

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ВЫПУСК
УПРАВЛЕНИЕ И ИНФОРМАТИКА
В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Под редакцией доктора технических наук, профессора А. А. Бобцова

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ	
Бобцов А. А., Ведяков А. А., Колюбин С. А., Пыркин А. А. Гибридный алгоритм управления по выходу с компенсацией неизвестного мультисинусоидального возмущения.....	7
Слита О. В., Ушаков А. В. Обобщенное модальное управление в задаче синтеза параметрически инвариантных дискретных систем.....	11
Григорьев В. В., Бойков В. И., Быстров С. В., Рябов А. И., Мансурова О. К. Исследование процессов позитивных систем на основе качественной экспоненциальной устойчивости.....	15
Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М., Наумова А. К., Гурьянова А. Н. Экспоненциальная устойчивость линейных систем с распределенными параметрами.....	20
Музыка Д. А., Пещеров Р. О., Тертычный-Даури В. Ю. Эредитарная модель инерционного запаздывания в задаче оптимального управления.....	27
Бирюков Д. С., Дударенко Н. А., Ушаков А. В. Контроль вырождения динамических объектов и систем: грамианный подход.....	34
Бушуев А. Б., Мансурова О. К. Синтез управлений в двумерной системе с гладкими нелинейностями.....	38
Чеботарев С. Г., Кремлев А. С. Синтез интервального наблюдателя для линейной системы с переменными параметрами.....	42
УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	
Пыркин А. А., Мальцева Т. А., Лабадин Д. В., Суров М. О., Бобцов А. А. Синтез системы управления квадрокоптером с использованием упрощенной математической модели.....	47
Арановский С. В., Фрейдович Л. Б., Никифорова Л. В., Лосенков А. А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя. Часть I. Моделирование.....	52

Арановский С. В., Фрейдович Л. Б., Никифорова Л. В., Лосенков А. А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя. Часть II. Идентификация	57
Кремлев А. С., Колюбин С. А., Вражевский С. А. Автономная мультиагентная система для решения задач мониторинга местности	61
Капитанюк Ю. А., Чепинский С. А. Задача управления многоканальной динамической системой по кусочно-гладкой траектории	65
ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ	
Болтунов Г. И., Лямин А. В., Петрик А. И. Алгоритм управления движением мобильного колесного робота в задаче слежения за экзосистемой	71
Григорьев В. В., Бушуев А. Б., Коровьяков А. Н., Литвинов Ю. В. Анализ влияния ветровых возмущений на систему стабилизации курса летательных аппаратов	75
Бойков В. И., Быстров С. В., Королёв А. Ю. Динамика пьезопривода с управлением от широтно-импульсного модулятора с тремя состояниями	81
Боргуль А. С., Зименко К. А., Маргун А. А., Кремлев А. С. Многофункциональный активный протез руки	86
Блинников А. А., Бойков В. И., Булатов В. В., Кульчицкий А. А., Спорягин А. В. Коррекция искажений перспективы в системе технического зрения	89
SUMMARY (<i>перевод Ю. И. Копилевича</i>)	94

THEMATIC ISSUE

CONTROL AND INFORMATICS IN TECHNICAL SYSTEMS

By Edition of A. A. Bobtsov, Doctor of Technical Science, Professor

CONTENTS

PREFACE.....	5
CONTROL OVER DYNAMIC SYSTEMS	
Bobtsov A. A., Vedyakov A. A., Kolyubin S. A., Pyrkin A. A. Hybrid Algorithm of Output Control with Compensation for Unknown Multi-Sinusoidal Perturbation	7
Slita O. V., Ushakov A. V. Generalized Modal Control in the Problem of Parametrically Invariant Discrete System Synthesis.....	11
Grigoriev V. V., Boykov V. I., Bystrov S. V., Ryabov A. I., Mansurova O. K. Study of Positive Systems Processes on the Base of Qualitative Exponential Stability.....	15
Grigoriev V. V., Bystrov S. V., Pershin I. M., Naumova A. K., Guryanova A. N. Exponential Stability of Linear Systems with Distributed Parameters	20
Muzyka D. A., Peshcherov R. O., Tertychny-Dauri V. Yu. Hereditary Model of Inertial Time Delay in Optimal Control Problems.....	27
Biryukov D. S., Dudarenko N. A., Ushakov A. V. Control over Dynamic Objects and Systems Degeneration: Gramian Approach.....	34
Bushuev A. B., Mansurova O. K. Control Synthesis in Two-Dimensional System with Smooth Nonlinearities.....	38
Chebotarev S. G., Kremlev A. S. Synthesis of Interval Observer for Linear System with Variable Parameters.....	42
CONTROL AND INFORMATION PROCESSING IN ROBOTIC SYSTEMS	
Pyrkin A. A., Maltseva T. A., Labadin D. V., Surov M. O., Bobtsov A. A. Synthesis of Control System for a Quadcopter with the Use of a Simplified Mathematical Model .	47
Aranovskiy S. V., Freidovich L. B., Hikiforova L. V., Losenkov A. A. Modeling and Identification of Dynamics of a Hydraulic Actuator with a Spool Valve. Part I. Modeling	52
Aranovskiy S. V., Freidovich L. B., Hikiforova L. V., Losenkov A. A. Modeling and Identification of Dynamics of a Hydraulic Actuator with a Spool Valve. Part II. Identification.....	57
Kremlev A. S., Kolyubin S. A., Vrazhevsky S. A. Autonomous Multi-Agent "Robot-Guide" System to Solve Area Monitoring Problems.....	61
Kapitanyuk Yu. A., Chepinsky S. A. Task of Control System for Multichannel Dynamic System Over Piecewise Smooth Trajectory	65
APPLIED PROBLEMS AND TECHNICAL MEANS OF CONTROL	
Boltunov G. I., Lyamin A. V., Petrik A. I. Algorithm of Control Over Wheeled Mobile Robot Movement in the Problem of External System Monitoring.....	71

Grigoriev V. V., Bushuev A. B., Koroviakov A. N., Litvinov Yu. V. Analysis of the Effect of Wind Disturbances on Aircraft Course Stabilization System.....	75
Boykov V. I., Bystrov S. V., Korolev A. Yu. The Dynamics of Three-State PWM-Controlled Piezoelectric Actuator.....	80
Borgul A. S., Zimenko K. A., Margun A. A., Kremlev A. S. Multifunctional Active Artificial Arm.....	86
Blinnikov A. A., Boykov V. I., Bulatov V. V., Kulchitsky A. A., Sporyagin A. V. Correction of Perspective Project Distortion in a Technical Vision System	89
SUMMARY	94

Editor-in-Chief E. B. Yakovlev

ПРЕДИСЛОВИЕ

Тематический выпуск журнала посвящен научно-исследовательским работам, проводимыми сотрудниками кафедры систем управления и информатики (СУиИ) Санкт-Петербургского национального исследовательского университета информационных технологий, механики и оптики. Основные направления научных исследований кафедры СУиИ и приложений ее научной школы отражены как в предшествующих тематических выпусках, так и в научных и методических работах ее сотрудников. Как и ранее, системная методология научной школы кафедры опирается на возможности методов Ляпунова, оптимизации и матричного формализма, заложенного в уравнениях Ляпунова, Сильвестра и Риккати, а также методов современной теории нелинейных систем, модального, робастного и адаптивного управления.

Кафедра активно развивает новые направления теории управления ее приложения. В частности, в настоящий сборник вошли работы сотрудников кафедры и их коллег, посвященные управлению робототехническими, биотехническими и мультиагентными системами. Опыт сотрудников кафедры позволяет активно развивать такие перспективные современные исследования, как гибридное и интервальное управление для систем с переменными параметрами, управление сложными мехатронными и робототехническими системами, разработка генетических алгоритмов, управления активными протезами конечностей человека и прочее.

Накануне 70-летнего юбилея кафедра систем управления и информатики представляет собой работоспособный коллектив, полный новых идей и творческих планов развития теоретических основ, практических, информационных и технологических приложений в различных областях теории управления, необходимых для создания высококачественных систем управления и комплексов обработки, хранения и передачи информации в различных промышленных приложениях.

*Заведующий кафедрой
систем управления и информатики НИУ ИТМО,
декан факультета компьютерных технологий и управления,
докт. техн. наук, профессор А. А. БОБЦОВ*

*Профессор кафедры
систем управления и информатики НИУ ИТМО,
докт. техн. наук, профессор В. В. ГРИГОРЬЕВ*

PREFACE

This thematic issue is devoted to researches carried out by co-workers of the Department of Control Systems and Informatics (CSI) of St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics. The main fields of investigations of the Department and applications performed by its scientific school are represented in former thematic issues as well as in current scientific and methodical works by the Department employees. Just as it has been earlier, the systematic methodology of the department scientific school is based on potentialities of the Lyapunov method, optimization and matrix formalism laid in the foundation of Lyapunov, Sylvester, and Riccati equations, as well as methods of modern theory of nonlinear systems, methods of modal, robust, and adaptive control.

The Department is involved in active development of new lines of investigations in the control theory and its applications. In particular, the present issue includes papers by the Department co-workers and their colleagues, dedicated to control over robotic, biotechnical, and multi-agent systems. The experience gained by the Department researchers allows for active elaboration of such perspective modern avenues as hybrid and interval control for systems with variable parameters, control over complex mechatronic and robotic systems, development of hereditary algorithms, control over active limb prostheses, and so on.

Close to its 70th anniversary, the Department of Control Systems and Informatics is an efficient team generating new ideas and creative abilities aimed at development of theoretical principles, practical, information, and technological applications related to various areas of control theory, necessary for creation of high-performance control systems and complexes of information processing, storage, and transfer in a variety of industrial applications.

A. A. BOBTSOV

Dr. Techn. Sciences, Professor

Dean of Faculty of Computer Technologies and Control,

Head of Department of Control Systems and Informatics, SPb NRU ITMO

V. V. GRIGORIEV

Dr. Techn. Sciences, Professor

Department of Control Systems and Informatics, SPb NRU ITMO

А. А. БОБЦОВ, А. А. ВЕДЯКОВ, С. А. КОЛЮБИН, А. А. ПЫРКИН

ГИБРИДНЫЙ АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ПО ВЫХОДУ С КОМПЕНСАЦИЕЙ НЕИЗВЕСТНОГО МУЛЬТИСИНУСОИДАЛЬНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ*

Предлагается способ решения задачи управления по выходу линейным параметрически неопределенным объектом с неточно заданной относительной степенью, подверженным влиянию внешнего неизвестного мультисинусоидального возмущающего воздействия. Решение данной задачи найдено в классе гибридных алгоритмов адаптации, включающих в себя каналы стабилизации и идентификации параметров возмущающего воздействия.

Ключевые слова: гибридное управление, управление в условиях неопределенности, компенсация возмущения.

Введение. Настоящая статья посвящена анализу и синтезу методов управления параметрически неопределенными объектами в условиях действия внешних неизмеряемых возмущений. В работе [1] рассматривался объект управления вида

$$a(p)y(t) = b(p)[u(t) + \bar{\delta}(t)],$$

подверженный влиянию неизмеряемого возмущающего воздействия $\bar{\delta}(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$. Допускалось, что все параметры объекта и возмущающего воздействия неизвестны, но точно задана относительная степень. С использованием только измерений выходной переменной $y(t)$ был синтезирован гибридный регулятор, в котором комбинируются методы, приведенные в работах [2—7]. В настоящей статье, в отличие от работ [1, 8—14], предлагается подход, позволяющий парировать мультисинусоидальное возмущающее воздействие с неизвестными амплитудами, фазами и частотами, причем делать это в условиях полной параметрической неопределенности объекта управления и при любой относительной степени.

Постановка задачи. Как и в статье [1], рассмотрим объект управления вида

$$a(p)y(t) = b(p)[u(t) + \delta(t)], \quad (1)$$

где $p = d/dt$ — оператор дифференцирования, $y(t)$ — выход объекта, $u(t)$ — сигнал управления, параметры полиномов $a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \dots + a_0$ и

$b(p) = b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + b_{m-2} p^{m-2} + \dots + b_0$ — неизвестные числа, а $\delta(t) = \sum_{i=1}^r A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ —

возмущающее воздействие с неизвестными параметрами A_1, \dots, A_r , $\omega_1, \dots, \omega_r$ и $\varphi_1, \dots, \varphi_r$.

* Работа поддержана федеральной целевой программой „Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007—2013 годы“ (государственный контракт № 11.519.11.4007).

Цель управления: требуется найти такой сигнал $u(t)$, чтобы было выполнено условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0. \quad (2)$$

Данную задачу будем решать при следующих допущениях.

Допущение 1. Полином $b(p)$ гурвицев и коэффициент $b_0 > 0$.

Допущение 2. Известно максимальное значение относительной степени ρ_{\max} , но не сама относительная степень $\rho = n - m$.

Допущение 3. Известно число r , т.е. количество синусоид в сигнале $\delta(t)$.

Допущение 4. Полином $b(p)$ не имеет корней $\pm j\omega_i$ ($j = \sqrt{-1}$ и $i = \overline{1, r}$).

Основной результат. Как и в [1], сначала будем рассматривать вспомогательный результат, предполагая, что параметры ω_i возмущающего воздействия $\delta(t)$ известны. Используя результат [1, 15], выберем закон управления $u(t)$ в виде

$$u(t) = -k \frac{\alpha(p)(p+1)^{2r}}{(Tp+1)^{\rho_{\max}-1}(p^2 + \omega_i^2)^r} \xi_1(t), \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \sigma \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 &= \sigma \xi_3, \\ &\dots \\ \dot{\xi}_{\rho_{\max}-1} &= \sigma(-k_1 \xi_1 - k_2 \xi_2 - \dots - k_{\rho_{\max}-1} \xi_{\rho_{\max}-1} + k_1 y), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где число $k > 0$ и полином $\alpha(p)$ степени $(\rho_{\max} - 1)$ выбираются так, чтобы передаточная функция

$$H(p) = \frac{\alpha(p)b(p)}{a(p)(p^2 + \omega_i^2)^r (Tp+1)^\gamma + k\alpha(p)(p+1)^{2r} b(p)}$$

была строго вещественно положительной, $\gamma = \rho_{\max} - \rho > 0$, постоянная времени T апериодического звена должна быть достаточно малой величиной, $\sigma > T^{-1} > k$. Коэффициенты k_i рассчитываются из требований асимптотической устойчивости системы (4) при нулевом входе $y(t)$.

Отличительной особенностью регулятора (3) от предложенного в [15] является использование слагаемого $(p+1)^{2r}/(p^2 + \omega_i^2)^r$, которое представляет собой встраиваемую модель возмущающего воздействия $\delta(t)$. Это слагаемое в случае известных параметров $\omega_1, \dots, \omega_r$ парировует возмущающее воздействие $\delta(t)$. Если параметры $\omega_1, \dots, \omega_r$ неизвестны, то следуя [1], будем использовать итеративный алгоритм адаптации вида

$$\begin{aligned} u(t) &= -k \frac{\alpha(p)(p+1)^{2r}}{(Tp+1)^{\rho_{\max}-1}(p^2 + \hat{\omega}_i^2)^r} \xi_1(t) = \\ &= -k \frac{\alpha(p)(p+1)^{2r}}{(Tp+1)^{\rho_{\max}-1}(p^{2r} + \hat{\theta}_r p^{2(r-2)} + \dots + \hat{\theta}_1)} \xi_1(t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_r$ — оценки неизвестных параметров полинома

$$\mathfrak{Z}(p) = p^{2r} + \theta_r p^{2(r-2)} + \dots + \theta_1 = (p^2 + \omega_i^2)^r, \quad i = \overline{1, r}.$$

Идентификацию неизвестных параметров $\theta_1, \dots, \theta_r$ полинома $\mathfrak{Z}(p)$ будем осуществлять в несколько этапов. Сначала подставим в выражение (5) некоторые номинальные значения $\hat{\theta}_1(0), \dots, \hat{\theta}_r(0)$ и зафиксируем их. Поскольку рассматриваемая система является линейной и

асимптотически устойчивой, то выходная переменная $y(t)$ будет являться мультисинусоидальной функцией с частотами $\omega_1, \dots, \omega_r$ (см., например, [16]). Для идентификации параметров $\theta_1, \dots, \theta_r$ воспользуемся схемами идентификации, приведенными в работах [6, 7].

Введем линейный фильтр вида

$$\zeta(t) = \frac{\gamma_0^{2r}}{(p + \gamma_0)^{2r}} y(t),$$

где $\gamma_0 > 0$.

Для идентификации параметров полинома $\vartheta(p) = p^{2r} + \theta_r p^{2(r-2)} + \dots + \theta_1$ используем следующий алгоритм:

$$\hat{\Theta}(t) = \chi(t) + k_a \Omega(t) \zeta^{(2r)}(t), \quad (6)$$

$$\dot{\chi}(t) = -k_a \Omega(t) \Omega^T(t) \hat{\Theta}(t) \zeta^{(2r)}(t) - k_a \dot{\Omega}(t) \zeta^{(2r)}(t), \quad (7)$$

где $\hat{\Theta}^T = [\hat{\theta}_1 \dots \hat{\theta}_{r-1} \hat{\theta}_r]$ — оценка вектора неизвестных параметров.

После того как истинные значения параметров полинома $\vartheta(p) = (p^2 + \omega_i^2)^r$ будут найдены, подставим их в закон управления (5) вместо $\hat{\theta}_1(0), \dots, \hat{\theta}_r(0)$. При выборе момента времени для подстановки значений $\hat{\Theta}^T$ из алгоритма идентификации (6)—(7) в уравнение (5) воспользуемся итеративной процедурой идентификации, аналогичной [1].

На первом шаге в уравнение (5) подставим значение $\hat{\theta}_1(0), \dots, \hat{\theta}_r(0)$. Система работает с данными значениями в течение некоторого времени до определенного момента t_1 . Далее в момент t_1 из алгоритма идентификации (6), (7) возьмем обновленное значение $\hat{\theta}_1(t_1), \dots, \hat{\theta}_r(t_1)$ и подставим в уравнение (5). Далее процедура итеративно повторяется.

Заключение. В развитие результата работы [1] для случая, когда относительная степень объекта управления известна неточно, а возмущающее воздействие представляет собой неизмеряемый мультисинусоидальный сигнал с неизвестными параметрами, предложен модифицированный гибридный алгоритм управления по выходу вида (5). Закон управления при выполнении указанных допущений обеспечивает достижение цели управления (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобцов А. А., Колюбин С. А., Кремлев А. С., Пыркин А. А. Итеративный алгоритм адаптивного управления по выходу с полной компенсацией неизвестного синусоидального возмущения // *АиТ*. 2012. № 8. С. 64—75.
2. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // *АиТ*. 2005. № 1. С. 118—129. (Bobtsov A. A., Nikolaev N. A. Fradkov theorem-based design of the control of nonlinear systems with functional and parametric uncertainties // *Automation and Remote Control*. 2005. Vol. 66, N 1. P. 108—118).
3. Бобцов А. А. Алгоритм компенсации неконтролируемого возмущения в задаче стабилизации выходной переменной линейного объекта с неизвестными параметрами // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2003. Т. 46, № 1. С. 22—27.
4. Бобцов А. А., Николаев Н. А. Синтез закона управления для стабилизации нелинейной системы по измерениям выхода с компенсацией неизвестного возмущения // *Изв. РАН. Теория и системы управления*. 2005. № 5. С. 5—11.
5. Бобцов А. А. Алгоритм робастного управления в задаче слежения за командным сигналом с компенсацией паразитного эффекта внешнего неограниченного возмущения // *АиТ*. 2005. № 8. С. 108—117. (Bobtsov A. A. A Robust Control Algorithm for Tracking the Command Signal with Compensation for the Parasitic Effect of External Unbounded Disturbances // *Automation and Remote Control*. 2005. Vol. 66, N 8. P. 1287—1295).

6. *Aranovskiy S., Bobtsov A., Kremlev A., Nikolaev N. et al.* Identification of frequency of biased harmonic signal // *Europ. J. of Control.* 2010. N 2. P. 129—139.
7. *Пыркин А. А.* Адаптивный алгоритм компенсации параметрически неопределенного смещенного гармонического возмущения для линейного объекта с запаздыванием в канале управления // *АиТ.* 2010. № 8. С. 62—78. (*Pyркиn A. A.* Adaptive algorithm to compensate parametrically uncertain biased disturbance of a linear plant with delay in the control channel // *Automation and Remote Control.* 2010. Vol. 71, N 8. P. 1562—1577).
8. *Bodson M., Douglas S. C.* Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies // *Automatica.* 1997. Vol. 33. P. 2213—2221.
9. *Marino R., Santosuosso G. L., Tomei P.* Robust adaptive compensation of biased sinusoidal disturbances with unknown frequency // *Automatica.* 2003. Vol. 39. P. 1755—1761.
10. *Marino R., Tomei R.* Output Regulation for Linear Minimum Phase Systems with Unknown Order Exosystem // *IEEE Trans. on Automatic Control.* 2007. Vol. 52. P. 2000—2005.
11. *Бобцов А. А.* Алгоритм управления по выходу с компенсацией гармонического возмущения со смещением // *АиТ.* 2008. № 8. С. 25—32 (*Bobtsov A. A.* Output control algorithm with the compensation of biased harmonic disturbances // *Automation and Remote Control.* 2008. Vol. 69, N 8. P. 1289—1296).
12. *Бобцов А. А.* Адаптивное управление по выходу с компенсацией гармонического смещенного возмущения // *Изв. РАН. Теория и системы управления.* 2009. № 1. С. 45—48. (*Bobtsov A. A.* Adaptive output control with compensation of biased harmonic disturbance // *J. of Computer and Syst. Sc. Int.* 2009. Vol. 48, N 1. P. 41—44).
13. *Бобцов А. А., Пыркин А. А.* Компенсация неизвестного синусоидального возмущения для линейного объекта любой относительной степени // *АиТ.* 2009. № 3. С. 114—122 (*Bobtsov A. A., Pyркиn A. A.* Compensation of unknown sinusoidal disturbances in linear plants of arbitrary relative degree // *Automation and Remote Control.* 2009. Vol. 70, N 3. P. 449—456).
14. *Бобцов А. А., Колюбин С. А., Пыркин А. А.* Компенсация неизвестного мультигармонического возмущения для нелинейного объекта с запаздыванием по управлению // *АиТ.* 2010. № 11. С. 115—122 (*Bobtsov A. A., Kolyubin S. A., Pyркиn A. A.* Compensation of unknown multi-harmonic disturbances in nonlinear plants with delayed control // *Automation and Remote Control.* 2010. Vol. 71, N 11. P. 2383—2394).
15. *Бобцов А. А., Пыркин А. А.* Алгоритм управления по выходной переменной для линейного объекта с неизвестными параметрами и динамической размерностью // *Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО.* 2011. № 4. С. 160—161.
16. *Бабаков Н. А., Воронов А. А., Воронова А. А.* и др. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления. М.: Высш. школа, 1986.

Сведения об авторах

- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; заведующий кафедрой; декан факультета компьютерных технологий и управления; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru
- Алексей Алексеевич Ведяков** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Сергей Алексеевич Колюбин** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; инженер-исследователь
- Антон Александрович Пыркин** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент; E-mail: a.pyркиn@gmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

О. В. СЛИТА, А. В. УШАКОВ

ОБОБЩЕННОЕ МОДАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ИНВАРИАНТНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ*

Рассматривается дискретный объект управления с неопределенностью в матрице состояния. Задача обеспечения инвариантности решается за счет использования свойств спектров собственных значений и собственных векторов матричной функции от матрицы с привлечением возможностей обобщенного модального управления. Приводится пример.

Ключевые слова: дискретный объект, неопределенность матрицы состояния, собственные векторы, обобщенное модальное управление.

Введение. При синтезе систем с применением классической теории управления используется положение о том, что математическая модель объекта известна и абсолютно точно описывает его поведение. Однако современные подходы к постановке и решению задач анализа и синтеза систем управления характеризуются наличием положения о неопределенности задания модели объекта [1—3], в частности, о неточности знания ее параметров. В настоящей работе рассматривается дискретный объект управления с неопределенностью матрицы состояния.

Постановка задачи. Рассмотрим дискретный объект управления (ОУ) следующего вида

$$x(k+1) = (A + \Delta A)x(k) + Bu(k), \quad y(k) = Cx(k), \quad (1)$$

в котором $x \in R^n$, $u \in R^r$, $y \in R^m$ — векторы состояния, управления и выхода; $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times r}$, $C \in R^{m \times n}$ — матрицы состояния, управления и выхода; ΔA — матрица состояния с неточно заданными параметрами.

При функционировании ОУ (1) в составе системы на его выходе $y(k)$ воспроизводится внешнее задающее воздействие $g(k)$ с требуемыми показателями качества. Построим закон управления (ЗУ) в форме прямой связи по задающему воздействию с матрицей K_g и отрицательной обратной связи по вектору состояния с матрицей K . Предположим также, что переменные состояния и задающее воздействие доступны измерению. Тогда ЗУ принимает вид

$$u(k) = K_g g(k) - Kx(k). \quad (2)$$

Объединив ЗУ (2) с ОУ (1), получим замкнутую систему вида

$$x(k+1) = Fx(k) + Gg(k) + \Delta Ax(k); \quad y(k) = Cx(k), \quad (3)$$

где $F = A - BK$, $G = BK_g$.

Синтезируемый закон управления должен обеспечивать параметрическую инвариантность выхода системы $y(k)$ к неопределенности ΔA задания матрицы состояния исходного дискретного объекта

$$y(k, g(k), F, \Delta A \neq 0) = y(k, g(k), F, \Delta A \equiv 0). \quad (4)$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0875).

Основной результат. Представим матрицу ΔA в виде суммы минимального числа матричных компонентов, каждый из которых характеризуется единичным рангом

$$p = \arg \min_p \left\{ \Delta A = \sum_{j=1}^p \Delta A_j \text{ \& rank} \Delta A_j = 1 \right\}. \quad (5)$$

С использованием выражения (5) член $\Delta Ax(k)$ в (3) можно записать в форме

$$\begin{aligned} \Delta Ax(k) = & \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} & \dots & \Delta A_{1n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_{21} & \Delta A_{22} & \dots & \Delta A_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta A_{n1} & \Delta A_{n2} & \dots & \Delta A_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix}. \quad (6) \end{aligned}$$

Представим цепочку соотношений (6) в компактной форме. Для этого на левых сомножителях аддитивных векторно-матричных компонентов построим $(n \times p)$ -матрицу D в форме

$$D = \text{row}\{D_j, j = 1, p\}$$

и введем в рассмотрение p -мерный вектор параметрического воздействия $\zeta(k)$

$$\zeta(k) = \text{col}\{\zeta_j(k), j = 1, p\}, \quad (7)$$

компоненты которого $\zeta_j(k)$ задаются соотношениями

$$\zeta_j(k) = \begin{bmatrix} \Delta A_{j1} & \Delta A_{j2} & \dots & \Delta A_{jn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_n(k) \end{bmatrix} = (\Delta A)^j x(k). \quad (8)$$

Здесь $(\Delta A)^j$ — j -я строка матрицы ΔA . Используя (7) и (8), представим матрично-векторный компонент $\Delta Ax(k)$ как

$$\Delta Ax(k) = \sum_{j=1}^p D_j \zeta_j(k) = D \zeta(k).$$

Перейдем к представлению системы (3) в форме

$$x(k+1) = Fx(k) + Gg(k) + D\zeta(k); \quad y(k) = Cx(k), \quad (9)$$

не содержащей матричных неопределенностей, но характеризующейся дополнительным параметрическим воздействием $\zeta(k)$ на выход $y(k)$.

Модель (9) позволяет переформулировать поставленную задачу обеспечения параметрической инвариантности как задачу обеспечения сигнальной инвариантности

$$y(k, F, g(k), \zeta(k) \neq 0) = y(k, F, g(k), \zeta(k) \equiv 0). \quad (10)$$

Переходя к передаточным функциям, перепишем (10) следующим образом:

$$Y(z, g(z), \zeta(z) \neq 0) = \Phi_{yg}(z)g(z) + \Phi_{y\zeta}(z)\zeta(z) = \Phi_{yg}(z)g(z), \quad (11)$$

где $g(z)$ — Z -преобразование задающего воздействия $g(t)$, $\zeta(z)$ — Z -преобразование параметрического воздействия $\zeta(k)$, $\Phi_{yg}(z)$ — передаточная функция отношения „задающее воздействие — выход системы“, $\Phi_{y\zeta}(z)$ — передаточная функция отношения „параметрическое воздействие — выход системы“.

Очевидно, что равенство (11) при $\zeta(z) \neq 0$ выполняется, когда

$$\Phi_{y\zeta}(z) = 0. \quad (12)$$

Покажем, какими алгебраическими свойствами должны обладать матричные компоненты модели (9), чтобы выполнялось соотношение (12).

Утверждение. Для того чтобы система (9) обладала параметрической инвариантностью в смысле условия (10), достаточно, чтобы

1) столбцы D_j матрицы D были бы собственными векторами матрицы F ;

2) столбцы D_j принадлежали ядру матрицы C , т.е. чтобы выполнялось соотношение

$$CD_j = 0. \quad (13)$$

Доказательство. Если D_j является собственным вектором матрицы F , соответствующим ее собственному значению λ_j , то становится [4] справедливым равенство

$$FD_j = \lambda_j D_j.$$

Будем использовать свойство матричной функции от матрицы сохранять геометрический спектр собственных векторов исходной матрицы и иметь в качестве элементов алгебраического спектра собственных значений компоненты $f(\lambda_j)$ [4], тогда будет справедливо соотношение

$$f(F)D_j = f(\lambda_j)D_j.$$

В решаемой задаче матричной функцией от матрицы F является резольвента $f(F) = (zI - F)^{-1}$, входящая в выражение для передаточной функции $\Phi_{y\zeta_j}(z)$:

$$\Phi_{y\zeta_j}(z) = C(zI - F)^{-1}D_j = C(z - \lambda_j)^{-1}D_j = (z - \lambda_j)^{-1}CD_j. \quad (14)$$

Подстановка в соотношение (14) условия (13) приводит к выполнению соотношений (11), (12).

Для решения задачи синтеза параметрически инвариантной системы воспользуемся обобщенным модальным управлением [3, 5—7]. Рассмотрим сначала случай [5, 7], когда матрица управления B является матрицей полного ранга ($\text{rank } B = n$, n — размерность вектора состояния $x(k)$ ОУ). Тогда задача параметрической инвариантности может быть решена с помощью матрицы обратных связей K в форме $K = B^{-1}(AM - M\Lambda)M^{-1}$, где $M = \text{row}\{\xi_i, i = 1, n\}$, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_i, i = 1, n\}$. В этом случае, задавая в качестве столбцов матрицы M столбцы матрицы D , можно обеспечить в системе желаемую структуру собственных векторов. Матрицу K получим, решив систему уравнений Сильвестра:

$$M\Lambda - AM = -BH, \quad (15)$$

$$K = HM^{-1}.$$

В случае, когда $\text{rank } B < n$, уравнение (15) распадается на

$$D\Lambda_D - AD = -BH_D, \quad (16)$$

$$\bar{M}\bar{\Lambda} - A\bar{M} = -B\bar{H}, \quad (17)$$

причем условием разрешимости уравнения (16) относительно матрицы H_D является включение столбца D_j : $(\lambda_j I - A)D_j \in \text{Im } B$ [6, 7]. Уравнение (17) при заданной наблюдаемой паре $(\bar{\Lambda}, \bar{H})$ решается относительно матрицы \bar{M} . Матрица обратных связей K в этом случае находится следующим образом:

$$K = [H_D \quad \bar{H}][D \quad \bar{M}]^{-1}.$$

Пример. Рассмотрим дискретный ОУ вида (1) с матрицами

$$A + \Delta A = \begin{bmatrix} q+1 & q+0,1 & 0,004837 \\ -2q & -2q+1 & 0,0951 \\ 4q & 4q & 0,9048 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0,004837 \\ 0 & 1 & 0,0951 \\ 0 & 0 & 0,9048 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0,0001626 \\ 0,004837 \\ 0,09516 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad 3 \quad 1],$$

где

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \end{bmatrix} q = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} [q \quad q \quad 0] = Dh(q)$$

представлена в параметризованном q виде ($q = q_0 + \Delta q$, с номинальным значением $q_0 = 0$ и вариацией Δq), $D = [1 \quad -2 \quad 4]^T$.

В результате синтеза ЗУ получим

$$F = A - BK = \begin{bmatrix} 0,9917 & 0,0928 & 0,003152 \\ -0,2206 & 0,8057 & 0,04867 \\ -3,407 & -3,092 & -0,1244 \end{bmatrix}.$$

Собственные значения дискретной матрицы F $\lambda_1 = 0,8188$, $\lambda_2 = 0,6062$, $\lambda_3 = 0,4968$. Матрица-столбец $D = [1 \quad -2 \quad 4]^T$ соответствует собственному значению $\lambda_{1D} = 0,8188$. Условие $CD = 0$ выполняется, следовательно $\Phi_{y\zeta}(z) = 0$. Таким образом, дискретная система обладает параметрической инвариантностью выхода. Экспериментально это можно проверить для любого внешнего воздействия $g(k)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ackermann J. Robust control systems with uncertain physical parameters. London: Springer-Verlag, 1993.
2. Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000.
3. Никифоров В. О., Слита О. В., Ушаков А. В. Интеллектуальное управление в условиях неопределенности. СПб: СПбГУ ИТМО, 2011.
4. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1973.
5. Ушаков А. В. Обобщенное модальное управление // Изв. вузов. Приборостроение. 2002. Т. 43, № 3. С. 8—15.
6. Слита О. В., Ушаков А. В. Обеспечение инвариантности выхода непрерывной системы относительно экзогенных сигнальных и эндогенных параметрических возмущений: алгебраический подход // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2008. № 4. С. 24—32.

7. Слита О. В., Ушаков А. В. Достаточные алгебраические условия параметрической инвариантности выхода линейной стационарной системы в первом приближении // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2010. № 6. С. 16—22.

Сведения об авторах

Ольга Валерьевна Слита

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: o-slita@yandex.ru

Анатолий Владимирович Ушаков

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

УДК 62-51

В. В. ГРИГОРЬЕВ, В. И. БОЙКОВ, С. В. БЫСТРОВ, А. И. РЯБОВ, О. К. МАНСУРОВА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОЗИТИВНЫХ СИСТЕМ
НА ОСНОВЕ КАЧЕСТВЕННОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ***

Введено понятие качественной экспоненциальной устойчивости для класса динамических позитивных дискретных систем, на основе которой проводится оценка качества сходящихся и расходящихся процессов.

Ключевые слова: динамические системы, устойчивость, оценка качества, метод Ляпунова, модульные функции, позитивные системы.

Введение. Целью настоящей работы является расширение понятия качественной экспоненциальной устойчивости и неустойчивости на более широкий класс динамических систем, а именно на позитивные системы — системы сравнения, позволяющие анализировать различные виды устойчивости и неустойчивости многосвязных систем, оценивать качество сходящихся и расходящихся процессов.

