{aligned}$$

Плотность вероятности в этой стоячей волне не зависит от времени:

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r}, t) &= |\psi(x, t)|^2 = 4|A|^2 (\sin^2 \omega t + \\ &+ \cos^2 \omega t) \sin^2 kx = 4|A|^2 \sin^2 kx.\end{aligned}$$

Следовательно, не зависит от времени и полная вероятность $\sum \rho(\vec{r}, t) \Delta V$ обнаружить частицу где-то в пространстве. При таком описании частица никуда не исчезает. Таким образом, использование комплексных чисел позволило преодолеть трудности, возникшие при описании поведения частицы с помощью волны де Бройля. В том, что волновая функция комплексна, нет ничего несуразного, если только с ее помощью адекватно описываются явления и закономерности микромира. Правда, сами комплексные величины нельзя наблюдать на опыте. Но можно наблюдать их вещественные и мнимую части порознь, а затем составить из них комплексную величину¹. Мнимые и комплексные числа, используемые при теоретическом описании микромира, не менее реальны, чем вещественные иррациональные числа, которые также не могут быть получены в эксперименте.

§ 11. ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Принцип суперпозиции в сочетании с правилом вычисления вероятностей через волновую функцию приводит к новому важному явлению — интерференции вероятностей. Вычислим, например, вероятность ΔW того, что микрочастица, находящаяся в суперпонированном состоянии (см. § 6) при измерении ее положения в пространстве

¹ Можно, разумеется, писать вместо единого комплексного числа его вещественную и мнимую части отдельно, не употребляя при этом мнимой единицы i . От этого суть дела не изменится. Комплексные числа как удобный математический аппарат используются и в классической физике.

окажется локализованной в объеме ΔV вблизи данной точки. Эту вероятность можно записать так:

$$\Delta W = \rho(\vec{r}, t) \cdot \Delta V = |\psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V = \\ = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_{12},$$

где

$$\Delta W_1 = |c_1|^2 \rho_1(\vec{r}, t) \cdot \Delta V = |c_1|^2 |\psi_1(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V,$$

$$\Delta W_2 = |c_2|^2 \rho_2(\vec{r}, t) \cdot \Delta V = |c_2|^2 |\psi_2(\vec{r}, t)|^2 \cdot \Delta V,$$

$$\Delta W_{12} = [c_1^* c_2 \psi_1^*(\vec{r}, t) \psi_2(\vec{r}, t) + c_1 c_1^* \psi_1(\vec{r}, t) \psi_2^*(\vec{r}, t)] \Delta V.$$

(Напомним, что звездочкой обозначается число, комплексно-сопряженное к данному.) Мы видим, что интересующая нас вероятность ΔW имеет вид суммы трех членов $\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_{12}$.

Структура первых двух членов ΔW_1 и ΔW_2 вытекает из теоремы умножения вероятностей. Например, вероятность ΔW_1 представляется в виде произведения вероятностей двух событий: вероятности $|c_1|^2$ того, что частица находится в состоянии 1, и вероятности $|\psi_1(\vec{r}, t)|^2 \Delta V$ того, что она при этом оказывается в объеме ΔV около данной точки. Смысл ΔW_2 аналогичен. Если бы мы имели дело с классическим объектом, то состояния 1 и 2 следовало бы рассматривать как несовместные (если классическая частица находится «здесь», то она не находится в то же самое время «там»). И тогда по правилу сложения вероятностей мы получили бы, что интересующая нас вероятность

$$\Delta W = \Delta W_1 + \Delta W_2.$$

Но здесь отсутствует член ΔW_{12} , входящий в формулу вероятности нахождения в суперпонированном состоянии микрочастицы. Этот член учитывает частичную совместность событий 1 и 2, их одновременное сосуществование «в рамках» суперпонированного состояния $\psi = c_1 \psi_1 + c_2 \psi_2$ микрочастицы. Находясь в этом состоянии, микрочастица в то же время частично пребывает в состоянии ψ_1 и частично в состоянии ψ_2 : она, например, обладает частично импульсом $\vec{p}_2$ и частично импульсом $\vec{p}_1$ или находится в пространстве частично «здесь» и частично «там». Такая ситуация, невозможная с точки зрения классической

физики, совершенно обычна в микромире. Рекомендуем в связи со сказанным еще раз осмыслить содержание рисунков, приведенных на с. 6 и 7.

Итак, способность поля вероятности к образованию суперпонируемых состояний приводит к существенному изменению закона сложения вероятностей, что отражает отсутствие в микромире четкой различности состояний. Состояния, несовместные в макромире, утрачивают свою различимость и становятся совместными на уровне микромира.

Член ΔW_{12} называется интерференционным, так как именно он отражает способность волн вероятности усиливаться или ослабляться при наложении, т. е. интерферировать. Так, в предыдущем параграфе при рассмотрении картины стоячих волн вероятности мы видели, что наложение двух волн де Бройля, каждая из которых соответствует распределению вероятностей, не зависящему от координат ($\Delta W_1 = \Delta W_2 = |A|^2 \cdot \Delta V$), приводит к результирующей (суперпонируемой) стоячей волне, в которой распределение вероятностей существенно зависит от координат:

$$\Delta W = 4 |A|^2 \sin^2 kx \cdot \Delta V.$$

В данном случае для интерференционного члена можно записать:

$$\Delta W_{12} = \Delta W - \Delta W_1 - \Delta W_2 = 2 |A|^2 (1 - 2 \sin^2 kx) \cdot \Delta V = 2 |A|^2 \cos 2kx \cdot \Delta V.$$

Отсюда видно, что интерференционный член может быть как положительным, так и отрицательным. Это значит, что вероятность обнаружения частицы в одних точках пространства больше, а в других меньше.

Вспомним фундаментальный опыт по дифракции электронов на двух щелях, из которого был сделан вывод о наличии у микрочастиц волновых свойств. Если бы электроны подчинялись законам классической физики, то их распределение по координатам изображалось бы двугорбой кривой, приведенной на рисунке 5 справа от фотопластишки. Наличие же у электрона волновых свойств приводит к резкому изменению этого распределения вероятностей по координатам, в результате чего возникает сложная многогорбая волновая картина (см. рис. 5 слева от фотопластишки).

§ 12. ОБ ИЗМЕРЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

С измерением физических величин постоянно имеют дело физики, техники, медики, представители самых разнообразных профессий. Как производится измерение? Физических величин очень много, и приборы для их измерения весьма разнообразны. Однако все измерения имеют некоторые общие черты. Чтобы измерить какую-либо величину, характеризующую некоторый объект, нужно привести измерительный прибор во взаимодействие с этим объектом. Например, если длина предмета измеряется с помощью линейки, то мы прикладываем линейку к предмету. Если нужно измерить силу тока в участке цепи, мы в этот участок цепи включаем амперметр. Если мы хотим измерить длину световой волны, мы направляем пучок света на дифракционную решетку и измеряем расстояние L_1 между дифракционными максимумами на экране, а затем, зная это расстояние, вычисляем длину световой волны (аналогично мы поступаем, если хотим измерить длину электропной волны де Бройля).

При любом измерении взаимодействие между прибором и объектом приводит к возмущению состояния исследуемого объекта. Однако при измерениях величин, являющихся макрохарактеристиками физических систем, это взаимодействие и вызванное им возмущение могут быть сделаны сколь угодно малыми. Мы можем очень аккуратно прикладывать линейку к предмету, прикасаясь к нему сколь угодно слабо. Тогда вызванная измерением деформация предмета будет пренебрежимо малой. Мы можем сделать сопротивление амперметра очень малым, и тогда его включение в цепь будет менять силу тока в ней очень незначительно. Иначе обстоит дело при измерениях в микромире.

Если параллельный пучок света с длиной волны λ падает на дифракционную решетку, то за решеткой образуется картина, в общем похожая на картину дифракции на двух щелях (см. рис. 5). Расстояние L_1 между максимумами пропорционально углу дифракции $\alpha \approx \frac{\lambda}{L_1}$. Точность определения длины волны тем выше, чем больше L_1 , т. е. чем больше угол дифракции α . Но увеличение угла дифракции означает, что световое поле за решеткой будет резко отличаться от первоначального светового поля — в

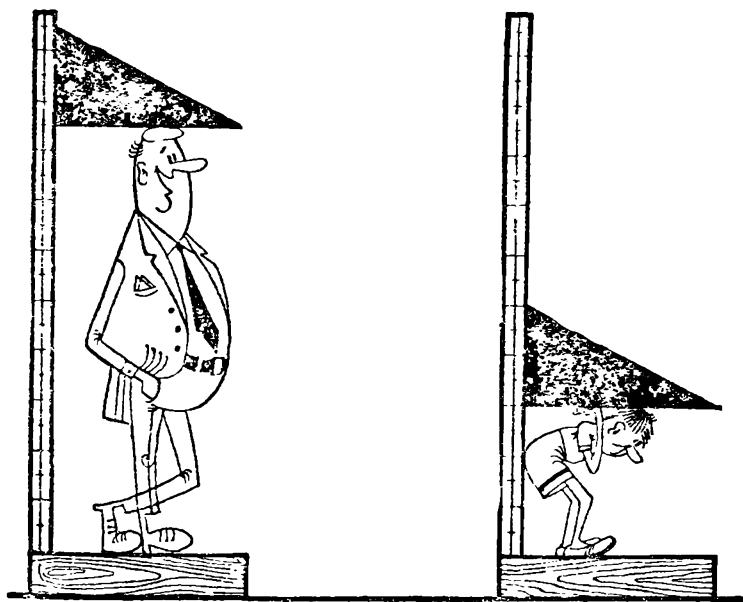
нем лучи расходятся веером на значительный угол, вместо того чтобы идти параллельно, как в первоначальном пучке. Иначе говоря, чем точнее измерение, тем сильнее измерительное устройство (дифракционная решетка) возмущает, «деформирует» исследуемый объект (световой пучок).

Таким образом, взаимодействие между прибором (решеткой) и исследуемым объектом (световым пучком) приводит к сильному возмущению, искажению исследуемого объекта. Чтобы уменьшить это искажение, надо увеличить расстояние между щелями решетки и ширину самих щелей. Но при этом из-за уменьшения угла дифракции уменьшится расстояние между максимумами, в результате чего измерение станет менее точным или вообще невозможным.

Следовательно, возмущение, вносимое измерительным прибором при измерении длины волны света, не может быть сделано сколь угодно малым, как в случае измерения длины макроскопического тела или силы тока. Совершенно так же обстоит дело в случае измерения [→] длины волны электрона и, следовательно, его импульса p .

§ 13. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В МИКРОМИРЕ

С чем же связано столь сильное различие в значении возмущения, вносимого прибором в объект при измерениях длины макрообъекта или силы тока в цепи и измерениях длины световой волны или длины волны вероятности де Бройля для электрона? Дело в том, что при измерении длины макроскопического предмета линейкой или силы тока амперметром мы имели дело с объектами, подчиняющимися законам классической физики. И как раз в этих случаях возмущение, вносимое прибором, оказывается малым. При измерении же длины волны света или длины волны де Бройля для электрона, т. е. в тех случаях, когда возмущения, вносимые прибором в объект, были велики, мы имели дело с измерениями характеристик микрообъектов (электронов и фотонов), т. е. объектов, обнаруживающих квантовые свойства. Оказалось, что в этих случаях возмущение, вносимое измерением, можно уменьшить только ценой уменьшения точности измерения.



При взаимодействии с макрообъектом прибор мало его деформирует. Но микрообъекту («малышу») в первоначальном состоянии не удастся остаться.

Таким образом, можно сформулировать следующий важный принцип: процесс измерения физической величины, относящейся к квантовому объекту, всегда вносит возмущение в состояние этого объекта, которое при заданной точности измерения не может быть сделано сколь угодно малым. При измерении же величин, относящихся к макрообъектам и рассматриваемых в классической физике, возмущение всегда может быть сделано сколь угодно слабым.

Причину этого различия можно наглядно истолковать так. Прибор всегда является «большим», макроскопическим устройством. При взаимодействии с макрообъектом он мало его «деформирует». Но «маленький» микрообъект («квантовый малыш») должен сильно напрягаться, чтобы сдвинуть огромную стрелку макроскопического прибора. Ясно, что при этом «малышу» в первоначальной «позе» (в исходном состоянии) не удастся остаться.

Но если сил у одного «квантового малыша» мало, можно объединить усилия многих таких «малышей», находящихся в одном и том же состоянии, прибегнув к эффекту накопления. Для этого можно либо увеличить интенсивность света, пучка электронов и т. д., либо увеличить время экспозиции. Обычно применяют еще всевозможные усиливающие электронные приборы.

Можно также увеличить эффект воздействия микрообъекта на прибор, осуществив чувствительную часть прибора в виде некоторой неустойчивой физической системы. Тогда сравнительно небольшого, микроскопического воздействия со стороны микрообъекта достаточно, чтобы вызвать лавинообразный или взрывоподобный процесс, результатом которого будет вполне наблюдаемое макроскопическое изменение состояния прибора — прибор произведет отсчет. По этому принципу работают газоразрядные счетчики частиц, пузырьковая камера, камера Вильсона, фотоумножители, фотопленка и др. В газоразрядном счетчике электроны, образованные в результате ионизации молекул газа пролетевшей сквозь счетчик частицей (их обычно немного), разгоняются высоким напряжением до такой энергии, что могут уже сами вызвать ионизацию нейтральных молекул газа, заполняющего счетчик. В итоге образуется электронно-ионная лавина (вспышка газового разряда), которую регистрирует электронная схема непосредственно или после дополнительного усиления. В пузырьковой камере или камере Вильсона пузырьки пара в перегретой жидкости или капельки жидкости в пересыщенном паре образуются на зародышах, роль которых играют опять ионы, порождаемые быстрой микрочастицей. При проявлении в фотоэмульсии происходит восстановление металлического серебра в тех из кристалликов бромистого серебра (AgBr), в которых пролетевшая микрочастица создала зародышевые центры металлического серебра. В фотоумножителе каждый первичный фотон вызывает каскад вторичных электронных эмиссий.

§ 14. О РЕДУКЦИИ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА

Проиллюстрируем сказанное в предыдущем параграфе анализом работы простого воображаемого прибора, предложенного советским физиком О. И. Блохинцевым.

Основной частью этого прибора, предназначенного для

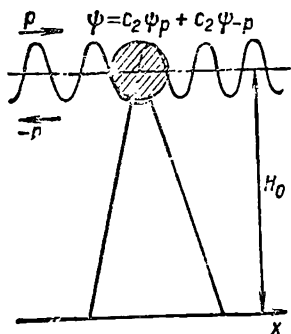


Рис. 12

измерения направления импульса, является сравнительно массивный шарик массой M , лежащий в маленькой ямке на вершине конуса высотой H (рис. 12). Пусть микрочастица движется вдоль горизонтальной оси x . Акт измерения состоит в том, что микрочастица массы m , движущаяся, например, в положительном направлении оси x (вправо) и имеющая импульс $p = mv > 0$, налетает на шарик и выталкивает его из ямки вправо (ямка предполагается

столь мелкой, что микрочастица может вытолкнуть из нее шарик). При этом сама микрочастица, испытав от шарика упругое отражение, как от неподвижной стенки, приобретает импульс $-p$. Скатившись с вершины конуса, шарик приобретает кинетическую энергию, равную MgH , которая должна быть велика и поэтому достаточна, для того чтобы прибор смог произвести отсчет и зарегистрировать попадание микрочастицы (энергия шарика определяется высотой конуса). Заметим, что энергии самой микрочастицы для этого не хватило бы. После выполнения отсчета некоторое вспомогательное устройство (на рисунке оно не показано), использующее внешний макроскопический источник энергии, возвращает шарик в ямку. Если микрочастица до взаимодействия с прибором имеет импульс $-p$, то она выталкивает шарик влево, а сама, испытав отражение, приобретает импульс p . Прибор при этом регистрирует частицу, летящую влево. Можно, разумеется, так усовершенствовать прибор, чтобы он регистрировал не только наличие частицы и направление ее движения, но и модуль импульса.

Пусть теперь микрочастица до взаимодействия с прибором находится в суперпозированном состоянии:

$$\psi = c_1 \psi_p + c_2 \psi_{-p},$$

где $p_1 = p$, а $p_2 = -p$. При взаимодействии такой частицы с прибором происходит следующее. Частица в суперпозированном состоянии отчасти движется влево и отчасти направо и может столкнуться шарик как влево, так и

вправо. Сам же шарик как макрообъект не может находиться в суперпонированном состоянии и, следовательно, не может скатываться влево и вправо одновременно. В макромире, как всем хорошо известно, так не бывает (на рисунке, приведенном на с. 6, автомобили символически олицетворяют собой электроны). Поэтому микрочастица, взаимодействуя с шариком, ведет себя так, если бы она находилась только в одном из состояний (ψ_p или ψ_{-p}) со строго определенным импульсом p либо $-p$, которому соответствует вероятность $|c_1|^2$ или $|c_2|^2$. Следовательно, измерение разрушает суперпозицию, выделяя из нее состояния с определенным значением измеряемой величины; при этом вероятность данного значения измеряемой величины равна квадрату модуля соответствующего коэффициента суперпозиции. Здесь мы имеем пример разрушения суперпозиции, или, как еще говорят, редукции волнового пакета. Слово «редукция» здесь означает сведение множества состояний частицы к какому-либо одному состоянию. Разрушение суперпозиции происходит при любом измерении в микромире. В результате редукции у микрочастицы вместо единой волновой функции образуется смесь состояний. В рассматриваемом примере это два состояния с волновыми функциями ψ_p и ψ_{-p} и вероятностями $W_1 = |c_1|^2$ и $W_2 = |c_2|^2$. При редукции волнового пакета происходит превращение потенциальных возможностей в действительность, о котором говорилось в § 11 главы I: из всех возможных значений импульса с помощью измерительного прибора выбирается и реализуется какое-либо одно значение с определенной вероятностью W_n . В существовании этих вероятностей и заключается реальный смысл утверждения о том, что в рассмотренном волновом пакете частица отчасти обладает импульсом p и отчасти импульсом $-p$.

