№ 6 16–31 марта 2011 Основана в 1995 г inf.1september.ru
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ГАЗЕТА ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ ИНФОРМАТИКИ

ИНФОРМАТИКА

Привет участникам Всероссийского съезда учителей информатики!

№ 6

/ тема номера:

Что измеряют по формулам Хартли и Шеннона?

издательский дом Первое сентября
1september.ru
| ИНФОРМАТИКА | Индексы подписки | Почта России – 79006 (инд.); – 79574 (орг.) | Роспечать – 32291 (инд.); – 32591 (орг.)

О теме номера

Измерение информации — одна из трудных тем школьного курса. С одной стороны, “на выходе” она имеет набор задач ЕГЭ, которые являются достаточно типовыми и могут быть решены по образцу, по шаблону. Подготовить детей к решению этих задач не очень сложно — для этого часто не требуется глубоко понимать суть. Но нам-то нужно понимать именно глубоко! А это ох как непросто, учитывая, что даже среди специалистов нет единого мнения по ряду принципиальных вопросов! Что же, такая у нас наука ☺. Тем интереснее и полезнее будет основной материал этого номера.

В номере

3 ***Новость № 1***
- Энциклопедия учителя информатики → Энциклопедия школьной информатики: четыре года спустя
- Элементарно! Ватсон выиграл их игру
- Утвержден стандарт основного общего образования

4 ***Не в теме: компьютерная графика***
3D-иллюзии

8 ***Тема номера***
Что измеряют по формулам Хартли и Шеннона?

20 ***Информация***
Педагогический университет “Первое сентября” предлагает дистанционные и очные курсы повышения квалификации

22 ***Газета для пытливых учеников и их талантливых учителей***
“В МИР ИНФОРМАТИКИ” № 160

На диске

На диске к этому номеру содержатся:
- Исходные и демонстрационные файлы, а также презентация к статье “3D-иллюзии”
- Презентация к статье “Что измеряют по формулам Хартли и Шеннона”
- Презентации к материалам “В мир информатики”
- Подарок: подшивка “Информатики” за первое полугодие 1999 года

ИНФОРМАТИКА

Учебно-методическая газета для учителей информатики
Основана в 1995 г.
Выходит два раза в месяц

РЕДАКЦИЯ:
гл. редактор С.Л. ОСТРОВСКИЙ
редакторы
Е.В. АНДРЕЕВА,
Д.М. ЗЛАТОПОЛЬСКИЙ
(редактор вкладки “В мир информатики”)
верстка Н.И. ПРОНСКАЯ
корректор Е.Л. ВОЛОДИНА
секретарь Н.П. МЕДВЕДЕВА
Фото: фотобанк Shutterstock
Газета распространяется по подписке
Цена свободная
Тираж 3000 экз.
Тел. редакции: (499) 249-48-96
E-mail: inf@1september.ru
http://inf.1september.ru

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ “ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ”

Главный редактор:
Артем Соловейчик (Генеральный директор)
Коммерческая деятельность:
Константин Шмарковский (Финансовый директор)
Развитие, IT и координация проектов:
Сергей Островский (Исполнительный директор)
Реклама и продвижение:
Марк Сартан
Мультимедиа, конференции и техническое обеспечение:
Павел Кузнецов
Производство:
Станислав Савельев
Административно-хозяйственное обеспечение:
Андрей Ушков
Дизайн:
Иван Лукьянов, Андрей Балдин
Педагогический университет:
Валерия Арсланьян (ректор)

ГАЗЕТЫ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА:
Первое сентября – Е.Бирюкова
Английский язык – А.Громушкина
Библиотека в школе – О.Громова
Биология – Н.Иванова
География – О.Коротова
Дошкольное образование – М.Аромштам
Здоровье детей – Н.Сёмина
Информатика – С.Островский
Искусство – М.Сартан
История – А.Савельев
Классное руководство и воспитание школьников – О.Леонтьева
Литература – С.Волков
Математика – Л.Рослова
Начальная школа – М.Соловейчик
Немецкий язык – М.Бузоева
Русский язык – Л.Гончар
Спорт в школе – О.Леонтьева
Управление школой – Я.Сартан
Физика – Н.Козлова
Французский язык – Г.Чесновицкая
Химия – О.Блохина
Школьный психолог – И.Вачков

УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО “ЧИСТЫЕ ПРУДЫ”
Зарегистрировано ПИ № 77-72230 от 12.04.2001
в Министерстве РФ по делам печати
Подписано в печать: по графику 16.02.2011, фактически 16.02.2011
Заказ №
Отпечатано в ОАО “Чеховский полиграфический комбинат”
ул. Полиграфистов, д. 1, Московская область, г. Чехов, 142300

АДРЕС ИЗДАТЕЛЯ:
ул. Киевская, д. 24, Москва, 121165
Тел./факс: (499) 249-31-38
Отдел рекламы: (499) 249-98-70
http://1september.ru

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ПОДПИСКА:
Телефон: (499) 249-47-58
E-mail: podpiska@1september.ru

ПОДПИСНЫЕ ИНДЕКСЫ: по каталогу «Газеты. Журналы» агентства «Роспечать» – 32291 (инд); – 32591 (орг.); по каталогу «Почта России» – 79006 (инд); – 79574 (орг.)

Энциклопедия учителя информатики → Энциклопедия школьной информатики: четыре года спустя

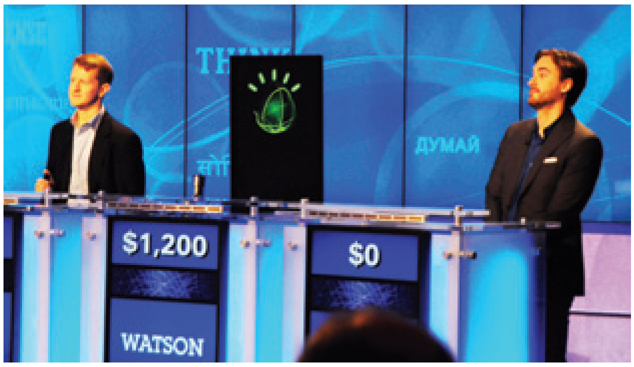
В издательстве “Бином. Лаборатория знаний” вышла “Энциклопедия школьной информатики”. В определенном смысле, выражаясь привычным для специалистов в области информатики языком, в книге представлена вторая версия энциклопедии — “Энциклопедия 2.0”. Наши читатели хорошо помнят, что первая версия была создана “с нуля” и опубликована летом 2007 года (№ 11–19) в виде цикла статей под общим названием “Энциклопедия учителя информатики”. Содержательно энциклопедия претерпела мало изменений, но издательство, видимо руководствуясь маркетинговыми соображениями, скорректировало адресата — теперь книга предназначена для учеников и учителей информатики. Во введении написано, что ученики могут использовать материал энциклопедии при подготовке рефератов, докладов, при желании глубже разобраться в отдельных темах школьного курса. Не будем возражать ☺. Тем более что методическая составляющая энциклопедии практически не пострадала.

Персонаж газетного варианта энциклопедии чуть изменился и несколько помолодел ☺

Элементарно! Ватсон выиграл их игру

Суперкомпьютер IBM Watson выиграл у двух сильнейших игроков во втором матче интеллектуальной викторины Jeopardy (российский аналог “Своей игры”), став победителем трехдневного турнира. По сумме двух игр Watson заработал 77 тысяч долларов, более чем втрое обогнав сильнейших участников Jeopardy Кена Дженнингса и Брэда Руттера. “Приветствую наших новых компьютерных повелителей”, — написал рядом со своим ответом на финальный вопрос Дженнингс, составивший во второй игре серьезную конкуренцию суперкомпьютеру.

Продемонстрированные суперкомпьютером в ходе турнира “знания” были получены путем индексации большого количества текстов. Во время самой игры Watson действовал в автономном режиме, не используя внешние информационные ресурсы.



Своему успеху в турнире Jeopardy Watson в первую очередь обязан не “железным”, а программным технологиям — прогрессу в области автоматической обработки запросов, сформулированных на естественном языке. Хотя, разумеется, успех был бы невозможен и без аппаратной производительности при обработке больших объемов индексированных данных.

Утвержден стандарт основного общего образования

Стандарт утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 декабря 2010 г. № 1897 и зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации от 01 февраля 2011 г. № 19644.

К нам, учителям информатики, в новом стандарте непосредственное отношение имеет предметная область “Математика и информатика”. Важно (особенно для тех, кто помнит историю вопроса и количество сломанных копий), что в заголовке раздела с перечислением предметных результатов информатика присутствует в явном виде: “Математика. Алгебра. Геометрия. Информатика”. В самих предметных результатах прямое отношение к нам имеют пункты 10–14 (немало!):

10) формирование информационной и алгоритмической культуры; формирование представления о компьютере как универсальном устройстве обработки информации; развитие основных навыков и умений использования компьютерных устройств;

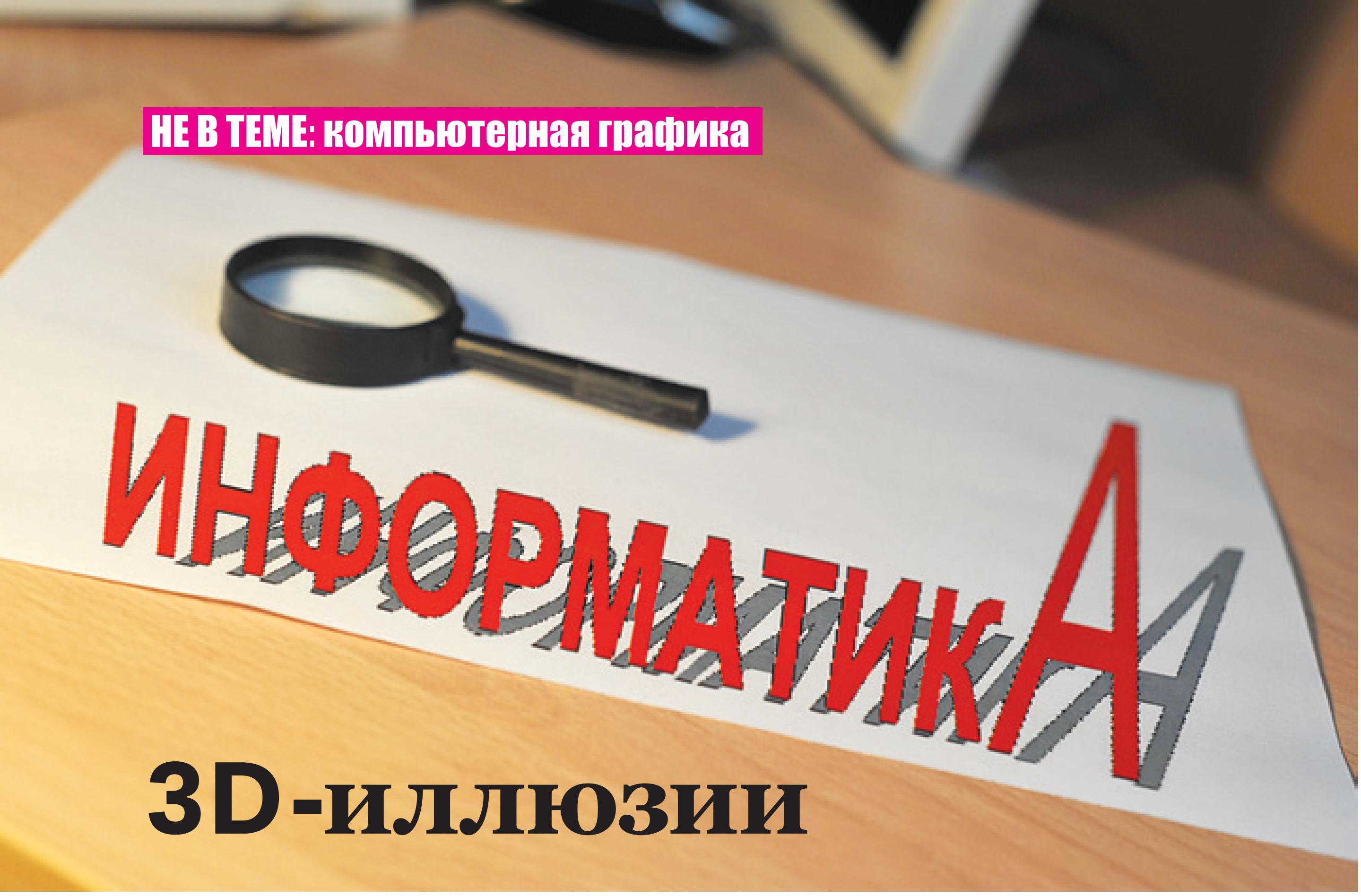
11) формирование представления об основных изучаемых понятиях: информация, алгоритм, модель — и их свойствах;

12) развитие алгоритмического мышления, необходимого для профессиональной деятельности в современном обществе; развитие умений составить и записать алгоритм для конкретного исполнителя; формирование знаний об алгоритмических конструкциях, логических значениях и операциях; знакомство с одним из языков программирования и основными алгоритмическими структурами — линейной, условной и циклической;

13) формирование умений формализации и структурирования информации, умения выбирать способ представления данных в соответствии с поставленной задачей — таблицы, схемы, графики, диаграммы, с использованием соответствующих программных средств обработки данных;

14) формирование навыков и умений безопасного и целесообразного поведения при работе с компьютерными программами и в Интернете, умения соблюдать нормы информационной этики и права.

Текст стандарта опубликован, в частности, на сайте http://standart.edu.ru. Там же можно найти не утвержденную пока рабочую версию стандарта старшей школы.



3D-иллюзии

М.А. Филатова,
А.И. Сенокосов,
г. Екатеринбург

Анаморфоз — это искусство строить преднамеренно искаженные изображения, которые, рассматриваемые из определенной точки или при помощи специальных устройств (например, кривых зеркал), принимают правильный вид. Искусство анаморфоза было изобретено в Китае и принесено в Италию в XVI веке, примерно в то время, когда художники эпохи Возрождения изучали наклонный анаморфоз.

Мир 3D-иллюзий

Пожалуй, одним из наиболее зрелищных и впечатляющих примеров применения анаморфоза является мадоннари (*madonnari*), одно из направлений уличной живописи (*street art*). Картины, нарисованные на асфальте, при взгляде на которые под определенным углом создается впечатление объемных предметов. Возникающий при этом эффект объема столь реалистичен, что просто потрясает воображение!

Мадоннари существует уже почти четыреста лет. Оно возникло в Италии в XVI веке. В те времена центральным объектом творчества уличных художников была Мадонна, отсюда и пошло название. Произведения тех художников, к сожалению, не дошли до нас, но остались свидетельства, что они пользовались большой популярностью, и что даже Эль Греко иногда занимался этим жанром.

Самым знаменитым примером анаморфоза в искусстве является искаженное изображение черепа на первом плане картины Гольбейна “Послы” (Лондон, Национальная галерея) (см. *рис.* 1). Для того чтобы разглядеть изображение черепа, нужно смотреть на картину сбоку, а если посмотреть на череп в специальное стеклышко, можно увидеть, что Гольбейн внутри большого черепа изобразил еще один, маленький.

В наши дни мадоннари пользуется невероятной популярностью. В Италии, Германии, Голландии, Франции, США и

Рис. 1. Картина “Послы”

Канаде, а также в Австралии и Новой Зеландии ежегодно проводятся фестивали уличной живописи. На центральных улицах Лондона, Парижа, Кёльна, Амстердама и других городов Европы такие рисунки можно увидеть очень часто.

В 2009 году Эдгар Мюллер нарисовал удивительную пещеру на одной из центральных улиц Лондона (см. *рис.* 2).

Рис. 2. Пещера на улице Лондона

А гигантская иллюзия, показанная на *рис.* 3, была нарисована совместно Манфредом Стадером и Эдгаром Мюллером. Художники работали над ней по 12 часов в день в течение 5 дней. Картина называется River Street, и ее авторы заняли первое место на фестивале искусств Jaw Prairie Arts Festival. На *рис.* 4 изображен целый город, появившийся в 2005 году на Потсдамской площади в Берлине, и художники, его нарисовавшие.

Летом 2010 года компания Nike пригласила в Москву двух известных немецких мастеров стрит-арта — Marion Ruthardt и Gregor Wosik, которые украсили четыре парка столицы пятью поразительными 3D-картинами в рамках проекта "Я бегу" (*рис.* 5).

Удивительно, но 3D-иллюзии можно рисовать и на листе бумаги. Чилийский художник под псевдонимом Fredo рисует картины простым карандашом (*рис.* 6). В свои композиции он для реалистичности добавляет всевозможные предметы.

Конечно, иллюзия объема возникает при взгляде на картину только из одной точки, если же смотреть из других, то рисунок кажется чудовищно непропорциональным, деформированным (*рис.* 7 и 7*а*). Но тем больший восторг вызывает картина, когда смотришь на нее под "правильным" углом зрения!

Как нарисовать 3D-иллюзию

Ну, это совсем просто ☺. Можно поставить на лист бумаги, допустим, проволочный каркас куба и, глядя из фиксированной точки *A*, отметить на листе точки, лежащие на одной прямой с каждой из вершин куба и точкой *A* (*рис.* 8). Затем куб можно убрать, а отмеченные вершины соединить отрезками прямых линий (на рисунке они изображены синим цветом). Тогда при взгляде на рисунок из точки *A* будет создаваться иллюзия куба. Способом, похожим на этот, пользуется известный художник Джулиан Бивер. Когда он рисует свои карти-

Рис. 3. River Street

Рис. 5. В процессе...

Рис. 4. Город на площади

Рис. 6. Одна из работ Fredo

Рис. 7

Рис. 7*а*. Эка ее расплющило!

ны, то постоянно заглядывает в объектив, установленный на штативе.

