ИГРЫ РАЗУМА

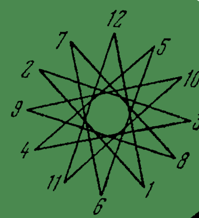
Затейные задачи

Ф

ИГРЫ РАЗУМА

Борис Кордемский

Затейные задачи



- ГОЛОВОЛОМНЫЕ ПЕРЕСТАНОВКИ
- МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ
- ЗАДАЧИ НА СМЕКАЛКУ

ИГРЫ РАЗУМА

ИГРЫ РАЗУМА

Борис Кордемский

Затейные задачи

Санкт-Петербург
Амфора • 2015

УДК 37.018.1
ББК 74.9
К 66

12+
Издание не рекомендуется детям младше 12 лет

Кордемский Б.
К 66 Затейные задачи / Борис Кордемский. — СПб. : ООО «Торгово-издательский дом «Амфора», 2015. — 223 с. : ил. — (Серия «Игры разума»).

ISBN 978-5-367-03615-2 (Серия)
ISBN 978-5-367-03621-3 (Вып. 6)

Книга содержит 166 занимательных задач, фокусов и шуток, требующих работы ума, развивающих сообразительность и необходимую логичность в рассуждениях. Ко всем задачам даны ответы и решения.

УДК 37.018.1
ББК 74.9

ISBN 978-5-367-03615-2 (Серия)
ISBN 978-5-367-03621-3 (Вып. 6)

К читателю

В труде, в учении, в игре, во всякой творческой деятельности нужны человеку сообразительность, находчивость, догадка, умение рассуждать — все то, что наш народ метко определяет одним словом «смекалка». Смекалку можно воспитать и развить систематическими и постепенными упражнениями, в частности решением математических задач как школьного курса, так и задач, возникающих из практики, связанных с наблюдениями окружающего нас мира вещей и событий.

Для внепрограммных занятий, бесед и развлечений в свободный вечер, в семейном кругу и с друзьями, или в школе на внеклассных встречах и предназначен сборник математических миниатюр: разнообразных задач, математических игр, шуток и фокусов, требующих работы ума, развивающих смышленость и необходимую логичность в рассуждениях.

Такого рода математические задачи «малой формы» возникают иногда как побочный продукт серьезных изысканий ученого; много задач придумывается любителями, а также педагогами в качестве специальных упражнений для умственной гимнастики. Они, подобно загадкам и пословицам, обычно не сохраняют авторства и становятся достоянием общества.

Эта книга предназначена для читателей с самой разнообразной степенью математической подготовки:

— для подростка 10–11 лет, делающего первые попытки самостоятельных размышлений;

— для школьника старших классов, увлеченного математикой;

— для взрослого, желающего испытать и поупражнять свою догадку.

В конце книги помещены решения задач, но не следует торопиться в них заглядывать.

Всякая задача на сообразительность таит в себе некоторую изюминку и представляет собой в большинстве случаев крепкий орешек, раскусить который не так-то легко, но тем более заманчиво.

Если решение задачи вам не удается сразу, можно временно пропустить ее и перейти к следующей. Позже вернетесь к пропущенной задаче.

Эта книга не для легкого чтения в один присест, а для работы на протяжении, может быть, ряда лет, книга для регулярной умственной гимнастики небольшими порциями, спутник читателя в его постепенном математическом развитии.

Весь материал книги подчинен воспитательной и образовательной цели: побудить читателя к самостоятельному творческому мышлению, к дальнейшему совершенствованию своих математических знаний.

ЗАДАЧИ

1. Наблюдательные ребята

Школьники — мальчик и девочка — только что произвели метеорологические измерения.

Теперь они отдыхают на пригорке и смотрят на проходящий мимо них товарный поезд.

Паровоз на подъеме отчаянно дымит и пыхтит. Вдоль полотна железной дороги ровно, без порывов, дует ветер.

— Какую скорость ветра показали наши измерения? — спросил мальчик.

— Семь метров в секунду.

— Сегодня мне этого достаточно, чтобы определить, с какой скоростью идет поезд.

— Ну да? — усомнилась девочка.

— А ты присмотрись повнимательнее к движению поезда.

Девочка немного подумала и тоже сообразила, в чем тут дело.

А увидели они в точности то, что нарисовал художник (рис. 1). С какой же скоростью шел поезд?

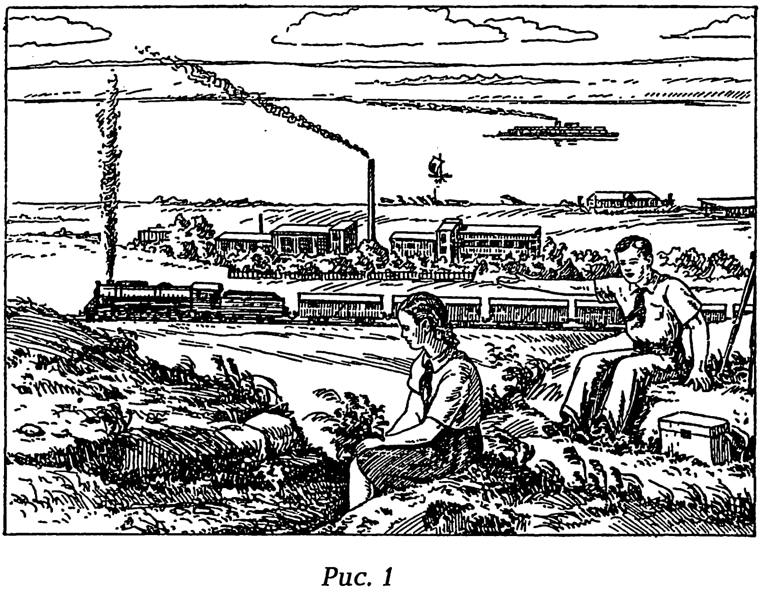


Рис. 1

2. Каменный цветок

Помните талантливого умельца мастера Данилу из сказки П. Бажова «Каменный цветок»?

Рассказывают на Урале, что Данила, будучи еще учеником, выточил два таких цветка (рис. 2), листья, стебли и лепестки которых разнимались, а из образовавшихся частей цветков можно было сложить пластинку в форме круга.

Попробуйте! Перерисуйте Данилины цветочки на бумагу или картон, вырежьте лепестки, стебли и листья и сложите круг.

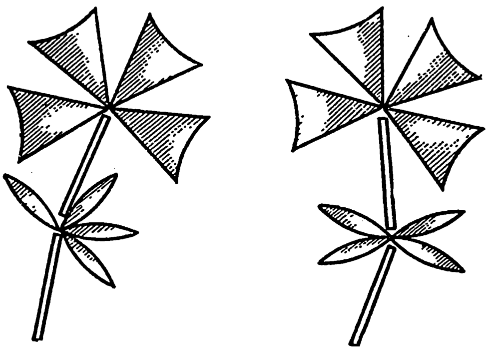


Рис. 2

3. Перемещение шашек

Положите на стол 6 шашек в ряд попеременно — черную, белую, еще черную, еще белую и т. д. — так:

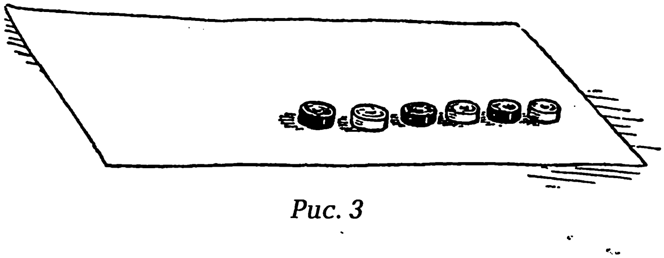


Рис. 3

Справа или слева оставьте свободное место, достаточное для четырех шашек.

Требуется переместить шашки так, чтобы слева оказались все белые, а вслед за ними все черные. При этом перемещать на свободное место нужно сразу две рядом лежащие шашки, не меняя порядка, в котором они лежат. Раздвигать или сближать шашки не разрешается. Для решения задачи достаточно сделать три перемещения.

Если у вас нет шашек, воспользуйтесь монетами или нарежьте кусочки бумаги, картона.

4. В три хода

Положите на стол 3 кучки спичек. В одну кучку положите 11 спичек, а в другую — 7, в третью — 6. Перекладывая спички из одной кучки в любую другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 8 спичек. Это возможно, так как общее число спичек — 24 — делится на 3 без остатка; при этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней есть. Например, если в кучке 6 спичек, то и добавить к ней можно только 6, если в кучке 4 спички, то и добавить к ней можно только 4.

Задача решается в 3 хода.

5. Путь садовника

На рис. 4 дан план яблоневого сада (точки — яблони). Садовник обработал все яблони подряд. Начал он с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки, как занятые яблонями, так и свободные, ни разу при этом не возвращаясь на пройденную клетку. По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались различные строения. Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начал свой путь.

Начертите путь садовника.

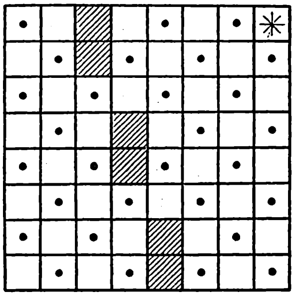


Рис. 4

6. Сосчитайте!

Проверьте свою геометрическую наблюдательность: сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рис. 5.

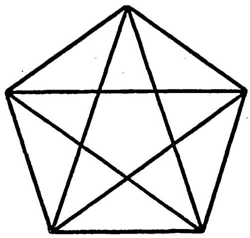


Рис. 5

7. Надо смекнуть

В корзине лежит 5 яблок. Как разделить эти яблоки между пятью девочками, чтобы каждая девочка получила по одному яблоку и чтобы одно яблоко осталось в корзине?

8. Недолго думая

Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырех углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по три кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке?

9. Вниз — вверх*

Мальчик плотно прижал грань синего карандаша к грани желтого карандаша. Один сантиметр (в длину) прижатой грани синего карандаша, считая от нижнего конца, запачкан краской. Желтый карандаш мальчик держит неподвижно, а синий, продолжая прижимать к желтому, опускает на 1 см, затем возвращает в прежнее положение, опять опускает на 1 см и опять возвращает в прежнее положение; 10 раз он так опускает и 10 раз поднимает синий карандаш (20 движений).

Если допустить, что за это время краска не высыхает и не истощается, то на сколько сантиметров в длину окажется запачканным желтый карандаш после двадцатого движения?

10. Переправа через реку
(старинная задача)

Небольшой воинский отряд подошел к реке, через которую необходимо было переправиться. Мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг офицер замечает у берега двух мальчиков, забавляющихся в лодке. Но лодка так мала, что на ней

* Эту задачу придумал математик Леонид Михайлович Рыбаков по дороге к дому после удачной охоты на уток. Что для него послужило поводом к сочинению задачи, вы прочтете на с. 119, после того как решите задачу.

может переправиться только один солдат или только двое мальчиков — не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Каким образом?

Решайте эту задачу в уме или практически — используя шашки, спички или что-либо в этом роде и передвигая их по столу через воображаемую реку.

11. Волк, коза и капуста

Это — тоже старинная задача; встречается в сочинениях VIII века. Она имеет сказочное содержание.

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека никто никого не ел. Человек все-таки перевез свой груз через реку. Как он это сделал?

Рис. 6

12. Выкатить черные шарики

В узком и очень длинном желобе находятся 8 шариков: четыре черных слева и четыре белых чуть-чуть большего диаметра справа (рис. 7). В средней части желоба в стенке имеется небольшая ниша, в которой может поместиться только один шарик (любой). Два шарика могут расположиться рядом поперек желоба только в том месте, где находится ниша. Левый конец желоба закрыт, а в правом конце есть отверстие, через которое может пройти любой черный шарик, но не белый. Как выкатить из желоба все черные шарики? Вынимать шарики из желоба не разрешается.

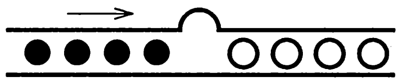


Рис. 7

13. Ремонт цепи

Знаете, над чем задумался молодой мастер (рис. 8)? Перед ним пять звеньев цепи, которые надо соединить в одну цепь, не употребляя дополнительных колец. Если расковать кольцо 3 (одна операция) и зацепиться им за кольцо 4 (еще одна операция), затем расковать кольцо 6 и зацепиться за кольцо 7 и т. д., то всего получится восемь операций, а мастер стремится сковать цепь при помощи только шести операций. Ему это удалось. Как он действовал?

