

## СОДЕРЖАНИЕ

### ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ

- Пименов В. И. Алгоритмическое обеспечение инструментального комплекса для формирования знаний о технологических процессах ..... 3
- Добриков В. А., Авдеев В. А., Гаврилов Д. А. Определение траектории авиационного носителя радиолокатора с синтезированной апертурой ..... 10

### ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

- Кожевникова Л. В., Ушаков А. В. Исследование динамических систем с перемножением переменных на основе кронекеровских матричных структур ..... 15
- Мионовский Л. А., Шинтяков Д. В. Связь ганкелевых сингулярных чисел линейной системы с ее частотными характеристиками ..... 20

### ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- Ананьев М. Ю., Гортинская Л. В., Костин А. А., Молдовян Н. А. Реализация протокола коллективной подписи на основе стандартов ЭЦП ..... 26
- Бураков В. В. Формальный базис для оценки качества программных средств ..... 31

### ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ

- Белоусов А. А., Явленский А. К., Севастьянов А. А., Волков А. С. Тепловизионная и виброакустическая диагностика электромеханических устройств ..... 39

### ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Зиятдинов С. И. Интерполирование функции на основе дискретного преобразования Фурье ..... 43
- Басев А. П., Гончаренко М. Р., Исаков А. С. Силовой источник питания четырехквadrантного электропривода ..... 46
- Чулков В. А., Медведев А. В. Генератор импульсов с фазовым дрожанием ..... 50

### ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

- Сюй А. В., Рудой К. А., Строганов В. И., Криштоп В. В. Эволюция коноскопических картин при изменении положения оптической оси кристаллической пластинки ..... 55
- Гримм В. А. Определение параметров структурированных поверхностей ..... 57
- Новиков А. А., Храмцовский И. А., Иванов В. Ю., Федоров И. С., Туркбоев А. Эллипсометрия неоднородных поверхностных слоев анизотропных оптических элементов ..... 62
- Артюхина Н. К., Богатко А. В. Двухзеркальный объектив с четырьмя отражениями ..... 69

### ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

- Волков Д. П., Кулиева Л. А., Успенская М. В., Токарев А. В. Исследование теплопроводности полимерных композиционных материалов ..... 75
- Тымкул В. М., Шелковой Д. С. Методика расчета чувствительности пирометра при воздействии помех неоднородного фона ..... 78

- SUMMARY ..... 83

# CONTENTS

## INFORMATION TECHNOLOGIES AND SYSTEMS

- Pimenov V. I.** Tool Complex Algorithms for Knowledges Designing About Technological Processes..... 3
- Dobrikov V. A., Avdeev V. A., Gavrilov D. A.** Definition of Aviation Carrier Trajectory of Synthesized-Aperture Radar ..... 10

## DEVICES AND SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL

- Kozhevnikova L. V., Ushakov A. V.** Research of Dynamic Systems with Multiplication of Variables on the Basis of Kronecker Matrix Structures..... 15
- Mironovsky L. A., Shintyakov D. V.** Hankel Singular Values and Frequency Responses of Linear System ... 20

## COMPUTING TECHNIQUE

- Ananjev M. Yu., Gortinskaya L. V., Kostin A. A., Moldovjan N. A.** Realization of Collective Signature Protocol on the Basis of Standards for Digital Signature ..... 26
- Burakov V. V.** Formal Base for Software Quality Evaluation..... 31

## FINE MECHANICS DEVICES

- Belousov A. A., Yavlensky A. K., Sevastyanov A. A., Volkov A. S.** Thermovision and Vibroacoustics Diagnostics of Electromechanical Devices ..... 39

## ELECTRONIC AND ELECTROMAGNETIC DEVICES

- Ziatdinov S. I.** Interpolation of Function with Discrete Fourier Transform..... 43
- Baev A. P., Goncharenko M. R., Isakov A. S.** Power Supply of Four-Quadrant Electric Drive ..... 46
- Chulkov V. A., Medvedev A. V.** Pulse Generator with Jitter ..... 50

## OPTICAL AND OPTO-ELECTRONIC INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Syuy A. V., Rudoy K. A., Stroganov V. I., Krishtop V. V.** Evolution of Conoscopic Pictures at Change of Optical Axis Position of a Crystal Plate ..... 55
- Grimm V. A.** Definition of Structured Surfaces Parameters..... 57
- Novikov A. A., Khramtzovsky I. A., Ivanov V. Yu., Fedorov I. S., Turkboev A.** Ellipsometry of Inhomogeneous Surface Layers of Anisotropical Optical Elements..... 62
- Artyukhina N. K., Bogatko A. V.** Two-Mirror's Objective with Four Reflections..... 69

## HEAT REGIMES AND RELIABILITY OF INSTRUMENTS AND SYSTEMS

- Volkov D. P., Kulieva L. A., Uspenskaya M. V., Tokarev A. V.** Research of Heat Conductivity of Polymeric Composite Materials ..... 75
- Tymkul V. M., Shelkovoy D. S.** Design Procedure of Pyrometer Sensitivity at Influence of Handicaps of Non-Uniform Phon..... 78

- SUMMARY** ..... 83

*Editor-in-Chief E. B. Yakovlev*

В. И. ПИМЕНОВ

## АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОГО КОМПЛЕКСА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗНАНИЙ О ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

Рассматриваются особенности представления в компьютерных обучающих системах базы знаний, описывающей технологические процессы. Автоматизация проектирования динамической модели знаний интеллектуальных обучающих систем выполняется в рамках специального инструментального комплекса. Решающие правила, построенные в процессе обучения распознаванию образов, используются для представления динамических знаний.

*Ключевые слова:* технологический процесс, компьютерная обучающая система, распознавание образов, решающее правило, база знаний.

**Введение.** В специальной литературе технологический процесс (ТП) представляется как текстовое описание (вербальная модель), снабженное иллюстрациями, формулами, таблицами. Не исследованные до конца технологии и процессы, описывающие создание новых материалов, сопровождаются также наличием большого количества экспериментальных данных.

Этапность выполнения технологических операций, выделение классов готовой продукции, наличие диапазонов значений технологических параметров, обеспечивающих получение готового продукта требуемого качества, приводят к построению дискретных моделей знаний о технологических процессах. Многие исходные компоненты являются результатами выполнения других технологических процессов. Поэтому для описания понятий и их свойств вопросы формализации исходных компонентов и готового продукта должны решаться одинаково.

При реализации обучающей системы в гипермедиа-технологиях в основе ее логической схемы, в первую очередь, лежит модель предметной области, которая чаще всего строится в виде графа логических связей учебных элементов, представляющих подраздел дисциплины на минимальном уровне [1, 2]. Основная проблема при преобразовании первичного материала в систему гипермедиа-компонентов — выделение информационных блоков и установление логических связей-гиперссылок между сотнями, а иногда тысячами учебных элементов.

Модель знаний о ТП представляется как совокупность статической и динамической составляющих. Статическая модель отражает множество классов  $\Omega$ : возможные наименования продукции, сортность, уровни потребительских и эксплуатационных показателей качества. Описание технологического процесса массивом „объект — атрибуты — значения“ позволяет представить задачу проектирования динамической модели знаний как обучение распознаванию образов (ОРО) [3], когда из баз данных извлекается система решающих правил (РП), описывающих порядок изготовления продукции заданных классов. Система РП графически представляется моделью поля знаний, на котором распределяются информационные блоки и устанавливаются связи-гиперссылки. Значения образующих априорный словарь  $X_A$  свойств,

характеризующих сырье, материалы, детали, изделия, и достаточное число прецедентов позволяют выделить информативное подмножество признаков  $X_p$  для разделения ТП по выпуску продукции различных классов. Признаки-свойства, не вошедшие в рабочий словарь  $X_p$ , определяют в исходных текстах базовые понятия, общие места или дополнительную информацию.

**Состав инструментального комплекса.** Инструментальный комплекс для автоматизации проектирования динамической модели знаний интеллектуальных обучающих систем технологической направленности основан на различных методах и алгоритмах. Исходными данными для формирования РП являются описания  $X_A$  производимых объектов с указанием их принадлежности соответствующему классу. Список признаков, входящих в априорный словарь, специалист формирует исходя из заданного алфавита классов объектов, в частном случае — при составлении онтологии знаний об описываемых ТП.

Получение априорной информации для обучения реализуется одним из следующих способов:

- выборкой из базы данных результатов наблюдения за выпуском готовой продукции;
- заданием значений признаков (или диапазонов значений признаков) объектов обучающей выборки (ОВ);
- заданием функций принадлежности нечетких классов.

Если отношение размерности исходного пространства признаков ( $N_A$ ) к объему ( $n$ ) обучающей выборки невелико и априорный словарь является недостаточным для разделения объектов различных классов, то возникает необходимость применения последовательного критерия отношения вероятностей (ПКОВ), позволяющего накапливать информацию о значениях признаков объекта на этапе логического вывода. В режиме выделения класса с новыми потребительскими свойствами на основе базы знаний (БЗ) решается задача альтернативного распознавания объектов определенного класса, представляющего интерес, и остальных объектов, относящихся к фоновому классу [4].

При ограниченном обучающем материале основное внимание при создании комплекса уделяется алгоритмам ОРО, обеспечивающим высокую экстраполирующую силу найденных правил. Критерием выбора класса решающего правила, осуществляемого совместно с поиском рабочего словаря  $X_p$ , является гарантированная оценка риска [5]

$$P_{\text{ош}} = v_{\min}(K, X_p) + \varepsilon(n, \eta, M, h),$$

где  $v$  — эмпирический риск (частота ошибок распознавания на обучающей выборке);  $\varepsilon$  — гарантированное отклонение степени среднего риска от эмпирического; емкость  $h = h(K, X_p)$  является мерой разнообразия класса РП  $K$  для фиксированной размерности признакового пространства. Характер зависимости величины  $P_{\text{ош}}$  от объема выборки  $n$ , доверительной вероятности  $\eta$ , количества классов продукции  $M$  и емкости  $h$  позволяет при недостаточности ОВ осуществить выбор класса РП  $K^*$  и рабочего словаря  $X_p$ . Выбранный по критерию минимума  $P_{\text{ош}}$  класс  $K^*$  является предпочтительным с точки зрения обеспечения экстраполирующей силы системы РП.

Среди простейших классов, обладающих минимальной емкостью, рассматриваются логические, линейно-логические, линейные и кусочно-линейные РП. Решающие правила, образующие в пространстве признаков нелинейные разделяющие гиперповерхности, при оценке их емкости могут использовать кусочно-линейную аппроксимацию.

Нарушение гипотезы компактности, когда объекты различных классов „перемешаны“ в признаковом пространстве, приводит к тому, что дискриминантные правила не дают возможности выполнить распознавание или, в лучшем случае, выявляют только фрагменты логических закономерностей в данных [6]. Во избежание подобной ситуации следует перед обучением соответствующие „трудные“ классы разбить на подклассы, используя методы таксономического анализа.

Поиск рабочего словаря и интервальное кодирование признаков (для логических РП) осуществляются на основе вычисления критерия информативности, выбор которого зависит от класса используемых РП. Для логических РП и для РП, построенных в пространстве непрерывных признаков, применяются свои группы критериев [7].

В целях уменьшения избыточности кода и объема пространства признаков

$$V = \prod_{j=1}^{N_p} t_j, \quad j = \overline{1, N_p},$$

можно осуществить устранение „дублирующих“ порогов после дискретизации отдельных признаков на определенное число градаций  $t_j$ , что позволяет обеспечить более глубокий минимум  $P_{\text{ош}}$ .

Таким образом, при формировании алгоритмического обеспечения распознающей БЗ в случае ограниченности исходных данных прежде всего решается комбинаторная задача выбора класса РП и системы описания объектов, а затем с учетом типа входящих в описание признаков непосредственно выполняется построение решающего правила. Тем самым осуществляется разбиение единого процесса обучения и учитывается структура взаимосвязи его основных этапов.

Используемые в инструментальном комплексе программы кодирования признаков реализуют алгоритм позиционного порогового кодирования [8] и алгоритм минимального числа порогов МЧП [9].

Программы формирования рабочего словаря выбирают минимальное или квазимиимальное число признаков  $N_p$  из исходного априорного словаря  $X_A$  при информативности  $I_p$  не ниже исходной  $I_A$ . После МЧП-дискретизации задачу выбора рабочего словаря можно свести к схеме аддитивного алгоритма ветвей и границ [9]. Рабочий словарь, близкий к оптимальному, может быть найден, если параметр алгоритма  $0 < \varepsilon_1 < 1$ .

Алгоритмы обучения и распознавания используют, в частности, следующие методы.

*Метод ближайшего соседа* — кусочно-линейное РП формируется для небольшого числа классов ( $M \leq 10$ ).

*Метод дискретных линейных решающих функций (ЛРФ)* [8] — при обучении настраиваются коэффициенты дискретных функций и пороги позиционного кодирования признаков.

*Метод  $t$ -арного решающего дерева* — лучшим на данном уровне дерева признаком считается тот, который обеспечивает минимум суммы числа неразделимых этим признаком пар классов по всем подмножествам рассматриваемого уровня.

*Метод бинарной решающей матрицы (БРМ)* — реализует покрытие каждого класса объектов ОВ гиперпараллелепипедами с гранями, ортогональными координатным осям [10].

Параметрическая адаптация решающих правил заключается в настройке коэффициентов алгоритма распознавания на конкретную обучающую выборку: по окончании процесса обучения формируются массивы значений порогов для логических РП или коэффициенты линейных функций для линейных и кусочно-линейных РП.

Выбор алгоритма обучения для множества альтернативных РП в условиях недостаточной ОВ осуществляется на основе рассмотрения сформированных систем описания (рис. 1). Наилучшим является алгоритм, для которого объем  $V$  пространств признаков и соответственно значение  $P_{\text{ош}}$  минимальны при  $v_{\text{min}} \approx 0$  и  $\eta = \text{const}$ . Например, при распознавании 11 классов деталей сложной формы на основе 15 геометрических признаков с числом объектов ОВ в каждом классе, равном 10, вероятность ошибки распознавания по методу дискретных ЛРФ составила 5 %, по методу решающего дерева — 4 %, с помощью БРМ — 3,4 %.

С одной стороны, наибольшая надежность метода БРМ объясняется применением при обучении алгоритма ветвей и границ, позволившего выбрать оптимальную группу признаков, с другой стороны, преимущество методов БРМ и решающего дерева перед дискретными ЛРФ связано с более глубокими причинами — используемым способом кодирования признаков и видом их критерия информативности.

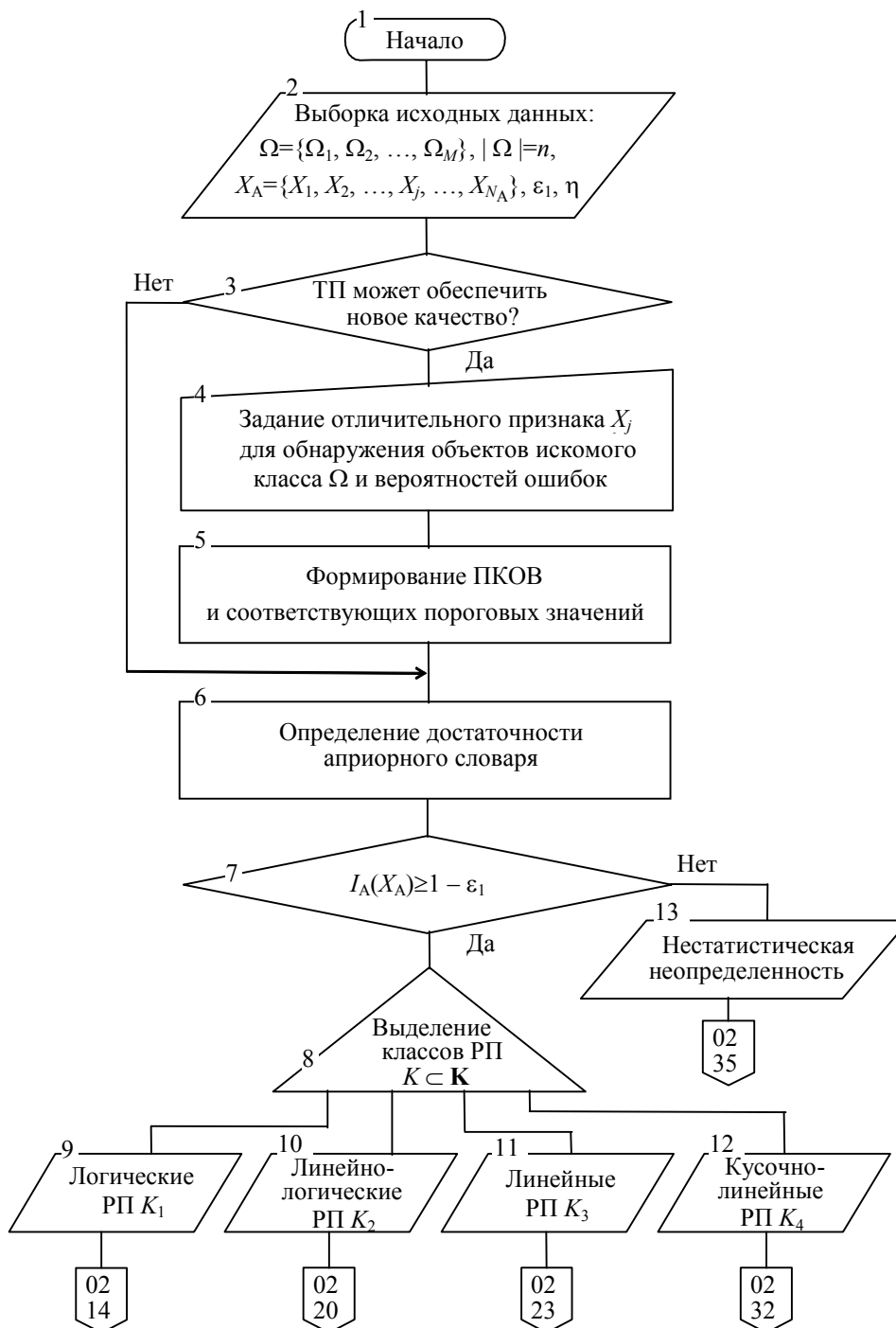


Рис. 1

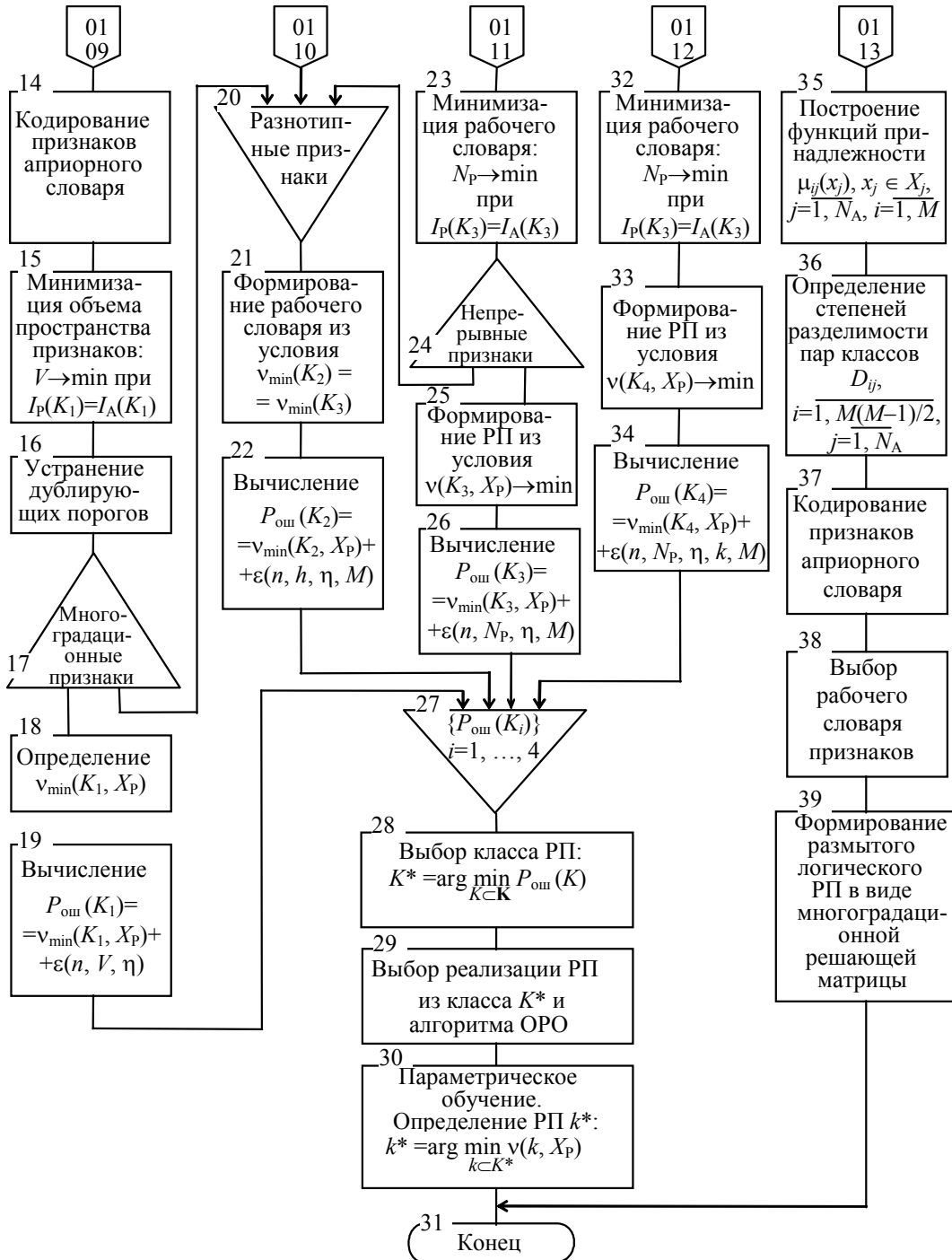


Рис. 1

При обучении по методу дискретных ЛРФ применялся способ позиционного порогового кодирования, а информативность группы признаков по критерию разделяющей силы определялась по матрице разделимости классов, что привело к избыточному описанию объектов (рис. 2, а). Для повышения экстраполирующей силы системы РП избыточные пороги целесообразно исключить (пороги  $d_{11}$ ,  $d_{41}$ ,  $d_{12}$ ) или заменить одним, установленным посередине (пороги  $d_{21}$ ,  $d_{31}$ ). Уменьшить избыточность кода позволяет способ кодирования методом минимального числа порогов (рис. 2, б), при этом РП формируется в виде БРМ.

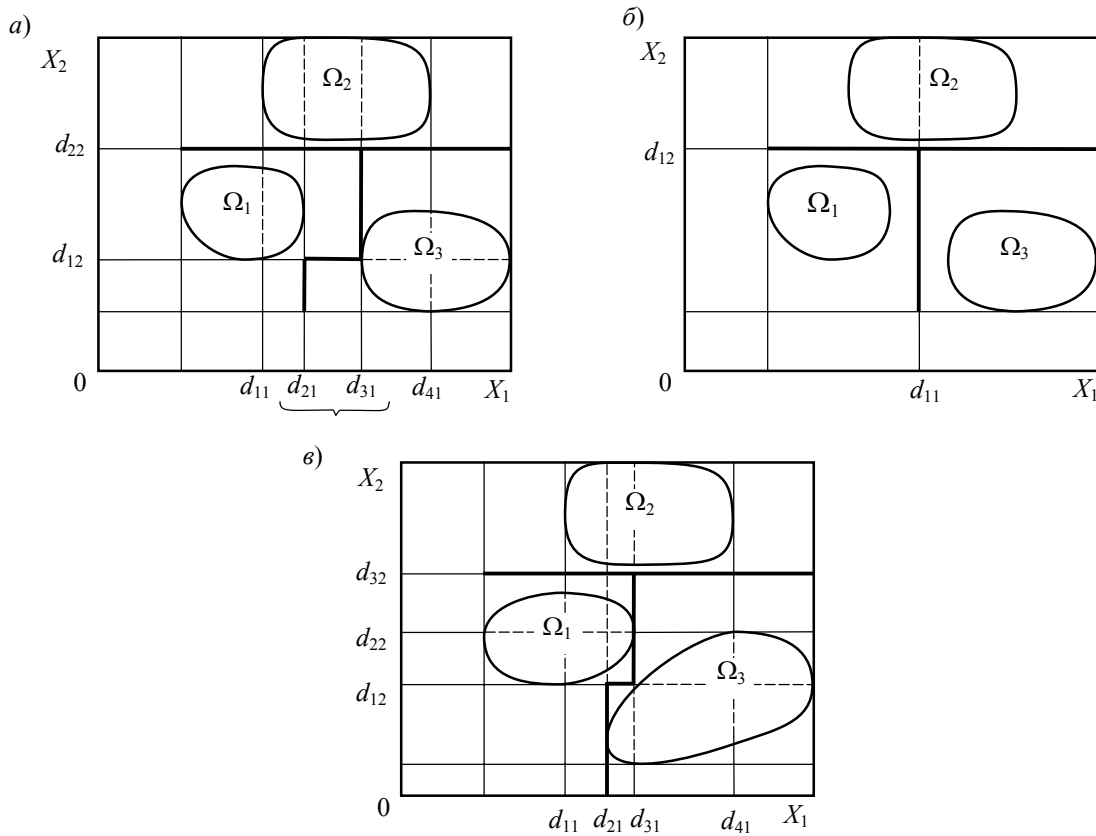


Рис. 2

Алгоритм позиционного порогового кодирования, применяемый при формировании дискретных ЛРФ, основан на использовании при обучении интервального критерия информативности, который для одиночного признака  $X_j$ ,  $j = \overline{1, N_A}$ , определяется выражением

$$I_{\text{инт } j} = t_j / \sum_{i=1}^{t_j} |v_{ji}|, \quad i = \overline{1, t_j},$$

где  $|v_{ji}|$  — мощность характеристического множества классов на  $i$ -м интервале квантования значений признака  $X_j$ .

Значение критерия информативности группы признаков  $\{X_1, X_2\}$ , определенное по их разделяющей силе (рис. 2, в), меньше единицы (априорный словарь недостаточен). Выберем интервальный критерий вида

$$I_{\text{инт}}(X_P) = V' / \sum_{l=1}^{V'} |v_l|, \quad l = \overline{1, V'},$$

где  $|v_l|$  — мощность характеристического множества классов объектов ОВ, для которых на данном  $l$ -м элементе (ячейке) пространства признаков  $X_P$  частота появления объектов ОВ не равна нулю;  $V'$  — число элементов объема пространства признаков, содержащих объекты ОВ.



Использование критерия  $I_{\text{инт}}$  позволяет сделать вывод о достаточности рабочего словаря  $\{X_1, X_2\}$  для разделения объектов ОВ на три класса. При этом построенное дискретное линейное РП обеспечивает нулевое значение степени эмпирического риска.

Таким образом, способ кодирования признаков должен соответствовать введенному критерию информативности, который, в свою очередь, должен быть согласован со сложностью РП: дискретные ЛРФ аппроксимируют линейные непрерывные решающие функции с малым шагом дискретизации и по своей сложности занимают промежуточное положение между известными логическими и линейно-логическими РП.

**Заключение.** Учет взаимосвязи основных этапов обучения на основе комплексного применения дискриминантных алгоритмов в условиях ограниченной априорной информации позволяет проектировать динамическую модель знаний с обеспечением высокой точности при принятии решения по новым данным.

Решающие правила, построенные как простой набор дискриминантных функций линейного и более сложного вида, даже в случае полного разделения классов не содержат знаний о диапазонах изменения значений параметров ТП и их взаимодействий для получения готового изделия заданного класса. Анализ РП позволяет указать лишь наиболее важные технологические параметры и их весовые коэффициенты для попарной различимости технологических процессов. Разработанные для инструментального комплекса логические правила в форме бинарной решающей матрицы и нечеткой решающей матрицы легко поддаются семантической интерпретации и соответствующей реализации в базе знаний [9].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловов А. В. Проектирование компьютерных систем учебного назначения: Учеб. пособие. Самара: СГАУ, 1995.
2. Тархова Л. М. Проектирование и компиляция электронных информационно-справочных материалов по инженерной графике // Информационные технологии моделирования и управления. 2005. № 7(25). С. 950—955.
3. Романов В. Е., Климов В. А., Саакян Р. Р. К развитию информационных технологий в области технологии химических волокон // Вестн. Санкт-Петербург. гос. ун-та технологии и дизайна. 2001. Вып. 5. С. 95—109.
4. Пименов В. И. Применение методов обучения распознаванию образов для проектирования динамической модели знаний о технологических процессах // Системы управления и информационные технологии. 2006. № 2 (24). С. 98—103.
5. Вапник В. Н., Червоненкис А. Я. Теория распознавания образов (статистические проблемы обучения). М.: Наука, 1974.
6. Дюк В. А. Осколки знаний // Экспресс-электроника. 2002. № 6. С. 60—65.
7. Мандель И. Д. О выборе информативных признаков при классификации объектов // Автоматика и телемеханика. 1986. № 2. С. 164—167.
8. Носов А. Л. Описание объектов распознавания в системах технического зрения роботов / Киров. политехн. ин-т. Киров, 1986. Деп. в ЦНИИТЭИприборостроения 01.04.86, № 3202—пр.
9. Пименов В. И. Разработка обучающих систем в области технологии и дизайна на основе методов интеллектуального анализа данных. СПб.: ИПЦ СПбГУТД, 2006.
10. Пименов В. И. Построение обучающей системы на базе модели онтологии // Качество. Инновации. Образование. 2006. № 4. С.42—48.

#### Сведения об авторе

**Виктор Игоревич Пименов**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна, кафедра прикладной информатики; профессор; E-mail: v\_pim@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
прикладной информатики

Поступила в редакцию  
29.06.07 г.

В. А. ДОБРИКОВ, В. А. АВДЕЕВ, Д. А. ГАВРИЛОВ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ АВИАЦИОННОГО НОСИТЕЛЯ РАДИОЛОКАТОРА С СИНТЕЗИРОВАННОЙ АПЕРТУРОЙ

Предлагается использование метода относительных измерений по сигналам спутниковых радионавигационных систем для высокоточного координатного обеспечения носителей радиолокаторов с синтезированной апертурой антенны, что позволит повысить качество синтезированного радиолокационного изображения и оперативно осуществить его привязку к местности.

**Ключевые слова:** спутниковая радионавигационная система, радиолокатор с синтезированной апертурой антенны, радиолокационное изображение, метод относительных измерений.

В настоящее время решение ряда важных военных и народно-хозяйственных задач зависит от наличия достоверной информации, получаемой в результате обзора земной поверхности с помощью различных технических средств, установленных на летательных аппаратах (ЛА). Особое место среди таких средств занимают радиолокационные станции (РЛС) обзора земной поверхности с синтезированной апертурой антенны.

Для получения качественного радиолокационного изображения и улучшения разрешающей способности радиолокатора с синтезированной апертурой (РСА) необходимо точно знать местоположение фазового центра антенны и скорость движения носителя РСА.

Влияние траекторных нестабильностей [1, 2] на характеристики РСА имеет различный характер. Степень влияния зависит от максимального приращения фазы на краях интервала синтезирования. Например, постоянная ошибка по радиальному ускорению, вызывающая квадратичное приращение фазы на интервале синтезирования, приводит к ухудшению разрешающей способности РСА и уменьшению динамического диапазона.

Ошибки измерения радиальной скорости и радиального ускорения, которые учитываются при построении опорной функции, обусловлены ошибками определения координат и скорости носителя [1, 2]. Обобщенно влияние ошибок определения местоположения ЛА на характеристики РСА представлено в таблице, где  $\Delta_1$  — ошибка определения координат объекта,  $\Delta_2$  — общий сдвиг изображения,  $\Delta_3$  — ухудшение разрешения вдоль линии пути,  $\Delta_4$  — ухудшение разрешения перпендикулярно линии пути,  $\Delta_5$  — смещение изображения по азимуту,  $\Delta_6$  — смещение изображения по дальности,  $\Delta_7$  — потеря яркости изображения,  $\Delta_8$  — увеличение боковых лепестков.

Ошибки определения местоположения ЛА		$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$	$\Delta_5$	$\Delta_6$	$\Delta_7$	$\Delta_8$
Вдоль линии пути	Координаты	+							
	Скорость			+				+	+
	Ускорение			+		+		+	+
По высоте	Координаты	+							
	Скорость		+						
	Ускорение			+	+		+	+	+
Перпендикулярно линии пути	Координаты	+							
	Скорость		+				+		
	Ускорение			+	+			+	+

Анализ требований к точности координатно-временного обеспечения современных РСА авиационного базирования показывает, что для получения высокой разрешающей способно-

сти допустимые погрешности измерения радиального ускорения составляют около  $10^{-2}$  м/с<sup>2</sup>, скорости — 0,03...0,3 м/с, наклонной дальности до цели — 0,01...0,1 м [2].

Штатный пилотажно-навигационный комплекс, построенный, как правило, на базе инерциальной навигационной системы, предназначен для определения местоположения летательного аппарата в географической (или ортодромической) системе координат (СК). Полоса пропускания этой системы выбирается гораздо более узкой, чем полоса траекторных неустойчивостей, что объясняется возможностью измерять лишь низкочастотные отклонения ЛА от заданной траектории полета и таким образом повысить точность навигации.

Для компенсации траекторных неустойчивостей необходимы устройства измерения, которые должны быть широкополосными и иметь малые ошибки на интервале синтеза. Штатный пилотажно-навигационный комплекс не удовлетворяет этим требованиям.

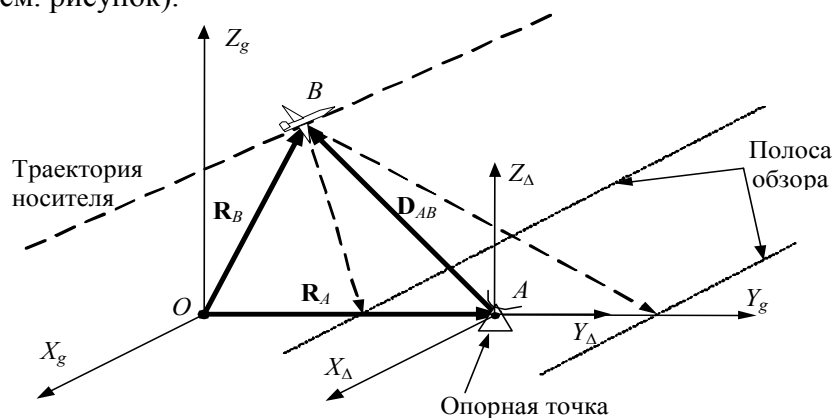
Анализ способов навигации, реализованных в спутниковых радионавигационных системах (СРНС), например относительного режима с использованием фазовых измерений и дифференциального режима, показывает возможность их применения для непосредственного определения координат и скорости носителя РСА [3].

Навигационно-временные определения (т.е. процесс получения проекции координат, проекции вектора скорости и текущего времени в аппаратуре потребителя), основанные на фазовых измерениях, характеризуются высокой точностью. Потенциальная точность оценки задержки по фазе несущей частоты составляет сотые доли периода несущей частоты радиосигнала, т.е. 3—5 мм [4]. Именно такой высокой точностью объясняется значительный интерес к фазовым методам измерения. В настоящее время наиболее активно эти методы используются для решения задач геодезии. Перспективным является их применение и для высокоточной навигации, например для определения пространственной ориентации и автоматизации управления объектами, в частности для автоматизации посадки и стыковки ЛА, а также для обеспечения группового полета кооперируемых ЛА [4].

Выбор метода получения навигационных определений и состава измеряемых навигационных параметров зависит от многих факторов, прежде всего, от требований к тактико-техническим характеристикам конкретных РСА.

В настоящей статье предлагается использование метода относительных фазовых измерений для определения координат и скорости носителя РСА относительно другого объекта с заранее известным местоположением, а также для дальнейшего определения абсолютных координат носителя РСА.

Для реализации предлагаемого способа необходимо наличие двух приемников, один из которых, используемый в качестве базовой станции, устанавливается на земле, другой — на носителе РСА (см. рисунок).