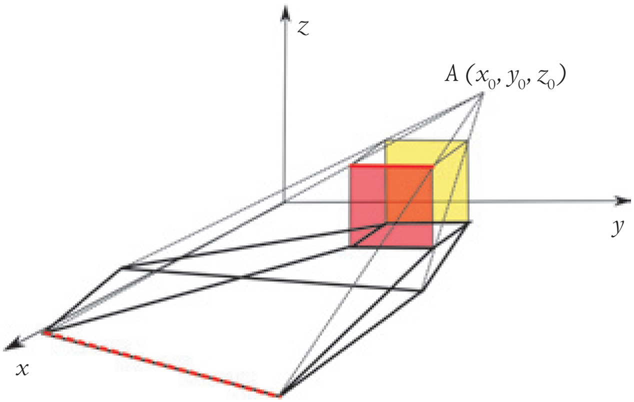


Рис. 8

А еще можно установить в точку *A* точечный источник света и обвести тень куба... А еще можно посчитать... Ну, разумеется, у этого способа масса преимуществ, поскольку это позволит работать не только с контурами простых предметов, но создавать куда более сложные картинки.

А зачем?

Это так увлекательно! Но если отбросить эмоции в сторону, то с образовательной точки зрения проекты, связанные с построением 3D-иллюзий, имеют немало достоинств:

• Они могут быть описаны моделью, доступной для понимания школьникам.

• Они очень эффектны.

• Их можно выполнять совместно с учителем математики (точки взаимодействия — параметрическое уравнение прямой, переход из одной системы координат в другую).

• Их можно выполнять совместно с учителем рисования (если на обработанной с помощью программы картинке дорисовывать что-либо от руки или стилусом прямо на экране, то можно получать весьма интересные изображения, кроме того, можно изобразить иллюзию во дворе школы или украсить стены школы картинками).

• Из них можно "выращивать" масштабные программные продукты, например, создать графический редактор, "заточенный" именно под создание 3D-иллюзий в плоскости (актуально для интересующихся детей).

Алгоритмизация достаточно проста, но зато можно развивать технические навыки, включая навыки проектирования графических интерфейсов.

Справедливости ради отметим, что параметрические уравнения прямой в пространстве (а нам они пригодятся) не изучаются в школьном курсе математики.

Совсем немного о графических файлах...

Нам предстоит обрабатывать графические файлы, поэтому уместно сказать несколько слов (самый минимум) об их структуре.

В файле растровой графики содержится информация, необходимая компьютеру для воссоздания изображения. Существует несколько форматов файлов растровой графики, и каждый формат предусматривает собственный способ кодирования информации о точках.

Изображение, которое мы видим на экране компьютера, состоит из точек. У каждой точки есть координаты (обозначим их $(i; j)$) и цвет. Система координат изображения имеет началом левый верхний угол, нумерация начинается с нуля. Координата i возрастает при перемещении слева направо, а координата j — при перемещении сверху вниз. На *рис.* 9 схематически изображен пример растрового файла размера 4 на 3 пикселя (каждый квадратик — один пиксель) и отмечены координаты некоторых пикселей. В частности, левый верхний пиксель этого изображения имеет координаты (0; 0), а правый нижний — (3; 2).

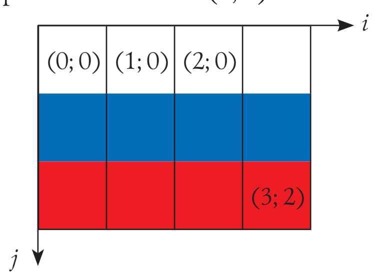


Рис. 9

Важнейшее свойство пикселя — его цвет. В общем случае он задается 3-байтовым (или, это зависит от файла, 4-байтовым) шестнадцатеричным числом. Три (младших) разряда которого представляют собой интенсивности синего, зеленого и красного цветов (четвертый отвечает за прозрачность рисунка, но нам это не потребуется). Например, черному цвету пикселя соответствует значение 0.

...и еще меньше о параметрических уравнениях прямой

Параметрическое представление функции — это выражение функциональной зависимости между несколькими переменными введением вспомогательных переменных, которые принято называть “параметрами”. Особенно важно такое представление для пространственных кривых, поскольку обеспечивает более легкий способ построения графиков.

Рассмотрим декартову систему координат в пространстве и точки $A(x_0; y_0; z_0)$, $B(x_1; y_1; z_1)$. Параметрические уравнения прямой, проходящей через точки $A(x_0; y_0; z_0)$, $B(x_1; y_1; z_1)$, имеют вид:

$$x = x_0 + t \cdot (x_1 - x_0),$$
$$y = y_0 + t \cdot (y_1 - y_0),$$
$$z = z_0 + t \cdot (z_1 - z_0),$$

где t — параметр, принимающий все значения из множества действительных чисел.

Подставляя конкретное значение t^* параметра в уравнения, мы получаем координаты $(x(t^*); y(t^*); z(t^*))$ точки, лежащей на прямой. Если параметр пробегает все действительные числа, то получаем все точки прямой.

Математическая модель

При алгоритмизации нам предстоит решать задачу обратную той, что мы обсуждали выше. То есть, взяв точку изображения, на котором строится иллюзия, будем вычислять координаты точки на изображении, из которого будет строиться иллюзия. И окрашивать точку исходного изображения в тот цвет, который имеет точка второго.

Предположим, что на изображении 1 мы хотим получить иллюзию, рисунок которой содержится в изображении 2.

Рассмотрим декартову систему координат $0xyz$ в пространстве. Поместим изображение 1 (см. *рис.* 10) на плоскость $x0y$ так, чтобы ось $0i$ изображения была параллельна оси $0x$, ось $0j$ была параллельна оси $0y$, а левый верхний угол изображения имел координаты $(0; 0; W)$ в пространстве $0xyz$, где W — ширина изображения 1. Пусть плоскость изображения 2 параллельна плоскости $x0z$, а его левый верхний угол имеет координаты $(a; b; c)$. Мы хотим, чтобы иллюзия возникала при взгляде из точки A с координатами $(x_0; y_0; z_0)$. С математической точки зрения мы будем строить проекцию из точки A первого изображения на плоскость второго. Все выкладки будут сделаны в масштабе первого изображения.

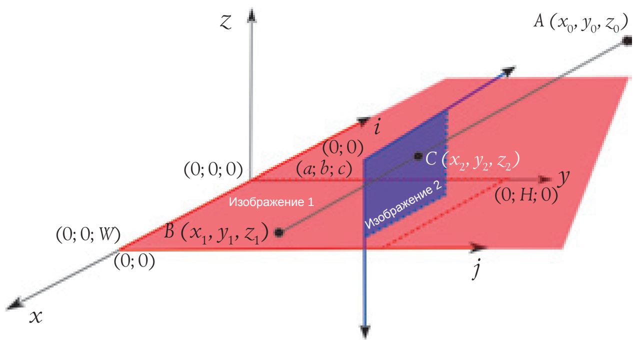


Рис. **10**

Точка B с координатами $(i; j)$ на первом изображении будет иметь координаты $(x_1; y_1; z_1)$ в пространстве $0xyz$, где $x_1 = W - i$, $y_1 = j$, $z_1 = 0$. Уравнения прямой, проходящей через точки A и B, примут вид:

$$x = x_0 + t \cdot (W - i - x_0), \quad (1)$$
$$y = y_0 + t \cdot (y_1 - y_0), \quad (2)$$
$$z = z_0 \cdot (1 - t). \quad (3)$$

Найдем теперь координаты $(x_2; y_2; z_2)$ точки C пересечения прямой AB с плоскостью, в которой находится второе изображение. Уравнение этой плоскости, очевидно, имеет следующий вид: $y = b$. Тогда координата y_2 искомой точки равна b. Подставив это значение в уравнение (2), получим значение параметра, отвечающего точке пересечения:

$$t_c = (b - y_0)/(j - y_0) \quad (4).$$

Нам остается подставить t_c в уравнения (1), (3). Итак, координаты искомой точки:

$$x_2 = x_0 + t_c \cdot (W - i - x_0) \quad (5),$$
$$z_2 = z_0 \cdot (1 - t_c) \quad (6).$$

А теперь следует перейти к координатам $(k; l)$ второго изображения. При реализации удобно ввести масштабирующий коэффициент (назовем его m), чтобы можно было менять размеры второго изображения. Понятно, что формулы перехода имеют вид:

$$k := (a - x_2)/m \quad (7),$$
$$l := (c - z_2)/m \quad (8).$$

Заметим, что необходимо помнить о том, что координаты пикселей имеют целочисленный тип, поэтому значения координат $(k; l)$ нужно будет округлить.

Приложение будет работать так: перебираются пиксели изображения 1, для каждого пикселя вычисляется значение t_c по формуле (4), далее вычисляются x_2, z_2 по формулам (5) и (6) соответственно. После чего по формулам (7), (8) вычисляются координаты k, l. И, наконец, цвет пикселя с координатами $(i; j)$ первого изображения меняем на тот цвет, который имеет пиксель с координатами $(k; l)$ второго.

Реализация на Delphi

Простейшее приложение на Delphi с минимальным (и не слишком удобным) интерфейсом находится на диске, приложенном к этому номеру.

На с. 4 в начале статьи как раз показан пример иллюзии, полученной с помощью этой программы.

ТЕМА НОМЕРА

Что измеряют по формулам Хартли и Шеннона?

В.Е. Гончаренко,
г. Иваново

Понятие информации очень емкое. Определений информации существует много. В различных областях знаний ей дают такое определение, которое удобно для решения задач данной области. Назовем некоторые из подходов в определении информации: вероятностно-статистический, содержательный, прагматический, философский.

Мы рассмотрим только вероятностно-статистический подход, получивший наибольшее распространение в информатике. Его отличительной особенностью является сведение к минимуму меры субъективности в оценке количества информации. Невозможно говорить о полном отсутствии субъективности в оценке количества информации в рамках данного подхода, если придерживаться положений естественно-научного определения информации, согласно которому любой метод в измерении вносит определенную меру субъективности. При статистическом подходе к измерению информации полностью игнорируется ее смысловое содержание и полезность с точки зрения конечного пользователя, а само измерение информации основывается на использовании плотности распределения вероятностей исходов рассматриваемого события.

Основные понятия теории вероятностей

Одним из основных понятий теории вероятностей является понятие *события*. Случайным событием называется любой факт, который в результате испытания может произойти или не произойти.

События называются *несовместными* (несовместимыми), если наступление одного из них исключает наступление любого другого. Например, получение школьником оценок 5 и 4 за один экзамен — события несовместные (если за экзамен ставится ровно одна оценка), а за два экзамена — совместные.

Событие называется *достоверным*, если в результате испытания оно обязательно должно произойти.

Событие называется *невозможным*, если в результате испытания оно вообще не может произойти.

События называются *равновозможными*, если в результате испытания по условиям симметрии ни одно из этих событий не является объективно более возможным.

Несколько событий называются *единственно возможными*, если в результате испытания обязательно должно произойти хотя бы одно из них.

Несколько событий образуют *полную группу* (полную систему), если они являются единственно возможными и несовместными исходами испытания. Примером полной группы является выпадение граней игрального кубика. Частным случаем событий, образующих полную группу, являются противоположные события. Два несовместных события, из которых одно из них должно обязательно произойти, называются противоположными (или взаимно дополняющими). Например, выпадение кверху "орла" или "решки" при подбрасывании монеты — события противоположные.

Классическое определение вероятности

Численная мера степени объективной возможности наступления события называется *вероятностью события*.

Согласно классическому определению, вероятность события A равна отношению числа случаев, благоприятствующих ему, к общему числу случаев, т.е.

$$P(A) = m/n, \tag{1}$$

где $P(A)$ — вероятность события A;
m — число случаев, благоприятствующих событию A;
n — общее число случаев.

Пример. При бросании игрального кубика возможны шесть исходов — выпадение кверху одной из граней с номером 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Какова вероятность выпадения грани с четным номером?

Решение. Все $n = 6$ исходов образуют группу событий и равновозможны, т.е. единственно возможны, несовместны и равновозможны. Событию A — "появлению грани с четным номером" — благоприятствуют 3 исхода (случая) — номера 2, 4 и 6. По формуле (1) $P(A) = 3/6 = 1/2$.

Классическая формула вероятности (1) до XIX в. рассматривалась как определение вероятности, так как до этого времени методы теории вероятностей сводились к схеме случаев (или схеме урн). Схема урн заключается в том, что при рассмотрении различных опытов, исходы которых образуют полную группу единственно возможных, несовместных и равновозможных событий, можно заменить эквивалентной задачей с урнами и шарами разных цветов (или с различными номерами).

В настоящее время формальное определение вероятности не дается. Это понятие считается первичным и не определяется, а при его пояснении используется понятие относительной частоты события.

Статистическое определение вероятности

Классическое определение вероятности применимо только для тех событий, которые сводятся к схеме урн. Однако существует большой класс событий, вероятности которых не могут быть вычислены с помощью классического определения. В первую очередь это события, которые не являются равновозможными исходами испытания. В этом случае используется *статистическое определение* вероятности.

Статистической вероятностью события A называется относительная частота появления этого события в n произведенных испытаниях, т.е.

$$P(A) = m/n, \tag{2}$$

где $P(A)$ — статистическая вероятность события A;
m — число испытаний, в которых появилось событие A;
n — общее число испытаний.

Статистическое определение вероятности, как и понятия и методы теории вероятностей в целом, применимы не к любым событиям с неопределенными исходами, а только к тем из них, которые обладают следующими свойствами:

1. Рассматриваемые события должны быть исходами только тех испытаний, которые могут быть воспроизведены неограниченное число раз при одном и том же комплексе условий.

2. События должны обладать статистической устойчивостью, или устойчивостью относительных частот. Это означает, что в различных сериях испытаний относительная частота события изменяется незначительно, колеблясь около постоянного числа. (Этим постоянным числом в соответствии с теоремой Бернулли является вероятность события.)

3. Число испытаний, в результате которых появляется событие A, должно быть достаточно велико, ибо только в этом случае можно считать вероятность события $P(A)$ приближенно равной ее относительной частоте.

Резюмируя, можно сказать, что теория вероятностей изучает лишь такие события, в отношении которых имеет смысл не только утверждать об их случайности, но и объективно оценивать относительную частоту их появления.

Отметим *свойства вероятности.*

1. Вероятность любого события заключается между нулем и единицей, т.е. $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$.

2. Вероятность достоверного события равна единице, т.е. $P(\Omega) = 1$.

3. Вероятность невозможного события равна нулю, т.е. $P(\varnothing) = 0$.

4. Сумма вероятностей полной группы событий равна единице.

События, вероятности которых очень малы (близки к нулю) или очень велики (близки к единице), называются соответственно *практически невозможными* или *практически достоверными* событиями.

Для непосредственного вычисления вероятности используется ее классическое определение (1).

Имеет смысл подробно рассмотреть некоторые из уже использованных понятий. Что такое событие и что такое его исходы? Конкретные примеры лучше всего помогают правильно понять теоретические рассуждения. В данном случае приведем пример с подбрасыванием монеты. Событием является выпадение кверху одной из граней монеты при ее подбрасывании. Правильными исходами (исключаем падение на ребро или зависание в невесомости) будут всего два: "орел" или "решка". Эти названия сторон монет используются в разговорной речи. Нумизматы предпочитают называть лицевую сторону монеты аверс, а оборотную — реверс. В итоге мы рассмотрели событие, имеющее два различных исхода. Не менее популярен пример с игральным кубиком. У него все грани пронумерованы от 1 до 6. И при бросании его на ровную поверхность событием является выпадение кверху одной из граней. Всего возможно шесть различных исходов.

Начинаем измерять информацию

При измерении информации рассматриваются только те события, для которых известна вся совокупность возможных исходов, образующих полную группу исходов. Понятно, что невозможно оценить, какую часть составляют наши знания от всего неизвестного объема рассматриваемой системы.

Будем считать, что с понятиями "событие" и "исход" мы определились. Попробуйте теперь решить, что является событием и что является исходом в формулировке следующей задачи: *В непрозрачном мешочке находятся 32 шара, окрашенных в различные цвета. Определить количество информации о цвете наугад изъятого из мешочка шара.*

Измерять количество информации мы пока не будем, а остановимся на том, что в данной формулировке в качестве события рассматривается зрительное восприятие цвета извлекаемого шара. При реализации этого события возможен один из 32 возможных исходов, соответствующий одному из 32 цветов. Шары в этой формулировке играют лишь роль материального носителя цвета. Попробуйте из мешочка вынуть только цвет.

Для сравнения рассмотрим другую формулировку задачи, в которой шары уже будут играть главенствующую роль:

Задача. *В непрозрачном мешочке содержатся 32 шара, окрашенных в различные цвета. Определить количество информации в сообщении, что из мешочка достали шар.*

В данной формулировке событием является форма извлекаемого из мешочка предмета. У данного события один возможный исход, ничего другого, кроме шара, из мешочка изъять невозможно. Последняя формулировка задачи очень важна, потому что мы можем на этом примере вывести важное правило: *Информация о достоверном исходе рассматриваемого события информации не несет.* Мы заранее можем сказать, что из мешочка будет изъят шар, мы знали, что в мешочке находятся только шары. Вероятность достоверного события равна 1. У нас не было неопределенности по поводу того, что может сейчас быть извлечено из мешочка. Следовательно, в других случаях сообщения могут нести информацию, которая полностью или частично снимает неопределенность наших знаний об одном из реализуемых исходов из общего их возможного количества.

Если при подбрасывании монеты сообщили, что она упала "орлом" вверх, неопределенность полностью снята, но если при бросании игрального кубика сообщают, что кверху выпала грань с четным номером, неопределенность снята только частично. Если до сообщения мы предполагали, что выпадет одна из шести возможных граней, то после сообщения мы знаем, что этой гранью может быть одна из трех возможных, а именно 2, 4 или 6. Мы получили определенное количество информации, но она не позволяет нам окончательно узнать, какая именно грань выпала.