В результате взаимодействия с прибором состояние микрочастицы меняется. В нашем примере состояние ψ_p превращается в состояние ψ_{-p} , а состояние ψ_{-p} — в состояние ψ_p . Таким образом, измерение играет в микромире двойную роль: оно, с одной стороны, уничтожает старое состояние, давая при этом интересующую нас информацию об этом уничтоженном состоянии, и, с другой стороны, создает новое состояние (старая ψ -функция уничтожается, а новая создается).

В примере с дифракционной решеткой, приведенном

на рисунке 5, уничтожается состояние микрочастицы слева от решетки и создается новое, дифракционное состояние справа от решетки; вид последнего определяется в первоначальным состоянием, и прибором (дифракционной решеткой). На фотопластинке происходит еще одно превращение: волновая функция, занимавшая до того обширное пространство между решеткой и фотопластинкой, сжимается, локализуется до размеров одного зернышка фотоэмульсии. Эта локализация может произойти на разных зернышках. Чаще она случается там, где плотность вероятности $\rho(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2$ дифракционного состояния больше. В микромире частица (электрон) живет то в одном, то в другом, то в третьем обличии: то в плоской волне, то в сложном дифракционном состоянии, то в зернышках фотоэмульсии. Когда при измерении создается вместо старого, исследуемого одно из возможных новых состояний, например, когда происходит локализация волновой функции на зернышках фотоэмульсии, имеется только статистическая, вероятностная закономерность, определяющая выбор микрочастицей того или иного зернышка. Микрочастица застревает в том или ином зернышке вполне случайным образом. Точно предсказать, в каком именно зернышке микрочастица застрянет, принципиально нельзя.

Редукция волнового пакета при измерении с помощью макроскопического прибора неправильно истолковывается идеалистами как зависимость физической реальности от ее субъективного восприятия наблюдателем. В действительности микромир и все его особенности, проявляющиеся, в частности, при измерениях, — объективная реальность. Наблюдатель лишь фиксирует результат взаимодействия микрочастицы с прибором. В отсутствие наблюдателя это взаимодействие происходит так же.

§ 15. СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Если производить наблюдение за любой физической величиной, например за радиус-вектором $\vec{r}$, характеризующим положения микрочастицы в состоянии ψ , то различные наблюдения дадут, вообще говоря, разные результаты.

Вспомним опыт по дифракции электронов, пускаемых по одному на ширму с двумя щелями (§10 предыдущей

главы). Каждый из электронов застревает то в одном, то в другом зернышке фотоэмульсии, и разные наблюдения дают различные значения радиус-вектора $\vec{r}$. В таких случаях физическая величина характеризуется ее средним значением.

Пусть величина f , относящаяся к состоянию частицы с волновой функцией ψ , имеет спектр $\{f_1, f_2, \dots, f_n, \dots\}$, которому соответствуют собственные значения $f_1, f_2, \dots, f_n, \dots$. Если при N измерениях значение f_1 получено N_1 раз, значение f_2 получено N_2 раз и т. д., то среднее арифметическое значение $\bar{f}$ величины f находится так:

$$\begin{aligned}\bar{f} &= \frac{f_1 N_1 + f_2 N_2 + \dots + f_n N_n + \dots}{N} = \\ &= f_1 \frac{N_1}{N} + f_2 \frac{N_2}{N} + \dots + f_n \frac{N_n}{N} + \dots.\end{aligned}$$

Отношения N_k/N при большом числе наблюдений N представляют собой вероятности W_k наблюдения значений f_k . Поэтому можно записать:

$$\bar{f} = f_1 W_1 + f_2 W_2 + \dots + f_n W_n + \dots = \sum_k f_k W_k.$$

Распределение вероятностей W_k по собственным значениям f_k можно найти либо экспериментально (по отношениям N_k/N), либо теоретически через коэффициенты суперпозиции в разложении $\psi = \sum c_k \psi_k$:

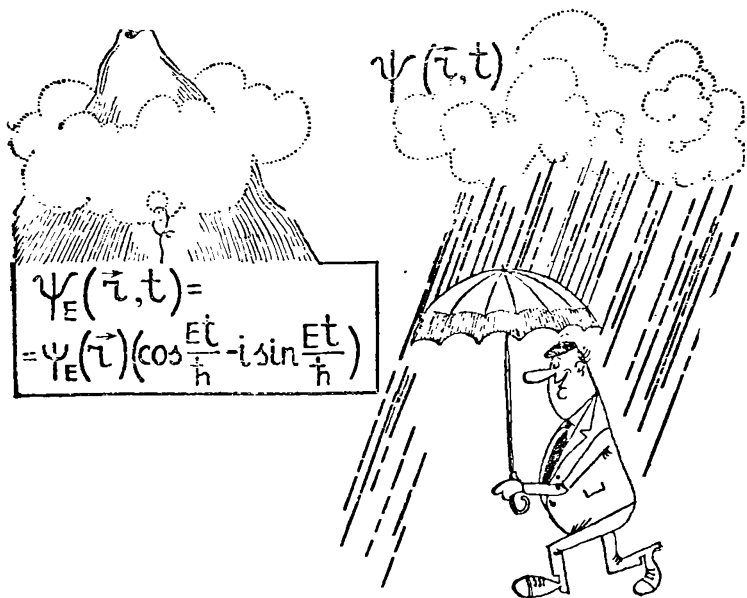
$$W_k = |c_k|^2 \approx \frac{N_k}{N}.$$

Заметим, что при конечном N отношение N_k/N лишь приблизительно равно вероятности W_k . (Точное равенство $W_k = \frac{N_k}{N}$ имеет место лишь при $N \rightarrow \infty$.)

Для случая, представленного на рисунке 5, среднее значение x -координаты равно нулю:

$$\bar{x} = \sum_{\Delta x} x |\psi(x)|^2 \Delta x = 0,$$

так как распределение вероятностей по значениям x , выражаемое формулой $\rho(x) = |\psi(x)|^2$, симметрично относительно точки $x=0$, а x меняет знак при переходе через начало координат,



Если электрон находится в стационарном состоянии, то соответствующее ему облако вероятности прикреплено к атому неподвижно, как облако, прилепившееся к горной вершине. В нестационарном состоянии облако вероятности перемещается, как обычное облако, летящее по ветру.

§ 16. КВАНТОВЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ

Если плотность вероятности зависит только от координат x, y, z (или радиус-вектора $\vec{r}$), но не зависит от времени t , то состояние называется стационарным. В общем случае плотность вероятности зависит также и от времени; тогда состояние называется нестационарным. Если, например, электрон находится внутри атома в стационарном состоянии, то соответствующее этому состоянию облако вероятности неподвижно прикреплено к атомному ядру, как облако в горах, прилепившееся к горной вершине и застывшее (не меняющее своих очертаний). Волна вероятности, описывающая стационарное состояние такого электрона в атоме, представляет собой стоячую волну, так как колебания происходят все время в

одной и той же области пространства. В нестационарном состоянии облако вероятности перемещается как обычное облако, летящее по ветру. Обычно нестационарное облако вероятности не только перемещается, но и меняет свою форму. Но в стоячей волне между двумя соседними узловыми поверхностями колебания во всех точках происходят в одной фазе, и, следовательно, зависимость колеблющейся величины от времени должна определяться гармоническими множителями $\cos \omega t$, $\sin \omega t$ (или их суперпозицией), не содержащими координат. В бегущей волне эта зависимость определяется множителем типа $\cos(kx - \omega t)$, содержащим не только время, но и координаты. Стоячие волны возникают при наличии границ, например, вблизи идеально отражающего экрана. Теперь важно отметить, что частота стоячих волн, возникающих в теле, ограниченном со всех сторон, может иметь лишь строго определенные значения, при которых в теле укладывается целое число полуволн.

Рассмотрим стоячую волну между двумя идеально отражающими экранами (рис. 13). Так как оба экрана должны быть узловыми плоскостями волнового поля и так как соседние узловые плоскости расположены на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$ друг от друга, то на длине L должно уложиться целое число n полуволн:

$$\frac{\lambda}{2} n = L.$$

Поскольку

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega}$$

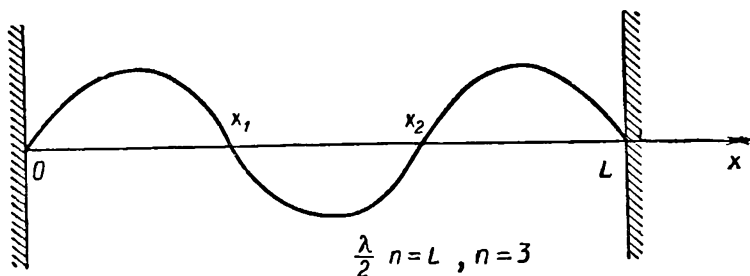


Рис. 13

(где v — скорость распространения волн), т. е. в пространстве между экранами могут быть возбуждены волны только строго определенных частот

$$\omega_n = \frac{\pi v}{L} n.$$

Эти частоты называются собственными частотами колебаний для данной системы. Примером могут служить собственные частоты струны длины L , которые также выражаются приведенной формулой. Определенным набором собственных частот будут характеризоваться и стоячие волны, возбуждаемые в произвольном ограниченном теле. Только при сложной форме тела рассчитать эти частоты бывает значительно труднее. В свое время этот пример помог физикам понять, как происходит квантование величин в микромире.

Волновое поле микрочастицы, находящейся в стационарном квантовом состоянии, должно иметь характер стоячей волны и, следовательно, должно зависеть от времени по гармоническому закону. Вместе с тем плотность вероятности не должна обращаться в нуль одновременно во всех точках пространства, так как в этом случае частица временами исчезала бы. Кроме того, пульсирование вероятности противоречит определению стационарности. Все эти особенности стационарного волнового поля микрочастицы выражает стационарная волновая функция вида

$$\psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) (\cos \omega t - i \sin \omega t),$$

так как именно такой волновой функции соответствует плотность вероятности, не зависящая от времени:

$$\begin{aligned} \rho(\vec{r}) &= |\psi(\vec{r}, t)|^2 = |\psi(\vec{r})|^2 (\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = \\ &= |\psi(\vec{r})|^2. \end{aligned}$$

Стоячие волны вероятности, отвечающие стационарным состояниям, как и стоячие волны любой природы, должны иметь строго определенные значения собственных частот $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots$, которым соответствуют квантованные значения энергии стационарных состояний:

$$E_1 = \hbar \omega_1, E_2 = \hbar \omega_2, E_3 = \hbar \omega_3, \dots$$

Поэтому волновую функцию любого стационарного состояния микрочастицы можно представить в виде

$$\psi_E(\vec{r}, t) = \psi_E(\vec{r}) \left(\cos \frac{Et}{\hbar} - i \sin \frac{Et}{\hbar} \right).$$

Здесь неизвестная пока функция $\psi_E(\vec{r})$ (она тоже называется стационарной волновой функцией) должна описывать распределение в пространстве стоячей волны вероятности.

Как найти волновую функцию $\psi_E(\vec{r})$? Как определить энергетический спектр микрочастицы? Путь решения этих задач был указан в 1926 г. австрийским физиком-теоретиком Эрвинном Шредингером.

§ 17. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Стремясь решить задачи нахождения энергетического спектра микрочастицы и стационарных волновых функций $\psi_E(\vec{r})$, Шредингер в 1926 г. на основе сложных теоретических рассуждений смог записать уравнение, которое в физике микромира играет такую же роль, как законы Ньютона в динамике макротел.

Будучи фундаментальным законом природы, уравнение Шредингера не может быть выведено математическим путем. Теоретические рассуждения при его получении играли лишь наводящую роль. Но записанное, оно подлежит экспериментальной проверке. Если волновые функции, полученные при решении уравнения Шредингера для ряда частных случаев, будут давать распределения вероятностей, их средние значения и значения неопределенности различных физических величин, а также энергетический спектр микрочастиц, согласующиеся с экспериментальными данными, то это сможет служить доказательством правильности самого уравнения Шредингера.

Уравнение Шредингера, по существу, описывает движение микрочастицы под действием заданных сил. Однако вместо самих сил в уравнение входит их потенциал, или потенциальная энергия $U(\vec{r})$ силового поля, в котором движется частица. Если, например, частица с зарядом e движется в электрическом поле, напряженность которого $\vec{E}(\vec{r})$, а потенциал $\varphi(\vec{r})$, то потенциальная энергия этой частицы в силовом поле запишется так:

$$U(\vec{r}) = e\varphi(\vec{r}).$$

Стационарное уравнение Шредингера для одномерного движения имеет следующий вид:

$$\psi_E''(x) + \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi_E(x) = 0.$$

В это уравнение, кроме искомой волновой функции $\psi_E(x)$, входит еще и вторая производная этой функции. Такое уравнение называется дифференциальным уравнением второго порядка.

Решение такого уравнения, т. е. нахождение функции $\psi_E(x)$, удовлетворяющей ему, связано с большими математическими трудностями. Практически это уравнение решалось для ряда частных случаев, определяемых дополнительными условиями.

Вместе с тем ряд вопросов может быть выяснен без нахождения решения уравнения Шредингера. Так, не решая это уравнение, но анализируя его, можно определить характер спектра значений энергии, лежащих в некоторой области.

Если частица связана, т. е. не может уйти в бесконечность, так как на нее действуют силы притяжения, а ее кинетическая энергия недостаточно велика, то энергетический спектр, как оказывается, будет дискретным. Дискретный энергетический спектр имеют, например, электроны, входящие в состав атомов или молекул и, следовательно, связанные внутри них.

Если же частица может удалиться в бесконечность, то энергетический спектр будет непрерывным. Это имеет место, если на частицу действуют силы отталкивания, вообще не действуют силы (свободное движение) либо, наконец, действуют силы притяжения, которые, однако, не могут удержать частицу, так как запас ее кинетической энергии велик.

Действительно, пусть, например, частица движется свободно — с постоянным импульсом p (импульс не мог бы быть постоянным, если бы на частицу действовали силы). Такая частица имеет только кинетическую энергию $E_k = \frac{p^2}{2m}$.

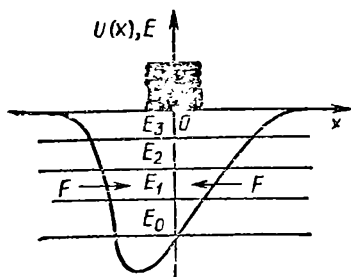


Рис. 14

При этом спектр является непрерывным, так как непрерывен спектр импульса $\vec{p}$. Непрерывный энергетический спектр имеет электрон, покинувший атом при ионизации, так как он движется почти свободно.

На рисунке 14 показан более или менее типичный график потенциальной энергии $U(x)$ одномерного движения. Энергетический спектр дискретен при $E < 0$ и непрерывен при $E > 0$. Нижний энергетический уровень E_0 соответствует так называемому основному (нормальному) стационарному состоянию, а уровни $E_1, E_2, \dots$ — возбужденным стационарным состояниям.

Стационарное уравнение Шредингера блестяще выдержало проверку опытом. Таким образом, уравнения Шредингера — фундаментальный закон природы.

Сложнее обстоит дело с описанием нестационарного движения микрочастицы под действием сил.

В классической механике при движении частицы по траектории ее координаты являются определенными функциями времени: $x(t), y(t), z(t)$. В микромире эти функции теряют смысл, так как частица в любой момент времени может находиться сразу во многих местах. Но в физике микромира могут быть сформулированы определенные закономерности для изменения со временем средних значений $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ координат. При определенных условиях изменение этих средних значений происходит так же, как если бы частица двигалась под действием данной силы $\vec{F}$ в соответствии с законами классической механики.

Чтобы среднее значение $\bar{x}$ координаты менялось со временем точно так же, как изменяется координата в классической механике, нужно, чтобы движущееся облачко вероятности было достаточно маленьким и двигалось достаточно компактно, т. е. чтобы не было слишком большого разброса по импульсам. Это имеет место при выполнении следующих условий:

$$\lambda \ll a, \Delta p_x \ll |\vec{p}|, \lambda \ll \Delta x \ll a,$$

где λ — длина волны де Бройля, a — характерный размер той области, в которой действуют силы, Δx — размер движущегося облака вероятности (волнового пакета), т. е. «толщина траектории».

Рассмотрение общего случая движения микрочастицы под действием силы выходит за рамки данной книги.

НЕКОТОРЫЕ ВАЖНЫЕ ПРИМЕРЫ ПОВЕДЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ

§ 1. ЧАСТИЦА В ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЯМЕ

Пусть частица совершает одномерное движение вдоль оси x и почти всюду движется свободно. Однако на границах некоторой области на нее действуют большие силы, стремящиеся «загнать» ее внутрь этой области. Эти силы действуют на очень коротких отрезках оси x , но они настолько велики, что работа, совершаемая ими на этих отрезках, конечна и равна U_0 . Примерно такой характер имеют в среднем силы, действующие на электрон в твердом теле конечных размеров. Внутри тела на электрон действуют силы притяжения к окружающим ионам и силы отталкивания от окружающих электронов, направленные в разные стороны; равнодействующая этих сил в среднем равна нулю. У границы тела, которую мы будем считать перпендикулярной оси x , силы притяжения электрона к ионам решетки направлены в глубь тела и отличны от нуля на расстоянии порядка 10^{-8} см (межатомное расстояние). Размер a твердого тела много больше 10^{-8} см. Величина U_0 по порядку величины равна работе выхода электрона из твердого тела. Силовое поле такого типа принято называть потенциальной ямой.

На рисунке 15 изображен график потенциальной энергии $U(x)$ взаимодействия электрона с ионами и другими электронами твердого тела в рамках модели потенциальной ямы. Шириной области действия сил ($\sim 10^{-8}$ см) можно пренебречь по сравнению с размером a тела и заменить истинный ход графика потенциала вблизи границ тела вертикальными отрезками высоты U_0 .