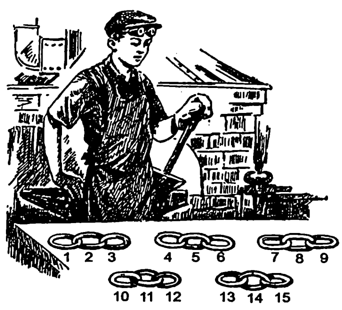


Рис. 8

14. Исправьте ошибку

Возьмите 12 спичек и выложите из них равенство, показанное на рис. 9.

Равенство, как видите, неверное, так как получается, что 6 – 4 = 9. Переложите одну спичку так, чтобы получилось правильное равенство.

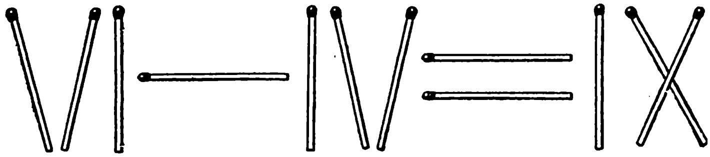


Рис. 9

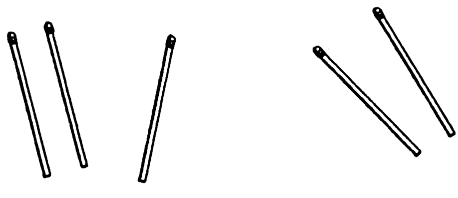
15. Из трех — четыре (шутка)

На столе лежат 3 спички. Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех — четыре. Ломать спички нельзя.

16. Три да два — восемь (еще шутка)

Вот еще аналогичная шутка. Вы можете ее предложить своему товарищу.

Положите на стол 3 спички и предложите товарищу добавить к ним еще 2 так, чтобы получилось 8. Разумеется, ломать спички нельзя.



17. Три квадрата

Из 8 палочек (например, спичек), четыре из которых вдвое короче остальных четырех, требуется составить 3 равных квадрата.

18. Сколько деталей?

В токарном цехе завода вытачиваются детали из свинцовых заготовок. Из одной заготовки — деталь. Стружки, получившиеся при выделке 6 деталей, можно переплавить и приготовить еще одну заготовку. Сколько деталей можно сделать таким образом из 36 свинцовых заготовок?

19. Попробуйте!

В квадратном зале для танцев поставить вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло равное количество кресел.

20. Расстановка флажков

В деревне построили небольшую гидроэлектростанцию. Ко дню ее пуска работники украшают электростанцию снаружи со всех четырех сторон гирляндами, лампочками и флажками. Флажков было немного, всего 12.

Работники сначала расставили их по 4 с каждой стороны, как показано на схеме (рис. 10), потом сообразили, что эти же 12 флажков они могут расставить по 5 и даже по 6 с каждой стороны. Второй проект им понравился больше, и они решили расставить по 5 флажков.

Покажите на схеме, как работники расставили 12 флажков по 5 с каждой из четырех сторон и как они могли бы их расставить по 6 флажков.

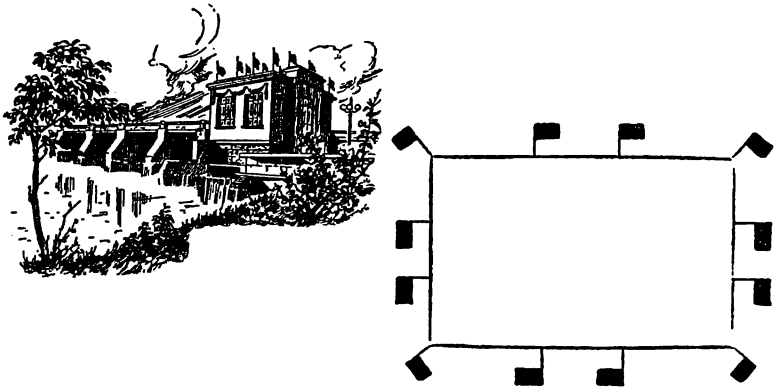


Рис. 10

21. Сохранить четность

Возьмите 16 каких-нибудь предметов (бумажек, монет, слив или шашек) и расположите их по 4 в ряд (рис. 11). Теперь уберите 6 штук, но так, чтобы осталось в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном рядах по четному числу предметов. Убирая разные 6 штук, можно получить разные решения.

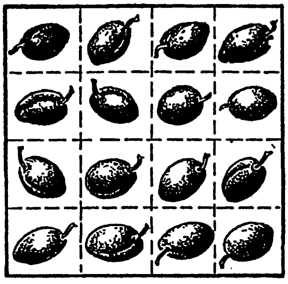


Рис. 11

22. «Волшебный» числовой треугольник

В вершинах треугольника я поместил числа 1, 2 и 3, а вы разместите числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 по сторонам треугольника так, чтобы сумма всех чисел вдоль каждой стороны треугольника равнялась 17. Это нетрудно, так как я подсказал, какие числа следует поместить в вершинах треугольника.

Значительно дольше придется вам повозиться, если я заранее не скажу, какие числа следует поместить в вершинах треугольника, и предложу снова разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, каждое по одному разу, вдоль сторон и в вершинах треугольника так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 20.

Когда получите искомое расположение чисел, поищите еще и еще новые расположения. Условия задачи могут выполняться при самых разнообразных расположениях чисел.

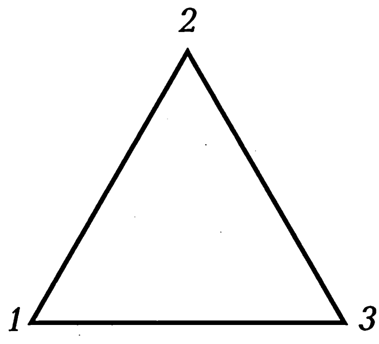


Рис. 12

23. Четырьмя прямыми

Возьмите лист бумаги и поставьте на нем девять точек так, чтобы они расположились в форме квадрата, как показано на рис. 13. Перечеркните теперь все точки четырьмя прямыми линиями, не отрывая карандаша от бумаги.

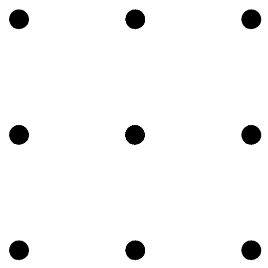


Рис. 13

24. Отделить коз от капусты

Решите теперь задачу, в некотором смысле противоположную предыдущей. Там мы соединяли точки прямыми линиями, а здесь требуется провести 3 прямые линии так, чтобы отделить коз от капусты (рис. 14).

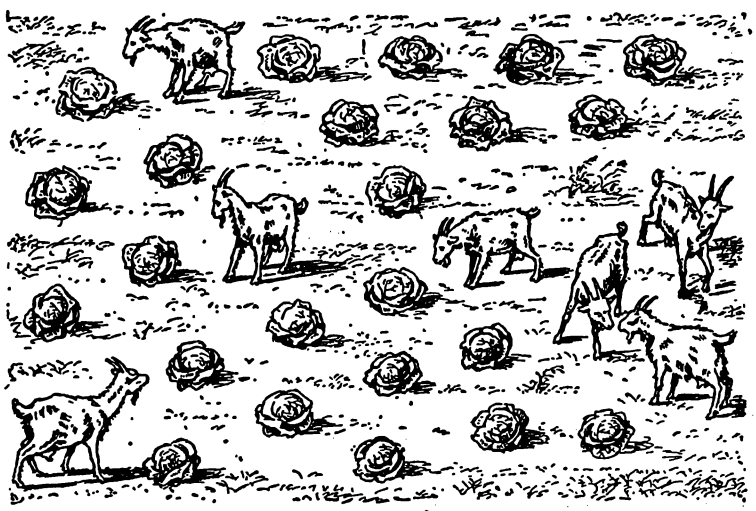


Рис. 14

25. Как играли в мяч 12 девочек

Двенадцать девочек стали в круг и начали играть в мяч. Каждая девочка бросала мяч своей соседке слева. Когда мяч обходил весь круг, его перебрасывали в противоположном направлении. Через некоторое время одна девочка сказала:

— Будем лучше бросать мяч через одного человека.

— Но так как нас двенадцать, то половина девочек не будет участвовать в игре, — живо возразила Наташа.

— Тогда будем бросать мяч через двух третьей!

— Еще хуже: играть будут только четверо... Если хотите, чтобы все девочки играли, надо бросать мяч через четырех пятой. Другой комбинации нет.

— А если бросать мяч через шесть человек?

— Это будет та же самая комбинация, только мяч пойдет в противоположном направлении.

— А если играть через десять, чтобы каждая одиннадцатая ловила мяч? — допытывались девочки.

— Таким способом мы уже играли...

Девочки стали рисовать схемы всех предлагавшихся способов игры и очень скоро убедились в том, что Наташа была права. Только одна схема игры (кроме первоначальной) охватывала всех участниц без исключения (рис. 15а).

Вот если бы игравших девочек было тринадцать, мяч можно было бы бросать и через одну (рис. 15б), и через двух (рис. 15в), и через трех (рис. 15г), и через четырех (рис. 15д), и всякий раз игра охватывала бы всех участниц. Выясните, можно ли при тринадцати играющих бросать мяч через пять человек? А можно ли бросать мяч через шесть человек при тринадцати играющих? Подумайте и для наглядности нарисуйте соответствующие схемы.

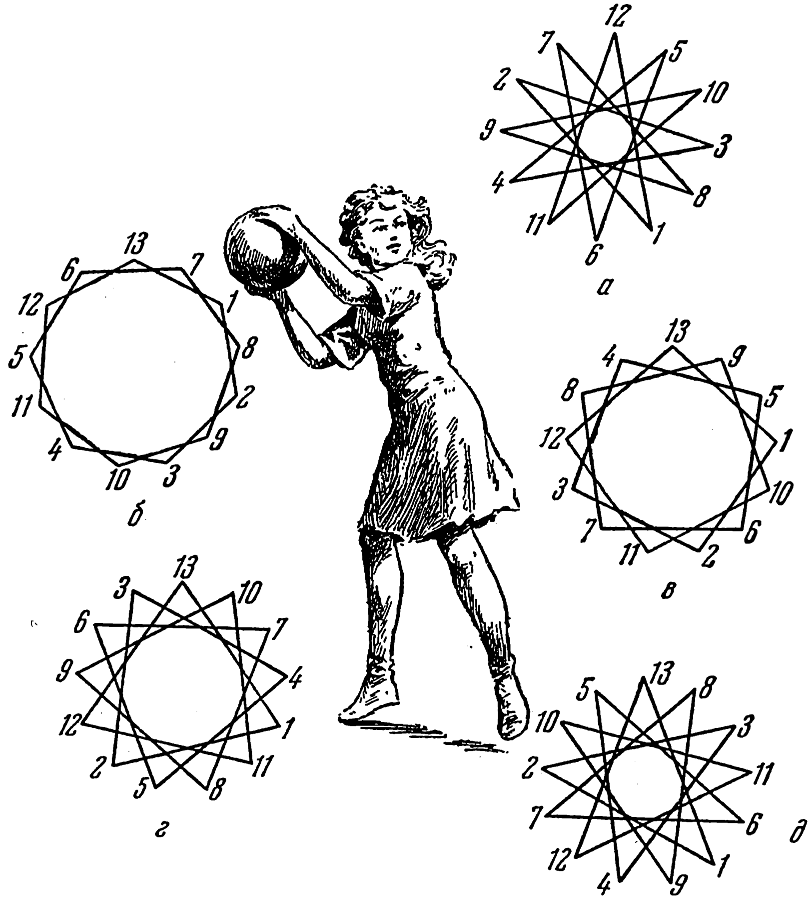


Рис. 15

26. Два поезда

Скорый поезд вышел из Москвы в Санкт-Петербург и шел без остановок со скоростью 60 километров в час. Другой поезд вышел ему навстречу из Ленинграда в Москву и тоже шел без остановок со скоростью 40 километров в час.

На каком расстоянии будут эти поезда за 1 час до их встречи?

27. Во время прилива
(шутка)

Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы 10 ступенек; расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан сегодня очень покоен, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см.

Через сколько времени покроется водой третья ступенька веревочной лесенки?

28. Циферблат

1. Разделите циферблат часов двумя прямыми линиями на три части так, чтобы в результате сложения в каждой части получились одинаковые суммы.

2. Можно ли этот циферблат разделить на 6 частей так, чтобы в каждой части находились два числа, причем суммы этих двух чисел в каждой из шести частей были бы равны между собой?