Пока в наших рассуждениях не используются какие-либо формулы для оценки количества информации, важно без них сначала утвердиться в правильном понимании понятий, которыми оперируем при рассмотрении событий.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда интуитивно можем оценить, больше или меньше информации мы получаем при рассмотрении различных событий и их исходов. Интереснее это сделать в игровом контексте. Например, из непрозрачной коробки наугад достают карточки с написанными на них различными целыми числами. Вам даются две попытки для угадывания, будет ли хотя бы одна карточка с четным числом. Скорее всего в этой игре у вас будет выигрышная ситуация, и уж наверняка можно сказать, что будет выигрышная ситуация, если количество попыток увеличить с двух, например, до десяти. Неопределенность знаний о том, четное или нечетное число будет на карточке, настолько мала, что наугад сказанный ответ может с большой вероятностью оказаться правильным. Следовательно, и сообщение об этом исходе не несет большого количества информации.

Для сравнения рассмотрим другую игровую ситуацию. В непрозрачной коробке находятся карточки, на которых написаны числа от 1 до 1000 (одно число на одной карточке). Вам необходимо угадать с двух попыток, какое число будет написано на наугад выбранной карточке. В этой ситуации не приходится рассчитывать на выигрыш, даже если число попыток угадывания увеличить до 10. Вероятность правильного ответа мала, и сообщение о том, какое именно число написано на карточке, несет больше информации по сравнению с сообщением в предыдущем примере.

Для измерения информации нет необходимости в рассмотрении специфики каждого события. Вне зависимости от того, подбрасываем ли монету или бросаем игральный кубик, мы можем рассматривать только условную модель события как множество его возможных исходов. Использование моделей вместо реального объекта является распространенным и весьма эффективным методом в науке и практике. Если абстрагироваться от смыслового содержания исходов в рассматриваемом событии и обозначать исходы различными номерами, то для подбрасывания монеты можно использовать модель исходов {1, 2}, а для игрального кубика — {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Таким образом, можно рассматривать конечное множество возможных исходов, причем порядок их следования во множестве не имеет значения. Указанные множества можно представить как {2, 1} или {5, 2, 3, 1, 4, 6}.

Если мы задаемся целью научиться измерять что-либо, то в первую очередь необходимо прийти к пониманию элементарной единицы измерения. Зная, что отражает элементарная единица измерения и как она определяется, уже не возникает проблем в разработке пропорции для использования более мелких или более крупных единиц измерения. Если мы рассмотрим событие с двумя равновероятными исходами, то сообщение о реализации одного из них несет единицу информации. Можно об этом же сказать и другими словами: сообщение, уменьшающее неопределенность знаний в два раза, несет единицу информации. Дав такое определение единице информации, в дальнейшем необходимо строго соблюдать это понятие в различных моделях и формализованных выражениях для вычисления количества информации. Отклонение от данного определения может означать лишь то, что мы перешли в другую область подходов к измерению информации.

Итак, единица информации неразрывно связана с уменьшением неопределенности в два раза или, другими словами, в делении на два подмножества предшествующего множества исходов. Рассмотрим событие с двумя исходами. Его модель {1, 2}. Разделив представленное множество исходов на два подмножества, получим модель { {1} {2} }. Если становится известно, что реализованный исход находится в первом подмножестве, мы получаем единицу информации, которая в данном случае полностью снимает неопределенность рассматриваемого события. Приведенный пример самый простой, а как быть с более сложными моделями, например, с моделью исходов {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}? Представим сначала эту модель из двух равноемких подмножеств: {{1, 2, 3, 4} {5, 6, 7, 8}}. Если становится известно, что реализованный исход находится во втором подмножестве, то, согласно определению, мы получим единицу информации. Рассмотрим теперь это подмножество, состоящее, в свою очередь, также из двух равноемких подмножеств: {{5, 6} {7, 8}}. Сообщение о том, что реализованный исход находится в первом подмножестве, также несет единицу информации. Но до сих пор неопределенность полностью не снята. На данном этапе мы знаем, что был реализован один из двух возможных исходов — пятый или шестой. Нам уже легче предугадать, какой именно был реализован исход по сравнению с ситуацией до первого сообщения, когда мы предполагали, что может реализоваться один из восьми исходов. Неопределенность знаний была больше. Если теперь множество {5, 6} представить двумя подмножествами, содержащими по одному исходу, и получить сообщение, что реализованный исход находится в первом подмножестве, мы получим очередную единицу информации, и неопределенность будет полностью снята, теперь можно сказать, что был реализован исход номер 5 как один из восьми возможных.

В 1928 г. американский математик Ральф Хартли предложил формулу, по которой можно было рассчитывать количество информации, которая теперь носит его имя

$$I = \log_2 N, \qquad (3)$$

где N — количество исходов рассматриваемого события.

Ральф Хартли (фото Wikipedia, Henry Hartley)

Напомним, что такое логарифм, и воспользуемся рисунком из [1, с. 35].

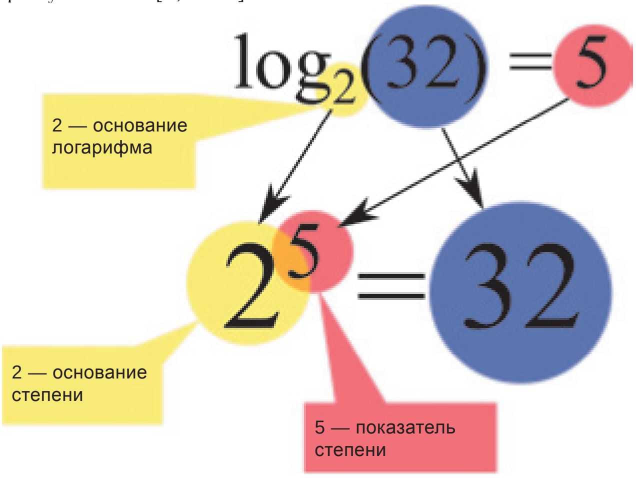


Рис. **1. Нахождение логарифма *b* по основанию *a* — это нахождение *степени*, в которую нужно возвести *a*, чтобы получить *b***

Основные свойства логарифма:

1. $\log(1) = 0$, так как любое число в нулевой степени дает 1;
2. $\log(a^b) = b \cdot \log(a)$;
3. $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$;
4. $\log(a/b) = \log(a) - \log(b)$;
5. $\log(1/b) = 0 - \log(b) = -\log(b)$.

Для случаев, когда сообщение лишь частично снимает неопределенность события, количество информации в нем можно определить по формуле

$$I = \log_2(N_{\text{до}}/N_{\text{после}}), \qquad (4)$$

где $N_{\text{до}}$ — количество альтернативных исходов до сообщения,

$N_{\text{после}}$ — количество альтернативных исходов после сообщения.

Для выражения $\log_2(8) = 3$ следует, что основание 2 необходимо возвести в степень 3, чтобы получить значение аргумента 8. Можно заметить существенный недостаток в приведенном изложении — это безликость единицы информации. Она, как новорожденный ребенок, пока не имеет собственного имени. Но именно так исторически и было: сначала ввели определение единицы информации, позже придумали ей название “бит”. Название ***bit*** (бит) образовано из двух начальных и последних букв английского выражения ***binary unit***, что значит “двоичная единица”, или ***binary digit*** — “двоичная цифра”. Пользуясь формулой (3), теперь уже нет необходимости отображать множество исходов и решать, как его поделить на равновеликие подмножества. Для игрального кубика количество информации о выпадении одной из граней будет $\log_2(6) = 2{,}585$ бит. Мы получили значение с дробной частью. В теории информации не видят противоречия в использовании дробной части единицы "бит".

Если вернуться к ранее рассмотренным примерам различных событий, то можно заметить их общее свойство. Каждый из возможных исходов в множестве исходов присутствует однократно, или, можно сказать по-другому, события характеризуются равновероятными исходами. Например, при использовании "правильного" игрального кубика ни одна из шести граней не имеет какого-либо преимущества перед другими гранями. Вероятность выпадения каждой из них определяется из соотношения $p_i = n_i/N$, где n_i — количество благоприятствующих случаев для реализации i-го исхода, N — общее количество исходов и для каждой грани $p_i = 1/6 = 0{,}1(6)$.

Рассмотрим теперь "неправильный" игральный кубик, на гранях которого будут написаны номера следующим образом: на одной грани цифра 1; на двух гранях цифра 2 и на трех гранях цифра 3. Вот и всё, грани закончились, остается только придумать игру для этого кубика. Если бросать этот кубик, то грани с различными номерами будут отличаться количеством благоприятствующих случаев. Для данного случая модель исходов {1, 2, 2, 3, 3, 3} или, что равнозначно, {3, 1, 3, 2, 3, 2}. Определим вероятности различных исходов:

$$p_1 = n_1/N = 1/6 = 0{,}1667;$$
$$p_2 = n_2/N = 2/6 = 0{,}3333;$$
$$p_3 = n_3/N = 3/6 = 0{,}5000.$$

Сумма всех вероятностей равна 1,0.

Как для такого события определить количество информации при реализации одного из исходов? Если придерживаться ранее принятого определения единицы информации, то простой подход половинного деления уже не работает. Если представим модель исходов "неправильного" кубика двумя подмножествами {{3, 1, 3} {2, 3, 2}}, то на вопрос, в котором из подмножеств находится исход под номером 3, не следует однозначного ответа, так как исход 3 присутствует как в первом, так и во втором подмножестве. Из рассмотренного примера можно сделать вывод, что для более сложного по структуре исходов события необходимо применить и более сложную модель, но при условии, что не будет нарушаться ранее принятое определение единицы информации в 1 бит.

Рассмотрим пример идеального газа в замкнутом пространстве. В замкнутом объеме находятся:

— 2 молекулы кислорода (**К**),

— 6 молекул водорода (**В**),

— 8 молекул углекислого газа (**У**).

Молекулы различных газов равномерно распределятся по всему объему. В итоге в окружении одной молекулы **К** будут находиться молекулы остальных газов в пропорции 1/2 относительно их общего количества, что можно представить следующей структурой подмножеств

{{ **К**, **В**, **В**, **В**, **У**, **У**, **У**, **У**}{ **К**, **В**, **В**, **В**, **У**, **У**, **У**, **У**}}.

Определение положения **К** во всем множестве исходов равносильно определению **К** в любом из выделенных подмножеств, для чего потребуется 3 бита информации

$$I_к = \log_2(8) = 3 \text{ бита.}$$

Аналогичную систему подмножеств можно представить и для молекул газов **В** и **У**.

Рассмотренный пример дает нам подсказку о дальнейшем направлении решения проблемы расчета количества информации для событий с разновероятными исходами.

Проведем полный анализ для следующего множества разновероятных исходов условного события

{1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4}

или в случайной последовательности исходов

{4, 3, 4, 4, 1, 3, 4, 4, 2, 3, 1, 4, 3, 2, 4, 4}.

У рассматриваемого события могут быть 4 вида различных исходов, а их общее количество $N = 16$. Вероятности исходов:

$$p_1 = n_1/N = 2/16 = 0{,}125$$
$$p_2 = n_2/N = 2/16 = 0{,}125$$
$$p_3 = n_3/N = 4/16 = 0{,}250$$
$$p_4 = n_4/N = 8/16 = 0{,}500.$$

Сумма вероятностей равна 1.

Принимаем допущение, что в отличие от реальности в нашей модели исходы ведут себя по принципу молекул идеального газа в замкнутом объеме, которые равномерно распределяются относительно друг друга. В этом случае для каждого выделенного исхода можно представить свою схему подмножеств во множестве исходов. Для исхода 1 можно отобразить два подмножества

{{1, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*}{1, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*}},

где X — любой из остальных возможных исходов в пределах их общего количества.

Если мы задаемся целью определения положения только исхода 1, то его определение во всем множестве равносильно его определению в одном из подмножеств, и без всяких модификаций работает принцип "на элементарный вопрос можно дать элементарный ответ" или принцип половинного деления, несущий информацию в 1 бит. В соответствии с формулой Хартли

$$I_1 = \log_2(8) = 3 \text{ бита.}$$

Мы воспользовались формулой (3), как будто исход 1 находится в системе равновероятных исходов без повторений. Важно подчеркнуть, что такая возможность предоставляется только для исхода 1 в сформированной структуре подмножеств.

По аналогии для остальных исходов получим:

2-й исход: {{2, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*}{2, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*, *X*}}

$i_2 = \log_2(8) = 3$ бита

3-й исход: {{3, *X*, *X*, *X*}{3, *X*, *X*, *X*}{3, *X*, *X*, *X*}{3, *X*, *X*, *X*}}

$i_3 = \log_2(4) = 2$ бита

4-й исход: {{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}{4, *X*}}

$i_4 = \log_2(2) = 1$ бит.

Итак, вместо изначального множества исходов мы использовали четыре вида выделенных подмножеств

$\{1, X, X, X, X, X, X, X\}$ — 3 бита;

$\{2, X, X, X, X, X, X, X\}$ — 3 бита;

$\{3, X, X, X\}$ — 2 бита;

$\{4, X\}$ — 1 бит.

Только в структурах этих подмножеств можно было определить методом половинного деления количество информации, необходимой для определения выделенного исхода. На основании полученных результатов создадим модель системы исходов условного события, в которой выделенные подмножества как бы сплавляются между собой в пропорции вероятностей выделенных исходов. Схематично изначальное множество исходов и соответствующую им модель можно представить в следующем виде:

$$\{1, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4\} \equiv$$
$$\equiv p_1\{1, X, X, X, X, X, X, X\} + p_2\{2, X, X, X, X, X, X, X\} +$$
$$+ p_3\{3, X, X, X\} + p_4\{4, X\}. \quad (5)$$

Поскольку мы выделенные подмножества “сплавили” между собой, то теперь невозможно разные исходы различать между собой по вероятности их реализации: они в модели становятся как бы равновероятными. В этом и заключаются особенности моделей: они чем-то отличаются от реального объекта, но это отличие открывает новые возможности. В соответствии с полученной моделью количество информации, необходимое для определения (снятия неопределенности) одного из исходов, будет

$$I = 0{,}125 \cdot \log_2(16/2) + 0{,}125 \cdot \log_2(16/2) +$$
$$+ 0{,}250 \cdot \log_2(16/4) + 0{,}500 \cdot \log_2(16/8) =$$
$$= 0{,}375 + 0{,}375 + 0{,}500 + 0{,}500 = 1{,}75 \text{ бита.}$$

Как и в формуле Хартли, это количество информации одинаково по снятию неопределенности для любого из исходов рассматриваемого события.

Неопределенность, или энтропия вероятностей

Ранее рассмотренные вопросы определения количества информации понятны на интуитивном уровне, но полученные результаты должны иметь более строгое математическое обоснование.

К пониманию количества информации в рамках вероятностно-статистического подхода необходимо приходить через понятие “неопределенность опыта”. Для любых событий, имеющих различные исходы, вероятность которых больше нуля и меньше единицы, существует определенная мера неопределенности опыта. Например, неопределенность опыта по извлечению из урны одного из шаров, окрашенных в 32 различных цвета, будет больше, чем при аналогичном опыте, когда из урны извлекается один из двух шаров, окрашенных в разные цвета. Необходимо уметь количественно оценивать степень неопределенности опыта. Следует подчеркнуть, что для любой совокупности исходов рассматриваемого события с равновероятными или разновероятными исходами реализация одного из них снимает (уничтожает) неопределенность опыта.

Очевидно, что степень неопределенности опыта зависит от количества различных исходов в нем. Обозначим эту величину числом k. Для случая равновероятных исходов значение k исчерпывающе характеризует совокупность исходов, а следовательно, и неопределенность, которую обозначим как $f(k)$ — функция от k. В работе [2, с. 68] рассмотрены требования, которым должна удовлетворять функция $f(k)$:

— *при* $k = 1$ *функция должна обращаться в нуль* (*в этом случае неопределенность полностью отсутствует*), *а при возрастании числа* k *она должна возрастать;*

— *если рассмотреть два независимых опыта* $\boldsymbol{\alpha}$ *и* $\boldsymbol{\beta}$, *то неопределенность в одновременном выполнении опытов* $\boldsymbol{\alpha\beta}$ *равна сумме неопределенностей опыта* $\boldsymbol{\alpha}$ *и* $\boldsymbol{\beta}$, *т.е.* $f(\boldsymbol{\alpha\beta}) = f(\boldsymbol{\alpha}) + f(\boldsymbol{\beta})$.

Этим двум требованиям удовлетворяет единственная функция — функция логарифма, ибо

$$\log(1) = 0,$$
$$\log(xy) = \log(x) + \log(y),$$

где x *— количество исходов опыта* $\boldsymbol{\alpha}$,
y *— количество исходов опыта* $\boldsymbol{\beta}$.

Заметим, что выбор основания системы логарифмов здесь несущественен, так как в силу известной формулы

$$\log_b(k) = \log_b(a) \cdot \log_a(k)$$

переход от одной системы логарифмов к другой сводится лишь к умножению функции $f(k) = \log(k)$ *на постоянный множитель* (*модуль перехода* $\log_b(a)$), *т.е. равносилен простому изменению единицы измерения степени неопределенности.*

Наиболее широкое использование в математике получили логарифмы с основанием 2 — двоичный логарифм, с основанием 10 — десятичный логарифм, и с основанием константы e — натуральный логарифм. Этим логарифмам соответствуют единицы измерения неопределенности $\log_2(k)$ — *бит*, $\log_{10}(k)$ — *дит*[1], $ln(k)$ — *нат*. Между этими единицами следующие пропорции: $\log_{10}(k) = 3{,}32193 \log_2(k)$, $\ln(k) = 1{,}4427 \log_2(k)$, т.е. *дит* и *нат* являются более крупными единицами измерения неопределенности, чем *бит*.

