

**С. В. Котенёв**  
**А. Н. Евсеев**

# **Расчет и оптимизация тороидальных трансформаторов**

**Москва**  
**Горячая линия – Телеком**  
**2011**

УДК 621.314.21  
ББК 31.261.8  
К73

Рецензент

профессор кафедры «Автоматизированные станочные системы» Тульского государственного университета, доктор техн. наук В.С. Сальников

**Котенёв С.В., Евсеев А.Н.**

К73 Расчет и оптимизация тороидальных трансформаторов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2011. — 287 с.: ил.

ISBN 978-5-9912-0186-5

В книге изложен принципиально новый подход к расчету тороидальных трансформаторов, основанный на разработанной авторами математической модели трансформатора. Рассмотрены вопросы оптимизации тороидальных трансформаторов по критериям минимальной массы, стоимости, максимального коэффициента полезного действия. Даны расчетные соотношения для расчета тока холостого хода и пускового тока включения. На основании расчетов составлены таблицы основных параметров оптимальных трансформаторов. Приведены программы расчета.

Примененные в книге подходы и выводы могут быть распространены и на трансформаторы с магнитопроводами не тороидальной конструкции.

Книга предназначена для специалистов в области расчета и производства трансформаторов, преподавателей и студентов вузов.

ББК 31.261.8

*Адрес издательства в Интернет WWW.TECHBOOK.RU*

*Производственное издание*

**Котенёв Сергей Васильевич  
Евсеев Андрей Николаевич**

**Расчет и оптимизация тороидальных трансформаторов**

Редактор *И.Н. Сулова*  
Компьютерная верстка *И.Н. Суловой*  
Обложка художника *В.Г. Ситникова*

Подписано в печать 17.03.2011

Печать офсетная. Формат 60×90/16. Уч.-изд. л. 18. Тираж 1000 экз.

Заказ 1061.

Отпечатано ООО ПФ «Полиграфист», 160001, Вологда, Челюскинцев, 3,  
тел. (8172) 72-61-75, E-mail: forma@pfpoligrafist.com

ISBN 978-5-9912-0186-5

© С.В. Котенёв, А.Н. Евсеев, 2011  
© Оформление издательства  
«Горячая линия – Телеком», 2011

## Предисловие

Расчету трансформаторов посвящено множество книг. Однако в настоящее время не существует единой теории, которая бы позволяла математически точно и однозначно рассчитывать параметры трансформатора на основании заданных условий. Существующие подходы к расчету трансформаторов основаны на использовании большого количества формул, в которые входят многочисленные *эмпирические коэффициенты*. Для упрощения расчетов составлены таблицы, в которые сведены основные требуемые параметры. Однако для получения желаемого результата (т. е. трансформатора с заданными параметрами) расчет приходится производить многократно, в итерационном режиме, постепенно приближаясь к требуемым параметрам. В таком итерационном процессе может оказаться, что выбранные основные конструктивные параметры (например, размеры магнитопровода) не позволяют решить задачу, и все расчеты приходится повторять заново. При этом весьма затруднительно оценить оптимальность рассчитанного таким образом трансформатора.

Следует заметить, что трансформатор, несмотря на свою кажущуюся простоту (магнитопровод и две обмотки) представляет собой достаточно сложную для математического описания электродинамическую систему. Отсутствие адекватных математических моделей в течение более ста лет, прошедших с момента изобретения трансформатора в 1876 году русским ученым П.Н. Яблочковым, не позволяло автоматизировать процесс расчета этого изделия и, как следствие, – производить оптимизацию трансформатора по каким-либо критериям.

Созданная авторами математическая модель теплового режима трансформаторов тороидального типа [1] заложила основу для создания математических моделей трансформаторов питания, оптимальных по заданным критериям – массе, стоимости материалов, коэффициенту полезного действия, напряжению короткого замыкания и др. На основе таких подходов рассчитываются и производятся трансформаторы на предприятии, где работают авторы – *Тульском заводе трансформаторов*. Сотни тысяч трансформаторов, выпу-

щенных за последние годы, подтверждают адекватность математических моделей и правильность расчетных алгоритмов.

В книге также рассмотрены некоторые другие вопросы, не нашедшие широкого освещения в соответствующей литературе. В частности, речь идет о расчете тока холостого хода трансформатора, а также пускового тока включения.

Практический результат данной работы состоит в получении удобного способа расчета трансформаторов питания и оптимизации их по заданным критериям. Количество задаваемых параметров при этом является минимально необходимым, число эмпирических коэффициентов сведено к минимуму. Для расчетов использовано стандартное программное обеспечение.

Авторы намеренно не освещают в книге азы теории работы трансформатора, поскольку считают читателей имеющими начальные знания по данному вопросу. При необходимости читатели могут воспользоваться соответствующими книгами, в том числе и из списка литературы, приведенного в конце книги.

Авторы с благодарностью примут пожелания и замечания по содержанию книги, которые можно направлять по адресу: 300004, Тула, а/я 953 или на электронный адрес *trans@tula.net*.



## Введение

Трансформаторы питания являются неотъемлемой частью большинства радиоэлектронных и электротехнических устройств. Параметры трансформатора существенно влияют на параметры устройства в целом: его массу, габариты, экономичность, температурный режим. Тенденция снижения массогабаритных характеристик подавляющего большинства изделий радиоэлектронной техники мало коснулась трансформаторов питания, которые продолжают оставаться одним из наиболее крупных и массивных элементов устройств. Это связано с применением меди и трансформаторной стали – материалов, обладающих весьма высоким удельным весом. Иногда обмотки трансформаторов выполняются алюминиевыми проводами (удельный вес алюминия в три раза меньше, чем у меди). Однако более высокое удельное сопротивление алюминия, большая текучесть и меньшая механическая прочность в сравнении с медью сделали медь наиболее широко распространенным материалом, применяемым в производстве трансформаторов малой мощности. Свойства трансформаторной стали, влияющие на массогабаритные параметры трансформаторов, хотя и медленно, но улучшаются. Так, за последние 40–50 лет рабочая индукция электротехнических сталей увеличилась примерно в полтора раза. Что касается меди, то ее удельное сопротивление изменено быть не может.

Определенным выходом из сложившейся ситуации (в смысле миниатюризации питающих узлов аппаратуры) является применение высокочастотных блоков питания. При этом трансформатор работает на высокой частоте (десятки или сотни килогерц), а потому его размеры и масса в расчете на единицу трансформируемой мощности в десятки и даже сотни раз ниже аналогичных параметров классических трансформаторов. Часто такие устройства называют электронными трансформаторами. По мере появления новых полупроводниковых ключей и микросхемных контроллеров для управления ими медленно, но верно идет процесс сокращения областей применения классических трансформаторов. Однако надежность последних пока превосходит надежность электронных трансформаторов. Классиче-

ские трансформаторы имеют и другие преимущества по сравнению с *электронными трансформаторами*, а именно: более широкий диапазон рабочих температур, в ряде случаев более низкую стоимость, более высокий коэффициент полезного действия, более высокую устойчивость к воздействию механических нагрузок. Поэтому в течение ближайших лет классические трансформаторы будут применяться в различных устройствах.

Задача расчета трансформатора питания в общем случае состоит в определении его конструктивных характеристик (размеров магнитопровода, чисел витков обмоток и сечений обмоточных проводов) для обеспечения желаемых напряжений на вторичных обмотках при заданных мощности и входном напряжении. При этом должны учитываться определенные ограничения – в большинстве случаев это температура перегрева обмоток, иногда (для трансформаторов мощностью до 100 ВА) – напряжение короткого замыкания. Иногда необходимо изготовить трансформатор, имеющий наибольший коэффициент полезного действия. В литературе последних лет (а ее выпускается крайне мало) не появилось никаких новых методов расчета трансформаторов, и колоссальные возможности современных вычислительных средств остаются практически неиспользуемыми применительно к расчету трансформаторов питания. Основные уравнения трансформаторов, связывающие электрические и геометрические параметры, носят частный и эмпирический характер, поэтому их нельзя использовать для оптимизации трансформаторов питания по выбранным критериям. Некоторые вопросы в литературе практически не рассматривались. Как это ни покажется парадоксальным, ни в одном из известных авторам литературных источников не рассматривается проблема вычисления тока холостого хода трансформатора – одного из важнейших его параметров! Практически нет сведений о расчете пускового тока включения трансформатора, хотя этот параметр имеет важное практическое значение. В книге эти вопросы рассмотрены.

Все теоретические выкладки и расчеты проведены для *трансформаторов питания* малой мощности (до 7 кВА), выполненных на *тороидальных магнитопроводах* и рассчитанных на работу от питающего напряжения частотой 50 Гц. Однако полученные результаты вполне могут быть использованы для трансформаторов с магнитопроводами иных типов – для этого должны быть внесены измене-

ния в построение математической модели. При расчете трансформаторов на другие рабочие частоты необходимо будет внести изменения в некоторые расчетные коэффициенты и параметры, учитывающие поверхностный эффект в обмоточных проводах и зависимость величины потерь в стали от частоты. При расчете трансформаторов большей мощности никаких изменений в методику расчета вносить не нужно.

При составлении математической модели теплового режима трансформатора были сделаны некоторые допущения, идеализирующие трансформатор как объект исследования. Такая *идеализация* всегда неизбежна при всяком теоретическом исследовании реального физического объекта (системы). Описывая систему, нужно учесть основные решающие факторы, определяющие именно те черты поведения системы, которые представляют интерес при решении конкретной задачи. В то же время не следует стремиться абсолютно точно учесть все без исключения свойства объекта – это просто неосуществимо. Однако если бы и удалось это сделать, то задача получилась бы столь сложной, что решение ее было бы сильно затруднено, либо вовсе невозможно. Таким образом, возникает вопрос: до какой степени можно идти в смысле идеализации свойств объекта исследования, чтобы в итоге получить удовлетворительные результаты? Ответ на этот вопрос может дать только опыт. Сопоставляя опытные данные с теоретическими, можно судить, насколько допустима принятая идеализация.

Резюмируя изложенное по поводу составления математической модели, можно сделать такой вывод: *модель должна быть как можно более простой, а теоретический результат должен быть возможно более близким к опытным данным.* То есть должна быть разумная достаточность в идеализации свойств объекта. По мнению авторов, составленная модель теплового режима трансформатора и разработанная на ее основе математическая модель трансформатора в целом (учитывающая, помимо тепловых, еще и геометрические и электрические параметры) удовлетворяет изложенным выше принципам и дает результаты, с удовлетворительной для целей серийного производства точностью совпадающие с опытными данными.

## Глава 1

### ТРАНСФОРМАТОР. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА. УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Как известно, электрическим *трансформатором* называется статическое устройство, преобразующее переменный ток одного напряжения в переменный ток другого напряжения (при неизменной частоте) посредством *электромагнитной индукции*. Трансформатор состоит из двух или нескольких изолированных *обмоток*, размещенных на *магнитопроводе* (часто его также называют сердечником) из материала с высокой *магнитной проницаемостью*, при этом *магнитный поток* охватывает все обмотки. Приоритет в изобретении трансформатора принадлежит русскому ученому-электротехнику П.Н. Яблочкову (1847–1894).

В этой книге будут рассмотрены трансформаторы, выполненные на магнитопроводе *тороидального* типа и имеющие две обмотки: *первичную и вторичную*. Подходы, примененные в книге к расчету тороидальных трансформаторов, в принципе могут быть применены и к расчету трансформаторов с другими типами магнитопроводов.

При подключении первичной обмотки трансформатора к источнику питающего напряжения через ее витки протекает переменный ток, который создает в магнитопроводе трансформатора переменный *магнитный поток*. Этот магнитный поток пронизывает витки вторичной обмотки, при этом, в соответствии с законом электромагнитной индукции М.Фарадея, в витках вторичной обмотки наводится *электродвижущая сила (ЭДС)*. Ток, протекающий через первичную обмотку при ненагруженной вторичной обмотке, называют *током холостого хода*  $i_{xx}$ . Если к вторичной обмотке подключить нагрузку, то в цепи потечет ток  $i_2$ . При этом в первичной обмотке появится ток нагрузки, который вместе с током холостого хода образует ток первичной обмотки  $i_1$ . Важно отметить, что магнитный поток в магнитопроводе при подключении нагрузки не изменится, поскольку токи нагрузки и соответствующие им магнитные потоки в первичной и вторичной обмотках всегда будут компенсироваться.

Ток холостого хода состоит из *активной* и *реактивной* составляющих. Активная составляющая  $i_{axx}$  – это часть тока, вызванная по-

терями в стали за счет *гистерезиса* и потерями из-за *вихревых токов*. Мощность активных потерь затрачивается на *нагрев магнитопровода* и обозначается  $P_C$ . Активные потери в магнитопроводе для данной частоты целиком и полностью зависят от свойств *электротехнической стали* и указываются в технических характеристиках (сертификатах) стали в виде удельных потерь  $P_0$ . Реактивная составляющая тока холостого хода  $i_{рхх}$  – это часть тока, создающая намагничивающий поток и не производящая работы. Этот ток, вызванный индуктивными свойствами трансформатора, определяется приложенным напряжением  $u_1$ , магнитной проницаемостью материала магнитопровода  $\mu$ , геометрическими размерами магнитопровода и числом витков  $W_1$ .

Ток холостого хода создает падение напряжения на омическом сопротивлении провода первичной обмотки, что приводит к потере мощности на *нагрев провода*. Однако, как показывают расчеты, для тороидальных трансформаторов эти потери в сотни раз меньше, чем потери в стали магнитопровода.

Какими же факторами определяется мощность, которая может быть передана через трансформатор?

Ток нагрузки, протекающий через обмотки, приводит к нагреву их выделяющимся теплом в соответствии с *законом Джоуля – Ленца*. Мощность такого тепловыделения пропорциональна значению *омического сопротивления* обмотки и квадрату протекающего через обмотку тока. В результате в процессе работы происходит увеличение температуры трансформатора. Эта температура по условиям эксплуатации не должна превышать значения, определяемое свойствами материалов трансформатора – *обмоточного провода*, изолирующих материалов и др. Представим гипотетически, что обмотки трансформатора выполнены проводом с нулевым сопротивлением. Тогда источником тепловыделения являлся бы только магнитопровод, а обмотки можно было бы выполнить сколь угодно тонким проводом. Такой трансформатор мог бы передавать сколь угодно большую мощность, имея малые габариты и массу. Однако в действительности провод обмоток имеет отличное от нуля сопротивление, и выделяющееся на проводе тепло является главным фактором, определяющим конструктивные и электрические параметры трансформатора. Поскольку допустимый ток обмоток трансформатора

определяется сечением проводов, которые должны быть размещены на магнитопроводе, мощность трансформатора определяется габаритами магнитопровода и трансформатора в целом; ее называют *габаритной мощностью* трансформатора  $P_T$ .

Теперь можно сформулировать *задачу расчета трансформатора*. Исходными данными для расчета являются следующие:

- 1) *габаритная мощность* трансформатора  $P_T$ ;
- 2) *номинальные напряжения* первичной и вторичной обмоток  $u_1$  и  $u_2$  (подразумеваются *действующие значения* напряжений, причем  $u_2$  – при полной нагрузке);
- 3) *частота* питающей сети  $f$ ;
- 4) допустимая *температура перегрева*  $T$  (т. е. разница между температурой трансформатора в *установившемся режиме*  $T_y$  и температурой окружающей среды  $T_0$ ).

В процессе расчета вычисляются следующие параметры:

- 1) размеры тороидального магнитопровода – его наружный диаметр  $D_2$ , диаметр окна  $D_1$  и высота  $h$ ;
- 2) числа витков обмоток  $W_1, W_2$ ;
- 3) диаметры провода первичной и вторичной обмоток  $d_1, d_2$ ;
- 4) токи первичной и вторичной обмоток  $i_1, i_2$ ;
- 5) плотность тока в обмотках  $j_1, j_2$ ;
- 6) ток холостого хода  $i_{xx}$ ;
- 7) напряжение короткого замыкания  $u_k$ ;
- 8) масса медного провода  $m_M$ ;
- 9) масса стали магнитопровода  $m_C$ ;
- 10) напряжение вторичной обмотки на холостом ходу  $u_{2xx}$ ;
- 11) стоимость основных материалов (меди и стали) трансформатора.

Исходным расчетным данным в общем случае соответствует бесчисленное множество решений. Так, трансформатор заданной мощности может быть выполнен на магнитопроводе большого диаметра и малой высоты («блин») либо на магнитопроводе малого диаметра и большой высоты («колодец»). При этом электрические и массогабаритные параметры таких трансформаторов будут отли-

чаться, а решение по выбору конкретного варианта должен будет принимать конструктор. Это весьма неудобно. Но именно таким образом производится расчет трансформаторов в настоящее время. Для упрощения расчетов составлены таблицы, в которых указаны рекомендуемые размеры магнитопроводов, плотностей тока и прочих параметров. Расчеты по таким методикам являются громоздкими, недостаточно точными, содержат большое количество *эмпирических величин* и не позволяют определить всю совокупность параметров трансформатора, приведенную выше. Более того, такая методика расчета не позволяет судить об оптимальности трансформатора в том или ином смысле.

Для того чтобы исходным данным соответствовало единственное решение, конструктор должен задать дополнительные параметры, связанные с соотношением размеров магнитопровода, а также с *технологическими возможностями* катушки. Соотношение ширины и высоты *керна* магнитопровода наиболее удобно задавать *коэффициентом формы керна* магнитопровода  $k = \frac{D_2 - D_1}{2h}$ . Техноло-

гические возможности катушки обычно характеризуют *коэффициентом заполнения* окна магнитопровода  $k_3$ , определяемого как отношение площади окна, заполненной обмоточным проводом, к общей площади окна [2, с. 65]. Однако, на наш взгляд, более удобно руководствоваться диаметром окна трансформатора после катушки, или *технологическим окном*,  $D_0$  – именно этот параметр определяется возможностями *намоточного оборудования*, поскольку непосредственно определяется размером шпули провода и связанных с ней вспомогательных элементов (ведущая шестерня, бегунок для съема провода и др.).

Поскольку основным фактором, определяющим габаритную мощность трансформатора, является его температура перегрева, в основу построения математической модели положен тепловой расчет трансформатора. Ему посвящена третья глава книги.

Таким образом, исходными данными для расчета являются следующие параметры:  $P_{\Gamma}, u_1, u_2, f, T, k, D_0$ .

Для удобства восприятия формул ниже приведен перечень условных обозначений электрических, конструктивных и прочих параметров, используемых при расчете трансформаторов. Необходи-

мые пояснения физического смысла параметров будут даваться в тексте по мере их упоминания и использования.

### Условные обозначения электрических, конструктивных и прочих параметров трансформаторов

$P_T$  – габаритная мощность трансформатора, ВА

$P_C$  – мощность потерь в стали магнитопровода, Вт

$P_0$  – удельная мощность потерь в стали магнитопровода, Вт/кг

$P_M$  – мощность потерь в меди проводов обмоток, Вт/кг

$P_{M0}$  – мощность потерь в меди проводов обмоток при максимальном КПД, Вт

$P_{C0}$  – мощность потерь в стали магнитопровода при максимальном КПД, Вт

$P_{Ck}$  – мощность потерь в стали магнитопровода в опыте короткого замыкания (КЗ), Вт

$P_{Ck0}$  – мощность потерь в стали магнитопровода при КЗ вторичной обмотки и номинальном напряжении сети, Вт

$P$  – мощность в нагрузке (полезная), Вт

$\eta$  – коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора (безразм.)

$\eta_T$  – КПД при установившейся температуре перегрева (безразм.)

$u_1$  – напряжение на первичной обмотке, В

$u_2$  – напряжение на вторичной обмотке при номинальной нагрузке, В

$u_{2xx}$  – напряжение на вторичной обмотке на холостом ходу, В

$u_{2xxT}$  – напряжение холостого хода на вторичной обмотке при установившейся температуре перегрева, В

$u_k$  – напряжение КЗ, В

$\Delta u_1, \Delta u_2$  – падения напряжения на активных сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$ , В

$E_1$  – ЭДС первичной обмотки, В

$E_{1xx}$  – ЭДС первичной обмотки на холостом ходу, В

$E_{1k0}$  – ЭДС первичной обмотки при КЗ и номинальном напряжении сети, В



$E_{2k0}$  – ЭДС вторичной обмотки трансформатора при КЗ и номинальном напряжении сети, В

$E_2$  – ЭДС вторичной обмотки, В

$E_{2xx}$  – ЭДС вторичной обмотки трансформатора на холостом ходу, В

$E_{1k}$  – ЭДС самоиндукции первичной обмотки в опыте КЗ, В

$E_{\sigma 1}$  – ЭДС рассеяния первичной обмотки трансформатора, В

$E_{\sigma 2}$  – ЭДС рассеяния вторичной обмотки трансформатора, В

$\alpha$  – коэффициент теплообмена трансформатора с окружающей средой, Вт/(м<sup>2</sup>·К\*)

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала трансформатора, Вт/(м·К)

$c$  – удельная теплоемкость материала трансформатора, Дж/(кг·К)

$f$  – частота питающей сети, Гц

$\omega$  – угловая частота питающей сети, 1/с

$\Phi$  – магнитный поток, Вб

$W_1, W_2$  – числа витков первичной и вторичной обмоток (безразм.)

$W_0$  – число витков обмоток на 1 вольт (безразм.)

$\delta$  – угол потерь, рад или град

$\varphi_1$  – угол между вектором тока и напряжения первичной обмотки трансформатора, рад или град

$\psi_1$  – угол между векторами  $u_1$  и  $E_1$ , рад или град

$\psi_{1xx}$  – угол между векторами  $u_1$  и  $E_1$  на холостом ходу, рад или град

$\varepsilon$  – коэффициент отношения плотностей тока, коэффициент перераспределения токов (безразм.)

$k_C$  – коэффициент заполнения сталью (безразм.)

$k_3$  – коэффициент заполнения окна магнитопровода (безразм.)

$k$  – коэффициент формы зерна магнитопровода (безразм.)

$n$  – коэффициент трансформации (безразм.)

$d_1, d_2$  – диаметры проводов первичной и вторичной обмоток, мм

$S_1, S_2$  – площади сечения провода первичной и вторичной обмоток, мм<sup>2</sup>

$S_C$  – площадь сечения магнитопровода по стали, м<sup>2</sup>

---

\* К – градус Кельвина.

- $S_k$  – площадь керна, м<sup>2</sup>  
 $S_0$  – площадь окна магнитопровода, м<sup>2</sup>  
 $S_T$  – площадь окна (технологического окна) трансформатора, м<sup>2</sup>  
 $Q$  – часть площади окна, занятая обмотками трансформатора, м<sup>2</sup>  
 $l$  – длина средней магнитной линии магнитопровода, м  
 $l_0$  – длина единичного витка обмотки трансформатора, м  
 $l_1$  – длина провода первичной обмотки трансформатора, м  
 $l_2$  – длина провода вторичной обмотки трансформатора, м  
 $a, b$  – коэффициенты, характеризующие увеличение длины витка при намотке второго и последующих слоев обмоток (безразм.)  
 $D_1$  – диаметр окна магнитопровода, мм  
 $D_2$  – диаметр магнитопровода наружный, мм  
 $D_0$  – диаметр окна (технологического окна) трансформатора после намотки, мм  
 $h$  – высота магнитопровода, мм  
 $F$  – площадь поверхности магнитопровода, м<sup>2</sup>  
 $V$  – объем магнитопровода, м<sup>3</sup>  
 $i_1, i_2$  – полные токи первичной и вторичной обмоток, А  
 $i_{1a}$  – активная составляющая тока первичной обмотки, А  
 $i_{1p}$  – реактивная составляющая тока первичной обмотки, А  
 $i_{2H}$  – номинальный ток нагрузки, А  
 $i_{2k0}$  – ток во вторичной обмотке трансформатора при КЗ и номинальном напряжении сети, А  
 $i_{xx}$  – полный ток холостого хода, А  
 $i_{0xx}$  – ток холостого хода ненагруженного трансформатора, А  
 $i_{axx}$  – активная составляющая тока холостого хода, А  
 $i_{paxx}$  – реактивная составляющая тока холостого хода, А  
 $j_1, j_2$  – плотности тока в обмотках, А/мм<sup>2</sup>  
 $t$  – текущее время, с  
 $\rho_M$  – удельное электрическое сопротивление меди, Ом·мм<sup>2</sup>/м  
 $\chi$  – температурный коэффициент сопротивления меди, 1/К  
 $m_M$  – масса медного провода, кг

- $m_c$  – масса стали магнитопровода, кг  
 $M$  – масса меди и стали трансформатора, кг  
 $\rho_c$  – плотность трансформаторной стали, кг/м<sup>3</sup>  
 $\rho_M$  – плотность меди, кг/м<sup>3</sup>  
 $L_p$  – индуктивность рассеяния, Гн  
 $L_1$  – индуктивность первичной обмотки трансформатора, Гн  
 $C_1, C_2$  – весовые коэффициенты (безразм.)  
 $r_1, r_2$  – омические сопротивления первичной и вторичной обмоток в холодном состоянии, Ом  
 $r_0$  – приведенное сопротивление обмоток в холодном состоянии, Ом  
 $r_H$  – номинальное сопротивление нагрузки, Ом  
 $r_{H0}$  – оптимальное сопротивление нагрузки, соответствующее максимальному КПД, Ом  
 $R_1, R_2$  – омические сопротивления первичной и вторичной обмоток в горячем состоянии, Ом  
 $R_0$  – приведенное сопротивление обмоток в горячем состоянии, Ом  
 $\cos \varphi_1$  – коэффициент мощности (безразм.)  
 $\mu$  – магнитная проницаемость трансформаторной стали (безразм.)  
 $\mu_0$  – начальная магнитная проницаемость, или магнитная постоянная, равна  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м  
 $B_0$  – базовая (рабочая) магнитная индукция в магнитопроводе, Тл  
 $B$  – текущая магнитная индукция в магнитопроводе, Тл  
 $H$  – напряженность магнитного поля в магнитопроводе, А/м  
 $\psi$  – потокосцепление обмоток, Вб  
 $\Theta$  – температура трансформатора (для обозначений в гл. 4), град  
 $T_0$  – температура окружающей среды, град  
 $T$  – температура трансформатора (для обозначений в гл. 3) и температура перегрева трансформатора (для обозначений в гл. 4) град  
(авторы решили допустить такую двойственность в обозначении температуры, чтобы не вводить дополнительных обозначений взамен общепринятого символа температуры)

## Глава 2

# РАСЧЕТ ТОКА ХОЛОСТОГО ХОДА ТРАНСФОРМАТОРА

*Ток холостого хода* трансформатора является важным параметром, который не только характеризует электрические свойства трансформатора и его экономичность, но и позволяет судить об исправности трансформатора. Именно этот параметр контролируется при проверке серийно выпускаемых изделий. В литературе содержатся весьма скудные и отрывочные сведения о расчете тока холостого хода, поэтому попытаемся восполнить этот пробел и рассмотрим круг вопросов, связанных с расчетом этого параметра. Поскольку ток холостого хода самым непосредственным образом связан со свойствами материала магнитопровода трансформатора, сначала приведем краткую информацию о свойствах электротехнических сталей.

### 2.1. Электротехнические стали и их основные параметры

Магнитопроводы современных трансформаторов питания изготавливаются из специальных *электротехнических сталей*, обладающих высокой *магнитной проницаемостью*. Для магнитопроводов трансформаторов тороидального типа используется *анизотропная* сталь, у которой магнитные свойства неодинаковы в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Наилучшие магнитные свойства обеспечиваются при совпадении вектора магнитного потока с *направлением проката* стальной ленты. Для снятия механических напряжений, возникающих в стали при ее механической обработке в процессе изготовления магнитопроводов, прибегают к их нагреву до определенной температуры (так называемому *отжигу*). Для исключения замыкания витков при намотке тороидальных магнитопроводов на поверхность *стальной полосы* с обеих сторон наносится *электроизоляционное термостойкое покрытие* толщиной в несколько микрометров. Электротехнические стали выпускаются в виде листов и в виде ленты, намотанной в рулоны.

Т а б л и ц а 2.1. Основные магнитные свойства анизотропных трансформаторных сталей

Толщина, мм	Марка стали	Удельные магнитные потери, Вт/кг, не более			Магнитная индукция, Тл, не менее, при на- пряженности постоян- ного магнитного поля, А/м	
		$P_{1,0/50}$	$P_{1,5/50}$	$P_{1,7/50}$	100	2500
0,80	3311	4,0	—	—	—	1,75
0,70	3311	3,8	—	—	—	1,75
0,50	3411	—	2,45	—	—	1,75
	3412	—	2,00	—	—	1,80
	3413	—	1,75	—	—	1,85
	3414	—	1,50	—	—	1,88
0,35	3411	—	1,75	—	—	1,75
	3412	—	1,50	—	—	1,80
	3413	—	1,30	—	—	1,85
	3404	—	—	1,60	1,60	—
	3405	—	—	1,50	1,61	—
	3406	—	—	1,43	1,62	—
	3407	—	—	1,36	1,68 1,72	—
	3408	—	—	1,30	1,71 1,74	—
	3409	—	—	1,24	1,72 1,74	—
0,30	3412	—	1,30	—	—	1,80
	3413	—	1,19	—	—	1,85
	3404	—	—	1,50	1,60	—
	3405	—	—	1,40	1,61	—
	3406	—	—	1,33	1,62	—
	3407	—	—	1,26	1,68 1,72	—
	3408	—	—	1,20	1,71 1,74	—
	3409	—	—	1,14	1,72 1,74	—
0,27	3413	—	1,15	—	—	1,85
	3405	—	—	1,38	1,61	—
	3406	—	—	1,27	1,62	—
	3407	—	—	1,20	1,68 1,72	—
	3408	—	—	1,14	1,71 1,74	—
	3409	—	—	1,08	1,72 1,74	—

Обозначение *марки стали* состоит из четырех цифр, характеризующих основные свойства стали. Первая цифра характеризует структурное состояние и вид прокатки: 1 – горячекатаная *изотропная*; 2 – холоднокатаная изотропная; 3 – холоднокатаная анизотропная с ребровой структурой. Вторая цифра указывает на содержание кремния: 0 – отсутствие кремния, 1 – до 0,8 % кремния, 2 – до 1,8 %, 3 – до 2,8 %; 4 – до 3,8 %; 5 – до 4,8 % кремния. Третья цифра – это группа по основной нормируемой характеристике: 0 – удельные потери при магнитной индукции 1,7 Тл и частоте 50 Гц; 1 – удельные потери при 1,5 Тл и 50 Гц; 2 – удельные потери при 1,0 Тл и 400 Гц; 6 – магнитная индукция при напряженности поля 0,4 А/м; 7 – магнитная индукция при 10 А/м. Четвертая цифра – порядковый номер типа стали: чем больше эта цифра, тем ниже удельные потери (если нормируемая характеристика – удельные потери).

Для тороидальных трансформаторов питания чаще всего используют сталь марок 3404–3409, 3411–3414 толщиной 0,27, 0,30, 0,35 и 0,5 мм, выпускаемую в рулонах. Удельный вес такой стали составляет 7650...7750 кг/м<sup>3</sup>.

Основные параметры электротехнических сталей устанавливаются государственными стандартами [3]. При расчете трансформаторов питания наиболее важными электрическими параметрами являются следующие: магнитная индукция (*Тл*), *напряженность магнитного поля (А/м)*, *удельные потери (Вт/кг)*, *коэффициент заполнения*. В табл. 2.1, взятой из ГОСТ [3], приведены значения указанных параметров для *анизотропных сталей*.

## 2.2. Коэффициент заполнения магнитопровода сталью

Коэффициент заполнения сталью (обозначим его  $k_c$ ) характеризует степень заполнения магнитопровода сталью и равен, в соответствии с ГОСТом [3], отношению фактической массы трансформаторной стали в определенном объеме к расчетной массе в данном объеме. Данный коэффициент всегда меньше 1, поскольку трансформаторная сталь имеет электроизоляционное покрытие определенной толщины. Значение коэффициента заполнения указывается в ГОСТе и для стали толщиной 0,27...0,5 мм находится в пределах 0,95...0,97. Для *тороидальных* магнитопроводов коэффициент  $k_c$

в данной книге принят равным 0,96. При этом предполагается, что намотка осуществляется плотно, и *воздушные зазоры* между витками отсутствуют.

Коэффициент заполнения требуется учитывать при вычислении не только объема и массы, но и площади поперечного сечения магнитопровода трансформатора. Поперечное сечение магнитопровода, которое пересекает магнитный поток, часто также называют *кernом*. Необходимо выяснить, каким образом следует учитывать  $k_c$  для вычисления площади керна.

Введем следующие обозначения:  $R_1$  – радиус окна магнитопровода;  $R_2$  – внешний радиус магнитопровода;  $h$  – высота магнитопровода;  $a$  – толщина стальной ленты;  $b$  – толщина стальной ленты с учетом толщины покрытия (рис. 2.1).

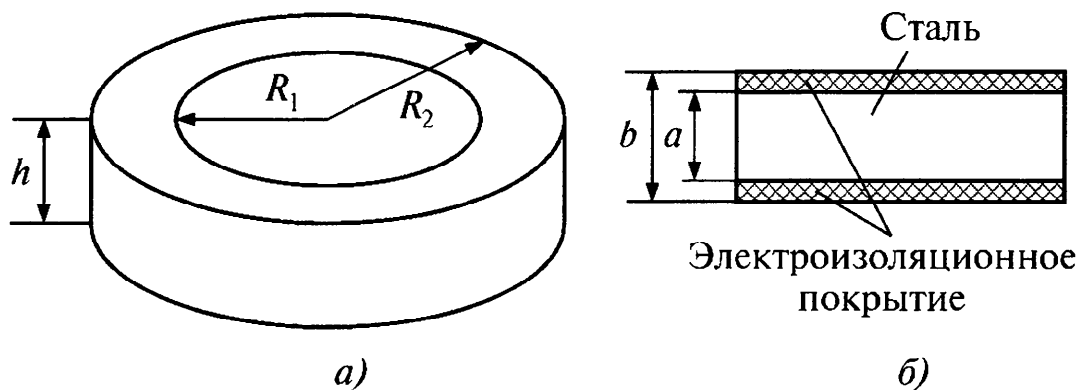


Рис. 2.1. Тороидальный магнитопровод (а) и стальная полоса (б), из которой изготовлен магнитопровод

Показанный на рисунке магнитопровод часто называют *тороидом*.

Найдем геометрическую *площадь керна* магнитопровода (под площадью керна здесь и далее будем понимать произведение толщины навивки на ширину стальной ленты):

$$S_k = (R_2 - R_1)h. \quad (2.1)$$

Число *витков*, необходимых для *намотки* магнитопровода заданного размера, определяется очевидной формулой:

$$n = \frac{R_2 - R_1}{b}, \quad (2.2)$$

тогда

$$S_k = nbh. \quad (2.3)$$

Площадь собственно стали в керне (т. е. без учета толщины покрытия):

$$S_C = nah. \quad (2.4)$$

Коэффициент заполнения керна сталью определится формулой:

$$k_k = \frac{S_C}{S_k} = \frac{nah}{nbh} = \frac{a}{b}. \quad (2.5)$$

Теперь найдем коэффициент объемного заполнения магнитопровода сталью  $k_C$ , понимаемый как отношение объема собственно стали  $V_C$  к геометрическому объему магнитопровода  $V_\Gamma$ . Геометрический объем магнитопровода можно найти по формуле:

$$V_\Gamma = \pi(R_2^2 - R_1^2)h. \quad (2.6)$$

Объем собственно стали в магнитопроводе найдем по формуле

$$V_C = lah, \quad (2.7)$$

где  $l$  – длина стальной ленты, израсходованной для изготовления магнитопровода.

Очевидно, что длина ленты может быть найдена как отношение площади навивки (торцевой поверхности тороида) к полной толщине ленты:

$$l = \frac{\pi(R_2^2 - R_1^2)}{b}. \quad (2.8)$$

Подставив (2.8) в (2.7), получим:

$$V_C = \frac{\pi(R_2^2 - R_1^2)ah}{b}. \quad (2.9)$$

Используя выражения (2.6) и (2.9), коэффициент объемного заполнения запишем в виде:

$$k_C = \frac{V_C}{V_\Gamma} = \frac{\frac{\pi(R_2^2 - R_1^2)ah}{b}}{\pi(R_2^2 - R_1^2)h} = \frac{a}{b}. \quad (2.10)$$



Таким образом,  $k_c = k_k = \frac{a}{b}$ , т. е. коэффициент заполнения сечения керна сталью и коэффициент объемного заполнения есть один и тот же коэффициент.

### 2.3. Расчет тока холостого хода

Ток холостого хода  $i_{xx}$  состоит из активной и реактивной составляющих.

Активная составляющая  $i_{axx}$  — это часть тока, вызванная потерями в стали из-за гистерезиса и потерями из-за вихревых токов. Мощность активных потерь затрачивается на нагрев магнитопровода и трансформатора в целом и обозначается  $P_c$ . Активные потери в магнитопроводе для данной частоты и магнитной индукции определяются свойствами электротехнической стали и указываются в технических характеристиках (сертификатах) стали в виде удельных потерь  $P_0$ .

Реактивная составляющая тока холостого хода  $i_{pxx}$  — это часть тока, создающая намагничивающий поток и не производящая работы. Этот ток, вызванный индуктивными свойствами трансформатора, определяется приложенным к обмотке напряжением и ее индуктивным сопротивлением.

С учетом вышеизложенного, схема замещения трансформатора для расчета тока холостого хода может быть представлена в следующем виде (рис. 2.2).

На схеме:  $r_1$  — активное сопротивление первичной обмотки трансформатора, Ом;  $r_c$  — эквивалентное сопротивление потерь в стали, Ом;  $L_1$  — индуктивность первичной обмотки трансформатора, Гн;  $u_1$  — напряжение, приложенное к первичной обмотке, действующее значение, В.

Поскольку токи  $i_{axx}$  и  $i_{pxx}$  сдвинуты по фазе на  $90^\circ$  (в силу свойства индуктивности), можно записать выражение для действующего значения тока холостого хода трансформатора:

$$i_{xx} = \sqrt{i_{axx}^2 + i_{pxx}^2} . \quad (2.11)$$

Активное сопротивление первичной обмотки  $r_1$  определяется расчетным путем либо непосредственным измерением. Как будет показано ниже (§ 2.6), значение  $r_1$  на 3–4 порядка ниже, чем  $r_c$  и  $\omega L_1$ , и при вычислениях  $i_{xx}$  величиной  $r_1$  можно пренебречь. Это упростит вычисление значений  $i_{axx}$  и  $i_{pxx}$ .

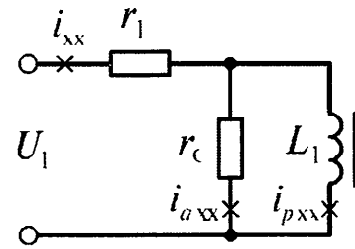


Рис. 2.2. Схема замещения трансформатора для расчета тока холостого хода

Вычислим действующие значения активной и реактивной составляющих тока холостого хода  $i_{axx}$  и  $i_{pxx}$ .

Очевидно, что с учетом принятого допущения

$$i_{axx} = \frac{P_c}{E_1}, \quad (2.12)$$

где  $E_1$  – ЭДС обмотки трансформатора (т. е. напряжение на параллельно соединенных сопротивлении  $r_c$  и индуктивности  $L_1$ ).

Поскольку

$$P_c = m_c P_0, \quad (2.13)$$

формула (2.12) переписется в виде:

$$i_{axx} = \frac{m_c P_0}{E_1}, \quad (2.14)$$

где  $P_0$  – удельная мощность потерь в стали магнитопровода, Вт/кг;  $m_c$  – масса стали, из которой изготовлен магнитопровод, кг.

Масса магнитопровода вычисляется исходя из его объема:

$$m_c = \rho_c k_c V, \quad (2.15)$$

а объем, в свою очередь, находится через размеры магнитопровода: диаметр окна  $D_1$ , наружный диаметр  $D_2$ , высоту  $h$ . С учетом этого масса магнитопровода может быть вычислена по формуле:

$$m_c = \frac{\pi}{4} k_c \rho_c (D_2^2 - D_1^2) h, \quad (2.16)$$

где  $\rho_c$  – плотность стали.

Теперь перейдем к вычислению реактивной составляющей тока холостого хода.

Реактивная составляющая тока холостого хода  $i_{рхх}$  – не что иное, как *намагничивающий ток* трансформатора, который необходим для создания расчетного магнитного потока и требуемой магнитной индукции. Этот ток определяется по *закону полного тока*:

$$i_{рхх} = \frac{Hl}{W_1}, \quad (2.17)$$

где  $H$  – напряженность магнитного поля в магнитопроводе трансформатора;  $l$  – длина *средней магнитной линии* магнитопровода;  $W_1$  – число витков первичной обмотки трансформатора.

Значение  $H$  берется из *кривой намагничивания*  $B(H)$  для данного типа стали и соответствует выбранной *рабочей индукции*  $B$ . Типовая кривая намагничивания для указанных марок стали приведена на рис. 2.3.

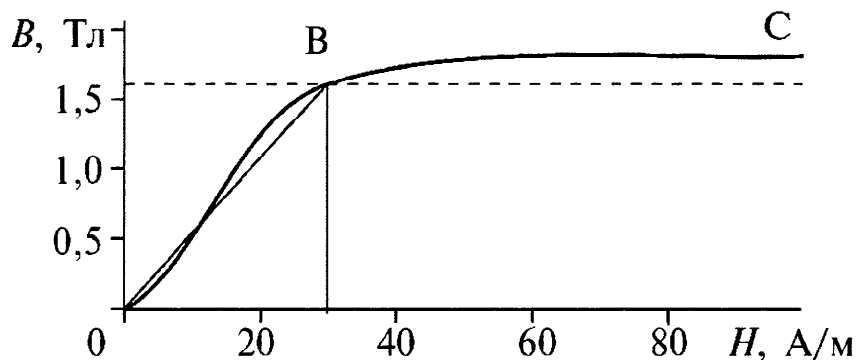


Рис. 2.3. Типовая кривая намагничивания трансформаторной стали

В ряде случаев более удобно вычислять  $i_{рхх}$  через индуктивность первичной обмотки трансформатора:

$$i_{рхх} = \frac{E_1}{\omega L_1}, \quad (2.18)$$

где  $\omega = 2\pi f$  — *угловая частота* питающей сети;  $f$  – *частота* тока питающей сети (в книге расчеты сделаны для  $f = 50$  Гц).

Значение индуктивности может быть определено по известной формуле для *торoidalной катушки* [4]:

$$L_1 = \mu_0 \mu \frac{S_C W_1^2}{l}, \quad (2.19)$$

где  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода;  $\mu_0$  – магнитная постоянная, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Подставляя (2.19) в (2.18), получим:

$$i_{pxx} = \frac{E_1 l}{2\pi f \mu_0 \mu S_C W_1^2}. \quad (2.20)$$

Полное значение тока холостого хода после подстановки (2.14) и (2.20) в (2.11) примет следующий вид:

$$i_{xx} = \sqrt{\left(\frac{m_C P_0}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{E_1 l}{2\pi f \mu_0 \mu S_C W_1^2}\right)^2}. \quad (2.21)$$

Длина средней магнитной линии магнитопровода вычисляется по формуле

$$l = \frac{\pi}{2}(D_1 + D_2), \quad (2.22)$$

а площадь стали керна магнитопровода  $S_C$  (т. е. произведение высоты на толщину навивки с учетом толщины изоляции) – по формуле

$$S_C = k_C \frac{D_2 - D_1}{2} h. \quad (2.23)$$

Следует заметить, что число витков первичной обмотки выбирается исходя из обеспечения наибольшей рабочей индукции (точка В на рис. 2.3) с учетом допустимых отклонений питающего (сетевого) напряжения. В соответствии с действующими стандартами отклонение сетевого напряжения не может превышать 10 % от своего номинального значения. С учетом того, что действующий ГОСТ для большинства марок трансформаторной стали, используемых при производстве трансформаторов питания малой мощности при частоте питающей сети 50 Гц, устанавливает наибольшее значение магнитной индукции 1,6...1,7 Тл, большинство производителей трансформаторов выбирает рабочую индукцию на уровне 1,5 Тл.

## 2.4. Угол потерь при холостом ходе трансформатора

Ток холостого хода трансформатора  $i_{xx}$  и его составляющие – активная  $i_{axx}$  и реактивная  $i_{pxx}$  – графически образуют прямоугольный треугольник токов, в котором гипотенузой является  $i_{xx}$ . Угол между катетом  $i_{pxx}$  и гипотенузой  $i_{xx}$  часто называют *углом потерь* [5, с. 185] и обозначают буквой  $\delta$ . Величина этого угла характеризует потери активной мощности в трансформаторе в режиме холостого хода, т. е. степень неидеальности трансформатора. Природа этих потерь была рассмотрена выше (§ 2.3). Для *идеального* трансформатора  $\delta = 0$ .

Для расчета величины угла потерь запишем очевидное тригонометрическое выражение:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{i_{axx}}{i_{pxx}}. \quad (2.24)$$

В выражение для реактивной составляющей тока входит число витков  $W_1$ , которое находится по известной формуле:

$$W_1 = \frac{E_1}{\sqrt{2\pi fBS_C}}. \quad (2.25)$$

Подставив в (2.24) выражения для значений токов из (2.14) и (2.20), осуществив тождественные преобразования с использованием выражений (2.16), (2.22), (2.23) и (2.25), получим выражение для *тангенса угла потерь*:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\mu_0 \mu_r \rho_C P_0}{\pi f B^2}. \quad (2.26)$$

Из полученного выражения видно, что соотношение активной и реактивной составляющих тока холостого хода не зависит от геометрических размеров магнитопровода, а для выбранной марки стали при неизменной частоте питающей сети (т. е.  $\mu, \rho_C, P_0, f$  заданы, а  $\mu_0, \pi$  – константы) величина  $\operatorname{tg} \delta$  и, следовательно, угла  $\delta$  зависят только от значения рабочей индукции  $B$ .

## 2.5. Проверка качества тороидальных магнитопроводов и готовых трансформаторов по величине тока холостого хода

При производстве магнитопроводов тороидальных трансформаторов необходимо осуществлять выходной контроль магнитных параметров изготовленных магнитопроводов после их отжига. Этот контроль может быть сплошным или выборочным. Необходимость такой проверки вызвана тем, что в силу ряда факторов магнитные свойства магнитопроводов могут не соответствовать ожидаемым. К таким факторам относятся несоответствие параметров электротехнической стали заявленным, а также нарушения технологического процесса изготовления магнитопроводов.

Основные параметры электротехнической стали – максимальное значение магнитной индукции, удельные потери, качество изоляционного покрытия. Все эти факторы влияют на значение тока холостого хода трансформатора, увеличивая его при отклонениях указанных параметров в худшую сторону. Невозможность обеспечить требуемое значение рабочей индукции приводит к выходу на нелинейный участок кривой намагничивания (правее точки В на графике рис. 2.3), а это приводит к увеличению тока холостого хода и искажению формы выходного напряжения, что недопустимо. Завышенные удельные потери в стали также приводят к увеличению тока холостого хода. Дефекты электроизоляционного покрытия увеличивают потери на *вихревые токи*, что также приводит к увеличению тока холостого хода.

К нарушениям технологического процесса следует отнести несоответствие геометрических размеров магнитопровода заданным; нарушение температурного и временного режимов отжига; возникновение заусенцев при разрезке стальной ленты. Следствием нарушений процесса изготовления магнитопроводов также является увеличенный ток холостого хода трансформатора.

Во всех вышеперечисленных случаях речь шла об увеличении *активной составляющей* тока холостого хода. Это приводит к повышенному (относительно расчетного) нагреву трансформатора, снижает его коэффициент полезного действия. Поэтому активная составляющая тока холостого хода не должна превышать расчетного значения. Если же  $i_{axx}$  равен расчетному значению, либо меньше его,

это однозначно характеризует магнитопровод как соответствующий требуемым магнитным параметрам и пригодный к использованию.

Для проверки магнитопровода удобно пользоваться так называемой *контрольной катушкой*. Такая катушка обязательно должна быть разъемной, чтобы ее легко можно было разместить на проверяемом тороидальном магнитопроводе. Для обеспечения разъемности катушки необходимо использовать малогабаритный электрический разъем цилиндрической формы, с числом контактов 20–50. К контактам вилки и гнезда такого разъема припаивают отрезки гибкого монтажного провода сечением  $0,07...0,15 \text{ мм}^2$  и длиной 300...500 мм. Жгут проводов продевают в окно магнитопровода, соединяют ответные части разъема и подключают получившуюся катушку к источнику переменного напряжения.

Для каждого *типоразмера магнитопровода* рассчитывают напряжение, которое должно быть приложено к контрольной катушке для обеспечения рабочей индукции 1,5 Тл и рассчитывают значения активной, реактивной составляющих и полного тока холостого хода. Следует помнить, что включенный в цепь контрольной катушки амперметр измеряет значение *полного тока* холостого хода. Активная и реактивная составляющие тока холостого хода могут быть измерены с помощью специального измерительного прибора.

При проверке готового трансформатора завышенный ток холостого хода свидетельствует о наличии *короткозамкнутых витков* в обмотках, поскольку в таких витках рассеивается активная мощность; эта мощность обеспечивается дополнительным током первичной обмотки. Строго говоря, в этом случае более правильно говорить не о токе холостого хода, а о токе нагруженного короткозамкнутыми витками трансформатора. Разумеется, эти рассуждения справедливы только в том случае, если трансформатор намотан на заведомо исправном магнитопроводе.

## 2.6. Оценка потерь в обмотках при холостом ходе трансформатора

Ток холостого хода, протекая через первичную обмотку трансформатора, вызывает потери мощности на омическом сопротивлении провода обмотки. Оценим, сколь велика мощность этих потерь в сравнении с *мощностью потерь* в магнитопроводе.

Для сравнения рассмотрим два трансформатора мощностью 100 и 1000 ВА, намотанных на магнитопроводах размерами ( $D_2 - D_1 - h$ ) 80-50-30 и 140-80-80 (приложение П2, табл. П2.1). В табл. П2.1 указаны значения омического сопротивления первичных обмоток: 19,1 и 0,80 Ом соответственно. Чтобы вычислить мощность потерь на омическом сопротивлении обмоток, следует значение этого сопротивления умножить на квадрат *полного тока* холостого хода (также указанного в табл. П2.1) – получим соответственно 0,0006 и 0,002 Вт.

Теперь найдем мощность *активных потерь* в магнитопроводе. Для этого воспользуемся формулой (2.13). Подставив в нее значения *удельных потерь* в стали (1,35 Вт/кг) и массы магнитопроводов, взятые из табл. П2.1 (0,69 и 6,21 кг соответственно), получим значения *мощности потерь* в магнитопроводах – 0,93 и 8,4 Вт соответственно. Отсюда следует, что мощность потерь в обмотках соответственно в 1550 и 4200 раз меньше, чем мощность потерь в магнитопроводах. Таким образом, при расчете трансформаторов *потерями на омическом сопротивлении первичных обмоток за счет протекания через них тока холостого хода можно пренебречь* без ущерба для точности вычислений и адекватности математической модели.

## 2.7. Факторы, влияющие на удельные потери

Удельные потери в магнитопроводе зависят не только от марки стали (табл. 2.1), но также от значения рабочей индукции и частоты питающей сети.

Для практических целей часто пользуются эмпирической формулой, которая устанавливает зависимость удельных потерь от индукции и частоты:

$$P_c(B, f) = P_0 \left( \frac{B}{B_0} \right)^2 \left( \frac{f}{f_0} \right)^{3/2}, \quad (2.27)$$

где  $P_c(B, f)$  – значение удельных потерь при произвольных значениях индукции  $B$  и частоты  $f$ ;  $P_0$  – нормативное значение мощности удельных потерь при индукции  $B_0$  и частоте  $f_0$  (берется из ГОСТа или справочника).



При рассмотрении вопроса об изменении потерь в магнитопроводе конкретного трансформатора следует иметь в виду, что при заданном числе витков обмоток увеличение частоты питающей сети приводит к обратно пропорциональному снижению индукции [это следует из формулы (2.25)], поэтому после несложных тождественных преобразований получим:

$$P_c(f) = P_{\tau 0} \sqrt{\frac{f_0}{f}}, \quad (2.28)$$

где  $P_{\tau 0}$  – потери в магнитопроводе при заданной (расчетной) частоте.

Эта формула выведена из формулы (2.27) для конкретного трансформатора (т. е. число витков у него определено и неизменно).

# РАСЧЕТ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА ТРАНСФОРМАТОРА

### 3.1. Тепловая модель тороидального трансформатора

При передаче электроэнергии из первичной цепи трансформатора во вторичную цепь часть энергии рассеивается в виде тепла в окружающую среду. *Потери энергии* происходят как в обмотках трансформатора, так и в его магнитопроводе. *Нагрев обмоток* обусловлен их омическим сопротивлением, а нагрев магнитопровода – вихревыми токами и потерями на гистерезис (т. е. на перемагничивание стали). В результате нагрева проводов обмоток и магнитопровода температура трансформатора достигает некоторого значения, превышающего *температуру окружающей трансформатор среды* на некоторую величину, называемую *температурой перегрева*. При проектировании трансформатора необходимо уметь рассчитывать температуру перегрева, поскольку чрезмерно большое значение этой температуры вызывает ускоренное старение трансформатора либо выход его из строя; слишком малое значение температуры перегрева приводит к повышенному расходу провода обмоток и к удорожанию трансформатора.

Следует заметить, что температура перегрева трансформатора является главным фактором, определяющим *массогабаритные и электрические параметры* трансформатора. Если бы потери в проводах обмоток удалось свести к нулю (применив материал с нулевым сопротивлением и избавившись от поверхностного эффекта), а для магнитопровода использовать магнитный материал с нулевыми потерями, то массогабаритные параметры трансформатора можно было бы сделать сколь угодно малыми при сколь угодно большой мощности. Коэффициент полезного действия такого трансформатора был бы равен 100 %. Однако вряд ли такое когда-либо осуществимо.

Расчет *теплового режима* при проектировании трансформаторов является не только важной, но и достаточно сложной задачей. В литературе, посвященной вопросам расчета и конструирования трансформаторов, предлагается много подходов к расчету теплового режима. Так, в [6] для расчета теплового режима применяется ана-

логия тепловых и электрических процессов. Для этого вводится понятие *теплового сопротивления*, строится эквивалентная схема *тепловых потоков*, составляется система алгебраических уравнений, из которой и определяются все необходимые величины. Несколько другая методика теплового расчета предложена в [2]. Здесь используются *вероятностные методы*, но основой также является понятие теплового сопротивления.

Недостатком указанных методов является использование большего числа *эмпирических величин* (например, тех же тепловых сопротивлений), которые зависят от размеров и других параметров трансформатора. Поэтому практически невозможно построить математическую тепловую модель трансформатора, соответствующую сколько-нибудь широкому ряду номинальных мощностей трансформаторов. Кроме того, при таких подходах расчетные параметры принимаются постоянными, не зависящими от температуры трансформатора, что не соответствует реальности – ведь омическое сопротивление проводов обмоток зависит от температуры. По этой же причине невозможно исследовать закон изменения температуры нагрева трансформатора от времени.

Авторами предложена модель теплового режима тороидального трансформатора, позволяющая не только рассчитать *установившийся тепловой режим*, но и проанализировать *динамику нагрева*. При этом модель содержит всего лишь один эмпирический коэффициент – *коэффициент теплообмена*.

В данной книге при составлении модели трансформатор рассматривается как система с *распределенными параметрами*. Такой подход обусловлен тем, что источники нагрева трансформатора – обмотки и магнитопровод – можно считать *изотропными источниками тепла*. Такое допущение сделано по следующим причинам. Во-первых, обмотки распределены равномерно по всей площади магнитопровода; во-вторых, благодаря очень высокой *теплопроводности* материалов обмоток и магнитопровода (меди и стали) происходит «перемешивание» тепловых потоков обмоток и магнитопровода; в-третьих, магнитопровод является однородным для теплового потока во всех направлениях.

*Тепловые потоки* от обмоток трансформатора через его *внешнюю поверхность* рассеиваются в *окружающую среду*. Тепловой поток от магнитопровода отводится в окружающее пространство,

пройдя *внутреннюю границу раздела* между обмотками трансформатора и магнитопроводом. На границе раздела находится изоляционный материал, который нарушает однородность теплового потока. Для упрощения математической модели можно пренебречь тепловыми процессами, протекающими на внутренней границе раздела. Дальнейшее изучение этого вопроса покажет, что такое допущение вполне приемлемо.

*Установившееся значение* температуры перегрева трансформатора зависит от *эффективности отвода тепла* с его поверхности. Эффективность отвода тепла определяется коэффициентом теплообмена  $\alpha$ , который характеризует мощность, отводимую с единицы поверхности при изменении температуры на один градус. Значение коэффициента зависит от *условий охлаждения*. Так, например, для трансформатора, размещенного в большом помещении на плоской поверхности и трансформатора, принудительно обдуваемого вентилятором, коэффициенты теплообмена различны. Во втором случае эффективность охлаждения выше, а значит, и коэффициент теплообмена будет больше. В соответствии с законом *конвективного теплообмена (закон Ньютона)* [7] будем считать, что тепловой поток пропорционален разности температур окружающей среды и поверхности трансформатора.

Расчет теплового режима трансформатора связан с расчетом *температурного поля*, что всегда представляет определенные трудности. С другой стороны, нет необходимости знать точное значение температуры перегрева в каждой точке трансформатора. Поэтому напрашивается вывод: рассматривать только среднюю по объему температуру перегрева, зависящую от времени. Такой подход позволяет не только определить температуру перегрева трансформатора, но и оценить динамику теплового процесса.

В основу расчета теплового режима тороидального трансформатора положено классическое *уравнение теплопроводности*, записанное в *цилиндрических координатах*:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\lambda}{c\rho} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{c\rho} p(r, z, \varphi, t), \quad (3.1)$$

где  $T$  – температура;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность материала;  $t$  – текущее время;  $r, z, \varphi$  – цилиндрические координаты.

В правой части *дифференциального уравнения* (3.1) стоит *плотность мощности*  $p(r, z, \varphi, t)$  источника энергии, являющегося причиной нагрева трансформатора. Здесь под плотностью мощности понимается мощность, отнесенная к объему трансформатора. В общем случае плотность мощности  $p(r, z, \varphi, t)$  является функцией координат и времени. Зависимость  $p$  от координат указывает на то, что в каждой точке объема находится источник тепла и что по объему энергия распределена неравномерно. Из рассуждений, которые приводились выше, следует, что для трансформатора следует принять в качестве источника тепла *потери в обмотках (потери в меди) и потери в стали*, но по объему трансформатора они распределены равномерно, и в каждой точке объема выделяется одинаковая энергия. Таким образом, в дальнейшем будем считать, что плотность мощности не зависит от координат, но зависит от времени.

Омические потери в обмотках трансформатора выражаются формулой

$$P_M = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2, \quad (3.2)$$

где  $r_1, r_2$  – омические сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора (не следует путать с цилиндрической координатой  $r$ , которая применяется без нижнего индекса);  $i_1, i_2$  – полные токи первичной и вторичной обмоток.

Для экспериментального определения величины потерь в обмотках трансформатора обычно делают *опыт короткого замыкания* – такой режим работы трансформатора, когда *вторичная обмотка* трансформатора замкнута накоротко, а к первичной обмотке приложено такое напряжение, которое обеспечивает номинальный ток во вторичной обмотке. Трансформатор, таким образом, превращается в *двухполюсник*, связанный с внешними цепями только полюсами первичной обмотки. Как известно из теории электрических цепей, пассивный двухполюсник может быть представлен в виде единственного сопротивления, называемым *эквивалентным сопротивлением*. Используя понятие эквивалентного сопротивления  $r_0$ , выражение (3.2) можно привести к виду

$$P_M = r_0 i_1^2. \quad (3.3)$$

Применительно к трансформаторам обычно используют термин *приведенное* сопротивление (поскольку сопротивления первичной и вторичной обмоток *приводятся* к зажимам первичной обмотки). В литературе (например, [4]) можно встретить следующее выражение для вычисления приведенного сопротивления:

$$r_0 = r_1 + n^2 r_2, \quad (3.4)$$

где  $n$  – коэффициент трансформации, причем  $n = \frac{i_2}{i_1} = \frac{W_1}{W_2}$ . По-

следнее выражение (для  $n$ ) справедливо лишь в том случае, если пренебречь током намагничивания магнитопровода и потерями в стали. Тогда токи обмоток будут обратно пропорциональны числу витков обмоток. В гл. 4 взаимосвязь токов  $i_1$  и  $i_2$  будет определена с учетом тока намагничивания магнитопровода и потерь в стали, и приведенное сопротивление  $r_0$  будет вычисляться с учетом этого.

Вторая группа потерь в трансформаторе – это потери в стали магнитопровода. Они определяются током холостого хода и задаются формулой:

$$P_C = u_1 i_{axx}, \quad (3.5)$$

где  $u_1, i_{axx}$  – номинальное напряжение и активная составляющая тока холостого хода соответственно.

Таким образом, *полная мощность* потерь определяется как сумма потерь в меди и потерь в стали и выражается формулой:

$$P = r_0 i^2 + P_C. \quad (3.6)$$

Будем рассматривать трансформаторы, у которых обмотки выполнены медным проводом. Как известно, у медного проводника сопротивление линейно зависит от температуры. Другими словами, сопротивление пропорционально разности температур окружающей среды и провода. Учитывая сказанное, для суммарных потерь в трансформаторе запишем:

$$P = [1 + \chi(T - T_0)] r_0 i^2 + P_C, \quad (3.7)$$

где  $\chi$  – температурный коэффициент сопротивления (ТКС);  $T_0$  – температура окружающей среды;  $T$  – температура трансформатора.

Для того чтобы определить правую часть уравнения теплопроводности, необходимо подставить в него выражение (3.7), деленное на объем  $V$  трансформатора. Плотность мощности обозначим малыми (строчными) буквами  $p, p_1, p_0$ . Из (3.7) запишем:

$$p = [1 + \chi(T - T_0)] p_1 + p_0, \quad (3.8)$$

где  $p_1 = \frac{r_0 i^2}{V}$  и  $p_0 = \frac{P_c}{V}$  – плотность потерь в меди и стали соответственно.

Выражение (3.8) определяет правую часть уравнения (3.1), которая оказывается зависимой от температуры и времени.

Возвращаясь к вопросу охлаждения трансформатора, условимся считать, что на границе поверхности трансформатора и окружающей среды происходит теплообмен по закону Ньютона. Согласно этому закону, *граничные условия* для дифференциального уравнения (3.1) имеют вид:

$$\left[ -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T - T_0) \right]_S, \quad (3.9)$$

где  $\frac{\partial T}{\partial n}$  – производная по нормали к поверхности трансформатора;

$S$  – площадь поверхности трансформатора;  $\alpha$  – коэффициент теплообмена трансформатора с окружающей средой.

Теплообмен трансформатора с окружающей средой происходит через боковые и торцевые поверхности. Поэтому в общем случае для задания условий охлаждения необходимо для каждой поверхности трансформатора ввести свой коэффициент теплообмена. Варьируя коэффициенты теплообмена, можно моделировать различные условия охлаждения трансформатора. Напомним, что коэффициент теплообмена показывает, какая мощность теплового потока передается через единицу поверхности тела в окружающую среду при разности температур между телом и окружающей средой в один градус.

Как было указано выше, теплообмен *тороидального трансформатора* с окружающей средой осуществляется через две боковые и две торцевые поверхности. Из общего граничного условия (3.9) необходимо получить граничные условия для каждой поверхности.

Для этого необходимо взять производную от температуры по нормали к поверхности. Так как такого рода вычисления всегда вызывают определенные трудности, сделаем их подробно.

Пусть тороидальный трансформатор имеет следующие *геометрические параметры*:  $R_1$  – радиус окна,  $R_2$  – внешний радиус,  $h$  – высота трансформатора. Тогда для внутренней боковой цилиндрической поверхности трансформатора на основании (3.9) запишем:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = \\ &= -\lambda(-e_r) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \alpha_1 (T - T_0), \end{aligned} \quad (3.10)$$

где  $e_r, e_\varphi, k$  — орты *цилиндрической системы координат*, а точка  $(\cdot)$  обозначает скалярное произведение;  $\alpha_1$  – коэффициент теплообмена для внутренней цилиндрической поверхностей трансформатора.

Используя формулу (3.9), запишем граничные условия для боковой поверхности трансформатора:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = \\ &= -\lambda e_r \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = \alpha_2 (T - T_0), \end{aligned} \quad (3.11)$$

где  $\alpha_2$  – коэффициент теплообмена для боковой поверхностей трансформатора.

Задавая вектор нормали к торцевым поверхностям трансформатора, из общего выражения (3.9) получим граничные условия на торцевых поверхностях.

На нижней торцевой поверхности трансформатора с коэффициентом теплообмена  $\alpha_3$  будем иметь:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = \\ &= -\lambda(-k) \cdot \left( \frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = \alpha_3 (T - T_0). \end{aligned} \quad (3.12)$$

Для верхней торцевой поверхности трансформатора получим:



$$\begin{aligned}
-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} &= -\lambda n \cdot \text{grad}(T) = \\
&= -\lambda k \left( \frac{\partial T}{\partial r} e_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} e_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z} k \right) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} = \alpha_4 (T - T_0).
\end{aligned} \tag{3.13}$$

В соответствии с принятым ранее допущением определим температуру трансформатора как *среднюю температуру* по объему:

$$\Theta = \frac{1}{V} \int_V T r dr dz d\varphi. \tag{3.14}$$

Граничные условия (3.9) для средней температуры переписутся в виде:

$$\begin{aligned}
\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_1} &= \alpha_1 (\Theta - T_0), & -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_2} &= \alpha_2 (\Theta - T_0) \\
\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \alpha_3 (\Theta - T_0), & -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=h} &= \alpha_4 (\Theta - T_0).
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Проинтегрируем уравнение теплопроводности (3.1) *по объему*:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{V} \int_V \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz d\varphi &= \\
&= \frac{\lambda}{c\rho V} \left( \int_V \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz d\varphi + \int_V \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} r dr dz d\varphi \right) + \frac{1}{c\rho V} \int_V p r dr dz d\varphi.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

При интегрировании было сделано допущение, что температура трансформатора не зависит от *угловой* координаты  $\varphi$  в силу очевидной симметрии задачи, а также принято во внимание равенство  $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$ . В первом интеграле (3.16) поменяем местами операции дифференцирования и интегрирования, а также воспользуемся определением средней температуры (3.14). В результате этого получим:

$$\frac{1}{V} \int_V \frac{\partial T}{\partial t} r dr dz d\varphi = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{V} \int_V T r dr dz d\varphi \right) = \frac{\partial \Theta}{\partial t}. \tag{3.17}$$

Второе слагаемое в (3.16) можно проинтегрировать по переменной  $r$  в пределах от  $R_1$  до  $R_2$ . После интегрирования второе слагаемое уравнения (3.16) преобразовывается в интеграл по боковой поверхности трансформатора и принимает вид:

$$\frac{\lambda}{c\rho V} \left( \int_V \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr dz d\varphi \right) = \frac{1}{c\rho V} \left( \int_{S_b} r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{R_1}^{R_2} dz d\varphi \right). \quad (3.18)$$

Подставив граничные условия из (3.15) в (3.18), после интегрирования получим:

$$\frac{1}{c\rho V} \left( \int_{S_b} r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{R_1}^{R_2} dz d\varphi \right) = -\frac{2\pi h(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2)}{c\rho V} (\Theta - T_0). \quad (3.19)$$

Третий член уравнения (3.16) после интегрирования по объему и с учетом граничных условий (3.15) примет вид:

$$\frac{\lambda}{c\rho V} \int_V \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} r dr dz d\varphi = -\frac{\pi(\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2)}{c\rho V} (\Theta - T_0). \quad (3.20)$$

В правую часть уравнения (3.16) подставим плотность мощности из (3.8):

$$\frac{1}{c\rho V} \int_V p r dr dz d\varphi = \frac{1}{c\rho V} \int_V [p_0 + p_1 + \chi(T - T_0)p_1] r dr dz d\varphi. \quad (3.21)$$

После интегрирования (3.21) с учетом (3.14) получим:

$$\frac{1}{c\rho V} \int_V [p_0 + p_1 + \chi(T - T_0)p_1] r dr dz d\varphi = \frac{p_0 + p_1 + \chi(\Theta - T_0)p_1}{c\rho}. \quad (3.22)$$

Полученные выражения (3.17), (3.19), (3.20) и (3.22) подставим в уравнение (3.16), тогда будем иметь:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\frac{f}{c\rho V} (\Theta - T_0) + \frac{p_0 + p_1 + \chi(\Theta - T_0)p_1}{c\rho}, \quad (3.23)$$

где параметр  $f$  (не путать с частотой питающей сети!) введен для сокращения записи:

$$f = 2\pi h(\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2) + \pi(\alpha_3 + \alpha_4)(R_2^2 - R_1^2). \quad (3.24)$$

Приведем уравнение (3.23) к нормальному виду:

$$\frac{d(\Theta - T_0)}{dt} = -\frac{\Theta - T_0}{c\rho} \left( \frac{f}{V} - \chi p_1 \right) + \frac{p_0 + p_1}{c\rho}. \quad (3.25)$$

Таким образом, для температуры перегрева трансформатора получено обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами (3.25). Проинтегрируем уравнение (3.25) при начальных условиях

$$\Theta(0) = T_0 \quad (3.26)$$

и получим:

$$\Theta - T_0 = \frac{Vp_0 + Vp_1}{f - \chi Vp_1} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (3.27)$$

где выражение для постоянной времени  $\tau$  имеет вид:

$$\tau = \frac{c\rho V}{f - \chi Vp_1}. \quad (3.28)$$

В последнее выражение вошло произведение  $\rho V$ , которое определяет массу трансформатора. В этом выражении  $\rho$  – это *средняя плотность вещества* трансформатора (стали, меди, электроизоляционного лака и других материалов), однако в дальнейшем будет использоваться понятие массы трансформатора, и в связи с этим знать численное значение параметра  $\rho$  нет необходимости. Учитывая сказанное и вводя обозначение для массы трансформатора  $M = \rho V$ , перепишем (3.28) в виде:

$$\tau = \frac{cM}{f - \chi Vp_1}. \quad (3.29)$$

Что касается удельной теплоемкости  $c$ , то применить это понятие в строгом физическом смысле к трансформатору в целом нельзя, так как в состав трансформатора входят разные материалы, как то: электротехническая сталь, медь, изолирующий материал, лак, *эмалевая изоляция* проводов и возможные воздушные полости. В связи с этим в расчетах используется средняя по массе величина теплоемкости, которая определяется формулой:

$$c = \frac{c_m m_M + c_c m_c + \sum c_i m_i}{m_M + m_c + \sum m_i}, \quad (3.30)$$

где  $c_M, c_c, c_i$  – теплоемкость меди, стали и других материалов,  $m_M, m_c, m_i$  – масса меди, стали и других материалов. Учитывая, что масса меди и стали составляет 90–98 % от полной массы трансформатора, при расчете средней теплоемкости можно принимать в расчет только теплоемкость меди и стали. Следует также заметить, что величина средней теплоемкости (равно как и масса трансформатора) влияет только на параметры *переходного процесса* нагревания (т. е. на величину постоянной времени  $\tau$ ) и не влияет на значение установившейся температуры.

Учитывая, что  $Vp_1 = r_0 i^2$  и  $Vp_0 = P_c$ , формула для расчета температуры перегрева трансформатора (3.27) и выражение для постоянной времени  $\tau$  преобразуются к виду:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i_1^2 + P_c}{f - \chi r_0 i_1^2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (3.31)$$

$$\tau = \frac{cM}{f - \chi r_0 i_1^2}. \quad (3.32)$$

Формула (3.31) дает возможность оценить *динамику нагрева* и определить установившуюся температуру перегрева трансформатора. Полученное выражение является важным для составления *математической модели трансформатора*, поэтому остановимся на нем подробнее.

Анализируя выражение (3.31), можно заметить, что в зависимости от соотношения числовых значений параметров  $f, \chi, r_0, i_1$  возможны три различных сценария процесса нагрева трансформатора. Рассмотрим каждый из них отдельно.

Допустим, значения параметров  $f, \chi, r_0, i_1$  таковы, что знаменатель дроби в (3.31) всегда строго больше нуля, т. е.  $f - \chi r_0 i_1^2 > 0$ . Тогда, вычисляя предел (3.31) при  $t \rightarrow \infty$ , получим выражение для установившейся температуры перегрева в виде:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i_1^2 + P_c}{f - \chi r_0 i_1^2}. \quad (3.33)$$

Выражение (3.33) показывает, что при постоянной нагрузке и по истечении достаточно большого времени трансформатор нагреется до температуры  $\Theta = const$ .