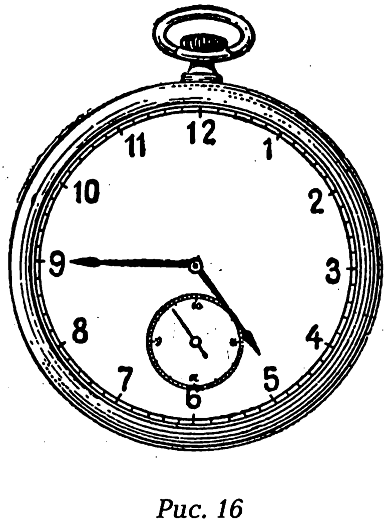


Рис. 16

29. Сломанный циферблат

В музее я видел старинные часы с римскими цифрами на циферблате, причем вместо знакомой нам записи числа четыре (IV) стояли четыре палочки (IIII). Трещины, образовавшиеся на циферблате, делили его на 4 части, как изображено на рис. 17. Суммы чисел в каждой части оказались неодинаковыми: в одной — 21, в другой — 20, в третьей — 20, в четвертой — 17.

Я заметил, что при несколько ином расположении трещин сумма чисел в каждой из четырех частей циферблата равнялась бы 20. При новом расположении трещин они могут и не проходить через центр циферблата. Перерисуйте циферблат в тетрадь и найдите это новое расположение трещин.

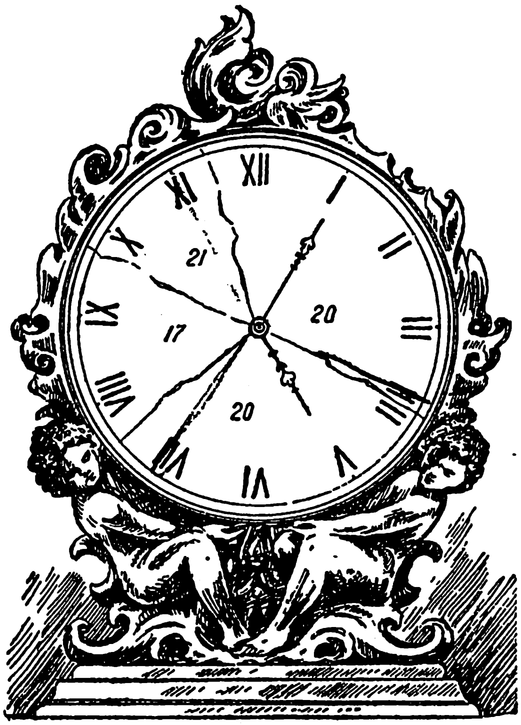


Рис. 17

30. Удивительные часы

Как-то в один дом срочно попросили зайти часовщика.

— Я болен, — ответил часовщик, — и не смогу пойти. Но если починка несложная, я пришлю вам своего ученика.

Оказалось, что нужно было поломанные стрелки заменить другими.

— С этим мой ученик справится, — сказал мастер. — Он проверит механизм ваших часов и подберет к ним новые стрелки.

Ученик отнесся к работе очень старательно, и когда он закончил осмотр часов, уже стемнело. Считая работу завершенной, он торопливо надел подобранные стрелки и поставил их по своим часам: большую стрелку на цифру 12, а маленькую — на цифру 6 (было ровно 6 часов вечера).

Но вскоре после того как ученик вернулся в мастерскую, чтобы сообщить мастеру, что работа выполнена, зазвонил телефон. Мальчик взял трубку и услышал сердитый голос заказчика:

— Вы плохо исправили часы, они неправильно показывают время.

Ученик мастера, удивленный этим сообщением, поспешил к заказчику. Когда он пришел, отремонтированные им часы показывали начало девятого. Ученик вынул свои карманные часы и протянул их разгневанному хозяину дома:

— Сверьте, пожалуйста. Ваши часы ни на секунду не отстают.

Ошеломленный заказчик вынужден был согласиться, что его часы в данный момент действительно показывают правильное время.

Но на другой день утром заказчик опять позвонил и сказал, что стрелки часов, очевидно, сошли с ума и разгуливают по циферблату как им вздумается. Ученик мастера побежал к заказчику. Часы показывали начало восьмого. Сверив время по своим часам, он не на шутку рассердился:

— Вы смеетесь надо мной! Ваши часы показывают точное время!

Часы действительно показывали точное время. Возмущенный ученик мастера хотел тут же уйти, но хозяин удержал его. А через несколько минут они нашли причину столь невероятных происшествий.

Не догадались ли и вы, в чем тут дело?

31. Три в ряд

Расположите на столе 9 пуговиц в форме квадрата по 3 пуговицы на каждой стороне и одну в центре (рис. 18). Заметьте, что если вдоль какой-нибудь прямой линии располагаются 2 пуговицы или более, то такое расположение мы всегда будем называть «рядом». Так, AB и CD — ряды, в каждом из которых по 3 пуговицы, а EF — ряд, содержащий 2 пуговицы.

Определите, сколько на рисунке всего рядов по 3 пуговицы в каждом и сколько таких рядов, в каждом из которых только по 2 пуговицы.

Уберите теперь любые 3 пуговицы и оставшиеся 6 расположите в 3 ряда так, чтобы в каждом ряду было по 3 пуговицы.

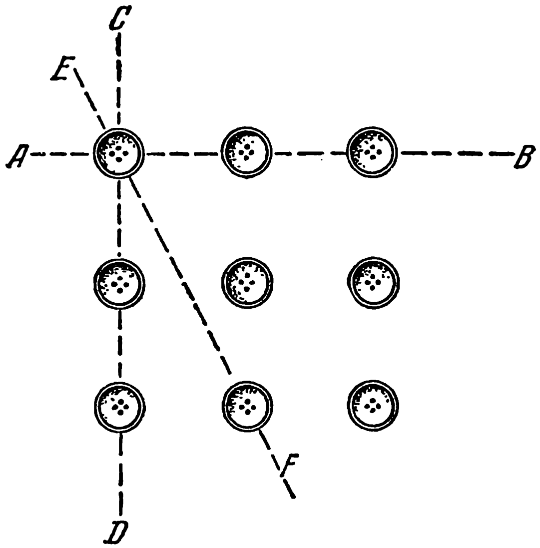


Рис. 18

32. Десять рядов

Нетрудно догадаться, как расположить 16 шашек в 10 рядов по 4 шашки в каждом ряду. Гораздо труднее расположить 9 шашек в 10 рядов так, чтобы в каждом ряду было по 3 шашки.

Решите обе задачи.

33. Расположение монет

На листе чистой бумаги нарисуйте фигуру, представленную на рис. 19, увеличив при этом ее размеры в 2–3 раза, и приготовьте 17 монет следующего достоинства: по 20 копеек — 5 штук, по 15 копеек — 3 штуки, по 10 копеек — 3 штуки, по 5 копеек — 6 штук.

Расположите приготовленные монеты по квадратикам нарисованной фигуры так, чтобы сумма копеек вдоль каждой прямой линии, изображенной на рисунке, равнялась 55.

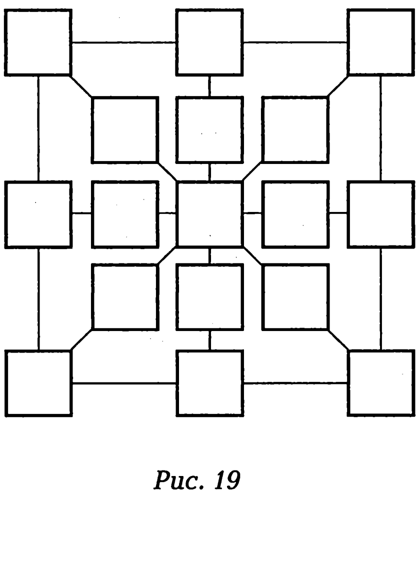


Рис. 19

34. От 1 до 19

В девятнадцати кружках (рис. 20) требуется расставить все целые числа от 1 до 19 так, чтобы сумма чисел в любых трех кружках, лежащих на одной прямой, равнялась 30.

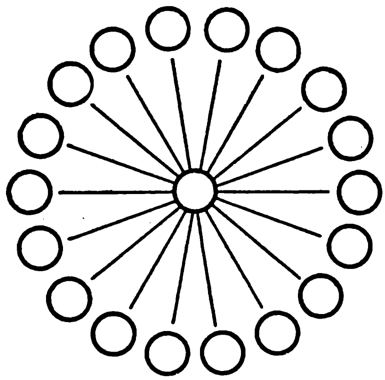


Рис. 20

35. Быстро, но осторожно

Следующие 4 задачи решайте на скорость — кто быстрее даст правильный ответ:

Задача 1. В полдень из Москвы в Тулу выходит автобус с пассажирами. Часом позже из Тулы в Москву выезжает велосипедист и едет по тому же шоссе, но, конечно, значительно медленнее, чем автобус. Когда пассажиры автобуса и велосипедист встретятся, то кто из них будет дальше от Москвы?

Задача 2. Что дороже: килограмм гривенников или полкилограмма двугривенных?

Задача 3. В 6 часов стенные часы пробили 6 ударов. По карманным часам я заметил, что время, протекшее от первого удара до шестого, равнялось ровно 30 секундам. Если для того, чтобы пробить 6 раз, часам понадобилось 30 секунд, то сколько времени будет продолжаться бой часов в полдень или в полночь, когда часы бьют 12 раз?

Задача 4. Из одной точки вылетели 3 ласточки. Когда они будут в одной плоскости?

А теперь спокойными рассуждениями проверьте свои решения и загляните в раздел «Ответы».

Ну как? Не попались ли вы в те небольшие ловушки, которые содержатся в этих несложных задачах?

Такие задачи тем и привлекательны, что они обостряют внимание и приучают к осторожности в привычном ходе мыслей.

36. Фигурный рак

Фигурный рак, изображенный на рис. 21, сложен из 17 кусочков.

Сложите из кусочков этого рака две фигуры сразу: круг и рядом с ним квадрат.

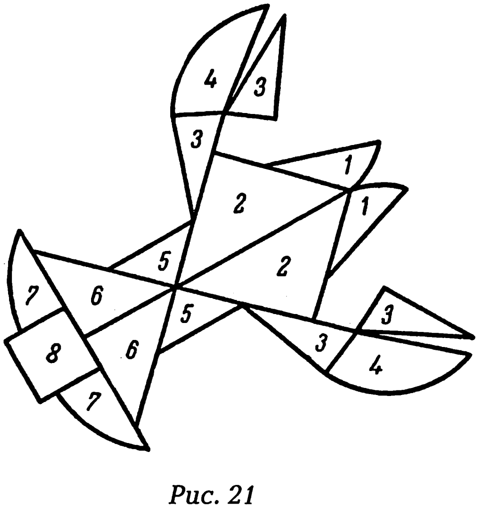


Рис. 21

37. Стоимость книги

За книгу заплатили 1 рубль и еще половину стоимости книги. Сколько стоит книга?

38. Беспокойная муха

По автомагистрали Москва — Симферополь два спортсмена одновременно начали тренировочный велопробег навстречу друг другу. В тот момент, когда между велосипедистами осталось всего 300 км, пробегом очень заинтересовалась муха. Слетев с плеча одного велосипедиста и опережая его, она помчалась навстречу другому. Встретив второго велосипедиста и убедившись, что все благополучно, она немедленно повернула обратно. Долетела муха до первого спортсмена и опять повернула ко второму.

Так она и летала между сближавшимися велосипедистами до тех пор, пока велосипедисты не встретились. Тогда муха успокоилась и села одному из них на нос.

Муха летала между велосипедистами со скоростью 100 км/ч, а велосипедисты все это время ехали со скоростью 50 км/ч. Сколько километров пролетела муха?

39. Две шутки

Первая шутка. Папа позвонил дочке, попросил ее купить кое-что из вещей, нужных ему к отъезду, и сказал, что деньги лежат в конверте на письменном столе. Девочка, мельком взглянув на конверт, увидела написанное на нем число 98, вынула деньги и, не сосчитав их, положила в сумку, а конверт смяла и выбросила.

В магазине она купила на 90 рублей вещей, а когда хотела расплатиться, то оказалось, что у нее не только не остается восьми рублей, как она предполагала, но даже не хватает четырех рублей.

Дома она рассказала об этом папе и спросила, не ошибся ли он, когда считал деньги. Отец ответил, что он сосчитал деньги правильно, а ошиблась она сама и, рассмеявшись, указал ей на ошибку. В чем была ошибка девочки?

Вторая шутка. Приготовьте 8 бумажек с числами 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 и 9 и расположите их в два столбца.

Перемещая всего лишь 2 бумажки, добейтесь того, чтобы суммы чисел в обоих столбцах были одинаковыми.

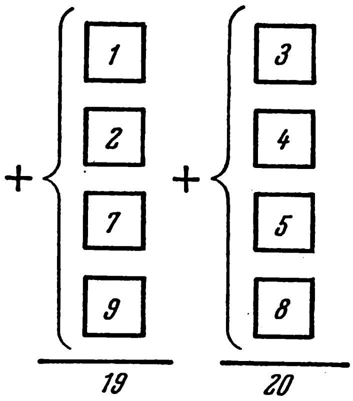


Рис. 22

40. Сколько мне лет?