Из вариантов выбора основания логарифма естественным образом выделяется выбор основания 2. Это означает, что за единицу измерения степени неопределенности принимается неопределенность, содержащаяся в опыте, имеющем два равновероятных исхода. Это самая простая совокупность исходов. Дальнейшему упрощению она уже не подлежит: стоит исключить один из исходов, и опыт перестанет характеризоваться неопределенностью. Весомым доводом в использовании двоичной единицы (бита) измерения неопределенности является ее предпочтение в технике. Достаточно привести сочетания таких слов, как “включено/выключено”, “намагничено/размагничено”, “есть заряд/нет заряда”, чтобы представить удобства использования двоичной единицы в технических реализациях.

Если рассматривать события с разновероятными исходами, то функция $f(k) = \log(k)$ нуждается в даль-

[1] Единицу измерения “дит” еще называют “хартли” в честь Р.Хартли.

нейшей доработке. Для совокупности разновероятных исходов число k уже не отражает всех особенностей совокупности. В качестве примера рассмотрим событие по выемке из урны шара определенного цвета, имеющего три разновероятных исхода.

В урне находятся 16 шаров, из них 2 шара красного цвета, 4 шара зеленого цвета и 10 шаров белого цвета.

Три вида исходов — красный, зеленый и белый цвета шаров уже не отражают всех особенностей совокупности исходов (ансамбля исходов). У каждого из исходов разная вероятность реализации, для красных шаров $p_к = 2/16$, для шаров зеленого цвета $p_з = 4/16$ и для шаров белого цвета $p_б = 10/16$. Набор этих вероятностей будет уже полноценно характеризовать совокупность исходов рассматриваемого события, а следовательно, и неопределенность опыта. В этом случае функцию неопределенности можно обозначить как $f(p_1, p_2, ..., p_k)$, где $p_1, p_2, ..., p_k$ — вероятности исходов, сумма которых равна 1.

В работе [3, с. 243] К.Шеннон сформулировал ряд требований к этой функции:

1. Функция должна быть непрерывной относительно p_i.

2. Если все p_i равны, $p_i = 1/k$, то функция должна быть монотонно возрастающей функцией от k.

3. Если бы выбор распадался на два последовательных выбора, то первоначальная неопределенность должна была быть взвешенной суммой индивидуальных значений неопределенностей распадающихся выборов[2].

Шеннон ввел обозначение неопределенности H и назвал ее "энтропия вероятностей". Целесообразно представить фрагмент текста работы [3]:

Существует единственная функция H, удовлетворяющая трем перечисленным выше свойствам. При этом H имеет вид

$$H = -K\sum p_i \cdot \log(p_i), \qquad (6)$$

где K — некоторая положительная константа.

Величины вида $H = -\sum p_i \cdot \log(p_i)$ *(постоянная K определяет просто выбор единицы измерения) играют центральную роль в теории информации в качестве меры количества информации, возможности выбора и неопределенности.*

Форма величины H оказывается такой же, как и форма энтропии, определяемой в статической механике, где p_i *— вероятность того, что система находится в ячейке i фазового пространства. Величина H в таком виде встречается, например, в знаменитой теореме Больцмана. Назовем величину* $H = -\sum p_i \cdot \log(p_i)$ *энтропией множества вероятностей* $p_1 ... p_k$.

В работе [2] наглядно представлена правомерность использования выражения $-\sum p_i \cdot \log(p_i)$ для вычисления количества неопределенности опыта:

Таблица вероятностей для опыта, имеющего k равновероятных исходов, имеет вид

Исходы опыта	A_1	A_2	A_3	...	A_k
Вероятности	$1/k$	$1/k$	$1/k$	...	$1/k$

Так как общая неопределенность опыта по нашему условию равна $\log(k)$, *то можно предположить, что каждый отдельный исход, имеющий вероятность* $1/k$, *вносит неопределенность, равную* $1/k \cdot \log(k) = -1/k \cdot \log(1/k)$[3]. *Но тогда естественно считать, что в результате опыта, таблица вероятностей для которого имеет вид*

Исходы опыта	A_1	A_2	A_3
Вероятности	$1/2$	$1/3$	$1/6$

исходы A_1, A_2, A_3 *вносят неопределенность соответственно* $-1/2 \cdot \log(1/2)$, $-1/3 \cdot \log(1/3)$ *и* $-1/6 \cdot \log(1/6)$, *так что общая неопределенность этого опыта равна* $-1/2 \cdot \log(1/2) - 1/3 \cdot \log(1/3) - 1/6 \cdot \log(1/6)$.

Аналогично этому можно положить, что в самом общем случае для опыта α с таблицей вероятностей

Исходы опыта	A_1	A_2	A_3	...	A_k
Вероятности	$p(A_1)$	$p(A_2)$	$p(A_3)$		$p(A_k)$

мера неопределенности равна

$$-p(A_1) \cdot \log(p(A_1)) - p(A_2) \cdot \log(p(A_2)) - \\ - p(A_3) \cdot \log(p(A_3)) - ... - p(A_k) \cdot \log(p(A_k)).$$

Это последнее число мы, руководствуясь некоторыми глубокими аналогиями, несущественными, впрочем, для всего дальнейшего, будем называть энтропией опыта **α** *и обозначать через* $H(\boldsymbol{\alpha})$.

Итак, неопределенность опыта, или энтропию вероятностей, можно вычислить по формуле

$$H = -\sum p_i \cdot \log(p_i)$$

или в развернутом виде

$$H = -p_1 \cdot \log(p_1) - p_2 \cdot \log(p_2) - \\ - p_3 \cdot \log(p_3) - ... - p_k \cdot \log(p_k) \qquad (7)$$

Зададимся теперь вопросом, какова содержательная сущность знака "минус" перед выражениями $p_i \cdot \log(p_i)$, представляющими собой произведение двух величин — p_i и $\log(p_i)$. К величине p_i минус не может относиться, так как по определению вероятность — величина положительная и принимает значения из диапазона от 0 до 1. Следовательно, минус может относиться к величине $\log(p_i)$. В соответствии со свойствами функции логарифма знак "минус" как множитель -1 можно внести под знак логарифма в качестве степени аргумента p_i, в итоге получим $\log(p_i^{-1})$ или $\log(1/p_i)$. Величина p_i отражает долю исходов i-го вида в общем их количестве. Если обозначить общее количество исходов в их совокупности через N, а количество исходов i-го вида через m_i, то значение вероятности в общем виде будет $p_i = m_i/N$. Что отражает величина, обратная вероятности $1/p_i$? Значение $1/p_i = N/m_i$ отражает, на сколько частей необходимо поделить всю совокупность исходов, чтобы в каждом из них исход i-го вида присутствовал в одном экземпляре. Например, если

---

[2] Формулировка несущественно изменена по отношению к оригиналу.

[3] Необходимо обратить внимание на манипуляцию со знаком "минус", при его использовании перед функцией логарифма аргумент логарифма преобразуется в значение вероятности исхода $1/k$.

$N = 64$, а $m_i = 4$, то вся совокупность исходов делится на четыре подмножества, в каждом из которых будет находиться только один исход i-го вида. Если теперь в совокупности исходов рассмотреть другой исход, для которого $m_i = 8$, то вся совокупность исходов N поделится на восемь подмножеств, в каждом из которых рассматриваемый исход будет в одном экземпляре. Если немного перефразировать слова Шеннона, то можно сказать, что величины вида $\log(N/m_i)$ делают возможным выбор (выделение) i-го исхода. Пошаговая трудоемкость выделения конкретного исхода и есть мера его индивидуальной неопределенности. Выражение (7) теперь можно представить в виде

$$H = p_1 \cdot \log(N/m_1) + p_2 \cdot \log(N/m_2) + + p_3 \cdot \log(N/m_3) + ... + p_k \cdot \log(N/m_k) \quad (8)$$

Выражение (8) по своей форме является формулой расчета средневзвешенного значения величин $\log(N/m_i)$, получивших название "индивидуальное количество неопределенности", или "индивидуальное количество информации"[4].

Если для случая N равновероятных исходов в формулу (8) подставить значения $m_i = 1$ и $p_i = 1/N$, то получим $H = 1/N \cdot N \cdot \log N$ или $H = \log N$. Мы получили значение энтропии по формуле Хартли, таким образом, формула Хартли является частным случаем формулы Шеннона, когда исходы равновероятны.

На примере частного случая, когда исходы равновероятны, удобно продемонстрировать неразрывную взаимосвязь понятий неопределенности (энтропии вероятностей) H и информации I. В этом случае $H = \log N$. Информация — это снятая (уничтоженная) неопределенность. Количество информации можно определить как разницу между неопределенностью до и после сообщения $I = H_{\text{до}} - H_{\text{после}}$. Для N равновероятных исходов получим

$$I = \log(N_{\text{до}}) - \log(N_{\text{после}}) = \log(N_{\text{до}}/N_{\text{после}}).$$

Если сообщение выделяет один исход, т.е. неопределенность снимается полностью $N_{\text{после}} = 1$. В этом случае $I = H_{\text{до}} - H_{\text{после}} = \log(N_{\text{до}}) - \log(1) = \log(N)$.

Можно сделать вывод, что в случае полного снятия неопределенности количество полученной в сообщении информации равно неопределенности, которая существовала до получения сообщения.

Вернемся теперь к ранее рассмотренной модели события с использованием подмножеств по выделенным исходам (5). В ней продемонстрировано, что только в подмножествах по выделенным исходам вида N/m_i становится возможным половинным делением выделить исход i-го вида. Создавая модель, мы предположили, что исходы рассматриваемого события равномерно распределяются относительно друг друга по аналогии молекул идеального газа в замкнутом объеме. Но исходы — это не молекулы газа. Что позволяет нам предположить, что шары в урне, разноцветные карандаши в коробке и другие исходы в многочисленных формулировках событий можно группировать в систему одинаковых по выделенному исходу подмножества? Такое распределение позволяет рассматривать не всю совокупность исходов (ансамбль исходов), а отдельное подмножество, в котором i-й исход присутствует однократно. Эти чудесные возможности обеспечиваются исходными условиями вероятностно-статистического подхода к измерению информации. Чтобы им воспользоваться, необходимо рассматривать не любое вероятностное событие, а только такое, которое характеризуется полной группой исходов и для него априори уже известно общее количество исходов в группе и их вероятности. Согласитесь, мы располагаем уже достаточно большим количеством информации о рассматриваемом событии. Можно в качестве примера привести такую аналогию: *Вам необходимо найти друга. Вы знаете, на какой улице он живет и номер его дома. Остается дело за малым — необходимо дополнительно узнать номер его квартиры в этом доме*.

Можно отметить, что индивидуальное количество информации, определяемое величиной $\log(1/p_i)$, отражает количество информации, необходимое именно для выделения i-го вида исхода и только его, причем его выделение становится возможным только в подмножестве исходов, формируемом за счет априори известной величины p_i. Индивидуальное количество информации и количество информации при реализации в опыте исхода i-го вида — это различные величины. Неопределенность опыта уничтожается при реализации любого из k исходов, независимо от соответствующего значения p_i. Неопределенность — это характеристика всей совокупности исходов. Уместно привести утверждение, которое часто высказывал один из основоположников кибернетики Норберт Винер: "*...информация о сообщении зависит от ансамбля, из которого сообщение выбрано, и ее среднее значение может быть отождествлено с энтропией ансамбля*" [4]. Энтропия (информация) зависит от исходного ансамбля исходов, который можно охарактеризовать полным набором вероятностей различных исходов, а индивидуальное количество неопределенности (информации) зависит только от вероятности отдельного исхода, и этому исходу соответствует производный от исходного ансамбль, в котором этот исход присутствует однократно. Энтропия по величине совпадает с индивидуальным количеством неопределенности только в случае равновероятных исходов, ансамбль которых характеризуется тем, что каждый из исходов в ансамбле присутствует однократно, что делает возможным его выделение половинным делением. Именно в этом случае энтропия достигает наибольшего значения при фиксированном значении N.

В формуле Шеннона каждая составляющая вида $-p_i \cdot \log(p_i)$ сбалансированно вносит свой вклад в значение H. Особый интерес вызывают исходы, вероятность которых близка к нулю. В этом случае индивидуальное количество неопределенности (информации) по этому исходу принимает большие значения. А какой вклад в значение H вносит этот исход? В соответствии с [2] рассмотрим следующий пример.

Пусть вероятность i-го исхода будет $p = 1/2^n$. В этом случае $\log(1/p) = n$, а произведение $p \cdot \log(1/p) = n/2^n$. С ростом n знаменатель будет

[4] Эту величину также называют частным количеством информации.

расти несравненно быстрее, отсюда вытекает, что при $p \to 0$ произведение $p \cdot \log(1/p)$ неограниченно убывает, так что

$$\lim_{p \to 0}(p \cdot \log(1/p)) = 0.$$

Таким образом, маловероятные исходы вносят незначительный вклад в величину энтропии (неопределенности) рассматриваемого события и при их значениях, близких к нулю, ими можно пренебречь, т.е. не включать в совокупность исходов.

Говоря о том, что энтропия события является средневзвешенной величиной, следует иметь в виду, что в этом выражении используются не значения количества информации по исходам i-го вида, а индивидуальные количества информации по i-м исходам. Часто эти два понятия отождествляют, что приводит к неправильному пониманию энтропии события и количества информации при реализации одного из исходов. Если бы выражение $-\log(p_i)$ являлось бы количеством информации по i-му исходу, то это и было бы окончательной формулой определения количества информации, но тогда для события с разновероятными исходами мы имели бы целый набор значений количества информации. Такая ситуация противоречит понятию неопределенности опыта, ибо реализация любого из исходов полностью уничтожает (снимает) неопределенность. Например, исход с вероятностью $p_1 = 0{,}99999$ и исход с вероятностью $p_2 = 0{,}00001$ при их реализации уничтожают одну и ту же величину неопределенности, следовательно, реализация каждого из них несет одно и то же количество информации. Неопределенность (энтропия) и информация отражают одно и то же явление, только с противоположных сторон. Конкретное количество незнания может стать этим количеством знания.

Интересный пример определения количества информации приводится в Вики-учебнике [5].

Вероятность того, что мы увидим марсианского динозавра, когда выйдем из дома, равна одной десятимиллиардной. Сколько информации мы получим о марсианском динозавре после того, как выйдем из дома?

$$-\left(\frac{1}{10^{10}}\log_2\frac{1}{10^{10}} + (1-\frac{1}{10^{10}})\log_2(1-\frac{1}{10^{10}})\right) \approx$$

$$\approx 3{,}4 \cdot 10^{-9} \text{ бита.}$$

Приведем значения промежуточных результатов расчетов

$$I = 1 \cdot 10^{-10} \cdot 33{,}22 + 0{,}9999999999 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{-10} \approx$$
$$\approx 3{,}4 \cdot 10^{-9} \text{ бит.}$$

Рассмотрим формулировку задачи и представленное решение. В условии задачи речь идет об одном из исходов — увидеть марсианского динозавра, когда выйдем из дома. При определении информации вероятностно-статистическим методом рассматривается полная группа вероятных исходов, сумма вероятностей которых равна 1. Поэтому к исходу “видим марсианского динозавра” необходимо добавить для формирования полной группы исход “видим что угодно, кроме марсианского динозавра”. Вероятность второго исхода будет равна $1 - 1/10^{10}$. Неопределенность рассматриваемого события очень мала, мы можем быть практически уверены в том, что, выходя из дома, мы увидим что угодно, но только не марсианского динозавра. Реализация любого исхода полностью снимает неопределенность события, и мы получим мизерное количество информации. На практике исходы с вероятностью одной десятимиллиардной просто игнорируются. Их классифицируют как практически невозможные события (исходы). Если так поступить, то рассматриваемое событие переходит в разряд достоверных и не несет информации при его реализации. Система неинформативна. При этом частное количество информации по первому исходу (видим марсианского динозавра) принимает большое значение $-\log_2(1/10^{10}) = 33{,}22$ бита, что соответствует информации о реализации одного из десяти миллиардов различных равновероятных исходов. Это огромное количество информации явно не может содержаться в рассмотренном малоинформативном событии с двумя исходами. Ранее отмечалось, что наибольшее количество информации о событии с двумя исходами достигает 1 бита. Можно констатировать, что, когда мы увидим “динозавра” или “не динозавра”, мы получим одинаковое и очень малое количество информации.

Индивидуальное количество информации $-\log(p_i)$ не в состоянии само по себе характеризовать количество информации рассматриваемой совокупности исходов. В работе [6, с. 30] по этому поводу автор отмечает: “*Сама по себе величина* $\log(p_i)$ *не говорит ни о чем, кроме того, что мы имеем дело с некоторым неравновероятным событием…*” Определенный смысл имеет величина $-p_i \cdot \log(p_i)$, которая в абсолютных единицах отражает часть неопределенности (информации), приходящейся на i-й исход. Но, не зная значений других частей, невозможно дать этой величине оценку — много это или мало, какая это доля от общего значения. В целом можно заключить, что апеллирование к значениям индивидуального количества информации не имеет особого смысла. Только использование всей совокупности индивидуальных значений информации позволяет сформировать количественную меру, непосредственно относящуюся к исходной совокупности исходов, что, собственно, находит отражение в ранее приведенном утверждении Н.Винера.