Рассмотрим второй случай, когда  $f - \chi r_0 i_1^2 < 0$ . С учетом этого неравенства выражение для температуры перегрева (3.31) примет вид:

$$\Theta - T_0 = -\frac{r_0 i_1^2 + P_c}{f - \chi r_0 i_1^2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (3.34)$$

Несложно заметить, что при  $t \rightarrow \infty$  предел выражения (3.34) равен  $+\infty$ . Таким образом, трансформатор, для которого выполняется условие  $f - \chi r_0 i_1^2 < 0$ , во время работы перегреется и разрушится. С физической точки зрения это явление понятно и объяснимо: тепловая энергия, генерируемая в объеме трансформатора, из-за неудовлетворительного теплообмена с окружающей средой или из-за слишком малой поверхности трансформатора не успевает отводиться в окружающую среду. Другими словами, происходит накопление тепла в объеме трансформатора, и его температура постоянно возрастает, а *установившегося режима не существует*.

Рассмотрим третий вариант развития теплового процесса, при котором параметры  $f, \chi, r_0, i_1$  связаны между собой условием  $f - \chi r_0 i_1^2 = 0$ . Для определения установившегося значения температуры перегрева воспользуемся выражением (3.31). Для этого следует подставить  $f = \chi r_0 i_1^2$  в (3.31), при этом получается неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ .

Раскрывая эту неопределенность по правилу Лопиталья, будем иметь:

$$\Theta - T_0 = \frac{(r_0 i_1^2 + P_c)}{cM} t. \quad (3.35)$$

Как следует из выражения (3.35), установившегося режима для температуры перегрева при третьем варианте также не существует. Графики зависимости температуры перегрева трансформатора от времени приведены на рис. 3.1. На данном рисунке кривая 1 соответствует условию  $f - \chi r_0 i_1^2 > 0$ . Установившееся значение температуры перегрева определяется формулой (3.33). Кривая 2 отвечает условию  $f - \chi r_0 i_1^2 < 0$ , а линия 3 построена при  $f = \chi r_0 i_1^2$ .

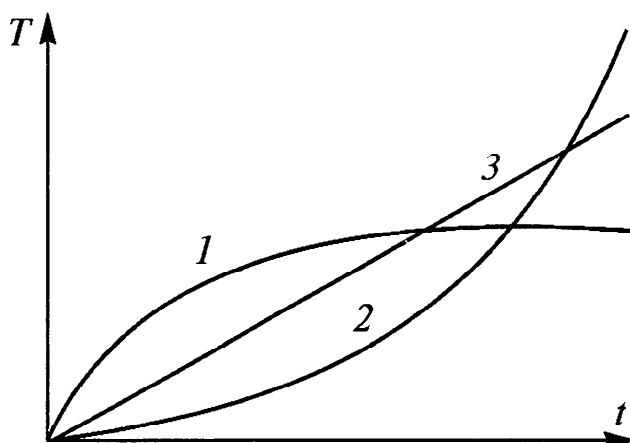


Рис. 3.1. Три возможных варианта динамики нагрева трансформатора

Выше было отмечено, что коэффициенты теплообмена различны для боковых и торцевых поверхностей трансформатора. На величину этих коэффициентов оказывают влияние такие факторы, как соприкосновение поверхности трансформатора с элементами его крепления, наличие в непосредственной близости от трансформатора других предметов, ориентация трансформатора в пространстве и другие факторы. Поскольку заранее неизвестно, какие факторы и каким именно образом будут влиять на величины коэффициентов теплообмена в конкретных условиях эксплуатации трансформатора, логично принять допущение, что условия охлаждения трансформатора одинаковы по всей поверхности, а все коэффициенты теплообмена равны между собой:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_0. \quad (3.36)$$

Подставив (3.36) в (3.24) и перегруппировав члены в (3.24), получим:

$$f = \alpha_0 \left[ 2\pi(R_2^2 - R_1^2) + 2\pi h(R_1 + R_2) \right]. \quad (3.37)$$

Нетрудно заметить, что выражение, стоящее в квадратных скобках, определяет площадь поверхности тороида: первое слагаемое — площадь торцевой поверхности, второе слагаемое — площадь боковой поверхности. Перепишем формулу (3.37) в виде:

$$f = \alpha_0 F_0, \quad (3.38)$$

где  $F_0 = 2\pi(R_2^2 - R_1^2) + 2\pi h(R_1 + R_2)$  — площадь поверхности тороида (трансформатора), через которую осуществляется теплообмен с ок-

ружающей средой. Учитывая (3.38), окончательное выражение для установившейся температуры перегрева трансформатора запишем в виде:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{\alpha_0 F_0 - \chi r_0 i^2}. \quad (3.39)$$

Зависимость (3.39) характеризует установившийся тепловой режим трансформатора, который реализуется только при условии, когда знаменатель дроби является *положительным*.

В заключение необходимо сделать некоторые замечания относительно формулы (3.39). В это выражение в качестве параметра входит *площадь поверхности трансформатора*, через которую осуществляется теплообмен с окружающей средой. Удобнее было бы заменить площадь поверхности трансформатора площадью поверхности магнитопровода, которая легко вычисляется через его размеры. Для этого необходимо выдвинуть гипотезу, а далее ее проверить экспериментально, что отношение площадей поверхности трансформатора и магнитопровода – величина постоянная и не зависит от мощности трансформатора. Формально это утверждение можно записать в виде:

$$k_F = \frac{F_0}{F}, \quad (3.40)$$

где  $F$  – площадь поверхности магнитопровода;  $k_F$  – вспомогательный коэффициент.

Выражая из (3.40) площадь трансформатора  $F_0$  и подставляя ее в (3.39), получим:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{k_F \alpha_0 F - \chi r_0 i^2}. \quad (3.41)$$

Введем обобщенный коэффициент теплообмена  $\alpha = k_F \alpha_0$ , тогда для установившейся температуры перегрева трансформатора получим окончательное выражение:

$$\Theta - T_0 = \frac{r_0 i^2 + P_c}{\alpha F - \chi r_0 i^2}. \quad (3.42)$$

Т а б л и ц а 3.1. Значения коэффициента  $k_F$  для трансформаторов разных значений мощности

P (ВА)	0,63	6,3	63	630	6300
$k_F$	1,055	1,049	1,044	1,044	1,047

Такая коррекция коэффициента теплообмена и замена параметра  $F_0$  на  $F$  вносит определенную погрешность, но, как показывает опыт, эта погрешность незначительна. В то же время такой подход дает возможность использовать формулу (3.42) в практических вычислениях.

С целью проверки гипотезы (3.40) проводилась серия экспериментов с трансформаторами различной мощности. Анализ результатов позволил сделать вывод, что зависимость (3.40) имеет место. Некоторые результаты эксперимента приводятся в табл. 3.1.

Данные, приведенные в таблице, подтверждают правильность выбранного предположения – значения коэффициента  $k_F$  для указанного в таблице диапазона мощностей различаются не более чем на 1 %, т. е. фактически  $k_F = \text{const}$ . Следует также заметить, что коэффициент теплообмена  $\alpha$  является эмпирической величиной, числовое значение которой может быть получено в процессе сравнения результатов испытаний трансформаторов с теоретическими данными. При таких обстоятельствах коэффициент  $k_F$  автоматически входит сомножителем в числовое значение коэффициента теплообмена.

### 3.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

Для проверки теоретических выводов проводились тепловые испытания большой группы различных по мощности тороидальных трансформаторов. Трансформаторы испытывались на номинальном токе вторичной обмотки в режиме *опыта короткого замыкания*. Выбор такого режима обусловлен тем, что в этом случае не требуется подключать к трансформатору нагрузку, на которой выделяется



достаточно большая тепловая мощность. В этом случае температура перегрева получается несколько ниже, чем была бы в рабочем режиме. Это объясняется тем, что в опыте короткого замыкания рабочая индукция близка к нулю, и потери в стали магнитопровода  $P_C$  также близки к нулю.

В качестве примера проведем расчет температуры перегрева для трансформатора, изготовленного на магнитопроводе со следующими геометрическими размерами:  $R_1 = 0,035$  м,  $R_2 = 0,058$  м,  $h = 0,06$  м,  $F = 0,048$  м<sup>2</sup>. Трансформатор рассчитан на номинальный ток вторичной обмотки 1,5 А. Приведенное сопротивление обмоток  $r_0$  составляет 6,67 Ом. ТКС меди равно 0,0043 1/К. Коэффициент теплообмена  $\alpha = 14$  Вт/м<sup>2</sup>/К.

Подставив эти данные в формулу (3.42), получим:

$$\Theta - T_0 = \frac{6,67 \cdot 1,5^2 + 0}{14 \cdot 0,048 - 0,0043 \cdot 6,67 \cdot 1,5^2} = 24,0 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Сравним результаты расчета с экспериментальными данными (табл. 3.2).

$$\Theta - T_0 = 45 - 21 = 24 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Для данного примера расчетное и экспериментальное значения температуры перегрева полностью совпали, что является, конечно, случайным.

По экспериментальным данным (табл. 3.2) построим зависимость температуры перегрева трансформатора от времени.

Т а б л и ц а 3.2. Динамика нагрева трансформатора с магнитопроводом 115×70×60

Время, мин	0	15	30	45	62	75	90	105
Температура, °С	21	25	29	32	35	36	38	39

Окончание табл. 3.2

Время, мин	120	135	165	195	210	255	270	285
Температура, °С	40	41	42	43	44	43	45	45

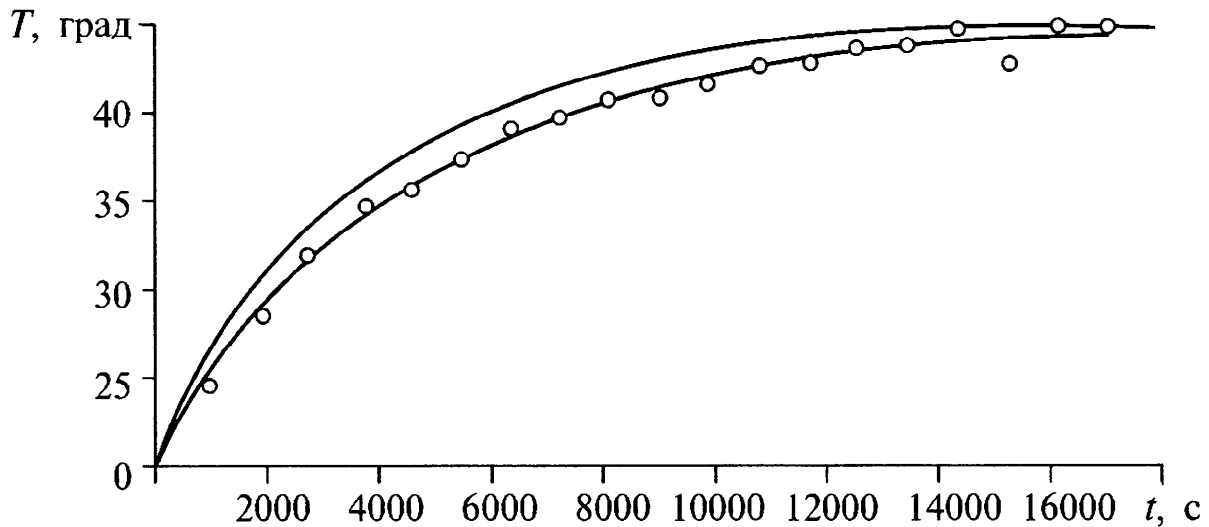


Рис. 3.2. Зависимость температуры перегрева трансформатора от времени

На рис. 3.2 представлена зависимость температуры перегрева трансформатора (тонкая линия), построенная по точкам табл. 3.2, и та же зависимость, но построенная по формуле (3.31). При этом были использованы следующие значения: теплоемкость меди 381 Дж/кг/К, теплоемкость стали 419 Дж/кг/К, масса меди 0,8 кг, масса стали 3,1 кг. Как видно из графика, эти две кривые достаточно хорошо повторяют друг друга – расхождение не превышает 6 %.

В качестве второго примера был рассмотрен трансформатор с магнитопроводом  $180 \times 100 \times 40$ , имеющего следующие параметры:  $R_1 = 0,05$  м,  $R_2 = 0,09$  м,  $h = 0,04$  м,  $F = 0,07$  м<sup>2</sup>. Номинальный ток вторичной обмотки трансформатора 6,9 А, приведенное сопротивление  $r_0 = 1,2$  Ом. Вычисление по формуле (3.42) дало следующий результат:

$$\Theta - T_0 = \frac{1,2 \cdot 6,9^2 + 0}{14 \cdot 0,07 - 0,0043 \cdot 1,2 \cdot 6,9^2} = 77,3 \text{ (}^\circ\text{C)}.$$

Температура перегрева данного трансформатора была замерена экспериментально и составила 67 °С. Расхождение с экспериментом составляет 15 %, что является удовлетворительным результатом.

\*\*\*

Выкладки, полученные в данной главе, позволяют вычислить установившееся значение температуры перегрева трансформатора при его заданных геометрических и электрических параметрах. Это дает возможность построить математическую модель трансформатора, что и будет сделано в гл. 4.

# ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ТОРОИДАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА

### 4.1. Математическая модель тороидального трансформатора

В настоящее время трансформаторы проектируются по методикам, которые основаны на упрощенных алгоритмах расчета трансформатора. Процесс расчета трансформатора примерно такой. Допустим, требуется рассчитать трансформатор заданной мощности, с известными напряжениями первичной и вторичной обмоток, заданной температурой перегрева. Расчет начинается с выбора магнитопровода (в книгах приведены таблицы, связывающие габаритную мощность с размерами магнитопровода). Определяется число витков на 1 В, а затем – числа витков каждой обмотки. При этом число витков вторичной обмотки увеличивают на 5–20 % – чтобы компенсировать падение напряжения на омическом сопротивлении обмоток при протекании через них тока. Конкретная величина этого процента зависит от габаритной мощности трансформатора и обычно указывается в книгах. Затем рассчитывают сечение проводов обмоток: *ток обмотки делят на плотность тока*. Ток обмотки известен, а величину плотности тока опять-таки находят в таблицах. Плотность тока указывается не в виде конкретной величины, а в виде диапазона – например, от 2 до 4 А/мм<sup>2</sup>. Конструктор может выбрать любое значение из указанного диапазона. Затем проверяется, уложится ли провод обмоток в окно магнитопровода. Если уложится, то трансформатор рассчитан, и можно переходить к его изготовлению.

Изготовленный трансформатор проверяют при полной нагрузке на соответствие напряжения вторичной обмотки заданному, а также на соответствие температуры перегрева заданной. Наиболее вероятен вариант, при котором оба этих параметра не будут соответствовать техническому заданию. Это вполне объяснимо – ведь величины плотности тока и процентного увеличения числа витков на 1 В во вторичной обмотке выбирали приближенно, из заданного таблицами

диапазона. Напряжение вторичной обмотки подгоняют увеличением или уменьшением числа витков. Температуру перегрева изменить сложнее – она зависит от сечения провода, т. е. требуется перематывать трансформатор. При этом провод большего сечения может не разместиться в окне магнитопровода. Конечно, если температура перегрева получилась ниже заданной, то ничего страшного (с технической точки зрения) в этом нет, но при этом сечение провода излишне велико, и на изготовление трансформатора затрачены лишние деньги. После перемотки трансформатора вновь проверяют температуру перегрева и напряжение вторичной обмотки. Такой итерационный процесс может происходить неоднократно, пока не будет получен трансформатор с требуемыми напряжением и температурой перегрева.

При этом ничего нельзя сказать о том, насколько оптимален такой трансформатор по массогабаритным показателям или по стоимости – ведь магнитопровод трансформатора был выбран из рекомендуемого ряда, но он может быть выше или ниже, большего или меньшего диаметра.

Выше было показано, с какими трудностями столкнулся конструктор, проектировавший трансформатор только по двум заданным параметрам (напряжению и температуре, при заданной мощности нагрузки). Но ведь есть еще и ряд других параметров: коэффициент полезного действия, напряжение короткого замыкания (оно показывает, на какую величину напряжение при полной нагрузке меньше напряжения холостого хода), ток холостого хода, массогабаритные показатели, соотношение высоты и диаметра, стоимость. Очевидно, что итерационный процесс по расчету такого трансформатора может продолжаться очень долго, причем он может быть и расходящимся – ведь не всегда очевидно, как тот или иной параметр влияет на другие параметры.

Использование в расчетах всевозможных таблиц и номограмм значительно снижает точность расчетов. Кроме того, таблицы и номограммы могли составляться при таких условиях эксперимента, которые существенно отличаются от условий работы рассчитываемого трансформатора – в этом случае их применять нельзя. Сделанные при составлении таблиц и номограмм допущения также могут не устроить конструктора – и он не будет использовать их. Следовательно, наиболее действенным методом проектирования трансфор-

матора при подготовке его серийного производства является изготовление опытного экземпляра с соответствующей многократной корректировкой его параметров. При этом вопросы оптимальности такого трансформатора остаются открытыми. Если же требуется изготовить трансформатор в единственном экземпляре, то его стоимость за счет процедур повторных расчетов и подгонки значительно возрастает.

С целью сокращения как материальных, так и временных затрат следует применять методы математического моделирования, которые базируются на математической модели трансформатора. Такой подход позволяет значительно сэкономить затраты при проектировании трансформаторов. Кроме того, математическая модель дает возможность исследовать уже готовые трансформаторы. Для этого необходимо знать или измерить некоторое количество параметров трансформатора (количество витков в обмотках и их сопротивления), а все остальные параметры трансформатора будут получены в процессе расчета.

В математической модели трансформатора, предложенной ниже, заданными параметрами считаются сопротивления обмоток трансформатора  $r_1, r_2$ , количество витков в обмотках  $W_1, W_2$  и параметры магнитопровода. Варьируя ток нагрузки от  $i_2 = 0$  (режима холостого хода) до режима короткого замыкания, когда  $u_2 = 0$ , с помощью математической модели можно определить все основные параметры трансформатора, включая и температуру перегрева. Достоинство такого подхода заключается еще и в том, что возможно исследовать поведение трансформатора в аварийных режимах и при перегрузках.

Построение математической модели трансформатора начнем с рассмотрения его векторной диаграммы как наиболее информативного описания. Основные уравнения, описывающие работу трансформатора под нагрузкой в установившемся режиме, имеют вид [8]:

$$\begin{cases} u_1 = -E_1 + r_1 i_1 + E_{\sigma 1}, \\ u_2 = E_2 - r_2 i_2 - E_{\sigma 2}, \\ W_1 i_1 + W_2 i_2 = W_1 i_{xx}, \end{cases} \quad (4.1)$$

где  $u_1$  и  $u_2$  – векторы первичного и вторичного напряжений;  $E_1$  и  $E_2$  – векторы ЭДС первичной и вторичной обмоток;  $i_1$  и  $i_2$  – векторы тока первичной и вторичной обмоток трансформатора;  $i_{xx}$  – вектор тока холостого хода;  $E_{\sigma_1}$  и  $E_{\sigma_2}$  – векторы ЭДС рассеяния первичной и вторичной обмоток;  $r_1$  и  $r_2$  – активные (омические) сопротивления первичной и вторичной обмоток;  $W_1$  и  $W_2$  – количество витков в первичной и во вторичной обмотках.

Далее будут рассматриваться только трансформаторы тороидального типа. Для тороидальных трансформаторов магнитные потоки рассеяния первичной и вторичной обмоток малы [6], а следовательно – малы также и ЭДС рассеяния. В качестве допущения будем считать, что индуктивность рассеяния первичной и вторичной обмоток трансформатора равна нулю. Полагая в (4.1)  $E_{\sigma_1} = 0$  и  $E_{\sigma_2} = 0$ , получаем уравнения трансформатора при отсутствии магнитных потоков рассеяния:

$$\begin{cases} u_1 = -E_1 + r_1 i_1, \\ u_2 = E_2 - r_2 i_2, \\ W_1 i_1 + W_2 i_2 = W_1 i_{xx}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Основываясь на уравнениях (4.2), построим векторную диаграмму трансформатора, нагруженного на активную нагрузку. Такая диаграмма представлена на рис. 4.1.

Для построения векторной диаграммы трансформатора отложим в горизонтальном направлении вектор магнитного потока  $\Phi$ . Перпендикулярно вектору  $\Phi$  построим векторы ЭДС самоиндукции  $E_1$  и ЭДС вторичной обмотки  $E_2$ , которые отстают от вектора магнитного потока на угол  $\pi/2$ . Направление вектора тока  $i_2$  зависит от характера нагрузки. Если нагрузка индуктивная, то вектор тока  $i_2$  отстает от вектора  $E_2$  на некоторый угол и располагается в третьем квадранте. Для емкостной нагрузки вектор  $i_2$  опережает  $E_2$  и находится в четвертом квадранте. Мы рассмотрим третий случай – когда вектор тока  $i_2$  совпадает по фазе с вектором  $E_2$ , что соответствует активной нагрузке.

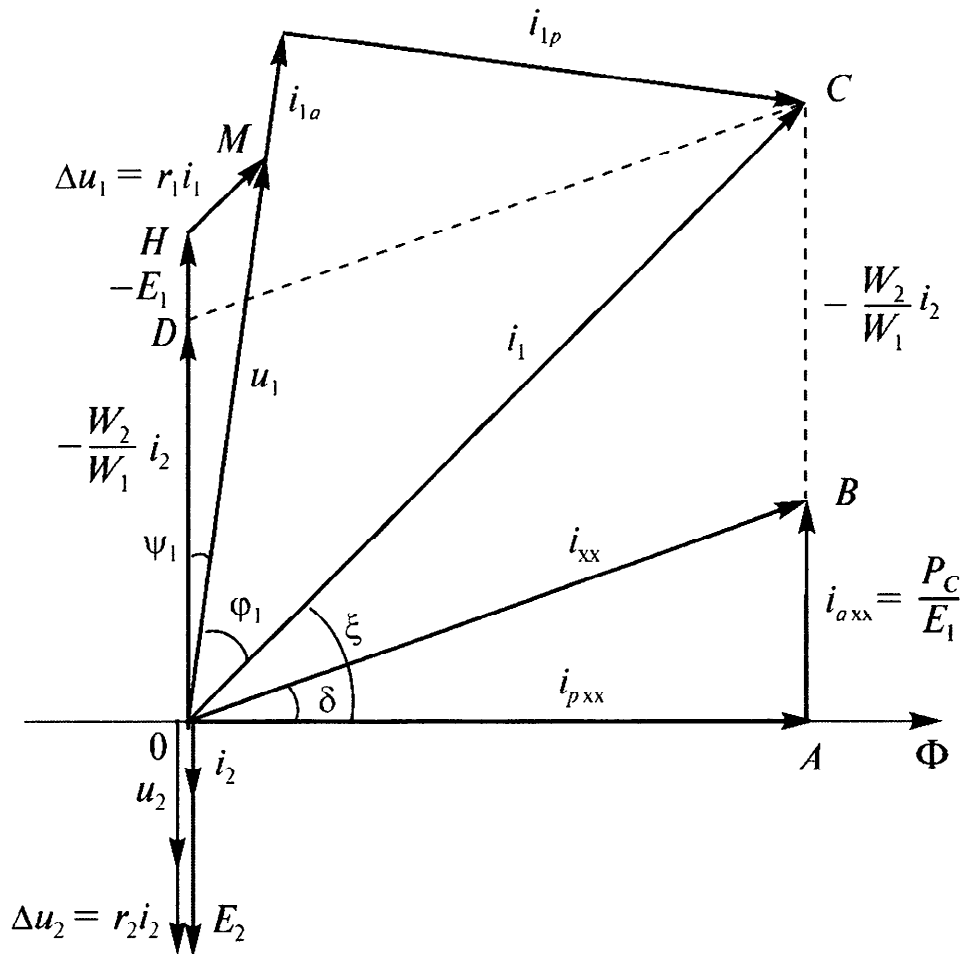


Рис. 4.1. Векторная диаграмма нагруженного трансформатора

Для *реального трансформатора*, имеющего потери в стали, вектор тока холостого хода  $i_{xx}$  опережает вектор магнитного потока  $\Phi$  на угол  $\delta$ , который называется *углом потерь* (о нем было рассказано в гл. 2). На диаграмме вектор тока холостого хода изображен отрезком  $OB$ . Разложим вектор тока холостого хода на две составляющие. Составляющая  $i_{pxx}$ , совпадающая по направлению с вектором магнитного потока  $\Phi$ , носит *реактивный* характер и является *намагничивающим* током. *Активная* составляющая вектора тока  $i_{axx}$  направлена параллельно вектору  $(-E_2)$  и определяется потерями в стали магнитопровода (см. гл. 2).

Вектор тока  $i_1$  строится на основании третьего уравнения (4.2), которое вытекает из *закона полного тока* для магнитной цепи. Разделим правую и левую части третьего уравнения (4.2) на  $W_1$  и из полученного выражения выразим ток первичной обмотки  $i_1$ :

$$i_1 = i_{xx} + \left( -\frac{W_2}{W_1} i_2 \right). \quad (4.3)$$

Выражение (4.3) является векторным равенством, и при работе с ним необходимо применять правила работы с векторами. Из (4.3) видно, что вектор тока первичной обмотки  $i_1$  является суммой векто-

ров  $i_{xx}$  и  $\left( -\frac{W_2}{W_1} i_2 \right)$ . Последний пропорционален вектору  $i_2$  с коэффи-

циентом пропорциональности  $\left( -\frac{W_2}{W_1} \right)$ . На векторной диаграмме от-

ложим отрезок  $OD$  в сторону, противоположную вектору  $i_2$ , с ко-

эффициентом пропорциональности  $\left( \frac{W_2}{W_1} \right)$ . После этих построений

вектор тока  $i_1$  определяется как векторная сумма  $i_{xx}$  и  $\left( -\frac{W_2}{W_1} i_2 \right)$ . Век-

тор  $i_1$  является диагональю  $OC$  в параллелограмме  $OBCD$ . Для построения вектора напряжения  $u_1$  используем первое уравнение (4.2).

Для этого построим вектор  $(-E_1)$ , который противоположен вектору  $E_1$ . Составляющая  $r_1 i_1$  имеет направление вектора  $i_1$  и откладывается от конца вектора  $(-E_1)$  параллельно вектору  $i_1$ . В соответствии с уравнением (4.2) сумма этих векторов равна вектору напряжения  $u_1$ .

Вектор напряжения  $u_2$  строится в соответствии со вторым уравнением (4.2). Для этого из конца вектора  $E_2$  строим вектор  $r_2 i_2$ , который в соответствии с уравнением (4.2) направлен противоположно вектору тока  $i_2$ . Вектор  $u_2$  получается как сумма векторов  $E_2$  и  $(-r_2 i_2)$ .

Активная составляющая вектора тока первичной обмотки  $i_{1a}$  является проекцией вектора  $i_1$  на вектор  $u_1$ . Для ее построения опускаем перпендикуляр из конца вектора  $i_1$  на направление  $u_1$ . Реактивная составляющая тока  $i_{1p}$  является отрезком, соединяющим концы вектора  $i_{1a}$  и вектора  $i_1$ .



Теперь, после построения векторной диаграммы, перейдем к дальнейшему составлению математической модели трансформатора. Сначала рассмотрим, на что расходуется мощность, потребляемая трансформатором.

Основная часть *активной* мощности, потребляемой трансформатором от питающей сети, отдается в нагрузку ( $P$ ), часть мощности расходуется на *потери в обмотках* ( $P_M$ ) и на *потери в стали* магнитопровода ( $P_C$ ). Учитывая, что *активная мощность*, потребляемая от сети, равна произведению тока, напряжения и косинуса угла между ними, в соответствии с *законом сохранения энергии* запишем:

$$i_1 u_1 \cos \varphi_1 = P + P_M + P_C. \quad (4.4)$$

Здесь следует заметить, что активная составляющая  $i_{1a}$  полного тока  $i_1$  равна  $i_{1a} = i_1 \cos \varphi_1$ . Учитывая это, из (4.4) получим:

$$i_{1a} = \frac{P + P_M + P_C}{u_1}. \quad (4.5)$$

На векторной диаграмме трансформатора рассмотрим треугольник  $OHM$ , образованный векторами  $-E_1$ ,  $u_1$  и  $\Delta u_1$ . Применяя к этому треугольнику *теорему косинусов*, запишем:

$$E_1^2 = r_1^2 i_1^2 + u_1^2 - 2r_1 i_1 u_1 \cos \varphi_1. \quad (4.6)$$

Из (4.4) выразим косинус угла  $\varphi_1$  и подставим в (4.6):

$$E_1^2 = r_1^2 i_1^2 + u_1^2 - 2r_1 (P + P_M + P_C). \quad (4.7)$$

Мощность, выделяемая в нагрузке (нагрузка активная), определяется по известной формуле

$$P = u_2 i_2. \quad (4.8)$$

Мощность потерь в обмотках трансформатора (т. е. потерь в меди) определяется как сумма потерь в каждой из обмоток:

$$P_M = r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2, \quad (4.9)$$

где  $r_1, r_2$  – омические сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора;  $i_1, i_2$  – полные токи обмоток трансформатора.

Подставим (4.8) и (4.9) в (4.7) и после преобразований получим:

$$E_1^2 = u_1^2 - r_1^2 i_1^2 - 2r_1 [(u_2 + r_2 i_2) i_2 + P_C]. \quad (4.10)$$

Если обратиться к векторной диаграмме, то для  $E_2$  можно записать:

$$E_2 = u_2 + r_2 i_2. \quad (4.11)$$

После подстановки (4.11) в (4.10) получим:

$$E_1^2 = u_1^2 - r_1^2 i_1^2 - 2r_1 (E_2 i_2 + P_C). \quad (4.12)$$

Для определения ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  воспользуемся *законом электромагнитной индукции Фарадея* и будем предполагать, что магнитный поток в магнитопроводе трансформатора изменяется по *синусоидальному закону*  $\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$ . При подключении к зажимам первичной обмотки трансформатора напряжения  $u_1$  в обмотке возникает ЭДС самоиндукции, направленная встречно напряжению  $u_1$ . ЭДС самоиндукции частично компенсирует напряжение на первичной обмотке трансформатора. На основании закона Фарадея для ЭДС  $E_1$  запишем:

$$E_{1m} = -W_1 \frac{d\Phi}{dt}, \quad (4.13)$$

где  $W_1$  – количество витков в первичной обмотке трансформатора.

Подставив в (4.13) выражение  $\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$  и продифференцировав, получим

$$E_{1m} = -W_1 \Phi_0 \omega \cos \omega t. \quad (4.14)$$

Для амплитудного значения ЭДС самоиндукции из (4.14) запишем:

$$E_{1m} = \omega W_1 \Phi_0 = 2\pi f W_1 B S_C, \quad (4.15)$$

где  $f$  – частота питающей сети (рассматривается только сеть с частотой 50 Гц);  $B$  – магнитная индукция;  $S_C$  – сечение магнитопровода по стали.

В практических расчетах обычно используются *действующие значения* напряжений и токов, для перехода к которым следует правую часть выражения (4.15) разделить на  $\sqrt{2}$ . С учетом этого получим:

$$E_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\pi fBS_C W_1. \quad (4.16)$$

Из полученного выражения (4.16) определим  $W_1$ :

$$W_1 = \frac{E_1}{\sqrt{2}\pi fBS_C}. \quad (4.17)$$

Перепишем выражение (4.17) в виде:

$$W_1 = \frac{N}{S_C} \frac{E_1}{B}, \quad (4.18)$$

где  $N = \frac{1}{\sqrt{2}\pi f}$ .

Как было показано в гл. 2, сечение магнитопровода по стали  $S_C$  связано с геометрическим сечением (площадью керна  $S_k$ ) следующим выражением:

$$S_C = k_C S_k, \quad (4.19)$$

где  $k_C$  – коэффициент заполнения керна сталью.

Выразим ЭДС вторичной обмотки трансформатора  $E_2$  через ЭДС первичной обмотки  $E_1$ . Из (4.18) следует, что для любой обмотки трансформатора ЭДС пропорциональна числу витков этой обмотки, и можно записать:

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{E_1}{E_2}. \quad (4.20)$$

Зависимость (4.20) справедлива для любого трансформатора (работающего под нагрузкой или в режиме холостого хода). Из (4.20) выразим  $E_2$  и подставим в (4.12):

$$E_1^2 = u_1^2 - r_1^2 i_1^2 - 2r_1 \left( \frac{W_2 i_2}{W_1} E_1 + P_C \right). \quad (4.21)$$

Как было показано в гл. 2, потери в стали определяются через удельные потери и массу магнитопровода. Удельные потери в стали являются функцией магнитной индукции. В сертификате на транс-

форматорную сталь удельные потери в стали приводятся для базовой индукции  $B_0 = 1,5$  Тл и частоте 50 Гц, обозначим их  $P_{1.5/50}$ . Используя эти данные и имея в виду, что зависимость удельных потерь в стали от индукции хорошо аппроксимируется *параболической кривой* (см. гл. 2), запишем выражение для удельных потерь в стали в виде *квадратичной функции* от магнитной индукции  $B$ :

$$P_0 = \gamma B^2, \quad (4.22)$$

где  $\gamma = P_{1.5/50} / B_0^2$ .

Тогда потери в магнитопроводе трансформатора  $P_C$  определяются формулой

$$P_C = m_C \gamma B^2, \quad (4.23)$$

где  $m_C$  – масса стали магнитопровода.

Выразим магнитную индукцию через число витков первичной обмотки трансформатора и ЭДС  $E_1$ . Из (4.18) получим:

$$B = \frac{N}{S_C} \frac{E_1}{W_1}. \quad (4.24)$$

Подставим это выражение в формулу для потерь в стали (4.23). После элементарных преобразований будем иметь:

$$P_C = g E_1^2, \quad (4.25)$$

где введено обозначение  $g = \frac{m_C \gamma}{W_1^2} \left( \frac{N}{S_C} \right)^2$ .

Как следует из (4.25), потери в стали зависят от ЭДС самоиндукции первичной обмотки. При изменении нагрузки трансформатора будет изменяться падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки, что в свою очередь приведет к изменению ЭДС самоиндукции  $E_1$  и, в конечном итоге, – к изменению величины потерь в стали. Это явление становится заметным, когда сопротивления обмоток трансформатора имеют значительную величину.

Подставив (4.25) в (4.21), получим:

$$(1 + 2gr_1) E_1^2 + \frac{2r_1 W_2}{W_1} i_2 E_1 + r_1^2 i_1^2 = u_1^2. \quad (4.26)$$

Ток  $i_1$ , входящий в выражение (4.26), выразим через ЭДС  $E_1$ . Для этого обратимся к векторной диаграмме трансформатора и рассмотрим прямоугольный треугольник  $OAC$ . В этом треугольнике вектор тока  $i_1$  является гипотенузой, следовательно, можно записать:

$$i_1^2 = \left( \frac{W_2}{W_1} i_2 + i_{axx} \right)^2 + i_{pxx}^2. \quad (4.27)$$

Раскрывая скобки и учитывая очевидное равенство  $i_{xx}^2 = i_{axx}^2 + i_{pxx}^2$ , из (4.27) получим:

$$i_1^2 = \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 i_2^2 + 2 \frac{W_2}{W_1} i_2 i_{axx} + i_{xx}^2. \quad (4.28)$$

Активная составляющая тока холостого хода определяется выражением:

$$i_{axx} = \frac{P_c}{E_1}. \quad (4.29)$$

Потери в стали, определенные выражением (4.25), подставим в (4.29) и получим:

$$i_{axx} = gE_1. \quad (4.30)$$

Увеличение тока нагрузки трансформатора приводит к уменьшению ЭДС самоиндукции и, как следует из зависимости (4.30), к уменьшению активной составляющей тока холостого хода.

В соответствии с векторной диаграммой, реактивная составляющая тока холостого хода определяется через угол потерь  $\delta$ :

$$i_{pxx} = \frac{i_{axx}}{\operatorname{tg} \delta}. \quad (4.31)$$

Полный ток холостого хода определяется как геометрическая сумма активной и реактивной составляющих и может быть найден через синус угла потерь:

$$i_{xx} = \frac{i_{axx}}{\sin \delta}. \quad (4.32)$$

С учетом (4.30) выражение для полного тока холостого хода примет окончательный вид:

$$i_{xx} = \frac{g}{\sin \delta} E_1. \quad (4.33)$$

Из этой формулы и из векторной диаграммы (рис. 4.1) видно, что уменьшение  $E_1$ , вызванное увеличением тока нагрузки, приводит к уменьшению  $i_{xx}$ . Возникает вопрос: нет ли здесь противоречия, ведь, по определению, током холостого хода трансформатора называют такой ток, который протекает через первичную обмотку трансформатора при равном нулю токе нагрузки. Чтобы исключить путаницу, будем называть ток холостого хода трансформатора при отсутствии нагрузки *током холостого хода ненагруженного трансформатора* и обозначим его  $i_{0xx}$ . Чтобы его вычислить, необходимо подставить в (4.33)  $E_1 = E_{1xx}$ , где  $E_{1xx}$  – ЭДС самоиндукции в режиме холостого хода. Выражение для вычисления  $E_{1xx}$  будет дано ниже, а ток холостого хода ненагруженного трансформатора равен

$$i_{0xx} = \frac{g}{\sin \delta} E_{1xx}. \quad (4.34)$$

Следует заметить, что в известной авторам литературе ток холостого хода принято считать не зависящим от нагрузки. Однако такое допущение может привести к ошибкам в расчетах трансформаторов, особенно маломощных, у которых ток холостого хода сопоставим по величине с током нагрузки, приведенным к первичной стороне

$\left( \frac{W_2}{W_1} i_2 \right)$ . Авторы считают, что термин *ток холостого хода* вполне правомерно применять и к трансформатору, работающему с нагрузкой, понимая под этим током ту часть тока первичной обмотки, которая вызвана потерями в стали и током намагничивания магнитопровода и *не участвует в передаче мощности в нагрузку*.

Для расчета тока первичной обмотки обратимся к формуле (2.26) для *тангенса угла потерь* (эта формула была выведена в гл. 2). Подставив в (2.26) зависимость потерь в стали от индукции из (4.22), получим:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\mu_0 \mu r_c}{\pi f}. \quad (4.35)$$

На основании полученных зависимостей запишем выражение для полного тока первичной обмотки  $i_1$ . Для этого подставим (4.30) и (4.33) в (4.28). После перегруппировки слагаемых будем иметь:

$$i_1^2 = \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 i_2^2 + \frac{2gW_2 i_2}{W_1} E_1 + \frac{g^2}{\sin^2 \delta} E_1^2. \quad (4.36)$$

Возвращаясь к уравнению (4.26), подставим в него выражение для тока  $i_1$  из (4.36):

$$\left( 1 + 2gr_1 + \frac{g^2 r_1^2}{\sin^2 \delta} \right) E_1^2 + \frac{2r_1 W_2}{W_1} (1 + gr_1) i_2 E_1 + r_1^2 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 i_2^2 = u_1^2. \quad (4.37)$$

Уравнение (4.37) является *квадратным* относительно ЭДС самоиндукции  $E_1$ . Все коэффициенты этого уравнения определены, а ток нагрузки  $i_2$  задан. ЭДС  $E_1$  определяется как решение уравнения (4.37). Полученное уравнение является основным уравнением и позволяет рассчитать не только  $E_1$ , но и все остальные параметры трансформатора.

Из уравнения (4.37) определим ЭДС самоиндукции  $E_{1xx}$  для режима холостого хода. Для этого подставим в (4.37) ток нагрузки  $i_2 = 0$  и решим полученное уравнение относительно ЭДС  $E_1$ , которое соответствует режиму холостого хода. В результате решения уравнения (4.37) получим:

$$E_{1xx} = \frac{u_1}{\sqrt{1 + 2gr_1 + \frac{g^2 r_1^2}{\sin^2 \delta}}}. \quad (4.38)$$

Используя зависимость (4.38) и выражение (4.20), определим ЭДС  $E_2$ . Для этого подставим в (4.20) значение  $E_{1xx}$  из (4.38) и получим:

$$E_{2xx} = \frac{W_2}{W_1} E_{1xx}. \quad (4.39)$$

ЭДС  $E_{2xx}$  определяет напряжение холостого хода на вторичной обмотке трансформатора:

$$u_{2xx} = E_{2xx}. \quad (4.40)$$

По вычисленному значению ЭДС самоиндукции  $E_{1xx}$  определим полный ток холостого хода  $i_{0xx}$ . Для этого подставим (4.38) в (4.33) и получим:

$$i_{0xx} = \frac{gu_1}{\sqrt{(1+2gr_1)\sin^2\delta + g^2r_1^2}}. \quad (4.41)$$

Из треугольника  $OHM$  (рис. 4.1) по теореме косинусов находим:

$$(r_1i_1)^2 = E_1^2 + u_1^2 - 2E_1u_1\cos\psi_1. \quad (4.42)$$

Фазовый сдвиг между напряжением  $u_1$  и ЭДС самоиндукции  $E_1$  в режиме холостого хода вычисляется из выражения (4.42), если в него подставить  $i_1 = i_{0xx}$  и  $E_1 = E_{1xx}$ :

$$\cos\psi_{1xx} = \frac{(1+gr_1)\sin\delta}{\sqrt{(1+2gr_1)\sin^2\delta + g^2r_1^2}}. \quad (4.43)$$

Выражение (4.43) показывает, что величина угла  $\psi_{1xx}$  определяется потерями в стали. При малых потерях в стали ( $\gamma \approx 0$ ) фазовый сдвиг между напряжением  $u_1$  и ЭДС  $E_1$  практически равен нулю.

Зависимость напряжения на вторичной обмотке трансформатора от тока нагрузки называется *внешней вольтамперной характеристикой* (ВАХ) трансформатора. Для ее построения используем уравнение (4.37). Сначала подставим в (4.11) значение ЭДС  $E_2$  из (4.20):

$$E_1 = \frac{W_1}{W_2}(u_2 + r_2i_2). \quad (4.44)$$

Выражение (4.44) определяет ЭДС  $E_1$  через параметры нагрузки  $(u_2, i_2)$ . Затем, подставив (4.44) в (4.37), получим:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 \left(1 + 2gr_1 + \frac{g^2r_1^2}{\sin^2\delta}\right) (u_2 + r_2i_2)^2 + \\ & + 2r_1(1+gr_1)(u_2 + r_2i_2)i_2 + r_1^2 \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2 i_2^2 = u_1^2. \end{aligned} \quad (4.45)$$



Полученное выражение (4.45) устанавливает зависимость между напряжением на нагрузке  $u_2$  и током  $i_2$  и, по определению, является *внешней ВАХ* трансформатора. Используя эту зависимость, можно определить ток и напряжение короткого замыкания в опыте КЗ.

Как известно, *опыт короткого замыкания* является важным экспериментом, который позволяет определить основные параметры трансформатора. При опыте КЗ вторичная обмотка трансформатора замыкается накоротко, а на первичную обмотку подается такое напряжение  $u_{1k}$ , при котором во вторичной обмотке трансформатора протекает номинальный ток  $i_{2H}$ . Это напряжение называется *напряжением короткого замыкания*. В формуле (4.45) примем  $u_2 = 0$ , а  $i_2 = i_{2H}$ , что и соответствует опыту короткого замыкания. После элементарных преобразований из (4.45) получим:

$$u_{1k} = i_{2H} \frac{W_2}{W_1} \sqrt{\left(\frac{W_1^2 g r_1 r_2}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2 + \frac{2W_1^2 g r_1 r_2 r_p}{W_2^2} + r_p^2}, \quad (4.46)$$

где  $r_p = r_1 + \frac{W_1^2}{W_2^2} r_2$  – приведенное сопротивление обмоток трансформатора.

ЭДС самоиндукции  $E_{1k}$  в опыте КЗ определяется из формулы (4.44) при  $u_2 = 0$  и  $i_2 = i_{2H}$ :

$$E_{1k} = \frac{W_1 r_2 i_{2H}}{W_2}. \quad (4.47)$$

Ток короткого замыкания  $i_{1k}$  определяется из выражения (4.36) после подстановки в него (4.47) и тока  $i_2 = i_{2H}$ :

$$i_{1k} = i_{2H} \left(\frac{W_2}{W_1}\right) \sqrt{1 + \frac{2W_1^2 g r_2}{W_2^2} + \left(\frac{W_1^2 g r_2}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2}. \quad (4.48)$$

Исключим ток  $i_{2H}$  из (4.46). Для этого решим уравнение (4.48) относительно тока  $i_{2H}$  и подставим его в выражение (4.46). После несложных преобразований получим:

$$u_{1k} = r_0 i_{1k}, \quad (4.49)$$

где  $r_0$  – приведенное сопротивление обмоток трансформатора.

$$r_0 = \frac{\sqrt{\left(\frac{W_1^2 g r_1 r_2}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2 + \frac{2W_1^2 g r_1 r_2 r_p}{W_2^2} + r_p^2}}{\sqrt{1 + \frac{2W_1^2 g r_2}{W_2^2} + \left(\frac{W_1^2 g r_2}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2}}. \quad (4.50)$$

Выражение (4.50) является обобщением известной из литературы [4] формулы для приведенного сопротивления (3.4)

$r_0 = r_1 + \frac{W_1^2}{W_2^2} r_2$ . Выражение (4.50) применяют, когда требуется учиты-

вать потери в стали. Если же потерями в стали можно пренебречь ( $\gamma = 0$ ), то выражение (4.50) преобразуется к виду (3.4). Расчет приведенного сопротивления по формуле (4.50) дает результат, незначительно отличающийся от расчета по формуле (3.4), если сопротивление обмоток или потери в стали невелики. Однако если сопротивление обмоток трансформатора велико, либо велики потери в стали, это отличие может быть существенным, и следует использовать формулу (4.50).

Потери в стали  $P_{СК}$  при опыте короткого замыкания вычисляются по формуле (4.25). Подставив значение ЭДС  $E_{1k}$  из (4.47) в (4.25), получим:

$$P_{СК} = gE_1^2 = \frac{W_1^2 g r_2^2}{W_2^2} i_{2H}^2. \quad (4.51)$$

Теперь, с учетом полученных выше соотношений, рассмотрим работу трансформатора в различных режимах и произведем расчет его основных параметров.

#### 4.1.1. Коэффициент полезного действия трансформатора

Важным параметром, характеризующим экономичность работы трансформатора, является *коэффициент полезного действия (КПД)*, равный отношению активной мощности, отдаваемой в нагрузку (*полезной мощности*), к активной мощности, потребляемой им из сети:

$$\eta = \frac{P}{P + P_M + P_C}, \quad (4.52)$$

где  $P$  – полезная мощность;  $P_M$  – потери мощности в обмотках трансформатора (потери в меди);  $P_C$  – потери мощности в магнитопроводе трансформатора (потери в стали).

Мощность, выделяющаяся в активной нагрузке с сопротивлением  $r_H$ , определяется формулой:

$$P = r_H i_2^2. \quad (4.53)$$

Мощность потерь в меди определяется формулой (4.9), в которую входит ток  $i_1$ . Выразим ток  $i_1$  через ток  $i_2$ . Для этого в формуле (4.36) заменим ЭДС  $E_1$  на ее значение из (4.44):

$$i_1^2 = \left[ \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 + 2g(r_H + r_2) + \left( \frac{W_1 g}{W_2 \sin \delta} \right)^2 (r_H + r_2)^2 \right] i_2^2, \quad (4.54)$$

при этом учтено, что  $r_H = \frac{u_2}{i_2}$ .

Потери в стали определены формулой (4.25) через ЭДС  $E_1$ . Подставив в (4.25) величину  $E_1$  из (4.44), получим выражение для потерь в стали в виде функции сопротивления нагрузки:

$$P_C = \frac{W_1^2 g}{W_2^2} (r_H + r_2)^2 i_2^2. \quad (4.55)$$

Таким образом, все величины, входящие в выражение для КПД, зависят от тока нагрузки  $i_2$ . Учитывая это, из (4.52) получим следующее выражение для КПД:

$$\eta = \frac{r_H}{\frac{W_1^2 g}{W_2^2} \left[ \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} + 1 \right] (r_H + r_2)^2 + [2gr_1 + 1](r_H + r_2) + r_1 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2}. \quad (4.56)$$

При расчете трансформаторов в качестве одного из заданных параметров используется ток нагрузки  $i_2$ . В выражение для КПД вошло сопротивление нагрузки, которое произвольно не может быть задано. Для вычисления КПД следует исключить сопротивление  $r_H$

из выражения (4.56). Для этого решим уравнение (4.45) относительно напряжения  $u_2$ . Пусть решение имеет вид:

$$u_2 = f(i_2). \quad (4.57)$$

С другой стороны, напряжение  $u_2$  и ток нагрузки  $i_2$  связаны законом Ома:

$$u_2 = r_H i_2. \quad (4.58)$$

Из (4.58), учитывая (4.57), для сопротивления нагрузки получим:

$$r_H = \frac{f(i_2)}{i_2}. \quad (4.59)$$

Таким образом, для вычисления КПД трансформатора необходимо задать ток нагрузки  $i_2$ , по формуле (4.59) вычислить сопротивление нагрузки  $r_H$ , а далее, используя зависимость (4.56), вычислить КПД.

Хорошо известно, что зависимость КПД трансформатора от тока нагрузки имеет максимум. Как следует из различных литературных источников (например, [8, 9]), максимум КПД достигается при условии равенства потерь в стали и меди, при этом производная от КПД по току нагрузки равна нулю. Практически всегда производную от КПД трансформатора вычисляют в предположении, что при изменении тока нагрузки напряжение на вторичной обмотке трансформатора не изменяется, т. е.  $u_2 = \text{const}$  [10]. Также молчаливо предполагается, что падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки не зависит от тока нагрузки, а потери в стали – постоянные. В действительности же, как следует из формулы (4.55), потери в стали зависят от тока нагрузки.

Все перечисленные факторы хотя и незначительно, но сказываются на точности определения *максимального КПД*. В частности, вышеупомянутое утверждение о максимуме КПД при равенстве потерь в стали и меди выполняется приближенно. Далее эта проблема будет рассмотрена подробно: будут даны точные выражения для вычисления КПД – как с учетом температуры перегрева трансформатора, так и без него.

Максимальное значение КПД определяется из условия:

$$\frac{d\eta}{dr_H} = 0, \quad (4.60)$$

поэтому продифференцируем выражение (4.56) и приравняем его нулю:

$$\begin{aligned} & \frac{W_1^2 g}{W_2^2} \left( \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} + 1 \right) (r_H + r_2)^2 + \\ & + (2gr_1 + 1)r_2 - \frac{2W_1^2 g}{W_2^2} \left( \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} + 1 \right) (r_H + r_2)r_H + r_1 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 = 0. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Решая уравнение (4.61) относительно  $r_H$ , находим такое  $r_H = r_{H0}$ , при котором КПД принимает максимальное значение:

$$r_{H0}^2 = \frac{\frac{W_1^2 g}{W_2^2} \left( \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} + 1 \right) r_2^2 + (2gr_1 + 1)r_2 + r_1 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2}{\frac{W_1^2 g}{W_2^2} \left( \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} + 1 \right)}. \quad (4.62)$$

Максимальное значение КПД вычисляется из выражения (4.56), если подставить в него  $r_H = r_{H0}$ .

Напряжение на нагрузке  $u_{20}$  (нагрузка активная), соответствующее максимальному КПД, и ток нагрузки  $i_{20}$  связаны законом Ома:

$$u_{20} = r_{H0} i_{20}. \quad (4.63)$$

Определим значение  $E_{10}$ , которое соответствует сопротивлению нагрузки  $r_H = r_{H0}$ . Для этого подставим (4.63) в (4.44):

$$E_{10} = \frac{W_1}{W_2} r_{op} i_{20}, \quad (4.64)$$

где введено обозначение  $r_{op} = r_{H0} + r_2$ .

Полученное выражение (4.64) подставим в уравнение (4.37) и определим ток в нагрузке, соответствующий максимальному КПД:

$$i_{20}^2 = \frac{u_1^2}{\left( \frac{W_1}{W_2} \right)^2 \left[ 1 + 2gr_1 + \left( \frac{gr_1}{\sin^2 \delta} \right)^2 \right] r_{op}^2 + 2r_1 (1 + gr_1) r_{op} + r_1^2 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2}. \quad (4.65)$$

Ток первичной обмотки трансформатора  $i_{10}$  при максимальном КПД определяется через ток  $i_{20}$ , если в уравнение (4.36) подставить (4.64):

$$i_{10}^2 = \left[ \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 + 2gr_{op} + \left( \frac{W_1 g}{W_2 \sin \delta} \right)^2 r_{op}^2 \right] i_{20}^2. \quad (4.66)$$

Подставляя в (4.66) ток  $i_{20}$  из (4.65), получим окончательное выражение для тока  $i_{10}$ :

$$i_{10}^2 = \frac{u_1^2 \left[ \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 + 2gr_{op} + \left( \frac{W_1 g}{W_2 \sin \delta} \right)^2 r_{op}^2 \right]}{\left( \frac{W_1}{W_2} \right)^2 \left[ 1 + 2gr_1 + \left( \frac{gr_1}{\sin \delta} \right)^2 \right] r_{op}^2 + 2r_1(1 + gr_1)r_{op} + r_1^2 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2}. \quad (4.67)$$

Покажем, что потери в меди и потери в стали при максимальном КПД не равны. Потери в меди  $P_{m0}$  и потери в стали  $P_{c0}$  при максимальном КПД определяются из выражений (4.9) и (4.25) соответственно при токах  $i_1 = i_{10}$  и  $i_2 = i_{20}$ :

$$P_{M0} = r_1 i_{10}^2 + r_2 i_{20}^2, \quad (4.68)$$

$$P_{C0} = gE_{10}^2 = \frac{W_1^2 g}{W_2^2} r_{op}^2 i_{20}^2. \quad (4.69)$$

Подставим (4.65) и (4.67) в (4.68):

$$P_{M0} = \frac{u_1^2 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 \left[ \frac{2W_1^2 g}{W_2^2} r_{op} r_1 + \left( \frac{W_1^2 g}{W_2^2 \sin \delta} \right)^2 r_{op}^2 r_1 + \left( r_1 + \frac{W_1^2}{W_2^2} r_2 \right) \right]}{\left( \frac{W_1}{W_2} \right)^2 \left[ 1 + 2gr_1 + \left( \frac{gr_1}{\sin \delta} \right)^2 \right] r_{op}^2 + 2r_1(1 + gr_1)r_{op} + r_1^2 \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2}. \quad (4.70)$$

Полученное выражение (4.70) определяет потери в меди трансформатора при максимальном КПД. Для вычисления потерь в стали подставим (4.65) в (4.69):

$$P_{C0} = \frac{W_1^2 u_1^2 g r_{op}^2}{W_2^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 \left[1 + 2gr_1 + \left(\frac{gr_1}{\sin \delta}\right)^2\right] r_{op}^2 + 2r_1(1 + gr_1)r_{op} + r_1^2 \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2}. \quad (4.71)$$

Зависимость (4.71) определяет потери в магнитопроводе трансформатора при максимальном КПД.

Сравнивая две зависимости (4.70) и (4.71), можно заметить, что потери в стали и меди не равны между собой, хотя и были вычислены при одном условии – максимальном КПД. Для трансформаторов, у которых сопротивление обмоток мало, потери в стали и потери в меди при максимальном КПД отличаются незначительно, но различие между ними возрастает в случае увеличения сопротивления обмоток трансформатора. Ниже будут даны численные оценки максимального КПД.

#### 4.1.2. Аварийный режим работы трансформатора

При эксплуатации трансформатора может возникнуть короткое замыкание в нагрузке вследствие каких-либо неисправностей. При этом на входе трансформатора будет действовать номинальное напряжение  $u_1$ . Такой режим для трансформатора является аварийным; при этом как в первичной, так и во вторичной цепях протекают токи, многократно превышающие номинальные.

Обозначим  $i_{2k0}$  ток вторичной обмотки трансформатора в *аварийном режиме*. Подставим  $u_2 = 0$  в уравнение (4.45). При номинальном значении питающего напряжения  $u_1$  из (4.45) получим:

$$i_{2k0} = \frac{W_1 u_1}{W_2 \sqrt{\left(\frac{W_1^2 g r_1 r_2}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2 + \frac{2W_1^2 g r_1 r_2 r_p}{W_2^2} + r_p^2}}. \quad (4.72)$$

Аварийное значение тока  $i_{1k0}$ , протекающего по первичной обмотке трансформатора, вычисляется из выражения (4.48) при  $i_{2H} = i_{2k0}$ :

$$i_{1k0} = i_{2k0} \left( \frac{W_2}{W_1} \right) \sqrt{1 + \frac{2W_1^2 gr_2}{W_2^2} + \left( \frac{W_1^2 gr_2}{W_2^2 \sin \delta} \right)^2}. \quad (4.73)$$

Величины ЭДС первичной и вторичной обмоток трансформатора определяются из (4.44) при напряжении  $u_2 = 0$  :

$$\begin{cases} E_{1k0} = \frac{W_1}{W_2} r_2 i_{2k0} \\ E_{2k0} = \frac{W_2}{W_1} E_{1k0} \end{cases}. \quad (4.74)$$

Для нахождения потерь в стали  $P_{Ck0}$  в аварийном режиме получим из (4.25) при  $E_1 = E_{1k0}$  :

$$P_{Ck0} = \frac{W_1^2 gr_2^2}{W_2^2} i_{1k0}^2. \quad (4.75)$$

#### 4.1.3. Фазовые параметры трансформатора

Для вычисления *фазового сдвига* между напряжением  $u_1$  и током  $i_1$  применим формулу (4.4). Учитывая зависимости (4.8), (4.9) и (4.11), получим:

$$\cos \varphi_1 = \frac{(u_2 + r_2 i_2) i_2 + r_1 i_1^2 + P_C}{i_1 u_1} = \frac{E_2 i_2 + r_1 i_1^2 + P_C}{i_1 u_1}. \quad (4.76)$$

С помощью (4.20) исключаем  $E_2$  из (4.76) и получаем:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\frac{W_2}{W_1} E_1 i_2 + r_1 i_1^2 + P_C}{i_1 u_1}. \quad (4.77)$$

Потери в стали определены зависимостью (4.25). Подставив (4.25) в (4.77), получим:

$$\cos \varphi_1 = \frac{1}{i_1 u_1} \left( g E_1^2 + \frac{W_2}{W_1} E_1 i_2 + r_1 i_1^2 \right). \quad (4.78)$$

В полученном выражении имеется ток  $i_1$ , который, по формуле (4.36), зависит от  $E_1$ . Следовательно, угол  $\varphi_1$  также зависит от  $E_1$ .



Решая уравнение (4.37) относительно  $E_1$  и подставляя это решение в (4.78), получим зависимость угла  $\varphi_1$  от тока  $i_2$ . Полученная зависимость позволяет вычислить фазовый сдвиг между напряжением  $u_1$  и током  $i_1$  в зависимости от тока нагрузки  $i_2$ .

Фазовый сдвиг между вектором напряжения  $u_1$  и вектором ЭДС самоиндукции  $E_1$  определяется на основе векторной диаграммы – из треугольника  $OHM$ .

Из (4.42) выразим  $\cos\psi_1$ :

$$\cos\psi_1 = \frac{E_1^2 + u_1^2 - r_1^2 i_1^2}{2E_1 u_1}. \quad (4.79)$$

Подставим в (4.79) выражение для тока  $i_1$  из (4.36):

$$\cos\psi_1 = \frac{E_1^2 + u_1^2}{2E_1 u_1} - \frac{r_1^2}{2u_1} \left[ \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 \frac{i_2^2}{E_1} + \frac{2W_2 g}{W_1} i_2 + \left( \frac{g}{\sin\delta} \right)^2 E_1 \right]. \quad (4.80)$$

Величина  $E_1$ , входящая в (4.80), находится как решение уравнения (4.37) при заданном токе нагрузки  $i_2$ . Подставляя решение квадратного уравнения (4.37) в (4.80), можно получить выражение для вычисления  $\cos\psi_1$  в виде зависимости от тока нагрузки  $i_2$ . Однако в аналитическом виде такая подстановка оказывается весьма сложной, поэтому при расчете трансформаторов значения  $E_1$  и  $\cos\psi_1$  определяются только численно.

\* \* \*

*Все математические выкладки, сделанные в данной главе, до настоящего момента не учитывали, что во время работы трансформатор нагревается. Нагрев трансформатора приводит к тому, что омические сопротивления его обмоток увеличиваются; это влечет за собой изменение всех параметров трансформатора. Поэтому для практических целей расчет параметров трансформатора должен проводиться только с учетом температуры перегрева (т. е. превышения температуры трансформатора над температурой окружающей среды). Так и будет сделано в дальнейшем.*

#### 4.1.4. Внешняя вольтамперная характеристика трансформатора

Исследование влияния температуры перегрева на параметры трансформатора возможно только в рамках определенной *тепловой модели*. Такая модель была построена в гл. 3. В соответствии с тепловой моделью трансформатора (3.42) можно записать:

$$T = \frac{P_M + P_C}{\alpha F - \chi P_M} = \frac{r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2 + P_C}{\alpha F - \chi (r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2)}, \quad (4.81)$$

где  $T = \Theta - T_0$  – температура перегрева трансформатора.

Чтобы применить формулу (4.81) на практике, необходимо ток  $i_1$  и потери в стали  $P_C$  выразить через ток нагрузки. Для этого решим уравнение (4.37) относительно  $E_1$ . Пусть искомое решение записывается в виде:

$$E_1 = f_1(i_2). \quad (4.82)$$

В результате подстановки (4.82) в (4.25) и (4.36) получим:

$$\begin{cases} P_C = g f_1^2(i_2), \\ i_1^2 = \left(\frac{W_2}{W_1}\right)^2 i_2^2 + \frac{2W_2 g}{W_1} i_2 f_1(i_2) + \left(\frac{g}{\sin \delta}\right)^2 f_1^2(i_2). \end{cases} \quad (4.83)$$

Формулы (4.81) и (4.83) определяют установившуюся температуру перегрева трансформатора при заданном токе  $i_2$ . Это утверждение можно записать в общем виде следующим образом:

$$T = f_T(i_2). \quad (4.84)$$

Сопротивления обмоток трансформатора зависят от температуры перегрева и находятся по известным формулам (см. гл. 3):

$$\begin{cases} R_1 = (1 + \chi T) r_1, \\ R_2 = (1 + \chi T) r_2. \end{cases} \quad (4.85)$$

В результате подстановки (4.81) и (4.85) в (4.37) получим:

$$\left(\frac{g^2 R_1^2}{\sin^2 \delta} + 2gR_1 + 1\right) E_{1T}^2 + \frac{2W_2 R_1}{W_1} (gR_1 + 1) i_2 E_{1T} + \left(\frac{W_2 R_1}{W_1}\right)^2 i_2^2 - u_1^2 = 0, \quad (4.86)$$

где  $E_{1T}$  – ЭДС самоиндукции  $E_1$  при температуре перегрева трансформатора  $T$ .

Рассмотрим зависимость (4.86) как уравнение относительно  $E_{1T}$ . Пусть решение этого уравнения имеет вид:

$$E_{1T} = f_{1T}(i_2). \quad (4.87)$$

При заданном токе  $i_2$  выражение (4.87) однозначно определяет ЭДС с учетом температуры перегрева. С другой стороны, на основании (4.44) можно записать:

$$E_{1T} = \frac{W_1}{W_2}(u_{2T} + R_2 i_2), \quad (4.88)$$

где  $u_{2T}$  – напряжение на вторичной обмотке трансформатора при токе нагрузки  $i_2$  и установившейся температуре перегрева  $T$ . Подставив  $E_{1T}$  из (4.88) в (4.86), получим:

$$\left( \frac{g^2 R_1^2}{\sin^2 \delta} + 2gR_1 + 1 \right) \frac{W_1^2}{W_2^2} (u_{2T} + R_2 i_2)^2 + 2R_1 (gR_1 + 1) i_2 (u_{2T} + R_2 i_2) + \left( \frac{W_2 R_1 i_2}{W_1} \right)^2 - u_1^2 = 0. \quad (4.89)$$

Выражение (4.89) устанавливает зависимость между параметрами  $u_{2T}, i_2$  и является внешней ВАХ трансформатора с учетом его перегрева. Уравнения (4.86) и (4.89) являются обобщением уравнений (4.37) и (4.45) на случай зависимости параметров трансформатора от температуры перегрева.

Ток первичной обмотки трансформатора при установившейся температуре перегрева (4.84) находится с помощью выражения (4.36).

#### 4.1.5. Температура перегрева и другие параметры режима холостого хода

С учетом выводов, полученных в предыдущем параграфе, определим температуру перегрева трансформатора, работающего на холостом ходу. Для этого подставим  $i_2 = 0$  в (4.81) и получим:

$$T_{xx} = \frac{P_{Cxx} + r_1 i_{0xx}^2}{\alpha F - \chi r_1 i_{0xx}^2}, \quad (4.90)$$

где  $P_{Cxx}$  – потери в стали в режиме холостого хода;  $T_{xx}$  – температура перегрева трансформатора в режиме холостого хода. В (4.90) обозначено  $i_1 = i_{0xx}$  в режиме холостого хода.

Поскольку, как следует из (4.82), при  $i_2 = 0$   $f_1(0) = E_{1xx}$ , из (4.83) получим:

$$P_{Cxx} = gE_{1xx}^2. \quad (4.91)$$

Подставим в (4.92) выражение для  $E_{1xx}$  из (4.90), тогда потери в стали для режима холостого хода примут следующий вид:

$$P_{Cxx} = \frac{gu_1^2 \sin^2 \delta}{(1 + 2gr_1) \sin^2 \delta + g^2 r_1^2}. \quad (4.92)$$

Подставив (4.92) в (4.90), получим:

$$T_{xx} = \frac{[gu_1^2 + r_1 i_{0xx}^2 (1 + 2gr_1)] \sin^2 \delta + i_{0xx}^2 g^2 r_1^3}{[(1 + 2gr_1) \sin^2 \delta + g^2 r_1^2] (\alpha F - \chi r_1 i_{0xx}^2)}. \quad (4.93)$$

Определим ЭДС  $E_{1xxT}$ , которая соответствует режиму холостого хода и температуре перегрева  $T_{xx}$ , определяемой из (4.93). При  $i_2 = 0$  из (4.86) имеем:

$$E_{1xxT} = \frac{u_1 \sin \delta}{\sqrt{(1 + 2gR_{1xx}) \sin^2 \delta + g^2 R_{1xx}^2}}. \quad (4.94)$$

Сопrotивления обмоток  $R_{1xx}$  и  $R_{2xx}$ , входящие в (4.94), определяются при температуре перегрева  $T_{xx}$  из (4.93). Для ЭДС  $E_{1xxT}$  и  $E_{2xxT}$  справедлива зависимость:

$$E_{2xxT} = \frac{W_2}{W_1} E_{1xxT}. \quad (4.95)$$

Напряжение холостого хода  $u_{2xxT}$  при установившейся температуре перегрева (4.93) есть не что иное, как значение ЭДС  $E_{2xxT}$ :

$$u_{2xxT} = E_{2xxT}. \quad (4.96)$$

Активная составляющая тока холостого хода и полный ток холостого хода при температуре перегрева (4.93) в установившемся режиме определяются из (4.30) и (4.33), если в эти выражения подставить  $E_1 = E_{1xxT}$  и  $i_2 = 0$ :

$$\begin{aligned} i_{axxT} &= gE_{1xxT}, \\ i_{xxT} &= \frac{g}{\sin \delta} E_{1xxT}. \end{aligned} \quad (4.97)$$

Потери в стали  $P_{CxxT}$  определяются из (4.25) при  $E_1 = E_{1xxT}$  и также зависят от температуры перегрева трансформатора:

$$P_{CxxT} = gE_{1xxT}^2. \quad (4.98)$$

#### 4.1.6. Аварийный режим работы трансформатора с учетом нагрева

Рассмотрим режим работы трансформатора, при котором вторичная обмотка замыкается накоротко, а на первичную обмотку подается номинальное напряжение. Такой режим для трансформатора является аварийным, и работать в таком режиме трансформатор не может, но такой режим работы возможен в случае неисправности нагрузки. Расчет такого режима необходим для проектирования устройств защиты, отключающих трансформатор при возникновении аварийного режима.

Температура перегрева  $T_{k0}$  трансформатора для аварийного режима определяется токами короткого замыкания  $i_{1k0}$  из (4.73) и  $i_{2k0}$  из (4.72). Подставив эти величины в (4.81), получим:

$$T_{k0} = \frac{r_1 i_{1k0}^2 + r_2 i_{2k0}^2 + P_{Ck0}}{\alpha F - \chi (r_1 i_{1k0}^2 + r_2 i_{2k0}^2)}. \quad (4.99)$$

При установившейся температуре  $T_{k0}$  во вторичной обмотке трансформатора протекает ток  $i_{2k0T}$ . Напряжение на нагрузке при этом равно нулю ( $u_2 = 0$ ). Сопротивления обмоток трансформатора  $R_{1k0T}$  и  $R_{2k0T}$  определяются из (4.85) при температуре перегрева (4.99):

$$\begin{cases} R_{1k0T} = (1 + \chi T_{k0}) r_1, \\ R_{2k0T} = (1 + \chi T_{k0}) r_2. \end{cases} \quad (4.100)$$

Ток короткого замыкания при установившейся температуре  $T_{k0}$  определяется из (4.89). После элементарных преобразований из (4.89) получим:

$$i_{2k0T} = \frac{W_1 u_1}{W_2 \sqrt{\left( \frac{W_1^2 g R_{1k0T} R_{2k0T}}{W_2^2 \sin \delta} \right)^2 + \frac{2W_1^2 g R_{1k0T} R_{2k0T} R_{pk0T}}{W_2^2} + R_{pk0T}^2}}, \quad (4.101)$$

где введено обозначение  $R_{pk0T} = R_{1k0T} + \frac{W_1^2}{W_2^2} R_{2k0T}$ .

Численные расчеты, которые будут даны ниже, покажут, что ток  $i_{2k0T}$  существенно меньше тока  $i_{2k0}$ . При вычислении тока  $i_{2k0}$  температура перегрева не учитывалась, т. е. ток определялся в первый момент после возникновения аварийного режима. ЭДС самоиндукции  $E_{1k0T}$  определяется из (4.88) при  $u_{2T} = 0$ ,  $i_2 = i_{2k0T}$  и  $R_2 = R_{2k0T}$ :

$$E_{1k0T} = \frac{W_1}{W_2} R_{2k0T} i_{2k0T}. \quad (4.102)$$

Ток первичной обмотки  $i_{1k0T}$  трансформатора определим из (4.86) после подстановки (4.102):

$$i_{1k0T} = i_{2k0T} \left( \frac{W_2}{W_1} \right) \sqrt{1 + \frac{2W_1^2 g R_{2k0T}}{W_2^2} + \left( \frac{W_1^2 g R_{2k0T}}{W_2^2 \sin \delta} \right)^2}. \quad (4.103)$$

Следует иметь в виду, что вычисленные таким образом токи обмоток не могут быть проверены экспериментально. Это связано с тем, что температура перегрева такого аварийного режима значительно превышает допустимую температуру проводов обмоток, изолирующих и других материалов, из которых изготовлен трансформатор, и приводит к *разрушению трансформатора*. Однако расчет токов аварийного режима представляет интерес для оценки допустимого времени нахождения трансформатора в таком режиме, пока не произойдет срабатывание устройства защиты и трансформатор не будет обесточен. Информация о величине тока через обмотки позволяет рассчитать *силы Ампера*, действующие на витки обмоток, и оценить возможность их механического перемещения. Однако здесь решение этой задачи не рассматривается.

#### 4.1.7. Режим номинальной работы трансформатора (рабочий режим)

Температура перегрева трансформатора в *рабочем режиме* определяется зависимостью (4.84), а сопротивление обмоток – формулой (4.85). Ток  $i_{1T}$  первичной обмотки трансформатора при температуре перегрева (4.84) определяется из выражения (4.36). Подставив (4.87) в (4.36), получим:

$$i_{1T}^2 = \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 i_2^2 + \frac{2W_2 g}{W_1} i_2 f_{1T}(i_2) + \frac{g^2}{\sin^2 \delta} f_{1T}^2(i_2). \quad (4.104)$$

Напряжение  $u_{2T}$  на выходных зажимах трансформатора находится как решение уравнения (4.89). Решить данное уравнение можно только *численными методами*. Зная напряжение  $u_{2T}$ , ЭДС  $E_{2T}$  несложно найти из очевидной формулы:

$$E_{2T} = u_{2T} + R_2 i_2. \quad (4.105)$$

Потери в стали  $P_{CT}$  при температуре перегрева (4.84) определяются формулой (4.25), в которую подставляем  $E_1 = E_{1T}$ . В результате получим:

$$P_{CT} = g E_{1T}^2 = g f_{1T}^2(i_2). \quad (4.106)$$

Потери в меди  $P_{MT}$  определяются при температуре перегрева (4.84):

$$P_{MT} = R_1 i_{1T}^2 + R_2 i_2^2, \quad (4.107)$$

где ток  $i_{1T}$  задан формулой (4.104), а  $R_1$  и  $R_2$  определяются из (4.85).