Когда моему отцу был 31 год, мне было 8 лет, а теперь отец старше меня вдвое. Сколько мне лет теперь?

41. Оцените на глаз

Перед вами два столбца чисел:

123456789	1
12345678	21
1234567	321
123456	4321
12345	54321
1234	654321
123	7654321
12	87654321
1	987654321

Всмотритесь: числа второго столбца образованы из тех же цифр, что и числа первого столбца, но с противоположным порядком их расположения. (Для усиления наглядности нули в левом столбце опущены.)

Какой столбец при сложении даст больший результат?

Сначала сравните эти суммы на глаз, то есть, еще не производя сложения, попытайтесь определить, должны ли они быть одинаковыми или одна должна быть больше другой, а затем проверьте сложением.

42. Сколько их?

У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев. Сколько в этой семье братьев и сколько сестер?

43. Одинаковыми цифрами

Пользуясь только сложением, запишите число 28 при помощи пяти двоек, а число 1000 при помощи восьми восьмерок.

44. Сто

При помощи любых арифметических действий составьте число 100 либо из пяти единиц, либо из пяти пятерок, причем из пяти пятерок 100 можно составить двумя способами.

45. Разборная шахматная доска

Веселый шахматист разрезал свою картонную шахматную доску на 14 частей, как показано на рис. 23. Получилась разборная шахматная доска. Товарищам, приходившим к нему играть в шахматы, он предварительно предлагал головоломку: составить из данных 14 частей шахматную доску. Вырежьте из клетчатой бумаги такие же фигурки и убедитесь сами — трудно или легко из них составить шахматную доску.

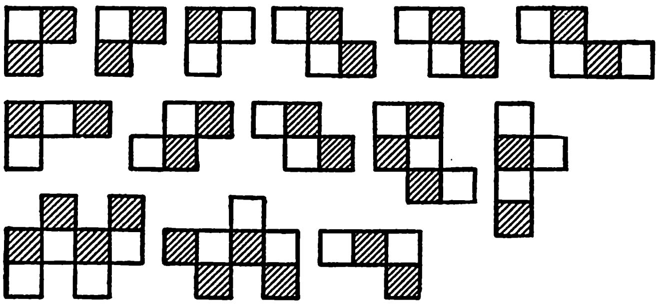


Рис. 23

46. Сколько маршрутов?

Из письма школьников: «Занимаясь в математическом кружке, мы вычертили план шестнадцати кварталов нашего города. На прилагаемой схеме плана (рис. 24) все кварталы условно изображены одинаковыми квадратами.

Нас заинтересовало, сколько разных маршрутов можно наметить от пункта А к пункту С, если двигаться по улицам нашего города только вперед и вправо, вправо и вперед? Отдельными своими частями маршруты могут совпадать (см. пунктирные линии на схеме плана). У нас сложилось впечатление, что это нелегкая задача. Верно ли мы ее решили, если насчитали 70 разных маршрутов?»

Что надо ответить на это письмо?

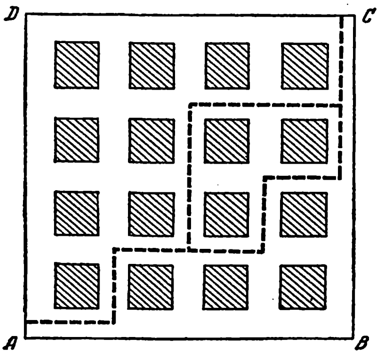


Рис. 24

47. Поиски мины

По окончании полевых занятий с группой суворовцев полковник решил предложить своим воспитанникам задачу на смекалку. Он вынул план местности, расчерченный на квадраты, и сказал: «Два сапера с миноискателями должны обследовать эту местность, чтобы обезвредить вражеские мины. Для этого необходимо обойти все клетки местности, кроме центральной, которую занимает небольшой пруд. В ту клетку, где побывал один сапер, другому идти не следует. Двигаться можно только по горизонтали и вертикали, по диагоналям двигаться нельзя. Один сапер начинает свой маршрут с клетки А и выходит на клетку В, другой — начинает с клетки В и выходит на клетку А. Наметьте возможные маршруты саперов так, чтобы каждый из них прошел через одинаковое количество клеток. Эти несколько необычные условия я предлагаю лишь для проверки вашей смекалки».

Суворовцы перенесли план в свои тетради и через некоторое время справились с задачей. Полковник похвалил их за смекалку. Решите и вы задачу полковника.

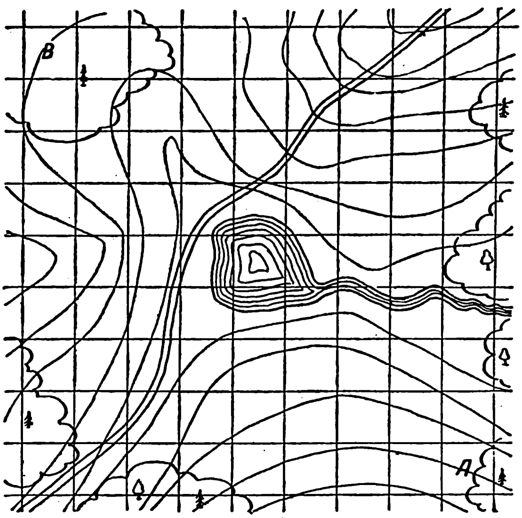


Рис. 25

48. Часы остановились

У меня нет карманных часов, а только стенные, которые остановились. Я отправился к своему знакомому, часы которого идут безукоризненно, узнал время и, не задерживаясь долго, вернулся домой.

Дома я быстро произвел несложные вычисления и поставил стрелки стенных часов в положение, соответствующее точному времени.

Как я действовал и как рассуждал, если предварительно мне не было известно, сколько времени занимает дорога?

49. Озадаченный шофер

О чем подумал шофер, когда он посмотрел на счетчик спидометра своей машины (рис. 26)? Счетчик показывал число 15 951. Шофер заметил, что количество километров, пройденных машиной, выражалось симметричным числом, то есть таким, которое читалось одинаково как слева направо, так и справа налево: 15 951.

— Занятно!.. — пробормотал шофер. — Теперь нескоро, наверное, появится на счетчике другое число, обладающее такой же особенностью.

Однако ровно через 2 часа счетчик показал новое число, которое тоже в обе стороны читалось одинаково.

Определите, с какой скоростью ехал эти 2 часа шофер?

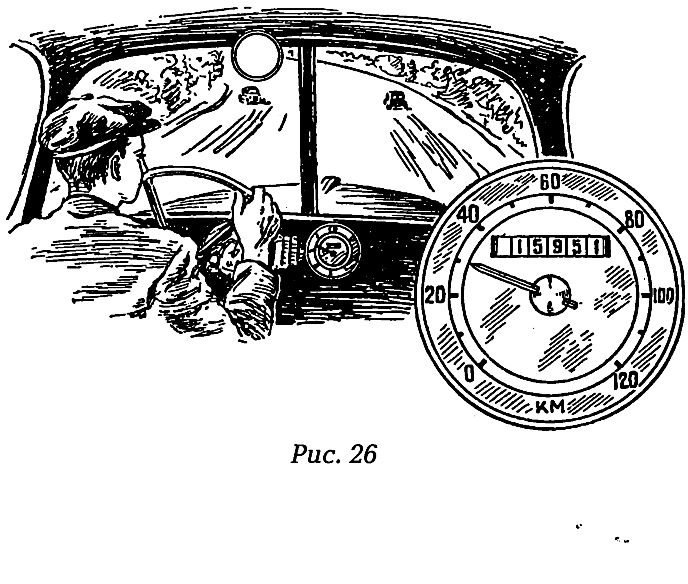


Рис. 26

50. Для Цимлянского гидроузла

В выполнении срочного заказа по изготовлению измерительных приборов для Цимлянского гидроузла приняла участие бригада отличного качества в составе бригадира — старого опытного рабочего — и 9 молодых рабочих, только что окончивших ремесленное училище.

В течение дня каждый из юных рабочих смонтировал по 15 приборов, а бригадир — на 9 приборов больше, чем в среднем каждый из 10 членов бригады.

Сколько всего измерительных приборов было смонтировано бригадой за один рабочий день?

51. Хлебосдачу вовремя

Начиная сдачу хлеба государству, правление колхоза решило доставить в город эшелон с зерном точно к 11 часам утра. Если машины поведут со скоростью 30 км/ч, то колонна прибудет в город в 10 часов утра, а если со скоростью 20 км/ч, то в 12 часов дня.

Как далеко от колхоза до города и с какой скоростью следует ехать, чтобы прибыть как раз вовремя?

52. В дачном поезде

В вагоне электропоезда ехали из города на дачу две подруги-школьницы.

— Я замечаю, — сказала одна из подруг, — что обратные дачные поезда нам встречаются через каждые 5 минут. Как ты думаешь, сколько дачных поездов прибывает в город в течение одного часа, если скорости поездов в обоих направлениях одинаковы?

— Конечно, 12, так как 60 : 5 = 12, — сказала вторая подруга.

Но девушка, задавшая вопрос, не согласилась с решением подруги и привела ей свои соображения.

А что вы думаете по этому поводу?

53. Страшный сон футбольного болельщика

Болельщик, огорченный поражением своей команды, спал беспокойно. Ему снилась большая квадратная комната без мебели. В комнате тренировался вратарь. Он ударял футбольный мяч о стену, а затем ловил его. Вдруг вратарь стал уменьшаться, уменьшаться и, наконец, превратился в маленький целлулоидный мячик для настольного тенниса, а футбольный мяч оказался чугунным шаром. Шар бешено кружился по гладкому полу комнаты, стремясь раздавить маленький целлулоидный мячик. Бедный мячик в отчаянии метался из стороны в сторону, выбиваясь из сил и не имея возможности подпрыгнуть.

Мог ли он, не отрываясь от пола, все-таки укрыться где-нибудь от преследований чугунного шара?

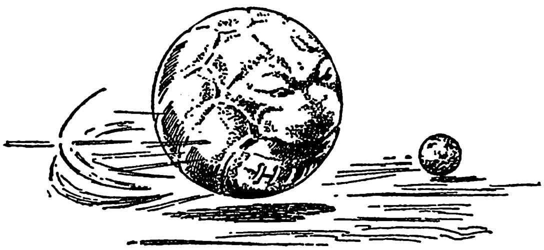


Рис. 27

54. Смекалка кузнеца Хечо

Путешествуя прошлым летом по Грузии, мы иногда развлекались тем, что придумывали всевозможные необыкновенные истории, навеянные каким-нибудь памятником старины.

Как-то раз подошли мы к одинокой древней башне. Осмотрели ее, присели отдохнуть. А был среди нас студент-математик; он тут же придумал занятную задачу:

«Назад тому лет 300 жил здесь князь злой и надменный. Была у князя дочь-невеста, Дариджан по имени. Обещал князь свою Дариджан в жены богатому соседу, а она полюбила простого парня, кузнеца Хечо. Попытались было Дариджан и Хечо убежать в горы от неволи, но поймали их слуги князевы.

Рассвирепел князь и решил назавтра казнить обоих, на ночь же приказал их запереть вот в эту высокую, мрачную, заброшенную, недостроенную башню, а вместе с ними еще и служанку Дариджан, девочку-подростка, которая помогала им бежать.

Не растерялся в башне Хечо, осмотрелся, поднялся по ступенькам в верхнюю часть башни, в окно выглянул — прыгать невозможно, разобьешься. Тут заметил Хечо около окна забытую строителями веревку, перекинутую через заржавленный блок, укрепленный повыше окна. К концам веревки были привязаны пустые корзины, к каждому концу — по корзине. Хечо вспомнил, что при помощи этих корзин каменщики поднимали вверх кирпич, а вниз спускали щебень, причем если вес груза в одной корзине превышал вес груза в другой примерно на 5–6 кг (в переводе на современные меры), то корзина довольно плавно опускалась на землю; другая корзина в это время поднималась к окну.

Хечо на глаз определил, что Дариджан весит около 50 кг, служанка не более чем 40 кг. Свой вес Хечо знал — около 90 кг. Кроме того, он нашел в башне цепь весом в 30 кг. Так как в каждой корзине могли поместиться человек и цепь или даже 2 человека, то им всем троим удалось спуститься на землю, причем спускались они так, что ни разу вес опускающейся корзины с человеком не превышал веса поднимающейся корзины более чем на 10 кг.

Как они выбрались из башни?»