Принятые на базовой станции навигационные сигналы обрабатываются совместно с сигналами аппаратуры потребителя (АП), установленной на носителе РСА. В результате обработки вычисляются векторы относительного положения и скорости, а затем абсолютные

координаты носителя РСА. Определяемый вектор между двумя точками называют вектором базовой линии.

Рассмотрим решение задачи в абсолютной геоцентрической системе координат  $(X_g Y_g Z_g)$  (см. рисунок). Пусть  $A$  — опорная (известная) точка,  $B$  — неизвестная точка, а  $\mathbf{D}_{AB}$  — вектор базовой линии. Введем соответствующие геоцентрические векторы положения  $\mathbf{R}_B$ ,  $\mathbf{R}_A$  и представим вектор базовой линии как

$$\mathbf{D}_{AB} = \mathbf{R}_B - \mathbf{R}_A. \quad (1)$$

Компоненты вектора базовой линии определяются следующим образом:

$$\mathbf{D}_{AB} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix},$$

где  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  и  $X_B$ ,  $Y_B$ ,  $Z_B$  — геоцентрические координаты точек  $A$  и  $B$  соответственно.

Определение относительного местоположения объекта (далее — относительное позиционирование) может выполняться по кодовым или фазовым измерениям. Фазовые решения являются более точными. Относительное позиционирование требует одновременных наблюдений и на опорной, и на неизвестной точке.

Будем полагать, что имеются два носителя аппаратуры потребителя, причем один может быть неподвижным (установленным на земле — точка  $A$ ), а второй — подвижным (установленным на носителе РСА — точка  $B$ ). Оба комплекта АП выполняют навигационные измерения дальности по фазе несущей и измерения радиальной скорости по доплеровскому сдвигу частоты. Расстояние между подвижным и стационарным комплектами АП может достигать нескольких десятков километров.

Задача относительного позиционирования может быть решена путем апостериорной обработки измерений, при которой могут использоваться апостериорные уточненные эфемериды спутников СРНС, а в ряде случаев и известные с высокой точностью координаты стационарного объекта.

В соответствии с требованиями к точности решения задачи навигационного обеспечения носителя РСА использование относительного режима на основе кодовых измерений представляется неудовлетворительным, так как при этом погрешность определения местоположения РСА составляет единицы метров. Следовательно, для получения решения необходимо применять относительный режим на основе использования фазовых измерений на несущей частоте. Достигаемая при этом погрешность составляет не более метра, без разрешения фазовых неоднозначностей („плавающее“ решение), и единицы сантиметров, с разрешением фазовых неоднозначностей (фиксированное решение). Такая точность решения навигационной задачи является удовлетворительной для навигационного обеспечения носителя РСА.

Для решения задачи в относительном режиме введем прямоугольную систему координат  $(X_\Delta Y_\Delta Z_\Delta)$  (см. рисунок), связанную с неподвижным объектом, оси которой параллельны осям геоцентрической СК и имеют такое же направление, а центр находится в точке расположения стационарного объекта.

В состав вектора оцениваемых параметров при фильтрации измерений должны быть включены:

- координаты  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $Z_A$  стационарной АП;
- относительные координаты  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$  подвижного носителя в СК, связанной с опорной точкой  $A$ ;
- проекции вектора относительной скорости  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  подвижного носителя на оси системы координат, связанной с точкой  $A$ ;

— проекции вектора относительного ускорения  $\dot{V}_x, \dot{V}_y, \dot{V}_z$  подвижного носителя на оси системы координат, связанной с точкой  $A$ ;

— отклонения шкал времени и смещения частот генераторов стационарного и подвижного комплектов АП;

— сводные векторы полных циклов фазовых измерений по всем рабочим космическим аппаратам для стационарного и подвижного объектов.

Решающее значение для рассматриваемой задачи высокоточного позиционирования имеет применение методов относительной навигации и разностных измерений. Удовлетворительное решение, на уровне миллиметровой точности, в этом случае можно получить, только разрешив неоднозначности фазовых измерений.

Обработка данных выполняется в три этапа.

На первом этапе применяется стандартный метод наименьших квадратов либо фильтр Калмана. Их использование дает решение, оптимальное по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценивания, однако это решение не обеспечивает целого количества циклов для неопределенностей фазы несущей. Получаемые в составе вектора оцениваемых параметров действительно-значные оценки целого количества циклов для неопределенностей фазы несущей называют „плавающим“ решением.

На втором этапе выполняется разрешение неоднозначностей фазовых измерений с использованием метода наименьших квадратов. В ходе этого этапа получают целочисленные значения неоднозначностей.

На последнем, третьем, этапе решение находят с учетом целочисленных значений неоднозначностей. Здесь также используется метод наименьших квадратов либо фильтр Калмана. Окончательные координаты имеют миллиметровую точность.

Для проверки теоретических положений были проведены наземные эксперименты, в которых использовались два комплекта АП СРНС производства КБ „НАВИС“ (Санкт-Петербург). Один комплект был неподвижен, а второй установлен на автомобиле. Оба комплекта АП выполняли синхронные фазовые и кодовые измерения в режиме „stop and go“. При обработке измерений точность вычисления вектора базовой линии в движении для „плавающего“ решения составила 0,124 м, для фиксированного решения — 0,028 м. В дальнейшем планируется проведение подобного эксперимента на самолете.

Таким образом, использование метода относительных фазовых измерений в СРНС для навигационного обеспечения носителей РСА позволяет вычислять параметры траектории носителя радиолокатора с необходимой точностью. Применение рассмотренного метода не требует дополнения штатного пилотажно-навигационного комплекса специальными измерителями. Для реализации предложенного метода необходимо наличие двух комплектов аппаратуры потребителя СРНС, выполняющих фазовые измерения, причем один из комплектов может быть включен в штатный пилотажно-навигационный комплекс.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны / Под ред. В. Т. Горяинова. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.
2. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Г. С. Кондратенкова. М.: Радиотехника, 2005. 368 с.
3. Одуан К., Гино Б. Измерение времени. Основы GPS. М.: Техносфера, 2002. 400 с.
4. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. М.: Радиотехника, 2005. 688 с.

***Сведения об авторах***

- Владимир Анатольевич Добриков*** — канд. техн. наук, доцент; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра космической радиолокации и радионавигации, Санкт-Петербург; E-mail: dwa33@mail.ru
- Владимир Алексеевич Авдеев*** — адъюнкт; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра космической радиолокации и радионавигации, Санкт-Петербург; E-mail: apex7@rambler.ru
- Денис Александрович Гаврилов*** — адъюнкт; Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, кафедра космической радиолокации и радионавигации, Санкт-Петербург; E-mail: gdanas@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
космической радиолокации  
и радионавигации

Поступила в редакцию  
12.03.08 г.

---

---

# ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

---

---

УДК 62.50

Л. В. КОЖЕВНИКОВА, А. В. УШАКОВ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПЕРЕМНОЖЕНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ НА ОСНОВЕ КРОНЕКЕРОВСКИХ МАТРИЧНЫХ СТРУКТУР

Рассматривается задача исследования процессов в динамических системах с перемножением переменных. Для указанных целей используются возможности кронекеровских векторных и матричных структур. Задача решается применительно к системам с амплитудной модуляцией.

*Ключевые слова:* динамическая система, перемножение переменных, кронекеровские матричные структуры.

**Введение.** Постановка задачи исследования динамических систем с перемножением переменных, на первый взгляд, может показаться экзотической, однако класс таких систем достаточно широк. В первую очередь, это системы, работающие на переменном токе, или, иначе, системы с амплитудно-фазовой модуляцией [1—3].

Системы управления и следящие системы с модуляцией составляют заметную часть практики автоматического управления. Модуляторами в таких системах являются: сельсины, поворотные трансформаторы, индуктивные датчики, полудисковые модуляторы лучистой энергии и т.д. [1—3]. Однако теоретические исследования процессов в системах с модуляцией в последнее время заметно сократились, причем это произошло на фоне интенсификации внедрения в теорию и практику исследования динамических систем метода пространства состояния [4].

**Свойства векторных и матричных кронекеровских структур.** Для понимания сформулированной выше проблемы приведем определения векторных и матричных кронекеровских структур, а также описание тех их свойств, которые непосредственно связаны с построением векторно-матричных модельных представлений процессов с модуляцией.

**Определение 1.** Кронекеровским произведением векторов (КПВ)  $x$  и  $y$ ,  $x \in R^n$ ,  $y \in R^m$ , называется вектор  $x \otimes y$ , составленный из отдельных произведений  $\{x_i y_j; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}\}$  их элементов, так что становится справедливым представление

$$x \otimes y = \text{col}\{x_i y_j; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}\}, x \otimes y \in R^{nm},$$

при этом КПВ некоммутативны, и  $x \otimes y \neq y \otimes x$ .

**Определение 2.** Если размерности векторов  $x$  и  $y$  одинаковы, то на их кронекеровском произведении  $x \otimes y$  может быть построено согласованное сужение этого произведения  $(x \otimes y)_s$ , задаваемого представлением  $(x \otimes y)_s = \text{col}\{x_i y_i; i = \overline{1, n}\}$ .

Согласованное сужение кронекеровского векторного произведения  $x \otimes y$  может быть осуществлено с помощью оператора сужения с матрицей  $S$  вида

$$S = \text{diag}\{[0_{1 \times (i-1)} \quad 1 \quad 0_{1 \times (n-i)}]; i = \overline{1, n}\},$$

так что становится справедливой запись

$$(x \otimes y)_s = S(x \otimes y).$$

Рассмотрим свойства кронекеровского произведения векторов.

**Свойство 1.** Дифференцирование кронекеровской структуры в виде КПВ осуществляется по правилам дифференцирования сложной функции, представленной в мультипликативной форме:

$$\frac{d}{dt}(x(t) \otimes y(t)) \stackrel{\Delta}{=} \dot{x}(t) \otimes y(t) + x(t) \otimes \dot{y}(t).$$

**Определение 3.** Кронекеровским произведением матриц (КПМ)  $A \in R^{n \times m}$ ,  $B \in R^{p \times q}$  называется матрица  $A \otimes B$  размерности  $np \times mq$ , определяемая соотношением

$$A \otimes B = \text{col}\{\text{row}(A_{ij}; B; j = \overline{1, m}); i = \overline{1, n}\}.$$

Кронекеровское произведение произвольных прямоугольных матриц не обладает коммутативностью, так что  $A \otimes B \neq B \otimes A$ .

Задача конструирования матричной модели динамических процессов с модуляцией в своей основе использует квадратные матрицы, коими являются матрицы состояния системы, конечномерного источника внешнего воздействия и конечномерного источника модулирующего сигнала, поэтому далее рассматривается только класс квадратных матриц.

**Определение 4.** Кронекеровской суммой матриц (КСМ)  $A \in R^{n \times n}$  и  $B \in R^{m \times m}$  называется матрица  $A \oplus B$ , размерности  $nm \times nm$ , определяемая соотношением

$$A \oplus B = A \otimes I_B + I_A \otimes B,$$

где  $I_A, I_B$  — единичные матрицы, согласованные по размерности соответственно с матрицами  $A$  и  $B$ .

Для КСМ  $A$  и  $B$ , а в общем случае произвольного числа матриц, существует альтернативное название — преобразование Сильвестра  $\text{Si}(A, B)$ , что записывается в форме

$$A \oplus B \stackrel{\Delta}{=} A \otimes I_B + I_A \otimes B = \text{Si}\{A, B\}.$$

Для трех квадратных матриц  $A, B, D$  кронекеровская сумма или их преобразование Сильвестра определяется как

$$\text{Si}\{A, B, D\} = A \oplus B \oplus D = A \otimes I_B \otimes I_D + I_A \otimes B \otimes I_D + I_A \otimes I_B \otimes D.$$

Отметим, что, как и КПМ, кронекеровская сумма матриц некоммукативна.

Кронекеровские матричные структуры, введенные выше, обладают следующими свойствами.

**Свойство 2.** Алгебраические спектры собственных значений кронекеровского произведения  $A \otimes B$  квадратных матриц  $A \in R^{n \times n}$  и  $B \in R^{m \times m}$  и их кронекеровской суммы  $A \oplus B$  как матричных функций от матриц обладают следующим свойством: элементы первого алгебраического спектра образованы попарными произведениями собственных значений кронекеровски перемножаемых матриц:

$$\sigma\{A \otimes B\} = \{\mu_k : \det(\mu I - A \otimes B) = 0; \mu_k = \lambda_{A_i} \lambda_{B_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; k = \overline{1, mn}\}, \quad (1)$$

элементы второго алгебраического спектра образованы попарными суммами собственных значений кронекеровски суммируемых матриц:

$$\sigma\{A \oplus B\} = \{v_l : \det(v I - A \oplus B) = 0; v_l = \lambda_{A_i} + \lambda_{B_j}; i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; l = \overline{1, mn}\}. \quad (2)$$



В выражениях (1) и (2)  $\lambda_{A_i}$  и  $\lambda_{B_j}$  — собственные значения матриц  $A$  и  $B$  соответственно.

Следует заметить, что алгебраические спектры собственных значений кронекеровских произведений  $A \otimes B$  и  $B \otimes A$  в соответствии с выражением (1) совпадают, аналогичным свойством в силу соотношения (2) обладают и спектры кронекеровских сумм  $A \oplus B$  и  $B \oplus A$ .

**Свойство 3.** Определитель КПМ матриц  $A \in R^{n \times n}$  и  $B \in R^{m \times m}$  удовлетворяет соотношению

$$\det(A \otimes B) = (\det A)^m (\det B)^n.$$

**Свойство 4.** След КСМ матриц  $A \in R^{n \times n}$  и  $B \in R^{m \times m}$  удовлетворяет соотношению

$$\text{tr}(A \oplus B) = m \text{tr} A + n \text{tr} B.$$

**Свойство 5.** Ранг КПМ матриц  $A \in R^{n \times n}$  и  $B \in R^{m \times m}$  удовлетворяет условию

$$\text{rang}(A \otimes B) = \text{rang} A \text{ rang} B.$$

Для решения поставленной задачи полезно напомнить [5] основные свойства кронекеровских произведений произвольных матриц, что необходимо при преобразованиях матричных композиций, содержащих в своем составе эти произведения.

**Свойство 6.**

$$(P \otimes Q)(W \otimes V) = PW \otimes QV. \quad (3)$$

**Свойство 7.**

$$(P+Q) \otimes R = P \otimes R + Q \otimes R; \quad (4)$$

$$P \otimes (Q+R) = P \otimes Q + P \otimes R, \quad (5)$$

$$P \otimes (Q \otimes R) = (P \otimes Q) \otimes R. \quad (6)$$

В выражениях (3)—(6) матрицы  $P, Q, R, W, V$  имеют произвольные размерности, не противоречащие правилам перемножения и сложения матриц.

**Свойство 8.**

$$P \otimes Q = (P \otimes I_Q)(I_P \otimes Q); \quad (7)$$

$$(P_1 \otimes Q_1)(P_2 \otimes Q_2) \cdots (P_R \otimes Q_K) = (P_1 P_2 \cdots P_K) \otimes (Q_1 Q_2 \cdots Q_K); \quad (8)$$

$$(P \otimes Q)^{-1} = P^{-1} \otimes Q^{-1}, \quad (9)$$

$$I \otimes (P_1 P_2 \cdots P_K) = (I_{P_1} \otimes P_1)(I_{P_2} \otimes P_2) \cdots (I_{P_K} \otimes P_K). \quad (10)$$

В выражениях (7)—(10)  $I_{(*)}$  — единичная матрица, по размерности согласованная с матрицей (\*).

**Свойство 9.** Оператор сужения с матрицей  $S$  кронекеровского произведения векторов  $PX, QZ$  удовлетворяет соотношению

$$S(Px \otimes Qz) = S(P \otimes Q)(x \otimes z).$$

**Основной результат.** Воспользуемся приведенными свойствами векторных и матричных кронекеровских структур для построения динамической модели процессов в линейной многомерной непрерывной системе с амплитудной модуляцией. При построении модели процессов будем полагать, что источник внешнего воздействия (ИВВ) является конечномерным и может быть представлен автономной системой; будем полагать, что и модулирующий сигнал также является конечномерным, поэтому источник модулирующего сигнала (ИМС) тоже может быть представлен автономной системой. Таким образом, полное исходное описание задачи приобретает следующий вид:

$$\dot{x}(t) = Fx(t) + Gv(t); \quad x(0); \quad y(t) = Cx(t); \quad (11)$$

$$\dot{z}(t) = \Gamma z(t); \quad z(0); \quad g(t) = Hz(t); \quad (12)$$

$$\dot{z}_m(t) = \Gamma_m z_m(t); \quad z_m(0); \quad g_m(t) = H_m z_m(t). \quad (13)$$

В модели (11) многомерной непрерывной системы  $x$  — вектор состояния;  $v$  — вектор внешнего воздействия;  $y$  — вектор выхода;  $x \in R^n$ ;  $v, y \in R^m$ ;  $F, G, C$  — матрицы состояния, входа и выхода соответственно,  $F \in R^{n \times n}$ ;  $C^T, G \in R^{m \times m}$ .

В модели (12) источника внешнего воздействия  $z$  и  $g$  — векторы состояния и выхода ИВВ соответственно;  $z \in R^l$ ;  $g \in R^m$ ;  $\Gamma, H$  — матрицы состояния и выхода;  $\Gamma \in R^{l \times l}$ ;  $H \in R^{m \times l}$ .

В модели (13) источника модулирующего сигнала  $z_M$  и  $g_M$  — векторы состояния и выхода ИМС соответственно;  $z_M \in R^k$ ;  $g_M \in R^m$ ;  $\Gamma_M, H_M$  — матрицы состояния и выхода ИМС;  $\Gamma_M \in R^{k \times k}$ ;  $H_M \in R^{m \times k}$ .

Процесс формирования модулированного внешнего воздействия  $v(t)$  представим в виде

$$v(t) = \text{col}\{g_j(t)g_{Mj}(t); j = \overline{1, m}\}. \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что процесс модуляции внешнего воздействия в форме (14) допускает представление его в виде кронекеровского произведения векторов с последующим сужением, т.е.

$$v(t) = S(g(t) \otimes g_M(t)). \quad (15)$$

Учитывая правила формирования векторов  $g(t)$  и  $g_M(t)$  (см. формулы (12) и (13)), выражение (15) в силу свойств кронекеровских произведений матриц можно записать в виде

$$v(t) = S(g(t) \otimes g_M(t)) = S(Hz(t) \otimes H_M z_M(t)) = S(H \otimes H_M)(z(t) \otimes z_M(t)). \quad (16)$$

Выражение (16) представляет модулированный сигнал  $v(t)$  как функцию состояния системы с вектором состояния  $z(t) \otimes z_M(t)$ .

Сформируем систему, описывающую процесс по данному вектору состояния, опираясь на модели (12) и (13), а также на свойства матричных кронекеровских структур. В результате получим следующую цепочку равенств:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(z(t) \otimes z_M(t)) &= \dot{z}(t) \otimes z_M(t) + z(t) \otimes \dot{z}_M(t) = \\ &= \Gamma z(t) \otimes z_M(t) + z(t) \otimes \Gamma_M z_M(t) = (\Gamma \otimes I_{\Gamma_M} + I_{\Gamma} \otimes \Gamma_M)(z(t) \otimes z_M(t)) = \\ &= (\Gamma \oplus \Gamma_M)(z(t) \otimes z_M(t)), \quad z(0) \otimes z_M(0). \end{aligned} \quad (17)$$

Для дальнейших исследований продолжим процесс построения автономной модели динамических систем с модуляцией, для чего введем в рассмотрение составной вектор состояния

$$\tilde{x} = \text{col}\{x, z \otimes z_M\} \quad (18)$$

и сформулируем утверждение.

**Утверждение.** Процессы в непрерывной системе (11) с модулированным внешним воздействием (14), компоненты которого задаются с помощью моделей (12) и (13), могут быть представлены автономной системой:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{F}\tilde{x}(t); \quad \tilde{x}(0) = \text{col}\{x(0), z(0) \otimes z_M(0)\}; \quad (19)$$

$$x(t) = \tilde{C}_x \tilde{x}(t), \quad y(t) = \tilde{C}_y \tilde{x}(t), \quad (20)$$

где матричные компоненты (19), (20) вычисляются согласно соотношениям

$$\tilde{F} = \begin{bmatrix} F & \vdots & GS(P \otimes H_M) \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & \Gamma \oplus \Gamma_M \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\tilde{C}_x = [I_x \vdots 0]; \quad \tilde{C}_y = [C \vdots 0]. \quad (22)$$

**Доказательство.** Доказательство утверждения строится на покомпонентном формировании производной по времени от вектора (18) с использованием исходной модели (11) многомерной системы, представления (16) процесса формирования внешнего модулированного сигнала, а также соотношения (17). ■

Представление соотношений (19)—(21) позволяет для кронекеровской матричной модели динамических процессов с модуляцией записать решение в явном виде:

$$\tilde{x}(t) = \exp\{\tilde{F}t\} \tilde{x}(0), \quad x(t) = \tilde{C} \tilde{x}(t), \quad y(t) = C x(t).$$

**Заключение.** Очевидно, что модель вида (19)—(22) является универсальной, поскольку позволяет исследовать процессы как с модуляцией входного воздействия, так и без нее. В последнем случае в выражении (14) достаточно положить  $g_{mj}(t) \equiv 1, j = \overline{1, n}$ . Это означает, что источник модулирующего сигнала (12) вырождается в скалярный интегратор с единичным начальным состоянием, нулевой матрицей состояния  $\Gamma_m$  и единичной матрицей выхода  $H_m$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. СПб.: Профессия, 2003.
2. Куракин К. И., Куракин Л. К. Анализ систем автоматического регулирования на несущей переменного тока. М.: Машиностроение, 1978.
3. Сабинин Ю. А. Позиционные и следящие электромеханические системы: Учеб. пособие. СПб.: Энергоатомиздат, 2001.
4. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем: Пер. с англ. М.: Наука, 1970.
5. Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. М.: Наука, 1978.

#### *Сведения об авторах*

- Лариса Владиславовна Кожевникова** — Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; инженер-программист.
- Анатолий Владимирович Ушаков** — д-р. техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: ushakov-AVG@yandex.ru

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики

Поступила в редакцию  
04.10.07 г.

Л. А. МИРОНОВСКИЙ, Д. В. ШИНТЯКОВ

## СВЯЗЬ ГАНКЕЛЕВЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ЧИСЕЛ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ЕЕ ЧАСТОТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Рассматриваются линейные системы управления с ганкелевыми сингулярными числами высокой кратности. Для таких систем исследован вид частотных характеристик и показана возможность определения по ним значений сингулярных чисел без вычисления грамианов управляемости и наблюдаемости.

**Ключевые слова:** линейные системы, сингулярные числа ганкелева оператора, частотные характеристики.

**Введение.** Ганкелевы сингулярные числа сравнительно недавно привлекли внимание исследователей, но уже прочно вошли в арсенал методов теории управления. Они тесно связаны с современной методикой синтеза робастных регуляторов ( $\mu$ -синтез и  $H_\infty$ -теория) и применяются для построения редуцированных моделей динамических систем, для оценки наблюдаемости и управляемости систем управления, а также как информативные диагностические признаки [1]. Средства для вычисления сингулярных чисел имеются в ряде математических пакетов.

Наибольшее из ганкелевых сингулярных чисел равно ганкелевой норме системы. Для их определения обычно необходимо вычислять грамианы управляемости и наблюдаемости системы. Поэтому имеет практическое значение исследование взаимосвязи ганкелевых сингулярных чисел и частотных характеристик, которые поддаются непосредственному измерению.

В литературе в основном исследовались системы с различными ганкелевыми сингулярными числами, в то время как их связь с частотными характеристиками наиболее отчетливо проявляется в случае чисел высокой кратности. Именно этот случай исследуется в настоящей статье, причем основное внимание уделено ситуации, когда все сингулярные числа одинаковы либо образуют две группы одинаковых чисел. Такие системы названы моносингулярными и бисингулярными соответственно.

**Ганкелевы сингулярные числа линейных систем.** Аппарат сингулярных чисел широко применяется в теории матриц, линейной алгебре и теории линейных динамических систем. Он представляет собой эффективное средство для вычисления ранга операторов, получения SVD-разложения, решения задач идентификации и редукации.

Напомним, что сингулярными числами матрицы  $A$  называются положительные квадратные корни из собственных чисел матрицы  $A^T A$ .

В теории динамических систем получили распространение два вида сингулярных чисел. Первый из них — это сингулярные числа матричной передаточной функции  $Q(p)$ , определяемые формулой

$$s_i = \max_{\omega} \sqrt{\lambda_i [Q^T(j\omega)Q(j\omega)]},$$

где  $\lambda_i$  — собственные числа произведения матриц, указанных в скобках.

Количество сингулярных чисел определяется размерами матрицы  $Q(p)$ . У скалярных систем (так называемых SISO-систем) имеется единственное сингулярное число, которое совпадает с максимумом амплитудно-частотной характеристики (АЧХ).

В настоящей статье рассматривается второй тип сингулярных чисел динамических систем — это ганкелевы сингулярные числа, определяемые формулой

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(W_c W_o)},$$

где  $W_c$  и  $W_o$  — грамианы управляемости и наблюдаемости системы.

Эти грамианы представляют собой симметричные квадратные матрицы, которые могут быть найдены путем решения матричных уравнений Ляпунова

$$W_c A^T + A W_c = -B B^T, \quad W_o A + A W_o = -C^T C,$$

где  $A, B, C$  — матрицы описания системы в пространстве состояний.

Количество ганкелевых сингулярных чисел равно  $n$  (размеру матрицы  $A$ , т.е. порядку системы) и не зависит от числа входов и выходов.

В пакете MathLab для вычисления грамианов управляемости и наблюдаемости имеется команда **gram**, а ганкелевы сингулярные числа могут быть найдены с помощью команды **balreal**.

Далее будем рассматривать линейные стационарные динамические системы с одним входом  $u(t)$  и одним выходом  $y(t)$ , описываемые операторным уравнением  $y(p) = Q(p)u(p)$ , где  $Q(p)$  — дробно-рациональная передаточная функция:

$$Q(p) = \frac{b_{n-1}p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{B(p)}{A(p)}.$$

Ганкелевы сингулярные числа не зависят от выбора базиса в пространстве состояний и подобно коэффициентам передаточной функции представляют собой важные характеристики системы. Количество ганкелевых сингулярных чисел равно порядку характеристического полинома, однако среди них могут быть совпадающие (кратные). В общем случае линейная система порядка  $n$  имеет  $k$  различных сингулярных чисел  $\sigma_1, \dots, \sigma_k$  с кратностями  $r_1, \dots, r_k$ ,

где  $\sum_{i=1}^k r_i = n$ .

Рассмотрим подробнее два предельных случая максимальной кратности, когда  $k=1$  и  $k=2$ , уделяя внимание взаимосвязи между ганкелевыми сингулярными числами и частотными характеристиками системы, и покажем, что в этих случаях сингулярные числа могут быть определены непосредственно по частотным характеристикам, без вычисления грамианов.

#### Частотные характеристики моносингулярных систем.

Определение 1 [2]. Будем называть *моносингулярной* систему, все ганкелевы сингулярные числа которой равны по величине.

Моносингулярные системы образуют особый класс линейных систем, обладающих рядом специфических свойств. Подобные системы достаточно часто встречаются в инженерной практике. В частности, типичным примером моносингулярной системы в радиотехнике является фазовращательное звено, имеющее постоянную амплитудно-частотную характеристику. Произвольная моносингулярная система отличается от фазовращательного звена только наличием дополнительной прямой связи с входа на выход (т.е. постоянным слагаемым в передаточной функции), не влияющей на сингулярные числа.

Передаточную функцию конечномерной моносингулярной системы можно представить в виде

$$Q(p) = \pm \sigma \frac{A(-p)}{A(p)} + d, \quad (1)$$

где  $A(p)$  — характеристический полином, коэффициент  $\sigma$  равен сингулярному числу системы;  $d$  — константа, не влияющая на сингулярные числа.

Определение 2. Моносингулярные системы, коэффициент  $d$  которых равен нулю, будем называть *центрированными*. В теории управления они также известны как фазовращательные звенья (all-pass systems). Передаточная функция таких систем определяется как

$$Q(p) = \pm \sigma \frac{A(-p)}{A(p)}. \quad (2)$$

Примером бесконечномерной моносингулярной системы является звено постоянного запаздывания на время  $T$ , оно характеризуется трансцендентной передаточной функцией  $e^{-Tp}$ .

Рассмотрим частотные характеристики моносингулярных систем.

Амплитудно-фазовая характеристика (диаграмма Найквиста) моносингулярной системы (1) имеет вид окружности с центром в точке  $(d; 0)$  и радиусом  $\sigma$ . Амплитудно-фазовая характеристика (АФХ) центрированной моносингулярной системы представляет собой окружность с центром в начале координат. Для доказательства этого достаточно подставить в формулу (2)  $p = j\omega$  и учесть, что  $|A(j\omega)| = |A(-j\omega)|$ . Отсюда получаем равенство  $|Q(j\omega)| = \sigma$ , представляющее уравнение окружности на комплексной плоскости. Отсюда же следует, что для центрированных моносингулярных систем (2) АЧХ постоянна и равна  $\sigma$ .

Для моносингулярных систем вида (1) график АЧХ колеблется между двумя уровнями:  $|\sigma - d| \leq A(\omega) \leq |\sigma + d|$ . Количество максимумов и минимумов АЧХ равно числу витков диаграммы Найквиста системы и не превышает порядка последней. Перечисленные свойства иллюстрируются рис. 1, где приведены графики частотных характеристик для центрированных ( $a, б$ ) и нецентрированных ( $в, г$ ) моносингулярных систем.

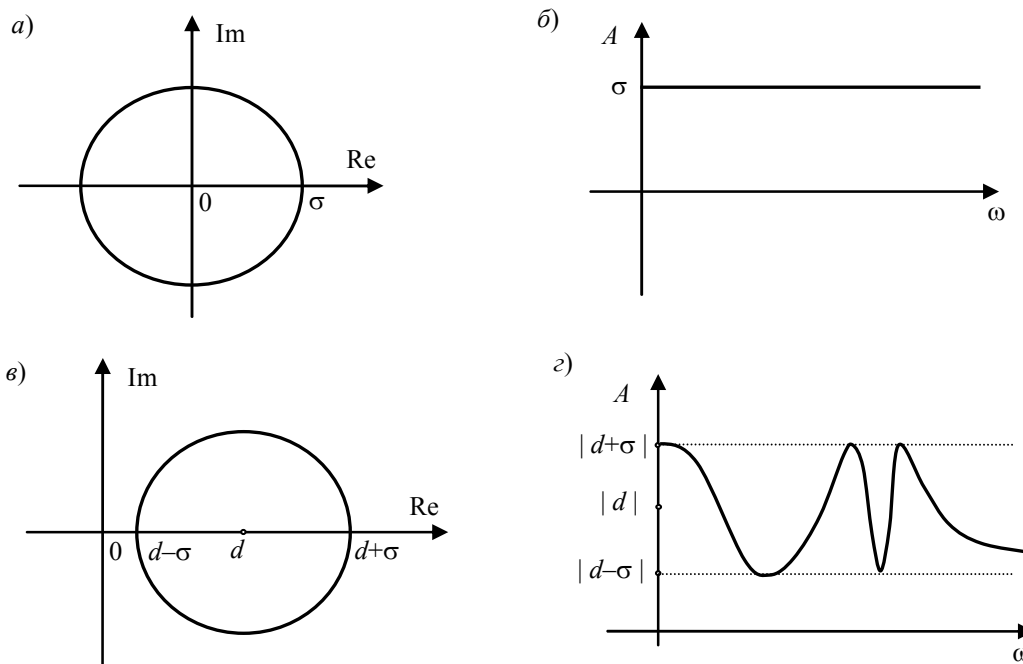


Рис. 1

Таким образом, для моносингулярных систем взаимосвязь частотных характеристик и сингулярных чисел исключительно проста: диаграмма Найквиста имеет вид окружности с радиусом  $\sigma$ , а АЧХ — вид равноволновых колебаний. Эти свойства позволяют определять значения ганкелевых сингулярных чисел непосредственно по АФХ и АЧХ, не вычисляя граничные управляемости и наблюдаемости.

**Пример 1.** На рис. 2,  $a$  показана схема моста Вина — Робинсона, который используется при построении генераторов синусоидальных колебаний. Его передаточная функция имеет вид

$$Q(p) = \frac{1}{3} \frac{(Tp)^2 + 1}{(Tp)^2 + 3Tp + 1}, \quad T = RC.$$

Диаграмма Найквиста (рис. 2, б) представляет собой окружность радиусом  $\sigma = 1/6$  с центром в точке  $(1/6; 0)$ .

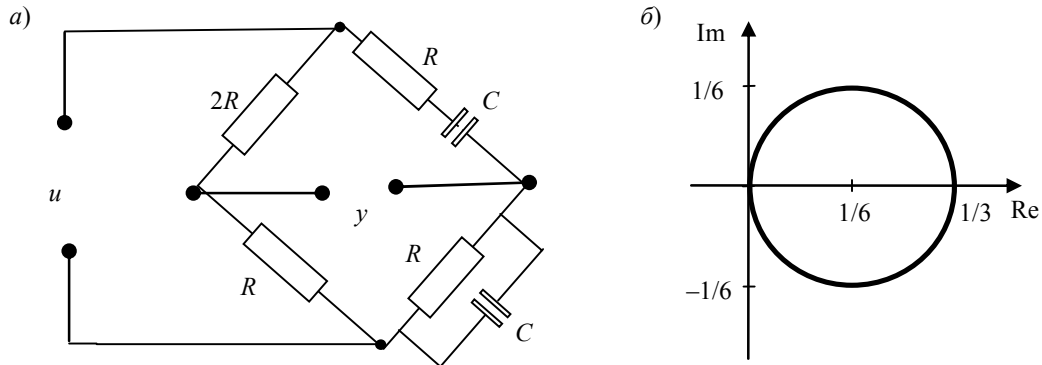


Рис. 2

**Бисингулярные динамические системы.** Рассмотрим частотные характеристики систем, имеющих две группы равных сингулярных чисел.

**Определение 3.** Будем называть *бисингулярной* систему, ганкелевы сингулярные числа которой могут принимать только два различных значения.

Любую бисингулярную систему можно представить как композицию двух моносингулярных блоков с перекрестными связями, коэффициенты усиления которых определяются сингулярными числами. Соответствующая структурная схема приведена на рис. 3. Здесь подсистемы  $S_1$  и  $S_2$  имеют передаточные функции вида (2) с сингулярными числами  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  соответственно, т.е.  $Q_1(p) = \pm\sigma_1 \frac{A_1(-p)}{A_1(p)}$ ,  $Q_2(p) = \pm\sigma_2 \frac{A_2(-p)}{A_2(p)}$ . Построенная таким образом система будет иметь сингулярные числа, равные  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , их кратность будет равна порядку подсистем.

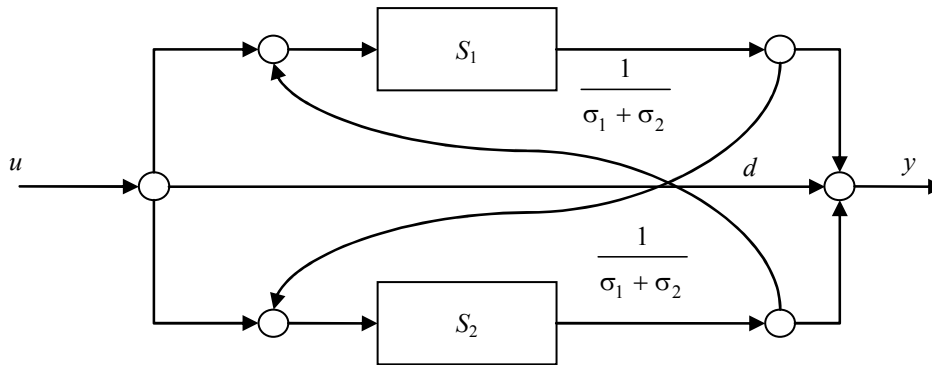


Рис. 3

Доказательство возможности такого представления опирается на сбалансированную каноническую форму Обера, описанную в терминах пространства состояний в работе [3].