Если свойство асимптотической устойчивости определяет сходимость или расходимость процессов в течение времени, то свойство экспоненциальной устойчивости определяет скорость сходимости или расходимости процессов, характеризуя тем самым быстродействие системы. Выполнение условий качественной экспоненциальной устойчивости позволяет судить о средней скорости сходимости или расходимости процессов, а также о текущих отклонениях поведения процессов от осредненного, что дает информацию о характере поведения переходных процессов (колебательность, перерегулирование).

Разработка аналитических и вычислительных технологий для анализа устойчивости и неустойчивости систем сравнения, и как следствие — многосвязных систем, а также качества процессов является практически необходимой задачей исследования. Современные аппаратные средства вычислительной техники и компьютерные технологии анализа поведения многосвязных динамических систем позволяют реализовать эффективные алгоритмы построения систем сравнения на базе функций Ляпунова, получаемых при синтезе многосвязных систем. Использование модульных функций Ляпунова значительно упрощает процедуры исследования поведения позитивных систем [1—3]. Полученные на основе этих функций условия

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (государственный контракт № 16.740.11.0553).

экспоненциальной и качественно экспоненциальной устойчивости и неустойчивости позволяют судить о поведении процессов и их качестве для многосвязных систем [4—6].

Постановка задачи. Получим матричные неравенства и уравнения типа Ляпунова при использовании модульных функций Ляпунова применительно к стационарным дискретным системам, все значения которых принимают неотрицательные значения. К классу позитивных относятся, например, системы сравнения, используемые для анализа свойств многосвязных систем на основе метода векторных функций Ляпунова.

Пусть движение линейной дискретной системы задано разностным уравнением

$$v(m+1) = Av(m), \quad (1)$$

где v — k -мерный вектор состояния системы, все переменные которого принимают только неотрицательные значения при любом значении $m = 0, 1, 2, \dots$; A — $(k \times k)$ -матрица с неотрицательными элементами.

Введем модульную функцию Ляпунова для системы (1) в виде

$$V(v) = \sum_{i=0}^k p_{0i} \|v_i\|, \quad (2)$$

где p_{0i} — положительные весовые коэффициенты, а v_i — переменные вектора состояния позитивной системы ($v = [v_1, v_2, \dots, v_k]^T$). Учитывая неотрицательность значений переменных вектора состояния $v_i \geq 0$, знак модуля в выражении (2) можно опустить и переписать его в более компактной матричной форме

$$V(v) = P_0 v, \quad (3)$$

где $P_0 = [p_{01}, p_{02}, \dots, p_{0k}]$ — $(1 \times k)$ -матрица с положительными элементами. В дальнейшем, хотя и будем пользоваться более простой формой записи модульной функции Ляпунова, необходимо помнить, что первообразной является первичная форма задания (3). Поэтому следует оговорить, что если A — квадратная $(k \times k)$ -матрица, то соотношение

$$V(Av) = P_0 Av \quad (4)$$

справедливо только в том случае, если элементы матрицы A неотрицательны.

Матричные неравенства и уравнения для линейных позитивных систем. Приведем матричное неравенство и уравнения типа Ляпунова, определяющие локальное достаточное условие экспоненциальной устойчивости позитивной системы, на основе выражения (4). Запишем неравенство для предшествующего и последующего значений модульных функций Ляпунова на траекториях движения позитивной системы

$$V(Av(m)) \leq \lambda V(v(m)), \quad 0 < \lambda < 1. \quad (5)$$

Элементы матрицы A неотрицательны, следовательно, неравенство (5) можно переписать в виде

$$P_0 Av(m) \leq \lambda P_0 v(m). \quad (6)$$

Полученное неравенство должно выполняться при любых m и любых неотрицательных значениях вектора $v(m)$, поэтому оно эквивалентно матричному неравенству

$$P_0 A \leq \lambda P_0, \quad (7)$$

которое следует понимать так: каждый элемент матрицы строки $P_0 A$ меньше соответствующего элемента матрицы P_0 , умноженного на значение параметра λ , либо равен ему.

Если выполняется матричное уравнение

$$P_0 A - \lambda P_0 = Q_0, \quad (8)$$

где Q_0 — $(1 \times k)$ -матрица с неотрицательными элементами, то из него следует матричное неравенство (7). Выражение (8) является модифицированным уравнением типа Ляпунова для анализа экспоненциальной устойчивости позитивных систем с неотрицательными значениями переменных состояния и элементов матрицы описания движения системы.

Назовем пару P_0Av , μP_0v пучком линейных форм с положительными элементами, где $v \in \mathbb{R}_+^k$. Установим минимаксные свойства этого пучка, записанного в виде неравенства:

$$\mu_- \leq \frac{P_0Av}{P_0v} \leq \mu_+(m). \quad (9)$$

Представим матрицу A в виде $A = [a_1, a_2, \dots, a_k]$, где a_i — матрица-столбец размерности $(k \times 1)$. Тогда значения μ_+ и μ_- в выражении (9) могут быть определены следующим образом

$$\mu_+ = \max_i \left\{ \frac{P_0a_i}{P_{0i}} \right\}, \quad (10)$$

$$\mu_- = \min_i \left\{ \frac{P_0a_i}{P_{0i}} \right\}. \quad (11)$$

При $\lambda = \mu_+$, согласно соотношению (10), из (9) следует выполнение неравенства, являющегося условием экспоненциальной устойчивости. Таким образом, получаем значение параметра λ , определяющего оценку быстродействия позитивной системы. Согласно определению экспоненциальной устойчивости [1], $\rho = C_2/C_1$. Значения C_1 и C_2 определяются из минимаксных свойств пучка линейных форм (10) и (11) с положительными элементами

$$C_1 \leq \frac{P_0v}{I_0v} \leq C_2, \quad (12)$$

$I_0 = [1, 1, \dots, 1]$ — $(1 \times k)$ -матрица с единичными элементами. Следовательно, значения C_1 и C_2 определяются выражениями

$$C_1 = \min_i \{p_{0i}\}, \quad (13)$$

$$C_2 = \max_i \{p_{0i}\}. \quad (14)$$

Дадим геометрическую интерпретацию локальных достаточных условий экспоненциальной устойчивости позитивной системы при использовании модульных функций Ляпунова. Часть пространства R^k , содержащего все векторы с неотрицательными значениями элементов, будем обозначать R_+^k ($R_+^k \subset R^k$). На рисунке, *a* для случая $k=2$ дана интерпретация модульной функции Ляпунова.

Поверхность постоянного уровня (прямая линия), определяемая уравнением

$$P_0v = P_0v(m),$$

отсекает в R_+^2 область с заштрихованными границами. Поверхность постоянного уровня

$$I_0v = C_i V(v(m)), \quad i = 1, 2, \quad (15)$$

определяет минимаксные ограничения для модульной функции Ляпунова, определяемой матрицей P_0 . На рисунке, *b* показано, что для экспоненциально устойчивой системы в случае выполнения локальных достаточных условий при $0 < \lambda < 1$ при любом значении $v(m) \in R_+^2$ последующее значение вектора $v(m)$ будет принадлежать заштрихованной области, т.е. области, отсекаемой от R_+^2 поверхностью

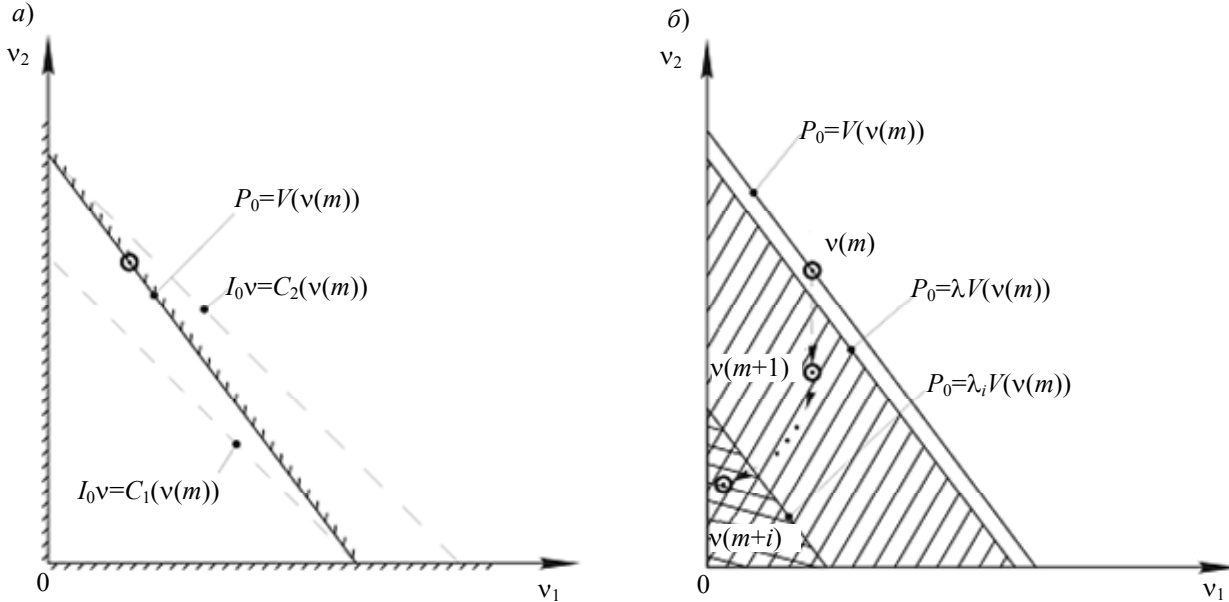
$$P_0A = \lambda Vv(m). \quad (16)$$

Другими словами, если поверхность, ограничивающая область расположения последующих значений вектора состояний системы

$$P_0v = V(v(m)), \quad (17)$$

проходит через конец вектора $v(m)$, то значение ее постоянного уровня уменьшается λ раз ($\lambda < 1$) в соответствии с (16).

На рисунке двойной штриховкой обозначена область расположения вектора состояния через i интервалов дискретности. С увеличением числа интервалов m при $\lambda < 1$ эти области стягиваются к началу координат, следовательно, и значения вектора состояния стремятся к нулю.



Виды устойчивости дискретных положительных систем. Перепишем модифицированное уравнение Ляпунова для стационарного случая положительной системы

$$P_0 A - \lambda P_0 = -Q_0, \quad (18)$$

когда элементы матрицы A не зависят от интервала дискретности. При $\lambda = 1$ получаем уравнение типа Ляпунова для стационарных положительных дискретных систем, позволяющее проводить анализ устойчивости линейных стационарных дискретных систем, когда матрица A имеет неотрицательные элементы.

Сформулируем утверждение, являющееся аналогом теоремы Ляпунова.

Утверждение 1. Пусть заданы положительная система и квадратная матрица A с неотрицательными элементами и вектор $v(0) \in R_+^2$. Тогда для того чтобы положительная система была асимптотически устойчивой, достаточно, чтобы для какой-либо матрицы Q_0 с положительными элементами при $\lambda = 1$ решение P_0 уравнения типа Ляпунова (18) содержало только положительные элементы.

Достаточное условие утверждения 1 позволяет получить простой алгоритм анализа устойчивости стационарных дискретных систем. Задаваясь произвольной матрицей Q_0 с положительными элементами, решаем линейное матричное уравнение (18) относительно неизвестной матрицы P_0 и проверяем, чтобы ее элементы были положительными. Решение уравнения Ляпунова ($\lambda = 1$) имеет вид

$$P_0 = Q_0 (I - A)^{-1}, \quad (19)$$

где матрица $(I - A)$ имеет обратную, если собственные числа A лежат в единичном круге.

Утверждение 2. Пусть заданы положительная система и квадратная матрица A с неотрицательными элементами и вектор $v(0) \in R_+^2$. Тогда для того чтобы положительная система была экспоненциально устойчивой, достаточно, чтобы для какой-либо матрицы Q_0 с положительными элементами, при $\lambda < 1$ решение P_0 уравнения типа Ляпунова (18) содержало только положительные элементы.

Решение уравнения Ляпунова ($\lambda < 1$) имеет вид

$$P_0 = Q_0(I - \lambda A)^{-1}, \quad (20)$$

где матрица $(I - \lambda A)$ имеет обратную, если собственные числа A лежат в единичном круге радиуса λ с центром в начале координат.

Утверждение 3. Пусть заданы позитивная система, квадратная матрица A с неотрицательными элементами и вектор $v(0) \in R_+^2$. Тогда для того чтобы позитивная система была качественно экспоненциально устойчивой, требуется существование параметров $r > 0$ и $-1 < \beta + r < 1$. При этом достаточно, чтобы для какой-либо матрицы Q_0 с положительными элементами решение P_0 уравнения типа Ляпунова (18) при этих значениях содержало только положительные элементы

$$P_0(A - \beta I) - rP_0 = -Q_0.$$

Решение уравнения Ляпунова при $\lambda=1$ имеет вид

$$P_0 = Q_0(A - (\beta - r)I)^{-1}, \quad (21)$$

β — среднее значение скорости сходимости процессов к положению равновесия, а r — отклонение от среднего значения траектории. Отметим, что модифицированное уравнение Ляпунова (20) при $\lambda = 1$ совпадает с уравнением (19), а (21) при значениях параметров $\beta=0$, $r < 1$ совпадает с уравнением (20) и при $\beta=0$, $r=1$ — с уравнением Ляпунова (19). Поэтому можно сделать вывод, что при выполнении условий качественной экспоненциальной устойчивости позитивных дискретных систем выполняются условия экспоненциальной и асимптотической устойчивости позитивных систем.

Заключение. Условия качественной экспоненциальной устойчивости позволяют строить мажоранты и миноранты [4, 6], дающие оценки как сходимости процессов, так и колебательности (отклонений и средней составляющей) процессов. В случае $\beta + r > 1$ имеет место качественная экспоненциальная неустойчивость, что позволяет прогнозировать поведение процессов в аварийных ситуациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Коровьяков А. Н. Анализ процессов в многосвязных дискретных системах на основе векторных функций Ляпунова // *АиТ*. 1984. № 4. С. 38—47.
2. Григорьев В. В., Коровьяков А. Н. Исследование качества многосвязных дискретных систем на основе метода сравнения // Там же. 1988. № 9. С. 58—66.
3. Григорьев В. В., Дроздов В. Н., Лаврентьев В. В., Ушаков А. В. Синтез дискретных регуляторов при помощи ЭВМ. Л.: Машиностроение, 1983. 245 с.
4. Григорьев В. В. Качественная экспоненциальная устойчивость непрерывных и дискретных динамических систем // *Изв. вузов. Приборостроение*. 2000. Т. 43, № 1—2. С. 18—23.
5. Grigoriev V. V., Mansurova O. K. Qualitative exponential stability and instability of dynamical systems // 5th IFAK Symp. on Nonlinear Control Systems (NOLCOS'01). St. Petersburg, 2001.
6. Григорьев В. В., Дудров П. В., Медынский Ю. В. Построение систем сравнения и оценка качества процессов подсистем // *Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО*. 2006. Вып. 33. С. 3—7.

Сведения об авторах

Валерий Владимирович Григорьев

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: grigvv@yandex.ru

- Владимир Иванович Бойков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: viboikov@mail.ru
- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Александр Игоревич Рябов** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ryabov.alex.ig@gmail.com
- Ольга Карибековна Мансурова** — канд. техн. наук; Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“, Санкт-Петербург; доцент; E-mail: erke7@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

УДК 62-51

В. В. ГРИГОРЬЕВ, С. В. БЫСТРОВ, И. М. ПЕРШИН, А. К. НАУМОВА, А. Н. ГУРЬЯНОВА
**ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ***

На основе частотных методов исследования систем с распределенными параметрами сформулирован модифицированный критерий Найквиста экспоненциальной устойчивости линейных систем.

Ключевые слова: экспоненциальная устойчивость, распределенные параметры, частотные методы.

Введение. Критерий устойчивости Найквиста [1, 2] относится к частотным критериям устойчивости линейных непрерывных систем с постоянными параметрами, он позволяет для систем с одним входом и выходом и единичной обратной связью по амплитудно-фазочастотным характеристикам (АФЧХ) разомкнутого контура устанавливать свойство асимптотической устойчивости замкнутой системы. Однако свойство асимптотической устойчивости не позволяет судить о скорости сходимости процессов системы к положению равновесия. Экспоненциальная устойчивость позволяет оценивать быстродействие системы по степени сходимости процессов к положению равновесия. Модификация критерия Найквиста дает возможность установить свойство экспоненциальной устойчивости для линейных непрерывных систем с постоянными параметрами и тем самым оценить их быстродействие. Модифицированный критерий Найквиста экспоненциальной устойчивости распространяется на линейные системы с распределенными параметрами.

Модификация критерия Найквиста для линейных непрерывных систем с постоянными параметрами. Рассмотрим линейную непрерывную систему, передаточная функция разомкнутого контура которой $W(s)$ представляет отношение двух полиномов

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)},$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (государственный контракт № 14.740.11.1080).

причем степень полинома $A(s)$ равна n , а $B(s)$ — m ($m \leq n$). При этом передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi(s) = \frac{B(s)}{A(s) + B(s)},$$

где $A(s) + B(s)$ — характеристический полином замкнутой системы. Введем вспомогательную передаточную функцию

$$W_1(s) = 1 + W(s) = \frac{A(s) + B(s)}{A(s)} = \frac{D(s)}{D_1(s)},$$

где $D(s) = A(s) + B(s)$ — характеристический полином замкнутой системы, $D_1(s) = A(s)$ — характеристический полином разомкнутого контура. Замкнутая система экспоненциально устойчива, если все корни ее характеристического полинома лежат левее прямой, параллельной мнимой оси, сдвинутой на значение α (α — параметр экспоненциальной устойчивости, определяющий степень сходимости процессов к положению равновесия). Сведем задачу установления факта экспоненциальной устойчивости к классической задаче определения устойчивости, для чего введем конформное отображение вида

$$s_1 = s - \alpha,$$

при этом характеристический полином замкнутой системы $D(s_1) = A(s_1) - B(s_1)$ должен иметь все корни характеристического полинома относительно переменной s_1 в левой полуплоскости комплексной плоскости корней, и все корни должны иметь отрицательные вещественные части. Вспомогательная передаточная функция с учетом конформного отображения примет вид

$$W_1(s_1) = \frac{D(s_1)}{D_1(s_1)}.$$

Перейдем к частотным передаточным функциям:

$$s_1 = j\omega - \alpha = j\omega_1,$$

при этом

$$W_1(j\omega_1) = \frac{D(j\omega_1)}{D_1(j\omega_1)}.$$

Согласно принципу приращения аргумента, если разомкнутый контур имеет l корней, вещественная часть которых больше значения $-\alpha$, а остальные $n - l$ корней имеют вещественные части, меньшие $-\alpha$, то приращение аргумента f_1 вспомогательной частотной передаточной функции должно быть равно

$$f_1 = \frac{n\pi}{2} - \frac{(n-l)\pi}{2} + \frac{l\pi}{2} = l\pi.$$

Перейдя к АФЧХ разомкнутого контура, получим, что приращение аргумента f_2 частотной передаточной функции разомкнутого контура

$$W(j\omega_1) = \frac{B(j\omega_1)}{A(j\omega_1)}$$

относительно точки комплексной плоскости $(-1, j=0)$ должно быть равно $f_2 = l\pi$.

Если разомкнутый контур экспоненциально устойчив с параметром α , то $l = 0$ и $f_2 = 0$, т.е. АФЧХ модифицированной частотной передаточной функции разомкнутого контура

$W(j\omega_1)$ не должна охватывать точку $(-1, j=0)$ комплексной плоскости, при этом линейная система будет экспоненциально устойчивой со степенью сходимости α .

Применение частотных методов к системам с распределенными параметрами. Для пространственно-инвариантных распределенных систем [1—5] передаточная функция по каждой пространственной моде может быть представлена в виде:

$$W_{\eta,\gamma,\xi}(s) = B_{\eta,\gamma,\xi}(s)/A_{\eta,\gamma,\xi}(s), \quad \eta, \gamma=1, 2, \dots, \xi=1, 2, \dots, 4, \quad (1)$$

причем степень полиномов $A_{\eta,\gamma,\xi}(s)$ и $B_{\eta,\gamma,\xi}(s)$ равна бесконечности. Пространственно-инвариантную систему структурно можно представить в виде бесконечной совокупности условно сосредоточенных систем (по каждой пространственной моде), при этом доказано [1], что если каждый контур устойчив, то устойчива и вся система.

Согласно работе [2], передаточная функция разомкнутой системы должна удовлетворять условиям, представленным в виде отношения аналитически целых функций:

$$1) \lim_{s \rightarrow \infty} W_{\eta,\gamma,\xi}(s) = \text{const},$$

2) внутри контура интегрирования передаточная функция должна быть мероморфной.

Для определения возможности применения критерия Найквиста к каждому контуру системы управления необходимо провести анализ передаточной функции каждого из контуров.

Пример 1. Исследуем передаточную функцию процесса распространения тепла в цилиндрическом стержне.

Рассмотрим особенности применения частотного критерия Найквиста при анализе устойчивости в каждом контуре системы управления процессом распространения тепла в цилиндре конечных размеров, управляющее воздействие на который распределено по границе.

Согласно работам [1, 3], передаточная функция объекта по η -й моде входного воздействия может быть представлена в виде отношения функций Бесселя:

$$W_{0,\eta}(s) = \frac{J_{0,\eta}^*(R, s)}{J_{0,\eta}(R, s)}, \quad \eta=1, 2, \dots,$$

где R, R^* — заданные числа, $J_{0,\eta}(R, s)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Представляя функцию $J_{0,\eta}(R, s)$ в виде $J_{0,\eta}(jz)$, $\eta=1, 2, \dots$, рассмотрим поведение функции на контуре интегрирования бесконечно большого радиуса. Функция $J_{0,\eta}(jz)$ при бесконечно больших значениях аргумента z , согласно [4, 5], может быть представлена в виде следующего соотношения:

$$J_{0,\eta}(jz) = \frac{1}{(2\pi z)^{1/2}} \exp(z) \left(1 + \frac{1}{1!8z} + \frac{1 \cdot 3^2}{2!(8z)^2} + \dots \right), \quad |\arg z| \leq \frac{\pi}{2}, \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Найдем предел

$$\lim_{s \rightarrow \infty} W_{0,\eta}(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{(2\pi z_\eta)^{1/2} \exp(\Delta z_\eta) \left(1 + \frac{1}{1!8z_\eta} + \frac{1 \cdot 3^2}{2!(8z_\eta)^2} + \dots \right)}{\left(2\pi z_\eta \right)^{1/2} \left(1 + \frac{1}{1!8z_\eta} + \frac{1 \cdot 3^2}{2!(8z_\eta)^2} + \dots \right)}, \quad \eta = \overline{1, \infty}, \quad (2)$$

значения аргументов функции могут быть найдены из следующих соотношений:

$$z_\eta = \left(\frac{s}{a_1} + \psi_\eta^2 \right)^{1/2} R, \quad z_\eta = \left(\frac{s}{a_1} + \psi_\eta^2 \right)^{1/2} R, \quad \Delta z = \left(R - R^* \right) \left(\frac{s}{a_1} + \psi_\eta^2 \right)^{1/2},$$

$$\psi_\eta = \pi \frac{\eta}{x_L}, \quad \eta = \overline{1, \infty},$$

x_L — заданное число. Преобразовав (2), получим

$$\lim_{s \rightarrow \infty} W_{0,\eta}(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{R}{R^*} \right)^{1/2} \cdot \exp \left(\left(\frac{s}{a_1} + \psi_\eta^2 \right)^{1/2} (R - R^*) \right) \frac{\left(1 + \frac{1}{1! 8 z_\eta} + \frac{1 \cdot 3^2}{2! (8 z_\eta)^2} + \dots \right)}{\left(1 + \frac{1}{1! 8 z_\eta} + \frac{1 \cdot 3^2}{2! (8 z_\eta)^2} + \dots \right)} \right], \quad \eta = \overline{1, \infty}. \quad (3)$$

Так как условия физической реализуемости предполагают $R < R^*$, то

$$\lim_{s \rightarrow \infty} W_{0,\eta}(s) = 0, \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Предположим, что передаточная функция регулятора по η -й моде входного воздействия равна K_η (K_η — заданные числа; $\eta = 1, 2, \dots$).

В этом случае характеристический полином разомкнутой системы η -го контура имеет вид:

$$J_{0,\eta}(jz_\eta) = 0, \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Рассмотрим отображение правой полуплоскости S на плоскость $\Gamma = jz_\eta$. Положим

$$s = M_1 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1), \quad (4)$$

где M_1 — модуль комплексного числа s ; φ_1 — фаза комплексного числа s .

Подставив (4) в (3), получим

$$jz_\eta = j \left[M_2 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1) + \psi_\eta^2 \right]^{1/2} R, \quad \eta = \overline{1, \infty}, \quad (5)$$

где $M_2 = M_1/a_1$, a_1 — заданное число. Преобразовав (5), придем к следующему результату:

$$jz_\eta = \left[M_2 (\cos \varphi_1 + j \sin \varphi_1) + \psi_\eta^2 \right]^{1/2} R, \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Для удобства рассмотрения комплексных чисел jz_η ($\eta = \overline{1, \infty}$) на комплексной плоскости Γ (рис. 1) представим комплексное число jz_η в наглядной форме

$$jz_\eta = A_\eta \exp(j\varphi_{2,\eta}), \quad \eta = \overline{1, \infty},$$

где

$$\varphi_{2,\eta} = \varphi_{3,\eta}/2; \quad (6)$$

$$\varphi_{3,\eta} = \arctg \left[\frac{-M_2 \sin \varphi_1}{-M_2 \cos \varphi_1 - \psi_\eta^2} \right]; \quad (7)$$

$$A_\eta = R \left[(M_2 \sin \varphi_1)^2 + (M_2 \cos \varphi_1 - \psi_\eta^2)^2 \right]^{1/4}; \quad \eta = \overline{1, \infty}. \quad (8)$$

При $\varphi_1 = \pi/2$ значение $\varphi_{2,\eta}$, согласно (6), (7), определяется из следующего соотношения:

$$\varphi_{2,\eta} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{-M_2}{-\psi_\eta^2} \right), \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Найдем предел

$$\lim_{M_1 \rightarrow \infty} \varphi_{2,\eta} = \lim_{M_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{-M_1}{-a_1 \psi_\eta^2} \right) = -\frac{\pi}{4}, \quad \eta = \overline{1, \infty}.$$

Аналогично можно показать, что при $\varphi_1 = -\pi/2$ и $M_1 \rightarrow \infty$ значение $\varphi_{2,\eta}$ стремится к $\pi/4$.

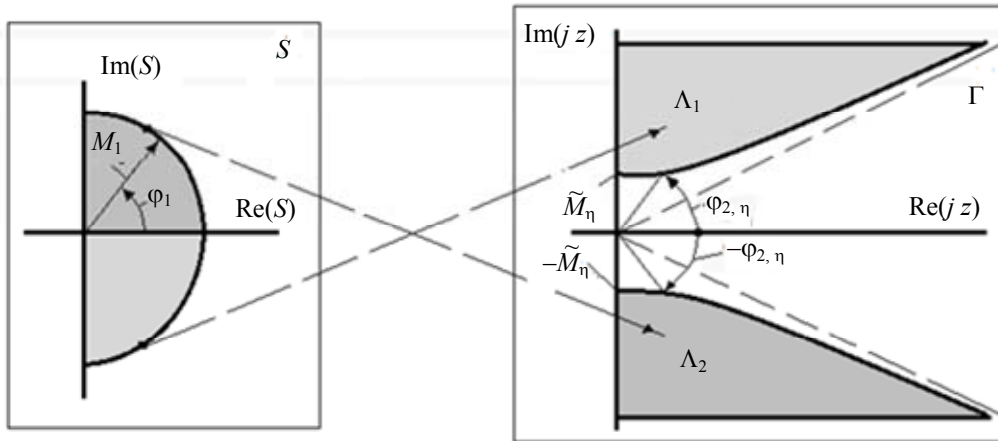


Рис. 1

На рис. 1 показано отображение правой полуплоскости S на плоскость Γ . Получаемое отображение представлено в виде секторов Λ_1 и Λ_2 ; $\tilde{M}_\eta = \psi_\eta R$.

Исследования, проведенные в работе [5], показывают, что функции $J_{0,\eta}(jz_\eta)$, $\eta = \overline{1, \infty}$, в секторах Λ_1 и Λ_2 не имеют нулей, следовательно, функция $J_{0,\eta}(R, s)$ не имеет нулей, лежащих в правой полуплоскости S . Это отражает известное свойство устойчивости тепловых процессов. Исследуя функцию $J_{0,\eta}^*(R, s)$, $\eta = \overline{1, \infty}$, можно показать, что она также не имеет нулей, лежащих в правой полуплоскости S . Представленная методика позволяет судить о нулях и полюсах передаточной функции по каждому контуру управления одномерным температурным полем.

Рассмотрим отображение области $\{G, s\}$ в область $\{G, jz(G)\}$. Для этого представим выражение (6) с использованием обобщенной координаты G [1, 3]:

$$jz(G) = A(g) \exp(j\varphi_2(G)), \quad G = \overline{G_H, \infty},$$

где

$$\varphi_2 = \varphi_3 / 2; \tag{9}$$

$$\varphi_3 = \operatorname{arctg} \left[\frac{-M_2 \sin \varphi_1}{-M_2 \cos \varphi_1 - G} \right]; \tag{10}$$

$$A(G) = R \left[(M_2 \sin \varphi_1)^2 + (M_2 \cos \varphi_1 - G)^2 \right]^{1/4}, \quad G = \overline{G_H, \infty}. \tag{11}$$

При $\varphi_1 = \pi/2$ значение φ_2 , согласно (9), (10), определяется из следующего соотношения:

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{-M_2}{-G} \right), \quad G = \overline{G_H, \infty}.$$

Найдем предел

$$\lim_{M_1 \rightarrow \infty} \varphi_2 = \lim_{M_1 \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{-M_1}{-aG} \right) = -\frac{\pi}{4}, \quad G = \overline{G_H, \infty}.$$

Аналогично можно показать, что при $\varphi_1 = -\pi/2$ и $M_1 \rightarrow \infty$ значение φ_2 стремится к $\pi/4$. На рис. 2 представлено отображение области $\{G, s\}$ в область $\{G, jz(G)\}$. Это отображение получается в виде областей Λ_1 и Λ_2 ; $\tilde{M} = \sqrt{GR}$.

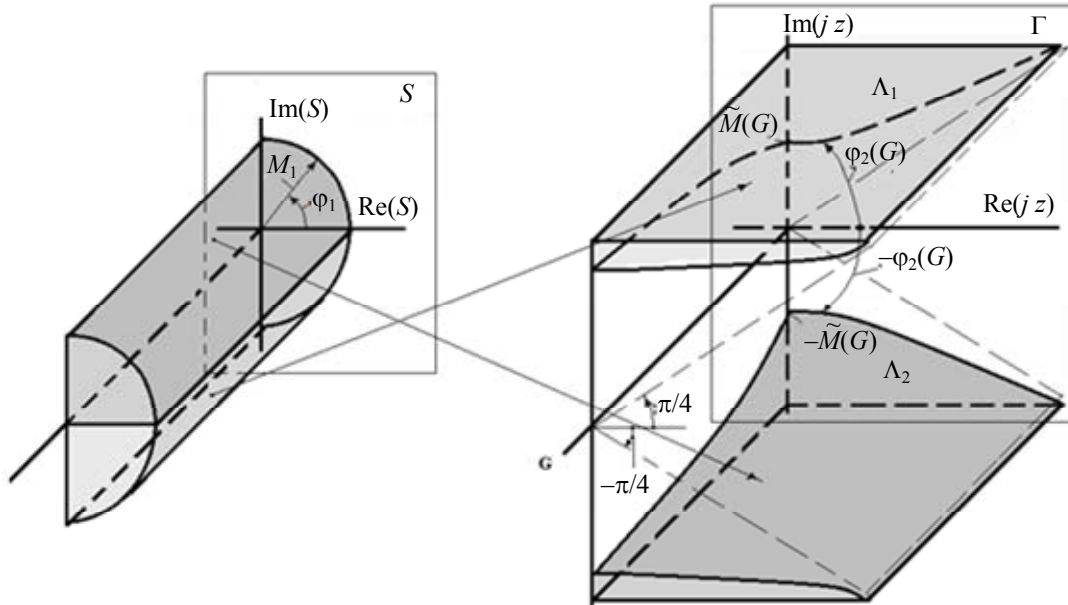


Рис. 2

Исследования, проведенные в работах [1, 3], показывают, что рассматриваемая функция в областях Λ_1 и Λ_2 не имеет нулей, следовательно, функция $J_{0,\eta}(jz_\eta)$, $\eta = \overline{1, \infty}$, записанная с использованием обобщенной координаты в виде $J_0(G, R, s)$, не имеет нулей, лежащих в области $\{G, s\}$. Это отражает известное свойство устойчивости тепловых процессов. Аналогично можно показать, что функция $J_0(G, R, s)$, $G = \overline{G_H, \infty}$, также не имеет нулей, лежащих в правой полуплоскости S .

Полученные результаты для передаточной функции, записанной с использованием обобщенной координаты, показывают, что передаточная функция не имеет нулей и полюсов, лежащих в правой полуплоскости S , является мероморфной и на контуре интегрирования бесконечно большого радиуса не имеет особенностей. Следовательно, критерий Найквиста применим к оценке устойчивости рассматриваемых систем управления.

Введя конформное отображение вида

$$s_1 = s - \alpha,$$

проведем аналогичную процедуру с передаточной функцией вида

$$W_{\eta,\gamma,\xi}(s_1) = B_{\eta,\gamma,\xi}(s_1)/A_{\eta,\gamma,\xi}(s_1); \quad \eta, \gamma = 1, 2, \dots; \quad \xi = 1, 2, \dots, 4.$$

Если разомкнутый контур экспоненциально устойчив с параметром α , то АФЧХ модифицированной частотной передаточной функции разомкнутого контура $W_{\eta,\gamma,\xi}(s_1)$ не должна охватывать точку $(-1, j=0)$ комплексной плоскости, при этом линейная система будет экспоненциально устойчивой со степенью сходимости α .

Разомкнутый контур будет экспоненциально устойчив с параметром α , если пространственный годограф модифицированной частотной передаточной функции разомкнутого кон-

тура $W(G, s_1)$ не будет охватывать линию $(-1, j=0, G)$. При этом на системы с распределенными параметрами можно распространить оценки качества процессов [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев В. В., Быстров С. В., Першин И. М. Синтез распределенных регуляторов: Учеб. пособие. СПб: Изд-во СПбГУ ИТМО, 2011. 200 с.
2. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы. М.: Энергия, 1981. 303 с.
3. Першин И. М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Изд-во „РИО КМВ“, 2007. 243 с.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высш. школа, 1967. 599 с.
5. Янке П., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1968. 344 с.
6. Быстров С. В., Григорьев В. В., Рабыш Е. Ю., Мансурова О. К. Анализ качества переходных процессов в непрерывных и дискретных системах на основе условий качественной экспоненциальной устойчивости // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2012. № 9. С. 32—36.