Приблизительно такой же характер имеют силы притяжения нуклона (нейтрона или протона) к атомному

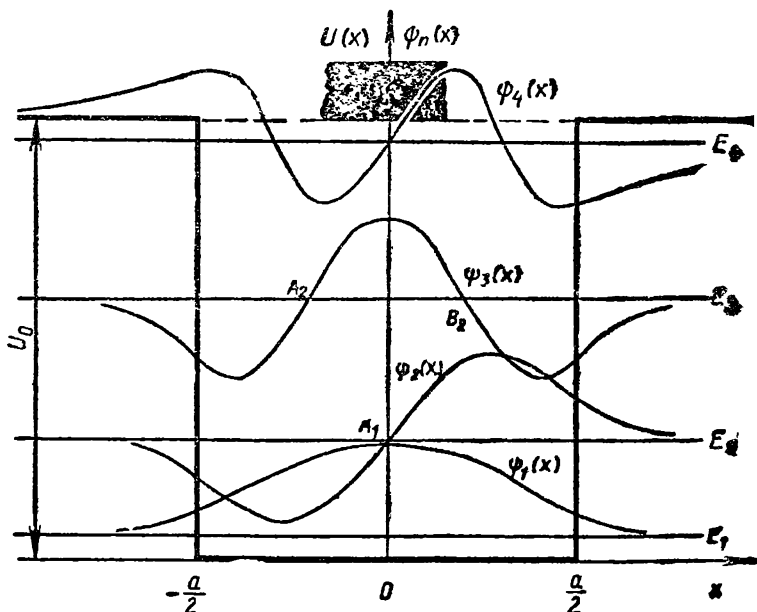


Рис. 15

ядру, состоящему из многих нуклонов. Они отличны от нуля, причем принимают очень большие значения лишь у самой поверхности ядра. Внутри ядра эти силы в среднем равны нулю.

Если кинетическая энергия E_k частицы, находящейся внутри тела, меньше работы выхода U_0 ($E_k < U_0$), то частица не может выйти из тела, т. е. не может выйти из потенциальной ямы. В этом случае энергетический спектр частицы будет дискретным. При $E_k > U_0$, т. е. когда частица может уйти из области ямы как угодно далеко, спектр будет непрерывным. Собственные значения энергии дискретного спектра и соответствующие собственные функции можно найти, решая одномерное стационарное уравнение Шредингера.

Уровни энергии частицы в яме изображены на рисунке 15. Общее количество их конечно. Расстояние между уровнями уменьшается при увеличении ширины a ямы. На этом же рисунке изображены стационарные волновые

функции. В качестве оси абсцисс для каждой из этих волновых функций взят соответствующий уровень энергии.

§ 2. ХВОСТЫ ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЙ В КЛАССИЧЕСКИ ЗАПРЕЩЕННОЙ ОБЛАСТИ

Пусть частица с кинетической энергией $E_k < U_0$ движется по законам классической механики в потенциальной яме, изображенной на рисунке 15, в сторону положительных значений x . В точке $x = \frac{a}{2}$ вся кинетическая энергия частицы превращается в потенциальную. После этого частица начинает двигаться в сторону отрицательных значений x , пока не достигнет точки $x = -\frac{a}{2}$, где произойдет поворот ее движения уже в сторону положительных значений x . Точки $x = -\frac{a}{2}$ и $x = \frac{a}{2}$ называют классическими точками поворота. Таким образом частица с энергией $E < U_0$ совершает колебательное движение между двумя точками поворота $x = -\frac{a}{2}$ и $x = \frac{a}{2}$; она не может проникнуть правее точки $x = \frac{a}{2}$ и левее точки $x = -\frac{a}{2}$. Это «классически запрещенные» области.

Опыт, однако, показывает, что при определенных условиях микрочастицы могут в эти области проникать. Проникновение микрочастицы в классически запрещенные области может быть объяснено, а глубина этого проникновения может быть количественно оценена на основе уравнения Шредингера. Возьмем, например, область справа от точки $x = \frac{a}{2}$, где $U_0 - E > 0$. Если ввести обозначение

$$\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)} = \kappa,$$

то уравнение Шредингера принимает вид:

$$\psi_E''(x) - \kappa^2 \psi_E(x) = 0.$$

Прямой подстановкой легко убедиться в том, что решениями этого дифференциального уравнения являются показательные функции $e^{-\kappa x}$ и $e^{\kappa x}$, а также их произвольная суперпозиция

$$\psi_E(x) = Ae^{-\kappa x} + Be^{\kappa x},$$

где A и B — постоянные. Второй член в этой формуле неограниченно возрастает при $x \rightarrow \infty$. Это противоречит основным физическим представлениям, согласно которым нет никаких причин для того, чтобы частица непременно оказалась в бесконечности: ведь силы, действующие при $x = \pm \frac{a}{2}$, ее удерживают в яме. Поэтому надо принять $B=0$. Итак, решение уравнения Шредингера в классически запрещенной области $x > \frac{a}{2}$ имеет вид:

$$\psi_E(x) = Ae^{-\kappa x}.$$

Это значит, что волновая функция микрочастицы очень быстро, по экспоненциальному закону убывает по мере углубления в классически запрещенную область. В эту область она протягивается в виде «экспоненциального хвоста». Понятно, что левее точки $x = -\frac{a}{2}$ волновая функция имеет вид:

$$\psi_E(x) = Be^{\kappa x}.$$

На рисунке 15 показан примерный вид нескольких экспоненциальных хвостов. Глубина l проникновения частицы в классически запрещенную область может быть определена как такое расстояние, на котором волновая функция убывает в $e=2,718...$ раз:

$$Ae^{-\kappa l} = \frac{A}{e}.$$

Отсюда

$$\kappa l = 1,$$

или

$$l = \frac{1}{\kappa} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}.$$

Таким образом, глубина проникновения l тем меньше, чем больше масса частицы и чем на большей глубине она начинает «закапываться под потенциальную гору» (чем больше $U_0 - E$).

Частицы с большой массой (классические частицы) совсем не могут проникнуть за пределы ямы,

§ 3. ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Гармоническим осциллятором называется, как мы уже знаем (см. § 4, гл. II), всякая система, способная совершать простые (гармонические) колебания, т. е. такие, которые при классическом описании происходят по синусоидальному закону

$$x = A \cos(\omega t + \alpha),$$

где ω — циклическая частота, A — амплитуда, $\omega t + \alpha$ — фаза, α — начальная фаза колебаний. Хорошо известными примерами таких систем являются математический маятник и грузик, подвешенный на упругой пружине.

Приведем примеры гармонических осцилляторов, относящихся к микромиру. Атомы в молекуле занимают друг относительно друга положения устойчивого равновесия. Если их вывести из этого положения, то они начнут совершать гармонические колебания. То же происходит, если вывести из равновесного положения атомы твердого тела или жидкости. Из-за наличия связи между атомами возникающие колебания не остаются локализованными, а захватывают все атомы твердого тела или жидкости. При этом в твердом теле или жидкости возникает волна, которую можно описать как совокупность многих простых гармонических колебаний.

Электромагнитные колебания в вакууме можно также рассматривать как совокупность простых гармонических колебаний, каждому из которых соответствует плоская монохроматическая волна с круговой частотой ω , волновым вектором $\vec{k}$ и волновым числом

$$k = |\vec{k}| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Любое гармоническое колебание с частотой $\omega = \sqrt{\frac{\kappa}{m}}$ (где κ — коэффициент жесткости, m — масса колеблющейся частицы) возникает, как известно, под действием возвращающей силы $F = -\kappa x$ той или иной природы, которая пропорциональна отклонению x от положения равновесия и направлена в сторону равновесия. Потенциальная энергия гармонического осциллятора находится в квадратичной зависимости от координаты x (рис. 16);

$$U(x) = \frac{\kappa x^2}{2} = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Для осцилляторов, относящихся к микромиру, можно, пользуясь уравнением Шредингера, найти энергетический спектр и стационарные состояния. Мы здесь приведем некоторые готовые результаты решения уравнения Шредингера для этого частного случая.

1. Энергетический спектр гармонического осциллятора дискретен при любых значениях энергии E . Собственные значения энергии определяются формулой

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) = h\nu \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

где $n=0, 1, 2, 3, \dots$ — колебательное квантовое число. Эти собственные значения энергии отличаются от значений, приведенных в § 4 главы II, на постоянное слагаемое $\frac{\hbar\omega}{2} = \frac{h\nu}{2}$, обязанное своим происхождением соотношению неопределенностей.

На рисунке 16 энергетический спектр линейного гармонического осциллятора представлен графически. Характерной особенностью этого спектра является расположение энергетических уровней на равных расстояниях $h\nu = \hbar\omega$ друг от друга. На каждом из уровней энергии, как на оси координат, изображены соответствующие стационарные волновые функции.

2. Волновая функция основного состояния линейного гармонического осциллятора имеет вид:

$$\psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_0} \sqrt[4]{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2x_0^2}}.$$

(Прямой подстановкой можно убедиться в том, что приведенное выражение для функции $\psi_0(x)$ удовлетворяет уравнению Шредингера при $E = E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$).

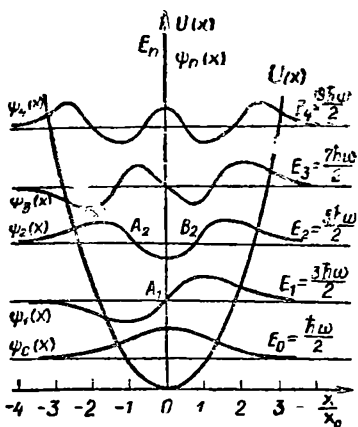


Рис. 16

Этой волновой функции соответствует следующее распределение вероятностей по значениям координаты:

$$\rho_0(x) = |\psi_0(x)|^2 = \frac{1}{x_0 \sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{x_0^2}},$$

где

$$x_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} -$$

характерная «осцилляторная длина», которая определяет по порядку величины все «размеры» волновых функций.

Величина x_0 характеризует неопределенность координаты в основном состоянии гармонического осциллятора. Действительно, плотность вероятности при $x=x_0$ меньше, чем при $x=0$, в e раз; при $x=2x_0$ она меньше, чем при $x=0$, в e^4 раз и т. д. Следовательно, вероятность обнаружить частицу заметно отличается от нуля лишь на отрезке длиной $\Delta x \simeq x_0$ (или $2x_0$, что то же самое по порядку величины в окрестности точки $x=0$).

3. В § 17 предыдущей главы мы видели, что среднее значение $\bar{x}(t)$ координаты микрочастицы изменяется приблизительно так же, как изменялась бы ее координата x , если бы частица двигалась в соответствии с законами классической механики. Это относится и к гармоническому осциллятору, обладающему квантовыми свойствами. Среднее значение его координаты изменяется со временем по такому же закону, как сама координата классического гармонического осциллятора:

$$\bar{x}(t) = A \sin(\omega t + \alpha).$$

Как видно из рисунка 16, среднее значение координаты в стационарном состоянии равно нулю. Этот результат соответствует тому, что в стационарном состоянии амплитуда $A=0$. Из того же рисунка видно, что неопределенность Δx координаты в стационарных состояниях, которую можно оценить как расстояние между двумя точками поворота x_1 и $-x_1$, отвечающими энергии E_n , отличается от нуля:

$$\Delta x > x_0 > A = 0.$$

Состояние микрочастицы напоминало бы классическое гармоническое колебание, если бы выполнялось условие

$\Delta x \ll A$. Но в случае стационарных состояний гармонического осциллятора этого нет.

Можно тем не менее составить такие суперпозиции стационарных состояний $sn \ll 1$, для которых $\Delta x \ll A$ (и $\Delta p \ll p \sim m\omega A$). Распределение вероятностей в таких состояниях (их называют когерентными) показано на рисунке 17. Это распределение вероятностей такое же, как в основном состоянии, но оно колеблется с частотой ω и амплитудой A совершенно так же, как колеблется классическая частица под действием той же силы.

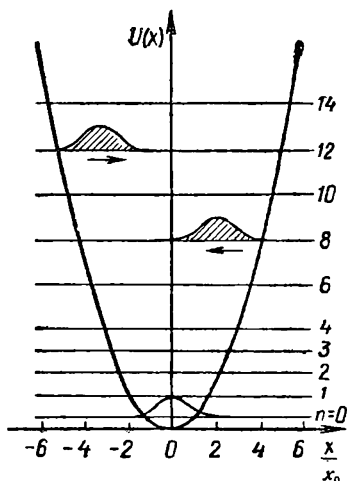


Рис. 17

§ 4. НУЛЕВАЯ ЭНЕРГИЯ

В рассмотренных нами примерах (прямоугольная потенциальная яма конечной глубины и гармонический осциллятор) оказалось, что нижний, основной энергетический уровень расположен выше дна ямы (т. е. выше нижней точки графика потенциальной энергии) которому соответствует нулевая энергия $U=0$. Это значит, что кинетическая энергия в среднем отлична от нуля и что частица даже в невозбужденном состоянии не находится в покое, а колеблется: слабо, но колеблется. Такое минимальное колебательное движение принято называть нулевыми колебаниями, а соответствующую энергию $E_0 \neq 0$ — энергией нулевых колебаний или просто нулевой энергией. Термин этот применяется не только к гармоническому осциллятору, но и к связанным состояниям частицы в любом силовом поле, например в потенциальной яме.

При классическом описании поведения частицы вопроса о нулевых колебаниях не возникает — основное, нижнее энергетическое состояние соответствует неотклоненному от положения равновесия и притом неподвижному состоянию частицы. Энергия такого состояния равна нулю:

$$E_0 = U + T = 0.$$

При этом нулю равны порознь и кинетическая энергия ($T=0$), и потенциальная энергия ($U=0$). Например, шарик, положенный в чашу, имеющую форму, показанную на рисунке 18, *а*, покоясь на самом дне чаши, имеет минимальную энергию, которую можно принять равной нулю. Маятник имеет минимальную энергию, когда он висит неподвижно. Но микрочастица не может покоиться подобным образом, она обязательно колеблется (рис. 18, *б*).

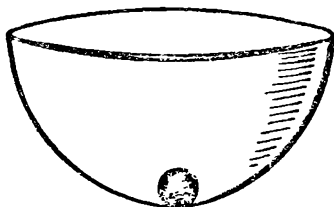
Легко понять, что наличие у микрочастицы нулевых колебаний согласуется с соотношением неопределенностей. Если бы не было нулевых колебаний, то частица находилась бы в основном состоянии в определенной точке (в случае гармонического осциллятора это точка $x=0$) и имела бы нулевой импульс ($p=0$). Неопределенности как координаты, так и импульса при этом были бы равны нулю ($\Delta x = \Delta p_x = 0$) и соотношение неопределенностей

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \gtrsim \hbar$$

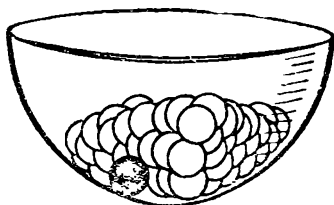
не могло бы выполняться.

Энергия E_0 нулевых колебаний соответствует минимальному возможному значению неопределенностей координаты и импульса. Убедимся в этом на примере гармонического осциллятора. Так как основное состояние с энергией E_0 является собственным состоянием, то неопределенность его энергии равна нулю ($\Delta E=0$) и для среднего значения энергии можно записать:

$$\bar{E} = E_0,$$



а



б

или

$$\overline{T} + \overline{U} = E_0,$$
$$\frac{\overline{p_x^2}}{2m} + \frac{m\omega^2 \overline{x^2}}{2} = E_0.$$

Но по порядку величины

$$\overline{p_x^2} \sim (\Delta p_x)^2 \text{ и } \overline{x^2} \sim (\Delta x)^2.$$

Следовательно,

$$\frac{(\Delta p_x)^2}{2m} + \frac{m\omega^2 (\Delta x)^2}{2} \sim E_0.$$

Учитывая, что

$$\Delta x \cong x_0 \cong \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

и что согласно соотношению неопределенности в минимальной форме

$$\Delta p_x \cong \frac{\hbar}{\Delta x} \cong \frac{\hbar}{x_0} \cong \sqrt{\hbar\omega m},$$

получим:

$$\frac{\hbar\omega}{2} + \frac{\hbar\omega}{2} \cong E_0,$$

или

$$\hbar\omega \cong E_0.$$

Это значение нулевой энергии осциллятора по порядку величины согласуется со значением, полученным для энергии основного уровня осциллятора в предыдущем параграфе.

§ 5. ТУННЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ

Представим себе, что частица находится в стационарном состоянии ψ_E с энергией E в силовом поле $U(x)$, образующем потенциальную яму, показанную на рисунке 19. Левый барьер этой потенциальной ямы очень (бесконечно) широк, правый имеет конечную ширину. Пусть энергия E частицы меньше высоты U_0 потенциального барьера ($E < U_0$).

В этом случае классическая частица, оказавшаяся между двумя «потенциальными возвышенностями» в яме,

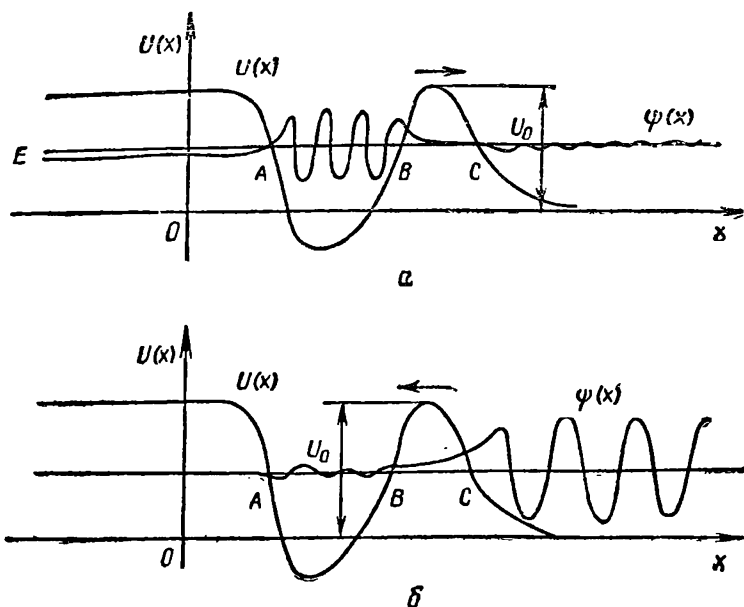


Рис. 19

будет совершать колебательные движения между левой A и правой B точками поворота. Такая частица не могла бы оказаться в области BC под барьером. Классическая частица с энергией $E < U_0$, следовательно, не сможет выйти во «внешнее пространство» правее точки C и оказаться на свободе. Она будет оставаться в яме между точками A и B .