Рис. 28

55. Разложить монеты

Заготовьте 7 спичек и 6 монет. Спички разложите на столе звездочкой, как показано на рис. 29. Начиная от любой спички, отсчитайте по движению стрелки часов третью и около ее головки положите монету. Затем опять отсчитайте третью спичку в том же направлении, начиная от любой спички, против которой еще не лежит монета, и также около головки положите монету.

Действуя таким образом, постарайтесь разложить все 6 монет около головок шести спичек. При отсчете спичек не следует пропускать и тех, около которых уже положена монета; начинать отсчет надо обязательно со спички, не имеющей около себя монеты; двух монет на одно место не класть.

Каким надо руководствоваться правилом, чтобы наверняка решить задачу?

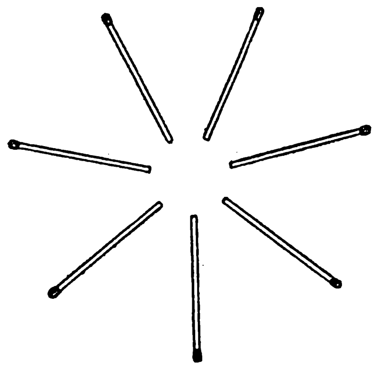


Рис. 29

56. Кот и мыши

Кот Мурлыка только что «помогал» своей юной хозяйке решать задачи. Теперь он сладко спит, а во сне видит себя окруженным тринадцатью мышами. Двенадцать мышей серых, а одна — белая. И слышит кот, говорит кто-то знакомым голосом: «Мурлыка, ты должен съедать каждую тринадцатую мышку, считая их по кругу все время в одном направлении, с таким расчетом, чтобы последней была съедена белая мышь».

Но с какой мышки начать, чтобы правильно решить задачу?

Помогите Мурлыке.

Рис. 30

57. Жребий пал на чижа и малиновку

В конце летнего лагерного периода пионеры решили выпустить на свободу изловленных юными птицеловами пернатых обитателей полей и рощ. Всего было 20 птиц, каждая в отдельной клетке. Вожатый предложил такой порядок:

— Поставить все клетки с птицами в один ряд и, начиная слева направо, открывать каждую пятую клетку. Дойдя до конца ряда, переносить счет на начало ряда, но открытые клетки уже не считать, и так продолжать до тех пор, пока не окажутся открытыми все клетки, кроме каких-то двух последних. Птиц, находящихся в этих клетках, можно взять с собой в город.

Предложение приняли.

Большинству ребят было безразлично, каких двух птиц увезти с собой (если уж нельзя взять всех), но Тане и Алику хотелось, чтобы жребий пал непременно на чижа и малиновку. Когда они помогали расставлять клетки в ряд, то вспомнили задачу о коте и мышах (задача 56). Они быстро рассчитали, на какие места следует поставить клетки с чижом и малиновкой, чтобы именно эти клетки остались неоткрытыми, и поставили их на...

Впрочем, вы можете без особого труда определить сами, на какие места поставили Таня и Алик клетки с чижом и малиновкой.

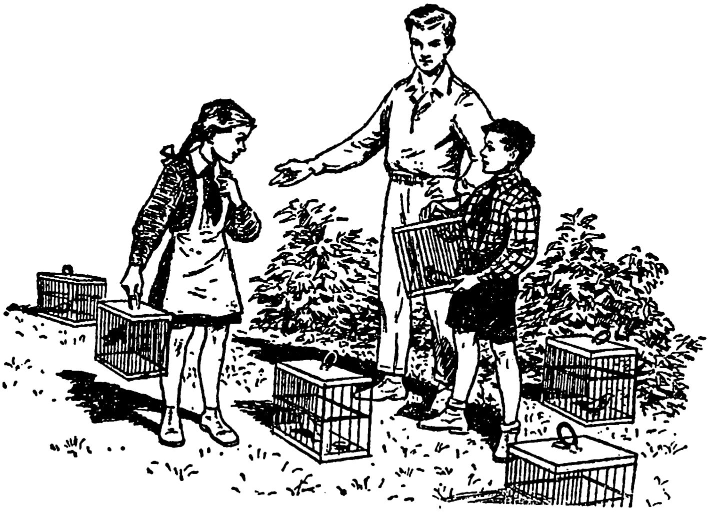


Рис. 31

58. Пропустить пассажирский!

На полустанке одноколейной железной дороги остановился поезд в составе паровоза и пяти вагонов, доставивший бригаду рабочих для строительства новой ветки. Пока на этом полустанке имелся только небольшой тупичок, расположенный в направлении «заднего хода» рабочего поезда. В этом тупичке в случае необходимости едва мог бы поместиться паровоз с двумя вагонами.

Вскоре следом за поездом со строительной бригадой подошел к этому же полустанку пассажирский поезд.

Как пропустить пассажирский?

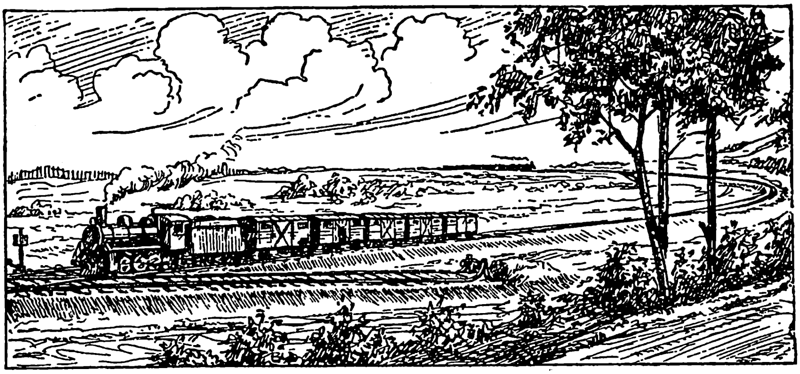


Рис. 32

59. Задача, возникшая из каприза трех девочек

Тема этой задачи имеет почтенную давность. Три девочки, каждая со своим папой, гуляли. Все шестеро подошли к небольшой реке и пожелали переправиться с одного берега на другой. В их распоряжении оказалась всего одна лодка без гребца, поднимающая только двух человек. Переправу было бы, разумеется, нетрудно осуществить, если бы девочки не заявили, то ли из каприза, то ли из шалости, что ни одна из них не согласна ехать в лодке или быть на берегу с одним или двумя чужими папами без своего папы. Девочки были маленькие, но не очень, так что каждая из них могла вести лодку самостоятельно.

Таким образом, неожиданно возникли дополнительные условия переправы, но ради забавы путники решили попытаться их выполнить. Как они действовали?

60. Дальнейшее развитие задачи

Веселая компания переправилась на противоположный берег реки и уселась отдыхать. Возник вопрос: можно ли было бы при тех же условиях организовать переправу четырех пар? Очень скоро выяснилось, что при сохранении условий, выдвинутых девочками (см. предыдущую задачу), переправу четырех пар можно было бы осуществить только при наличии лодки, поднимающей трех человек, причем всего лишь в 5 приемов. Каким образом?

Развивая тему задачи, наши путешественники нашли, что и на лодке, вмещающей двух человек, можно осуществить переправу с одного берега на другой четырех девочек с их папами, если посреди реки есть остров, на котором можно делать промежуточную остановку и высаживаться. В этом случае для переправы требуется совершить не менее 12 переездов при соблюдении того же условия, то есть, что ни одна девочка не будет находиться ни в лодке, ни на острове, ни на берегах с чужим папой без своего папы.

Найдите и это решение.

61. Прыгающие шашки

Положите три белые шашки на квадраты 1, 2, 3, а три черные на квадраты 5, 6, 7. Пользуясь свободным квадратом 4, передвиньте белые шашки на место черных, а черные на место белых; при этом придерживайтесь следующего правила: шашки можно передвигать на соседний свободный квадрат; разрешается также и прыгать через соседнюю шашку, если за ней есть свободный квадрат. Белые и черные шашки могут двигаться навстречу друг другу. Ходы в обратном направлении не разрешаются. Задача решается в 15 ходов.

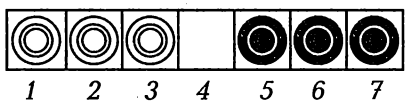


Рис. 33

62. Белое и черное

Возьмите четыре белые и четыре черные шашки (или 4 медные и 4 серебряные монеты) и положите их на стол в ряд, чередуя цвет: белую, черную, белую, черную и т. д. Слева или справа оставьте такое свободное место, на котором могли бы уместиться не более чем 2 шашки (монеты). Пользуясь свободным местом, можно перемещать каждый раз только по 2 рядом лежащие шашки (монеты), не изменяя при этом взаимного их расположения.

Достаточно сделать 4 таких перемещения пар шашек, чтобы оказались подряд все черные, а за ними все белые шашки.

Убедитесь в этом!

63. Усложнение задачи

С увеличением числа первоначально взятых шашек (монет) задача усложняется.

Так, если вы поместите в ряд 5 белых и 5 черных шашек, чередуя их цвет, то потребуется 5 перемещений, чтобы расположить черные шашки с черными, а белые — с белыми.

В случае шести пар шашек потребуется 6 перемещений; в случае семи пар — 7 перемещений и т. д. Найдите решения задачи для пяти, шести и семи пар шашек.

Помните, что при первоначальной раскладке шашек следует оставлять слева (или справа) свободное место не более чем для 2 шашек и перемещать каждый раз по 2 шашки без изменения их взаимного расположения.

64. Карточки укладываются по порядку номеров

Нарежьте из картона 10 карточек размером 4 × 6 см и пронумеруйте их числами от 1 до 10. Сложив карточки стопкой, возьмите их в руку. Начиная с верхней карточки, кладите первую карточку на стол, вторую под низ стопки, третью карточку на стол, четвертую под низ стопки. Поступайте так все время до тех пор, пока не положите на стол все карточки.

С уверенностью можно сказать, что карточки расположатся не по порядку номеров.

Подумайте, в какой последовательности надо первоначально сложить карточки в стопку, чтобы при указанной раскладке они расположились в порядке номеров от 1 до 10.

65. Две головоломки расположения

Первая головоломка. 12 (монет, кусочков бумаги и т. д.) нетрудно расположить на столе в форме квадратной рамки по 4 шашки вдоль каждой стороны. Но попробуйте положить эти шашки так, чтобы вдоль каждой стороны квадрата их было по 5.

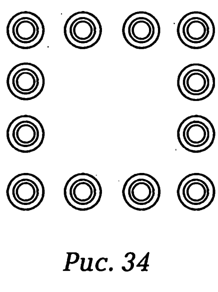


Рис. 34

Вторая головоломка. Разложите на столе 12 шашек так, чтобы образовались 3 ряда по горизонтали и 3 ряда по вертикали и чтобы в каждом из этих рядов лежало по 4 шашки.

66. Загадочная шкатулка

Миша отдыхал летом в Артеке и привез оттуда в подарок своей сестре Ирочке красивую шкатулку, украшенную 36 ракушками. На крышке шкатулки выжжены линии так, что они делят крышку на 8 секций.

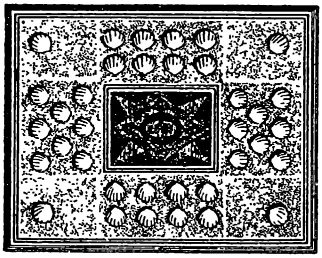


Рис. 35

Ирочка в школу еще не ходит, но умеет считать до 10. В Мишином подарке ей понравилось, что вдоль каждой стороны крышки шкатулки расположено ровно по 10 ракушек (рис. 35). Считая ракушки вдоль стороны, Ирочка учитывает все ракушки, находящиеся в примыкающей к этой стороне секции. Ракушки, расположенные в угловых секциях, Ирочка присчитывает и к той и к другой стороне. Однажды мама, протирая шкатулку, нечаянно раздавила 4 ракушки. Теперь не стало получаться по 10 ракушек вдоль каждой стороны крышки. Придет Ирочка из детского сада и очень огорчится.

— Беда невелика, — успокоил маму Миша.

Он осторожно отклеил часть ракушек из оставшихся 32 и так умело их наклеил снова на крышку шкатулки, что вдоль каждой ее стороны стало опять по 10 ракушек. Прошло несколько дней. Снова беда. Шкатулка упала, разбилось еще 6 ракушек, осталось их только 26. Но и в этот раз Миша смекнул, как надо расположить оставшиеся 26 ракушек на крышке, чтобы вдоль каждой ее стороны Ирочка по-прежнему насчитывала по 10 ракушек. Оставшиеся ракушки в последнем случае невозможно было распределить на крышке шкатулки так же симметрично, как они располагались до сих пор, но Ирочка на это не обратила внимания.

Найдите оба Мишиных решения.