Общая передаточная функция бисингулярной системы (см. рис. 3) определяется следующим образом:

$$Q(p) = (s_1 + s_2) \frac{1 + Q_1(p)Q_2(p) + \frac{s_1}{s_2} Q_1(p) + \frac{s_2}{s_1} Q_2(p)}{Q_1(p)Q_2(p) - Q_1(p) - Q_2(p) - 1 - \frac{s_1}{s_2} - \frac{s_2}{s_1}} + d, \quad (3)$$

где  $s_1 = \pm\sigma_1$ ,  $s_2 = \pm\sigma_2$ .

Как и в случае с моносингулярными системами, бисингулярную систему, константа  $d$  которой равна нулю, будем называть *центрированной*.

Помимо структуры с перекрестными связями, показанной на рис. 3, бисингулярную систему можно реализовать в виде параллельного соединения двух моносингулярных блоков.

Согласно результатам Гловера [4] имеет место следующая теорема. Пусть  $Q(p)$  — устойчивая рациональная передаточная функция порядка  $n$  с ганкелевыми сингулярными числами  $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_k$ , где число  $\sigma_i$  имеет кратность  $r_i$ , и  $r_1 + r_2 + \dots + r_k = n$ . Тогда функция  $Q(p)$  может быть представлена в виде суммы:

$$Q(p) = d + \sigma_1 \Phi_1(p) + \sigma_2 \Phi_2(p) + \dots + \sigma_k \Phi_k(p),$$

где  $\Phi_i(p)$  — устойчивые фазовращательные передаточные функции.

Отсюда следует, что любая бисингулярная система может быть представлена в виде параллельного соединения двух фазовращательных звеньев, коэффициенты усиления которых равны сингулярным числам системы:

$$Q(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = d + \sigma_1 \frac{A_1(-p)}{A_1(p)} + \sigma_2 \frac{A_1(-p)A_2(-p)}{A_1(p)A_2(p)}, \quad (4)$$

где  $A_1(p)$ ,  $A_2(p)$  — устойчивые полиномы степени  $r_1$  и  $r_1 + r_2$  соответственно.

Необходимо отметить, что обратное утверждение в общем случае неверно, и два произвольных фазовращательных звена, соединенные параллельно, не образуют бисингулярную систему. Формулы (3) и (4) — это два различных канонических представления передаточной функции бисингулярной системы. Алгоритмы построения этих канонических представлений описаны в работах [2, 5].

Приведенные математические модели позволяют выяснить, как связаны сингулярные числа и частотные характеристики бисингулярных систем.

**Теорема.** Амплитудно-частотная характеристика центрированной бисингулярной системы полностью расположена в горизонтальной полосе  $(\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_1 + \sigma_2)$ , ширина которой равна удвоенному значению меньшего сингулярного числа.

**Доказательство.** Рассмотрим разложение Гловера (4) при  $d=0$ . Соответствующая АЧХ определяется формулой

$$A(\omega) = |Q(j\omega)| = \left| \sigma_1 \frac{A_1(-j\omega)}{A_1(j\omega)} + \sigma_2 \frac{A_1(-j\omega)A_2(-j\omega)}{A_1(j\omega)A_2(j\omega)} \right|.$$

Так как  $\left| \sigma_1 \frac{A_1(-j\omega)}{A_1(j\omega)} \right| = \sigma_1$ ,  $\left| \sigma_2 \frac{A_1(-j\omega)A_2(-j\omega)}{A_1(j\omega)A_2(j\omega)} \right| = \sigma_2$ , то, пользуясь неравенством  $|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$ , которое справедливо для произвольных комплексных чисел, окончательно получаем:  $\sigma_1 - \sigma_2 \leq A(\omega) \leq \sigma_1 + \sigma_2$ . ■

Отсюда вытекает, что для любой бисингулярной системы существует значение коэффициента  $d$ , при котором АЧХ будет иметь вид равноволновых колебаний, заключенных в интервале между суммой сингулярных чисел  $\sigma_1 + \sigma_2$  и их разностью  $\sigma_1 - \sigma_2$ . Ширина этого интервала определяется только сингулярными числами.

Следовательно, амплитудно-фазовая характеристика бисингулярной системы (годограф Найквиста) полностью расположена в круговой полосе (кольце), ограниченной двумя концентрическими окружностями радиусами  $\sigma_1 - \sigma_2$  и  $\sigma_1 + \sigma_2$ .

**Пример 2.** На рис. 4 приведена диаграмма Найквиста бисингулярной системы 8-го порядка с передаточной функцией



$$Q(p) = \frac{29,33p^8 + 185,6p^7 + 1233p^6 + 1749p^5 + 3890p^4 + 1711p^3 + 1039p^2 - 191,1p - 147}{5,333p^8 + 68,27p^7 + 274,1p^6 + 1185p^5 + 1239p^4 + 2985p^3 + 916,8p^2 + 1135p + 58,82}.$$

Амплитудно-фазовая характеристика этой системы заключена между двумя концентрическими окружностями с центром в точке  $d = 1,5$  и радиусами  $\sigma_1 + \sigma_2 = 4$ ,  $\sigma_1 - \sigma_2 = 2$ . Таким образом, ганкелевы сингулярные числа равны  $\sigma_1 = 3$ ,  $\sigma_2 = 1$ . Дополнительный анализ позволяет установить их кратности:  $r_1 = 1$ ,  $r_2 = 7$ .

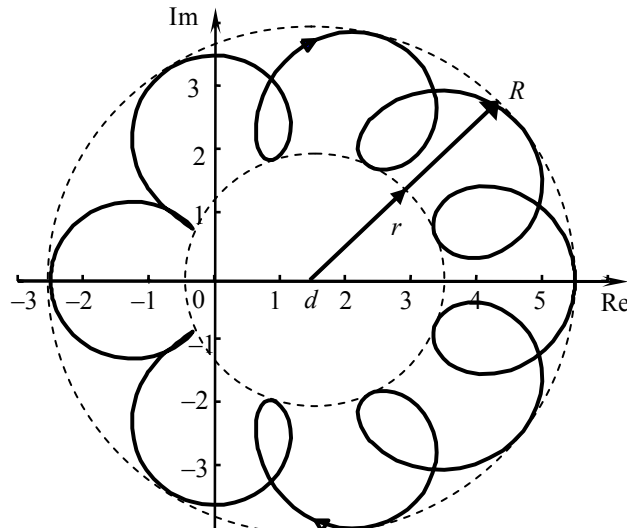


Рис. 4

**Заключение.** Рассмотрена взаимосвязь частотных характеристик и ганкелевых сингулярных чисел линейных динамических систем. Основное внимание уделено исследованию малоизученного класса динамических систем — бисингулярных систем. Ганкелевы сингулярные числа таких систем принимают только два значения. Полученные результаты позволяют определять значения сингулярных чисел непосредственно по частотным характеристикам, без вычисления грамианов управляемости и наблюдаемости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мироновский Л. А. Функциональное диагностирование динамических систем. М.: Изд-во МГУ, 1998. 256 с.
2. Мироновский Л. А., Шинтяков Д. В. Частотные характеристики фазовращательных и бисингулярных систем // Информационно-управляющие системы. 2007. № 5. С. 36—41.
3. Ober R. J. Balanced parametrization of classes of linear systems // SIAM J. Control and Optimization. 1991. Vol. 29, N 6. P. 1251—1287.
4. Glover K. All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems // Intern. J. Control. 1984. Vol. 39, N 6. P. 1115—1193.
5. Курмаев И. Р., Мироновский Л. А. Фазовое разложение Гловера для бисингулярных систем // Сб. докл. 9-й науч. сессии ГУАП. СПб.: СПбГУАП, 2006. Ч. 2. С. 126—128.

## Сведения об авторах

- Леонид Алексеевич Мироновский** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения; кафедра вычислительных систем и сетей; E-mail: mir@aanet.ru
- Дмитрий Васильевич Шинтяков** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения; кафедра вычислительных систем и сетей; E-mail: ratson@mail.ru

Рекомендована кафедрой  
вычислительных систем и сетей

Поступила в редакцию  
14.11.07 г.

М. Ю. АНАНЬЕВ, Л. В. ГОРТИНСКАЯ, А. А. КОСТИН, Н. А. МОЛДОВЯН

## РЕАЛИЗАЦИЯ ПРОТОКОЛА КОЛЛЕКТИВНОЙ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ СТАНДАРТОВ ЭЦП

Рассматривается обобщенный протокол формирования коллективной электронной цифровой подписи, основанный на выполнении процедур „свертки“ индивидуальных параметров, вырабатываемых отдельными пользователями в зависимости от подписываемого документа и своих секретных ключей. Протокол обеспечивает одновременность формирования подписи и использует стандартную инфраструктуру открытых ключей. Сформулированы основные требования и рассмотрен вопрос создания протоколов коллективной электронной цифровой подписи на основе российских стандартов ЭЦП 1994 и 2001 гг.

*Ключевые слова:* цифровая подпись, коллективная подпись, криптографические протоколы.

**Введение.** В технологиях электронного документооборота широко используются алгоритмы электронной цифровой подписи (ЭЦП), на основе которых в сочетании с нормативно-правовыми механизмами обеспечивается придание юридической силы электронной документации [1, 2]. При разработке разнообразных коллективных проектов важной проблемой является создание протоколов, обеспечивающих реализацию коллективной (или кратной) ЭЦП [3].

Изложенные в работе [3] подходы к решению этой задачи на основе генерации совокупности ЭЦП, принадлежащей отдельным пользователям, имеют следующие недостатки:

— необходимость использования дополнительных процедур проверки целостности коллективной ЭЦП (КЭЦП), которые позволяют проверить ее полноту, т.е. обнаружить попытки формирования КЭЦП, принадлежащей измененному числу пользователей;

— увеличение размера КЭЦП пропорционально числу подписавших документ участников (размер ЭЦП особенно важен при необходимости ее записи в виде штрих-кода на бумажных носителях).

Для устранения указанных недостатков был предложен [4] новый способ формирования и проверки подлинности КЭЦП, использующий понятие общего (коллективного) открытого ключа, формируемого на основе данных, имеющихся в стандартных справочниках открытых ключей.

В настоящей статье рассматриваются вопросы применения предложенной в работе [4] обобщенной схемы формирования КЭЦП с использованием коллективного открытого ключа и вопросы ее реализации на основе процедур генерации и проверки ЭЦП, регламентируемых стандартами ЭЦП — ГОСТ Р 34.10–94 и ГОСТ Р 34.10–2007 [5, 6].

**Концепция коллективной подписи.** Поставлена задача построить протокол формирования и проверки подписи следующим образом: ЭЦП обычного размера должна подтверждать то, что некоторый электронный документ подписан каждым пользователем из некото-

рого заданного множества пользователей. При этом приняты следующие дополнительные требования к разрабатываемому протоколу КЭЦП:

- целостность — из КЭЦП нельзя вычислить правильную подпись, соответствующую другому подмножеству пользователей;
- независимость от пользователей — КЭЦП может сформировать любая группа пользователей, независимо от их числа и состава;
- одновременность генерации КЭЦП — все значения, возникающие на промежуточных этапах процедуры генерации КЭЦП, не должны быть правильными подписями к каким-либо сообщениям;
- неразрывность — по данной коллективной подписи вычислительно невозможно сформировать другую коллективную подпись

В качестве базовой идеи протокола коллективной подписи была принята концепция использования коллективного открытого ключа, являющегося функцией открытых ключей пользователей. Коллективный открытый ключ некоторой произвольно задаваемой совокупности  $m$  пользователей, каждый из которых является владельцем соответствующего открытого ключа из множества  $y_1, y_2, \dots, y_m$ , представляет собой некоторое значение  $y = f(y_1, y_2, \dots, y_m)$ .

Общая схема формирования КЭЦП была реализована в виде удовлетворяющих перечисленным требованиям конкретных алгоритмов и протоколов с использованием следующих трудных вычислительных задач:

- извлечение корней большой простой степени по большому простому модулю;
- дискретное логарифмирование в мультипликативной группе большого простого порядка;
- дискретное логарифмирование в группе точек эллиптической кривой специального вида.

Особый интерес представляют алгоритмы, основанные на последней из перечисленных трудных задач, поскольку в этом случае обеспечивается наибольшая производительность процедур генерации и проверки подписи. Достоинство предложенной концепции КЭЦП заключается в использовании стандартной инфраструктуры открытых ключей.

Обратимся, далее, к реализации протоколов КЭЦП, основанной на проверочных уравнениях, предлагаемых стандартами ЭЦП.

### Реализация протоколов на основе стандартов ЭЦП.

1. *Стандарт ЭЦП — ГОСТ Р 34.10–94 [5]* — регламентирует использование простого числа  $p$ , такого что  $510 \leq |p| \leq 512$  бит либо  $1022 \leq |p| \leq 1024$  бит, где  $|p|$  — разрядность  $p$  в двоичном представлении, при этом число  $p - 1$  содержит большой простой делитель:  $2^{255} \leq q \leq 2^{256}$  либо  $2^{511} \leq q \leq 2^{512}$  соответственно. Специфицируемые алгоритмы генерации и проверки ЭЦП используют число  $\alpha \neq 1$ , такое что  $\alpha^q \bmod p = 1$ , где  $\alpha$  — генератор подгруппы достаточно большого простого порядка  $q$ . Вычисление ЭЦП осуществляется следующим образом.

1. Генерируется случайное число  $k$ ,  $1 < k < q$ .
2. Вычисляется значение  $R = (\alpha^k \bmod p) \bmod q$ , являющееся первой частью подписи.
3. По ГОСТ Р 34.11–94 вычисляется хэш-функция  $H$  от подписываемого сообщения.
4. Вычисляется вторая часть подписи:  $S = kH + zR \bmod q$ , где  $z$  — секретный ключ. Если  $S = 0$ , процедура генерации подписи повторяется.

Процедура проверки подлинности ЭЦП содержит следующие шаги.

1. Поверяется выполнение условий  $r < q$  и  $s < q$ , если они не выполняются, то подпись недействительна.
2. Вычисляется значение

$$R' = (\alpha^{S/H} y^{R/H} \bmod p) \bmod q, \quad (1)$$

где  $y$  — открытый ключ пользователя, сформировавшего проверяемую подпись.

3. Сравниваются значения  $R$  и  $R'$ . Если  $R = R'$ , то подпись признается действительной.

Протокол КЭЦП реализуется следующим образом. Каждый  $i$ -й пользователь формирует открытый ключ вида  $y_i = \alpha^{z_i} \bmod p$ , где  $z_i$  — личный (секретный) ключ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Коллективным открытым ключом является произведение

$$y = y_1 y_2 y_3 \dots y_m \bmod p.$$

Коллективная подпись формируется следующим путем. Каждый пользователь выбирает разовый случайный секретный ключ — число  $k_i$ , затем вычисляет  $R_i = (\alpha^{k_i} \bmod p) \bmod q$  и предоставляет это значение для коллективного использования. Далее вычисляется произведение

$$R = R_1 R_2 R_3 \dots R_m \bmod q.$$

Затем каждый пользователь по определенному им значению  $R_i$  и величине  $H$  вычисляет свою часть подписи

$$S_i = k_i H + z_i R \bmod q.$$

Коллективной подписью является пара чисел  $(R, S)$ , где  $S$  вычисляется по формуле

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_m \bmod q.$$

Проверка коллективной подписи осуществляется по формуле (1). Если  $R = R'$ , то КЭЦП совокупности  $m$  пользователей является подлинной, так как она могла быть сформирована только при участии каждого пользователя из этой группы, поскольку для ее формирования требуется использование секретного ключа каждого из них. Отметим, что аутентификация значений  $R_i$  осуществляется автоматически при проверке подлинности коллективной ЭЦП. Если нарушитель попытается подменить какое-либо из этих значений или заменить на ранее использованные значения, то факт вмешательства в протокол будет сразу же выявлен при проверке подлинности ЭЦП, т. е. будет получено  $R' \neq R$ . Очевидно, что размер КЭЦП не зависит от  $m$ .

Покажем корректность предложенного алгоритма КЭЦП. Подставив подпись  $(R, S)$ , где  $S = \sum_{i=1}^m S_i \bmod q$  и  $R = \prod_{i=1}^m R_i \bmod q$ , в проверочное уравнение  $R = (\alpha^{S/H} y^{R/H} \bmod p) \bmod q$ , убеждаемся, что оно выполняется:

$$\begin{aligned} R &= \left[ \alpha^{\sum_{i=1}^m S_i/H} \left( \prod_{i=1}^m y_i \right)^{R/H} \bmod p \right] \bmod q = \left( \prod_{i=1}^m \alpha^{S_i/H} \prod_{i=1}^m y_i^{R/H} \bmod p \right) \bmod q = \\ &= \left[ \prod_{i=1}^m \left( \alpha^{S_i/H} \alpha^{z_i R/H} \bmod p \right) \right] \bmod q = \left[ \prod_{i=1}^m \left( \alpha^{(k_i - z_i R)/H} \alpha^{z_i R/H} \bmod p \right) \right] \bmod q = \\ &= \left( \prod_{i=1}^m \alpha^{k_i} \bmod p \right) \bmod q = \left[ \prod_{i=1}^m \left( \alpha^{k_i} \bmod p \right) \bmod q \right] \bmod q = \left( \prod_{i=1}^m R_i \right) \bmod q. \end{aligned}$$

II. Стандарт ЭЦП — ГОСТ Р 34.10–2001 [6] — регламентирует использование: простого числа  $p$  — модуля эллиптической кривой (ЭК), которая задается в декартовой системе координат уравнением  $y^2 = x^3 + ax + b \bmod p$  с коэффициентами  $a$  и  $b$ :  $a, b \in GF_p$  ( $GF_p$  — поле Галуа порядка  $p$ ); простого числа  $q$  — порядка циклической подгруппы точек ЭК; точки  $G$  с координатами  $(x_G, y_G)$ , такой что точка  $G$  не совпадает с началом координат, а произведение  $qG$  — совпадает. Секретным ключом является достаточно большое целое число  $d$ , а открытым ключом — точка  $Q = dG$ . Формирование подписи  $(R, S)$  осуществляется в соответствии со следующим алгоритмом.

1. Генерируется случайное целое число  $k$ ,  $0 < k < q$ .
2. Вычисляются координаты точки ЭК  $C = kP$  и определяется значение  $R = x_C \bmod q$ , где  $x_C$  — координата точки  $C$ .

3. Вычисляется значение  $S = (Rd + ke) \bmod q$ , где  $e = H \bmod q$ .

Подписью является пара чисел  $(R, S)$ .

Проверка подписи заключается в вычислении координат точки ЭК:

$$C = \left( (Se^{-1}) \bmod q \right) G + \left( (q - R)e^{-1} \bmod q \right) Q, \quad (2)$$

а также в определении значения  $R' = x_C \bmod q$  и проверке выполнения равенства  $R' = R$ .

Протокол КЭЦП реализуется следующим образом. Каждый  $i$ -й пользователь формирует открытый ключ вида  $Q = d_i G$ , где  $d_i$  — личный (секретный) ключ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Коллективным открытым ключом является сумма

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_m.$$

Коллективная подпись формируется следующим путем. Каждый пользователь выбирает разовый случайный секретный ключ — число  $k_i$ , затем вычисляет координаты точки  $C_i = k_i G$  и предоставляет их для коллективного использования. Далее определяется сумма всех точек  $C_i$ :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_m,$$

по которой вычисляется значение  $R$ . Затем каждый  $i$ -й пользователь по своему секретному ключу  $d_i$ , значению  $k_i$  и величине  $e$  вычисляет свою часть подписи

$$S_i = (Rd_i + k_i e) \bmod q.$$

Коллективной подписью является пара чисел  $(R, S)$ , где  $S$  вычисляется по формуле

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_m \bmod q.$$

Проверка коллективной подписи осуществляется по проверочной формуле. Если  $R' = x_{C'} \bmod q = R$ , где координаты точки  $C'$  вычисляются по соотношению (2), то КЭЦП совокупности  $m$  пользователей является подлинной, так как она могла быть сформирована только при участии каждого пользователя из этой группы, поскольку для ее формирования требуется использование секретного ключа каждого из них.

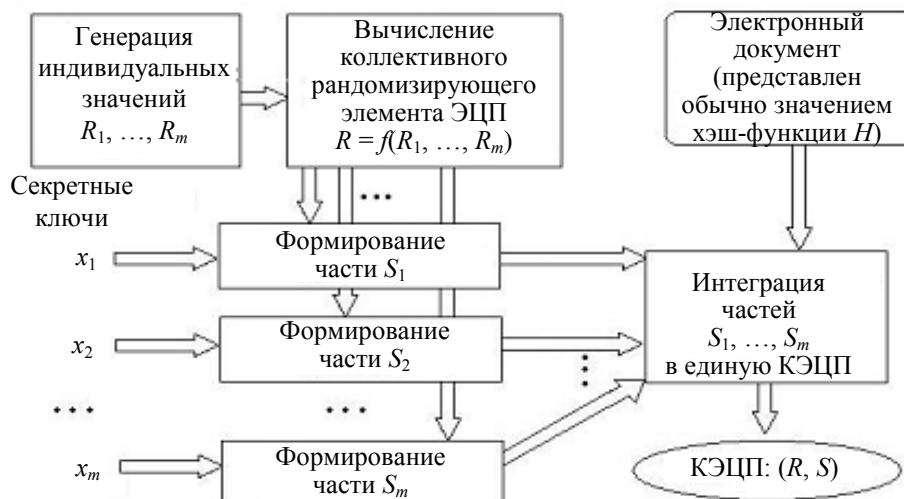


Рис. 1

Общая схема формирования коллективной подписи представлена на рис. 1, а процедура проверки подлинности КЭЦП — на рис. 2.

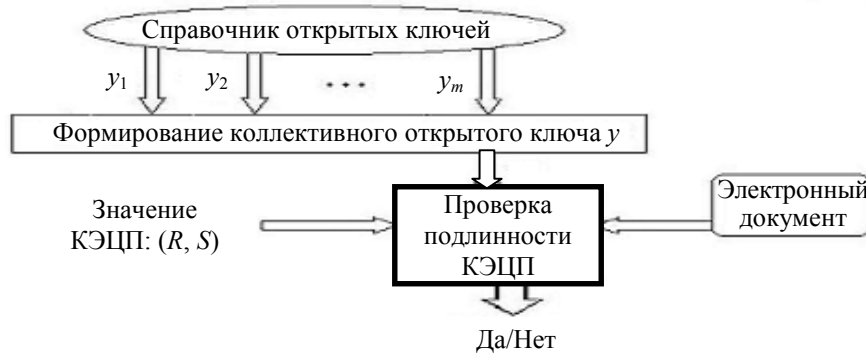


Рис. 2

**Заключение.** Применение понятия коллективного открытого ключа позволяет построить протоколы КЭЦП, перспективные для практического применения в технологиях электронного документооборота благодаря обеспечению одновременности формирования подписи и ее целостности. Достоинством таких протоколов является возможность их практической реализации на основе стандартной инфраструктуры открытых ключей и стандартов ЭЦП. Использование КЭЦП является удачным решением известной проблемы одновременного подписания контракта [7]. Представляет интерес использование КЭЦП для построения протоколов „множественной подписи“ [7], что составляет самостоятельную задачу дальнейшего развития протоколов на основе понятия коллективного открытого ключа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 08-07-90100-Мол\_а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Венбо Мао. Современная криптография. Теория и практика. М. — СПб. — Киев: Изд. дом „Вильямс“, 2005. 763 с.
2. Молдовян Н. А. Введение в криптосистемы с открытым ключом. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 286 с.
3. Min-Shiang Hwang, Cheng-Chi Lee. Research issues and challenges for multiple digital signature // Intern. J. of Network Security. 2005. Vol. 1, N 1. P. 1—7.
4. Способ генерации и проверки подлинности электронной цифровой подписи, заверяющей электронный документ / А. А. Молдовян, Н. А. Молдовян. Пат. заявка № 2007130982, РФ. Заявл. 13.08.2007.
5. ГОСТ Р 34.10–94. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи. М.: Госстандарт Российской Федерации, 1994.
6. ГОСТ Р 34.10–2001. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи. М.: Госстандарт России, 2001.
7. Schneier B. Applied Cryptography: Protocol, Algorithms, and Source Code. N. Y.: John Wiley & Sons, 1996. 758 p.

#### Сведения об авторах

- Михаил Юрьевич Ананьев** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет водных коммуникаций; E-mail: nmold@cobra.ru
- Лидия Вячеславовна Гортинская** — канд. физ.-мат. наук; Научный филиал ФГУП НИИ „Вектор“ — Специализированный центр программных систем „Спектр“, Санкт-Петербург; E-mail: lydia@cobra.ru
- Андрей Алексеевич Костин** — канд. техн. наук; Научный филиал ФГУП НИИ „Вектор“ — Специализированный центр программных систем „Спектр“, Санкт-Петербург; E-mail: anya@hotmail.ru
- Николай Андреевич Молдовян** — д-р техн. наук; Научный филиал ФГУП НИИ „Вектор“ — Специализированный центр программных систем „Спектр“, Санкт-Петербург; E-mail: nmold@cobra.ru

В. В. БУРАКОВ

## ФОРМАЛЬНЫЙ БАЗИС ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПРОГРАММНЫХ СРЕДСТВ

Предлагается описание формальных компонентов оценки качества программных средств. Представлены модели программных средств, качества и метрик программных средств. В качестве формальной основы моделей используются теория категорий и теория графов. В рамках описываемого подхода с помощью модели качества осуществляется концептуальное моделирование понятия качества программных средств и обеспечивается количественная оценка качества с помощью модели метрик.

**Ключевые слова:** оценка качества программных средств, модель качества программных средств, модель метрик программных средств.

Область управления качеством программных средств (ПС) развивается уже на протяжении четырех десятилетий, однако говорить о повсеместном повышении качества ПС не приходится. Существующие подходы к управлению качеством ПС характеризуются отсутствием согласованности в определениях метрик; отсутствием обобщенного, адаптируемого подхода к оценке качества ПС посредством метрик; отсутствием согласованных, гибких и адаптируемых моделей качества, задающих недвусмысленное толкование характеристик качества и однозначную интерпретацию измерений; низкой информативностью моделей качества, сложностью инженерной интерпретации результатов оценки качества [1], отсутствием связи модели качества с принципами проектирования ПС. В ряде стандартов и публикаций большое внимание уделяется процессам обеспечения качества ПС, однако в основном умалчивается, что означает высокое качество, какими характеристиками оно описывается, как его следует измерять и сравнивать с требованиями, формализованными в техническом задании [2].

Предлагаемый в настоящей статье подход к оценке качества ПС базируется на следующих компонентах: *модели качества ПС*, содержащей механизмы для формального определения характеристик качества и их отношений и предоставляющей средства для учета принципов проектирования; *модели метрик ПС*, формирующей механизмы для формального определения метрик качества и их отношений; *модели ПС*, предоставляющей базис для описания конструкций и характеристик ПС и квантификации принципов проектирования; *методике оценки качества*, определяющей этапы процесса оценки качества ПС.

Особенность предлагаемых моделей заключается в описании элементов (например, показателей качества или метрик) в независимом от предметной области, типа ПС и парадигмы разработки виде. Предлагаемые модели являются гибкими и содержат механизмы для адаптации к конкретным средам разработки.

**Модель качества ПС.** К настоящему моменту разработаны, стандартизованы и используются несколько моделей качества. Для всех этих моделей характерна иерархическая, древовидная (или сетевая) структура, состоящая из высокоуровневых показателей, которые детализируются показателями более низких уровней до тех пор, пока декомпозиция не приводит к атомарным и измеримым атрибутам (метрикам). Основными недостатками существующих моделей качества являются высокая степень специализации, отсутствие терминологической согласованности, отсутствие методов формализации процесса построения, обратно пропорциональная зависимость между степенями детализации и применимости, низкая степень

формализации, низкий уровень прозрачности причинно-следственных связей, отсутствие поддержки принципов проектирования.

Для устранения указанных недостатков предлагается модель качества, формализация которой основывается на теории категорий. Обоснованием выбора именно этого формального аппарата служат такие факторы, как возможность использования теории категорий в качестве универсального концептуального языкового описательного средства, применимость в качестве мощного средства абстракции и обобщения, естественность использования при разработке от концепции к реализации, возможность получения с помощью этой теории универсальных конструкций и результатов.

Рассмотрим основные понятия предлагаемой модели.

**Категория качества.** Категория качества  $Q$  используется для представления понятия качества ПС и состоит из объектов  $Ob(Q)$  и морфизмов  $Mor(Q)$ .

**Объекты категории качества.** Класс объектов категории качества представляет характеристики и подхарактеристики качества, а также принципы проектирования ПС и является конечным множеством с разбиением  $Ob(Q) = \bigcup_{i=0}^n Q_i$ , где  $Q_i = \{q_m^i\}_{m=1}^{k_i}$  — множество объектов, соответствующих характеристикам качества и принципам проектирования  $i$ -го уровня иерархии;  $k_i$  — число элементов множества  $Q_i$ .

На верхнем уровне иерархии находится само понятие „качества“ — объект  $q_1^0$ , поэтому  $k_0 = 1$ , на следующих уровнях иерархии количество объектов удовлетворяет формуле  $k_{i+1} \geq 2k_i$ ,  $i \in \{1, \dots, n-1\}$ . При этом  $Q_i \cap Q_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ , т.е. каждая характеристика качества находится на одном определенном уровне иерархии.

**Морфизмы категории качества.** Класс морфизмов категории качества описывается тремя множествами:  $Mor(Q) = Mor_{si}(Q) \cup Mor_{di}(Q) \cup Mor_{sl}(Q)$  — множеством строгих иерархических морфизмов  $Mor_{si}(Q)$ , множеством нестрогих иерархических морфизмов  $Mor_{di}(Q)$  и множеством одноуровневых морфизмов  $Mor_{sl}(Q)$ . Определим каждое из этих множеств.

*Строгие иерархические морфизмы:*

— для любых двух элементов  $q_a^i, q_b^i \in Q_i$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ ,  $a \in \{1, \dots, k_i\}$ ,  $b \in \{1, \dots, k_{i+1}\}$ , определяется множество морфизмов  $Mor_{si}(q_a^i, q_b^i)$  из  $q_a^i$  в  $q_b^i$ :

$$Mor_{si}(q_a^i, q_b^i) = \begin{cases} \emptyset, & a \neq b; \\ \{1_{q_a^i}\}, & a = b, \end{cases}$$

где  $1_{q_a^i}$  — тождественный морфизм объекта  $q_a^i$ ;

— для любых двух элементов  $q_a^{i+1} \in Q_{i+1}$ ,  $q_b^i \in Q_i$  при  $i \in \{0, \dots, n-1\}$  множество морфизмов определяется пустым:  $Mor_{si}(q_a^{i+1}, q_b^i) = \emptyset$ ;

— для любого элемента  $q_b^i \in Q_i$  существуют элементы вида  $q_{a_b}^{i-1} \in Q_{i-1}$ , такие что  $Mor_{si}(q_{a_b}^{i-1}, q_b^i)$  состоит из одного морфизма для каждого элемента  $q_{a_b}^{i-1}$ ; для всех остальных элементов  $q_{a_j}^{i-1} \in Q_{i-1}$  при  $a_j \neq a_b$  множество морфизмов задается пустым:



$$\text{Mor}_{si}(q_a^{i-1}, q_b^i) = \begin{cases} \{\xi_{a,b}^{i-1,i}\}, & a = a_b; \\ \emptyset, & a \neq a_b. \end{cases}$$

Символ  $\xi$  (здесь и далее) служит для обозначения функций, входящих в множество морфизмов.

Таким образом, кроме тождественного, не существует других видов строгих иерархических морфизмов на одном уровне иерархии категории качества. Остальные строгие морфизмы определяют связи  $i$ -го уровня иерархии с  $i+1$ -м, т.е. как связи характеристик с подхарактеристиками и подхарактеристик с принципами проектирования. Возможна ситуация, когда несколько элементов верхнего уровня связаны с одним элементом нижнего множеством морфизмов (по одному на каждый элемент верхнего уровня).

Для любого  $q_b^i \in Q_i$  и для любого подмножества  $Q_j$  при  $j < i$  существует единственный элемент  $q_{a_b}^j \in A_j$ , такой что множество  $\text{Mor}_{si}(q_{a_b}^j, q_b^i)$  состоит из одного морфизма. Для всех остальных элементов  $q_a^j \in Q_j, a \neq a_b$ , множество  $\text{Mor}_{si}(q_a^j, q_b^i)$  является пустым. Произведения морфизмов отвечают отношению характеристика — подхарактеристика — принцип проектирования низших уровней иерархии.

*Нестрогие иерархические морфизмы.* Для любого элемента  $q_b^j \in Q_j$  существует единственный элемент  $q_{a_b}^i \in Q_i$ , такой что  $\text{Mor}_{di}(q_{a_b}^i, q_b^j)$  состоит из одного морфизма при  $i, j \in \{1, \dots, n\}$  и  $i < j$ . Для всех остальных элементов  $q_{a_k}^i \in Q_i$  при  $a_k \neq a_b$  множество морфизмов задается пустым:

$$\text{Mor}_{di}(q_a^i, q_b^j) = \begin{cases} \{\tilde{\xi}_{a,b}^{i,j}\}, & a = a_b; \\ \emptyset, & a \neq a_b. \end{cases}$$

Нестрогие иерархические морфизмы служат для описания отношений несоседних уровней иерархии.

*Одноуровневые морфизмы.* Для любых двух элементов  $q_a^i, q_b^i \in Q_i, i \in \{1, \dots, n\}$ , определяется множество морфизмов  $\text{Mor}_{si}(q_a^i, q_b^i)$  из  $q_a^i$  в  $q_b^i$ :

$$\text{Mor}_{si}(q_a^i, q_b^i) = \begin{cases} \{\bar{\xi}_{a,b}^{i,j}\}, & a \neq b; \\ \{1_{q_a^i}\}, & a = b, \end{cases}$$

где  $1_{q_a^i}$  — тождественный морфизм объекта  $q_a^i$ .

Одноуровневые морфизмы служат для моделирования взаимовлияния элементов качества, находящихся на одном уровне иерархии.

Схема модели качества приведена на рис. 1.

Принципиальное значение имеет направленность морфизмов модели качества — от элементов, находящихся на верхних уровнях иерархии, к элементам, расположенным на нижних. Морфизмы, направленные от верхних элементов к нижним, образуют конусы, которые являются произведениями. Эта направленность определяет главное назначение модели качества — последовательное, детализируемое на каждом следующем уровне иерархии концептуальное описание понятия качества ПС.

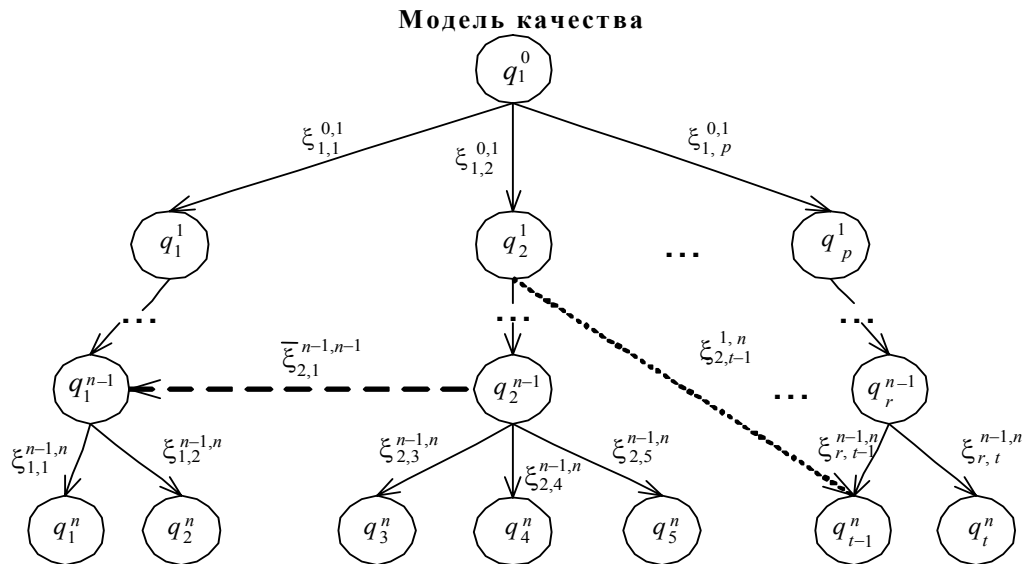


Рис. 1

**Модель метрик ПС.** В модели метрик вводятся два типа метрик — базовые и производные. Базовой является метрика, для оптимального вычисления которой не используются другие метрики. Производная метрика строится на основе вычисления значений операций над другими базовыми и производными метриками.