Зависимость энтропии от распределения вероятностей в ансамбле исходов рассматриваемого события удобно продемонстрировать на примере ансамбля из двух взаимодополняющих независимых исходов, вероятности которых, соответственно, p и $1 - p$. На *рис.* 2

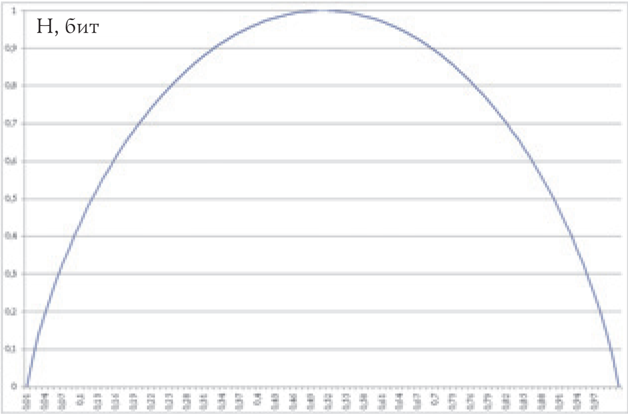


Рис. 2. График функции энтропии

представлен график функции энтропии при изменении p от нуля до единицы.

Из *рис.* 2 следует, что энтропия достигает наибольшего значения для случая одинаковых вероятностей двух исходов, график симметричен относительно этой точки и энтропия убывает до нуля в крайних точках распределения вероятностей.

Тонкие решения тонких задач

Рассмотрим ряд формулировок задач и их решений, имеющих место в различных источниках. Их разбор может оказать помощь как учителям, разрабатывающим задания по теме измерения информации, так и ученикам, которым предстоит решать эти задачи, начиная с домашних заданий и завершая тестовыми заданиями ЕГЭ или задачами различного рода олимпиад.

Задача 1. Тестовое задание. *Количество бит информации в сообщении "Миша на олимпиаде по информатике занял одно из 16 мест" равно* 3; 5; 4; 2; 424.

Решение. Рассматриваемым событием в формулировке задачи является занимаемое участником олимпиады место. Предполагается, что каждый из участников с одинаковой вероятностью может занять одно из 16 мест, таким образом, рассматривается множество из 16 равновероятных исходов. В сообщении не указывается, какое именно место занял Миша из 16 возможных, неопределенность знаний сообщение не уменьшает, следовательно, не несет информации (0 бит).

Ответ. Правильного ответа в предлагаемом перечне нет.

Если предположить, что участник олимпиады с одинаковой вероятностью может занять одно из 16 мест, и сообщалось, например, что Миша занял 15-е место, то в соответствии с (3) количество информации в сообщении

$$I = \log_2 N = \log_2 (16) = 4 \text{ бита}.$$

Задача 2. *В озере обитают* 12 500 *окуней,* 25 000 *пескарей, а карасей и щук по* 6250. *Какое количество информации несет сообщение о ловле рыбы каждого вида? Сколько информации мы получим, когда поймаем какую-нибудь рыбу?*

Дано: $K_о = 12\,500$; $K_п = 25\,000$; $K_к = K_щ = 6250$.

Решение:

1. Найдем общее количество рыбы

$$N = K_о + K_п + K_к + K_щ = 50\,000.$$

2. Найдем вероятности ловли каждого вида рыбы:

$$p_о = K_о/N = 12\,500/50\,000 = 0{,}250$$
$$p_п = K_п/N = 25\,000/50\,000 = 0{,}500$$
$$p_к = K_к/N = 6250/50\,000 = 0{,}125$$
$$p_щ = K_щ/N = 6250/50\,000 = 0{,}125$$

3. Найдем количество информации о ловле рыбы каждого вида

$$I_о = \log_2 (1/p_о) = \log_2 (50\,000 / 12\,500) = $$
$$= \log_2 (4) = 2 \textit{ бита}$$
$$I_п = \log_2 (1/p_п) = \log_2 (50\,000 / 25\,500) = $$
$$= \log_2 (2) = 1 \textit{ бит}$$
$$I_к = \log_2 (1/p_к) = \log_2 (50\,000 / 6250) = $$
$$= \log_2 (8) = 3 \textit{ бита}$$
$$I_щ = \log_2 (1/p_щ) = \log_2 (50\,000 / 6250) = $$
$$= \log_2 (8) = 3 \textit{ бита}$$

4. Найдем количество информации о ловле рыбы любого вида

$$I_о = -(p_о \cdot \log_2 (p_о) + p_п \cdot \log_2 (p_п) + p_к \cdot \log_2 (p_к) + $$
$$+ p_щ \cdot \log_2 (p_щ)) = 0{,}250 \cdot 2 + 0{,}500 \cdot 1 + 0{,}125 \cdot 3 + $$
$$+\ 0{,}125 \cdot 3 = 1{,}750 \text{ бита}.$$

Проведем теперь критический анализ рассмотренного примера. Начнем с пункта 4 расчетов. Результат этих расчетов по формуле Шеннона (7) интерпретируется как количество информации о ловле рыбы любого вида. Определимся теперь в вопросе, что в качестве события рассматривается в этой задаче. Событием является вылов рыбы. Ничего, кроме вылова рыбы, не рассматривается. Исходами данного события является вылов рыбы четырех видов: окуня, пескаря, карася, щуки. Сообщение о том, что при ловле рыбы выловили рыбу, не несет информации. Заранее известно, что ничего, кроме рыбы, не вылавливается. Таким образом, в примере неправильно интерпретируется значение, которое рассчитывается по формуле Шеннона.

Рассмотрим теперь пункт 3 расчетов, где полученное значение по формуле $I_i = \log_2(1/p_i)$ интерпретируется как количество информации, получаемой при вылове одного из видов рыб: окуня, пескаря, карася или щуки. В соответствии с этим в сообщении, что выловили окуня, содержится 2 бита, пескаря — 1 бит, карася — 3 бита, щуку — 3 бита информации. Но если результат вычислений по выражению $I_i = \log_2 (1/p_i)$ определяет количество информации по одному из реализованных исходов, то больше уже ничего и не нужно. Цель в измерении информации в случае разновероятных исходов была бы уже достигнута, а расчеты среднеарифметического значения и других обобщенных характеристик можно при желании рассчитывать при дальнейшем статистическом анализе полученных результатов. Ошибка заключается в том, что не делается различия в понятиях количества информации и индивидуального количества информации. Неопределенность, или, другими словами, мера незнания того, какая из четырех видов рыб будет выловлена, равна 1,75 бит. Любое сообщение о вылове окуня, пескаря, карася или щуки снимает эту неопределенность, следовательно, каждое из них несет информацию в 1,75 бит и не может превышать это значение.

Индивидуальное количество информации, например, по исходу "вылов карася" равно

$$I_к = \log_2 (1/p_к) = \log_2 (50\,000 / 6250) = \\ = \log_2 (8) = 3 \text{ бита}.$$

Такой же результат мы бы получили, если бы выполняли расчет

$$I_x = \log_2 (1/p_x) = \log_2 (100\,000 / 12\,500) = \\ = \log_2 (8) = 3 \text{ бита}.$$

В конечном итоге в этих двух примерах в соответствии с формулой Хартли рассчитывается количество бит, необходимое для выделения из совокупности восьми исходов одного из них, присутствующего в совокупности в одном экземпляре. Совокупность из восьми исходов является производной от исходной совокупности, содержащей 50 000 исходов.

В заключение можно отметить, что формулировка задачи противоречит реальности. Сомнительно, чтобы количественные пропорции различных видов рыб, обитающих в озере, определяли вероятности их вылова. Пожалуй, имеет смысл заменить "озеро" на "урну", а "рыб" на "разного цвета шары", но будет, конечно, уже не так романтично.

Рассмотрим теперь правильную и очень жизнерадостную формулировку задания по мотивам ЕГЭ и правильное его решение.

Задача 3. Задание по мотивам ЕГЭ прошлых лет. *Словарь аборигенов племени Мумбо-Юмбо содержит слова только трех частей речи: существительные, глаголы и междометия. Каждый раз за обедом, по причине своей дикости, абориген произносит предложение, состоящее из одного равновероятно выбранного из словаря слова. Количество информации, содержащееся в сообщении "Предложение состоит из глагола", равно* $\log_2 11 - \log_2 3$ *бита. Информационный объем сообщения "Предложение состоит не из существительного" равен* $2 - \log_2 3$ *бита. В словаре только 21 междометие. Чему равно количество слов в словаре, которые не являются существительными?*

Решение. Событием является произношение слова, исходами этого события могут быть различные слова, относящиеся либо к глаголу, либо к существительному, либо к междометию и имеющие различную вероятность реализации. Введем обозначения:

N — общее количество слов;
$n_с$ — количество существительных;
$n_г$ — количество глаголов;
$n_м$ — количество междометий.

Сообщение о том, что предложение состоит из глагола, лишь частично снимает неопределенность из N реализаций до неопределенности из $n_г$ реализаций, что можно выразить в соответствии с (4) как

$$\log_2 (N/n_г) = \log_2(11) - \log_2(3),$$

или, учитывая свойства логарифмов,

$$\log_2(N/n_г) = \log_2(11/3),$$

откуда

$$N/n_г = 11/3 \text{ или } 3 \cdot N = 11 \cdot n_г.$$

Сообщение о том, что предложение состоит не из существительного, также снимает неопределенность из N реализаций до неопределенности из $(n_г + n_м)$ реализаций, в соответствии с (4):

$$\log_2 (N/(n_г + n_м)) = 2 - \log_2(3)$$

или

$$\log_2(N/(n_г + n_м)) = \log_2(4) - \log_2(3)$$
$$\log_2(N/(n_г + n_м)) = \log_2(4/3),$$

откуда

$$N/(n_г + n_м) = 4/3 \text{ или } 3 \cdot N = 4 \cdot (n_г + n_м).$$

По условию задачи $n_м = 21$, откуда

$$3 \cdot N = 4 \cdot n_г + 84.$$

Построим систему уравнений

$$\begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix} \begin{cases} 3 \cdot N = 4 \cdot n_г + 84 \\ 3 \cdot N = 11 \cdot n_г \end{cases}$$

Вычитая из (2) выражение (1), получим

$$7 \cdot n_г = 84, \text{ откуда } n_г = 84/7 = 12.$$

Таким образом, словарь аборигенов содержит 12 глаголов, подставляя это значение в (2), определим $N = 11 \cdot 12/3 = 44$. Всего в словаре 44 слова, из них слова, которые не являются существительными, равны

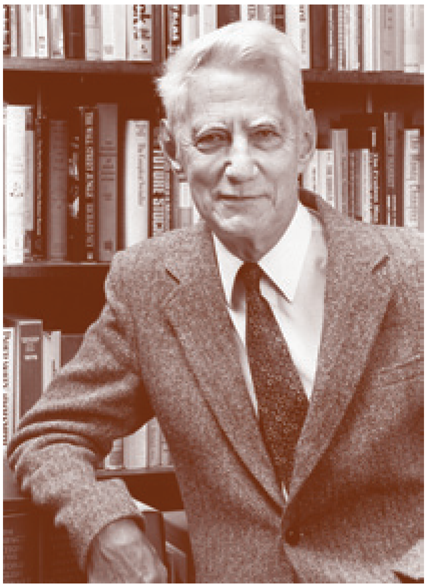
$$n_г + n_м = 12 + 21 = 33.$$

Ответ. В словаре аборигенов 33 слова, которые не являются существительными.

Сначала была формула Шеннона

Представленный заголовок одобрят информатики: ведь дату опубликования достаточно объемной статьи К.Шеннона [3] впоследствии стали считать датой начала науки информатики. Возможно, философы предпочли бы заголовок "Сначала было слово".

Понятно, что последующее использование формулы Шеннона заключалось не только в определении количества информации в задачах об урнах с шарами. Если информацию стало возможным измерять в дитах, натах и битах, то в этих понятиях можно ее представлять, хранить, передавать и обрабатывать аппаратными средствами без участия человека. Ранее отмечалось, что в рассмотренном понятии единицы информации мера субъективности практически отсутствует. Но аппаратные средства, во всяком случае пока, не настолько универсальны, как человек, который может воспринимать информацию из окружающей среды органами слуха, зрения, обоняния и осязания и благодаря способностям памяти и мышления хранить, перерабатывать и использовать ее в основном для своего блага. Аппаратные средства с трудом "соглашались" использовать в своей работе единицу "дит". Выдающийся английский математик и изобретатель Чарльз Беббидж (1792–1871), не зная еще такого названия "дит", пытался создать механическую вычислительную машину на основе использования десяти различных кодов 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9, материализованных в виде зубьев шестеренок. Это оказалось так трудно, что при жизни этот великий изобретатель так и не успел завершить свой проект. Много-много лет спустя благодарные потомки все-таки собрали эту машину по сохранившимся чертежам и — о чудо! — она заработала, но нужды в такой машине уже не было. Оказывается, что привычно и удобно для человека, мука мученическая для аппаратных средств. Хотя в те годы уже была разработана Г.В. Лейбницем (1646–1716) двоичная система счисления, в которой используются всего две цифры — "1" и "0", а Дж. Буль (1815–1869) разработал алгебру логики (ныне — булева алгебра), оперирующую всего двумя логическими величинами — "истина" и "ложь". Но современники скептически отнеслись к столь вычурным наукам.



Клод Шеннон
(фото с сайта www.bell-labs.com)

Теперь мы понимаем, какую прекрасную возможность предоставляют эти науки для использования его величества "бита" в аппаратных реализациях. Даже обычный электрический выключатель на стене, "сам того не зная", всегда хранит один бит информации, находясь в одном из двух возможных состояний — "включено" или "выключено". Но аппаратные средства и тут проявляют свой норов и не "хотят" использовать доли одного бита. Аппаратно мы можем манипулировать только целым количеством бит, невозможно представить состояние выключателя "включено" на 63,728%. Приходится нам мириться и считаться с возможностями аппаратных средств.

Если рассмотреть привычную для людей ситуацию, когда мы получаем информацию при чтении текста на одном из национальных языков, например, русском, то для возможности хранения теста в аппаратных средствах необходимо его перевести на удобный для них язык — язык двоичных кодов "0" и "1". И тогда текст превратится в последовательность одних нулей и единиц. Нам уже такой текст не прочитать. Так мы пришли к пониманию необходимости использования кодирования текста двоичным кодом и его декодирования. Для этого достаточно разработать кодовую таблицу, в которой за каждым символом национального алфавита и других знаков текста будут закреплены оригинальные в смысле неповторяющихся наборы двоичных кодов. Например, за буквой "Я" можно закрепить код 100000001111. Чем плох код? Но зачем так много знаков мы хотим закрепить за такой одной, хоть и важной буквой? Ведь потом эти знаки надо будет хранить, передавать по каналам связи, тратя на это много средств и времени.

Из рассмотренного примера вытекает формулировка задачи: какое минимальное количество двоичных знаков можно использовать для кодирования символов текста? Оказывается, величина энтропии в соответствии с формулой (7) дает ответ в этой задаче. К.Шеннон в 1950 г. опубликовал статью "Современные достижения теории связи" [7], в которой показал, что не существует метода кодирования, который при кодировании символов национального алфавита мог бы использовать в среднем на один символ двоичных кодов меньше, чем значение *H*. В этом случае *H* рассчитывается как неопределенность появления в тексте очередного символа и различные символы появляются с различной вероятностью, а точнее, статистической частотой использования в тексте. То, что различные буквы (символы) в тексте используются с различной частотой, даже без специальных исследований понятно, например, буквы русского алфавита "а" или "е" встречаются гораздо чаще, чем "щ" или "ъ".

В работе [7] приводится простой и наглядный пример:

Для иллюстрации рассмотрим язык, в котором имеются лишь четыре буквы: A, B, C и D; пусть эти буквы имеют вероятности 1/2, 1/4, 1/8 и 1/8.

Самый простой код таков: A — 00, B — 01, C — 10, D — 11. Этот код требует два двоичных знака на букву сообщения. При учете статистической природы текста можно сконструировать следующий, более хороший код: A — 0, B — 10, C — 110, D — 111. Число использованных двоичных знаков в среднем уменьшится. Действительно, оно вычислится следующим образом:

$$1/2(1) + 1/4(2) + 1/8(3) + 1/8(3) = 1 \cdot 3/4,$$

где первый член относится к букве A, которая встречается в половине случаев и которой соответствует один двоичный знак, и т.д. Заметим, что $1 \cdot 3/4$ *есть в точности значение H, вычисленное как энтропия вероятностей.*

В работе [2] приводится аналогичный пример для текста с использованием русского алфавита.

Мы рассмотрели один из многочисленных примеров результативного применения меры Шеннона, которая в научных кругах быстро стала очень популярной, даже в какой-то мере модной. Уже через каких-то восемь лет после опубликования работы [3] К.Шеннон в коротенькой статье "Бандвагон" [8], пытаясь предостеречь от поспешных и необдуманных попыток использования достижений теории информации, писал:

Ученые различных специальностей, привлеченные поднятым шумом и перспективами новых направлений исследования, используют идеи теории информации при решении своих частных задач. Так, теория информации нашла применение в биологии, психологии, лингвистике, теоретической физике, экономике, теории организации производства и во многих других областях науки и техники. Короче говоря, сейчас тео-

рия информации, как модный опьяняющий напиток, кружит голову всем вокруг.

И далее, предостерегая от чрезмерного преувеличения возможностей теории информации, писал:

Здание нашего несколько искусственно созданного благополучия слишком легко может рухнуть, как только в один прекрасный день окажется, что при помощи нескольких магических слов, таких, как "информация", "энтропия", "избыточность" ..., нельзя решить всех перечисленных проблем.

Несчастный Больцман, ему бы хоть тысячную долю своевременного признания его знаменитой формулы в обществе. Без статистической оценки понятия энтропии, предложенной Больцманом, невозможно точно описать поведение тепловых машин. Считается историческим фактом, что Л.Больцман высказывался, что энтропия характеризует недостающую информацию, но тогда этой фразы никто не понял.