Теперь подставим (4.104), (4.105) и (4.106) в формулу (4.76) и получим:

$$\cos \varphi_{1T} = \frac{E_{2T} i_2 + R_1 i_{1T}^2 + P_{CT}}{i_{1T} u_1}. \quad (4.108)$$

Выражение (4.108) определяет фазовый сдвиг между напряжением и током на входных зажимах трансформатора при установившейся температуре.

Угол  $\psi_{1T}$  между векторами  $E_{1T}$  и  $u_1$  определяется выражением (4.79), если подставить в него  $E_1 = E_{1T}$ ,  $r_1 = R_1$  и  $i_1 = i_{1T}$ . В результате получаем:

$$\cos \psi_{1T} = \frac{E_{1T}^2 + u_1^2 - R_1^2 i_{1T}^2}{2E_{1T}u_1}. \quad (4.109)$$

#### 4.1.8. Параметры трансформатора в опыте короткого замыкания

*Опыт короткого замыкания* (КЗ) является одним из распространенных видов испытаний трансформаторов. Его преимущество по сравнению с испытаниями в режиме *номинальной нагрузки* состоит в том, что нагрузка в опыте КЗ не нужна – выводы вторичной обмотки замыкают накоротко. Это освобождает от необходимости подбирать необходимую нагрузку – это не всегда легко сделать, особенно при большой мощности нагрузки; кроме того, снимается проблема отвода большого количества тепла, выделяемого нагрузкой в течение времени испытаний трансформатора; наконец, экономится электроэнергия.

Определим параметры трансформатора в опыте короткого замыкания при установившейся температуре.

Пусть ток нагрузки  $i_2 = i_{2H}$ , тогда установившаяся температура перегрева трансформатора определится выражением

$$T_k = f_T(i_{2H}), \quad (4.110)$$

полученным из (4.81) при  $i_2 = i_{2H}$  и  $P_C = P_{CK}$ .

Сопротивления обмоток вычисляются по формулам, аналогичным (4.85):

$$\begin{cases} R_{1kT} = (1 + \chi T_k) r_1, \\ R_{2kT} = (1 + \chi T_k) r_2. \end{cases} \quad (4.111)$$

*Напряжение короткого замыкания*  $u_{1kT}$  при температуре перегрева (4.110) определяется из (4.89) подстановкой  $u_{2T} = 0$  и  $i_2 = i_{2H}$ :



$$u_{1kT} = i_{2H} \frac{W_2}{W_1} \sqrt{\left(\frac{W_1^2 g R_{1kT} R_{2kT}}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2 + \frac{2W_1^2 g R_{1kT} R_{2kT}}{W_2^2} R_{pkT} + R_{pkT}^2}, \quad (4.112)$$

где  $R_{pkT} = R_{1kT} + \frac{W_1^2}{W_2^2} R_{2kT}$ .

ЭДС самоиндукции  $E_{1kT}$  при температуре (4.110) вычисляется подстановкой  $u_{2T} = 0$ ,  $i_2 = i_{2H}$  и  $R_2 = R_{2kT}$  в (4.88):

$$E_{1kT} = \frac{W_1}{W_2} R_{2kT} i_{2H}. \quad (4.113)$$

ЭДС  $E_{2kT}$  и  $E_{1kT}$  связаны между собой зависимостью, аналогичной (4.95):

$$E_{2kT} = \frac{W_2}{W_1} E_{1kT}. \quad (4.114)$$

При этом  $E_{1kT}$  вычисляется с помощью формул (4.113), (4.111), (4.110) при численных расчетах трансформатора.

Подставим  $E_1 = E_{1kT}$  в (4.36) и, проделав несложные тождественные преобразования, получим:

$$i_{1kT} = i_{2H} \frac{W_2}{W_1} \sqrt{1 + \frac{2W_1^2 g R_{2kT}}{W_2^2} + \left(\frac{W_1^2 g R_{2kT}}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2}. \quad (4.115)$$

Решая уравнение (4.115) относительно тока  $i_{2H}$  и подставляя это решение в (4.112), получим:

$$u_{1kT} = r_{0T} i_{1kT}, \quad (4.116)$$

где  $r_{0T}$  – приведенное сопротивление обмоток трансформатора при установившейся температуре перегрева (4.110) в опыте короткого замыкания.

$$r_{0T} = \frac{\sqrt{\left(\frac{W_1^2 g R_{1kT} R_{2kT}}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2 + \frac{2W_1^2 g R_{1kT} R_{2kT}}{W_2^2} R_{pkT} + R_{pkT}^2}}{\sqrt{1 + \frac{2W_1^2 g R_{2kT}}{W_2^2} + \left(\frac{W_1^2 g R_{2kT}}{W_2^2 \sin \delta}\right)^2}}. \quad (4.117)$$

Потери в стали  $P_{скт}$  вычисляются из (4.25). Подставив  $E_1 = E_{1кТ}$  в (4.25), получим:

$$P_{скт} = \frac{W_1^2 g R_{2кТ}^2}{W_2^2} i_{2Н}^2. \quad (4.118)$$

#### 4.1.9. КПД трансформатора при установившейся температуре перегрева

Коэффициент полезного действия при установившейся температуре перегрева трансформатора определяется формулой (4.52), но при этом потери в стали и меди зависят от температуры перегрева:

$$\eta_T = \frac{P}{P + P_{МТ} + P_{СТ}}. \quad (4.119)$$

В выражении (4.119) потери в меди и стали определяются формулами (4.106) и (4.107).

Исследуем функцию КПД трансформатора на экстремум. Для этого продифференцируем выражение (4.119) по току  $i_2$  и приравняем производную нулю:

$$(P_{МТ} + P_{СТ}) \frac{dP}{di_2} - P \left( \frac{dP_{МТ}}{di_2} + \frac{dP_{СТ}}{di_2} \right) = 0. \quad (4.120)$$

Решая уравнение (4.120) относительно тока нагрузки, определяем ток  $i_2 = i_{2\eta T}$  при котором КПД трансформатора принимает максимальное значение. Решить уравнение (4.120) можно только численными методами. На рис. 4.2 показана графическая зависимость величины КПД от относительного тока нагрузки  $i_2 / i_{2\eta T}$ .

Из графика видно, что *максимальное значение КПД* достигается при токе нагрузки, меньшем номинального (номинальному току нагрузки соответствует точка  $i_2 / i_{2\eta T} = 1$  на оси абсцисс). При максимальном КПД температура перегрева трансформатора также меньше расчетной.

Температура перегрева трансформатора  $T_{\eta T}$ , вычисленная при токе  $i_2 = i_{2\eta T}$  по формуле (4.84), представляет собой установившуюся температуру для максимального КПД.

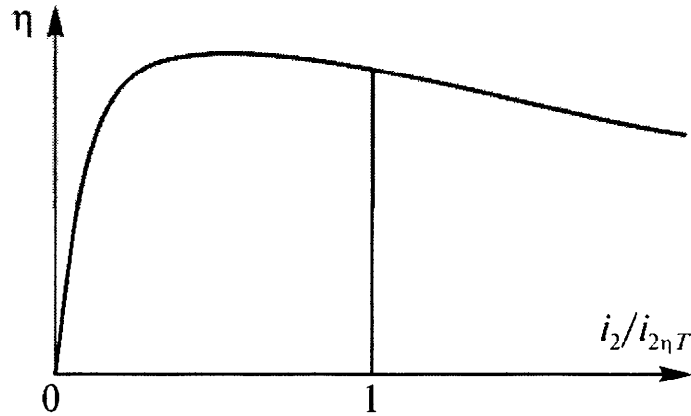


Рис. 4.2. Зависимость КПД от относительного тока нагрузки

Сопротивления обмоток трансформатора при  $T = T_{\eta T}$  вычисляются по формулам (4.85):

$$\begin{cases} R_{1\eta T} = (1 + \chi T_{\eta T}) r_1, \\ R_{2\eta T} = (1 + \chi T_{\eta T}) r_2. \end{cases} \quad (4.121)$$

Для расчета напряжения на выходе трансформатора  $u_{2\eta T}$  следует в уравнение (4.89) подставить величины  $i_2 = i_{2\eta T}$ ,  $R_1 = R_{1\eta T}$ ,  $R_2 = R_{2\eta T}$  и решить уравнение относительно  $u_{2\eta T}$ . Это возможно только численными методами. Затем можно найти потери в меди и потери в стали, соответствующие максимальному КПД. Для этого необходимо найти ток первичной обмотки трансформатора  $i_{1\eta T}$ , который определяется из (4.36) при  $i_2 = i_{2\eta T}$ :

$$i_{1\eta T}^2 = \left( \frac{W_2}{W_1} \right)^2 i_{2\eta T}^2 + \frac{2W_2 g}{W_1} i_{2\eta T} E_{1\eta T} + \left( \frac{g}{\sin \delta} \right)^2 E_{1\eta T}^2, \quad (4.122)$$

где

$$E_{1\eta T} = \frac{W_1}{W_2} (u_{2\eta T} + R_{2\eta T} i_{2\eta T}). \quad (4.123)$$

Потери в меди  $P_{M\eta T}$  и потери в стали  $P_{C\eta T}$ , соответствующие максимальному КПД, определяются из формул:

$$\begin{cases} P_{M\eta T} = R_{1\eta T} i_{1\eta T}^2 + R_{2\eta T} i_{2\eta T}^2, \\ P_{C\eta T} = g E_{1\eta T}^2. \end{cases} \quad (4.124)$$

## 4.2. Программа математического моделирования трансформатора

На основании полученных выше формул и уравнений была разработана специальная программа П1.1 с использованием пакета математических программ «Maple 13». Текст программы дан в приложении П1. Данная программа предназначена для исследования любого готового трансформатора (в том числе рассчитанного по любой из известных методик), у которого измерены необходимые параметры. Исходными параметрами для программы П1.1 являются: количество витков первичной и вторичной обмоток, омические сопротивления обмоток, геометрические размеры магнитопровода и ток нагрузки. Программа позволяет проанализировать, как влияет тот или иной параметр трансформатора на его работу, и оценить поведение трансформатора в различных режимах работы.

В качестве примера рассмотрим готовый трансформатор, имеющийся в распоряжении конструктора. Известно, что трансформатор выполнен на тороидальном магнитопроводе с размерами:  $D_1=60$  мм – диаметр окна магнитопровода,  $D_2=100$  мм – диаметр магнитопровода,  $h_1=20$  мм – высота магнитопровода.

Известно также, что первичная обмотка трансформатора рассчитана на напряжение сети 220 В и содержит 1719 витков. Омическое сопротивление обмотки 5,355 Ом. Вторичная обмотка имеет 232 витка с омическим сопротивлением 0,105 Ом. (Если число витков обмоток неизвестно, то его можно вычислить, подавая напряжение на контрольную катушку и измеряя напряжения на обеих обмотках трансформатора). К выходным зажимам трансформатора подключена активная нагрузка, рассчитанная на номинальный ток 7,143 А. Ток нагрузки  $i_2$  задается в зависимости от цели исследования. В данном примере  $i_2 = i_{2H}$ . Программа выдает результаты расчета в виде текста, который приводится ниже. Для данного трансформатора строится график внешней ВАХ, который представлен на рис. 4.3.

Программа П1.1. Математическая модель трансформатора

\*\*\* ЗАДАННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

- |                                |                     |
|--------------------------------|---------------------|
| 1. Напряжение питающей сети    | $u_1 = 220.0$ В     |
| 2. Ток нагрузки                | $i_2 = 7.1430$ А    |
| 3. Номинальный ток нагрузки    | $i_{2H} = 7.1430$ А |
| 4. Диаметр окна магнитопровода | $D_1 = 60.0$ мм     |

5. Диаметр магнитопровода  $D2 = 100.0$  мм
6. Высота магнитопровода  $h = 20.0$  мм
7. Сопротивление обмотки 1  $r1 = 5.3550$  Ом
8. Сопротивление обмотки 2  $r2 = 0.1050$  Ом
9. Количество витков в обмотке  $W1 = 1719.0$  Виток
10. Количество витков в обмотке  $W2 = 232.0$  Виток
11. Магнитная индукция (рабочая)  $B = 1.5000$  Тл

## \*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

В скобках указаны значения параметров при  $T_{уст} = T$

12. Перегрев  $T = 47.921588$  Град
13. Перегрев при ХХ  $T_{xx} = 3.611700$  Град
14. Перегрев (опыт КЗ)  $T_k = 43.831867$  Град
15. Перегрев при max КПД  $T_{кпд} = 7.225117$  Град
16. Мощность в нагрузке  $P = 201.730286$  (199.596152) Вт
17. Масса магнитопровода  $m_{Fe} = 0.752776$  кг
18. Потери в стали (опыт КЗ)  $P_{ск} = 0.000649$  Вт
19. Потери в обмотке 1  $P_1 = 5.023524$  (6.058404) Вт
20. Потери в обмотке 2  $P_2 = 5.357357$  (6.461309) Вт
21. Суммарные потери в меди  $P_m = 10.380881$  (12.519713) Вт
22. Потери в стали при токе  $i_2$   $P_c = 0.969295$  (0.959675) Вт
23. Полные потери  $P_m + P_c = 11.350176$  (13.479388) Вт
24. Потери в меди max КПД  $P_{m0} = 1.000922$  (0.972855) Вт
25. Потери в стали max КПД  $P_{c0} = 1.001755$  (0.988193) Вт
26. Полные потери max КПД  $P_{m0} + P_{c0} = 2.002678$  (1.961048) Вт
27. Сопротивление обмотки 1  $r1 = 5.355000$  (6.458466) Ом
28. Сопротивление обмотки 2  $r2 = 0.105000$  (0.126637) Ом
29. Приведенное сопротивление  $r_0 = 11.118848$  (13.409855) Ом
30. Нагрузка при max КПД  $r_{H0} = 13.252457$  Ом
31. Угол между  $E_1$  и  $u_1$   $psi_1 = 0.005603$  (0.006724) Град
32. Угол между  $E_1$  и  $u_1$  при ХХ  $psi_{1xx} = 0.005737$  Град
33. Угол между  $u_1$  и  $i_1$   $phi_1 = 0.232047$  (0.229749) Град
34. Угол между  $\Phi$  и  $i_1$   $xi = 89.762351$  (89.763527) Град
35. КОНТРОЛЬНАЯ СУММА УГЛОВ  $= 90.000000$  (90.000000) Град
36. Угол потерь  $delta = 48.320899$  Град
37. КПД трансформатора  $КПД = 0.946733$  (0.936739)
38. Максимальный КПД  $Max\ КПД = 0.969895$  (0.969448)
39. Ток  $i_2$  при Max КПД  $i_2 = 2.206494$  (2.142767) А
40. Напряжение  $u_2$  Max КПД  $u_2 = 29.241462$  (29.241175) В
41. Коэффициент трансформации  $n = 7.409483$
42. Полный ток ХХ при  $i_2 \neq 0$   $i_{xx} = 6.041477$  (6.011423) mA
43. Полный ток ХХ при  $i_2 = 0$   $i_{0xx} = 6.186650$  mA
44. Индуктивность обмотки 1  $L_1 = 174.315293$  (175.186780) Гн
45. Реактивное сопр-е обм. 1  $xL_1 = 54762.8$  (55036.6) Ом
46. Активная составляющая тока  $i_{la} = 0.968548$  (0.968525) А
47. Реактив. составляющая тока  $i_{lp} = 0.003923$  (0.003884) А
48. Полный ток нагр-го тр-ра  $i_1 = 0.968555$  (0.968533) А
49. Ток  $i_1$  при Max КПД  $i_{10} = 0.302408$  (0.293808) А
50. Ток  $i_1$  в опыте КЗ  $i_{1k} = 0.964152$  (0.964174) А
51. Ток  $i_2$  при  $T=0$  и КЗ ( $u_1 = \text{ном.}$ )  $i_{2k0} = 146.587928$  А
52. Ток  $i_2$  при  $T=T_{уст}$  и КЗ ( $u_1 = \text{ном.}$ )  $i_{2k0T} = 16.879822$  А
53. Намагничивающий ток  $i_m = 4.017328$  (3.997344) mA
54. ЭДС первичной обмотки  $E_1 = 214.813429$  (213.744814) В

55. ЭДС вторичной обмотки	$E_2 = 28.991690$ (28.847468) В
56. ЭДС при Max КПД и $T=0$	$E_{10} = 218.380752$ (216.897463) В
57. Напряжение КЗ	$u_{1k} = 10.720255$ (12.740917) В
58. ЭДС $E_1$ в опыте КЗ	$E_{1k} = 5.557223$ (6.604632) В
59. ЭДС $E_2$ в опыте КЗ	$E_{2k} = 0.750015$ (0.891376) В
60. ЭДС $E_1$ при КЗ и $T=0$ ( $u_1=\text{ном.}$ )	$E_{1k0} = 114.044776$ В
61. ЭДС $E_2$ при КЗ и $T=0$ ( $u_1=\text{ном.}$ )	$E_{2k0} = 15.391732$ В
62. ЭДС $E_1$ при КЗ и $T=T_{\text{уст}}$ ( $u_1=\text{ном.}$ )	$E_{1kT} = 6.604632$ В
63. ЭДС $E_2$ при КЗ и $T=T_{\text{уст}}$ ( $u_1=\text{ном.}$ )	$E_{2kT} = 0.891376$ В
64. Напр. холостого хода	$u_{2xx} = 29.688342$ В
65. Напр. $u_2$ при заданном $i_2$	$u_2 = 28.241675$ (27.942902) В
66. Напряжение $u_2$ при токе $i_{2H}$	$u_{2H} = 28.241675$ (27.942902) В
67. Напр. $u_2$ max КПД и $T_{\text{уст}}$	$u_{2\eta T} = 29.241175$ В
68. Падение напр.при $i_2$	$u_{2xx}-u_2 = 1.446666$ (1.745439) В
69. Падение напр.при $i_{2H}$	$u_{2xx}-u_{2H} = 1.446666$ (1.745439) В
70. Падение напр.при $i_{xx}$	$Du_{1xx} = 0.032352$ В
71. Падение напряжения на $r_1$	$Du_1 = 5.186615$ (6.255238) В
72. Падение напряжения на $r_2$	$Du_2 = 0.750015$ (0.904565) В
73. ЭДС $E_1$ на холостом ходу	$E_{1xx} = 219.975255$ (219.974871) В
74. ЭДС $E_2$ на холостом ходу	$E_{2xx} = 29.688342$ (29.688290) В
75. Индукция, соответ. $W_1$ при $i_2$	$B = 1.464939$ (1.457651) Тл
76. Индукция, соответ. $W_1$ при $i_{xx}$	$B_x = 1.500140$ Тл

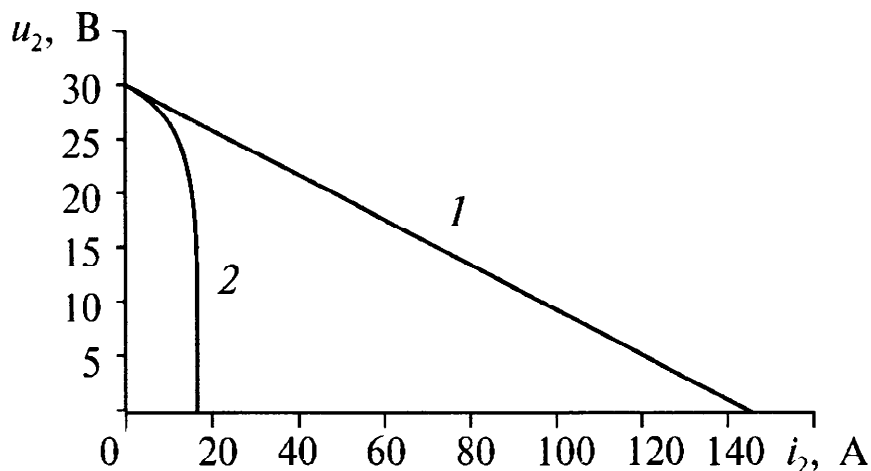


Рис. 4.3. Внешняя ВАХ трансформатора

На рис. 4.3 показана внешняя ВАХ исследуемого трансформатора. Кривые построены во всем диапазоне изменения тока нагрузки, т. е. при его изменении от 0 до  $i_{2k0} = 146,6$  А. При нулевой температуре перегрева трансформатора ВАХ (кривая 1) близка к линейной и, как следует из графика, ток 146,6 А соответствует короткому замыканию нагрузки, при котором напряжение на нагрузке равно нулю. Температура перегрева трансформатора существенным обра-

зом влияет и на характер кривой (кривая 2), и на величину тока короткого замыкания, который для данного случая составляет только 16,88 А. Этот ток соответствует установившемуся режиму при коротком замыкании нагрузки. При этом следует помнить, что такой ток на практике недостижим, так как трансформатор успеет разрушиться еще во время *переходного процесса* нагрева.

Здесь необходимо пояснить следующее. Под нулевой температурой перегрева понимается температура трансформатора, равная температуре окружающей среды. Для экспериментального снятия внешней ВАХ (кривая 1) питающее напряжение должно подаваться на трансформатор кратковременно, чтобы обмотки не успели нагреться. Интервал времени между измерениями должен быть достаточно большим – из тех же соображений. В то же время при снятии точек ВАХ, учитывающей температуру перегрева (кривая 2), каждой точке кривой должен соответствовать *установившийся режим* работы, характеризующийся конкретной температурой.

Следует также отличать *режим короткого замыкания*, имеющий место при снятии данных ВАХ, от *опыта короткого замыкания*: в первом случае к первичной обмотке приложено номинальное напряжение, во втором – значительно меньшее.

Прежде чем перейти к анализу результатов расчета трансформатора, следует заметить, что в строке 11 задается магнитная индукция, которая определяется по *кривой намагничивания* и соответствует точке, в которой кривая претерпевает изгиб. Числовое значение индукции зависит от марки применяемой стали. В рассматриваемом примере предельное значение индукции принято  $B = 1,5$  Тл.

Величина магнитной индукции зависит от количества витков в первичной обмотке трансформатора [формула (4.24)]; поскольку число витков первичной обмотки не рассчитывается, а задается, то возможен случай, когда магнитная индукция будет больше предельно допустимого значения. Такой вариант должен отслеживаться конструктором.

Далее дается комментарий к отдельным строкам таблицы. Цифры в скобках соответствуют установившемуся режиму работы трансформатора, когда его температура выше температуры окружающей среды на величину температуры перегрева. Цифры без скобок характеризуют параметры трансформатора в «холодном» состоянии.

Строки 1–10. Задаются исходные данные, известные о трансформаторе и измеренные.

Строка 11. Задается величина магнитной индукции, которая требуется по техническому заданию на трансформатор или выбирается исходя из целевого назначения трансформатора.

Строка 12. Установившаяся температура перегрева трансформатора (при номинальном токе нагрузки). Она не превышает допустимый предел.

Строка 13. Температура перегрева трансформатора в режиме холостого хода, вызванная потерями в стали и потерями в меди от тока холостого хода, составляет всего лишь  $3,6\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

Строка 14. Тепловые испытания трансформаторов часто проводят в режиме опыта короткого замыкания. Для такого режима температура перегрева составляет  $43,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ , что на 4 градуса меньше, чем в номинальном режиме (строка 12). Эту «добавку» дают потери в стали магнитопровода, которые в режиме опыта КЗ практически равны нулю. Для более мощных трансформаторов это различие может быть более заметным.

Строка 15. Температура перегрева, соответствующая максимальному КПД. При заданном токе нагрузки ( $i_2 = 7,143\text{ A}$ ) КПД трансформатора не является максимальным. В строке 39 будет приведено значение тока нагрузки, при котором КПД имеет максимум.

Строка 16. Мощность, отдаваемая в нагрузку, в режиме «холодного» трансформатора и при установившейся температуре. Во втором случае мощность несколько ниже, поскольку увеличилось падение напряжения (и мощности) на проводах обмоток.

Строка 17. Масса магнитопровода с учетом коэффициента заполнения 0,96.

Строка 18. Потери мощности в стали магнитопровода в опыте короткого замыкания составляют  $0,000649\text{ Вт}$  (т. е. ничтожно малы).

Строки 19–21. Приводятся значения потерь мощности в обмотках «холодного» трансформатора и при температуре перегрева.

Строка 22. Потери мощности в стали. Следует заметить, что мощность потерь в стали зависит от тока нагрузки. Это связано с тем, что с изменением тока нагрузки изменяется ток первичной обмотки трансформатора, который приводит к изменению падения напряжения на сопротивлении первичной обмотки  $r_1$ , а падение напряжения



влечет за собой изменение ЭДС самоиндукции  $E_1$ . При этом снижается величина индукции, от которой зависят потери в стали. Потери в стали определяются через ЭДС  $E_1$  по формуле (4.25).

Строка 23. Сумма полных потерь в трансформаторе при номинальной нагрузке.

Строки 24, 25. Указаны потери в меди и потери в стали, соответствующие максимальному КПД трансформатора, в «холодном» состоянии и в установившемся режиме. Следует особо заметить, что эти потери не равны между собой.

Строка 26. Сумма полных потерь в трансформаторе при максимальном КПД.

Строки 27–29. Омические сопротивления обмоток и приведенное сопротивление в «холодном» состоянии и в установившемся режиме.

Строка 30. Сопротивление нагрузки, соответствующее максимальному КПД трансформатора (при токе нагрузки, указанном в строке 39).

Строки 31, 32. Угол между напряжением и ЭДС первичной обмотки при номинальной нагрузке и в режиме холостого хода.

Строка 33. Угол между током первичной обмотки и напряжением питающей сети для нагруженного трансформатора.

Строка 37. КПД трансформатора для заданной нагрузки в «холодном» состоянии и при установившейся температуре  $T = 47,9$  °С. Нагрев трансформатора приводит к снижению КПД.

Строка 38. Значение максимального КПД трансформатора при токе нагрузки, меньшем номинального (ток указан в строке 39).

Строка 39. Ток нагрузки, при котором КПД имеет максимальное значение. Температура перегрева при таком токе указана в строке 15.

Строка 40. Напряжение вторичной обмотки, которое соответствует току нагрузки, обеспечивающему максимальный КПД трансформатора.

Строка 41. Коэффициент трансформации, равный отношению количества витков первичной и вторичной обмоток.

Строка 42. Ток холостого хода нагруженного трансформатора. Несмотря на кажущееся противоречие слов «*холостой ход нагруженного трансформатора*», здесь нет ошибки. Разъяснения этого термина даны выше – в комментариях к формуле (4.33), по которой и вычисляется данный ток.

Строка 43. Ток холостого хода ненагруженного трансформатора. Вычисляется по формуле (4.34).

Строки 46, 47. Активная и реактивная составляющие тока первичной обмотки нагруженного трансформатора. Активная составляющая первичного тока существенно больше реактивной, т. е. для сети нагруженный трансформатор представляет активную нагрузку.

Строка 48. Ток первичной обмотки нагруженного трансформатора.

Строка 49. Ток первичной обмотки, соответствующий максимальному КПД (при токе вторичной обмотке, указанном в строке 39).

Строка 50. Ток первичной обмотки трансформатора в опыте короткого замыкания. Следует заметить, что это значение несколько меньше, чем указанное в строке 48, хотя ток вторичной обмотки в обоих случаях одинаковый и равен номинальному. Такое различие объясняется малыми потерями в стали при опыте КЗ.

Строка 51. Ток короткого замыкания, при котором цепь нагрузки замкнута накоротко, а на первичную обмотку подано номинальное напряжение. Ток рассчитан для «холодного» трансформатора.

Строка 52. Ток короткого замыкания, при котором цепь нагрузки замкнута накоротко, а на первичную обмотку подано номинальное напряжение. Ток рассчитан при установившейся температуре перегрева. Следует заметить, что токи, приведенные в строках 51 и 52, значительно отличаются друг от друга. Это объясняется существенным увеличением сопротивления обмоток трансформатора при нагреве.

Строка 53. Намагничивающий ток (т. е. реактивная составляющая тока  $XX$ ).

Строка 54. ЭДС первичной обмотки трансформатора при  $T = 0$  и в установившемся режиме.

Строка 55. ЭДС вторичной обмотки трансформатора при  $T = 0$  и в установившемся режиме.

Строка 56. ЭДС первичной обмотки трансформатора, соответствующая максимальному КПД, для «холодного» трансформатора и для установившегося режима.

Строка 57. Напряжение короткого замыкания (опыт КЗ) для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме.

Строка 58. ЭДС первичной обмотки в опыте КЗ для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме (при температуре, указанной в строке 14).

Строка 59. ЭДС вторичной обмотки трансформатора в опыте КЗ для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме (при температуре, указанной в строке 14).

Строки 60, 61. ЭДС первичной и вторичной обмоток трансформатора для «холодного» трансформатора, когда нагрузка замкнута накоротко, а на первичную обмотку трансформатора подано номинальное напряжение.

Строки 62, 63. ЭДС первичной и вторичной обмоток трансформатора при установившейся температуре перегрева, когда нагрузка замкнута накоротко, а на первичную обмотку трансформатора подано номинальное напряжение.

Строка 64. Напряжение холостого хода вторичной обмотки «холодного» трансформатора.

Строка 65. Напряжение на нагрузке при заданном токе для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме.

Строка 66. Напряжение на нагрузке при номинальном токе для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме.

Строка 67. Напряжение на вторичной обмотке, соответствующее установившемуся режиму при максимальном КПД.

Строка 68. Падение напряжения вторичной обмотки при заданной нагрузке для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме (соответствует разнице величин, указанных в строках 64 и 65).

Строка 69. Падение напряжения вторичной обмотки при номинальной нагрузке для «холодного трансформатора» и в установившемся режиме (соответствует разнице величин, указанных в строках 64 и 66).

Строка 70. Падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки «холодного» трансформатора, вызванное протеканием тока холостого хода.

Строка 71. Падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки трансформатора, вызванное протеканием полного тока первичной обмотки.

Строка 72. Падение напряжения на омическом сопротивлении вторичной обмотки трансформатора, вызванное протеканием тока нагрузки.

Строка 73. ЭДС первичной обмотки трансформатора на холостом ходу. Отличается от величины питающего напряжения (220 В) за счет падения напряжения на омическом сопротивлении первич-

ной обмотки, вызванного током холостого хода. В установившемся режиме ЭДС несколько меньше, чем у «холодного» трансформатора, за счет увеличения омического сопротивления первичной обмотки.

Строка 74. ЭДС вторичной обмотки трансформатора на холостом ходу. Значения для «холодного» и «нагретого» трансформатора незначительно отличаются – по той же причине, что в строке 73.

Строка 75. Магнитная индукция для «холодного» трансформатора и в установившемся режиме. Нагрев несколько снижает индукцию.

Строка 76. Магнитная индукция для режима холостого хода трансформатора, которая рассчитана исходя из числа витков первичной обмотки  $W_1$ . Это значение индукции обычно не должно превышать 1,5 Тл.

### 4.3. Постановка задачи расчета. Критерий оптимизации. Ограничения

В предыдущем параграфе рассматривалось математическое моделирование имеющегося в наличии трансформатора. В результате были рассчитаны значения физических величин и параметров, характеризующих работу трансформатора в различных режимах. Таким образом, рассматривалась *задача анализа трансформатора*. Теперь необходимо разработать методику расчета трансформатора в соответствии с заданными условиями работы, т. е. осуществить *задачу синтеза трансформатора*. Именно этой проблеме будет посвящен данный параграф.

Трансформатор характеризуется большим количеством параметров, которые описывают процессы, связанные с электромагнитными явлениями, теплопередачей, а также параметров, характеризующие конструктивные особенности трансформатора. Все параметры находятся между собой в сложной зависимости, и их количество превышает число связывающих их уравнений.

Задача проектирования трансформатора должна быть поставлена таким образом, чтобы, с одной стороны, в основу расчета трансформатора легли все закономерности, связывающие его параметры, а с другой стороны – получилась бы замкнутая система уравнений, из которой можно однозначно определить все необходимые величины. Чтобы реализовать такой подход, необходимо сделать определенные допущения относительно некоторых параметров трансформатора.

При этом возникает определенный риск потерять точность расчета, но, имея математическую модель трансформатора, легко проверить, насколько правильно были сделаны те или иные допущения, поскольку в математической модели учтены практически все значимые процессы, проходящие в трансформаторе. Таким образом, если подойти к трансформатору как к единому целому, можно увязать все его характеристики между собой.

Недостатком существующих методик расчета трансформатора [2, 4, 6, 8, 9, 11, 12] является то, что все они не позволяют производить расчет трансформаторов, оптимальных по тем или иным критериям. Однако потребность в расчете таких трансформаторов существует. Оптимизация позволяет замкнуть систему уравнений, описывающих работу трансформатора. Решив эту систему, можно получить все необходимые параметры трансформатора.

Трансформатор можно рассчитать довольно простыми методами, если не учитывать мощности потерь в стали  $P_C$  и в меди  $P_M$ , температуру перегрева. Однако такой расчет будет весьма и весьма приближенным и годится в лучшем случае для радиолюбительских целей, но не для серийного производства. Параметры  $P_M, P_C, T$ , являются *определяющими* и *обязательно* должны учитываться при расчетах. В связи с этим в дальнейших рассуждениях примем эти параметры трансформатора за *основные (базовые)*, а все остальные величины будем считать *зависимыми* от них, поскольку они могут быть выражены через *базовые* параметры. К зависимым параметрам трансформатора следует отнести плотность тока и токи в обмотках, количество витков, КПД трансформатора, массу трансформатора и его геометрические параметры (вместе их называют *массогабаритными показателями*), *экономические показатели* и пр. Как выяснится при дальнейших исследованиях, при определенных допущениях можно все зависимые параметры трансформатора представить в виде функций от основных параметров  $P_C, P_M, T$ , которые при этом остаются не определенными, и для их вычисления потребуются дополнительные условия. Рассматривая *потребительские и экономические характеристики* трансформатора, можно найти недостающие функциональные связи между базовыми и зависимыми параметрами трансформатора и таким образом получить замкнутую систему уравнений, из которой будут вычислены все необходимые величины.

С экономической и потребительской точек зрения предпочтительно иметь такой трансформатор, который обладает *минимальной массой* (потребительская характеристика) или *минимальной стоимостью* (экономическая характеристика) при необходимых *электрических* параметрах. В качестве критерия, которому должен удовлетворять трансформатор, примем критерий минимума массы или минимума стоимости основных материалов, из которых изготовлен трансформатор (медного провода и трансформаторной стали). Все дальнейшие рассуждения в данном параграфе будем проводить в рамках этих критериев.

Таким образом, имея зависимость параметров трансформатора  $(i_1, i_2, \eta, W_1, W_2, \dots, R_1, R_2, h, \dots)$  от переменных  $P_C, P_M, T$  и минимизируя массу (либо стоимость) трансформатора, можно однозначно определить все характеристики трансформатора. Совокупность функций  $(i_1, i_2, \eta, W_1, W_2, \dots, R_1, R_2, h, \dots)$  с условием минимума массы (либо стоимости) составляют *замкнутую систему уравнений трансформатора*.

Для решения поставленной задачи оптимизации представим массу трансформатора в виде двух составляющих – *массы меди и массы стали*. Здесь и далее под массой и стоимостью меди и стали будем понимать соответственно массу и стоимость медного провода и трансформаторной стали. Масса трансформатора должна быть выражена в виде функции от базовых параметров  $P_C, P_M, T$ . Как будет показано ниже, такую функцию можно найти.

Представим массу трансформатора в виде:

$$M(P_M, P_C, T) = m_M(P_M, P_C, T) + m_C(P_C). \quad (4.125)$$

Стоимость трансформатора складывается из стоимости основных материалов, составляющих трансформатор – меди и стали. Пусть удельная стоимость (цена) меди составляет  $C_1$  единиц, а удельная стоимость (цена) стали –  $C_2$  единиц. Тогда стоимость изделия  $C$  будет являться функцией параметров  $(P_C, P_M, T)$ :

$$C = C_1 m_M(P_M, P_C, T) + C_2 m_C(P_C). \quad (4.126)$$

Последнее выражение включает в себя, как частный случай, выражение для массы трансформатора, если принять  $C_1 = 1$  и  $C_2 = 1$ .

Назовем функцию  $C(P_M, P_C, T)$  целевой функцией.

Как показали исследования, минимум целевой функции может быть найден, но полученный трансформатор может иметь нереальные геометрические характеристики. Так, например, может оказаться, что окно, оставшееся после укладки обмоток трансформатора, окажется недопустимо малым – такой трансформатор будет невозможно изготовить на *намоточном оборудовании*. Возможен и другой вариант – температура перегрева трансформатора окажется недопустимо большой.

Для того чтобы трансформатор имел необходимые характеристики, требуется наложить на целевую функцию дополнительное условие. Это условие можно установить исходя из *технологических возможностей* намоточного оборудования и определенных требований к трансформатору.

Возможности намоточного оборудования накладывают на трансформатор ограничения по *диаметру окна трансформатора* – окно после размещения первичной и вторичной обмоток не может быть меньше определенного размера, поскольку в окно свободно должен проходить механизм подачи провода. Минимальное значение диаметра окна определяется параметрами намоточного оборудования.

Таким образом, если обозначить площадь окна магнитопровода как  $S_0$ , часть площади окна магнитопровода (с учетом коэффициента укладки обмоточного провода), занятое обмотками трансформатора как  $Q(P_M, P_C, T)$ , а через  $S_T$  – площадь *технологического окна* (т. е. окна после укладки всех обмоток трансформатора), то в правильно спроектированном трансформаторе должно выполняться равенство:

$$Q(P_M, P_C, T) + S_T = S_0. \quad (4.127)$$

Равенство (4.127) означает, что площадь окна магнитопровода использована полностью, а магнитопровод с меньшим окном для такого трансформатора выбрать нельзя. Можно, конечно, выбрать магнитопровод с *большим окном*, но тогда равенство (4.127) превратится в неравенство – это будет свидетельствовать о нерациональном использовании магнитопровода. Таким образом, уравнение (4.127) устанавливает функциональную зависимость между конструктивными, экономическими и электрическими характеристиками трансформатора и должно рассматриваться как дополнительное

условие к целевой функции, которое накладывает ограничение на область изменения параметров  $(P_C, P_M, T)$ . Будем называть уравнение (4.127) *уравнением связи*.

Теперь можно сформулировать *задачу синтеза (т. е. расчета) трансформатора*.

*Пусть требуется спроектировать трансформатор, для которого целевая функция  $C(P_C, P_M, T)$  имеет минимальное значение.*

*Формально это можно записать так:*

*найти минимум целевой функции  $C = C_1 m_M(P_M, P_C, T) + C_2 m_C(P_C)$  при ограничении  $Q(P_M, P_C, T) + S_T = S_0$ .*

В результате решения поставленной задачи определяются такие значения независимых переменных  $(P_C, P_M, T)$ , при которых целевая функция имеет минимум. Минимум целевой функции будет соответствовать либо минимальной массе трансформатора, либо минимальной стоимости материалов – в зависимости от того, как поставлена задача. По найденным значениям  $(P_C, P_M, T)$  определяются все необходимые электрические и конструктивные характеристики трансформатора  $(i_1, i_2, \eta, W_1, W_2, \dots, R_1, R_2, h, \dots)$ .

#### **4.4. Трансформатор минимальной массы или минимальной стоимости при заданной температуре перегрева и активной нагрузке**

Решение задачи, поставленной в предыдущем параграфе, начнем с построения векторной диаграммы трансформатора и формулировки допущений, позволяющих упростить расчет. В качестве первого допущения примем, что вектор противоЭДС первичной обмотки трансформатора  $E_1$  и вектор напряжения  $u_1$  всегда совпадают по фазе и фаза не зависит от величины нагрузки. Активную составляющую тока холостого хода определим как отношение потерь в стали к напряжению на первичной обмотке трансформатора. Векторная диаграмма, соответствующая данному случаю, изображена на рис. 4.4 и строится способом, описанным выше.



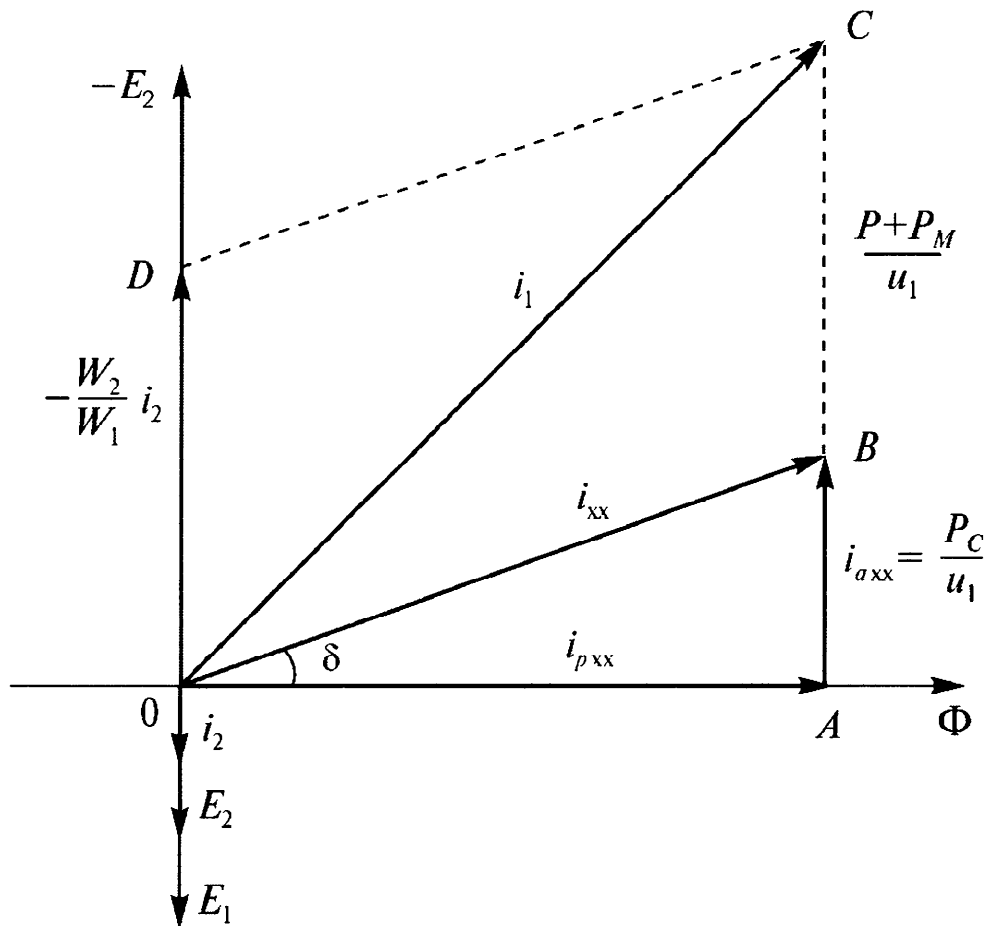


Рис. 4.4. Векторная диаграмма трансформатора

Активная составляющая тока холостого хода  $i_{axx}$  определяется потерями в магнитопроводе и вычисляется в соответствии с формулой (2.12).

Анализ работы трансформатора, проведенный в § 4.2, показал, что значения  $i_{axx}$  для ненагруженного и нагруженного трансформатора отличаются крайне незначительно, поэтому, с целью упрощения вычислений,  $i_{axx}$  можно определять по формуле (2.12), в которой величина  $E_1$  заменена на величину  $u_1$ .

Реактивную составляющую  $i_{pxx}$  будем вычислять через активную составляющую и тангенс угла потерь по формуле (2.24). Полный ток холостого хода  $i_{xx}$  определяется как векторная сумма токов  $i_{axx}$  и  $i_{pxx}$  и находится по формуле (2.11).

Коэффициент полезного действия трансформатора определяется по формуле (4.52).

Зная напряжение питающей сети и КПД трансформатора, определим активную составляющую тока первичной обмотки как:

$$i_{1a} = \frac{P}{\eta u_1}. \quad (4.128)$$

Подставим в (4.128) выражение для КПД (4.52), тогда активная составляющая тока  $i_1$  запишется в виде:

$$i_{1a} = \frac{P + P_M + P_C}{u_1}. \quad (4.129)$$

Полный ток первичной обмотки вычисляется на основании (2.24) и (4.129):

$$i_1 = \sqrt{\left(\frac{i_{axx}}{\operatorname{tg} \delta}\right)^2 + \frac{(P + P_M + P_C)^2}{u_1^2}}. \quad (4.130)$$

Здесь следует заметить, что активная составляющая тока первично обмотки трансформатора является проекцией вектора полного тока  $i_1$  на вектор напряжения  $u_1$  и, как видно из рис. 4.4, эта проекция равна отрезку  $AC$ . С другой стороны, эта составляющая тока определена формулой (4.129), откуда вытекает, что отрезок  $AC$  имеет длину, равную (4.129):

$$AC = \frac{P + P_M + P_C}{u_1}. \quad (4.131)$$

Как видно из той же диаграммы,  $AC = AB + BC$ . Представим выражение (4.131) в виде:

$$AC = \frac{P_C}{u_1} + \frac{P + P_M}{u_1}. \quad (4.132)$$

Из последнего выражения следует, что отрезок  $BC$  имеет длину:

$$BC = \frac{P + P_M}{u_1}. \quad (4.133)$$

С другой стороны, из параллелограмма  $OB CD$  вытекает равенство

$$OD = BC, \quad (4.134)$$

поэтому для модулей отрезков  $BC$  и  $OD$  запишем:

$$\frac{W_2}{W_1} i_2 = \frac{P + P_M}{u_1}. \quad (4.135)$$

Решая уравнение (4.135) относительно тока  $i_2$ , получим:

$$i_2 = \frac{W_1}{W_2} \frac{P + P_M}{u_1}. \quad (4.136)$$

По заданию, ток вторичной обмотки трансформатора имеет только активную составляющую:

$$i_2 = \frac{P}{u_2}. \quad (4.137)$$

Приравнивая правые части выражений (4.136) и (4.137), получим:

$$W_2 = \frac{u_2 (P + P_M)}{u_1 P} W_1. \quad (4.138)$$

Выражение (4.138) имеет большое значение для дальнейшего изложения. Зависимость (4.138) имеет *общий характер и справедлива для любого трансформатора, нагруженного на активную нагрузку*. Для дальнейшего применения формулу (4.138) удобнее переписать в виде:

$$W_2 = \frac{(P + P_m)}{u_1 i_2} W_1. \quad (4.139)$$

Как было отмечено ранее, *потери в меди и стали* являются причиной нагрева трансформатора. Температура перегрева трансформатора определяется *мощностью потерь* в магнитопроводе  $P_C$  и *мощностью потерь* в обмотках трансформатора  $P_M$ . Функциональную зависимость между потерями в меди и потерями в стали задает *тепловая модель* трансформатора, которая была построена в гл. 3 – (3.42). В соответствии с этой моделью для установившегося режима температура перегрева трансформатора определяется формулой:

$$T = \frac{r_0 i_1^2 + P_C}{\alpha F - \chi r_0 i_1^2}. \quad (4.140)$$

Введем обозначение  $P_{M0} = r_0 i_1^2$ , тогда из (4.140) получим:

$$P_{M0} (1 + \chi T) + P_C = \alpha FT. \quad (4.141)$$

Обозначим

$$P_M = P_{M0} (1 + \chi T). \quad (4.142)$$

Выражение (4.142) характеризует мощность потерь в обмотках трансформатора в зависимости от температуры перегрева. С учетом (4.142) формула (4.141) переписется в виде:

$$P_M + P_C = \alpha FT. \quad (4.143)$$

В левой части выражения (4.143) находится суммарная мощность потерь, которая является *источником тепла*, приводящего к нагреву трансформатора. Правая часть выражения (4.143) определяет условие охлаждения трансформатора. Таким образом, уравнение (4.143) определяет тепловой баланс в трансформаторе. Назовем это уравнение *уравнением теплового баланса*.

Подставив в (4.142) значение переменной  $P_{M0}$ , получим:

$$P_M = (1 + \chi T) r_0 i_1^2. \quad (4.144)$$

Последнее выражение перепишем в виде

$$P_M = R_0 i_1^2, \quad (4.145)$$

где обозначено

$$R_0 = (1 + \chi T) r_0. \quad (4.146)$$

Формула (4.146) определяет *приведенное сопротивление* обмоток трансформатора в зависимости от температуры перегрева. Подставляя (4.130) в (4.145) и решая полученное уравнение относительно  $R_0$ , будем иметь:

$$R_0 = \frac{P_M}{i_1^2} = \frac{P_M u_1^2 \operatorname{tg}^2 \delta}{i_{axx}^2 u_1^2 + (P + P_M + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta}. \quad (4.147)$$

Окончательное выражение для приведенного сопротивления получается после подстановки значения активной составляющей тока холостого хода из (2.12) в (4.147):

$$R_0 = \frac{P_M u_1^2 \operatorname{tg}^2 \delta}{P_C^2 + (P + P_M + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta}. \quad (4.148)$$

Следует заметить, что выражение (4.147) имеет экстремальную точку, которая соответствует максимальному значению приведенного сопротивления. Чтобы это показать, продифференцируем выражение (4.147) по переменной  $P_M$ . После упрощения выражения для производной получим:

$$\frac{dR_0}{dP_M} = u_1^2 \operatorname{tg}^2 \delta \frac{P_C^2 + \operatorname{tg}^2 \delta [(P + P_C)^2 - P_M^2]}{[P_C^2 + (P + P_M + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta]^2}. \quad (4.149)$$

Производная (4.149) равна нулю при условии:

$$P_M = \frac{\sqrt{P_C^2 + (P + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta}}{\operatorname{tg} \delta}. \quad (4.150)$$

Подставив полученное значение для потерь в меди из (4.150) в (4.148), получим значение максимального приведенного сопротивления:

$$R_{0\max} = \frac{u_1^2 \operatorname{tg} \delta \sqrt{P_C^2 + (P + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta}}{P_C^2 + \left[ (P + P_C) \operatorname{tg} \delta + \sqrt{P_C^2 + (P + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta} \right]^2}. \quad (4.151)$$

Из вышеизложенного можно сделать следующий вывод: при потерях в меди, равных (4.150), приведенное сопротивление обмоток трансформатора имеет максимум, который определяется выражением (4.151). Максимум  $R_0$  обусловлен *квадратичной зависимостью* потерь в меди от тока, что следует из формулы (4.145).

С учетом температуры перегрева мощность потерь в обмотках трансформатора определяется как сумма потерь в первичной и вторичной обмотках:

$$P_M = (1 + \chi T) (r_1 i_1^2 + r_2 i_2^2). \quad (4.152)$$

Активные потери в магнитопроводе трансформатора определяются по формуле (2.13), масса магнитопровода – по формуле (2.15). Подставив (2.15) в (2.13), получим:

$$P_C = \beta V, \quad (4.153)$$

где  $\beta = \rho_c k_c P_0$  – коэффициент, введенный для сокращения записи.

Напряжение короткого замыкания  $u_k$  является важным параметром трансформатора. Значения  $u_k$  стандартизованы и для мощных трансформаторов выдерживаются с большой точностью. Для нашего случая важно установить функциональную зависимость между напряжением короткого замыкания, потерями в меди и потерями в стали.

В опыте короткого замыкания потери в стали пренебрежимо малы, и все потери в трансформаторе – это потери в меди. Они однозначно определяются напряжением короткого замыкания  $u_k$ :

$$P_M = u_k i_1. \quad (4.154)$$

Подставив в (4.154) выражение для тока  $i_1$  из (4.130), получим зависимость напряжения короткого замыкания от потерь в меди и стали:

$$u_k = \frac{P_M u_1 \operatorname{tg} \delta}{\sqrt{P_C^2 + (P + P_M + P_C)^2 \operatorname{tg}^2 \delta}}. \quad (4.155)$$

Площадь сечения обмоточного провода определяется плотностью тока в проводах обмоток трансформатора и током обмоток. Ток и плотность тока связаны между собою зависимостью:

$$i_1 = S_1 j_1, \quad i_2 = S_2 j_2, \quad (4.156)$$

где  $S_1$  и  $S_2$  – площади сечения обмоточного провода первичной и вторичной обмоток;  $j_1$  и  $j_2$  – плотности тока первичной и вторичной обмоток.

Как правило, при расчете трансформаторов плотности тока в обмотках выбираются одинаковыми:  $j_1 = j_2 = j$ . В настоящее время нет строгого обоснования такого выбора. Более того – нет никакого теоретического подхода к выбору этих величин. В книге [11] утверждается, что в правильно спроектированном трансформаторе отношение плотностей токов должно назначаться в соответствии с неравенством  $1 \leq j_2/j_1 \leq 1,3$ . Однако обоснование этого утверждения не приводится.

Правильный выбор плотности тока влияет как на тепловой режим трансформатора, так и на его технико-экономические показатели. Как будет показано в дальнейшем, за счет правильного выбора плотности тока можно получить заметное уменьшение потерь в меди.

Ввиду того, что назначить конкретное значение для  $j_1$  и  $j_2$  затруднительно, введем коэффициент отношения плотностей тока:

$$\varepsilon = \frac{j_2}{j_1}. \quad (4.157)$$

Физический смысл коэффициента  $\varepsilon$  заключается в том, что он характеризует распределение токов по обмоткам трансформатора. Коэффициент  $\varepsilon$  будем также называть коэффициентом перераспределения токов. Далее будет показано, как определить конкретное значение данного коэффициента.

Используя определение  $\varepsilon$ , на основании (4.156) запишем:

$$\frac{S_2 j_2}{S_1 j_1} = \frac{\varepsilon S_2}{S_1} = \frac{i_2}{i_1}. \quad (4.158)$$

Выражение (4.158) связывает площади сечения проводов первичной и вторичной обмоток трансформатора через коэффициент  $\varepsilon$ . Из (4.158) следует:

$$S_2 = \frac{i_2}{\varepsilon i_1} S_1. \quad (4.159)$$

Длина обмоточного провода первичной и вторичной обмоток трансформатора определяется формулами:

$$\begin{aligned} l_1 &= a W_1 l_0, \\ l_2 &= b W_2 l_0, \end{aligned} \quad (4.160)$$

где  $l_0$  – периметр керна магнитопровода.

Коэффициенты  $a$  и  $b$ , входящие в формулы (4.160), определяются опытным путем и характеризуют увеличение длины витка при намотке второго и последующих слоев обмоток. Как показывает практика, в большинстве случаев можно принять следующие числовые значения таких коэффициентов:  $a = 1,08$ ,  $b = 1,16$ .

При таком подходе к определению длины провода обмоток видна определенная зависимость между  $l_1$  и  $l_2$ . Характер этой зависимости можно установить, если разделить правые и левые части выражений (4.160) друг на друга:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{b W_2}{a W_1}. \quad (4.161)$$

С помощью соотношений (4.139) и (4.161) легко установить, что:

$$l_2 = \frac{b W_2}{a W_1} l_1 = \frac{b P + P_M}{a u_1 i_2} l_1. \quad (4.162)$$

Активные сопротивления обмоток трансформатора определяются по известным формулам:

$$r_1 = \frac{\rho_R l_1}{S_1}, \quad r_2 = \frac{\rho_R l_2}{S_2}, \quad (4.163)$$

где  $\rho_R$  – удельное сопротивление меди (не путать с символом  $\rho_M$ , которым обозначается плотность меди).

Полученные зависимости (4.162) и (4.163) определяют взаимосвязь сопротивлений первичной и вторичной обмоток трансформатора. Для вывода данной зависимости подставим (4.162) и (4.139) в (4.163) и получим:

$$\begin{aligned} r_1 &= \rho_R \frac{l_1}{S_1} = \rho_R \left( \frac{a u_1 i_2}{b P + P_M} l_2 \right) \left( \frac{i_2}{\varepsilon i_1 S_2} \right) = \\ &= \frac{a u_1 i_2}{b P + P_M} \frac{i_2}{\varepsilon i_1} \left( \rho_R \frac{l_2}{S_2} \right) = \frac{a u_1 i_2^2}{\varepsilon b (P + P_M) i_1} r_2. \end{aligned} \quad (4.164)$$

Формула (4.164) устанавливает взаимосвязь между активными (омическими) сопротивлениями первичной и вторичной обмоток трансформатора. Однако определить конкретное значение сопротивления каждой обмотки из (4.164) невозможно – чтобы это сделать, необходимо установить еще одно соотношение между этими сопротивлениями. Таким дополнительным уравнением может служить зависимость потерь в меди от токов первичной и вторичной трансформатора – (4.152).



Подставим значение  $r_1$  из (4.164) в (4.152) и получим:

$$P_M = (1 + \chi T) \left[ \frac{au_1}{\varepsilon b(P + P_M)} i_1 + 1 \right] r_2 i_2^2. \quad (4.165)$$

Рассматривая (4.165) как уравнение относительно неизвестной величины  $r_2$ , получим:

$$r_2 = \frac{\varepsilon b(P + P_M) P_M}{au_1 i_1 + \varepsilon b(P + P_M)} \cdot \frac{1}{(1 + \chi T) i_2^2}. \quad (4.166)$$

Для вычисления сопротивления  $r_1$  подставим (4.166) в (4.164). После необходимых преобразований получим:

$$r_1 = \frac{au_1 P_M}{au_1 i_1 + \varepsilon b(P + P_M)} \cdot \frac{1}{(1 + \chi T) i_1}. \quad (4.167)$$

Следует обратить внимание на то, что токи  $i_1$  и  $i_2$  выражаются через потери в меди и потери в стали по формулам (4.130), (4.137) и, в итоге, сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора оказываются зависимыми только от потерь в меди и стали.

*Количество витков первичной и вторичной обмоток трансформатора определим следующим образом. Положим в (4.18)  $E_1 = 1$  В – тогда это выражение будет определять число витков на один вольт. Обозначим эту величину  $W_0$ , а формулу (4.18) преобразуем к виду:*

$$W_0 = \frac{N}{BS_C} = \frac{N}{Bk_C S_k}. \quad (4.168)$$

По вычисленному значению  $W_0$  легко определяется количество витков в первичной и вторичной обмотках трансформатора по величинам ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ :

$$W_1 = W_0 E_1, \quad W_2 = W_0 E_2, \quad (4.169)$$

однако на данный момент  $E_1$  и  $E_2$  еще не определены. Для расчета ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  необходимо учесть падение напряжения на омических сопротивлениях обмоток трансформатора и связать ЭДС одного витка с заданным напряжением питающей сети  $u_1$  и напряжением на нагрузке  $u_2$ .

Электрический ток, протекая по обмоткам трансформатора, создает на них падение напряжения  $\Delta u_1$  и  $\Delta u_2$ . Анализируя векторную диаграмму рис. 4.1, можно заметить, что напряжения и ЭДС находятся между собой в определенной зависимости, а именно:

$$\begin{cases} E_1 = u_1 - \Delta u_1, \\ E_2 = u_2 + \Delta u_2. \end{cases} \quad (4.170)$$

Подставив (4.170) в (4.169), получим:

$$\begin{cases} W_1 = W_0 (u_1 - \Delta u_1), \\ W_2 = W_0 (u_2 + \Delta u_2). \end{cases} \quad (4.171)$$

Теперь, зная количество витков в обмотках трансформатора, можно определить длину обмоточного провода. Для этого подставим (4.171) в (4.160):

$$\begin{cases} l_1 = aW_1l_0 = aE_1W_0l_0 = a(u_1 - \Delta u_1)W_0l_0, \\ l_2 = bW_2l_0 = bE_2W_0l_0 = b(u_2 + \Delta u_2)W_0l_0. \end{cases} \quad (4.172)$$

Падения напряжения в обмотках трансформатора без труда определяются по уже вычисленным сопротивлениям  $r_1$  и  $r_2$  и известным токам обмоток:

$$\begin{cases} \Delta u_1 = (1 + \chi T) r_1 i_1, \\ \Delta u_2 = (1 + \chi T) r_2 i_2. \end{cases} \quad (4.173)$$

Подставив в (4.173) значение сопротивлений из (4.166) и (4.167), после элементарных преобразований получим:

$$\begin{cases} \Delta u_1 = \frac{a u_1 P_M}{a u_1 i_1 + \varepsilon b (P + P_M)}, \\ \Delta u_2 = \frac{\varepsilon b (P + P_M) P_M}{a u_1 i_1 + \varepsilon b (P + P_M)} \frac{1}{i_2}. \end{cases} \quad (4.174)$$

Полученные выражения для  $\Delta u_1$  и  $\Delta u_2$  подставим в (4.170) и в результате получим выражения для ЭДС обмоток трансформатора:

$$\begin{cases} E_1 = u_1 - \frac{au_1 P_M}{au_1 i_1 + \varepsilon b(P + P_M)}, \\ E_2 = u_2 + \frac{\varepsilon b(P + P_M) P_M}{au_1 i_1 + \varepsilon b(P + P_M)} \frac{1}{i_2}. \end{cases} \quad (4.175)$$

Следует заметить, что правые части выражений ЭДС (4.170) зависят от потерь в меди и потерь в стали [через формулу(4.130)].

*Масса трансформатора* на 90–98 % состоит из массы медных обмоток и массы магнитопровода. Масса магнитопровода определена выражением (2.15) и функционально связана только с потерями в стали. Для определения *массы обмоточного провода* необходимо знать его длину и площадь сечения.

Вернемся к вычислению сечения провода первичной и вторичной обмоток. Для этого воспользуемся выражениями (4.163) для сопротивлений обмоток, из которых найдем:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{\rho_R l_1}{r_1}, \\ S_2 = \frac{\rho_R l_2}{r_2}. \end{cases} \quad (4.176)$$

Выразим сопротивление обмоток трансформатора через падения напряжений  $\Delta u_1$  и  $\Delta u_2$ . Для этого воспользуемся формулами (4.173), из которых получим:

$$\begin{cases} r_1 = \frac{\Delta u_1}{(1 + \chi T) i_1}, \\ r_2 = \frac{\Delta u_2}{(1 + \chi T) i_2}. \end{cases} \quad (4.177)$$

С помощью (4.170) выразим переменные  $\Delta u_1$  и  $\Delta u_2$  через ЭДС  $E_1, E_2$  и подставим в (4.177). Полученные выражения для  $r_1, r_2$  и выражения для длины обмоточного провода (4.172) подставим в (4.176). После элементарных преобразований получим:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{\rho_R a (1 + \chi T) i_1}{u_1 - E_1} E_1 W_0 l_0, \\ S_2 = \frac{\rho_R b (1 + \chi T) i_2}{E_2 - u_2} E_2 W_0 l_0. \end{cases} \quad (4.178)$$

Имея выражения для площади сечений проводов (4.178) и длины (4.172) обмоточного провода, выразим массу меди формулой:

$$m_M = \rho_M (S_1 l_1 + S_2 l_2). \quad (4.179)$$

Подставим в (4.179) значения для  $S_1, S_2$  из (4.178) и  $l_1, l_2$  из (4.172). После необходимых преобразований получим:

$$m_M = \rho_M \rho_R (1 + \chi T) \left( \frac{a^2 E_1^2 i_1}{u_1 - E_1} + \frac{b^2 E_2^2 i_2}{E_2 - u_2} \right) (W_0 l_0)^2. \quad (4.180)$$

Полученное выражение для массы меди (4.180) является функцией потерь мощности в меди, потерь мощности в стали и коэффициента перераспределения токов (через выражения для  $E_1, E_2$ ), которые на данном этапе еще не определены.

*Технологические ограничения* связаны с возможностями намоточного оборудования обеспечить подачу провода в окно тороида. Ранее была получена формула (4.127), которая связала уравнением технологические параметры  $S_T, S_0, Q$ . Уравнение (4.127) было названо *уравнением связи*.

Площадь  $Q$  состоит из площади, занятой обмотками трансформатора, и площади, занятой изолирующим материалом. Введем безразмерный коэффициент  $q$ , который определяет отношение этих площадей, тогда можно записать:

$$Q = q (S_1 W_1 + S_2 W_2). \quad (4.181)$$

Подставим в (4.181) значения  $S_1, S_2$  из (4.178) и  $W_1, W_2$  из (4.169). После элементарных преобразований получим:

$$Q = q \rho_R (1 + \chi T) \left( \frac{a E_1^2 i_1}{u_1 - E_1} + \frac{b E_2^2 i_2}{E_2 - u_2} \right) W_0^2 l_0. \quad (4.182)$$

Площадь технологического окна  $S_T$  задается исходя из технологических возможностей намоточного оборудования. Площадь окна

магнитопровода выражается через его диаметр  $D_1$  по известной формуле  $S_0 = \frac{\pi D_1^2}{4}$ . На данном этапе диаметр  $D_1$  пока не определен.

*Взаимосвязь электрических и геометрических параметров в трансформаторе.* Тороидальный магнитопровод характеризуется тремя размерами:  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $h$  (рис. 2.1). Объем и площадь поверхности тороидального магнитопровода определяются следующими формулами:

$$\begin{cases} V = \pi(R_2 + R_1)(R_2 - R_1)h, \\ F = 2\pi(R_2 + R_1)(R_2 - R_1) + 2\pi(R_2 + R_1)h. \end{cases} \quad (4.183)$$

Конфигурацию керна магнитопровода будем характеризовать коэффициентом формы керна  $k$ , который определим как отношение ширины керна к его высоте:

$$k = \frac{R_2 - R_1}{h}. \quad (4.184)$$

В дальнейшем с помощью коэффициента формы керна можно будет оценить, как влияет ширина и высота керна на технико-экономические показатели трансформатора. Надо заметить, что при фиксированной длине витка площадь керна будет максимальной при  $k = 1$ . Это следует из того, что из всех прямоугольников с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет квадрат, а из всех прямоугольников равной площади наименьший периметр имеет также квадрат. Поэтому в магнитопроводе с квадратным кернам магнитный поток будет наводить максимальную ЭДС в витке, а обмотка трансформатора будет содержать наименьшее количество витков, причем длина одного витка будет также наименьшей, то есть обмотка будет оптимальна в смысле длины провода. Если бы оптимизация производилась по числу витков или по длине обмоточного провода, то оптимальный трансформатор имел бы  $k = 1$ . Однако на практике оптимизация трансформатора производится по иным (более общим) критериям – масса, стоимость, КПД и пр., поэтому в общем случае коэффициент формы керна не равен 1. Ниже, в § 4.9, вопрос о величине коэффициента формы керна и его влиянии на параметры трансформатора будет рассмотрен более подробно.

Площадь керна определяется как  $S_k = (R_2 - R_1)h$ , но, учитывая (4.184), для площади керна имеем:

$$S_k = kh^2. \quad (4.185)$$

Подставив выражение (4.184) в формулы (4.183), получим:

$$\begin{cases} V = \pi(R_2 + R_1)kh^2, \\ F = 2\pi(R_2 + R_1)(1+k)h. \end{cases} \quad (4.186)$$

Из (4.186) находим функциональную зависимость между объемом магнитопровода и площадью его поверхности:

$$F = \frac{2(1+k)}{kh}V. \quad (4.187)$$

Зависимость (4.187) позволяет выразить площадь поверхности магнитопровода  $F$  в виде функции от потерь в стали. Подставив выражение для объема магнитопровода из (4.153) в (4.187), получим:

$$F = \frac{2(1+k)}{k\beta h}P_C. \quad (4.188)$$

Подставим (4.188) в уравнение теплового баланса (4.143) и определим *высоту* магнитопровода:

$$h = \frac{2\alpha(1+k)T}{k\beta} \frac{P_C}{P_M + P_C}. \quad (4.189)$$

Высота магнитопровода определена через основные параметры трансформатора  $P_M, P_C, T$ .

Рассматривая (4.183) как систему уравнений относительно переменных  $R_1, R_2$  и решая ее, получим:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{2} \left( \frac{V}{\pi kh^2} - kh \right), \\ R_2 &= \frac{1}{2} \left( \frac{V}{\pi kh^2} + kh \right). \end{aligned} \quad (4.190)$$

Подставим значение для объема магнитопровода из (4.153) в (4.190) и получим:

$$R_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{P_C}{\pi \beta k h^2} - k h \right),$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{P_C}{\pi \beta k h^2} + k h \right).$$
(4.191)

Если подставить (4.189) в (4.191), то после элементарных преобразований получим:

$$R_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k \beta}{4 \pi \alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{(P_M + P_C)^2}{P_C} - \frac{2 \alpha (1+k) T}{\beta} \frac{P_C}{P_M + P_C} \right],$$

$$R_2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k \beta}{4 \pi \alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{(P_M + P_C)^2}{P_C} + \frac{2 \alpha (1+k) T}{\beta} \frac{P_C}{P_M + P_C} \right].$$
(4.192)

Имея выражение для  $R_1$ , легко определить площадь окна магнитопровода  $S_0$ :

$$S_0 = \frac{\pi}{4} \left[ \frac{k \beta}{4 \pi \alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{(P_M + P_C)^2}{P_C} - \frac{2 \alpha (1+k) T}{\beta} \frac{P_C}{P_M + P_C} \right]^2.$$
(4.193)

Таким образом, получены важные зависимости между геометрическими размерами магнитопровода  $R_1, R_2, h$  и электрическими параметрами трансформатора. Геометрические размеры магнитопровода выразились через переменные  $P_M, P_C, T$ , а все остальные величины, входящие в (4.189) и (4.192), являются известными коэффициентами.

Возвращаясь к определению величины  $W_0$  и принимая во внимание, что  $S_K = k h^2$ , подставим (4.189) в (4.168). После необходимых преобразований получаем выражение для  $W_0$  в виде функции от переменных  $P_C, P_M, T$ :

$$W_0 = \frac{N \beta^2 k}{4 k_C \alpha^2 (1+k)^2 B T^2} \left( \frac{P_M + P_C}{P_C} \right)^2.$$
(4.194)

Длина единичного витка  $l_0$  определяется следующим образом:

$$l_0 = 2(R_2 - R_1 + h) = 2(1+k)h. \quad (4.195)$$

Подставим в (4.195) значение  $h$  из (4.189). Выражение для  $l_0$  примет вид:

$$l_0 = \frac{4\alpha(1+k)^2 T}{k\beta} \frac{P_C}{P_M + P_C}. \quad (4.196)$$

С учетом зависимостей (4.194) и (4.196) перепишем выражение (4.180) для массы меди трансформатора:

$$m_M = \frac{\rho_M \rho_R (N\beta)^2 (1+\chi T)}{(k_C \alpha B T)^2} \left( \frac{a^2 E_1^2 i_1}{u_1 - E_1} + \frac{b^2 E_2^2 i_2}{E_2 - u_2} \right) \left( \frac{P_M + P_C}{P_C} \right)^2. \quad (4.197)$$

Подставив в выражение для площади  $Q$  (4.182) зависимости (4.194) и (4.197), после элементарных тождественных преобразований получим:

$$Q = \frac{q \rho_R N^2 \beta^3 k (1+\chi T)}{4(1+k)^2 k_C^2 \alpha^3 B^2 T^3} \left( \frac{a E_1^2 i_1}{u_1 - E_1} + \frac{b E_2^2 i_2}{E_2 - u_2} \right) \left( \frac{P_M + P_C}{P_C} \right)^3. \quad (4.198)$$

\* \* \*

*Выкладки, проделанные в данном параграфе, преследовали одну цель – определить все характеристики трансформатора в виде функций параметров  $P_M, P_C, T, \varepsilon$ . Полученные зависимости составляют математическую модель тороидального трансформатора, а целевая функция дает возможность поставить и решить задачу оптимизации трансформатора как задачу оптимизации целевой функции  $C = C_1 m_M(P_M, P_C, T, \varepsilon) + C_2 m_C(P_C)$  с уравнением связи  $S_T + Q = S_0$ .*

*Весовые коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$  могут принимать любые положительные значения, а целевая функция имеет следующий смысл. Если  $C_1 = C_2 = 1$ , то целевая функция определяет массу трансформатора. Если  $C_1$  имеет смысл удельной стоимости (цены) меди, а  $C_2$  удельной стоимости (цены) стали, то целевая функция опре-*



деляет стоимость основных материалов трансформатора. Дальнейшая задача – определить минимальное значение целевой функции в зависимости от мощности потерь в стали  $P_C$ , мощности потерь в меди  $P_M$ , температуры перегрева  $T$  и коэффициента  $\varepsilon$ . Вычисленные из критерия минимума целевой функции, переменные  $P_C, P_M, T$  и  $\varepsilon$  позволяют однозначно определить как геометрические размеры магнитопровода, так и все электрические характеристики трансформатора, а также оценить его технико-экономические показатели.