Иное дело микрочастица, обладающая не только корпускулярными, но и волновыми свойствами. Если такую частицу с энергией $E < U_0$ поместить в указанную потенциальную яму, то она тоже будет колебаться между точками A и B . Это значит, что ее волновая функция будет иметь вид стоячей волны, похожей на стационарные волновые функции частицы в потенциальной яме. Однако у волновой функции имеются экспоненциальные хвосты, которые, правда, быстро затухают левее точки A и правее точки B . Однако полностью они исчезают лишь на бесконечном расстоянии.

В левом очень широком (или даже бесконечно широ-

ком) барьере хвост, утончаясь, исчезает, не достигая конца стенки.

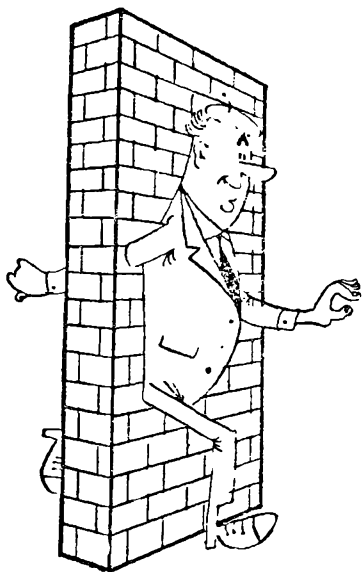
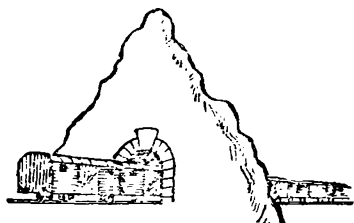
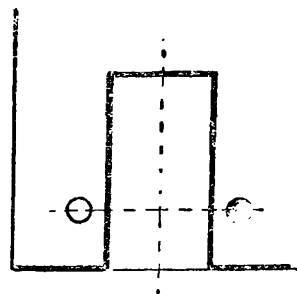
В правом же барьере, имеющем конечную и не слишком большую ширину, хвост заметной величины дойдет до точки C . Он будет в этой точке сильно ослаблен, но полностью не исчезнет.

Но ведь это значит, что частица просочилась сквозь потенциальный барьер, т. е. прошла сквозь классически запрещенную область и вышла на свободу, в область, расположенную правее точки C . В этой области она будет совершать движение, близкое к свободному, и ее волновая функция будет близка по свойствам к плоской монохроматической волне. Но амплитуда этой волны, как показано на рисунке 19, *а*, будет значительно меньше, чем амплитуда стоячей волны в яме, так как просачивание наружу хотя и не запрещено теперь полностью, но сильно затруднено.

Если бы, наоборот, частица с энергией $E < U_0$ была помещена в область, расположенную правее точки C , то по законам классической механики она, двигаясь в сторону C , должна была бы в этой точке испытать отражение; пересечь область BC и проникнуть в яму она не смогла бы. Квантовая же частица, т. е. частица, имеющая малую массу, ведет себя иначе.

В области правее точки C ее ψ -функция близка к плоской волне де Бройля. Когда частица достигает точки C , экспоненциальный хвост ее ψ -функции пронизывает потенциальный барьер и частица проникает под барьером через классически запрещенную область в потенциальную яму, где она будет находиться между точками A и B в состоянии, близком к стоячей волне. Однако теперь амплитуда волны в яме будет значительно меньше, чем снаружи (рис. 19, *б*).

Это замечательное чисто квантовое явление получило название туннельного эффекта. Смысл термина очень прозрачен: частица как бы проходит сквозь туннель, прорытый под «потенциальной горой». С классической точки зрения туннельный эффект выглядит явлением абсолютно фантастическим. Он буквально соответствует прохождению материальных тел через непроницаемую для них стенку без взаимного разрушения. Искусством такого прохождения в макром мире владели, как известно, маги и волшебники (например, всем известный старик Хотта-



Частица как бы проходит сквозь туннель, прорытый под «потенциальной горой». Это соответствует прохождению тел сквозь непроницаемую стену без их взаимного разрушения.

быч). Что касается микромира, то в нем прохождение сквозь стену происходит просто и естественно, безо всякого чародейства и волшебства. Встретив непроницаемую стенку такого типа, как на рисунке 20, частица либо отскакивает, либо проходит сквозь стену. Предсказать, что именно произойдет при данном конкретном столкновении со стенкой, нельзя — поведение микрочастицы управляется законами случая, вероятностными законами, но можно указать вполне определенную вероятность того, что прохождение сквозь стену произойдет, т. е. определить отношение числа случаев, в которых прохождение состоится к полному числу «попыток» (подходов частицы к стенке).

Эта вероятность D обычно называется проникаемостью барьера. Легко понять, что проникаемость барьера может быть оценена как отношение квадратов модулей волновой функции в конце и в начале туннеля. Если барьер имеет прямоугольную форму с постоянной высотой U_0 ,

то, как показывают расчеты, проницаемость выражается формулой¹

$$D = e^{-2\kappa a},$$

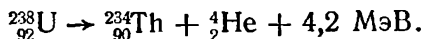
где a — ширина потенциального барьера.

Понятно, что проницаемость барьера тем больше, чем туннель короче (меньше a) и чем ближе он к верхнему краю барьера (чем меньше $U_0 - E$). Но проницаемость барьера становится все меньшей при $m \rightarrow \infty$, т. е. для макроскопических частиц.

§ 6. ОБ АЛЬФА-РАСПАДЕ

Альфа-распад представляет собой один из вариантов реализации в природе туннельного эффекта.

При альфа-распаде из радиоактивного ядра (например, ядра урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ или радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$) элемента с порядковым номером Z и атомным весом A вылетает альфа-частица, представляющая собой ядро гелия ${}^4_2\text{He}$, для которого $Z=2$ и $A=4$. В результате вылета альфа-частицы образуется ядро нового элемента с порядковым номером $Z-2$ и массовым числом $A-4$. Например, альфа-распад ядра ${}^{238}_{92}\text{U}$ происходит по схеме



В правой части этого уравнения указана энергия, выделяющаяся при альфа-распаде. (Напомним, что $1 \text{ МэВ} = 10^6 \text{ эВ} = 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$.)

Большую часть этой энергии уносит альфа-частица. Почти для всех альфа-активных ядер энергия альфа-частицы лежит в пределах от 4 до 10 МэВ.

Можно представить себе такой механизм альфа-распада. Внутри радиоактивного ядра движется альфа-частица, состоящая из четырех нуклонов, два из которых являются протонами. На альфа-частицу действуют со стороны других нуклонов ядра огромные (порядка 10^4 Н), но очень короткодействующие (радиус их действия порядка 10^{-13} см) ядерные силы, вызывающие ускорение порядка 10^{31} м/с^2 . Со стороны протонов на альфа-частицу действуют также силы кулоновского отталкивания. Эти

¹ Эту формулу можно вывести на основе соотношений, приведенных в § 2.

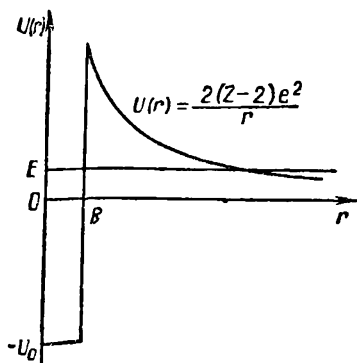


Рис. 20

силы значительно слабее ядерных, но убывают с расстоянием очень медленно (дальнодействующие силы).

В результате совместного действия этих сил альфа-частица движется в силовом поле, характер которого приблизительно соответствует графику, изображенному на рисунке 20. По оси абсцисс отложено расстояние r от центра ядра. Так как r мы принимаем за положительную величину, то можно считать, что при $r=0$ воздвиг-

пута бесконечно высокая потенциальная стенка, которая не пускает альфа-частицу в область $r < 0$. Внутри ядра, т. е. при $0 \leq r < R$, действуют, главным образом, ядерные силы притяжения. Этой области соответствует прямоугольная потенциальная яма. Величина $R \approx 10^{-12}$ см называется радиусом ядра. Вне ядра при $r > R$ ядерных сил нет. Это область только дальнодействующих кулоновских сил. Потенциальная энергия альфа-частицы в этой области определяется как энергия системы двух зарядов:

$$U(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

где e — элементарный заряд.

Альфа-частица совершает внутри ядра колебательное движение, проходя диаметр ядра за время

$$T \cong \frac{2R}{v_0},$$

где

$$v_0 = \sqrt{\frac{2(U_0 + E)}{m}}$$

(m — масса альфа-частицы). Время жизни τ материнского ядра больше, чем период T колебания альфа-частицы в яме, в D^{-1} раз, так как в среднем должно произойти довольно много ($D^{-1} \gg 1$) колебаний, чтобы состоялся акт альфа-распада (D — вероятность вылета наружу альфа-частицы из ядра после одного колебания). Вычисление

проницаемости D , учитывающее форму кулоновского барьера, приводит к формуле

$$\tau \simeq \frac{T}{D} \simeq \frac{2R}{v_0} e^{-\frac{\pi \cdot 2 (Z-2) e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}}}.$$

Мы видим отсюда, что время жизни τ альфа-активного ядра зависит от энергии альфа-частицы по экспоненциальному закону: с ростом энергии E альфа-частицы время распада уменьшается. Это и понятно: с увеличением E туннель приближается к верхнему краю барьера. При данной энергии альфа-частица легче выходит из ядра с меньшим Z . Это тоже понятно: при меньшем Z барьер становится ниже. Из оценочного подсчета следует, что время жизни альфа-активного ядра ${}^{238}_{92}\text{U}$ составляет $\tau \sim 10^9 \div 10^{10}$ лет (точное значение $\tau = 4,5 \cdot 10^9$ лет).

§ 7. О ТЕРМОЯДЕРНОЙ РЕАКЦИИ И ПРОНИЦАЕМОСТИ БАРЬЕРА

Для того чтобы произошло слияние двух легких ядер с номерами Z_1 и Z_2 , сопровождаемое выделением ядерной энергии, нужно сблизить эти ядра вплотную, до соприкосновения, когда в игру вступают ядерные силы.

Энергия относительного движения ядер при термоядерных реакциях создается нагревом плазмы, в состав которой входят эти ядра, до очень высокой температуры T_0 и, следовательно, высокой средней энергии теплового движения ядер

$$E = \frac{3}{2} kT_0,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. При температуре $T_0 = 10^8$ К средняя энергия по порядку величины равна $E \approx 10$ кэВ. Это много меньше величины

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \approx 1 \text{ МэВ}$$

(где R — радиусы ядер), т. е. энергии, необходимой для преодоления кулоновского барьера снаружи. Но кулоновский барьер характеризуется определенной проницаемостью D :

$$D = e^{-\frac{\pi Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \sqrt{\frac{4m}{3kT_0}}}.$$

Для того чтобы термоядерная реакция протекала, т. е. чтобы ядра сближались не слишком редко за счет туннельного эффекта (чтобы D не было слишком мало), нужно нагревать плазму. Скорость термоядерной реакции зависит от температуры плазмы экспоненциально.

Мы видим, что сближение ядер за счет туннельного эффекта — одна из главных, определяющих черт термоядерной реакции. Термоядерные реакторы — основа энергетики близкого будущего.

§ 3. МОМЕНТ ИМПУЛЬСА В КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Для рассмотрения дальнейших вопросов физики микромира нам придется познакомиться с одним важным понятием классической ньютоновской механики — понятием момента импульса частицы, совершающей круговое движение около некоторого центра O . Моментом импульса M называется величина, равная произведению импульса частицы $p = mv$ на плечо H (рис. 21):

$$M = pH = mvH,$$

где плечо H определяется как длина перпендикуляра, опущенного из центра O на направление импульса.

Момент импульса — величина векторная. Вектор $\vec{M}$ направлен перпендикулярно плоскости, содержащей центр O и вектор импульса $\vec{p}$ частицы, причем в такую сторону чтобы движение частицы, наблюдаемое с конца вектора $\vec{M}$, представлялось происходящим против часовой стрелки.

Можно также определить момент импульса $\vec{M}$ вращающегося тела как векторную сумму моментов импульса $\Delta\vec{M}$ (относительно центра вращения) частей, из которых состоит тело.

Представим себе, что частица движется в центральном силовом поле. Это значит, что потенциальная энергия зависит только от расстояния $r = |\vec{r}|$ до силового центра: $U = U(r)$. Поместим этот центр в начало координат O .

Сила $\vec{F}$, действующая на час-

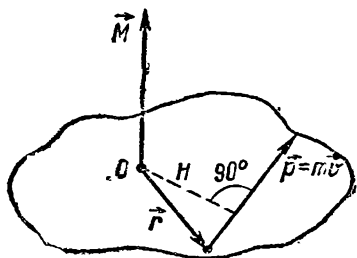


Рис. 21

тицу в центральном поле, направлена вдоль радиус-вектора r . Примером является кулоновское поле притяжения (или отталкивания) заряженной частицы к заряженному силовому центру. В классической механике обосновывается закон сохранения момента импульса: при свободном движении частицы ее момент импульса сохраняется относительно любой точки. При ее движении в центральном силовом поле сил момент импульса сохраняется относительно центра сил.

Справедливость этого закона сразу видна для двух частных случаев. Свободная частица ($F=0$) движется равномерно и прямолинейно. При этом импульс и его плечо постоянны. Следовательно, постоянен и момент импульса.

Пусть частица движется в центральном поле по круговой орбите. Тогда ее импульс будет постоянен по модулю, плечо H , равное радиусу r орбиты, тоже постоянно. Следовательно, постоянен и момент импульса $M=pr$.

§ 9. МОМЕНТ ИМПУЛЬСА В ФИЗИКЕ МИКРОМИРА

Вернемся теперь к физике микромира. В атоме, атомном ядре частицы совершают круговые орбитальные и вращательные движения. Такие же движения совершают планеты: орбитальное движение вокруг Солнца и внутреннее вращение вокруг собственной оси. Однако микрочастица отнюдь не представляет собой маленькую вращающуюся планетку, и ее вращение очень специфично, совершенно не похоже на вращение маленького шарика¹.

Внутреннее, собственное вращение микрочастицы принято называть спином. Спин (spin) — английское слово, которое обозначает «кружение, верчение».

Термин «орбитальное движение» для описания движения микрочастицы как целого заимствован из классической механики. Однако его использование в микромире вовсе не означает, что движение микрочастиц описывается траекторией. Орбитальное движение микрочастицы описывается волновой функцией.

Момент импульса² в микромире также бывает двух

¹ Попытки рассматривать собственное вращение микрочастицы как вращение твердого шарика делались и оказались совершенно неудачными. Это лишний раз подтверждает, что было бы грубой ошибкой наглядные классические картины применять к микромиру, где слишком многое происходит не так, как в макромире.

² Часто говорят просто «момент».

типов: орбитальный и спиновый. Первый связан с орбитальным, второй — со спиновым движением.

Момент импульса микрочастицы (орбитальный и спиновый) обладает очень своеобразными свойствами. Самым удивительным является то, что если одна из проекций момента, например M_z , имеет в некотором состоянии ψ_{m_z} определенное значение, то две другие проекции M_x и M_y неопределенны. Другими словами, если неопределенность $\Delta M_z = 0$, то неопределенности $\Delta M_x \neq 0$ и $\Delta M_y \neq 0$. Момент $\vec{M}$ представляет собой весьма странный вектор, у которого только одна компонента имеет определенное значение, а две другие неопределенны — размазаны, размыты.

Имеется единственное исключение из этого странного правила: существует состояние $\psi_{\vec{M}=0}$, в котором все три проекции момента одновременно равны нулю и, следовательно, сам вектор момента равен нулю:

$$M_x = M_y = M_z = 0, \vec{M} = 0.$$

Направление в пространстве, выделенное тем, что проекция момента на него является определенной, называют осью квантования. Обычно это направление сначала выделяется среди других направлений каким-либо физическим фактором, например внешним электрическим или магнитным полем. Ось квантования принято обозначать буквой z . Удивительно также то, что модуль вектора момента импульса

$$M = \sqrt{\vec{M}^2} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

имеет определенное значение вместе с M_z , несмотря на неопределенность значений проекций M_x и M_y .

Закон сохранения момента импульса в центральном поле справедлив не только в классической механике, но и применительно к микрочастицам. Это значит, что сохраняются неизменными во времени проекция M_z момента на ось квантования и модуль M момента.

§ 10. КВАНТОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОГО МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Момент импульса, как и энергия частицы, движущейся в ограниченной области, имеет дискретный спектр, квантуется. Проекция M_z орбитального момента на ось

квантования имеет спектр

$$M_z = \hbar m,$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — так называемое магнитное квантовое число.

Спектр значений M_z изображен на рисунке 22, а. В отличие от энергии гармонического осциллятора проекция M_z момента импульса может иметь как положительные, так и отрицательные значения. Возможно и нулевое значение. Расстояние между линиями этого спектра равно

Величина орбитального момента изображается сравнительно сложной формулой

$$M = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

где $l=0, 1, 2, \dots$ — квантовое число значения орбитального момента. На рисунке 22, б приведен спектр значений модуля полного момента M .

Для квантовых чисел орбитального момента приняты наряду с цифровыми также буквенные обозначения (см. табл. 1).

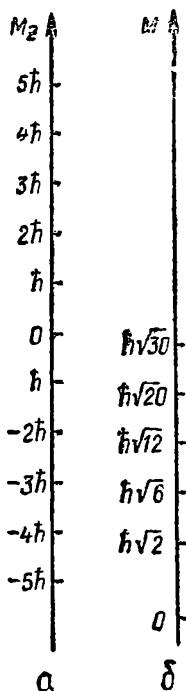


Рис. 22.