Совместно с графовыми моделями, представляющими множество моделей ПС, обладающих одинаковой функциональностью, но отличающихся структурой, базовые метрики наравне с производными образуют метрические пространства (МП).

**Базовые метрические пространства.** Базовыми являются счетные дискретные метрические пространства  $M^b$ . Образующие эти пространства множества представляют собой графовые модели ПС. Метриками оценивается количество элементов графа определенного типа.

**Производные метрические пространства.** Производными являются метрические пространства  $M^d$ , элементы которых представляют собой графовые модели ПС, а метрики определяют количественные свойства графовых моделей, полученные на основе вычислений  $n$ -местных функций; аргументами этих функций являются как базовые, так и производные метрики.

На пространствах  $M^b$ ,  $M^d$  вводится множество операторов для формального описания процесса комплексирования производных метрик из других производных и базовых.

**Операторы комплексирования.** Операторы комплексирования  $A^c: M^b \rightarrow M^d$ ,  $A^c: M^d \rightarrow M^d$  отражают зависимости одних производных метрик от других производных или базовых. В зависимости от способов комплексирования операторы  $A^c$  могут иметь различную природу, быть линейными, нелинейными, ограниченными, непрерывными, деминепрерывными и т.п.

Метрические пространства совместно с операторами комплексирования образуют категорию метрик.

**Категория метрик.** Категория  $MS$ , объектами которой являются метрические пространства  $M^b$  и  $M^d$ , а морфизмами — операторы комплексирования  $A^c$ , называется категорией метрик. Структурная схема модели метрик представлена на рис. 2.

В модели метрик, в отличие от модели качества, морфизмы  $A^c$  имеют противоположное направление, образуя коконусы, являющиеся копроизведениями. Таким образом, выявляется назначение модели метрик — определять метрические пространства для оценки концептуальных понятий качества и определять функциональные зависимости для порождения значений производных метрик, соответствующих верхним уровням иерархии за счет комплексирования метрик, соответствующих нижним.

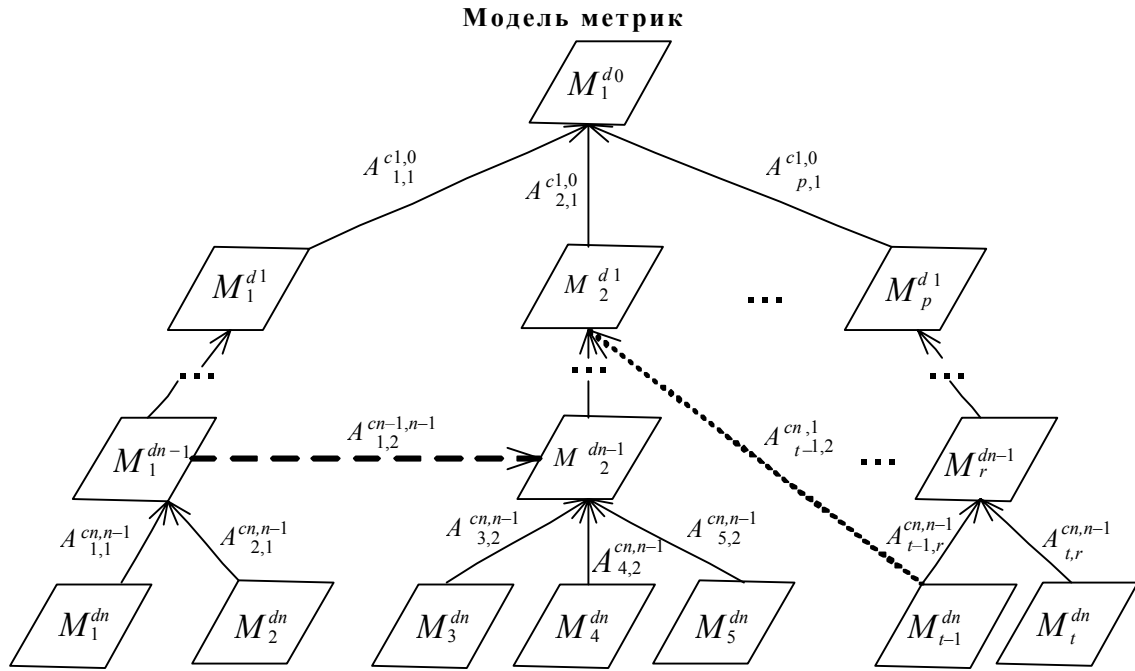


Рис. 2

**Отображение модели качества на модель метрик.** Для оценки концептуальных понятий модели качества с помощью метрических пространств модели метрик определим функтор  $QM : Q \rightarrow M$ .

**Функтор из категории качества в категорию метрик.** Функтор  $QM : Q \rightarrow MS$  является контрвариантным одноместным функтором, отображающим объекты категории качества (характеристики, подхарактеристики, принципы проектирования) на МП категории измерений (базовые и производные)  $QM(\text{Ob}(Q)) = \text{Ob}(MS)$ , а морфизмы категории качества — на морфизмы категории метрик, являющиеся операторами над МП  $QM(\text{Mor}(Q)) = \text{Mor}(MS)$ .

Функтор  $QM : Q \rightarrow MS$  задается следующим образом:

1) на объектах:  $QM\left(\bigcup_{i \in \{0, n-1\}} \{q^i\}\right) = \bigcup_{i \in \{0, n-1\}} \{M^{di}\}$  — отображение элементов категории качества, отвечающих за представление принципов проектирования, подхарактеристик и характеристик, на производные метрические пространства;

2) на морфизмах:

— принадлежащих парам соседних уровней:  $QM(\xi_{s,m}^{i-1,i}) = A_{m,s}^{ci,i-1}$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ , где  $A_{m,s}^{ci,i-1}$  — оператор, определенный на МП  $X \subseteq M_m^{di}$ , имеющий в качестве области значений МП  $Y \subseteq M_s^{di-1}$ , при этом МП  $M_m^{di}$  соответствует элемент категории качества  $q_m^i$ , а МП  $M_s^{di-1}$  — элемент  $q_s^{i-1}$ ;

— принадлежащих уровням  $i, j$  при  $j > i+1$ :  $QM(\tilde{\xi}_{s,m}^{i,j}) = A_{m,s}^{cj,i}$ ,  $i \in \{0, \dots, n-2\}$ ,  $j \in \{2, \dots, n\}$ , где  $A_{m,s}^{cj,i}$  — оператор, определенный на МП  $X \subseteq M_m^{dj}$  (для элемента  $q_m^j$ ), имеющий в качестве области значений МП  $Y \subseteq M_s^{di}$  (для элемента  $q_s^i$ );

— принадлежащих одному уровню:  $QM(\bar{\xi}_{s,m}^{i,i}) = A_{m,s}^{ci,i}$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$ , где  $A_{m,s}^{ci,i}$  — оператор, определенный на МП  $X \subseteq M_m^{di}$  (для элемента  $q_m^i$ ), имеющий в качестве области значений МП  $Y \subseteq M_s^{di}$  (для элемента  $q_s^i$ ).

На рис. 3 схематично показано действие функтора  $QM$ .

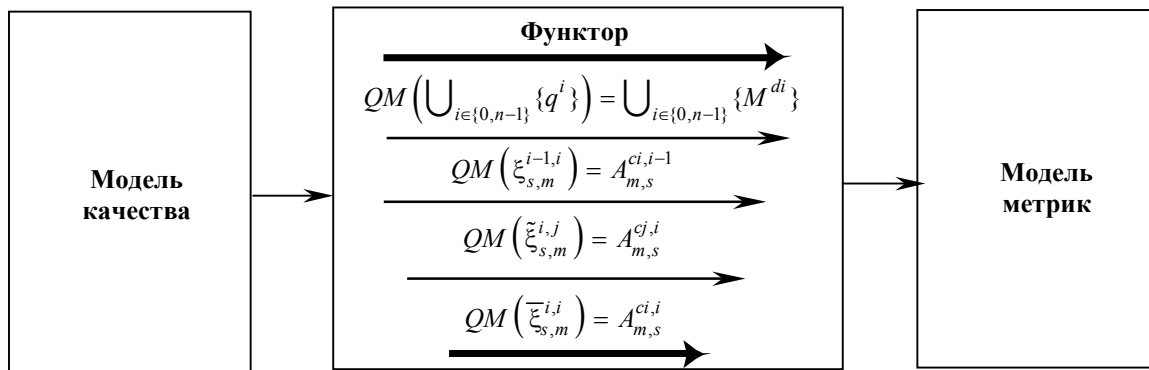


Рис. 3

На основе категории метрик  $MS$  можно оценить характеристики, соответствующие категории  $Q$  как для конкретной подхарактеристики или характеристики и принципа проектирования, так и для качества ПС в целом. Задавая определенные значения метрик, можно определять подпространства объектов категории метрик, имеющие определенные свойства. Так, задав оптимальные интервалы значений метрик, можно выделить оптимальное подпространство и оценить пути его достижения. Задав интервалы недопустимых значений, можно выделить дефектное подпространство и определить программные сущности, имеющие дефекты, для дальнейшей модификации.

Процесс оценки качества ПС (сущностей ПС) сводится к измерению значений метрик и отнесению ПС (сущностей ПС) к соответствующему подпространству категории метрик.

**Модель ПС.** Для моделирования программных сущностей и формализации метрик используются ориентированные помеченные типизированные графы.

**Ориентированный граф.** Граф  $G = (V, E, s, t)$  состоит из двух множеств: конечного множества  $V$ , элементы которого называются вершинами, и конечного множества  $E$ , элементы которого называются ребрами;  $s$  и  $t$  — функции, возвращающие начальную и конечную вершины ребра соответственно.

**Помеченный граф.** Пусть  $L = (VL, EL)$ ,  $A = (VA, EA)$  — пара непересекающихся потенциально бесконечных множеств меток и аксиом соответственно.  $(L, A)$ -помеченный граф  $G$  представляет собой тройку  $(g, l, a)$ , где  $g = (V, E, s, t)$  — граф;  $l = (vl : V \rightarrow VL, el : E \rightarrow EL)$  — пара функций, помечающих соответственно вершину и ребра;  $a = (va : V \rightarrow VA, ea : E \rightarrow EA)$  — пара функций аксиом соответственно вершин и ребер.

**Помеченный типизированный граф.** Пусть  $T = (VT, ET)$  — пара непересекающихся конечных множеств предопределенных типов вершин и ребер.  $(L, A)$ -помеченный  $T$ -типизированный граф  $G$  является двойкой  $(g, type)$ , такой что  $g$  —  $(L, A)$ -помеченный граф,  $type = (vt : V \rightarrow VT, et : E \rightarrow ET)$  — пара функций, связывающих соответственно с каждой вершиной и ребром их типы.

Для моделирования кода программы с помощью графовых моделей необходимо выполнить следующие шаги по адаптации: идентифицировать типы вершин и ребер, определить частичный порядок вершин и ребер, описать аксиомы для вершин и ребер [3]. Следует подчеркнуть, что при решении задачи оценки качества нет необходимости в моделировании всех синтаксических аспектов языка моделирования или кодирования. Необходимое и достаточное множество языковых конструкций, подлежащих моделированию, определяется моделью метрик.

На основе графовой модели вводятся формулы для определения метрик. Рассмотрим для примера следующие базовые метрики.

*Метрика количества входных вершин вершины* — функция  $ivc : IV_G \rightarrow VT \rightarrow \mathbb{N}$ , имеющая в качестве области определения подмножество декартова произведения входных вершин  $IV_G$  и их типов для некоторой вершины, а в качестве области значений — подмножество натуральных чисел  $ivc(v, t) = |\{s(e) \in IV_G(v) : vt(s(e)) = t\}|$ .

*Метрика количества выходных вершин вершины* — функция  $ovc : OV_G \rightarrow VT \rightarrow \mathbb{N}$ , имеющая в качестве области определения подмножество декартова произведения выходных вершин  $OV_G$  и их типов для некоторой вершины, а в качестве области значений — подмножество натуральных чисел  $ovc(v, t) = |\{t(e) \in OV_G(v) : vt(t(e)) = t\}|$ .

*Метрика количества входных вершин вершины с ребрами определенного типа* — функция  $ivec : IV_G \rightarrow VT \rightarrow ET \rightarrow \mathbb{N}$ , имеющая в качестве области определения подмножество декартова произведения входных вершин  $IV_G$ , их типов и типов ребер для некоторой вершины, а в качестве области значений — подмножество натуральных чисел  $ivec(v, t, r) = |\{t(e) : e \in IV_G(v) \wedge vt(s(e)) = t \wedge et(e) = r\}|$ .

*Метрика количества выходных вершин вершины с ребрами определенного типа* — функция  $ovec : OV_G \rightarrow VT \rightarrow ET \rightarrow \mathbb{N}$ , имеющая в качестве области определения подмножество декартова произведения выходных вершин  $OV_G$ , их типов и типов ребер для некоторой вершины, а в качестве области значений — подмножество натуральных чисел  $ovec(v, t, r) = |\{s(e) : e \in OV_G(v) \wedge vt(t(e)) = t \wedge et(e) = r\}|$ .

*Метрика длины нисходящего пути вершины из ребер определенного типа* — функция  $ipath : IV_G^n \rightarrow VT \rightarrow ET \rightarrow \mathbb{N}$ , имеющая в качестве области определения подмножество декартова произведения входных вершин  $IV_G^n$ , входящих в зависимость  $n$ -го порядка с данной, их типов и типов ребер для некоторой вершины, а в качестве области значений — подмножество натуральных чисел  $ipath(v, t, r) = |\{t(e) : e \in IV_G^n(v) \wedge vt(s(e)) = t \wedge et(e) = r\}|$ .

Каждая производная метрика определяется путем введения функциональной зависимости от  $n$  ( $n > 0$ ) других как базовых, так и производных метрик. Основными видами функциональных зависимостей, порождающих производные метрики, являются: сумма базовых (производных) метрик, частное от деления одной базовой (производной) метрики на другую, среднее значение базовых (производных) метрик (арифметическое, геометрическое и т.п.), максимальное (минимальное) значение базовой (производной) метрики.

Предложенный формальный базис открывает возможность для формулирования понятия качества ПС на концептуальном уровне с помощью модели качества, а с помощью модели метрик ПС обеспечивает возможность количественной оценки качества на любом этапе разработки жизненного цикла программных средств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fenton N. E., Neil M. Software metrics: A Roadmap // ICSE — Future of SE Track. 2000. P. 357—370.
2. Лунаев В. В. Выбор и оценивание характеристик качества программных средств // Сб. трудов Всерос. практ. конф. „Стандарты в проектах современных информационных систем“. М., 2001.
3. Бураков В. В. Формализация процесса преобразований программного обеспечения // Управление и информатика в авиакосмических системах: Прил. к ж-лу „Мехатроника, автоматизация, управление“. 2006. № 11. С. 19—24.

***Вадим Витальевич Бураков***

***Сведения об авторе***

- канд. техн. наук; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра компьютерной математики и программирования; E-mail: burakov@aanet.ru

Рекомендована кафедрой  
компьютерной математики  
и программирования

Поступила в редакцию  
19.06.07 г.

---

---

# ПРИБОРЫ ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ

---

---

УДК 621.822—752.3

А. А. БЕЛОУСОВ, А. К. ЯВЛЕНСКИЙ, А. А. СЕВАСТЬЯНОВ, А. С. ВОЛКОВ

## ТЕПЛОВИЗИОННАЯ И ВИБРОАКУСТИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Рассматриваются вопросы анализа теплового и вибрационного полей. На примере электрической машины определена степень их корреляции и возможность применения для мониторинга технического состояния и диагностики дефектов исполнительных механизмов. Предложена методика, которая может служить основой для диагностирования электромеханических устройств по параметрам температуры и вибраций.

**Ключевые слова:** тепловизионная диагностика, вибрационная диагностика, силовые машины, исполнительное устройство.

Электромеханические устройства (ЭУ), конструкционные элементы которых совершают стационарные и нестационарные движения, являются источниками вибрационных и тепловых полей. Вызываемые похожими причинами картины этих полей способны служить информационной основой мониторинга и диагностирования, по результатам чего определяются текущее состояние объекта, характер изменения его характеристик с течением времени и алгоритм дальнейших по отношению к нему действий. Эффективный контроль и диагностика как на этапе производства, так и во время эксплуатации способны значительно увеличить надежность и долговечность технических комплексов.

Рассмотрим результаты измерения и анализа виброактивности, а также распределение температуры на поверхности ЭУ с помощью тепловизора. Виброактивность исследуемого ЭУ измеряется в ряде точек (1—6), которые равномерно распределены по поверхности установки (рис. 1). Анализ вибрации осуществляется при работе машины в двух режимах — симметричном и несимметричном. Несимметричный режим используется для моделирования неисправного состояния устройства. Для каждого из режимов получена картина теплового поля. Так, на рис. 1 представлено изображение, характеризующее распределение температуры электрической машины при несимметричном режиме.

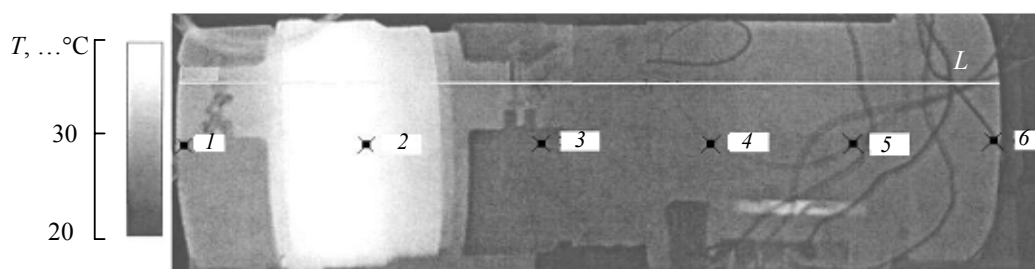


Рис. 1

Для измерения и анализа вибраций разработана система, построенная на „технологии виртуальных приборов“. Синтез специализированного аппаратного и программного обеспечения

позволил добиться универсальности и автоматизировать процесс сбора данных в многоканальном режиме. Алгоритм работы системы создавался в среде программирования LabView. При взаимодействии виртуального прибора с платой сбора сигналов и комплектом пьезопреобразователей был получен лабораторный спектроанализатор. Результаты спектрального анализа могут быть использованы для проведения кластерного, дискриминантного и корреляционного анализа.

В результате измерения и анализа информационного сигнала были получены картины вибрационного поля рассматриваемой машины при работе в симметричном (рис. 2, а), и несимметричном (рис. 2, б) режимах. Уровень шума, соответствующий сигналу с минимальной амплитудой, принят равным нулю. Картина вибрационного поля при несимметричном режиме работы машины, в отличие от картины при симметричном режиме, характеризуется изрезанностью формы и наличием специфических амплитудных выбросов.

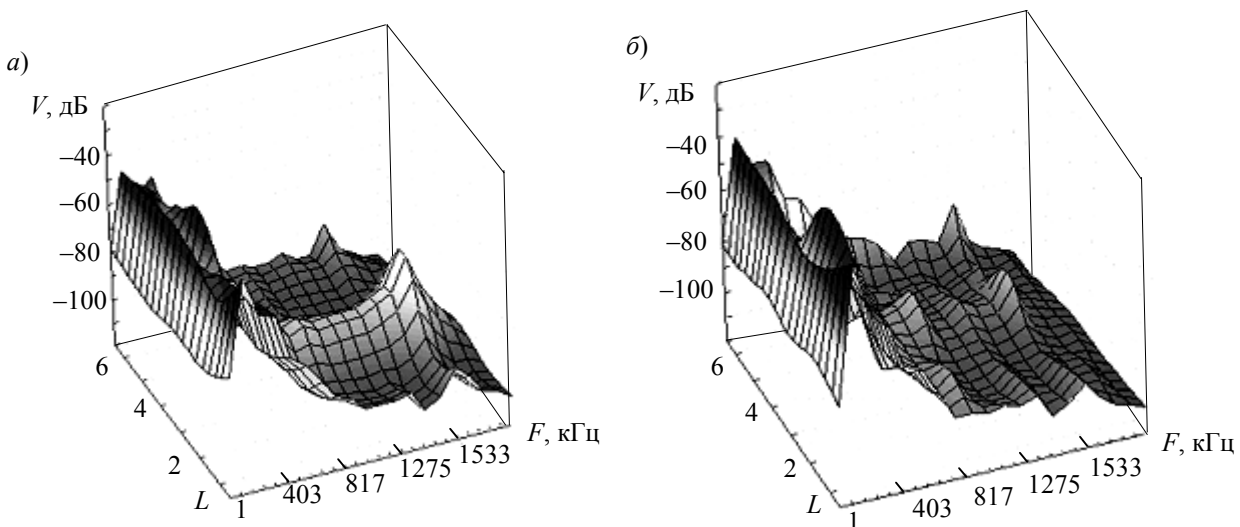


Рис. 2

Графики зависимости ( $T(L)$ ) температуры, измеренной на линии расположения первичных преобразователей вибрации, представлены на рис. 3 (при температуре воздуха  $22,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Несимметричный режим (кривая 1) характеризуется повышенными значениями температур и изрезанностью формы.

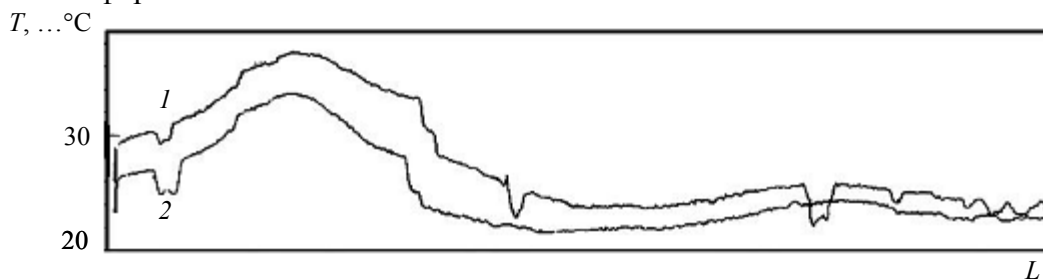


Рис. 3

Вопросу измерения температур электромеханических систем посвящено достаточно большое число работ [1]. Однако в них рассматриваются локальные измерения температур, что не позволяет идентифицировать характеристики источников аномальных изменений. Анализ же измеренных параметров тепловых полей и последующее сравнение с моделируемыми полями обеспечивает возможность проведения такой идентификации.

Моделирование и исследование вибрационных и тепловых полей может осуществляться методами цифровой обработки изображений с помощью программы MathLab. Рассмотрим поле как функцию  $v = f(x, y, t)$ , где  $x$  и  $y$  — пространственные координаты развертки поверхности измерения,  $t$  — время. Параметр  $v$  характеризует вибрацию или температуру



в точке измерения. Плотность измерения параметров вибрации определяется размерами датчиков, а температурных полей — разрешающей способностью измерителя, что обуславливает дискретность представления этих полей. Функция  $v = f(x, y, t)$  после дискретизации может быть представлена в виде матрицы:

$$v(t) = \begin{bmatrix} f(1, 1, t) & f(1, 2, t) & \dots & f(1, N, t) \\ f(2, 1, t) & f(2, 2, t) & \dots & f(2, N, t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(M, 1, t) & f(M, 2, t) & \dots & f(M, N, t) \end{bmatrix},$$

где  $N$  и  $M$  — число измерений по координатам  $x$  и  $y$  соответственно.

В пакете ИРТ (Image Processing Toolbox) имеются функции, позволяющие проводить анализ рассматриваемых процессов. Каждый элемент матрицы можно рассматривать как пиксел. Отличительной особенностью исследуемых полей является зависимость элемента поля от времени  $t$ . Используются следующие типы полей:

- поля, матрицы которых характеризуются усредненными характеристиками элементов;
- поля уровней или двоичного представления;
- спектральные поля: каждый элемент матрицы представляется спектром.

Используя слабую зависимость характеристик поля по одной из координат, можно ограничиться анализом вектор-столбца или вектор-строки:

$$v(t) = (f(M, 1, t) \quad f(M, 2, t) \quad \dots \quad f(M, N, t)).$$

Перейдем к усредненным характеристикам — уровням мощности вибросигналов. Распределение уровней мощности спектра сигналов, в децибелах, для несимметричного ( $P'_W$ ) и симметричного ( $P''_W$ ) режимов имеет следующий вид:

$$P'_W = (-16, 4; -19, 6; -19, 5; -20, 3; -26, 6; -26, 7),$$

$$P''_W = (-17, 1; -23, 5; -22, 0; -23, 1; -28, 2; -26, 0).$$

Результаты корреляционного анализа параметров теплового и вибрационного полей (см. рис. 2, 3) показали, что при симметричном режиме коэффициент корреляции составил 0,62, при несимметричном — 0,5. Эти результаты могут быть объяснены следующими соображениями:

- наличие единых источников идентифицируемых полей температуры и вибрации способствует корреляции между диагностическими признаками;
- полезная информация сравниваемых сигналов различается (вибрационные сигналы более информативны), что отрицательно сказывается на корреляции между диагностическими признаками.

На основе матриц или векторов изображений полей проводится кластерный анализ, позволяющий выявить частотные особенности, в частности, вибрационных полей. В качестве примера на рис. 4 представлены результаты кластеризации для вектора

$$V(t) = (V(M, 1, t) \quad V(M, 2, t) \quad \dots \quad V(M, 6, t)),$$

где  $V(m, k, t)$  — вибрация в  $k$ -й точке измерения.

В результате анализа выявлены частотные диапазоны, для которых различия минимальны:  $[0, 01 \dots 0, 2]$ ,  $[4 \dots 5]$ ,  $[15 \dots 20]$  кГц. Эти частоты могут использоваться для модального анализа. Частоты  $[0, 2 \dots 4]$ ,  $[5 \dots 10]$  кГц, где различия существенны, позволяют диагностировать возмущения, связанные с определенными дефектами.

Несмотря на простоту измерения картины теплового поля, его информативность значительно ниже информативности вибрационного поля, что может использоваться только для оперативной диагностики общего состояния объекта. Для более глубокой оценки технического состояния объекта контроля должен применяться виброакустический метод.

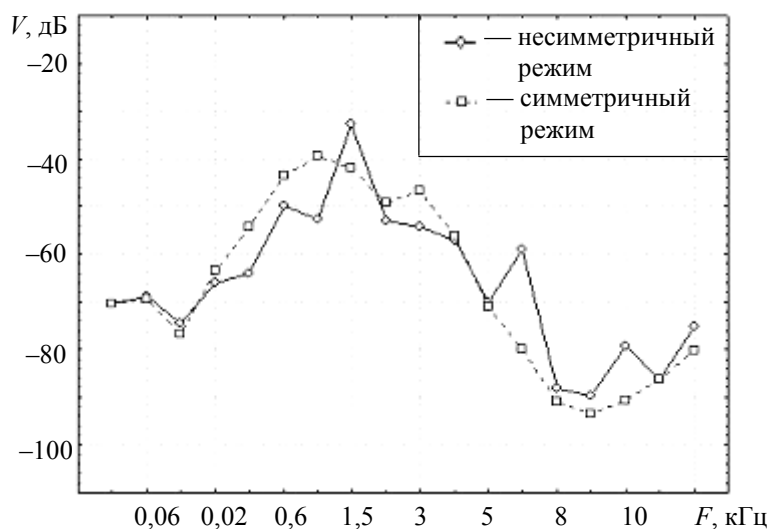


Рис. 4

Предложенная методика может служить основой для экспертного анализа вибрации. При этом можно не только распознать локализацию дефекта, техническое состояние которого изменилось (путем сравнения текущих виброакустических полей с эталонными), но и по спектральным характеристикам сигнала диагностировать виды дефектов [2].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Котеленец Н. Ф., Акимова Н. А., Антонов М. В. Испытания, эксплуатация и ремонт электрических машин: Учеб. для вузов. М.: Изд. центр „Академия“, 2003. 384 с.
2. Явленский К. Н., Явленский А. К. Вибродиагностика и прогнозирование качества механических систем. Л.: Машиностроение, 1983. 239 с.

## Сведения об авторах

**Александр Антонович Белоусов**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения, ректор;  
E-mail: rektorat@Liki.spb.ru

**Александр Константинович Явленский**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения, кафедра физики и оптики; зав. кафедрой; E-mail: conpi@peterlink.ru

**Антон Александрович Севастьянов**

— аспирант; ООО „Промкомплект-Инжиниринг“, Санкт-Петербург, нач. отдела;  
E-mail: sevastyanov@e-automatica.ru

**Александр Сергеевич Волков**

— Федеральное агентство по культуре и кинематографии, Москва, зам. нач. отдела; E-mail: volkov@fakk.ru

Рекомендована кафедрой физики и оптики СПбГУ КиТ

Поступила в редакцию 27.09.07 г.

---

---

# ЭЛЕКТРОННЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА

---

---

УДК 621.396:681.323

С. И. ЗИАТДИНОВ

## ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Исследуются линейные искажения при интерполяции случайного процесса на основе отсчетов его спектральной плотности, полученных дискретным преобразованием Фурье. Анализируются ошибки интерполяции для различных спектрально-корреляционных характеристик случайного процесса. Показано, что в точках взятия отсчетов ошибки интерполяции равны нулю и принимают максимальные значения в середине периода дискретизации.

*Ключевые слова:* спектр, дискретизация, восстановление, ошибки.

При цифровой обработке информации непрерывная функция  $x(t)$  представляется последовательностью ее отсчетов  $x[n]$ , взятых через период дискретизации  $T$ , при этом  $n=0, 1, 2, \dots$

На практике для получения спектральной плотности исследуемой функции  $x(t)$  широко используется дискретное преобразование Фурье (ДПФ), позволяющее по пачке из  $N$  отсчетов функции  $x(t)$  получить  $N$  отсчетов спектральной плотности [1]:

$$s[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\Omega Tnk}, \quad (1)$$

где  $\Omega = 2\pi / NT$ ,  $k = 0 \dots (N-1)$ .

В то же время существует обратное ДПФ, которое по полученным отсчетам спектральной плотности (1) однозначно определяет исходную импульсную последовательность [1]:

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s[k] e^{j\Omega Tnk}. \quad (2)$$

Рассмотрим задачу восстановления исходной функции  $x(t)$  в любой точке временного интервала  $t = 0 \dots (N-1)T$  на основе отсчетов спектральной плотности (1).

Очевидно, что в точках  $t = nT$  интерполирующая функция совпадает с исходной функцией  $x(t)$ , а в точках  $t \neq nT$  возникают ошибки интерполяции, оценка которых и составляет цель настоящей статьи.

Для произвольного момента времени  $t$  в пределах временного интервала  $t = 0 \dots (N-1)T$  соотношение (2) в общем виде становится комплексным и записывается следующим образом:

$$y^*(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s[k] e^{j\Omega kt}. \quad (3)$$

Положим  $t = \ell T + \Delta T$ , где  $\ell = 0 \dots (N-2)$  — номер временного отсчета в пределах интервала  $t = 0 \dots (N-1)T$ ;  $\Delta T = 0 \dots T$  — точка интерполирования в пределах периода дискретизации. Тогда выражение (3) принимает вид

$$y^*(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} s[k] e^{j\Omega k(\ell T + \Delta T)}. \quad (4)$$

После подстановки соотношения (1) в формулу (4) получим

$$y^*(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{j\Omega T k \left( \ell - n + \frac{\Delta T}{T} \right)}. \quad (5)$$

В дальнейшем для практических случаев рассмотрим только вещественную составляющую выражения (5):

$$y(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cos \Omega T k \left( \ell - n + \frac{\Delta T}{T} \right). \quad (6)$$

Поскольку интерполирующая функция (6) при  $\Delta T \neq 0$  отличается от исходной функции  $x(t)$ , то возникающие ошибки интерполяции оценим коэффициентом линейных искажений [2—6]

$$K_{\text{л.и}}(\tau) = \sqrt{1 - R_{12}(\tau)},$$

где  $R_{12}(\tau)$  — коэффициент взаимной корреляции интерполирующей функции  $y(t)$  и исходной функции  $x(t)$ .

Определим коэффициент линейных искажений для более простого случая при  $\tau = 0$ .

Пусть исходная функция  $x(t)$  представляет стационарный случайный процесс с нулевым математическим ожиданием. Тогда коэффициент взаимной корреляции  $R_{12}(0)$  может быть найден из следующего выражения:

$$R_{12}(0) = \frac{\overline{y(t)x(t)}}{\sigma_y \sigma_x} = \frac{1}{N \sigma_y \sigma_x} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} B[(\ell - n)T + \Delta T] \cos \Omega T k \left( \ell - n + \frac{\Delta T}{T} \right),$$

где  $\sigma_y$ ,  $\sigma_x$  — среднеквадратические значения функций  $y(t)$  и  $x(t)$ ;  $B(\tau)$  — корреляционная функция исходного процесса  $x(t)$ .

Для нахождения коэффициента взаимной корреляции  $R_{12}(0)$  необходимо знать среднеквадратическое значение  $\sigma_y$  интерполирующей функции, которое определяется соотношением

$$\sigma_y = \frac{1}{N} \left[ \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} B[n-m] \cos \Omega T k \left( \ell - n + \frac{\Delta T}{T} \right) \cos \Omega T p \left( \ell - m + \frac{\Delta T}{T} \right) \right]^{1/2}.$$

Пусть корреляционная функция процесса  $x(t)$  описывается соотношением

$$B(\tau) = \sigma_x^2 \exp(-|\tau| \Delta f),$$

где  $\Delta f$  — параметр, определяющий ширину спектральной плотности случайного процесса  $x(t)$ ; данной корреляционной функции соответствует пологая медленно спадающая спектральная плотность.

Результаты расчетов коэффициента линейных искажений  $K_{л.и}(0)$  для различных значений параметров  $\ell$  и  $\Delta T/T$  при значении произведения  $\Delta f T = 0,005$  и числе отсчетов функции  $x(t)$   $N = 17$  представлены в табл. 1.

Таблица 1

$\Delta T/T$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$K_{л.и}, \%$	$\ell = 0$	0	5,99	11,47	15,32	16,59	15,24	12,07	8,42	5,49	3,28
	$\ell = 8$	0	3,74	6,23	7,80	8,46	8,49	8,14	7,38	5,94	3,65
	$\ell = 15$	0	3,28	5,49	8,42	12,07	15,24	16,59	15,32	11,47	5,99

Как следует из анализа полученных данных, в точках взятых отсчетов функции  $x(t)$  коэффициент линейных искажений равен нулю. При этом минимальные значения коэффициента  $K_{л.и}(0)$  имеют место в середине интервала времени  $(N-1)T$  ( $\ell = 8$ ) и в точках, примыкающих к моментам взятия отсчетов функции  $x(t)$ .

В табл. 2 приведены результаты расчетов коэффициента линейных искажений  $K_{л.и}(0)$  для корреляционной функции процесса  $x(t)$  вида

$$B(\tau) = \sigma_x^2 \exp(-\tau^2 \Delta f^2),$$

соответствующей резко падающей спектральной плотности. Вычисления произведены при прежних исходных данных.