Сведения об авторах

- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Иван Митрофанович Першин** — д-р техн. наук, профессор; Пятигорский институт Северо-Кавказского федерального университета, кафедра управления в технических и биомедицинских системах; заведующий кафедрой; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Алла Константиновна Наумова** — Санкт-Петербургский государственный политехнический университет; заведующая сектором учебного отдела департамента образовательной деятельности; E-mail: alya_naumova@mail.ru
- Алёна Николаевна Гурьянова** — магистрант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: lilyliya@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

Д. А. МУЗЫКА, Р. О. ПЕЩЕРОВ, В. Ю. ТЕРТЫЧНЫЙ-ДАУРИ

ЭРЕДИТАРНАЯ МОДЕЛЬ ИНЕРЦИОННОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ*

С использованием уравнений Вольтерра с переменными пределами интегрирования (интегральной эредитарной процедуры запаздывания) рассмотрена организация процесса запаздывания по времени в канале управления динамическим объектом. Представлена интегральная формула, позволяющая задавать закон управления с запаздыванием по времени, ее вывод обеспечивается с помощью итерационного приближения в схеме интегрального уравнения Вольтерра второго рода.

Ключевые слова: эредитарность, запаздывание по времени в управлении, уравнения Вольтерра, итерационная аппроксимация, интегральные преобразования.

Введение. Формирование блока запаздывания (БЗ), т.е. некоторого устройства, призванного имитировать подачу на вход объекта управления управляющих воздействий с запаздыванием по времени $u(t-h)$, $h > 0$, $t \in [t_0, t_1]$, основано на реальных, а не абстрактных технических возможностях моделируемых управляемых динамических систем. Инерционное запаздывание по времени (в зависимости от типа системы управления) является внутренней характеристикой этой системы.

Отметим, что БЗ может функционировать исходя из различных принципов и условий (см., например, работы [1—3]). При этом требуется наиболее эффективно математическими средствами реализовать (или смоделировать) задержку по времени в канале обратной связи.

Термином „эредитарность“ В. Вольтерра [4, 5] обозначал такие явления в динамических процессах, которым в той или иной мере свойственны наследственность, наличие „памяти“ от прошлого состояния системы (гистерезис, запаздывание). В работах [4, 5] была предложена теория интегральных и интегродифференциальных уравнений с переменным пределом интегрирования.

Согласно работе академика Н.Н. Лузина [6] „...«Феномен запаздывания» ... являет собою удержание следов прошлого состояния, ... это означает, что здесь применим не аппарат дифференциальных уравнений, каковы бы они не были, но интегродифференциальные уравнения Вольтерра“.

Рассмотрим решение задачи эредитарного моделирования по времени в канале управления движением динамического объекта, обосновав возможность применения итерационных процедур приближенного решения интегральных уравнений Вольтерра к задачам управления с запаздыванием.

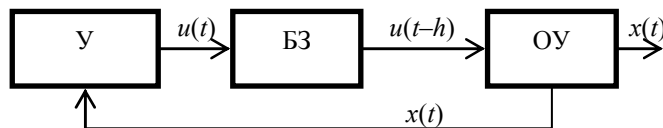


Рис. 1

В соответствии с рис. 1 (U — управление, OU — объект управления, $h > 0$ — запаздывание по времени) осуществляется вывод формулы для выбора закона управления $u(t)$ при

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.В37.21.1928).

помощи блока запаздывания, с учетом того, что формула для закона управления с запаздыванием по времени $u(t-h)$ в функции вектора состояния $x(t)$ уже получена.

Постановка задачи. Основные допущения. На основе уравнений Вольтерра сформируем БЗ в управлении по времени, на вход которого подается сигнал управления $u(t)$, а на выходе образуется $u(t-h)$, $h > 0$, $t \in [t_0, t_1]$.

Будем считать далее, что ядро интегрального уравнения для БЗ, описывающее эффект эрeditarности, представляет собой функцию разности $t-s$, где s — переменная интегрирования по времени. Положим это ядро равным $\exp[-\alpha(t-s)]$, где $\alpha > 0$ — некоторая заданная постоянная. Наличие такого ядра обеспечивает затухание эрeditarности с ростом запаздывания по времени.

Важной особенностью формируемого БЗ с эрeditarными свойствами служит его прямая зависимость от задачи минимизации исходного функционала качества: $J \rightarrow \min_{u \in U} (u(t-h))$ — управление с запаздыванием по времени, U — допустимое множество управлений).

Выбор оптимального закона управления $u^0(t-h)$ как решения соответствующего оптимизационного уравнения Беллмана означает о том, что $u^0(t-h)$ представляет собой некоторую известную (найденную) вектор-функцию ω текущего состояния $x(t)$ системы и времени t [7, 8]:

$$u^0(t-h) = \omega[x(t), t]. \quad (1)$$

Будем считать $u(t-h)$ известной вектор-функцией $x(t)$ и t , определяемой по формуле (1), а $u(t)$ — неизвестной вектор-функцией $x(t)$ и t , а также величины запаздывания h .

Схема решения. Уравнения Вольтерра. Основное уравнение, описывающее работу БЗ, зададим в виде интегрального уравнения Вольтерра второго рода относительно уравнения $u(t)$ с переменными пределами интегрирования

$$\Omega(t) = u(t) + \int_{t-h}^t e^{-\alpha(t-s)} u(s) ds, \quad \alpha, h > 0, \quad (2)$$

где заданные величины $\alpha, h > 0$ считаются постоянными, а вектор-функции Ω и u — непрерывно дифференцируемыми по t .

Продифференцируем уравнение (2), пользуясь формулой дифференцирования интеграла с переменными пределами интегрирования:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{t-h}^t f(s) ds &= \frac{d}{ds} \left[\int_c^t f(s) ds + \int_{t-h}^c f(s) ds \right] = \\ &= f(t) - \frac{d}{dt} \int_c^{t-h} f(s) ds = f(t) - f(t-h), \end{aligned}$$

$\forall c = \text{const} \in (t-h, t)$. Для уравнения (2) после дифференцирования по t имеем

$$\dot{\Omega}(t) = \dot{u}(t) + e^{-\alpha t} \int_{t-h}^t e^{\alpha s} u(s) ds + e^{-\alpha t} \left[e^{\alpha t} u(t) - e^{\alpha(t-h)} u(t-h) \right],$$

откуда следует

$$\dot{\Omega}(t) = \dot{u}(t) + u(t) - \alpha \int_{t-h}^t e^{-\alpha(t-s)} u(s) ds - e^{-\alpha h} u(t-h). \quad (3)$$

По сравнению с уравнением (2) преимущество интегродифференциального уравнения Вольтерра первого порядка (3) относительно неизвестной вектор-функции управления $u(t)$ заключается в том, что в него явно входит управление с запаздыванием по времени $u(t-h)$. Путем интегрирования уравнение (3) сводится к (2). Отметим, что $u(t) = \Omega(t)$ при $h=0$, следовательно

$$u^0(t-h) \Big|_{h=0} = u^0(t) = \omega[x(t), t].$$

В этом случае приходим к известному решению (в виде управления) без запаздывания (1). Таким образом, надо положить

$$\Omega(t) = \omega[x(t), t] \equiv \omega(t),$$

тогда уравнения (2), (3) запишутся в соответствующем виде при $\Omega(t) = \omega(t)$.

С учетом закона оптимального управления (1) уравнение (3) можно представить следующим образом:

$$\dot{\omega}(t) + e^{-\alpha h} \omega(t) = \dot{u}(t) + u(t) - \alpha \int_{t-h}^t e^{-\alpha(t-s)} u(s) ds. \quad (4)$$

При $h=0$ имеем линейно-дифференциальное уравнение

$$\dot{\omega}(t) + \omega(t) = \dot{u}(t) + u(t)$$

с решением

$$u(t) - \omega(t) = Ce^{-(t-t_0)}, \quad t \in [t_0, t_1].$$

Чтобы $u(t) = \omega(t)$, как и в уравнении (2) при $h=0$, следует положить $u(t_0) - \omega(t_0) = C = 0$.

Итерационная аппроксимация. Очевидно, что интегральное уравнение (2) имеет более простую структуру, чем интегродифференциальные (3) или (4), рассмотрим его при $\Omega(t) = \omega(t)$. Разрешим (2) относительно $u(t)$, пользуясь итерационным подходом. Будем считать, что оно порождено системой n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными

$$u_i + \sum_{r=i-2}^{i-1} K_{ir} u_r = \omega_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

при $u_{-1} + u_0 = 0$ ($i=1, 2$). Здесь дискретный индекс i заменим на t , а r — на s ; $K(t, s) = e^{-\alpha(t-s)} = K_{ts}$.

Обозначим через Δ определитель из коэффициентов системы (5):

$$\begin{aligned} u_1 &= \omega_1, \\ u_2 &= K_{21} u_1 = \omega_2, \\ u_3 &+ K_{31} u_1 + K_{32} u_2 = \omega_3, \\ u_4 &+ K_{42} u_2 + K_{43} u_3 = \omega_4, \\ &\dots\dots\dots \\ u_n &+ K_{n(n-2)} u_{n-2} + K_{n(n-1)} u_{n-1} = \omega_n, \end{aligned}$$

тогда получим

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ K_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ K_{31} & K_{32} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{42} & K_{43} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & K_{53} & K_{54} & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \dots & K_{n(n-2)}K_{n(n-1)}1 \end{vmatrix} = 1,$$

причем, если $\Delta_{ir} = 0$ — алгебраическое дополнение для элемента K_{ir} , то

$$\Delta_{ir} = 0 \quad (i > r), \quad \Delta_{rr} = 1.$$

Пользуясь правилом Крамера, можем написать для неизвестных u_r :

$$u_r = \omega_r + \sum_{i=r-2}^{r-1} \Delta_{ir} \omega_i = \omega_r + \sum_{i=r-2}^{r-1} S_{ri} \omega_i, \quad r = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где $\omega_{-1} = \omega_0 = 0$ ($r = 1, 2$); $S_{ri} = \Delta_{ir}$.

Данный итерационный прием можно применить для исходного интегрального уравнения (2). Тогда его решение $u(t)$ при переходе от конечного числа переменных к бесконечному получим из соотношения (6) в виде интегрального равенства

$$u(t) = \omega(t) + \int_{t-h}^t S(t, s) \omega(s) ds, \quad (7)$$

где $S(t, s)$ — разрешающее ядро уравнения (2).

Интегральные преобразования. Требуется с помощью итерационного приближения найти решение (7), для обоснования которого подставим выражение (6) в уравнение (5):

$$\omega_i + \sum_{k=i-2}^{i-1} S_{ik} \omega_k + \sum_{k=i-2}^{i-1} w_k \left(K_{ik} + \sum_{r=k+1}^{i-1} K_{ir} S_{rk} \right) = \omega_i.$$

После сокращения на ω_i придем к равенствам

$$S_{ik} + K_{ik} + \sum_{r=k+1}^{i-1} K_{ir} S_{rk} = 0, \quad (8)$$

откуда при переходе от конечного числа переменных к бесконечному с учетом изменения индекса k получим:

$$\int_s^{s-h} K(t, \xi) S(\xi, s) ds = \int_s^{s-h} S(t, \xi) K(\xi, s) d\xi = S(t, s) + K(t, s). \quad (9)$$

Заменив t на ξ , умножим уравнение (2)

$$u(\xi) + \int_{\xi-h}^{\xi} K(\xi, s) u(s) ds = \omega(\xi)$$

($K(\xi, s) = e^{-\alpha(\xi-s)}$, $\alpha > 0$) на $S(t, \xi)$ и проинтегрируем результат по ξ от $t-h$ до t :

$$\int_{t-h}^t S(t, \xi) u(\xi) d\xi + \int_{t-h}^t S(t, \xi) d\xi \int_{\xi-h}^{\xi} K(\xi, s) u(s) ds = \int_{t-h}^t S(t, \xi) \omega(\xi) d\xi. \quad (10)$$

В предположении, что $S(t, s)$, $K(t, s)$ — это скалярные функции, домножим на $u(s)$ соотношение (9) и проинтегрируем по s от $t-h$ до t :

$$\int_{t-h}^t u(s) ds \int_{s-h}^s K(t, \xi) S(\xi, s) d\xi = - \int_{t-h}^t [S(t, s) + K(t, s)] u(s) ds. \quad (11)$$

Обобщим формулу Дирихле на двойные интегралы с переменными верхними и нижними пределами интегрирования:

$$\int_a^b ds \int_a^s f(s, \xi) d\xi = \int_a^b d\xi \int_{\xi-h}^{\xi} f(s, \xi) ds, \quad (12)$$

где a, b — фиксированные числа.

В этой связи для всякой непрерывной по своим аргументам функции $f(s, \xi)$ можно доказать следующее равенство (ср. с равенством (12)):

$$\int_a^b ds \int_{s-h}^s f(s, \xi) d\xi = \int_a^b d\xi \int_{\xi-h}^{\xi} f(\xi, s) ds, \quad (13)$$

где $h = \text{const} > 0$.

В отличие от формулы изменения порядка интегрирования (12), когда области интегрирования слева (Δ_1) и справа (Δ_2) одинаковы, в (13) области Δ_1 и Δ_2 различны, но симметричны относительно оси $\xi = s$ и имеют одинаковые площади, что обеспечивает равенство повторных интегралов слева и справа (рис. 2).

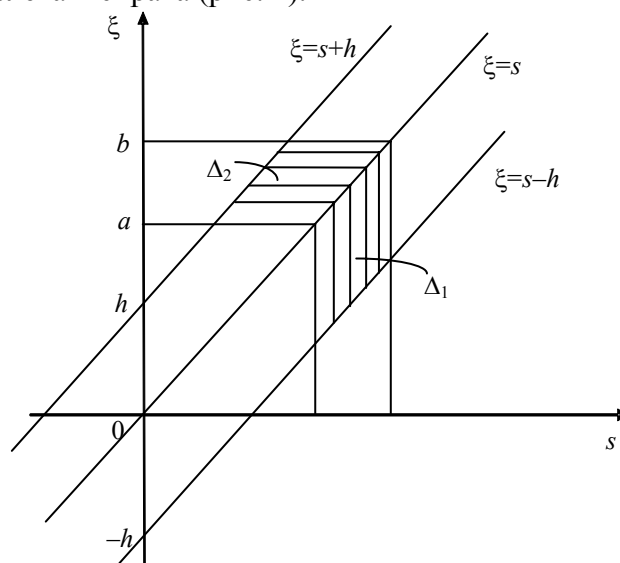


Рис. 2

Для обоснования равенства (13) можно использовать и такой аргумент: поменяв в левой части местами переменные s и ξ , получим его правую часть.

Воспользуемся далее равенством (13) в соотношении (10), которое можно переписать в виде

$$\int_{t-h}^t S(t, \xi) u(\xi) d\xi + \int_{t-h}^t u(s) ds \int_{s-h}^s K(t, \xi) S(\xi, s) d\xi = \int_{t-h}^t S(t, \xi) \omega(\xi) d\xi,$$

или, принимая во внимание выражение (11):

$$\int_{t-h}^t S(t, \xi) u(\xi) d\xi - \int_{t-h}^t K(t, s) u(s) ds - \int_{t-h}^t S(t, s) u(s) ds = \int_{t-h}^t S(t, \xi) \omega(\xi) d\xi. \quad (14)$$

Сократив слева первое и третье слагаемые в (14), получим интегральную формулу

$$-\int_{t-h}^t K(t,s)u(s)ds = \int_{t-h}^t S(t,\xi)\omega(\xi)d\xi$$

с взаимным ядром $S(t,s)$, разрешающую уравнение (2).

Процедура вычисления ядерных функций. Опишем процедуру для вычисления определителей $S_{ik} = \delta_{ki}$, а тем самым и ядерных функций $S(t,s)$, в соотношении (7). Для этого вернемся к равенствам (8). Будем считать, что

$$S_{ik} = K_{ik}^{(1)} + K_{ik}^{(2)} + \dots + K_{ik}^{(l)},$$

где $K_{ik}^{(l)}$ — слагаемое порядка l ; l — некоторое заданное натуральное число. Запишем соотношения (8) в виде

$$K_{ik}^{(1)} + K_{ik}^{(2)} + \dots + K_{ik}^{(l)} + K_{ik} + \sum_{r=k+1}^i K_{ir} \left(K_{rk}^{(1)} + K_{rk}^{(2)} + \dots + K_{rk}^{(l-1)} \right) = 0 \quad (15)$$

и положим в выражении (15):

$$K_{ik}^{(1)} = -K_{ik}, \quad K_{ik}^{(2)} = \sum_{r=k+1}^{i-1} K_{ik}^{(1)} K_{rk}^{(1)}, \quad K_{ik}^{(3)} = \sum_{r=k+1}^{i-1} K_{ir}^{(1)} K_{rk}^{(2)}, \quad \dots, \quad K_{ik}^{(l)} = \sum_{r=k+1}^{i-1} K_{ir}^{(1)} K_{rk}^{(l-1)}.$$

Чтобы отсюда найти $S(t,s)$, перейдем от конечного числа переменных к бесконечному на промежутке $\xi \in [s, t]$:

$$\begin{aligned} K^{(1)}(t,s) &= -K(t,s), \\ K^{(2)}(t,s) &= \int_s^t K^{(1)}(t,\xi) K^{(1)}(\xi,s) d\xi, \\ K^{(3)}(t,s) &= \int_s^t K^{(1)}(t,\xi) K^{(2)}(\xi,s) d\xi, \\ &\dots\dots\dots \\ K^{(l)}(t,s) &= \int_s^t K^{(1)}(t,\xi) K^{(l-1)}(\xi,s) d\xi, \end{aligned}$$

где $s \in [t-h, t]$ и

$$S(t,s) = \sum_{l=1}^{\infty} K^{(l)}(t,s), \quad \lim_{l \rightarrow \infty} K^{(l)}(t,s) = 0.$$

Вследствие ограниченности функции $K(t,s)$: $|K^{(1)}(t,s)| \leq M = \text{const} \quad \forall t,s$, а также вытекающих при интегрировании неравенств

$$|K^{(1)}(t,s)| \leq M, \quad |K^{(2)}(t,s)| \leq \frac{M^2 |t-s|}{1!}, \quad \dots, \quad |K^{(l)}(t,s)| \leq \frac{M^l |t-s|^{l-1}}{(l-1)!}$$

приведенный ряд для $S(t,s)$ равномерно сходится.

Заключение. В настоящей статье предложена схема формирования блока запаздывания по времени в канале управляющего воздействия, основанная на использовании интегральных и интегродифференциальных уравнений Вольтерра с переменными пределами интегрирова-

ния. Для соответствующего интегрального уравнения Вольтерра приведена итерационная процедура решения и получена формула для формирования управления в зависимости от величины запаздывания. По мнению авторов, эредитарная модель построения БЗ представляется наиболее естественной и эффективной при синтезе закона управления с запаздыванием по времени, основанного на беллмановской процедуре оптимизации. Эта процедура предполагает формирование в БЗ сначала $u^0(t-h)$ (1), а затем $u^0(t)$ по формуле (7), а не наоборот, как это обычно имеет место при неоптимизационном синтезе: $u(t) \rightarrow u(t-h)$. Для исходного интегрального уравнения Вольтерра второго рода с двумя переменными пределами интегрирования применительно к задаче управления с запаздыванием по времени введена интегральная формула решения с помощью итеративной приближенной процедуры решения, которая обобщается на случай перехода от конечного числа переменных к бесконечному.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмановский В. Б., Носов В. Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последействием. М.: Наука, 1981. 448 с.
2. Бобцов А. А. Адаптивное и робастное управление неопределенными системами по выходу. СПб: Наука, 2011. 174 с.
3. Пыркин А. А. Управление в условиях запаздывания // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2007. Вып. 38. С. 287—292.
4. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегродифференциальных уравнений. М.: Наука, 1982. 304 с.
5. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М.: Наука, 1976. 286 с.
6. Лузин Н. Н. К изучению матричной теории дифференциальных уравнений // АиТ. 1940. № 5. С. 4—66.
7. Тертычный-Даури В. Ю. Галамех. Т. 4. Оптимальная механика. М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2008. 608 с.
8. Тертычный-Даури В. Ю. Условная задача оптимального управления: адаптивный метод решения // АиТ. 2006. № 3. С. 54—67.

*Сведения об авторах***Дмитрий Александрович Музыка**

— студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: 146038@niuitmo.ru

Руслан Олегович Пещеров

— студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: rpeshchero@mail.ru

Владимир Юрьевич Тертычный-Даури

— д-р физ.-мат. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра высшей математики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: tertychny-dauri@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

Д. С. БИРЮКОВ, Н. А. ДУДАРЕНКО, А. В. УШАКОВ

КОНТРОЛЬ ВЫРОЖДЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ: ГРАМИАННЫЙ ПОДХОД*

Рассматривается задача контроля вырождения динамических объектов и систем. Для решения задачи используется грамианный подход, основанный на вычислении сингулярных чисел грамианов управляемости отношений системы вход—выход с последующим применением аппарата функционалов вырождения.

Ключевые слова: динамическая система, функционал вырождения, критерияльная матрица, грамиан управляемости.

Введение. В ходе исследований в области разработки технологии контроля вырождения динамических объектов и систем [1] авторы настоящей статьи поставили задачу, не прибегая к моделированию потока возможных входных заявок, сформировать априорную экспресс-оценку потенциальной возможности вырождения системы. Решение этой проблемы было найдено в результате объединения аппарата функционалов вырождения и технологии системных грамианов [2, 3]. В настоящей статье рассматривается задача контроля вырождения динамических объектов и систем на основе грамианов управляемости.

Технология конструирования функционалов вырождения. Сведем некоторую многоканальную динамическую систему посредством математических преобразований к линейной алгебраической задаче (ЛАЗ) вида

$$\eta(w) = N(w, \theta)\chi(w), \quad (1)$$

где $N(w, \theta)$ — $(m \times m)$ -матрица для любых w, θ ; $\eta(w), \chi(w)$ — p -мерные векторы; θ — p -мерный параметр, изменяющий алгебраические свойства матрицы N . Аппарат функционалов вырождения J_{Dv} формируется на спектре $\sigma_\alpha \{N\}$ сингулярных чисел $\alpha_j (j = \overline{1, m})$ критерияльной матрицы N с использованием ЛАЗ (1):

$$\sigma_\alpha \{N\} = \left\{ \alpha_j = \left| \mu_j^{1/2} \right|; j = \overline{1, m} \right\} \quad (2)$$

(μ_i — корни уравнения $\det(\mu I - N^T N) = 0$), вычисляемых в силу соотношений

$$J_{Dv} \{N\} = \alpha_v \{N\} / \alpha_1 \{N\}; v = \overline{m, 1}. \quad (3)$$

Свойства функционалов вырождения приведены в работе [1].

Если воспользоваться сингулярным разложением матрицы (SVD-процедурой) [4], то матрица N запишется следующим образом:

$$N = U_N \Sigma_N V_N^T, \quad (4)$$

$$NV_{Nj} = \alpha_j U_{Nj}, j = \overline{1, m}.$$

Это векторно-матричное соотношение придает исходной линейной алгебраической задаче (1) геометрический смысл: вектор $\chi = V_{Nj} (j = \overline{1, m})$ отражается в подпространство, натянутое на j -й элемент U_{Nj} левого сингулярного базиса U_N так, что соответствующий ему

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.В37.21.1928).

вектор имеет норму, равную α_j . Тогда задача вырождения формализуется как задача контроля перехода критериальной матрицы N из сферы, расположенной в пространстве, натянутом на векторы χ , в эллипсоид, натянутый на левый сингулярный базис U_N с полуосями, по размеру совпадающими с сингулярными числами матрицы N .

Вырождение матрицы N в смысле достижения ею значения единицы функционала вырождения J_D , записанного в форме (3), означает „сплющивание“ этого эллипсоида вдоль p -й полуоси, т.е. вдоль p -го левого сингулярного вектора U_{Np} . Нетрудно видеть, что если параметр θ модифицирует матрицу $N(\theta)$ таким образом, что последовательно, начиная с α_p , принимают нулевые значения остальные $p-1$ сингулярных чисел, кроме α_1 , то в пространстве, натянутом на левый сингулярный базис, будет наблюдаться последовательное „сплющивание“ эллипсоида вдоль векторов $U_{Np}, U_{Np-1}, \dots, U_{N2}$. В итоге сфера отобразится в отрезок прямой. Таким образом, функционалы вырождения J_{Dv} используются для количественной оценки вырождения динамических систем и объектов.

Интегральная экспресс-оценка вырождения динамической системы на спектре сингулярных чисел грамианов управляемости вход—выход. Пусть задана многоканальная непрерывная динамическая система вида

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gg(t), \quad x(0); \quad y(t) = Cx(t), \quad (5)$$

где x, g, y — векторы состояния, задающего воздействия и выхода соответственно; $x \in R^n$, $g, y \in R^m$; F, G, C — матрицы состояния системы, входа и выхода непрерывного объекта управления соответственно, согласованные по размерности с размерностью векторов x, g , и y так, что $F \in R^{n \times n}$, $G, C^T \in R^{n \times m}$.

При использовании грамианной технологии для непрерывной многоканальной системы вида (5) задается грамиан управляемости по состоянию с помощью интегральных соотношений

$$W_x(t) = \int_0^t x(\tau, g)x^T(\tau, g)dt \Big|_{g=\delta(t)} = \int_0^t e^{F\tau}GG^T e^{F^T\tau}d\tau. \quad (6)$$

Дифференциальный аналог соотношения (6) принимает вид

$$\dot{W}_x(t) = FW_x(t) + W_x(t)F^T + GG^T, \quad W_x(0) = 0. \quad (7)$$

Из (6), (7) видно, что если матрица F системы (5) является гурвицевой, то грамиан управляемости имеет установившееся значение W_x , удовлетворяющее предельному переходу

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W_x(t) = W_x, \quad (8)$$

при этом скорость его изменения как функция времени удовлетворяет соотношению

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{W}_x(t) = 0. \quad (9)$$

Если условия (9) и (8) подставить в (7), то для вычисления матрицы W_x можно воспользоваться алгебраическим матричным уравнением типа уравнения Ляпунова

$$FW_x(t) + W_x(t)F^T = -GG^T. \quad (10)$$

Грамиан управляемости отношения „вход—выход“ W_y по выходу может быть вычислен с помощью матричного выражения

$$W_y = CW_xC^T. \quad (11)$$

Для случая многоканальных дискретных систем грамианы отношений „вход—состояние“ и „вход—выход“ строятся следующим образом. Пусть задана многомерная дискретная динамическая система вида

$$x(k+1) = \bar{F}x(k) + \bar{G}g(k), \quad x(0); \quad y(k) = \bar{C}x(k), \quad (12)$$

где $x \in R^n$; $g, y \in R^m$; \bar{F} , \bar{G} , \bar{C} — матрицы состояния системы, входа и выхода дискретного объекта управления, согласованные по размерности с размерностью векторов x , g , и y так, что $\bar{F} \in R^{n \times n}$; $\bar{G}, \bar{C}^T \in R^{n \times m}$; k — дискретное время, выраженное в числе интервалов дискретности длительностью Δt ($t = k(\Delta t)$). Представим дискретную систему (12) в виде:

$$\left. \begin{aligned} x(1) &= \bar{F}x(0) + \bar{G}g(0), \\ x(2) &= \bar{F}x(1) + \bar{G}g(1) = \bar{F}^2x(0) + \bar{F}\bar{G}g(0) + \bar{G}g(1), \\ &\vdots \\ x(k) &= \bar{F}^kx(0) + \bar{F}^{k-1}\bar{G}g(0) + \bar{F}^{k-2}\bar{G}g(1) + \dots + \bar{G}g(k-1) \Big|_{x(0)=0} = \\ &= \begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{F}\bar{G} & \dots & \bar{F}^{k-2}\bar{G} & \bar{F}^{k-1}\bar{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g(k-1) & g(k-2) & \dots & g(0) \end{bmatrix}^T. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Здесь для вектора состояния $x(k)$ введена матрица управляемости системы по состоянию на k первых интервалах дискретности

$$Q_x(k) = \begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{F}\bar{G} & \dots & \bar{F}^{k-2}\bar{G} & \bar{F}^{k-1}\bar{G} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

На этой матрице может быть сконструирован грамиан управляемости по состоянию $\bar{W}_x(k)$ на первых k интервалах дискретности в форме

$$\bar{W}_x(k) = Q_x(k)Q_k^T(k). \quad (15)$$

Очевидно, что для момента $(k+1)$ грамиан управляемости отношения „вход—состояние“ дискретной системы (12) $\bar{W}_x(k+1)$ в силу определения (15) запишется как

$$\bar{W}_x(k+1) = Q_x(k+1)Q_k^T(k+1), \quad (16)$$

где

$$Q_x(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{F}\bar{G} & \dots & \bar{F}^{k-1}\bar{G} & \bar{F}^k\bar{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{F}Q_x(k) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Подстановка (17) в (16) с использованием представления (15) дает

$$\bar{W}_x(k+1) = Q_x(k+1)Q_k^T(k+1) = \begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{F}Q_x(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{G}^T \\ Q_x^T(k)\bar{F}^T \end{bmatrix} = \bar{G}\bar{G}^T + \bar{F}\bar{W}_x(k)\bar{F}^T. \quad (18)$$

Установившееся значение грамиана управляемости по состоянию зададим в форме предельных соотношений

$$\bar{W}_x = \lim_{k \rightarrow \infty} \bar{W}_x(k); \quad \bar{W}_x = \lim_{(k+1) \rightarrow \infty} \bar{W}_x(k+1). \quad (19)$$

Подстановка соотношений (19) в выражение (18) позволяет получить уравнение вида матричного дискретного уравнения Ляпунова

$$\bar{W}_x = \bar{F}\bar{W}_x\bar{F}^T + \bar{G}\bar{G}^T. \quad (20)$$

Формирование системного грамиана управляемости по выходу отношений „вход—выход“ может быть осуществлено с помощью матричного уравнения

$$\bar{W}_y = \bar{C}\bar{W}_x\bar{C}^T. \quad (21)$$

Если теперь к сконструированным грамианам отношения „вход—выход“ (11) и (21) соответственно многоканальной непрерывной системы (5) и многоканальной дискретной сис-

темы (12) применить процедуру сингулярного разложения матриц, с тем чтобы вычислить алгебраические спектры сингулярных чисел указанных грамианов с последующим вычислением на их спектре функционалов вырождения, то можно сформировать априорную экспресс-оценку возможного вырождения многоканальной динамической системы.

Алгоритм контроля вырождения динамических объектов и систем на основе грамианов управляемости

1. Сформировать векторно-матричное описание многоканальной динамической системы и зафиксировать ее параметры.

2. Составить уравнение типа уравнения Ляпунова для случая непрерывного векторно-матричного представления многоканальной системы в форме (10) и для случая многоканальной дискретной динамической системы в форме (20), решить его относительно грамиана управляемости по состоянию.

3. Вычислить грамиан управляемости по выходу многоканальной системы в силу соотношения (11) для случая ее непрерывного модельного представления и в форме (21) для дискретного векторно-матричного представления многоканальной динамической системы.

4. Построить сингулярное разложение грамиана управляемости по выходу.

5. Построить функционалы вырождения в форме (3).

6. Полученные результаты передать системному аналитику на предмет интерпретации и принятия системных решений.

Заключение. Аппарат функционалов вырождения совместно с методом системных грамианов позволяет сформировать априорную оценку склонности многоканальной динамической системы и объекта к вырождению без необходимости моделирования потока возможных входных заявок. Следует ожидать, что эти оценки в силу структуры соотношений (10), (11) и (20), (21) будут совпадать с оценками функционалов вырождения, полученных при моделировании потока входных заявок стационарным в широком смысле стохастическим экзогенным воздействием типа „белый шум“.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дударенко Н., Ушаков А. Анализ многомерных динамических систем: технология контроля вырождения. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011. 232 с.
2. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.—СПб: Изд-во МГУ-ГРИФ, 1998.
3. Moore B.C. Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability, Observability and Model Reduction // IEEE Trans. on Automatic Control. 1981. Vol. AC-26, N 1. P. 17—31.
4. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. М.: Мир, 1999. 548 с.

Сведения об авторах

Дмитрий Сергеевич Бирюков

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: quaint03@mail.ru

Наталья Александровна Дударенко

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент; E-mail: dudarenko@yandex.ru

Анатолий Владимирович Ушаков

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 13.12.12 г.

А. Б. БУШУЕВ, О. К. МАНСУРОВА

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ В ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЕ С ГЛАДКИМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ*

Рассматривается объект управления — нелинейный компенсационный гомеостат как математическая модель конфликтных ситуаций между двумя каналами. Для синтеза управлений, разрешающих конфликт, используются потенциальные функции канонических катастроф.

Ключевые слова: канонические катастрофы, гиперболическая омбилика, компенсационный гомеостат.

Рассмотрим класс двухканальных систем управления, каждый из каналов которых задается дифференциальным уравнением первого порядка с правой частью вида

$$F(x, y, a) = \sum_n \sum_m \sum_i a_i x^n y^m, \quad (1)$$

где a_i — коэффициенты ($i=0,1,2,\dots$), $x=x(t)$ и $y=y(t)$ — координаты системы, $x \in R^1$, $y \in R^1$ ($n=0,1,2,\dots$; $m=0,1,2,\dots$), t — время.

Целью работы является синтез алгоритма управления, обеспечивающего разрешение конфликта между координатами $x(t)$ и $y(t)$ для типовых ситуаций: конкуренции, нейтралитета, союзничества, конфронтации и т.п. [1]. Управление формируется в виде нелинейной функции от координат, в качестве которой выбирается потенциальная функция одной из канонических катастроф Р. Тома [2].

Известны примеры использования канонических катастроф для синтеза управления в нелинейном компенсационном гомеостате [3], математическая модель которого задается уравнением (1). Управление синтезируется на основе несимметричной катастрофы типа „эллиптическая омбилика“. Сигнал управления складывается из двух составляющих: „мягкую“ часть управления вырабатывает командный генератор, а „жесткая“ часть формируется в виде обратной связи от координат управляемого гомеостата.

Возможно использовать симметричную каноническую катастрофу типа „гиперболическая омбилика“ при синтезе управления для линейных стационарных систем, матрица объекта управления которых представляется в нормальной жордановой форме [4]. Для каждого собственного движения, задаваемого клеткой жордановой матрицы, формируется замкнутое управление в виде потенциальной функции канонической катастрофы типа „гиперболическая омбилика“. В качестве координат потенциальной функции выбираются переменные состояния соответствующей клетки жордановой матрицы. Коэффициенты регулятора выбираются из условия обеспечения асимптотической устойчивости замкнутой системы. Как отмечается в работе [4], такой закон управления обладает робастной устойчивостью в случае неопределенности задания как структуры, так и параметров объекта управления.

Для моделирования типовых ситуаций взаимной работы каналов используются градиентные системы, у которых антиградиент потенциальной функции системы направлен по вектору скорости координат, т.е.