#### 4.5. Программа расчета оптимального трансформатора

Полученные зависимости для оптимального трансформатора положены в основу программы расчета П1.2, которая была разработана на базе математического пакета Maple 13 и приводится в приложении П1.

Как показали численные исследования, целевая функция достигает своего минимального значения при температуре перегрева, значительно превышающей предельно допустимую температуру для материалов, из которых изготовлен трансформатор. В связи с этим температуру перегрева трансформатора следует назначать (определять техническими условиями) исходя из конкретных условий эксплуатации, а при оптимизации целевой функции в качестве дополнительного параметра следует выбрать коэффициент отношения плотностей тока  $\varepsilon$ .

Для расчета оптимального трансформатора необходимо знать следующие параметры: мощность трансформатора, напряжение питающей сети и напряжение на выходе трансформатора. Выходное напряжение трансформатора задается под нагрузкой, когда трансформатор нагрет до установившейся температуры. Диаметр технологического окна задается исходя из возможностей намоточного оборудования. Технологическое окно может быть задано и нулевым. Это соответствует случаю, когда трансформатор изготавливается ручным способом. Значения весовых коэффициентов  $C_1$  и  $C_2$  задаются в зависимости от решаемой задачи. Если критерием оптимизации является масса трансформатора, то коэффициенты следует выбрать равными единице, а если критерием оптимизации является

стоимость материалов (стоимость меди и стали), то коэффициент  $C_1$  задает цену меди, а коэффициент  $C_2$  – цену стали.

Задается также коэффициент формы керна. Значение  $k=1$  соответствует квадратному керну – как будет показано ниже (§ 4.9), он близок к оптимальному.

Оптимизация целевой функции проводится по переменным  $P_C, P_M, \varepsilon$ . После нахождения минимума целевой функции все остальные параметры трансформатора вычисляются однозначно по полученным ранее формулам.

В качестве примера рассчитаем силовой трансформатор с минимальной массой и мощностью  $P = 630$  ВА, при напряжении питающей сети 220 В. Номинальное напряжение на выходе трансформатора 24 В. Диаметр технологического окна – 70 мм. Сечение керна квадратное ( $k=1$ ). Допустимая температура перегрева – 50 °С. Критерий оптимизации – минимум массы ( $C_1 = 1, C_2 = 1$ ).

Расчет трансформатора проводится по программе П1.2. Текст этой программы дан в приложении П1, а результаты расчета представлены ниже.

Программа П1.2. Расчет трансформатора при  $k=1$ .  
Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 24.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 1.0$
6. Перегрев трансформатора	$T = 50.00$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 148.4738$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 83.4682$ мм
9. Высота магнитопровода	$H = 32.5028$ мм
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 2.0068$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 2.8821$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 4.8889$ кг
13. Основные материалы	Цена = 907.75 руб
14. Потери в стали	$P_c = 3.8908$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 11.9324$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 12.1552$ Вт
17. Полные потери при $T=0$	$P_1+P_2 = 24.0876$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при $T_{уст}$	$P_{m1} = 14.4979$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при $T_{уст}$	$P_{m2} = 14.7686$ Вт
20. Полные потери при $T_{уст}$	$P_m = 29.2664$ Вт

21. Суммарные потери при Туст	$P_c + P_m = 33.1573$ Вт
22. Приведенное соп-е при $T=0$	$r_0 = 2.6509$ Ом
23. Приведенное соп-е при Туст	$R_0 = 3.2208$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 1.3132$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0176$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при Туст	$R_1 = 1.5955$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при Туст	$R_2 = 0.0214$ Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.9500
29. Коэффициент трансформации	$n = 8.7597$
30. Активная сост-я тока ХХ	$i_{axx} = 17.6856$ мА
31. Реактивная сост-я тока ХХ	$i_{pxx} = 16.4018$ мА
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 24.1205$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 42.6955$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 13413.1994$ Ом
35. Активная сост-я тока $i_1$	$i_{1a} = 3.0144$ А
36. Реактивная сост-я тока $i_1$	$i_{1p} = 16.4018$ мА
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 3.0144$ А
38. Полный ток обмотки 2	$i_2 = 26.2500$ А
39. Намагничивающий ток	$i_m = 16.4018$ мА
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 215.1905$ В
41. Падение напр-я на $r_1$ при Туст	$Du_1 = 4.8095$ В
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 24.5626$ В
43. Падение напр-я на $r_2$ при Туст	$Du_2 = 0.5626$ В
44. Напряжение КЗ	$U_{кз} = 9.7089$ В
45. Напряжение холостого хода	$U_{2xx} = 25.1105$ В
46. Количество витков на вольт	$W_0 = 2.9591$ вит/В
47. Витки обмотки 1	$W_1 = 636.77$ вит
48. Витки обмотки 2	$W_2 = 72.69$ вит
49. Сечение провода 1	$S_1 = 1.1915$ мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода 2	$S_2 = 10.8745$ мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода 1	$d_1 = 1.2317$ мм
52. Диаметр провода 2	$d_2 = 3.7210$ мм
53. Плотность тока $i_1$	$j_1 = 2.529886$ А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока $i_2$	$j_2 = 2.413591$ А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.954031$
56. Коэффициент заполнения окна	$K_z = 0.2967$
57. Окно после намотки (контроль)	$D_x = 70.0000$ мм

Для сравнения рассчитаем такой же трансформатор, но с коэффициентами формы керна 0,2 и 5,0. Результаты расчета даны ниже.

Программа П1.2. Расчет трансформатора при  $k=0.2$ .  
Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 24.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 0.2$
6. Перегрев трансформатора	$T = 50.00$ град.

## \*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	D2 = 112.9160 мм
8. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 79.6407 мм
9. Высота магнитопровода	H = 83.1883 мм
10. Масса меди всех обмоток	mCu = 2.1514 кг
11. Масса магнитопровода	mFe = 3.1347 кг
12. Масса трансформатора	M = 5.2861 кг
13. Основные материалы	Цена = 978.56 руб
14. Потери в стали	Pc = 4.2319 Вт
15. Потери в обмотке 1 при T=0	P1 = 15.6159 Вт
16. Потери в обмотке 2 при T=0	P2 = 15.6926 Вт
17. Полные потери при T=0	P1+P2 = 31.3085 Вт
18. Потери в обмотке 1 при Tуст	Pm1 = 18.9734 Вт
19. Потери в обмотке 2 при Tуст	Pm2 = 19.0665 Вт
20. Полные потери при Tуст	Pm = 38.0398 Вт
21. Суммарные потери при Tуст	Pc+Pm = 42.2717 Вт
22. Приведенное сопр-е при T=0	r0 = 3.3528 Ом
23. Приведенное сопр-е при Tуст	R0 = 4.0736 Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при T=0	r1 = 1.6723 Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при T=0	r2 = 0.0228 Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при Tуст	R1 = 2.0318 Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при Tуст	R2 = 0.0277 Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.9371
29. Коэффициент трансформации	n = 8.6447
30. Активная сост-я тока ХХ	iaxx = 19.2358 мА
31. Реактивная сост-я тока ХХ	ipxx = 17.8394 мА
32. Полный ток холостого хода	ixx = 26.2347 мА
33. Индуктивность обмотки 1	L1 = 39.2547 Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	xL1 = 12332.2286 Ом
35. Активная сост-я тока i1	ila = 3.0558 А
36. Реактивная сост-я тока i1	ilp = 17.8394 мА
37. Полный ток обмотки 1	i1 = 3.0558 А
38. Полный ток обмотки 2	i2 = 26.2500 А
39. Намагничивающий ток	im = 17.8394 мА
40. ЭДС обмотки 1	E1 = 213.7911 В
41. Падение напр-я на r1 при Tуст	Du1 = 6.2089 В
42. ЭДС обмотки 2	E2 = 24.7263 В
43. Падение напр-я на r2 при Tуст	Du2 = 0.7263 В
44. Напряжение КЗ	Uкз = 12.4483 В
45. Напряжение холостого хода	U2xx = 25.4430В
46. Количество витков на вольт	W0 = 2.2586 вит/В
47. Витки обмотки 1	W1 = 482.88 вит
48. Витки обмотки 2	W2 = 55.86 вит
49. Сечение провода 1	S1 = 1.0896 мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода 2	S2 = 9.9390 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода 1	d1 = 1.1778 мм
52. Диаметр провода 2	d2 = 3.5573 мм
53. Плотность тока i1	j1 = 2.804564 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока i2	j2 = 2.640625 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент	epsilon = 0.941546
56. Коэффициент заполнения окна	Kз = 0.2275
57. Окно после намотки (контроль)	Dx = 70.0000 мм

Программа П1.2. Расчет трансформатора при  $k=5$ .  
Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 24.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 5.0$
6. Перегрев трансформатора	$T = 50.00$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 220.2051$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 82.9241$ мм
9. Высота магнитопровода	$H = 13.7281$ мм
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 2.4327$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 3.3597$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 5.7925$ кг
13. Основные материалы	Цена = 1084.33 руб
14. Потери в стали	$P_c = 4.5356$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 20.8684$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 20.5905$ Вт
17. Полные потери при $T=0$	$P_1+P_2 = 41.4589$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при $T_{уст}$	$P_{m1} = 25.3551$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при $T_{уст}$	$P_{m2} = 25.0175$ Вт
20. Полные потери при $T_{уст}$	$P_m = 50.3726$ Вт
21. Суммарные потери при $T_{уст}$	$P_c+P_m = 54.9082$ Вт
22. Приведенное сопр-е при $T=0$	$r_0 = 4.2774$ Ом
23. Приведенное сопр-е при $T_{уст}$	$R_0 = 5.1971$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 2.1530$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0299$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при $T_{уст}$	$R_1 = 2.6160$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при $T_{уст}$	$R_2 = 0.0363$ Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.9198
29. Коэффициент трансформации	$n = 8.4880$
30. Активная сост-я тока ХХ	$i_{axx} = 20.6165$ мА
31. Реактивная сост-я тока ХХ	$i_{p_{xx}} = 19.1200$ мА
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 28.1179$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 36.6257$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 11506.2960$ Ом
35. Активная сост-я тока $i_1$	$i_{1a} = 3.1132$ А
36. Реактивная сост-я тока $i_1$	$i_{1p} = 19.1200$ мА
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 3.1133$ А
38. Полный ток обмотки 2	$i_2 = 26.2500$ А
39. Намагничивающий ток	$i_m = 19.1200$ мА
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 211.8558$ В
41. Падение напр-я на $r_1$ при $T_{уст}$	$Du_1 = 8.1442$ В
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 24.9530$ В
43. Падение напр-я на $r_2$ при $T_{уст}$	$Du_2 = 0.9530$ В
44. Напряжение КЗ	$U_{кз} = 16.1799$ В
45. Напряжение холостого хода	$U_{2xx} = 25.9103$ В
46. Количество витков на вольт	$W_0 = 3.3175$ вит/В
47. Витки обмотки 1	$W_1 = 702.83$ вит
48. Витки обмотки 2	$W_2 = 82.80$ вит

49. Сечение провода 1	$S_1 = 1.0164 \text{ мм}^2$
50. Сечение провода 2	$S_2 = 9.2643 \text{ мм}^2$
51. Диаметр провода 1	$d_1 = 1.1376 \text{ мм}$
52. Диаметр провода 2	$d_2 = 3.4345 \text{ мм}$
53. Плотность тока $i_1$	$j_1 = 3.063132 \text{ А/мм}^2$
54. Плотность тока $i_2$	$j_2 = 2.832717 \text{ А/мм}^2$
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.924778$
56. Коэффициент заполнения окна	$K_z = 0.2874$
57. Окно после намотки (контроль)	$D_x = 70.0000 \text{ мм}$

Сравнение результатов расчета трех трансформаторов показывает, что трансформатор при квадратном керне ( $k = 1$ ) имеет минимальную из трех трансформаторов массу – 4,8889 кг, в то время как для трансформаторов с коэффициентами керна  $k = 0,2$  и  $k = 5,0$  массы равны 5,2861 кг и 5,7925 кг соответственно.

Следует заметить, что коэффициент  $\epsilon = 0,954031$  близок к единице, в то время как в [11] для коэффициента  $\epsilon$  рекомендован интервал  $1 \leq \epsilon \leq 1,3$ .

При квадратном керне данный трансформатор имеет КПД  $\eta = 0,9500$ . При керне с коэффициентом  $k = 5$ , что соответствует магнитопроводу типа «блин», расчет дает меньшее значение КПД:  $\eta = 0,9198$ . Для трансформатора типа «колодец», у которого высота керна больше его ширины в пять раз ( $k = 0,2$ ), КПД имеет значение  $\eta = 0,9371$ . Таким образом, квадратное сечение керна предпочтительней прямоугольного, так как трансформатор с квадратным керном имеет более высокий КПД.

Напряжение короткого замыкания у трансформатора с квадратным керном меньше, чем у трансформаторов с  $k = 0,2$  и  $k = 5,0$  (9,7089 В против 12,4483 В и 16,1799 В). То есть и с точки зрения данного параметра квадратный kern является предпочтительным.

Ниже (§ 4.9) будет показано, что оптимальное значение коэффициента формы керна лежит в диапазоне 0,7...0,9.

Теперь рассчитаем трансформатор с такими же исходными параметрами, но в качестве критерия оптимизации используем критерий минимальной стоимости материалов. Для этого весовые коэффициенты  $C_1, C_2$  в выражении для целевой функции должны принимать значения цены материалов (меди и стали соответственно). Пусть  $C_1 = 280$  руб.,  $C_2 = 120$  руб.

## Результаты расчета приведены ниже.

Программа П1.2. Расчет трансформатора.  
Трансформатор минимальной стоимости

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 24.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 1.0$
6. Перегрев трансформатора	$T = 50.00$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 154.2646$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 77.4392$ мм
9. Высота магнитопровода	$H = 38.4127$ мм
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 1.2586$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 4.0213$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 5.2799$ кг
13. Основные материалы	Цена = 834.97 руб
14. Потери в стали	$P_s = 5.4288$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 13.8043$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 13.9463$ Вт
17. Полные потери при $T=0$	$P_1+P_2 = 27.7507$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при $T_{уст}$	$P_{m1} = 16.7723$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при $T_{уст}$	$P_{m2} = 16.9448$ Вт
20. Полные потери при $T_{уст}$	$P_m = 33.7171$ Вт
21. Суммарные потери при $T_{уст}$	$P_s+P_m = 39.1459$ Вт
22. Приведенное соп-е при $T=0$	$r_0 = 2.9995$ Ом
23. Приведенное соп-е при $T_{уст}$	$R_0 = 3.6444$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 1.4921$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0202$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при $T_{уст}$	$R_1 = 1.8129$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при $T_{уст}$	$R_2 = 0.0246$ Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.9415
29. Коэффициент трансформации	$n = 8.7010$
30. Активная сост-я тока XX	$i_{axx} = 24.6763$ мА
31. Реактивная сост-я тока XX	$i_{pxx} = 22.8850$ мА
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 33.6548$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 30.6000$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 9613.2764$ Ом
35. Активная сост-я тока $i_1$	$i_{1a} = 3.0416$ А
36. Реактивная сост-я тока $i_1$	$i_{1p} = 22.8850$ мА
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 3.0417$ А
38. Полный ток обмотки 2	$i_2 = 26.2500$ А
39. Намагничивающий ток	$i_m = 22.8850$ мА
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 214.4858$ В
41. Падение напр-я на $r_1$ при $T_{уст}$	$Du_1 = 5.5142$ В
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 24.6455$ В
43. Падение напр-я на $r_2$ при $T_{уст}$	$Du_2 = 0.6455$ В
44. Напряжение КЗ	$U_{кз} = 11.0851$ В
45. Напряжение холостого хода	$U_{2xx} = 25.2774$ В

46. Количество витков на вольт	$W0 = 2.1186$ вит/В
47. Витки обмотки 1	$W1 = 454.41$ вит
48. Витки обмотки 2	$W2 = 52.23$ вит
49. Сечение провода 1	$S1 = 0.8844$ мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода 2	$S2 = 8.0467$ мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода 1	$d1 = 1.0612$ мм
52. Диаметр провода 2	$d2 = 3.2008$ мм
53. Плотность тока $i1$	$j1 = 3.439197$ А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока $i2$	$j2 = 3.261502$ А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.948332$
56. Коэффициент заполнения окна	$Kz = 0.1829$
57. Окно после намотки (контроль)	$Dx = 70.0000$ мм

Сравним два трансформатора с квадратными кернами, из которых один имеет минимальную массу, а другой – минимальную стоимость. Стоимость материалов для трансформатора с минимальной массой (4,8889 кг) составила 907,75 руб., а стоимость материалов такого же трансформатора, но с минимальной стоимостью составляет 834,97 руб. (его масса 5,2799 кг). Стоимость снизилась за счет уменьшения доли меди (более дорогого материала) и увеличения доли стали в общей массе трансформатора, однако масса трансформатора при этом увеличилась. Следует заметить, что если бы цены меди и стали были равны, *то трансформатор минимальной стоимости обладал бы и минимальной массой.*

Трансформатор с минимальной массой имеет более высокий КПД –  $\eta = 0,9500$ , чем трансформатор с минимальной стоимостью –  $\eta = 0,9415$ . Различие в КПД связано с разными величинами потерь. Так, в трансформаторе с минимальной массой суммарные потери равны 33,1573 Вт, а в трансформаторе с минимальной стоимостью они составляют 39,1459 Вт.

Данная программа П1.2 позволяет проанализировать взаимосвязи температуры перегрева, КПД и массы трансформатора. Для этого рассчитаем различные трансформаторы, для которых заданы следующие параметры: полезная мощность – 100 ВА, коэффициент керна – 1, диаметр технологического окна (то есть окна трансформатора после намотки) – 50 мм. Задавая различные значения температуры перегрева, получаем совокупность трансформаторов, различающихся указанными в таблице параметрами (табл. 4.1). Заметим, что указанные в таблице высокие температуры перегрева не могут быть достигнуты в реальности, однако расчет параметров при этих температурах позволяет выявить качественную картину взаимных зависимостей параметров.



**Т а б л и ц а 4.1. Результаты расчета трансформаторов  
с различной температурой перегрева**

$T$		$M_M$	$M_C$	$M$	$D_2$	$D_1$	$h$
1	0,9890	248,2	0,59	248,8	1608	1600	4
2	0,9860	48,9	0,75	49,7	520	505	8
5	0,9779	4,99	1,16	6,15	153	114	19
10	0,9636	1,08	1,20	2,28	114	66	24
20	0,9421	0,63	0,87	1,50	103	61	21
30	0,9230	0,52	0,74	1,26	99	60	20
40	0,9055	0,46	0,66	1,12	97	59	19
50	0,8891	0,42	0,61	1,03	95	59	18
100	0,8184	0,35	0,50	0,85	92	58	17
200	0,7087	0,32	0,44	0,75	89	57	16
300	0,6237	0,31	0,42	0,73	89	57	16
400	0,5552	0,32	0,42	0,74	89	58	16
500	0,4985	0,33	0,42	0,75	89	58	16
600	0,4510	0,34	0,42	0,76	89	58	16
1000	0,3199	0,38	0,48	0,84	91	57	16
5000	0,0624	0,74	0,83	1,57	104	63	21

Анализ результатов расчета позволяет сделать следующие выводы. Увеличение температуры перегрева приводит к уменьшению КПД трансформатора, при этом масса трансформатора сначала уменьшается, а затем начинает расти. Магнитопровод трансформатора при малых температурах имеет форму кольца большого диаметра, узкого и малой толщины. КПД асимптотически стремится к своему максимуму – 1 и своему минимуму – 0 при стремлении массы к бесконечности, при этом максимуму КПД соответствует близкая к нулю температура.

Графические зависимости основных параметров трансформатора представлены на рис. 4.5, а–в.

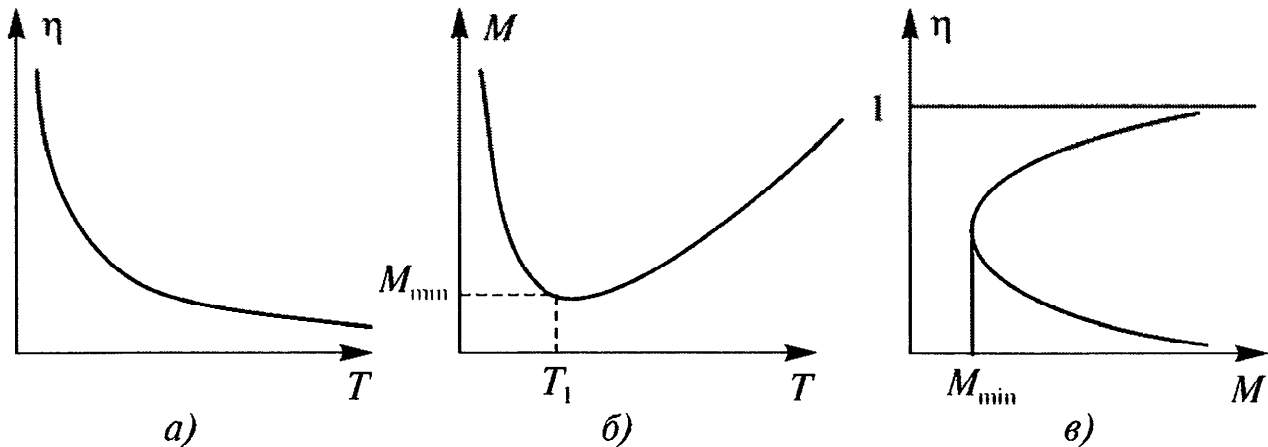


Рис. 4.5. Взаимные зависимости основных параметров трансформатора:  
 а –  $\eta(T)$ ; б –  $M(T)$ ; в –  $\eta(M)$

#### 4.6. Трансформатор с максимальным КПД

Трансформаторы, имеющие *максимальный КПД*, представляют интерес с практической точки зрения, поскольку позволяют экономить электроэнергию. Выше (§ 4.1.1) было показано, что максимальное значение КПД трансформатора зависит от многих факторов и классическое условие ( $P_C = P_M$ ), которому должен удовлетворять трансформатор с максимальным КПД, строго говоря, не выполняется.

С целью упрощения практических расчетов будем предполагать, что потери в стали не зависят от тока нагрузки трансформатора. Приняв это допущение, из общей формулы для КПД трансформатора (4.52) определим максимум КПД. Для этого продифференцируем выражение (4.52) по току  $i_1$  и приравняем производную нулю. После элементарных преобразований получим:

$$\frac{dP}{di_1}(P_M + P_C) - P \frac{dP_M}{di_1} = 0. \quad (4.199)$$

Известно, что у нагруженного трансформатора *реактивная составляющая тока* первичной обмотки на несколько порядков меньше полного тока (особенно это хорошо видно при исследовании трансформатора с помощью моделирующей программы). Это обстоятельство дает право записать приближенное выражение для КПД трансформатора, которое получается из (4.128) и имеет вид:

$$\eta = \frac{P}{u_1 i_1}. \quad (4.200)$$

Продифференцируем (4.200) по току  $i_1$  и приравняем производную к нулю:

$$\frac{d\eta}{di_1} = \frac{1}{(u_1 i_1)^2} \left( \frac{dP}{di_1} u_1 i_1 - P u_1 \right) = 0. \quad (4.201)$$

Левая часть выражения (4.201) обращается в ноль при следующей условии:

$$\frac{dP}{di_1} = \frac{P}{i_1}. \quad (4.202)$$

Из выражения для потерь в меди (4.145) найдем:

$$\frac{dP_M}{di_1} = 2R_0 i_1. \quad (4.203)$$

Подставив значения производных из (4.202) и (4.203) в (4.199), получим:

$$\frac{P}{i_1} (P_M + P_C) - 2PR_0 i_1 = 0. \quad (4.204)$$

Проделявая необходимые преобразования, из (4.204) окончательно получим:

$$P_M = P_C. \quad (4.205)$$

Из равенства (4.205) следует, что трансформатор имеет максимальный КПД при равенстве потерь в меди и потерь в стали.

В начале этого параграфа было сделано допущение, что потери в стали приняты постоянными (не зависящими от нагрузки). В действительности потери в стали зависят от нагрузки по причинам, подробно рассмотренным в подразделе 4.1.1. В связи с этим, строго говоря, равенство (4.205) выполняется приближенно, но при расчете трансформатора это не приводит к большой погрешности.

Перепишем выражение для потерь в меди (4.145) с учетом равенства (4.205):

$$P_C = R_0 i_1^2. \quad (4.206)$$

Из полученного уравнения определяем ток, при котором КПД трансформатора максимален:

$$i_1 = \sqrt{\frac{P_C}{R_0}}. \quad (4.207)$$

Зависимость между напряжением короткого замыкания и потерями в меди определяется выражением (4.154), а для случая, когда выполняется равенство  $P_M = P_C$ , можно записать

$$P_C = u_k i_1. \quad (4.208)$$

Из (4.208) определяется ток  $i_1$ , соответствующий максимальному КПД:

$$i_1 = \frac{P_C}{u_k}. \quad (4.209)$$

С другой стороны, можно выразить ток  $i_1$  из (4.200) и подставить его в (4.209), тогда получим:

$$\frac{P}{\eta u_1} = \frac{P_C}{u_k}. \quad (4.210)$$

Из формулы (4.210) можно выразить КПД трансформатора через потери в стали и напряжение короткого замыкания:

$$\eta = \frac{u_k P}{u_1 P_C}. \quad (4.211)$$

Используя равенство (4.205), заменим в выражении (4.52) потери в меди  $P_M$  на потери в стали  $P_C$  и приравняем правые части (4.52) и (4.211), в результате получим:

$$\frac{P}{P + 2P_C} = \frac{u_k P}{u_1 P_C}. \quad (4.212)$$

Разрешая последнее уравнение относительно  $P_C$ , получим:

$$P_C = \frac{u_k P}{u_1 - 2u_k}. \quad (4.213)$$

Выражение (4.213) показывает, что для трансформатора с максимальным КПД потери в стали (равные потерям в меди) однознач-

но определяются напряжением короткого замыкания. Выразим ток первичной обмотки трансформатора через напряжение короткого замыкания. Для этого подставим (4.213) в (4.209) и получим:

$$i_1 = \frac{P}{u_1 - 2u_k}. \quad (4.214)$$

Подставив выражение (4.213) в формулу (4.211), для КПД трансформатора получим следующую зависимость:

$$\eta = \frac{(u_1 - 2u_k)}{u_1}. \quad (4.215)$$

Таким образом, *КПД однозначно определяется напряжением короткого замыкания* (разумеется, это утверждение верно только для таких трансформаторов, для которых  $P_M = P_C$ ).

Приведенное сопротивление обмоток трансформатора присутствует в выражении (4.206). Подставим в (4.206) выражение для потерь в стали из (4.213) и выражение для тока  $i_1$  из (4.214), тогда для  $R_0$  можно записать:

$$R_0 = \frac{u_k (u_1 - 2u_k)}{P}. \quad (4.216)$$

Формула (4.216) определяет приведенное сопротивление через напряжение короткого замыкания.

Рассмотрим выражения (4.194) и (4.196) для  $W_0$  и  $l_0$ . При выполнении равенства  $P_M = P_C$  из (4.194) и (4.196) следует:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_0 = \frac{N\beta^2 k}{k_c \alpha^2 (1+k)^2 BT^2}, \\ l_0 = \frac{2\alpha(1+k)^2 T}{k\beta}. \end{array} \right. , \quad (4.217)$$

Найдем выражения для ЭДС  $E_1$  и  $E_2$ . Учитывая равенство  $P_M = P_C$  и выражение (4.214), подставим (4.214) в (4.175) и тогда получим:

$$\begin{cases} E_1 = \frac{(u_1 - u_k)(a + \varepsilon b)}{au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)} u_1, \\ E_2 = \frac{au_1(u_1 - 2u_k) + \varepsilon b(u_1 - u_k)^2}{(u_1 - 2u_k)[au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)]} u_2. \end{cases} \quad (4.218)$$

Падения напряжения  $\Delta u_1$  и  $\Delta u_2$  на активных сопротивлениях первичной и вторичной обмотках трансформатора могут быть выражены в виде функции напряжения  $u_k$ , если подставить (4.218) и (4.214) в (4.174):

$$\begin{cases} \Delta u_1 = \frac{au_1 u_k}{au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)}, \\ \Delta u_2 = \frac{\varepsilon b u_2 u_k (u_1 - u_k)}{(u_1 - 2u_k)[au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)]}. \end{cases} \quad (4.219)$$

Выразим сечения обмоточных проводов  $S_1$  и  $S_2$  через переменную  $u_k$ . Для этого подставим (4.217) и (4.128) в (4.178). Опустив несложные преобразования, получим:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{2N \rho_R \beta P (1 + \chi T) (u_1 - u_k) (a + \varepsilon b)}{\alpha k_C B T u_k (u_1 - 2u_k)}, \\ S_2 = \frac{2N \rho_R \beta P (1 + \chi T) au_1 (u_1 - 2u_k) + \varepsilon b (u_1 - u_k)^2}{\alpha k_C B T \varepsilon u_2 u_k (u_1 - u_k)}. \end{cases} \quad (4.220)$$

Омические сопротивления обмоток трансформатора определяются из (4.177). Подставив (4.219) и (4.214) в (4.177), после преобразований получим:

$$\begin{cases} r_1 = \frac{au_1 u_k}{au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)} \frac{u_1 - 2u_k}{P(1 + \chi T)}, \\ r_2 = \frac{\varepsilon b u_k (u_1 - u_k)}{(u_1 - 2u_k)[au_1 + \varepsilon b(u_1 - u_k)]} \frac{u_2^2}{(1 + \chi T) P}. \end{cases} \quad (4.221)$$

Масса меди определяется формулой (4.180). Подставим в (4.180) значения  $W_0$  и  $l_0$  из (4.217). После несложных преобразований получим:

$$m_M = \frac{4N^2 \beta^2 \rho_M \rho_R (1 + \chi T)}{(\alpha k_C B T)^2} \left( \frac{a^2 E_1^2 i_1}{u_1 - E_1} + \frac{b^2 E_2^2 i_2}{E_2 - u_2} \right). \quad (4.222)$$

При этом необходимо помнить, что ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  задаются выражениями (4.218), а ток  $i_1$  определяется из (4.214).

Теперь остается вычислить размеры магнитопровода. Для этого подставим потери в стали из (4.213) в (4.192) и учтем равенство  $P_M = P_C$ :

$$\begin{cases} R_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k\beta}{\pi\alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{u_k P}{u_1 - 2u_k} - \frac{\alpha(1+k)T}{\beta} \right], \\ R_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{k\beta}{\pi\alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{u_k P}{u_1 - 2u_k} + \frac{\alpha(1+k)T}{\beta} \right], \\ h = \frac{\alpha(1+k)T}{k\beta}. \end{cases} \quad (4.223)$$

Используя ту же подстановку, приведем сечение окна магнитопровода (4.193) к виду:

$$S_0 = \frac{\pi}{2} \left[ \frac{k\beta}{\pi\alpha^2 (1+k)^2 T^2} \frac{u_k P}{u_1 - 2u_k} - \frac{\alpha(1+k)T}{\beta} \right]^2. \quad (4.224)$$

Для трансформатора, имеющего максимальный КПД, целевая функция, электрические и геометрические характеристики являются функцией переменных  $T, u_k, \varepsilon$ . Именно по этим переменным должна проводиться минимизация целевой функции. Что касается критериев оптимизации, то они сохраняются – это минимум массы или минимум стоимости материалов.

Для расчета трансформатора, имеющего максимальный КПД, была разработана программа П1.3. Текст программы дан в приложении П1.

С помощью этой программы рассчитаем трансформатор, имеющий при равенстве потерь в меди и стали ( $P_M = P_C$ ) минимальную массу. Габаритная мощность трансформатора равна 630 ВА, напряже-

ние на первичной обмотке – 220 В, номинальное напряжение на выходе трансформатора – 24 В. Диаметр технологического окна – 70 мм. Критерием оптимизации является минимум массы трансформатора. Исходя из данного критерия, программа вычисляет температуру перегрева, коэффициент керна, размеры магнитопровода, массу, КПД и все прочие параметры. В отличие от программы П1.2, в данной программе коэффициент керна *не задается, а вычисляется*. Результаты расчета приведены ниже.

Программа П1.3. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы при равенстве потерь  $P_m = P_c$

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 36.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

5. Температура перегрева трансформатора	$T = 16.4201$ град.
6. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 165.8558$ мм
7. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 86.8848$ мм
8. Высота магнитопровода	$H = 53.6246$ мм
9. Коэффициент формы керна	$k = 0.7363$
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 3.0307$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 6.2945$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 9.3252$ кг
13. Основные материалы	Цена = 1603.93 руб
14. Потери в стали	$P_c = 8.4976$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 3.8872$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 4.0500$ Вт
17. Потери в обмотках при $T=0$	$P_1+P_2 = 7.9372$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при Туст.	$P_{m1} = 4.1616$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при Туст.	$P_{m2} = 4.3360$ Вт
20. Потери в обмотках при Туст	$P_m = 8.4976$ Вт
21. Суммарные потери при Туст	$P_c+P_m = 16.9952$ Вт
22. Приведенное сопр-е при $T=0$	$r_0 = 0.9176$ Ом
23. Приведенное сопр-е при Туст	$R_0 = 0.9824$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 0.4494$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0132$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при Туст	$R_1 = 0.4811$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при Туст	$R_2 = 0.0142$ Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.9737
29. Коэффициент трансформации	$n = 6.0298$
30. Активная сост-я тока ХХ	$i_{axx} = 38.6254$ мА
31. Реактивная сост-я тока ХХ	$i_{pxx} = 35.8216$ мА
32. Полный ток ХХ	$i_{xx} = 52.6793$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 19.5491$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$xL_1 = 6141.5455$ Ом



35. Активная сост-я тока в обмотке 1	$i_{1a} = 2.9409 \text{ A}$
36. Реактивная сост-я тока в обмотке 1	$i_{1p} = 35.8216 \text{ mA}$
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 2.9411 \text{ A}$
38. Ток обмотки 2	$i_2 = 17.5000 \text{ A}$
39. Намагнич-й ток (равен реакт-му току ХХ)	$i_m = 35.8216 \text{ mA}$
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 218.5850 \text{ В}$
41. Падение напряжения на $r_1$ при Туст	$Du_1 = 1.4150 \text{ В}$
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 36.2478 \text{ В}$
43. Падение напряжения на $r_2$ при Туст	$Du_2 = 0.2478 \text{ В}$
44. Напряжение короткого замыкания	$U_{кз} = 2.8893 \text{ В}$
45. Напряжение ХХ обмотки 2	$U_{2xx} = 36.4814 \text{ В}$
46. Число витков на один вольт (ЭДС)	$W_0 = 1.4764 \text{ виток/В}$
47. Число витков обмотки 1	$W_1 = 322.72 \text{ виток}$
48. Число витков обмотки 2	$W_2 = 53.52 \text{ виток}$
49. Сечение провода обмотки 1	$S_1 = 2.5275 \text{ мм}^2$
50. Сечение провода обмотки 2	$S_2 = 15.2976 \text{ мм}^2$
51. Диаметр провода обмотки 1	$d_1 = 1.7939 \text{ мм}$
52. Диаметр провода обмотки 2	$d_2 = 4.4133 \text{ мм}$
53. Плотность тока обмотки 1	$j_1 = 1.163620 \text{ А/мм}^2$
54. Плотность тока обмотки 2	$j_2 = 1.143870 \text{ А/мм}^2$
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.983027$
56. Коэффициент заполнения окна	$K_z = 0.3510$
57. Окно после намотки (для контроля)	$D_x = 69.9953 \text{ мм}$

Анализируя результаты вычислений, замечаем, что данный трансформатор имеет КПД равный 0,9737 при температуре перегрева  $T = 16,42 \text{ }^\circ\text{C}$ . Масса такого трансформатора (9,3252 кг) существенно больше массы трансформатора той же мощности, расчеты которого были приведены выше, но рассчитанного исходя из критерия минимума массы –  $M = 4,8889 \text{ кг}$ , КПД = 0,9500,  $k = 1$  или минимума стоимости –  $M = 5,2799 \text{ кг}$ , КПД = 0,9415,  $k = 1$ . Повышение значения КПД произошло за счет снижения потерь мощности в меди. Так, если сравнить суммарные потери мощности в трансформаторе из двух предыдущих примеров с потерями в трансформаторе, имеющем максимальный КПД, то оказывается, что они составляют 16,9952 Вт против 33,1573 и 39,1459 Вт.

Мощности потерь в стали и меди равны между собой (условие максимума КПД в зависимости от тока нагрузки).

*Коэффициент формы керна*, соответствующий поставленной задаче и рассчитанный программой, составил 0,7363. Как видим, это значение отличается от 1 – т. е. керна является не квадратным, а прямоугольным. Если увеличивать диаметр технологического окна, то коэффициент керна будет стремиться к 1, однако трансформатор при этом не будет оптимальным.

Напряжение короткого замыкания у трансформатора с максимальным КПД также существенно меньше, чем у трансформаторов с минимальной массой и минимальной стоимостью: 2,8893 В против 9,7089 и 11,0851 В.

Повышение КПД трансформатора приводит к его удорожанию. В данном примере стоимость трансформатора с максимальным КПД составляет 1604 руб., а стоимость трансформатора, рассчитанного из критерия минимальной стоимости, составляет 835 руб. Однако большая стоимость трансформатора со временем окупается благодаря экономии электроэнергии.

Для сравнения рассчитаем трансформатор, аналогичный предыдущему, но критерием оптимизации выберем минимальную стоимость. Результаты расчета приведены ниже.

Программа П1.3. Расчет оптимального трансформатора.

Трансформатор минимальной стоимости при равенстве потерь  $P_m = P_c$

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 36.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

5. Температура перегрева трансформатора	$T = 18.8378$ град.
6. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 168.1418$ мм
7. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 78.6405$ мм
8. Высота магнитопровода	$H = 62.5621$ мм
9. Коэффициент формы керна	$k = 0.7153$
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 1.8148$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 8.1266$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 9.9414$ кг
13. Стоимость меди и стали	$= 1483.34$ руб
14. Потери в стали	$P_c = 10.9709$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 4.9853$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 5.1636$ Вт
17. Потери в обмотках при $T=0$	$P_1+P_2 = 10.1489$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при Туст	$P_{m1} = 5.3891$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при Туст	$P_{m2} = 5.5818$ Вт
20. Потери в обмотках при Туст	$P_m = 10.9709$ Вт
21. Суммарные потери при Туст	$P_c+P_m = 21.9419$ Вт
22. Приведенное сопр-е при $T=0$	$r_0 = 1.1554$ Ом
23. Приведенное сопр-е при Туст	$R_0 = 1.2490$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 0.5676$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0169$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при Туст	$R_1 = 0.6135$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при Туст	$R_2 = 0.0182$ Ом
28. КПД трансформатора	$\text{КПД} = 0.9663$

29. Коэффициент трансформации	$n = 6.0065$
30. Активная сост-я тока ХХ	$i_{axx} = 49.8679 \text{ мА}$
31. Реакт-я сост-я тока ХХ	$i_{pxx} = 46.2480 \text{ мА}$
32. Полный ток ХХ	$i_{xx} = 68.0124 \text{ мА}$
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 15.1419 \text{ Гн}$
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 4756.9642 \text{ Ом}$
35. Активная сост-я тока в обмотке 1	$i_{1a} = 2.9634 \text{ А}$
36. Реактивная сост-я тока в обмотке 1	$i_{1p} = 46.2480 \text{ мА}$
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 2.9637 \text{ А}$
38. Ток обмотки 2	$i_2 = 17.5000 \text{ А}$
39. Намагнич-й ток (равен реакт-му току ХХ)	$i_m = 46.2480 \text{ мА}$
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 218.1816 \text{ В}$
41. Падение напряжения на $r_1$ при Туст	$Du_1 = 1.8184 \text{ В}$
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 36.3190 \text{ В}$
43. Падение напряжения на $r_2$ при Туст	$Du_2 = 0.3190 \text{ В}$
44. Напряжение короткого замыкания	$U_{кз} = 3.7017 \text{ В}$
45. Напряжение обмотки 2	$U_{2xx} = 36.6200 \text{ В}$
46. Число витков на один вольт (ЭДС)	$W_0 = 1.1166 \text{ виток/В}$
47. Число витков обмотки 1	$W_1 = 243.62 \text{ виток}$
48. Число витков обмотки 2	$W_2 = 40.56 \text{ виток}$
49. Сечение провода обмотки 1	$S_1 = 1.7412 \text{ мм}^2$
50. Сечение провода обмотки 2	$S_2 = 10.4793 \text{ мм}^2$
51. Диаметр провода обмотки 1	$d_1 = 1.4889 \text{ мм}$
52. Диаметр провода обмотки 2	$d_2 = 3.6528 \text{ мм}$
53. Плотность тока обмотки 1	$j_1 = 1.702155 \text{ А/мм}^2$
54. Плотность тока обмотки 2	$j_2 = 1.669726 \text{ А/мм}^2$
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.980948$
56. Коэффициент заполнения окна	$K_z = 0.2226$
57. Окно после намотки (для контроля)	$D_x = 69.3372 \text{ мм}$

Если сравнить эти данные с результатами предыдущего расчета, то можно заметить, что стоимость трансформатора снизилась с 1604 до 1483 руб., однако при этом КПД трансформатора упал с 0,9737 до 0,9663. Следует особо отметить, что программа расчета трансформатора с максимальным КПД позволяет рассчитать трансформатор, который при заданных критериях оптимизации (масса или стоимость) и заданных технологических ограничениях (диаметр окна после намотки, коэффициент керна) имеет наибольший КПД. При этом наибольший КПД *данного трансформатора* обеспечивается при токе нагрузки, равном номинальному, а изменение тока нагрузки в большую или меньшую сторону относительно номинального обязательно вызовет *снижение КПД*. Это следует из ранее рассмотренного графика зависимости КПД от относительного тока нагрузки (рис. 4.2). При этом в отличие от расчетов, приведенных в разделе 4.1.9, где КПД определяется при заданной температуре перегрева, в данном случае температура перегрева не задается, а вычисляется.

КПД трансформатора, рассчитанного по программе П1.3, может быть ниже, чем КПД трансформатора, рассчитанного по программе П1.2. Для проверки этого утверждения обратимся к результатам расчета трансформатора минимальной массы мощностью 630 ВА, выполненным по программе П1.3 (они приведены выше). Подставим вычисленные значения температуры перегрева (16,4201 °С) и коэффициента керна (0,7363) в программу П1.2 и произведем расчет второго трансформатора. Результаты представлены ниже.

Программа П1.2. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы при заданном коэффициенте керна и заданной температуре перегрева

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 630.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 36.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 70.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 0.7363$
6. Температура перегрева	$T = 16.42$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 163.0142$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 95.5676$ мм
9. Высота магнитопровода	$H = 45.8010$ мм
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 4.1356$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 4.6977$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 8.8334$ кг
13. Стоимость меди стали	$= 1721.71$ руб
14. Потери в стали	$P_c = 6.3420$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 3.8798$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 4.0680$ Вт
17. Потери в обмотках при $T=0$	$P_1+P_2 = 7.9478$ Вт
18. Потери в обмотке 1 при $T_{уст}$	$P_{m1} = 4.1537$ Вт
19. Потери в обмотке 2 при $T_{уст}$	$P_{m2} = 4.3552$ Вт
20. Потери в обмотках при $T_{уст}$	$P_m = 8.5089$ Вт
21. Суммарные потери при $T_{уст}$	$P_c+P_m = 14.8509$ Вт
22. Приведенное сопр-е при $T=0$	$r_0 = 0.9250$ Ом
23. Привед-е сопр-е при $T_{уст}$	$R_0 = 0.9903$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 0.4515$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.0133$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при $T_{уст}$	$R_1 = 0.4834$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при $T_{уст}$	$R_2 = 0.0142$ Ом
28. КПД трансформатора	$\eta = 0.9770$
29. Коэффициент трансформации	$n = 6.0297$
30. Активная сост-я тока ХХ	$i_{axx} = 28.8271$ мА
31. Реактивная сост-я тока ХХ	$i_{pxx} = 26.7345$ мА
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 39.3158$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 26.1939$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 8229.0699$ Ом

35. Активная сост-я тока $i_1$	$i_{1a} = 2.9311$ А
36. Реактивная сост-я тока $i_1$	$i_{1p} = 26.7345$ мА
37. Полный ток обмотки 1	$i_1 = 2.9313$ А
38. Полный ток обмотки 2	$i_2 = 17.5000$ А
39. Намагничивающий ток	$i_m = 26.7345$ мА
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 218.5830$ В
41. Падение напр-я на $r_1$ при Туст	$Du_1 = 1.4170$ В
42. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 36.2489$ В
43. Падение напр-я на $r_2$ при Туст	$Du_2 = 0.2489$ В
44. Напряжение КЗ	$U_{кз} = 2.9028$ В
45. Напряжение ХХ обмотки 2	$U_{2хх} = 36.4831$ В
46. Число витков на 1 вольт ЭДС	$W_0 = 2.0239$ виток/В
47. Число витков обмотки 1	$W_1 = 442.40$ виток
48. Число витков обмотки 2	$W_2 = 73.37$ виток
49. Сечение провода обмотки 1	$S_1 = 2.9451$ мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода обмотки 2	$S_2 = 17.8327$ мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода обмотки 1	$d_1 = 1.9365$ мм
52. Диаметр провода обмотки 2	$d_2 = 4.7650$ мм
53. Плотность тока обмотки 1	$j_1 = 0.995285$ А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока обмотки 2	$j_2 = 0.981282$ А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент	$\epsilon = 0.985931$
56. Коэффициент заполнения окна	$K_z = 0.4635$
57. Диаметр окна после намотки	$D_x = 69.9991$ мм

Несмотря на то, что температура перегрева и коэффициент кер-на для второго трансформатора такие же, что и для первого, массогабаритные и электрические параметры второго трансформатора отличаются от параметров первого. Это и понятно: ведь при расчете второго трансформатора производилась оптимизация по массе трансформатора при отсутствии условия равенства мощностей потерь в стали и меди.

Для удобства результаты расчета основных параметров сведены в табл. 4.2. Из таблицы видно, что второй трансформатор имеет больший КПД и меньшую массу, нежели первый трансформатор. При этом потери в стали и в меди для первого трансформатора равны между собою, а для второго – не равны. Казалось бы, налицо имеется противоречие: ведь ранее было указано, что программа П1.3 вычисляет трансформатор с наибольшим КПД, поскольку при выводе формул расчета потери в стали и меди принимались равными; в то же время второй трансформатор, у которого потери в стали и меди не равны, имеет больший КПД, да еще при меньшей массе. Однако, если разобраться, никакого противоречия нет. Дело в том, что максимальный КПД для первого трансформатора следует понимать как максимум КПД при изменении тока нагрузки от нуля до

номинального значения. Увеличение или уменьшение тока нагрузки относительно номинального значения приведет к уменьшению КПД. В то же время для второго трансформатора максимум КПД достигается не при номинальном токе нагрузки, а при токе, меньшем номинального (точка  $i_2$  на горизонтальной оси).

Т а б л и ц а 4.2. Сравнение результатов расчета трансформаторов мощностью 630 ВА

№ тр-ра	$T$	$M$	$\eta$	$P_m$	$P_c$	$k$	$D_2$	$D_1$	$h$
1	16,4201	9,3252	0,9737	8,4976	8,4976	0,7363	165,9	86,9	53,6
2	16,4201	8,8334	0,9770	8,5089	6,3420	0,7363	163,0	95,6	45,8

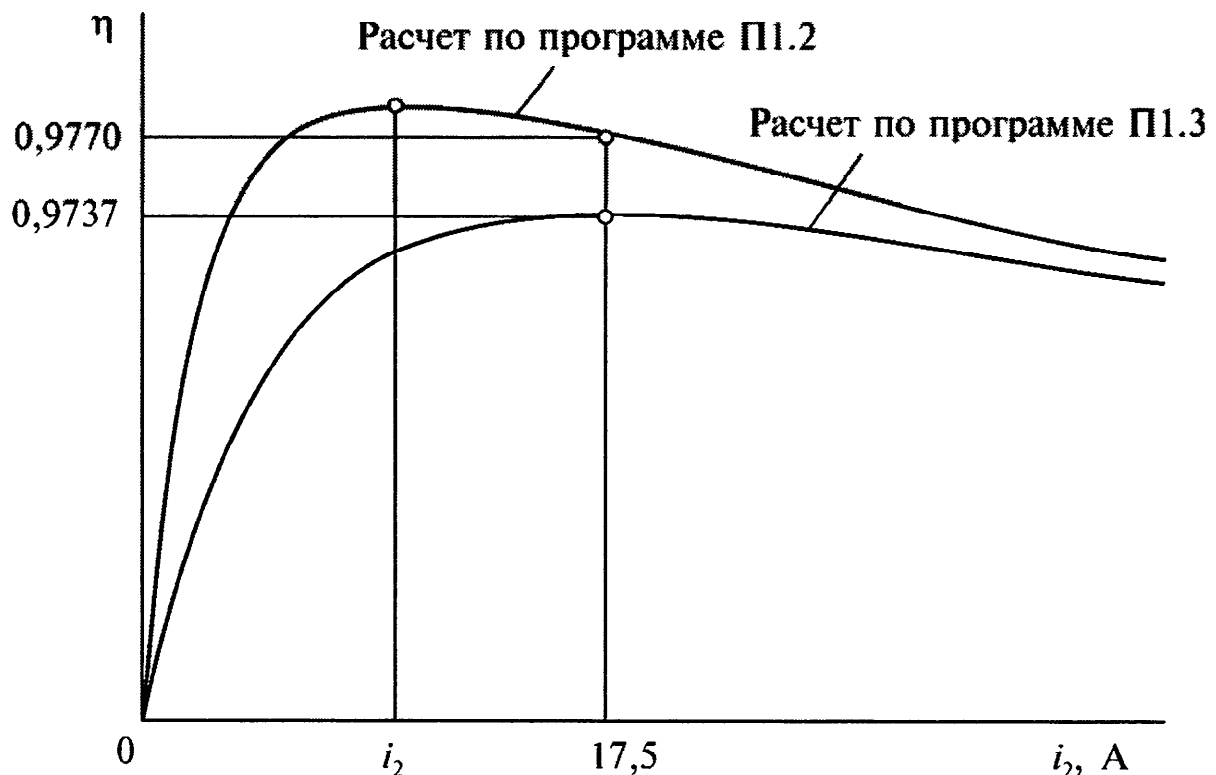


Рис. 4.6. Зависимость КПД от относительного тока нагрузки для двух трансформаторов: трансформатор 1 (расчет по программе П1.3) имеет максимальный КПД при номинальном токе нагрузки (17,5 А); трансформатор 2 (расчет по программе П1.2) имеет наименьшую массу, но КПД при номинальном токе нагрузки не является максимальным

Данный вывод хорошо иллюстрируется рис. 4.6, на котором приведены графики зависимости КПД от тока нагрузки для обоих трансформаторов.

Практический интерес представляет расчет такого трансформатора, который при заданной массе имеет наибольший КПД. Вышеприведенные программы не позволяют рассчитать такой трансформатор. Решение этой задачи будет приведено ниже.

#### 4.7. Графическое представление модели трансформатора в пространстве его параметров

Для облегчения понимания выводов, сделанных в предыдущем параграфе, а также для лучшего анализа результатов вычислений, сделанных по разным программам, полезно использовать графическое изображение взаимных зависимостей параметров трансформатора.

Рассмотрим совокупность трансформаторов, рассчитанных по программе П1.2 (трансформатор минимальной массы при заданной температуре перегрева). Обратимся к рис. 4.7, построенному с помощью специально созданной программы (ее текст не приводится).

По двум горизонтальным осям отложены величины мощности потерь в стали и меди  $P_M$  и  $P_C$ , по вертикальной оси отложены величины массы трансформатора  $M$ . Поскольку пространства более высоких, чем третий, порядков не могут быть представлены графически, ограничимся тремя указанными переменными. Поверхность 1 характеризует зависимость массы трансформатора от мощностей потерь в стали и в меди при заданной температуре перегрева. По форме эта поверхность напоминает корпус лодки, замкнутыми линиями показаны точки, которой соответствуют трансформаторы равной массы при разных сочетаниях потерь в стали и в меди. Эта поверхность имеет точку, соответствующую минимальной массе, причем эта точка является единственной. Однако это не значит, что трансформатор с такой массой может быть изготовлен, поскольку существует уравнение связи (4.127), отражающее технологические ограничения, существующие при изготовлении трансформатора:  $Q(P_M, P_C, T) + S_T = S_0$ . На рисунке указанное технологическое ограничение отображается цилиндрической поверхностью 2. Пересече-

ние поверхностей 1 и 2 образует линию, соответствующую множеству трансформаторов, каждый из которых характеризуется конкретными значениями массы и температуры перегрева.

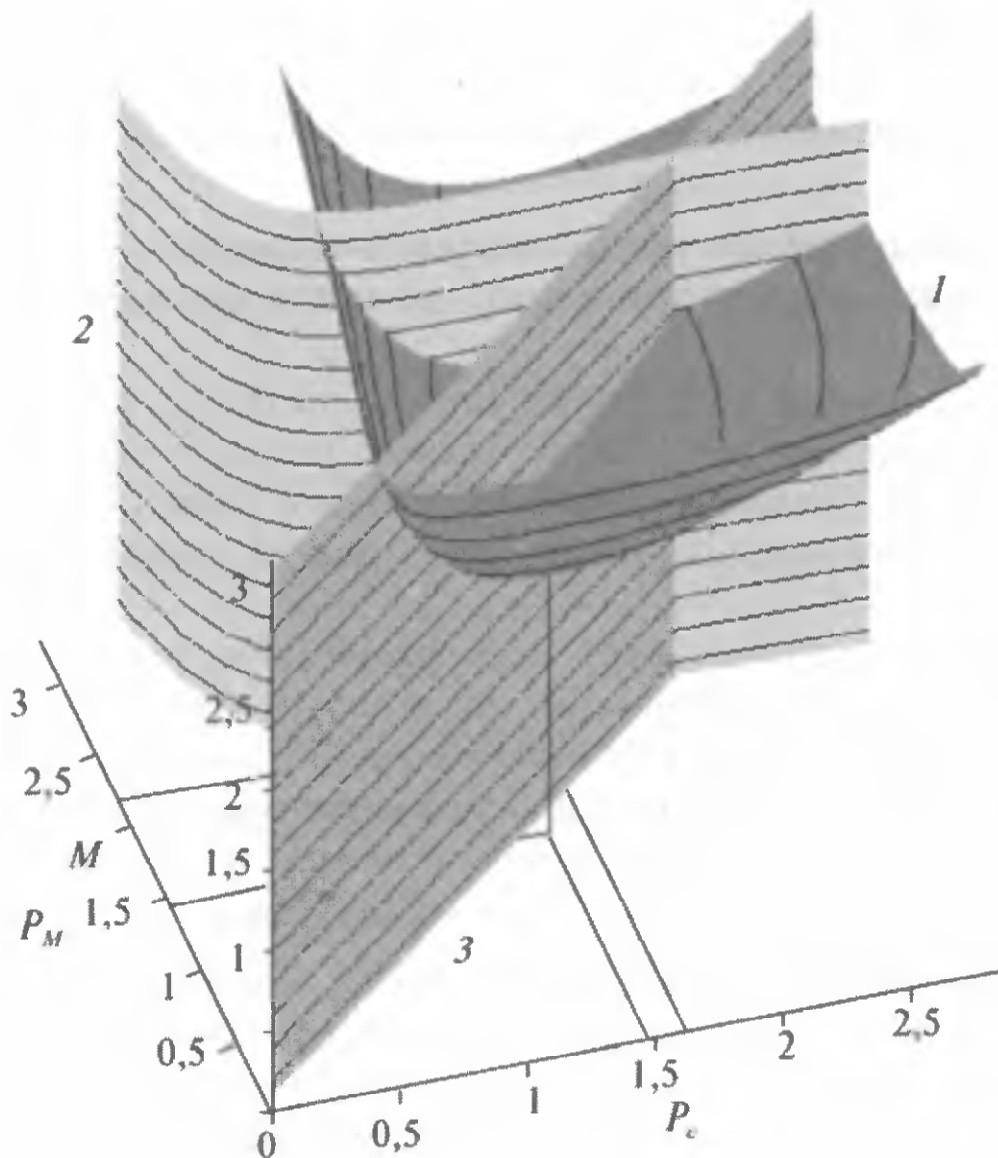


Рис. 4.7. Графическая модель трансформатора в трехмерном пространстве

Если необходимо рассчитать трансформатор, для которого равны потери в стали и в меди, к двум указанным поверхностям следует добавить третью – для которой выполняется равенство  $P_M = P_C$ . Эта поверхность представляет собой часть плоскости, расположенную вертикально и образующую угол  $45^\circ$  с горизонтальными осями – поверхность 3. Пересечение трех поверхностей дает точку, соответствующую единственному трансформатору заданной мощности, рассчитанному по программе П1.3.



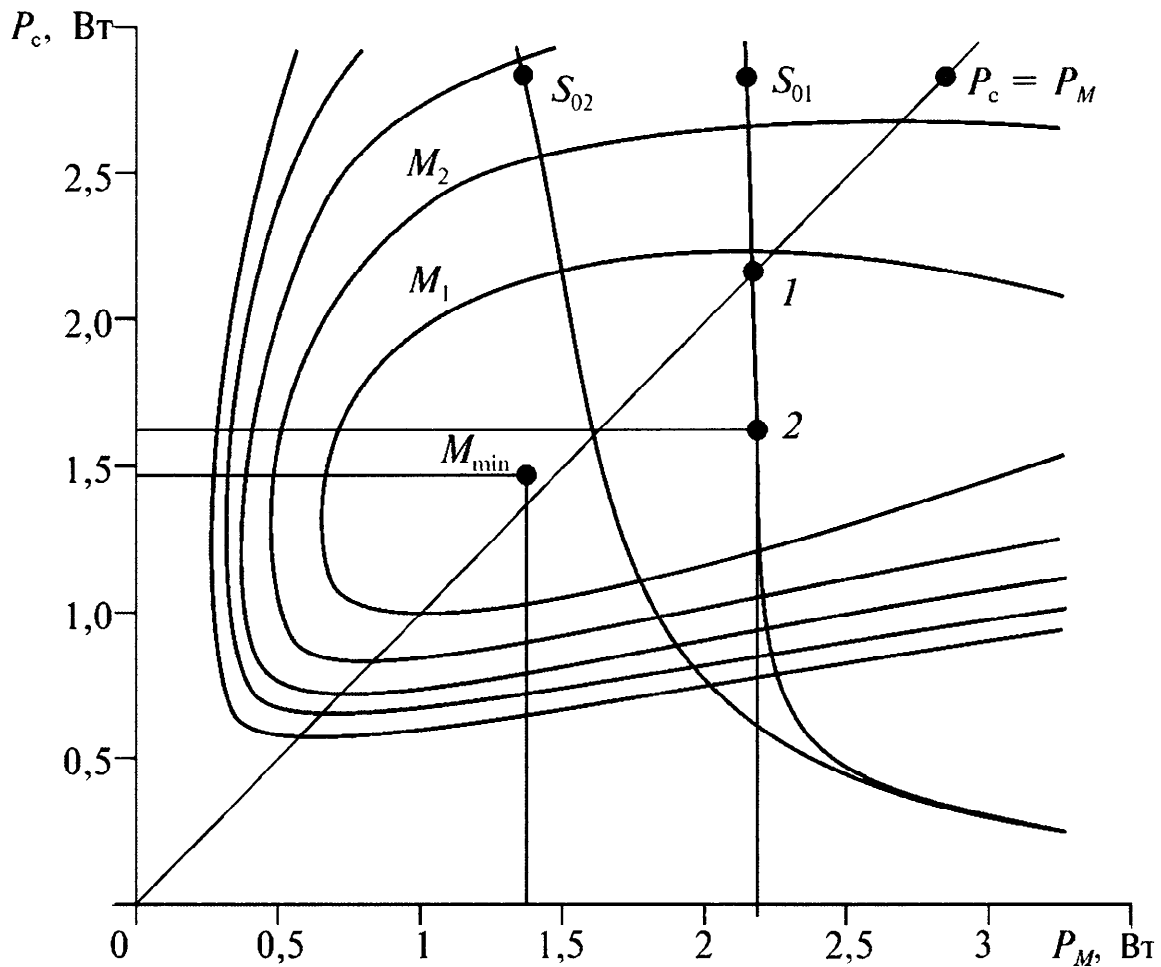


Рис. 4.8. Графическое представление трансформаторов наименьшей массы и наибольшего КПД

Дальнейшие рассуждения, для большей наглядности, будем делать по рис. 4.8, который является проекцией трехмерного изображения ранее рассмотренного рисунка на горизонтальную плоскость координат  $P_M, P_C$ . Линии равных масс для примера обозначены как  $M_1$  и  $M_2$ , причем  $M_2 > M_1$ . Абсолютный минимум массы обозначен точкой  $M_{min}$ , которая в общем случае не находится на линии равных потерь  $P_C = P_M$ . Проекция цилиндрической поверхности уравнения связи обозначены как  $S_{01}$  и  $S_{02}$ , причем  $S_{02} < S_{01}$ . Проекция плоскости равных потерь обозначена линией  $P_M = P_C$ . Линии, расположенные перпендикулярно линии равных потерь, являются линиями величины КПД, причем линия, проходящая через начало координат, соответствует наибольшей величине КПД – единице (на рисунке эти линии не показаны). По мере удаления от начала координат КПД уменьшается. В трехмерном пространстве поверхность

величин КПД является цилиндрической поверхностью, образующей которой и является линия наибольшего КПД.

Точка 1 соответствует трансформатору, рассчитанному по программе П1.3 – минимум массы при равенстве потерь  $P_M = P_C$ , при этом величины  $T, k, \varepsilon$  вычисляются данной программой. Подстановка вычисленных значений  $T$  и  $k$  в программу П1.2 (разумеется, при той же мощности и той же величине технологического окна  $S_0$ ) вычисляет новый трансформатор, которому соответствует точка 2 на рисунке. Этот трансформатор имеет массу меньшую, чем трансформатор 1, а КПД – больший, чем трансформатор 1. Расчеты по указанным двум программам трансформаторов в диапазоне мощностей от 1 ВА до 10 кВА показывают, что трансформатор 2 имеет всегда меньшую массу и больший КПД.

#### 4.8. Расчет трансформатора на заданном магнитопроводе

На практике часто приходится рассчитывать трансформатор, размеры магнитопровода которого известны. Это несколько упрощает расчет, поскольку, имея магнитопровод с конкретными геометрическими размерами, несложно вычислить его площадь, объем и массу, а также потери в стали  $P_C$ . При известных потерях в стали магнитопровода уравнение теплового баланса (4.143) позволяет определить потери в меди как функцию температуры перегрева. Перепишем уравнение теплового баланса в следующем виде:

$$P_M = \alpha FT - \beta V. \quad (4.225)$$

Таким образом, в математическом описании трансформатора параметр  $P_C$  оказывается зафиксированным, а параметр  $P_M$  выражается через температуру перегрева трансформатора  $T$  по формуле (4.225). При этом в качестве независимых параметров выступают  $T$  и  $\varepsilon$ .

Рассматривая выражение для потерь в меди (4.225), можно заметить, что правая часть выражения (4.225) – величина положительная, поскольку  $P_M > 0$ . Отсюда можно сделать вывод, что должно выполняться неравенство

$$T > \frac{\beta V}{\alpha F}, \quad (4.226)$$

которое ограничивает область изменения переменной  $T$  снизу – температура перегрева трансформатора не может быть меньше этой величины. С физической точки зрения это наименьшее значение температуры перегрева имеет место при работе трансформатора в режиме холостого хода, когда потери в меди равны нулю, а нагрев трансформатора вызван только выделением тепла в магнитопроводе, то есть только потерями в стали.

При известном объеме магнитопровода потери в стали вычисляются по формуле (4.153), а потери в меди однозначно определяются зависимостью (4.225). Подставим потери в стали из (4.153) и потери в меди из (4.225) в выражение для КПД, тогда получим:

$$\eta = \frac{P}{P + \alpha FT}. \quad (4.227)$$

Выражение (4.227) показывает, что КПД трансформатора при заданном магнитопроводе определяется *только температурой перегрева*.

Подставим потери в меди (4.225) в (4.129). Для активной составляющей тока первичной обмотки трансформатора имеем:

$$i_{1a} = \frac{P + \alpha FT}{u_1}. \quad (4.228)$$

С учетом (4.228) полный ток первичной обмотки трансформатора определится из (4.130):

$$i_1 = \sqrt{\left(\frac{i_{axx}}{\operatorname{tg} \delta}\right)^2 + \frac{(P + \alpha FT)^2}{u_1^2}}. \quad (4.229)$$

Зная потери в стали, можно найти активную составляющую тока холостого хода:

$$i_{axx} = \frac{P_c}{u_1} = \frac{\beta V}{u_1}. \quad (4.230)$$

Реактивная составляющая тока  $i_{xx}$  определяется из (2.24) после подстановки (4.230):

$$i_{pxx} = \frac{\beta V}{u_1 \operatorname{tg} \delta}. \quad (4.231)$$

Полный ток холостого хода определяется как геометрическая сумма составляющих  $i_{axx}$  и  $i_{pax}$ :

$$i_{xx} = \frac{\beta V}{u_1 \sin \delta}. \quad (4.232)$$

Вычислим приведенное сопротивление  $R_0$ , для этого подставим (4.225) и (4.228) в (4.145). После элементарных преобразований получим:

$$R_0 = \frac{u_1^2 (\alpha FT - \beta V)}{(P + \alpha FT)^2}. \quad (4.233)$$

Найдем активные сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора, для этого подставим (4.225), (4.137) в (4.167) и в (4.166). После несложных преобразований получим:

$$\begin{cases} r_1 = \frac{au_1 (\alpha FT - \beta V)}{au_1 i_1 + \varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V)} \frac{1}{(1 + \chi T) i_1}, \\ r_2 = \frac{\varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V) (\alpha FT - \beta V)}{au_1 i_1 + \varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V)} \frac{u_2^2}{(1 + \chi T) P^2}. \end{cases} \quad (4.234)$$

Падения напряжения на активных сопротивлениях  $r_1$  и  $r_2$  обмоток трансформатора определим из выражений (4.174) подстановкой в них (4.225):

$$\begin{cases} \Delta u_1 = \frac{au_1 (\alpha FT - \beta V)}{au_1 i_1 + \varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V)}, \\ \Delta u_2 = \frac{\varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V) (\alpha FT - \beta V) u_2}{au_1 i_1 + \varepsilon b (P + \alpha FT - \beta V) P}. \end{cases} \quad (4.235)$$

Учитывая, что  $\Delta u_1 = u_1 - E_1$ ,  $\Delta u_2 = E_2 - u_2$ , преобразуем формулы для определения сечений обмоточного провода (4.178):

$$\begin{cases} S_1 = \rho_R a (1 + \chi T) i_1 \frac{u_1 - \Delta u_1}{\Delta u_1} W_0 l_0, \\ S_2 = \frac{\rho_R b (1 + \chi T) P u_2 + \Delta u_2}{u_2 \Delta u_2} W_0 l_0. \end{cases} \quad (4.236)$$

Учитывая потери в меди (4.225), вычислим значения параметров  $W_0$  и  $l_0$ . Для этого подставим (4.225) в (4.194) и (4.196). После упрощения получим:

$$\begin{cases} W_0 = \frac{kNF^2}{4k_c(1+k)^2 V^2 B}, \\ l_0 = \frac{4(1+k)^2 V}{kF}. \end{cases} \quad (4.237)$$

С учетом (4.237) получим окончательные выражения для  $S_1$  и  $S_2$  в следующем виде:

$$\begin{cases} S_1 = \rho_R a(1+\chi T) i_1 \frac{u_1 - \Delta u_1}{\Delta u_1} \frac{NF}{k_c VB}, \\ S_2 = \frac{\rho_R b(1+\chi T) P}{u_2} \frac{u_2 + \Delta u_2}{\Delta u_2} \frac{NF}{k_c VB}. \end{cases} \quad (4.238)$$

Масса меди обмоток трансформатора находится по формуле (4.197), если подставить в нее потери в меди из (4.225), значения ЭДС  $E_1$  и  $E_2$  из (4.175). После несложных преобразований получим:

$$m_M = \frac{\rho_M \rho_R N^2 F^2 (1+\chi T) (a^2 N_1 + b^2 N_2)}{k_c^2 V^2 B^2}, \quad (4.239)$$

где для упрощения чтения формул введены обозначения:

$$N_1 = \frac{(P + \alpha FT)(u_1 - \Delta u_1)^2}{u_1 \Delta u_1}, \quad N_2 = \frac{P(u_2 + \Delta u_2)^2}{u_2 \Delta u_2}.$$

Выражение для вычисления площади  $Q$  (напомним, что  $Q$  – это часть площади окна, занятая обмотками трансформатора) с помощью подстановок (4.225) и (4.175) приводится к виду:

$$Q = \frac{q \rho_R N^2 k F^3 (1+\chi T) (aN_1 + bN_2)}{4(1+k)^2 V^3 k_c^2 B^2}. \quad (4.240)$$

Все полученные выше выражения являются функциями независимых переменных  $\varepsilon$  и  $T$ , а целевая функция записывается в виде:

$$C = C_1 m_M(\varepsilon, T) + C_2 m_C. \quad (4.241)$$

Таким образом, целевая функция является функцией двух переменных  $\varepsilon$  и  $T$ . В результате оптимизации трансформатора должна быть найдена такая пара значений  $\varepsilon$  и  $T$ , которая обеспечивает *минимум целевой функции*. Поскольку в данном случае масса магнитопровода известна и оптимизации не подлежит, оптимизация трансформатора возможна только за счет оптимизации массы его обмоток. При оптимизации трансформатора важно учесть, чтобы в заданном окне магнитопровода уложились не только обмотки трансформатора, но еще и осталось технологическое окно. Для обеспечения этого условия необходимо наложить ограничения на переменные  $\varepsilon$  и  $T$ . В отличие от всех предыдущих случаев, где в качестве ограничивающего фактора выступало уравнение связи, здесь необходимо ввести ограничения на переменные  $\varepsilon$  и  $T$  в виде неравенства.

Выбор неравенства продиктован тем, что в данном случае отсутствует возможность влиять на процесс оптимизации через радиус окна  $R_1$  магнитопровода, поскольку  $R_1$  – заданная величина. Для данного случая оптимизация трансформатора возможна *только за счет изменения массы меди*, которая укладывается в промежутке между границами окна магнитопровода и технологического окна. Таким образом, площадь сечения обмоток трансформатора должна удовлетворять неравенству:

$$Q(\varepsilon, T) \leq S_0 - S_T. \quad (4.242)$$

Для того чтобы задача оптимизации всегда имела решение, необходимо к неравенству (4.242) добавить неравенство (4.226), которое ограничивает область изменения температуры перегрева трансформатора снизу. Таким образом, задача оптимизации целевой функции принимает окончательный вид:

$$\begin{cases} C = C_1 m_M(\varepsilon, T) + C_2 m_C, \\ Q(\varepsilon, T) \leq S_0 - S_T, \\ T > \frac{\beta V}{\alpha F}. \end{cases} \quad (4.243)$$

Как показывает практика расчета трансформаторов, в большинстве случаев оптимальное значение целевой функции (4.243), а значит и оптимальное значение массы трансформатора лежит в области

высоких температур, которые не допустимы для трансформатора. В связи с этим на практике оптимальным значением массы трансформатора воспользоваться нельзя, а приходится проводить расчет трансформатора при неоптимальной температуре перегрева, при которой масса трансформатора имеет неоптимальное значение. Но есть группа трансформаторов (маломощных, мощностью не более 10...20 ВА), для которых минимальная масса трансформатора обеспечивается при относительно низкой температуре перегрева. Такие трансформаторы могут быть рассчитаны по данной методике.

Для расчета трансформаторов по изложенному выше алгоритму была разработана программа П1.4, текст которой дан в приложении П1.