Таблица 2

$\Delta T/T$		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$K_{л.и}, \%$	$\ell = 0$	0	1,50	3,00	4,02	4,28	3,75	2,65	1,37	0,32	0,18
	$\ell = 8$	0	0,56	0,93	0,99	0,73	0,26	0,28	0,65	0,74	0,50
	$\ell = 15$	0	0,18	0,32	1,37	2,65	3,75	4,28	4,02	3,00	1,50

Сопоставляя результаты, представленные в табл. 1 и 2, можно отметить, что для резко падающей спектральной плотности функции  $x(t)$  ошибки интерполяции в 4—7 раз меньше, чем в случае медленно падающей спектральной плотности. В целом же характер поведения коэффициента линейных искажений  $K_{л.и}(0)$  для различных значений параметров  $\ell$  и  $\Delta T/T$  остается прежним.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голд Б., Рейдер Ч. Цифровая обработка сигналов. М.: Сов. радио, 1973.
2. Зиатдинов С. И., Жуков А. Д. Искажение сигнала в узкополосных фильтрах // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 12. С. 44—47.
3. Зиатдинов С. И. Линейные искажения сигнала фильтром Баттерворта // Там же. 2007. Т. 50, № 1. С. 35—39.
4. Зиатдинов С. И. Линейные искажения сигнала экстраполяторами // Там же. 2007. Т. 50, № 5. С. 57—60.
5. Зиатдинов С. И. Линейные искажения сигнала интерполятором // Там же. 2007. Т. 50, № 10. С. 50—53.
6. Зиатдинов С. И., Гирин Н. В. Анализ ошибок при тригонометрической интерполяции // Там же. 2008. Т. 51, № 5. С. 42—45.

### Сведения об авторе

**Сергей Ильич Зиатдинов**

— д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, кафедра информационно-сетевых технологий; E-mail: kaf.53@GUAP.ru

Рекомендована кафедрой  
информационно-сетевых технологий

Поступила в редакцию  
29.11.07 г.

А. П. БАЕВ, М. Р. ГОНЧАРЕНКО, А. С. ИСАКОВ

## СИЛОВОЙ ИСТОЧНИК ПИТАНИЯ ЧЕТЫРЕХКВАДРАНТНОГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Рассматриваются результаты проектирования силового источника питания, построенного на основе автономного IGBT-инвертора с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией и предназначенного для четырехквadrантного асинхронного электропривода с векторным управлением для эскалаторов метрополитена.

*Ключевые слова:* четырехквadrантный электропривод, активный выпрямитель, звено постоянного тока.

**Введение. Постановка задачи.** В настоящее время эскалаторы метрополитенов в большинстве своем комплектуются четырехквadrантными асинхронными электроприводами (ЭП) с векторными частотно-токовыми системами управления (СУ) и автономными IGBT-инверторами (АИ) напряжения с синусоидальной широтно-импульсной модуляцией.

С другой стороны, зачастую тяговые подстанции с выпрямителями имеют один силовой ввод с электроприводами эскалаторов. Вследствие влияния тяговых выпрямительных подстанций в силовой сети эскалаторов содержится значительное количество гармонических составляющих, что приводит к значительному ущербу: дополнительным потерям мощности в питающих линиях, трансформаторах, асинхронных машинах, осветительном оборудовании и т.п.; ускоренному старению изоляции электрических машин, аппаратов и кабелей и, как следствие, уменьшению срока службы и снижению надежности электрического оборудования; ухудшению точности электрических измерений, нарушению работы автоматики, телемеханики и релейной защиты; кроме того, затрудняется и в ряде случаев становится невозможной передача информации по силовым цепям.

Силовой источник питания четырехквadrантного электропривода эскалатора, при соответствующей доработке, может быть использован в качестве активного кондиционера силовой сети (активного фильтра тока [1]). В настоящей статье рассматриваются проблемы построения и расчета таких силовых источников.

**Структура и принципы функционирования четырехквadrантных асинхронных электроприводов.** Значительная часть выпрямителей на тяговых подстанциях метрополитена строится по схеме Ларионова. Соответственно в гармонических составляющих потребляемого тока присутствуют 5, 7, 11, 13, 17, 19-я ... гармоники, из которых наиболее значимыми являются 5, 7, 11-я.

Структурная схема современного четырехквadrантного электропривода с IGBT-инверторами с широтно-импульсной модуляцией приведена на рис. 1, где ДН — датчик напряжения, ДТ — датчик тока, АД — асинхронный двигатель. Как видно из рисунка, силовой источник питания электропривода аналогичен активному кондиционеру силовой сети. Важной особенностью такого построения силового блока питания является возможность регулировки напряжения в звене постоянного тока (ЗПТ). При этом минимальное значение напряжения ограничивается выпрямленным напряжением для мостового выпрямителя, а максимальное значение определяется предельными параметрами силовых приборов — IGBT-модулей и электролитических конденсаторов фильтра в звене постоянного тока [2].

Активные кондиционеры силовой сети строятся на автономных инверторах напряжения и подключаются к сети параллельно нелинейной нагрузке (рис. 2). Они могут генерировать в сеть как гармонические составляющие тока, равные по амплитуде и противоположные по

знаку гармоническим составляющим тока от нелинейной нагрузки, так и реактивный ток при необходимости. Соотношение мощности тягового выпрямителя к мощности активного кондиционера силовой сети не превышает 6 раз, а мощность остальных потребителей составляет менее половины мощности активного кондиционера.

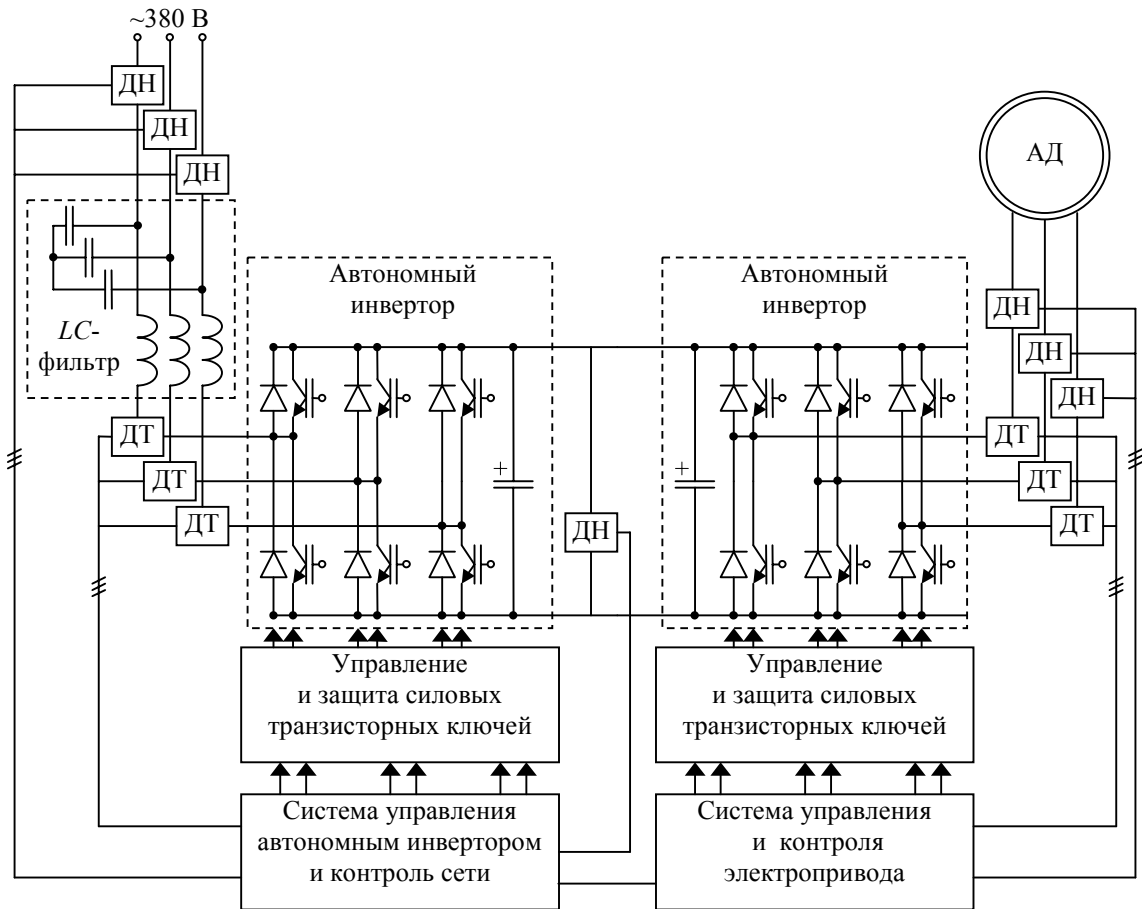


Рис. 1

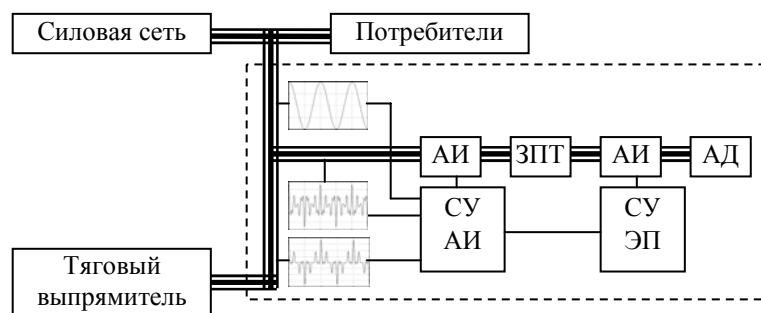


Рис. 2

Важной задачей при проектировании силового источника питания электропривода является правильный выбор напряжения питания в зависимости от режима работы электропривода и искажений тока в силовой сети, которые необходимо скомпенсировать, если силовой источник питания используется как кондиционер. При этом важно рассматривать как статический, так и динамический режимы работы.

Если напряжение в звене постоянного тока выбрано слишком малым, то регуляторы тока не смогут обеспечить желаемую полосу пропускания, а в векторной системе управления при формировании вращающейся системы координат будут происходить сбои. Это особенно

характерно для систем с косвенным поддержанием потокосцепления ротора постоянным, где скольжение должно быть пропорционально частному от деления двух проекций вектора тока. При использовании кондиционера силовой сети, при недостаточном напряжении в звене постоянного тока, система управления не сможет обеспечить подавление гармонических составляющих тока в расчетном диапазоне частот и (или) заданное значение реактивного тока. Слишком большое напряжение в звене постоянного тока перегружает силовые приборы электропривода, снижая тем самым срок их службы.

В работе [3] были получены выражения, позволяющие рассчитать необходимое напряжение в звене постоянного тока для асинхронного электропривода с векторным управлением и поддержанием потокосцепления ротора постоянным:

$$u_{1x}^2 + u_{1y}^2 = \Psi_{2x}^2 \left[ (\alpha X_0 / X_2)^2 + 2\alpha^2 X' / X_2 + \left( (X'p + r_1)^2 + \alpha X' \right) (1 + \mu X_2 / \Psi_{2x}) \right] + 2(X'p + r_1) \alpha \mu. \quad (1)$$

Следует отметить, что системы управления современных асинхронных электроприводов с векторным управлением построены именно таким образом.

Напряжение в звене постоянного тока для силового источника питания рассчитывается в соответствии со следующим выражением:

$$u_x^2 + u_y^2 = (r_1 + X_L p)^2 (i_x^2 + i_y^2) + 2\alpha' X_L^2 (i_x p i_y - i_y p i_x) + \alpha'^2 X_L^2 (i_x^2 + i_y^2) + 2U(r_1 + X_L p) i_x - 2U\alpha' X_L i_y + U^2. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) использованы обозначения, принятые в работе [3]:  $X_1$ ,  $X_2$  — относительное активное и индуктивное сопротивление статора и ротора;  $X_0$  — относительное сопротивление намагничивающей цепи;  $X' = (X_1 X_2 - X_0^2) / X_2$  — индуктивность рассеяния статора;  $\alpha$  — относительная частота вращения поля статора;  $\mu$  — относительный момент;  $u_{1x}$ ,  $u_{1y}$  — проекции обобщенного среднего за период несущей широтно-импульсной модуляции вектора относительного напряжения на выходе инвертора электропривода;  $\Psi_{2x} = \text{const}$  — проекция относительного вектора потокосцепления ротора;  $u_x$ ,  $u_y$  — проекции обобщенного среднего за период несущей широтно-импульсной модуляции вектора относительного напряжения на выходе инвертора рекуперации;  $i_x$ ,  $i_y$  — проекции обобщенного вектора тока силового источника питания;  $U$  — проекция на ось  $x$  обобщенного относительного вектора фазного напряжения;  $X_L$  — относительное индуктивное сопротивление  $LC$ -фильтра;  $r_1$  — относительное суммарное активное сопротивление  $LC$ -фильтра и силовой сети;  $p$  — оператор дифференцирования по относительному времени;  $\alpha'$  — относительная частота вращения системы координат; проекции вектора на оси вращающейся системы координат обозначены индексами „ $x$ “ и „ $y$ “. При приведении уравнения (2) к относительной форме были приняты базовые величины для асинхронной машины [3].

Как следует из приведенных уравнений, для компенсации реактивного тока в сети, носящего емкостной характер, требуется большее напряжение в звене постоянного тока, чем для компенсации реактивного тока, носящего индуктивный характер, т.е. отстающего по фазе от активной составляющей тока. Кроме того, гармонические составляющие тока во вращающейся системе координат изменяются во времени, и вследствие наличия производной по времени это может существенно повлиять на значение расчетного напряжения.

Уравнения (1) и (2) с учетом неравенств, приведенных в работе [2], позволяют получить значение напряжения в звене постоянного тока, при котором обеспечивается работоспособность систем управления электропривода и силового источника питания. Введя в систему управления дополнительные блоки для расчета необходимого напряжения в звене постоянного тока и осуществив обмен по информационному каналу (например, CAN) между системами управления силового источника питания и электропривода (рис. 3), можно оптимизировать



значение напряжения в звене постоянного тока. На рисунке приняты следующие обозначения: ПК — преобразователь координат, РТ — регулятор тока, РП — регулятор потока, РС — регулятор скорости  $v$ , РН — регулятор напряжения, Н — наблюдатель, БР  $U_{dc}$  — блок расчета требуемого напряжения в ЗПТ, БРУП — блок расчета угла поворота системы координат, БРГ — блок расчета гармонических составляющих, ВН — блок выбора напряжения для ЗПТ, ТВ — тяговая выпрямительная подстанция.

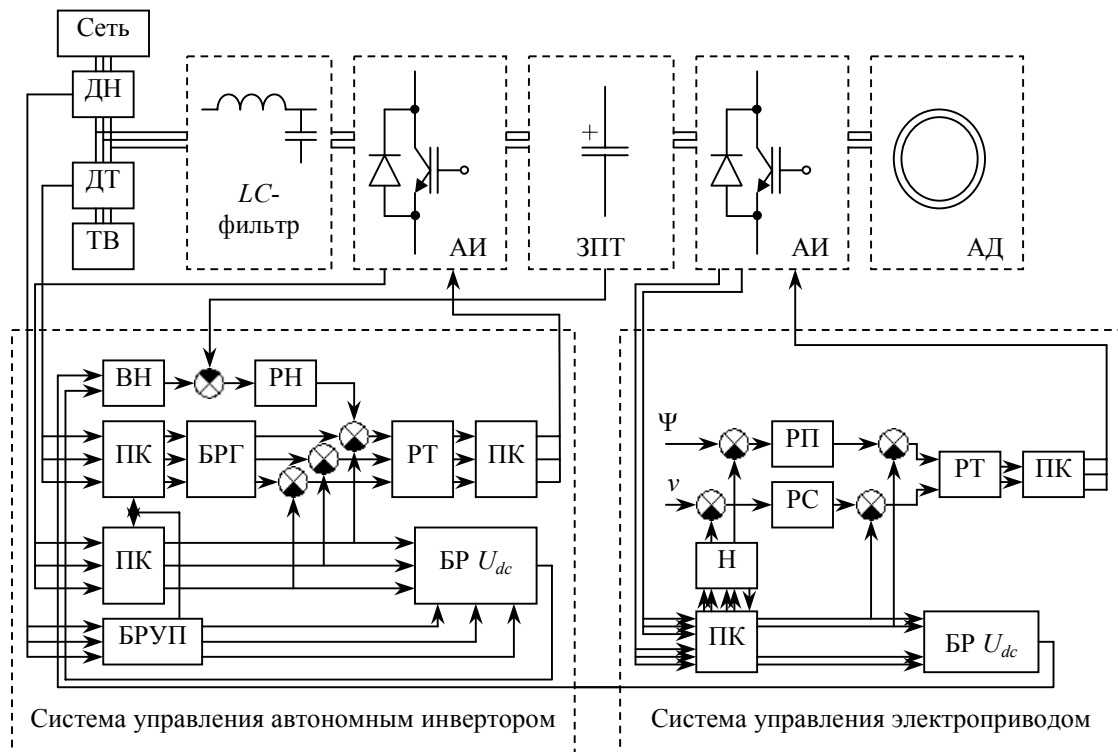


Рис. 3

**Основные результаты.** Предложено использовать силовой источник питания четырехквadrантного электропривода для эскалаторов метрополитена как активный кондиционер силовой сети для компенсации гармонических составляющих тока в силовой сети, образующихся при работе тяговых подстанций. Получены уравнения для расчета напряжения в звене постоянного тока в статическом и динамическом режимах работы электропривода и его силового источника питания. Предложено ввести в систему управления блоки, позволяющие корректировать желаемое значение напряжения в звене постоянного тока.

**Заключение.** Результаты испытаний образца силового источника питания и асинхронного электропривода мощностью 200 кВт с векторными системами управления на основе сигнального процессора TMS320F2407, связанных по CAN-каналу, показали соответствие схмотехнических решений и выбранных алгоритмов управления поставленной задаче. Данные, полученные в результате испытаний, подтвердили теоретические выводы, сделанные в работах [2, 3], и теоретические положения, изложенные в настоящей статье.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зиновьев Г. С. Основы силовой электроники. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. Ч. 2. 197 с.
2. Баев А. П., Гончаренко М. Р., Осипцева О. С., Исаков А. С. Особенности проектирования четырехквadrантных асинхронных электроприводов // Информационные технологии, вычислительные и управляющие системы: науч.-техн. вестн. СПбГУ ИТМО. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2004. Вып. 14. С. 16—20.
3. Гончаренко М. Р. Электромагнитные процессы в силовой цепи быстродействующего асинхронного электропривода. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Л.: ЛИТМО, 1989. С. 17.

**Сведения об авторах**

- Андрей Петрович Баев** — канд. техн. наук; НИИ точной механики, Санкт-Петербург, нач. сектора; E-mail: apb1959@nwgsm.ru
- Михаил Робертович Гончаренко** — канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: mrg1959@yahoo.com
- Алексей Сергеевич Исаков** — аспирант; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий механики и оптики, кафедра систем управления и информатики; E-mail: isakovas@nm.ru

Рекомендована кафедрой  
систем управления и информатики  
СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию  
07.12.07 г.

УДК 621.373.5

В. А. ЧУЛКОВ, А. В. МЕДВЕДЕВ

**ГЕНЕРАТОР ИМПУЛЬСОВ С ФАЗОВЫМ ДРОЖАНИЕМ**

Рассматриваются методы и средства генерирования сигналов со случайным отклонением фазы для контроля систем передачи и обработки цифровых данных. Предложена схема генератора импульсов на основе ПЛИС, в котором закон отклонения фазы импульсов от номинальной позиции задается цифровым способом с помощью генератора псевдослучайных чисел. По результатам моделирования генератора импульсов с фазовым дрожанием в САПР Quartus II выполнен анализ статистики распределения времени задержки импульсов.

**Ключевые слова:** *информационный канал, сигнал, джиттер (фазовое дрожание), моделирование, генератор псевдослучайных чисел, элемент задержки, программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС).*

Передача и обработка сигналов в информационных каналах сопровождается влиянием шума, что приводит к случайному отклонению сигналов от их номинальных позиций во времени — фазовому дрожанию (джиттеру). Знание механизмов воздействия джиттера на работу устройств позволяет реально оценить работоспособность устройства и уточнить требования к его параметрам. Для экспериментальной оценки устойчивости и характеристик шума систем приема и обработки цифровой информации необходимы имитаторы сигналов данных с нормированным джиттером.

В соответствии с природой факторов, приводящих к искажениям позиций сигналов, можно выделить регулярные и случайные составляющие джиттера. Моделирование регулярного джиттера, как правило, не представляет проблемы и может осуществляться, например, с помощью фазового модулятора, изменяющего фазу импульса тактового генератора по заданному закону [1]. Более сложной является задача моделирования случайной составляющей джиттера.

Ввиду большого количества причин, от которых зависит джиттер в реальных системах цифровой связи, на основе центральной предельной теоремы обычно принимается гауссова модель джиттера с равномерным энергетическим спектром в рабочей полосе частот. Для генерирования сигналов со случайным отклонением фазы от номинальной позиции применяются аналоговые и цифровые методы. Аналоговые генераторы джиттера используют различные шумящие приборы в качестве первичных источников напряжения шума, который далее линейно преобразуется во временной сдвиг [2, 3], в частности, путем сравнения шумового напряжения с периодическим пилообразным напряжением [4]. Другой распространенный способ — введение в контур фазовой синхронизации генератора шумового напряжения посредством узла суммирования [5]. Общим недостатком аналоговых устройств является необходимость регулировок, а также низкая стабильность и помехоустойчивость [6].

К случайным сигналам с непрерывным и равномерным спектром шума весьма близки по статистическим свойствам так называемые псевдослучайные сигналы, которые генерируются цифровыми способами. Хотя псевдослучайные сигналы являются, по существу, регулярными, период их повторения можно сделать настолько большим, что закономерность значений моделируемого параметра не успеет проявиться за время наблюдения.

Для построения генераторов псевдослучайных чисел (ГПСЧ) используются кольцевые сдвигающие регистры с обратной связью через элемент арифметического сложения по модулю 2. Известно, что сумма содержимого смежных разрядов регистра в ГПСЧ обладает биномиальным, а при большом количестве суммируемых разрядов — близким к гауссову распределением [7]. Это и оправдывает широкое применение ГПСЧ в качестве первичного источника шума с заданными свойствами.

Возможны различные варианты преобразования случайного цифрового кода в фазовое дрожание импульсов тактового генератора. Так, в схеме генератора пульсаций для испытаний битового синхронизатора [8] суммирование содержимого разрядов ГПСЧ выполняется аналоговым способом, а полученный в результате сигнал воздействует на частоту управляемого генератора.

Более точное моделирование джиттера с преобразованием псевдошумового цифрового кода непосредственно в фазу выходного импульса обеспечивают устройства с дискретной интерполяцией опорного периода [9]. Для интерполяции могут применяться либо цифровая линия задержки, либо мультифазный кольцевой генератор.

Рассматриваемая схема генератора импульсов с фазовым дрожанием на основе ГПСЧ не нуждается в операциях суммирования и мультиплексирования благодаря специальному исполнению элементов задержки [10]. Генератор (рис. 1) включает последовательную цепь элементов задержки, имеющих входы управления  $Q_j$ . При логической „1“ на входе  $Q$  входной сигнал по замыкаемому ключу поступает непосредственно на выход элемента. Если же на входе  $Q$  появляется логический „0“, то шунтирующий ключ в элементе задержки оказывается разомкнутым, что приводит к увеличению времени задержки.

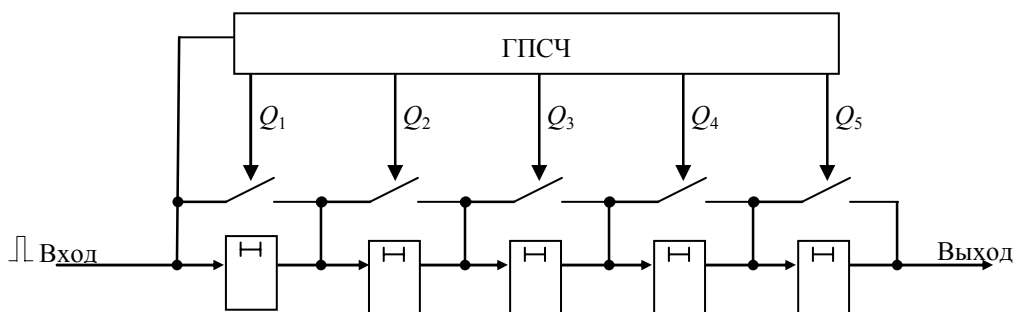


Рис. 1

Выходной импульс генератора отстает относительно входного импульса на время задержки, определяемое числом элементов, на вход которых подаются нулевые сигналы. Поскольку сумма содержимого смежных разрядов ГПСЧ распределена по нормальному закону, то нормальному закону подчинена и задержка выходного импульса относительно входного.

Показанная на рис. 2 схема генератора импульсов с фазовым дрожанием\*, включающая 7-секционную цифровую линию задержки, реализована на кристалле EP2S15F484C3 фирмы „Altera“. Работоспособность схемы была проверена путем моделирования в САПР Quartus II. Каждый элемент линии задержки, собранный из восьми последовательно соединенных буферов LCELL [11], задерживает сигнал на время 2,905 нс.

\* Схема, приведенная в авторской редакции, с англоязычными обозначениями компонентов, представляет собой распечатку с экрана компьютера программы, поддерживающей проектирование на ПЛИС, т.е., по существу, реальный объект исследования.

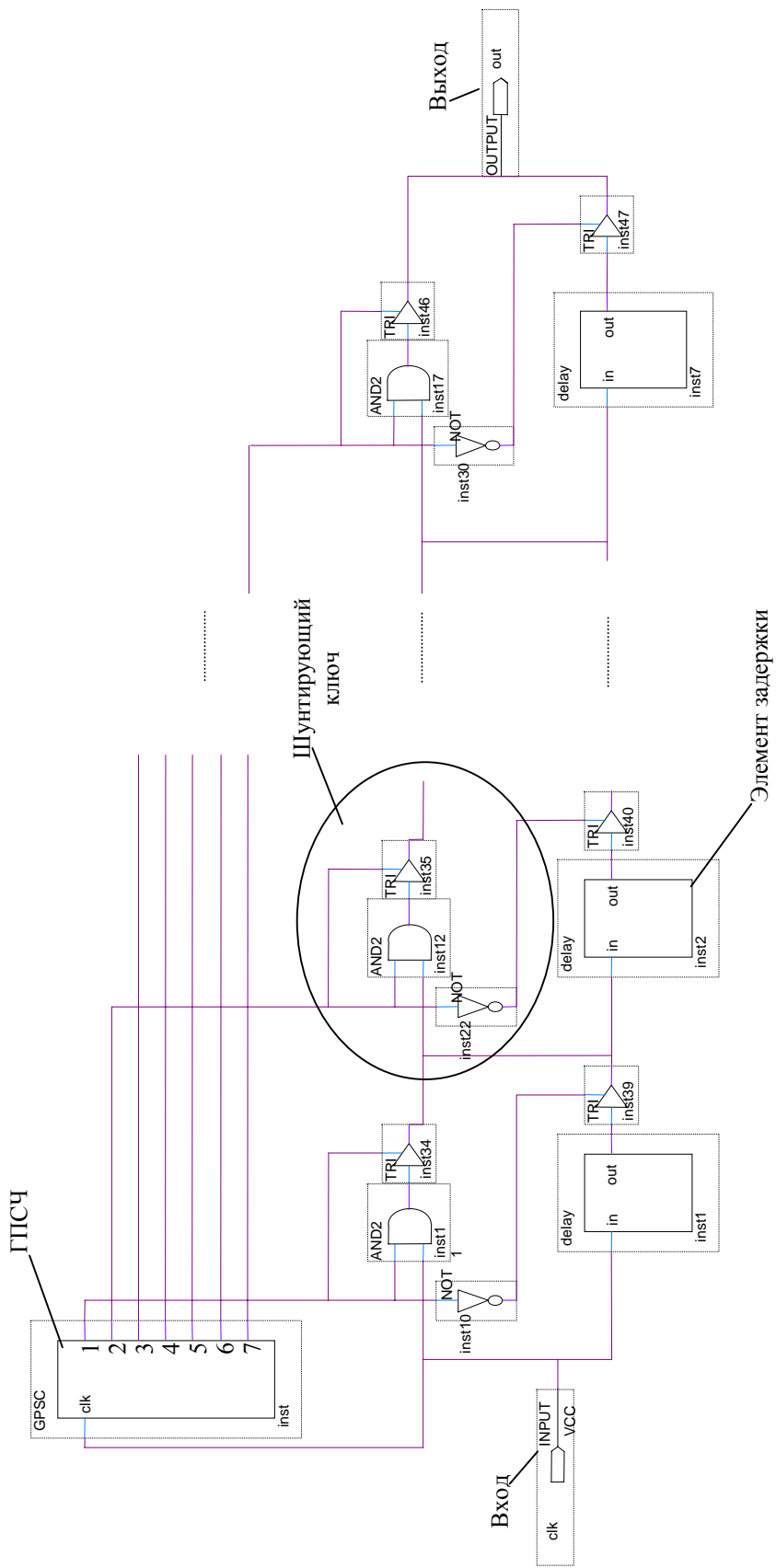


Рис. 2

По результатам измерения значений задержки  $t$  фронта выходного импульса относительно фронта входного импульса в пределах полного цикла ГПСЧ построена гистограмма распределения времени задержки (рис. 3). Как видно из гистограммы, моделируемый джиттер импульсов обладает близким к нормальному распределением. Некоторая асимметрия графика относительного математического ожидания ( $t = 22,689$  нс) объясняется тем, что в ГПСЧ исключена комбинация „1111111“, которой соответствует минимальная задержка.

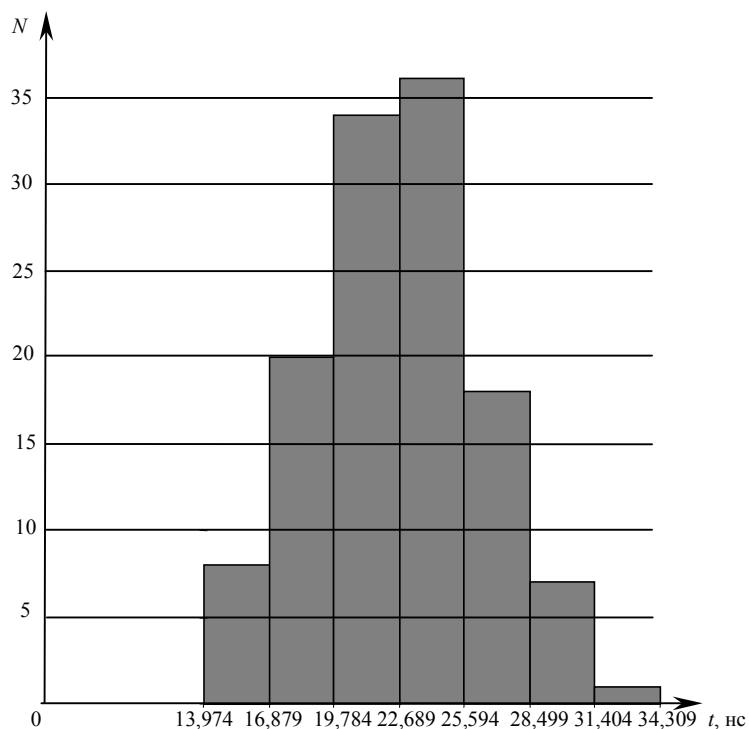


Рис. 3

Энергетический спектр джиттера простирается от частоты опорных импульсов до частоты повторения комбинаций ГПСЧ, увеличивая число разрядов которого, можно получить практически случайный процесс. В рассмотренном примере использован 7-разрядный ГПСЧ, и, следовательно, спектр может составить от  $f_0/127 \approx 160$  кГц до опорной частоты  $f_0 \approx 20$  МГц.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Milijevic S.* Use an off-the-shelf signal source as a jitter/wander generator // EDN. 2005. Febr. 3. P. 83, 84.
2. *Бобнев М. П.* Генерирование случайных сигналов. М.: Энергия, 1971.
3. *Тухарели К. Д., Шульга В. Г.* Устройства имитации дрожания фазы импульсов кодовых последовательностей // Полупроводниковая электроника в технике связи: сб. М.: Связь, 1978. Вып. 19. С. 154—161.
4. Пат. 2107941 РФ. Генератор равномерно распределенных случайных импульсов / *В. Б. Колесников.*
5. Pat. 5742208 US. Signal generator for generating a jitter/wander output.
6. *Сергиенко А. Б.* Цифровая обработка сигналов: Учеб. для вузов. СПб.: Питер, 2006.
7. *Корн Г.* Моделирование случайных процессов на аналоговых и аналого-цифровых машинах. М.: Мир, 1968.
8. *Харикумар Н.* Генератор пульсаций для испытаний битового синхронизатора // Электроника. 1975. № 11. С. 65—67.
9. *Чулков В. А.* Генераторы импульсов с фазовым субквантованием // Изв. вузов. Приборостроение. 2004. Т. 47, № 8. С. 28—34.
10. Пат. 2133552 РФ, МПК H03K 5/159. Генератор импульсов с нормированным фазовым шумом / *В. А. Чулков.*

11. Стешенко В. Б. ПЛИС фирмы „Altera“: элементная база, система проектирования и языки описания аппаратуры. М.: Изд. дом „Додэка—XXI“, 2002.

*Сведения об авторах*

- Валерий Александрович Чулков** — канд. техн. наук, доцент; Пензенская государственная технологическая академия, кафедра вычислительных машин и систем, профессор; E-mail: chu@pgta.ac.ru
- Алексей Владимирович Медведев** — аспирант; Пензенская государственная технологическая академия, кафедра вычислительных машин и систем; E-mail: mav@pgta.ac.ru

Рекомендована кафедрой  
вычислительных машин и систем

Поступила в редакцию  
21.12.07 г.

---

---

# ОПТИЧЕСКИЕ И ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

---

---

УДК 535.548.0

А. В. Сүй, К. А. Рудой, В. И. Строганов, В. В. Криштоп

## ЭВОЛЮЦИЯ КОНОСКОПИЧЕСКИХ КАРТИН ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПОЛОЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКИ

Проанализированы особенности оптической системы, предназначенной для определения угла наклона оптической оси относительно входной грани кристаллической пластинки. Приведены рассчитанные коноскопические картины кристаллической пластинки, по виду которых можно определять направление оптической оси кристалла.

**Ключевые слова:** коноскопическая картина, кристаллическая пластинка, ориентация оптической оси.

В оптическом приборостроении, квантовой электронике и нелинейной оптике широко используются анизотропные оптические кристаллы в качестве фазовых пластинок, электрооптических модуляторов, дефлекторов и удвоителей частоты [1—3]. Качество оптических элементов и ориентация оптической оси в образце проверяются различными методами, в том числе по виду коноскопической картины [4]. Например, при изготовлении фазовой пластинки необходимо не только подобрать ее толщину, но и осуществить ориентацию оптической оси в образце относительно плоскости пластинки.

В настоящей статье рассматриваются характерные особенности системы, позволяющей определять угол наклона  $\alpha$  оптической оси относительно входной грани (плоскости) кристаллической пластинки. В случае если оптическая ось параллельна плоскости пластинки, угол  $\alpha = 0$ .

Для наблюдения коноскопических картин используется схема, предложенная в работе [5], или стандартная схема с поляризационным микроскопом [4]. Если ось светового пучка направлена вдоль оптической оси кристалла (вдоль оси  $z$ ), то наблюдается так называемый „мальтийский крест“ в виде темного или светлого креста, пересеченного светлыми и темными кольцами; если ось светового пучка перпендикулярна оптической оси, наблюдаются два семейства гипербол [4].

Наблюдения проводятся в поляризованном свете при скрещенном положении плоскостей пропускания поляризатора и анализатора. Ориентация кристаллической пластинки в системе осуществляется таким образом, что плоскость главного сечения образца составляет  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. При этом достигается наилучший контраст коноскопической картины.

В ходе исследований в качестве объектов использовались кристаллы ниобата лития различной толщины (0,76—5,6 мм), изготовленные в виде пластинок с оптической осью,

ориентированной под различными углами ( $0\text{--}24^\circ$ ) к плоскости образца. Особенностью системы наблюдения является возможность отчета углов отклонения центра коноскопической картины относительно первоначального положения, соответствующего нулевым значениям углов.

На рис. 1 приведены рассчитанные коноскопические картины для пластинки ниобата лития толщиной 1,36 мм;  $x, y$  — угловые координаты коноскопической картины. В случае если оптическая ось параллельна плоскости кристаллической пластинки ( $\alpha = 0$ ), геометрический центр гипербола (коноскопической картины) располагается точно в центре экрана (рис. 1, а). При отклонении оптической оси от входной грани пластинки ( $\alpha = 3^\circ$ ) геометрический центр системы гипербола смещается вдоль направления оптической оси (в данном случае — по диагонали картины, рис. 1, б). При больших отклонениях оптической оси ( $\alpha = 24^\circ$ ) в центре экрана наблюдается коноскопическая картина в виде почти параллельных полос, при этом чем больше угол  $\alpha$ , тем прямее полосы (рис. 1, в).