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (государственный контракт № 16.740.11.0553).

$$\frac{\partial H(x, y, a)}{\partial x} = -\dot{x}, \quad \frac{\partial H(x, y, a)}{\partial y} = -\dot{y}, \quad (2)$$

где $H(x, y, a)$ — потенциальная функция системы (1). Коэффициент пропорциональности между правой и левой частями в уравнениях (2) для упрощения принят единичным. Для градиентных систем переходные процессы по координатам $x=x(t)$ и $y=y(t)$ при выборе численных значений коэффициентов a_i системы, обеспечивающих условие устойчивости при задании антисимметричных начальных условий $x(0) = -y(0)$, получаются плавными, одна из координат располагается в первом, а другая — в четвертом квадранте плоскости координат. Та или иная типовая ситуация обеспечивается выбором знаков коэффициентов a_i обратных и перекрестных связей в каналах системы (1). При $n=m=0$ в (1) в качестве слагаемых используются коэффициенты a_0 , задающие вынужденное движение и рассматриваемые как управление, подаваемое на систему (1), например, для канала с координатой $x(t)$:

$$\dot{x} = \sum_{n+1} \sum_{m+1} \sum_{i+1} a_i x^n y^m + a_0. \quad (3)$$

Выберем в качестве управления потенциальную функцию одной из канонических катастроф и подадим его на систему (3). В качестве координат x и y канонической катастрофы выбираем координаты системы (1) $x=x(t)$ и $y=y(t)$. Тогда уравнение правой части замкнутой системы в каждом канале будет иметь вид

$$\dot{x} = \sum_{n+1} \sum_{m+1} \sum_{i+1} a_i x^n y^m + a_0 V(x, y, \lambda), \quad (4)$$

где $V(x, y, \lambda)$ — потенциальная функция канонической катастрофы, λ — вектор управляющих параметров катастрофы λ_j ($j=1, 2, \dots, k$), k — число управляющих параметров катастрофы. Потенциальные функции некоторых канонических катастроф приведены в таблице.

k	Потенциальная функция $V(x, y, \lambda)$	Катастрофа
1	$\frac{x^3}{3} + \lambda_1 x$	Складка
2	$\frac{x^4}{4} + \lambda_1 \frac{x^2}{2} + \lambda_2 x$	Сборка
3	$x^3 + y^3 + \lambda_1 xy + \lambda_2 x + \lambda_3 y$	Гиперболическая омбилика
3	$x_1^3 - 3xy^2 + \lambda_1(x^2 + y^2) + \lambda_2 x + \lambda_3 y$	Эллиптическая омбилика

Приравняв выражение (4) к нулю, получим нелинейные алгебраические уравнения для определения стационарных состояний системы

$$\sum_{n+1} \sum_{m+1} \sum_{i+1} a_i x^n y^m + V(x, y, \lambda) = 0,$$

связывающих параметры a_i (4) с управляющими параметрами канонической катастрофы.

Для синтеза регулятора выбираем значения управляющих параметров λ , обеспечивающие устойчивость заданного конечного состояния равновесия.

Рассмотрим пример синтеза управлений для компенсационного гомеостата, моделирующего стереотип конкуренции антагонистов [5]. Уравнения антагонистов задаются системой (1):

$$\dot{x} = a_2 x^2 + a_1 y + a_0, \quad \dot{y} = a_5 y^2 + a_4 x + a_3. \quad (5)$$

Здесь первое слагаемое в правой части первого уравнения получается при $i=2, n=2, m=0$; второе — при $i=1, n=0, m=1$; третье — при $i=0, n=0, m=0$. Для второго уравнения (5) первое слагаемое получается при $i=5, n=0, m=2$; второе — при $i=4, n=1, m=0$; третье — при $i=3, n=0, m=0$.

Сначала рассмотрим собственное движение антагонистов при $a_0=a_3=0$ из начальных условий $x(0) = -y(0) = -0,1$. Для обеспечения устойчивости заданных состояний равновесия $x(\infty) = -y(\infty) = -1$ выбираем значения $a_1=a_4 = -3, a_2 = -a_5 = 3$. График переходного процесса собственного движения приведен на рис. 1, а.

Как видно из рисунка, обе координаты строго антисимметричны, и явление конкуренции не проявляется. При подаче на вход канала $y(t)$ ресурса питания конкурентов в виде ступенчатого воздействия ($a_3 = 1(t)$) проявляется явление конкуренции: ресурс распределяется неравномерно, поскольку $x(\infty) = -1,09, y(\infty) = 1,19$ (рис. 1, б).

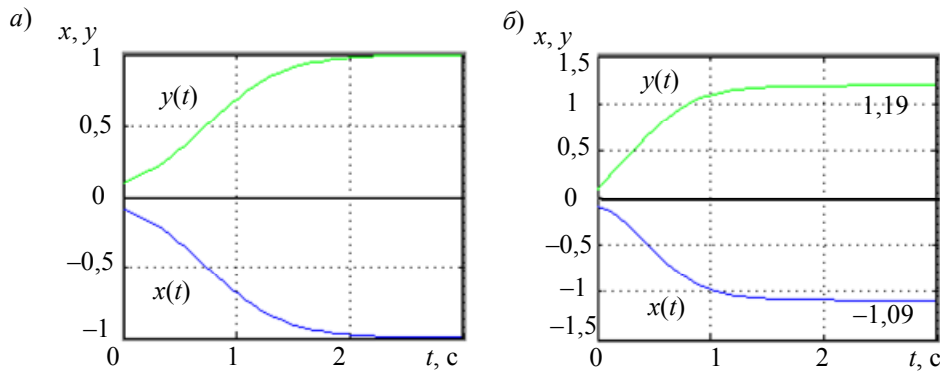


Рис. 1

Синтезируем регулятор, обеспечивающий разрешение конфликта между конкурентами, т.е. получим управление, которое переводит систему (5) из конкурентного $x = -1,09, y = 1,19$ в устойчивое стационарное состояние $x=y=0$. В качестве управления выберем потенциальную функцию катастрофы типа „сборка“. Подставив $V(x, y, \lambda)$ в (5), получим

$$\dot{x} = a_2 x^2 + a_1 y + a_0 \left(\frac{x^4}{4} + \lambda_1 \frac{x^2}{2} + \lambda_2 x \right), \quad \dot{y} = a_5 y^2 + a_4 x + a_3 \left(\frac{y^4}{4} + \lambda_3 \frac{y^2}{2} + \lambda_4 y \right). \quad (6)$$

Найдем стационарные состояния из системы уравнений

$$0 = a_2 x^2 + a_1 y + a_0 \left(\frac{x^4}{4} + \lambda_1 \frac{x^2}{2} + \lambda_2 x \right), \quad 0 = a_5 y^2 + a_4 x + a_3 \left(\frac{y^4}{4} + \lambda_3 \frac{y^2}{2} + \lambda_4 y \right). \quad (7)$$

Выберем следующие соотношения $\lambda_1 = -\frac{2a_2}{a_0}, \lambda_2 = -\frac{a_1 y}{a_0 x}, \lambda_3 = -\frac{2a_5}{a_3}, \lambda_4 = -\frac{a_4 x}{a_3 y}$. Тогда

получим систему $0 = a_0 \frac{x^4}{4}, 0 = a_3 \frac{y^4}{4}$, в которой имеются четыре пары нулевых корней $x=0$ и $y=0$. Знак управляющего сигнала можно задать знаком коэффициентов a_0 и a_3 исходя из условий обеспечения устойчивости стационарных состояний $x=y=0$ при заданных начальных условиях $x=-1,09$ и $y=1,19$.

График затухания конфликта приведен на рис. 2 для $a_0=32$ и $a_3=-32$. Как видно, графики конфликтующих сторон асимптотически сходятся к нулю.

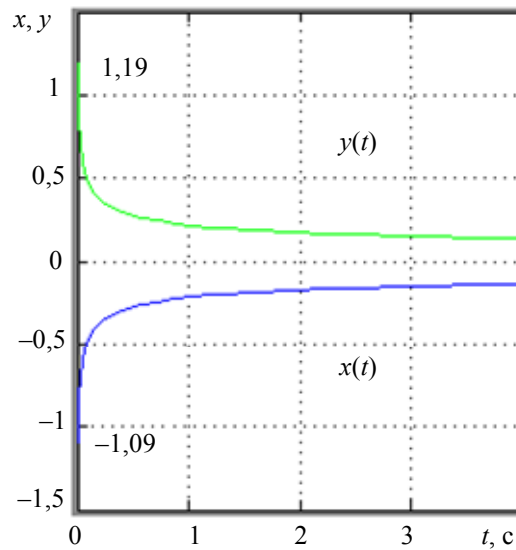


Рис. 2

Выбор канонической катастрофы для синтеза управления зависит от вида нелинейной функции правой части уравнения (1) гомеостата. Необходимо выбирать потенциальную функцию катастрофы, старшая степень координаты которой хотя бы на порядок выше старшей степени нелинейной функции (1). Для разрешения конфликта назначением управляющих параметров λ необходимо компенсировать первые степени координат состояния системы x и y и обеспечить условие устойчивости стационарных состояний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горский Ю. М. Основы гомеостатики (Гармония и дисгармония живых, природных, социальных и искусственных систем). Иркутск: Изд-во ИГЭА, 1998. 337 с.
2. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. М.: Мир, 1980. 607 с.
3. Бушуев А. Б. Математическое моделирование конфликтов в техническом творчестве // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. Программирование, управление и информационные технологии. 2005. Вып. 19. С. 26—32.
4. Жуматаева Ж. Е., Бейсенби М. А. Построение систем управления в классе трехпараметрических структурно-устойчивых отображений // Вестн. Казахского национального технического университета. 2010.
5. Бушуев А. Б. Математическое моделирование процессов технического творчества. СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. 306 с.

Сведения об авторах

Александр Борисович Бушуев

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Ольга Карибековна Мансурова

— канд. техн. наук; Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“, Санкт-Петербург; доцент; E-mail: erke7@mail.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 13.12.12 г.

С. Г. ЧЕБОТАРЕВ, А. С. КРЕМЛЕВ

СИНТЕЗ ИНТЕРВАЛЬНОГО НАБЛЮДАТЕЛЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ*

Проанализированы условия, при которых возможно построение интервального наблюдателя, позволяющего определить область оценок переменных состояния системы.

Ключевые слова: интервальный наблюдатель, мецлеровость, параметрическая неопределенность.

Введение. В теории автоматического управления важную роль играет идентификация параметров системы. Поэтому задача оценки неизмеряемого вектора состояния очень актуальна, и ее решение требуется во многих случаях [1—3].

В некоторых ситуациях, например при наличии в описании системы параметрических неопределенностей, невозможно использовать классические методы построения устройства оценки неизвестных неизмеряемых параметров исследуемой системы (наблюдателей), оценки которых сходятся к точному значению состояния при отсутствии шума. В связи с этим необходимо синтезировать интервальный наблюдатель, обеспечивающий оценивание множества допустимых значений вектора состояния системы.

Задача оценки неизмеряемого вектора состояний может быть решена различными способами. Говоря об интервальных методах оценки, можно отметить различные подходы к построению подобных наблюдателей [4—7]. В настоящей статье рассматривается подход к построению интервального наблюдателя, основанный на теории монотонных систем [4, 7]. Для нелинейных систем данный подход был расширен в работе [8] на случай использования LPV-представления (Linear Parameter Varying) с известными минорной и мажорной матрицами, а в [9] — на случай наблюдаемых нелинейных систем.

Рассмотрим случай, когда неопределенности в описании системы являются детерминированными неизвестными функциями, зависящими от времени. Тогда, при определенных условиях, возможно оценить границы ненаблюдаемых переменных, используя „робастный“ метод оценки параметров. На выходе интервального наблюдателя получаются два вектора оценок: минимальных и максимальных значений для каждого элемента вектора состояний объекта.

Решение задачи возможно при соблюдении некоторых допущений. Одним из самых сложных при построении интервального наблюдателя является требование мецлеровости матрицы [9, 10].

Однако для построения и корректной работы интервального устройства оценки неизвестных неизмеряемых параметров исследуемой системы необходимо выполнять условие ограниченности траекторий, получаемых на выходе верхнего и нижнего наблюдателей. Очевидно, что требуется доказать ограниченность этих траекторий с помощью методов теории автоматического управления.

В связи с этим развитие методов интервальной оценки и алгоритмов построения интервальных наблюдателей для систем, обладающих параметрической неопределенностью, по-прежнему остается актуальной задачей.

* Исследование выполнено при поддержке министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0421 „Разработка автономной бортовой системы навигации и управления многофункциональными мультиротационными летательными аппаратами“.

Постановка задачи. При выполнении условия мецлеровости [11—13] для матриц, описывающих рассматриваемую систему, полученный интервал оценок переменных состояния системы содержит в себе реальные значения переменных состояния. Однако это не гарантирует ограниченности решений уравнений, описывающих наблюдателя.

Применительно к устойчивым линейным системам кроме условия мецлеровости матрицы, описывающие динамику наблюдателей, также должны удовлетворять условиям гурвицевости. Обеспечение и проверка выполнения указанных условий является основной задачей при построении интервального наблюдателя.

Основной результат. Рассмотрим устойчивую систему общего вида:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A(p(t))x + d(t, y, u), \\ y &= Cx, \end{aligned} \right\} p(t) \in \mathbb{R},$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^p$, $u \in \mathbb{R}^m$ — это векторы переменных состояния, выход системы и управляющее воздействие соответственно; $A(p(t))$ — матрица динамики системы, зависящая от неизвестного параметра $p(t)$:

$$\underline{d}(t, y, u) \leq d(t, y, u) \leq \bar{d}(t, y, u). \quad (1)$$

Граничные значения параметра p известны:

$$\underline{A} \leq A(p(t)) \leq \bar{A}. \quad (2)$$

В рассматриваемом случае существует вектор коэффициентов усиления наблюдателя L такой, что:

$$L : A(p(t)) - LC \in M, \quad (3)$$

эта система обладает свойством гурвицевости.

Отсюда следует, что системы

$$\underline{A} - LC, \bar{A} - LC \in M \quad (4)$$

также обладают свойством гурвицевости.

Будем рассматривать случай, когда состояния системы неотрицательны, т.е. $x(t) \geq 0$. При этом траектории, полученные решением дифференциальных уравнений, описывающих систему, и интервальные наблюдатели не пересекают ось абсцисс. В противном случае, при $x(t) \in \mathbb{R}^n$, требовались бы дополнительные действия для сохранения относительной ориентации полученных траекторий оценки и реальных значений переменных состояния системы.

Запишем уравнения, описывающие верхний и нижний интервальные наблюдатели

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{d}(t, y, u) + L(C\bar{x} - y), \\ \dot{\underline{x}} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{d}(t, y, u) + L(y - C\underline{x}), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где \bar{x} , \underline{x} — переменные состояния верхнего и нижнего наблюдателей соответственно.

Проверка условий мецлеровости. Как уже отмечалось, для построения интервального наблюдателя необходима мецлерова матрица. Проверим это условие, проанализировав уравнения ошибки для наблюдателей (5):

$$\left. \begin{aligned} \bar{e} &= \bar{x} - x, \\ \underline{e} &= x - \underline{x}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где \bar{e} , \underline{e} — векторы ошибки для верхнего и нижнего наблюдателя соответственно.

Используя системы (5) и (6), найдем уравнения, описывающие динамику ошибки для рассматриваемых наблюдателей:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \dot{\bar{x}} - \dot{x}, \\ \dot{\underline{e}} &= \dot{x} - \dot{\underline{x}}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Производные ошибок для системы (7) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{d}(t, y, u) + L(y - C\bar{x}) - A(p(t))x - d(t, y, u) = \\ &= [A(p(t)) - LC]\bar{e} + [\bar{A} - A(p(t))]\bar{x} + [\bar{d}(t, y, u) - d(t, y, u)], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} &= A(p(t))x + d(t, y, u) - \underline{A}\underline{x} - \underline{d}(t, y, u) - L(y - C\underline{x}) = \\ &= [A(p(t)) - LC]\underline{e} + [A(p(t)) - \underline{A}]\underline{x} + [d(t, y, u) - \underline{d}(t, y, u)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Проанализируем полученные выражения. Слагаемое $A(p(t)) - LC$ положительно, с учетом исходных данных (3); слагаемые $\bar{A} - A(p(t))$ и $A(p(t)) - \underline{A}$ в (8) и (9) также обладают данным свойством (см. (2)); слагаемые $\bar{d}(t, y, u) - d(t, y, u)$ и $d(t, y, u) - \underline{d}(t, y, u)$ положительны исходя из соотношения (1). Учитывая, что над слагаемыми производится операция сложения, можно сделать вывод о том, что производные ошибки как для верхнего, так и для нижнего наблюдателя положительны. Тогда, если дополнительно указать, что начальное значение ошибок неотрицательно

$$\bar{e}(0) \geq 0; \quad \underline{e}(0) \geq 0,$$

можно заключить, что для любого t

$$\bar{e}(t) \geq 0 \text{ и } \underline{e}(t) \geq 0.$$

Проверка устойчивости границ интервала оценки. Представим систему наблюдателей (5) в матричном виде:

$$\begin{aligned} X &= \begin{bmatrix} x \\ \bar{x} \end{bmatrix}; \\ \dot{X} &= \begin{bmatrix} \underline{A} - LC & 0 \\ 0 & \bar{A} - LC \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} L \\ L \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} \underline{d}(t, y, u) \\ \bar{d}(t, y, u) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Введем обозначения:

$$A^* = \begin{bmatrix} \underline{A} - LC & 0 \\ 0 & \bar{A} - LC \end{bmatrix}; \quad \Lambda = \begin{bmatrix} L \\ L \end{bmatrix}; \quad D(t, y, u) = \begin{bmatrix} \underline{d}(t, y, u) \\ \bar{d}(t, y, u) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

тогда выражение (10) с учетом (11) будет иметь вид

$$\dot{X} = A^* X + \Lambda y + D(t, y, u). \quad (12)$$

Задача построения сводится к анализу (12) устойчивости и ограниченности решений.

Выходной сигнал y неявно зависит от значения x :

$$|y| \leq |C|(|x| + |\bar{x}|).$$

Проанализируем следующую систему:

$$\dot{X} = A^* X + \Lambda y, \text{ где } |y| \leq |C|(|x| + |\bar{x}|),$$

для доказательства ее устойчивости рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V = X^T P X,$$

где матрица $P = P^T > 0$, тогда ее производная будет вида:

$$\dot{V} = X^T (A^{*T} P + P A^*) X + 2X^T P \Lambda y \leq$$

$$\begin{aligned} &\leq X^T \left(A^{*T} P + P A^* + P^2 \right) X + y^T \Lambda^T \Lambda y \leq \\ &\leq X^T \left(A^{*T} P + P A^* + P^2 + 4|c|^2 \Lambda^2 I \right) X. \end{aligned}$$

Используя решение уравнения Риккати, можно найти такие значения Λ, C, A^* , что для рассматриваемой системы будут выполняться условия устойчивости.

Пример. Построим интервальный наблюдатель на примере линейной системы второго порядка с неизвестным неизмеряемым параметром, изменяющимся по нелинейному закону:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= A(p, t)x + Bu(t), \\ y &= Cx, \end{aligned} \right\} A(p, t) = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ p(t) & -4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1], p_{\min} = 3, p_{\max} = 5.$$

Значение параметра p изменяется следующим образом:

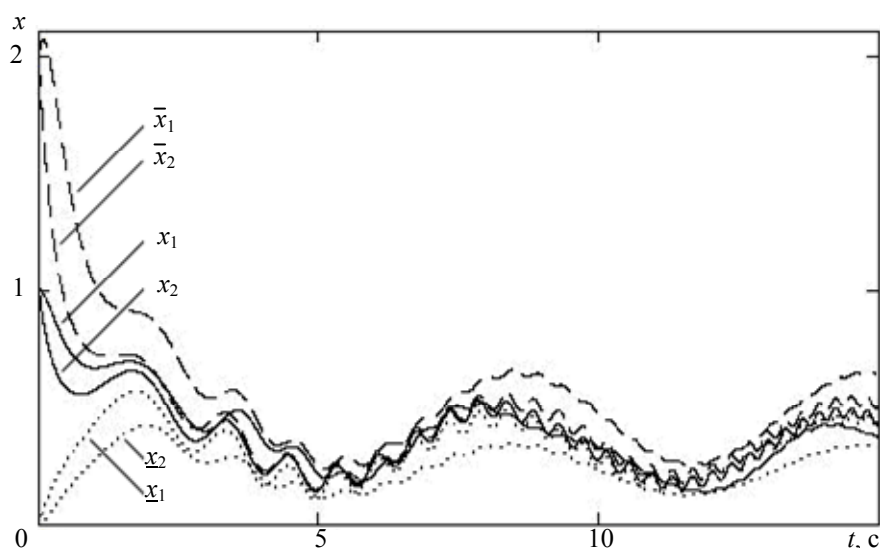
$$p(t) = p_{\min} + 0,5(p_{\max} - p_{\min})(0,5 \sin 2t + 0,5 \sin 0,38t + 1).$$

Выберем $L = \begin{bmatrix} -0,05 \\ 0,1 \end{bmatrix}$. Решением уравнения Риккати для заданных значений является матрица P , собственные значения которой положительны:

$$\sigma(P) = [0,0037; 0,0042; 0,0122; 0,0191].$$

Матрица P положительно определена, из чего можно сделать вывод об устойчивости траекторий, полученных решением дифференциальных уравнений, описывающих интервальный наблюдатель.

Графики границ оценок интервального наблюдателя и переменных состояния системы представлены на рисунке.



Полученные результаты позволяют сделать вывод о возможности эффективного использования предложенного подхода при построении интервального наблюдателя для линейных систем с переменными параметрами. Целесообразно дальнейшее его развитие для применения в системах с разными комбинациями свойств и входных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Meurer T., Graichen K., Gilles E.-D. Control and Observer Design for Nonlinear Finite and Infinite Dimensional Systems // Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, 2005. Vol. 322. P. 422.
2. Fossen T. I., Nijmeijer H. New Directions in Nonlinear Observer Design. Springer, 1999. 525 p.

3. Nonlinear Observers and Applications. Lecture Notes in Control and Information Sciences / Ed. by G. Besançon Springer, 2007. Vol. 363. 224 p.
4. Bernard O., Gouzé J. L. Closed loop observers bundle for uncertain biotechnological models // J. Process Control. 2004. Vol. 14. P. 765—774.
5. Jaulin L. Nonlinear bounded-error state estimation of continuous time systems // Automatica. 2002. Vol. 38, N 2. P. 1079—1082.
6. Kieffer M., Walter E. Guaranteed nonlinear state estimator for cooperative systems // Numerical Algorithms. 2004. Vol. 37. P. 187—198.
7. Moisan M., Bernard O., Gouzé J. L. Near optimal interval observers bundle for uncertain bio-reactors // Automatica. 2009. Vol. 45, N 1. P. 291—295.
8. Raïssi T., Videau G., Zolghadri A. Interval observers design for consistency checks of nonlinear continuous-time systems // Automatica. 2010. Vol. 46, N 3. P. 518—527.
9. Raïssi T., Efimov D., Zolghadri A. Interval state estimation for a class of nonlinear systems // IEEE Trans. on Automatic Control. 2012. Vol. 57, N 1. P. 260—265.
10. Mazenc F., Bernard O. Interval observers for linear time-invariant systems with disturbances // Automatica. 2011. Vol. 47, N 1. P. 140—147.
11. Smith H. L. Monotone Dynamical Systems: An Introduction to the Theory of Competitive and Cooperative Systems of Surveys and Monographs // AMS. Providence, 1995. Vol. 41. P. 174.
12. Efimov D., Raïssi T., Chebotarev S., Zolghadri A. Interval State Observer for Nonlinear Time Varying Systems // Automatica. 2013. Vol. 49(1). P. 200—205.
13. Чеботарев С. Г., Кремлев А. С. Анализ линейных систем с переменными параметрами для синтеза интервальных наблюдателей // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2012. № 06(82). С. 50—53.

Сведения об авторах

Станислав Геннадьевич Чеботарев

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: freest5@gmail.com

Артем Сергеевич Кремлев

— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент;
E-mail: kremlev_artem@mail.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

УПРАВЛЕНИЕ И ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ В РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

УДК 681.5.03

А. А. ПЫРКИН, Т. А. МАЛЬЦЕВА, Д. В. ЛАБАДИН, М. О. СУРОВ, А. А. БОБЦОВ

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УПРОЩЕННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ*

Представлен алгоритм синтеза системы управления квадрокоптером с использованием упрощенной математической модели. По сравнению с известными алгоритмами представленный алгоритм отличается простой реализацией.

Ключевые слова: квадрокоптер, упрощение модели, многороторный летательный аппарат.

Введение. В статье представлен алгоритм синтеза системы управления мультироторного летательного аппарата на примере квадрокоптера — вертолета с четырьмя симметрично расположенными роторами. Он управляется путем изменения скорости вращения роторов и, таким образом, изменения подъемной силы. Квадрокоптер является самым маневренным вертикально взлетающим летательным аппаратом [1] и относится к классу автономных роботов, движение которых происходит без контакта с опорной поверхностью. Как объект управления квадрокоптер является многоканальной существенно нелинейной динамической системой [2].

Постановка задачи. Рассматривается задача синтеза алгоритма управления летательным аппаратом типа „квадрокоптер“ в режиме слежения. Заданы три линейные координаты и угол рысканья. Необходимо разработать алгоритм синтеза законов управления многоканальной робототехнической системой, обеспечивающий стабилизацию квадрокоптера в заданной точке пространства с заданной ориентацией.

Положение летательного аппарата относительно неподвижной системы координат может быть задано вектором смещения с компонентами (x, y, z) и углами Эйлера (θ, ψ, φ) , представляющими собой тангаж, крен и рыскание [3—5]. Поворот тела вокруг декартовых осей координат в трехмерном пространстве может быть представлен в виде ZYX -преобразования:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \theta & \cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi \\ \sin \varphi \cos \theta & \sin \varphi \sin \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi & \sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi \\ -\sin \varphi & \cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Трехмерная схема квадрокоптера (x_0, y_0, z_0) представлена на рис. 1, где F_i — z -

* Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение 14.В37.21.0406).

компонент вектора подъемной силы i -го ротора (остальные компоненты, согласно выбранным модельным приближениям, равны нулю), T_i — скорость вращения роторов. Полагаем, что 1-й и 3-й роторы вращаются в направлении по часовой стрелки, 2-й и 4-й — против. Введем следующие обозначения физических параметров квадрокоптера: m — масса; J_1, J_2, J_3 — главные моменты инерции. Предполагаем, что все роторы вращаются в одной плоскости, оси вращения перпендикулярны плоскости x_{b0}, y_{b0} и пересекают её в точках $(l, -l, 0)$, $(l, l, 0)$, $(-l, l, 0)$, $(-l, -l, 0)$. Воспользуемся упрощенной динамической моделью движения квадрокоптера [4]:

$$\begin{aligned} \ddot{x} m &= \left(\sum F_i \right) (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi), \\ \ddot{y} m &= \left(\sum F_i \right) (\sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\ddot{z} m = \left(\sum F_i \right) (\cos \theta \cos \psi) - mg, \quad \ddot{\theta} J_1 = l (-F_1 - F_2 + F_3 + F_4), \quad (3)$$

$$\ddot{\psi} J_2 = l (-F_1 + F_2 + F_3 - F_4), \quad \ddot{\varphi} J_3 = C (F_1 - F_2 + F_3 - F_4). \quad (4)$$

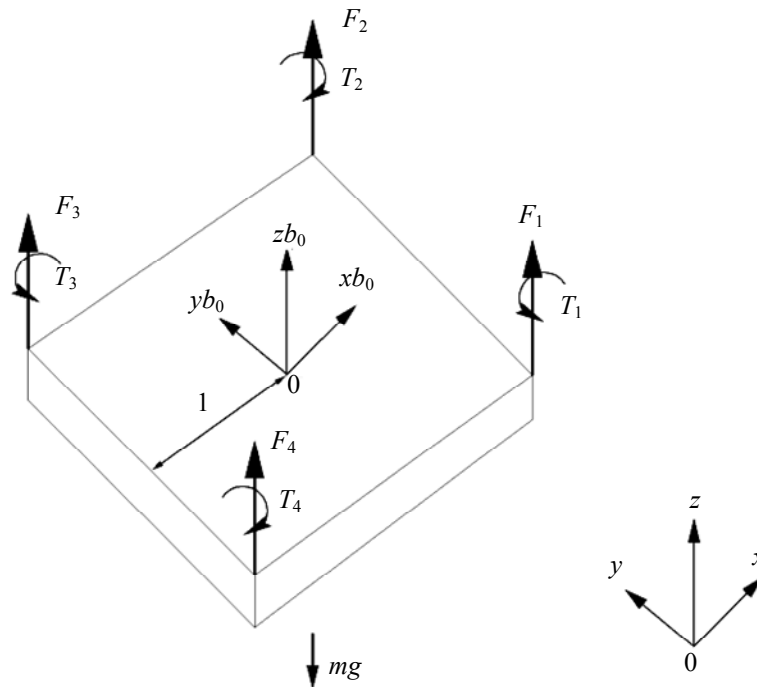


Рис. 1

Значение линейного коэффициента может быть получено экспериментально [5].

Упрощение модели. Рассмотрим методику декомпозиции сложной динамической модели на независимые линейные модели и статические нелинейные соотношения. Такое разложение системы на независимые составляющие крайне необходимо на этапе синтеза регуляторов. Непосредственный синтез регуляторов для двигателей квадрокоптера на основе сложной нелинейной модели представляет существенные трудности при анализе замкнутой системы.

Введем в рассмотрение виртуальные управления, которые представляют собой линейные комбинации F_i :

$$U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4, \quad U_2 = -F_1 - F_2 + F_3 + F_4, \quad (5)$$

$$U_3 = -F_1 + F_2 + F_3 - F_4, \quad U_4 = F_1 - F_2 + F_3 - F_4. \quad (6)$$

Эти виртуальные управления будут синтезироваться на основе заданных координат квадрокоптера в пространстве, а значения F_i будем рассчитывать на основе решения линейной системы уравнений (5), (6).

Подставив уравнения (5), (6) в систему (2)—(4), получим первую упрощенную модель:

$$m \ddot{x} = U_1 (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi), \quad m \ddot{y} = U_1 (\sin \varphi \sin \theta \cos \psi - \cos \varphi \sin \psi), \quad (7)$$

$$m \ddot{z} = U_1 (\cos \varphi \cos \psi) - m g, \quad \ddot{\theta} J_1 = l U_2, \quad \ddot{\psi} J_2 = l U_3, \quad \ddot{\varphi} J_3 = C U_4. \quad (8)$$

Рассмотрим отдельно уравнения (7), переписав их в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} m \ddot{x} \\ m \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \sin \theta \cos \psi \\ U_1 \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Введем две вспомогательные переменные, которые будут выполнять роль виртуальных управлений:

$$U_5 = U_1 \sin \theta \cos \psi, \quad U_6 = U_1 \sin \psi. \quad (10)$$

Перепишем (8) следующим образом:

$$\begin{bmatrix} m \ddot{x} \\ m \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

По условию задачи необходимо управлять положением летательного аппарата в системе координат, связанной с Землей. Однако для удобства рассмотрим вспомогательную декартову систему координат, которая связана с квадрокоптером (рис. 2).

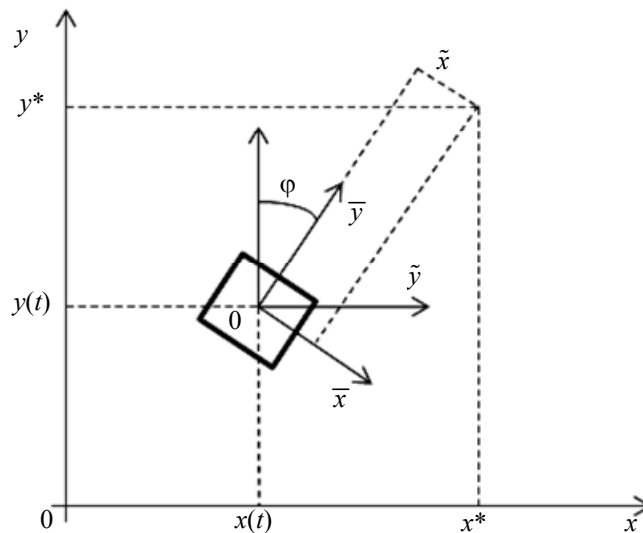


Рис. 2

Введем в рассмотрение координаты перемещения в продольном \bar{x} и поперечном \bar{y} направлениях. В самом деле, переход в заданную точку квадрокоптер можно представить в виде не зависящих друг от друга перемещений вдоль координат \bar{x} и \bar{y} . Запишем уравнения связи координат:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = T(\varphi) \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

В уравнении (12) матрица $H(\varphi)$ является кососимметрической и обладает известным свойством: $H(\varphi)^{-1} = H(\varphi)$, откуда

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Модель перемещения в координатах \bar{x} и \bar{y} получим из (12) и (13):

$$\begin{bmatrix} m \ddot{x} \\ m \ddot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_5 \\ U_6 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Основная цель квадрокоптера — перемещение в пространстве из точки с координатами $(x_1, y_1, z_1, \varphi_1)$ в точку $(x_2, y_2, z_2, \varphi_2)$. Понятно, что изменение крена или тангажа — это вспомогательный процесс для перемещения в координатах x и y . Изменение этих величин должно быть разрешено в очень малом диапазоне, например $[-\pi/6; \pi/6]$. В этом случае можно воспользоваться приближенными уравнениями: $\sin \alpha \approx \alpha$, $\cos \alpha \approx 1$, если $|\alpha| \leq \pi/6$. Далее имеем:

$$m \ddot{z} = U_1 - mg, \quad U_5 = U_1 \theta, \quad U_6 = U_1 \psi. \quad (15)$$

Теперь представим алгоритм синтеза регулятора квадрокоптером в задаче стабилизации заданной точки в пространстве.