В качестве примера рассчитаем трансформатор, который имеет размеры магнитопровода: диаметр окна  $D_1 = 60$  мм, диаметр внешний  $D_2 = 100$  мм, высота  $h = 20$  мм. Диаметр технологического окна трансформатора  $D_0 = 30$  мм. Трансформатор имеет следующие электрические параметры:

- полезная мощность трансформатора  $P = 63$  Вт;
- напряжение на первичной обмотке  $u_1 = 220$  В;
- напряжение на нагрузке  $u_2 = 24$  В.

Допустимая температура перегрева  $T = 50$  град.

Определяем коэффициент формы керна:

$$k = \frac{D_2 - D_1}{2h} = \frac{100 - 60}{2 \cdot 20} = 1.$$

Результаты расчета приводятся ниже.

Расчет трансформатора по программе П1.4  
Оптимизация по массе при заданной температуре перегрева

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Мощность в нагрузке	$P = 63.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 24.0$ В
4. Окно после намотки	$D_0 = 30.0$ мм
5. Коэффициент формы керна	$k = 1.0$
6. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 100.0000$ мм
7. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 60.0000$ мм
8. Высота магнитопровода	$h = 20.0000$ мм
9. Температура перегрева транс-ра	$T = 50.0000$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 0.1387$ кг
-----------------------------	----------------------

11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 0.7528$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 0.8915$ кг
13. Основные материалы	Цена = 129.18 руб
14. Потери в стали	$P_c = 1.0162$ Вт
15. Потери в обмотке 1 при $T=0$	$P_1 = 5.7247$ Вт
16. Потери в обмотке 2 при $T=0$	$P_2 = 5.0227$ Вт
17. Полные потери при $T=0$	$P_1+P_2 = 10.7474$ Вт
18. Потери в обм-е 1 при $T=50.0$	$P_{m1} = 6.9556$ Вт
19. Потери в обм-е 2 при $T=50.0$	$P_{m2} = 6.1025$ Вт
20. Полные потери при $T=50.0$	$P_m = 13.0581$ Вт
21. Сумм-е потери при $T=50.0$	$P_c+P_m = 14.0743$ Вт
22. Приведенное сопр-е при $T=0$	$r_0 = 87.5526$ Ом
23. Приведенное сопр-е при $T=50.0$	$R_0 = 106.3765$ Ом
24. Сопр-е обмотки 1 при $T=0$	$r_1 = 46.6360$ Ом
25. Сопр-е обмотки 2 при $T=0$	$r_2 = 0.7289$ Ом
26. Сопр-е обмотки 1 при $T=50.0$	$R_1 = 56.6628$ Ом
27. Сопр-е обмотки 2 при $T=50.0$	$R_2 = 0.8856$ Ом
28. КПД трансформатора	КПД = 0.8174
29. Коэффициент трансформации	$n = 7.6030$
30. Активная составляющая $i_{xx}$	$i_{axx} = 4.6193$ мА
31. Реактивная составляющая $i_{xx}$	$i_{p_{xx}} = 4.1126$ мА
32. Полный ток $i_{xx}$	$i_{xx} = 6.1848$ мА
33. Индуктивность обмотки 1	$L_1 = 170.2759$ Гн
34. Реактивное сопр-е обмотки 1	$x_{L1} = 53493.7448$ Ом
35. Активная сост-я тока $i_1$	$i_{1a} = 0.3503$ А
36. Реактивная сост-я тока $i_1$	$i_{1p} = 0.0041$ А
37. Полный ток $i_1$	$i_1 = 0.3504$ А
38. Ток $i_2$	$i_2 = 2.6250$ А
39. Намагничивающий ток	$i_m = 4.1126$ мА
40. ЭДС обмотки 1	$E_1 = 200.1475$ В
41. ЭДС обмотки 2	$E_2 = 26.3248$ В
42. Паде-е напр-я на $r_1$ при $T=50.0$	$Du_1 = 19.8525$ В
43. Паде-е напр-я на $r_2$ при $T=50.0$	$Du_2 = 2.3248$ В
44. Напряжение КЗ	$u_{кз} = 37.2703$ В
45. ЭДС $E_1$ при ХХ	$E_{1xx} = 219.6496$ В
46. Напряжение ХХ	$u_{2xx} = 28.8898$ В
47. Количество витков на вольт	$W_0 = 7.8152$ вит/В
48. Количество витки обмотки 1	$W_1 = 1564.20$ вит
49. Количество витки обмотки 2	$W_2 = 205.73$ вит
50. Сечение провода обмотки 1	$S_1 = 0.0507$ мм <sup>2</sup>
51. Сечение провода обмотки 2	$S_2 = 0.4584$ мм <sup>2</sup>
52. Диаметр провода обмотки 1	$d_1 = 0.2541$ мм
53. Диаметр провода обмотки 2	$d_2 = 0.7639$ мм
54. Плотность тока обмотки 1	$j_1 = 6.909136$ А/мм <sup>2</sup>
55. Плотность тока обмотки 2	$j_2 = 5.719554$ А/мм <sup>2</sup>
56. Коэф-т перераспр-я тока	$\epsilon_{\text{psilon}} = 0.827825$
57. Коэф-т заполнения окна медью	$K_z = 0.0782$
58. Диаметр окна после намотки	$D_x = 57.6067$ мм

## \*\*\* ПАРАМЕТРЫ ОПТИМАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА \*\*\*

Min масса основных материалов	$M = 0.8312$ кг
Min стоимость основных материалов	$C = 112.3047$ руб
Оптимальная температура перегрева	$T = 228.1063$



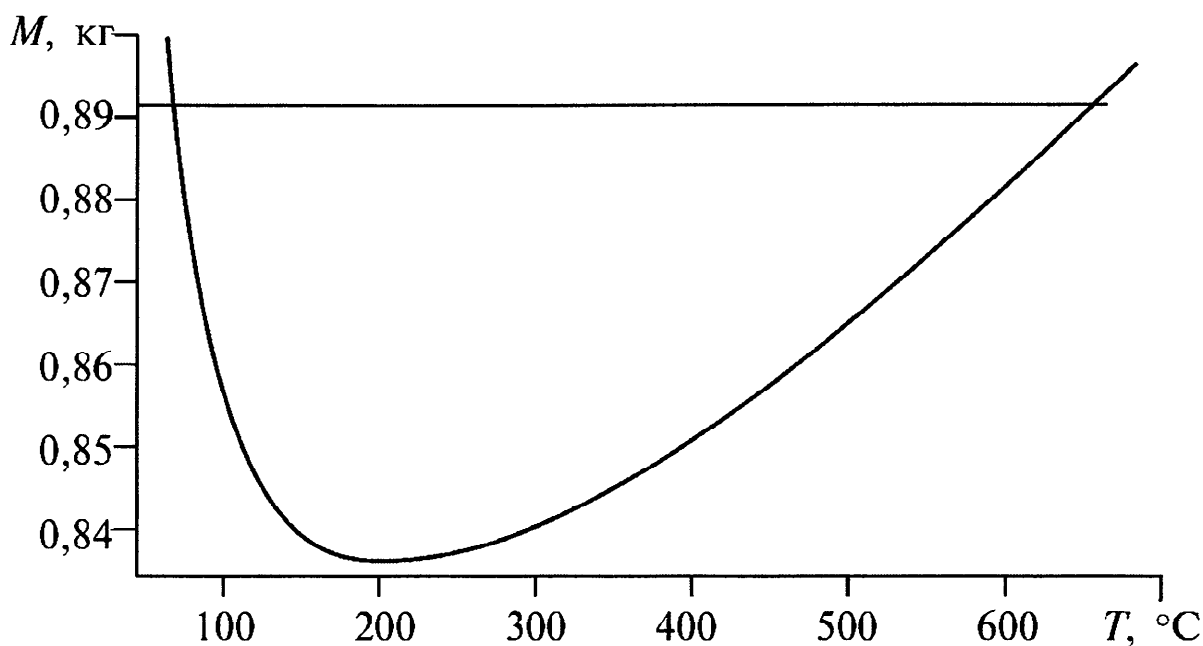


Рис. 4.9. Зависимость массы трансформатора от температуры перегрева

Следует заметить, что этот трансформатор (рассчитанный при температуре перегрева  $50\text{ }^\circ\text{C}$ ) не является оптимальным. В трех последних строках расчета приведены параметры оптимального трансформатора, рассчитанного по критерию минимальной массы: его масса –  $0,8312\text{ кг}$  при температуре перегрева  $228\text{ }^\circ\text{C}$ . Трансформатор же с температурой перегрева  $50\text{ }^\circ\text{C}$  имеет массу  $0,8915\text{ кг}$ . Стоимость оптимального трансформатора  $112,30\text{ руб.}$ , а с  $T = 50\text{ }^\circ\text{C}$  –  $129,18\text{ руб.}$  Но у оптимального трансформатора температура перегрева составляет  $228\text{ }^\circ\text{C}$ , что значительно превышает допустимую норму. Изготовление такого трансформатора нецелесообразно — он выйдет из строя. Для более мощных оптимальных трансформаторов температура перегрева может иметь еще большее значение. Таким образом, при расчетах температуру перегрева необходимо задавать, но рассчитанный таким способом трансформатор уже не будет оптимальным.

Кроме расчета параметров трансформатора, данная программа позволяет строить график зависимости массы трансформатора от температуры перегрева. Такой график для рассчитанного выше трансформатора представлен на рис. 4.9.

Данная зависимость построена при постоянном значении параметра  $\varepsilon = 0,8278$  и имеет ярко выраженный минимум. Точка минимума соответствует оптимальному по массе трансформатору. Гори-

горизонтальная линия соответствует массе трансформатора  $M = 0,8915$  кг, рассчитанного данной программой при заданной температуре перегрева  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Прямая линия пересекает кривую в двух точках, которым соответствуют два значения температуры перегрева:  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $631\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Это говорит о том, что *существуют два трансформатора с одинаковой массой, но имеющие разные значения температуры перегрева.*

Здесь необходимо заметить, что хотя масса двух трансформаторов и одинаковая, обмотки выполнены проводами разных сечений. В данном случае второй трансформатор имеет недопустимо большую температуру перегрева и в практическом плане рассматриваться не может. Но существует определенный класс трансформаторов, для которых верхняя и нижняя температуры перегрева укладываются в допустимый диапазон.

Попробуем объяснить существование таких трансформаторов с точки зрения физики процессов, происходящих в трансформаторе.

Варьируемой величиной является плотность тока. Минимальная плотность тока соответствует минимальной температуре перегрева, максимальному сечению проводов и ограничивается конструктивными характеристиками трансформатора, а именно – минимально возможным технологическим окном. Каждому значению плотности тока (то есть точке на кривой) соответствует трансформатор со своими характеристиками.

Увеличение плотности тока от своего минимального значения  $j_{\min}$  до некоторого значения, которое назовем  $j_0$ , приводит к снижению сечения проводов, уменьшению массы проводов и увеличению температуры перегрева трансформатора. Казалось бы, дальнейшее увеличение плотности тока будет приводить к снижению массы, сопровождающемуся ростом температуры. Однако это не так. Дело в том, что увеличение плотности тока приводит к увеличению омического сопротивления обмоток, а это приводит к росту потерь в обмотках и снижению КПД. Снижение КПД приводит к росту тока первичной обмотки трансформатора. Однако ток первичной обмотки трансформатора не может превысить величину, равную отношению напряжения питающей сети к омическому сопротивлению первичной обмотки. Следовательно, возможность снижения массы с ростом плотности тока вступает в противоречие с возможностью

обеспечить необходимое значение тока первичной обмотки. Поэтому, начиная с определенного значения плотности тока  $j_0$ , характер зависимости  $M(T)$  изменяется на противоположный, т. е. с падающего на возрастающий. Таким образом, несмотря на увеличение плотности тока, сечение провода *первичной* обмотки увеличивается, чтобы обеспечить протекание тока, величина которого возрастает с ростом плотности тока и снижением КПД. При этом сечение провода *вторичной* обмотки с ростом плотности тока монотонно уменьшается.

Теперь дадим краткий комментарий к отдельным строкам результатов расчета.

Строка 10. Суммарная масса меди проводов первичной и вторичной обмоток трансформатора, вычисленная для температуры перегрева  $50\text{ }^\circ\text{C}$ .

Строка 11. Масса магнитопровода, вычисленная из заданных геометрических размеров с учетом коэффициента заполнения магнитопровода сталью.

Строка 12. Сумма масс меди и стали.

Строка 13. Стоимость основных материалов, составляющих трансформатор (меди и стали).

Строка 14. Мощность потерь в стали магнитопровода в режиме холостого хода.

Строка 15. Мощность потерь в первичной обмотке трансформатора при нулевой температуре перегрева.

Строка 16. Мощность потерь во вторичной обмотке трансформатора при нулевой температуре перегрева.

Строка 17. Суммарные потери мощности в обмотках трансформатора при нулевой температуре перегрева.

Строка 18. Мощность потерь в первичной обмотке трансформатора при заданной установившейся температуре перегрева ( $50\text{ }^\circ\text{C}$ ).

Строка 19. Мощность потерь во вторичной обмотке трансформатора при заданной установившейся температуре перегрева ( $50\text{ }^\circ\text{C}$ ).

Строка 20. Суммарные потери мощности в обмотках трансформатора при установившейся температуре перегрева.

Строка 21. Полные потери мощности в трансформаторе ( $14,0743\text{ Вт}$ ), определяющие температуру перегрева  $50\text{ }^\circ\text{C}$ .

Строка 22. Приведенное сопротивление обмоток трансформатора к первичной цепи при нулевой температуре перегрева.

Строка 23. Приведенное сопротивление обмоток трансформатора при установившемся значении температуры. При нагреве трансформатора сопротивление увеличилось более чем на 20 %.

Строка 24, 25. Омические сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора при нулевой температуре перегрева.

Строка 26, 27. Омические сопротивления первичной и вторичной обмоток трансформатора при установившейся температуре перегрева 50 °С.

Строка 28. Коэффициент полезного действия трансформатора при  $T = 50$  °С.

Строка 29. Коэффициент трансформации, определяемый как отношение чисел витков в первичной и вторичной обмотках.

Строка 30. Активная составляющая тока холостого хода, вызывающая нагрев магнитопровода.

Строка 31. Реактивная составляющая тока холостого хода (*ток намагничивания*).

Строка 32. Полный ток холостого хода, определяемый как геометрическая сумма его составляющих.

Строка 33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора.

Строка 34. Реактивное сопротивление первичной обмотки трансформатора.

Строка 35. Активная составляющая тока первичной обмотки трансформатора.

Строка 36. Реактивная составляющая тока первичной обмотки трансформатора, равная намагничивающему току.

Строка 37. Полный ток первичной обмотки трансформатора, определенный как геометрическая сумма его составляющих.

Строка 38. Полный ток нагрузки, вычисленный исходя из заданной мощности и заданного напряжения на нагрузке.

Строка 40. ЭДС первичной обмотки трансформатора при установившейся температуре перегрева и заданной номинальной нагрузке.

Строка 41. ЭДС вторичной обмотки трансформатора при установившейся температуре перегрева и заданной номинальной нагрузке.

Строка 42. Падение напряжения на внутреннем сопротивлении первичной обмотки трансформатора при установившейся температуре перегрева и номинальной нагрузке.

Строка 43. Падение напряжения на внутреннем сопротивлении вторичной обмотки трансформатора при установившейся температуре перегрева и номинальной нагрузке.

Строка 44. Напряжение короткого замыкания при установившейся температуре перегрева.

Строка 45. ЭДС первичной обмотки трансформатора в режиме холостого хода.

Строка 46. Напряжение холостого хода вторичной обмотки.

Строка 47. Количество витков на один вольт (равное отношению числа витков к ЭДС в установившемся режиме)

Строка 48. Количество витков в первичной обмотке трансформатора.

Строка 49. Количество витков во вторичной обмотке трансформатора.

Строка 50. Сечение провода первичной обмотки трансформатора.

Строка 51. Сечение провода вторичной обмотки трансформатора.

Строка 52, 53. Диаметры провода первичной и вторичной обмоток трансформатора.

Строка 54. Плотность тока в первичной обмотке трансформатора.

Строка 55. Плотность тока во вторичной обмотке трансформатора.

Строка 56. Коэффициент отношения плотностей тока, при котором обеспечивается минимум массы трансформатора; вычисляется в результате минимизации целевой функции.

Строка 57. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью. Данный коэффициент характеризует степень заполнения окна намоточным проводом и приводится для справки.

Строка 58. Диаметр окна трансформатора. Приводится для контроля и оценки возможности изготовления трансформатора на имеющемся намоточном оборудовании.

С помощью программы П1.4 рассчитан ряд трансформаторов на магнитопроводах из стандартизованного ряда. Высота таких магнитопроводов кратна 10 мм. Это связано с тем, что исходный материал для изготовления магнитопроводов (трансформаторная сталь) производится в рулонах определенной ширины; целесообразно резать сталь на полосы шириной, кратной, например, 10 мм – в этом случае сталь будет использоваться полностью, без отходов. Внешний диа-

метр магнитопровода и диаметр его окна также должны быть стандартизованы – в противном случае по технологическим причинам изготовление магнитопроводов будет более сложным. Поэтому производители трансформаторов пользуются определенной номенклатурой магнитопроводов, причем каждому размеру магнитопровода соответствует определенная габаритная мощность трансформатора. Заметим, что у разных производителей трансформаторов свои ряды предпочтительных размеров магнитопроводов.

Результаты расчета сведены в табл. П2.1 (приложение П2). В данной таблице приведены основные расчетные данные трансформаторов минимальной массы для рекомендуемого ряда габаритных мощностей в диапазоне от 10 ВА до 7000 ВА.

Некоторые комментарии к составлению таблицы. Для трансформаторов мощностью 100 ВА и выше выбрана температура перегрева  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , для трансформаторов мощностью 10 ВА и 16 ВА –  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , для трансформаторов мощностью 25 ВА –  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , для трансформаторов мощностью 40 ВА и 63 ВА –  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Значение  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  принято большинством производителей трансформаторов малой мощности; при этом, в зависимости от температуры окружающей среды, температура трансформатора может достигать  $80\text{...}100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Наиболее распространенный *эмальпровод* ПЭТВ-2 с температурным индексом В имеет допустимую температуру  $130\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Для трансформаторов мощностью менее 100 ВА выбор меньшего значения температуры обусловлен необходимостью обеспечения приемлемой величины *напряжения короткого замыкания* – при указанной температуре перегрева оно не превышает 12–14 %.

В следующей таблице (табл. П2.2, приложение П2) представлены основные параметры трансформаторов минимальной массы, рассчитанные для того же ряда мощностей, тех же значений температуры перегрева и диаметра окна трансформатора, что и в табл. П2.1. Но расчет выполнен по другой программе – по программе П1.5. От программы П1.4 эта программа отличается тем, что магнитопровод и коэффициент формы керна здесь не задаются, а вычисляются. Из таблицы, в частности, видно, что масса трансформаторов практически для всех значений мощности уменьшилась. Это объясняется тем, что в данном случае оптимизация производилась по массе трансформатора в целом, в то время как в предыдущем случае, когда магнитопровод был задан, – только по массе меди.

В табл. П2.3 (приложение П2) представлены параметры трансформаторов, рассчитанных по критерию *минимальной стоимости* (напомним, что цена трансформаторной стали везде была принята в размере 120 руб. за 1 кг, а цена медного эмальпровода – 280 руб. за 1 кг).

Расчет произведен также по программе П1.5, но изменено значение условной константы в разделе «Данные для расчета»: теперь значение этой константы выбрано равным 1.

Сравнение данных двух таблиц (П2.3 и П2.2) показывает, что трансформаторы минимальной стоимости оказываются более дешевыми, нежели трансформаторы минимальной массы. В то же время трансформаторы минимальной стоимости имеют большую массу. Если гипотетически допустить, что цены стали и меди равны, то результаты вычислений по табл. П2.2 и П2.3 были бы одинаковыми, то есть трансформаторы минимальной массы были бы одновременно и трансформаторами минимальной стоимости.

Сравнение результатов расчетов в табл. П2.1 с расчетами в табл. П2.2 и П2.3 показывает, что при использовании стандартизованных магнитопроводов трансформаторы имеют несколько большую массу и стоимость. Однако этим приходится жертвовать ради унификации изделий. Следует также отметить, что стоимость стали и меди со временем изменяется, что приводит к изменению типоразмеров магнитопроводов трансформаторов минимальной стоимости, рассчитанных в табл. П2.3. Однако в условиях серийного производства часто изменять размеры магнитопроводов невозможно.

Для расчета трансформаторов минимальной массы и минимальной стоимости, у которых магнитопроводы выполняются из стальной полосы заданной ширины, была разработана программа П1.6 (ее текст дан в приложении П1).

В отличие от программы П1.4, где задаются все три размера магнитопровода, в программе П1.6 задается только один размер – высота.

В качестве примера был рассчитан трансформатор мощностью 100 ВА, у которого магнитопровод выполнен из стальной полосы 30 мм (то есть высота магнитопровода составляет 30 мм), технологическое окно и температура перегрева выбраны точно такие же, как в табл. П2.1. Результаты расчета приведены ниже.

ПРОГРАММА П1.6. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Мощность, отдаваемая в нагрузку	$P = 100.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 36.0$ В
4. Диаметр окна после намотки	$D_0 = 43.18$ мм
5. Высота магнитопровода	$h = 30.0000$ мм
6. Температура перегрева трансформатора	$T = 50.00$ град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 78.7825$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 51.0103$ мм
9. Коэффициент формы керна	$k = 0.4629$
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 0.3983$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 0.6360$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 1.0343$ кг
13. Стоимость основных материалов	Цена = 187.84 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	$P_c = 0.8586$ Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	$P_1 = 4.9196$ Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	$P_2 = 4.6835$ Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	$P_1 + P_2 = 9.6031$ Вт
18. Потери мощности в W1 при Туст.	$P_{m1} = 5.9773$ Вт
19. Потери мощности в W2 при Туст.	$P_{m2} = 5.6905$ Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Туст	$P_m = 11.6678$ Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	$P_c + P_m = 12.5264$ Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	$r_0 = 36.7053$ Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	$R_0 = 44.5969$ Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_1 = 18.8038$ Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_2 = 0.6070$ Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_1 = 22.8466$ Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_2 = 0.7375$ Ом
28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.8887
29. Коэффициент трансформации	$n = 5.4726$
30. Активная составляющая тока холостого хода	$i_{axx} = 3.9026$ мА
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	$i_{pxx} = 3.6193$ мА
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 5.3225$ мА
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	$L_1 = 193.4869$ Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	$xL_1 = 60785.6900$ Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	$i_{1a} = 0.5115$ А
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	$i_{1p} = 3.6193$ мА
37. Полный ток первичной обмотки	$i_1 = 0.5115$ А
38. Ток вторичной обмотки	$i_2 = 2.7778$ А
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	$i_m = 3.6193$ мА
40. ЭДС первичной обмотки W1.	$E_1 = 208.3141$ В
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	$Du_1 = 11.6859$ В
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	$E_2 = 38.0486$ В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	$Du_2 = 2.0486$ В
44. Напряжение короткого замыкания	Укз = 22.8112 В
45. Напряжение холостого хода	$U_{2xx} = 40.1782$ В
46. Количество витков на один вольт	$W_0 = 7.5041$ виток/В
47. Количество витки первичной обмотки	$W_1 = 1563.22$ виток



48. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 285.65 виток
49. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 0.1379 мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 0.8381 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 0.4190 мм
52. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 1.0330 мм
53. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 3.708936 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 3.312813 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент перераспределения мощности epsilon	= 0.893198
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью Kз	= 0.2835
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dх = 43.1793 мм

Сравнение результатов расчета с параметрами трансформатора той же мощности из табл. П2.1 (он выполнен на магнитопроводе 80×50×30) показывает, что рассчитанный по программе П1.6 трансформатор имеет несколько меньшую массу, чем его прототип из табл. П2.1. Это объясняется тем, что во втором случае был задан лишь один размер магнитопровода – это дало возможность провести оптимизацию не только намоточных данных, но и самого магнитопровода (он стал иметь размер 79×51×30). Как видно, размеры обоих магнитопроводов весьма близки.

#### 4.9. Влияние коэффициента формы керна на параметры трансформатора

Некоторые приведенные выше программы расчета трансформаторов требуют задавать величину *коэффициента формы керна*  $k$ . Напомним, что этот коэффициент определяется формулой

$$K = \frac{D_2 - D_1}{2h}$$
 и характеризует соотношение габаритных размеров

тороидального магнитопровода. При  $k = 1$  kern магнитопровода имеет квадратное сечение. Если  $k < 1$ , магнитопровод имеет форму «колодец», если  $k > 1$  – форму «блин». Как было отмечено в § 4.4, если бы проводилась оптимизация (минимизация) длины обмоточного провода, то коэффициент керна был бы равен 1. Однако оптимизация трансформатора проводится по иным (более общим) критериям – масса, стоимость, КПД, поэтому в общем случае оптимальный коэффициент формы керна не равен 1.

Воспользовавшись программой П1.2, построим зависимость массы трансформатора от коэффициента формы керна (мощность трансформатора 100 ВА, технологическое окно 70 мм, температура

перегрева 50 °С). График такой зависимости представлен на рис. 4.10. Видно, что минимум массы соответствует  $k \approx 0,7...0,9$ .

Расчет коэффициента формы ядра для трансформатора с указанными выше параметрами с использованием программы П1.5 дает значение  $k = 0,8456$ . Изменение температуры перегрева приводит к незначительному изменению этого коэффициента: для температуры 20 °С  $k = 0,8304$ , а при температуре 100 °С  $k = 0,8543$ . Более существенное влияние на величину  $k$  оказывает изменение размера технологического окна  $D_0$ . Так, при  $D_0 = 0$  величина коэффициента формы ядра минимальна  $k = 0,6234$ , значению  $D_0 = 100$  соответствует ядро с  $k = 0,8877$ , значению  $D_0 = 1000$  соответствует ядро с  $k = 1,0056$ .

Расчет трансформатора с такими же исходными данными, выполненный по программе П1.3 (находится максимум КПД) дает значение  $k = 0,7990$ .

Как видно из графика на рис. 4.10, десятикратное изменение коэффициента  $k$  (от 0,3 до 3,0) приводит к изменению массы примерно на 10 %.

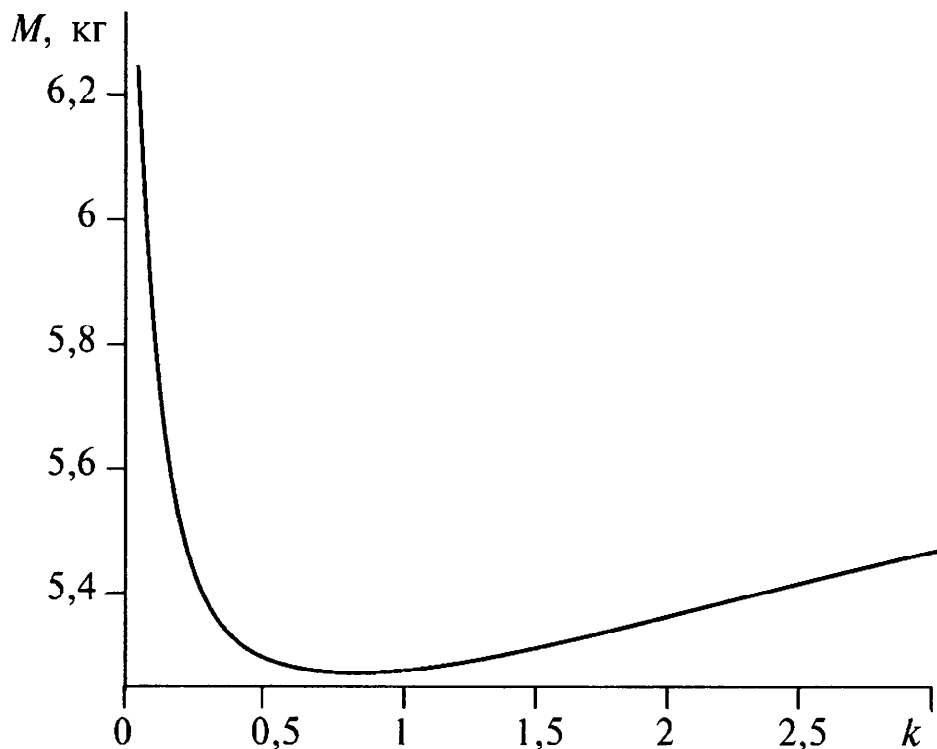


Рис. 4.10. Зависимость массы трансформатора от коэффициента формы ядра

На рис. 4.11 представлен график зависимости КПД от коэффициента формы ядра, построенный с помощью программы П1.2.

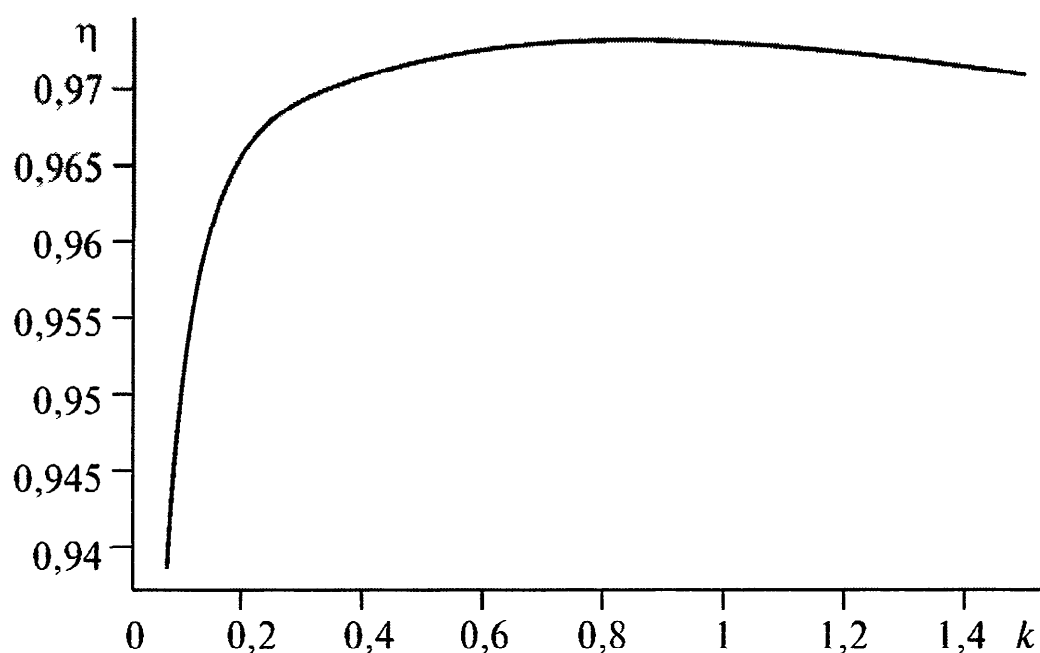


Рис. 4.11. Зависимость КПД трансформатора от коэффициента формы ядра

Из графика видно, что величина КПД достигает наибольших значений при коэффициенте формы ядра  $0,7 \dots 0,9$ , т. е. диапазон оптимальных значений этого коэффициента примерно одинаков для обоих графиков.

Таким образом, при расчете трансформаторов следует стремиться выбирать коэффициент формы ядра наиболее близким к своему оптимальному значению –  $0,7 \dots 0,9$ .

Однако широко распространенные магнитопроводы для трансформаторов малой мощности, серийно выпускаемые промышленностью, имеют обычно указанный коэффициент в диапазоне  $0,3 \dots 0,6$ . Это сделано для уменьшения площади, занимаемой трансформатором при его монтаже.

В заключение параграфа заметим, что оптимальное значение коэффициента  $k$  соответствует конкретным значениям мощности трансформатора, его температуры перегрева и диаметра технологического окна, а также выбранного критерия оптимизации.

#### 4.10. Расчет трансформатора заданной массы, обладающего наибольшим КПД из всех возможных трансформаторов заданной массы

В условиях, когда остро стоит проблема энергосбережения, расчет и изготовление трансформаторов с повышенным КПД представляет практический интерес. Известно, что серийно выпускаемые трансформаторы проектируются исходя из условий минимизации стоимости (или массы, что весьма близко к критерию минимальной стоимости). Очевидно, что КПД трансформатора можно повысить за счет снижения потерь в меди путем увеличения сечения проводов обмоток. Это, в свою очередь, потребует применения магнитопровода больших размеров – масса трансформатора при этом увеличится. Увеличение массы трансформатора (и, очевидно, его стоимости) – своего рода плата за увеличение КПД. Из ранее приведенного графика зависимости КПД от массы трансформатора (рис. 4.5, в) видно, что величина КПД приближается к 1 (своему максимальному значению) при стремлении массы трансформатора к бесконечности. Таким образом, рассчитывая трансформатор с *максимальным КПД*, следует задавать массу трансформатора.

Для расчета трансформатора с наибольшим КПД при заданной массе трансформатора была создана программа П1.7. Ее текст и пример расчета даны в приложении П1. Программа находит температуру перегрева, коэффициент формы керна и все прочие параметры трансформатора. Задаются мощность, диаметр окна после намотки и масса трансформатора. С помощью этой программы были рассчитаны трансформаторы, равные по массе трансформаторам, показанным в табл. П2.2. Данные трансформаторов, рассчитанных по программе П1.7, сведены в табл. П2.4.

Сравнение трансформаторов, данные которых приведены в табл. П2.4 и П2.2, позволяет заметить, что трансформаторы с наибольшим КПД действительно имеют несколько больший КПД, меньшее напряжение короткого замыкания, но и более высокую стоимость. Интересно также заметить, что трансформаторы наибольшего КПД для всего ряда мощностей имеют массу магнитопровода меньшую, а массу меди – большую по сравнению с трансформаторами табл. П2.2.

Подставив в программу П1.2 значения температуры перегрева и коэффициента формы керна из табл. П2.4, можно получить сово-

купность трансформаторов минимальной массы (табл. П2.5, приложение П2). Сравнение табл. П2.4 и П2.5 показывает, что все трансформаторы табл. П2.5 имеют меньший КПД по сравнению с табл. П2.4, однако их стоимость и масса – ниже. Следует заметить, что разница в величинах КПД и массы трансформаторов соответствующей мощности весьма незначительна.

Для получения наглядного представления того, как влияет масса трансформатора на его КПД и другие параметры, был произведен расчет трансформатора мощностью 1000 ВА с диаметром технологического окна 50 мм и коэффициентом формы керны 0,73. Расчет производился по программе П1.7. Результаты вычислений представлены в табл. 4.3.

**Т а б л и ц а 4.3. Сравнительные параметры трансформаторов при изменении заданной массы**  
(мощность 1000 ВА, технологическое окно 50 мм, коэффициент формы керны 0,73)

Масса трансформатора, кг	8	10	12	16	20
Температура перегрева, град	40,8	26,8	20,6	15,3	13,0
Коэффициент формы керны	0,7675	0,7658	0,7686	0,7827	0,7997
КПД	0,9672	0,9760	0,9803	0,9841	0,9859
Стоимость материалов, руб.	1596	2062	2569	3666	4803

*Окончание табл. 4.3*

Масса трансформатора, кг	24	36	48	96
Температура перегрева, град	11,6	9,4	8,0	5,9
Коэффициент формы керны	0,8159	0,8637	0,8398	0,9341
КПД	0,9870	0,9887	0,9895	0,9909
Стоимость материалов, руб.	5946	9359	12718	26273

Т а б л и ц а 4.4. Сравнительные

Программа расчета	Мощность, ВА	Размеры магнитопровода, мм	Коэффициент формы керна	Напряжение короткого замыкания, %
П1.8	54,0	118×65×36	0,8385	1,3
П1.3	159,5	118×62×38	0,7388	1,8
П1.7	400,0	118×69×32	0,7589	4,8
П1.5	400,0	128×77×32	0,7800	5,48

Из таблицы видно, что увеличение массы трансформатора приводит к повышению КПД, однако этот рост постепенно замедляется, зато растет стоимость основных материалов трансформатора – то есть каждый процент роста КПД достигается все большей ценой.

Трансформаторы, рассчитанные по программе П1.7, имеют при заданной массе и заданной мощности наибольший КПД. Это означает, что при двух указанных параметрах (масса и мощность) *не может существовать трансформатор, имеющий больший КПД*. Возникает вопрос: можно ли при заданной массе (не задавая пока мощность трансформатора) создать трансформатор, имеющий больший КПД, чем полученный по программе П1.7? Если посмотреть результаты расчета трансформатора по данной программе (пример расчета приведен в приложении П1.7 после текста программы), то можно увидеть, что величины потерь в стали и меди не равны (потери в меди больше). Это означает, что КПД данного трансформатора может быть увеличен, если для него снизить мощность нагрузки. Это иллюстрируется ранее рассмотренным графиком на рис. 4.2: уменьшение мощности нагрузки приведет к снижению потерь в меди, и при равенстве потерь в меди и стали КПД будет максимален.

Для того чтобы при заданной массе можно было рассчитать мощность трансформатора, имеющего наибольший КПД, была создана программа П1.8. В этой программе мощность трансформатора не задается, а вычисляется таким образом, чтобы достигался максимум КПД при данной мощности. Как следствие, при этом обеспечивается равенство потерь в меди и в стали.

**параметры трансформаторов одинаковой массы**

КПД	Температура перегрева, град	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса трансформатора, кг	Стоимость материалов, руб.
0,9746	4,9	50	3,32	845
0,9634	11,6	50	3,32	571
0,9462	48,7	50	3,32	651
0,939	50	64	3,32	614

Текст программы П1.8 и пример расчета приведены в приложении П1. При использовании программы следует иметь в виду следующее. В ряде случаев максимум может быть не очень четко выражен, что увеличивает погрешность нахождения точки максимума. Одним из критериев точности нахождения максимума КПД является равенство потерь в стали и в меди (эти цифры приводятся в разделе «Результаты расчета» программы). Если величины потерь отличаются более чем на 3–5 %, следует повторить вычисления, изменив число разрядов (оператор «digits») и изменив шаг вычислений (оператор «step» в строке «eta»).

С помощью программы П1.8 были рассчитаны трансформаторы с наибольшим КПД, причем задавались те же значения массы и диаметра окна трансформатора, что и при составлении табл. П2.4. Мощность трансформатора при этом вычислялась. Результаты сведены в табл. П2.6 (приложение П2).

Сравнение данных таблиц П2.6 и П2.4 показывает, что представленные в последней таблице трансформаторы имеют больший КПД, но это достигается при меньшей мощности трансформатора (мощность снизилась в среднем в 5–6 раз). В 2–3 раза снизилась величина напряжения короткого замыкания, что является положительным фактором. В 5–10 раз снизилась температура перегрева, что значительно увеличивает срок службы трансформатора. Однако и в несколько раз увеличилась стоимость материалов в расчете на единицу мощности.

Напомним, что ранее была составлена программа П1.3, по которой рассчитывался трансформатор, имеющий минимальную массу

и для которого обеспечивалось равенство потерь в стали и в меди. Такой трансформатор имел при расчетной мощности нагрузки наибольший КПД.

Интересно сравнить параметры трансформаторов одинаковой массы, рассчитанные по программам П1.3, П1.7, П1.8 и П1.5. В качестве прототипа был выбран трансформатор массой 3,32 кг (ему соответствует мощность 400 ВА в табл. П2.4). Равный ему по массе трансформатор имеется в табл. П2.6 и П2.2.

Рассчитаем еще один вариант трансформатора – используя программу П1.3, подберем задаваемую мощность таким образом, чтобы масса трансформатора составила 3,32 кг. Результаты расчета представлены в табл. 4.4.

Видно, что меньшей температуре перегрева соответствует бóльший КПД и бóльшая стоимость материалов.

При проектировании трансформатора с повышенным КПД следует учитывать массогабаритные, стоимостные показатели, температуру перегрева. С учетом этого может быть выбран тот или иной вариант расчета трансформатора и соответствующая программа.



# ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ ТРАНСФОРМАТОРА НА СИНУСОИДАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ

### 5.1. Математический анализ и расчет параметров переходного процесса

Хорошо известно, что при включении трансформатора в сеть (даже ненагруженного) возникает всплеск тока, который может превышать номинальный ток во много раз. Максимальное значение тока (будем называть далее *пусковой ток*) необходимо учитывать при проектировании трансформаторов, так как пусковой ток оказывает механическое воздействие на обмотки трансформатора, а также приводит к ложному срабатыванию устройств защиты.

В известной авторам литературе (не считая статьи авторов [13]) отсутствуют сведения о расчете *переходного процесса*, возникающего при включении трансформатора, не дается никаких методик расчета пускового тока. Данная глава посвящена расчету пусковых токов для конкретных трансформаторов.

Прежде чем заняться расчетами, рассмотрим причины возникновения пусковых токов с точки зрения физики процесса. Возникновение пускового тока в трансформаторе обусловлено *законом электромагнитной индукции Фарадея* и свойствами электротехнической стали – магнитопровод трансформатора при определенных условиях может входить в *режим насыщения*.

Рассмотрим трансформатор, подключенный к сети с напряжением  $u_1$ . Для контура первичной обмотки справедливо уравнение:

$$u_1 + E_1 + \Delta u_1 = 0, \quad (5.1)$$

где  $\Delta u_1$  – падение напряжения на омическом сопротивлении первичной обмотки. Падение напряжения зависит от тока нагрузки, но в правильно спроектированном трансформаторе этот параметр достаточно мал и составляет незначительную долю от напряжения  $u_1$ . Поэтому, пренебрегая пока этим слагаемым, перепишем (5.1) в виде:

$$u_1 = -E_1. \quad (5.2)$$

С другой стороны, на основании закона Фарадея, для ЭДС первичной обмотки трансформатора запишем:

$$E_1 = -W_1 \frac{d\Phi}{dt} = -W_1 S \frac{dB}{dt}. \quad (5.3)$$

Подставив (5.3) в (5.2), получим зависимость между напряжением  $u_1$  и индукцией  $B$ :

$$u_1 = W_1 S \frac{dB}{dt}. \quad (5.4)$$

Данная зависимость имеет фундаментальный характер и выполняется независимо от того, рассматривается ли трансформатор с магнитопроводом или без него. Выражение (5.4) свидетельствует о том, что если напряжение сети изменяется по *синусоидальному закону*, то и магнитная индукция тоже изменяется по закону синуса, но сдвинутого относительно напряжения на угол  $\pi/2$  (т. е. индукция отстает по фазе от сетевого напряжения). С помощью уравнения (5.4) можно объяснить все явления, связанные с переходным процессом.

Рассмотрим процесс включения в сеть *первичной обмотки* трансформатора без магнитопровода в тот момент, когда напряжение сети имеет максимальное значение (рис. 5.1).

На рис. 5.1 линия  $u_1(t)$  – это кривая *сетевого напряжения*, а линия  $B(t)$  – кривая *магнитной индукции* обмотки трансформатора.

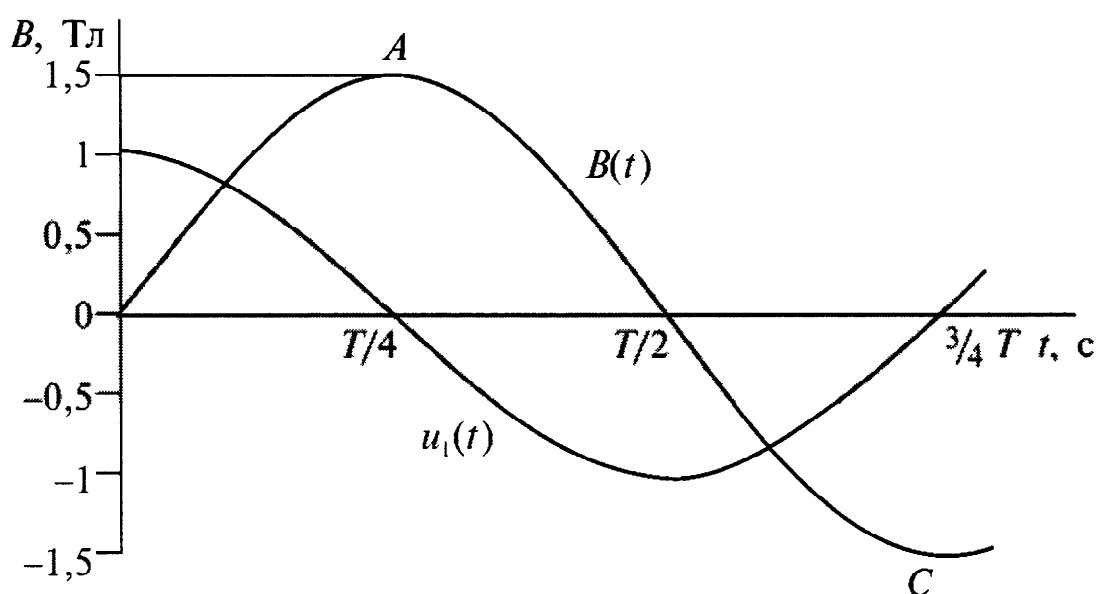


Рис. 5.1. Изменение во времени питающего напряжения и магнитного потока (включение при максимальном мгновенном значении сетевого напряжения)

В момент включения магнитная индукция равна нулю, далее она изменяется по синусоидальному закону. В соответствии с уравнением (5.4) в первой четверти периода сетевого напряжения  $[0, T/4]$  (участок кривой  $OA$ ) магнитная индукция возрастает, поскольку на этом интервале напряжение  $u_1$  имеет положительное значение, а индукция с напряжением  $u_1$  связаны зависимостью (5.4). После точки  $T/4$  знак напряжения  $u_1$  изменяется с плюса на минус, и производная от индукции [см. (5.4)] становится отрицательной, т. е. индукция начинает убывать. Уменьшение индукции будет продолжаться до тех пор, пока напряжение  $u_1$  будет иметь отрицательное значение (интервал  $[T/4, 3/4T]$  на рис. 5.1). В точке  $C$  индукция имеет минимальное значение, а напряжение  $u_1$  равно нулю. Далее напряжение  $u_1$  становится положительным и в соответствии с формулой (5.4) индукция возрастает.

Таким образом, точке  $C$  (рис. 5.1) соответствует минимальное значение магнитной индукции. Из этих рассуждений следует, что при таком включении трансформатора индукция его обмотки изменяется без переходного процесса и ее максимальная *амплитуда* составляет  $B_{1m} = 1,5 \text{ Тл}$ .

Если трансформатор имеет магнитопровод, то сталь магнитопровода при определенном значении индукции (допустим,  $B_0 = 1,5 \text{ Тл}$ ) начнет входить в *насыщение*, что приведет к резкому возрастанию тока холостого хода. Количество витков в обмотке всегда рассчитывается так, чтобы индукция, создаваемая обмоткой трансформатора, не превышала величины  $B_0$ , а была бы несколько ниже (делается небольшой запас по индукции на случай допустимого повышения напряжения в сети). Таким образом, если  $B_{1m}$  меньше или равно  $B_0$  и трансформатор включают в момент максимума сетевого напряжения, то *включение трансформатора произойдет без пусковых токов*. Таким образом, переходный процесс включения будет отсутствовать, независимо от того, нагружен трансформатор или нет.

Теперь рассмотрим включение первичной обмотки трансформатора (пока без магнитопровода) в момент, когда *мгновенное значение напряжения сети равно нулю* (рис. 5.2).

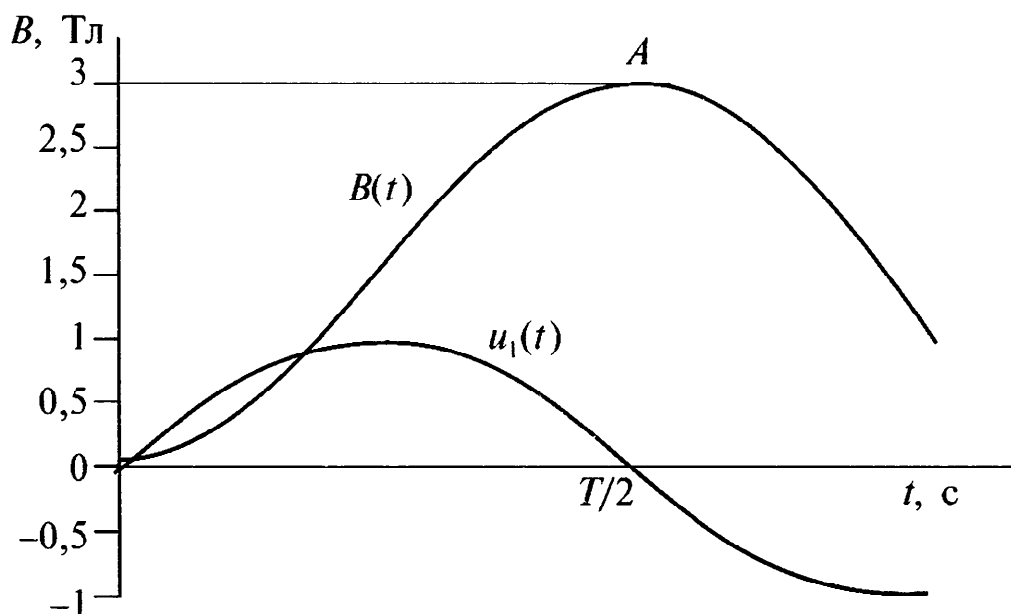


Рис. 5.2. Изменение во времени питающего напряжения и магнитного потока (включение при нулевом мгновенном значении сетевого напряжения)

В соответствии с (5.4) возрастание  $u_1$  приводит к возрастанию магнитной индукции (возрастание определяется знаком напряжения  $u_1$ ). Если в первом случае магнитная индукция возросла в течение четверти периода  $u_1$ , то в данном варианте магнитная индукция возрастает в течение всего полупериода  $u_1$  до момента, когда изменится знак выражения (5.4) с плюса на минус, т. е.  $u_1$  пройдет через ноль. При этом амплитудное значение магнитной индукции окажется в два раза больше, чем в первом случае (точка  $A$  на рис. 5.2). После точки  $T/2$  (рис. 5.2) напряжение  $u_1$  принимает отрицательное значение, знак производной в выражении (5.4) изменяется на минус, и магнитная индукция начинает убывать. Таким образом, точка  $A$  (рис. 5.2) будет соответствовать максимальному значению индукции  $B_{2m} = 3$  Тл, которая в два раза больше  $B_{1m}$ , а следовательно, превышает допустимое значение  $B_0$ .

Если трансформатор имеет магнитопровод, то при таком включении сталь магнитопровода входит в насыщение, а пусковой ток трансформатора достигает больших значений, во много раз превышающих номинальный ток. Забегая вперед, обратим внимание на рис. 5.3, на котором показано, как изменяется во времени магнитная индукция реального трансформатора.

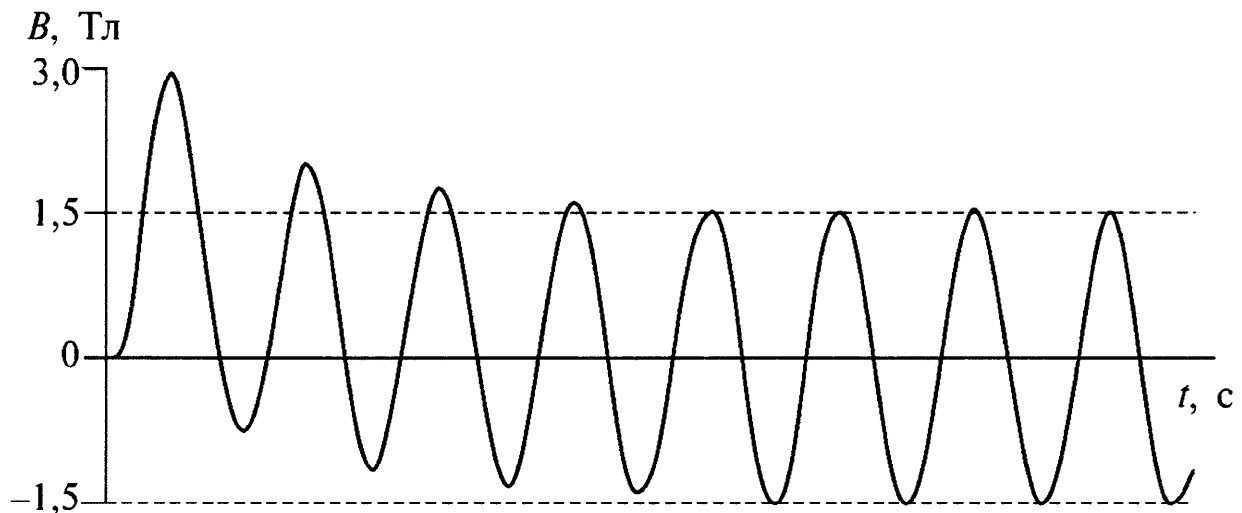


Рис. 5.3. Переходный процесс при включении трансформатора (при переходе напряжения через ноль)

На рис. 5.3 пунктирной линией показано предельно допустимое значение индукции для стали магнитопровода (как правило, это 1,5 Тл). При включении трансформатора в сеть первая положительная полу-волна сетевого напряжения создает индукцию в обмотке около 3 Тл, что приводит к насыщению магнитопровода и возникновению большого пускового тока. Обратим внимание на то, что наличие магнитопровода приводит к снижению максимальной индукции, поскольку магнитопровод имеет потери, а ток этих потерь создает падение напряжения на омическом сопротивлении обмотки, снижая тем самым амплитуду напряжения на обмотке трансформатора.

Первая отрицательная полуволна сетевого напряжения создает индукцию около 0,8 Тл (приблизительно половину от наибольшего допустимого значения индукции). Такое значение индукции соответствует *рабочему режиму*, и ток от этой полуволны составляет приблизительно  $\frac{1}{2}$  от тока холостого хода (если трансформатор включается на холостом ходу), или  $\frac{1}{2}$  от номинального тока (если трансформатор включается под нагрузкой). На рис. 5.3 хорошо видно, что вторая положительная полуволна сетевого напряжения создает индукцию в обмотке трансформатора несколько меньшую, чем от первой полуволны, а следовательно, и пусковой ток от этой полу-волны будет меньше. С течением времени положительные полуволны индукции уменьшаются и стремятся к установившемуся значению 1,5 Тл, а отрицательные полуволны увеличиваются и стремятся к  $-1,5$  Тл. Если снять осциллограмму пускового тока реального

трансформатора, то она будет иметь вид «гребенки». В зависимости от мощности трансформатора амплитуда первого импульса пускового тока может достигать сотен и тысяч ампер, а амплитуда остальных импульсов убывает по экспоненте, стремясь к установившемуся значению амплитуды тока.

Если сравнивать два одинаковых по мощности трансформатора с *шихтованным* и *тороидальным* магнитопроводами и с одинаковой рабочей индукцией, то пусковой ток шихтованного трансформатора будет значительно меньше, чем пусковой ток тороидального. Объясняется это тем, что магнитопровод шихтованного трансформатора имеет немагнитные промежутки, которые влияют на характер намагничивания, а участок насыщения на *кривой намагничивания* (участок  $BC$  на рис. 2.3) становится более крутым, что и снижает пусковой ток. Причины этого будут рассмотрены далее.

Таким образом, разобравшись в причинах возникновения пускового тока трансформатора, можно приступить к математическому анализу этого процесса. Для этого представим трансформатор в виде *реактивной катушки* с магнитопроводом. Для катушки с магнитопроводом можно записать [4]:

$$ri(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt} + L_p \frac{di(t)}{dt} = u(t), \quad (5.5)$$

где  $u(t)$  – мгновенное значение напряжения первичной обмотки;  $i(t)$  – мгновенное значение *намагничивающего тока* трансформатора;  $\Psi(t)$  – мгновенное значение *потокосцепления*;  $r$  – активное сопротивление обмотки;  $L_p$  – *индуктивность рассеяния* обмотки.

Учитывая, что у тороидальных трансформаторов индуктивность рассеяния обмотки достаточно мала, можно принять  $L_p = 0$ . Потокосцепление  $\Psi(t)$  в уравнении (5.5) зависит от тока. Эта зависимость задается кривой намагничивания и имеет *нелинейный характер*. На основании определения потокосцепления запишем:

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} = W \frac{d\Phi}{dt} = W \frac{SdB}{dt} = WS \frac{dB}{dH} \frac{dH}{dt} = WS \mu_d(i) \frac{dH}{dt}, \quad (5.6)$$

где  $W$  – количество витков первичной обмотки трансформатора;  $S$  – сечение керна трансформатора;  $\mu_d(i)$  – дифференциальная магнит-

ная проницаемость;  $\mu_d = \mu\mu_0$ , при этом  $\mu$  – относительная магнитная проницаемость материала магнитопровода,  $\mu_0$  – магнитная постоянная, равная  $4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м (см. гл. 2). Здесь и далее нижний индекс  $d$ , применяемый с буквой  $\mu$ , обозначает тот факт, что речь идет о *дифференциальной* магнитной проницаемости.

Для тороидального трансформатора по закону *полного тока* имеем:

$$H(t) = \frac{Wi(t)}{l}, \quad (5.7)$$

где  $l$  – длина *средней магнитной линии*. Если подставить (5.7) в (5.6) и в (5.5), то получим:

$$L(i) \frac{di(t)}{dt} + ri(t) = u(t), \quad (5.8)$$

$$L(i) = \frac{W^2 S}{l} \frac{dB}{dH} = \frac{W^2 S \mu_d(i)}{l}. \quad (5.9)$$

Дифференциальное уравнение (5.8) является основным при анализе переходных процессов в трансформаторе. Как видно из этого уравнения, намагничивающий ток трансформатора имеет нелинейный характер. Анализ решения уравнения (5.8) невозможен без знания конкретной зависимости  $B = f(H)$ , но получить эту зависимость в аналитическом виде затруднительно. Указанная зависимость была построена на основе *экспериментальных данных* для трансформаторной стали марки 3413. Результаты приведены в табл. 5.1, а график показан на рис. 5.4.

На этом же рисунке показана *кусочно-линейная аппроксимация* кривой намагничивания двумя отрезками прямых, причем отрезки прямых выбираются так, чтобы они располагались как можно ближе к экспериментальным точкам. Зависимость  $B = f(H)$ , аппроксимированную таким образом, можно записать в аналитическом виде:

$$B(H) = \begin{cases} \frac{b}{h} H & \text{при } 0 < H < h, \\ k_H (H - h) + b & \text{при } h < H < \infty, \end{cases} \quad (5.10)$$

где  $h$  – напряженность магнитного поля в точке перегиба кривой намагничивания,  $b$  – магнитная индукция в точке перегиба кривой намагничивания,  $k_H$  – коэффициент, характеризующий степень наклона участка насыщения к оси  $H$ .

Т а б л и ц а 5.1. Экспериментальные данные для построения кривой намагничивания

$B$ , Тл	0	0,04	0,11	0,24	0,34	0,50	0,62
$H$ , А/м	0	1,12	3,00	5,69	7,50	10,00	11,69

Продолжение табл. 5.1

$B$ , Тл	0,75	0,90	1,06	1,29	1,35	1,43	1,50
$H$ , А/м	13,44	15,44	17,81	21,56	22,63	24,13	26,13

Окончание табл. 5.1

$B$ , Тл	1,62	1,70	1,77	1,80	1,9	2,07
$H$ , А/м	30,69	39,19	55,63	121,25	3937,0	11357,0

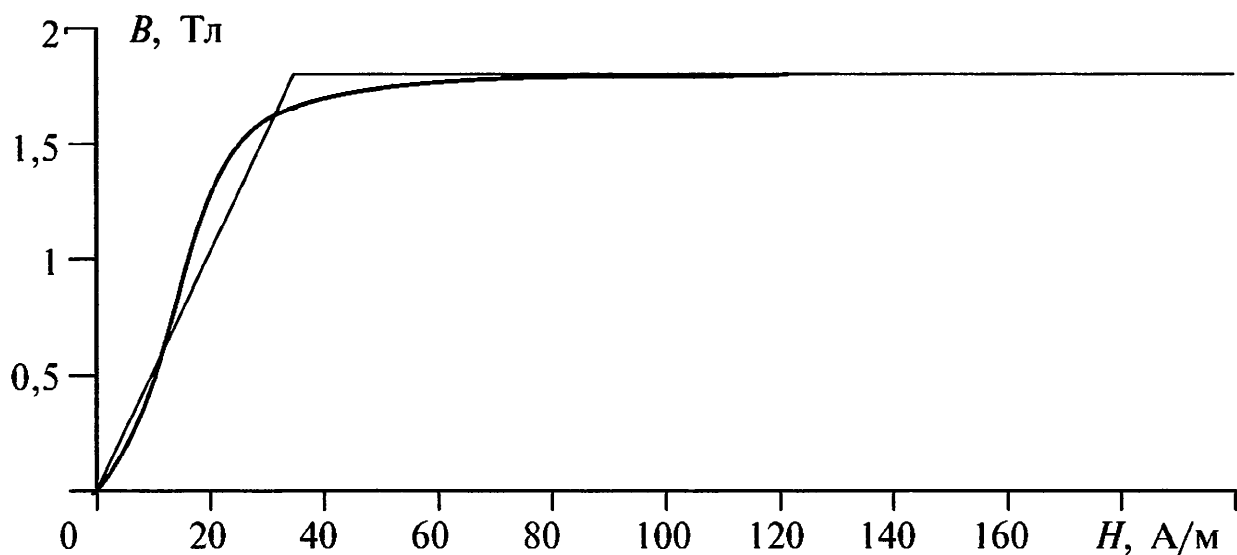


Рис. 5.4. Кривая намагничивания для стали 3413



Зависимость (5.10) будет использоваться для приближенного теоретического анализа переходного процесса в трансформаторе. Из (5.10) легко получить выражение для дифференциальной магнитной проницаемости:

$$\frac{dB}{dH} = \mu_d = \begin{cases} \mu_{d1} = \frac{b}{h} & \text{при } 0 < H < h, \\ \mu_{d2} = k_H & \text{при } h < H < \infty. \end{cases} \quad (5.11)$$

С учетом (5.11) дифференциальное уравнение (5.8) разбивается на два уравнения: уравнение для тока  $i_1(t)$ , соответствующее рабочему участку кривой намагничивания, и уравнение для тока  $i_2(t)$ , соответствующее участку насыщения:

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + ri_1(t) = u(t), \\ L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + ri_2(t) = u(t), \end{cases} \quad (5.12)$$

где  $L_1 = \frac{W^2 S \mu_{d1}}{l}$ ,  $L_2 = \frac{W^2 S \mu_{d2}}{l}$ .

Начальное условие для первого дифференциального уравнения (5.12) имеет вид:

$$i_1(0) = 0. \quad (5.13)$$

Для второго дифференциального уравнения (5.12) должно выполняться условие сопряжения:

$$i_1(t_0) = i_2(t_0), \quad (5.14)$$

где  $t_0$  – момент, соответствующий началу насыщения магнитопровода (точке перегиба кривой намагничивания).

Пусть на входные зажимы трансформатора подано синусоидальное напряжение  $u(t) = u_m \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $u_m$  – амплитудное значение напряжения;  $\omega$  – угловая частота сети;  $\varphi$  – начальная фаза сетевого напряжения.

Как было показано выше, магнитный поток в магнитопроводе трансформатора отстает от напряжения  $u(t)$  на угол  $\frac{\pi}{2}$  (т. е. на

четверть периода), поэтому наибольший импульс пускового тока возникает при  $\varphi = 0$  (рис. 5.2), и интерес представляет именно этот случай.

Решая дифференциальные уравнения (5.12) при  $\varphi = 0$ , получим:

$$i_1(t) = \frac{u_m \omega L_1}{x_1^2} e^{-\frac{rt}{L_1}} + \frac{u_m}{x_1} \sin(\omega t - \psi_1), \quad (5.15)$$

$$i_2(t) = \left[ i_0 - \frac{u_m}{x_2} \sin(\omega t_0 - \psi_2) \right] e^{-\frac{r(t-t_0)}{L_2}} + \frac{u_m}{x_2} \sin(\omega t - \psi_2), \quad (5.16)$$

где  $x_1 = \sqrt{r^2 + \omega^2 L_1^2}$ ,  $x_2 = \sqrt{r^2 + \omega^2 L_2^2}$ ,  $\cos \psi_1 = \frac{r}{x_1}$ ,  $\cos \psi_2 = \frac{r}{x_2}$ .

Момент  $t_0$  определяется как корень *трансцендентного уравнения*

$$i_1(t_0) = i_0 \quad (5.17)$$

при  $i_0 = \frac{hl}{W}$ . Выражения (5.15) и (5.16) позволяют рассчитать ток переходного процесса в трансформаторе.

Здесь следует заметить, что поскольку зависимость  $B = f(H)$  снималась экспериментально, значение магнитной индукции известно точно только в отдельных точках, а между точками эта зависимость не определена. Выбирая достаточное количество экспериментальных точек и считая, что между соседними точками зависимость  $B = f(H)$  линейна, т. е. для  $i$ -го участка кривой справедлива запись  $B_i = \mu_{di} H_i$ , заменим дифференциальное уравнение (5.8) множеством линейных дифференциальных уравнений, которые легко решаются, и при этом учитывается нелинейный характер зависимости  $B = f(H)$ . На первом линейном участке кривой намагничивания начальные условия для дифференциального уравнения (5.18) будут иметь вид:

$$i_1(0) = 0, \quad (5.18)$$

а для всех остальных линейных участков кривой намагничивания должно соблюдаться условие сопряжения вида:

$$i_i(t_i) = i_{i+1}(t_{i+1}). \quad (5.19)$$

Данный подход позволяет представить *нелинейную зависимость*  $B = f(H)$  в виде линейных отрезков сколь угодно малой величины и тем самым свести решение нелинейной задачи к линейному варианту. При таком подходе существенно упрощается задача *численного интегрирования* и одновременно повышается точность расчета за счет выбора более мелких участков кривой намагничивания.

Расчет тока с использованием дифференциального уравнения (5.8) имеет преимущество, так как в этом случае при построении решения используются все экспериментальные точки, и поэтому такой подход более точно описывает реальный процесс.

По формулам (5.15) и (5.16) можно провести анализ переходного процесса, но расчет тока по этим зависимостям является приближенным, поскольку формулы (5.15) и (5.16) получены путем аппроксимации кривой намагничивания двумя линейными отрезками.

Возвращаясь к решению (5.15) и (5.16), заметим, что, несмотря на простоту формул, проводить вычисление по ним непросто. В связи с этим получим приближенную оценку максимальных значений токов  $i_1$  и  $i_2$ . Максимальное значение  $i_1$  на рабочем участке достигается при таком  $t$ , которое является корнем уравнения

$$\cos(\omega t - \psi_1) = \frac{r}{x_1} e^{-\frac{rt}{L_1}}. \quad (5.20)$$

Вычислить приближенно первый корень уравнения (5.20) можно следующим образом. Из табл. 5.1 определяем дифференциальную магнитную проницаемость на рабочем участке кривой намагничивания:

$$\mu_{d1} = \frac{b}{h} = \frac{1,8}{45,3} = 0,0398.$$

В большинстве практических случаев *реактивное сопротивление* обмотки значительно больше ее *омического сопротивления*, т. е.  $\omega L_1 \gg r$ , поэтому

$$\frac{r}{x_1} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L_1^2}} \approx \frac{r}{\omega L_1} \ll 1, \quad (5.21)$$

но тогда  $\cos \psi_1 = \frac{r}{x_1} \ll 1 \approx 0$  и можно считать, что  $\psi_1 \approx \frac{\pi}{2}$ .

С другой стороны, из (5.20) следует, что  $\cos(\omega t - \psi_1) \approx 0$ , тогда

$$\omega t - \psi_1 = \frac{\pi}{2}, \text{ откуда получим}$$

$$t = \frac{\pi}{\omega}. \quad (5.22)$$

Учитывая (5.22), из (5.15) вычисляем максимальное значение тока  $i_1$ :

$$i_{1\max} = \frac{u_m}{\omega L_1} \left( 1 + e^{-\frac{r\pi}{\omega L_1}} \right) \approx \frac{2u_m}{\omega L_1}. \quad (5.23)$$

Второе слагаемое в (5.15) определяет установившееся значение тока. Его амплитудное значение будет равно

$$i_{1\text{уст}} = \max \left( \frac{u_m}{x_1} \sin(\omega t - \psi_1) \right) = \frac{u_m}{x_1} \approx \frac{u_m}{\omega L_1}. \quad (5.24)$$

Таким образом, на рабочем участке кривой намагничивания максимальное и установившееся значения токов отличаются между собой в два раза.

Для расчета в качестве примера выберем трансформатор, намотанный на тороидальном магнитопроводе с размерами  $180 \times 100 \times 60$  мм. Этот трансформатор имеет первичную обмотку  $W = 275$  витков, площадь керна  $S = 0,0024 \text{ м}^2$ , омическое сопротивление обмотки  $r = 0,4$  Ом и длину средней магнитной линии  $l = 0,44$  м. Параметры  $h$  и  $b$  определяются из графика, изображенного на рис. 5.4:  $h = 45,3$  А/м и  $b = 1,8$  Тл. Вычислим значение тока в установившемся режиме:

$$i_{1\text{уст}} = \frac{u_m}{\omega L_1} = \frac{u_m}{\omega} \frac{l}{W^2 S \mu_1} = \frac{220 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,44}{314 \cdot 275^2 \cdot 0,0024 \cdot 0,0398} = 0,060 \text{ А}. \quad (5.25)$$

В соответствии с (5.23)  $i_{1\max} = 2i_{1\text{уст}} = 2 \cdot 0,060 = 0,120$  А. Для качественной оценки этой величины следует определить допустимое значение тока намагничивания. Допустимый ток  $i_0$  вычисляется как ток, соответствующий точке перегиба на кривой намагничивания:

$$i_0 = \frac{HI}{W} = \frac{45,3 \cdot 0,44}{275} = 0,0724 \text{ А.} \quad (5.26)$$

Таким образом,  $i_{1\max} > i_0$ , и переходный процесс в трансформаторе будет протекать с большими токами.

Для вычисления пикового значения переходного тока необходимо найти магнитную индукцию для рабочего участка кривой намагничивания. Воспользуемся дифференциальным уравнением (5.5), переписав его в виде

$$WS \frac{dB}{dt} + ri_1(t) = u(t). \quad (5.27)$$

Подставим в (5.27) выражение для тока из (5.15) и проинтегрируем. Тогда получим

$$B(t) = \frac{u_m \omega L_1^2}{WSx_1^2} e^{-\frac{rt}{L_1}} + \frac{u_m L_1}{WSx_1} \sin(\omega t - \psi_1). \quad (5.28)$$

Принимая во внимание условие  $\omega L_1 \gg r$  и рассуждения, сделанные при выводе соотношения (5.23), получим:

$$B_{\max} \approx \frac{2u_m}{WS\omega}. \quad (5.29)$$

Учитывая, что участок насыщения на кривой намагничивания линейный, на основании определения дифференциальной магнитной проницаемости запишем:

$$\frac{\Delta B}{\Delta H} = \mu_{d2}. \quad (5.30)$$

Запишем выражения для приращений индукции и напряженности магнитного поля в виде:

$$\Delta B = \frac{2u_m}{WS\omega} - b, \quad (5.31)$$

$$\Delta H = H - h. \quad (5.32)$$

Подставив (5.31) и (5.32) в (5.30), получим:

$$H = h + \frac{2u_m}{WS\omega\mu_{d2}} - \frac{b}{\mu_{d2}}. \quad (5.33)$$

На участке насыщения кривой намагничивания напряженность магнитного поля равна  $H = \frac{Wi_2}{l}$ , а на рабочем участке  $b = h\mu_{d1}$ .

Подставим последние выражения в (5.33). В результате элементарных преобразований получим:

$$i_2 = \frac{l}{W\mu_{d2}} \left[ \frac{2u_m}{WS\omega} - h(\mu_{d1} - \mu_{d2}) \right]. \quad (5.34)$$

Полученное выражение для тока  $i_2$  позволяет приближенно оценить пиковое значение переходного тока трансформатора при подключении его к сети синусоидального напряжения, когда фаза напряжения проходит через ноль (самый неблагоприятный случай). Анализируя зависимость (5.34), можно заметить, что на значение пускового тока наиболее сильное влияние оказывает количество витков первичной обмотки трансформатора. Увеличение сечения керна также приводит к уменьшению тока, но в меньшей степени. Еще в меньшей степени на пусковой ток влияет длина средней магнитной линии. Таким образом, на значение пускового тока можно влиять через эти параметры.

Заметим, что формула (5.34) записана для участка насыщения, на котором должно выполняться неравенство  $B > b$ . Для выбранного нами трансформатора рассчитаем пик пускового тока  $i_2$  по формуле (5.34):

$$i_2 = \frac{0,44}{275 \cdot 0,0000164} \times \left[ \frac{2 \cdot 220 \cdot \sqrt{2}}{275 \cdot 0,0024 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50} - 45,3 \cdot (0,0398 - 0,0000164) \right] = 116,9 \text{ А}. \quad (5.35)$$

Таким образом, при включении трансформатора в сеть может возникнуть всплеск тока более ста ампер. Точный расчет токов по формулам (5.15) и (5.16) дает  $i_2 = 100$  А, что на 17 % ниже. Это расхождение с точным расчетом будет тем меньше, чем сильнее выполняется неравенство  $\omega L_2 \gg r$ , но для грубой оценки этого вполне достаточно.