Как некий итог весьма популярного и, необходимо признать, во многих случаях плодотворного использования меры Шеннона, можно привести слова Д.Д. Урсула [9, с. 68]:

Несмотря на то что математические формулы количества информации и энтропии по Больцману отличаются лишь знаком, все же между ними есть существенное различие. Это различие не формальное, а содержательное, вытекающее из интерпретации вероятностей, входящих в указанные формулы. Вероятности в формуле энтропии по Больцману относятся к газу — вообще к статистическим, физическим и химическим объектам, использующим отношение к тепловому движению. В силу этого распространить законы статистической термодинамики, скажем, на лингвистику или экономику было бы бесполезным, ибо эти науки не занимаются изучением "лингвистической" и "экономической" энергии или теплоты. Однако можно абстрагироваться от некоторых особенностей содержания объектов изучения термодинамики, лингвистики и других наук и выделить в них нечто общее, что присуще действующим в них статистическим закономерностям. Этим общим может оказаться, например, наличие неопределенности в тех или иных случайных явлениях, и изменение этой неопределенности может изучаться методами теории информации.

Литература

1. Информатика: учебное пособие / сост. О.В. Попова. Красноярск: Красноярский ин-т экономики Санкт-Петербургской академии управления и экономики, 2007.

2. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Вероятность и информация. 5-е изд., стереотип. М., 2007.

3. *Шеннон К.* Математическая теория связи // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / пер. с англ.; под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М., 1963.

4. *Фано Р.* Передача информации. Статистическая теория связи // пер. с англ. И.А. Овсеевича и М.С. Пинскера; под ред. Р.Л. Добрушина М., 1965.

5. Информация. Викиучебник URL:http://ru.wikibooks.org/wiki/Информация.

6. *Цымбал В.П.* Теория информации и кодирование: учебник. 4-е изд., перераб. и доп. Киев, 1992.

7. *Шеннон К.* Современные достижения теории связи // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / пер. с англ.; под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М., 1963.

8. *Шеннон К.* Бандвагон // Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / пер. с англ.; под ред. Р.Л. Добрушина и О.Б. Лупанова. М., 1963.

9. *Урсул Д.Д.* Информация: Методологические аспекты. М., 1971.

В МИР ИНФОРМАТИКИ // № 160

Газета для пытливых учеников
и их талантливых учителей
vmi@1september.ru

ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Расчеты в отладчике Debug. Новые команды

Н.А. Насыров,
учитель информатики средней школы
села Сайраново, Республика Башкортостан,
Ишимбайский р-н

Итак, из предыдущего номера [1] вы уже узнали команды, с помощью которых в программе-отладчике Debug можно проводить вычисления, — ADD, INC, SUB, SBB и DEC. Напомню, что это — команды языка ассемблера, которые при выполнении программы отладчик переведет на машинный язык.

Еще одна команда — MUL — позволяет умножать целые числа без знака. Ее общий вид:

```
MUL <источник>
```

“Как же так? — спросите вы. — А где второй множитель?”. Дело в том, что по умолчанию вторым множителем операции умножения является значение в регистре AX[1], и в этом же регистре сохраняется результат[2] (поэтому регистр AX-процессора называют “аккумулятором”). В качестве операнда-источника могут выступать либо регистры общего назначения, либо ячейки памяти длиной в один байт или слово (2 байта). Использование конкретных значений в качестве операнда-источника недопустимо.

Работает команда MUL следующим образом. Если `<источник>` — значение типа байт, как, например, в инструкции MUL CL, то процессор умножит значение `<источник>` на значение в полурегистре AL и запишет произведение в регистр AX. Если же `<источник>` является так называемым “словом” (занимает два байта), то процессор умножит `<источник>` на AX и запишет старшие биты произведения в регистр DX, а младшие — в AX. Поясним все на примере.

Рассмотрим фрагмент программы:

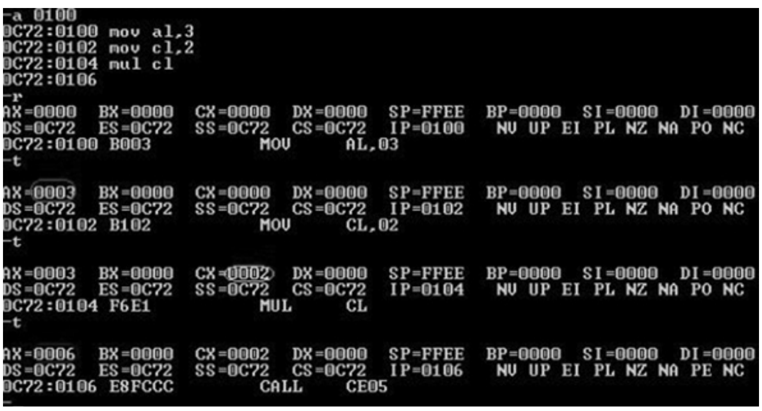
```
MOV AL, 3   //1
MOV CL, 2   //2
MUL CL      //3
```

В этом примере мы умножаем числа размером в один байт. Первая строка говорит о том, что в однобайтовый полурегистр AL мы помещаем число 3. Во второй строке в один из свободных регистров (CL) помещается число 2. В третьей строке мы умножаем содержимое регистра AL на содержимое регистра CL, результат операции (число 6) помещается в регистр AX.

Давайте проверим. Запустим Debug, перейдем в режим ассемблирования (команда `a 0100`) и наберем приведенную программу (*рис.* 1). Прежде чем приступить к трассировке, введем команду `r`, по которой можно узнать значения всех регистров и флагов состояния процессора.

После этого введем три раза команду `t`, обращая каждый раз внимание на изменения, происходящие в состоянии регистров процессора (см. *рис.* 1).

После выполнения первой команды в регистр AL поместилось число 3 (выделено красным), после второй — в регистр CL поместилось число 2 (выделено зеленым), а после третьей — в регистре AX получен результат 6 (выделено синим).



```
-a 0100
0C72:0100 mov al,3
0C72:0102 mov cl,2
0C72:0104 mul cl
0C72:0106
-r
AX=0000  BX=0000  CX=0000  DX=0000  SP=FFEE  BP=0000  SI=0000  DI=0000
DS=0C72  ES=0C72  SS=0C72  CS=0C72  IP=0100   NV UP EI PL NZ NA PO NC
0C72:0100 B003          MOV     AL,03
-t

AX=0003  BX=0000  CX=0000  DX=0000  SP=FFEE  BP=0000  SI=0000  DI=0000
DS=0C72  ES=0C72  SS=0C72  CS=0C72  IP=0102   NV UP EI PL NZ NA PO NC
0C72:0102 B102          MOV     CL,02
-t

AX=0003  BX=0000  CX=0002  DX=0000  SP=FFEE  BP=0000  SI=0000  DI=0000
DS=0C72  ES=0C72  SS=0C72  CS=0C72  IP=0104   NV UP EI PL NZ NA PO NC
0C72:0104 F6E1          MUL     CL
-t

AX=0006  BX=0000  CX=0002  DX=0000  SP=FFEE  BP=0000  SI=0000  DI=0000
DS=0C72  ES=0C72  SS=0C72  CS=0C72  IP=0106   NV UP EI PL NZ NA PE NC
0C72:0106 E8FCCC        CALL    CE05
```

Рис. 1

---

[1] Или в его полурегистре AL. — **Прим. ред.**

[2] Для сохранения результата может быть использован также регистр DX (см. далее по тексту). — **Прим. ред.**

Внимание! Результат операции MUL помещается в регистр AX, а не в полурегистр AL, поэтому если в полурегистре AH хранилось какое-то значение, то после выполнения команды MUL оно будет уничтожено. Пример:

```
MOV AH, 9
MOV AL, 4
MOV CL, 2
MUL CL
```

Результат: в регистре AX находится 0008, а не 0009 (проверьте!).

Теперь разберемся с двухбайтными числами. Умножим два числа, например, $2196 \times 1546 = 2CA7D04_{16}$.

Вспомним, что в этом случае команда MUL выполняет умножение содержимого операнда `<источник>` на значение в регистре AX и помещает результат в DX:AX. Что означает DX:AX? То, что результат операции может не уместиться в двухбайтном регистре AX, и поэтому решили использовать два регистра, но по определенным правилам. Число разделяется по два байта, например, наше число 2CA7D04 делится справа налево так: 02CA и 7B04. Младшие биты 7B04 помещаются в регистр AX, а старшие — в регистр DX. Если произведение получается размером больше четырех байтов, то старшие биты, не уместившиеся в регистрах, теряются, флаг O скажет, что произошло переполнение, а флаг C скажет, что был перенос в старший разряд. Вот и все! Осталось набрать программу и проверить верность нашего утверждения:

```
mov ax, 2196
mov cx, 1546
mul  cx
```

Проведем трассировку последней программы (*рис.* 2).

После выполнения первой команды в регистре AX содержится число 2196 (выделено красным). Следующая команда поместит в регистр CX число 1546 (выделено зеленым). В результате умножения получается число 02CA7D04: младшие биты поместились в регистр AX, а старшие — в регистр DX. Вот и все!

Операцию деления мы обсудим в следующем выпуске. А пока решим задачу, с помощью которой закрепим наши знания по выполнению расчетов на языке ассемблера средствами программы-отладчика Debug.

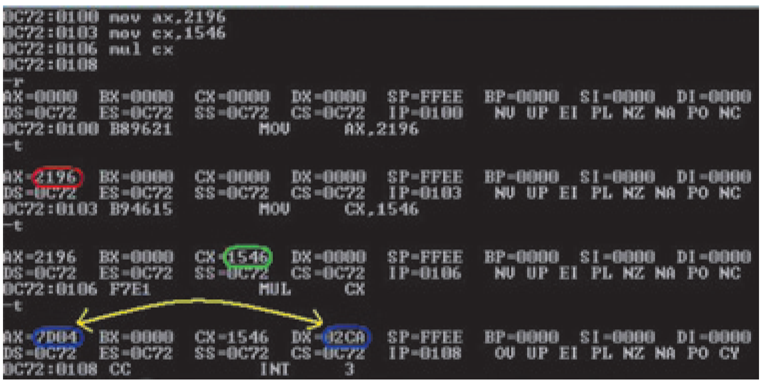


Рис. 2

Задача

Даны значения целых чисел *b*, *c*, *d*, *e*. Составить программу вычисления значения $b \times c - d \times e$.

Решение

1. Подготовим память, в которой будут содержаться исходные данные:

— запустим Debug;

— перейдем в нужную область памяти, выполнив команду `-d 200`;

— используя команду `e` (или `enter`), введем число *b*, например 5, в ячейку 200 (*рис.* 3);

— аналогично введем значения *c* (например 4), *d* (3) и *e* (2), соответственно, в ячейки 201, 202 и 203.

Также нам понадобятся ячейки для промежуточного хранения данных, пусть это будут ячейки с адресами 204 и 205, а ответ запишем в ячейку 210.

Проверим результат, используя команду `d 200` (см. *рис.* 3).

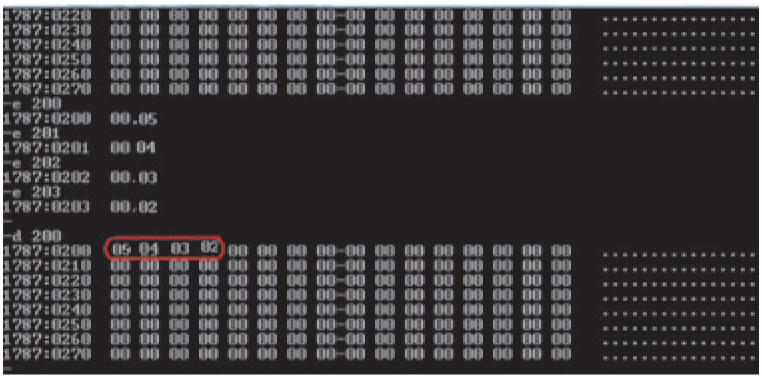


Рис. 3. Исходные данные

2. Напишем один из вариантов решения задачи на естественном языке с учетом особенностей команд языка ассемблера:

```
Поместить число b в регистр AL
Поместить число c в регистр CL
Умножить на CL
Сохранить результат в памяти
Поместить число d в регистр AL
Поместить число e в регистр CL
Умножить на CL
Сохранить результат в памяти
Поместить в регистр AX первое произведение
Вычесть из регистра AX второе произведение
Закончить работу программы
```

3. Запишем соответствующую программу на языке ассемблера:

```
MOV AL, [200]
MOV CL, [201]
MUL CL
MOV [204], AL
Mov Al, [202]
MOV CL, [203]
MUL CL
MOV [205], AL
MOV al, [204]
SUB al, [205]
MOV [210], AL
```

4. Наберем соответствующую программу в среде Debug и выполним трассировку, после чего проверим результат, используя команду `d 200` (*рис.* 4). Видно, что в ячейке 204 хранится произведение $5_{16} \times 4_{16} = 14_{16}$, в ячейке 205 — произведение $2_{16} \times 3_{16} = 6_{16}$, а в ячейке 210 — искомая разность $14_{16} - 6_{16} = E_{16}$.

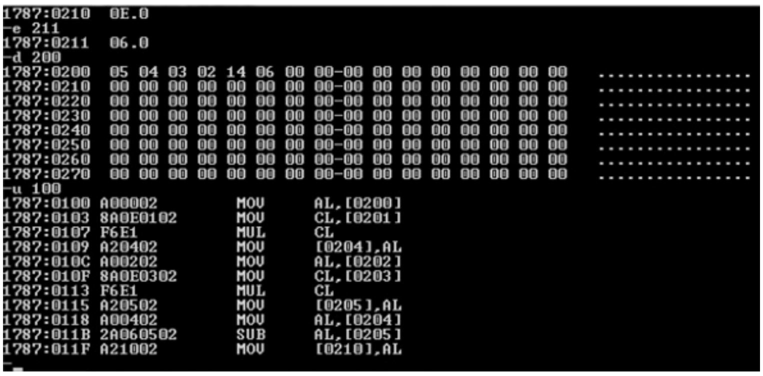


Рис. 4. Результат работы программы

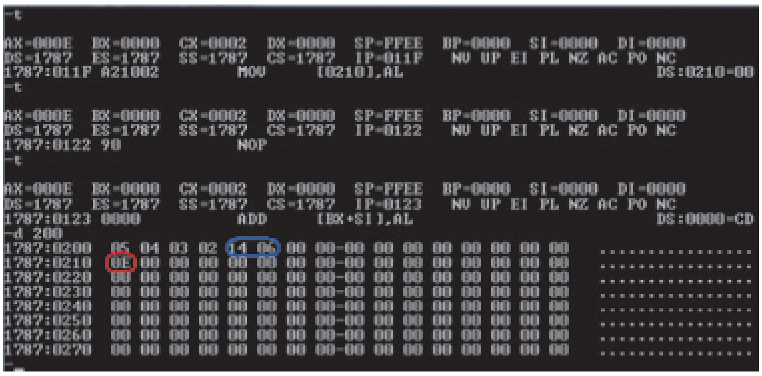


Рис. 5

Задание для самостоятельной работы

Даны значения целых чисел x и y. Составить программу на языке ассемблера для вычисления значения:

а) $2x + y$;
б) $x^2 - 5x + 7$;
в) $2x^2 + 3y^2$.

Тексты программ и скриншоты с результатами (аналогичные *рис.* 5), пожалуйста, присылайте в редакцию.

Литература

1. Проводим в Debug'е вычисления. / "В мир информатики" № 159 ("Информатика" № 5/2011).

ЗАДАЧНИК

Ответы, решения, разъяснения

к заданиям, опубликованным в газете "В мир информатики" № 152 ("Информатика" № 23/2010)

1. Ребусы по информатике

Ответы.

Ребус № 1: НАУШНИКИ.
Ребус № 2: КОЛОНКИ.
Ребус № 3: МИКРОФОН.
Ребус № 4: МЫШЬ.
Ребус № 5: СКАНЕР.
Ребус № 6: КЛАВИАТУРА.
Ребус № 7: МОДЕМ.
Ребус № 8: ВИНЧЕСТЕР.
Ребус № 9: МОНИТОР.