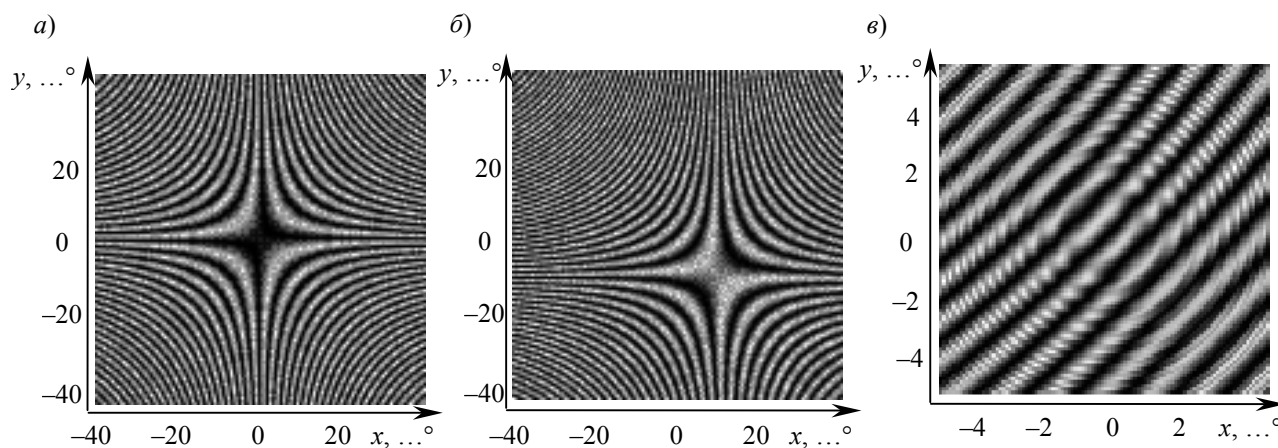


Рис. 1

Далее, в ходе эксперимента по коноскопической картине определяется угол отклонения  $\beta$  геометрического центра гипербола от центра экрана (см. рис. 1), а затем по рассчитанному графику (рис. 2) определяется угол отклонения  $\alpha$  оптической оси. Например, смещение центра гипербола по горизонтали и вертикали на  $3,5^\circ$  соответствует отклонению оптической оси на  $1^\circ$  (набег фазы  $\Delta\varphi = 2,3^\circ$ , длина волны  $0,6328\text{ мкм}$ ).

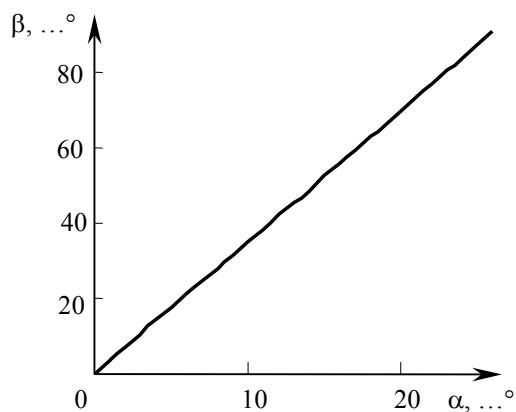


Рис. 2

При компьютерной обработке результатов эксперимента точность определения углов  $\beta$  и  $\alpha$  значительно возрастает. Расчет коноскопических картин выполнен при помощи математического пакета „Математика 5.0“.

Авторы статьи выражают особую благодарность Е. А. Евдищенко за участие в обсуждении результатов.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burfoot J. C., Taylor G. W.* Polar Dielectrics and Their Applications. 1979.
2. *Мустель Е. Р., Парыгин В. Н.* Методы модуляции и сканирования света. М.: Наука, 1970. 295 с.
3. *Дмитриев В. Г., Тарасов Л. В.* Прикладная нелинейная оптика. М.: Радио и связь, 1982. 352 с.
4. *Белянкин Д. С.* Кристаллооптика. М.: Гос. изд-во геолог. лит., 1949. 128 с.
5. Особенности оптической системы наблюдения коноскопических фигур больших размеров / *О. Ю. Пикуль, Л. В. Алексеева, И. В. Повх* и др. // Изв. вузов. Приборостроение. 2004. Т. 47, № 12. С. 53—55.

**Сведения об авторах**

- Александр Вячеславович Сюй** — канд. физ.-мат. наук, доцент; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск;  
E-mail: alsyuy271@gmail.com
- Константин Александрович Рудой** — канд. физ.-мат. наук, доцент; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск;  
E-mail: fizika@festu.khv.ru
- Владимир Иванович Строганов** — д-р физ.-мат. наук, профессор; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск; зав. кафедрой; E-mail: fizika@festu.khv.ru
- Виктор Владимирович Криштон** — канд. физ.-мат. наук, доцент; Дальневосточный государственный университет путей сообщения, кафедра физики, Хабаровск;  
E-mail: fizika@festu.khv.ru

Рекомендована кафедрой  
физики

Поступила в редакцию  
06.08.07 г.

УДК 535.3

В. А. ГРИММ

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рассматриваются вопросы представления структурированных поверхностей для расчета оптических систем. В рамках программы Modeling Optical System (MOPS) предложен оригинальный способ задания их параметров в виде набора функций от номера зоны элемента поверхности. Приведены формулы для описания параметров как френелевских, так и растровых структурированных поверхностей. В качестве примера использования нового типа поверхностей приведены результаты расчета френелевской линзы.

**Ключевые слова:** растр, оптика, алгоритм программы.

Под структурированными поверхностями понимаются два их вида — френелевские и растровые. Такие поверхности находят широкое применение при оптических расчетах систем для передачи и концентрации световой энергии, для решения задач освещения и формообразования светового пятна. В известных оптических программах (ZEMAX, OSLO, CODE V) структурированная поверхность описывается набором параметров, не зависящим от номера зоны поверхности. В разработанной автором настоящей статьи оптической программе MOPS (Modeling Optical System) [см. лит.] предложен способ задания параметров структурированной поверхности в виде набора функций от номера зоны явным образом, что можно назвать функциональным описанием параметров поверхности. Положительным результатом такого подхода является наглядность в представлении параметров конкретной зоны и сокращение числа параметров в задании на расчет. При этом абберрационные возможности структурированной поверхности хотя и снижаются, но в плане решения практических задач остаются высокими.

Наибольшие трудности при функциональном задании структурированной поверхности возникают при определении характеристик зон френелевской поверхности. На рис. 1 показана френелевская поверхность в сечении меридиональной плоскостью.

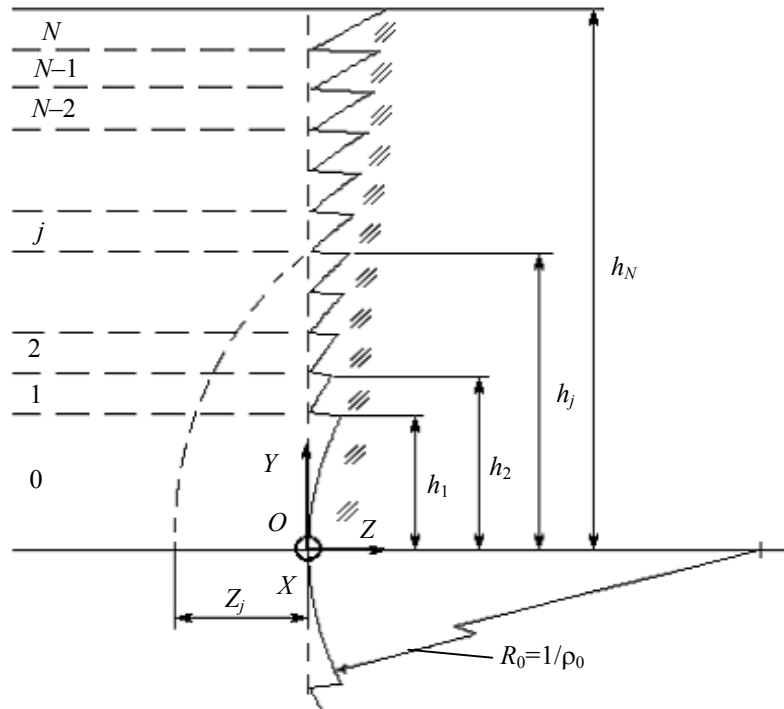


Рис. 1

Высоты зон  $h_j$  определяются в направлении оси  $OY$ . Поверхность зоны в этом случае описывается уравнением 2-го порядка (тогда как в программе CODE V, например, — полиномом до 20-й степени по радиус-вектору)

$$Ix^2 + Jy^2 = \frac{2}{\rho_j}z + A_j z^2,$$

где кривизна  $\rho_j$  в вершине элемента поверхности зоны и параметр асферизации  $A_j$  являются функциями номера зоны  $j$ :

$$\rho_j = \rho_0 + cj + bj^2; \quad A_j = A_0 + aj, \quad j=0, 1, \dots, N,$$

а параметры  $I, J$  определяют вид поверхности:

$I = 1, J = 1$  — поверхность вращения с осью симметрии  $OZ$ ;

$I = 0, J = 1$  — цилиндрическая поверхность с плоскостью симметрии  $XOZ$ ;

$I = 1, J = 0$  — цилиндрическая поверхность с плоскостью симметрии  $YOZ$ .

Свободные параметры  $\rho_0, c, b, A_0$  и  $a$  могут использоваться для оптимизации абберационных характеристик данных поверхностей.

При дальнейшем изложении под обозначением  $u$  или  $h$  будем понимать либо радиус-вектор для поверхности вращения, либо одну из координат  $x, y$  для цилиндрической поверхности.

Ширина  $\Delta_j$  и высота  $h_j$  зоны определяются через заданные минимальную  $h_1$  и максимальную  $h_N$  высоты зон:

— для линейной разбивки

$$\Delta_j = \Delta = (h_N - h_1) / N; \quad h_j = h_1 + j\Delta,$$

— для квадратичного способа разбивки

$$\Delta = (h_N^2 - h_1^2)/N; \quad h_j = \sqrt{h_1^2 + j\Delta}, \quad \Delta_j = h_{j+1} - h_j.$$

Для  $j = 0$  принято  $h_0 = 0$ .

Для расчета луча, проходящего через  $j$ -ю зону, необходимо знать положение вершины  $j$ -й поверхности в системе координат структурированной поверхности, совпадающей в пространстве с положением 0-й зоны. Для френелевской поверхности  $X_j = Y_j = 0$ , а положение вершины  $j$ -й поверхности на оси  $OZ$  определяется формулой

$$Z_j = \frac{-1 + \sqrt{1 + (\rho_j h_j)^2 A_j}}{\rho_j A_j}.$$

Для  $\rho_j = 0$  (плоскость)  $Z_j = 0$ , для  $A_j = 0$  (парабола)  $Z_j = \frac{1}{2}\rho_j h_j^2$ , для  $\rho_j > 10^6$  (конус)

$$Z_j = h_j / \sqrt{A_j}.$$

В случае растровых поверхностей  $Z_j = 0$ , а координаты вершин по осям  $OX$  и  $OY$  определяются положением центров зон:

$$X_j, Y_j = 0,5(h_{j+1} + h_j).$$

Глубина проточки  $j$ -й зоны на высоте  $y$ , а также текущая координата луча  $\delta Z$  по оси  $OZ$  в системе координат структурированной поверхности определяются путем решения системы уравнений для орта луча и  $j$ -й поверхности. Координаты точки пересечения луча с поверхностью определяются с учетом ограничения  $h_j \leq y < h_{j+1}$ . В результате последующего перехода в систему координат 0-й зоны имеем

$$\delta Z = Z - Z_j, \quad Z = \frac{-1 + \sqrt{1 + (\rho_j y)^2 A_j}}{\rho_j A_j}.$$

Таким образом, многообразие видов структурированных поверхностей — и френелевских, и растровых как на поверхностях вращения, так и на цилиндрических поверхностях — реализуется единообразно путем задания пяти целочисленных констант и шести действительных чисел:  $h_N, h_1, c, b, A_0, a$ . Радиус  $R_0$  кривизны 0-й зоны задается в массиве радиусов поверхностей системы. К целочисленным константам относятся:

$I, J$  — признаки вида поверхности ( $I, J = 0, 1$ );

$K$  ( $K=1, 2, 3$ ) — условный номер оси ( $OX, OY, OZ$ ), на которой расположены вершины;

$L$  — признак способа разбивки на зоны ( $L = 0, 1$ );

$N$  — количество зон ( $N = 0, 1, \dots, 999$ ).

Предложенный способ задания параметров структурированных поверхностей допускает возможность устанавливать обособленный размер 0-й зоны, отличный от шага разбивки, и не имеет ограничений на задание четного или нечетного числа зон. При четном числе зон параметр  $h_1$  задается равным нулю.

**Пример.** Приведем результаты расчета френелевской линзы, обеспечивающей минимум aberrаций в осевом пучке лучей для бесконечно удаленного предмета. Входная апертура пучка 60 мм, длина волны излучения 0,546 мкм, фокусное расстояние линзы 100 мм. Материал линзы — стекло К8 или ВК7. Френелевская поверхность расположена второй по ходу падающих лучей (со стороны изображения) и может быть как круговой, так и цилиндрической. Точка фокусировки находится на расстоянии 100 мм. Толщина линзы при таком положении

френелевской поверхности на результат абберационной коррекции не влияет и может быть выбрана равной 4 мм, что обеспечивает достаточную жесткость.

Схема фокусирующей линзы с использованием френелевской поверхности приведена на рис. 2.

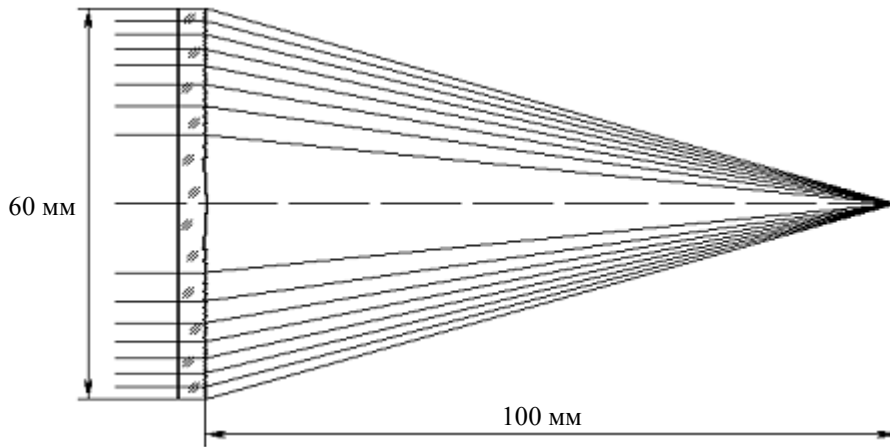


Рис. 2

В качестве коррекционных параметров в данной системе использовались параметры  $c$ ,  $b$ ,  $A_0$ ,  $a$ . В результате минимизации поперечных аббераций более чем 20 лучей осевого пучка наилучший результат получился для френелевской поверхности с квадратичным шагом разбивки при высоте центральной зоны 7 мм. Элементы поверхности зон — гиперболического вида с переменным эксцентриситетом  $e_j^2$  и кривизной в вершине каждой зоны:

$$A_j = e_j^2 - 1 = 1,207075 - 0,000828j;$$

$$\rho_j = \frac{1}{-51,872} - 0,0000541j + 0,000000184j^2;$$

$$h_{25} = 30 \text{ мм}, h_1 = 7 \text{ мм}, N = 25;$$

$$A_0 = 1,207075; a = -0,000828; \rho_0 = -0,0192782; c = -0,0000541; b = 0,000000184.$$

В табл. 1 представлена абберационная оценка рассчитанной системы для осевого пучка лучей. Рассчитанные параметры поверхности каждой зоны френелевской поверхности сведены в табл. 2.

Таблица 1

Высота луча на 1-й поверхности, мм	Поперечная абберация, мм	Тангенс угла наклона луча к оси $OZ$	Волновая абберация, в долях длины волны
30,0	0,018483	0,299815	0,22
28,062	-0,00417	0,280092	0,19
25,981	-0,00124	0,259517	-0,34
23,717	0,002311	0,237086	-0,21
21,213	-0,00814	0,211704	0,43
18,371	-0,00135	0,183452	0,24
15,0	0,004847	0,14987	0,46
10,606	0,003254	0,105738	0,02
7,5	0,0065	0,074883	0,23
5,303	-0,00277	0,052918	-0,08
0	0	0	0

Таблица 2

Номер зоны $j$	Радиус $R_j$ в вершине, мм	Смещение вершины по оси $OZ$ , мм	Максимальная глубина проточки, мм	Эксцентриситет $e_j^2=A_{j+1}$	Начальная и конечная высота зоны, мм	
					$h_j$	$h_{j+1}$
0	-51,8725	0	0,4697449	2,20707	0	7
1	-51,7278	0,4710465	0,3242429	2,20625	7	9,112629
2	-51,5848	0,7974576	0,3227115	2,20542	9,112629	10,82035
3	-51,4437	1,123174	0,3211921	2,20459	10,82035	12,29309
4	-51,3042	1,448179	0,3196849	2,20376	12,29309	13,60735
5	-51,1665	1,772456	0,3181899	2,20293	13,60735	14,8054
6	-51,0305	2,095989	0,3167071	2,20211	14,8054	15,91352
7	-50,8962	2,418766	0,3152367	2,20128	15,91352	16,94934
8	-50,7635	2,740771	0,3137788	2,20045	16,94934	17,9254
9	-50,6325	3,061992	0,3123333	2,19962	17,9254	18,85099
10	-50,5031	3,382417	0,3109003	2,19879	18,85099	19,73322
11	-50,3752	3,702036	0,3094798	2,19797	19,73322	20,57766
12	-50,249	4,020836	0,3080718	2,19714	20,57766	21,38878
13	-50,1243	4,338808	0,3066762	2,19631	21,38878	22,17025
14	-50,0011	4,655943	0,3052932	2,19548	22,17025	22,92509
15	-49,8795	4,972231	0,3039226	2,19465	22,92509	23,65587
16	-49,7593	5,287666	0,3025644	2,19383	23,65587	24,36473
17	-49,6407	5,602239	0,3012187	2,193	24,36473	25,05354
18	-49,5235	5,915942	0,2998853	2,19217	25,05354	25,72392
19	-49,4077	6,22877	0,2985641	2,19134	25,72392	26,37726
20	-49,2934	6,540716	0,2972553	2,19051	26,37726	27,01481
21	-49,1805	6,851775	0,2959585	2,18969	27,01481	27,63766
22	-49,0691	7,161941	0,2946739	2,18886	27,63766	28,24677
23	-48,959	7,47121	0,2934014	2,18803	28,24677	28,84302
24	-48,8502	7,779577	0,2921408	2,1872	28,84302	29,4272
25	-48,7429	8,087038	0,2908921	2,18637	29,4272	30

В заключение следует отметить достигнутую компактность в представлении параметров структурированных поверхностей, что выражается в малом числе независимых параметров  $h_N, h_1, c, b, A_0, a$ , а также их очевидную самодостаточность для эффективной оптимизации характеристик оптической системы.

ЛИТЕРАТУРА

Гримм В. А., Карасев В. Б., Кузьмин Ю. В. и др. Лазерные и микроволновые оптические системы. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2005. 232 с.

Сведения об авторе

**Вячеслав Антонович Гримм**

— Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра лазерной техники и биомедицинской оптики; ст. науч. сотрудник; E-mail: mopsat@mail.ru

Рекомендована кафедрой лазерной техники и биомедицинской оптики

Поступила в редакцию 29.11.06 г.

А. А. НОВИКОВ, И. А. ХРАМЦОВСКИЙ, В. Ю. ИВАНОВ,  
И. С. ФЕДОРОВ, А. ТУРКБОВЕВ

## ЭЛЛИПСОМЕТРИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ АНИЗОТРОПНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Изложены методы определения элементов нормированной матрицы отражения и основных эллипсометрических параметров анизотропных отражающих систем. Дано экспериментально-теоретическое обоснование применения обобщенных уравнений эллипсометрии в приближении Друде — Борна при определении поляризационно-оптических характеристик неоднородных поверхностных слоев анизотропных элементов оптоэлектроники. Показано, что при полировке и ионной обработке кристаллического кварца в приповерхностной области образуется аморфизированный слой, наличие которого приводит к потерям оптического излучения в ВУФ-области спектра.

**Ключевые слова:** эллипсометрия, оптические соединения, элементы оптоэлектроники, анизотропные оптические элементы.

В последнее время, наряду с традиционными методами диагностики физико-химического состояния поверхности кристаллов, получили развитие новые методологические подходы к анализу поляризационно-оптических свойств поверхностных слоев элементов оптоэлектроники. Среди этих подходов особое место занимает метод эллипсометрии благодаря широким возможностям исследования макро- и микроскопических характеристик неоднородных поверхностных слоев (ПС) анизотропных оптических элементов и слоистых тонкопленочных структур как в областях прозрачности, так и в полосах поглощения оптического излучения [1—3]. Эллипсометрия — метод, основанный на анализе изменения состояния полностью поляризованного излучения (линейно-, эллиптически- или циркулярно поляризованного) при его взаимодействии с поверхностью объекта исследования [4].

Для формирования научных представлений о природе и причинах возникновения тех или иных физико-химических свойств неоднородных поверхностных слоев, образующихся при изготовлении элементов оптоэлектроники из анизотропных кристаллов, необходимо знать не только основные закономерности изменения поляризационных характеристик ПС, но и подходы к анализу эллипсометрических измерений оптических характеристик неоднородных анизотропных отражающих систем [1—3].

В настоящей статье обсуждаются вопросы развития эллипсометрического метода диагностики физико-химического состояния неоднородной структуры поверхностного слоя оптических элементов, выполненных из кристаллического кварца. Такие структуры используются для получения внутривибрационных элементов ионных и эксимерных лазеров, при этом обеспечиваются минимальные потери оптического излучения в ВУФ-области спектра.

**Методы определения элементов нормированной матрицы отражения.** Для падающего светового пучка с двумя взаимно ортогональными составляющими  $E_s^{(0)}$  и  $E_p^{(0)}$  вектора электрического поля  $\mathbf{E}^{(0)}$  и двумя взаимно ортогональными составляющими  $E_s^{(1)}$  и  $E_p^{(1)}$  электрического вектора светового пучка  $\mathbf{E}^{(1)}$ , отраженного от анизотропной системы „неоднородный ПС — одноосный кристалл“, справедливы следующие соотношения:

$$E_p^{(1)} = R_{pp} E_p^{(0)} + R_{ps} E_s^{(0)}; \quad E_s^{(1)} = R_{sp} E_p^{(0)} + R_{ss} E_s^{(0)}, \quad (1)$$

где  $R_{pp}$ ,  $R_{ps}$ ,  $R_{sp}$ ,  $R_{ss}$  — элементы матрицы отражения  $\mathbf{R}^*$  Джонса;  $s$ -компонента перпендикулярна плоскости падения светового пучка (плоскость  $XOZ$ );  $p$ -компонента находится в плоскости падения; ось  $Z$  направлена в глубь поверхностного слоя.

Введем в рассмотрение эллипсометрические отношения ( $\rho$ ) для падающего  $\rho^{(0)}$  и отраженного  $\rho^{(1)}$  световых пучков:

$$\rho^{(0)} = E_p^{(0)} / E_s^{(0)} = \operatorname{tg} \psi^{(0)} \cdot \exp(i\Delta^{(0)}), \quad \rho^{(1)} = E_p^{(1)} / E_s^{(1)} = \operatorname{tg} \psi^{(1)} \cdot \exp(i\Delta^{(1)}), \quad (2)$$

где  $\psi^{(0)}, \psi^{(1)}$  — азимут линейной восстановленной поляризации;  $\Delta^{(0)}, \Delta^{(1)}$  — разность фаз между  $p$ - и  $s$ -компонентами для падающего и отраженного световых пучков соответственно.

В этом случае поляризационно-оптические свойства анизотропной системы „ПС — кристалл“ будут определяться нормированной матрицей отражения [1]

$$\mathbf{M}^* = \begin{vmatrix} \rho_{pp} & \rho_{ps} \\ \rho_{sp} & 1 \end{vmatrix}, \quad (3)$$

элементы  $\rho_{ji}$  которой равны соответствующим элементам  $R_{ji}$  матрицы отражения, деленным на  $R_{ss}$ . Из соотношений (1)—(3) можно вывести взаимосвязь эллипсометрических параметров падающего  $\rho^{(0)}$  и отраженного  $\rho^{(1)}$  световых пучков и оптических характеристик анизотропной системы:

$$\rho^{(1)} = \frac{\rho^{(0)} \rho_{pp} + \rho_{ps}}{\rho^{(0)} \rho_{sp} + 1}. \quad (4)$$

Для определения элементов матрицы  $\mathbf{M}^*$  можно использовать ряд методологических подходов, реализация которых осуществляется на различных типах эллипсометров. В схемах нулевой эллипсометрии основными измеряемыми параметрами являются азимутальные углы  $P, C, A$  поляризующих элементов (поляризатора, компенсатора, анализатора), которые фиксируются в момент „гашения“ светового пучка на выходе оптической системы (рис. 1,  $a$ ; здесь  $S$  — объект измерения). Определение элементов матрицы  $\mathbf{M}^*$  осуществляется по методикам, в соответствии с которыми одна из  $p$ - или  $s$ -компонент электрического вектора падающей световой волны  $\mathbf{E}^{(0)}$  (схема  $PSC_2A$ ) или отраженной волны  $\mathbf{E}^{(1)}$  (схема  $PC_1SA$ ) может быть зафиксирована. В схеме  $PSC_2A$  при  $P=90^\circ$  значение  $E_p^{(0)}=0, \rho^{(0)}=0$ , а при  $P=0$  значение  $E_s^{(0)}=0, \rho^{(0)} \rightarrow \infty$ , тогда согласно формуле (4) получим

$$\rho_1^{(1)} = \rho_{ps}, \quad \rho_2^{(1)} = \rho_{pp} / \rho_{sp}. \quad (5)$$

В схеме  $PC_1SA$  при  $A=90^\circ$  значение  $E_p^{(1)}=0, \rho^{(1)}=0$ , а при  $A=0$  значение  $E_s^{(1)}=0, \rho^{(1)} \rightarrow \infty$ , тогда из формулы (4) получим

$$\rho_3^{(0)} = -\rho_{ps} / \rho_{pp}, \quad \rho_4^{(0)} = -1 / \rho_{sp}. \quad (6)$$

Положение азимутов поляризующих элементов в момент „гашения“ светового пучка можно обеспечить в схеме  $PSC_2A$  (эллипсометр ЛЭФ-2) при вращении анализатора  $A$  и компенсатора  $C_2$ , а в схеме  $PC_1SA$  (эллипсометр ЛЭФ-3М) — при вращении поляризатора  $P$  и компенсатора  $C_1$ .

Любые три уравнения из соотношений (5), (6) могут быть использованы для определения трех комплексных неизвестных  $\rho_{pp}, \rho_{ps}, \rho_{sp}$ . В таком виде методика реализуется лишь на эллипсометре, имеющем компенсатор и в плече поляризатора ( $C_1$ ), и в плече анализатора ( $C_2$ ) — схема  $PC_1SC_2A$  (см. рис. 1,  $a$ ). Но, как правило, значения элементов  $\rho_{ps}$  и  $\rho_{sp}$  нормированной матрицы  $\mathbf{M}^*$  намного меньше значения  $\rho_{pp}$ , и для получения полной системы уравнений с помощью эллипсометрической схемы  $PC_1SA$  или  $PS_2CA$  можно воспользоваться следующей процедурой измерения поляризационных параметров отражающей системы.

Предполагая, что  $\rho_{pp} \approx \rho_s$ , где  $\rho_s$  — эллипсометрическое отношение для симметричных относительно плоскости падения светового пучка анизотропных отражающих систем, величину  $\rho_{pp}$  можно с удовлетворительной точностью измерить, проведя двух- или четырехзонное усреднение азимутальных углов  $P, C, A$  в момент „гашения“ и используя следующие соотношения, справедливые для схемы  $PC_1SA$  [5]:

$$\operatorname{tg} A = \rho_s [\rho_C + \operatorname{tg} C \cdot \operatorname{tg}(P - C)] [\operatorname{tg}(P - C) - \rho_C \cdot \operatorname{tg} C]^{-1}; \quad (7)$$

$$\rho_C = \operatorname{tg} \psi_C \cdot \exp(i\delta_C); \quad \rho_s = \operatorname{tg} \psi_s \cdot \exp(i\Delta_s); \quad \operatorname{tg} \psi_s = \operatorname{tg} \psi^{(1)} / \operatorname{tg} \psi^{(0)}; \quad \Delta_s = \Delta^{(1)} - \Delta^{(0)}, \quad (8)$$

здесь  $\delta_C, \operatorname{tg} \psi_C$  — фазовый сдвиг и отношение коэффициентов пропускания для осей компенсатора; путем нахождения еще двух положений „гашения“ светового пучка — при  $A=0$  и  $A=90^\circ$  — по формулам (5)—(7) определяются  $\rho_{ps}, \rho_{sp}$ .

Аналогичная процедура может быть использована и для схемы  $PS_2CA$ , но при этом используются другие положения „гашения“ светового пучка — при  $P=0$  и  $P=90^\circ$ .

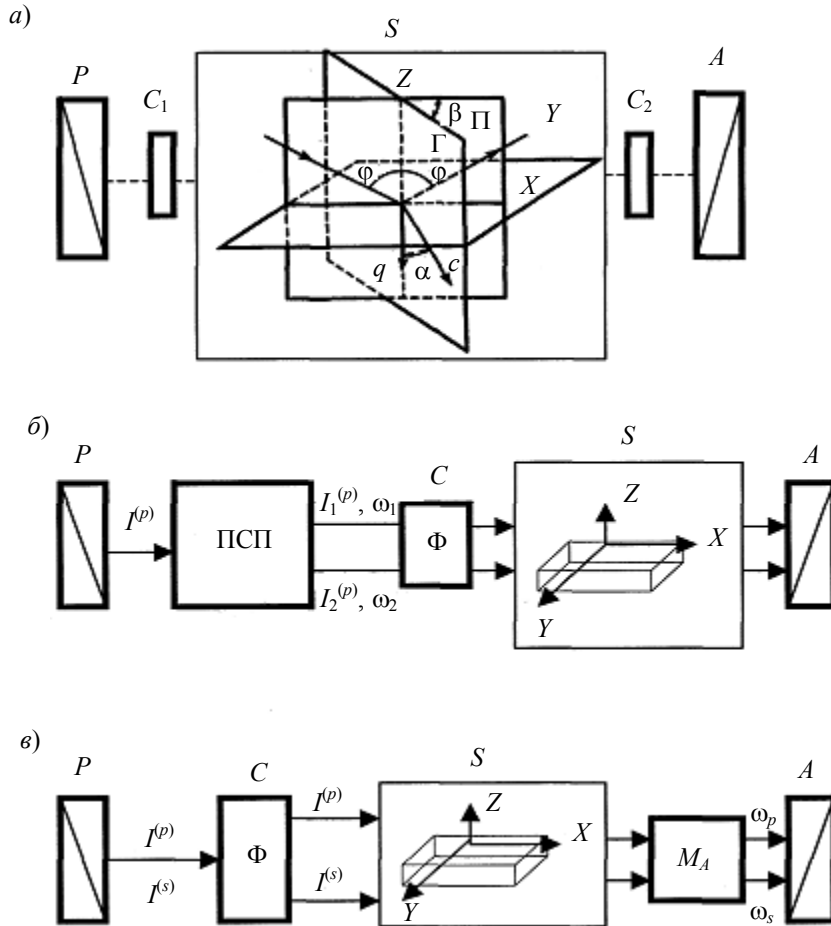


Рис. 1

Существуют также фотометрические методы измерения эллипсометрических параметров анизотропной оптической системы, поддающиеся автоматизации и позволяющие осуществлять Стокс- или Мюллер-эллипсометрию [1—6], т.е. измерение не только поляризационной передаточной функции исследуемой системы, но и определение ее деполаризующей способности.

Среди различных фотометрических схем необходимо отметить схему с дискретной модуляцией состояния поляризации (ДМСП). В этой схеме измерение параметров  $\Delta$  и  $\psi$  основано на переключении двух (трех) состояний поляризации светового пучка, падающего на объект измерения  $S$ . В этом случае обычная схема  $PCSA$  дополняется переключателем состояния поляризации (ПСП) (рис. 1, б), который позволяет попеременно направлять на объект  $S$  световые пучки с частотой  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , соответствующей линейно- или циркулярно-поляризованному излучению. Азимут анализатора  $A$  регистрируется в положениях, при которых сигналы  $I_1^{(p)}$  и  $I_2^{(p)}$ , соответствующие переключаемым состояниям поляризации, равны [2, 3]. (На рис. 1, б символ  $\Phi$  означает фиксированное положение компенсатора  $C$ .)

Схема с использованием ДМСП сочетает преимущества нулевых методов эллипсометрии (точность, стабильность) и ненулевых (высокое отношение сигнал/шум, простой алго-



ритм измерений). Отличие схемы двухлучевой компенсации от схемы с ДМСП заключается в разделении падающего светового пучка на две ортогональные поляризованные компоненты (рис. 1, в). При проведении поляризационных измерений азимут анализатора  $A=45^\circ$ , а эллипсометрическое отношение  $p$ - и  $s$ -компонент определяется через азимут поляризатора  $P$  в положении, при котором наблюдается отсутствие сигнала на частоте модуляции. (На рис. 1, в  $M_A$  — модулятор, осуществляющий модуляцию светового пучка.)

Несмотря на достаточно детальную проработку методов измерения эллипсометрических параметров анизотропных оптических систем, вопрос о решении обратной задачи эллипсометрии для неоднородного анизотропного слоя, т.е. определении его градиентных оптических характеристик, остается до сих пор актуальным. Рассмотрим ряд основных особенностей анализа оптических параметров неоднородных анизотропных слоев элементов лазерной техники.

**Метод эллипсометрического анализа оптических параметров неоднородных анизотропных поверхностных слоев.** Для получения внутрирезонаторных оптических элементов использовались оптические детали, полученные из кристаллического кварца, диаметром 20 мм и толщиной  $2,5 \pm 0,01$  мм, которые обрабатывались методом глубокого шлифования и полирования. Описание образцов и условия их обработки изложены в работе [7]. Эллипсометрические исследования проводились на приборе ЛЭФ-3М при длине волны излучения  $\lambda=0,6328$  мкм. Показатели преломления кристалла кварца для обыкновенного и необыкновенного лучей принимались равными  $n_0^{(o)}=1,5426$  и  $n_0^{(e)}=1,5517$ .