Алгоритм синтеза системы управления

1. Измерить текущие координаты квадрокоптера: $x, y, z, \varphi, \theta, \psi$.
 2. Получить координаты заданной точки: x^*, y^*, z^*, φ^* .
 3. По рассогласованию $\tilde{z} = z - z^*$ синтезировать закон управления U_1 на основе первого уравнения (15). Например, ПД-регулятор или последовательный компенсатор [6—8]. В обоих случаях следует ввести интегральную составляющую для парирования постоянных ветровых возмущений.
 4. По рассогласованию $\tilde{\varphi} = \varphi - \varphi^*$ синтезировать закон управления U_4 на основе четвертого уравнения (8).
 5. По рассогласованию \tilde{x} и \tilde{y} рассчитать координаты перемещений в системе координат квадрокоптера $\tilde{\tilde{x}}$ и $\tilde{\tilde{y}}$ с использованием уравнения (13). Заметим, что для угла рысканья φ получено заданное значение благодаря более быстрому регулятору U_4 .
 6. По рассогласованию $\tilde{\tilde{x}}$ и $\tilde{\tilde{y}}$ синтезировать законы управления U_5 и U_6 соответственно с помощью модели (14).
 7. На основе рассчитанных значений U_1, U_5 и U_6 определить желаемые значения тангажа θ^* и крена ψ^* на основе второго и третьего уравнений (15).
 8. По рассогласованию $\tilde{\theta}$ и $\tilde{\psi}$ синтезировать законы управления U_2 и U_3 с использованием второго и третьего уравнений (8).
 9. По рассчитанным значениям U_1, U_2, U_3, U_4 вычислить значения реальных управляющих воздействий F_1, F_2, F_3, F_4 с использованием системы линейных уравнений (5), (6).
- Заключение.** В статье предложен новый алгоритм синтеза системы управления многороторным летательным аппаратом на примере квадрокоптера. Достоинством представленного алгоритма является обеспечение желаемого перемещения с более простой структурой реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андриевский Б. Р. Теоретические основы автоматизированного управления. Конспект лекций. СПб: БГТУ „Военмех“, 2008.
2. Мирошник И. В., Шалаев А. Н. Управление траекторным движением автономных роботов // Науч.-техн. вестн. СПбГИТМО (ТУ). 2002. Вып. 6.
3. Bouabdallah S. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. PhD thesis. EPFL, 2007.
4. Altug E., Ostrowski J. P., Mahony R. Control of a Quadrotor Helicopter Using Visual Feedback // IEEE. Intern. Conf. on Robotics & Automation. Washington, 2002.

5. *Siiric V.* Control of Quadcopter. Master of Science Thesis. Stockholm, Sweden, 2008.
6. *Бобцов А. А., Николаев Н. А.* Управление по выходу линейными системами с неучтенной паразитной динамикой // *АиТ.* 2009. № 6. С. 115—122.
7. *Бобцов А. А., Фаронов М. В.* Управление по выходу нелинейными системами с запаздыванием в условиях неучтенной динамики // *Изв. РАН. Теория и системы управления.* 2011. № 3. С. 79—87.
8. *Bobtsov A. A., Pyrkin A. A., Faronov M. V.* Output control for time-delay nonlinear system providing exponential stability // *Proc. of 19th Mediterranean Conference on Control & Automation (MED).* 2011. P. 515—520.

Сведения об авторах

- Антон Александрович Пыркин** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент; E-mail: a.pyrkin@gmail.com
- Татьяна Алексеевна Мальцева** — студентка; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Дмитрий Владимирович Лабадин** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Максим Олегович Суров** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Алексей Алексеевич Бобцов** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; заведующий кафедрой; декан факультета компьютерных технологий и управления; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

С. В. АРАНОВСКИЙ, Л. Б. ФРЕЙДОВИЧ, Л. В. НИКИФОРОВА, А. А. ЛОСЕНКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ ЗОЛОТНИКОВОГО ГИДРОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЯ ЧАСТЬ I. МОДЕЛИРОВАНИЕ*

Проанализированы подходы к моделированию гидрораспределителя. Предложена модель динамики золотника в гидрораспределителе, состоящая из двух подсистем — линейной и статически нелинейной.

Ключевые слова: золотник, гидравлическая система, математическая модель, идентификация.

Введение. Гидравлические машины, системы гидропривода и устройства на их основе широко применяются в различных областях промышленности. Объемный гидропривод активно применяется в горных и строительно-дорожных машинах, в сельскохозяйственной и лесозаготовительной технике, в авиа- и автомобилестроении. К преимуществам гидропривода относится высокая развиваемая мощность на единицу массы — масса гидропривода на порядок меньше массы электрической машины той же мощности.

Необходимо отметить, что подавляющее большинство гидроприводов, использующихся в различных машинах, являются не автоматизированными, с ручным управлением. Практически не используются гидросистемы в прецизионной технике, где требуется обеспечение высоких точностей — такие задачи обычно решаются с привлечением электрических машин, теория управления которыми была детально разработана в последние десятилетия. Гидроприводы, традиционно называемые следящими (в частности, гидроусилители руля), сложно назвать автоматизированными, с современной точки зрения, так как в них обратная связь реализуется не в соответствии с законом управления, сформулированным разработчиком, а в силу конструктивного строения — поток жидкости механически перекрывается при достижении системой определенного положения.

Одна из причин малой распространенности систем автоматического управления гидроприводами — существенная нелинейность протекающих в них процессов — обуславливает высокую сложность построения точных моделей, и следовательно, синтеза законов управления. И это же определяет высокий потенциал развития систем управления гидроприводом и актуальность исследований в этой области.

В настоящей работе рассматривается задача моделирования и идентификации одного из ключевых элементов гидропривода — золотникового гидрораспределителя, который играет такую же роль, как и усилительно-преобразовательное устройство в системах электропривода, т.е. преобразует слабый входной (управляющий) сигнал в выходной сигнал высокой мощности. Следовательно, невысокое быстродействие и нелинейность динамики золотника накладывают ограничения на динамику и качество работы всей системы гидропривода.

Работа состоит двух частей. В первой проводится обзор распространенных подходов к моделированию гидрораспределителя и предлагается модель, состоящая из линейной и ряда статически нелинейных подсистем. Во второй части работы предложена процедура идентификации, не требующая измерения положения штока золотника и использующая только дат-

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0778 „Разработка методов построения и настройки систем управления, а также функциональной автоматизации многозвенных гидравлических кранов на подвижных платформах (ГКПП) для лесозаготовительной промышленности“.

чики давления в полостях гидропривода. Показано, что при использовании процедуры численной оптимизации может быть идентифицирована более сложная и более точная модель гидрораспределителя. Приводятся результаты экспериментальных исследований гидропривода крана-манипулятора лесозаготовительных машин [1].

Подходы к моделированию гидрораспределителя. Построение математических моделей динамики золотника и определение их параметров необходимо для прогнозирования быстродействия гидропривода, оценки возникающих задержек и построения эффективной системы управления. Тем не менее в большинстве работ, посвященных моделированию, идентификации и управлению гидроприводом используются максимально упрощенные модели гидрораспределителя. Так, в работе [2] динамика золотника не учитывается, а положение штока золотника считается пропорциональным входному сигналу (току). Аналогично пренебрегают динамикой золотника и в статье [3], но для описания статической зависимости между входным током и коэффициентом потока введена нелинейная кривая, включающая участки мертвой зоны и насыщения. В работе [4] положение штока также считается пропорциональным входному сигналу, однако отмечено, что для определения параметров более сложных моделей потребовалась бы установка дополнительных датчиков положения штока. Аналогичное требование приведено и в [5], где продемонстрировано повышение точности модели гидропривода при представлении динамики гидрораспределителя линейной системой второго порядка.

Линейная модель первого порядка с априори известными параметрами была использована в статье [6]. В работе [7] для описания динамики золотника рассматривается линейная модель второго порядка с нелинейным трением, однако процедура идентификации параметров этой модели не предлагается. В [8] вводится линейная модель второго порядка с нелинейными ограничениями, накладываемыми на скорость и ускорение штока золотника. Для идентификации параметров такой модели используется численная процедура аппроксимации частотной характеристики гидрораспределителя, указанной производителем. Данная модель позволяет описать основные ограничения на быстродействие гидрораспределителя, но не мертвую зону золотника и его насыщение. Кроме того, процедура идентификации основывается на паспортных, а не на экспериментальных данных. Получение экспериментальной частотной характеристики потребовало бы использования дополнительных сенсоров.

В статье [9] представлена расширенная модель гидрораспределителя, основанная на описании протекающих в нем физических процессов, включая магнитный гистерезис, переменную индукцию, гидродинамические воздействия на шток со стороны потока жидкости и др. Естественно, что столь детальная модель использует более десяти параметров. Некоторые из них измерялись явно — масса штока, жесткость пружины, сопротивление катушек и др. Некоторые параметры определялись на специальном стенде. Оставшиеся параметры были найдены путем численной оптимизации, в качестве целевой функции выступала невязка результатов моделирования и эксперимента.

Другая модель электрогидравлического распределителя, также основанная на описании физических процессов [10], представляет динамику не только движения штока, но и внутреннего гидравлического контура, применяемого в электрогидравлических распределителях. Однако такие нелинейности, как трение и мертвые зоны, в работе [10] не рассматриваются, кроме того, все параметры модели полагаются известными и вопрос их идентификации не поднимается.

Таким образом, в большинстве работ, посвященных управлению гидроприводом, динамическая модель золотника не рассматривается, она считается идеальной (пропорциональная модель). Реже используются линейные системы или системы, состоящие из линейных подсистем и некоторых нелинейностей. Однако параметры таких моделей полагаются известными (предоставленными производителем) или же требуют для своей идентификации введения дополнительных датчиков положения штока золотника. Построение более сложных моделей, основанных на детальном описании физических процессов, требует большого числа экспериментов

и использования специальных стендов. При этом для идентификации нелинейных составляющих традиционно используются оптимизационные процедуры.

Для определения области применимости идеальной (пропорциональной) модели рассмотрим реакцию гидропривода на ступенчатое входное воздействие. Пусть в начальный момент времени гидрораспределитель закрыт и гидропривод находится в состоянии покоя. Затем на вход системы подается ступенчатое входное воздействие (постоянный ток). Спустя некоторое время начинается движение поршня гидроцилиндра, т.е. наблюдается некоторая задержка, которая для гидропривода лесотехнической машины, рассматриваемого в настоящей работе, составляет в среднем около 100 мс. Традиционно эту задержку связывают со временем, требуемым на преодоление статического трения. Однако анализ переходных процессов давления в полостях гидропривода показывает, что только часть этой задержки может быть описана статическим трением. В среднем около 30 мс составляет интервал между входным воздействием и началом переходных процессов в давлении. Такая задержка, предположительно, связана с динамикой гидрораспределителя и не может быть описана пропорциональной моделью (согласно которой изменения давления должны начаться одновременно с подачей входного сигнала). Учет данного эффекта необходим для построения более точных моделей гидропривода, расчета максимального достижимого быстродействия и планирования оптимальных (по времени) траекторий.

Модель золотника. В настоящей работе предлагается модель золотника, включающая нелинейности типа „мертвая зона“ и „насыщение“. Схема электрогидравлического гидрораспределителя приведена на рис. 1, а [11], а схема гидравлического цилиндра — на рис. 1, б (ЭМ — электромагнит, T — резервуар, P — давление источника (насоса), A , B — соответствующие полости гидроцилиндра). Электрогидравлический гидрораспределитель состоит из пилотного золотника, приводимого в движение электромагнитом, и главного, приводимого в движение внутренним гидравлическим контуром. Математические модели гидравлического и электрогидравлического распределителей, основанные на точном описании физических принципов функционирования, приведены в работах [9] и [10] соответственно. Несмотря на высокую точность, размерность и сложность определения параметров таких моделей существенно ограничивают их применение. Поэтому целью работы являются не точное описание физической модели и идентификация физических параметров, а поиск такой упрощенной модели, которая, с одной стороны, позволила бы в достаточном приближении аппроксимировать экспериментальные данные, а с другой — обладала малым числом подлежащих идентификации параметров.

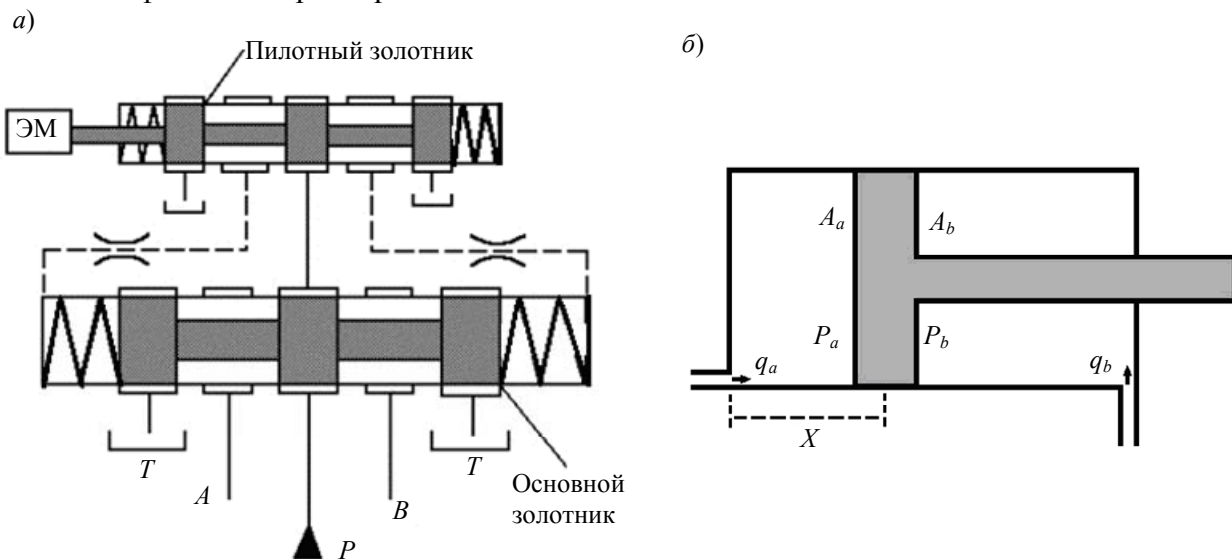


Рис. 1

Для описания динамики гидрораспределителя будем использовать линейную подсистему первого порядка, она позволяет вполне точно аппроксимировать экспериментальные данные. Так как предполагается, что все физические сигналы нормализованы в диапазоне от нуля до единицы, то линейная подсистема имеет коэффициент усиления $k_s = 1$. Дополнительно к линейной подсистеме введем следующие нелинейности: мертвую зону, описывающую смещение штока, при котором золотник остается закрытым, и насыщение, ограничивающее максимально возможное смещение штока. Таким образом, модель примет вид (аргумент времени опущен для краткости):

$$\tau \dot{x}_s = Proj_{x_s}(k_s i - x_s) = \begin{cases} k_s i - x_s & \text{при } x_s^{\min} \leq x_s \leq x_s^{\max}, \\ \max(0, k_s i - x_s) & \text{при } x_s < x_s^{\min}, \\ \min(0, k_s i - x_s) & \text{при } x_s > x_s^{\max}; \end{cases} \quad (1)$$

$$x_{ef} = f_{dz}(x_s) = \begin{cases} x_s - x_s^{\text{right}} & \text{при } x_s > x_s^{\text{right}}, \\ x_s - x_s^{\text{left}} & \text{при } x_s < x_s^{\text{left}}, \\ 0 & \text{при } x_s^{\text{left}} \leq x_s \leq x_s^{\text{right}}, \end{cases} \quad (2)$$

где $x_s(t)$ — смещение штока золотника; $i(t)$ — входной сигнал, ток; $x_{ef}(t)$ — эффективное смещение золотника, приводящее к открытию рабочего окна золотника; $\tau > 0$ — неизвестный параметр линейной подсистемы. Важно отметить, что при подстановке $\tau = 0$ система (1) сводится к пропорциональной модели $x_s(t) = k_s i(t)$. Функция $Proj_{x_s}(k_s i - x_s)$ используется для ограничения возможных положений штока между $x_s^{\min} < 0$ и $x_s^{\max} > 0$, а $f_{dz}(x_s)$ описывает мертвую зону, задаваемую неизвестными параметрами $x_s^{\text{left}} < 0$ и $x_s^{\text{right}} > 0$. Модель системы (1)—(2) включает пять неизвестных параметров: $[\tau \quad x_s^{\max} \quad x_s^{\min} \quad x_s^{\text{left}} \quad x_s^{\text{right}}]$. Схема модели гидрораспределителя приведена на рис. 2.

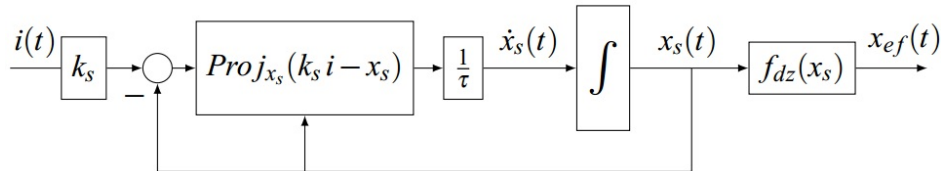


Рис. 2

Для полноты описания приведем упрощенную модель динамики гидроцилиндра [4, 8]. Уравнения потоков жидкости:

$$q_a = k x_{ef} \sqrt{(P_s - P_a)}, \quad q_b = -k x_{ef} \sqrt{(P_b - P_t)}, \quad (3)$$

где q_a, q_b — потоки от гидроусилителя в полостях A и B соответственно; k — некоторый коэффициент, зависящий как от свойств жидкости, так и от геометрии золотника; P_s — давление источника (насоса); P_t — давление в резервуаре; P_a, P_b — давление в полостях A и B соответственно. Уравнения динамики давлений в полостях:

$$\dot{P}_a = \frac{\beta}{V_{a0} + X A_a} (q_a - \dot{X} A_a), \quad \dot{P}_b = \frac{\beta}{V_{b0} - X A_b} (q_b + \dot{X} A_b), \quad (4)$$

где β — модуль объемного сжатия жидкости; X — положение штока гидроцилиндра; A_a, A_b — площадь штока со стороны полостей A и B соответственно; V_{a0}, V_{b0} — объемы полостей A и B при нулевом положении штока. Уравнение динамики штока гидроцилиндра:

$$m \ddot{X} = F_{\text{hydr}} + F_0, \quad F_{\text{hydr}} = P_a A_a - P_b A_b, \quad (5)$$

где m — масса подвижной части (масса самого штока и масса нагрузки); F_{hydr} — гидравлическая сила; F_0 — совокупность прочих сил: сила тяжести, сухое и вязкое трение, действующие на нагрузку внешние силы и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *La Hera P. M., Mettin U., Westerberg S., Shiriaev A. S.* Modeling and control of hydraulic rotary actuators used in forestry cranes // IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2009. P. 1315—1320.
2. *Gray J., Krstic M., Chaturvedi N.* Parameter Identification for Electrohydraulic Valvetrain Systems // J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2011. N 6. P. 064 502.
3. *Papadopoulos E., Mu B., Frenette R.* On modeling, identification, and control of a heavy-duty electrohydraulic harvester manipulator // Mechatronics. IEEE/ASME Transactions. 2003. N 2. P. 178—187.
4. *Sohl G. A., Bobrow J. E.* Experiments and simulations on the nonlinear control of a hydraulic servosystem // Control Systems Technology, IEEE Transact. 1999. N 2. P. 238—247.
5. *Guan C., Pan S.* Adaptive sliding mode control of electro-hydraulic system with nonlinear unknown parameters // Control Engineering Practice. 2008. N 11. P. 1275—1284.
6. *Mintsa H. A., Venugopal R., Kenne J. P., Belleau C.* Feedback Linearization-Based Position Control of an Electrohydraulic Servo System With Supply Pressure Uncertainty // Control Systems Technology, IEEE Transactions. 2012. N 4. P. 1092—1099.
7. *Jelali M., Schwarz H.* Nonlinear identification of hydraulic servo-drive systems // Control Systems. IEEE. 1995. N 5. P. 17—22.
8. *Ferreira J., Almeida F.G., Quintas M.R., de Oliveira J. P. E.* Hybrid models for hardware-in-the-loop simulation of hydraulic systems. Pt 1. Theory // Proc. of the Institution of Mechanical Engineers. Pt I. J. of Systems and Control Engineering. 2004. N 16. P. 465—474.
9. *Pohl J., Sethson M., Krus P., Palmberg J. O.* Modelling and validation of a fast switching valve intended for combustion engine valve trains // Ibid. 2002. N 12. P. 105—116.
10. *Боровин Г. К., Костюк А. В., Сит Д., Ястребов В. В.* Моделирование гидравлической системы экзоскелетона // Математическое моделирование. 2006. № 10. С. 39—54.
11. *Боровин Г. К., Костюк А. В.* Моделирование динамики гидропривода ноги шагающей машины. Препринт № 8. М.: Ин-т прикл. матем. им. М. В. Келдыша РАН, 2002.

Сведения об авторах

- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Леонид Борисович Фрейдович** — канд. физ.-мат. наук; Университет Умео, департамент прикладной физики и электроники, Швеция; доцент; E-mail: leonid.freidovich@umu.se
- Лилия Вальтеровна Никифорова** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: liliya.nikiforova@gmail.com
- Андрей Андреевич Лосенков** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; лаборант; E-mail: alosenkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 13.12.12 г.

С. В. АРАНОВСКИЙ, Л. Б. ФРЕЙДОВИЧ, Л. В. НИКИФОРОВА, А. А. ЛОСЕНКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИКИ ЗОЛОТНИКОВОГО ГИДРОРАСПРЕДЕЛИТЕЛЯ ЧАСТЬ II. ИДЕНТИФИКАЦИЯ*

Предложен метод идентификации параметров модели, использующий датчики давления и не требующий измерения положения штока золотника. Приведены результаты экспериментов.

Ключевые слова: золотник, гидравлическая система, математическая модель, идентификация.

В настоящей работе, в продолжение статьи [1], рассматривается задача моделирования и идентификации одного из ключевых элементов гидропривода — золотникового гидрораспределителя.

Идентификация параметров. В работе [1] была предложена модель гидрораспределителя (1)—(5). При разработке метода идентификации параметров авторы исходили из следующего: согласно модели (3)—(5) [1], при открытии золотника (когда значение x_{ef} становится отличным от нуля) изменение в положении штока X произойдет, когда гидравлическая сила F_{hydr} превысит по абсолютной величине статическое трение. При этом изменение в давлении начинается сразу же, задержкой распространения давления в жидкости в шлангах между гидрораспределителем и гидроцилиндром можно пренебречь.

Рассмотрим следующий эксперимент. На вход системы подается постоянный управляющий сигнал (постоянный ток). По измерениям давления определяется задержка между подачей постоянного входного сигнала и началом изменения давления. По измерениям положения штока гидроцилиндра определяется установившаяся скорость движения. Эксперимент повторяется несколько раз, входной ток варьируется от минимального до максимального с некоторым шагом. В результате экспериментов фиксируются следующие величины: $i_{dz}^{neg}, i_{dz}^{pos}$ — отрицательное и положительное граничные значения тока, при которых начинается изменение давления; $i_{sat}^{neg}, i_{sat}^{pos}$ — отрицательное и положительное граничные значения тока, при превышении которых установившееся значение скорости не меняется (при отсутствии датчика положения штока гидроцилиндра для оценки величин $i_{sat}^{neg}, i_{sat}^{pos}$ может использоваться установившееся значение давления, так как при наличии вязкого трения оно будет увеличиваться вместе с ростом скорости); $i_i^{ref}, t_i^{del}, i = 1, \dots, N$ — набор значений тока и задержки для тех N экспериментов, в которых ток превышал границы $i_{dz}^{neg}, i_{dz}^{pos}$. С учетом единичного коэффициента k_s для нормализованных величин справедливы следующие соотношения:

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0778 „Разработка методов построения и настройки систем управления, а также функциональной автоматизации многозвенных гидравлических кранов на подвижных платформах (ГКПП) для лесозаготовительной промышленности“.

$$\left. \begin{aligned} i_{dz}^{\text{neg}} &= x_s^{\text{left}} / k_s = x_s^{\text{left}}, \\ i_{dz}^{\text{pos}} &= x_s^{\text{right}} / k_s = x_s^{\text{right}}, \\ i_{\text{sat}}^{\text{neg}} &= x_s^{\text{min}} / k_s = x_s^{\text{min}}, \\ i_{\text{sat}}^{\text{pos}} &= x_s^{\text{max}} / k_s = x_s^{\text{max}}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Решение системы (1)—(2) [1] при постоянном входном сигнале $i(t) = i_0$ для интервала времени $x_s^{\text{min}} \leq x_s \leq x_s^{\text{max}}$ имеет вид

$$x_s(t) = k_s i_0 (1 - \exp(-\lambda t)) + x_s(0) \exp(-\lambda t), \quad (2)$$

где $\lambda = 1/\tau$. Так как во всех экспериментах в начальный момент времени гидрораспределитель был закрыт и шток золотника находился в нейтральном положении, то можно принять $x_s(0) = 0$. Тогда задержку между подачей входного сигнала и достижением границы мертвой зоны штоком золотника можно найти как:

$$\left. \begin{aligned} i_i^{\text{ref}} (1 - \exp(-\lambda t_i^{\text{del}})) &= i_{dz}^{\text{pos}}, \quad i_i^{\text{ref}} > 0, \\ i_i^{\text{ref}} (1 - \exp(-\lambda t_i^{\text{del}})) &= i_{dz}^{\text{neg}}, \quad i_i^{\text{ref}} < 0, \\ i &= 1, \dots, N, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

или

$$\left. \begin{aligned} -\lambda t_i^{\text{del}} &= \ln \left(1 - \frac{i_{dz}^{\text{pos}}}{i_i^{\text{ref}}} \right), \quad i_i^{\text{ref}} > 0, \\ -\lambda t_i^{\text{del}} &= \ln \left(1 - \frac{i_{dz}^{\text{neg}}}{i_i^{\text{ref}}} \right), \quad i_i^{\text{ref}} < 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Система (4) образует линейную регрессию и оценка $\hat{\lambda}$ может быть получена методом наименьших квадратов

$$\hat{\lambda} = (T^T T)^{-1} T^T L, \quad (5)$$

где $(N \times 1)$ -матрицы T и L задаются как

$$\begin{aligned} T_i &= t_i^{\text{del}}, \\ L_i &= \begin{cases} \ln \left(1 - \frac{i_{dz}^{\text{pos}}}{i_i^{\text{ref}}} \right), & i_i^{\text{ref}} > 0, \\ \ln \left(1 - \frac{i_{dz}^{\text{neg}}}{i_i^{\text{ref}}} \right), & i_i^{\text{ref}} < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Таким образом, выражения (1), (5) и (6) позволяют определить параметры модели (1)—(2) [1].

Более сложная модель гидрораспределителя может быть построена на базе модели (1) [1] и идентифицирована с использованием процедуры оптимизации. Рассмотрим модель гидрораспределителя с линейной подсистемой второго порядка с единичным коэффициентом усиления. Тогда уравнение (1) [1] может быть представлено следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 \dot{x}_1 &= Proj_{x_1}(x_2), \\ \tau_2 \dot{x}_2 &= k_s i - x_1 - x_2, \\ x_{\text{ef}}(t) &= f_{dz}(x_1). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Отметим, что подстановка $\tau_2 = 0$ сводит модель (7) к (1) [1] с $\tau = \tau_1$. Система (7) содержит шесть неизвестных параметров $[\tau_1 \ \tau_2 \ x_s^{\max} \ x_s^{\min} \ x_s^{\text{left}} \ x_s^{\text{right}}]$. Параметры $x_s^{\text{left}}, x_s^{\text{right}}, x_s^{\min}, x_s^{\max}$ находятся согласно (1). Решение системы (7) зависит от вида корней характеристического уравнения, и задача идентификации не может быть сведена к линейной форме, подобной (4). Обозначим оценки неизвестных параметров как $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2$. Тогда система (7) может быть численно решена, и оценка задержки t_i^{del} между подачей входного сигнала i_i^{ref} и достижением границы мертвой зоны штоком золотника является функцией оценок неизвестных параметров

$$\hat{t}_i^{\text{del}} = \hat{t}_i^{\text{del}}(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2). \tag{8}$$

Представим критерий правдоподобия как сумму квадратов отклонений между задержками t_i^{del} , полученными в ходе эксперимента, и их оценками, полученными численным моделированием системы (7)

$$J(\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2) = \sum_{i=1}^N (t_i^{\text{del}} - \hat{t}_i^{\text{del}})^2. \tag{9}$$

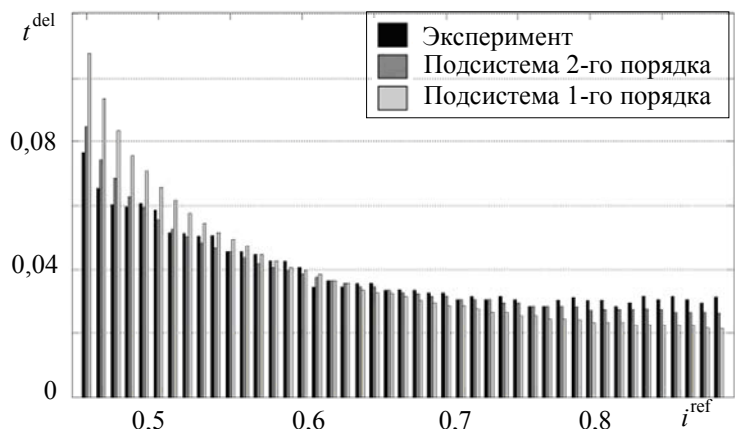
Тогда задача идентификации вектора неизвестных параметров $\hat{\tau} = [\tau_1 \ \tau_2]$ может быть сформулирована как задача оптимизации

$$\hat{\tau} = \arg \min_{\tau} J(\hat{\tau}), \tag{10}$$

которая может быть решена с привлечением численных методов. Таким образом, выражения (1), (10) позволяют определить параметры модели (7).

Экспериментальные исследования проводились для гидропривода телескопического звена крана-манипулятора, используемого в лесотехнической промышленности [2]. Согласно описанной выше методике, были проведены эксперименты по подаче постоянного входного сигнала. В результате экспериментов получено 45 значений пар $i_i^{\text{ref}}, t_i^{\text{del}}$: 15 случайно выбранных значений использовались для идентификации, а оставшиеся 30 — для верификации. Идентификация проводилась для двух моделей гидропривода — модели с линейной подсистемой первого порядка (1)—(2) [1] и с линейной подсистемой второго порядка (7). Задача (10) была решена с использованием симплекс-метода Нелдера—Мида.

На рисунке представлена диаграмма, иллюстрирующая результаты идентификации. По оси абсцисс отложены значения входного сигнала i_i^{ref} , а по оси ординат — полученная экспериментально задержка t_i^{del} и ее оценки при использовании моделей с линейной подсистемой первого и второго порядков. Из диаграммы видно, что предложенные модели позволяют описать и спрогнозировать наблюдаемые экспериментально задержки, чего нельзя достичь с использованием идеальной пропорциональной модели [3, 4]. Из результатов эксперимента видно, что модель с подсистемой второго порядка позволяет более точно аппроксимировать результаты эксперимента, чем модель с подсистемой первого порядка. При этом проведенные исследования показали, что при дальнейшем увеличении порядка модели точность аппроксимации увеличивается незначительно.



Заключение. При анализе переходных процессов в гидравлических системах можно выявить задержку между подачей входного сигнала и началом переходных процессов давлений в полостях гидропривода, причем величина задержки меняется при изменении амплитуды входного сигнала. Данная задержка не описывается пропорциональными моделями гидрораспределителя, однако может быть аппроксимирована моделью с нелинейностью типа „мертвая зона“. В работе предложена соответствующая модель, состоящая из линейной подсистемы и нелинейностей типа „насыщение“ и „мертвая зона“.

Предложен метод идентификации, который, в отличие от большинства аналогов, не требует прямого измерения параметров золотника или установки датчика положения штока золотника; в нем используется только измерение давления в полостях гидроцилиндра. Для модели с подсистемой первого порядка предложенный метод позволяет свести задачу идентификации к задаче оценивания параметров линейной регрессии. Для подсистемы второго порядка задача идентификации сводится к задаче минимизации критерия, построенного на невязке модели.

Предложенная модель позволяет прогнозировать задержку в отклике гидропривода на входное воздействие, давая более точную оценку, чем идеальная (пропорциональная) модель, учитывающая только статическое трение. Предложенная модель может использоваться при прогнозировании максимально достижимого быстродействия гидропривода и манипулятора на его основе, при планировании оптимальных (по времени) траекторий движения, при построении законов управления, при моделировании замкнутых систем и оценке их робастности и т.д.

Приведенные результаты экспериментальных исследований иллюстрируют применимость предложенной модели и метода идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арановский С. В., Фрейдович Л. Б., Никифорова Л. В., Лосенков А. А. Моделирование и идентификация динамики золотникового гидрораспределителя. Часть I. Моделирование // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56, № 4. С. 52—56.
2. La Hera P. M., Mettin U., Westerberg S., Shiriaev A. S. Modeling and control of hydraulic rotary actuators used in forestry cranes // IEEE Intern. Conf. on Robotics and Automation. 2009. P. 1315—1320.
3. Gray J., Krstic M., Chaturvedi N. Parameter Identification for Electrohydraulic Valvetrain Systems // J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2011. N 6. P. 064 502.
4. Sohl G. A., Bobrow J. E. Experiments and simulations on the nonlinear control of a hydraulic servosystem // Control Systems Technology, IEEE Transactions. 1999. N 2. P. 238—247.

Сведения об авторах

- Станислав Владимирович Арановский** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Леонид Борисович Фрейдович** — канд. физ.-мат. наук; Университет Умео, департамент прикладной физики и электроники, Швеция; доцент; E-mail: leonid.freidovich@umu.se
- Лилия Вальтеровна Никифорова** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: liliya.nikiforova@gmail.com
- Андрей Андреевич Лосенков** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; лаборант; E-mail: alosenkov@yandex.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 13.12.12 г.

А. С. КРЕМЛЕВ, С. А. КОЛЮБИН, С. А. ВРАЖЕВСКИЙ

АВТОНОМНАЯ МУЛЬТИАГЕНТНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МОНИТОРИНГА МЕСТНОСТИ*

Рассматривается задача управления группой роботов в режиме „ведущий—ведомый“ при сохранении взаимного расположения во внешней среде с неизвестными параметрами. Для сглаживания траектории ведомого робота используется алгоритм, основанный на методе градиентного спуска.

Ключевые слова: группа роботов, мультиагентная система, сглаживание траектории, градиентный спуск.

Введение. В труднодоступных или недоступных для человека местах мобильные роботы обеспечивают возможность решения задач, требующих присутствия исполнительного устройства. Причиной возникновения таких ситуаций могут быть техногенные аварии и катастрофы, приводящие к радиоактивному или химическому заражению среды, стихийные бедствия (когда требуется оперативно осуществить поиск и оказать помощь на непроходимой территории), необходимость исследования поверхностей небесных тел, проведения взрывотехнических или других опасных работ. Таким образом, большую практическую значимость приобретают задачи траекторного движения и поиска траектории в неизвестной среде. Комплексное решение таких задач позволяет выявить оптимальную для складывающейся ситуации траекторию. Эти задачи удобно решать при использовании нескольких роботов-агентов, имеющих возможность работать одновременно над несколькими проблемами [1].

Разработка систем, включающих несколько относительно независимых агентов-исполнителей, на сегодняшний день является очень актуальной исследовательской задачей [1—3]. Агентно-ориентированный подход широко применяется в программировании, компьютерных технологиях, в экономике и представляет большой интерес для решения задачи управления робототехническими системами.

В настоящей работе рассматривается система из двух агентов — автономных мобильных роботов A_1 и A_2 , функционирующих в режиме „ведущий—ведомый“. Для этой группы роботов поставлена задача движения в среде с неизвестными статическими препятствиями, под которыми будем понимать стационарные (неподвижные) объекты, расположенные в исследуемой среде. На рис. 1 приведена модель поведения группы мобильных роботов при обнаружении препятствия (a — одно препятствие; b — два расположенных близко препятствия).