Более точное вычисление пусковых токов трансформатора может быть выполнено путем численного интегрирования дифференциаль-

ного уравнения (5.12). Ниже на рис. 5.5 представлены кривые пускового тока для трансформаторов с различным числом витков, но с одинаковым магнитопроводом. На рисунке представлена первая положительная полуволна для трансформаторов с разным числом витков.

*Численное интегрирование* проводилось методом Рунге-Кутты 4–5 порядка. Из рис. 5.5 видно, что амплитудное значение пускового тока резко уменьшается с увеличением числа витков первичной обмотки трансформатора. С физической точки зрения это означает, что увеличение числа витков в первичной обмотке трансформатора приводит к уменьшению магнитной индукции в магнитопроводе, что и обеспечивает падение пускового тока.

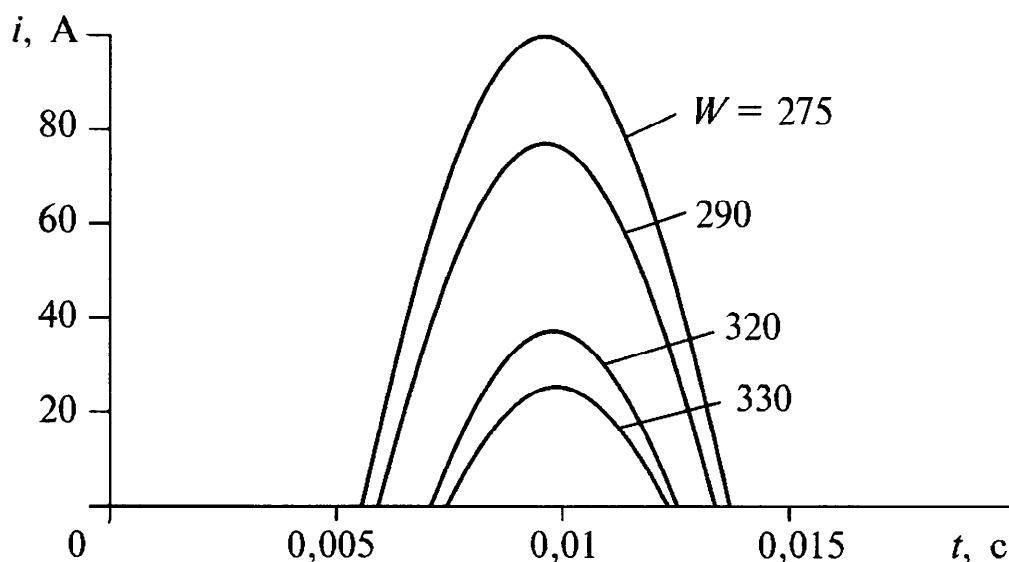
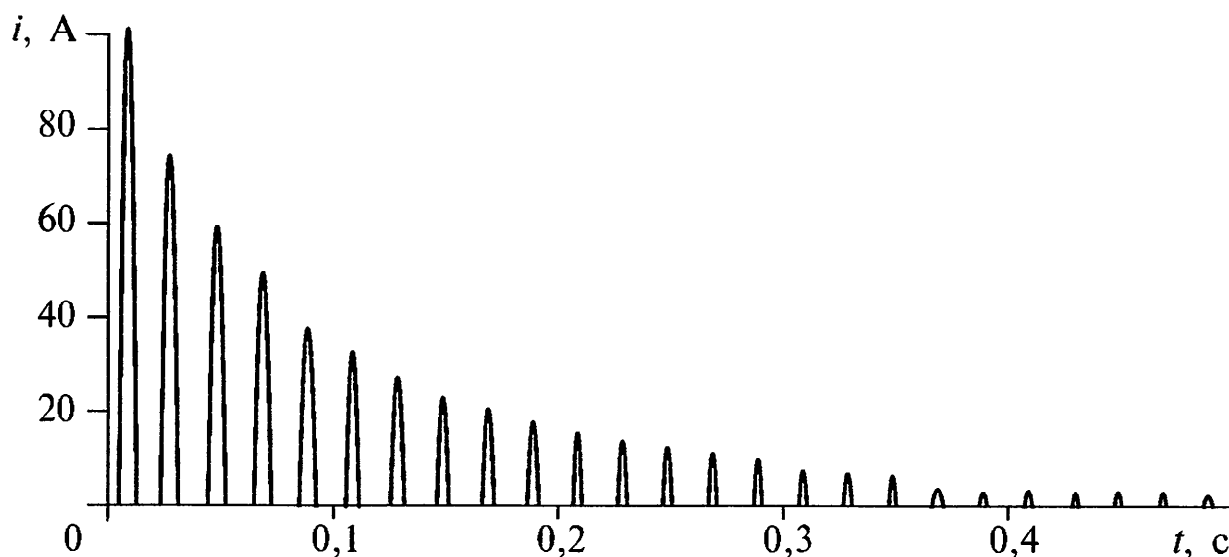


Рис. 5.5. Пиковое значение пускового тока для трансформаторов с различным числом витков первичной обмотки



Для рассматриваемого примера (магнитопровод  $180 \times 100 \times 60$  мм, число витков 275) численное интегрирование дифференциального уравнения (5.12) в интервале времени  $0 \dots 0,5$  с дает представление о длительности *переходного процесса* в трансформаторе (рис. 5.6).

Из данного графика видно, что максимальный ток составляет 100 А, а во времени переходный процесс имеет большую длительность. Этот же график позволяет оценить и *постоянную времени* переходного процесса. Следует обратить внимание на то, что отрицательные импульсы тока весьма малы, поэтому на рисунке незаметны.

Установившееся значение *тока холостого хода* (*амплитудное значение*) для такого трансформатора составляет 0,06 А (рис. 5.7).

Установившийся ток рассчитан *численным методом* для случая, когда начальная фаза напряжения на входных зажимах трансформатора равна  $\frac{\pi}{2}$ . В этом случае включение трансформатора проходит без переходного процесса.

На этом же рисунке виден *нелинейный* характер тока – форма тока отличается от синусоидальной. Заметим, что рассматривается ненагруженный трансформатор, и установившийся ток первичной обмотки равен сумме *намагничивающего тока* (реактивная составляющая) и тока, вызванного потерями в стали (активная составляющая).

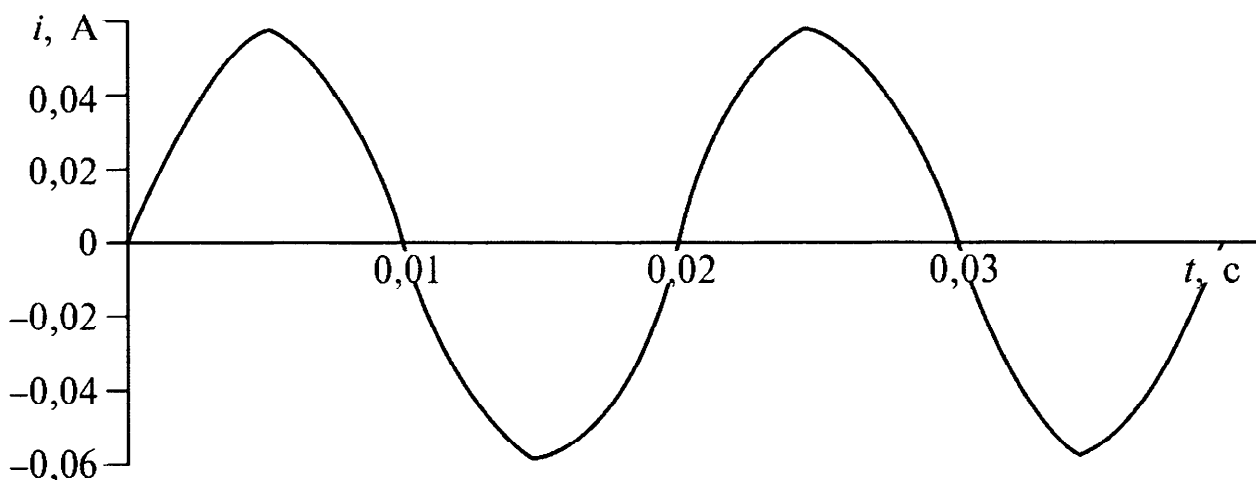


Рис. 5.7. Ток в первичной обмотке трансформатора в установившемся режиме



## 5.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных

Для проверки теоретических вычислений проводились испытания нескольких трансформаторов. Подключение трансформаторов к питающей сети 220 В проводилось при нулевой фазе (т. е. при переходе напряжения через ноль), что обеспечивалось специальным коммутирующим устройством. Результаты испытаний приведены в табл. 5.2.

Т а б л и ц а 5.2. Пусковые токи и другие параметры некоторых трансформаторов

Размеры магнитопровода, мм	Число витков	Сопротивление обмотки, Ом	Ток, А (численный метод)	Ток, А [по формуле (5.34)]	Ток, А замерено
200×120×80	412	0,4	0,043	–	0,048
200×120×80	268	0,3	126	146	103
200×120×80	206	0,2	160	179	130
180×100×80	206	0,26	135	156	133
160×100×100	220	0,3	120	135	103
140×80×80	275	0,8	73	91	80
130×70×60	367	1,5	47	62	40
120×70×40	660	3,4	24	33	23

Прочерк в одной из ячеек первой строки объясняется тем, что при данном количестве витков магнитопровод не входит в насыщение, а потому формула (5.34) в данном случае не может быть использована для расчета. Из второй и третьей строк видно, что уменьшение количества витков приводит к увеличению пускового тока трансформатора.

Подводя итог изложенному в данной главе, можно сделать вывод: *пусковые токи трансформаторов достигают значений, значительно превосходящих рабочие токи*. Пусковые токи могут приводить к срабатыванию устройств защиты по току (например, автоматических выключателей). Можно предложить следующие пути снижения пусковых токов.

1. Увеличение числа витков и сечения керна магнитопровода. Увеличение числа витков вдвое уменьшает пусковой ток до величины, не превышающий номинального значения тока холостого хода. Однако указанные меры приводят к увеличению потерь в проводах обмоток трансформатора и, как следствие, к увеличению массогабаритных показателей трансформатора и его стоимости.

2. Подключения трансформатора к питающей сети в момент, когда сетевое напряжение имеет максимальное значение (т. е. в момент  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ). Этот способ является наиболее эффективным, однако он требует применения специальных коммутационных устройств.

3. Использование магнитопроводов с «мягкой» кривой намагничивания, т. е. увеличение коэффициента  $\mu_2$ . Это можно достигнуть введением *воздушных зазоров* в магнитопровод путем применения шихтованных, сборных витых магнитопроводов, а также навивкой тороидальных магнитопроводов из отдельных полос стали. Однако при этом значительно вырастет реактивная составляющая тока первичной обмотки.

4. Включение активного сопротивления (резистора) последовательно с первичной обмоткой трансформатора. Недостатком этого способа является нагрев такого резистора, а также связанное с этим снижение КПД.

В зависимости от конкретной ситуации конструктор-разработчик решает, какой способ снижения пускового тока выбрать. Для трансформаторов мощностью менее 1 кВА обычно нет необходимости бороться с пусковыми токами. Следует заметить, что в ряде случаев относительно большое внутреннее сопротивление питающей сети может уменьшать пусковой ток до приемлемого значения.

## Глава 6

# ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТРАНСФОРМАТОРОВ МАЛОЙ МОЩНОСТИ

В данной главе кратко описаны основные параметры трансформаторов малой мощности (до 5 кВА), которые необходимо знать проектировщику радиоэлектронной аппаратуры для правильного формулирования технического задания на изготовление трансформаторов.

В соответствии с ГОСТ 19294-84 (СТ СЭВ 4133-83) к *трансформаторам малой мощности* относятся трансформаторы мощностью до 5 кВА, питающиеся от сети переменного тока частотой 50 или 60 Гц с номинальным напряжением до 1000 В. Такие трансформаторы широко используются для питания узлов радиоэлектронной аппаратуры различного назначения. За последние двадцать лет производство трансформаторов малой мощности, продолжая развиваться на созданных в советское время предприятиях, было также освоено и на вновь созданных малых предприятиях. При этом значительно увеличилась гибкость в работе с потребителями трансформаторов, поскольку появилась возможность изготовления изделий по техническому заданию заказчика. Такой возможности не было ранее, и проектировщик аппаратуры вынужден был довольствоваться неким стандартным рядом трансформаторов, приведенным в справочниках. Хотя этот ряд и был достаточно обширен, он не мог охватить весь спектр потребностей, что вынуждало разработчика использовать трансформаторы с избыточным запасом по мощности и другим параметрам. В настоящее время многие предприятия рассчитывают и изготавливают трансформаторы с характеристиками, необходимыми заказчику.

Для грамотного формулирования технического задания на разработку и производство трансформатора проектировщик должен четко представлять основные параметры трансформаторов, о которых и пойдет речь ниже. Под значениями напряжений и токов в этой главе подразумеваются их действующие (среднеквадратические, эффективные) значения.

*Номинальная мощность* трансформатора должна выбираться из следующего ряда (в кВА): 0,010, 0,016, 0,025, 0,040, 0,063, 0,100, 0,160, 0,250, 0,400, 0,630, 1,000, 1,600, 2,500, 4,000. Допускаются также следующие промежуточные значения мощностей (в кВА): 0,012, 0,020, 0,032, 0,050, 0,080, 0,125, 0,200, 0,315, 0,500, 0,800, 1,250, 2,000, 3,150, 5,000. При выборе номинальной мощности трансформатора разработчик должен помнить, что этот параметр находится путем деления суммарной мощности всех вторичных обмоток на коэффициент полезного действия трансформатора. Полученное значение округляется в большую сторону до ближайшего значения из рекомендуемого ряда мощностей.

*Коэффициент полезного действия* зависит от мощности потерь в стали и меди и для трансформаторов мощностью 0,010 кВА примерно составляет 75...85 %, а для трансформаторов мощностью 5 кВА – 96...98 %.

*Номинальные напряжения* обмоток должны выбираться в соответствии с государственными стандартами. Например, ГОСТ 21128-83 устанавливает следующий ряда напряжений в вольтах: 6, 12, 28,5, 42, 115, 230, указанные напряжения могут иметь отклонения в большую или меньшую стороны на 0,5, 1,0, 2,0, 3,0, 5,0 10, 15 %. Как правило, производители идут навстречу заказчику и при необходимости изготавливают трансформаторы с напряжениями, отличающимися от гостированного ряда. Номинальные напряжения вторичных обмоток указываются при нагрузке, т. е. при номинальных токах обмоток, и при установившейся температуре.

*Напряжение короткого замыкания* представляет собой напряжение на первичной обмотке при замкнутых выводах вторичной обмотки и протекании номинального тока во вторичной обмотке. Как правило, этот параметр указывают в процентах от номинального напряжения первичной обмотки и обозначают символами  $U_k$  или  $U_{кз}$ . Для трансформаторов мощностью 0,010 кВА этот параметр составляет 15...30 %, для трансформаторов мощностью 5 кВА – 1,5...2,5 %.

Напряжение короткого замыкания показывает величину относительного превышения напряжения на вторичной обмотке на холостом ходу по сравнению с напряжением полностью нагруженной обмотки. Указанный параметр определяется величиной падения напряжения на омическом сопротивлении (т. е. сопротивлении постоянному току) первичной и вторичных обмоток трансформатора при

номинальной нагрузке и при установившейся температуре перегрева трансформатора.

*Напряжения холостого хода вторичных обмоток* – это значения напряжений при номинальном напряжении первичной обмотки ненагруженного трансформатора. Эти напряжения превышают номинальные напряжения на величину напряжения короткого замыкания. Обычно этот параметр производитель не указывает в паспорте на трансформатор, но во избежание недоразумений покупатель трансформатора должен себе четко представлять, что при отсутствии нагрузки напряжения вторичных обмоток всегда несколько больше их номинальных значений.

*Ток холостого хода* – это ток первичной обмотки ненагруженного трансформатора при номинальном напряжении. Ток холостого хода состоит из двух составляющих: активной и реактивной. Активная составляющая определяется потерями в стали, реактивная – индуктивностью первичной обмотки. Значение тока холостого хода может находиться в диапазоне от 1 мА (для трансформаторов мощностью 0,010 кВА) до 1 А (для трансформаторов мощностью 5 кВА). Наименьшие значения этого параметра имеют *тороидальные* трансформаторы. Так, для трансформаторов мощностью 5 кВА значение тока холостого хода не превышает 200 мА.

*Ток переходного процесса включения (пусковой ток)* – это максимальное (импульсное) значение тока, которое может протекать через первичную обмотку трансформатора в момент подключения трансформатора к питающей сети. Этот параметр ГОСТом не нормируется и о нем крайне редко упоминается в литературе по трансформаторам. Тем не менее, для разработчика аппаратуры знание этого параметра имеет большое значение. Значение пускового тока может в десятки раз превышать значение номинального тока и для трансформатора мощностью 5 кВА может достигать 2000...3000 А. Значение пускового тока для мощных трансформаторов зависит от мгновенного значения напряжения в момент включения, омического сопротивления первичной обмотки (оно может составлять менее 0,1 Ом) и внутреннего сопротивления питающей сети (зачастую оно превышает сопротивление первичной обмотки). Разработчик должен предусматривать меры для ограничения пускового тока трансформатора соответствующими схемотехническими решениями. Можно рекомендовать следующие меры: включение последовательно с пер-

вичной обмоткой ограничительного резистора, замыкаемого через 0,1...0,2 с контактами реле; включение последовательно с первичной обмоткой терморезистора с отрицательным температурным коэффициентом сопротивления; включение и выключение трансформатора в определенной фазе питающего напряжения (например, при переходе напряжения через максимум своего значения). Если же применение схемотехнических решений затруднительно или экономически неоправданно, следует использовать автоматические выключатели с большим запасом по току. Рекомендуется применять автоматы защиты с характеристиками отключения «D» (стандарт IEC/МЭК 898) и «K» (стандарт ДИН ВДЕ 0660). Автоматы с такими характеристиками разработаны специально для активно-индуктивной нагрузки (электродвигатели, трансформаторы), характеризующейся высокой *кратностью номинального значения тока* (т. е. отношением пускового тока к номинальному значению). Для автоматов с характеристикой «D» кратность равна около 15, а для автоматов с характеристикой «K» – около 10.

*Превышение температуры (температура перегрева)* – это разница между температурой трансформатора и температурой окружающей среды (обычно принимается 25 С) при работе трансформатора на номинальную нагрузку. При этом температура трансформатора равна сумме температур перегрева и окружающей среды. Как правило, производитель трансформаторов определяет в технических условиях (ТУ) допустимую температуру перегрева 50...60 С, а предельную температуру окружающей среды – 55 С. Предельная температура трансформатора определяется классом нагревостойкости по ГОСТ 8865-70: А – 105 С, Е – 120 С, В – 130 С, F – 155 С. Большинство трансформаторов широкого применения имеет класс В. Следует заметить, что температура перегрева определяется в условиях свободной конвекции воздуха вокруг трансформатора, при этом трансформатор не должен быть установлен в корпусе. Проектировщик, разрабатывая изделие, должен учитывать иные источники тепла, имеющиеся в одном корпусе с трансформатором, и если температура трансформатора может превысить предельное значение, принять меры к принудительному отводу тепла (например, путем использования вентилятора). Необходимо также помнить, что

номинальные напряжения вторичных обмоток трансформатора указываются для установившегося значения температуры перегрева.

*Испытательное напряжение рабочей частоты.* Этот параметр характеризует электрическую прочность трансформатора, т. е. способность без пробоя выдерживать напряжение указанного в ТУ значения. Как правило, производитель обычно нормирует испытательное напряжение между выводами первичной и вторичной обмоток (типовое значение параметра – 3500 В) и между выводами обмоток и токопроводящими частями устройства (типовое значение параметра – 1750 В).

*Конструктивные признаки* определяются в основном конфигурацией и конструкцией магнитопровода. Конструктивно магнитопроводы трансформаторов подразделяются на *броневые, стержневые и тороидальные*. Напомним, что магнитопровод броневого трансформатора имеет Ш-образную форму, все обмотки располагаются на среднем стержне, т. е. частично охватываются магнитопроводом (бронируются). Магнитопровод стержневого трансформатора выполняется П-образным и имеет два стержня с обмотками. Магнитопровод тороидального трансформатора имеет форму *тороида*, т. е. кольца с прямоугольным сечением. Броневые и стержневые магнитопроводы выполняются *шихтованными* (из отдельных пластин трансформаторной стали) или *витыми ленточными*. Тороидальные сердечники изготавливаются только *витыми*.

В тороидальном трансформаторе, как известно, обмотки равномерно распределены по всей длине магнитопровода. Это приводит к снижению массы медного провода и резкому уменьшению *полей рассеяния*. Тороидальная форма магнитопровода позволяет снизить его массу при той же габаритной мощности, что для трансформаторов с прямоугольной формой магнитопровода.

Расчеты, подтвержденные практикой, позволяют говорить о следующих преимуществах тороидальных трансформаторов перед трансформаторами других типов: меньшая масса (на 20–40 %) и габаритные размеры; меньший ток холостого хода (до 10 раз); сниженные поля рассеяния (до нескольких раз); значительно меньший уровень шума (поскольку отсутствуют зазоры в магнитопроводе); более высокий коэффициент полезного действия.

Учет изложенных выше требований и рекомендаций позволит разработчику аппаратуры правильно подойти к выбору и заказу трансформаторов питания.

## Заключение

В процессе решения задач, поставленных в гл. 1, были получены следующие основные результаты.

1. Впервые создана полноценная математическая модель тороидального трансформатора, позволяющая с достаточной для практических целей точностью описывать работу трансформатора. При этом:

- математическая модель связала в единую систему уравнения, описывающие электрические процессы в трансформаторе, уравнения тепловых процессов, уравнения массогабаритных параметров трансформатора;

- установлены ограничения, при которых производится расчет трансформатора;

- при составлении математической модели в законе полного тока учитывается ток холостого хода трансформатора [формула (4.2)], что повышает точность расчетов;

- при составлении математической модели было введено понятие «ток холостого хода нагруженного трансформатора»;

- при составлении математической модели было учтено изменение магнитной индукции от величины тока нагрузки;

- при составлении математической модели учтены падения напряжения на первичной и вторичной обмотках, каждое из которых определяется расчетным путем.

2. Разработаны алгоритмы оптимизации тороидальных трансформаторов по критериям минимальной массы, минимальной стоимости, максимального коэффициента полезного действия.

3. Составлены программы расчета и оптимизации трансформаторов по вышеназванным критериям и на базе разработанной математической модели.

4. Разработана методика расчета трансформатора наибольшего КПД заданной массы.

5. Разработаны алгоритмы и программа расчета параметров готового трансформатора по известным данным: числам витков и омическим сопротивлениям обмоток, размерам магнитопровода.

6. Установлены взаимные зависимости пар основных параметров трансформатора:

- массы от температуры перегрева, коэффициента формы керна, а также от отношения плотностей токов в обмотках;



- КПД от массы трансформатора, температуры перегрева, а также от отношения плотностей токов в обмотках.

7. Для трансформаторов, у которых равны потери в стали и в меди, установлено, что КПД однозначно определяется напряжением короткого замыкания.

8. Установлено, что КПД трансформатора при заданном магнитопроводе определяется только температурой перегрева.

9. Установлено, что значение коэффициента формы керна трансформатора, соответствующее оптимальным параметрам, находится в диапазоне  $0,7 \dots 0,9$ .

10. Установлено, что зависимость массы трансформатора от температуры перегрева имеет минимум.

11. Составлены таблицы основных параметров трансформаторов в диапазоне мощностей от 10 ВА до 7000 ВА.

12. Рассмотрены переходные процессы, возникающие при включении трансформатора, и получены формулы для расчета тока переходного процесса включения. Даны рекомендации по снижению пускового тока.

### Список литературы

1. *Котенёв С.В., Евсеев А.Н.* Расчет теплового режима для трансформатора тороидального типа. – Практическая силовая электроника, 2003, №10, с.21–25.
2. *Каретникова Е.И., Рычина Т.А., Ермаков А.И.* Трансформаторы питания и дроссели фильтров для радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Советское радио, 1973. – 180 с.
3. ГОСТ 21427.1-83. Сталь электротехническая холоднокатаная анизотропная тонколистовая.
4. *Стародубцев Ю.Н.* Теория и расчет трансформаторов малой мощности. – ИП РадиоСофт, 2005. – 320 с.
5. *Касаткин А.С., Немцов М.В.* Электротехника. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
6. *Горский А.Н., Русин Ю.С., Иванов Н.Р., Сергеева Л.А.* Расчет электромагнитных элементов источников вторичного электропитания. – М.: Радио и связь, 1988. – 176 с.
7. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 1985. – 480 с.
8. *Бертинов А.И., Бут Д.А., Мизюрин С.Р., Алиевский Б.Л., Синева Н.В.* Специальные электрические машины. Источники и преобразователи энергии. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 320 с.
9. *Ермолин Н.П.* Расчет трансформаторов малой мощности. – Л.: Энергия, 1969. – 192 с.
10. *Волдек А.И., Попов В.В.* Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. – М.: Питер, 2008. – 320 с.
11. *Бальян Р.Х.* Трансформаторы для радиоэлектроники. – М.: Советское радио, 1971. – 720 с.
12. *Тихомиров П.М.* Расчет трансформаторов. Учеб. пособие для вузов. Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: Энергия, 1976. – 544 с.
13. *Котенёв С.В., Евсеев А.Н.* Переходные процессы при включении трансформатора в сеть с синусоидальным напряжением. — Силовая электроника, 2005 №4, с.34-37.
14. Интернет-сайт «Тульского завода трансформаторов»: [www.tula-transformator.ru](http://www.tula-transformator.ru).

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение П1. ПРОГРАММЫ РАСЧЕТА ТРАНСФОРМАТОРОВ

Программа П1.1.

Математическая модель тороидального трансформатора.

Моделируется работа двухобмоточного трансформатора, работающего на активную нагрузку.

Нагрузка задается током  $i_2$ . Результаты моделирования выводятся в виде таблицы.

#### Maple 13

```
restart:
with(plots,implicitplot):
with(plots):
Digits:=20:
t:=time():
```

#### Данные для моделирования

```
i2:=7.1430:      # Ток нагрузки, А
i2H:=7.1430:    # Номинальный ток нагрузки, А
u1:=220:        # Напряжение на обмотке W1, В
B:=1.5:         # Рабочая индукция (техническое задание), Тл
D1:=60:         # Диаметр окна магнитопровода мм.
D2:=100:        # Диаметр магнитопровода мм.
h:=20:          # Высота магнитопровода мм.
r1:=5.3550:     # Сопротивление первичной обмотки W1, Ом
r2:=0.1050:     # Сопротивление вторичной обмотки W2, Ом
W1:=1719:       # Витки в первичной обмотке W1
W2:=232 :       # Витки во вторичной обмотке W2
```

#### Физические константы и коэффициенты

```
chi:=0.0043:    # Медь ТКС=0.0043. Алюминий ТКС=0.0040, 1/град
rm:=0.0175*(1e-6): # Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м
rc:=7800:       # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
```

```

kc:=0.96:           # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14:          # Коэффициент теплопередачи
p0:=1.35:           # Удельные потери (Вт/кг) в стали при индукции B0=1.5 Тл
B0:=1.5:            # Базовое значение индукции, Тл (для базовых потерь)
g:=p0/B0^2:         # Вспомогательная константа
f:=50:              # Частота питающей сети
omega:=2*Pi*f:      # Круговая частота
N:=1/sqrt(2)/Pi/f: # N:=0.004501581578
mu0:=4*Pi*1e-7:    # Магнитная постоянная
mu:=30000:          # Относительная магнитная проницаемость

```

#### Описание модели трансформатора без учета температуры перегрева

```

Tok2:=i2:           # Сохранить значение переменной i2
i2:='i2':           # Очистить переменную i2
V:=(1e-9)*Pi*(D2^2-D1^2)*h/4: # Объем магнитопровода m2
F:=(1e-6)*(2*Pi*(D2^2-D1^2)/4+Pi*(D1+D2)*h): # Площадь поверхности магнитопровода m2
Sk:=(1e-6)*(D2-D1)*h/2:     # Сечение керна (геометрическое)
Sc:=Sk*kc:              # Сечение керна по стали
P0:=g*(N/Sc)^2*(E1/W1)^2:  # Зависимость удельных потерь от E1 и W1
mFe:=rc*kc*V:           # Масса магнитопровода
delta:=arctan(g*mu0*mu*rc/Pi/f): # Угол потерь (радианы)
delta1:=180*delta/Pi:    # Угол потерь (градус)

```

#### Основное уравнение для ЭДС E1

```

z1:=(g*r1*mFe/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4+2*mFe*r1*g/W1^2*(N/Sc)^2+1:
z2:=2*W2*r1*i2/W1*(mFe*g*r1/W1^2*(N/Sc)^2+1):
z3:=(W2*r1*i2/W1)^2-u1^2:
f1:=z1*E1^2+z2*E1+z3=0: # Уравнение относительно E1

```

#### Зависимость u2 от i2. ВАХ трансформатора

```

f2:=subs(E1=W1/W2*(u2+r2*i2),f1): # Зависимость u2(u2,i2) ВАХ
u2:=solve(f2,u2)[1]:              # Явный вид зависимости u2=u2(i2)
u2H:=subs(i2=i2H,u2):             # Напряжение на нагрузке при i2=i2H

```

### Напряжения и ЭДС трансформатора

```
E1:=solve(f1,E1)[1]: # Решение уравнения f1 относительно ЭДС E1
E2:=W2/W1*E1: # ЭДС вторичной обмотки E2
E1xx:=subs(i2=0,E1): # ЭДС E1, холостой ход
E2xx:=W2*E1xx/W1: # ЭДС E2, холостой ход
u2xx:=E2xx: # Напряжение холостого хода
E1k0:=W1/W2*r2*i2k0: # Значение ЭДС E1 (аварийный режим)
E2k0:=W2/W1*E1k0: # Значение ЭДС E2 (аварийный режим)
E1k:=W1/W2*r2*i2H: # ЭДС E1 КЗ (опыт КЗ)
E2k:=r2*i2H: # ЭДС E2 КЗ (опыт КЗ)
Du1xx:=r1*ixx: # Падение напряжения на r1 при ixx
Du1:=r1*i1: # Падение напряжения на r1
Du2:=r2*i2: # Падение напряжения на r2
u1k:=i2H*W2/W1*K1: # Напряжение КЗ (опыт КЗ)
u20:=rH0*i20: # Напряжение на нагрузке при maxКПД
E10:=W1/W2*(rH0+r2)*i20: # ЭДС самоиндукции при maxКПД
```

### Токи трансформатора

```
i0xx:=evalf(const1/const2): # Полный ток холостого хода А
const1:=mFe*g*u1/W1^2/sin(delta)*(N/Sc)^2:
const2:=sqrt(1+2*r1*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2+(r1*mFe*g/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4):
i0xxmA:=1000*i0xx: # Полный ток холостого хода мА
iaxx:=Pc/E1: # Активная составляющая условного тока XX А
iaxxmA:=1000*iaxx: # Активная составляющая условного тока XX мА
ipxx:=iaxx/tan(delta): # Реактивная составляющая условного тока XX А
ipxxmA:=1000*ipxx: # Реактивная составляющая условного тока XX мА
ixx:=iaxx/sin(delta): # Полный условный ток холостого хода А
ixxmA:=1000*ixx: # Полный условный ток холостого хода А мА
im:=ipxx: # Намагничивающий ток А
immA:=1000*im: # Намагничивающий ток мА
ila:=(P+Pm+Pc)/u1: # Активная составляющая тока i1
ilp:=i1*sin(phi1): # Реактивная составляющая тока i1
```

**Полный ток  $i_1$** 

```

i1:=sqrt((W2/W1*i2)^2+2*W2/W1^3*mFe*g*(N/Sc)^2*i2*E1+
(mFe*g/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4*E1^2): # Полный ток i1
i1k:=i2H*W2/W1*K2: # Ток короткого замыкания (опыт КЗ)
i1k0:=i2k0*W2/W1*K2: # Ток i1 (аварийный режим)
i2k0:=u1*W1/W2/K1: # Ток i2 (аварийный режим) для графика
i10:=i20*sqrt(const10): # Токи i10 и i20 отвечают max(КПД)
const10:=(W2/W1)^2+2*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2*(rH0+r2)+
(mFe*g/W1/W2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4*(rH0+r2)^2:
i20:=u1/sqrt((W1/W2)^2*const20*(rH0+r2)^2+
2*r1*const21*(rH0+r2)+r1^2*(W2/W1)^2): # Ток i2 при max(КПД)
const20:=1+2*r1*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2+
(r1*mFe*g/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4:
const21:=1+r1*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2:

```

**Угловые величины**

```

psil:=arccos((E1^2+u1^2-(r1*i1)^2)/2/E1/u1): # фаза между u1 и E1 (радиан)
psilxx:=arccos
((E1xx^2+u1^2-(r1*i0xx)^2)/2/E1xx/u1): # фаза между u1 и E1 (радиан) в режиме XX
phil:=arccos((E2*i2+r1*i1^2+Pc)/u1/i1): # фаза между i1, u1 (радиан)
xi:=arctan((W2*i2/W1+iaxx)/ipxx): # фаза между ipxx и i1 (радиан)
Fi:=xi+psil+phil: # Контроль расчета углов (сумма=Pi/2, радиан)
psila:=evalf(180*psil/Pi): # фаза между u1 и E1 (градус)
psilxxa:=evalf(180*psilxx/Pi): # фаза между u1 и E1 (градус) в режиме XX
phila:=evalf(180*phil/Pi): # фаза между i1, u1 (градус)
xia:=180*xi/Pi: # фаза между ipxx и i1 (градус)
Fia:=180*Fi/Pi: # Контроль расчета углов (сумма=90, градус)

```

**Мощность**

```

P:=u2*i2: # Мощность в нагрузке (полезная)
P1:=r1*i1^2: # Мощность потерь в W1
P2:=r2*i2^2: # Мощность потерь в W2
Pm:=P1+P2: # Потери в меди

```

```

Pc:=mFe*P0: # Потери в стали
SP:=Pm+Pc: # Суммарные потери
Pck:=mFe*g*r2^2/W2^2*(N/Sc)^2*i2H^2: # Потери в стали в опыте КЗ
Pcx:=subs(E1=E1xx,Pc): # Потери в стали
Pck0:=mFe*g*(r2*N/W2/Sc)^2*i2k0^2: # Потери в стали (аварийный режим)
Pm0:=r1*i10^2+r2*i20^2: # Потери в стали при max (КПД)
Pc0:=mFe*g/W2^2*(N/Sc)^2*(rH0+r2)^2*i20^2: # Потери в меди при max (КПД)
Pcxx:=alxx/a2xx: # Потери в стали в режиме XX
alxx:=mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2*u1^2:
a2xx:=1+2*r1*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2+(mFe*g*r1/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4:
Прочие параметры трансформатора
КПД трансформатора
eta:=P/(P+Pm+Pc):
Максимальное значение КПД
Eta:=rH0/(mFe*g/W2^2*(N/Sc)^2*c1*(rH0+r2)^2+c2*(rH0+r2)+r1*(W2/W1)^2):
c1:=1+mFe*g*r1/W1^2/(sin(delta))^2*(N/Sc)^2:
c2:=1+2*mFe*g*r1/W1^2*(N/Sc)^2:
L1:=u1/omega/ipxx: # Индуктивность первичной обмотки
xL1:=u1/ipxx: # Реактивное сопротивление первичной обмотки
n:=W1/W2: # Коэффициент трансформации
Приведенное сопротивление r0 и r0T
rr1:=r1: rr2:=r2: # Сохранить переменные r1 и r2
r1:='r1': r2:='r2': # Очистить переменные r1 и r2
K1:=sqrt((mFe*g*r1*r2/W2^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4+2*mFe*g*r1*r2/
W2^2*(r1+W1^2/W2^2*r2)*(N/Sc)^2+(r1+W1^2/W2^2*r2)^2):
K2:=sqrt(1+2*mFe*g*r2/W2^2*(N/Sc)^2+(mFe*g*r2/W2^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4):;
r0:=evalf(K1/K2): # K1,K2 -вспомогательные коэффициенты
r0TT:=subs(r1=(1+chi*T)*r1,r2=(1+chi*T)*r2,r0):
r1:=rr1: r2:=rr2: # Восстановить переменные r1 и r2
rT:=unapply(r0TT,T): # Приведенное сопротивление как функция T

```

**Сопротивление нагрузки  $r_{H0}$  при  $\max(\text{КПД})$** 

```

rH0:=sqrt((K3+K4+K5+K6)/K7): # Сопротивление нагрузки
g0:=mFe*g*(N/Sc)^2/W1^2:
K3:=(W1*g0*r2/W2/sin(delta))^2*r1:
K4:=(r2*W1/W2)^2*g0:
K5:=(2*g0*r1+1)*r2:
K6:=r1*(W2/W1)^2:
K7:=g0*(W1/W2)^2*(g0*r1/(sin(delta))^2+1):
B1:=evalf(N*E1xx/Sc/W1): # Индукция, соответствующая заданным виткам W1 и току XX
B2:=evalf(N*E1/Sc/W1): # Индукция, соответствующая заданным виткам W1 и току i2

```

**Температура перегрева трансформатора**

```

T1:=(Pm+Pc)/(alpha*F-chi*Pm): # Температура перегрева при токе i2
T2:=(Pm+Pck)/(alpha*F-chi*Pm): # Температура перегрева (режим КЗ)
T3:=(Pm0+Pc0)/(alpha*F-chi*Pm0): # Температура перегрева при токе i20,
Txx:=(Pcxx+r1*i0xx^2)/(alpha*F-chi*r1*i0xx^2): # Температура перегрева (режим XX)
Tk:=subs(i2=i2H,T2): # Температура перегрева (опыт КЗ)
TetaT:=subs(i2=i2etaT,T1): # Температура перегрева при max(КПД)
Tk0:=(r1*i1k0^2+r2*i2k0^2+Pck0)/(alpha*F-chi*(r1*i1k0^2+r2*i2k0^2)):

```

**Описание модели трансформатора с учетом температуры перегрева**

```

R1:=(1+chi*T1)*r1: # Сопротивление W1 при Tуст=T
R2:=(1+chi*T1)*r2: # Сопротивление W2 при Tуст=T
R1kT:=(1+chi*Tk)*r1: # Сопротивление W1 при Tk
R2kT:=(1+chi*Tk)*r2: # Сопротивление W2 при Tk
R1xx:=(1+chi*Txx)*r1: # Сопротивление W1 при Txx
R2xx:=(1+chi*Txx)*r2: # Сопротивление W2 при Txx
R1k0T:=(1+chi*Tk0)*r1: #
R2k0T:=(1+chi*Tk0)*r2: #
R1etaT:=(1+chi*TetaT)*r1: #
R2etaT:=(1+chi*TetaT)*r2: #
P0T:=g*(N/Sc)^2*(E1T/W1)^2: # Зависимость удельных потерь от E1T и W1

```



### Уравнение для ЭДС E1T

```
z1T:=(g*R1*mFe/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4+2*mFe*R1*g/W1^2*(N/Sc)^2+1:
z2T:=2*W2*R1*i2/W1*(mFe*g*R1/W1^2*(N/Sc)^2+1):
z3T:=(W2*R1*i2/W1)^2-u1^2:
f1T:=z1T*E1T^2+z2T*E1T+z3T=0: # Уравнение относительно E1T.
```

### Зависимость u2T от i2. ВАХ трансформатора

```
f2T:=subs(E1T=W1/W2*(u2T+R2*i2),f1T): # Неявная зависимость f(u2T,i2) ВАХ
f3T:=subs(i2=i2etaT,R1=R1etaT,R2=R2etaT,u2T=u2etaT,f2T):#
u2T:=solve(f2T,u2T)[1]: # Явный вид зависимости u2T=f(i2)
u2HT:=subs(i2=i2H,u2T): # Напряжение на нагрузке при i2=i2H
```

### Вычисление точки пересечения графика ВАХ с осью i2

```
y:=subs(E1T=W1/W2*R2*i2,f1T): # Зависимость f(u2T,i2) при u2T=0
i2k0T:=solve(y,i2)[1]: # Корень уравнения f(0,i2)=0. Максимальный ток КЗ
```

### Напряжения и ЭДС трансформатора

```
E1T:=solve(f1T,E1T)[1]: # Решение уравнения f1T относительно ЭДС E1T
E2T:=W2/W1*E1T: # ЭДС вторичной обмотки E2T
E1xxT:=u1/sqrt(1+2*R1xx*mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2+
(mFe*g*R1xx/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4): # ЭДС E1T, холостой ход
E2xxT:=W2*E1xxT/W1: # ЭДС E2T, холостой ход
u1kT:=W2/W1*i2H*A1: # Напряжение короткого замыкания (опыт КЗ)
A1:=sqrt(A2+A3+A4):
A2:=(mFe*g*R1kT*R2kT/W2^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4:
A3:=2*mFe*g*R1kT*R2kT/W2^2*(R1kT+W1^2/W2^2*R2kT)*(N/Sc)^2:
A4:=(R1kT+W1^2/W2^2*R2kT)^2:
E1kT:=W1/W2*R2kT*i2H: # ЭДС E1 в опыте КЗ
E2kT:=W2/W1*E1kT: # ЭДС E2 в опыте КЗ
E1etaT:=W1/W2*(u2etaT+R2etaT*i2etaT): # ЭДС E1 при max(КПД) и Туст
u2etaT:=solve(f3T,u2etaT)[1]: # Напряжение u2, соответствующее
DulxxT:=R1*ixxT: # Падение напряжения на R1 при ixxT
```

```

Du1T:=R1*i1T: # Падение напряжения на R1
Du2T:=R2*i2: # Падение напряжения на R2
e2:=E2xx-u2T: # Падение напряжения на нагрузке от i2 при Туст
e2H:=-E2xx-u2HT: # Падение напряжения на нагрузке

```

#### Определение токов трансформатора

```

iaxxT:=PcT/E1T: # Активная составляющая тока XX А
iaxxTmA:=1000*iaxxT: # Активная составляющая тока XX mA
ipxxT:=iaxxT/tan(delta): # Реактивная составляющая тока XX А
ipxxTmA:=1000*ipxxT: # Реактивная составляющая тока XX mA
ixxT:=iaxxT/sin(delta): # Полный ток холостого хода А
ixxTmA:=1000*ixxT: # Полный ток холостого хода А mA
imT:=ipxxT: # Намагничивающий ток А
imTmA:=1000*imT: # Намагничивающий ток mA
ilaT:=(PT+PmT+PcT)/u1: # Активная составляющая тока i1T
ilpT:=i1T*sin(phi1T): # Реактивная составляющая тока i1T
i1T:=sqrt((W2/W1*i2)^2+2*W2/W1^3*mFe*g*(N/Sc)^2*i2*E1T+
(mFe*g/W1^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4*E1T^2):
iletaT:=subs(i2=i2etaT,E1T=E1etaT,i1T): # Ток i1 при max(КПД) и Туст
i1kT:=W2/W1*i2H*s1: # Ток i1 КЗ при T=Туст.кз
s1:=sqrt(s2+s3):
s2:=1+2*mFe*g*R2kT/W2^2*(N/Sc)^2:
s3:=(mFe*g*R2kT/W2^2/sin(delta))^2*(N/Sc)^4:

```

#### Угловые величины

```

psi1T:=arccos((E1T^2+u1^2-(R1*i1T)^2)/2/E1T/u1): # фаза между u1 и E1T (радиан)
phi1T:=arccos((E2T*i2+R1*i1T^2+PcT)/u1/i1T): # фаза между i1T,u1 (радиан)
xiT:=arctan((W2*i2/W1+iaxxT)/ipxxT): # фаза между ipxxT и i1T (радиан)
FiT:=xiT+psi1T+phi1T: # Контроль расчета углов (сумма=Pi/2)
psilaT:=evalf(180*psi1T/Pi): # фаза между u1 и E1T (градус)
philaT:=evalf(180*phi1T/Pi): # фаза между i1T,u1 (градус)

```

```

xiaT:=180*xiT/Pi: # фаза между ipxxT и i1T (градус)
FiaT:=180*FiT/Pi: # Контроль расчета углов (сумма=Pi/2)
Мощность
PT:=u2T*i2: # Мощность в нагрузке (полезная)
P1T:=R1*i1T^2: # Мощность потерь в W1
P2T:=R2*i2^2: # Мощность потерь в W2
PmT:=P1T+P2T: # Потери в меди
PcT:=mFe*P0T: # Потери в стали
SPT:=PmT+PcT: # Суммарные потери
PcxT:=subs(E1T=E1xxT,PcT): # Потери в стали
PckT:=mFe*g*(R2*N/W2/Sc)^2*i2kT^2: # Потери в стали при КЗ
PmetaT:=R1etaT*i1etaT^2+R2etaT*i2etaT^2: # Потери в меди при max(КПД) и Туст
PcetaT:=mFe*g/W1^2*(N/Sc)^2*E1etaT^2: # Потери в стали при max(КПД) и Туст
Прочие параметры трансформатора
#r0T:=u1kT/i1kT: # Приведенное сопротивление при Туст
etaT:=PT/(PT+PmT+PcT): # КПД трансформатора
detaT:=diff(etaT,i2)=0: # Производная от КПД
i2etaT:=fsolve(detaT,i2,i2=0..i2k0T): # Ток, соответствующий максимальному КПД
EtaT:=evalf(subs(i2=i2etaT,etaT)): # Максимальный КПД
L1T:=u1/omega/ipxxT: # Индуктивность первичной обмотки
xL1T:=u1/ipxxT: # Реактивное сопротивление первичной обмотки
n:=W1/W2: # Коэффициент трансформации
B1T:=N*E1xxT/Sc/W1: # Индукция, соответствующая заданным виткам W1
B2T:=N*E1T/Sc/W1:
График ВАХ
g1:=plot(u2,i2=0..i2k0,color=black,thickness=1): # График ВАХ (без температуры)
g2:=plot(u2T,i2=0..i2k0T,color=black,thickness=2): # График ВАХ (с температурой)
display({g1,g2},textplot([160,5,"i2, A"]),textplot([5,35,"u2, В"]));
i2:=Tok2: # Восстановить значение переменной i2

```

Результаты моделирования трансформатора

```
const:=evalf(i2k0):
if i2<const then
  if i2<i2k0T and i2H<i2k0T then else
    T1:=0:Tk:=0:
    PT:=0:P1T:=0:P2T:=0:PmT:=0:PcT:=0:SPT:=0:PckT:=0:
    R1:=0:R2:=0:r0T:=0:
    psilaT:=0:philaT:=0:xiaT:=0:FiaT:=0:etaT:=0:
    iaxxTmA:=0:ipxxTmA:=0:ixxTmA:=0:ilkT:=0:
    L1T:=0:xL1T:=0:ilaT:=0:ilpT:=0:i1T:=0:imTmA:=0:E1T:=0:E1kT:=0:
    E2T:=0:E2kT:=0:ulkT:=0:u2T:=0:u2HT:=0:Du1T:=0:TetaT:=0:e2:=0:e2H:=0:
    Du2T:=0:j1T:=0:B2T:=0:
    printf("          *** ВНИМАНИЕ *** \n");
    printf("В установленном режиме, ток i2 или i2H не может быть больше %.4f A\n",i2k0T);
    fi:
  printf("\n");
printf("Программа П1.1. Математическая модель трансформатора\n");
printf("  *** ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ *** \n");
printf(" 1. Напряжение первичной обмотки          u1 = %.1f В\n",u1);
printf(" 2. Ток нагрузки                          i2 = %.4f A\n",i2);
printf(" 3. Номинальный ток нагрузки              i2H = %.4f A\n",i2H);
printf(" 4. Диаметр окна магнитопровода          D1 = %.1f мм\n",D1);
printf(" 5. Диаметр магнитопровода              D2 = %.1f мм\n",D2);
printf(" 6. Высота магнитопровода                h = %.1f мм\n",h);
printf(" 7. Сопротивление первичной обмотки      r1 = %.4f Ом\n",r1);
printf(" 8. Сопротивление вторичной обмотки      r2 = %.4f Ом\n",r2);
printf(" 9. Количество витков в обмотке W1       W1 = %.1f Виток\n",W1);
printf("10. Количество витков в обмотке W2       W2 = %.1f Виток\n",W2);
printf("11. Магнитная индукция (рабочая)        B = %.4f Тл\n",B);
printf("\n");
```

```

printf("    *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** \n");
printf("В скобках указаны значения параметров трансформатора при Tуст = T\n");
printf("12. Температура перегрева при токе i2                T = %.6f Град\n", T1);
printf("13. Температура перегрева (режим XX)                Txx = %.6f Град\n", Txx);
printf("14. Температура перегрева (опыт КЗ, ток=i2H)          Tk = %.6f Град\n", Tk);
printf("15. Температура перегрева при max(КПД)                  T(maxКПД) = %.6f Град\n", T3);
printf("16. Мощность в нагрузке                               P = %.6f (%.6f) Вт\n", P, PT);
printf("17. Масса магнитопровода                               mFe = %.6f кг\n", mFe);
printf("18. Потери в магнитопроводе (опыт КЗ)                 Pск = %.6f Вт\n", Pск);
printf("19. Потери мощности в обмотке W1                       P1 = %.6f (%.6f) Вт\n", P1, P1T);
printf("20. Потери мощности в обмотке W2                       P2 = %.6f (%.6f) Вт\n", P2, P2T);
printf("21. Суммарные потери в меди                            Pm = %.6f (%.6f) Вт\n", Pm, PmT);
printf("22. Потери в стали (зависят от тока i2)               Pc = %.6f (%.6f) Вт\n", Pc, PcT);
printf("23. Полные потери в трансформаторе                    Pm+Pc = %.6f (%.6f) Вт\n", SP, SPT);
printf("24. Потери мощности в меди при max(КПД)               Pm0 = %.6f (%.6f)
Вт\n", Pm0, PmetaT);
printf("25. Потери мощности в стали при max(КПД)              Pc0 = %.6f (%.6f)
Вт\n", Pc0, PsetaT);
printf("26. Полные потери мощности при max(КПД)              Pm0+Pc0 = %.6f (%.6f)
Вт\n", Pm0+Pc0, PmetaT+PsetaT);
printf("27. Сопротивление первичной обмотки                   r1 = %.6f (%.6f) Ом\n", r1, R1);
printf("28. Сопротивление вторичной обмотки                   r2 = %.6f (%.6f) Ом\n", r2, R2);
printf("29. Приведенное сопротивление                         r0 = %.6f (%.6f)
Ом\n", rT(0), rT(T1));
printf("30. Сопротивление нагрузки для max(КПД)              rH0 = %.6f Ом\n", rH0);
printf("31. Фазовый сдвиг между E1 и u1                      psi1 = %.6f (%.6f)
Град\n", psi1a, psi1aT);
printf("32. Фазовый сдвиг между E1 и u1 (режим XX)          psilxx = %.6f Град\n", psilxxa);
printf("33. Фазовый сдвиг между u1 и i1                      phi1 = %.6f (%.6f)
Град\n", phi1a, phi1aT);

```

```

printf printf("34. Фазовый сдвиг между  $\Phi$  и  $i_1$ 
Град\n", xia, xiaT);
printf("35. КОНТРОЛЬНАЯ СУММА УГЛОВ = 90
Град\n", Fia, FiaT);
printf("36. Угол потерь
printf("37. КПД трансформатора
printf("38. Максимальный КПД
printf("39. Ток нагрузки  $i_2$  при Max(КПД)
A\n", i20, i2etaT);
printf("40. Напряжение  $u_2$  при Max(КПД)
B\n", u20, u2etaT);
printf("41. Коэффициент трансформации  $W_1/W_2$ 
printf("42. Полный условный ток холостого хода
mA\n", ixhmA, ixhTmA);
printf("43. Полный ток холостого хода
mA\n", i0xhmA, #, ixhTmA);
printf("44. Индуктивность  $W_1$  трансформатора
printf("45. Реактивное сопротивление обмотки  $W_1$ 
Om\n", xL1, xL1T);
printf("46. Активная составляющая тока  $W_1$ 
printf("47. Реактивная составляющая тока  $W_1$ 
printf("48. Полный ток первичной обмотки
printf("49. Ток первичной обмотки при MaxКПД
A\n", i10, i1etaT);
printf("50. Ток вторичной обмотки при MaxКПД
A\n", i20, i2etaT);
printf("51. Ток короткого замыкания (опыт КЗ)
printf("52. Ток  $i_2$  при  $T=0$  и КЗ ( $u_1$ =ном.)
printf("53. Ток  $i_2$  при  $T=T_{уст}$  и КЗ ( $u_1$ =ном.)
printf("54. Намагничивающий ток (равен  $i_{pxx}$ )
mA\n", immA, imTmA);
xi = %.6f (%.6f)
СУММА = %.6f (%.6f)
delta = %.6f Град\n", delta1);
КПД = %.6f (%.6f)\n", eta, etaT);
Max(КПД) = %.6f (%.6f)\n", Eta, EtaT);
i2 = %.6f (%.6f)
u2 = %.6f (%.6f)
n = %.6f\n", n);
ixh = %.6f (%.6f)
i0xx = %.6f
L1 = %.6f (%.6f) Гн\n", L1, L1T);
xL1 = %.6f (%.6f)
ila = %.6f (%.6f) A\n", ila, ilaT);
ilp = %.6f (%.6f) A\n", ilp, ilpT);
il = %.6f (%.6f) A\n", il, ilT);
i10 = %.6f (%.6f)
i20 = %.6f (%.6f)
ilk = %.6f (%.6f) A\n", ilk, ilkT);
i2k0 = %.6f A\n", i2k0);
i2k0T = %.6f A\n", i2k0T);
im = %.6f (%.6f)

```

```

printf("55. ЭДС первичной обмотки W1.           E1 = %.6f (%.6f) B\n",E1,E1T);
printf("56. ЭДС вторичной обмотки W2.           E2 = %.6f (%.6f) B\n",E2,E2T);
printf("57. ЭДС E1 обмотки W1 при Мах(КПД)       E10 = %.6f (%.6f)
B\n",E10,E1etaT);
printf("58. Напряжение короткого замыкания      u1k = %.6f (%.6f) B\n",u1k,u1kT);
printf("59. ЭДС E1 в опыте короткого замыкания  E1k = %.6f (%.6f) B\n",E1k,E1kT);
("60. ЭДС E2 в опыте короткого замыкания      E2k = %.6f (%.6f) B\n",E2k,E2kT);
printf("61. ЭДС E1 при КЗ и T=0 (u1=ном.)       E1k0 = %.6f B\n",E1k0);
printf("62. ЭДС E2 при КЗ и T=0 (u1=ном.)       E2k0 = %.6f B\n",E2k0);
printf("63. ЭДС E1 при КЗ и T=Туст (u1=ном.)    E1kT = %.6f B\n",E1kT);
printf("64. ЭДС E2 при КЗ и T=Туст (u1=ном.)    E2kT = %.6f B\n",E2kT);
printf("65. Напряжение холостого хода           u2xx = %.6f B\n",u2xx);
printf("66. Напряжение u2 при заданном i2        u2 = %.6f (%.6f) B\n",u2,u2T);
printf("67. Напряжение u2 при токе i2H          u2H = %.6f (%.6f) B\n",u2H,u2HT);
printf("68. Напряжение u2 при мах(КПД) и Туст   u2etaT = %.6f B\n",u2etaT);
printf("69. Падение напряжения при токе i2.     u2xx-u2 = %.6f (%.6f) B\n",E2xx-
u2,e2);
printf("70. Падение напряжения при токе i2H.    u2xx-u2H = %.6f (%.6f) B\n",E2xx-
u2H,e2H);
printf("71. Падение напряжения на r1 при токе ixx Du1xx = %.6f B\n",Du1xx);
printf("72. Падение напряжения на сопротивлении r1 Du1 = %.6f (%.6f) B\n",Du1,Du1T);
printf("73. Падение напряжения на сопротивлении r2 Du2 = %.6f (%.6f) B\n",Du2,Du2T);
printf("74. ЭДС E1 на холостом ходу             E1xx = %.6f (%.6f)
B\n",E1xx,E1xxT);
printf("75. ЭДС E2 на холостом ходу             E2xx = %.6f (%.6f)
B\n",E2xx,E2xxT);
printf("76. Индукция,соответст. заданным W1 и току i2 B(i2) = %.6f (%.6f) Тл\n",B2,B2T);
printf("77. Индукция,соответст. заданным W1 и току ixx   Bx = %.6f Тл\n",B1);
printf("\n");
printf("          *** ВНИМАНИЕ *** \n");
printf("Индукция Bx должна соответствовать рабочей индукции (задается) B=%.4f Тл.\n",B);

```

```

printf("Если такого соответствия нет, то следует уменьшить/увеличить количество\n");
printf("виткой W1 в первичной обмотке трансформатора\n");
else
printf("ВНИМАНИЕ Ток нагрузки i2 не может быть больше %.4f A\n",i2k0);
fi:
TIME:=time()-t;

```

Программа П1.1. Математическая модель трансформатора

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
2. Ток нагрузки	i2 = 7.1430 А
3. Номинальный ток нагрузки	i2H = 7.1430 А
4. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 60.0 мм
5. Диаметр магнитопровода	D2 = 100.0 мм
6. Высота магнитопровода	h = 20.0 мм
7. Сопротивление первичной обмотки	r1 = 5.3550 Ом
8. Сопротивление вторичной обмотки	r2 = 0.1050 Ом
9. Количество витков в обмотке W1	W1 = 1719.0 Виток
10. Количество витков в обмотке W2	W2 = 232.0 Виток
11. Магнитная индукция (рабочая)	B = 1.5000 Тл

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

В скобках указаны значения параметров трансформатора при Туст = Т

12. Температура перегрева при токе i2	T = 47.921588 Град
13. Температура перегрева (режим ХХ)	Txx = 3.611700 Град
14. Температура перегрева (опыт КЗ, ток=i2H)	Tk = 43.831867 Град
15. Температура перегрева при max(КПД) Т(maxКПД)	T(maxКПД) = 7.225117 Град
16. Мощность в нагрузке	P = 201.730286 (199.596152) Вт
17. Масса магнитопровода	mFe = 0.752776 кг
18. Потери в магнитопроводе (опыт КЗ)	Psk = 0.000649 Вт
19. Потери мощности в обмотке W1	P1 = 5.023524 (6.058404) Вт



20. Потери мощности в обмотке W2	P2 = 5.357357 (6.461309) Вт
21. Суммарные потери в меди	Pm = 10.380881 (12.519713) Вт
22. Потери в стали (зависят от тока i2)	Pc = 0.969295 (0.959675) Вт
23. Полные потери в трансформаторе	Pm+Pc = 11.350176 (13.479388) Вт
24. Потери мощности в меди при max(КПД)	Pm0 = 1.000922 (0.972855) Вт
25. Потери мощности в стали при max(КПД)	Pc0 = 1.001755 (0.988193) Вт
26. Полные потери мощности при max(КПД)	Pm0+Pc0 = 2.002678 (1.961048) Вт
27. Сопротивление первичной обмотки	r1 = 5.355000 (6.458466) Ом
28. Сопротивление вторичной обмотки	r2 = 0.105000 (0.126637) Ом
29. Приведенное сопротивление	r0 = 11.118848 (13.409855) Ом
30. Сопротивление нагрузки для max(КПД)	rH0 = 13.252457 Ом
31. Фазовый сдвиг между E1 и u1	psi1 = 0.005603 (0.006724) Град
32. Фазовый сдвиг между E1 и u1 (режим ХХ)	psi1xx = 0.005737 Град
33. Фазовый сдвиг между u1 и i1	phi1 = 0.232047 (0.229749) Град
34. Фазовый сдвиг между Ф и i1	xi = 89.762351 (89.763527) Град
35. КОНТРОЛЬНАЯ СУММА УГЛОВ = 90	СУММА = 90.000000 (90.000000) Град
36. Угол потерь	delta = 48.320899 Град
37. КПД трансформатора	КПД = 0.946733 (0.936739)
38. Максимальный КПД	Max(КПД) = 0.969895 (0.969448)
39. Ток нагрузки i2 при Max(КПД)	i2 = 2.206494 (2.142767) А
40. Напряжение u2 при Max(КПД)	u2 = 29.241462 (29.241175) В
41. Коэффициент трансформации W1/W2	n = 7.409483
42. Полный условный ток холостого хода	ixx = 6.041477 (6.011423) mA
43. Полный ток холостого хода	i0xx = 6.186650 mA
44. Индуктивность W1 трансформатора	L1 = 174.315293 (175.186780) Гн
45. Реактивное сопротивление обмотки W1	xL1 = 54762.764387 (55036.550213) Ом
46. Активная составляющая тока W1	i1a = 0.968548 (0.968525) А
47. Реактивная составляющая тока W1	i1p = 0.003923 (0.003884) А
48. Полный ток первичной обмотки	i1 = 0.968555 (0.968533) А
49. Ток первичной обмотки при MaxКПД	i10 = 0.302408 (0.293808) А
50. Ток вторичной обмотки при MaxКПД	i20 = 2.206494 (2.142767) А

51. Ток короткого замыкания (опыт КЗ)	$i_{1k} = 0.964152$ (0.964174) A
52. Ток $i_2$ при $T=0$ и КЗ ( $u_1$ =ном.)	$i_{2k0} = 146.587928$ A
53. Ток $i_2$ при $T$ =Туст и КЗ ( $u_1$ =ном.)	$i_{2k0T} = 16.879822$ A
54. Намагничивающий ток (равен $i_{рхх}$ )	$i_m = 4.017328$ (3.997344) mA
55. ЭДС первичной обмотки $W_1$ .	$E_1 = 214.813429$ (213.744814) В
56. ЭДС вторичной обмотки $W_2$ .	$E_2 = 28.991690$ (28.847468) В
57. ЭДС $E_1$ обмотки $W_1$ при $Max$ (КПД)	$E_{10} = 218.380752$ (216.897463) В
58. Напряжение короткого замыкания	$u_{1k} = 10.720255$ (12.740917) В
59. ЭДС $E_1$ в опыте короткого замыкания	$E_{1k} = 5.557223$ (6.604632) В
60. ЭДС $E_2$ в опыте короткого замыкания	$E_{2k} = 0.750015$ (0.891376) В
61. ЭДС $E_1$ при КЗ и $T=0$ ( $u_1$ =ном.)	$E_{1k0} = 114.044776$ В
62. ЭДС $E_2$ при КЗ и $T=0$ ( $u_1$ =ном.)	$E_{2k0} = 15.391732$ В
63. ЭДС $E_1$ при КЗ и $T$ =Туст ( $u_1$ =ном.)	$E_{1kT} = 6.604632$ В
64. ЭДС $E_2$ при КЗ и $T$ =Туст ( $u_1$ =ном.)	$E_{2kT} = 0.891376$ В
65. Напряжение холостого хода	$u_{2xx} = 29.688342$ В
66. Напряжение $u_2$ при заданном $i_2$	$u_2 = 28.241675$ (27.942902) В
67. Напряжение $u_2$ при токе $i_{2H}$	$u_{2H} = 28.241675$ (27.942902) В
68. Напряжение $u_2$ при $max$ (КПД) и Туст	$u_{2\eta T} = 29.241175$ В
69. Падение напряжения при токе $i_2$ .	$u_{2xx}-u_2 = 1.446666$ (1.745439) В
70. Падение напряжения при токе $i_{2H}$ .	$u_{2xx}-u_{2H} = 1.446666$ (1.745439) В
71. Падение напряжения на $r_1$ при токе $i_{xx}$	$Du_{1xx} = 0.032352$ В
72. Падение напряжения на сопротивлении $r_1$	$Du_1 = 5.186615$ (6.255238) В
73. Падение напряжения на сопротивлении $r_2$	$Du_2 = 0.750015$ (0.904565) В
74. ЭДС $E_1$ на холостом ходу	$E_{1xx} = 219.975255$ (219.974871) В
75. ЭДС $E_2$ на холостом ходу	$E_{2xx} = 29.688342$ (29.688290) В
76. Индукция, соответст. заданным $W_1$ и току $i_2$	$B(i_2) = 1.464939$ (1.457651) Тл
77. Индукция, соответст. заданным $W_1$ и току $i_{xx}$	$B_x = 1.500140$ Тл

Программа П 1.2.

Расчет трансформатора минимальной массы / стоимости.

Оптимизация проводится по параметрам  $R_m$ ,  $R_c$ ,  $\epsilon$ .

Температура перегрева  $T$  и коэффициент керна  $k$  задаются.

### Maple 13

```
restart:
with(DirectSearch):
with(Optimization):
with(plots):
with(plots,implicitplot):
with(plots,intersectplot):
Digits:=10:
```

### Данные для расчета

```
Const:=0:      # Min массы Const:=0, Min стоимости Const:=1
P:=10:         # Номинальная мощность нагрузки, Вт
u1:=220.0:     # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0:     # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D0:=29.4:     # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм
k:=1:         # Коэффициент керна
c1:=280:      # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120:      # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
T:=20:       # Температура перегрева трансформатора. градус
```

### Физические константы и коэффициенты

```
chi:=0.0043:   # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)
rm:=0.0175*(1e-6): # Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890:    # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800:    # Плотность Fe=7800, кг/м3
kc:=0.96:    # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
```

```

alpha:=14:           # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08:            # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16:           # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:          # Удельные потери в стали, Вт/кг
V:=1.5:            # Индукция Тл.
f:=50:             # Частота питающей сети, Гц
omega:=2*Pi*f:     # Круговая частота
H:=40:             # Напряженность поля (А/м) при индукции 1.5Тл
mu0:=4*Pi*1e-7:   # Магнитная постоянная
mu:=30000:         # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:           # Коэффициент укладки меди

```

#### Описание целевой функции

```

E1:=u1-a*u1*Pm/x1: # ЭДС первичной обмотки, В
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки, В
x1:=a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm):
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*10/(u1-E1): # Сечение провода W1, м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*10/(E2-u2): # Сечение провода W2, м2
l0:=2*(1+k)*h: # Длина единичного витка, м
l1:=a*l0*W1: # Длина первичной обмотки, м
l2:=b*l0*W2: # Длина вторичной обмотки, м

r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 при T=0
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2: # Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Tуст
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Tуст

beta:=rc*kc*P0: # Вспомогательный коэффициент
mCu:=rcu*(S1*l1+S2*l2): # Масса меди, кг
mFe:=Pc/P0: # Масса стали, кг

```

$c := C1 * mCu + C2 * mFe$ : # C1, C2 весовые коэффициенты  
 $C := (Pm, Pc, epsilon, k, T) \rightarrow c$ : # Функция цели

#### Уравнение связи

$Q := q * (W1 * S1 + W2 * S2)$ : # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра  
 $y := 2 * \sqrt{ST + Q} = \sqrt{Pi} * D1$ :  
 $Y := (Pm, Pc, epsilon, k, T) \rightarrow y$ :

#### Геометрические размеры магнитопровода

$h := 2 * \alpha * (1 + k) * T / k / \beta * Pc / (Pm + Pc)$ : # Высота магнитопровода, м  
 $D1 := Pc / Pi / k / \beta / h^2 - k * h$ : # Диаметр окна магнитопровода, м  
 $D2 := Pc / Pi / k / \beta / h^2 + k * h$ : # Диаметр магнитопровода, м  
 $ST := (1e-6) * Pi * D0^2 / 4$ : # Технологическое окно, м

#### Электрические характеристики трансформатора

$\delta := \arctan(\mu_0 * \mu * rc * kc * P0 / Pi / f / B^2)$ : # Угол потерь  
 $\eta := P / (P + Pm + Pc)$ : # КПД трансформатора  
 $ia_{xx} := Pc / u1$ : # Активная составляющая тока XX, А  
 $ip_{xx} := ia_{xx} / \tan(\delta)$ : # Реактивная составляющая тока XX, А  
 $ixx := \sqrt{ia_{xx}^2 + ip_{xx}^2}$ : # Полный ток холостого хода, А  
 $i1a := (P + Pm + Pc) / u1$ : # Активная составляющая тока обмотки W1, А  
 $i1 := \sqrt{ip_{xx}^2 + i1a^2}$ : # Полный ток обмотки W1, А  
 $i2 := P / u2$ : # Ток в нагрузке, А  
 $im := ip_{xx}$ : # Намагничивающий ток (А)  
 $L1 := u1 / \omega / ip_{xx}$ : # Индуктивность первичной обмотки  
 $xL1 := u1 / ip_{xx}$ : # Реактивное сопротивление первичной обмотки  
 $Du1 := a * u1 * Pm / x1$ : # Падение напряжения u1  
 $Du2 := \epsilon * b * (P + Pm) * Pm / x1 / i2$ : # Падение напряжения u2  
 $ukz := Pm / i1$ : # Напряжение короткого замыкания  
 $R0 := Pm / i1^2$ : # Эквивалентное сопротивление при Туст.  
 $r0 := Pm / (1 + \chi * T) / i1^2$ : # Начальное эквивалентное сопротивление  
 $El_{xx} := u1 - (1 + \chi * T) * r1 * ixx$ : # ЭДС тока холостого хода

```

E2xx:=W2*E1xx/W1:      # Напряжение холостого хода
n:=W1/W2:              # Коэффициент трансформации

P1:=r1*i1^2:          # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2:          # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T):    # Потери в обмотке W1 при T=Tуст
Pm2:=P2*(1+chi*T):    # Потери в обмотке W2 при T=Tуст

W0:=N*beta^2*k*(Pm+Pc)^2/4/kc/alpha^2/(1+k)^2/V/T^2/Pc^2:
W1:=W0*E1:            # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1,мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2,мм
j1:=(1e-6)*i1/S1:     # Плотность тока i1,А/мм2
j2:=epsilon*j1:       # Плотность тока i2,А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4):    # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(D1^2-4*Q/Pi): # Окно после намотки (вычислено)

```

#### Оптимизация трансформатора.

Оптимизация трансформатора проводится с помощью пакета DirectSearch.