Правильные ответы представили:

— Алейникова Анастасия и Бекезина Кристина, Вадьковская средняя школа, Брянская обл., Погарский р-н, учитель **Цыганкова И.Ю.**;

— Андрющенко Александр и Свистунов Николай, Ставропольский край, Кочубеевский р-н, станица Барсуковская, школа № 6, учитель **Рябченко Н.Р.**;

— Бабинская Кристина, Барсукова Дарья, Гаврилов Антон, Копанева Надежда, Краснова Нина, Краснова Полина, Крестьянова Анна, Кучерова Татьяна, Малютина Людмила, Меховникова Анастасия, Митрошина Ольга, Ненастьева Елизавета, Самаркин Виталий, Сунцов Алексей, Сухих Иван, Устенко Андрей, Финк Андрей, Чудиновский Анатолий и Якимова Анастасия, средняя школа села Средний Васюган, Томская обл., Каргасокский р-н, учитель **Вторушина Н.А.**;

— Базылев Юрий и Галушкова Карина, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Богданова Л.М.**;

— Богатырев Максим, Васьков Алексей, Горбачева Дарья, Добрынина Людмила, Елисеева Кристина, Ермолаев Александр, Романычев Павел, Табакова Кристина, Феклина Юлия, Фуфыгин Алексей, Чапаев Иван и Чукарева Юлия, средняя школа села Кипцы, Саратовская обл., Екатериновский р-н, учитель **Омельченко С.Ю.**;

— Булаева К., Чепкасова И. и Чурсина Н., Кемеровская обл., поселок Малиновка, школа № 30 им. Н.Н. Колокольцова, учитель **Толмачева Н.В.**;

— Валуев Иван, Григорьев Иван, Долгова Мария и Червяков Игорь, средняя школа села Восточное Нижегородской обл., учитель **Долгова Г.А.**;

— Васильева Юлия, Евченко Мария, Кольтякова Анна, Семенова Наталья, Сникина Анастасия и Харитонова Елена, г. Стерлитамак, Республика Башкортостан, школа № 17, учитель **Орлова Е.В.**;

— Гайсина Галия, Республика Башкортостан, г. Уфа, школа № 18, учитель **Искандарова А.Р.**;

— Глотов Сергей, Довгалёва Кристина, Комлева Вероника, Корниенко Ирина, Кузьменко Алексей, Ливерчан Евгений, Медведок Николай, Мутовина Александра, Новопольцев Антон, Оськина Ангелина и Селиверстов Дмитрий, Красноярский край, г. Канск, школа № 5, учитель **Павлова Н.Н.**;

— Данилов Влад и Чугунков Евгений, Смоленская обл., г. Демидов, школа № 1, учитель **Кордина Н.Е.**;

— Дернов Антон, Истомина Анна, Толкунова Анна и Хотеев Даниил, Москва, гимназия № 1530, учитель **Козырева О.В.**;

— Зарипов Ильгизар, Республика Татарстан, Азнакаевский р-н, поселок Актюбинский, школа № 3, учитель **Харисова С.Ф.**;

— Зорихин Алексей и Углов Михаил, Свердловская обл., г. Нижняя Салда, школа № 7, учитель **Зорихина Н.Ю.**;

— Иляева Полина, Свердловская обл., Красноуфимский р-н, Тавринская средняя школа, учитель **Ярцев В.А.**;

— Кашбиев Ильфат, Республика Татарстан, Актанышский р-н, село Актаныш, средняя школа № 2, учитель **Гилязова Г.М.**;

— Моронцова Анастасия, основная школа села Именево, Республика Чувашия, Красноармейский р-н, учитель **Тимофеева И.А.**;

— Согомонян Серине и Щелкановцев Дмитрий, Воронежская обл., поселок Каменка, средняя школа № 1 им. Героя Советского Союза В.П. Захарченко, учитель **Старикова М.Е.**;

— Хатанзейская Кристина, основная школа поселка Каратайка, Архангельская обл., учитель **Безумова В.А.**;

— Юллинен Артем и Ядзевичюс Стас, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Каликина Т.В.**

2. Головоломка “Расшифруйте пример”

Напомним, что необходимо было расшифровать пример:

ИВА	:	**ДА**	=	**ДА**
–		×		+
АУ	+	**А**	=	**ЛВ**
ДОЛ	–	**УА**	=	**УД**

В нем цифры зашифрованы буквами.

Решение

Проанализируем первую строку с точки зрения возможных значений цифры **А**. Есть четыре цифры, которые, будучи умноженными сами на себя, дают результат, оканчивающийся на эту же цифру, — 0, 1, 5 и 6. Ясно, что значения 0 и 1 не подходят. При **А** = 5 результаты умножения 15 × 15 = 225 и 25 × 25 = 625 не соответствуют допустимым значениям цифр числа **ИВА**. Значит, **А** = 6. Тогда **Д** = 1 (только в этом случае произведение **Д6** на **Д6** — двузначное число) и **ИВА** = 256. Запишем найденные цифры в пример:

256	:	16	=	16
–		×		+
6**У**	+	6	=	**ЛВ**
ДОЛ	–	**У**6	=	**УД**

Видно, что **У** = 9, а все решение:

256	:	16	=	16
–		×		+
69	+	6	=	75
187	–	96	=	91

Правильные ответы прислали:

— Базылев Юрий и Галушкова Карина, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Богданова Л.М.**;

— Валиева Лилиана, Латышев Александр, Набиуллина Лилия и Нухова Миляуша, средняя школа села Сейтяково Балтачевского р-на, Республика Башкортостан, учитель **Загафуранова А.Ф.**;

— Воробьев Юрий, Газизуллин Артур, Девицын Артем, Сафиуллин Ильдар и Суляев Роман, г. Стерлитамак, Республика Башкортостан, школа № 17, учитель **Орлова Е.В.**;

— Гимазов Ильнур, Республика Татарстан, Актанышский р-н, село Актаныш, средняя школа № 2, учитель **Гилязова Г.М.**;

— Лаевский Денис, Москва, гимназия № 1540, учитель **Савенкова Л.С.**;

— Медведок Николай, Новопольцев Антон, Оськина Ангелина и Селиверстов Дмитрий, Красноярский край, г. Канск, школа № 5, учитель **Павлова Н.Н.**;

— Моронцова Анастасия, основная школа села Именево, Республика Чувашия, Красноармейский р-н, учитель **Тимофеева И.А.**;

— Согомонян Серине, Воронежская обл., поселок Каменка, средняя школа № 1 им. Героя Советского Союза В.П. Захарченко, учитель **Старикова М.Е.**;

— Углов Михаил, Свердловская обл., г. Нижняя Салда, школа № 7, учитель **Зорихина Н.Ю.**;

— Хатанзейская Кристина, основная школа поселка Каратайка, Архангельская обл., учитель **Безумова В.А.**;

— Юллинен Артем и Ядзевичюс Стас, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Каликина Т.В.**

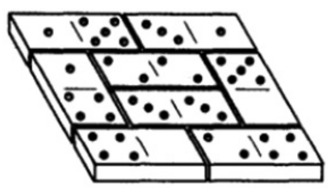
Отметим ответ учащихся из средней школы села Сейтяково, Республика Башкортостан, которые не только решили задачу методом рассуждений, но и разработали программу на языке Паскаль, решающую обсуждаемую задачу.

3. Задача “Магический квадрат из костей домино”

Напомним, что необходимо было определить, какое значение имела часть кости домино, на которой метки стерлись, если из нее и еще семи костей можно сформировать “магический” квадрат 4 × 4 (то есть так, что суммы меток в каждом вертикальном ряду, в каждой строке и на каждой диагонали равны).

Решение

Пусть стертое значение на косточке — x (x равен одному из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5 или 6). Тогда сумма на всех восьми косточках равна $37 + x$. Но эта сумма должна делиться на 4, поскольку в каждой строке сумма одинакова. Это может быть только в случае $x = 3$.



Расположение показано на рисунке.

Ответы представили:

— Аствацатурян Эдуард, средняя школа поселка Новопетровский Московской обл., учитель **Артамонова В.В.**;

— Базылев Юрий и Галушкова Карина, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Богданова Л.М.**;

— Валуев Иван и Долгова Мария, средняя школа села Восточное Нижегородской обл., учитель **Долгова Г.А.**;

— Горюнова Галина и Чуйков Андрей, средняя школа поселка Озеры Красноярского края, учитель **Филипченко И.С.**;

— Дернов Антон и Хотеев Даниил, Москва, гимназия № 1530, учитель **Козырева О.В.**;

— Углов Михаил, Свердловская обл., г. Нижняя Салда, школа № 7, учитель **Зорихина Н.Ю.**

4. Шесть вопросов (рубрика "Поиск информации")

Ответы

1. По имени боярина Рыдвана, перешедшего от поляков к туркам, был назван город Рыбница (по одной из версий).

2. Мультфильм "The little Mermaid" ("Русалочка") был снят в 1989 году на студии Уолта Диснея.

3. Прототипом персонажей из произведений "Волшебник" Сомерсета Моэма, "Черная пасха" Джеймса Блиша, "Добрые предзнаменования" Терри Пратчетта и Нила Геймана стал Алистер Кроули.

4. Второе название сладкого картофеля — батат.

5. Китайка. Так называли хлопчатобумажную ткань (согласно словарю В.И. Даля) и яблоню с мелкими плодами.

6. Название этого фантастического романа — "451 градус по Фаренгейту". Его автор — Рей Брэдбери. Габриель Даниель Фаренгейт — немецкий физик. 451 градус по шкале Фаренгейта — температура воспламенения бумаги.

Правильные ответы прислали:

— Алейникова Анастасия, Бекезина Кристина и Соловьева Марина, Вадьковская средняя школа, Брянская обл., Погарский р-н, учитель **Цыганкова И.Ю.**;

— Алиева Саира, Балахонова Анастасия, Белкин Сергей, Бочкарев Николай, Выползов Олег, Герасимова Наталья, Грицак Семен, Иванов Иван, Митрошина Ольга, Радушкина Анастасия, Устенко Андрей, Финк Андрей, Фролова Екатерина, Чудиновский Анатолий, Чудиновский Виталий, Чудиновский Евгений, Чудиновская Людмила и Шмагун Татьяна, средняя школа села Средний Васюган, Томская обл., Каргасокский р-н, учитель **Вторушина Н.А.**;

— Базылев Юрий и Галушкова Карина, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Богданова Л.М.**;

— Буханов Василий, г. Воронеж, лицей № 2, учитель **Комбарова С.И.**;

— Гайсина Галия, Республика Башкортостан, г. Уфа, школа № 18, учитель **Искандарова А.Р.**;

— Гомонова Жанна, Ерашова Екатерина и Мухаметханов Ильфат, Республика Татарстан, г. Нижнекамск, школа № 27, учитель **Абизяева В.Н.**;

— Горбунов Роман, Мутовина Александра, Новопольцев Антон и Полякова Яна, Красноярский край, г. Канск, школа № 5, учитель **Павлова Н.Н.**;

— Демченко Петр, Тарасюк Степан и Чуйков Андрей, средняя школа поселка Озеры Красноярского края, учитель **Филипченко И.С.**;

— Зорихин Алексей и Шишкина Анастасия, Свердловская обл., г. Нижняя Салда, школа № 7, учитель **Зорихина Н.Ю.**;

— Стафеева Елизавета, г. Новоуральск Свердловской обл., школа № 58, учитель **Стафеева Н.А.**;

— Юллинен Артем и Ядзевичюс Стас, Республика Карелия, поселок Надвоицы, школа № 1, учитель **Каликина Т.В.**

Программы на языке Паскаль, предложенные для самостоятельной работы в статье "Проверка скорости реакции человека" (рубрика "Школа программирования"), разработали:

— Аксенов Василий, средняя школа деревни Муравьево, Вологодская обл., учитель **Муравьева О.В.**;

— Пехов Андрей, г. Ярославль, школа № 33, учитель **Ярцева О.В.**;

— Яновский Виталий, Москва, гимназия № 1530, учитель **Шамшев М.В.**

Редакция решила наградить Василия, Андрея и Виталия дипломами. Дипломами будут награждены также Захаров Роман и Понкратенко Андрей, Красноярский край, г. Канск, школа № 5, учитель **Павлова Н.Н.**, выполнившие (с подробным анализом) задание, предложенное для самостоятельной работы в статье "Необычный график функции". Поздравляем всех!

Правильные решения ребусов, опубликованных в № 151 и в № 153 нашей газеты, прислали также Согомонян Серине и Щелкановцев Дмитрий, Воронежская обл., поселок Каменка, средняя школа № 1 им. Героя Советского Союза В.П. Захарченко, учитель **Старикова М.Е.**

Кто какое занял место?

На соревнованиях Эндрю, Боб, Серж и Дэн заняли первые четыре места. Когда их знакомые девушки начали вспоминать, как эти места распределились, то мнения разошлись:

1) Кэт: Эндрю был первым, Дэн — вторым;
2) Линда: Эндрю был вторым, Боб — третьим;
3) Мэри: Боб был четвертым, Серж — вторым.

Оказалось, что каждая девушка сделала одно правильное и одно неправильное заявление. Кто из юношей какое место занял?

В школьном буфете[3]

В очереди в школьный буфет стояли Юрий, Михаил, Вазген, Семен и Омар.

Юрий стоял раньше Михаила, но после Омара. Вазген и Омар не стояли рядом, а Семен не находился рядом ни с Омаром, ни с Юрием, ни с Вазгеном. В каком порядке стоят ребята?

В казино

В казино г. Лас-Битас установлена рулетка, колесо которого имеет тысячу гнезд с номерами от 1 до 1000. Если выпадающий при вращении рулетки номер делится на целую часть своего кубического корня, то это выигрышный номер, и казино выплачивает 5 долларов, в противном случае это проигрышный номер, и уже играющий обязан уплатить 1 доллар. Можно ли рассчитывать "сделать деньги" на таких условиях, если принять, что каждый номер выпадает по одному разу в 1000 играх?

Средний выигрыш — т.е. сумму, которую играющий выиграет (или проиграет) за одну игру, — можно вычислить, подсчитав сперва число выигрышных номеров B и число проигрышных номеров $П$ ($П = 1000 - B$). Если каждый номер выпадает по одному разу в 1000 играх, то он выигрывает $5B$ долларов и проигрывает $П$ долларов, так что средняя сумма выигрыша составит

$$\frac{5B - П}{1000} = \frac{5B - (1000 - B)}{1000} = \frac{6B - 1000}{1000}$$

долларов. Это означает, что если выигрышных номеров 167 и более, то играющий извлекает прибыль; в противном случае выигрывает казино.

Но как подсчитать число выигрышных номеров среди тысячи? Проще всего это сделать с помощью компьютерной программы, которая на школьном алгоритмическом языке имеет вид:

```
алг В_казино
нач цел выпало, количество_выигрышей, корень
  количество_выигрышей := 0
  нц для выпало от 1 до 1000
    корень := цел(выпало ** (1/3))
    если mod(выпало, корень) = 0
      |то
      |количество_выигрышей :=
      |количество_выигрышей + 1
    все
  кц
  вывод нс, количество_выигрышей
кон
```

Примечания

1. цел — функция, возвращающая целую часть числа — своего аргумента.

2. ** — знак операции возведения в степень.

3. mod — функция, определяющая остаток от деления своего первого аргумента на второй; в других языках программирования для расчета используется не функция, а специальная операция.

Выполнив программу, можно установить, что искомое число выигрышей равно 172, следовательно, наша формула для средней суммы выигрыша за одну игру сводится к $(6 \cdot 172 - 1000)/1000$ долларам, что составляет 3,2 цента. Можно рассчитывать стать богаче примерно на 3,20 доллара, сделав 100 ставок по 1 доллару. (Если, конечно, владельцы казино не сделают так, что номера будут выпадать с равной вероятностью, но некоторые — "равнее" других ☺.)

Попробуем обобщить задачу. Предположим, что 1000 заменяется на 10 000. (Мы допускаем, что у владельцев казино есть возможность установить игровое колесо побольше.) Каким тогда будет число выигрышных номеров?

Задание для самостоятельной работы № 1

С помощью программы, подготовленной на известном языке программирования, получите ответ на только что заданный вопрос. Ответ, пожалуйста, пришлите в редакцию.

Далее. Приведенная программа нерациональна — в ней рассматриваются все 1000 (а при необходимости и больше) чисел, для каждого из них вычисляется кубический корень, берется его целая часть, происходит много проверок и т.п. Можно значительно сократить вычисления, если "идти" не от чисел, а от их кубических корней, точнее — целой части последних. При 1000 номерах целая часть корня (назовем эту величину — *корень*) может быть равна 1, 2, ..., 10. Если *корень* = 1, то ему соответствуют выигрышные номера от 1 до 7, ибо для каждого из них $[\sqrt[3]{n}] = 1$ (квадратные скобки означают целую часть числа, записанного между ними). При *корень* = 2 выигрышными являются только четные числа из диапазона от $2^3 = 8$ до $3^3 - 1 = 26$. Среди номеров от $3^3 = 27$ до $4^3 - 1 = 63$ такие номера — только те, которые делятся на 3 (*корень* = 3) и т.д.

Задание для самостоятельной работы № 2

Разработайте программу, учитывающую только что приведенные рассуждения, и пришлите ее в редакцию. Программа должна подсчитывать количество выигрышных номеров при заданном общем числе номеров N на колесе рулетки. Все приславшие правильную программу будут награждены дипломами.

Литература

1. *Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О.* Конкретная математика. М.: Мир, 1998.

[3] Задача предназначена для учащихся начальной школы и учеников 5–7-х классов.

“ЛОМАЕМ” ГОЛОВУ

Антианаграммы

А.А. Мячев,
Москва

Вам, очевидно, известна игра “Анаграмма”, в которой необходимо из букв заданного слова получить другие слова, учитывая следующее правило: в этих словах каждая буква должна встречаться не большее число раз, чем она встречается в заданном слове. Например, из слова *монитор* можно получить слова *том*, *ром*, *мор*, *мир*, *трио* и др., но нельзя получить слово *ротор* (в слове *монитор* только одна буква *р*). Предлагаемое задание является как бы обратным по отношению к анаграмме — необходимо по заданным словам, составленным из букв некоторого слова по правилам анаграммы, определить это слово. При этом следует иметь в виду:

1) исходное (оно же искомое) слово связано с информатикой;

2) все буквы заданных слов, в том числе повторяющиеся, имеются в исходном слове.

Заданные слова

1. Соль, тени.
2. Тело, накипь.
3. Тина, Си.
4. Кол, отпор.
5. Рак, тиф.
6. Ель, бак.
7. Астма, гриль.
8. Кожа, род.
9. Ре, скот.
10. Кум, нет, до.
11. Опрос, ре, сом, цирк.
12. Один, и, карта.
13. Сейф, не, тир.
14. Пума, ля, и, трон.
15. Ля, рык.
16. Корт, поло.
17. Тура, шторм, риза.
18. Лес, трак.

Переставьте также буквы в приведенных ниже четырех словах так, чтобы получились термины, связанные с информатикой.

1. Лапта.
2. Петарда.
3. Реверс.
4. Тропа.

Прокомментируйте найденные в обоих заданиях термины.

От редакции. Ответы присылайте в редакцию (можно выполнять не все задания).

Чему равно ABCD?