Таблица 1

l	0	1	2	3	4
Буквенные обозначения	s	p	d	f	g

Характерной для микромира единицей момента, «квантом момента» является постоянная Планка. Если обозначить момент в единицах $\hbar$ через l , то $\vec{M} = \hbar \vec{l}$. Проекцией M_z момента будет число $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, а модулем момента $\vec{M}$ — величина $\sqrt{l(l+1)}$. (Иногда, говоря о модуле момента M , называют число $l=0, 1, 2, \dots$, имея при этом в виду величину $\sqrt{l(l+1)}$).

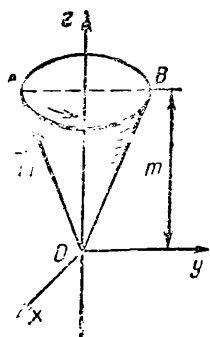


Рис. 23

Если задано значение $\sqrt{l(l+1)}$ момента, то, как оказывается, проекция M_z момента может принимать значения

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$$

Всего при заданном l будет получаться

$$N_l = 2l + 1$$

значений проекции момента.

Так как M_x и M_y могут, очевидно, с равной вероятностью иметь любые значения, а M_z и M фиксированы, то вектор $\vec{M}$ может лежать на любой из образующих конуса OAB (рис. 23) с высотой m и образующей $\sqrt{l(l+1)}$ (если пользоваться единицами $\hbar$). Все выглядит так, как если бы вектор $\vec{M} = \hbar \vec{l}$ процессировал (обращался) вокруг оси квантования z . На рисунке 24 изображен вектор M момента при $l=1$ для трех возможных значений его проекций, соответствующих $m=1, 0, -1$.

§ 11. МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ

Понятие магнитного момента очень удобно для описания магнитных взаимодействий малых замкнутых то-

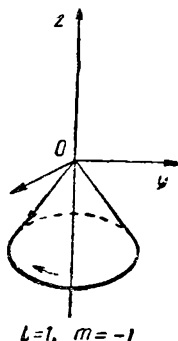
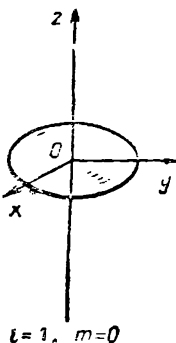
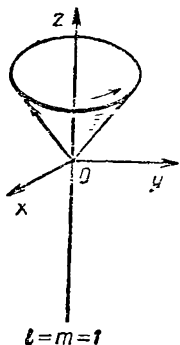


Рис. 24

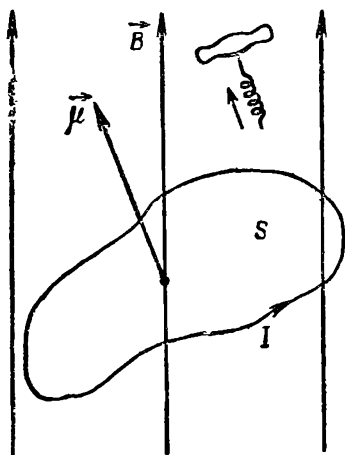


Рис. 25

ков¹. Для простоты представим себе контур тока плоским (рис. 25). Тогда магнитный момент μ тока по модулю определяется как произведение площади S , ограниченной контуром, на силу тока I :

$$\mu = IS.$$

Магнитному моменту удобно приписывать векторный смысл. Тогда он будет характеризовать также и ориентацию тока в пространстве. Принято считать, что вектор $\vec{\mu}$ магнитного момента нормален (перпендикулярен) к площади S и направлен в сторону, определяемую правилом правого винта, т. е. в сторону движения буравчика, если вращать его рукоятку в направлении тока. Иначе говоря, вектор $\vec{\mu}$ направлен так, что ток течет против часовой

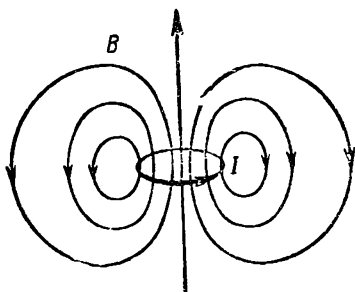


Рис. 26

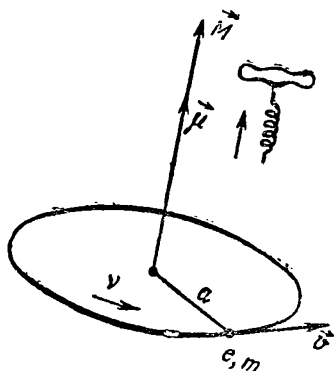


Рис. 27

¹ Замкнутый ток считается малым, если геометрические размеры контура малы по сравнению с теми расстояниями, на которых мы интересуемся магнитным полем этого тока, либо в том смысле, что внешнее магнитное поле слабо меняется вдоль этого контура.

стрелки, если смотреть на него с конца вектора $\vec{\mu}$. Можно показать (попробуйте это сделать самостоятельно), что энергия U взаимодействия тока с внешним магнитным полем определяется формулой

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos \vartheta,$$

где ϑ — угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{\mu}$. Картина линий магнитной индукции малого контура с током показана на рисунке 26.

Представим себе теперь наиболее для вас интересную ситуацию, когда ток возникает вследствие движения заряженной частицы с зарядом e и массой m_e , например, по круговой орбите радиуса a (рис. 27). Если частоту обращения частицы обозначить через ν , то сила тока, эквивалентного движущейся заряженной частице, запишется так:

$$I = e\nu.$$

В результате получается магнитный момент

$$\mu = \pi a^2 e \nu.$$

Так как

$$2\pi \nu a = v$$

есть скорость движения частицы по орбите и

$$m_e v a = p a = M —$$

момент импульса частицы на орбите, то между магнитным моментом и моментом импульса имеется следующее соотношение:

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2m_e} \vec{M} = \pm \mu_0 I,$$

где $\mu_0 = \frac{|e| \hbar}{2m_e}$, а знаки «+» или «-» соответствуют знаку заряда e .

Так как магнитный и механический моменты отличаются лишь постоянным множителем, то их квантовые свойства одинаковы.

Величина μ_0 играет роль кванта магнитного момента и называется магнетоном Бора в честь Н. Бора, который ввел эту величину. Для электрона $\mu_0 = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$, а для протона значение μ_0 в 1936, 5 раза меньше, так как

масса протона во столько же раз больше массы электрона. Если частица, совершающая орбитальное движение (например, внутри атома), помещена в магнитное поле $\vec{B}$, то энергия ее взаимодействия с полем квантуется. При этом индукция магнитного поля $\vec{B}$ задает направление оси квантования, а дозволённые значения энергии зависят от магнитного числа m :

$$U_m = \mp \mu_0 \cdot Bm.$$

Так как число m принимает (при заданном l) $N_l = 2l + 1$ разных значений, то столько же значений примут проекция магнитного момента μ_0 и энергия взаимодействия U_m .

§ 12. ДОКВАНТОВЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ АТОМЕ ВОДОРОДА

Атом водорода — простейший из всех атомов, поэтому законы микромира проверялись в первую очередь на нем. К концу XIX в. было осознано, что в состав атома водорода входит один электрон и некий равный ему по модулю положительный заряд. Любопытно, что исторически первая модель Томсона для атома водорода была в каком-то смысле вывернутой наизнанку современной моделью. По Томсону, атом водорода представляет собой положительно заряженное облако, около центра которого находится и иногда колеблется, излучая свет, электрон.

Первой удачной теорией атома водорода была знаменитая теория Бора, созданная им в 1913 г. Ко времени разработки этой теории после фундаментальных опытов Резерфорда по рассеянию альфа-частиц на атомах (1911) было уже известно, что положительный заряд не размазан по атому (как в модели Томсона), а сконцентрирован в центре атома в виде маленького (диаметром порядка 10^{-15} — 10^{-14} м), но массивного ядра, вокруг которого движутся электроны. На этой основе возникла мысль о планетарной модели атома: вокруг ядра по орбитам движутся электроны, подобно тому как планеты обращаются вокруг Солнца.

Однако криволинейное движение есть движение с ускорением. А из представлений классической физики следовало, что заряд, движущийся с ускорением, излучает,

причем энергия излучения пропорциональна квадрату ускорения. Для электрона, движущегося по орбите в атоме водорода, ускорение a огромно:

$$a = \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 m_e r^2} \simeq 10^{23} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

(радиус r орбиты мы принимаем равным по порядку величины 10^{-10} м). Электрон стал бы интенсивно терять энергию и быстро упал бы на ядро. Можно подсчитать, что такой атом прожил бы всего $\sim 10^{-13}$ с.

Может быть, неправильным является предположение, что электроны движутся? Действительно, система из ядра и неподвижных электронов не излучала бы. Но она была бы неустойчивой. Для устойчивости атома электрон должен был бы удерживаться на определенном расстоянии от ядра, отталкиваясь от него с помощью некоторой силы. Но электрон, как показывает опыт, не обнаруживает способности ни к каким взаимодействиям, сравнимым по силе с электромагнитными. Поэтому Бор и предположил, что существуют особые стационарные орбиты (образ стационарных состояний), на которых движущийся электрон не излучает. Излучение атомом фотона с энергией $h\nu$ происходит согласно Бору лишь при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую. Теория Бора была половинчатой. Из классической физики она сохранила, например, представление о траекториях движения, сочетая его с новыми представлениями о квантовании физических величин. И все же теория Бора была первой брешью в здании классической физики и началом новой квантовой физики.

§ 13. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ АТОМА ВОДОРОДА

Настоящая теория атома водорода может быть основана только на квантовой механике. В § 2 главы II мы уже видели, что из-за соотношения неопределенностей электрон размазан по всему атому и его движение не имеет ничего общего с движением по классической траектории.

Энергетический спектр и стационарные волновые функции могут быть найдены из уравнения Шредингера. В это уравнение надо только подставить выражение для потенциальной энергии заряда в кулоновском поле:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Так как кулоновское потенциальное поле является центральным, то наряду с энергией E сохраняются величина l и проекция m орбитального момента импульса. Стационарные волновые функции электрона в атоме поэтому характеризуются заданием трех квантовых чисел (E, l, m) . Естественными аргументами для волновой функции являются сферические координаты (r, ϑ, φ) .

Получение решения уравнения Шредингера для электронов в потенциальном центральном поле атомного ядра является сложной задачей, выходящей за рамки данной книги. Это решение было найдено Шредингером в 1926 г. Согласие с экспериментом полученных Шредингером результатов было одним из главных доводов в пользу правильности новых вероятностных законов микромира. Приведем эти результаты.

При $E < 0$, когда электрон не может уйти на бесконечность, состояния электрона являются связанными, а энергетический спектр — дискретным. При этом уровни энергий выражаются формулой Бора, приведенной в § 4 главы II.

Теперь обратим внимание на то, что при заданном значении главного квантового числа n и, следовательно, определенной энергии момент импульса может иметь разные значения, соответствующие значениям l от 0 до $n-1$.

Это значит, что одному значению энергии соответствует несколько различных состояний. Таким образом, энергетические уровни системы в таких случаях не определяют в полной мере состояние системы. В этом смысле говорят о вырождении энергетических уровней. Число состояний, соответствующих одному энергетическому уровню, называют кратностью вырождения энергетических уровней.

Так как число разных ориентаций момента равно $N_l = 2l + 1$, то полная кратность вырождения n -го уровня водорода равна

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = \frac{(2n-1)+1}{2} n = n^2.$$

(Мы воспользовались здесь формулой суммы членов арифметической прогрессии.)

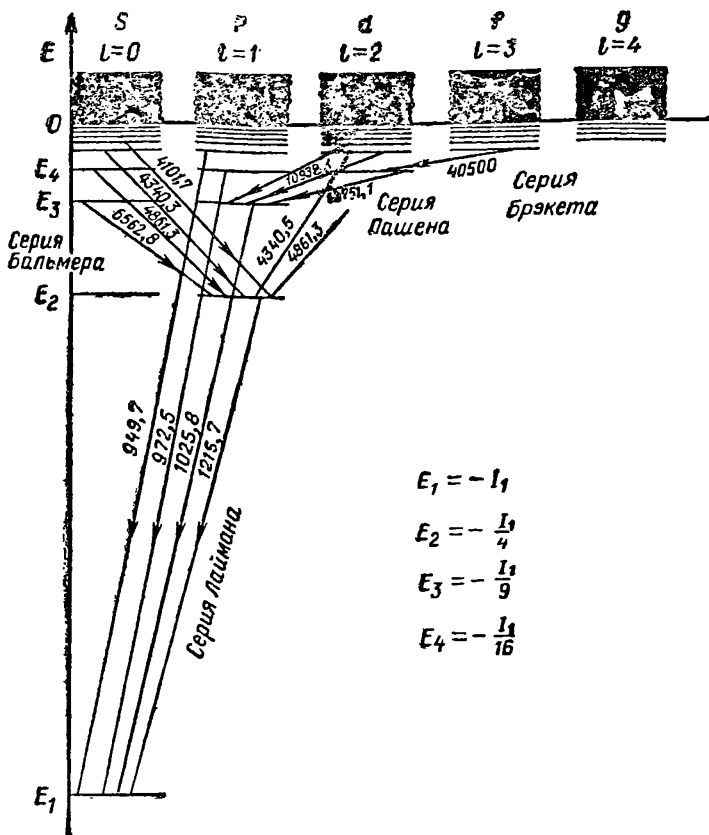


Рис. 28

При $E > 0$ энергетический спектр будет непрерывным, так как в этом случае электрон может уходить от ядра как угодно далеко.

Энергетический спектр атома водорода показан на рисунке 28 (на линиях перехода приведены соответствующие длины волн излучения в нанометрах). Из этого рисунка видно, что спектры уровней энергии, соответствующие определенным l (т. е. s -, p -, d -, ... уровней), сгущаются с ростом n и постепенно переходят в непрерывный спектр.

Нижний энергетический уровень, соответствующий $n=1$, называется, как мы знаем, основным или нормальным. Уровни же, соответствующие значениям $n=2, 3, 4$, называются возбужденными. Энергию, которую надо подвести к атому, чтобы оторвать электрон от ядра, называют энергией ионизации. Энергия ионизации I_1 атома из основного состояния может быть найдена так:

$$I_1 = \frac{m_e e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = 13,60 \text{ эВ.}$$

При переходах атома с одного уровня E_n на другой E_k (более низкий) испускается фотон с энергией $h\nu_{nk} = E_n - E_k$. С таким же правом можно сказать, что испускается монохроматическая электромагнитная волна, частота которой находится из этого же соотношения. Длину волны

$$\lambda_{nk} = \frac{c}{\nu_{nk}}$$

излучения, возникающего при переходе $E_n \rightarrow E_k$, можно найти из формулы Бальмера-Ридберга

$$\frac{1}{\lambda_{nk}} = R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где величина

$$R = \frac{I_1}{hc},$$

или

$$R = \frac{m_e e^4}{4 \pi \hbar^3 c (4\pi\epsilon_0)^2} = 1099,373 \text{ м}^{-1},$$

называется постоянной Ридберга.

Линии спектра излучения водорода сгруппированы в так называемые спектральные серии (рис. 29), соответствующие фиксированным конечным состояниям. При $k=1$ полу-

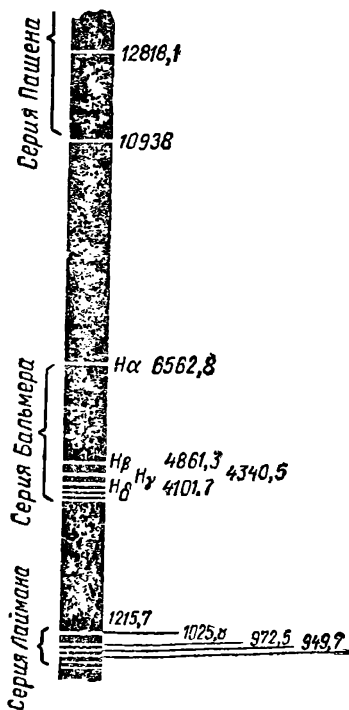


Рис. 29

чается серия Лаймана, при $k=2$ — серия Бальмера, при $k=3$ — серия Пашена и т. д. С коротковолновой стороны каждая серия заканчивается сплошным участком спектра, соответствующим излучению при рекомбинации ядер и электронов (при захвате электронов ядрами).

Примерно такой же характер, как у водорода, имеет энергетический спектр других атомов. На рисунке 30 изображен энергетический спектр атома лития. В отличие от

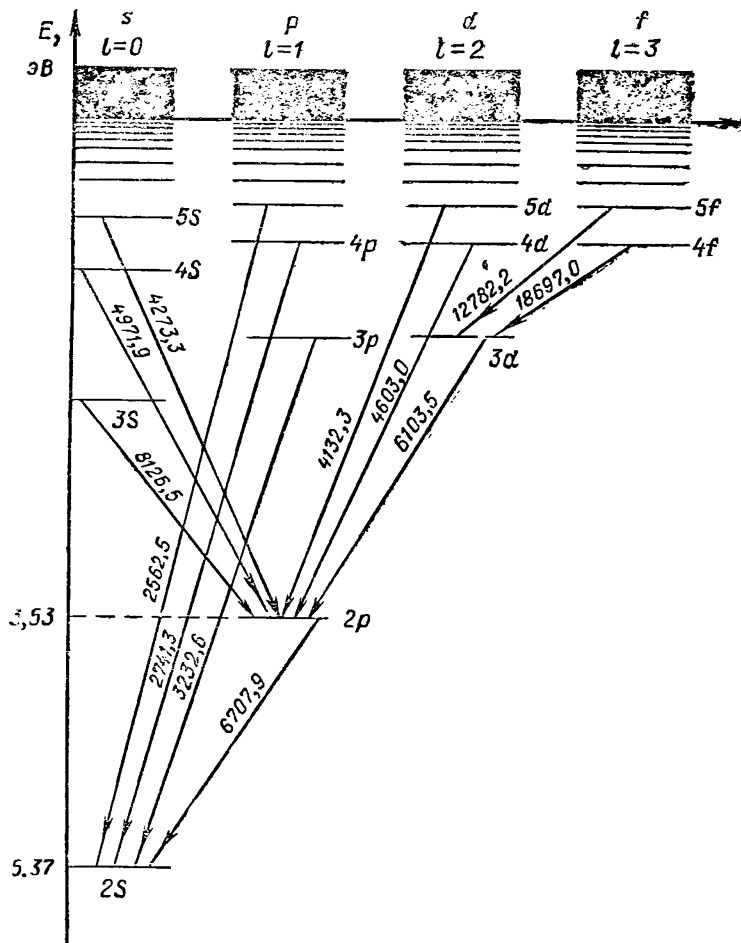


Рис. 30

атома водорода у атома лития (и у всех других атомов!), уровни энергии зависят не только от главного квантового числа n , но и от азимутального числа l (их поэтому можно обозначить через E_{nl}). Это происходит потому, что во всех сложных атомах электрон движется в более сложном поле: на кулоновское поле ядра накладываются поля электронов. Наиболее совершенную теорию сложных атомов разработал советский физик В. А. Фок еще в середине 30-х годов.