Трансформатор оптимизируется по параметрам Pm, Pc, epsilon.

```

constr:=[Y(Pm,Pc,epsilon,k,T),Pm>=0,Pc>=0,epsilon>=0]:
if Const=0 then C1:=1: C2:=1:
  Cmin:=Search(C(Pm,Pc,epsilon,k,T),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon]):
  SUMMA:=Cmin[1]: # Минимальная масса трансформатора
  Pm:=Cmin[2][1]: # Потери Pm при которых M=min
  Pc:=Cmin[2][2]: # Потери Pc при которых M=min
  epsilon:=Cmin[2][3]: # Значение epsilon при котором M=min
  SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора

```

```

txt:=`Трансформатор минимальной массы при заданном
коэффициенте керна и заданной температуре перегрева`:
else C1:=c1: C2:=c2:
Cmin:=Search(C(Pm,Pc,epsilon,k,T),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon]):
SUMMA:=Cmin[1]: # Минимальная стоимость трансформатора
Pm:=Cmin[2][1]: # Потери Pm при которых СТОИМОСТЬ=min
Pc:=Cmin[2][2]: # Потери Pc при которых СТОИМОСТЬ=min
epsilon:=Cmin[2][3]: # Значение epsilon при котором СТОИМОСТЬ=min
txt:=`Трансформатор минимальной стоимости при заданном
коэффициенте керна и заданной температуре перегрева`:end
if:

```

#### Результаты расчета трансформатора

```

printf("Программа П1.2. Расчет оптимального трансформатора.");
printf(`txt`);
printf(" *** ЗАДАнные ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1. Полезная мощность P = %.1f Вт\n",P);
printf("2. Напряжение первичной обмотки u1 = %.1f В\n",u1);
printf("3. Напряжение вторичной обмотки u2 = %.1f В\n",u2);
printf("4. Заданное окно после намотки D0 = %.1f мм\n",D0);
printf("5. Коэффициент формы керна k = %.4f\n",k);
printf("6. Температура перегрева трансформатора T = %.2f град.\n",T);
printf(" *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("7. Диаметр магнитопровода D2 = %.4f
мм\n",1000*D2);
printf("8. Диаметр окна магнитопровода D1 = %.4f
мм\n",1000*D1);
printf("9. Высота магнитопровода H = %.4f
мм\n",1000*h);
printf("10. Масса меди всех обмоток mCu = %.4f кг\n",mCu);
printf("11. Масса магнитопровода mFe = %.4f кг\n",mFe);

```

```

printf("12. Масса трансформатора          M = %.4f
кГ\n",mCu+mFe);
printf("13. Основные материалы          Цена = %.2f
руб\n",SUMMA);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь)          Pс = %.4f Вт\n",Pс);
printf("15. Начальные потери мощности в обмотке W1          P1 = %.4f Вт\n",P1);
printf("16. Начальные потери мощности в обмотке W2          P2 = %.4f Вт\n",P2);
printf("17. Начальные общие потери мощности в меди          P1+P2 = %.4f
Вт\n",P1+P2);
printf("18. Потери мощности в W1 при Туст.          Pm1 = %.4f Вт\n",Pm1);
printf("19. Потери мощности в W2 при Туст.          Pm2 = %.4f Вт\n",Pm2);
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при Туст          Pm = %.4f Вт\n",Pm);
printf("21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст. Pс+Pm = %.4f
Вт\n",Pс+Pm);
printf("22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра          r0 = %.4f Ом\n",r0);
printf("23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.          R0 = %.4f Ом\n",R0);
printf("24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.          r1 = %.4f Ом\n",r1);
printf("25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.          r2 = %.4f Ом\n",r2);
printf("26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.          R1 = %.4f Ом\n",R1);
printf("27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.          R2 = %.4f Ом\n",R2);
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора          КПД = %.4f\n",eta);
printf("29. Коэффициент трансформации          n = %.4f\n",n);
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода          iaхх = %.4f
мА\n",1000*iaхх);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода          ipхх = %.4f
мА\n",1000*ipхх);
printf("32. Полный ток холостого хода          iхх = %.4f
мА\n",1000*iхх);
printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора          L1 = %.4f Гн\n",L1);
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра          xL1 = %.4f Ом\n",xL1);
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке          i1а = %.4f А\n",i1а);

```



```

printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке
mA\n",1000*ipxx);
printf("37. Полный ток первичной обмотки
printf("38. Ток вторичной обмотки
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
mA\n",1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
printf("44. Напряжение короткого замыкания
printf("45. Напряжение холостого хода
printf("46. Количество витков на один вольт ЭДС
ток/V\n",W0);
printf("47. Количество витки первичной обмотки
printf("48. Количество витки вторичной обмотки
ток\n",W2);
printf("49. Сечение провода первичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки
printf("53. Плотность тока первичной обмотки
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки
A/мм2\n",j2);
printf("55. Коэффициент перераспределения токов
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля)
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");
ilp = %.4f
i1 = %.4f A\n",i1);
i2 = %.4f A\n",i2);
im = %.4f
E1 = %.4f B\n",E1);
Du1 = %.4f B\n",Du1);
E2 = %.4f B\n",E2);
Du2 = %.4f B\n",Du2);
Uкз = %.4f B\n",ukz);
U2xx = %.4f\ B\n",E2xx);
W0 = %.4f ви-
W1 = %.2f виток\n",W1);
W2 = %.2f ви-
S1 = %.4f
S2 = %.4f
d1 = %.4f мм\n",d1);
d2 = %.4f мм\n",d2);
j1 = %.6f A/мм2\n",j1);
j2 = %.6f
epsilon = %.6f\n",epsilon);
Kз = %.4f\n",kz);
Dx = %.4f мм\n",Dx);

```

Программа П1.2. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы при заданном  
коэффициенте керна и заданной температуре перегрева

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	P = 10.0 Вт
2. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
3. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 36.0 В
4. Заданное окно после намотки	D0 = 29.4 мм
5. Коэффициент формы керна	k = 1.0000
6. Температура перегрева трансформатора	T = 20.00 град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	D2 = 56.0557 мм
8. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 34.5558 мм
9. Высота магнитопровода	H = 10.7500 мм
10. Масса меди всех обмоток	mCu = 0.0873 кг
11. Масса магнитопровода	mFe = 0.1232 кг
12. Масса трансформатора	M = 0.2105 кг
13. Основные материалы	Цена = 39.22 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	Pc = 0.1663 Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	P1 = 0.7437 Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	P2 = 0.6812 Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	P1+P2 = 1.4249 Вт
18. Потери мощности в W1 при Tуст.	Pm1 = 0.8077 Вт
19. Потери мощности в W2 при Tуст.	Pm2 = 0.7397 Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Tуст	Pm = 1.5474 Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Tуст.	Pc+Pm = 1.7137 Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	r0 = 502.5251 Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Tуст.	R0 = 545.7423 Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	r1 = 262.2936 Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	r2 = 8.8278 Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Tуст.	R1 = 284.8508 Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Tуст.	R2 = 9.5870 Ом

28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.8537
29. Коэффициент трансформации	n = 5.2922
30. Активная составляющая тока холостого хода	iaxx = 0.7558 mA
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	ipxx = 0.7009 mA
32. Полный ток холостого хода	ixx = 1.0308 mA
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	L1 = 999.0931 Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	xL1 = 313874.3508 Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	ila = 0.0532 A
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	ilp = 0.7009 mA
37. Полный ток первичной обмотки	il = 0.0532 A
38. Ток вторичной обмотки	i2 = 0.2778 A
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	im = 0.7009 mA
40. ЭДС первичной обмотки W1.	E1 = 204.8321 В
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	Du1 = 15.1679 В
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	E2 = 38.6630 В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	Du2 = 2.6630 В
44. Напряжение короткого замыкания	Uкз = 29.0600 В
45. Напряжение холостого хода	U2xx = 41.5152В
46. Количество витков на один вольт ЭДС	W0 = 27.0513 виток/В
47. Количество витки первичной обмотки	W1 = 5540.97 виток
48. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 1047.01 виток
49. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 0.0172 мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 0.1034 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 0.1478 мм
52. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 0.3629 мм
53. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 3.101565 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 2.683092 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент перераспределения токов	epsilon = 0.865077
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	Кз = 0.2762
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dx = 29.3998 мм
Параметр Dx должен быть равен D0	

Программа П1.3.

Расчет трансформатора минимальной массы / стоимости.

Оптимизация трансформатора проводится по параметрам  $P_m$ ,  $T$ ,  $k$ ,  $\epsilon$  при условии равенства потерь  $P_m = P_c$ .

Maple 13

```
restart:
with(DirectSearch):
with(plots):
Digits:=10:
```

Данные для расчета

```
Const:=0: # Min массы Const:=0, Min стоимости Const:=1
P:=1000: # Номинальная мощность нагрузки, Вт
u1:=220.0: # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0: # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D0:=50: # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм
c1:=280: # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120: # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
```

Физические константы и коэффициенты

```
chi:=0.0043: # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)
rm:=0.0175*(1e-6):# Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890: # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800: # Плотность Fe=7800, кг/м3
kc:=0.96: # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14: # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08: # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16: # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35: # Удельные потери в стали, Вт/кг
```

```

B:=1.5:           # Индукция Тл.
f:=50:           # Частота питающей сети, Гц
omega:=2*Pi*f:   # Круговая частота
H:=40:           # Напряженность поля (А/м) при индукции 1.5Тл
mu0:=4*Pi*1e-7: # Магнитная постоянная
mu:=30000:       # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:         # Коэффициент укладки меди

```

#### Описание целевой функции

```

Pc:=Pm:          # Условие равенства потерь
E1:=u1-a*u1*Pm/x1: # ЭДС первичной обмотки, В
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки, В
x1:=a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm):
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*10/(u1-E1): # Сечение провода W1, м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*10/(E2-u2): # Сечение провода W2, м2
l0:=2*(1+k)*h:   # Длина единичного витка, м
l1:=a*l0*W1:     # Длина первичной обмотки, м
l2:=b*l0*W2:     # Длина вторичной обмотки, м

r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1:# Сопротивление W1 при T=0
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2:# Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Туст
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Туст

beta:=rc*kc*P0:  # Вспомогательный коэффициент
mFe:=Pc/P0:      # Масса стали, кг
mCu:=rcu*(S1*l1+S2*l2): # Масса меди, кг
c:=C1*mCu+C2*mFe: # C1, C2 весовые коэффициенты
C:=(Pm, T, epsilon)->c: # Функция цели

```

**Уравнение связи**

$Q:=q*(W1*S1+W2*S2):$  # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра  
 $y:=2*\sqrt{ST+Q}=\sqrt{\pi}*D1:$   
 $Y:=(Pm,T,\epsilon,k)\rightarrow y:$

**Геометрические размеры магнитопровода**

$h:=2*\alpha*(1+k)*T/k/\beta*Pc/(Pm+Pc):$  # Высота магнитопровода, м  
 $D1:=Pc/\pi/k/\beta/h^2-k*h:$  # Диаметр окна магнитопровода, м  
 $D2:=Pc/\pi/k/\beta/h^2+k*h:$  # Диаметр магнитопровода, м  
 $ST:=(1e-6)*\pi*D0^2/4:$  # Технологическое окно, м

**Электрические характеристики трансформатора**

$\delta:=\arctan(\mu_0*\mu*rc*kc*P0/\pi/f/B^2):$  # Угол потерь  
 $\eta:=P/(P+Pm+Pc):$  # КПД трансформатора  
 $ia_{xx}:=Pc/u1:$  # Активная составляющая тока XX, А  
 $ip_{xx}:=ia_{xx}/\tan(\delta):$  # Реактивная составляющая тока XX, А  
 $ix_{xx}:=\sqrt{ia_{xx}^2+ip_{xx}^2}:#$  Полный ток холостого хода, А  
 $ila:=(P+Pm+Pc)/u1:$  # Активная составляющая тока обмотки W1, А  
 $i1:=\sqrt{ip_{xx}^2+ila^2}:#$  Полный ток обмотки W1, А  
 $i2:=P/u2:$  # Ток в нагрузке, А  
 $im:=ip_{xx}:#$  Намагничивающий ток, А  
 $L1:=u1/\omega/ip_{xx}:#$  Индуктивность первичной обмотки  
 $xL1:=u1/ip_{xx}:#$  Реактивное сопротивление первичной обмотки  
  
 $Du1:=a*u1*Pm/x1:$  # Падение напряжения u1  
 $Du2:=\epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2:#$  Падение напряжения u2  
 $ukz:=Pm/i1:$  # Напряжение короткого замыкания  
 $R0:=Pm/i1^2:$  # Эквивалентное сопротивление при T=Туст.  
 $r0:=Pm/(1+\chi*T)/i1^2:#$  Эквивалентное сопротивление при T=0  
 $E1_{xx}:=u1-(1+\chi*T)*r1*ix_{xx}:#$  ЭДС тока холостого хода  
 $E2_{xx}:=W2*E1_{xx}/W1:#$  Напряжение холостого хода  
 $n:=W1/W2:#$  Коэффициент трансформации

```

P1:=r1*i1^2:           # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2:           # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T):    # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T):    # Потери в обмотке W2 при T=Туст

W0:=N*beta^2*k*(Pm+Pc)^2/4/kc/alpha^2/(1+k)^2/V/T^2/Pc^2:
W1:=W0*E1:            # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1, мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2, мм
j1:=(1e-6)*i1/S1:     # Плотность тока i1, А/мм2
j2:=epsilon*j1:       # Плотность тока i2, А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4):    # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(D1^2-4*Q/Pi): # Окно после намотки (вычислено)

```

#### Оптимизация трансформатора.

Оптимизация трансформатора по параметрам Pm, T, epsilon, k проводится с помощью пакета DirectSearch.

```

constr:=[Y(Pm, T, epsilon, k), Pm>=0, epsilon>=0, k>=0]:
if Const=0 then C1:=1: C2:=1:
  Cmin:=Search(C(Pm, T, epsilon), constr, variables=[Pm, T, epsilon, k]):
  MACCA:=Cmin[1]:           # Минимальная масса трансформатора
  Pm:=Cmin[2][1]:          # Потери Pm при которых M=min
  T:=Cmin[2][2]:           # Температура перегрева тр-ра при которой M=min
  epsilon:=Cmin[2][3]:     # Значение epsilon при котором M=min
  k:=Cmin[2][4]:           # Коэффициент керна при котором M=min
  SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора
  txt:='Трансформатор минимальной массы при равенстве потерь Pm=Pc':
else C1:=c1: C2:=c2:
  Cmin:=Search(C(Pm, T, epsilon), constr, variables=[Pm, T, epsilon, k]):

```

```

SUMMA:=Cmin[1]:          # Минимальная стоимость трансформатора
Pm:=Cmin[2][1];         # Потери Pm при которых СТОИМОСТЬ=min
T:=Cmin[2][2];          # Температура перегрева тр-ра при которой СТОИМОСТЬ=min
epsilon:=Cmin[2][3];     # Значение epsilon при котором СТОИМОСТЬ=min
k:=Cmin[2][4];           # Коэффициент керна при котором СТОИМОСТЬ=min
МАССА:=evalf(mCu+mFe):  # Масса трансформатора
txt:='Трансформатор минимальной стоимости при равенстве потерь Pm=Pc`:end
if:

```

#### Результаты расчета трансформатора

```

printf("Программа П1.3. Расчет оптимального трансформатора.");
printf(`txt`);
printf("  *** ЗАДАнные ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1.  Полезная мощность                P = %.1f Вт\n", P);
printf("2.  Напряжение первичной обмотки      u1 = %.1f В\n", u1);
printf("3.  Напряжение вторичной обмотки      u2 = %.1f В\n", u2);
printf("4.  Заданное окно после намотки        D0 = %.1f мм\n", D0);
printf("  *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("5.  Температура перегрева трансформатора T = %.4f
град.\n", T);
printf("6.  Диаметр магнитопровода              D2 = %.4f
мм\n", 1000*D2);
printf("7.  Диаметр окна магнитопровода          D1 = %.4f
мм\n", 1000*D1);
printf("8.  Высота магнитопровода                H = %.4f
мм\n", 1000*h);
printf("9.  Коэффициент формы керна              k = %.4f\n", k);
printf("10. Масса меди всех обмоток              mCu = %.4f кг\n", mCu);
printf("11. Масса магнитопровода                 mFe = %.4f кг\n", mFe);
printf("12. Масса трансформатора                 M = %.4f
кг\n", МАССА);

```



```

printf("13. Основные материалы          Цена = %.2f
руб\n",SUMMA);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь)          Pc = %.4f Вт\n",Pc);
printf("15. Начальные потери мощности в обмотке W1    P1 = %.4f Вт\n",P1);
printf("16. Начальные потери мощности в обмотке W2    P2 = %.4f Вт\n",P2);
printf("17. Начальные общие потери мощности в меди    P1+P2 = %.4f
Вт\n",P1+P2);
printf("18. Потери мощности в W1 при Туст.          Pm1 = %.4f Вт\n",Pm1);
printf("19. Потери мощности в W2 при Туст.          Pm2 = %.4f Вт\n",Pm2);
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при Туст Pm = %.4f Вт\n",Pm);
printf("21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст. Pc+Pm = %.4f
Вт\n",Pc+Pm);
printf("22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра    r0 = %.4f Ом\n",r0);
printf("23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.    R0 = %.4f Ом\n",R0);
printf("24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Т=0.          r1 = %.4f Ом\n",r1);
printf("25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Т=0.          r2 = %.4f Ом\n",r2);
printf("26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.          R1 = %.4f Ом\n",R1);
printf("27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.          R2 = %.4f Ом\n",R2);
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора    КПД = %.4f\n",eta);
printf("29. Коэффициент трансформации                      n = %.4f\n",n);
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода    iaхх = %.4f
mA\n",1000*iaхх);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода    ipхх = %.4f
mA\n",1000*ipхх);
printf("32. Полный ток холостого хода                      iхх = %.4f
mA\n",1000*iхх);
printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора    L1 = %.4f Гн\n",L1);
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра    xL1 = %.4f Ом\n",xL1);
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке    ila = %.4f A\n",ila);
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке    ilp = %.4f
mA\n",1000*ipхх);

```

```

printf("37. Полный ток первичной обмотки
printf("38. Ток вторичной обмотки
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
mA\n",1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
printf("44. Напряжение короткого замыкания
printf("45. Напряжение холостого хода
printf("46. Количество витков на один вольт ЭДС
ток/V\n",W0);
printf("47. Количество витки первичной обмотки
ток\n",W1);
printf("48. Количество витки вторичной обмотки
ток\n",W2);
printf("49. Сечение провода первичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки
printf("53. Плотность тока первичной обмотки
A/мм2\n",j1);
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки
A/мм2\n",j2);
printf("55. Коэффициент перераспределения токов
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля)
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");

i1 = %.4f A\n",i1);
i2 = %.4f A\n",i2);
im = %.4f

E1 = %.4f B\n",E1);
Du1 = %.4f B\n",Du1);
E2 = %.4f B\n",E2);
Du2 = %.4f B\n",Du2);
Uкз = %.4f B\n",ukz);
U2xx = %.4f\ B\n",E2xx);
W0 = %.4f ви-

W1 = %.2f ви-
W2 = %.2f ви-

S1 = %.4f
S2 = %.4f

d1 = %.4f мм\n",d1);
d2 = %.4f мм\n",d2);
j1 = %.6f

j2 = %.6f

epsilon = %.6f\n",epsilon);
Kз = %.4f\n",kz);
Dx = %.4f мм\n",Dx);

```

Программа П1.3. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы при равенстве потерь  $P_m=P_c$

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	$P = 1000.0$ Вт
2. Напряжение первичной обмотки	$u_1 = 220.0$ В
3. Напряжение вторичной обмотки	$u_2 = 36.0$ В
4. Заданное окно после намотки	$D_0 = 50.0$ мм

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

5. Температура перегрева трансформатора	$T = 19.6001$ град.
6. Диаметр магнитопровода	$D_2 = 164.8075$ мм
7. Диаметр окна магнитопровода	$D_1 = 73.3315$ мм
8. Высота магнитопровода	$H = 66.7743$ мм
9. Коэффициент формы зерна	$k = 0.6850$
10. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 3.9784$ кг
11. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 8.5547$ кг
12. Масса трансформатора	$M = 12.5330$ кг
13. Основные материалы	Цена = 2140.50 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	$P_c = 11.5488$ Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	$P_1 = 5.2097$ Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	$P_2 = 5.4414$ Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	$P_1+P_2 = 10.6511$ Вт
18. Потери мощности в W1 при Туст.	$P_{m1} = 5.6487$ Вт
19. Потери мощности в W2 при Туст.	$P_{m2} = 5.9001$ Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Туст	$P_m = 11.5488$ Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	$P_c+P_m = 23.0976$ Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	$r_0 = 0.4924$ Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	$R_0 = 0.5339$ Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_1 = 0.2409$ Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_2 = 0.0071$ Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_1 = 0.2612$ Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_2 = 0.0076$ Ом

28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.9774
29. Коэффициент трансформации	n = 6.0413
30. Активная составляющая тока холостого хода	iaxx = 52.4945 mA
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	ipxx = 48.6839 mA
32. Полный ток холостого хода	ixx = 71.5947 mA
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	L1 = 14.3842 Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	xL1 = 4518.9440 Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	i1a = 4.6504 A
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	i1p = 48.6839 mA
37. Полный ток первичной обмотки	i1 = 4.6507 A
38. Ток вторичной обмотки	i2 = 27.7778 A
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	im = 48.6839 mA
40. ЭДС первичной обмотки W1.	E1 = 218.7854 В
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	Du1 = 1.2146 В
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	E2 = 36.2124 В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	Du2 = 0.2124 В
44. Напряжение короткого замыкания	Uкз = 2.4832 В
45. Напряжение холостого хода	U2xx = 36.4127В
46. Количество витков на один вольт ЭДС	W0 = 1.0236 виток/В
47. Количество витки первичной обмотки	W1 = 223.94 виток
48. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 37.07 виток
49. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 3.9541 мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 24.0093 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 2.2438 мм
52. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 5.5290 мм
53. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 1.176158 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 1.156884 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент перераспределения токов	epsilon = 0.983612
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	Кз = 0.5352
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dx = 49.9921 мм
Параметр Dx должен быть равен D0	

#### Программа П1.4.

Расчет трансформатора минимальной массы (стоимости).

Температура перегрева T и размеры магнитопровода задаются.

Оптимизация по параметру epsilon.

#### Maple 13

```
restart:
with(DirectSearch):
with(Optimization):
with(plots):
with(plots,implicitplot):
with(plots,intersectplot):
Digits:=10:
```

#### Данные для расчета

```
P:=63:           # Номинальная мощность нагрузки, Вт
u1:=220:         # Напряжение на первичной обмотке,
u2:=24:         # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D1:=60:         # Диаметр окна магнитопровода, мм
D2:=100:        # Диаметр магнитопровода, мм
h:=20:         # Высота магнитопровода, мм
D0:=0:         # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм
c1:=280:        # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120:        # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
T:=50:         # Температура перегрева трансформатора. градус
```

#### Физические константы и коэффициенты

```
chi:=0.0043:    # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)
rm:=0.0175*(1e-6): # Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890:      # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
```

```

rc:=7800:          # Плотность стали Fe=7800, кг/м3
kc:=0.96:         # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14:        # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08:          # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16:          # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:         # Удельные потери в стали, Вт/кг
V:=1.5:           # Индукция, Тл.
f:=50:            # Частота питающей сети, Гц
omega:=2*Pi*f:    # Круговая частота
H:=40:            # Напряженность магнитного поля, А/м при индукции 1.5 Тл.
mu0:=4*Pi*1e-7:  # Магнитная постоянная
mu:=30000:        # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:          # Коэффициент укладки меди

```

#### Описание параметров трансформатора

```

Tx:=-T:           # Временное хранение T
T:='T':           # Освободить переменную T
beta:=rc*kc*P0:  # Вспомогательный коэффициент
delta:=arctan(mu0*mu*rc*P0/Pi/f/V^2): # Угол потерь
eta:=P/(P+alpha*F*T): # КПД трансформатора
ila:=(P+alpha*F*T)/u1: # Активная составляющая тока i1, А
ilp:=ipxx:        # Реактивная составляющая тока i1, А
i1:=sqrt(ilp^2+ila^2): # Полный ток, потребляемый из сети, А
i2:=P/u2:          # Полный ток нагрузки, А
iaxx:=Pc/u1:       # Активная составляющая тока ixx, А
ipxx:=iaxx/tan(delta): # Реактивная составляющая тока ixx, А
ixx:=sqrt(iaxx^2+ipxx^2): # Полный ток ixx, А
im:=ipxx:          # Намагничивающий ток, А
Pc:=beta*V:        # Потери в стали, Вт
Pm:=alpha*F*T-Pc: # Потери в меди, Вт

```

```

E1:=u1-a*u1*Pm/(a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm)): # ЭДС первичной обмотки, В
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/(a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm))/i2: # ЭДС вторичной обмотки, В
Du1:=u1-E1: # Падение напряжения u1 на r1
Du2:=E2-u2: # Падение напряжения u2 на r2
r1:=Du1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 при T=0
r2:=Du2/(1+chi*T)/i2: # Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Туст
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Туст
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*(u1-Du1)*N*F/Du1/kc/B/V: # Сечение провода
S2:=rm*b*(1+chi*T)*P*(u2+Du2)*N*F/u2/Du2/kc/B/V: # Сечение провода

```

#### Описание целевой функции

```

mFe:=Pc/P0: # Масса стали
Q:=q*(S1*W1+S2*W2):
mCu:=rcu*(S1*l1+S2*l2): # Масса меди
C:=(T, epsilon)->C1*mCu+C2*mFe: # Функция цели

```

#### Геометрические параметры магнитопровода и потери

```

D11:=D1/1000: # D11 диаметр окна магнитопровода, м
D22:=D2/1000: # D22 диаметр магнитопровода, м
D00:=D0/1000: # D00 диаметр окна после намотки, м
h1:=h/1000: # h1 высота магнитопровода, м
k:=(D2-D1)/2/h: # Коэффициент формы керна
V:=Pi*(D11/2+D22/2)*k*h1^2: # Объем магнитопровода, м3

F:=2*Pi*(D11/2+D22/2)*(1+k)*h1: # Площадь поверхности магнитопровода, м2
S0:=Pi*D11^2/4: # Площадь окна магнитопровода, м2
ST:=Pi*D00^2/4: # Площадь технологического окна, м2

```

**Электрические характеристики трансформатора**

```

L1:=u1/omega/ipxx: # Индуктивность первичной обмотки
xL1:=u1/ipxx: # Реактивное сопротивление первичной обмотки

uk:=Pm/i1: # Напряжение короткого замыкания
R0:=Pm/i1^2: # Приведенное сопротивление при T=Туст.
r0:=R0/(1+chi*T): # Приведенное сопротивление при T=0
E1xx:=u1-(1+chi*T)*r1*ixx: # ЭДС E1, холостой ход
E2xx:=W2*E1xx/W1: # ЭДС E2, холостой ход
n:=W1/W2: # Коэффициент трансформации

P1:=r1*i1^2: # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2: # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T): # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T): # Потери в обмотке W2 при T=Туст

W0:=k*N*F^2/4/kc/(1+k)^2/B/V^2: # Количество витков на 1 вольт ЭДС
l0:=4*(1+k)^2*V/k/F: # Длина единичного витка, м
l1:=a*W1*l0: # Длина первичной обмотки, м
l2:=b*W2*l0: # Длина вторичной обмотки, м
W1:=W0*E1: # Количество витков первичной обмотки
W2:=W0*E2: # Количество витков вторичной обмотки
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1 мм2
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2 мм2
j1:=(1e-6)*i1/S1: # Плотность тока i1, А/мм
j2:=epsilon*j1: # Плотность тока i2, А/мм
kz:=Q/S0: # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(4*(S0-Q)/Pi): # Диаметр окна после намотки (Для контроля)
T0:=evalf(beta*V/alpha/F): # Минимально возможная температура перегрева тр-ра

```



### Вычисление минимума функции цели

Так как масса стали задана (фиксирована), то  $T$  и  $\epsilon$ , соответствующие минимальному значению целевой функции не зависят от  $C1$  и  $C2$ .

### Оптимизация массы и стоимости трансформатора по параметрам ( $T$ , $\epsilon$ )

```
C1:=1: C2:=1:
constr:=[T>T0,epsilon>=0]: # Ограничения на функцию цели
minM1:=Search(C(T,epsilon),constr,variables=[T,epsilon]):
M1:=minM1[1]: # Минимальная масса трансформатора
Topt:=minM1[2][1]: # Оптимальная температура перегрева T
epsilon:=minM1[2][2]: # Оптимальное значение epsilon
Mcu1:=M1-mFe: # Минимальная масса меди
SUMMA1:=evalf(c1*McU1+c2*mFe): # Стоимость оптимального трансформатора
epsilon:='epsilon': # Освободить переменную epsilon
```

### Оптимизация массы и стоимости трансформатора по параметру $\epsilon$ при заданной температуре перегрева

```
constr2:=[T=Tx,T>T0,epsilon>=0]: # Ограничения на функцию цели
minM2:=Search(C(T,epsilon),constr2,variables=[T,epsilon]):
M2:=minM2[1]: # Минимальная масса трансформатора при заданной T
T:=Tx: # Восстановить значение температуры T
epsilon:=minM2[2][2]: # Оптимальное значение epsilon
Mcu2:=M2-mFe: # Минимальная масса меди при заданной T
SUMMA2:=evalf(c1*McU2+c2*mFe): # Стоимость трансформатора (T задана)
```

### Результаты расчета трансформатора

```
if T<T0 then
printf(" *** ЗАДАЧА НЕ ИМЕЕТ РЕШЕНИЯ ***\n");
printf("Вы задали температуру перегрева T = %.2f град.\n",T);
printf("Температура перегрева не может быть меньше %.4f град.\n",T0);
printf("Задайте другую температура перегрева T > %.4f град.\n",T0);
printf("или замените магнитопровод\n",T0);
```

```

else
if evalf(Q<=1.01*(S0-ST)) then
printf("Расчет трансформатора по программе П1.4\n");
printf("  *** ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ *** \n");
printf("1.  Мощность в нагрузке          P = %.1f Вт\n", P);
printf("2.  Напряжение первичной обмотки  u1 = %.1f В\n", u1);
printf("3.  Напряжение вторичной обмотки   u2 = %.1f В\n", u2);
printf("4.  Диаметр магнитопровода         D2 = %.4f мм\n", D2);
printf("5.  Диаметр окна магнитопровода     D1 = %.4f мм\n", D1);
printf("6.  Высота магнитопровода          h = %.4f мм\n", h);
printf("7.  Окно после намотки             D0 = %.1f мм\n", D0);
printf("8.  Температура перегрева трансформатора T = %.4f град.\n", T);
printf("\n");
printf("  *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** \n");
printf("9.  Коэффициент формы керна        k = %.4f\n", k);
printf("10. Масса меди всех обмоток         mCu = %.4f кг\n", mCu);
printf("11. Масса магнитопровода           mFe = %.4f кг\n", mFe);
printf("12. Масса трансформатора           M = %.4f кг\n", M);
printf("13. Основные материалы              Цена = %.2f
руб\n", SUMMA2);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь)  Pc = %.4f Вт\n", Pc);
printf("15. Потери мощности в обмотке W1 при T=0 P1 = %.4f Вт\n", P1);
printf("16. Потери мощности в обмотке W2 при T=0 P2 = %.4f Вт\n", P2);
printf("17. Общие потери мощности в меди при T=0 P1+P2 = %.4f
Вт\n", P1+P2);
printf("18. Потери мощности в W1 при T=%.4f Pm1 = %.4f Вт\n", T, Pm1);
printf("19. Потери мощности в W2 при T=%.4f Pm2 = %.4f Вт\n", T, Pm2);
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при T=%.4f Pm = %.4f Вт\n", T, Pm);
printf("21. Полные потери мощности при T=%.4f Pc+Pm = %.4f Вт\n", T, Pc+Pm);
printf("22. Приведенное сопротивление при T=0 r0 = %.4f Ом\n", r0);
printf("23. Приведенное сопротивление при T=%.4f R0 = %.4f Ом\n", T, R0);

```

```

printf("24. Сопротивление W1 при T=0                r1 = %.4f Ом\n", r1);
printf("25. Сопротивление W2 при T=0                r2 = %.4f Ом\n", r2);
printf("26. Сопротивление W1 при T=%.4f            R1 = %.4f Ом\n", T, R1);
printf("27. Сопротивление W2 при T=%.4f            R2 = %.4f Ом\n", T, R2);
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора КПД = %.4f\n", eta);
printf("29. Коэффициент трансформации W1/W2        n = %.4f\n", n);
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода iaxx = %.4f
mA\n", 1000*iaxx);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода ipxx = %.4f
mA\n", 1000*ipxx);
printf("32. Полный ток холостого хода                ixh = %.4f
mA\n", 1000*ixh);
printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора L1 = %.4f Гн\n", L1);
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра xL1 = %.4f Ом\n", xL1);
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке ila = %.4f A\n", ila);
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке ilp = %.4f A\n", ilp);
printf("37. Полный ток первичной обмотки              il = %.4f A\n", il);
printf("38. Ток вторичной обмотки                      i2 = %.4f A\n", i2);
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX) im = %.4f
mA\n", 1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.                  E1 = %.4f В\n", E1);
printf("41. ЭДС вторичной обмотки W2.                   E2 = %.4f В\n", E2);
printf("42. Падение напряжения на сопротивлении r1 при T=%.4f Du1 = %.4f В\n", T, Du1);
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при T=%.4f Du2 = %.4f В\n", T, Du2);
printf("44. Напряжение короткого замыкания              укз = %.4f В\n", uk);
printf("45. ЭДС E1 при холостом ходе                      E1xx = %.4f В\n", E1xx);
printf("46. Напряжение холостого хода                      u2xx = %.4f В\n", E2xx);
printf("47. Количество витков на один вольт ЭДС          W0 = %.4f ви-
ток/V\n", W0);
printf("48. Количество витки первичной обмотки          W1 = %.2f ви-
ток\n", W1);

```

```

printf("49. Количество витки вторичной обмотки           W2 = %.2f ви-
ток\n",W2);
printf("50. Сечение провода первичной обмотки           S1 = %.4f
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("51. Сечение провода вторичной обмотки           S2 = %.4f
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("52. Диаметр провода первичной обмотки           d1 = %.4f мм\n",d1);
printf("53. Диаметр провода вторичной обмотки           d2 = %.4f мм\n",d2);
printf("54. Плотность тока первичной обмотки             j1 = %.6f
А/мм2\n",j1);
printf("55. Плотность тока вторичной обмотки             j2 = %.6f
А/мм2\n",j2);
printf("56. Коэффициент перераспределения мощности     epsilon = %.6f\n",epsilon);
printf("57. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью Кз = %.4f\n",kz);
printf("58. Диаметр окна после намотки (для контроля)   Dx = %.4f мм\n",Dx);
printf("\n");
printf("          *** ПАРАМЕТРЫ ОПТИМАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ***\n");
printf("Минимальная масса основных материалов           М = %.4f кг\n",M1);
printf("Минимальная стоимость основных материалов С = %.4f руб\n",SUMMA1);
printf("Оптимальная температура перегрева                 Т = %.4f\n",Topt);
else
  if evalf(Q>S0) then
    printf(" Задача не имеет решения.
Обмотки трансформатора не размещаются в окне магнитопровода.
          ВАШИ ДЕЙСТВИЯ:
      1. Увеличить окно или высоту магнитопровода
      2. Увеличить температуру перегрева ");
  else
printf("          *** ЗАДАЧА НЕ ИМЕЕТ РЕШЕНИЯ ***.
После намотки трансформатора не обеспечивается заданное технологическое окно.

```

```

Диаметр окна трансформатора после намотки = %.4f мм.\n",evalf(1000*sqrt(D11^2-4*Q/Pi)));
printf(" Заданный диаметр технологического окна трансформатора = %.2f мм.\n",1000*D00);
printf("          ВАШИ ДЕЙСТВИЯ:
    1. Уменьшить технологическое окно (если возможно)
    2. Увеличить температуру перегрева
    3. Выбрать другой магнитопровод");
end if;
end if;
end if;

```

Расчет трансформатора по программе П1.4

\*\*\* ЗАДАнные ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Мощность в нагрузке	P = 63.0 Вт
2. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
3. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 24.0 В
4. Диаметр магнитопровода	D2 = 100.0000 мм
5. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 60.0000 мм
6. Высота магнитопровода	h = 20.0000 мм
7. Окно после намотки	D0 = 0.0 мм
8. Температура перегрева трансформатора	T = 50.0000 град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

9. Коэффициент формы керна	k = 1.0000
10. Масса меди всех обмоток	mCu = 0.1387 кг
11. Масса магнитопровода	mFe = 0.7528 кг
12. Масса трансформатора	M = 0.8915 кг
13. Основные материалы	Цена = 129.18 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	Pc = 1.0162 Вт
15. Потери мощности в обмотке W1 при T=0	P1 = 5.7247 Вт
16. Потери мощности в обмотке W2 при T=0	P2 = 5.0227 Вт

17. Общие потери мощности в меди при T=0	P1+P2 = 10.7474 Вт
18. Потери мощности в W1 при T=50.0000	Pm1 = 6.9556 Вт
19. Потери мощности в W2 при T=50.0000	Pm2 = 6.1025 Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при T=50.0000	Pm = 13.0581 Вт
21. Полные потери мощности при T=50.0000	Pc+Pm = 14.0743 Вт
22. Приведенное сопротивление при T=0	r0 = 87.5526 Ом
23. Приведенное сопротивление при T=50.0000	R0 = 106.3765 Ом
24. Сопротивление W1 при T=0	r1 = 46.6360 Ом
25. Сопротивление W2 при T=0	r2 = 0.7289 Ом
26. Сопротивление W1 при T=50.0000	R1 = 56.6628 Ом
27. Сопротивление W2 при T=50.0000	R2 = 0.8856 Ом
28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.8174
29. Коэффициент трансформации W1/W2	n = 7.6030
30. Активная составляющая тока холостого хода	iaxx = 4.6193 mA
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	ipxx = 4.1126 mA
32. Полный ток холостого хода	ixx = 6.1848 mA
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	L1 = 170.2759 Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	xL1 = 53493.7448 Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	ila = 0.3503 A
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	ilp = 0.0041 A
37. Полный ток первичной обмотки	i1 = 0.3504 A
38. Ток вторичной обмотки	i2 = 2.6250 A
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	im = 4.1126 mA
40. ЭДС первичной обмотки W1.	E1 = 200.1475 В
41. ЭДС вторичной обмотки W2.	E2 = 26.3248 В
42. Падение напряжения на сопротивлении r1 при T=50.0000	Du1 = 19.8525 В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при T=50.0000	Du2 = 2.3248 В
44. Напряжение короткого замыкания	укз = 37.2703 В
45. ЭДС E1 при холостом ходе	E1xx = 219.6496В
46. Напряжение холостого хода	u2xx = 28.8898В
47. Количество витков на один вольт ЭДС	W0 = 7.8152 виток/В

48. Количество витки первичной обмотки	W1 = 1564.20 виток
49. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 205.73 виток
50. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 0.0507 мм <sup>2</sup>
51. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 0.4584 мм <sup>2</sup>
52. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 0.2541 мм
53. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 0.7639 мм
54. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 6.909136 А/мм <sup>2</sup>
55. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 5.719554 А/мм <sup>2</sup>
56. Коэффициент перераспределения мощности	epsilon = 0.827825
57. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	Kз = 0.0782
58. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dx = 57.6067 мм

\*\*\* ПАРАМЕТРЫ ОПТИМАЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА \*\*\*

Минимальная масса основных материалов M = 0.8312 кг  
 Минимальная стоимость основных материалов C = 112.3047 руб  
 Оптимальная температура перегрева T = 228.1063

Графическая часть.

Строится график зависимости массы трансформатора от температуры.

T:='T':

m:=mCu+mFe:

T1:=fsolve(m=M2,T=0..Topt); # Нижний предел температуры перегрева тр-ра

T2:=fsolve(m=M2,T=Topt..infinity); # Верхний предел температуры перегрева тр-ра

g1:=plot(M2,T=0.9\*T1..1.1\*T2,color=black,labels=['T','M']): # График M2=const

g2:=plot(m,T=0.9\*T1..1.1\*T2,color=black,labels=['T','M'],thickness=2): # График m(T)

display({g1,g2},

textplot([T1+20,0.9,"M, кг"]),

textplot([T2,0.838,"T, град"]));

Программа П1.5.

Расчет трансформатора минимальной массы / стоимости.

Проводится полная оптимизация трансформатора по параметрам  $P_m$ ,  $P_c$ ,  $\epsilon$ ,  $k$  при заданной температуре перегрева  $T$ .

Maple 13

```
restart:
with(DirectSearch):
with(Optimization):
with(plots):
Digits:=10:
```

**Данные для расчета**

```
Const:=0: # Min массы Const:=0, Min стоимости Const:=1
P:=250: # Номинальная мощность нагрузки, Вт
u1:=220.0: # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0: # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D0:=50.9: # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм
c1:=280: # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120: # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
T:=50: # Температура перегрева трансформатора. градус
```

**Физические константы и коэффициенты**

```
chi:=0.0043: # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)
rm:=0.0175*(1e-6): # Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890: # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800: # Плотность Fe=7800, кг/м3
kc:=0.96: # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14: # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08: # Поправочный коэффициент для W1
```



```

b:=1.16:           # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:         # Удельные потери в стали,Вт/кг
V:=1.5:           # Индукция Тл.
f:=50:            # Частота питающей сети,Гц
omega:=2*Pi*f:    # Круговая частота
H:=40:            # Напряженность поля (А/м) при индукции 1.5Тл.
mu0:=4*Pi*1e-7:  # Магнитная постоянная
mu:=30000:        # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:          # Коэффициент укладки меди

```

#### Описание целевой функции

```

E1:=u1-a*u1*Pm/x1:           # ЭДС первичной обмотки,В
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки,В
x1:=a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm):
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*10/(u1-E1): # Сечение провода W1,м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*10/(E2-u2): # Сечение провода W2,м2
mCu:=rcu*rm*(1+chi*T)*x2*(W0*10)^2: # Масса меди, кг
x2:=(a*E1)^2*i1/(u1-E1)-(b*E2)^2*i2/(u2-E2):
l0:=2*(1+k)*h: # Длина единичного витка,м
l1:=a*l0*W1: # Длина первичной обмотки,м
l2:=b*l0*W2: # Длина вторичной обмотки,м

r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 при T=0
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2: # Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Туст.
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Туст.

beta:=rc*kc*P0: # Вспомогательный коэффициент
mFe:=Pc/P0: # Масса стали,кг

```

$c := C1 * mCu + C2 * mFe$ : # C1, C2 весовые коэффициенты  
 $C := (Pm, Pc, \epsilon, k, T) \rightarrow c$ : # Функция цели

#### Уравнение связи

$Q := q * (W1 * S1 + W2 * S2)$ : # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра  
 $y := 2 * \sqrt{ST + Q} = \sqrt{\pi} * D1$ :  
 $Y := (Pm, Pc, \epsilon, k, T) \rightarrow y$ :

#### Геометрические размеры магнитопровода

$h := 2 * \alpha * (1 + k) * T / k / \beta * Pc / (Pm + Pc)$ : # Высота магнитопровода, м  
 $D1 := Pc / \pi / k / \beta / h^2 - k * h$ : # Диаметр окна магнитопровода, м  
 $D2 := Pc / \pi / k / \beta / h^2 + k * h$ : # Диаметр магнитопровода, м  
 $ST := (1e-6) * \pi * D0^2 / 4$ : # Технологическое окно, м

#### Электрические характеристики трансформатора

$\delta := \arctan(\mu_0 * \mu * rc * kc * P0 / \pi / f / B^2)$ : # Угол потерь  
 $\eta := P / (P + Pm + Pc)$ : # КПД трансформатора  
 $ia_{xx} := Pc / u1$ : # Активная составляющая тока XX, А  
 $ip_{xx} := ia_{xx} / \tan(\delta)$ : # Реактивная составляющая тока XX, А  
 $ix_{xx} := \sqrt{ia_{xx}^2 + ip_{xx}^2}$ : # Полный ток холостого хода, А  
 $ila := (P + Pm + Pc) / u1$ : # Активная составляющая тока обмотки W1, А  
 $i1 := \sqrt{ip_{xx}^2 + ila^2}$ : # Полный ток обмотки W1, А  
 $i2 := P / u2$ : # Ток в нагрузке, А  
 $im := ip_{xx}$ : # Намагничивающий ток, А  
 $L1 := u1 / \omega / ip_{xx}$ : # Индуктивность первичной обмотки, Гн  
 $xL1 := u1 / ip_{xx}$ : # Реактивное сопротивление первичной обмотки, Ом

$Du1 := a * u1 * Pm / x1$ : # Падение напряжения  $u1$   
 $Du2 := \epsilon * b * (P + Pm) * Pm / x1 / i2$ : # Падение напряжения  $u2$   
 $ukz := Pm / i1$ : # Напряжение короткого замыкания  
 $R0 := Pm / i1^2$ : # Эквивалентное сопротивление при  $T = T_{уст.}$   
 $r0 := Pm / (1 + \chi * T) / i1^2$ : # Эквивалентное сопротивление при  $T = 0$

```

E1xx:=u1-(1+chi*T)*r1*ixx:# ЭДС тока холостого хода
E2xx:=W2*E1xx/W1:      # Напряжение холостого хода
n:=W1/W2:              # Коэффициент трансформации

P1:=r1*i1^2:          # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2:          # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T):   # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T):   # Потери в обмотке W2 при T=Туст

W0:=N*beta^2*k*(Pm+Pc)^2/4/kc/alpha^2/(1+k)^2/V/T^2/Pc^2:
W1:=W0*E1:           # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1,мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2,мм
j1:=(1e-6)*i1/S1:     # Плотность тока i1,А/мм2
j2:=epsilon*j1:      # Плотность тока i2,А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4):   # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(D1^2-4*Q/Pi): # Окно после намотки (вычислено)

```

#### Оптимизация трансформатора.

Оптимизация трансформатора проводится с помощью пакета DirectSearch.

Трансформатор оптимизируется по параметрам Pm, Pc, epsilon, k.

```

constr:=[Y(Pm,Pc,epsilon,k,T),Pm>=0,Pc>=0,epsilon>=0,k>=0]:
if Const=0 then C1:=1: C2:=1:
  Cmin:=Search(C(Pm,Pc,epsilon,k,T),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon,k]):
  МАССА:=Cmin[1];          # Минимальная масса трансформатора
  Pm:=Cmin[2][1];         # Потери Pm при которых M=min
  Pc:=Cmin[2][2];         # Потери Pc при которых M=min
  epsilon:=Cmin[2][3];    # Значение epsilon при котором M=min
  k:=Cmin[2][4];          # Значение k при котором M=min

```

```

SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора
txt:=`Трансформатор минимальной массы`:
else C1:=c1: C2:=c2:
Cmin:=Search(C(Pm,Pc,epsilon,k,T),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon,k]):
SUMMA:=Cmin[1]: # Минимальная стоимость трансформатора
Pm:=Cmin[2][1]: # Потери Pm при которых СТОИМОСТЬ=min
Pc:=Cmin[2][2]: # Потери Pc при которых СТОИМОСТЬ=min
epsilon:=Cmin[2][3]: # Значение epsilon при котором СТОИМОСТЬ=min
k:=Cmin[2][4]: # Значение k при котором СТОИМОСТЬ=min
МАССА:=evalf(mCu+mFe): # Масса тр-ра при минимальной стоимости
txt:=`Трансформатор минимальной стоимости`:end
if:

```

#### Результаты расчета трансформатора

```

printf("Программа 1.5. Расчет оптимального трансформатора.");
printf(`txt`);
printf(" *** ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1. Полезная мощность P = %.1f Вт\n",P);
printf("2. Напряжение первичной обмотки u1 = %.1f В\n",u1);
printf("3. Напряжение вторичной обмотки u2 = %.1f В\n",u2);
printf("4. Заданное окно после намотки D0 = %.1f мм\n",D0);
printf("5. Температура перегрева трансформатора T = %.2f град.\n",T);
printf(" *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("6. Диаметр магнитопровода D2 = %.4f
мм\n",1000*D2);
printf("7. Диаметр окна магнитопровода D1 = %.4f
мм\n",1000*D1);
printf("8. Высота магнитопровода H = %.4f
мм\n",1000*h);
printf("9. Коэффициент формы керна k = %.4f\n",k);

```

```

printf("10. Масса меди всех обмоток          mCu = %.4f кг\n",mCu);
printf("11. Масса магнитопровода          mFe = %.4f кг\n",mFe);
printf("12. Масса трансформатора          M = %.4f кг\n",MACCA);
printf("13. Основные материалы            Цена = %.2f руб\n",SUMMA);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь) Pc = %.4f Вт\n",Pc);
printf("15. Начальные потери мощности в обмотке W1 P1 = %.4f Вт\n",P1);
printf("16. Начальные потери мощности в обмотке W2 P2 = %.4f Вт\n",P2);
printf("17. Начальные общие потери мощности в меди P1+P2 = %.4f Вт\n",P1+P2);
printf("18. Потери мощности в W1 при Туст. Pm1 = %.4f Вт\n",Pm1);
printf("19. Потери мощности в W2 при Туст. Pm2 = %.4f Вт\n",Pm2);
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при Туст Pm = %.4f Вт\n",Pm);
printf("21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст. Pc+Pm = %.4f Вт\n",Pc+Pm);
printf("22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра r0 = %.4f Ом\n",r0);
printf("23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст. R0 = %.4f Ом\n",R0);
printf("24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Т=0. r1 = %.4f Ом\n",r1);
printf("25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Т=0. r2 = %.4f Ом\n",r2);
printf("26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст. R1 = %.4f Ом\n",R1);
printf("27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст. R2 = %.4f Ом\n",R2);
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора КПД = %.4f\n",eta);
printf("29. Коэффициент трансформации n = %.4f\n",n);
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода iaхх = %.4f мА\n",1000*iaхх);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода ipхх = %.4f мА\n",1000*ipхх);
printf("32. Полный ток холостого хода ixх = %.4f мА\n",1000*ixх);
printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора L1 = %.4f Гн\n",L1);
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра xL1 = %.4f Ом\n",xL1);
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке ila = %.4f А\n",ila);
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке ilp = %.4f мА\n",1000*ilp);

```

```

printf("37. Полный ток первичной обмотки
printf("38. Ток вторичной обмотки
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
mA\n",1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
printf("44. Напряжение короткого замыкания
printf("45. Напряжение холостого хода
В\n",E2xx);
printf("46. Количество витков на один вольт ЭДС
ток/В\n",W0);
printf("47. Количество витки первичной обмотки
ток\n",W1);
printf("48. Количество витки вторичной обмотки
ток\n",W2);
printf("49. Сечение провода первичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки
printf("53. Плотность тока первичной обмотки
А/мм2\n",j1);
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки
А/мм2\n",j2);
printf("55. Коэффициент перераспределения токов
%.6f\n",epsilon);
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля)
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");

i1 = %.4f A\n",i1);
i2 = %.4f A\n",i2);
im = %.4f

E1 = %.4f В\n",E1);
Du1 = %.4f В\n",Du1);
E2 = %.4f В\n",E2);
Du2 = %.4f В\n",Du2);
Uкз = %.4f В\n",ukz);
U2xx = %.4f\

W0 = %.4f ви-
W1 = %.2f ви-
W2 = %.2f ви-

S1 = %.4f
S2 = %.4f

d1 = %.4f мм\n",d1);
d2 = %.4f мм\n",d2);
j1 = %.6f
j2 = %.6f

epsilon =

Кз = %.4f\n",kz);
Dx = %.4f мм\n",Dx);

```

Программа П1.5. Расчет оптимального трансформатора.

Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	P = 250.0 Вт
2. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
3. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 36.0 В
4. Заданное окно после намотки	D0 = 50.9 мм
5. Температура перегрева трансформатора	T = 50.00 град.
*** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ***	
6. Диаметр магнитопровода	D2 = 107.9510 мм
7. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 63.2318 мм
8. Высота магнитопровода	H = 29.0739 мм
9. Коэффициент формы керна	k = 0.7691
10. Масса меди всех обмоток	mCu = 0.8902 кг
11. Масса магнитопровода	mFe = 1.3089 кг
12. Масса трансформатора	M = 2.1991 кг
13. Основные материалы	Цена = 406.32 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	Pc = 1.7670 Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	P1 = 7.2602 Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	P2 = 7.2214 Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	P1+P2 = 14.4816 Вт
18. Потери мощности в W1 при Туст.	Pm1 = 8.8211 Вт
19. Потери мощности в W2 при Туст.	Pm2 = 8.7740 Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Туст	Pm = 17.5951 Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	Pc+Pm = 19.3622 Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	r0 = 9.6599 Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	R0 = 11.7368 Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	r1 = 4.8429 Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	r2 = 0.1497 Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	R1 = 5.8841 Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	R2 = 0.1819 Ом

28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.9281
29. Коэффициент трансформации	n = 5.7093
30. Активная составляющая тока холостого хода	iaxx = 8.0320 mA
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	ipxx = 7.4490 mA
32. Полный ток холостого хода	ixx = 10.9545 mA
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	L1 = 94.0107 Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	xL1 = 29534.3198 Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	ila = 1.2244 A
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	ilp = 7.4490 mA
37. Полный ток первичной обмотки	i1 = 1.2244 A
38. Ток вторичной обмотки	i2 = 6.9444 A
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	im = 7.4490 mA
40. ЭДС первичной обмотки W1.	E1 = 212.7956 В
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	Du1 = 7.2044 В
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	E2 = 37.2635 В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	Du2 = 1.2635 В
44. Напряжение короткого замыкания	Uкз = 14.3705 В
45. Напряжение холостого хода	U2xx = 38.5224В
46. Количество витков на один вольт ЭДС	W0 = 4.8088 виток/В
47. Количество витки первичной обмотки	W1 = 1023.29 виток
48. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 179.23 виток
49. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 0.4108 мм <sup>2</sup>
50. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 2.4989 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 0.7232 мм
52. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 1.7837 мм
53. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 2.980494 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 2.778418 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент перераспределения токов	epsilon = 0.932201
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	Кз = 0.3520
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dx = 50.8990 мм
Параметр Dx должен быть равен D0	
Параметр Dx должен быть равен D0	



Программа П1.6.  
 Расчет трансформатора минимальной массы (стоимости).  
 Оптимизация по параметрам  $R_m$ ,  $R_c$ ,  $\epsilon$ .  
 Температура перегрева  $T$  и высота магнитопровода  $h$  задаются.

```
Maple 13
restart:
with(DirectSearch):
with(Optimization):
with(plots):
with(plots,implicitplot):
with(plots,intersectplot):
#with(MTM):
Digits:=10:
Const:=0:          # Min массы Const:=0, Min стоимости Const:=1

Данные для расчета
P:=100:            # Номинальная мощность нагрузки, Вт
u1:=220.0:         # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0:          # Напряжение на вторичной обмотке, В
h:=30:             # Высота магнитопровода, мм
D0:=43.18:         # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм
c1:=280:           # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120:           # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
T:=50:            # Температура перегрева трансформатора, градус
Физические константы и коэффициенты
chi:=0.0043:       # Медь ТКС=0.0043. Алюминий ТКС=0.0040
rm:=0.0175*(1e-6):# Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890:         # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800:          # Плотность стали Fe=7800, кг/м3
```

```

kc:=0.96:           # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14:         # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08:           # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16:           # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:          # Удельные потери в стали,Вт/кг
V:=1.5:            # Индукция Тл.
f:=50:             # Частота питающей сети,В
omega:=2*Pi*f:     # Круговая частота
H:=40:             # Напряженность магнитного поля,А/м при индукции 1.5 Тл
mu0:=4*Pi*1e-7:   # Магнитная постоянная
mu:=30000:         # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:           # Коэффициент укладки меди

```

Описание целевой функции

```

h0:=h:
h:='h':
E1:=u1-a*u1*Pm/x1: # ЭДС первичной обмотки,В
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки,В
x1:=a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm):
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*10/(u1-E1): # Сечение провода W1,м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*10/(E2-u2): # Сечение провода W2,м2
mCu:=rcu*rm*(1+chi*T)*x2*(W0*10)^2: # Масса меди,кг
x2:=(a*E1)^2*i1/(u1-E1)-(b*E2)^2*i2/(u2-E2):
l1:=a*10*W1: # Длина первичной обмотки
l2:=b*10*W2: # Длина вторичной обмотки

r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 начальное
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2: # Сопротивление W2 начальное
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при Туст.
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при Туст.

```

```

beta:=rc*kc*P0:           # Вспомогательный коэффициент
mFe:=Pc/P0:              # Масса стали, кг
c:=C1*mCu+C2*mFe:       # C1,C2 весовые коэффициенты
C:=(Pm,Pc,T,epsilon)->c: # Функция цели

Уравнение связи
Q:=q*(S1*W1+S2*W2):      # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра
y:=2*sqrt(ST+Q)=sqrt(Pi)*D1:
Y:=(Pm,Pc,T,epsilon)->y:
Геометрические размеры магнитопровода
V:=Pc/beta:
F:=(Pm+Pc)/alpha/T:
k:=(D2-D1)/2/h:          # Коэффициент формы керна
h:=h0/1000:              # Высота магнитопровода, м
l0:=2*h^2*F/(h*F-2*V):  # Длина единичного витка
D1:=(h*F-2*V)/2/Pi/h^2-2*h*V/(h*F-2*V): # Диаметр окна магнитопровода
D2:=(h*F-2*V)/2/Pi/h^2+2*h*V/(h*F-2*V): # Диаметр магнитопровода
S0:=Pi*(D1/2)^2:        # Окно магнитопровода, м
Sk:=2*h^2*V/(h*F-2*V):  # Сечение керна
ST:=(1e-6)*Pi*D0^2/4:   # Технологическое окно, м2

Электрические характеристики трансформатора
delta:=arctan(mu0*mu*rc*kc*P0/Pi/f/B^2): # Угол потерь
eta:=P/(P+Pm+Pc):       # КПД трансформатора
iaxx:=Pc/ul:             # Активная составляющая тока XX, А
ipxx:=iaxx/tan(delta):  # Реактивная составляющая тока XX, А
ixx:=sqrt(iaxx^2+ipxx^2): # Полный ток холостого хода, А
ila:=(P+Pm+Pc)/ul:      # Активная составляющая тока обмотки W1, А
il:=sqrt(ipxx^2+ila^2): # Полный ток обмотки W1, А
i2:=P/u2:                # Ток в нагрузке, А
im:=ipxx:                # Намагничивающий ток, А

```

```

L1:=u1/omega/ipxx:          # Индуктивность первичной обмотки
xL1:=u1/ipxx:              # Реактивное сопротивление первичной обмотки

Du1:=a*u1*Pm/x1:          # Падение напряжения u1
Du2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # Падение напряжения u2
ukz:=Pm/i1:              # Напряжение короткого замыкания
R0:=Pm/i1^2:            # Эквивалентное сопротивление при T=Туст.
r0:=Pm/(1+chi*T)/i1^2:  # Начальное эквивалентное сопротивление
E1xx:=u1-(1+chi*T)*r1*ixx: # ЭДС тока холостого хода
E2xx:=W2*E1xx/W1:      # Напряжение холостого хода
n:=W1/W2:              # Коэффициент трансформации

P1:=r1*i1^2:          # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2:          # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T):   # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T):   # Потери в обмотке W2 при T=Туст

W0:=N/B/kc/Sk:       # Виток на вольт
W1:=W0*E1:          # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1, мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2, мм
j1:=(1e-6)*i1/S1:    # Плотность тока i1, А/мм2
j2:=epsilon*j1:      # Плотность тока i2, А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4):  # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(4*(Pi*D1^2/4-Q)/Pi): # Окно после намотки (вычислено)

constr:=[Y(Pm, Pc, T, epsilon), Pm>=0, Pc>=0, epsilon>=0, D2>D1]: # Ограничения на функцию цели
if Const=0
then C1:=1: C2:=1:
txt:=`Трансформатор минимальной массы`:
Cmin:=Search(C(Pm, Pc, T, epsilon), constr, variables=[Pm, Pc, epsilon]);
MASSA:=Cmin[1];          # Минимальная масса трансформатора

```

```

Pm:=Cmin[2][1];          # Потери Pm при которых M=min
Pc:=Cmin[2][2];          # Потери Pc при которых M=min
epsilon:=Cmin[2][3];     # Значение epsilon при котором M=min
SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора

else C1:=c1: C2:=c2:
txt:='Трансформатор минимальной стоимости':
Cmin:=Search(C(Pm,Pc,T,epsilon),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon]):
SUMMA:=Cmin[1];          # Минимальная стоимость трансформатора
Pm:=Cmin[2][1];          # Потери Pm при которых СТОИМОСТЬ=min
Pc:=Cmin[2][2];          # Потери Pc при которых СТОИМОСТЬ=min
epsilon:=Cmin[2][3];     # Значение epsilon при котором СТОИМОСТЬ=min
MASSA:=evalf(mCu+mFe):  # Масса трансформатора
end
if:

printf("ПРОГРАММА П1.6. Расчет оптимального трансформатора.");
printf(`txt`);
printf(" *** ЗАДАнные ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1. Мощность, отдаваемая в нагрузку          P = %.1f Вт\n",P);
printf("2. Напряжение первичной обмотки              u1 = %.1f В\n",u1);
printf("3. Напряжение вторичной обмотки                u2 = %.1f В\n",u2);
printf("4. Диаметр окна после намотки                  D0 = %.1f мм\n",D0);
printf("5. Высота магнитопровода                          h = %.4f
мм\n",1000*h);
printf("6. Температура перегрева трансформатора          T = %.2f град.\n",T);
printf("\n");
printf(" *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("7. Диаметр магнитопровода                      D2 = %.4f
мм\n",1000*D2);
printf("8. Диаметр окна магнитопровода                    D1 = %.4f
мм\n",1000*D1);

```

```

printf("9. Коэффициент формы керна
printf("10. Масса меди всех обмоток
printf("11. Масса магнитопровода
printf("12. Масса трансформатора
кг\n",MASSA);
printf("13. Стоимость основных материалов
руб\n",SUMMA);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь)
printf("15. Начальные потери мощности в обмотке W1
printf("16. Начальные потери мощности в обмотке W2
printf("17. Начальные общие потери мощности в меди
Вт\n",P1+P2);
printf("18. Потери мощности в W1 при Туст.
printf("19. Потери мощности в W2 при Туст.
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при Туст
printf("21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.
Вт\n",Pc+Pm);
printf("22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра
printf("23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.
printf("24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.
printf("25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.
printf("26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.
printf("27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора
printf("29. Коэффициент трансформации
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода
mA\n",1000*iaxx);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода
mA\n",1000*ipxx);
printf("32. Полный ток холостого хода
mA\n",1000*ixx);

k = %.4f\n",k);
mCu = %.4f кг\n",mCu);
mFe = %.4f кг\n",mFe);
M = %.4f

Цена = %.2f

Pc = %.4f Вт\n",Pc);
P1 = %.4f Вт\n",P1);
P2 = %.4f Вт\n",P2);
P1+P2 = %.4f

Pm1 = %.4f Вт\n",Pm1);
Pm2 = %.4f Вт\n",Pm2);
Pm = %.4f Вт\n",Pm);
Pc+Pm = %.4f

r0 = %.4f Ом\n",r0);
R0 = %.4f Ом\n",R0);
r1 = %.4f Ом\n",r1);
r2 = %.4f Ом\n",r2);
R1 = %.4f Ом\n",R1);
R2 = %.4f Ом\n",R2);
КПД = %.4f\n",eta);
n = %.4f\n",n);
iaxx = %.4f

ipxx = %.4f

ixx = %.4f

```

```

printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке
mA\n",1000*ipxx);
printf("37. Полный ток первичной обмотки
printf("38. Ток вторичной обмотки
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
mA\n",1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
printf("44. Напряжение короткого замыкания
printf("45. Напряжение холостого хода
printf("46. Количество витков на один вольт
виток/B\n",W0);
printf("47. Количество витки первичной обмотки
ток\n",W1);
printf("48. Количество витки вторичной обмотки
ток\n",W2);
printf("49. Сечение провода первичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки
printf("53. Плотность тока первичной обмотки
А/мм2\n",j1);
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки
А/мм2\n",j2);
L1 = %.4f Гн\n",L1);
xL1 = %.4f Ом\n",xL1);
ila = %.4f А\n",ila);
ilp = %.4f
i1 = %.4f А\n",i1);
i2 = %.4f А\n",i2);
im = %.4f
E1 = %.4f В\n",E1);
Du1 = %.4f В\n",Du1);
E2 = %.4f В\n",E2);
Du2 = %.4f В\n",Du2);
Uкз = %.4f В\n",ukz);
U2xx = %.4f В\n",E2xx);
W0 = %.4f
W1 = %.2f ви-
W2 = %.2f ви-
S1 = %.4f
S2 = %.4f
d1 = %.4f мм\n",d1);
d2 = %.4f мм\n",d2);
j1 = %.6f
j2 = %.6f

```

```

printf("55. Коэффициент перераспределения мощности          epsilon =
%.6f\n",epsilon);
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью      Kз = %.4f\n",kz);
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля)           Dx = %.4f мм\n",Dx);
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");

```

ПРОГРАММА П1.6. Расчет оптимального трансформатора.  
Трансформатор минимальной массы

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Мощность, отдаваемая в нагрузку	P = 100.0 Вт
2. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
3. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 36.0 В
4. Диаметр окна после намотки	D0 = 43.2 мм
5. Высота магнитопровода	h = 30.0000 мм
6. Температура перегрева трансформатора	T = 50.00 град.

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

7. Диаметр магнитопровода	D2 = 78.7825 мм
8. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 51.0103 мм
9. Коэффициент формы керна	k = 0.4629
10. Масса меди всех обмоток	mCu = 0.3983 кг
11. Масса магнитопровода	mFe = 0.6360 кг
12. Масса трансформатора	M = 1.0343 кг
13. Стоимость основных материалов	Цена = 187.84 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	Pc = 0.8586 Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	P1 = 4.9196 Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	P2 = 4.6835 Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	P1+P2 = 9.6031 Вт
18. Потери мощности в W1 при Туст.	Pm1 = 5.9773 Вт



19. Потери мощности в W2 при Туст.	Pm2 = 5.6905 Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Туст	Pm = 11.6678 Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	Pc+Pm = 12.5264 Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	r0 = 36.7053 Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	R0 = 44.5969 Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	r1 = 18.8038 Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	r2 = 0.6070 Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	R1 = 22.8466 Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	R2 = 0.7375 Ом
28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.8887
29. Коэффициент трансформации	n = 5.4726
30. Активная составляющая тока холостого хода	iaxx = 3.9026 мА
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	ipxx = 3.6193 мА
32. Полный ток холостого хода	ixx = 5.3225 мА
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	L1 = 193.4869 Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	xL1 = 60785.6900 Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	ila = 0.5115 А
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	ilp = 3.6193 мА
37. Полный ток первичной обмотки	i1 = 0.5115 А
38. Ток вторичной обмотки	i2 = 2.7778 А
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току ХХ)	im = 3.6193 мА
40. ЭДС первичной обмотки W1.	E1 = 208.3141 В
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	Du1 = 11.6859 В
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	E2 = 38.0486 В
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	Du2 = 2.0486 В
44. Напряжение короткого замыкания	Uкз = 22.8112 В
45. Напряжение холостого хода	U2xx = 40.1782 В
46. Количество витков на один вольт	W0 = 7.5041 виток/В
47. Количество витки первичной обмотки	W1 = 1563.22 виток
48. Количество витки вторичной обмотки	W2 = 285.65 виток
49. Сечение провода первичной обмотки	S1 = 0.1379 мм2

50. Сечение провода вторичной обмотки	S2 = 0.8381 мм <sup>2</sup>
51. Диаметр провода первичной обмотки	d1 = 0.4190 мм
52. Диаметр провода вторичной обмотки	d2 = 1.0330 мм
53. Плотность тока первичной обмотки	j1 = 3.708936 А/мм <sup>2</sup>
54. Плотность тока вторичной обмотки	j2 = 3.312813 А/мм <sup>2</sup>
55. Коэффициент перераспределения мощности	epsilon = 0.893198
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	Kз = 0.2835
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	Dx = 43.1793 мм

Параметр Dx должен быть равен D0

Программа П1.7.

Расчет трансформатора с максимальным КПД при заданной массе и заданной мощности.

```

restart:
with(DirectSearch):
with(Optimization):
with(plots):
with(plots,implicitplot):
with(plots,intersectplot):
Digits:=10:

P:=7000:           # Номинальная мощность нагрузки, Вт
M:=39.5:           # Масса трансформатора, кг
u1:=220.0:         # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0:          # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D0:=70:            # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм

c1:=280:           # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120:           # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)
chi:=0.0043:       # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)

```

```

rm:=0.0175*(1e-6):# Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890:      # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800:      # Плотность Fe=7800 , кг/м3
kc:=0.96:      # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14:     # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08:      # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16:      # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:     # Удельные потери в стали, Вт/кг
V:=1.5:       # Индукция Тл.
f:=50:        # Частота питающей сети, Гц
omega:=2*Pi*f: # Круговая частота
H:=40:        # Напряженность поля (А/м) при индукции 1.5Тл
mu0:=4*Pi*1e-7: # Магнитная постоянная
mu:=30000:    # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:      # Коэффициент укладки меди

delta:=arctan(mu0*mu*rc*kc*P0/Pi/f/V^2): # Угол потерь
beta:=rc*kc*P0:      # Вспомогательный коэффициент
iaxx:=Pc/u1:         # Активная составляющая тока XX, А
ipxx:=iaxx/tan(delta): # Реактивная составляющая тока XX, А
ixx:=sqrt(iaxx^2+ipxx^2): # Полный ток холостого хода, А
im:=ipxx:           # Намагничивающий ток (А)
L1:=u1/omega/ipxx:  # Индуктивность первичной обмотки
xL1:=u1/ipxx:       # Реактивное сопротивление первичной обмотки
ila:=(P+Pm+Pc)/u1:  # Активная составляющая тока обмотки W1, А
i1:=sqrt(ipxx^2+ila^2): # Полный ток обмотки W1, А
x1:=a*u1*i1+epsilon*b*(P+Pm):
E1:=u1-a*u1*Pm/x1:  # ЭДС первичной обмотки, В
i2:=P/u2:           # Ток в нагрузке, А
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки, В

```

```

W0:=N*beta^2*k*(Pm+Pc)^2/4/kc/alpha^2/(1+k)^2/V/T^2/Pc^2:
h:=2*alpha*(1+k)*T/k/beta*Pc/(Pm+Pc): # Высота магнитопровода, м
l0:=2*(1+k)*h: # Длина единичного витка, м
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*l0/(u1-E1): # Сечение провода W1, м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*l0/(E2-u2): # Сечение провода W2, м2
W1:=W0*E1: # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
l1:=a*l0*W1: # Длина первичной обмотки, м
l2:=b*l0*W2: # Длина вторичной обмотки, м
r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 при T=0
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2: # Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Туст
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Туст
R0:=Pm/i1^2: # Эквивалентное сопротивление при Туст.
r0:=Pm/(1+chi*T)/i1^2: # Начальное эквивалентное сопротивление
mCu:=rcu*(S1*l1+S2*l2): # Масса меди, кг
mFe:=Pc/P0: # Масса стали, кг
#M:=mCu+mFe: # Масса трансформатора
Q:=q*(W1*S1+W2*S2): # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра
y:=2*sqrt(ST+Q)=sqrt(Pi)*D1: # Уравнение связи
D1:=Pc/Pi/k/beta/h^2-k*h: # Диаметр окна магнитопровода, м
D2:=Pc/Pi/k/beta/h^2+k*h: # Диаметр магнитопровода, м
ST:=(1e-6)*Pi*D0^2/4: # Технологическое окно, м
F:=Pi*(D2^2-D1^2)/2+Pi*(D1+D2)*h:
Du1:=a*u1*Pm/x1: # Падение напряжения u1
Du2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # Падение напряжения u2
ukz:=Pm/i1: # Напряжение короткого замыкания
E1xx:=u1-(1+chi*T)*r1*ixx: # ЭДС тока холостого хода
E2xx:=W2*E1xx/W1: # Напряжение холостого хода
n:=W1/W2: # Коэффициент трансформации
eta:=P/(P+Pm+Pc): # КПД трансформатора

```

```

P1:=r1*i1^2: # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2: # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T): # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T): # Потери в обмотке W2 при T=Туст
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1,мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2,мм
j1:=(1e-6)*i1/S1: # Плотность тока i1,А/мм2
j2:=epsilon*j1: # Плотность тока i2,А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4): # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(D1^2-4*Q/Pi): # Окно после намотки (вычислено)
SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора

y2:=sqrt(4*(ST+Q))-sqrt(Pi)*D1=0: # Уравнение связи

A:=rcu*(rm*a^2*i1*E1^2*N^2*beta^2*(Pm+Pc)^2/kc^2/alpha^2/B^2/Pc^2/(u1-E1)+
rm*b^2*E2*N^2*beta^2*(Pm+Pc)^2/kc^2/alpha^2/B^2/Pc^2/(E2-u2)*(P+Pm)*E1/u1):;
f1:=M-A*(1+chi*T)/T^2-Pc/P0=0:; # Масса тр-ра форма 1
f2:=(M-Pc/P0)*T^2-A*(1+chi*T):; # Масса тр-ра форма 2

T1:=solve(f1,T)[1]: # Первый корень уравнения
T2:=solve(f1,T)[2]: # Второй корень уравнения

# Зависимость y3=f(Pm,Pc), полученная путем исключения T и системы
# уравнений: {sqrt(4*(ST+Q))-sqrt(Pi)*D1=0, M-A*(1+chi*T)/T^2-Pc/P0=0}
y3:=subs(T=T2,y2):#

constr:=[y3,Pc>=0,Pm>=0]:
Eta:=Search(P/(P+Pm+Pc),constr,variables=[Pm,Pc,epsilon,k],assume=nonnegative,maximize=
true):
eta:=Eta[1]:;
Pm:=Eta[2][1]:;
Pc:=Eta[2][2]:;

```

```

epsilon:=Eta[2][3];
k:=Eta[2][4];
T:=evalf(T2);
T1a:=evalf(T1);

printf("Программа П1.7. Расчет трансформатора заданной
      массы с максимальным КПД.");
printf("  *** ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1.  Полезная мощность          P = %.1f Вт\n", P);
printf("2.  Масса трансформатора        M = %.4f кг\n", M);
printf("3.  Напряжение первичной обмотки  u1 = %.1f В\n", u1);
printf("4.  Напряжение вторичной обмотки  u2 = %.1f В\n", u2);
printf("5.  Заданное окно после намотки   D0 = %.1f мм\n", D0);

printf("  *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("6.  Температура перегрева трансформатора T = %.4f град.\n", T);
printf("7.  Диаметр магнитопровода         D2 = %.4f
мм\n", 1000*D2);
printf("8.  Диаметр окна магнитопровода    D1 = %.4f
мм\n", 1000*D1);
printf("9.  Высота магнитопровода        H = %.4f
мм\n", 1000*h);
printf("10. Коэффициент формы керна       k = %.4f\n", k);
printf("11. Масса меди всех обмоток        mCu = %.4f кг\n", mCu);
printf("12. Масса магнитопровода           mFe = %.4f кг\n", mFe);
printf("13. Основные материалы              Цена = %.2f
руб\n", SUMMA);
printf("14. Потери в магнитопроводе (сталь) Pc = %.4f Вт\n", Pc);
printf("15. Начальные потери мощности в обмотке W1 P1 = %.4f Вт\n", P1);
printf("16. Начальные потери мощности в обмотке W2 P2 = %.4f Вт\n", P2);
printf("17. Начальные общие потери мощности в меди P1+P2 = %.4f
Вт\n", P1+P2);

```

```

printf("18. Потери мощности в W1 при Туст.          Pm1 = %.4f Вт\n", Pm1);
printf("19. Потери мощности в W2 при Туст.          Pm2 = %.4f Вт\n", Pm2);
printf("20. Суммарные потери мощности в меди при Туст Pm = %.4f Вт\n", Pm);
printf("21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст. Pc+Pm = %.4f
Вт\n", Pc+Pm);
printf("22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра r0 = %.4f Ом\n", r0);
printf("23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст. R0 = %.4f Ом\n", R0);
printf("24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0. r1 = %.4f Ом\n", r1);
printf("25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0. r2 = %.4f Ом\n", r2);
printf("26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст. R1 = %.4f Ом\n", R1);
printf("27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст. R2 = %.4f Ом\n", R2);
printf("28. Коэффициент полезного действия трансформатора КПД = %.4f\n", eta);
printf("29. Коэффициент трансформации n = %.4f\n", n);
printf("30. Активная составляющая тока холостого хода iaхх = %.4f
mA\n", 1000*iaхх);
printf("31. Реактивная составляющая тока холостого хода ipхх = %.4f
mA\n", 1000*ipхх);
printf("32. Полный ток холостого хода ixх = %.4f
mA\n", 1000*ixх);
printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора L1 = %.4f Гн\n", L1);
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра xL1 = %.4f Ом\n", xL1);
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке ila = %.4f A\n", ila);
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке ilp = %.4f
mA\n", 1000*ipхх);
printf("37. Полный ток первичной обмотки i1 = %.4f A\n", i1);
printf("38. Ток вторичной обмотки i2 = %.4f A\n", i2);
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX) im = %.4f
mA\n", 1000*im);
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1. E1 = %.4f В\n", E1);
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст. Du1 = %.4f В\n", Du1);

```

```

printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.                E2 = %.4f В\n",E2);
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст. Du2 = %.4f В\n",Du2);
printf("44. Напряжение короткого замыкания          Ukз = %.4f В\n",ukz);
printf("45. Напряжение холостого хода                U2xx = %.4f В\n",E2xx);
printf("46. Количество витков на один вольт ЭДС      W0 = %.4f ви-
ток/В\n",W0);
printf("47. Количество витки первичной обмотки       W1 = %.2f виток\n",W1);
printf("48. Количество витки вторичной обмотки       W2 = %.2f виток\n",W2);
printf("49. Сечение провода первичной обмотки        S1 = %.4f
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки       S2 = %.4f
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки       d1 = %.4f мм\n",d1);
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки       d2 = %.4f мм\n",d2);
printf("53. Плотность тока первичной обмотки        j1 = %.6f А/мм2\n",j1);
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки        j2 = %.6f А/мм2\n",j2);
printf("55. Коэффициент перераспределения токов     epsilon =
%.10f\n",epsilon);
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью Kз = %.4f\n",kz);
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля) Dx = %.4f мм\n",Dx);
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");

```

Программа П1.7. Расчет трансформатора заданной массы с максимальным КПД.