Во время движения, когда преграды не обнаружены, группа должна двигаться в заданном порядке. Датчики для определения препятствий при этом располагаются только на базе ведущего робота A_1 и позволяют определить препятствие на расстоянии r от него. „Ведомый“ робот A_2 должен двигаться „вслепую“, опираясь на данные, полученные от робота A_1 по беспроводному каналу связи. Для робота A_2 поставлена задача оптимизации траектории движения робота A_1 . Робот A_2 должен объезжать препятствия по сглаженным траекториям, минимизируя тем самым собственное угловое ускорение в процессе движения. Такой подход удобен тем, что задача выбора направления движения для всей группы решается одним агентом. Остальные агенты могут работать над другими задачами, не тратя время и энергию на поиск препятствий.

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.0659 „Разработка и применение малогабаритных мультиротационных беспилотных летательных аппаратов для экологического мониторинга“.

В момент обнаружения препятствия ведомый робот находится на заданном расстоянии L от ведущего и на расстоянии $L+r$ от препятствия. Чем дальше робот находится от преграды, тем более гладкую траекторию можно построить для уклонения от нее. Это позволяет проложить более удобный маршрут для движения (см. рис. 1). Построение более гладкой траектории позволяет роботам двигаться с меньшими изменениями угловых скоростей, благодаря чему снижается риск проскальзывания колесных систем мобильных агентов.

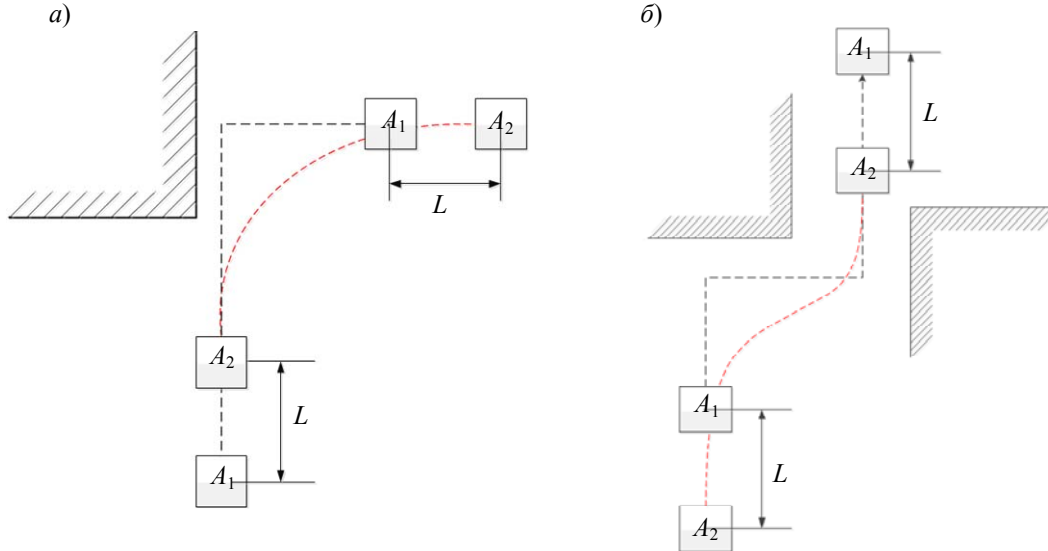


Рис. 1

Основная часть. Задача оптимизации траектории сводится к минимизации целевой функции $f(x)$:

$$f(x) = \max_i \left[\frac{\partial \omega}{\partial t} \Big|_{\omega=\omega_i} \right], \quad (1)$$

аргументом которой будет являться управляемая величина ω — угловая скорость агента в момент времени t_i .

Система управления должна работать так, чтобы ведомый робот, выполняющий оптимизацию, мог охватить как можно больший кусок траектории ведущего робота для анализа, при этом используется следующий алгоритм движения роботов.

1. Ведущий робот оснащен локальными датчиками определения препятствий и двигается в режиме предотвращения столкновений. Координаты траектории его движения передаются ведомому роботу. В случае обнаружения препятствия ведущий робот посылает сигнал запрета движения ведомому и выполняет маневр для предотвращения столкновения. Затем ведущий робот посылает разрешающий сигнал ведомому и ждет от него ответного сигнала об успешном выполнении маневра, после чего продолжает движение.

2. Ведомый следует за ведущим на заданном расстоянии L от него. Когда ведущий робот совершает маневр уклонения от препятствия, ведомый останавливается. Пока препятствие ведущим роботом не пройдено, ведомый робот по каналу связи принимает координаты точек траектории ведущего робота. Как только получен сигнал разрешения движения, ведомый агент выполняет алгоритм сглаживания траектории и движется по новому пути. При построении нового пути отклонение от исходной траектории не должно превышать величину, равную дальности обзора датчиков ведущего робота. Это требование обеспечивает движение робота в обследованной области, гарантируя безопасность его пути.

Представим траекторию движения ведущего робота как последовательность из n точек. Для нахождения минимума целевой функции воспользуемся методом градиентного спуска с постоянным шагом [4, 5]. Для этого поставим в соответствие каждой паре координат исходной траектории ведущего агента новую пару координат. Минимальное значение максималь-

ного углового ускорения (1) будет достигнуто с помощью следующих критериев минимизации:

$$\left((x'_i, y'_i) - (x_i, y_i) \right)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\left((x'_{i+1}, y'_{i+1}) - (x'_i, y'_i) \right)^2 \rightarrow \min. \quad (3)$$

Здесь (x_i, y_i) — координаты точки начальной траектории на i -м шаге, (x'_i, y'_i) — координаты точки искомой траектории на i -м шаге, (x'_{i+1}, y'_{i+1}) — координаты точки искомой траектории на $(i+1)$ -м шаге. Выражение (2) обеспечивает минимизацию расстояния между точкой начальной траектории и соответствующей ей искомой точкой сглаженной траектории. Выражение (3) обеспечивает минимизацию расстояния между двумя стоящими рядом точками искомой траектории. Если принимать во внимание только критерий оптимизации (2), то полученная траектория движения будет полностью соответствовать начальной. Если преобразование траектории происходит только по критерию (3), результирующая траектория „сожмется“ в точку. Одновременное соблюдение обоих критериев достигается при использовании метода линейной свертки [6], позволяющего путем линейного объединения критериев (2) и (3) заменить векторный критерий оптимальности скалярным. Каждый из критериев принимает значения в диапазоне от нуля до единицы. Вес для критерия (2) означает степень соответствия начальной траектории оптимизированной. Для критерия (3) с увеличением веса будет уменьшаться длина траектории и повышаться степень ее сжатия. Весовые функции подбираются эмпирически в процессе отладки системы и, как правило, соответствуют условию

$$\alpha > \beta > 0, \quad (4)$$

где α — коэффициент минимизации (весовая функция) для критерия (2), β — для критерия (3).

Сам алгоритм градиентного спуска предполагает наискорейшую минимизацию ошибки, т.е. антиградиента целевого функционала. Так, для выражения (2) можно заключить, что

$$(x'_i, y'_i) \leftarrow (x'_i, y'_i) + \alpha \left((x_i, y_i) - (x'_i, y'_i) \right). \quad (5)$$

Это означает, что координаты точки на i -м шаге изменяются на величину, пропорциональную отклонению рассматриваемой точки от соответствующей ей точки начальной траектории.

Согласно критерию (3), к искомой точке с координатами (x'_i, y'_i) следует добавлять некоторое приращение в направлении следующей искомой точки:

$$(x'_i, y'_i) \leftarrow (x'_i, y'_i) + \beta \left((x'_{i+1}, y'_{i+1}) - (x'_i, y'_i) \right). \quad (6)$$

Представим следующее преобразование в виде

$$(x'_i, y'_i) \leftarrow (x'_i, y'_i) + \beta \left((x'_{i+1}, y'_{i+1}) + (x'_{i-1}, y'_{i-1}) - 2(x'_i, y'_i) \right). \quad (7)$$

Выражение (7) представляет собой комбинацию преобразований, удовлетворяющих критерию (3) для текущей и предшествующей точек. Такое преобразование позволяет сделать каждую точку новой траектории равноотстоящей от соседних, что в целом позволит построить массив равномерно распределенных в плоскости движения координат.

Таким образом, алгоритм градиентного спуска для данной задачи будет выглядеть следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (x'_i, y'_i) &\leftarrow (x'_i, y'_i) + \alpha \left((x_i, y_i) - (x'_i, y'_i) \right), \\ (x'_i, y'_i) &\leftarrow (x'_i, y'_i) + \beta \left((x'_{i+1}, y'_{i+1}) + (x'_{i-1}, y'_{i-1}) - 2(x'_i, y'_i) \right), \\ \alpha &> \beta > 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Такое преобразование координат повторяется до тех пор, пока значение последнего элемента массива не будет отличаться от заданного (фактической координаты первого агента) более чем на допустимую погрешность расчетов δ .

Апробация алгоритма. При апробации использовались мобильные роботы Voe-bot компании Parallax inc., обладающие приемлемыми массогабаритными показателями, ходовыми характеристиками и достаточной проходимостью. Используемые роботы конструктивно представляют собой трехколесные платформы с двумя ведущими и одним флюгерным колесом. Ведущие колеса приводятся в движение при помощи серводвигателей, на которые подаются напряжение питания и пульсирующий сигнал управления. Угол поворота колеса относительно своей оси определяется длительностью импульса. На платформе закреплена плата с микроконтроллером, регулирующим работу робота посредством генерации сигналов управления. Плата предусматривает возможность сборки дополнительных схем и включения необходимых электронных компонентов. Так, для решения поставленной задачи роботы были оснащены модулями радиосвязи, а ведущий — дополнительно двумя парами ИК-датчиков [7]. Применение разработанного алгоритма на мобильных роботах Voe-bot продемонстрировало их эффективность и работоспособность. На рис. 2 представлены графики траектории ведущего и ведомого роботов ($r=15$ см, $L=20$ см, $\delta=1$ см) для схем, приведенных на рис. 1.

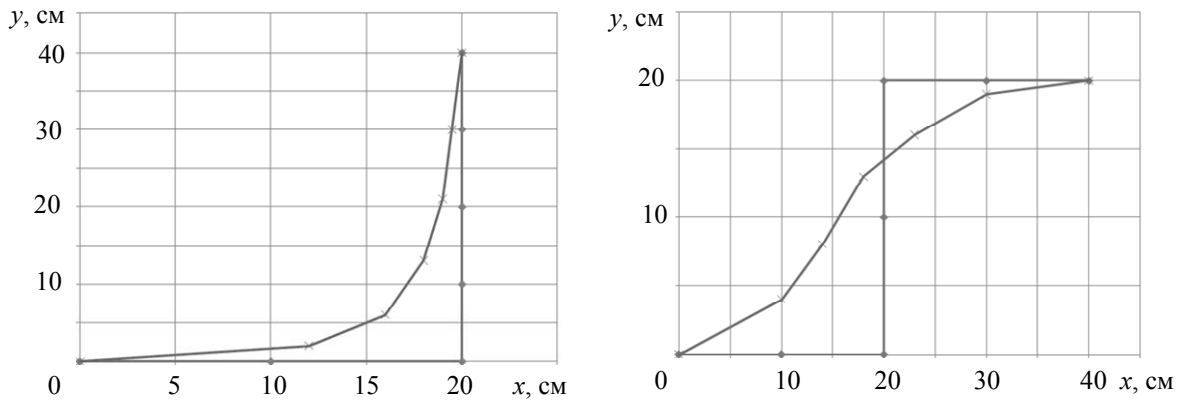


Рис. 2

Заключение. Результатом настоящей работы является решение задачи траекторного движения группы роботов в неизвестной среде. Для сглаживания траектории ведомого робота используется алгоритм, основанный на методе градиентного спуска. Применение данного подхода для мультиагентных робототехнических систем позволяет размещать необходимое оборудование для обнаружения препятствий только на ведущем агенте, что способствует уменьшению габаритов, снижению массы и упрощению конструкции ведомых роботов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход. М.: Вильямс, 2006. 1408 с.
2. Bullo F., Cortes J., Martinez S. Distributed Control of Robotics Networks: A Mathematical Approach to Motion Coordination Algorithms. Manuscript, 2009. 336 p.
3. Olfati-Saber O., Fax A., Murray R. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems // Proc. of the IEEE. 2007. Vol. 95(1). P. 215—233.
4. Карманов В. Г. Математическое программирование. М.: Физмалит, 2004. 264 с.
5. Поляк Б. Т. Градиентные методы минимизации функционалов // Журн. вычислительной математики и математической физики. 1963. Т. 3, № 4. С. 643—652.
6. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. СПб: БХВ-Петербург, 2005. 416 с.
7. Куафе Ф. Взаимодействие робота с внешней средой. М.: Мир, 1985. 285 с.

- Артем Сергеевич Кремлев** — *Сведения об авторах*
— канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент; E-mail: kremlev_artem@mail.ru
- Сергей Алексеевич Колубин** — Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; инженер исследователь
- Сергей Александрович Вражевский** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

УДК 62.50

Ю. А. КАПИТАНЮК, С. А. ЧЕПИНСКИЙ

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ МНОГОКАНАЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ ПО КУСОЧНО-ГЛАДКОЙ ТРАЕКТОРИИ*

Решается задача управления движением многоканальной динамической системы вдоль заданной кусочно-гладкой траектории, представленной совокупностью прямолинейных и круговых участков. Синтез закона управления осуществляется с помощью дифференциально-геометрического метода. Основные результаты представлены задачей-ориентированной моделью пространственного движения и соответствующими нелинейными алгоритмами управления.

Ключевые слова: многоканальный объект, движение по траектории, метод преобразования координат, синтез алгоритма управления.

Введение. В настоящей работе рассматривается задача перемещения мобильного робота в рабочем пространстве по предписанной траектории, заданной реперными точками. Особую актуальность данная задача приобрела в связи с бурным развитием беспилотных устройств, для которых движение вдоль заданной траектории является одним из основных режимов работы.

Существует два основных подхода к построению такого рода систем [1, 2]:

1) разработка следящей системы, управляемой некоторой эталонной моделью [3, 4]. Как правило, в такой системе траектория параметризуется некоторой функцией времени. Это приводит к отставанию или опережению движения объекта, вызванному параметрическими неопределенностями или внешним возмущениями, от заданной программы;

2) стабилизация инвариантных многообразий в пространстве состояний [2], т.е. для исходной системы выбирается преобразование, образующее в пространстве состояния некоторый аттрактор. Для траекторных задач в качестве аттрактора выбирается желаемая траектория, заданная в терминах выходных координат. Стабилизация данного решения — гораздо менее трудоемкая задача, чем построение следящей системы в рамках первого подхода [1].

Как объект управления автономный робот является многоканальной нелинейной динамической системой. Задача системы управления подвижного робота заключается в создании

* Статья написана при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-5488.2012.8.

управляющих воздействий, обеспечивающих заданное перемещение центра масс в рабочем пространстве.

В работе используется нелинейное преобразование модели робота к системе задачно-ориентированных координат. Такой подход позволяет свести сложную многоканальную задачу управления к ряду простых задач компенсации линейных и угловых отклонений, а затем с помощью стандартных приемов нелинейной стабилизации [5, 6] найти адекватные законы управления. Полученные в работе результаты развивают известные решения задач управления пространственным движением, предложенные в [5, 7—9].

С использованием дифференциально-геометрических методов нелинейной теории управления [1, 5, 10] синтезированы алгоритмы, обеспечивающие решение задачи стабилизации движения по типовым участкам траекторий, таких как прямая и окружность.

Модель движения подвижного робота и постановка задачи управления. Положение корпуса робота характеризуется вектором декартовых координат $y = (y_1, y_2)$ и углом поворота α связанной с центром масс C робота системы координат относительно системы координат Y_2OY_1 [2].

С углом α связана ортогональная матрица (матрица вращения):

$$T(\alpha) = \begin{vmatrix} \tau_1^T(\alpha) \\ \tau_2^T(\alpha) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}, \quad T(0) = I.$$

Кинематическая модель движения робота может быть представлена в виде:

$$\dot{y} = T^T(\alpha)v, \quad v = B_y u_y, \quad \dot{\alpha} = \omega E T(\alpha), \quad \omega = B_\alpha u_\alpha,$$

где v и ω — линейная и угловая скорости движения, u_y и u_α — управляющие воздействия,

B_y и B_α — обратимые матрицы, $E = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$.

Траектория робота представляет собой отрезок кривой S (рис. 1), неявное описание которого имеет вид

$$\varphi(y) = 0, \tag{1}$$

а значение соответствующей локальной координаты s определяется выражением

$$s = \psi(y). \tag{2}$$

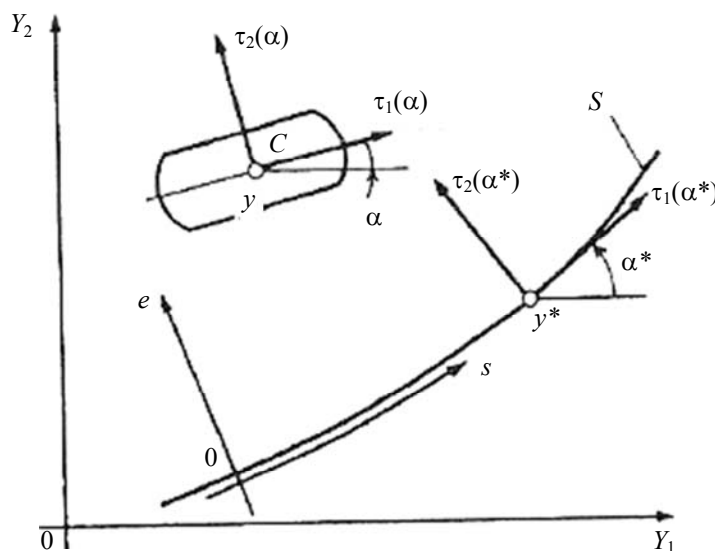


Рис. 1

Предполагается, что функции φ и ψ выбраны таким образом, что при $y \in S$ матрица Якоби

$$M(y) = \begin{vmatrix} \partial\psi / \partial y \\ \partial\varphi / \partial y \end{vmatrix}$$

ортогональна.

Матрица $M(y)$ определяет связанный с траекторией подвижный базис Френе, который для $y \in S$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{T}^*(\alpha^*) = \dot{s}\xi(s)ET^*(\alpha^*), \tag{3}$$

где $\xi(s)$ — кривизна траектории, α^* — угол наклона касательной к кривой S . Матричное уравнение (3) может быть записано в простой форме: $\dot{\alpha}^* = \dot{s}\xi(s)$.

Значение α определим как $\alpha = \alpha^* + \Delta\alpha$ или, в матричном виде, $T(\alpha) = T(\Delta\alpha)T^*(\alpha^*)$, где $\Delta\alpha$ — желаемое угловое положение относительно траектории движения.

Задача управления траекторным движением автономного робота ставится как задача поддержания голономных соотношений между выходами системы y_i (1). Она дополняется описанием желаемого режима продольного (вдоль траектории) движения.

Рассмотрим ошибки траекторного движения [8, 10]. Положение робота (1) характеризуется ортогональным отклонением $e = \varphi(y)$, на множестве S $e=0$. Рассогласование текущего углового положения от заданного определяется угловой ошибкой $\delta = \alpha - \alpha^* + \Delta\alpha$ или, в матричном виде, $T(\delta) = T(\alpha_x)T^T(\Delta\alpha)T^T(\alpha^*)$.

Таким образом, задача управления движения мобильного робота заключается в определении (в замкнутой форме) входных сигналов u_y и u_α , которые обеспечивают:

- стабилизацию движения робота относительно кривой S при $e=0$;
- стабилизацию заданной угловой ориентации робота относительно кривой S при $\delta=0$;
- поддержание требуемого режима продольного движения мобильного робота, задаваемого с помощью эталонной модели $V_s^* = \text{const}$, где V_s^* — скорость движения вдоль траектории.

Синтез алгоритмов управления движением. Приведем алгоритм синтеза управления траекторным движением при использовании предложенного метода.

1) Переход от декартовых координат к задачно-ориентированной модели, выраженной с помощью траекторных координат; введение в рассмотрение новых задачно-ориентированных входных переменных (e, s, σ) и преобразование управления;

$$\begin{vmatrix} \dot{s} \\ \dot{e} \end{vmatrix} = T(\alpha_x^*)T^T(\alpha)v, \tag{4}$$

$$\dot{\delta} = -\dot{s}\xi(s) + \omega. \tag{5}$$

2) Введение локальных законов управления

$$\begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix} = T^T(\Delta\alpha)v, \tag{6}$$

$$u_\delta = -\dot{s}\xi(s) + \omega, \tag{7}$$

или в упрощенном виде:

$$\dot{s} = u_s, \dot{e} = u_e, \dot{\delta} = u_\delta.$$

3) Синтез локальных регуляторов:

$$u_s = V_s^*, u_e = -K_e e, u_\delta = -K_\delta \delta,$$

коэффициенты K_e, K_δ выбираются в соответствии с желаемой динамикой.

4) Окончательный синтез регулятора, решающего указанную траекторную задачу:

$$v = T(\Delta\alpha) \begin{vmatrix} u_s \\ u_e \end{vmatrix}, \omega = u_\delta + \xi(s)\dot{s} = u_\delta + \xi(s)u_s.$$

Синтез алгоритмов управления для типовых траекторий. Рассмотрим конкретные реализации для типовых траекторий (рис. 2).

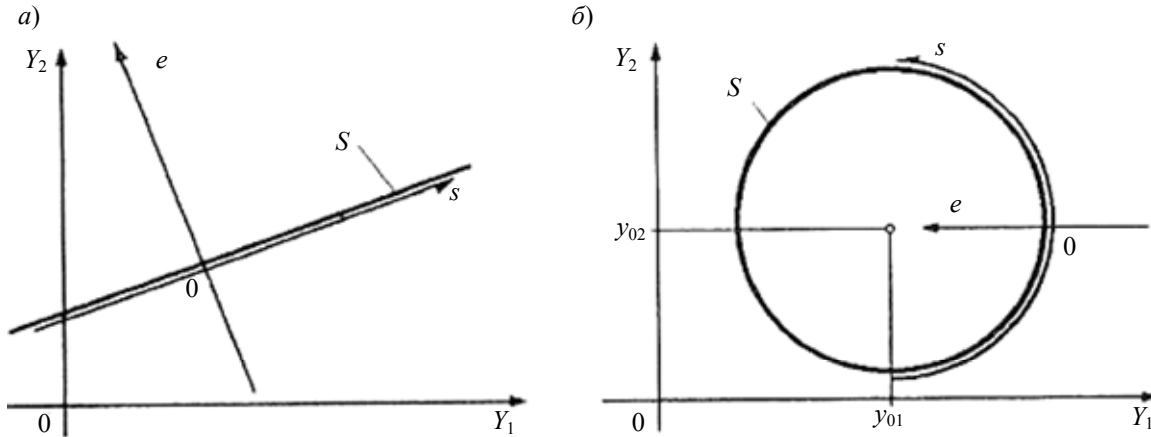


Рис. 2

Пусть траектория движения робота представлена отрезком прямой. Нормализованное описание прямой дается с помощью уравнений

$$\varphi(y) = -\sin \alpha^* y_1 + \cos \alpha^* y_2 = 0, s(y) = \cos \alpha^* y_1 + \sin \alpha^* y_2.$$

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$M(y) = T(\alpha^*) = \begin{vmatrix} \cos \alpha^* & \sin \alpha^* \\ -\sin \alpha^* & \cos \alpha^* \end{vmatrix} \in SO(2).$$

Очевидно, что в этом случае $\xi=0$. Результат моделирования движения робота вдоль прямой линии представлен на рис. 3, а.

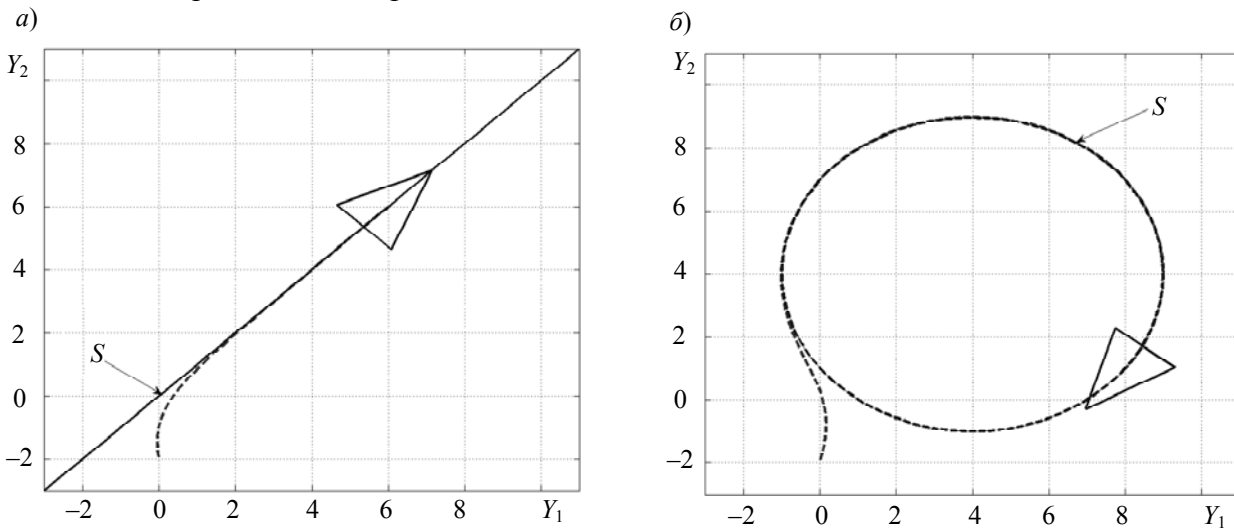


Рис. 3

Теперь рассмотрим случай, когда участок траектории представлен дугой окружности радиуса R с центром в точке $y_0 = (y_{01}, y_{02})$. Запишем уравнение окружности в виде

$$\varphi(y) = \frac{1}{2R} (R^2 - \Delta y_1^2 - \Delta y_2^2) = 0,$$

где $\Delta y_1 = y_1 - y_{01}$, $\Delta y_2 = y_2 - y_{02}$. Длина пути определяется как

$$S(y) = R \arctg \frac{\Delta y_2}{\Delta y_1}.$$

Ортогональная матрица Якоби принимает вид

$$M(y) = \frac{1}{R} \begin{vmatrix} -\Delta y_2 & \Delta y_1 \\ -\Delta y_1 & -\Delta y_2 \end{vmatrix} \in SO(2),$$

$$\xi(s) = \frac{1}{R}.$$

Результат моделирования движения робота вдоль окружности представлен на рис. 3, б.

Управление вдоль кусочно-гладкой траектории. Управление для движения вдоль сложной, составной траектории реализуется в виде гибридного регулятора, включающего в себя алгоритм движения вдоль прямой, алгоритм движения, вдоль окружности и алгоритм переключения между ними. Расширяя набор элементарных траекторий, можно более гибко параметризовать заданную траекторию, чтобы улучшить качество работы системы.

На рис. 4 представлен результат моделирования движения вдоль составной траектории. В качестве исходных данных для задания траектории использовались реперные точки, которые соединялись прямолинейными отрезками. Для плавного перехода между отдельными участками вводятся области перехода, которые задаются с помощью окружностей с заданным радиусом, с центром в точке, разделяющей соседние участки. Когда робот оказывается в данной области, регулятор реализует движение вдоль участка окружности. Параметры движения вдоль этой дуги (центр окружности и радиус) выбираются таким образом, чтобы при выходе из области перехода оказаться как можно ближе к следующему прямолинейному участку. Таким образом, комбинируя достаточно простые методы, можно реализовать полноценную систему управления движением мобильных роботов вдоль траектории.

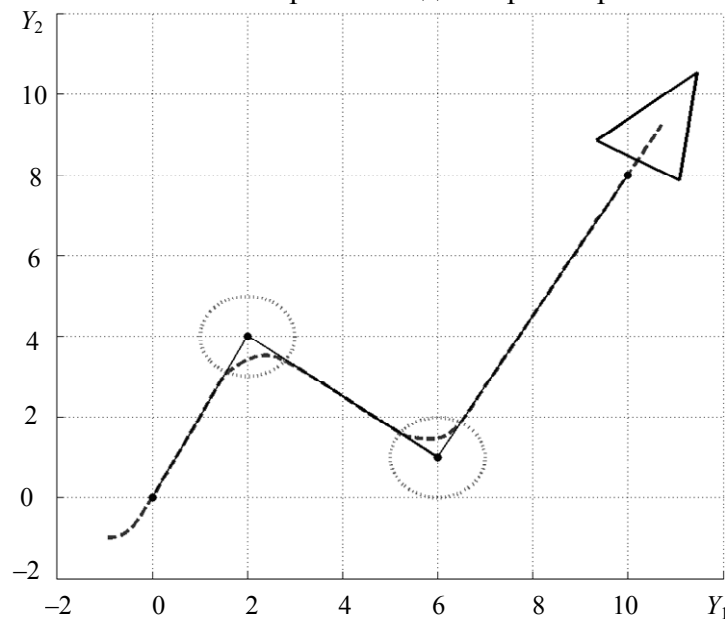


Рис. 4

Заключение. Разработанная структура и алгоритмы системы управления подвижными объектами (автономными роботами) могут быть полезны для разработчиков систем управления мобильными аппаратами (колесными, подводными, летательными). Дальнейшим развитием полученных результатов является переход к более сложным и достоверным динамическим моделям роботов, расширение класса базовых кривых, используемых при параметризации сложных траекторий, а также расширение данного метода на случай трехмерного пространства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aguiar A. P., Hespanha J. P., Kokotovic P. V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 234—239.
2. Nielsen C., Fulford C., Maggiore M. Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system // American Control Conf. ACC '09. 2009. P. 3045—3050.
3. Breivik M., Fossen T. I. Principles of Guidance-Based Path Following in 2D and 3D // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2005. P. 627—634.
4. Lee T., Leok M., McClamroch N. H. Geometric tracking control of a quadrotor UAV on SE(3) // Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control. 2010. P. 5420—5425.
5. Бурдаков С. Ф., Мирошник И. В., Стельмаков Р. Э. Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 232 с.
6. Мирошник И. В. Согласованное управление многоканальными системами. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 128 с.
7. Мирошник И. В., Фрадков А. Л., Никифоров В. О. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
8. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Управление многосвязными кинематическими механизмами // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2002. № 3. С. 144—149.
9. Мирошник И. В., Чепинский С. А. Траекторное управление кинематическими механизмами нетривиальной конструкции // Науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. 2004. № 14. С. 5—10.
10. Бушуев А. Б., Исаева Е. Г., Морозов С. Н., Чепинский С. А. Управление траекторным движением многоканальных динамических систем // Изв. вузов. Приборостроение, 2009. Т. 52, № 11. С. 50—56.

*Сведения об авторах***Юрий Андреевич Капитанюк**

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики;
E-mail: yura.kapitanyuk@gmail.com

Сергей Алексеевич Чепинский

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник; E-mail: Chepinsky_S@hotmail.com

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА УПРАВЛЕНИЯ

УДК 681.51.015

Г. И. Болтунов, А. В. Лямин, А. И. Петрик

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МОБИЛЬНОГО КОЛЕСНОГО РОБОТА В ЗАДАЧЕ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ЭКЗОСИСТЕМОЙ*

Рассмотрена задача управления автономным мобильным колесным роботом, движущимся в сложном динамическом окружении. Построена и проанализирована математическая модель робота, выработан алгоритм управления его движением по окружности в среде с подвижными экзосистемами. Эффективность алгоритма проиллюстрирована результатами математического моделирования.

Ключевые слова: мобильный колесный робот, задача слежения за экзосистемой, оценка параметров системы.

Введение. В настоящее время в мире интенсивно расширяются области использования автономных колесных мобильных роботов [1], которые характеризуются расширенными возможностями приспособления к сложной, неопределенной и подвижной внешней среде, высокой функциональной гибкостью и маневренностью [2, 3].

Слежение за подвижным объектом, параметры движения которого неизвестны, является важной и сложной задачей робототехники [4]. Построение наблюдателя для подвижного объекта — один из способов получения оценки его вектора состояния. Для линейных систем данная задача решена полностью — основы теории были заложены Д. Люенбергером. Последующие работы распространили эту теорию на новые классы систем [5—7]. Для класса нелинейных систем на сегодняшний день данная проблема не имеет общего решения. Существует много работ, в которых предлагаются частные решения построения наблюдателей для нелинейных систем [8, 9].

В настоящей статье рассматривается задача слежения за подвижной экзосистемой, некоторые параметры движения которой изначально неизвестны.

Постановка задачи. Кинематическая модель мобильного колесного робота в дискретном времени описывается следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_m &= h v_m \cos \alpha_m, \\ \Delta y_m &= h v_m \sin \alpha_m, \\ \Delta \alpha_m &= h \omega_m, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

* Статья подготовлена при финансовой поддержке Конкурса грантов для студентов вузов, расположенных на территории Санкт-Петербурга, аспирантов вузов, отраслевых и академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга, а также при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0778).

где вектор (x, y, α) описывает положение и ориентацию робота относительно неподвижной системы координат (рис. 1), v и ω — векторы линейной и угловой скорости соответственно, h — интервал дискретности, $m = 0, 1, 2, \dots$ — целое число. Несмотря на то что данная модель является упрощенной моделью движения мобильного колесного робота (динамика двигателей, деформация колес и другие механические эффекты не рассматриваются), она учитывает неголономные связи, присущие большинству мобильных колесных роботов.

Рассмотрим уравнения движения подвижной экзосистемы

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_m^* &= h v_m^* \cos \alpha_m^*, \\ \Delta y_m^* &= h v_m^* \sin \alpha_m^*, \\ \Delta \alpha_m^* &= h \omega_m^*. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Значения линейной v^* и угловой ω^* скоростей (рис. 1) и их производных ограничены.

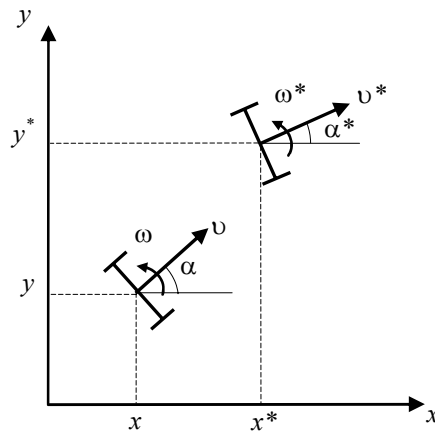


Рис. 1

Предположим, что линейная и угловая скорости экзосистемы одновременно не стремятся к нулю при $m \rightarrow +\infty$.

Задача слежения заключается в нахождении такого закона управления, который обеспечивал бы выполнение следующего равенства:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} |z_m - z_m^*| = 0, \quad (3)$$

где $\begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = k(z, z_r)$.