Покажем теперь, как может быть получена формула Бора для энергии электрона на стационарных уровнях в атоме водорода. В стационарном состоянии стоячая волна вероятности должна укладываться на орбите целое число раз:

$$n\lambda = 2\pi r_0.$$

Отсюда видно, что при больших значениях n длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

мала, и можно считать, что электрон движется по орбите, и применять к нему законы классической механики. Согласно второму закону Ньютона

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2} = \frac{mv^2}{r_0}.$$

Отсюда находим выражение для кинетической энергии W_k :

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0}.$$

Учитывая, что потенциальная энергия электрона в поле ядра атома водорода равна

$$W_n = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0},$$

можно для полной энергии записать :

$$E_n = W_k + W_n = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_0},$$

или

$$E_n = -\frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$mv = \sqrt{-2mE_n} \text{ и } r_0 = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 E_n}.$$

Поэтому

$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2 (4\pi\epsilon_0)^2}, \quad r_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2.$$

Мы видим, что боровские представления применимы лишь к высоко возбужденным уровням и для этих уровней формулу Бора можно считать выведенной.

§ 14. О ВОЛНОВЫХ ФУНКЦИЯХ АТОМА ВОДОРОДА

Волновые функции дискретного спектра обычно обозначают через $\psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)$. Запишем для примера стационарную волновую функцию основного состояния атома водорода:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}},$$

где

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$$

есть боровский радиус. Величину a_0 Н. Бор ввел как радиус внутренней, самой малой орбиты, соответствующей основному состоянию атома. Величина a_0 представляет собой естественную единицу длины в атомной физике. Все атомы имеют размер порядка a_0 . Радиус действия молекулярных сил лежит в пределах приблизительно от $2a_0$ до $10a_0$. Такой порядок величины имеет расстояние между атомами в молекулах, в твердых телах и жидкостях. Боровский радиус a_0 наряду с энергией ионизации I_1 атома водорода или постоянной Ридберга $R = \frac{I_1}{hc}$ относится к основным физическим постоянным микромира.

Выясним, какой физический смысл имеет боровский радиус в реальной, т. е. квантовой, картине атома. Для этого найдем распределение плотности вероятности по расстояниям r электрона от ядра в основном состоянии атома водорода. Вероятность найти электрон в интервале расстояний от r до $r+dr$ равна произведению вероятности $\rho_{100}(\vec{r}) = |\psi_{100}(\vec{r})|^2$ найти электрон в единице объема

на объем $4\pi r^2 dr$ слоя между сферами с радиусами r и $r+dr$. Поэтому

$$\begin{aligned}\rho_{100}(r) &= \frac{dW_r}{dr} = \\ &= 4\pi r^2 \rho_{100}(\vec{r}) = \\ &= \frac{4}{a_0^3} r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}}.\end{aligned}$$

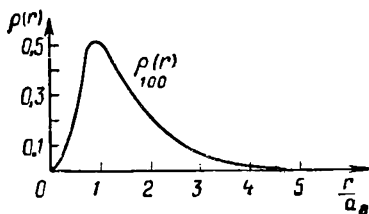


Рис. 31

Обращаем внимание на то, что плотности вероятностей $\rho_{100}(r)$ и $\rho_{100}(\vec{r})$ имеют различный смысл! Распределение $\rho_{100}(r)$ изображено на рисунке 31. Максимум этого распределения можно найти из условия.

$$\rho'_{100}(r) = 0.$$

Этот максимум находится при $r=a_0$. Итак, боровский радиус равен наиболее вероятному расстоянию электрона от ядра в основном состоянии атома водорода. Таким образом, Бор уже в 1913 г. был не так уж далек от истины.

Радиальные распределения вероятностей для расстояния электрона от ядра в состояниях ψ_{200} и ψ_{21m} изображены на рисунке 32. Для возбужденных состояний характерным является очень быстрое увеличение среднего расстояния электрона от ядра с увеличением n :

$$\bar{r} \approx n^2 a.$$

Например, в состоянии с $n=3$ радиус атома почти в 10 раз больше по величине, чем в основном состоянии.

Для многих вопросов бывает важно знать, как распределено электронное облако $\rho_{nlm}(r, \vartheta, \varphi) = |\psi_{nlm}(r, \vartheta, \varphi)|^2$ по направлениям вокруг начала координат O (значение r при этом фиксировано).

Угловое распределение принято изображать графически так: в направле-

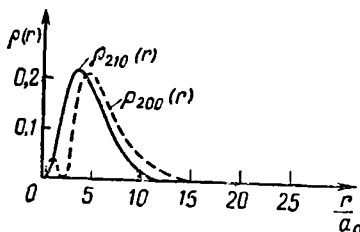


Рис. 32

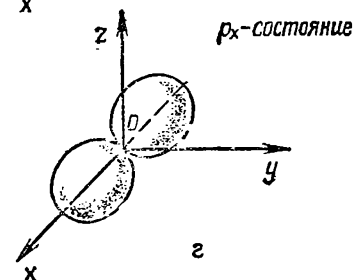
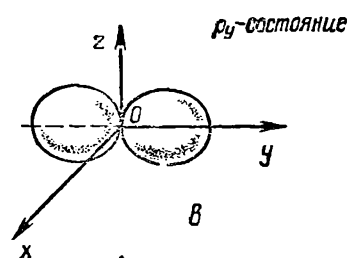
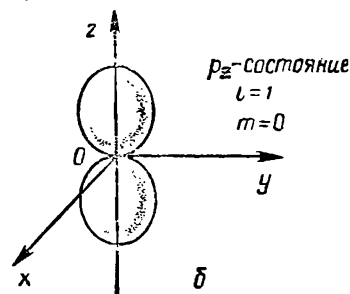
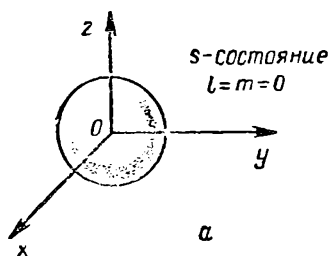


Рис. 33

нии углов ϑ, φ на пространственном чертеже откладываются радиус-вектор, длина которого изображает плотность $\rho_{nlm}(\vartheta, \varphi)$ в некотором масштабе. В результате получится так называемая полярная диаграмма углового распределения $\rho_{nlm}(\vartheta, \varphi)$. Полярные диаграммы для некоторых часто встречающихся, особенно внутри молекул, состояний $\psi_{nlm}(\vartheta, \varphi)$ приведены на рисунке 33. В s -состоянии с $\vec{M}=0$, когда $l=m=0$ (рис. 33, а), волновая функция и плотность вероятности изотропны, т. е. не зависят от углов ϑ, φ :

$$\rho_{\text{поо}}(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} = \text{const.}$$

Зависимости плотности вероятности от азимутального угла φ фактически нет ни при каких значениях l и m . Однако она появляется в суперпонированных состояниях, например в так называемых состояниях p_x, p_y, p_z , в которых нередко находятся электроны в атомах, входящих в состав молекул (рис. 33, б, в, г). На рисунке 34 показан примерный вид молекулы воды. Валентные электроны атома кислорода (их два) находятся в состояниях p_x и p_y (в действительности эти электроны находятся не только в состоя-

ниях p_x и p_y , а в близких состояниях и угол между соответствующими осями равен не 90° , а 104°). Атомы связы-

ваются в молекулу за счет сил химической связи, возникающих при перекрытии их электронных облаков. Мы видим, что пространственная форма молекул определяется угловым распределением электронных облаков.

§ 15. ОПЫТЫ, СВИДЕТЕЛЬСТВУЮЩИЕ О ПАЛЧИНЕ У ЭЛЕКТРОНА ВНУТРЕННЕГО ВРАЩЕНИЯ — СПИНА

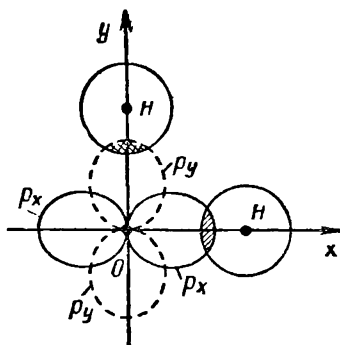


Рис. 34

Мы уже видели, что энергия взаимодействия частицы, обладающей магнитным моментом, с внешним магнитным полем пропорциональна индукции этого поля. Но в любой замкнутой системе потенциальная энергия стремится к минимуму. Поэтому частица с положительным значением проекции μ_z магнитного момента на направление индукции магнитного поля стремится перейти туда, где индукция магнитного поля $\vec{B}$ больше по модулю. И наоборот, если $\mu_z < 0$, то частица будет двигаться в сторону меньших значений B . Отсюда следует, что если в неоднородное магнитное поле пустить пучок частиц, обладающих различными значениями проекции μ_z момента, то этот пучок расщепится. Каждый из образовавшихся после расщепления пучков будет соответствовать одному определенному значению m , и число пучков будет равно числу различных значений m , т. е. $N_l = 2l + 1$.

В 1926 г. два немецких исследователя Штерн и Герлах поставили следующий эксперимент. Они создали путем специального выбора формы полюсов электромагнита настолько неоднородное магнитное поле, что оно заметно менялось на протяжении размера атома, т. е. на расстоянии порядка 10^{-8} см.

Рядом с электромагнитом (рис. 35) была помещена печка Π , в которой кусок лития (металла первой группы перио-

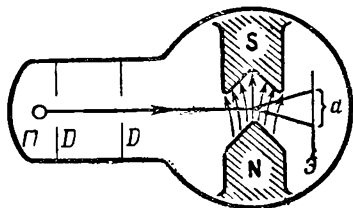


Рис. 35

дической системы элементов) при нагревании до температуры порядка тысячи градусов испарялся, и с его поверхности срывались атомы.

С помощью щелевых диафрагм D формировался параллельный пучок атомов.

Проходя через область неоднородного магнитного поля, пучок должен был расщепиться, если атомы обладают магнитным моментом. После осаждения на холодном экране $\mathcal{E}$ должны были образоваться металлические полоски.

В основном состоянии литий обладает орбитальным механическим моментом l , равным нулю. Если бы у атомных электронов не было собственного вращения — спина, то при пропускании атомов, находящихся в основном состоянии, для которого

$$l = m = 0,$$

они не взаимодействовали бы с неоднородным полем; атомный пучок не расщепился бы, и на экране $\mathcal{E}$ мы увидели бы лишь одну полоску.

Штерн и Герлах, осуществив опыт, получили два пучка и соответственно две полоски. Такой результат подтвердил, следовательно, что электрон обладает собственным вращением, спином, причем его вращательный момент s равен $1/2$ (в единицах $\hbar$). Это следует из формулы для числа N_s возможных проекций m_s момента, которую теперь следует записать в таком виде:

$$N_s = 2s + 1 = 2.$$

Так как $s = \frac{1}{2}$, то имеются лишь две возможности для значений проекции момента на ось квантования:

$$m_s = \frac{1}{2} \text{ и } m_s = -\frac{1}{2}.$$

Именно поэтому в опыте наблюдается расщепление на два пучка.

Итак, у электронов есть собственное вращение, спин, и соответствующий момент импульса равен $\frac{\hbar}{2}$ (в обычных единицах).

Величина расщепления на экране $\mathcal{E}$ зависит от собственного, внутреннего магнитного момента электрона. На

основе измерения расстояния d между полосками на экране Э удалось установить, что этот внутренний момент равен одному магнетону Бора.

§ 16. ЕЩЕ НЕМНОГО О СПИНЕ

Поскольку электрон обладает спином, его волновая функция должна зависеть не только от радиус-вектора $\vec{r}$, но и от особого аргумента, характеризующего значения проекции ξ спина на ось квантования. Для собственного вращения электрона нельзя указать направление вращения оси или угловую скорость этого вращения. Опыт не дает никакой информации об этих характеристиках, никаких указаний на их существование. Поэтому мы должны обходиться только значениями ξ , о которых опыт дает информацию.

Итак, волновая функция электрона зависит не только от $\vec{r}$, но и от проекции $\xi = \pm \frac{1}{2}$:

$$\psi = \psi(\vec{r}, \xi).$$

Новый аргумент ξ имеет дискретный спектр значений, состоящий всего из двух значений.

До сих пор обсуждался вопрос о спине только электрона. Но оказалось, что спином — собственным вращением — обладают и другие элементарные частицы, причем спин у разных частиц имеет разные значения. У частиц, образующих атомное ядро, т. е. у протонов и нейтронов, спин равен $1/2$, как и у электронов. Такое же значение имеет спин у многих других элементарных частиц: у мюона (мю-мезона), нейтрино и большей части гиперонов (частиц, родственных протону и нейтрону, но более тяжелых и более странных). Один из уже известных нам гиперонов имеет спин $3/2$. У пиона (пи-мезона) — частицы, переносящей ядерные силы, — спин равен нулю. У фотона спин равен единице. Таким образом, у всех частиц спин либо целый (0, 1, 2, ...), либо полуцелый ($1/2$, $3/2$, ...). Частиц с другими значениями спина в природе не бывает.

§ 17. РАСЩЕПЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ ИЗ-ЗА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Вспомним известный опыт, относящийся к физике колебаний. Пусть два одинаковых маятника (имеющие одинаковые собственные частоты), связанные легкой пружиной, совершают гармонические колебания в одной плоскости. Из-за наличия связи и взаимного влияния маятников друг на друга их движение, вообще говоря, не будет гармоническим. Однако два простейших типа «коллективного» движения этих маятников, показанные на рисунке 36, будут гармоническими.

В первом из них (рис. 36, а) движения маятников синфазны. Пружина не натянута и не влияет на движение. Значит, частота этих колебаний равна собственной частоте каждого из маятников. В другом случае (рис. 36, б) движение маятников противофазно; пружина способствует более быстрому спуску и подъему каждого из маятников, что приводит к увеличению частоты колебаний: маятники колеблются с частотой $\omega_1 > \omega$. Все остальные возможные движения маятников будут представлять собой суперпозицию этих двух основных движений¹ и не будут характеризоваться каким-либо определенным значением частоты.

Представим себе, что мы сблизили два атома настолько, что электроны и ядро одного из них начали испытывать силовое воздействие со стороны электронов и ядра другого. Возникает связь между атомами. Оказывается, что это приведет к расщеплению каждого из атомных

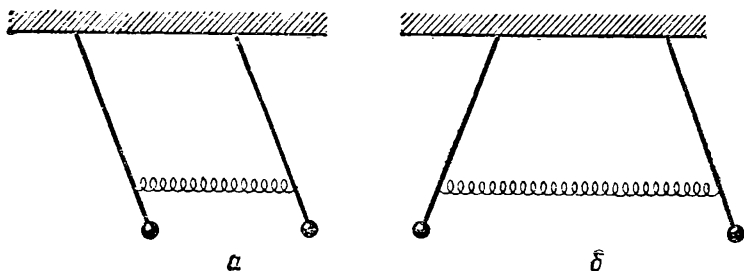


Рис. 36

¹ Эти два основных «коллективных», совместных движения маятников называют их нормальными колебаниями.

уровней на два, подобно тому, как расщеплялась частота колебаний двух связанных маятников (вследствие общности свойств любых колебаний). Это расщепление уровней энергии атомов наблюдается в молекулярных спектрах. На рисунке 37 показано, как происходит расщепление уровней двух атомов.

Если сближаются N атомов, которые мы будем для простоты считать одинаковыми, то происходит расщепление каждого атомного энергетического уровня на N подуровней. При большом N эти уровни будут расположены очень тесно, группируясь в энергетические зоны около первоначальных уровней отдельных атомов. Например, при образовании твердого тела, когда число атомов по порядку величины соизмеримо с числом Авогадро ($N_A \approx 10^{23} \frac{\text{атомов}}{\text{моль}}$), расстояния между подуровнями в зоне будут составлять величину порядка $\sim 10^{-23}$ эВ (расстояние между атомными уровнями составляет величину порядка 1 эВ). Экспериментально не представляется возможным разрешить уровни, расположенные друг от друга на расстоянии 10^{-23} эВ. Поэтому зона уровней в твердом теле представляет собой участок сплошного спектра.

Между зонами могут остаться значительные промежутки, если при расщеплении не происходит наложения зон друг на друга. На рисунке 38 показана типичная схема энергетических зон твердого тела. Зонная картина играет огромную роль в объяснении всевозможных свойств твердого тела.