67. Защита крепости

Снежную крепость защищает отважный гарнизон. Ребята отразили 5 штурмов, но не сдались. В начале игры гарнизон состоял из 40 человек. Комендант снежной крепости первоначально расставил силы по схеме, показанной в квадратной рамке на рисунке (в центральном квадрате — общая численность гарнизона).

Противник видел, что каждую из 4 сторон крепости защищают 11 человек. По условию игры при первом, втором, третьем и четвертом штурмах гарнизон терял каждый раз по 4 человека. В последний, пятый штурм неприятель своими снежками вывел из строя еще двух человек. И все же, несмотря на потери, после каждого штурма любую из сторон снежной крепости продолжало защищать по 11 человек.

Как комендант снежной крепости расставлял силы своего гарнизона после каждого штурма?

1	*9*	*1*
9	*40*	*9*
1	*9*	*1*

Рис. 36

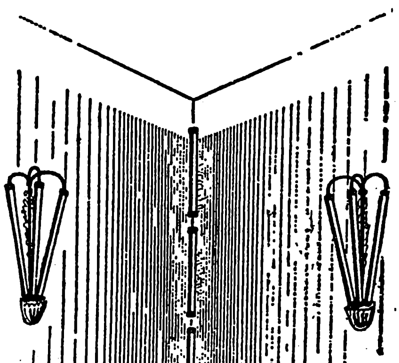
68. Лампы дневного света в комнате для телевизионных передач

Светотехник, подготавливая комнату к телевизионной передаче, пробовал разные способы ее освещения лампами дневного света. Сначала светотехник поместил по 3 лампы в каждый угол и по 3 лампы на каждую из четырех сторон комнаты, всего 24 лампы (см. схему). Потом светотехник добавил 4 лампы и еще раз 4 лампы. Пробовал он уменьшать число ламп до 20 и даже до 18. Во всех случаях он располагал лампы по углам и по стенам комнаты так, что вдоль каждой стены было по 9 ламп.

Найдите схемы расположения ламп для 28 и для 32 штук, а также для 20 и 18 штук.

Определите, до каких пределов мог светотехник увеличивать и уменьшать число ламп, сохраняя принцип их расположения по 9 вдоль каждой стены комнаты.

Как вы думаете, мог ли светотехник добавлять и уменьшать не по 4 лампы, а по одной, по две или по три, распределяя лампы все так же по 9 вдоль каждой стены?



3	3	3
3		3
3	3	3

Рис. 37

69. Размещение подопытных кроликов

В одном институте была изготовлена для специальных опытов и наблюдений над кроликами особая двухэтажная клетка по 9 секций на каждом этаже. Для кроликов предназначалось 16 секций (8 на верхнем этаже и 8 на нижнем), а 2 центральные секции были заняты приборами.

По условиям опыта кроликов необходимо было разместить в клетке так, чтобы:

1) были заняты все 16 секций;

2) в каждой секции находилось не более 3 кроликов;

3) на каждой из четырех боковых сторон клетки находилось ровно по 11 кроликов;

4) в верхнем этаже было бы размещено вдвое больше кроликов, чем в нижнем.

Институт получил на 3 кролика меньше, чем ожидали. Несмотря на это, всех кроликов разместили в соответствии со всеми условиями.

Определите, сколько кроликов первоначально предполагалось разместить в клетке и как их должны были разместить? А как можно было разместить всех полученных кроликов?

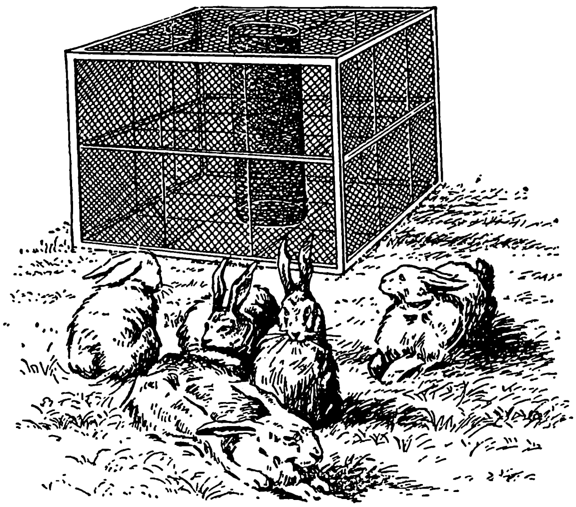


Рис. 38

70. Подарок-головоломка

Есть такая игрушка: коробочка; откроешь ее, а внутри еще коробочка; ее откроешь, внутри опять коробочка.

Сделайте такую игрушку из четырех коробочек. В самую маленькую внутреннюю коробочку положите 4 конфеты, добавьте по 4 конфеты в каждую из двух следующих коробочек и 9 конфет — в самую большую.

Таким образом в четырех коробочках будет размещена 21 конфета (см. рисунок).

Подарите эту коробку с конфетами вашему другу в день рождения с условием не есть конфеты до тех пор, пока юбиляр не перераспределит 21 конфету так, чтобы в каждой коробочке лежало по четному числу пар конфет и еще одна.

Разумеется, прежде чем делать этот подарок, надо самому раскусить эту головоломку. Имейте в виду, что никакие правила арифметики здесь не помогут, надо лишь проявить смекалку и небольшую долю остроумия.

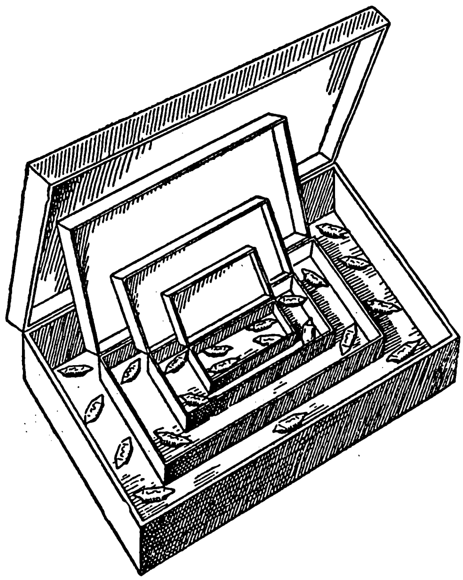


Рис. 39

71. Ходом коня

Для решения этой забавной шахматной задачи не требуется умения играть в шахматы. Достаточно лишь знать, как перемещается фигура коня по доске. На шахматной доске расставлены черные пешки (см. схему на рис. 40). Поставьте белого коня на любую желательную вам свободную клетку шахматной доски с таким расчетом, чтобы этим конем можно было снять с доски все черные пешки, делая при этом наименьшее возможное число ходов конем.

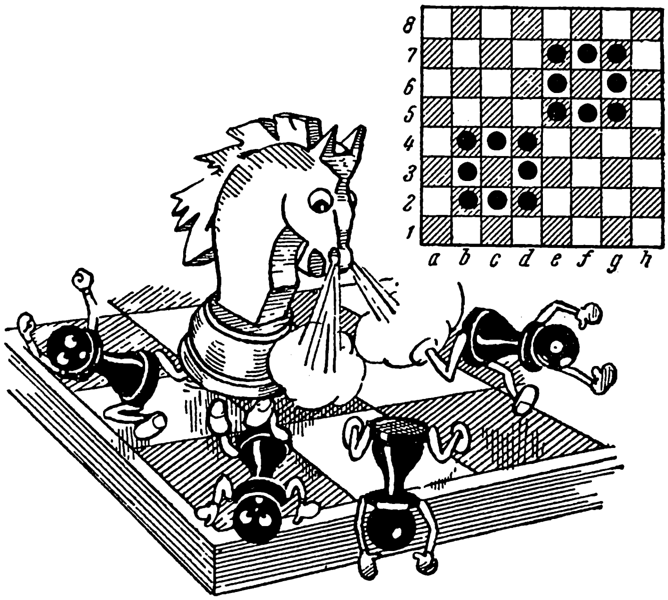


Рис. 40

72. Восемь звездочек

В одной из белых клеток на рисунке находится звездочка.

Разместите в белых клетках еще 7 звездочек так, чтобы никакие 2 звездочки (из восьми) не находились на одной горизонтали или вертикали или какой-либо диагонали.

Решать задачу, конечно, надо путем проб, поэтому дополнительный интерес задачи еще и в том, чтобы в процесс необходимых испытаний внести известную систему.

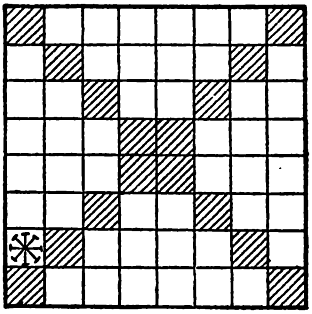


Рис. 41

73. Две задачи на расстановку букв

Первая задача. В квадрате, разделенном на 16 равных квадратов, расставьте 4 буквы так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждой из двух диагоналей большого квадрата встречалась только одна буква. Как велико число решений этой задачи в том случае, когда расставляемые буквы одинаковы, и в том случае, когда они различны?

Вторая задача. В квадрате, разделенном на 16 равных квадратов, расставьте по 4 раза каждую из четырех букв a, b, c и d таким образом, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждой из двух диагоналей большого квадрата не было одинаковых букв. Как велико число решений этой задачи?

74. Раскладка разноцветных квадратов

Приготовьте 16 квадратов одного размера, но четырех различных окрасок, положим, белой, черной, красной и зеленой — по 4 квадрата каждой окраски. У вас образуется четыре комплекта разноцветных квадратов. На каждом квадрате первого комплекта напишите цифру 1, на каждом квадрате второго комплекта — 2, на квадратах третьего комплекта — 3 и на квадратах четвертого — 4. Требуется расположить эти 16 разноцветных квадратов также в виде квадрата, причем так, чтобы в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и в каждой из двух диагоналей находились в каком-либо произвольном порядке квадраты с цифрами 1, 2, 3 и 4 и непременно разных окрасок. Задача допускает очень много решений. Подумайте о системе получения требуемых расположений.

75. Последняя фишка

Вырежьте из картона 32 одинаковые фишки и все их расставьте по одной в каждый кружок (рис. 42). Так как кружков 33, то один из них останется свободным.

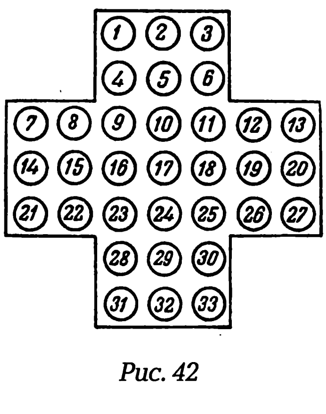


Рис. 42

Задача состоит в том, чтобы снять все фишки, кроме одной. Эта последняя фишка должна остаться в том самом кружке, который первоначально оставался свободным. Снимать фишки можно ходом назад, вперед и в стороны, перескакивая любой фишкой через другую на свободный кружок. Каждым ходом снимается одна фишка, следовательно, задачу надо решить в 31 ход.

76. Кольцо из дисков

Возьмите шесть равных дисков и уложите их плотно, как показано на рис. 43а. Требуется в 4 хода расположить их в виде кольца (рис. 43б). Ход состоит в следующем: прижимая какие-либо 5 дисков к столу, надо перекатить шестой диск в новое положение, не отрывая его от остальных дисков, причем в новом положении он должен соприкасаться не менее чем с двумя дисками. Решить эту головоломку именно в 4 хода не так просто, как может показаться с первого взгляда.

В качестве дисков возьмите, например, 6 одинаковых монет или вырежьте из картона 6 одинаковых кружков.

Дополнительное задание. Решение предложенной головоломки состоит в последовательном перемещении дисков. Изменяя порядок перемещений, можно получить различные решения задачи. Требуется найти все различные решения головоломки. Чтобы не запутаться, диски пронумеруйте и записывайте каждый ход по такой системе:

1 — 2, 3, что значит: диск № 1 перекатить до соприкосновения с дисками № 2 и 3;

2 — 6, 5, что значит: диск № 2 перекатить до соприкосновения с дисками № 6 и 5 и т. д.

Вот примерное решение головоломки:

1 — 2, 3; 2 — 6, 5; 6 — 1, 3; 1 — 6, 2.

Найдите еще 23 решения.