Ориентацию оптической оси анизотропного элемента, выполненного из одноосного кристалла, несложно определить, используя метод Ф. И. Федорова [1]. Это позволяет ориентацию главной плоскости падения ( $\Gamma$ ) светового пучка, в которой находится оптическая ось  $c$  кристалла (см. рис. 1, а), привести в плоскость, совпадающую с плоскостью падения ( $\Pi$ ) светового пучка ( $\beta=0$ ) или перпендикулярную ей ( $\beta=90^\circ$ ). Если в этом случае угол  $\alpha$  между нормалью к границе раздела сред  $q$  и оптической осью  $c$  кристалла принимает значения 0 или  $90^\circ$ , то диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  анизотропной отражающей системы будет описываться тензором второго ранга, где  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$  — его главные значения в системе координат  $XYZ$ . Для систем, симметричных относительно плоскости падения светового пучка, нормированная матрица Джонса диагональна ( $\rho_{ps}=\rho_{sp}=0$ ) и определяется лишь одним эллипсометрическим отношением  $\rho_s$  (формулы (7), (8)). На основе теорий отражения поляризованного света в приближении Друде — Борна для неоднородных поверхностных слоев анизотропных оптических элементов [8, 9] уравнение эллипсометрии можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \rho_s &= \rho_0 (1 + A^{(p)} \delta Y^{(p)} - A^{(s)} \delta Y^{(s)}), \quad A^{(p,s)} = -2U_B^{(p,s)} \left[ (U_B^{(p,s)})^2 - (U_0^{(p,s)})^2 \right]^{-1}; \\ \delta Y^{(s)} &= ik_0 \int_0^\infty (\epsilon_y(z) - \epsilon_{0,y}) \exp(-i \cdot 2k_0 U_0^{(s)} z) dz, \quad k_0 = 2\pi/\lambda; \\ \delta Y^{(p)} &= ik_0 \frac{\epsilon_{0,z}}{\epsilon_{0,z} - \epsilon_B \sin^2 \varphi} \int_0^\infty \left[ \epsilon_x(z) - \epsilon_{0,x} - \epsilon_B \sin^2 \varphi \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{\epsilon_x(z)\epsilon_z(z) - \epsilon_{0,x}\epsilon_{0,z}}{\epsilon_{0,x}\epsilon_{0,z}} \right] \exp\left(-i \cdot 2k_0 \frac{\epsilon_{0,x}}{U_0^{(p)}} z\right) dz; \\ \rho_0 &= R_0^{(p)} / R_0^{(s)} = \operatorname{tg} \psi_0 \exp(i\Delta_0), \quad R_0^{(p,s)} = \pm (U_B^{(p,s)} - U_0^{(p,s)})(U_B^{(p,s)} + U_0^{(p,s)})^{-1}; \\ U_B^{(s)} &= \sqrt{\epsilon_B} \cdot \cos \varphi, \quad U_0^{(s)} = \sqrt{\epsilon_{0,y} - \epsilon_B \sin^2 \varphi}; \\ U_B^{(p)} &= \sqrt{\epsilon_B} / \cos \varphi, \quad U_0^{(p)} = \left[ \epsilon_{0,z} \epsilon_{0,x} (\epsilon_{0,z} - \epsilon_B \sin^2 \varphi)^{-1} \right]^{1/2}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

здесь индексы „в“ и „о“ соответствуют внешней среде и объекту (кристаллу);  $\varepsilon_v$  — диэлектрическая проницаемость внешней среды;  $\varepsilon_{0,x}$ ,  $\varepsilon_{0,y}$ ,  $\varepsilon_{0,z}$  — составляющие тензора диэлектрической проницаемости кристалла;  $\varepsilon_x(z)$ ,  $\varepsilon_y(z)$ ,  $\varepsilon_z(z)$  — составляющие тензора диэлектрической проницаемости поверхностного слоя, где ось  $Z$  направлена в глубь ПС;  $\varphi$  — угол падения светового пучка;  $\lambda$  — длина волны излучения;  $\Delta_0$  и  $\psi_0$  — эллипсометрические параметры геометрии плоской границы раздела „внешняя среда — кристалл“. В зависимости от ориентации оптической оси  $c$  кристалла в системе координат  $XYZ$  (см. рис. 1, а) величины  $\varepsilon_{0,x}$ ,  $\varepsilon_{0,y}$ ,  $\varepsilon_{0,z}$  будут принимать значения, соответствующие показателям преломления  $n_0^{(e)}$  или  $n_0^{(o)}$ .

В эллипсометрии, как и в других оптических методах, адекватность модели отражающей системы объекту исследования оценивается на основе принципа максимального правдоподобия с помощью функционала  $F(\Delta, \psi, S_\psi, S_\Delta, m)$ , значение которого зависит не только от экспериментальных ( $\Delta^{(e)}$ ,  $\psi^{(e)}$ ) и теоретических (расчетных) ( $\Delta^{(t)}$ ,  $\psi^{(t)}$ ) параметров исследуемой отражающей системы и ошибок их измерения  $S_\psi$ ,  $S_\Delta$ , но и от вида используемой модели ПС с показателем преломления  $n_m(z)$ , где  $m=1, 2, 3$  — порядковый номер модели. В частности, таким условиям удовлетворяет функционал

$$F(m) = \frac{1}{2M} \sum_{j=1}^M \left[ \frac{(\Delta_j^{(e)} - \Delta_j^{(t)}(m))^2}{(S_{j,\Delta})^2} + \frac{(\psi_j^{(e)} - \psi_j^{(t)}(m))^2}{(S_{j,\psi})^2} \right]; \quad (10)$$

$$S_{j,\Delta} = \delta S_0 \left( \sqrt{2} \cdot \sin \psi_j \cdot |R^{(s)}| \right)^{-1}, \quad S_{j,\psi} = \delta S_0 \cos \psi_j \cdot \left( \sqrt{2} \cdot |R^{(s)}| \right)^{-1}, \quad (11)$$

где  $M$  — количество измерений, которое определяется совокупностью вариаций независимых параметров, изменяемых при многоугловых, иммерсионных или спектральных эллипсометрических измерениях;  $S_{j,\Delta}$  и  $S_{j,\psi}$  — среднеквадратические погрешности измерения эллипсометрических параметров  $\Delta$  и  $\psi$ ;  $\delta S_0$  — пороговая чувствительность прибора.

Из соотношений (10), (11) следует, что необходимое и достаточное условие для выбора измерительных ситуаций, в которых можно сопоставить  $i$ -ю и  $k$ -ю модели отражающей системы и оценить адекватность модели профиля ПС объекту исследования в  $j$ -й измерительной ситуации, определяется уравнениями

$$\delta \Delta_{i,k} = \left| \Delta_{i,j}^{(m)} - \Delta_{k,j}^{(m)} \right| > S_{j,\Delta}, \quad \delta \psi_{i,k} = \left| \psi_{i,j}^{(m)} - \psi_{k,j}^{(m)} \right| > S_{j,\psi}. \quad (12)$$

В работе [10] было показано, что при механической обработке кристаллов кварца на поверхности оптических элементов образуется аморфизированный поверхностный слой. Поэтому при эллипсометрическом анализе, проводимом по формулам (9), использовалось следующее математическое описание оптического профиля:

$$\varepsilon^{(o,e)}(z) = \varepsilon_0^{(o,e)} + (\varepsilon_q - \varepsilon_0^{(o,e)}) F_m(qz). \quad (13)$$

Здесь  $d=1/q$  — характеристическая толщина ПС; для прозрачных кристаллов  $\varepsilon_0^{(o,e)}=n^{(o,e)}$  и  $\varepsilon_q=n(0)$ , где  $n(0)$  — показатель преломления на границе раздела „внешняя среда — ПС“, т.е. при  $z=0$ . В качестве характеристических функций  $F_m(qz)$  профиля ПС может быть использована следующая совокупность  $m$  альтернативных моделей отражающей системы: I — ступенчатый профиль  $F_I(qz)=1$  при  $0 \leq z \leq d$ ; II — линейный профиль  $F_{II}(qz)=(1 - qz)$  при  $0 \leq z \leq d$ ; III — экспоненциальный профиль  $F_{III}(qz)=\exp(-qz)$  при  $0 \leq z \leq \infty$ ; IV — профиль вида  $F_{IV}(qz)=(1 - qz)\exp(-qz)$  при  $0 \leq z \leq \infty$ .

На основе соотношений (9)—(13) был проведен экспериментально-теоретический анализ результатов эллипсометрических исследований оптических характеристик ПС элементов, выполненных из кристаллического кварца с различной ориентацией оптической оси. Анализ показал, что после полирования и ионной обработки на поверхности кристаллов кварца образуется неоднородный анизотропный слой, описываемый зависимостью (13), где  $F_m(qz)=F_{IV}(qz)$ . Согласно данным, приведенным на рис. 2, при углах падения светового пучка

$\varphi=50\dots55^\circ$  и  $\varphi>60^\circ$  при малых погрешностях  $S_\Delta$  измерения фазового сдвига (кривая 2) наблюдаются значительные расхождения в отклонении фазовых сдвигов  $|\delta\Delta|$ , рассчитываемых для моделей однородного изотропного и неоднородного анизотропного ПС кристалла (кривая 1). Иными словами, эти условия являются оптимальными для сопоставления оптических характеристик, получаемых в рамках рассмотренных модельных представлений о структуре ПС.

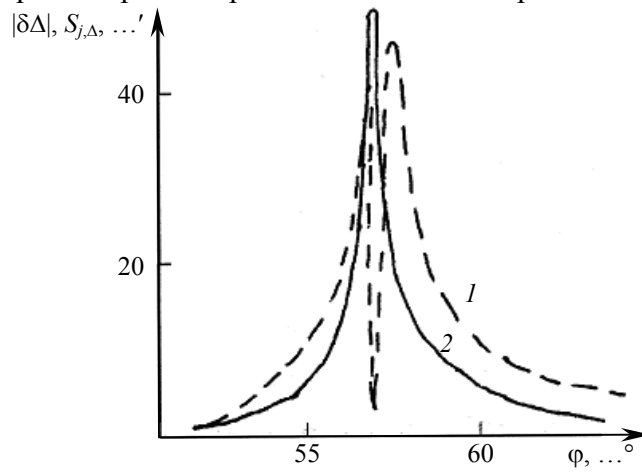


Рис. 2

Результаты расчета показателя преломления и толщины поверхностного слоя кристаллического кварца при ионно-плазменной обработке пучком ионов  $Ag^+$  с энергией  $E_{Ag^+}=1,5$  кэВ приведены в таблице. Полученные результаты подтверждают справедливость применения модели неоднородного анизотропного слоя.

Ориентация оптической оси	$\varphi, \dots^\circ$	Поляризационные параметры		Оптические параметры ПС			
				Модель однородного слоя		Модель неоднородного слоя	
		$\Delta$	$\psi$	$n$	$d, \text{нм}$	$n(0)$	$d, \text{нм}$
$\alpha=90^\circ$	50	$175^\circ 17'$	$10^\circ 34'$	1,3241	7,0	1,4680	40,7
$\beta=90^\circ$	60	$12^\circ 05'$	$4^\circ 47'$	1,3638	8,8	1,4734	43,5
$\alpha=90^\circ$	50	$174^\circ 13'$	$11^\circ 03'$	1,4050	12,2	1,4759	43,6
$\beta=0^\circ$	60	$14^\circ 39'$	$4^\circ 36'$	1,4400	15,6	1,4803	47,6

На рис. 3, а показаны изменение величины анизотропии  $\delta n_a(z)=n^{(e)}(z)-n^{(o)}(z)$  в ПС кристаллического кварца после полирования (кривая 1) и ионной обработки (кривая 2), а также спектральные характеристики пропускания  $T(\lambda)$  этих образцов в ВУФ-области спектра (рис. 3, б). Анализ кривых показывает, что при последующей ионной обработке толщина нарушенного поверхностного слоя кристаллов уменьшается и соответственно уменьшаются потери излучения в ВУФ-области спектра (кривые 2).

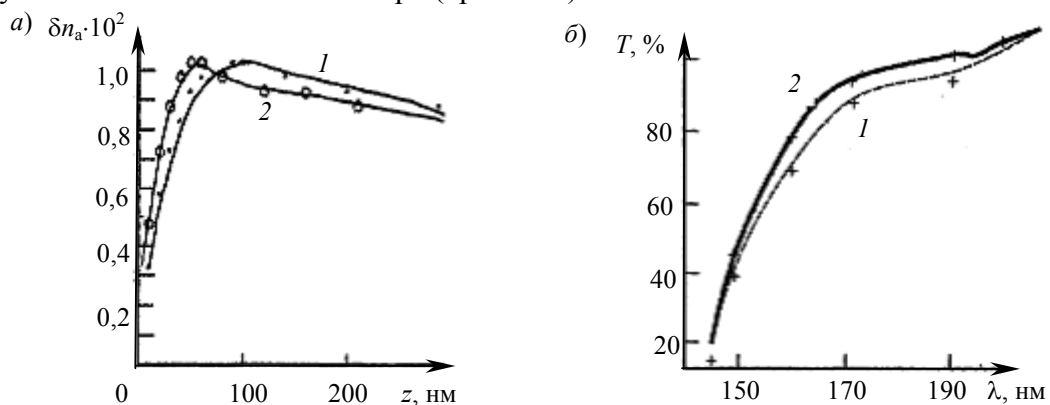


Рис. 3

Таким образом, предложенный метод эллипсометрического анализа оптических характеристик неоднородных поверхностных слоев анизотропных элементов может быть использован как метод технологического контроля качества изготовления внутрирезонаторных элементов ионных и эксимерных лазеров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филиппов В. В., Тронин А. Ю., Константинов А. Ф. Эллипсометрия анизотропных сред // Физическая кристаллография. М., 1992. С. 254—289.
2. Эллипсометрия в науке и технике / Под ред. К. К. Свиташева и А. С. Мардежева. Новосибирск, ИФП СО АН СССР, 1987. 205 с.
3. Эллипсометрия: теория, методы, приложение / Под ред. К. К. Свиташева. Новосибирск: Наука, 1991. 200 с.
4. Azzam R. M. A. A perspective on ellipsometry // Surface Sci. 1976. Vol. 56. P. 6—17.
5. Горшков М. М. Эллипсометрия. М.: Сов. радио, 1974. 200 с.
6. Дронь О. С. Развитие эллипсометрии // Научное приборостроение. 2002. Т. 12, № 4. С. 57—62.
7. Новиков А. А., Прокопенко В. Т., Храмцовский И. А. Оптические свойства поверхностных слоев силикатных стекол при ионной и электронно-лучевой обработке // Изв. вузов. Приборостроение. 2007. Т. 50, № 8. С. 54—60.
8. Антонов В. А., Пишеницын В. И., Храмцовский И. А. Уравнение эллипсометрии для неоднородных и анизотропных поверхностных слоев в приближении Друде — Борна // Опт. и спектр. 1987. Т. 62, вып. 4. С. 828—831.
9. Пишеницын В. И., Храмцовский И. А., Качалов С. Н. и др. Отражение поляризованного света от неоднородного анизотропного слоя // Методы прикладной математики в транспортных системах / Под ред. Ю. М. Кулибанова. СПб., 2000, вып. 3. С. 78—85.
10. Steinike H., Muller B., Richter-Mendan J., Hennig H.-p. Evidence of an amorphous layer on mechanically treated single crystal of quartz // Kristall und Technik. 1979. Bd. 14, N 7. S. 37—38.

#### Сведения об авторах

- Александр Александрович Новиков** — аспирант; Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники.
- Игорь Анатольевич Храмцовский** — канд. техн. наук; Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники.
- Владимир Юрьевич Иванов** — аспирант; Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники.
- Иван Сергеевич Федоров** — аспирант; Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники.
- Ашурбек Туркбоев** — д-р техн. наук, профессор; Санкт-Петербургский университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра твердотельной оптоэлектроники.

Рекомендована кафедрой  
твердотельной оптоэлектроники

Поступила в редакцию  
06.02.06 г.

Н. К. АРТЮХИНА, А. В. БОГАТКО

## ДВУХЗЕРКАЛЬНЫЙ ОБЪЕКТИВ С ЧЕТЫРЬМА ОТРАЖЕНИЯМИ

Рассматривается двухзеркальный объектив с двойным отражением от каждой из поверхностей, состоящий из двух сферических зеркал с равными радиусами кривизны. Приведен математический аппарат для расчета системы, ее габаритные и аберрационные характеристики, исследована зависимость коэффициента экранирования от конструктивных параметров объектива.

**Ключевые слова:** объектив, выпуклое зеркало, вогнутое зеркало, аберрации, центральное экранирование.

Разработка зеркальных регистрирующих систем является актуальной задачей оптического приборостроения в связи с существенным расширением спектрального диапазона работы оптических приборов. Интерес к зеркальным объективам обусловлен рядом преимуществ, которыми они обладают по сравнению с линзовыми и зеркально-линзовыми объективами, а именно: меньшими габаритами и массой конструкции, потенциальной возможностью увеличения входной апертуры, возможностью работы в широкой области спектра — от ультрафиолетовой до дальней инфракрасной. На современном этапе представляет интерес разработка зеркальных объективов с увеличенным угловым полем при высоком относительном отверстии; такие системы требуют коррекции сферической аберрации, комы, астигматизма и кривизны изображения.

Возможности двухзеркальных систем по построению изображения, свободного от сферической аберрации, комы, астигматизма и кривизны, ограничены в силу недостаточного количества коррекционных параметров. Как правило, такие системы состоят из двух асферических поверхностей, что вызывает трудности при их изготовлении и контроле. Особый интерес представляют двухзеркальные концентрические объективы [1, 2], сочетающие в себе технологичность конструкции и высокую степень коррекции аберраций. Недостатком этих систем являются большие продольные габариты. Известны трехзеркальные объективы с двойным отражением от главного зеркала [3], а также четырехзеркальные системы с попарно совмещенными вершинами зеркал [4], однако их изготовление является весьма трудоемким.

В настоящей статье предлагается новое схемное решение зеркального объектива, который состоит из главного выпуклого и вторичного вогнутого сферических зеркал (рис. 1), оптическая схема при этом обеспечивает процесс повторного отражения пучка лучей от каждого из зеркал.

Расчет объектива проводился по методике В. Н. Чуриловского [5]. Условие расчета первого параксиального луча (условие нормировки):

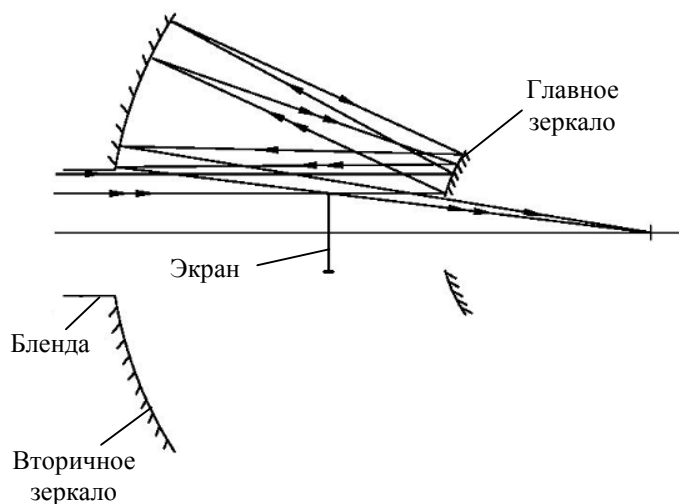


Рис. 1

$$\alpha_1=0; \alpha_5=1; h_1=1,0; f'=1,0.$$

Значения тангенсов углов  $\alpha_s$ , образованных нулевым лучом с оптической осью, и высот  $h_s$  лучей на поверхностях зеркал необходимы для определения конструктивных параметров ( $r_s, d_s$ ) системы ( $s=\overline{1,m}$  — число поверхностей). Радиусы  $r_s$  зеркальных поверхностей и осевые расстояния  $d_s$  между зеркалами вычисляются в соответствии с выражениями

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{2}{\alpha_2}, \quad r_2 = \frac{2h_2}{\alpha_2 + \alpha_3}, \quad r_3 = \frac{2h_3}{\alpha_3 + \alpha_4}, \quad r_4 = \frac{2h_4}{\alpha_4}; \\ d_1 &= \frac{1-h_2}{\alpha_2}, \quad d_2 = \frac{h_2-h_3}{\alpha_3}, \quad d_3 = \frac{h_3-h_4}{\alpha_4}. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Дополнительные условия для расчета двухзеркального объектива с двойным отражением от каждой из поверхностей характеризуются соотношениями

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_3, \quad r_2 = r_4, \\ d_1 &= d_3 = -d_2. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Из равенств (2) с учетом (1) получим следующие выражения для расчета высот лучей на поверхностях:

$$h_2 = \frac{\alpha_4}{\alpha_2 - \alpha_3}, \quad h_3 = \frac{\alpha_3 + \alpha_4}{\alpha_2}, \quad h_4 = \frac{\alpha_4(\alpha_4 + 1)}{\alpha_2^2 - \alpha_3^2}. \quad (3)$$

Условия устранения в системе сферической аберрации, комы, астигматизма и кривизны изображения соответственно принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m h_s Q_s = 0, \\ K_0 &= -\frac{1}{2} \sum_{s=1}^m W_s + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m h_s S_s Q_s = 0, \\ C_0 &= \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m \frac{v_{s+1} \alpha_{s+1} - v_s \alpha_s}{h_s} - \sum_{s=1}^m S_s W_s + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m h_s S_s^2 Q_s = 0, \\ D_0 &= \frac{1}{2} \sum_{s=1}^m \frac{v_s \alpha_{s+1} - v_{s+1} \alpha_s}{h_s} + C_0 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Вспомогательные величины  $W_s, S_s, P_s, Q_s$  для расчета коэффициентов аберраций для каждой отражающей поверхности представлены в таблице.

Величина	Поверхность			
	1-я	2-я	3-я	4-я
$W_s$	$\frac{\alpha_2^2}{2}$	$\frac{\alpha_3 - \alpha_2}{2}(\alpha_3 + \alpha_2)$	$\frac{\alpha_4 - \alpha_3}{2}(\alpha_4 + \alpha_3)$	$\frac{1 - \alpha_4}{2}(1 + \alpha_4)$
$S_s$	0	$\frac{d}{1 - \alpha_2 d}$	$\frac{d}{1 - \alpha_2 d} + \frac{d}{(1 - \alpha_2 d)(1 - \alpha_2 d + \alpha_3 d)}$	$\frac{d}{1 - \alpha_2 d} + \frac{d}{(1 - \alpha_2 d)(1 - \alpha_2 d + \alpha_3 d)} + \frac{d}{(1 - \alpha_2 d + \alpha_3 d)(1 - \alpha_2 d + \alpha_3 d - \alpha_4 d)}$

Величина	Поверхность			
	1-я	2-я	3-я	4-я
$P_s$	$-\frac{\alpha_2^3}{4}$	$\frac{(\alpha_3 - \alpha_2)^2}{4}(\alpha_3 + \alpha_2)$	$-\frac{(\alpha_4 - \alpha_3)^2}{4}(\alpha_4 + \alpha_3)$	$\frac{(1 - \alpha_4)^2}{4}(1 + \alpha_4)$
$Q_s$	$-\frac{\alpha_2^3}{4}$	$\frac{(\alpha_3 - \alpha_2)^2}{4}(\alpha_3 + \alpha_2)$	$-\frac{(\alpha_4 - \alpha_3)^2}{4}(\alpha_4 + \alpha_3)$	$\frac{(1 - \alpha_4)^2}{4}(1 + \alpha_4)$

Углы  $\alpha_s$  находим из условий устранения аберраций (4) с учетом уравнений (3) и таблицы. Расчет производился с использованием программного пакета MathCad, при этом в целях поиска схемного решения с оптимальной коррекцией аберраций коэффициенты аберраций задавались с незначительным отклонением от нуля. В результате исследования была рассчитана система, имеющая следующие параметры нулевого луча:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 0, \quad h_1 = 1, \\ \alpha_2 &= 0,9239149, \quad h_2 = 1,765195, \\ \alpha_3 &= 0,706975, \quad h_3 = 1,1796716, \\ \alpha_4 &= 0,3829411, \quad h_4 = 1,4968271, \\ \alpha_5 &= 1, \end{aligned}$$

что соответствует конструктивным параметрам объектива, состоящего из сферических зеркал с равными радиусами кривизны (в относительных единицах):

$$\begin{aligned} r_1 = r_2 = r_3 = r_4 &= 2,1647015, \\ d_1 = d_3 = -d_2 &= -0,8282095. \end{aligned}$$

Коэффициенты остаточных аберраций третьего порядка данного схемного решения при этом равны  $B_0 = 0$ ,  $K_0 = -0,125$ ,  $C_0 = -0,167$ ,  $D_0 = -0,167$ .

В качестве дополнительных условий при расчете системы использовался коэффициент центрального экранирования, который в процессе расчета был минимизирован. В рассматриваемом объективе экранирование осуществлялось на обоих зеркалах из-за наличия в них центральных отверстий. Коэффициент центрального экранирования для первого (главного) зеркала определяется выражением

$$\xi_1 = h_0 / h_1 = h_0,$$

где  $h_0$  — высота нулевого луча по краю центрального отверстия в главном зеркале, причем  $h_0 = \delta$  при  $\alpha_5 = 1$  ( $\delta$  — расстояние от поверхности главного зеркала до плоскости изображения), тогда имеем

$$\xi_1 = \delta. \tag{5}$$

Экранирование на четвертом зеркале будет осуществляться, если высота луча на четвертой поверхности ( $h_{4(\text{экр})}$ ) будет меньше  $h_1$ , т.е. если  $h_{4(\text{экр})} < 1$ .

Решая уравнения (1) относительно  $h_4$ , определим

$$h_4 = 1 - \alpha_2 d + \alpha_3 d - \alpha_4 d,$$

тогда, учитывая равенство (5), получим

$$h_{4(\text{экр})} = \delta - \alpha_2 d + \alpha_3 d - \alpha_4 d \quad \text{и} \quad h_{4(\text{экр})} = h_4 - 1 + \delta.$$

Для рассчитанной системы  $h_{4(\text{экр})} = 1,16$ , следовательно, коэффициент экранирования определяется только величиной  $h_0$  и равняется  $\xi_1 = 0,67$ .

Если же в двухзеркальном объективе с четырьмя отражениями  $h_{4(\text{экр})} < 1$ , то коэффициент экранирования для четвертого зеркала будет определяться выражением

$$\xi_2 = \frac{h_1 - h_{4(\text{экр})}}{h_4 - h_{4(\text{экр})}},$$

которое для  $h_4 = -d + \delta$  преобразуется к виду

$$\xi_2 = \frac{2 - 2\delta + d}{1 - \delta},$$

откуда

$$\delta = \frac{2 + d - \xi_2}{2 - \xi_2}.$$

Зависимость коэффициента экранирования двухзеркального объектива с четырьмя отражениями от конструктивных параметров системы представлена на рис. 2.

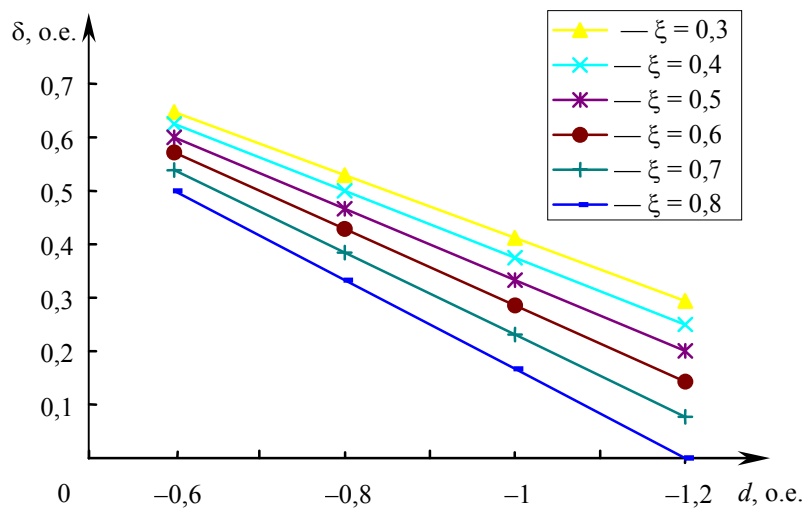


Рис. 2

При разработке зеркальных систем, кроме определения конструктивных параметров и исследования коррекционных возможностей, большое значение имеет защита плоскости изображения от постороннего света, что в рассматриваемом объективе достигается введением специального защитного экрана и бленды (см. рис. 1).

Графики остаточных aberrаций рассчитанного объектива [6] при фокусном расстоянии  $f' = 200$  мм, относительном отверстии  $D/f' = 1:4$  и угловом поле  $2\omega = 6^\circ$  показаны на рис. 3, где  $\eta$  — неизопланатизм;  $\Delta Y$  — дисторсия;  $Z'_m, Z'_s$  — астigmatические отрезки;  $\Delta X', \Delta Y'$  — сагиттальная и меридиональная составляющие поперечных aberrаций широкого внеосевого пучка.

Продольная сферическая aberrация объектива на краю входного зрачка составляет 0,00054 мм, диаметр кружка рассеяния ( $2\omega = 0$ ) — 0,00013 мм. Задний отрезок системы при этом равен  $S' = 299$  мм, а расстояние, определяющее удаление плоскости изображения относительно первого зеркала,  $\delta = 134$  мм.

В процессе исследования было получено схемное решение, которое представляет теоретический и практический интерес. Рассчитанный двухзеркальный объектив с четырьмя отражениями отличается простотой и технологичностью конструкции, поскольку состоит из двух сферических поверхностей, что упрощает процесс изготовления, сборки и юстировки; вместе с тем он обладает достаточно высокими коррекционными возможностями. Объектив спосо-



бен развивать увеличенное угловое поле ( $2\omega = 6^\circ$ ) и является достаточно светосильным ( $D/f' = 1:4$ ).

К недостаткам системы следует отнести значительное центральное экранирование, составляющее 67 %, что приводит к существенному снижению частотно-контрастной характеристики.

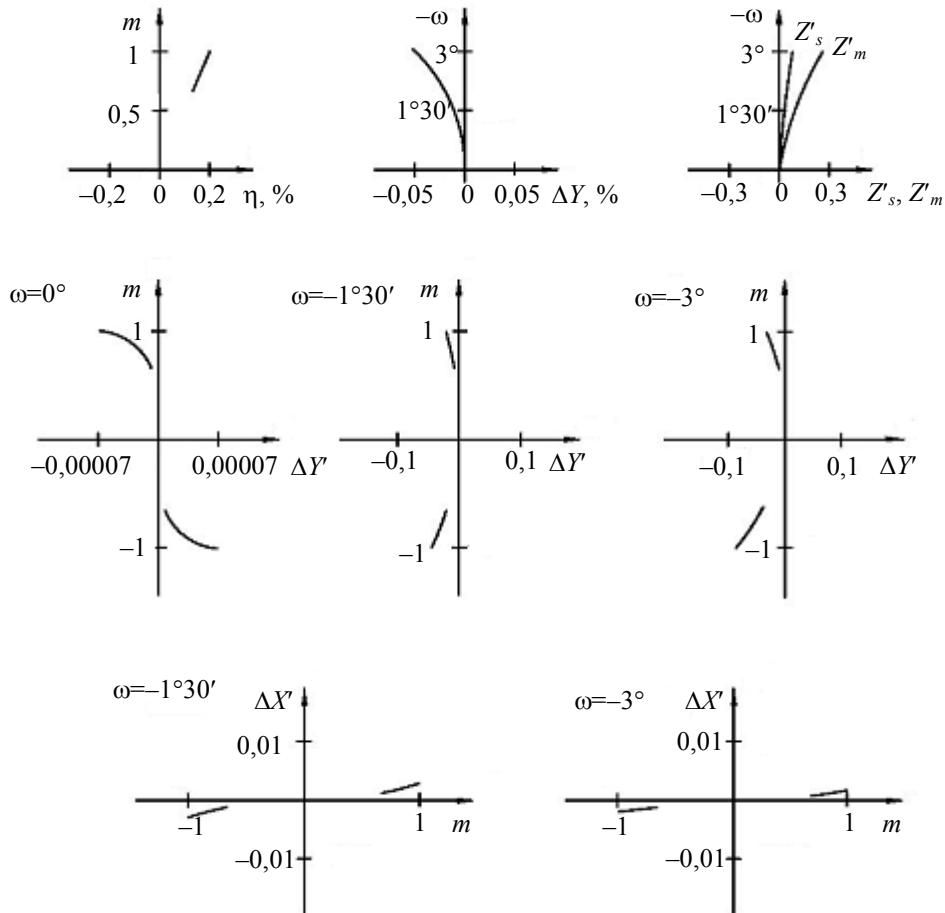


Рис. 3

Предлагаемое схемное решение позволяет значительно уменьшить продольные габариты конструкции по сравнению с концентрическим объективом [2], а исполнение системы только из отражающих компонентов обеспечивает возможность ее использования в широком спектральном диапазоне, что особенно актуально в связи с развитием ИК-техники.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов Г. М. Асферические поверхности в астрономической оптике. М.: Наука, 1980. С. 62—63.
2. Артюхина Н. К., Богатко А. В. Зеркальная концентрическая система // Сб. трудов VI междунар. конф. „Прикладная оптика — 2004“. СПб., 2004. Т. 3. С. 305.
3. Цуканова Г. И. Оптические системы телескопов с синтезированной апертурой // Оптический журн. 1994. № 9. С. 28—31.
4. Korch D. Two well-corrected four-mirror telescopes // Applied Opt. 1974. Vol. 13, N 8. P. 1767.
5. Чуриловский В. Н. Теория хроматизма и aberrаций третьего порядка. Л.: Наука, 1968. 312 с.
6. Пат. 9022 РБ. Зеркальный объектив с четырьмя отражениями / Н. К. Артюхина, А. В. Богатко, Н. А. Толстик // Оф. Бюл. Изобретения. Патентные модели. Промышленные образцы. 2007.

***Сведения об авторах***

- Нина Константиновна Артюхина*** — канд. техн. наук; Белорусский национальный технический университет, кафедра лазерной техники и технологии, Минск; профессор;  
E-mail: art4913@rambler.ru
- Алла Владимировна Богатко*** — аспирант; ЗАО „Янсар“, Минск; инженер-конструктор;  
E-mail: bav-jim@list.ru

Рекомендована кафедрой  
лазерной техники и технологии

Поступила в редакцию  
03.09.07 г.

---

---

# ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ И НАДЕЖНОСТЬ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

---

---

УДК 536.2.08

Д. П. Волков, Л. А. Кулиева, М. В. Успенская, А. В. Токарев

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Изучено влияние стеклянных наполнителей на теплопроводность полимерных материалов на основе полиуретана. Продемонстрировано влияние концентрации наполнителя — стеклянных микрошариков — и температуры нагрева на теплопроводность композиционного материала. Объяснены причины изменения теплопроводности композиции при введении наполнителя, теплопроводность которого отличается на порядок по сравнению с теплопроводностью полимерной матрицы.

*Ключевые слова:* полимерная композиция, полиуретан, теплопроводность, стеклянные микрошарики.

Широкое использование эластомеров в машино- и приборостроении обуславливает необходимость введения наполнителей в исходные полимерные матрицы, что существенно повышает их эксплуатационные и технологические свойства [1]. Предпочтение здесь отдается уретановым эластомерам, представляющим собой литые, термопластичные и вальцуемые материалы, широко применяемые для получения конструкционных изделий.

В целях удешевления и уменьшения горючести материалов, а также увеличения коэффициента трения, повышения их атмосферостойкости и увеличения теплопроводности в полимерную матрицу основного или декоративного слоя полиуретанового покрытия вводят наполнители. Например, литые материалы судостроительного назначения на основе форполимера СКУ-ПФЛ-100 наполняют кварцевым песком, цинковой пылью и шлифзерном.

Хорошо изученным и широко применяемым материалом в качестве наполнителей различных полимерных композиций являются стеклянные микрошарики (СМШ). Такие композиты используются, например, для гашения вибрации, повышения ударопрочности, жесткости и износостойкости, а также при производстве изделий из литых полимеров, что позволяет устранить эффекты коробления и усадки. Наполнение полимеров стеклянными микрошариками и другими материалами силикатной природы (стекловолокно, песок, глинозем, порошкообразный асбест, мелкодисперсный кремний) также практикуется как способ повышения огнестойкости.

Исследование теплофизических характеристик наполненных эластомеров является актуальной задачей при расширении возможных областей применения данных композитов. Именно поэтому создание композиций на основе полиуретанов и стеклянных микрошариков и анализ их теплофизических свойств в зависимости от температуры и концентрации составили цель исследований, описанных в настоящей статье.

В ходе экспериментов были получены форполимеры уретана с использованием двухстадийного метода [2]. Состав изоцианатсодержащих олигомеров был идентичен составу промышленно выпускаемых продуктов марки СКУ-ПФЛ-100.

Твердые наполненные материалы из жидковязких олигоуретанов были сформованы в виде пластин требуемой толщины, из которых вырубкой на прессе получали образцы для испытаний. Отверждение образцов осуществлялось в течение 3 суток при температуре  $80 \pm 1$  °С. Перед испытаниями исследуемые эластомерные композиции дополнительно подвергались кондиционированию не менее 10 дней при комнатной температуре для завершения стабилизационных процессов, обеспечивающих совокупность физико-механических характеристик.