Интересный пример дает расщепление уровней ато-

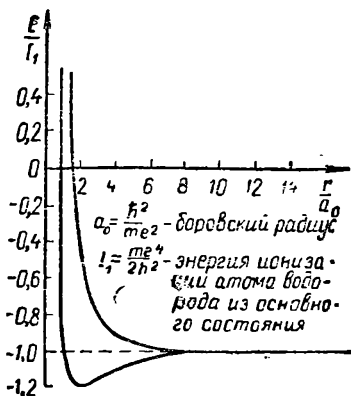


Рис. 37

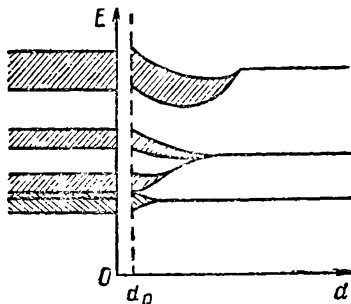


Рис. 38

мов, помещенных во внешнее магнитное поле (эффект Зеемана). Это расщепление обязано взаимодействию атомных магнитных моментов с этим полем и прямо пропорционально модулю индукции магнитного поля $\vec{B}$. Измерение на опыте этого расщепления позволяет найти значение магнитной индукции. Наблюдая расщепление линий в спектре излучения, идущего от Солнца и далеких звезд, мы можем узнать, каково имеющееся вблизи этих светил, а также в межзвездной и в межпланетной среде магнитное поле. Это, в свою очередь, дает возможность получить ценную информацию о свойствах и движениях космической плазмы. Интересно обратить внимание на то, что эту информацию об огромных, «сверхмакроскопических» объектах космоса, недоступных непосредственному лабораторному наблюдению, мы получаем через микромир. Через микромир, по атомным спектрам излучения, получена вообще вся информация о звездах: их составе, температуре, скоростях движения самих звезд и их частей (по сдвигу спектральных линий¹) и т. д.

¹ Причиной указанного сдвига спектральных линий является эффект Доплера, который состоит в том, что частота света увеличивается, если источник света приближается к наблюдателю, и уменьшается, если он удаляется. Относительное изменение частоты прямо пропорционально лучевой составляющей скорости источника. Эффект Доплера позволил также обнаружить одно из грандиознейших явлений природы — расширение Вселенной. Это явление было теоретически предсказано советским ученым А. А. Фридманом в 1922—1924 гг. и обнаружено наблюдениями американского астронома Э. Хаббла в 1929 г. Последний заметил, что спектры всех наблюдаемых галактик сдвинуты к красному концу, что говорит об их разлете, разбегании, т. е. о расширении Вселенной.

СИСТЕМЫ МИКРОЧАСТИЦ

§ 1. НЕРАЗЛИЧИМОСТЬ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ЧАСТИЦ

Мы переходим к новой фундаментальной группе законов микромира, относящихся не к отдельной микрочастице, а к коллективу (системе) большого числа микрочастиц. Здесь пойдет речь об одном из фундаментальнейших и глубочайших фактов микромира. Он касается особых и очень важных закономерностей, которые проявляются в системах тождественных частиц. Что такое тождественные частицы? Тождественны между собой электроны, тождественны между собой протоны. Тождественны между собой нейтроны. Тождественны между собой ядра гелия (альфа-частицы). Тождественны между собой атомы водорода и т. д. Можно ли различить тождественные частицы?

В классической физике даже тождественные объекты оказываются различимыми. Их можно различить по истории их индивидуальной «жизни». Если частица 1 была в момент $t=0$ в точке A_1 (рис. 39, а), а частица 2 — в точке B_1 , то, проследив за историей жизни частиц, т. е. за их

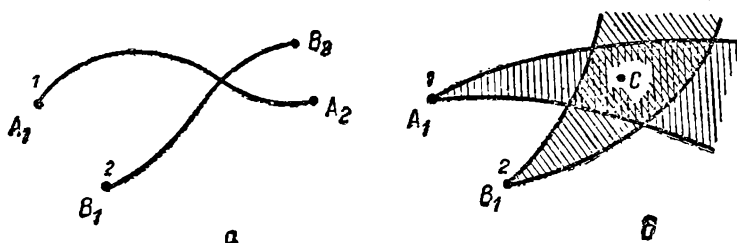


Рис. 39

траекториями, мы можем сказать, что частица, «пойманная» в момент t в точке A_2 , есть 1 в отличие от частицы 2, которая в момент t будет «поймана» в другой точке (B_2). Такой способ различения объектов встречается в книгах детективного жанра. Если интересующее нас лицо 1 обнаружено в момент времени t в точке A_2 , то из известной истории этого лица можно вывести заключение, что оно было участником события, происшедшего в момент $t=0$ в точке A_1 . Что же касается лица 2, обнаруженного в момент t в точке B_2 , то о нем можно с достоверностью сказать, что оно в указанном событии не участвовало, так как в момент $t=0$ оно находилось не в точке A_1 , а в точке B_1 .

А как выглядит аналогичная ситуация в микромире? Пусть частица 1 была локализована в момент $t=0$ в точке A_1 , а частица 2 — в точке B_1 (см. рис. 40,б). Дальнейшее изменение состояния этих частиц описывается уравнением Шредингера. Траекторий нет, естьдвигающиеся волновые пакеты. Спустя некоторое время эти пакеты перекрываются, и тогда, «поймав» частицу в точке C , мы не можем сказать, какая это частица (1 или 2). Ведь по свойствам обе частицы тождественны. Теперь алиби в нашей детективной аналогии становится недоказуемым. Лицо, задержанное в точке C , могло при $t=0$ быть и в A_1 , и в B_1 с некоторыми вероятностями. «Виновность» или «невинность» становится полностью коллективизированной, она распределяется между частицами 1 и 2 в равных долях. Все тождественные частицы образуют единую сложную ткань, каждая из них «разделяет судьбу» всех остальных. Следовательно, в микромире тождественные частицы неразличимы абсолютно.

Итак, в микромире действует фундаментальный принцип неразличимости тождественных частиц: тождественные частицы принципиально неразличимы.

Но следует заметить, что и в микромире случаются ситуации, когда можно говорить о приближенной различимости частиц. Приближенно различимы и частицы 1 и 2 (см. рис. 40,б) до того, как произошло четкое перекрытие волновых пакетов. Приближенно различимы электроны в двух атомах, находящихся друг от друга на расстоянии, существенно превышающем размеры их электронных облаков (боровский радиус). При этом электроны тем более различимы, чем дальше эти атомы друг от друга.

§ 2. СИММЕТРИЧНЫЕ И АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ

Параграф может показаться скучным, а рассуждения, содержащиеся в нем, никуда не ведущими. На самом деле именно получившиеся здесь простые результаты обуславливают удивительные свойства систем многих частиц.

Рассмотрим систему двух тождественных частиц в условиях, когда нужно учитывать их принципиальную неразличимость. Волновая функция этой системы может быть записана в виде $\psi(q_1, q_2)$ (где через q_i обозначена совокупность радиус-вектора r_i и спиновой переменной ξ_i при $i=1,2$).

Поменяв местами координаты q_1 и q_2 , мы получим волновую функцию $\psi(q_2, q_1)$. Так как частицы неразличимы, то волновая функция $\psi(q_2, q_1)$ должна совпадать с волновой функцией $\psi(q_1, q_2)$. Однако эти волновые функции совпадают лишь с точностью до знакового множителя $s=\pm 1$ (см. § 7 главы 1):

$$\psi(q_2, q_1) = s\psi(q_1, q_2).$$

Переставим теперь еще раз координаты в функции $\psi(q_2, q_1)$.

Тогда

$$\psi(q_1, q_2) = s\psi(q_2, q_1),$$

или

$$\psi(q_2, q_1) = s^2\psi(q_2, q_1).$$

Сокращая на $\psi(q_2, q_1)$, находим, что $s^2=1$. Но тогда

$$s = \pm \sqrt{1} = \pm 1.$$

Итак, при перестановке координат частиц волновая функция либо не меняется вовсе, либо меняет свой знак на противоположный. Это свойство получило название перестановочной симметрии.

Возникает вопрос, не связана ли перестановочная симметрия волновой функции системы частиц с каким-либо свойством индивидуальных частиц. Ответ на этот вопрос дал швейцарский физик В. Паули. Он доказал, что перестановочная симметрия волновой функции системы тождественных частиц однозначно связана со спином отдельных частиц.

Если спин каждой из тождественных частиц целый (0, 1, 2, ...), то волновая функция системы частиц при перестановке двух частиц не меняется. Такие частицы принято называть бозонами (в честь индийского физика Ш. Боза, который впервые ввел представление о неразличимости частиц). Примерами бозонов являются фотоны (спин 1), пи-мезоны, или пионы (спин 0).

Если спин каждой из тождественных частиц полуцелый ($1/2$, $3/2$, $5/2$, ...), то волновая функция системы частиц при перестановке двух частиц меняет свой знак на противоположный. Такие частицы называют фермионами (в честь знаменитого итальянского физика Э. Ферми). К ним относятся электрон, протон, нейтрон, мюон (мю-мезон), нейтрино, позитрон, разные гипероны. У всех этих частиц спин равен $1/2$ (лишь один из гиперонов имеет спин $3/2$). Многие из атомных ядер являются фермионами, причем спины у них самые разные: $1/2$, $3/2$, ..., $15/2$. Многие другие атомные ядра, наоборот, являются бозонами (например, уже упоминавшаяся альфа-частица, спин которой равен нулю). Могут быть также ядра — бозоны со спинами 1, 2 и т. д. Если составная частица¹, например ядро или атом, состоит из четного числа фермионов, то она является бозоном. Если же она состоит из нечетного числа фермионов, то является фермионом. Например, атом водорода — бозон, так как он состоит из протона и электрона. Ядро гелия тоже бозон, так как оно состоит из двух протонов и двух нейтронов. Атом дейтерия — тяжелый водород — является фермионом, так как он состоит из протона, нейтрона и электрона.

Заметим в заключение, что волновые функции, не меняющиеся при перестановке координат, называют симметричными. Волновые же функции, меняющие знак при перестановке координат, называют антисимметричными. Системы бозонов описываются симметричными, а системы фермионов — антисимметричными волновыми функциями.

¹ Если речь идет о составной частице, то под ее спином следует понимать полный момент системы образующих ее частиц, получаемый по правилу сложения векторов с учетом квантования момента. Тождественны между собой только те составные частицы, которые находятся в одном и том же внутреннем состоянии (например, атомы водорода с одними и теми же значениями квантовых чисел n , l , m).

§ 3. ОДИНОКПЕ ФЕРМИОНЫ

Антисимметрия волновых функций систем фермионов приводит к чрезвычайно важным и глубоким следствиям. Напишем условие антисимметрии волновой функции:

$$\psi(q_1, q_2) = -\psi(q_2, q_1).$$

Положим здесь $q_1 = q_2 = q$. Тогда

$$\psi(q, q) = -\psi(q, q).$$

Отсюда следует, что

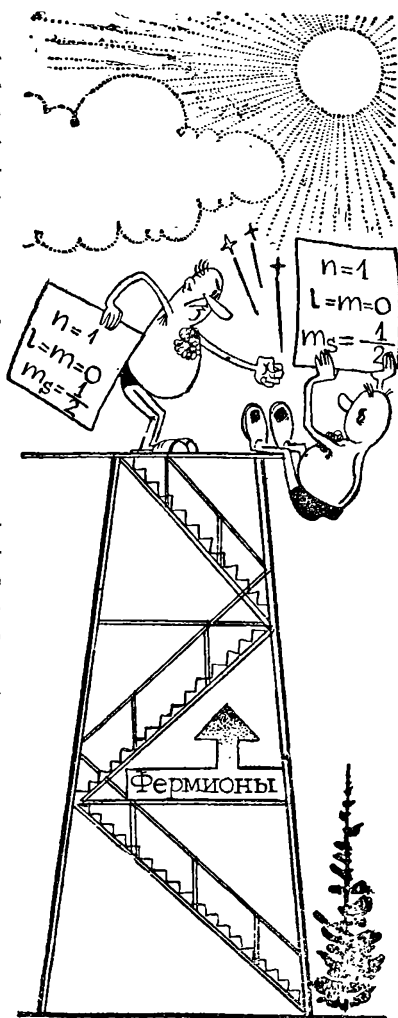
$$\psi(q, q) = 0.$$

Это означает, что фермион не «потерпит» присутствия в той же точке пространства другого фермиона, тождественного ему и имеющего такую же проекцию спина, какую он сам имеет.

«Необщительность»

фермионов проявляется также в том, что фермион, занявший какое-нибудь состояние (например, состояние в атоме, характеризующееся квантовыми числами n, l, m, m_s), ни в коем случае не пустит своего «собрата» в это же состояние.

Можно теперь сформулировать принцип Паули, включающий оба рассмотренных случая: в системе тождественных фермионов не может находиться в одном и том же состоянии более одного фермиона.



Фермион не пустит своего «собрата» в то же самое квантовое состояние.

Паули сформулировал этот знаменитый принцип в 1925 г. еще до появления волновой механики, не используя волновых функций, но лишь на основе анализа, огромного количества спектрограмм (фотографии атомных спектров). Впоследствии оказалось, что принцип Паули вытекает из еще более общего принципа неразличимости тождественных частиц.

Роль принципа Паули в природе огромна. Проявлением этого принципа является, например, периодичность свойств химических элементов, которую открыл великий русский химик Д. И. Менделеев еще в 1869 г. Если бы фермионы не были подчинены принципу Паули, то все электроны в любом из атомов находились бы в одном и том же основном состоянии ($n=1, l=m=0, m_s=\pm \frac{1}{2}$) и не было бы никакой периодичности свойств химических элементов. (Более того, химические элементы не различались бы валентностью.) Невозможны были бы сложные химические соединения, в том числе органические, невозможна была бы жизнь.

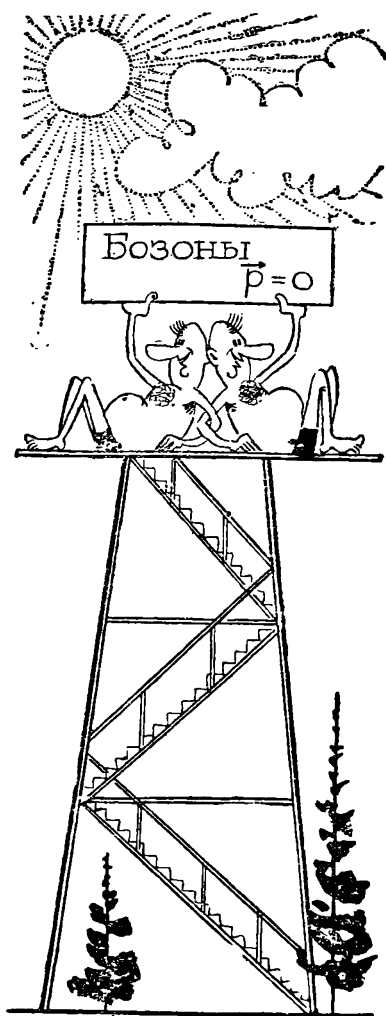
§ 4. ОБЩИТЕЛЬНЫЕ БОЗОНЫ. СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ

В отличие от фермионов, ведущих себя как индивидуалисты, бозоны обнаруживают тенденцию, прямо противоположную: они стремятся собираться коллективами в одном и том же квантовом состоянии. Если «фермион фермиону — волк», то «бозон бозону — не только брат, но и друг». Это свойство бозонов обнаруживается в ряде замечательных явлений. Некоторые из них мы рассмотрим ниже.

Атом гелия состоит из 6 фермионов (два протона и два нейтрона в ядре и два электрона вне ядра). Следовательно, он является бозоном. Гелий при очень низкой температуре $T=4,2$ К сжижается и остается жидким вплоть до абсолютного нуля ($T=0$ К). Чтобы перевести гелий в твердое состояние, его нужно сжать до давления в несколько десятков атмосфер. Гелий — единственное вещество, остающееся жидким вплоть до абсолютного нуля. Причиной этого является аномально слабое взаимодействие атомов гелия между собой. При температуре 2,2 К происходит качественное изменение свойств жидкого гелия: ниже этой критической температуры он обнаруживает ряд удивительных свойств, которые объясняются,

как выяснилось, скапливанием атомов в основном, низшем квантовом состоянии жидкости, которому соответствует нулевая кинетическая энергия атомов. Это проявление коллективистской тенденции бозонов получило название конденсации Бозе-Эйнштейна, а сама совокупность таких атомов называется конденсатом Бозе-Эйнштейна. Жидкий гелий при температуре ниже критической ($T < 2,2 \text{ К}$) называется гелием II.

К числу замечательных свойств гелия II, обязанных конденсации Бозе-Эйнштейна, относится прежде всего сверхтекучесть, открытая советским физиком П. Л. Капицей в 1938 г. При протекании жидкого гелия II через капилляр его вязкость в десятки тысяч раз меньше вязкости обычного жидкого гелия (гелий I): гелий II протекает через капилляр гораздо быстрее, чем гелий I (и чем любая другая жидкость в природе). Он буквально проваливается сквозь капилляр. Теплопроводность гелия II в миллионы раз выше, чем гелия I. Создание разности температур приводит к течению гелия II. При подводе тепла к нижней части трубки, погружен-



Бозоны обнаруживают тенденцию собираться коллективами в одном и том же квантовом состоянии.

пой в гелий II, из ее верхнего конца бьет фонтан, а пленки гелия II на поверхности твердых тел быстро ползут в сторону больших температур.

Все эти замечательные особенности объясняются наличием в гелии II конденсата Бозе-Эйнштейна наряду с нормальным компонентом (обычной по своим свойствам жидкостью). Конденсат и нормальный компонент беспрепятственно проникают друг сквозь друга, и гелий II ведет себя как смесь двух жидкостей. Конденсат очень своеобразная жидкость. Во-первых, она абсолютно холодная (ее атомы не совершают никакого теплового движения). Во-вторых, она сверхтекуча, и сверхтекучесть гелия II своим происхождением обязана сверхтекучести конденсата. Свойства конденсата можно объяснить лишь на языке законов микромира¹.

Почему конденсат сверхтекуч? Вязкость любой жидкости, протекающей сквозь капилляр, объясняется тем, что стенки капилляра передают жидкости импульс, направленный в сторону, противоположную течению, и тормозящий тем самым движение жидкости. Конденсат же в силу своих квантовых свойств должен получить квант импульса, не меньший некоторого критического. Но возможно это лишь при скорости течения, превосходящей некоторое критическое значение. При меньшей скорости течения жидкость не будет тормозиться. Это значит, что вязкости не будет и жидкость будет сверхтекуча.

Впервые свойство сверхтекучести и другие свойства жидкого гелия II объяснил выдающийся советский физик Л. Д. Ландау в 1941 г. Немного позднее, в 1947 г., более строгую теорию свойств гелия II развил другой советский физик — Н. Н. Боголюбов.