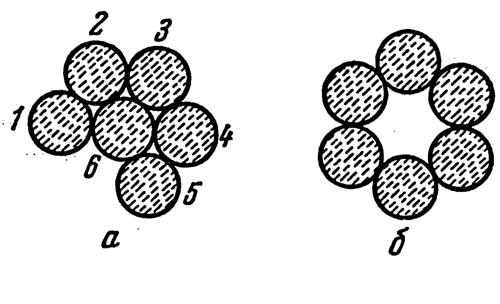
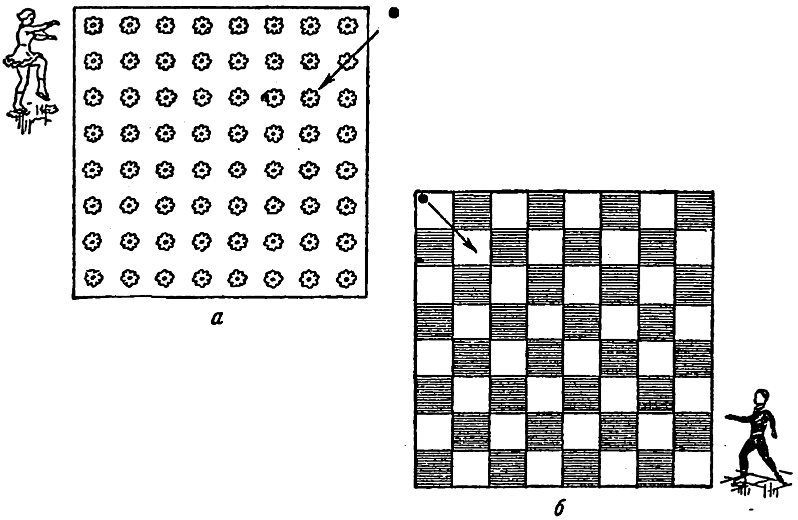


Рис. 43

77. Фигуристы на катке искусственного льда

На московском катке искусственного льда репетируется спектакль, подготовленный силами учеников балетной школы на льду. Художник, оформляющий постановку спектакля, разрисовал одну половину ледяного поля под узорчатый ковер с 64 цветочками (рис. 44а), а другую — под паркетный пол в 64 бело-черные клетки (как шахматная доска, рис. 44б).



а

б

Рис. 44

Сейчас перерыв в репетиции. Во время перерыва девочка и мальчик — два неутомимых фигуриста — продолжают «вырисовывать кривые» на превосходном зеркально-гладком ледяном поле.

Девочку заинтересовали цветочки ледяного ковра и ей захотелось одним движением, конечно, с поворотами в некоторых точках поля, проехать через все 64 цветка. Двигаться она решила только по прямым линиям, причем так, чтобы последний прямолинейный путь привел ее в то же место, с которого она начала движение (отмечено на рисунке черной точкой).

Ей это вполне удалось, причем весь ее путь состоял только из 14 прямолинейных отрезков. (Через некоторые из цветков девочка проезжала несколько раз.)

Нарисуйте на листке бумаги схему маршрута девочки.

Мальчик тренировался на втором участке ледяного поля. Узнав о «геометрических» достижениях своей подруги по фигурному катанию, он не хотел остаться в долгу и поставил перед собой еще более сложную геометрическую задачу: двигаясь только по белым клеткам паркета и пересекая вершины клеток не более чем по одному разу, переместиться из левого дальнего угла поля в противоположный по диагонали правый угол, побывав в каждой белой клетке.

Нарисуйте схему движения фигуриста, если известно, что его путь состоит из 17 прямолинейных отрезков.

78. Задача-шутка

Ученик 4-го класса средней школы Коля Синичкин усердно старается перевести шахматного коня из левого нижнего угла шахматной доски (с поля a1) в правый верхний угол (на поле h8) так, чтобы конь побывал на каждой клетке доски по одному разу. Пока ему это не удается. Но не пытается ли он решить неразрешимую задачу?

Разберитесь в этом теоретически и объясните Коле Синичкину, в чем тут дело.

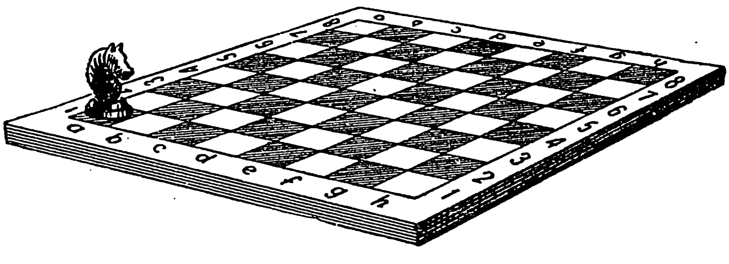


Рис. 45

79. Сто сорок пять дверей (головоломка)

Средневековые феодалы превращали иногда подвалы своих замков в тюрьмы — лабиринты со всякого рода фокусами и секретами: с раздвигающимися стенами камер, потайными ходами, разнообразными ловушками.

Посмотришь на такой старинный замок и невольно возникает желание пофантазировать.

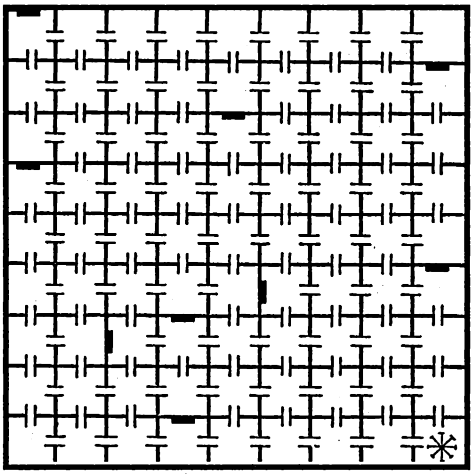


Рис. 46

Представим себе, что в один из таких подвалов, план которого изображен на рис. 62, брошен человек, из тех, кто боролся с феодалом. Вообразим такой секрет в устройстве этого подвала. Из 145 дверей только 9 заперты (они обозначены на рис. 46 жирными полосками), а все остальные открыты настежь. Кажется, так легко подойти к двери, ведущей наружу, и попытаться ее открыть. Не тут-то было. Открыть запертую дверь ничем невозможно, но она откроется сама, если будет точно девятой по счету, то есть если перед этим будет пройдено 8 открытых дверей. При этом должны быть открыты и пройдены все запертые двери подземелья; каждая из них также открывается сама, если перед этим пройдено ровно восемь открытых дверей. Исправить ошибку и пройти 2–3 лишние двери по соседству, чтобы довести число пройденных дверей до восьми, тоже не удастся: как только какая-нибудь камера пройдена, все прежде открытые в ней двери наглухо закрываются и запираются — второй раз через камеру не пройдешь. Феодалы нарочно так устроили.

Узник знал об этом секрете подземелья, а на стене своей камеры (отмеченной на плане звездочкой) нашел нацарапанный гвоздем точный план подземелья. Долго он ломал голову над тем, как наметить правильный маршрут, чтобы каждая запертая дверь действительно оказалась девятой. Наконец, он решил эту задачу и вышел на свободу.

Какое решение нашел узник?

80. Как узник вышел на свободу?

Желающие могут подумать еще над таким вариантом предыдущей задачи.

Вообразите, что каземат, в котором томится узник, состоит из 49 камер. В семи камерах, обозначенных на плане подземелья (рис. 47) буквами А, Б, В, Г, Д, Е и Ж, есть по одной двери, открывающейся только ключом, причем ключ от двери камеры А находится в камере а, ключ от двери камеры Б находится в камере б, ключи от дверей камер В, Г, Д, Е и Ж находятся, соответственно, в камерах в, г, д, е и ж.

Остальные двери открываются простым нажимом на ручку, но ручка имеется только с одной стороны каждой двери, и дверь, после того как она пройдена, автоматически захлопывается. На другой стороне двери ручки нет.

На плане подземелья показано, в какую сторону можно пройти через каждую дверь, открывающуюся без ключа, но в каком порядке следует открывать запертые двери, неизвестно. Через одну и ту же дверь разрешается проходить любое число раз, разумеется, соблюдая условия, при которых она открывается.

Узник находится в камере О. Укажите ему путь, ведущий к выходу на свободу.

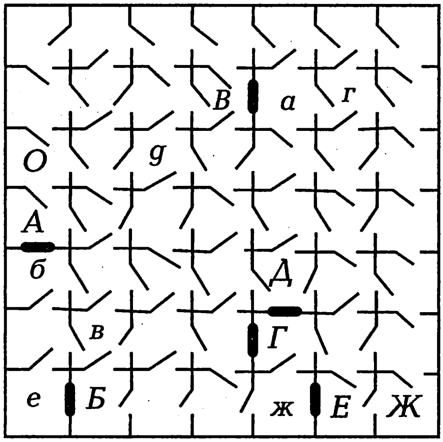


Рис. 47

81. Сколько весит бутылка?

На левой чашке весов (рис. 48а) — бутылка со стаканом, а на правой — кувшин. Весы в равновесии.

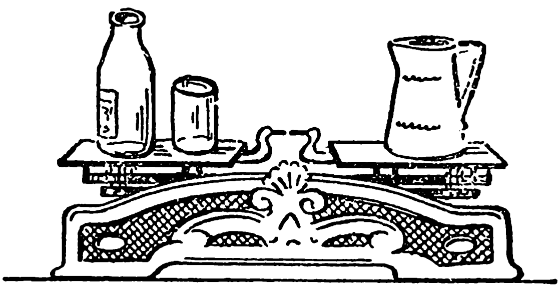


Рис. 48а

Переставим стакан с левой чашки весов на правую, а кувшин заменим тарелкой (рис. 48б). Весы опять в равновесии.

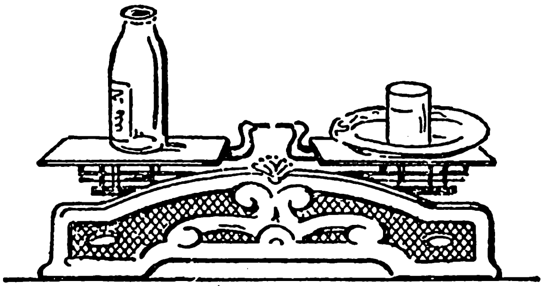


Рис. 48б

Уберем бутылку с левой чашки весов и поставим сюда 2 одинаковых кувшина, а на правой стакан заменим двумя одинаковыми тарелками (рис. 48в). Оказывается при этом, что 2 кувшина весят столько же, сколько 3 тарелки.

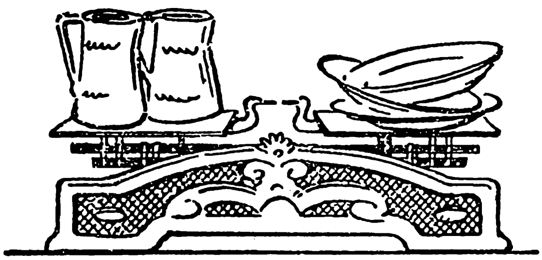


Рис. 48в

Во сколько раз бутылка тяжелее стакана?

82. Рассказ ученика технического училища

В техническом училище мы изучаем устройство станков и машин, учимся разумно пользоваться инструментами и не теряться в трудных положениях. Конечно, очень помогают при этом знания, полученные в средней школе.

Подает мне однажды мастер проволоку и спрашивает:

— Чем измеряют диаметр проволоки?

— Микрометром, — отвечаю.

— Ну а если случится так, что нет микрометра под рукой, как тогда измеришь?

Никого я не спрашивал об этом; не сразу, но сам додумался. Люблю такие задачи!

Догадайтесь, как я измерил диаметр сечения проволоки?

В другой раз еще удивительнее было. Получил я задание: сделать круглое отверстие в листе кровельного железа толщиной миллиметра полтора-два.

— Пойду принесу сверло и зубило, — говорю я мастеру.

— Не надо, — отвечает мастер и хитро щурится при этом. — У тебя, я вижу, есть молоток и плоский напильник. Вот и обойдись только этими инструментами.

Вот этого, признаюсь, я так и не сообразил самостоятельно.

Как же я должен был действовать в этом случае?

83. Конструкторская смекалка

Задача 1. Как составить цепочку в три звена из трех ленточек, чтобы при разрезании любого одного звена вся цепочка распалась на три части? Обычное зацепление, изображенное на рис. 49, очевидно, не годится, так как в этом случае цепочка распадается на три отдельные ленточки при разрезании только среднего звена, а не любого, как требуется условием задачи.

Задача 2. Как составить цепочку в 5 звеньев из пяти лент так, чтобы существовало только одно звено, при разрезании которого цепочка распалась бы на 5 отдельных частей?

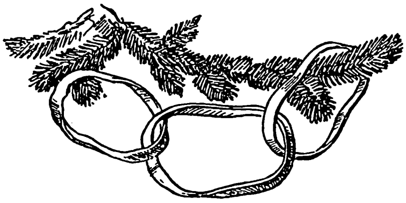


Рис. 49

Задача 3. Как составить цепочку в 5 звеньев из пяти лент, чтобы при разрезании любого одного звена распалась вся цепочка на 5 отдельных частей?