Решите, пожалуйста, числовой ребус:

$$\mathrm{ABCD} \times 4 = \mathrm{DCBA}.$$

В нем одинаковые цифры зашифрованы одинаковыми буквами, разные цифры — разными буквами.

Добейтесь равенства

Перед вами выражение: 987654321 = 100. Сделайте его правильным, используя 4 знака “+” или “–” в его левой части.

Два судоку

Решите, пожалуйста, две японские головоломки “судоку”:

1) простую:

						5	7	
7		6		9				
	4					3	6	
		8						6
	7	5			3	2	1	
9					7	4		
	3	1					4	
				8		6		1
	5	4						

2) более сложную:

			7			4		
7		6	1	4		3		
	1	4	2	8				
		5				2		
6	2	7				9		8
		3			2			
	7							2
					4	5		
					3	8		4

Ответы присылайте в редакцию (можно решать не все судоку).

ПОИСК ИНФОРМАЦИИ

Шесть вопросов. Вариант 4

Ответы на приведенные ниже вопросы найдите в Интернете или по другим источникам информации.

1. Он был навархом Спарты, когда разгромил афинян при Эгоспотамах. Кто именно?

2. Какому русскому поэту принадлежат слова “Как Магдалина плачешь ты, и как русалка ты хохочешь”?

3. Название какого простейшего трехатомного спирта происходит от греческого слова “сладкий”?

4. Кто в 214 году до нашей эры приказал построить ее?

5. Какой канал Санкт-Петербурга отходит от реки Екатерингофки, охватывает с севера парк Екатерингоф и у Сутугина моста соединяется с рекой Таракановкой?

6. Какой сладкий десерт и в каком году был создан герцогом, служившим французским послом в Бельгии (много позже десерт и назвали в честь автора). Какой была фамилия герцога?

Еще раз о греческой алфавитной системе счисления

М.А. Цайгер,
кандидат технических наук

В статье [1] рассказывалось о том, что древние греки использовали для записи чисел буквы своего алфавита. Для обозначения единиц (от 1 до 9), десятков (от 10 до 90) и сотен (от 100 до 900) существовала своя *эннеяда* (по-гречески — девятка) знаков. Над буквами ставилась горизонтальная черта, показывающая, что это не слово, а число. Буквы-знаки записывались так, что сначала шли буквы, соответствовавшие бóльшим значениям. Например, число 245 представлялось в виде:

$$\overline{\sigma\mu\varepsilon}$$

Рис. 1

Буква σ (сигма) соответствовала 200, μ (мю) — 40, ε (эпсилон) — 5.

А как записывались дроби? До нашего времени дошло мало сведений об этом. Практически первым дошедшим до нас источником, сообщающим о технике арифметических вычислений в греческой алфавитной системе, были два письма Николая Артавазда по прозвищу Рабда — старшего писаря при дворе византийского императора Иоанна V Палеолога [2]. Эти письма датируются 1341 годом.

В средневековой Византии широко использовались так называемые “единичные дроби”, то есть числитель которых равен единице (их иногда называют “египетскими дробями”, указывая на происхождение из Древнего Египта). Запись таких дробей в письмах Рабда осуществлялась в форме записи только числителя, вслед за которым использовался знак ". Над буквами знаменателя горизонтальная черта не ставилась. Например, $\frac{1}{345}$ записывалась как τμε". Иногда вместо знака " использовалась буква α (альфа) или сочетание ον (в обоих случаях — в виде верхнего индекса), но это скорее всего связано с падежным окончанием числительного. Например, дробь $\frac{1}{10}$ могла иметь варианты записи, показанные на *рис.* 2.

$$\iota''\quad \iota^{\alpha}\quad \iota^{ov}$$

Рис. 2

Смешанное число состояло из целой части и нескольких единичных дробей, например, число $123\,\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ представлялось так:

$$\overline{\rho\kappa\gamma}\;\gamma''\,\varepsilon''$$

Рис. 3

Наряду с единичными дробями, в письмах Рабда широко используются также обыкновенные дроби (с числителем, превышающим единицу). Как правило, такие дроби записаны следующим образом: сначала знаменатель в виде единичной дроби, затем — числитель, причем над его буквами ставилась горизонтальная черта. Например, дробь $\frac{78}{345}$ записывалась в виде:

$$\tau\mu\varepsilon''\,\overline{o\eta}$$

Рис. 4

Следует отметить, что для обозначения ½ в греческой алфавитной системе существовал специальный знак. Его вид в письмах Рабда показан на *рис.* 5.

$$\varsigma''$$

Рис. 5

Литература

1. *Цайгер М.А.* Греческая алфавитная система счисления. / “В мир информатики” № 133–135 (“Информатика” № 21–23/2009).

2. *Paul Tannery*. Notices sur les DEux Lettres Arithmétiques Nicolas Rahbdas (Заметки о двух арифметических письмах Николая Рабда). / Notices et Extraits de Manusripts de la Bibliothéque Nationale. Paris, 1886.

GAMES.EXE

Игра “Три кучки камней”

Имеются три кучки камней: в первой — 10, во второй — 15, в третьей — 20. Играют двое. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие.

Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет в эту игру — начинающий ее или делающий ход вторым?

ЗАДАЧНИК

Правильные часы

Часовому мастеру принесли трое часов и попросили выверить их ход. Мастер включил секундомер и посмотрел на часы № 1 и № 2. За 11 минут хода часов № 1 часы № 2 отсчитали 10 минут. Потом он сравнил часы № 2 и № 3 — за 12,5 минуты хода часов № 2 часы № 3 прошли 12 минут. Посмотрев затем в течение 8,25 минуты на часы № 1, мастер остановил секундомер и впервые взглянул на него — он отсчитал ровно 30 минут. Определите, какие часы идут точно.

Итоги 2-го тура конкурса № 80 “Определение «лишнего» элемента последовательности”

Напомним, что необходимо было определить, какое слово, число, символ или фамилия являются “лишними” в приведенных последовательностях.

1. Налим, сельдь, карась, лосось, плотва, окунь, треска, форель, кефаль.

Ответ — сельдь (единственное слово из одного слога).

Правильным признано также такое обоснование: “Все названия рыб этой последовательности имеют две гласные буквы, кроме названия *сельдь*, которое имеет одну гласную букву”.

Кроме того, редакция решила признать правильным ответ — окунь, как единственное название, начинающееся с гласной буквы, или как единственное слово, состоящее из 5 букв (в остальных названиях — 6 букв).

Не приняты ответы, связанные с особенностями рыб (а не их названий), такие, как “У плотвы красные глаза” (?!) или “Окунь — хищная рыба” (хищными считаются также треска, налим и лосось), “Сельдь может быть только морской рыбой” (треска тоже), “Кефаль, так как она не водится в Карелии” (?!), а также такое: “Лишнее слово — треска, так как оно нарушает последовательность из одного слова без мягкого знака на конце и трех слов с мягким знаком на конце”.

2. 82, 37, 14, 26, 65, 12, 21

Ответ — 37 (единственное простое число).

Не принят такой ответ, как “26, так как чередуются четные и нечетные числа” (тогда лишним может быть и число 14).

3. ∀ Y P ⌋ X .

Публикуя данное задание, редакция подразумевала такой правильный ответ: “Первый символ — он не входит в таблицу кодировки ASCII”. К сожалению, никто из участников конкурса так не ответил. По представленным ответам решение об их правильности пока не принято и будет опубликовано позже.

4. < Ω ⊂ ∀ Z

Ответ — “лишним” является четвертый символ, как единственный, который нельзя нарисовать, не отрывая карандаш от бумаги и не проводя дважды по одному и тому же участку линии. Такое объяснение привели Алексей Еськин, Анна Рябова и Надежда Сидорова, учащиеся Ардатовского ПУ-104 (поселок Ардатов Нижегородской обл.).

Редакция приняла также в качестве правильных ответы:

— Дарьи Горбачевой из средней школы села Кипцы, Саратовская обл.: “Z — так как этот символ не имеет оси симметрии”;

— других учеников указанной только что школы: “Третий символ, как не имеющий углов”;

— Анастасии Софроновой из школы № 2 г. Медвежьегорска, Республика Карелия: “Ω — буква греческого алфавита”. “Z — так как этот символ не имеет оси симметрии”.

Не приняты такие ответы:

— “Z, так как остальное можно отнести к математической символике” (символ “Z” часто используется в математике);

— “∀, так как Ω и Z последние буквы своих алфавитов, а знаки “<” и “⊂” — знаки отношений для чисел и множеств” (указаны два разных признака для разных групп символов);

— “∀ — нарушает порядок символ, буква, символ, ...” (буква также является символом);

— “∀, так как этот символ нарушает последовательность: знак операции отношений, буква...”;

— “< — единственный знак, который не является элементом Microsoft Equation 3.0” (в объектах Microsoft Equation 3.0 символы “<” и “>” использовать можно);

— “Ω, остальные символы используются в математике” (этот символ можно использовать в математических формулах Microsoft Equation 3.0)

и, конечно, такой ответ, как “Лишний — элемент № 5, так как это не символ”.

5. % + H Ф N.

Ответ – %.

В этом списке только первый символ, как геометрическая фигура, состоит из отдельных элементов. Такое объяснение привели указанные выше учащиеся Ардатовского ПУ-104, а также Титовец Олеся, ученица школы № 31 поселка Краснобродский Кемеровской обл.

В качестве правильного ответа редакция также приняла следующий: “N, так как этот символ нельзя набрать в режиме ввода русских букв”. Такой ответ дала Анастасия Софронова. По сути аналогичным является ответ: “N — единственный элемент, который можно набрать *только* в режиме ввода английских букв”. Его привели Вячеслав Коновалов, Валерия Бровкина и Анастасия Гультяева, ученики школы № 3 села Сухово, Красноярский край.

Не приняты такие ответы:

— “N — буква английского алфавита” (такой же буквой может быть “H”);

— “Ф, так как все остальные символы находятся на верхнем регистре клавиш клавиатуры” (там же расположен символ “H”);

— “N, так как остальные символы можно набрать в режиме ввода русских букв” (при этом можно набрать также символы “+”, “%” и др.);

— “N — верхний латинский регистр” (этому признаку соответствуют также символы “+”, “H”, “%”);

— “N, так как все остальные символы мы употребляем и в английском, и в русском языках” (буква “Ф” в английском алфавите отсутствует).

6. П.Л. Чебышёв, В.Я. Буняковский, И.С. Тургенев, Вольфганг Амадей Моцарт, М.Ю. Лермонтов, П.И. Чайковский, Гектор Луи Берлиоз.

Все перечисленные “талантливые люди” (так написали в своем ответе Алексей Еськин, Анна Рябова и Надежда Сидорова), за исключением Моцарта, жили в XIX веке.

Редакция также приняла в качестве правильного ответ Владимира Суховеева, Артема Лисохмары и Людмилы Меньшовой, учащихся гимназии № 1 г. Новохоперска Воронежской обл.: "М.Ю. Лермонтов, так как он один из списка погиб на дуэли".

Здесь же заметим, что в списке представлены не один, а два математика — Пафнутий Львович Чебышёв и Владимир Яковлевич Буняковский.

По всем заданиям не приняты ответы, в которых в качестве "лишнего" указаны два или более элемента (фамилии или т.п.), а также ответы, данные без обоснования.

Итоги 3-го тура конкурса № 80 "Что должно стоять на месте символа «?»"

Напомним, что необходимо было определить, какое число или какой символ должны стоять на месте вопросительного знака.

1.

5	7	4	9	8	2	7
3	8	6	4	7	5	9
9	6	1	4	5	8	?

Ответ

1-й вариант — число 9 (в каждой строке сумма элементов равна 42).

2-й вариант — число 6 (цифра, получаемая при сложении цифр в первой и второй строках таблицы).

Не принят такой ответ, как 7 с обоснованием "последняя цифра суммы цифр в последнем столбце, увеличенная на 1" (это обоснование не подходит для цифр 8, 7 и 5).

За правильные ответы, указанные без обоснования, жюри решило начислять не 1 балл, а 0,9.

2. 5 11 23 ? 95 191

Ответ — 47 (в приведенной последовательности каждое очередное число равно удвоенному предыдущему плюс 1).

По сути аналогичным является обоснование, приведенное Данилом Осокиным, учеником школы № 1 из поселка Надвоицы, Республика Карелия: "Разность между соседними элементами последовательности увеличивается в 2 раза".

3.

742	(8710)	138
395	(12167)	972
812	(?)	356

Ответ — 1168 (число, получаемое при поразрядном суммировании цифр, начиная с единиц).

В качестве правильного принят также ответ Алексея Зорихина из школы № 7, г. Нижняя Салда, Свердловская обл., — число 10 168 (в скобках получается число по следующему правилу: два крайних числа сложить и в сумме вместо второй слева цифры записать уменьшенную на 1 цифру и единицу). По сути такое же обоснование привели учащиеся Ардатовского ПУ-104.

4.

188	(300)	263
189	(448)	301
190	(?)	449

Ответ — 1036 (учетверенная разность чисел в левом и правом столбцах).

5. Ь, Ь, Т, Ь, ?, Ь, Ь, Т, Ь, Ь, Ь, Ь

Ответ

1-й вариант — Ь (повторяются последовательности букв "Ь, Ь, Т, Ь, Ь").

2-й вариант — Й (если принять, что приводятся последние буквы названий месяцев — январь, февраль, ...).

Ответы на задание 3-го тура конкурса прислали также Давлетшин Динар и Ибрагимова Гульнара, Республика Татарстан, Азнакаевский р-н, поселок Актюбинский, школа № 3, учитель **Харисова С.Ф.**

Анализ ответов на задания 4-го тура и итоги конкурса № 80 "Соответствия и несоответствия" в целом будут опубликованы в следующем выпуске нашей газеты.

Еще один конкурс "на лето"

Редакция решила рассматривать задание для самостоятельной работы, предложенное в статье "Расчеты в отладчике Debug. Новые команды", как задание еще одного конкурса "на лето" (см. предыдущий выпуск газеты). Мы ждем ваши ответы, лучшие из которых будут отмечены дипломами.

Ответы на задания, предложенные в статье "Эх, яблочко" (рубрика "Поиск информации"), прислали также Микелсон Анна, Олифер Анастасия, Петкявичюте Кристина, Санжиева Алена и Фетисова Арина, г. Калининград, гимназия № 40, учитель **Медведькова Н.А.**

Японскую головоломку "судоку" решила также Гайсина Галия, Республика Башкортостан, г. Уфа, школа № 18, учитель **Искандарова А.Р.**

Правильные решения ребусов, опубликованных в 153-м номере нашей газеты, представили также:

— Белослудцев Виталий, Кирченкова Надежда, Лаврентьева Виктория, Маркарян Офелия, Никандрова Анжелика, Никонова Екатерина, Охотникова Екатерина, Оюн Аржаан, Пискун Саша, Рыжова Оксана, Семенова Олеся, Сидорина Екатерина, Федосеев Николай, Ярославкин Артем и Ярошевский Андрей, Москва, Центр образования № 1406 (школа для обучающихся с нарушениями слуха), учитель **Миронова А.А.**;

— Васильев Виктор, средняя школа села Горелово Тамбовской обл., учитель **Шитова Л.А.**;

— Кинзебаева Рената и Луговая Елизавета, Республика Башкортостан, г. Уфа, лицей № 21, учитель **Болдырева С.В.**;

— Филимонова Галина, г. Пенза, школа № 512, учитель **Гаврилова М.И.**

Головоломку "Расшифруйте пример" правильно решили также:

— Андрющенко Александр и Свистунов Николай, Ставропольский край, Кочубеевский р-н, станица Барсуковская, школа № 6, учитель **Рябченко Н.Р.**;

— Филимонова Галина, г. Пенза, школа № 512, учитель **Гаврилова М.И.**

Программы решения задач, предложенных для самостоятельной работы в статье "Еще раз об оптимизации программ", представили:

— Новиков Владислав, Республика Башкортостан, г. Уфа, лицей № 60, учитель **Гильзер Н.В.**;

— Яновский Виталий, Москва, гимназия № 1530, учитель **Шамшев М.В.**

Владислав и Виталий будут награждены дипломами. Поздравляем!

Участниками конкурса № 80 "Соответствия и несоответствия" с 1-го тура являются также:

— Бергер Юлия, Свердловская обл., г. Нижняя Салда, школа № 7, учитель **Зорихина Н.Ю.**;

— Давлетшин Динар, Республика Татарстан, Азнакаевский р-н, поселок Актюбинский, школа № 3, учитель **Харисова С.Ф.**;

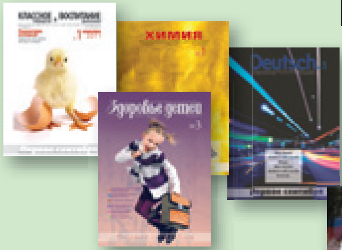
— Яковлева Александра, средняя школа поселка Новопетровский Московской обл., учитель **Артамонова В.В.**

Издательский дом

ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ

представляет

ЛЬГОТНАЯ РЕДАКЦИОННАЯ ПОДПИСКА



на II полугодие 2011 года

Подпишитесь на нашем сайте

www.1september.ru

и вы получите скидку на подписку!

БУМАЖНАЯ ВЕРСИЯ
(получение по почте)

1080 рублей - **льготная цена на полгода**

960 рублей - **льготная цена на полгода** **для тех, кто подписывался через сайт на первое полугодие 2011 года**

ЭЛЕКТРОННАЯ ВЕРСИЯ
(получение по интернету)

699 рублей - **льготная цена на полгода**

599 рублей - **льготная цена на полгода** **для тех, кто подписывался через сайт на первое полугодие 2011 года**

Справки по телефону: 8-499-249-47-58, e-mail: podpiska@1september.ru