Синтез алгоритма управления. Для вывода закона управления вычтем из системы уравнений движения подвижной экзосистемы (2) систему уравнений движения мобильного робота (1)

$$\left. \begin{aligned} \Delta(x_m^* - x_m) &= h(v_m^* \cos \alpha_m^* - v_m \cos \alpha_m), \\ \Delta(y_m^* - y_m) &= h(v_m^* \sin \alpha_m^* - h v_m \sin \alpha_m), \\ \Delta(\alpha_m^* - \alpha_m) &= h(\omega_m^* - \omega_m). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Рассмотрим следующее преобразование координат:

$$\begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \\ e_m^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T^T(\alpha_m) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_m^* - x_m \\ y_m^* - y_m \\ \alpha_m^* - \alpha_m \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где (e^1, e^2, e^3) — вектор ошибки положения и ориентации относительно системы координат, связанной с мобильным роботом; $T(\alpha) = [\tau_1(\alpha) \quad \tau_2(\alpha)]$, $\tau_1(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$ и $\tau_2(\alpha) = \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix}$.

Матрица $T(\alpha)$ обладает следующими свойствами:

- 1) $T(-\alpha) = T^T(\alpha)$,
- 2) $T^T(\alpha)T(\alpha) = T(\alpha)T^T(\alpha) = I$,
- 3) $T(\alpha + \beta) = T(\alpha)T(\beta) = T(\beta)T(\alpha)$.

Перепишем систему уравнений (4) относительно вектора ошибки:

$$\left. \begin{aligned} T(\alpha_{m+1}) \begin{pmatrix} e_{m+1}^1 \\ e_{m+1}^2 \end{pmatrix} &= T(\alpha_m) \begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \end{pmatrix} + h \left(v_m^* \tau_1(\alpha_m^*) - v_m \tau_1(\alpha_m) \right), \\ e_{m+1}^3 &= e_m^3 + h(\omega_m^* - \omega_m). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

В первом уравнении системы (6) разделим левую и правую части на $T^T(\alpha_{m+1})$ и воспользуемся свойством 2 матрицы $T(\alpha)$

$$\begin{pmatrix} e_{m+1}^1 \\ e_{m+1}^2 \end{pmatrix} = T^T(\alpha_{m+1}) \left[T(\alpha_m) \begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \end{pmatrix} + h \left(v_m^* \tau_1(\alpha_m^*) - v_m \tau_1(\alpha_m) \right) \right]. \quad (7)$$

Раскрыв скобки в выражении (7) и упростив его, получим

$$\begin{pmatrix} e_{m+1}^1 \\ e_{m+1}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos h\omega_m & \sin h\omega_m \\ -\sin h\omega_m & \cos h\omega_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \end{pmatrix} + h v_m^* \begin{pmatrix} \cos(e_m^3 - h\omega_m) \\ \sin(e_m^3 - h\omega_m) \end{pmatrix} - h v_m \begin{pmatrix} \cos h\omega_m \\ -\sin h\omega_m \end{pmatrix}. \quad (8)$$

При достаточно малом интервале дискретности можно линеаризовать данную систему уравнений

$$\begin{pmatrix} \Delta e_m^1 \\ \Delta e_m^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & h\omega_m \\ -h\omega_m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \end{pmatrix} + h v_m^* \begin{pmatrix} \cos e_m^3 \\ \sin e_m^3 \end{pmatrix} - h v_m \begin{pmatrix} 1 \\ -h\omega_m \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Введем закон управления положением робота, обозначив

$$v_m^* \cos(e_m^3) - v_m = u_m^v. \quad (10)$$

Также введем закон управления ориентацией робота, обозначив во втором выражении системы (6)

$$\omega_m^* - \omega_m = u_m^\omega. \quad (11)$$

Тогда с учетом введенных управлений система уравнений ошибок принимает следующий вид

$$\begin{pmatrix} \Delta e_m^1 \\ \Delta e_m^2 \\ \Delta e_m^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & h\omega_m & 0 \\ -h\omega_m & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_m^1 \\ e_m^2 \\ e_m^3 \end{pmatrix} + h \begin{pmatrix} 0 \\ \sin e_m^3 \\ 0 \end{pmatrix} v_m^* + h \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_m^v \\ u_m^\omega \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Выберем следующие линейные законы управления:

$$u_m^v = -k_1 e_m^1, \quad (13)$$

$$u_m^\omega = -k_2 \text{sign}(v_m^*) e_m^2 - k_3 e_m^3. \quad (14)$$

В работе [10] доказано, что данные законы управления обеспечивают асимптотическую устойчивость замкнутой системы. В выражениях (13) и (14) параметры k_1 , k_2 и k_3 выбираются таким образом, чтобы корни характеристического уравнения системы (12) лежали внутри единичного круга комплексной плоскости $|e_0^i| < 1$.

В условиях, когда параметры движения подвижной экзосистемы неизвестны, необходимо произвести оценку векторов линейной и угловой скоростей движения экзосистемы

$$\hat{v}_m^* = \frac{1}{h} \sqrt{(\Delta x_m^*)^2 + (\Delta y_m^*)^2}, \quad (15)$$

$$\hat{\omega}_m^* = \frac{1}{h} \Delta \alpha_m^*. \quad (16)$$

Рассмотрим случай движения мобильного робота и подвижной экзосистемы по окружности, используя следующие допущения: экзосистема движется с постоянной скоростью; в начальный момент времени положение мобильного робота характеризуется вектором $(x = -1, y = 0, \alpha = \pi/2)$, а положение экзосистемы — вектором $(x = 0, y = 1, \alpha = 0)$. На рис. 2 представлены временные диаграммы изменения ошибок по положению e^1 , e^2 и по углу e^3 .

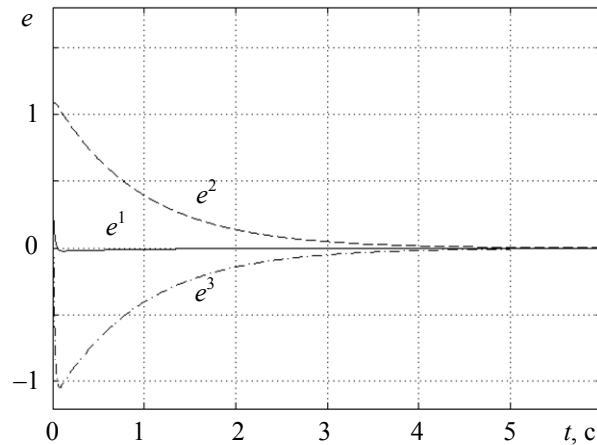


Рис. 2

Из рисунка видно, что со временем происходит полное согласование движений мобильного колесного робота и подвижной экзосистемы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрик А. И. Разработка алгоритмов управления в задаче ориентации колесных роботов // Сб. науч.-исслед. выпускных квалификационных работ магистров НИУ ИТМО. СПб: НИУ ИТМО, 2011. С. 78—79.
2. Бурдаков С Ф, Мирошник И В, Стельмаков Э. Р. Системы управления движением колесных роботов. СПб: Наука, 2001. 236 с.
3. Бобцов А. А., Лямин А. В. Синтез систем управления движением мобильного робота вдоль аналитически заданных траекторий // Навигация и управление движением: Сб. докл. 2-й науч.-техн. конф. молодых ученых. СПб, 2000. С. 138—148.
4. Belkhouche F., Rastgoufard P., Belkhouche B. Robot navigation-tracking of moving objects using the standard proportional navigation law // IEEE Trans. Robotics. 2007. P. 1—15.
5. Rotella F., Zambettaki I. Minimal Single Linear Functional Observers for Linear Systems // Automatica. 2011. Vol. 47, N 1. P. 164—169.
6. Darouach M. Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs // Applied Mathematics Letters. 2009. Vol. 22. P. 1107—1111.

7. Ильин А. В., Коровин С. К., Фомичев В. В. Методы построения наблюдателей для линейных динамических систем с неопределенностью // Тр. Математического ин-та им. В. А. Стеклова РАН. 2008. Т. 262. С. 87—102.
8. Farza M., M'Saad M., Maatoug T., Kamoun M. Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems // Automatica. 2009. Vol. 45, N 10. P. 2292—2299.
9. Lin W., Wei J., Wan F. Observer design of discrete time nonlinear systems // Decision and Control. 2008. P. 5402—5407.
10. Canudas de Wit C., Khennouf H., Samsó C., Sordalen O. J. Nonlinear control design for mobile robots // Nonlinear control for mobile robots. World Scientific series in Robotics and Intelligent Systems. 1993.

Сведения об авторах

- Геннадий Иванович Болтунов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; старший научный сотрудник
- Андрей Владимирович Лямин** — канд. техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерных образовательных технологий
- Александра Игоревна Петрик** — аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

УДК 62-51

В. В. ГРИГОРЬЕВ, А. Б. БУШУЕВ, А. Н. КОРОВЬЯКОВ, Ю. В. ЛИТВИНОВ

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ВЕТРОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА СИСТЕМУ СТАБИЛИЗАЦИИ КУРСА ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ*

Предложена удобная для практического применения численная характеристика эффективности функционирования систем стабилизации летательных аппаратов в условиях влияния случайных возмущений.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, робот, система стабилизации, случайные возмущения.

В пилотажно-навигационных комплексах летательных аппаратов (ЛА) на функционирование радиоэлектронных систем автоматического управления полетом влияет множество интенсивных возмущающих воздействий случайной природы. Учет этого влияния требует использования сложного математического аппарата и редко приводит к численно выраженным наглядным практическим результатам.

В настоящей работе предлагается использовать не требующую громоздких вычислений численную характеристику динамических и точностных свойств линейной дискретной системы с аддитивным случайным возмущением. В качестве характеристики используется объем эллипсоида правдоподобия (рассеяния), в котором с заданной вероятностью находится вектор состояния системы.

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0406).

Движение ЛА описывается уравнениями движения центра масс, вращательного движения вокруг центра масс, а также кинетическими уравнениями [1]. Дискретизованную модель замкнутой системы стабилизации ЛА представим в виде:

$$\left. \begin{aligned} x(m+1) &= Fx(m) + Gw(m), \\ y(m) &= Cx(m), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — n -мерный вектор состояния дискретной модели системы, y — измеренное значение угла курса ЛА ($y \in R^1$), w — случайное возмущение, действующее на параметр y , m — номер интервала дискретности ($m=0, 1, 2, \dots$), $F=A-Bk$ — динамическая матрица дискретной модели системы стабилизации курса, G — матрица, определяющая точку приложения случайного возмущения, C — матрица выходов.

Рассмотрим задачу стабилизации заданного курса ЛА, положив в системе (1):

$$M[x(0)] = \bar{x}(0) = 0,$$

где $M[\]$ — операция взятия математического ожидания вектора $x(0)$.

Пусть матрица ковариаций вектора начальных отклонений в системе (1) равна

$$M[x(0)x^T(0)] = X_0.$$

Составляющую ветрового возмущения, проявляющегося в случайных отклонениях курса ЛА, будем моделировать в виде скалярного случайного процесса $w(m)$ с дискретным временем и следующими статистическими характеристиками:

1) математическое ожидание

$$M[w(m)] = \bar{w}(m),$$

2) дисперсия возмущения

$$M[(w(m) - \bar{w}(m))^2] = \delta_m^2,$$

будем считать ее неизменной во времени $\delta_m = \delta_0$,

3) состояния системы (1) некоррелированы с возмущением

$$M[x(k)w^T(m)] = 0, \quad k=0, 1, 2, \dots,$$

4) возмущение $w(m)$ имеет нормальное распределение.

С учетом перечисленных условий проанализируем изменение во времени первых двух моментов от вектора состояния системы (1), в случае нормального распределения возмущения, полностью характеризующих вероятностные свойства процессов в системе стабилизации курса.

Взяв математическое ожидание из выражений (1), получим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}(m+1) &= F\bar{x}(m) + G\bar{w}(m), \\ \bar{y}(m) &= C\bar{x}(m). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Если $\bar{x}(0) = 0$ и $\bar{w}(m) = 0$ ($m=0, 1, 2, \dots$), то математическое ожидание вектора состояния системы (1) $x(m)$ равно нулю для любого момента времени.

Уравнение для поведения матрицы дисперсий системы во времени получено следующим образом [2]: вычтя (2) из (1), умножив полученное выражение на результат его транспонирования и взяв математическое ожидание от обеих сторон полученного равенства, найдем:

$$X_{m+1} = FX_m F^T + G\delta_m^2 G^T, \quad X_0 = X(0), \quad (3)$$

где $X_m = M[(x(m) - \bar{x}(m))(x(m) - \bar{x}(m))^T]$ — матрица ковариаций (дисперсий) вектора состояния системы стабилизации курса.

Дисперсия выходной переменной (измеренного значения угла курса ЛА) определяется выражением:

$$M[(y(m) - \bar{y}(m))^2] = CX_m C^T. \quad (4)$$

Если дисперсия возмущения является неизменной во времени величиной ($\delta_m^2 = \delta_0^2$) и замкнутая система стабилизации курса асимптотически устойчива (т.е. все собственные числа матрицы F лежат в единичном круге), то решение разностного матричного уравнения (3) сходится к стационарному значению, являющемуся решением алгебраического матричного уравнения

$$X = FXF^T + G\delta_0^2 G^T. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) позволяет найти матрицу дисперсий в установившемся режиме, т.е. значение матрицы после окончания переходных процессов. Уравнения для математического ожидания от вектора состояния системы стабилизации (2) и для матрицы дисперсий (3) не связаны друг с другом, поэтому последовательности $\bar{x}(m)$ и X_m можно вычислять раздельно.

Рассмотрим поведение системы стабилизации курса самолета при возмущениях с нулевым математическим ожиданием.

В этом случае математическое ожидание от вектора состояния системы стабилизации курса равно нулю для любого момента времени, и статистические свойства процессов в системе полностью и наиболее наглядно характеризуются динамикой изменения матрицы дисперсий X_m . Анализ поведения этой матрицы представляет собой удобный для вычислений способ оценки влияния случайного возмущения на динамику системы стабилизации курса.

Вероятность нахождения вектора состояния системы внутри эллипсоида правдоподобия [3]:

$$(x - \bar{x})^T X_m^{-1} (x - \bar{x}) = \chi^2 \quad (6)$$

подчиняется χ^2 -распределению с n степенями свободы, где n — размерность вектора состояния системы. Вероятность нахождения вектора состояния системы стабилизации курса самолета внутри эллипсоида правдоподобия (6) удобно вычислять как значение функции χ^2 -распределения

$$P[(x - \bar{x})^T X_m^{-1} (x - \bar{x}) \leq \chi^2] = P[\chi^2] = F[\chi^2, n],$$

приведенной в таблице.

$\chi^2 \backslash n$	1	2	3	4	5
1	0,683	0,393	0,199	0,090	0,037
4	0,954	0,865	0,739	0,594	0,451
3	0,997	0,989	0,971	0,939	0,891

Если в результате решения уравнения (3) вычислены матрицы дисперсий X_m с начальной матрицей X_0 , то для любого момента времени t можно построить эллипсоид правдоподобия с заданными значениями χ^2 , соответствующий некоторому значению вероятности $P(\chi^2)$ нахождения в данный момент траектории системы стабилизации времени в этом эллипсоиде.

Совокупность таких эллипсоидов правдоподобия образует „трубку“ равновероятностного уровня ($P[\chi^2]$), характеризующую поведение системы стабилизации курса самолета при случайных воздействиях. В каждый из моментов времени t вероятность нахождения траектории

движения системы стабилизации внутри трубки равна $P[\chi^2]$. При $\delta_m^2 = \delta_0^2$ значение постоянного уровня эллипсоидов правдоподобия с течением времени стремится к χ^2

$$(x - \bar{x})^T X^{-1}(x - \bar{x}) = \chi^2, \quad (7)$$

где X^{-1} — обратная матрица к X , определяемой из решения алгебраического матричного уравнения (5). Соотношение (7) позволяет построить стационарную „трубку“ равновероятностного уровня, характеризующую установившийся режим работы системы стабилизации курса самолета.

Использование „трубок“ равновероятностного уровня позволяет получить информацию о статистических и динамических свойствах системы стабилизации курса в наглядной графической форме. Для многомерных процессов с увеличением размерности вектора состояния системы наглядность геометрических образов теряется, а трудоемкость построения эллипсоидов правдоподобия быстро возрастает. Поэтому введем скалярную характеристику, связанную с эллипсоидом правдоподобия. Вычислим объем эллипсоида правдоподобия (6):

$$V_m = [\det X_m^{-1}]^{-1/2} V_0 = [\det X_m]^{1/2} V_0,$$

где V_0 — объем сферы, описываемой выражением $(x - \bar{x})^T (x - \bar{x}) = \chi^2$, радиуса χ .

Значение V_m в момент времени t характеризует тот объем в пространстве состояний, в котором с вероятностью $P[\chi^2]$ может находиться траектория системы стабилизации курса.

Характер изменения V_m определяется динамическими свойствами системы стабилизации курса самолета, а именно сходимостью процессов.

Значение объема эллипсоида правдоподобия в установившемся режиме (7) характеризует точностные показатели системы.

Приведем конкретный пример расчета объема эллипсоида правдоподобия [4] по итерационной процедуре, основанной на решении уравнения (3).

Пусть для интервала дискретизации $T=0,05$ с матрица F будет следующей

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0,05 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,05 & 0 \\ -0,048 & -0,059 & 0,964 & 0,05 \\ -1,371 & -2,839 & -1,851 & 0,425 \end{bmatrix},$$

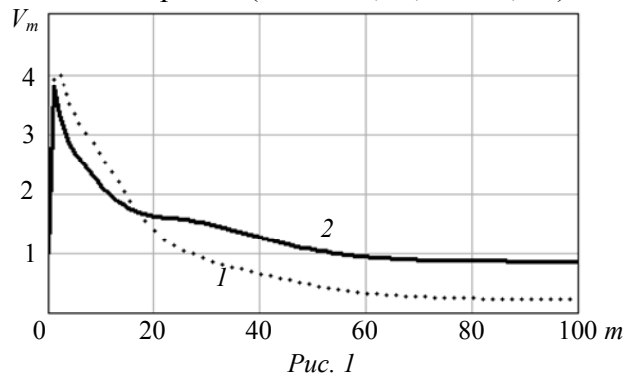
а для $T=0,1$ с

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,1 & 0 \\ -0,033 & 4 \cdot 10^{-4} & 0,944 & 0,1 \\ -0,281 & -2,297 & -2,126 & 0,15 \end{bmatrix}.$$

Матрицу входов G для обоих значений интервалов T (0,05 и 0,1 с) выбираем в следующем виде:

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \delta_m^2 = 1.$$

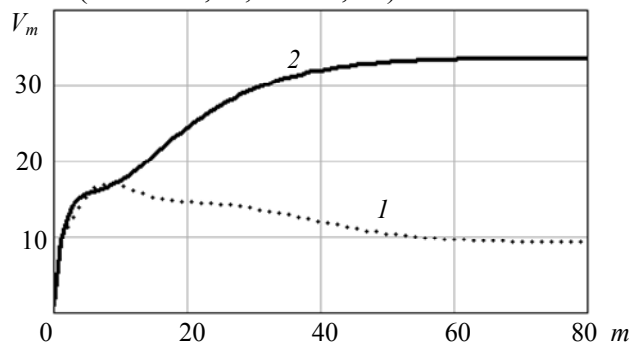
Уравнение (3) решалось итерационно, в результате получены графики изменения объема эллипсоида, представленные на рис. 1 (1 — $T=0,05$; 2 — $0,1$ с).



Для матрицы входов

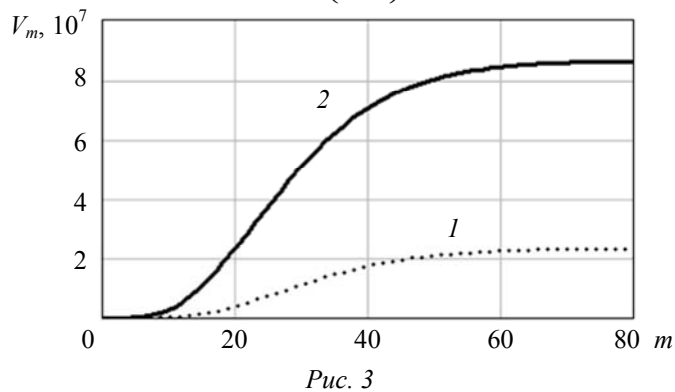
$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad \delta_m^2 = 1$$

графики приведены на рис. 2 (1 — $T=0,05$; 2 — $0,1$ с).



На рис. 3 приведены графики (1 — $T=0,05$; 2 — $0,1$ с) для следующей матрицы

$$G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 400 \end{pmatrix}.$$



Анализ полученных зависимостей показал, что во всех рассмотренных случаях объемы эллипсоидов правдоподобия достаточно быстро сходятся к установившимся значениям, зависящим не только от интенсивности случайного возмущения, действующего на систему, но и от интервала дискретизации T .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Брайсон А., Хо Ю. Ши.* Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972.
2. *Топчиев Ю. И., Потемкин В. Г., Иваненко В. Г.* Системы стабилизации. М.: Машиностроение, 1974. 248 с.
3. *Григорьев В. В., Козис Д. В., Коровьяков А. Н., Литвинов Ю. В.* Анализ поведения автоматических радиодальномеров при случайных возмущениях // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 7. С. 26—32.
4. *Бушуев А. Б., Григорьев В. В., Коровьяков А. Н., Литвинов Ю. В.* Оценка работоспособности измерителя дальности в посадочном комплексе беспилотного летательного аппарата // Авиация и космонавтика Publishing house Education and Science. 2011.
5. *Быстров С. В., Григорьев В. В., Рабыш Е. Ю., Мансурова О. К.* Анализ качества переходных процессов в непрерывных и дискретных системах на основе условий качественной экспоненциальной устойчивости // Мехатроника, Автоматизация, Управление. 2012. № 9. С. 32—36.

Сведения об авторах

- Валерий Владимирович Григорьев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Александр Борисович Бушуев** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Анатолий Николаевич Коровьяков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики
- Юрий Володарович Литвинов** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

В. И. БОЙКОВ, С. В. БЫСТРОВ, А. Ю. КОРОЛЁВ

ДИНАМИКА ПЬЕЗОПРИВОДА С УПРАВЛЕНИЕМ ОТ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНОГО МОДУЛЯТОРА С ТРЕМЯ СОСТОЯНИЯМИ*

Приведена математическая модель динамики пьезоактюатора при питании от широтно-импульсного модулятора с тремя состояниями. Показано, что модуляция приводит к появлению нелинейности статической характеристики, а наличие в модуляторе третьего состояния порождает параметрическую нестационарность. Разработанная модель позволяет учесть указанные эффекты при синтезе систем управления.

Ключевые слова: пьезоактюатор, математическая модель, широтно-импульсное управление.

В современных системах управление исполнительными механизмами осуществляется с использованием широтно-импульсной модуляции (ШИМ). В этом случае выходные силовые транзисторы усилителей мощности работают в ключевом режиме, что позволяет существенно повысить КПД выходного каскада, снизить нагрев транзисторов и, как следствие, значительно уменьшить габаритные размеры усилителя. Последнее обстоятельство зачастую определяет необходимость применения широтно-импульсной модуляции в автоматических системах управления микроперемещением объектов с использованием пьезоактюаторов [1].

Пьезоактюатор можно представить эквивалентным конденсатором, емкость которого составляет единицы микрофард [2]. Устройство формирования управляющего напряжения на электродах пьезоактюатора при использовании ШИМ заменяется эквивалентной схемой (рис. 1).

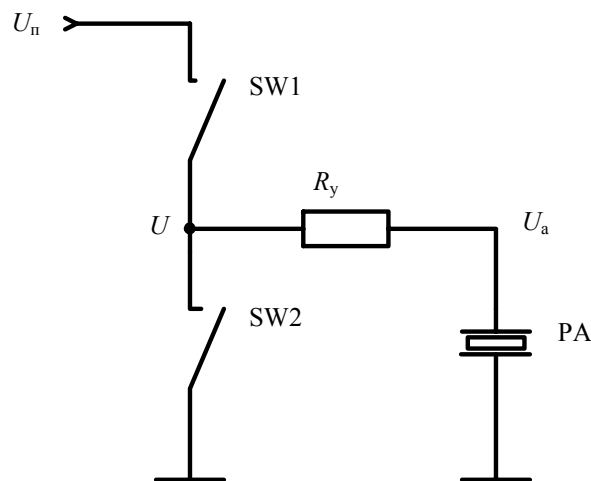


Рис. 1

Выходной каскад устройства представлен двумя последовательно включенными „идеальными“ ключами SW1 и SW2 (верхний и нижний силовые транзисторы, работающие в ключевом режиме). Значения остаточного сопротивления включенного ключа, внутреннего сопротивления источника питания и дополнительных токоограничивающих резисторов определяют значение внутреннего сопротивления устройства, эквивалентно представленного

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0421).

резистором R_y . Источник питания характеризуется постоянным напряжением U_n , а пьезоактюатор в такой схеме эквивалентно представляется конденсатором РА.

При использовании классической ШИМ с двумя состояниями значение управляющего сигнала U_a на электродах пьезоактюатора (см. рис. 1) варьируется за счет изменения интервалов времени противофазного включения/выключения ключей SW1 и SW2, которые характеризуются управляющим параметром $\gamma \in [0,1)$. Напряжение U в точке соединения ключей SW1 и SW2 — периодическое импульсное, оно определяется выражением

$$U = \begin{cases} U_n \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ 0 \leftarrow t \in [\gamma T, T), \end{cases}$$

где T — постоянный период сигнала широтно-импульсного модулятора, t — время на интервале $[0, T)$. В таком случае напряжение U_a на электродах пьезоактюатора будет иметь периодический пульсирующий компонент с периодом T , что приведет к нежелательным периодическим колебаниям объекта микроперемещения как в переходном, так и в установившемся режимах работы. Последнее обстоятельство вызывает снижение потребительских свойств пьезопривода.

Рассмотрим способ уменьшения нежелательных пульсаций за счет использования в управлении пьезоактюатором третьего состояния ШИМ. В этом состоянии оба ключа SW1 и SW2 разомкнуты, а управляющий сигнал U_a сохраняет постоянное значение за счет собственной емкости пьезоактюатора. Логика работы модулятора следующая. При положительном управляющем воздействии включается только SW1 на время γT с последующим переходом в третье состояние, т.е.

$$U_1 = \begin{cases} U_n \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ U_a \leftarrow t \in [\gamma T, T). \end{cases}$$

При отрицательном управляющем воздействии включается только SW2 на время γT с последующим переходом в третье состояние, т.е.

$$U_0 = \begin{cases} 0 \leftarrow t \in [0, \gamma T), \\ U_a \leftarrow t \in [\gamma T, T). \end{cases}$$

При одномассовом представлении перемещения объекта под действием приложенных сил вектор состояния $X(t)$ пьезоактюатора представляется тремя компонентами: $x_1(t)$ — перемещение, $x_2(t)$ — скорость перемещения, $x_3(t)$ — напряжение U_a [3]. Математическая модель пьезоактюатора представляется в виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= AX(t) + BU(t), \\ y(t) &= CX(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_y}{m} & -\frac{K_d}{m} & \frac{K_o}{m} \\ 0 & -\frac{K_p}{C_0} & -\frac{1}{R_y C_0} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{R_y C_0} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Здесь $X(t)$ — вектор состояния; $U(t)$ — управляющий входной сигнал; $y(t)$ — выход (перемещение объекта); K_y и K_d — коэффициенты упругости и демпфирования

пьезоматериала; K_o и K_p — коэффициенты обратного и прямого пьезоэффектов; m — приведенная масса актюатора и нагрузки; C_0 — собственная электрическая емкость актюатора; t — время.

При широтно-импульсном управлении с постоянным периодом следования импульсов T целесообразно рассматривать поведение объекта в дискретные моменты времени, соответствующие началу действия управляющих импульсов. В этом случае из (1) нетрудно получить дискретное описание изменения вектора состояния пьезоактюатора:

$$X((n+1)T) = e^{AT} X(nT) + \int_0^T e^{A\tau} BU(\tau) d\tau, \quad (2)$$

где $U(\tau)$ — управляющий сигнал; $X(nT)$ — вектор состояния дискретной системы в начале n -го периода сигнала ШИМ; $n=0,1,\dots$ — дискретное время.

При вычислении матричной экспоненты и интеграла в (2) следует учитывать, что в третьем состоянии усилителя из-за разрыва контура электрического тока структура матрицы A модели пьезоактюатора изменяется. Так, при подаче на актюатор сигнала $U_1 = U_{\Pi}$ в течение времени γT с последующим отключением управления получаем:

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} \left(e^{A\gamma T} X(nT) + \int_0^{\gamma T} e^{A\tau} d\tau BU_{\Pi} \right)$$

или

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} \left(e^{A\gamma T} X(nT) + A^{-1}(e^{A\gamma T} - I)BU_{\Pi} \right) \quad (3)$$

при подаче на пьезоактюатор сигнала $U_0 = 0$ в течение времени γT с последующим отключением управления:

$$X((n+1)T) = e^{A_0(1-\gamma)T} e^{A\gamma T} X(nT). \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) матрица $A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{K_y}{m} & -\frac{K_d}{m} & \frac{K_o}{m} \\ 0 & -\frac{K_p}{C_0} & 0 \end{bmatrix}$.

Следует также отметить, что при нахождении усилителя в третьем состоянии матрица

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объединив выражения (3) и (4) в общее уравнение движения объекта, получим дискретную нелинейную модель динамики объекта в виде:

$$\left. \begin{aligned} X((n+1)T) &= e^{A_0(1-\gamma(nT))T} \left(e^{A\gamma(nT)T} X(nT) + A^{-1}(e^{A\gamma(nT)T} - I)BU_{\Pi} \right), \\ U &= \begin{cases} U_{\Pi} \Leftarrow x_3(nT) < V(nT), \\ 0 \Leftarrow x_3(nT) \geq V(nT), \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $V(nT) = \gamma(nT)U_{\Pi}$ — сигнал управления.

Уравнение (5) позволяет рекуррентно вычислять переходную характеристику управляемого пьезоактюатора, выполнять синтез регуляторов и анализ динамики пьезоприводов.

На рис. 2, а приведены графики изменения во времени выходной координаты пьезоактюатора при управлении от классического ШИМ с двумя состояниями. Графики получены методом компьютерного моделирования с использованием уравнения (1) при $m=0,048$ кг, $K_y=1,55 \cdot 10^7$ Н/м, $K_d=25$ Нс/м, $K_o=2,37$ Н/В, $K_p=2,37$ Кл/м, $R_y = 500$ Ом, $C_0 = 2,4 \cdot 10^{-6}$ Ф. Принято, что перемещение начинается от нулевого начального значения, частота ШИМ равна 2500 Гц (частота механического резонанса пьезоактюатора — 2900 Гц) и на всем интервале времени моделирования значение управляющего параметра γ постоянно. Из приведенных графиков видно, что использование ШИМ с двумя состояниями приводит к повышенной амплитуде колебаний объекта перемещения.

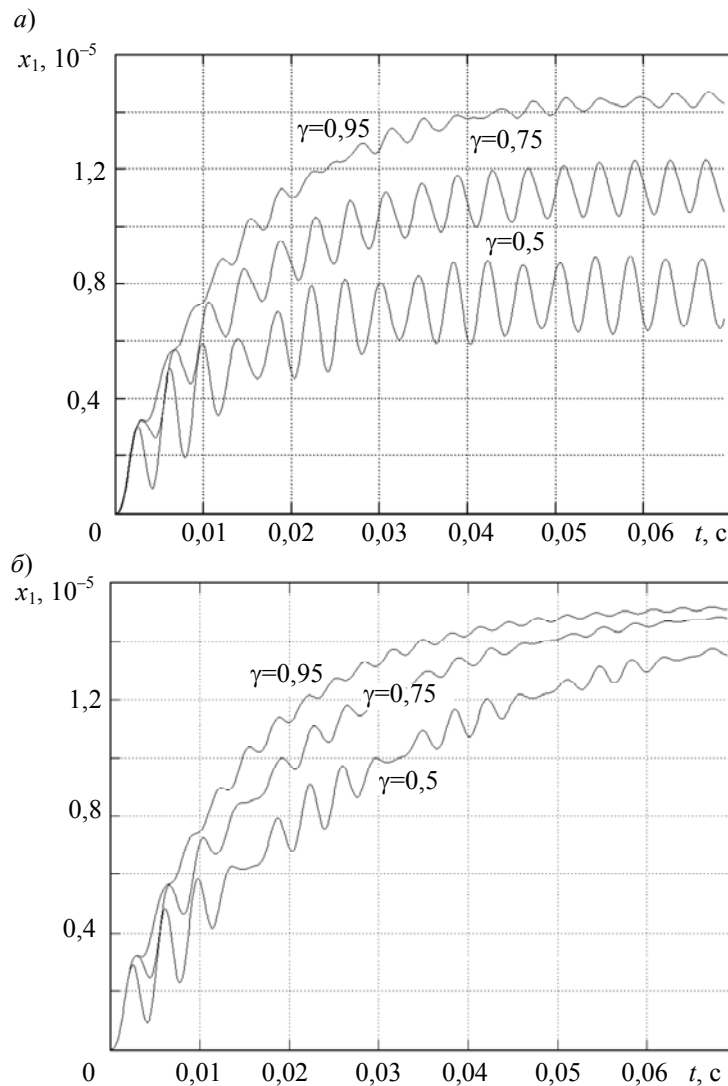


Рис. 2

На рис. 2, б приведены графики изменения во времени выходной координаты пьезоактюатора при управлении от ШИМ с тремя состояниями. Видно, что амплитуда колебаний объекта перемещения заметно уменьшилась, а значения x_1 стремятся к постоянному — $1,5 \cdot 10^{-5}$ м, что объясняется эффектом накопления заряда на емкости пьезоактюатора при управлении однознаковыми импульсами.

Таким образом, управление пьезоактюатором от ШИМ с тремя состояниями по сравнению с классическим управлением выгодно отличается тем, что:

- снижается колебательность процесса перемещения полезной нагрузки;

— у пьезоактюатора за счет накопления электрического заряда появляется астатическое свойство, т.е. управление осуществляется не величиной перемещения полезной нагрузки, а скоростью;

— дополнительный анализ условий коммутации ключей (см. рис. 1) показывает, что алгоритм работы ШИМ с тремя состояниями не допускает возможности возникновения сквозных токов в силовых ключах.

С другой стороны, ШИМ с тремя состояниями присущи следующие недостатки:

— управление перемещением полезной нагрузки из-за астатизма пьезоактюатора возможно только с применением замкнутой системы регулирования;

— синтез регулятора для системы управления перемещением полезной нагрузки необходимо выполнять с учетом нелинейности уравнения динамики объекта управления (5).

Заключение. Нелинейность уравнений (5) относительно управляющего параметра $\gamma(nT)$ усложняет разработку пьезопривода. Однако использование в системе управления пьезоактюатором ШИМ с тремя состояниями позволяет существенно повысить потребительские свойства пьезопривода за счет снижения паразитной вибрации объекта перемещения и привнесения в систему свойства астатизма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бойков В. И., Быстров С. В., Григорьев В. В., Обертон Д. Е. Пьезопривод на основе тонкопленочных пьезоактюаторов // Изв. вузов. Приборостроение. 2009. Т. 52, № 1.
2. Обертон Д. Е., Быстров С. В. Разработка алгоритма управления пьезоэлектрическим приводом с целью компенсации его колебаний // Современные научные исследования и инновации [Электронный ресурс]: <<http://web.snauka.ru/issues/2011/07/1038>>.
3. Никольский А. А. Точные двухканальные следящие электроприводы с пьезокомпенсаторами. М.: Энергоатомиздат, 1988. 160 с.