Зависимость физико-механических свойств полиуретановых композиций от концентрации наполнителя — стеклянных микрошариков диаметром  $D < 100$  мкм — представлена в табл. 1. Плотность образцов определялась по ГОСТ 267–73, твердость по Шору — по ГОСТ 263–75, физико-механические характеристики — в соответствии с методикой, регламентируемой ГОСТ 270–75, на разрывной машине ZWICK-1445 при скорости растяжения образцов 500 мм/мин.

В таблице приняты следующие обозначения, характеризующие свойства полимерных материалов:  $\sigma_p$  — прочность образца на разрыв;  $\varepsilon_p$  — относительное удлинение образца при разрыве;  $\sigma_{100}$  — прочность образца;  $\gamma$  — твердость образца.

Таблица 1

Олигомер	Массовая доля СМШ, %	$\sigma_p$ , МПа	$\varepsilon_p$ , %	$\sigma_{100}$ , МПа	$\gamma$ , о.е.
СКУ-ПФЛ-100	0	42,0	322	15,6	95
СКУ-ПФЛ-100	5	36,4	300	14,7	95
СКУ-ПФЛ-100	20	28,7	292	13,2	95
СКУ-ПФЛ-100	40	21,4	272	10,8	95
СКУ-ПФЛ-100	60	12,4	260	4,8	95

В ходе эксперимента оценивалось влияние стеклянных микрошариков натрийборосиликатной природы диаметром  $D \leq 300$  мкм в качестве наполнителя. Технические характеристики используемых СМШ, являющихся продуктами переработки отходов листового стекла, представлены ниже.

Внешний вид.....	Серовато-белый порошок
Диаметр, мкм.....	$29 < D \leq 100$
Плотность частицы, г/см <sup>3</sup> .....	2,3—2,5
Насыпная плотность, г/см <sup>3</sup> .....	1,52
Теплопроводность, Вт/(м·К).....	0,8—1,3
Гигроскопичность, %, не более.....	0,20
Морозоустойчивость, цикл, не менее.....	50
Температура начала размягчения, °С.....	550—700

Исследования температурной зависимости теплопроводности композиционных полимерных материалов в режиме монотонного нагрева проводились на измерителе теплопроводности ИТ —  $\lambda$  — 400. Для измерения теплопроводности использовался метод динамической калориметрии для твердых теплоизоляторов и полупроводников, теоретическое обоснование которого подробно изложено в работе [3]. Образцы изготавливались в виде дисков диаметром 15 мм и высотой около 2 мм; предел допускаемой основной погрешности измерения теплопроводности составил  $\pm 10$  %.

Результаты экспериментальных исследований для образца СКУ-ПФЛ-100 диаметром  $D < 100$  мкм представлены в табл. 2.

Таблица 2

Температура нагрева $t$ , °С	Теплопроводность композита $\lambda$ , Вт/(м·К)			
	Без наполнителя	СМШ — 5 %	СМШ — 20 %	СМШ — 60 %
50	0,141	0,143	0,161	0,277
75	0,145	0,150	0,169	0,282
100	0,150	0,159	0,180	0,297
125	0,154	0,168	0,188	0,315
150	0,159	0,176	0,201	0,327

Анализ таблицы показывает, что при увеличении температуры нагрева наблюдается увеличение теплопроводности композиции независимо от ее состава. Повышение концентрации наполнителя, обладающего большей теплопроводностью, чем полимерная матрица, приводит к увеличению теплопроводности композиции.

Результаты исследования показали, что введение такого наполнителя (теплопроводность наполнителя и полимера отличаются примерно на порядок) незначительно изменяет теплопроводность композиции. Последнее можно объяснить тем, что пространственные структуры в суспензиях образуются вандерваальсовыми силами сцепления, связывающими частицы через тонкие остаточные прослойки жидкой среды, в частности полимера. В этом случае наполненные полимеры можно рассматривать как систему, состоящую из частиц твердого тела с тонкими полимерными прослойками на поверхности [4], которые существенно снижают теплопроводность всей композиции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Редмен Р. П. Композиционные материалы на основе полиуретанов / Пер. с англ.; Под ред. Ф. А. Шутова. М.: Химия, 1982. 41 с.
2. Любартович С. А., Морозов Ю. Л., Третьяков О. Б. Реакционное формование полиуретанов. М.: Химия, 1990. 288 с.
3. Теплофизические измерения и приборы / Под общ. ред. Е. С. Платунова. Л.: Машиностроение, 1986. 256 с.
4. Липатов Ю. С. Физическая химия наполненных полимеров. М.: Химия, 1977. 304 с.

#### Сведения об авторах

**Дмитрий Павлович Волков**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и инженерно-физического мониторинга; E-mail: dpv@grv.ifmo.ru

**Лейла Авазовна Кулиева**

— студентка; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра компьютерной теплофизики и инженерно-физического мониторинга; E-mail: dpv@grv.ifmo.ru

**Майя Валерьевна Успенская**

— канд. техн. наук, доцент; Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, кафедра физики и техники оптической связи; E-mail: mv\_uspenskaya@mail.ru

**Алексей Владимирович Токарев**

— аспирант; Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), кафедра синтетического каучука и элементоорганических соединений; E-mail: altokarev@rambler.ru

Рекомендована кафедрой  
физики и техники оптической связи  
СПбГУ ИТМО

Поступила в редакцию  
18.10.07 г.

В. М. ТЫМКУЛ, Д. С. ШЕЛКОВОЙ

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПИРОМЕТРА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОМЕХ НЕОДНОРОДНОГО ФОНА**

Предлагается методика и приводятся результаты расчета температурной чувствительности пирометра, при работе которого учитывается влияние в качестве помехи неоднородного поля излучения фона, отраженного от поверхности исследуемых объектов. Результаты расчета температурной чувствительности пирометра приведены в функции значений неоднородности температуры окружающей среды (фона).

**Ключевые слова:** пирометр, температурная чувствительность, энергетическая светимость, фоновое излучение.

В работах [1, 2] приведены математическая модель и методика расчета температурной чувствительности пирометра, учитывающая собственное излучение объектов и влияние отраженного излучения окружающего фона и излучения оптических элементов схемы как однородных помех. Температурная чувствительность описывается следующим выражением:

$$\Delta T_{\text{пор}} = \frac{\pi \mu K_{\text{эт}} (1 + U_o / U_{\text{п.э}} + U_{\text{фон}} / U_{\text{п.э}}) \sqrt{ab \Delta f}}{A \omega D^* B}; \quad (1)$$

$$B = c_2 \left[ \frac{1}{T^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \varepsilon(\lambda) \lambda^{-1} M_e(\lambda, T) d\lambda + \frac{1}{T_{\text{фон}}^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \rho(\lambda) \lambda^{-1} M_e(\lambda, T_{\text{фон}}) d\lambda \right],$$

где  $\mu$  — отношение сигнал/шум;  $K_{\text{эт}}$  — коэффициент использования приемником излучения эталонного источника;  $U_{\text{п.э}}$  — сигнал помехи, эквивалентный электрическому шуму;  $U_o$  и  $U_{\text{фон}}$  — интегральные сигналы, обусловленные внутренней оптической и внешней фоновой помехами;  $a, b$  — линейные размеры чувствительной площадки приемника излучения;  $\Delta f$  — полоса частот электрической схемы включения приемника излучения;  $A$  — площадь входного зрачка объектива пирометра;  $\omega$  — телесный угол поля зрения объектива;  $D^*$  — удельная „обнаружительная“ способность приемника излучения;  $c_2$  — вторая постоянная формулы Планка;  $T$  — термодинамическая (абсолютная) температура поверхности объекта;  $S(\lambda)$  — относительная спектральная чувствительность приемника излучения;  $\tau_{\text{об}}(\lambda)$ ,  $\tau_a(\lambda)$ ,  $\tau_{\text{ф}}(\lambda)$  — спектральные коэффициенты пропускания соответственно объектива, слоя атмосферы и спектрального фильтра;  $\varepsilon(\lambda)$  — спектральный коэффициент теплового излучения поверхности объекта;  $\lambda$  — длина волны;  $\lambda_1, \lambda_2$  — длины волн, соответствующие границам чувствительности приемника излучения;  $M_e(\lambda, T)$  — спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела (АЧТ);  $T_{\text{фон}}$  — абсолютная температура окружающей среды (фона);  $\rho(\lambda)$  — спектральный коэффициент отражения поверхности исследуемого объекта;  $M_e(\lambda, T_{\text{фон}})$  — спектральная плотность энергетической светимости фона.

В случае когда поле температур излучения фона неоднородно, в формуле (1) под величиной  $U_{\text{фон}}$  следует понимать среднеквадратическое значение сигнала помехи  $\overline{\Delta U_{\text{фон}}}$ , а величины  $T_{\text{фон}}$  и  $M_e(\lambda, T_{\text{фон}})$  будут иметь смысл математического ожидания соответственно поля температур  $\overline{T_{\text{фон}}}$  и функции Планка для светимости АЧТ с температурой  $\overline{T_{\text{фон}}}$ .

Рассмотрим методику расчета температурной чувствительности пирометра истинной температуры с учетом влияния неоднородности фонового теплового излучения [3].

Допустим, что функция распределения поля температур излучения фона есть некоторая функция  $P(T_{\text{фон}})$ . Тогда для математического ожидания поля температур  $\overline{T_{\text{фон}}}$  и его дисперсии  $\sigma^2$  справедливы следующие соотношения:

$$\overline{T_{\text{фон}}} = \int_{T_{\text{фон}1}}^{T_{\text{фон}2}} T_{\text{фон}} P(T_{\text{фон}}) dT_{\text{фон}}; \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \overline{(T_{\text{фон}} - \overline{T_{\text{фон}}})^2} = \int_{T_{\text{фон}1}}^{T_{\text{фон}2}} (T_{\text{фон}} - \overline{T_{\text{фон}}})^2 P(T_{\text{фон}}) dT_{\text{фон}}, \quad (3)$$

$$\overline{\Delta T_{\text{фон}}} = \sigma.$$

В свою очередь, среднеквадратическое значение сигнала помехи  $\overline{\Delta U_{\text{фон}}}$  представим как

$$\overline{\Delta U_{\text{фон}}} = U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}}) + \overline{\delta U_{\text{фон}}}, \quad (4)$$

где  $U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}})$  и  $\overline{\delta U_{\text{фон}}}$  — постоянная и переменная составляющие сигнала помехи соответственно, равные:

$$U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}}) = \frac{U_{\text{п.э}} A \omega D^*}{K_{\text{эт}} \pi \sqrt{ab \Delta f}} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \rho(\lambda) M_e(\lambda, \overline{T_{\text{фон}}}) d\lambda, \quad (5)$$

$$\overline{\delta U_{\text{фон}}} = \frac{U_{\text{п.э}} A \omega D^*}{K_{\text{эт}} \pi \sqrt{ab \Delta f}} \left( \frac{c_2 \overline{\Delta T_{\text{фон}}}}{\overline{T_{\text{фон}}}^2} \right) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \rho(\lambda) \lambda^{-1} M_e(\lambda, \overline{T_{\text{фон}}}) d\lambda. \quad (6)$$

В результате, по аналогии с формулой (1), выражение для температурной чувствительности пирометра истинной температуры при наличии неоднородности поля температур излучения фона приобретает следующий вид:

$$\Delta T_{\text{пор}}^{(н)} = \frac{\pi \mu K_{\text{эт}} (1 + U_{\text{о}}/U_{\text{п.э}} + \overline{\Delta U_{\text{фон}}}/U_{\text{п.э}}) \sqrt{ab \Delta f}}{A \omega D^* B}; \quad (7)$$

$$B = c_2 \left[ \frac{1}{T^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \varepsilon(\lambda) \lambda^{-1} M_e(\lambda, T) d\lambda + \frac{1}{\overline{T_{\text{фон}}}^2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\lambda) \tau_{\text{об}}(\lambda) \tau_a(\lambda) \tau_{\text{ф}}(\lambda) \rho(\lambda) \lambda^{-1} M_e(\lambda, \overline{T_{\text{фон}}}) d\lambda \right].$$

В общем случае методика расчета температурной чувствительности пирометров при наличии неоднородного поля теплового излучения фона согласно предлагаемой математической модели [4] содержит следующие этапы.

1. Задаются диапазон изменения температур  $\Delta T_{\text{фон}} = T_{\text{фон}_2} - T_{\text{фон}_1}$  и функция распределения  $P(T_{\text{фон}})$ .

2. По формуле (2) с учетом конкретной функции  $P(T_{\text{фон}})$  вычисляется математическое ожидание поля температур  $\overline{T_{\text{фон}}}$ .

3. По формуле (3) вычисляется дисперсия  $\sigma^2$  значений температуры  $T_{\text{фон}}$ .

4. Полученное значение  $\overline{T_{\text{фон}}}$  подставляется в выражение для светимости фона со спектральным коэффициентом теплового излучения  $\varepsilon_{\text{фон}}(\lambda)$ :

$$M_e(\lambda, \overline{T_{\text{фон}}}) = \varepsilon_{\text{фон}}(\lambda) c_1 \lambda^{-5} \frac{1}{e^{c_2/\lambda \overline{T_{\text{фон}}}} - 1}.$$

5. По формулам (5) и (6) вычисляются значения сигналов  $U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}})$  и  $\overline{\delta U_{\text{фон}}}$ .

6. По формуле (4) определяется среднеквадратическое значение сигнала помехи  $\Delta U_{\text{фон}}$ .

7. По формуле (7) с учетом данных, приведенных в работах [1, 2], и данных, полученных в пп. 1—6, определяется значение  $\Delta T_{\text{пор}}^{(H)}$ .

Для оценки влияния неоднородности поля теплового излучения окружающего фона на значение температурной чувствительности пирометра истинной температуры [3] рассмотрим следующее приближение.

Представим значение  $\Delta T_{\text{пор}}^{(H)}$  формулой

$$\Delta T_{\text{пор}}^{(H)} = \Delta T_{\text{пор}} \left( \frac{1 + U_o/U_{\text{п.э}} + \overline{\Delta U_{\text{фон}}}/U_{\text{п.э}}}{1 + U_o/U_{\text{п.э}} + U_{\text{фон}}/U_{\text{п.э}}} \right). \quad (8)$$

С учетом формулы (4) выражение (8) запишем в следующем виде:

$$\Delta T_{\text{пор}}^{(H)} = \Delta T_{\text{пор}} \left[ \frac{1 + U_o/U_{\text{п.э}} + (U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}})/U_{\text{п.э}} + \overline{\delta U_{\text{фон}}}/U_{\text{п.э}})}{1 + U_o/U_{\text{п.э}} + U_{\text{фон}}/U_{\text{п.э}}} \right]. \quad (9)$$

Допустим, что справедливы соотношения

$$U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}}) \approx U_{\text{фон}}; \quad \overline{\Delta U_{\text{фон}}}/U_{\text{п.э}} \gg (1 + U_o/U_{\text{п.э}}), \quad U_{\text{фон}}/U_{\text{п.э}} \gg (1 + U_o/U_{\text{п.э}}).$$

Тогда, пренебрегая в формулах (8) и (9) выражением  $(1 + U_o/U_{\text{п.э}})$ , соотношение (9) запишем в виде

$$\Delta T_{\text{пор}}^{(H)} = \Delta T_{\text{пор}} \left[ 1 + \frac{\overline{\delta U_{\text{фон}}}}{U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}})} \right] \quad (10)$$

и обозначим выражение в квадратных скобках следующим образом:

$$F(\overline{\Delta T_{\text{фон}}}, \overline{T_{\text{фон}}}) = 1 + \frac{\overline{\delta U_{\text{фон}}}}{U_{\text{фон}}(\overline{T_{\text{фон}}})}. \quad (11)$$

Тогда на основе выражений (5), (6) и (11) можно отметить, что функция  $F(\overline{\Delta T_{\text{фон}}}, \overline{T_{\text{фон}}})$  физически характеризует влияние параметров неоднородности поля температур излучения фона на значение температурной чувствительности пирометра.



Применительно к схеме пирометра истинной температуры с использованием параметров оптической схемы и приемника излучения [1, 2] с помощью программы MathCad был произведен расчет функции  $F(\overline{\Delta T_{\text{фон}}}, \overline{T_{\text{фон}}})$  в зависимости от параметра  $\overline{\Delta T_{\text{фон}}}$ . Результаты расчета графически представлены на рис. 1. На рис. 2 приведены полученные ранее графики зависимости температурной чувствительности  $\Delta T_{\text{пор}}$  пирометра от температуры объекта  $T$  при различных значениях  $T_{\text{фон}}$  и  $T_o$  ( $T_o$  — температура оптических элементов схемы) [1].

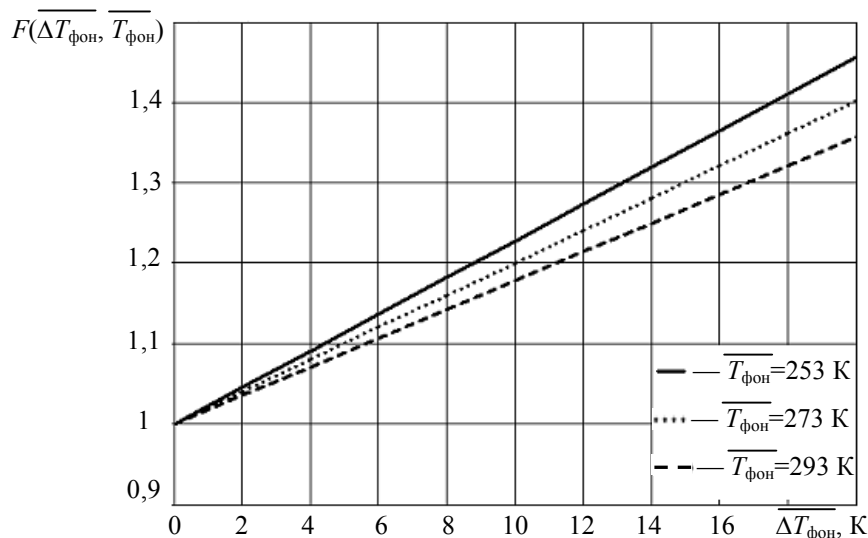


Рис. 1

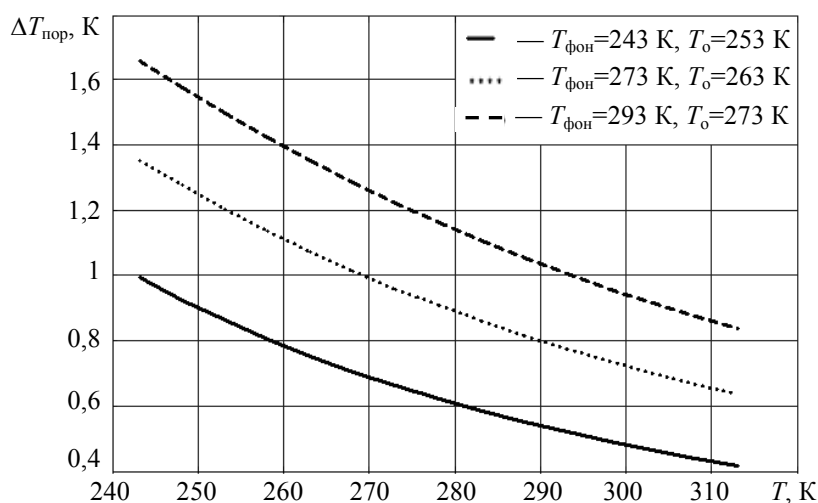


Рис. 2

На основе полученных результатов (см. рис. 1, 2) и соотношений (10), (11) были определены значения температурной чувствительности пирометра истинной температуры  $\Delta T_{\text{пор}}^{(H)}$  при воздействии неоднородного поля теплового излучения окружающего фона.

Анализ изложенной методики и результатов расчетов позволяет сделать следующие выводы:

— при воздействии неоднородного поля теплового излучения фона как помехи на работу пирометра его температурная чувствительность ухудшается;

— физически природа снижения чувствительности пирометра объясняется двумя факторами: первый фактор заключается в „засветке“ приемника излучения пирометра постоянной

составляющей фонового излучения, второй фактор связан с увеличением сигнала, обусловленного помехой за счет переменной составляющей излучения фона;

— температурная чувствительность пирометра при воздействии неоднородного поля теплового излучения фона уменьшается в 1,4 раза при увеличении значений  $\overline{\Delta T_{\text{фон}}}$  до 20 К; средние значения  $\overline{T_{\text{фон}}}$  при этом составляют от 253 до 293 К.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тымкул В. М., Шелковой Д. С., Лебедев Н. С. К расчету температурной чувствительности пирометра с учетом собственного излучения объекта // Изв. вузов. Приборостроение. 2006. Т. 49, № 12. С. 48—52.
2. Тымкул В. М., Тымкул Л. В., Шелковой Д. С., Лебедев Н. С. Математическая модель температурной чувствительности пирометра истинной температуры // Специализированное приборостроение, метрология, теплофизика, микротехника: Сб. материалов Междунар. науч. конгресса „ГЕО — Сибирь — 2006“, 24—28 апр. 2006 г., Новосибирск. Новосибирск: СГГА, 2006. Т. 4. С. 148.
3. Пат. 2219504 РФ, МКИ G 01 J 5/00. Пирометр истинной температуры / В. М. Тымкул, Н. С. Лебедев, Д. С. Шелковой, С. А. Воронин. № 2002104325/28; опубл. 20.12.2003; Бюл. № 35.
4. Тымкул В. М., Шелковой Д. С., Слюсарев Д. С. Математическая модель чувствительности пирометра при воздействии помех неоднородного фона // Специализированное приборостроение, метрология, теплофизика, микротехника: Сб. материалов Междунар. науч. конгресса „ГЕО — Сибирь — 2006“, 25—27 апр. 2007 г., Новосибирск. Новосибирск: СГГА, 2007. Т. 4, ч. 2. С. 6.

#### Сведения об авторах

- Василий Михайлович Тымкул** — канд. техн. наук; Сибирская государственная геодезическая академия, кафедра оптико-электронных приборов, Новосибирск; профессор; E-mail: oep@ssga.ru
- Денис Сергеевич Шелковой** — НПО „Сибирский арсенал“, Новосибирск; нач. испытательной лаборатории; E-mail: shelden@ngs.ru

Рекомендована кафедрой  
оптико-электронных приборов СГГА

Поступила в редакцию  
01.10.07 г.

## SUMMARY

P. 3—9.

### TOOL COMPLEX ALGORITHMS FOR KNOWLEDGES DESIGNING ABOUT TECHNOLOGICAL PROCESSES

Features of representation technological processes knowledge base in computer training systems are considered. Automation of knowledge dynamic model designing for intellectual training systems is carried out by special tool complex. For representation of dynamic knowledge the solving rules constructed in the course of discrimination learning are used.

**Keywords:** technological processes, computer training systems, pattern recognition, solving rule, knowledge base.

#### *Data on author*

*Victor I. Pimenov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg University of Technology and Design, Department of Applied Informatics, Professor; E-mail: v\_pim@mail.ru

P. 10—14.

### DEFINITION OF AVIATION CARRIER TRAJECTORY OF SYNTHESIZED-APERTURE RADAR

It is offered to use a method of relative measurements on signals of satellite radionavigation systems for precision coordinate maintenance of carriers of radars with the synthesized aperture of the antenna that will allow to raise quality of the synthesized radar-tracking image and as more precisely and operatively to carry out binding the radar-tracking image to earth location.

**Keywords:** satellite radionavigation system, synthesized-aperture radar, radar-tracking image, method of relative measurements.

#### *Data on authors*

*Vladimir A. Dobrikov* — Cand. Techn. Sci.; Mozhaysky Military-Space Academy, Department of Space Radar-Location and Radionavigation, St. Petersburg; E-mail: dwa33@mail.ru

*Vladimir A. Avdeev* — Post-Graduate Student; Mozhaysky Military-Space Academy, Department of Space Radar-Location and Radionavigation; St. Petersburg; E-mail: apex7@rambler.ru

*Denis A. Gavrilov* — Post-Graduate Student; Mozhaysky Military-Space Academy, Department of Space Radar-Location and Radionavigation, St. Petersburg; E-mail: gdanas@yandex.ru

## P. 15—19.

**RESEARCH OF DYNAMIC SYSTEMS WITH MULTIPLICATION OF VARIABLES ON THE BASIS OF KRONECKER MATRIX STRUCTURES**

The research problem of processes in dynamic systems with multiplication of variables is considered. For the specified purposes opportunities kronecker vector and matrix structures are used. The problem is solved with reference to systems with peak modulation.

**Keywords:** dynamic system, multiplication of variables, kronecker matrix structures.

*Data on authors*

- Larisa V. Kozhevnikova* — St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; Engineer-Programmer.  
*Anatoly V. Ushakov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: ushakov-AVG@yandex.ru

## P. 20—25.

**HANKEL SINGULAR VALUES AND FREQUENCY RESPONSES OF LINEAR SYSTEM**

Linear control systems with hankel singular values of high repeated are considered. For such systems their frequency response is investigated and the opportunity of definition on them of singular values without calculation controllability and observability gramians is shown.

**Keywords:** linear systems, singular values, hankel operator, frequency characteristics.

*Data on authors*

- Leonid A. Mironovsky* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Space Instrument Making, Department of Computing Systems and Networks; E-mail: mir@aanet.ru  
*Dmitry V. Shintyakov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Space Instrument Making, Department of Computing Systems and Networks; E-mail: ratson@mail.ru

## P. 26—30.

**REALIZATION OF COLLECTIVE SIGNATURE PROTOCOL ON THE BASIS OF STANDARDS FOR DIGITAL SIGNATURE**

The paper considers the collective digital signature protocol based on computing a digest of the individual parameters produced by users in dependence on the message and their private keys. The protocol provides simultaneous process of the signature generation and uses the standard public key infrastructure. There are formulated the main requirements to the protocol and considered implementation of the protocol using the Russian standards for digital signatures GOST R 34.10-94 and GOST R 34.10-2001.

**Keywords:** digital signature, collective signature, cryptographic protocol.

*Data on authors*

- Mikhail Yu. Ananjev* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Water Communications; E-mail: nmold@cobra.ru  
*Lydia V. Gortinskaya* — Cand. Phys.-Math. Sci.; FGUP Scientific Research Institute "Vector" — Specialized Center of Program Systems "Spectra", St. Petersburg; E-mail: lydia@cobra.ru  
*Andrey A. Kostin* — Cand. Techn. Sci.; FGUP Scientific Research Institute "Vector" — Specialized Center of Program Systems "Spectra", St. Petersburg; E-mail: anya@hotmail.ru  
*Nikolay A. Moldovjan* — Dr. Techn. Sci.; FGUP Scientific Research Institute "Vector" — Specialized Center of Program Systems "Spectra", St. Petersburg; E-mail: nmold@cobra.ru

P. 31—38.

### FORMAL BASE FOR SOFTWARE QUALITY EVALUATION

The description of formal components of an estimation of quality of software is offered. Models of software, qualities and metrics of software are submitted. As a formal basis of models the theory of categories and the graph theory are used. Within the framework of the described approach with the help of model of quality conceptual modelling concept of quality of software is carried out and the quantitative estimation of quality with the help of model of metrics is provided.

**Keywords:** evaluation of quality of software, model of quality of software, model of metrics of software.

#### *Data on author*

*Vadim V. Burakov* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Space Instrument Making, Department of Computer Mathematics and Programming; E-mail: burakov@aanet.ru

P. 39—42.

### THERMOVISION AND VIBROACOUSTICS DIAGNOSTICS OF ELECTROMECHANICAL DEVICES

Questions of the analysis of thermal and vibrating fields are considered. By the example of the electric machine the degree of their correlation and an opportunity of application for monitoring a technical condition and diagnostics of defects of executive mechanisms is determined. The technique which can form a basis for diagnosing electromechanical devices on parameters of temperature and vibrations is offered.

**Keywords:** thermovision diagnostics, vibrating diagnostics, power machines, executive device.

#### *Data on authors*

*Aleksander A. Belousov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Cinema and TV; Rector; E-mail: rektorat@Liki.spb.ru

*Aleksander K. Yavlensky* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Cinema and TV, Department of Physics and Optics; E-mail: conpi@peterlink.ru

*Anton A. Sevastyanov* — Post-Graduate Student; OOO “Promcomplect-Engineering“, St. Petersburg; E-mail: sevastyanov@e-automatica.ru

*Aleksander S. Volkov* — Federal Agency on Culture and Cinematographies, Deputy Chief, Moscow; E-mail: volkov@fakk.ru

P. 43—45.

### INTERPOLATION OF FUNCTION WITH DISCRETE FOURIER TRANSFORM

There are investigation of linear distortion in the time of irregular process interpolation on the principles of its spectral concentration samples, that were received with the discrete Fourier transform. Interpolation mistakes for different spectral correlation characteristics of irregular process are analysed. It's showed that interpolation mistakes amount to zero in the sample points and they amount to their maximum meaning in the middle of sampling period.

**Keywords:** spectrum, digitization, reconstruction, errors.

#### *Data on author*

*Sergey I. Ziatdinov* — Dr. Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Space Instrument Making, Department of Information-Network Technologies; E-mail: kaf53@GUAP.ru

**P. 46—50.**

### POWER SUPPLY OF FOUR-QUADRANT ELECTRIC DRIVE

Results of research and development of power supply on the basis of IGBT inverters with a sinusoidal pulse-width modulation meant for four-quadrant asynchronous electric drives with the vector control systems for subway escalators are presented.

**Keywords:** four-quadrant electric drive, active rectifier, part of direct current.

#### *Data on authors*

- Andrey P. Baev** — Cand. Techn. Sci.; Scientific Research Institute of Exact Mechanics, St. Petersburg; E-mail: apb1959@nwgsm.ru
- Mikhail R. Goncharenko** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: mrg1959@yahoo.com
- Aleksey S. Isakov** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Control Systems and Informatics; E-mail: isakovas@nm.ru

**P. 50—54.**

### PULSE GENERATOR WITH JITTER

The methods and devices of generating signals with random phase deviation for checking digital data transmitting and processing systems are described. The authors deal with the device circuit on the basis of Altera FPGA, in which the law of pulse phase deviation is set digitally, with the help of a pseudorandom number generator. Modeling the pulse generator with the jitter in Quartus II application program is performed and the analysis of pulse delay time distribution is made.

**Keywords:** data channel, signal, jitter, modeling, pseudorandom number generator, delay element.

#### *Data on authors*

- Valery A. Chulkov** — Cand. Techn. Sci.; Penza State Technological Academy, Department of Computers and Systems; E-mail: chu@pgta.ac.ru
- Aleksey V. Medvedev** — Post-Graduate Student; Penza State Technological Academy, Department of Computers and Systems; E-mail: mav@pgta.ac.ru

**P. 55—57.**

### EVOLUTION OF CONOSCOPIC PICTURES AT CHANGE OF OPTICAL AXIS POSITION OF A CRYSTAL PLATE

Peculiarities of optical system, which can be used for determination of optical axis orientation in a crystal plate are analysed. Are presented designed conoscopic pictures of crystal plate, by the form which the direction of an optical axis of a crystal is possible to determine.

**Keywords:** conoscopic picture, crystal plate, orientation of optical axis.

#### *Data on authors*

- Aleksander V. Syuy** — Cand. Phys.-Math. Sci.; Far-East State University of Means of Communication, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: alsyuy271@gmail.com
- Konstantin A. Rudoy** — Cand. Phys.-Math. Sci.; Far-East State University of Means of Communication, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: fizika@festu.khv.ru
- Vladimir I. Stroganov** — Dr. Phys.-Math. Sci., Professor; Far-East State University of Means of Communication, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: fizika@festu.khv.ru
- Victor V. Krishtop** — Cand. Phys.-Math. Sci.; Far-East State University of Means of Communication, Department of Physics, Khabarovsk; E-mail: fizika@festu.khv.ru

P. 57—61.

### DEFINITION OF STRUCTURED SURFACES PARAMETERS

Questions of representation of the structured surfaces for calculation of optical systems are considered. Within the framework of program Modeling Optical System (MOPS) the original way of the task of their parameters as a set of functions from number of a zone of an element of a surface is offered. Formulas for the description of parameters as frenel, and the raster structured surfaces are presented. As an example of use of new type of surfaces results of calculation frenel lenses are resulted.

**Keywords:** raster, optics, algorithm of the program.

#### *Data on author*

*Viacheslav A. Grimm* — St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Laser Technics and Biomedical Optics;  
E-mail: mopsat@mail.ru

P. 62—68.

### ELLIPSOmetry OF INHOMOGENEOUS SURFACE LAYERS OF ANISOTROPICAL OPTICAL ELEMENTS

Methods of definition of elements of the normalized matrix of reflection and the basic ellipsometry parameters of anisotropical reflecting systems are presented. The experimental-theoretical substantiation of application of ellipsometry generalized equations in Drude — Born approach is given at definition of optical characteristics of non-uniform superficial layers of anisotropical elements of optoelectronics. It is shown, that at polishing and ionic processing of crystal quartz it is formed amorpheous layer which presence leads to losses of optical radiation.

**Keywords:** ellipsometry, optical connections, optoelectronic elements, anisotropical optical elements.

#### *Data on authors*

*Alexander A. Novikov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid-State Optoelectronics.  
*Igor A. Khramtzovsky* — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid-State Optoelectronics.  
*Vladimir Yu. Ivanov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid-State Optoelectronics.  
*Ivan S. Fedorov* — Post-Graduate Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid-State Optoelectronics.  
*Ashurbek Turkboev* — Dr., Techn. Sci., Professor; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Solid-State Optoelectronics.

P. 69—74.

### TWO-MIRROR'S OBJECTIVE WITH FOUR REFLECTIONS

Two spherical mirror's objective with light passing through central apertures in the surfaces is presented; the objective have four reflections. The variant of design factors calculation in which there are no four aberrations is considered. Such objective is useful for optical devices using UV and IR spectral range research.

**Keywords:** objective, convex mirror, concave mirror, aberrations, central obscuration factor.

#### *Data on authors*

*Nina K. Artyukhina* — Cand. Techn. Sci.; Belarussian National Technical University, Department of Laser Technics and Technology, Minsk; Professor;  
E-mail: art4913@rambler.ru  
*Alla V. Bogatko* — Post-Graduate Student; ZAO „Yansar“, Minsk; E-mail: bav-jim@list.ru

P. 75—77.

### RESEARCH OF HEAT CONDUCTIVITY OF POLYMERIC COMPOSITE MATERIALS

Influence of glass microballs on heat conductivity of polymeric materials is investigated. Influence of glass microballs concentration and temperatures of heating on heat conductivity of a composite material is shown. The reasons of change of heat conductivity of a composition are explained, because heat conductivity of glass microballs differs on the order in comparison with heat conductivity of a polymeric matrix.

**Keywords:** polymeric composition, polyurethane, heat conductivity, glass microballs.

#### *Data on authors*

- Dmitry P. Volkov** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Thermophysics and Engineering-Physical Monitoring; E-mail: dpv@grv.ifmo.ru
- Leyla A. Kulieva** — Student; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Computer Thermophysics and Engineering-Physical Monitoring; E-mail: dpv@grv.ifmo.ru
- Maya V. Uspenskaya** — Cand. Techn. Sci.; St. Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics and Optics, Department of Physics and Technics of Optical Connection; E-mail: mv\_uspensskaya@mail.ru
- Alexey V. Tokarev** — Post-Graduate Student; St. Petersburg State Institute of Technology (Technical University), Department of Synthetic Rubber and Organic Connections; E-mail: altokarev@rambler.ru

P. 78—82.

### DESIGN PROCEDURE OF PYROMETER SENSITIVITY AT INFLUENCE OF HANDICAPES OF NON-UNIFORM PHON

The technique is offered and results of calculation of temperature sensitivity of a pyrometer at which work influence is taken into account as a handicap of a non-uniform field of radiation of the background reflected from a surface of researched objects are resulted. Results of calculation of temperature sensitivity of a pyrometer are resulted in function of values of heterogeneity of an ambient temperature.

**Keywords:** pyrometer, temperature sensitivity, power luminosity, background radiation.

#### *Data on authors*

- Vasily M. Tymkul** — Cand. Techn. Sci.; Siberian State Geodetic Academy, Department of Opto-Electronic Devices, Novosibirsk; Professor; E-mail: oep@ssga.ru
- Denis S. Shelkovoy** — NPO "Siberian Arsenal", Novosibirsk, E-mail: shelden@ngs.ru