¹ В природе известны еще более грандиозные макроскопические объекты, свойства которых можно понять лишь на основе специфических законов микромира. Это так называемые нейтронные звезды, которые наблюдаются по характерному периодическому радиоизлучению как пульсары. Такая звезда с массой, приблизительно равной массе Солнца, имеет радиус всего около 20 км и плотность такую, как вещество атомного ядра, или даже более высокую. Плотность вещества составляет 10^{16} кг/м³. Электронные оболочки вдавлены внутрь протонов. Поэтому ни протонов, ни электронов в такой звезде нет — одни нейтроны. Ну а по свойствам это квантовая жидкость. Примерно такую же жидкость образуют электроны в самом обычном куске металла. Только плотность электронной жидкости в металле в 10^{15} раз меньше, чем плотность вещества нейтронной звезды.

§ 5. В ЧЕМ ЕЩЕ ПРОЯВЛЯЕТСЯ «ОБЩИТЕЛЬНОСТЬ» БОЗОНОВ

В 1911 г. голландским физиком Г. Каммерлинг-Оннесом была открыта сверхпроводимость. Но природа этого явления была понята лишь в 1956—1958 гг. Сейчас сверхпроводники уже начинают применять для обмоток электромагнитов, линий электропередач и т. д. Состоит явление сверхпроводимости, как известно, в том, что при очень низких температурах (обычно 10—20К и ниже) сопротивление многих металлов падает почти до нуля. Объясняется это, как оказалось, тем, что часть электронов при температуре ниже температуры соответствующего фазового перехода объединяется, как показал американский физик Л. Купер в 1956 г., в пары (так называемые куперовские пары). Каждая пара состоит из двух электронов с противоположными спинами и является бозоном, так как имеет суммарный спин, равный нулю. Куперовские пары, будучи бозонами, имеют тенденцию образовывать конденсат Бозе-Эйнштейна, т. е. скапливаться в основном состоянии, в котором они приобретают повышенную подвижность. Жидкость из куперовских пар обладает сверхтекучестью (подобно жидкому гелию II). Так как каждая пара имеет заряд $2e$, то сверхтекучесть при течении этой жидкости проявляется как сверхпроводимость (отсутствие электрического сопротивления).

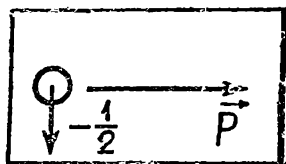
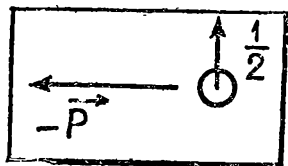
Другое проявление «коллективизма» бозонов имеет место в квантовых генераторах (лазерах).

Пусть имеются коллектив фотонов с частотой ω и волновым вектором $\vec{k}$ и коллектив возбужденных до уровня E_2 атомов, настроенных в резонанс с фотонами:

$$E_2 - E_1 = \hbar\omega,$$

где E_1 — энергия основного уровня атомов.

Атом способен излучать фотоны, если он находится в возбужденном состоянии. Такое излучение называется спонтанным (самопроизвольным). Если же атомы оказываются погруженными в «фотонную среду», т. е. освещены мощным резонирующим с ними потоком света, то стремление бозонов собираться в одном и том же квантовом состоянии (в данном случае характеризуемом величинами ω и $\vec{k}$) приводит к тому, что возникает дополнительное, так называемое вынужденное или стимулированное



Каждая куперовская пара состоит из двух электронов с противоположными спинами.

ное излучение, интенсивность которого на частоте ω в направлении вектора $\vec{k}$ пропорциональна числу уже имеющих фотонов такого сорта. Интенсивность излучения резко увеличивается (атомы быстро переходят в основное состояние из возбужденного, излучая при этом фотоны). Вынужденное излучение было предсказано еще в начале нашего века А. Эйнштейном.

Если возбужденных атомов много, то возникает мощный «игольчатый» (в направлении вектора $\vec{k}$) и очень монохроматический пучок фотонов. Этот пучок, как совокупность бозе-частиц (фотонов) в одном состоянии, также представляет собой конденсат Бозе-Эйнштейна.

На этом принципе основаны всем известные в наше время квантовые генераторы и усилители. Квантовые генераторы и усилители, работающие в радиодиапазоне сверхвысоких частот, часто называют мазерами. Они впервые были созданы советскими физиками Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым и независимо от них американским фи-

виком Ч. Таунсом. Оптический квантовый генератор (ОКГ), или квантовый генератор света (КВАГС), часто называемый лазером, был предложен в 1960 г. Ч. Таунсом совместно с другим американским физиком А. Шавловым, и вскоре после этого он был реализован практически. Высокая стабильность частоты в квантовых генераторах позволяет построить на их основе высокоточные квантовые стандарты частоты — атомные часы. Точность хода таких часов достигает 10^{-11} — $10^{-12}\%$ (они уходят не более чем на 1 микросекунду в год).

§ 6. ФОНОНЫ И ДРУГИЕ КВАЗИЧАСТИЦЫ

В твердом теле движение атомов носит характер малых колебаний около устойчивых положений равновесия, соответствующих узлам кристаллической решетки. Между атомами действуют силы взаимодействия, поэтому колебания атомов являются связанными: колебания одного атома вызывают колебания соседних, подобно тому как это происходит в случае связанных маятников (см. рис. 36). За счет этой связи происходит расщепление частоты колебаний атома на $3N$ частот. Колебания коллектива атомов с каждой из этих основных частот называются нормальными.

Каждое нормальное колебание кристаллической решетки можно рассматривать как линейный одномерный гармонический осциллятор. Энергия колебаний твердого тела складывается из энергии отдельных нормальных колебаний:

$$W = \sum_{\vec{k}} \hbar \omega(k) \left(n_{\vec{k}} + \frac{1}{2} \right) = W_0 + \sum_{\vec{k}} \hbar \omega(k) n_{\vec{k}},$$

где

$$W_0 = \sum_{\vec{k}} \frac{\hbar \omega(\vec{k})}{2}$$

(суммирование производится по всем нормальным колебаниям), $n_k = 0, 1, 2, \dots$ — колебательные, квантовые числа. Дискретность энергии будет заметна при сравнительно небольших значениях n_k , т. е. при низких температурах. При больших n_k (высокие температуры) квантовые колебания становятся классическими, и дискретность становится незаметной.

Нормальным колебаниям сопоставляются, как мы видели, бегущие волны с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой $\omega(k)$. Поэтому записанное выше выражение для энергии колебаний твердого тела может быть прочитано так: энергия колебаний решетки складывается из энергии E_0 нулевых колебаний и из суммы энергий $\sum_k \hbar \omega(k) n_{\vec{k}}$ особого рода квазичастиц, называемых фононами (от греческого слова «фоне» — звук). Фонону, соответствующему бегущей в кристалле волне с частотой $\omega(k)$ и волновым вектором $\vec{k}$, следует приписать энергию $\hbar \omega(k)$ и импульс $\hbar \vec{k}$ (см. § 8 главы I). Колебательное квантовое число $n_{\vec{k}}$ следует рассматривать как число фононов с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой $\omega(k)$. Фононы следует считать бозонами, так как их число $n_{\vec{k}}$ в одном состоянии $\vec{k}$ может быть каким угодно. Спин у фононов, как и у фотонов, оказывается равным 1. Кристалл, в котором тем или иным способом (например, нагреванием) возбуждены колебания атомов решетки, можно рассматривать как сосуд, заполненный фононами.

Фонон — только одна из многочисленных квазичастиц, введенных для упрощения описания сложных явлений природы. Дырки, играющие большую роль в полупроводниках и диэлектриках и используемые для описания электрической проводимости и других свойств твердых тел, — еще один пример квазичастиц. Мы говорим о дырках, об их движении, заряде и массе, прекрасно сознавая, что таких частиц в природе нет.

§ 7. КВАНТОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Любое классическое переменное электромагнитное поле $\vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B}(\vec{r}, t)$ можно представить как суперпозицию бегущих плоских монохроматических электромагнитных волн, т. е. нормальных колебаний, или осцилляторов, поля. Общее число нормальных колебаний поля бесконечно велико, так как вектор $\vec{k}$ и, следовательно, частота ω_k могут принимать любые значения. Энергия W поля складывается из энергий отдельных осцилляторов поля, подобно тому как это имеет место для энергии кристалличе-

ского тела (см. предыдущий параграф). Величина $\hbar\omega(k) = \hbar v(k) = \hbar\omega_k$ есть энергия кванта колебаний электромагнитного поля с волновым вектором $\vec{k}$ и частотой ω_k , $n_{\vec{k}}$ — колебательное квантовое число волны (осциллятора) с волновым вектором $\vec{k}$ и направлением колебаний, перпендикулярным волновому вектору $\vec{k}$, W_0 — энергия нулевых колебаний поля.

На языке фотонов $\epsilon_k = \hbar\omega_k$ есть энергия фотона с частотой $\omega_k = ck$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ — импульс фотона, $n_{\vec{k}}$ — число таких фотонов. То, что число фотонов в одном состоянии может быть сколь угодно велико, говорит о бозонной природе фотонов.

Фотоны в отличие от фононов в твердом теле являются реально существующими частицами. Спин s фотона равен единице.

§ 8. ОБ АНТИЧАСТИЦАХ

Наряду с миром частиц вещества известен мир античастиц. Античастица имеет ту же массу и тот же спин, что и соответствующая частица, но противоположный по знаку заряд (если она заряжена) и противоположный по направлению магнитный момент.

Например, антиэлектрон (позитрон) имеет такую же массу, что и электрон ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-28}$ г), но положительный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, а его магнитный момент, равный одному магнетону Бора $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$, направлен по спину S , в то время как у электрона магнитный момент направлен против спина (рис. 40).

Антипротон имеет такую же массу, что и протон, спин $1/2$, заряд $-e$, магнитный момент¹ $\mu_p = -2,79\mu_N$ (у протона магнитный момент $\mu_p = 2,79\mu_N$).

Антинейтрон имеет такую же массу, что и нейтрон, спин $1/2$, он незаряжен, как и сам нейтрон, а его магнитный момент $\mu_n = +1,91\mu_N$ (у нейтрона $\mu_n = 1,91\mu_N$). Существование античастиц было предсказано теоретически (!) в 1930 г. английским физиком П. А. М. Дираком.

¹ Знак «—» означает, что магнитный момент ориентирован против спина, а знак «+» показывает, что он ориентирован по спину.

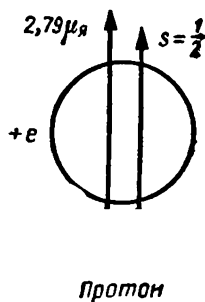
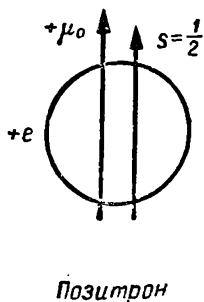
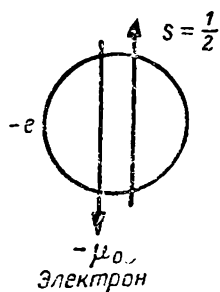


Рис. 40

В 1932 г. американский физик К. Андерсен, действительно, обнаружил позитрон в космических лучах. Сейчас физики получают на ускорителях искусственно любые элементарные античастицы и некоторые простые антиядра (составные ядра, состоящие из антипротонов и антинейтронов). Предсказание Дирака относится к самым замечательным теоретическим предсказаниям в истории науки.

Античастицы столь же стабильны, как и соответствующие частицы. Позитрон или антипротон, находясь в полной изоляции, жил бы неограниченно долго. Однако при сближении с соответствующей частицей античастица аннигилирует, исчезает. Так как в нашем мире любая античастица окружена «соответствующими» ей частицами, то аннигиляция происходит очень быстро. При аннигиляции электрона с позитроном образуются 2—3 гамма-кванта (фотоны высокой энергии). При аннигиляции протона с антипротоном или антинейтрона с нейтроном образуются 4—5 пионов и могут также возникать гамма-кванты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вот мы и закончили нашу прогулку по микромиру, познакомились с его жителями — микрочастицами, их индивидуальным «характером», особенностями их поведения (движения) в разных условиях и с теми законами, по которым живут коллективы микрочастиц. Наша прогулка была недолгой, знакомство с микромиром по этой небольшой книге получилось, по необходимости, беглым, на уровне туристической поездки в огромную и многообразную почти незнакомую страну. Мы заглянули в творческую лабораторию физики. Это позволило нам получить некоторое представление как о средствах наблюдения микромира, которые вооружили исследователей самым основным — экспериментальными фактами, так и о роли тончайшей интуиции и глубокого теоретического анализа в систематизации и обобщении фактов и отыскании основных законов микромира.

Мы видели, что законы микромира образуют фундамент всех знаний о природе и всеми своими гранями вписываются в общую картину диалектико-материалистического понимания мира, обогащая эту картину новыми яркими чертами. Сам факт существования особых законов микромира, качественно отличающихся от законов макромира, убеждает в бесконечности разнообразия природы. Хочется думать, что читатель испытал радость открытия для себя нового мира, такого тонкого и хрупкого, странного и в чем-то даже волшебного. Этот мир рядом с нами и внутри нас, совсем близко. Как тут не вспомнить «совсем обычную» кроличью пору, которая привела Алису в «Страну чудес» Льюиса Керрола.

В наше время физики трудятся над установлением законов «микромира в микромире», т. е. над разработкой теории строения самих элементарных частиц и законов их фундаментальных взаимодействий (например, электромагнитных и ядерных). При этом используются еще более могучая экспериментальная техника и все те же испытанные средства — воображение, интуиция, логический анализ.

Может быть, читателю удалось почувствовать, как тяжело добывается новое знание, как трудно бывает пробиться сквозь лес неясностей и кажущихся противоречий, преодолеть груз отживающих представлений и предрассудков, отделить истинные и притом существенные факты от ложных или второстепенных, чего стоит каждый «маленький» шаг науки. И тогда он лучше поймет и оценит труд ученых и, может быть, — как знать — и сам в будущем примет участие в этой труднейшей и очень интересной работе.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Введение</i>	3
 <i>Глава I.</i> ВОЛНОВЫЕ И ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА МИКРОЧАСТИЦ	5
§ 1. О специфике микромира	—
§ 2. Что такое вероятность	9
§ 3. Некоторые свойства вероятности	11
§ 4. О полях или о величинах, зависящих от точки пространства	13
§ 5. Плотность вероятности и распределение вероятности	15
§ 6. Волны вероятности, а также и другие волны	17
§ 7. Волновая функция	20
§ 8. Почему у микрочастиц должны быть волновые свойства	22
§ 9. Как подтверждается на опыте наличие у микрочастиц волновых свойств	24
§ 10. Как подтверждается на опыте вероятностная природа волновой функции	29
§ 11. Фундаментальная роль вероятности в микромире	32
 <i>Глава II.</i> ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЗИКИ МИКРОМИРА	34
§ 1. Соотношение неопределенностей	—
§ 2. Почему в микромире нет траекторий	36
§ 3. Переходная область между механикой микромира и классической механикой	37

§ 4. Квантование физических величин	42
§ 5. Спектры физических величин	43
§ 6. Принцип суперпозиции для волн вероятностей	45
§ 7. Распределение вероятностей для значений физической величины	46
§ 8. Почему волну де Бройля нельзя записать так же, как другие плоские монохроматические волны	48
§ 9. О вещественных, мнимых и комплексных числах	50
§ 10. Как же все-таки записать волну де Бройля	52
§ 11. Об интерференции вероятностей	53
§ 12. Об измерении физических величин	56
§ 13. Принципиальные особенности измерений в микромире	57
§ 14. О редукации волнового пакета	59
§ 15. Средние значения физических величин	62
§ 16. Квантовые стационарные состояния	64
§ 17. Уравнение Шредингера	67

Глава III. НЕКОТОРЫЕ ВАЖНЫЕ ПРИМЕРЫ ПОВЕДЕНИЯ МИКРОЧАСТИЦ 70

§ 1. Частица в потенциальной яме	—
§ 2. Хвосты волновых функций в классически запрещенной области	72
§ 3. Гармонический осциллятор	74
§ 4. Нулевая энергия	77
§ 5. Туннельный эффект	79
§ 6. Об альфа-распаде	83
§ 7. О термоядерной реакции в прозрачности барьера	85
§ 8. Момент импульса в классической механике	86
§ 9. Момент импульса в физике микромира	87
§ 10. Квантование орбитального момента импульса	88
§ 11. Магнитный момент	90
§ 12. Доквантовые представления об атоме водорода	93
§ 13. Квантовая теория атома водорода	94
§ 14. О волновых функциях атома водорода	100

§ 15. Опыты, свидетельствующие о наличии у электрона внутреннего вращения — спин	103
§ 16. Еще немного о спине	105
§ 17. Расщепление энергетических уровней из-за взаимодействия	106

Глава IV. СИСТЕМЫ МИКРОЧАСТИЦ 109

§ 1. Неразличимость тождественных частиц	—
§ 2. Симметричные и антисимметричные волно- вые функции	111
§ 3. Одноэлектронные фермионы	113
§ 4. Обобщенные бозоны. Сверхтекучесть	114
§ 5. В чем еще проявляется «общительность» бозонов	117
§ 6. Фононы и другие квазичастицы	119
§ 7. Квантование электромагнитных волн	120
§ 8. Об античастицах	121

Заключение 123

**ВЛАДИМИР ВЛАДИМИРОВИЧ
БАТЫГИН**

ЗАКОНЫ МИКРОМИРА

Редактор Г. Р. Лисенкер

Художественный редактор В. М. Прокофьев

Технические редакторы

М. И. Смирнова, Л. Е. Пухова

Корректор В. Г. Соловьева



ИБ № 5949

Сдано в набор 14.03.80. Подписано к печати 26.11.80. 84×108¹/₃₂. Бум. типограф. № 2, Гарнит. об. нов. Печать высокая. Усл. печ. л. 6,72. Уч.-изд. л. 6,24. Тираж 100 000 экз. Заказ 1361. Цена 20 к.



Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Типография № 2 Росглавполиграфпрома
г. Рыбинск, ул. Чкалова, 8.

20 К.