Сведения об авторах

- Владимир Иванович Бойков** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: viboikov@mail.ru
- Сергей Владимирович Быстров** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Андрей Юрьевич Королёв** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: koroliev@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

А. С. БОРГУЛЬ, К. А. ЗИМЕНКО, А. А. МАРГУН, А. С. КРЕМЛЕВ

МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АКТИВНЫЙ ПРОТЕЗ РУКИ*

Рассматриваются конструкция, принцип действия и система управления активного протеза руки, имеющего семь степеней свободы. Предложен алгоритм управления, основанный на использовании сигналов электроэнцефалографа, датчиков силового воздействия и акселерометра.

Ключевые слова: управляемый протез, электроэнцефалограмма, компенсация возмущений, человеко-машинный интерфейс.

Введение. Средством реабилитации людей, страдающих от заболеваний и последствий травм опорно-двигательного аппарата, могут служить активные протезы — устройства, повторяющие биомеханику человека для пропорционального увеличения усилий при движениях.

Создание технических средств для восстановления функций руки является сложной и во многом нерешенной задачей вследствие необходимости изготавливать легкие прочные устройства с высоким уровнем миниатюризации отдельных частей, а также реализовать принципы построения систем управления.

Постановка задачи. Целью настоящей статьи является разработка активного протеза руки и интуитивно-понятной системы управления для устройств реабилитации, позволяющей считывать большое количество команд и обладающей дружественным интерфейсом, предназначенным для использования в управляемых протезах, экзоскелетах и других мехатронных восстановительных комплексах.

В настоящей работе предложена модель активного протеза руки, в которой учитываются и компенсируются погрешности положения исполнительного механизма при внешних воздействиях на корпус устройства и человека, включая воздействие исполнительного устройства, реактивный момент которого при пуске воспринимается как внешнее воздействие. Использование предложенной модели повысит точность манипулирования, функциональность устройства возрастет благодаря управлению с учетом внешних силовых воздействий и возможности гибкого управления кистью за счет управления посредством сигналов электроэнцефалографа.

Описание устройства. Многофункциональный активный протез руки, содержащий наплечник, исполнительный механизм, выполненный в виде трехзвенной шарнирно-рычажной цепи с тремя датчиками углов, системы независимого управления исполнительным механизмом ротации искусственной кисти и исполнительным механизмом искусственной кисти, три системы управления связным движением исполнительных механизмов сгибания-разгибания плеча, предплечья и искусственной кисти, каждая из которых содержит микроконтроллер, усилитель мощности и привод, задающий механизм, выполненный в виде плоского трехзвенного кинематического аналога исполнительной цепи, содержащий три датчика управления связным движением. При этом протез снабжен жестким креплением исполнительного устройства и закрепленным на нем блоком коррекции положения звена плеча, содержащим последовательно соединенные акселерометр, блок двойного интегрирования и определитель угла коррекции. Шарнирно-рычажный механизм снабжен девятью датчиками силового воз-

* Исследование выполнено при поддержке министерства образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.В37.21.1928 „Применение биотехнической системы управления для реабилитации людей с проблемами опорно-двигательного аппарата“.

действия, на исполнительном устройстве расположен регистратор сигналов электроэнцефалографа, электроды которого присоединены к голове оператора, блок обработки сигналов электроэнцефалографа, соединенный с регистратором и устройством управления независимым исполнительным механизмом ротации кисти и кисти [1]. Принцип действия устройства описывается в работе [2].

Устройство имеет каналы связного и независимого управления движением исполнительных механизмов, а также канал коррекции положения звена плеча.

Каналы связного управления включают следующие цепи составляющих элементов. Датчики углов исполнительного механизма и датчики управления связным движением задающего устройства соединены с системами управления связным движением, которые скреплены с исполнительными механизмами сгибания-разгибания плеча, предплечья и кисти. При этом исполнительный механизм закреплен со стороны шарнира сгибания плеча на жестком креплении, а задающий прикреплен к наплечнику, развернут на 180° и соединен концевым звеном с поясом. Два датчика силового воздействия располагаются на концах схвата и объединены в блок, четыре — на верхней, нижней и боковых частях кисти, один датчик — на локте, два — на концах изгиба локтевого сустава. Каждый силовой датчик прикреплен к соответствующим системам управления связным и независимым движением.

Каналы независимого управления включают следующие цепи составляющих элементов. Выход регистратора сигнала электроэнцефалографа связан с системами независимого управления, которые, в свою очередь, соединены с исполнительными механизмами ротации искусственной кисти.

Канал коррекции положения звена плеча включает следующий набор элементов. Блок коррекции положения звена плеча закреплен на жестком креплении исполнительного механизма. Он содержит последовательно соединенные акселерометр, блок двойного интегрирования и определитель угла коррекции. Определитель угла коррекции скреплен с микроконтроллером системы управления связным движением сгибания плеча.

Система управления. Для людей с различной степенью повреждения опорно-двигательного аппарата предназначена система интуитивного управления активным протезом верхней конечности с помощью сигналов электроэнцефалографа [3]. Система характеризуется высокой скоростью идентификации нейросигналов и распознавания управляющих команд. Используемый метод частично описан в статьях знаменитого советского физиолога Н. А. Бернштейна [4].

Система управления предполагает использование неинвазивных способов снятия данных. Применение подобного рода устройств регистрации биологической активности человека основано на распознавании психофизических состояний. Сложность управления связана с изменчивостью психофизического состояния оператора. Принцип работы данной системы предполагает получение управляющих команд от оператора с предварительной обработкой сигналов встроенной программой системы регистрации биопотенциалов (обработка проводилась с использованием беспроводной системы регистрации и анализа электроэнцефалограммы (ЭЭГ) человека „Нейробелт“), передачу данных в среду Matlab для дальнейшей обработки и классификации команд. После этого происходит пакетная передача обработанных команд управления на микроконтроллер, который запрограммирован на управление приводами с учетом данных, получаемых с датчиков, либо на работу с программным симулятором в виртуальной среде [5].

Достоинством системы является мобильность, так как используются беспроводные протоколы передачи данных. Система регистрации биопотенциалов „Нейробелт“ связана с компьютером через интерфейс Wi-Fi, а компьютер с микроконтроллером — через интерфейс ZigBee посредством плат-адаптеров.

Таким образом, разработан человеко-машинный интерфейс, позволяющий управлять сложными мехатронными комплексами с большим количеством степеней свободы для решения различных задач. Отличие разработанного человеко-машинного интерфейса от уже существующих состоит в высокой скорости идентификации команд оператора. ЭЭГ оператора снимается с использованием эластичной шапки, к которой подсоединены электроды. Электроды „мокрого“ типа крепятся на голове оператора. Обработанные данные передаются на устройство управления средством реабилитации [6].

Для распознавания движений оператора на основе ЭЭГ использована искусственная нейронная сеть с регуляризируемой функцией издержек. Из различных сетей наилучший результат показал однослойный перцептрон [7].

Прежде чем сигнал электроэнцефалографа поступает на входной слой перцептрона, он проходит предварительную обработку фильтром низких частот для уменьшения влияния шумов. Затем применяется вейвлетное преобразование сигнала. При представлении сигнала на первом уровне декомпозиции получаются аппроксимирующая и детализирующая составляющие, в которых уменьшено влияние шумов. При этом размерность сигнала снижается вдвое. Для оценки качества работы системы был проведен эксперимент: данные от оператора поступали на ПК. После обучения нейронной сети классификатор должен был распознавать желаемые движения оператора. После описанной выше обработки сигнала точность определения планируемого движения нейронной сетью превысила 94 %.

В программе QTcreator было разработано приложение — симулятор руки, позволяющий через протоколы доступа Wi-Fi и TCP/IP снимать показания с усилителя биосигналов и визуализировать их, а также обрабатывать и корректировать данные. Учтены как общее управление ориентацией кисти, так и определенное количество движений кисти. Каждая фаланга пальцев представлена сервоприводом, энкодером и закрепленным датчиком силы. Таким образом, возможно максимально точно идентифицировать параметры руки и апробировать сложные регуляторы с целью повышения точности отработки управления.

Заключение. В работе предложена модель активного протеза руки, в которой учитываются и компенсируются погрешности положения исполнительного устройства. Также модель обеспечивает возможность гибкого управления кистью за счет управления посредством сигналов электроэнцефалографа.

Разработана схема построения устройств с человеко-машинным интерфейсом для системы управления протезом руки с использованием потенциалов на поверхности кожи головы человека. Такой подход позволяет использовать систему в условиях, приближенных к режиму реального времени, и получать точность классификации данных более 94 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобцов А. А., Боргуль А. С., Зименко К. А., Маргун А. А., Кремлев А. С. Заявка № 2012132879 от 10.07.2012 на получение патента РФ на полезную модель „Многофункциональный активный протез руки“.
2. Буров Г. Н., Ясин Я. Х. Патент РФ на изобретение RU 2427349 C1 от 16.02.2010, заявка № 2010105615/14 от 16.02.2010.
3. Borgul A. S., Zimenko K. A., Margun A. A., Kremlev A. S., Krasnov A. Y. Intuitive Control for Robotic Rehabilitation Devices by Human-Machine Interface with EMG and EEG Signals // MMAR 2012. 17th Intern. Conf. on Methods and Models in Automation and Robotics. 2012. P. 308—311.
4. Бернштейн Н. А. Физиология движений и активность. М.: Наука, 1990. 689 с.
5. Боргуль А. С., Зименко К. А., Маргун А. А. Биоинформационные технологии в управлении техническими системами // XIX Всерос. науч.-метод. конф. „Телематика'2012“. СПб, 2012.

6. Боргуль А. С., Зименко К. А., Маргун А. А. Биотехническая система управления устройством реабилитации // I Всеросс. конгресс молодых ученых, III сессия „Интеллектуальные системы управления и обработки информации“. СПб, 2012.

7. Ohnishi K., Weir R. F., Kuiken T. A. Neural machine interfaces for controlling multifunctional powered upper-limb prostheses // Expert Rev. Med. Devices. 2007. Vol. 4. P. 43—53.

Сведения об авторах

- Александр Сергеевич Боргуль** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: borgulalexandr@gmail.com
- Константин Александрович Зименко** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: kostyazimenko@gmail.com
- Алексей Анатольевич Маргун** — студент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: alexeimargun@gmail.com
- Артем Сергеевич Кремлев** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; доцент; E-mail: kremlev_artem@mail.ru

Рекомендована кафедрой систем управления и информатики

Поступила в редакцию 13.12.12 г.

УДК 681.5.08

А. А. Блинников, В. И. Бойков, В. В. Булатов,
А. А. Кульчицкий, А. В. Спорягин

КОРРЕКЦИЯ ИСКАЖЕНИЯ ПЕРСПЕКТИВОЙ В СИСТЕМЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ*

Предложен алгоритм устранения искажения в изображении, получаемом посредством системы технического зрения мобильного робота. Рассматриваемое искажение является результатом перспективной проекции пространства предметов на плоскость фотоприемной матрицы.

Ключевые слова: перспективная проекция, техническое зрение, коррекция искажений.

Введение. Системы технического зрения на базе видеокамер широко используются при управлении движением мобильных роботов. С их помощью решаются задачи локальной ориентации робота в ограниченном пространстве, обнаружения препятствий, определения расстояния до препятствия, формы препятствия и т.п. Видеокамера располагается так, что ее оптическая ось направлена не горизонтально, а под некоторым углом к горизонту. Такая ориентация видеокамеры позволяет использовать триангуляционный метод обработки изображения для анализа ближней и дальней зон прилегающего к роботу пространства [1].

* Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009—2013 гг. (соглашение № 14.В37.21.0659).

Видеокамера дает изображение в перспективной проекции, т.е. проекции трехмерного пространства предметов на плоскость изображения. Как известно, при такой проекции преобразованное пространство не является евклидовым, так как ортогональность осей пространства предметов не сохраняется. Это приводит к искажению форм и соотношений размеров изображения элементов сцены, усложняет вычисление численных расстояний и формы препятствий [2]. В результате решение задачи локальной ориентации робота в реальном пространстве существенно усложняется, требуется разрабатывать специальные технические приемы и методы, позволяющие восстановить взаимное расположение и форму предметов по их плоскому изображению. Наиболее известный технический прием — использование структурированной подсветки пространства предметов [1].

В настоящей работе для решения подобных задач предлагается использовать алгоритм нелинейного преобразования исходного изображения, устраняющий искажения перспективной проекции. При выводе алгоритма предполагается, что робот движется по горизонтальной плоскости, а параметры оптики видеокамеры, высота ее установки и угол наклона к горизонту известны.

Постановка задачи. Рассмотрим процесс формирования изображения двумерных предметов, расположенных в горизонтальной плоскости XOZ пространства предметов, посредством видеокамеры, установленной на высоте h над ней. Оптическая ось объектива видеокамеры направлена под углом α к вертикали и ортогонально плоскости фотоприемной матрицы (рис. 1). Длина отрезка в пространстве предметов, параллельного оси X и расположенного в плоскости XOZ ближе к началу координат на изображении, оказывается больше, чем длина такого же отрезка, но расположенного дальше от начала координат. Два отрезка в плоскости XOZ , параллельные оси Z , т.е. „уходящие в перспективу“, на изображении получают расположенными под углом к друг другу. Другими словами, на изображении форма фигуры на плоскости XOZ претерпевает „искажение перспективой“ — геометрические размеры ее элементов зависят от координаты z расположения элементов.

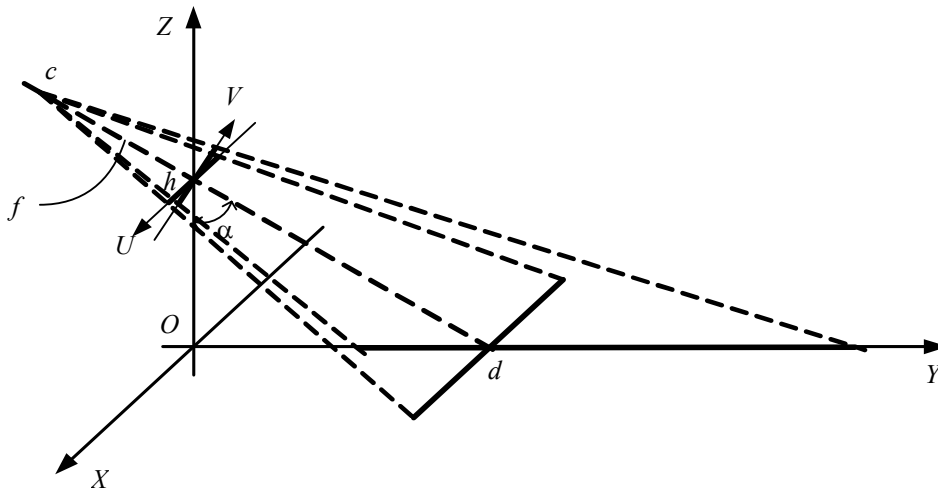


Рис. 1

Алгоритм компенсации искажений. Абстрагируясь от конкретной оптической схемы объектива, представим сформированное видеокамерой изображение как центральную проекцию пространства предметов на плоскость фотоприемной матрицы. При расположении оптической оси ортогонально плоскости фотоприемной матрицы направим ось U изображения параллельно оси X , а ось V изображения — ортогонально оси U (см. рис. 1).

Координаты точек изображения получим с помощью методов компьютерной графики [2]. Координаты точки m , расположенной в пространстве предметов на плоскости XOZ ($y=0$), задаются вектором в однородных координатах $m = [x \ 0 \ z \ 1]$.

Этой точке на плоскости изображений соответствует точка μ с однородными координатами $\mu = [u \ v \ \lambda]$, при этом связь между координатами задается матричным уравнением

$$\mu = mS(-d)R\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)S(d)P(r)C, \quad (1)$$

где $S(\pm d) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm d & 1 \end{bmatrix}$ — матрица смещения координат вдоль оси Z на величину d ;

$R\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — матрица разворота системы координат вокруг оси X на

угол $\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$; $P(r) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — матрица центральной проекции с параметром (кон-

стантой) $r = \frac{f}{d} \sin \alpha$, f — расстояние от плоскости изображения до точки s схода лучей

вдоль оптической оси системы; $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ — координатная матрица.

Сворачивание выражения (1) и раздельное вычисление координат точки изображения μ дает:

$$u = \frac{x}{(z-d)r \sin \alpha + rd + 1}, \quad v = \frac{(z-d) \cos \alpha}{(z-d)r \sin \alpha + rd + 1}. \quad (2)$$

Полученные выражения (2) задают нелинейные зависимости координат u и v точки на изображении от координат x и z точки в пространстве предметов. Зависимости можно линеаризовать, если в (2) положить $\alpha=\pi/2$:

$$u_1 = \frac{x}{rd + 1}, \quad v_1 = \frac{(z-d)}{rd + 1}. \quad (3)$$

Реализовать условие $\alpha=\pi/2$ можно, либо направив видеокамеру вертикально вниз, разместив ее над точкой $z = d$ ($x=0, y=0$), либо пересчитав координаты u, v точек исходного изображения в координаты u_1, v_1 точек исправленного изображения. Так как реализация первого способа часто связана с техническими трудностями, то рассмотрим возможности второго способа.

Непосредственно из (2) и (3), исключив промежуточные переменные, нетрудно получить связь координат точек исходного и исправленного изображений:

$$u = \frac{u_1}{v_1 r \sin \alpha + 1}, \quad v = \frac{v_1 \cos \alpha}{v_1 r \sin \alpha + 1}. \quad (4)$$

На основании (4), учитывая, что α и r — константы, получим достаточно простой алгоритм формирования исправленного изображения:

— путем последовательного перебора по строкам пикселей исправленного изображения вычисляются координаты u_1, v_1 для каждого пикселя;

— по равенствам (4) для каждой пары u_1, v_1 вычисляются соответствующие координаты u, v пикселя исходного изображения;

— если вычисленным координатам u, v соответствует реально существующий пиксел, то значение его сигнала приписывается пикселу с координатами u_1, v_1 исправленного изображения, в противном случае пикселу исправленного изображения приписывается сигнал уровня черного.

На рис. 2 представлен результат применения алгоритма исправления изображения тестового „шахматного поля“. Исходное изображение получено при размещении видеокамеры под углом $\alpha=40^\circ$ к вертикали и при $d=1600$ мм (рис. 2, а). На этом изображении изначально одинаковые по размеру квадраты поля принимают различные размеры в зависимости от удаленности квадрата от видеокамеры. Применение алгоритма позволяет полностью исправить искажение перспективой и получить изображение (рис. 2, б), аналогичное наблюдаемому сверху. Особенно следует обратить внимание на сохранение резкости границ раздела „шахматных клеток“ на исправленном изображении.

а)



б)



Рис. 2

Свойства исправленного изображения определяются параметрами используемой видеокамеры и места ее установки, однако можно выделить и общие свойства.

Свойство 1. Сохранение центра изображения. Действительно, как следует из (4), точке $u_1=0, v_1=0$ исправленного изображения соответствует единственная точка $u=0, v=0$ исходного изображения.

Свойство 2. Горизонтальные прямые $v=\text{const}$ исходного изображения преобразуются в горизонтальные прямые $v_1=\text{const}$ исправленного изображения.

Свойство 3. Вертикальные прямые $u=\text{const}$ исходного изображения преобразуются в наклонные $v_1 = a(u)u_1 + b(u)$. В результате вертикальные границы исходного изображения отображаются наклонными линиями на исправленном изображении.

Свойство 4. Приращение дистанции в пространстве предметов, приходящееся на один пиксел изображения, на исправленном изображении постоянно. Данное свойство вытекает непосредственно из (3) при постоянных значениях параметров преобразования r и d .

Напомним, что выражения (4) и приведенные свойства справедливы для плоских предметов, расположенных на плоскости $Y=0$. Чтобы решить задачу для более общего случая, когда наблюдаемая плоскость неколлинеарна ни одной из координатных осей плоскости изображения, необходимо просто произвести аффинное преобразование поворота координат вокруг оси Z на угол, обеспечивающий соответствующую коллинеарность [2].

Для нахождения значения r необходимо воспользоваться калибровочной плоскостью с нанесенным на ней калибровочным рисунком (например, квадратами известного размера), расположенной ортогонально главной оптической оси.

Заключение. Из рис. 2 видно, что применение алгоритма коррекции изображения позволяет устранить искажения форм и соотношений размеров предметов, снимаемых видеокамерой системы технического зрения. После устранения искажений перспективной проекцией возможно наложение на изображение обычной евклидовой метрики с целью быстрого вычисления реальных размеров и дистанций в пространстве предметов. При использовании исправленного изображения решение задач локальной ориентации робота существенно упрощается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Визильтер Ю. В., Желтов С. Ю. и др. Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения. М.: Физматкнига, 2010. 670 с.
2. Порев В. Н. Компьютерная графика. СПб: БХВ-Петербург, 2004. 432 с.

Сведения об авторах

Андрей Алексеевич Блинников

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: goofinator@mail.ru

Владимир Иванович Бойков

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: viboikov@mail.ru

Виталий Владимирович Булатов

— Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“, кафедра автоматизации технологических процессов и производств, Санкт-Петербург; старший преподаватель; E-mail: bulatov-vitaly@rambler.ru

Александр Александрович Кульчицкий

— канд. техн. наук, доцент; Национальный минерально-сырьевой университет „Горный“, кафедра автоматизации технологических процессов и производств, Санкт-Петербург; E-mail: doz-ku@rambler.ru

Анатолий Владимирович Спорягин

— аспирант; Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: avsporyagin@yandex.ru

Рекомендована кафедрой
систем управления и информатики

Поступила в редакцию
13.12.12 г.

SUMMARY

P. 7—10.

HYBRID ALGORITHM OF OUTPUT CONTROL WITH COMPENSATION FOR UNKNOWN MULTI-SINUSOIDAL PERTURBATION

The problem of output control over linear parametrically indeterminate object with inaccurately defined relative degree under the action of unknown external multi-sinusoidal perturbation is considered. A solution to the problem is found in the class of hybrid adaptation algorithms including channels of stabilization and identification of perturbation action parameters.

Keywords: hybrid control, control under uncertainty conditions, compensation for perturbation.

Data on authors

- Alexey A. Bobtsov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Head of the Department, Dean of the Faculty of Computer Technologies and Controlling Systems; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru
- Alexey A. Vedyakov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
- Sergey A. Kolyubin* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Research Engineer
- Anton A. Pyrkin* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

P. 11—15.

GENERALIZED MODAL CONTROL IN THE PROBLEM OF PARAMETRICALLY INVARIANT DISCRETE SYSTEM SYNTHESIS

Control over discrete object with uncertainty in the state matrix is considered. The problem of invariance assurance is solved with the use of properties of eigenvectors and eigenvalues spectrum of a matrix function on the state matrix and application of generalized modal control capabilities. An example is presented.

Keywords: discrete object, uncertainty in state matrix, eigenvectors, generalized modal control.

Data on authors

- Olga V. Slita* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: o-slita@yandex.ru
- Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

P. 15—20.

STUDY OF POSITIVE SYSTEMS PROCESSES ON THE BASE OF QUALITATIVE EXPONENTIAL STABILITY

A concept of qualitative exponential stability is introduced for a class of dynamic positive discrete systems. The concept provides a base for presented analysis of quality of convergent and non-convergent processes.

Keywords: dynamic systems, stability, quality estimation, Lyapunov, modular functions, positive systems.

Data on authors

- Valery V. Grigoriev** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Vladimir I. Boykov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: viboikov@mail.ru
- Sergey V. Bystrov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Alexander I. Ryabov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ryabov.alex.ig@gmail.com
- Olga K. Mansurova** — Cand. Techn. Sci.; National Mineral Resources University, St. Petersburg; E-mail: erke7@mail.ru

P. 20—26.

EXPONENTIAL STABILITY OF LINEAR SYSTEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

Frequency methods of analysis of linear system with distributed parameters are used to formulate a modified Nyquist criterion of exponential stability for such systems.

Keywords: exponential stability, distributed parameters, frequency methods.

Data on authors

- Valery V Grigoriev** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Sergey V. Bystrov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Ivan M. Pershin** — Dr. Techn. Sci., Professor; North Caucasus Federal University, Pyatigorsk Institute; Department of Control in Technical and Biomedical Systems; Head of the Department; E-mail: ivmp@yandex.ru
- Alla K. Naumova** — St Petersburg State National Research Polytechnic University, Education Department; Head of Training Sector; E-mail: alya_naumova@mail.ru
- Alena N. Guryanova** — Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: lilyliya@mail.ru

P. 27—33.

HEREDITARY MODEL OF INERTIAL TIME DELAY IN OPTIMAL CONTROL PROBLEMS

Organization of time delay in channel of dynamic object control is considered with the use of the Volterra equation with variable limits of integration (integrated hereditary procedure of delay). An integral formula is obtained which allows for setting a control law depending on the time delay value. The formula is derived by an iterative approximation procedure in the scheme of the Volterra integral equation of the second kind.

Keywords: hereditarily, time delay in control, Volterra equation, iterative approximation, integral transformation.

Data on authors

- Dmitry A. Muzyka** — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: 146038@niuitmo.ru
- Ruslan O. Peshcherov** — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: rpeshcherov@mail.ru
- Vladimir Yu. Tertychny-Dauri** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics; Department of Higher Mathematics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: tertychny-dauri@mail.ru

P. 34—37.

CONTROL OVER DYNAMIC OBJECTS AND SYSTEMS DEGENERATION: GRAMIAN APPROACH

The problem of control over degeneration of dynamic objects and systems is considered. A gramian-based approach is used based on calculation of singular values of the controllability gramian for input-output relations and subsequent application of the degenerative functional apparatus.

Keywords: dynamic system, degenerative functional, criteria matrix, controllability gramian.

Data on authors

- Dmitry S. Biryukov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: quaint03@mail.ru
- Natalia A. Dudarenko** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: dudarenko@yandex.ru
- Anatoly V. Ushakov** — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ushakov-avg@yandex.ru

P. 38—41.

CONTROL SYNTHESIS IN TWO-DIMENSIONAL SYSTEM WITH SMOOTH NONLINEARITIES

The control object — nonlinear compensational homeostasis — is considered as a mathematical model of conflict situation between the two channels. To synthesize a control resolving the conflict, potential functions of canonical catastrophes are applied.

Keywords: canonical catastrophe, hyperbolic umbilic, compensational homeostasis.

Data on authors

- Alexander B. Bushuev** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Olga K. Mansurova** — Cand. Techn. Sci.; National Mineral Resources University, St. Petersburg; E-mail: erke7@mail.ru

P. 42—46.

SYNTHESIS OF INTERVAL OBSERVER FOR LINEAR SYSTEM WITH VARIABLE PARAMETERS

The conditions which allows for construction of an interval observer are analyzed. The observer is supposed to be able to estimate the range of system variable values which certainly includes the actual value of the state at a given time.

Keywords: interval observer, Metzler matrix, parametric uncertainty.

Data on authors

Stanislav G. Chebotarev — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: freest5@gmail.com

Artem S. Kremlev — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: kremlev_artem@mail.ru

P. 47—51.

SYNTHESIS OF CONTROL SYSTEM FOR A QUADROPTER WITH THE USE OF A SIMPLIFIED MATHEMATICAL MODEL

An algorithm for synthesis of a control system for a quadrocopter is presented. The algorithm is based on a simplified mathematical model and is easy to realize in contrast to the known algorithms.

Keywords: quadrocopter, simplified model, multi-rotor aircraft.

Data on authors

Anton A. Pyrkin — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: a.pyrkin@gmail.com

Tatiana A. Maltseva — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;

Dmitriy V. Labadin — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;

Maxim O. Surov — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;

Alexey A. Bobtsov — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Head of the Department, Dean of the Faculty of Computer Technologies and Controlling Systems; E-mail: bobtsov@mail.ifmo.ru

P. 52—56.**MODELING AND IDENTIFICATION OF DYNAMICS OF A HYDRAULIC ACTUATOR WITH A SPOOL VALVE. PART I. MODELING**

Approaches to the problem of modeling of hydraulic actuator are considered. A model for the spool dynamics consisting of a linear block and two static nonlinear subsystems is presented.

Keywords: electrohydraulic actuator, spool valve dynamics, modeling, parameter identification.

Data on authors

- Stanislav V. Aranovsky* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Senior Scientist; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Leonid B. Freidovich* — Cand. Phys.-Math. Sci.; Umea University, Department of Applied Physics and Electronics, Sweden; E-mail: leonid.freidovich@umu.se
- Liliya V. Nikiforova* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: liliya.nikiforova@gmail.com
- Andrey A. Losenkov* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Laboratory Assistant; E-mail: alosenkov@yandex.ru

P. 57—60.**MODELING AND IDENTIFICATION OF DYNAMICS OF A HYDRAULIC ACTUATOR WITH A SPOOL VALVE. PART II: IDENTIFICATION**

A method for identification of dynamic model parameters is suggested for the case when only pressures in the hydraulic cylinders but not the valve displacements are measured. The approach is verified by presented results of experiments.

Keywords: valve, hydraulic system, mathematical model, identification.

Data on authors

- Stanislav V. Aranovsky* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Senior Scientist; E-mail: s.aranovskiy@gmail.com
- Leonid B. Freidovich* — Cand. Phys.-Math. Sci.; Umea University, Department of Applied Physics and Electronics, Sweden; E-mail: leonid.freidovich@umu.se
- Liliya V. Nikiforova* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: liliya.nikiforova@gmail.com
- Andrey A. Losenkov* — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Laboratory Assistant; E-mail: alosenkov@yandex.ru

P. 61—65.**AUTONOMOUS MULTI-AGENT “ROBOT-GUIDE” SYSTEM TO SOLVE AREA MONITORING PROBLEMS**

The problem of control over a group of robots at the “leader-follower” operation mode retaining positional relationship in unknown environment is considered. To smooth the “follower” robot motion path, an algorithm based on the gradient descent method is applied.

Keywords: robot, group of robots, multi-agent system, smoothing the path, gradient descent.

Data on authors

- Artem S. Kremlev** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: kremlev_artem@mail.ru
- Sergey A. Kolyubin** — St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Research Engineer
- Sergey A. Vrazhevsky** — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 65—70.**TASK OF CONTROL FOR MULTICHANNEL DYNAMIC SYSTEM OVER PIECEWISE SMOOTH TRAJECTORY**

The problem of control over multichannel object motion along a piecewise smooth trajectory is solved. The control synthesis is based on a differential-geometric approach. Main results are presented as a task-oriented model of motion and a suitable nonlinear control algorithm.

Keywords: trajectory motion of multichannel objects, coordinate transformation method, synthesis of control.

Data on authors

- Yury A. Kapitanyuk** — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: yura.kapitanyuk@gmail.com
- Sergey A. Chepinsky** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Senior Scientist; E-mail: Chepinsky_S@hotmail.com

P. 71—75.**ALGORITHM OF CONTROL OVER WHEELED MOBILE ROBOT MOVEMENT IN THE PROBLEM OF EXTERNAL SYSTEM MONITORING**

The problem of control over autonomous wheeled mobile robot moving in a complex dynamic environment is considered. A mathematical model of wheeled mobile robot is developed and analyzed. An control algorithm for robot movement along a circle in a medium with mobile external systems is created, the algorithm effectiveness is illustrated by results of mathematical modeling.

Keywords: wheeled mobile robot, external system monitoring, system parameters estimation.

Data on authors

- Gennady I. Boltunov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Senior Scientist
- Andrey V. Lyamin** — Cand. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Educational Technologies
- Alexandra I. Petrik** — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 75—80.

ANALYSIS OF THE EFFECT OF WIND DISTURBANCES ON AIRCRAFT COURSE STABILIZATION SYSTEM

A numerical characteristic of operational effectiveness of aircraft stabilization system under the influence of random disturbances is proposed. The characteristic is noted to be convenient in practical applications.

Keywords: unmanned aerial vehicle, robot, stabilization system, random disturbances.

Data on authors

- Valery V. Grigoriev* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: grigvv@yandex.ru
- Alexander B. Bushuev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Anatoly N. Koroviakov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics
- Yury V. Litvinov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics

P. 81—85.

THE DYNAMICS OF THREE-STATE PWM-CONTROLLED PIEZOELECTRIC ACTUATOR

A dynamic model of linear piezoelectric actuator powered by three-state pulse-width modulator is developed. The main difference from the classical consideration of the modulator consists in the presence of a third state - state "disabled". The use of pulse-width modulation is shown to cause nonlinearity of static characteristics and parametric unsteadiness. The mathematical model makes it possible to account for the undesirable effects when applied to the problem of control system synthesis.

Keywords: piezoelectric actuator, mathematical model, pulse-width control.

Data on authors

- Vladimir I. Boykov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: viboikov@mail.ru
- Sergey V. Bystrov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: sbystrov@mail.ru
- Andrey Yu. Korolev* — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: korolev@yandex.ru

P. 86—89.

MULTIFUNCTIONAL ACTIVE ARTIFICIAL ARM

Principle of operation, construction, and control system of active hand prosthesis with 7 DOF are described. Requirements for these devices are always ambivalent. For example, number of control signals decreases with increasing of amputation's degree. But at the same time operator needs to increase number of active joints. An algorithm for control over the device based on application of EEG control signals, force sensitive sensors, and accelerometer is developed. The control system makes it possible to increase the number of active DOF, improve the system accuracy, and compensate external disturbances and reactive torque caused by the prosthesis movement.

Keywords: artificial limb, electroencephalography signal, disturbances compensation, human-machine interface.

Data on authors

- Alexander S. Borgul* — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: borgulalexandr@gmail.com
- Konstantin A. Zimenko* — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: kostyazimenko@gmail.com
- Alexey A. Margun* — Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: alexeimargun@gmail.com
- Artem S. Kremlev* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: kremlev_artem@mail.ru

P. 89—93.

CORRECTION OF PERSPECTIVE PROJECT DISTORTION IN A TECHNICAL VISION SYSTEM

Image distortion caused by perspective projection of object space onto photo detector matrix plane in mobile robot vision system is considered. An algorithm for elimination of the distortion is proposed.

Keywords: perspective projection, technical vision, correction of distortion.

Data on authors

- Andrey A. Blinnikov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: goofinator@mail.ru
- Vladimir I. Boykov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: viboikov@mail.ru
- Vitaly V. Bulatov* — National Mineral Resources University, Department of Automation of Technological Processes and Production, St. Petersburg; Senior Lecturer;
E-mail: bulatov-vitaly@rambler.ru
- Alexander A. Kulchitsky* — Cand. Techn. Sci.; National Mineral Resources University, Department of Automation of Technological Processes and Production, St. Petersburg;
E-mail: doz-ku@rambler.ru
- Anatoly V. Sporyagin* — Post-Graduate Student; St. Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics;
E-mail: avsporyagin@yandex.ru