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Полезная мощность	P = 7000.0 Вт
2. Масса трансформатора	M = 39.5000 кг
3. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
4. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 36.0 В
5. Заданное окно после намотки	D0 = 70.0 мм



## \*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

6. Температура перегрева трансформатора	$T = 50.4692$ град.
7. Диаметр магнитопровода	$D2 = 242.7839$ мм
8. Диаметр окна магнитопровода	$D1 = 130.2192$ мм
9. Высота магнитопровода	$H = 78.8755$ мм
10. Коэффициент формы керна	$k = 0.7136$
11. Масса меди всех обмоток	$m_{Cu} = 20.0234$ кг
12. Масса магнитопровода	$m_{Fe} = 19.4766$ кг
13. Основные материалы	Цена = 7943.75 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	$P_c = 26.2934$ Вт
15. Начальные потери мощности в обмотке W1	$P_1 = 34.3342$ Вт
16. Начальные потери мощности в обмотке W2	$P_2 = 36.0130$ Вт
17. Начальные общие потери мощности в меди	$P_{1+P_2} = 70.3472$ Вт
18. Потери мощности в W1 при Туст.	$P_{m1} = 41.7853$ Вт
19. Потери мощности в W2 при Туст.	$P_{m2} = 43.8285$ Вт
20. Суммарные потери мощности в меди при Туст	$P_m = 85.6138$ Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	$P_c + P_m = 111.9071$ Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	$r_0 = 0.0673$ Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	$R_0 = 0.0819$ Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_1 = 0.0329$ Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	$r_2 = 0.0010$ Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_1 = 0.0400$ Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	$R_2 = 0.0012$ Ом
28. Коэффициент полезного действия трансформатора	КПД = 0.9842648199
29. Коэффициент трансформации	$n = 6.0373$
30. Активная составляющая тока холостого хода	$i_{axx} = 119.5154$ mA
31. Реактивная составляющая тока холостого хода	$i_{pxx} = 110.8397$ mA
32. Полный ток холостого хода	$i_{xx} = 163.0011$ mA
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора	$L_1 = 6.3180$ Гн
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра	$x_{L1} = 1984.8479$ Ом
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке	$i_{la} = 32.3269$ A

36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке	$i_{lp} = 110.8397 \text{ mA}$
37. Полный ток первичной обмотки	$i_1 = 32.3270 \text{ A}$
38. Ток вторичной обмотки	$i_2 = 194.4444 \text{ A}$
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)	$i_m = 110.8397 \text{ mA}$
40. ЭДС первичной обмотки W1.	$E_1 = 218.7074 \text{ B}$
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.	$Du_1 = 1.2926 \text{ B}$
42. ЭДС вторичной обмотки W2.	$E_2 = 36.2254 \text{ B}$
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.	$Du_2 = 0.2254 \text{ B}$
44. Напряжение короткого замыкания	$U_{кз} = 2.6484 \text{ B}$
45. Напряжение холостого хода	$U_{2xx} = 36.4392 \text{ B}$
46. Количество витков на один вольт ЭДС	$W_0 = 0.7042 \text{ виток/B}$
47. Количество витки первичной обмотки	$W_1 = 154.01 \text{ виток}$
48. Количество витки вторичной обмотки	$W_2 = 25.51 \text{ виток}$
49. Сечение провода первичной обмотки	$S_1 = 23.9492 \text{ мм}^2$
50. Сечение провода вторичной обмотки	$S_2 = 146.9604 \text{ мм}^2$
51. Диаметр провода первичной обмотки	$d_1 = 5.5220 \text{ мм}$
52. Диаметр провода вторичной обмотки	$d_2 = 13.6790 \text{ мм}$
53. Плотность тока первичной обмотки	$j_1 = 1.349820 \text{ A/мм}^2$
54. Плотность тока вторичной обмотки	$j_2 = 1.323079 \text{ A/мм}^2$
55. Коэффициент перераспределения токов	$\epsilon = 0.9801893402$
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью	$K_z = 0.7110$
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)	$D_x = 70.0000 \text{ мм}$

Программа П1.8.

Расчет трансформатора с максимальным КПД при заданной массе. Мощность вычисляется.

```
restart;
with(DirectSearch):
with(Optimization):
```

```

with(plots):
with(plots,implicitplot):
with(plots,intersectplot):
Digits:=15:

M:=39.5:          # Масса трансформатора, кг
u1:=220.0:       # Напряжение на первичной обмотке, В
u2:=36.0:        # Номинальное напряжение на нагрузке, В
D0:=70:          # Диаметр окна трансформатора после намотки, мм

c1:=280:         # Удельная стоимость материалов. (Cu=280руб/кг, Al=180руб/кг)
c2:=120:         # Удельная стоимость стали. (Fe=120руб/кг)

chi:=0.0043:     # ТКС меди = 0.0043. (ТКС алюминия = 0.0040)
rm:=0.0175*(1e-6):# Удельное сопротивление (Cu=0.0175, Al=0.0260), Ом*м2/м
rcu:=8890:       # Плотность (Cu=8890, Al=2700), кг/м3
rc:=7800:        # Плотность Fe=7800, кг/м3
kc:=0.96:        # Коэффициент заполнения магнитопровода сталью
alpha:=14:       # Коэффициент теплопередачи
a:=1.08:         # Поправочный коэффициент для W1
b:=1.16:         # Поправочный коэффициент для W2
P0:=1.35:        # Удельные потери в стали, Вт/кг
V:=1.5:          # Индукция Тл.
f:=50:           # Частота питающей сети, Гц
omega:=2*Pi*f:   # Круговая частота
H:=40:           # Напряженность поля (А/м) при индукции 1.5Тл
mu0:=4*Pi*1e-7: # Магнитная постоянная
mu:=30000:       # Относительная магнитная проницаемость
N:=1/sqrt(2)/Pi/f:# N:=0.004501581578
q:=4/Pi:         # Коэффициент укладки меди

```

```

delta:=arctan(mu0*mu*rc*kc*P0/Pi/f/B^2): # Угол потерь
beta:=rc*kc*P0: # Вспомогательный коэффициент
iaxx:=Pc/u1: # Активная составляющая тока XX,А
ipxx:=iaxx/tan(delta): # Реактивная составляющая тока XX,А
ixx:=sqrt(iaxx^2+ipxx^2): # Полный ток холостого хода,А
im:=ipxx: # Намагничивающий ток (А)
L1:=u1/omega/ipxx: # Индуктивность первичной обмотки
xL1:=u1/ipxx: # Реактивное сопротивление первичной обмотки
ila:=(P+Pm+Pc)/u1: # Активная составляющая тока обмотки W1,А
il:=sqrt(ipxx^2+ila^2): # Полный ток обмотки W1,А
x1:=a*u1*il+epsilon*b*(P+Pm):
E1:=u1-a*u1*Pm/x1: # ЭДС первичной обмотки,В
i2:=P/u2: # Ток в нагрузке,А
E2:=u2+epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # ЭДС вторичной обмотки,В
W0:=N*beta^2*k*(Pm+Pc)^2/4/kc/alpha^2/(1+k)^2/V/T^2/Pc^2:
h:=2*alpha*(1+k)*T/k/beta*Pc/(Pm+Pc): # Высота магнитопровода,м
l0:=2*(1+k)*h: # Длина единичного витка,м
S1:=rm*a*(1+chi*T)*i1*E1*W0*l0/(u1-E1): # Сечение провода W1,м2
S2:=rm*b*(1+chi*T)*i2*E2*W0*l0/(E2-u2): # Сечение провода W2,м2
W1:=W0*E1: # Количество витков первичной обмотки
W2:=u2*(P+Pm)*W1/u1/P: # Количество витков вторичной обмотки
l1:=a*l0*W1: # Длина первичной обмотки,м
l2:=b*l0*W2: # Длина вторичной обмотки,м
r1:=a*u1*Pm/x1/(1+chi*T)/i1: # Сопротивление W1 при T=0
r2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/(1+chi*T)/i2^2: # Сопротивление W2 при T=0
R1:=(1+chi*T)*r1: # Сопротивление W1 при T=Туст
R2:=(1+chi*T)*r2: # Сопротивление W2 при T=Туст
R0:=Pm/i1^2: # Эквивалентное сопротивление при Туст.
r0:=Pm/(1+chi*T)/i1^2: # Начальное эквивалентное сопротивление
mCu:=rcu*(S1*l1+S2*l2): # Масса меди, кг
mFe:=Pc/P0: # Масса стали, кг

```

```

#M:=mCu+mFe: # Масса трансформатора
Q:=q*(W1*S1+W2*S2): # Площадь окна, занятого обмотками тр-ра
y:=2*sqrt(ST+Q)=sqrt(Pi)*D1: # Уравнение связи
D1:=Pc/Pi/k/beta/h^2-k*h: # Диаметр окна магнитопровода, м
D2:=Pc/Pi/k/beta/h^2+k*h: # Диаметр магнитопровода, м
ST:=(1e-6)*Pi*D0^2/4: # Технологическое окно, м
F:=Pi*(D2^2-D1^2)/2+Pi*(D1+D2)*h:
Dul:=a*u1*Pm/x1: # Падение напряжения u1
Du2:=epsilon*b*(P+Pm)*Pm/x1/i2: # Падение напряжения u2
ukz:=Pm/i1: # Напряжение короткого замыкания
E1xx:=u1-(1+chi*T)*r1*ixx: # ЭДС тока холостого хода
E2xx:=W2*E1xx/W1: # Напряжение холостого хода
n:=W1/W2: # Коэффициент трансформации
#eta:=P/(P+Pm+Pc): # КПД трансформатора
P1:=r1*i1^2: # Потери в обмотке W1 при T=0
P2:=r2*i2^2: # Потери в обмотке W2 при T=0
Pm1:=P1*(1+chi*T): # Потери в обмотке W1 при T=Туст
Pm2:=P2*(1+chi*T): # Потери в обмотке W2 при T=Туст
d1:=sqrt((4e6)*S1/Pi): # Диаметр провода W1, мм
d2:=sqrt((4e6)*S2/Pi): # Диаметр провода W2, мм
j1:=(1e-6)*i1/S1: # Плотность тока i1, А/мм2
j2:=epsilon*j1: # Плотность тока i2, А/мм2
kz:=Q/(Pi*D1^2/4): # Коэффициент заполнения
Dx:=1000*sqrt(D1^2-4*Q/Pi): # Окно после намотки (вычислено)
SUMMA:=evalf(c1*mCu+c2*mFe): # Стоимость трансформатора

y2:=sqrt(4*(ST+Q))-sqrt(Pi)*D1=0: # Уравнение связи

A:=rcu*(rm*a^2*i1*E1^2*N^2*beta^2*(Pm+Pc)^2/kc^2/alpha^2/B^2/Pc^2/(u1-
E1)+rm*b^2*E2*N^2*beta^2*(Pm+Pc)^2/kc^2/alpha^2/B^2/Pc^2/(E2-

```

```

u2)*(P+Pm)*E1/u1);;
f1:=M-A*(1+chi*T)/T^2-Pc/P0=0;; # Масса тр-ра форма 1
f2:=(M-Pc/P0)*T^2-A*(1+chi*T);; # Масса тр-ра форма 2

T1:=solve(f1,T)[1];# Первый корень уравнения
T2:=solve(f1,T)[2];# Второй корень уравнения

# Зависимость y3=f(Pm,Pc), полученная путем исключения T и системы
# уравнений: {sqrt(4*(ST+Q))-sqrt(Pi)*Dl=0, M-A*(1+chi*T)/T^2-Pc/P0=0}
y3:=subs(T=T2,y2);#

constr:=[y3,Pc>=0,Pm>=0,P>=0]:
Eta:=Search(P/(P+Pm+Pc),constr,variables=[Pm,Pc,P,epsilon,k],step=0.05,assume=nonnegative
,maximize=true);#
eta:=Eta[1];;
Pm:=Eta[2][1];;
Pc:=Eta[2][2];;
P:=Eta[2][3];
epsilon:=Eta[2][4];;
k:=Eta[2][5];;
T:=evalf(T2);;

printf("Программа П1.8. Расчет трансформатора заданной
      массы с максимальным КПД. Мощность вычисляется");
printf("  *** ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ***");
printf("1.  Масса трансформатора           M = %.2f кг\n",M);
printf("2.  Напряжение первичной обмотки     u1 = %.1f В\n",u1);
printf("3.  Напряжение вторичной обмотки      u2 = %.1f В\n",u2);
printf("4.  Заданное окно после намотки      D0 = %.1f мм\n",D0);

```

```

printf("    *** РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА *** ");
printf("5.    Полезная мощность                P = %.2f Вт\n", P);
printf("6.    Температура перегрева трансформатора T = %.2f град.\n", T);
printf("7.    Диаметр магнитопровода                D2 = %.4f мм\n", 1000*D2);
printf("8.    Диаметр окна магнитопровода           D1 = %.4f мм\n", 1000*D1);
printf("9.    Высота магнитопровода                 H = %.4f мм\n", 1000*h);
printf("10.   Коэффициент формы керна              k = %.4f\n", k);
printf("11.   Масса меди всех обмоток              mCu = %.4f кг\n", mCu);
printf("12.   Масса магнитопровода                 mFe = %.4f кг\n", mFe);
printf("13.   Основные материалы                    Цена = %.2f руб\n", SUMMA);
printf("14.   Потери в магнитопроводе (сталь)       Pc = %.4f Вт\n", Pc);
printf("15.   Суммарные потери мощности в меди при Туст. Pm = %.4f Вт\n", Pm);
printf("16.   Начальные общие потери мощности в меди P1+P2 = %.4f Вт\n", P1+P2);
printf("17.   Начальные потери мощности в обмотке W1 P1 = %.4f Вт\n", P1);
printf("18.   Начальные потери мощности в обмотке W2 P2 = %.4f Вт\n", P2);
printf("19.   Потери мощности в W1 при Туст.         Pm1 = %.4f Вт\n", Pm1);
printf("20.   Потери мощности в W2 при Туст.         Pm2 = %.4f Вт\n", Pm2);
printf("21.   Полные потери мощности в трансформаторе при Туст. Pc+Pm = %.4f Вт\n", Pc+Pm);
printf("22.   Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра r0 = %.4f Ом\n", r0);
printf("23.   Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст. R0 = %.4f Ом\n", R0);
printf("24.   Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0. r1 = %.4f Ом\n", r1);
printf("25.   Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0. r2 = %.4f Ом\n", r2);
printf("26.   Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст. R1 = %.4f Ом\n", R1);
printf("27.   Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст. R2 = %.4f Ом\n", R2);
printf("28.   Коэффициент полезного действия трансформатора КПД = %.10f\n", eta);
printf("29.   Коэффициент трансформации            n = %.4f\n", n);
printf("30.   Активная составляющая тока холостого хода iaxx = %.4f
mA\n", 1000*iaxx);
printf("31.   Реактивная составляющая тока холостого хода ipxx = %.4f
mA\n", 1000*ipxx);
printf("32.   Полный ток холостого хода            ixx = %.4f mA\n", 1000*ixx);

```

```

printf("33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора
printf("34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра
printf("35. Активная составляющая тока в первичной обмотке
printf("36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке
mA\n",1000*ipxx);
printf("37. Полный ток первичной обмотки
printf("38. Ток вторичной обмотки
printf("39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
printf("40. ЭДС первичной обмотки W1.
printf("41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
printf("42. ЭДС вторичной обмотки W2.
printf("43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
printf("44. Напряжение короткого замыкания
printf("45. Напряжение холостого хода
printf("46. Количество витков на один вольт ЭДС
printf("47. Количество витки первичной обмотки
printf("48. Количество витки вторичной обмотки
printf("49. Сечение провода первичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S1);
printf("50. Сечение провода вторичной обмотки
мм2\n", (1e6)*S2);
printf("51. Диаметр провода первичной обмотки
printf("52. Диаметр провода вторичной обмотки
printf("53. Плотность тока первичной обмотки
printf("54. Плотность тока вторичной обмотки
printf("55. Коэффициент перераспределения токов
printf("56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью
printf("57. Диаметр окна после намотки (для контроля)
printf("    Параметр Dx должен быть равен D0\n");

L1 = %.4f Гн\n", L1);
xL1 = %.4f Ом\n", xL1);
ila = %.4f А\n", ila);
ilp = %.4f

i1 = %.4f А\n", i1);
i2 = %.4f А\n", i2);
im = %.4f mA\n", 1000*im);
E1 = %.4f В\n", E1);
Du1 = %.4f В\n", Du1);
E2 = %.4f В\n", E2);
Du2 = %.4f В\n", Du2);
Uкз = %.4f В\n", ukz);
U2xx = %.4f В\n", E2xx);
W0 = %.4f виток/В\n", W0);
W1 = %.2f виток\n", W1);
W2 = %.2f виток\n", W2);
S1 = %.4f

S2 = %.4f

d1 = %.4f мм\n", d1);
d2 = %.4f мм\n", d2);
j1 = %.6f А/мм2\n", j1);
j2 = %.6f А/мм2\n", j2);
epsilon = %.6f\n", epsilon);
Kз = %.4f\n", kz);
Dx = %.4f мм\n", Dx);

```



Программа П1.8. Расчет трансформатора заданной массы с максимальным КПД. Мощность вычисляется

\*\*\* ЗАДАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ \*\*\*

1. Масса трансформатора	M = 39.50 кг
2. Напряжение первичной обмотки	u1 = 220.0 В
3. Напряжение вторичной обмотки	u2 = 36.0 В
4. Заданное окно после намотки	D0 = 70.0 мм

\*\*\* РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА \*\*\*

5. Полезная мощность	P = 1512.71 Вт
6. Температура перегрева трансформатора	T = 11.54 град.
7. Диаметр магнитопровода	D2 = 271.9326 мм
8. Диаметр окна магнитопровода	D1 = 210.2882 мм
9. Высота магнитопровода	H = 37.3965 мм
10. Коэффициент формы керна	k = 0.8242
11. Масса меди всех обмоток	mCu = 32.9623 кг
12. Масса магнитопровода	mFe = 6.5377 кг
13. Основные материалы	Цена = 10013.97 руб
14. Потери в магнитопроводе (сталь)	Pc = 8.8259 Вт
15. Суммарные потери мощности в меди при Туст	Pm = 7.8754 Вт
16. Начальные общие потери мощности в меди	P1+P2 = 7.5030 Вт
17. Начальные потери мощности в обмотке W1	P1 = 3.6776 Вт
18. Начальные потери мощности в обмотке W2	P2 = 3.8254 Вт
19. Потери мощности в W1 при Туст.	Pm1 = 3.8601 Вт
20. Потери мощности в W2 при Туст.	Pm2 = 4.0153 Вт
21. Полные потери мощности в трансформаторе при Туст.	Pc+Pm = 16.7013 Вт
22. Начальное эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра	r0 = 0.1552 Ом
23. Эквивалентное сопротивление обмоток тр-ра при Туст.	R0 = 0.1630 Ом
24. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при T=0.	r1 = 0.0761 Ом
25. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при T=0.	r2 = 0.0022 Ом
26. Сопротивление первичной обмотки тр-ра при Туст.	R1 = 0.0799 Ом
27. Сопротивление вторичной обмотки тр-ра при Туст.	R2 = 0.0023 Ом

28. Коэффициент полезного действия трансформатора
29. Коэффициент трансформации
30. Активная составляющая тока холостого хода
31. Реактивная составляющая тока холостого хода
32. Полный ток холостого хода
33. Индуктивность первичной обмотки трансформатора
34. Реактивное сопротивление первичной обмотки тр-ра
35. Активная составляющая тока в первичной обмотке
36. Реактивная составляющая тока в первичной обмотке
37. Полный ток первичной обмотки
38. Ток вторичной обмотки
39. Намагничивающий ток (равен реактивному току XX)
40. ЭДС первичной обмотки W1.
41. Падение напряжения на сопротивлении r1 при Туст.
42. ЭДС вторичной обмотки W2.
43. Падение напряжения на сопротивлении r2 при Туст.
44. Напряжение короткого замыкания
45. Напряжение холостого хода
46. Количество витков на один вольт ЭДС
47. Количество витки первичной обмотки
48. Количество витки вторичной обмотки
49. Сечение провода первичной обмотки
50. Сечение провода вторичной обмотки
51. Диаметр провода первичной обмотки
52. Диаметр провода вторичной обмотки
53. Плотность тока первичной обмотки
54. Плотность тока вторичной обмотки
55. Коэффициент перераспределения токов
56. Коэффициент заполнения окна магнитопровода медью
57. Диаметр окна после намотки (для контроля)  
 Параметр Dx должен быть равен D0

КПД = 0.9890799182  
 n = 6.0795  
 i<sub>axx</sub> = 40.1178 mA  
 i<sub>рxx</sub> = 37.2056 mA  
 i<sub>xx</sub> = 54.7147 mA  
 L1 = 18.8219 Гн  
 xL1 = 5913.0842 Ом  
 i<sub>1a</sub> = 6.9519 A  
 i<sub>1p</sub> = 37.2056 mA  
 i<sub>1</sub> = 6.9520 A  
 i<sub>2</sub> = 42.0197 A  
 i<sub>m</sub> = 37.2056 mA  
 E1 = 219.4447 В  
 Du1 = 0.5553 В  
 E2 = 36.0956 В  
 Du2 = 0.0956 В  
 Uкз = 1.1328 В  
 U2xx = 36.1867В  
 W0 = 2.7121 виток/В  
 W1 = 595.16 виток  
 W2 = 97.90 виток  
 S1 = 20.1689 мм<sup>2</sup>  
 S2 = 125.1474 мм<sup>2</sup>  
 d1 = 5.0675 мм  
 d2 = 12.6231 мм  
 j1 = 0.344687 А/мм<sup>2</sup>  
 j2 = 0.335757 А/мм<sup>2</sup>  
 epsilon = 0.974092  
 Кз = 0.8892  
 Dx = 70.0000 мм

### Программа П1.9.

Расчет теплового режима трансформатора. Задана скважность мощности нагрузки.

Кроме параметров трансформатора, для расчета задаются два параметра: ON, OFF.

Параметр ON определяет время (мин) работы трансформатора под перегрузкой.

Параметр OFF определяет время (мин) паузы (нагрузка отключена).

Параметр N определяет количество циклов ВКЛ / ВЫКЛ трансформатора.

Параметр *Peregruzka* задает перегрузку трансформатора от номинального тока *i1* в процентах.

Минимальное значение этого параметра 0% и соответствует номинальному режиму.

Результат расчета выводится в виде графика, который показывает, как изменяется температура перегрева трансформатора во времени.

```
restart:  
with(plots):
```

```
ON:=20:           # Включенное состояние трансформатора, мин  
OFF:=45:          # Выключенное состояние трансформатора, мин  
N:=7:            # Количество циклов Вкл/Выкл  
i1N:=0.65:       # Номинальный первичный ток трансформатора, А  
Peregruzka:=40:  # Перегрузка трансформатора, %
```

### Параметры трансформатора

```
D2:=100.0:       # Диаметр магнитопровода, мм  
D1:=60.0:        # Окно магнитопровода, мм  
h:=20.0:         # Высота магнитопровода, мм  
mCu:=0.5335:     # Масса меди, кг  
mFe:=0.7528:     # Масса стали, кг
```

```
r0:=25.0587: # Приведенное сопротивление
Pc:=1.0162: # Потери в стали
```

#### Физические постоянные

```
alpha:=14: # коэффициент теплообмена
chi:=0.0043: # ТКС меди
c1:=381: # теплоемкость меди
c2:=419: # теплоемкость стали
```

#### Описание модели

```
a:=60*ON: # Включенное состояние трансформатора, сек
b:=60*OFF: # Выключенное состояние трансформатора, сек
lambda:=a+b: # Длительность цикла Вкл/Выкл сек
i1:=i1H+Peregruzka*i1H/100: # Первичный ток тр-ра с учетом перегрузки
M:=mCu+mFe: # Масса трансформатора, кг
c:=(c1*mCu+c2*mFe)/(mCu+mFe): # Теплоемкость материала тр-ра
V:=(1e-6)*Pi*(D2^2-D1^2)*h/4: # Объем магнитопровода
F:=(1e-6)*(Pi*(D2^2-D1^2)/2+Pi*(D1+D2)*h): # Площадь поверхности
tau1:=c*M/(alpha*F-chi*r0*i1^2): # Постоянная времени процесса нагревания
tau2:=c*M/alpha/F: # Постоянная времени процесса охлаждения
A:=(r0*i1^2+Pc)/(alpha*F-chi*r0*i1^2):
```

```
k:=1: # Номер текущего цикла
```

```
X:=0:
```

```
t0:=0:
```

```
while k<N+1
```

```
do
```

```
  t1:=(k-1)*lambda:
```

```
  t2:=(k-1)*lambda+a:
```

```
  t3:=k*lambda:
```

```

T[k] := (X-A)*exp(-(t-t0)/tau1)+A:
G[k] := plot(T[k], t=t1..t2):
plot(T[k], t=t1..t2);
Y:=subs(t=t2, T[k]):
Theta[k] := Y*exp(-(t-t2)/tau2):
g[k] := plot(Theta[k], t=t2..t3, color=blue):
X:=subs(t=t3, Theta[k]):
t0:=t3:
k:=k+1:
end
do:
G0:=plot(50, t=0..t3, color="green"):
display({G[j]$j=1..N, g[j]$j=1..N, G0});
printf("Номинальный ток первичной обмотки i1H = %.2f A\n", i1H);
printf("Ток первичной обмотки с учетом перегрузки i1 = %.2f A\n", i1);

```

Программа П1.10

Расчет теплового режима трансформатора. Задана скважность перегрузки.

Кроме параметров трансформатора, для расчета задаются три параметра: ON, OFF, Peregruzka.

Параметр ON определяет время (мин) работы трансформатора под перегрузкой.

Параметр OFF определяет время (мин) работы трансформатора под номинальной нагрузкой.

Параметр Peregruzka задает перегрузку трансформатора от номинального тока  $i_1$  в процентах.

Параметр N определяет количество циклов ПЕРЕГРУЗКА / НАГРУЗКА трансформатора.

Результат расчета выводится в виде графика, который показывает, как изменяется температура перегрева трансформатора во времени.

restart:

with (plots):

ON:=32: # Время перегрузки трансформатора, мин  
 OFF:=60: # Время нагрузки трансформатора, мин  
 N:=10: # Количество циклов Перегрузка/Нагрузка  
 i1H:=7.46: # Номинальный первичный ток трансформатора, А  
 Peregruzka:=70: # Прергрузка трансформатора, %

#### Параметры трансформатора

D2:=180.0: # Диаметр магнитопровода, мм  
 D1:=100.0: # Окно магнитопровода, мм  
 h:=60.0: # Высота магнитопровода, мм  
 mCu:=4.9430: # Масса меди, кг  
 mFe:=7.9041: # Масса стали, кг  
 r0:=0.5053: # Приведенное сопротивление  
 Pc:=10.6706: # Потери в стали

#### Физические постоянные

alpha:=14: # коэффициент теплообмена  
 chi:=0.0043: # ТКС меди  
 c1:=381: # теплоемкость меди  
 c2:=419: # теплоемкость стали

#### Описание модели

a:=60\*ON: # Время перегрузки трансформатора, сек  
 b:=60\*OFF: # Время нагрузки трансформатора, сек  
 lambda:=a+b: # Длительность цикла Перегрузка/Нагрузка, сек  
 i1:=i1H+Peregruzka\*i1H/100: # Первичный ток тр-ра с учетом перегрузки  
 M:=mCu+mFe: # Масса трансформатора, кг  
 c:=(c1\*mCu+c2\*mFe)/(mCu+mFe): # Теплоемкость материала тр-ра  
 V:=(1e-6)\*Pi\*(D2^2-D1^2)\*h/4: # Объем магнитопровода  
 F:=(1e-6)\*(Pi\*(D2^2-D1^2)/2+Pi\*(D1+D2)\*h): # Площадь поверхности магнитопровода  
 taul:=c\*M/(alpha\*F-chi\*r0\*i1^2): # Первая постоянная времени (перегрузка)

```

tau2:=c*M/(alpha*F-chi*r0*i1H^2):          # Вторая постоянная времени (нагрузка)
A1:=(r0*i1^2+Pc)/(alpha*F-chi*r0*i1^2):
A2:=(r0*i1H^2+Pc)/(alpha*F-chi*r0*i1H^2):

k:=1: # Номер текущего цикла
X:=0:
while k<N+1
do
  t1:=(k-1)*lambda:
  t2:=(k-1)*lambda+a:
  t3:=k*lambda:
  T[2*k-1]:=(X-A1)*exp(-(t-(k-1)*(a+b))/tau1)+A1:
  G[k]:=plot(T[2*k-1],t=t1..t2):
  X:=evalf(subs(t=t2,T[2*k-1])):

  T[2*k]:=(X-A2)*exp(-(t-(k*a+(k-1)*b))/tau2)+A2:
  g[k]:=plot(T[2*k],t=t2..t3):
  X:=evalf(subs(t=t3,T[2*k])):
  k:=k+1:
end
do:
G0:=plot(50,t=0..t3,color="green"):
display({G[j]$j=1..N,g[j]$j=1..N,G0});
printf("Номинальный ток первичной обмотки i1H = %.2f A\n",i1H);
printf("Ток первичной обмотки с учетом перегрузки (%.2f процентов) i1=%.2f
A\n",Peregruzka,i1);

```

## Приложение П2. ТАБЛИЦЫ ОСНОВНЫХ

Т а б л и ц а П2.1. Трансформатор минимальной массы 220/36 В,

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы керна	Ток холостого хода, mA	Омическое сопротивление первичной обмотки, Ом	Плотность тока $i_1$ , А/мм <sup>2</sup>	Плотность тока $i_2$ , А/мм <sup>2</sup>	$U_{xx}$ , В	Напряжение короткого замыкания, В
10	50×32×20	0,45	1,43	235,1	3,14	2,77	40,68	25,37
16	50×32×20	0,45	1,43	99,4	1,97	1,82	38,95	16,7
25	50×32×30	0,30	2,14	87,6	3,20	2,85	40,50	24,4
40	64×40×20	0,60	2,41	50,0	3,13	2,80	40,21	23,0
	64×40×30	0,40	3,62	61,5	4,63	4,01	41,43	28,9
	80×40×20	1,00	4,64	65,1	5,83	4,99	41,84	30,8
63	80×40×20	1,00	4,64	28,7	3,71	3,36	39,74	20,7
100	80×50×30	0,50	5,65	19,1	3,99	3,56	40,25	23,3
160	100×60×30	0,67	9,28	10,3	4,03	3,66	39,58	19,9
250	100×60×40	0,50	12,4	5,20	3,40	3,16	38,72	15,5
400	115×70×60	0,38	24,1	3,20	4,05	3,77	38,63	15,0
630	115×70×80	0,28	32,2	1,60	3,39	3,21	38,06	11,9
	125×70×60	0,46	31,1	1,44	3,25	3,09	37,84	10,7
1000	140×80×80	0,38	51,02	0,80	3,27	3,13	37,60	9,37
1600	180×100×80	0,50	86,59	0,42	3,33	3,21	37,33	7,84
2000	200×120×60	0,68	74,22	0,27	2,34	2,27	37,04	6,18
2500	200×120×80	0,50	98,96	0,20	2,43	2,37	36,97	5,80
4000	230×120×80	0,69	148,8	0,09	2,17	2,13	36,71	4,26
5000	230×120×120	0,46	223,2	0,07	2,47	2,43	36,70	4,20
7000	240×120×120	0,50	250,1	0,04	1,94	1,91	36,52	3,12



## ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФОРМАТОРОВ

размеры магнитопровода заданы. Расчет по программе П1.4

Напряжение короткого замыкания, %	КПД	$W_1$	$W_2$	Температура перегрева, град	Коэффициент заполнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопровода, кг	Масса тр-ра, кг	Стоимость материалов, руб
11,5	0,864	3592	665	15	0,20	28,6	0,07	0,17	0,25	41
7,60	0,911	3674	651	15	0,49	22,91	0,18	0,17	0,35	71
11,3	0,877	2402	442	25	0,32	26,30	0,16	0,26	0,42	76
10,5	0,887	2712	496	35	0,38	31,51	0,24	0,29	0,53	102
13,1	0,856	1780	336	35	0,18	36,29	0,15	0,44	0,58	94
14,0	0,844	1593	304	35	0,13	37,35	0,10	0,56	0,67	96
9,40	0,895	1637	296	35	0,30	33,48	0,24	0,56	0,80	134
10,6	0,886	1445	265	50	0,25	43,18	0,35	0,69	1,04	181
9,00	0,901	1094	197	50	0,21	53,46	0,46	1,13	1,59	263
7,00	0,922	829	146	50	0,28	50,9	0,74	1,51	2,25	388
6,80	0,926	492	86	50	0,16	64,0	0,81	2,94	3,75	580
5,40	0,938	372	64	50	0,23	61,6	1,40	3,92	5,32	862
4,86	0,944	407	70	50	0,26	60,3	1,35	3,78	5,14	833
4,26	0,950	281	48	50	0,21	71,0	1,83	6,21	8,04	1258
3,56	0,956	211	36	50	0,16	91,7	2,34	10,54	12,88	1921
2,81	0,966	283	48	50	0,26	103,3	4,59	9,03	13,62	2368
2,64	0,967	212	37	50	0,23	105,1	4,94	12,04	16,99	2830
1,94	0,975	155	26	50	0,30	100,3	7,21	18,11	25,33	4194
1,91	0,974	103	17	50	0,22	105,9	6,83	27,17	34,00	5173
1,42	0,980	95	16	50	0,36	96,0	11,44	30,49	41,92	6860

**Т а б л и ц а П2.2. Трансформатор минимальной массы 220/36 В,  
Расчет по программе П1.5**

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы ядра	Ток холостого хода, мА	Плотность тока $i_1$ , А/мм <sup>2</sup>	Плотность тока $i_2$ , А/мм <sup>2</sup>	$U_{xx}$ , В	Напряжение короткого замыкания, В	Напряжение короткого замыкания, %
10	55×34×13	0,79	1,15	2,53	2,26	40,16	22,59	10,27
16	55×30×16	0,75	1,67	2,22	2,04	38,97	16,68	7,58
25	59×33×16	0,76	1,99	2,91	2,62	39,90	21,38	9,71
40	67×39×18	0,77	2,63	3,33	2,67	40,30	23,37	10,62
	71×44×17	0,79	2,66	3,38	3,00	40,49	24,29	11,04
	72×44×17	0,79	2,66	3,39	3,00	40,53	24,49	11,13
63	74×43×21	0,76	3,84	3,05	2,78	39,42	19,02	8,64
100	86×52×22	0,78	5,06	3,53	3,17	39,94	21,66	9,85
160	102×63×24	0,79	7,60	3,28	3,00	39,27	18,26	8,30
250	108×63×29	0,77	10,95	2,98	2,78	38,52	14,37	6,53
400	128×77×32	0,78	16,50	2,77	2,61	38,09	12,06	5,48
630	137×78×39	0,76	24,07	2,52	3,05	37,61	9,42	4,28
	136×77×39	0,76	24,04	2,51	2,40	37,60	9,40	4,27
1000	157×90×44	0,76	35,86	2,32	2,23	37,30	7,67	3,49
1600	188×112×49	0,78	54,30	2,15	2,08	37,08	6,42	2,92
2000	205×126×51	0,79	66,19	2,08	2,02	36,99	5,90	2,68
2500	215×129×55	0,78	79,99	1,98	1,93	36,88	5,23	2,38
4000	231×131×67	0,75	118,9	1,77	1,73	36,66	3,96	1,80
5000	246×139×71	0,75	144,3	1,69	1,66	36,59	3,54	1,61
7000	257×137×82	0,73	191,7	1,54	1,51	36,47	2,85	1,30

**заданы температура перегрева и окно трансформатора.**

КПД	$W_1$	$W_2$	Температура перегрева, град	Коэффициент заполнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопротода, кг	Масса гр-ра, кг	Стоимость материалов, руб
0,881	4945	903	15	0,30	28,60	0,10	0,14	0,24	44
0,909	3321	589	15	0,43	22,91	0,14	0,20	0,34	63
0,891	3011	547	25	0,39	26,30	0,16	0,24	0,40	74
0,884	2591	475	35	0,36	31,51	0,22	0,31	0,53	98
0,880	2746	506	35	0,30	36,29	0,22	0,32	0,54	100
0,879	2781	513	35	0,29	37,35	0,22	0,32	0,54	100
0,905	1972	353	35	0,38	33,48	0,31	0,46	0,77	143
0,894	1760	320	50	0,32	43,18	0,41	0,60	1,02	188
0,910	1410	252	50	0,29	53,46	0,62	0,91	1,53	283
0,928	1023	179	50	0,35	50,90	0,89	1,31	2,20	406
0,939	820	142	50	0,32	64,00	1,35	1,97	3,32	614
0,951	593	101	50	0,38	61,60	1,96	2,88	4,84	895
0,952	588	101	50	0,39	61,29	1,96	2,87	4,83	893
0,960	459	78	50	0,38	71,00	2,94	4,29	7,23	1338
0,966	369	62	50	0,34	91,70	4,51	6,49	11,00	2041
0,968	334	56	50	0,31	104,0	5,53	7,91	13,44	2497
0,971	287	48	50	0,34	105,1	6,71	9,56	16,26	3025
0,977	204	34	50	0,41	100,3	10,07	14,21	24,28	4525
0,979	179	30	50	0,42	105,9	12,33	17,25	29,58	5522
0,983	138	23	50	0,51	96,00	16,59	22,91	39,50	7394

Т а б л и ц а П2.3. Трансформатор минимальной стоимости 220/36 В,  
Расчет по программе П1.5

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы керна	Ток холостого хода, mA	Плотность тока $i_1$ , А/мм <sup>2</sup>	Плотность тока $i_2$ , А/мм <sup>2</sup>	$U_{xx}$ , В	Напряжение короткого замыкания, В	Напряжение короткого замыкания, %
10	56×32×16	0,77	1,60	3,41	3,00	40,71	25,20	11,46
16	56×27×20	0,72	2,32	2,95	2,69	39,32	18,41	8,37
25	60×30×20	0,73	2,76	3,94	3,49	40,40	23,93	10,87
40	68×36×22	0,75	3,64	4,53	3,98	40,92	26,32	11,96
	72×40×21	0,77	3,69	4,61	4,02	41,16	27,43	12,47
	73×41×21	0,77	3,70	4,63	4,03	41,21	27,67	12,58
63	76×38×25	0,74	5,32	4,14	3,73	39,90	21,40	9,73
100	88×48×26	0,76	7,02	4,81	4,27	40,54	24,54	11,16
160	104×59×29	0,77	10,56	4,48	4,05	39,76	20,73	9,42
250	110×58×35	0,75	15,18	4,04	3,74	38,88	16,26	7,39
400	130×71×39	0,76	22,91	3,76	3,52	38,39	13,66	6,21
630	140×71×47	0,74	33,35	3,39	3,22	37,83	10,61	4,82
	139×70×47	0,74	33,34	3,39	3,22	37,83	10,59	4,81
1000	160×81×53	0,74	49,75	3,11	2,99	37,47	8,62	3,92
1600	192×103×59	0,75	75,55	2,89	2,79	37,22	7,20	3,27
2000	209×116×61	0,76	92,23	2,79	2,70	37,12	6,62	3,01
2500	219×118×67	0,76	111,4	2,64	2,57	36,99	5,84	2,66
4000	235×117×81	0,73	165,5	2,33	2,28	36,73	4,37	1,99
5000	250×124×87	0,73	201,1	2,22	2,17	36,65	3,89	1,77
7000	261×119×101	0,70	266,8	2,00	1,97	36,51	3,09	1,40

заданы температура перегрева и окно трансформатора.

КПД	$W_1$	$W_2$	Температура перегрева, град	Коэффициент заполнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопровода, кг	Масса тр-ра, кг	Стоимость материалов, руб
0,863	3463	642	15	0,18	28,6	0,06	0,19	0,25	40
0,895	2317	415	15	0,29	22,91	0,09	0,28	0,37	58
0,876	2108	388	25	0,26	26,30	0,10	0,33	0,43	69
0,868	1817	338	35	0,23	31,51	0,14	0,43	0,57	90
0,863	1927	361	35	0,19	36,29	0,14	0,44	0,58	92
0,861	1952	366	35	0,18	37,35	0,14	0,44	0,58	92
0,891	1383	251	35	0,25	33,48	0,20	0,64	0,83	132
0,879	1237	228	50	0,20	43,18	0,26	0,84	1,10	173
0,896	993	180	50	0,18	53,46	0,39	1,26	1,65	260
0,917	720	127	50	0,22	50,9	0,56	1,81	2,37	374
0,929	577	101	50	0,20	64,0	0,85	2,74	3,58	565
0,944	417	72	50	0,25	61,6	1,23	3,89	5,22	824
0,944	416	72	50	0,25	61,3	1,23	3,98	5,22	823
0,953	322	55	50	0,25	71,0	1,85	5,94	7,80	1232
0,960	260	44	50	0,21	91,7	2,84	9,03	11,86	1878
0,963	235	40	50	0,20	104,0	3,48	11,02	14,50	2297
0,967	202	34	50	0,21	105,1	4,23	13,32	17,55	2783
0,974	143	24	50	0,27	100,3	6,41	19,77	26,18	4168
0,976	125	21	50	0,28	105,9	7,87	24,02	31,89	5087
0,980	96	16	50	0,36	96,0	10,69	31,88	42,57	6818

Таблица П2.4. Трансформатор заданной массы 220/36 В, обладающий  
Расчет по программе П1.7

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы керна	Ток холостого хода, mA	Плотность тока $i_1$ , A/mm <sup>2</sup>	Плотность тока $i_2$ , A/mm <sup>2</sup>	$U_{xx}$ , В	Напряжение короткого замыкания, В	Напряжение короткого замыкания, %
10	49×29×13	0,7579	1,0	2,02	1,83	39,30	18,36	8,3
16	53×30×15	0,7441	1,4	1,97	1,81	38,82	15,90	7,2
25	55×31×17	0,7345	1,8	2,54	2,30	39,47	19,27	8,8
40	59×32×19	0,7230	2,4	2,78	2,52	39,48	19,34	5,8
63	66×34×22	0,7108	3,4	2,58	2,37	38,81	15,88	7,2
100	77×43×23	0,7432	4,5	2,97	2,71	39,23	18,06	8,2
160	86×46×27	0,7282	6,8	2,66	2,47	38,46	14,02	6,4
250	107×65×27	0,7758	9,7	2,71	2,53	38,46	14,03	6,4
400	118×69×32	0,7589	14,6	2,40	2,27	37,83	10,61	4,8
630	129×73×38	0,7439	21,2	2,21	2,11	37,46	8,56	3,9
1000	143×78×44	0,7297	31,5	1,99	1,92	37,13	6,66	3,0
1600	161×86×52	0,7168	47,5	1,77	1,71	36,85	5,09	2,3
2000	168×90×56	0,7115	57,6	1,67	1,62	36,75	4,49	2,0
2500	179×94×60	0,7066	69,5	1,60	1,56	36,67	4,04	1,8
4000	212×116×66	0,7265	102,0	1,52	1,48	36,58	3,51	1,6
5000	224×121×71	0,7210	123,3	1,44	1,41	36,52	3,11	1,4
7000	243×130×79	0,7136	163,0	1,35	1,32	36,4	2,65	1,2

**максимальным КПД. Заданы масса и диаметр окна трансформатора.**

КПД	$W_1$	$W_2$	Температура перегрева, град	Коэффициент заполнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопровода, кг	Масса гр-ра, кг	Стоимость материалов, руб
0,9019	4990	892	13,8	0,51	20	0,12	0,12	0,24	48
0,9145	3799	671	15,3	0,56	20	0,17	0,17	0,34	68
0,9022	3167	569	24,6	0,57	20	0,19	0,21	0,40	79
0,9035	2498	449	32,4	0,60	20	0,25	0,28	0,53	103
0,9197	1898	335	33,0	0,66	20	0,36	0,41	0,77	150
0,9112	1712	305	46,4	0,52	30	0,47	0,55	1,02	198
0,9299	1264	221	44,8	0,58	30	0,71	0,82	1,53	298
0,9304	1167	204	51,2	0,41	50	1,04	1,16	2,20	431
0,9462	848	146	48,7	0,47	50	1,58	1,74	3,32	651
0,9559	633	108	49,4	0,53	50	2,30	2,54	4,84	949
0,9648	469	79	48,6	0,59	50	3,46	3,77	7,23	1421
0,9722	347	58	47,1	0,66	50	5,33	5,67	11,00	2172
0,9751	302	50	46,5	0,69	50	6,55	6,89	13,44	2661
0,9772	264	44	47,0	0,72	50	7,96	8,30	16,26	3225
0,9800	216	36	49,6	0,64	70	12,10	12,18	24,28	4848
0,9819	188	31	49,5	0,67	70	14,85	14,73	29,58	5926
0,9842	154	26	50,5	0,71	70	20,02	19,48	39,50	7944

**Т а б л и ц а П2.5. Трансформатор минимальной массы 220/36 В.  
керна трансформатора. Расчет по программе П1.2**

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы керна	Ток холостого хода, mA	Плотность тока i <sub>1</sub> , А/мм <sup>2</sup>	Плотность тока i <sub>2</sub> , А/мм <sup>2</sup>	U <sub>хх</sub> , В	Напряжение короткого замыкания, В	Напряжение короткого замыкания, %
10	48×27×14	0,7579	1,2	2,29	2,08	39,44	19,05	8,7
16	53×28×17	0,7441	1,6	2,22	2,05	38,93	16,47	7,5
25	55×29×18	0,7345	2,0	2,82	2,56	39,59	19,88	9,0
40	59×30×20	0,7230	2,6	3,07	2,78	39,60	19,34	8,8
63	66×33×24	0,7108	3,8	2,84	2,62	38,90	16,36	7,4
100	77×41×24	0,7432	5,1	3,27	2,99	39,35	18,67	8,5
160	85×44×29	0,7282	7,6	2,93	2,73	38,54	14,48	6,6
250	107×62×29	0,7758	10,8	3,01	2,81	38,56	14,59	6,6
400	118×65×36	0,7589	16,4	2,67	2,53	37,90	11,02	5,0
630	129×69×41	0,7439	23,9	2,45	2,35	37,51	8,85	4,0
1000	143×73×48	0,7297	35,6	2,21	2,14	37,17	6,89	3,1
1600	160×79×57	0,7168	53,8	1,97	1,91	36,88	5,25	2,4
2000	169×82×61	0,7115	66,2	1,83	1,79	36,76	4,51	2,1
2500	178×85×66	0,7066	79,1	1,78	1,74	36,69	4,15	1,9
4000	211×107×72	0,7265	117,3	1,70	1,67	36,60	3,61	1,6
5000	223×111×78	0,7210	142,3	1,61	1,59	36,53	3,19	1,5
7000	241×118×87	0,7136	188,8	1,51	1,49	36,45	2,71	1,2



**Заданы температура перегрева, диаметр окна и коэффициент формы**

КПД	$W_1$	$W_2$	Температура перегрева, град	Коэффициент заполнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопротода, кг	Масса тр-ра, кг	Стоимость материалов, руб
0,8966	4205	755	13,8	0,44	20	0,10	0,14	0,24	44
0,9100	3202	567	15,3	0,49	20	0,14	0,20	0,34	62
0,8982	2742	494	24,6	0,51	20	0,16	0,24	0,40	73
0,8998	2188	394	32,4	0,55	20	0,21	0,31	0,52	97
0,9167	1658	293	33,0	0,60	20	0,30	0,46	0,76	140
0,9077	1511	270	46,4	0,47	30	0,41	0,60	1,01	186
0,9271	1110	195	44,8	0,53	30	0,61	0,90	1,51	279
0,9272	1024	180	51,2	0,36	50	0,88	1,30	2,18	402
0,9437	739	127	48,7	0,42	50	1,33	1,95	3,28	606
0,9539	550	94	49,4	0,47	50	1,93	2,85	4,78	884
0,9632	405	68	48,6	0,53	50	2,89	4,25	7,14	1320
0,9709	296	50	47,1	0,60	50	4,42	6,44	10,9	2009
0,9743	255	43	46,5	0,63	50	5,48	7,90	13,38	2484
0,9762	223	37	47,0	0,66	50	6,57	9,45	16,02	2974
0,9790	182	30	49,6	0,57	70	9,88	14,01	23,89	4448
0,9810	158	26	49,5	0,60	70	12,09	17,00	29,09	5427
0,9834	128	21	50,5	0,65	70	16,24	22,56	38,80	7254

**Т а б л и ц а П2.6. Трансформатор заданной массы 220/36 В, перегрева и окно трансформатора. Мощность вычисляется.**

Мощность, ВА	Размеры магнито-провода, мм	Коэффициент формы керна	Ток холостого хода, мА	Плотность тока $i_1$ , А/мм <sup>2</sup>	Плотность тока $i_2$ , А/мм <sup>2</sup>	$U_{xx}$ , В	Напряжение короткого замыкания, В	Напряжение короткого замыкания, %
1,8	53×42×6	0,8931	0,3	0,38	0,37	37,13	6,60	3,0
2,8	60×46×7	0,9558	0,5	0,34	0,40	36,98	5,75	2,6
3,8	61×46×8	0,9336	0,6	0,40	0,38	36,91	5,39	2,5
5,5	66×50×9	0,8622	0,8	0,43	0,36	36,86	5,08	2,3
9,0	73×55×10	0,8439	1,1	0,40	0,36	36,72	4,26	1,9
15,5	81×61×13	0,7462	1,8	0,43	0,44	36,70	4,14	1,9
36,4	89×61×17	0,8022	3,6	0,50	0,59	36,64	3,84	1,7
29,5	117×95×12	0,8700	2,8	0,35	0,34	36,54	3,21	1,5
54,0	118×65×36	0,8385	4,4	0,36	0,35	36,46	2,75	1,3
105	140×108×19	0,8398	7,4	0,40	0,37	36,40	2,45	1,1
235	153×110×25	0,8397	14,1	0,47	0,45	36,36	2,19	1,0
301	178×137×25	0,8282	16,0	0,37	0,36	36,30	1,80	0,8
393	187×143×28	0,7692	19,8	0,39	0,34	36,27	1,66	0,8
495	201×154×28	0,8210	23,2	0,36	0,36	36,26	1,56	0,7
722	238×190×30	0,8026	30,1	0,33	0,33	36,23	1,38	0,6
976	253×200×32	0,8458	37,8	0,34	0,33	36,21	1,30	0,6
1513	272×210×37	0,8242	54,7	0,34	0,34	36,19	1,13	0,5

**обладающий максимальным КПД. Заданы температура  
Расчет по программе П1.8**

КПД	$W_1$	$W_2$	Температура пере- грева, град	Коэффициент за- полнения окна	Диаметр окна трансформатора, мм	Масса меди, кг	Масса магнитопр- вода, кг	Масса тр-ра, кг	Стоимость мате- риалов, руб
0,9407	18538	3130	2,2	0,77	20	0,20	0,04	0,24	61
0,9473	14413	2424	2,5	0,81	20	0,28	0,06	0,34	86
0,9505	11541	1937	2,7	0,81	20	0,33	0,07	0,40	100
0,9550	9929	1664	3,1	0,83	20	0,44	0,09	0,53	133
0,9606	7367	1230	3,4	0,87	20	0,63	0,14	0,77	193
0,9629	5215	870	4,1	0,76	30	0,80	0,22	1,02	251
0,9671	2817	469	5,9	0,76	30	1,10	0,43	1,53	360
0,9704	5049	839	4,1	0,72	50	1,86	0,34	2,20	562
0,9746	3515	583	4,9	0,76	50	2,79	0,53	3,32	845
0,9778	2276	377	6,3	0,79	50	3,96	0,88	4,84	1215
0,9806	1258	208	8,6	0,79	50	5,55	1,68	7,23	1755
0,9834	1329	219	8,0	0,87	50	9,09	1,91	11,00	2774
0,9845	1124	185	8,6	0,88	50	11,07	2,37	13,44	3385
0,9855	1034	170	9,0	0,89	50	13,49	2,77	16,26	4110
0,9871	960	158	9,3	0,86	70	20,68	3,60	24,28	6223
0,9879	809	133	10,2	0,88	70	25,07	4,51	29,58	7560
0,9891	595	98	11,5	0,89	70	32,97	6,54	39,50	10014

## Приложение ПЗ. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МЕДНЫХ ОБМОТОЧНЫХ ПРОВОДОВ И ШИН

**Т а б л и ц а ПЗ.1. Основные параметры медных обмоточных  
проводов ПЭТВ-2 круглого сечения**

Диаметр по меди, мм	Сечение меди, мм <sup>2</sup>	Диаметр провода с изоляцией, мм	Сопротивление 1 м провода при 20 °С, мОм	Масса 1 м провода, г
0,050	0,0020	0,063	8709	0,0180
0,063	0,0031	0,074	5484	0,0277
0,071	0,0040	0,091	4319	0,0352
0,080	0,0050	0,101	3402	0,0447
0,090	0,0064	0,113	2688	0,0566
0,100	0,0079	0,125	2177	0,0698
0,106	0,0088	0,132	1938	0,0785
0,112	0,0099	0,139	1736	0,0876
0,118	0,0109	0,145	1564	0,0972
0,125	0,0123	0,154	1393	0,1091
0,132	0,0137	0,162	1250	0,1217
0,140	0,0154	0,171	1110	0,1369
0,150	0,0177	0,182	967,3	0,1571
0,160	0,0201	0,194	850,2	0,1787
0,170	0,0237	0,205	753,1	0,2018
0,180	0,0255	0,207	671,8	0,2262
0,190	0,0284	0,228	602,9	0,2521
0,200	0,0314	0,239	544,1	0,2793
0,212	0,0353	0,254	484,3	0,3138
0,224	0,0394	0,266	433,8	0,3503
0,250	0,0437	0,297	348,4	0,4360
0,265	0,0552	0,314	310,0	0,4903
0,280	0,0616	0,329	277,7	0,5474
0,300	0,0707	0,352	241,9	0,6284

Продолжение табл. ПЗ.1

Диаметр по меди, мм	Сечение меди, мм <sup>2</sup>	Диаметр провода с изоляцией, мм	Сопротивление 1 м провода при 20 °С, мОм	Масса 1 м провода, г
0,315	0,0779	0,367	219,4	0,6928
0,335	0,0881	0,391	194,0	0,7836
0,355	0,0990	0,411	172,8	0,8799
0,375	0,1104	0,434	154,8	0,9819
0,400	0,1257	0,459	136,1	0,1170
0,425	0,1419	0,488	120,5	1,2610
0,450	0,1590	0,513	107,5	1,4140
0,475	0,1772	0,541	96,50	1,5750
0,500	0,1963	0,566	87,09	1,7460
0,530	0,2206	0,600	77,51	1,9610
0,560	0,2463	0,630	69,43	2,1900
0,600	0,2827	0,674	60,48	2,5140
0,630	0,3117	0,704	54,86	2,7710
0,670	0,3526	0,749	48,50	3,1340
0,710	0,3959	0,789	43,19	3,5200
0,750	0,4418	0,834	38,71	3,9270
0,800	0,5027	0,884	34,02	4,4690
0,850	0,5675	0,939	30,13	5,0450
0,900	0,6362	0,969	26,88	5,6560
0,950	0,7088	1,044	24,12	6,3010
1,000	0,7854	1,094	21,77	6,9820
1,060	0,8825	1,157	19,38	7,8450
1,120	0,9852	1,217	17,36	8,7580
1,180	1,0936	1,279	15,64	9,7220
1,250	1,2272	1,349	13,93	10,9100
1,320	1,3685	1,422	12,50	12,1700
1,400	1,5394	1,502	11,11	13,6900
1,450	1,6513	1,554	10,36	14,2300

Окончание табл. ПЗ.1

Диаметр по меди, мм	Сечение меди, мм <sup>2</sup>	Диаметр провода с изоляцией, мм	Сопротивление 1 м провода при 20 °С, мОм	Масса 1 м провода, г
1,500	1,7671	1,606	9,68	15,7100
1,600	2,0106	1,706	8,50	17,8700
1,700	2,2698	1,809	7,53	20,1800
1,800	2,5447	1,909	6,72	22,6200
1,900	2,8353	2,012	6,03	25,2100
2,000	3,1416	2,112	5,44	27,9300
2,120	3,5299	2,235	4,84	31,3800
2,240	3,9408	2,355	4,34	35,0300
2,360	4,3744	2,478	3,91	38,8900
2,500	4,9087	2,618	3,48	43,6400
2,800	6,1575	2,920	2,78	54,7800
3,150	7,7931	3,275	2,19	69,3500
3,550	9,8980	3,680	1,73	88,1100

Т а б л и ц а ПЗ.2. Стандартные типоразмеры шин ПЭТВП

Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>
1,25×5,00	6,25	1,25×8,00	10,00	1,32×2,80	3,69
1,25×5,30	6,62	1,25×8,50	10,62	1,32×3,15	4,15
1,25×5,60	7,00	1,25×9,00	11,25	1,32×3,55	4,68
1,25×6,0	7,50	1,25×9,50	11,87	1,32×4,00	5,28
1,25×6,30	7,87	1,25×10,00	12,50	1,32×4,50	5,94
1,25×6,70	8,37	1,32×2,00	2,64	1,32×5,00	6,60
1,25×7,10	8,87	1,32×2,24	2,95	1,32×5,60	7,39
1,25×7,50	9,37	1,32×2,50	3,30	1,32×6,30	8,31

Продолжение табл. ПЗ.2

Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>
1,32×7,10	9,37	1,50×2,24	3,36	1,60×6,70	10,72
1,32×8,00	10,56	1,50×2,50	3,75	1,60×7,10	11,36
1,32×9,00	11,88	1,50×2,80	4,20	1,60×7,50	12,00
1,32×10,00	13,20	1,50×3,15	4,72	1,60×8,00	12,80
1,40×2,00	2,80	1,50×3,55	5,32	1,60×8,50	13,60
1,40×2,12	2,96	1,50×4,00	6,00	1,60×9,00	14,40
1,40×2,24	3,13	1,50×4,50	6,75	1,60×9,50	15,20
1,40×2,36	3,30	1,50×5,00	7,50	1,60×10,00	16,00
1,40×2,50	3,50	1,50×5,60	8,40	1,60×11,20	17,92
1,40×2,65	3,71	1,50×6,30	9,45	1,60×11,80	18,88
1,40×2,80	3,92	1,50×7,10	10,65	1,60×12,50	20,00
1,40×3,00	4,20	1,50×8,00	12,00	1,70×2,50	4,25
1,40×3,15	4,41	1,50×9,00	13,50	1,70×2,80	4,76
1,40×3,35	4,69	1,50×10,00	15,00	1,70×3,15	5,35
1,40×3,55	4,97	1,50×11,20	16,80	1,70×3,55	6,03
1,40×3,75	5,25	1,60×2,24	3,58	1,70×4,00	6,80
1,40×4,00	5,60	1,60×2,36	3,77	1,70×4,50	7,65
1,40×4,25	5,95	1,60×2,50	4,00	1,70×5,00	8,50
1,40×4,50	6,30	1,60×2,65	4,24	1,70×5,60	9,52
1,40×4,75	6,65	1,60×2,80	4,48	1,70×6,30	10,71
1,40×5,00	7,00	1,60×3,00	4,80	1,70×7,10	12,07
1,40×5,30	7,42	1,60×3,15	5,04	1,70×8,00	13,60
1,40×5,60	7,84	1,60×3,35	5,36	1,70×9,00	15,30
1,40×6,00	8,40	1,60×3,55	5,68	1,70×10,00	17,00
1,40×6,30	8,82	1,60×3,75	6,00	1,70×11,20	19,04
1,40×6,70	9,38	1,60×4,00	6,40	1,70×12,50	21,25
1,40×7,10	9,94	1,60×4,25	6,80	1,80×2,50	4,50
1,40×7,50	10,50	1,60×4,50	7,20	1,80×2,65	4,77
1,40×8,00	11,20	1,60×4,75	7,60	1,80×2,80	5,04
1,40×8,50	11,90	1,60×5,00	8,00	1,80×3,00	5,40
1,40×9,00	12,60	1,60×5,30	8,48	1,80×3,15	5,67
1,40×9,50	13,30	1,60×5,60	8,96	1,80×3,35	6,03
1,40×10,00	14,00	1,60×6,00	9,60	1,80×3,55	6,39
1,40×10,60	14,84	1,60×6,30	10,08	1,80×3,75	6,75

Продолжение табл. ПЗ.2

Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>
1,80×4,00	7,20	2,00×3,15	6,30	2,12×9,00	19,08
1,80×4,25	7,65	2,00×3,35	6,70	2,12×10,00	21,20
1,80×4,50	8,10	2,00×3,55	7,10	2,12×11,20	23,74
1,80×4,75	8,55	2,00×3,75	7,50	2,24×3,15	7,05
1,80×5,00	9,00	2,00×4,00	8,00	2,24×3,35	7,50
1,80×5,30	9,54	2,00×4,25	8,50	2,24×3,55	7,95
1,80×5,60	10,08	2,00×4,50	9,00	2,24×3,75	8,40
1,80×6,00	10,80	2,00×4,75	9,50	2,24×4,00	8,96
1,80×6,30	11,34	2,00×5,00	10,00	2,24×4,25	9,52
1,80×6,70	12,06	2,00×5,30	10,60	2,24×4,50	10,08
1,80×7,10	12,78	2,00×5,60	11,20	2,24×4,75	10,64
1,80×7,50	13,50	2,00×6,00	12,00	2,24×5,00	11,20
1,80×8,00	14,40	2,00×6,30	12,60	2,24×5,30	11,87
1,80×9,00	16,20	2,00×6,70	13,40	2,24×5,60	12,54
1,80×9,50	17,10	2,00×7,10	14,20	2,24×6,00	13,44
1,80×10,00	18,00	2,00×7,50	15,00	2,24×6,30	14,11
1,80×10,60	19,08	2,00×8,00	16,00	2,24×6,70	15,00
1,80×11,20	20,16	2,00×8,50	17,00	2,24×7,10	15,90
1,80×11,80	21,24	2,00×9,00	18,00	2,24×7,50	16,80
1,80×12,50	22,50	2,00×9,50	19,00	2,24×8,00	17,92
1,90×3,55	6,74	2,00×10,00	20,00	2,24×8,50	19,04
1,90×4,00	7,60	2,00×10,60	21,20	2,24×9,00	20,16
1,90×4,50	8,55	2,00×11,20	22,40	2,24×9,50	21,28
1,90×5,00	9,50	2,00×11,80	23,60	2,24×10,00	22,40
1,90×5,60	10,64	2,00×12,50	25,00	2,24×10,60	23,74
1,90×6,30	11,97	2,12×3,15	6,67	2,24×11,20	25,08
1,90×7,10	13,49	2,12×3,55	7,52	2,36×3,55	8,37
1,90×8,00	15,20	2,12×4,00	8,48	2,36×4,00	9,44
1,90×9,00	17,10	2,12×4,50	9,54	2,36×4,50	10,62
1,90×10,00	19,00	2,12×5,00	10,60	2,36×5,00	11,80
1,90×11,20	21,28	2,12×5,60	11,87	2,36×5,60	13,21
1,90×12,50	23,75	2,12×6,30	13,35	2,36×6,30	14,86
2,00×2,80	5,60	2,12×7,10	15,05	2,36×7,10	16,75
2,00×3,00	6,00	2,12×8,00	16,96	2,36×8,00	18,88



Окончание табл. ПЗ.2

Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>	Типоразмер, мм × мм	Площадь сечения, мм <sup>2</sup>
2,36×9,00	21,24	2,65×5,60	14,84	3,00×7,10	21,30
2,36×10,00	23,60	2,65×6,30	16,69	3,00×8,00	24,00
2,50×3,55	8,87	2,65×7,10	18,81	3,15×4,50	14,17
2,50×3,75	9,37	2,65×8,00	21,20	3,15×4,75	14,96
2,50×4,00	10,00	2,65×9,00	23,85	3,15×5,00	15,75
2,50×4,25	10,62	2,80×4,00	11,20	3,15×5,30	16,69
2,50×4,50	11,25	2,80×4,25	11,90	3,15×5,60	17,64
2,50×4,75	11,87	2,80×4,50	12,60	3,15×6,00	18,90
2,50×5,00	12,50	2,80×4,75	13,30	3,15×6,30	19,84
2,50×5,30	13,25	2,80×5,00	14,00	3,15×6,70	21,10
2,50×5,60	14,00	2,80×5,30	14,84	3,15×7,10	22,36
2,50×6,00	15,00	2,80×5,60	15,68	3,15×7,50	23,67
2,50×6,30	15,75	2,80×6,00	16,80	3,15×8,00	25,20
2,50×6,70	16,75	2,80×6,30	17,64	3,35×5,00	16,75
2,50×7,10	17,75	2,80×6,70	18,76	3,35×5,60	18,76
2,50×7,50	18,75	2,80×7,10	19,88	3,35×6,30	21,10
2,50×8,00	20,00	2,80×7,50	21,00	3,35×7,10	23,78
2,50×8,50	21,25	2,80×8,00	22,40	3,55×5,00	17,75
2,50×9,00	22,50	2,80×8,50	23,80	3,55×5,30	18,81
2,50×9,50	23,75	2,80×9,00	25,20	3,55×5,60	19,88
2,50×10,00	25,00	3,00×4,50	13,50	3,55×6,00	21,30
2,65×4,00	10,60	3,00×5,00	15,00	3,55×6,30	22,36
2,65×4,50	11,92	3,00×5,60	16,80	3,55×6,70	23,78
2,65×5,00	13,25	3,00×6,30	18,90	3,55×7,10	25,20

## Оглавление

<b>Предисловие .....</b>	<b>3</b>
<b>Введение .....</b>	<b>5</b>
<b>Глава 1. Трансформатор. Постановка задачи расчета.</b>	
<b>Условные обозначения .....</b>	<b>8</b>
<b>Глава 2. Расчёт тока холостого хода трансформатора .....</b>	<b>16</b>
2.1. Электротехнические стали и их основные параметры .....	16
2.2. Коэффициент заполнения магнитопровода сталью .....	18
2.3. Расчет тока холостого хода .....	21
2.4. Угол потерь при холостом ходе трансформатора .....	25
2.5. Проверка качества тороидальных магнитопроводов и готовых трансформаторов по величине тока холостого хода.....	26
2.6. Оценка потерь в обмотках при холостом ходе трансформатора ..	27
2.7. Факторы, влияющие на удельные потери .....	28
<b>Глава 3. Расчет теплового режима трансформатора .....</b>	<b>30</b>
3.1. Тепловая модель тороидального трансформатора .....	30
3.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных .....	44
<b>Глава 4. Теория и расчет тороидального трансформатора .....</b>	<b>47</b>
4.1. Математическая модель тороидального трансформатора .....	47
4.1.1. Коэффициент полезного действия трансформатора .....	62
4.1.2. Аварийный режим работы трансформатора .....	67
4.1.3. Фазовые параметры трансформатора .....	68
4.1.4. Внешняя вольтамперная характеристика трансформатора .	70
4.1.5. Температура перегрева и другие параметры режима холостого хода .....	71
4.1.6. Аварийный режим работы трансформатора с учетом нагрева .....	73
4.1.7. Режим номинальной работы трансформатора (рабочий режим) .....	75
4.1.8. Параметры трансформатора в опыте короткого замыкания	76
4.1.9. КПД трансформатора при установившейся температуре перегрева .....	78
4.2. Программа математического моделирования трансформатора ....	80
4.3. Постановка задачи расчета. Критерий оптимизации. Ограничения .....	88
4.4. Трансформатор минимальной массы или минимальной стоимости при заданной температуре перегрева и активной нагрузке .....	92
4.5. Программа расчета оптимального трансформатора .....	109

---

4.6. Трансформатор с максимальным КПД .....	118
4.7. Графическое представление модели трансформатора в пространстве его параметров .....	131
4.8. Расчет трансформатора на заданном магнитопроводе .....	134
4.9. Влияние коэффициента формы керна на параметры трансформатора .....	149
4.10. Расчет трансформатора заданной массы, обладающего наибольшим КПД из всех возможных трансформаторов заданной массы .....	152
<b>Глава 5. Переходные процессы при включении трансформатора на синусоидальное напряжение .....</b>	<b>157</b>
5.1. Математический анализ и расчет параметров переходного процесса .....	157
5.2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных .....	173
<b>Глава 6. Основные параметры трансформаторов малой мощности</b>	<b>175</b>
<b>Заключение .....</b>	<b>180</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>182</b>
<b>Приложения .....</b>	<b>183</b>
Приложение П1. Программы расчета трансформаторов .....	183
Приложение П2. Таблицы основных параметров трансформаторов	268
Приложение П3. Основные параметры медных обмоточных проводов и шин .....	280