84. Искусство столяра

На выставке работ молодых столяров был представлен удивительный деревянный куб.

Он составлен из двух частей, соединенных плотно при помощи шипов, очертания которых заметны на каждой из четырех боковых граней куба (рис. 50). Части куба не склеены и, очевидно, должны разъединяться, но как?

Мы пытались тянуть их вверх и вниз, и влево и вправо, и вперед и назад — безуспешно.

Не догадаетесь ли вы, как же все-таки разъединялись части куба и какой вид имела каждая из них?

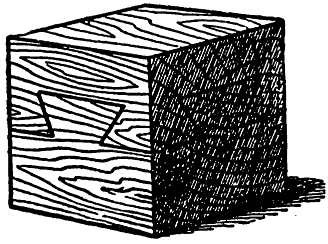


Рис. 50

85. Геометрия на шаре

Каждому, кто изучал геометрию, приходилось, конечно, решать задачи на построение при помощи циркуля и линейки, то есть вычерчивая дуги окружностей и прямые линии. При этом все необходимые построения производились обычно на бумаге или классной доске.

Но вряд ли приходилось вам, решая геометрическую задачу, делать построения не только на плоском листе бумаги, но и на какой-нибудь кривой поверхности, предположим, на поверхности реального шара?

Именно таким путем можно, например, определить диаметр данного реального шара, если позволить себе пользоваться только циркулем и линейкой.

Положите на стол какой-нибудь шар, например крокетный, возьмите лист бумаги, циркуль, линейку без делений, карандаш и подумайте, как построить на бумаге отрезок, равный диаметру шара.

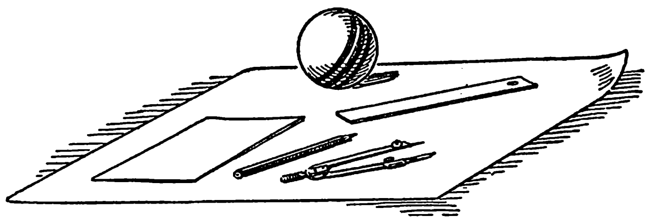


Рис. 51

86. Нужна большая смекалка

Деревянный брусок (прямоугольный параллелепипед) с ребрами длиной в 8, 8 и 27 см (рис. 52) требуется распилить лобзиком на 4 части, из которых можно было бы составить куб.

Желательно, конечно, не пилить брусок наудачу — что выйдет, — а сначала подумать, посчитать да спланировать на чертеже.

Имейте в виду, что это потребует от вас хороших пространственных представлений и сообразительности.

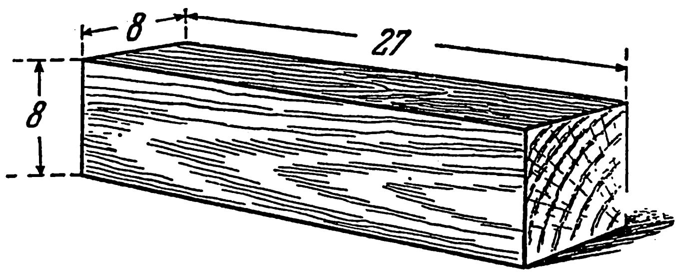


Рис. 52

87. Трудные условия

Для тренировки своей смекалки представьте себе такое вынужденное положение: вам необходимо, пользуясь только масштабной линейкой, определить объем бутылки (с круглым, квадратным или прямоугольным дном), которая частично наполнена жидкостью. Дно бутылки предполагается плоским. Выливать или доливать жидкость не разрешается.

Трудные условия! Но тем интереснее преодолеть затруднения.

Рис. 53

88. Бездельник и черт

Среди нас, людей сознательного и радостного труда, завелся Бездельник. И учиться ему лень, и от работы увиливает, а деньги любит, жаден. Никак в толк взять не хочет, что только те деньги хороши, которые честным трудом заработаны. Ходит без дела Бездельник и вздыхает:

— Эх, доля моя горемычная! Никто и знаться со мной не желает. Говорят: «Бездельники нам не нужны. Сам ничего не делаешь и нам мешаешь. Иди к черту! Да разве какой черт посоветует мне, как богатым сделаться?!

Только подумал это Бездельник, глядь, а черт перед ним стоит.

— Что ж, — говорит, — если хочешь, я тебе помогу. Работа легкая, и богатым будешь. Вот видишь мост через речку?

— Вижу, — отвечает немного оробевший Бездельник.

— Ну так перейди по мосту на другой берег, и у тебя будет вдвое больше денег, чем есть. Еще раз мост пройдешь, опять станет вдвое больше, чем было. И так каждый раз: как только ты пройдешь мост, у тебя будет ровно вдвое больше денег, чем было перед этим.

— Ой ли! — обрадовался Бездельник.

— Верное слово! — уверил черт. — Только, чур, уговор! За то, что я тебе устраиваю такое счастье, ты каждый раз, перейдя через мост, отдавай мне по 24 копейки за добрый совет.

— Ну, что же, — согласился Бездельник, — раз деньги будут удваиваться, так отчего же не дать тебе каждый раз по 24 копейки? Начнем, пожалуй!

Прошел мост Бездельник один раз, сосчитал деньги... Вот диво! Действительно, денег стало вдвое больше, чем было. Бросил он черту 24 копейки и прошел мост второй раз. Опять стало денег вдвое больше, чем было перед этим. Отсчитал он 24 копейки, отдал черту и прошел по мосту в третий раз. Денег стало снова вдвое больше. Но только и оказалось их ровнехонько 24 копейки, которые по уговору полностью пришлось отдать черту. Черт захохотал и с глаз сгинул.

Остался Бездельник без копейки. Видно, на чужой совет надо еще свой ум иметь!

Сколько же у Бездельника сначала денег в кармане было?

Рис. 54

89. Смышленый малыш

Три брата получили 24 яблока, причем каждому досталось столько яблок, сколько ему было лет три года тому назад. Самый младший, мальчик очень смышленый, предложил братьям такой обмен яблоками:

— Я, — сказал он, — оставлю себе только половину имеющихся у меня яблок, а остальные разделю между вами поровну; после этого пусть наш средний брат тоже оставит себе половину, а остальные яблоки даст мне и старшему брату поровну, а затем и старший брат пусть оставит себе половину всех имеющихся у него яблок, а остальные разделит между мной и средним братом поровну.

Братья, не подозревая коварства в таком предложении, согласились удовлетворить желание младшего. В результате... у всех оказалось яблок поровну.

Сколько же лет было малышу и каждому из остальных братьев?

90. Охотники

Три охотника несколько дней подряд провели в тайге на охоте. В последний день охоты утром случилась неприятность: переходя вброд небольшую речушку два охотника подмочили свои патронташи. Часть их патронов оказалась негодной к употреблению. Три друга поровну поделили между собой сохранившиеся патроны.

После того как каждый охотник сделал четыре выстрела, у всех охотников вместе осталось столько патронов, сколько было после дележа у каждого.

Сколько всего пригодных патронов было в момент дележа?

91. Встречные поезда

Два товарных поезда, оба длиной по 250 м, идут навстречу друг другу с одинаковой скоростью 45 км/ч.

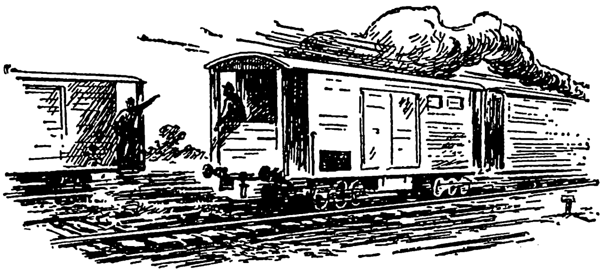


Рис. 55

Сколько секунд пройдет после того, как встретились машинисты, до того, как встретятся кондукторы последних вагонов?

92. Вера печатает рукопись

Мама поручила Вере перепечатать на машинке рукопись.

— Буду печатать в среднем по 20 страниц в день, — решила Вера. Но первую половину рукописи она печатала лениво, только по 10 страниц в день. Зато вторую половину рукописи она печатала по 30 страниц в день.

— Вот и получилось в среднем по 20 страниц в день, — сделала вывод Вера.

— Ты неправильно считаешь, — сказала мама.

— Как неправильно? 10 + 30 = 40; 40 : 2 = 20. По первой половине рукописи я не допечатывала по 10 страниц в день, а по второй я печатала больше средней нормы на те же 10 страниц.

— Тем не менее, — настаивала мама, — в среднем ты печатала менее 20 страниц в день. Подумай-ка еще как следует.

Убедительны ли доводы Веры? Что показывает ваш расчет?

93. Кто вернется раньше?

Два спортсмена одновременно начали лодочные гонки: один по реке, вниз и вверх по течению, а другой на такое же расстояние по озеру со стоячей водой, расположенному рядом с рекой. Допустим, что усилия обоих гребцов все время совершенно одинаковы. Который из них вернется раньше? Время, затрачиваемое на поворот, в расчет не принимается.

Примечание. Лет около сорока назад аналогичная задача впервые встретилась в практике воздухоплавания. Проводились авиационные состязания, по условиям которых летчики должны были облететь по периметру большое прямоугольное поле, отмеченное четырьмя столбами, причем столбы надо было огибать при поворотах. Возник вопрос, одинаковы ли условия полета при ветре и без него?

94. История с грибами

Пятеро друзей: Маруся, Коля, Ваня, Андрюша и Петя, отдыхавшие в лагере, пошли по грибы. Правда, грибами всерьез занялась одна Маруся, что же касается мальчиков, то они большую часть времени провалялись на траве, рассказывая друг другу всякие небылицы.

В результате, когда собрались возвращаться в лагерь, оказалось, что у мальчиков корзины пустые, в то время как Маруся в своей корзине насчитала 45 грибов.

Рис. 56

— Неудобно вам, ребята, возвращаться в лагерь с пустыми корзинами, — посочувствовала Маруся и рассыпала по корзинам мальчиков все свои грибы (в своей корзине не оставила ни одного гриба). Однако на обратном пути Коля и Андрюша натолкнулись на грибное место и дополнили свои корзинки, причем Коля нашел 2 гриба, а Андрюша удвоил количество бывших у него грибов. Ваня и Петя всю дорогу озорничали и растеряли часть своих грибов. Ваня потерял две штуки, а Петя потерял половину грибов, полученных от Маруси.

Самым удивительным оказалось то, что когда в лагере стали считать принесенные грибы, то у всех мальчиков оказалось грибов поровну. А когда грибники рассказали товарищам всю историю с грибами, то любителей математики заинтересовал вопрос: смогут ли они на основании этого рассказа подсчитать, сколько грибов получил каждый мальчик от Маруси? Как вы полагаете?

95. Пловец и шляпа

Пусть некто, выпрыгнув из лодки, уносимой течением реки, плывет некоторое время против течения, а затем поворачивает — и догоняет лодку.

На что он затратил больше времени: на то, чтобы плыть против течения, или на то, чтобы догнать лодку? Или, может быть, оба количества времени одинаковы?

Предполагается при этом, что мускульные усилия пловца все время одинаковы.

Какой ответ на поставленный вопрос подсказывает вам первоначальная догадка и подтверждается ли она последующими рассуждениями?

А правильный ответ таков: пловец догонял лодку по течению столько же времени, сколько времени он плыл первоначально против течения.

В самом деле, течение реки уносит вниз с одинаковой скоростью как лодку, так и пловца, то есть течение само по себе не влияет на расстояние между пловцом и лодкой, как будто бы течения и нет вовсе. Отсюда и следует, что даже при наличии течения пловец приближается к лодке столько же времени, сколько времени он удалялся от нее.

Теперь представьте себе, что с моста, перекинутого через небольшую речку, спрыгнул спортсмен и поплыл против течения. Одновременно с головы одного из наблюдателей, стоявших на том же мосту, свалилась шляпа и поплыла по течению. Через 10 минут пловец повернул назад, и, когда вновь подплыл к мосту, его попросили, не останавливаясь, плыть дальше и догнать шляпу. Пловец догнал шляпу как раз под вторым мостом, который находился на расстоянии 1000 м от первого моста. Скорость пловца не известна, но известно, что он своих усилий не изменял на протяжении всего времени движения. Располагая только указанными данными, вы имеете возможность определить скорость течения этой реки. Сверяя свое решение этой задачи с тем, которое приведено в разделе «Ответы», обратите внимание на изложенный там второй способ решения.

96. Два теплохода

Два учебных теплохода отчалили одновременно от пристани. Теплоход «Степан Разин» — вниз по течению, а теплоход «Тимирязев» — вверх. Собственные их скорости одинаковы. В момент отправления с теплохода «Степан Разин» упал спасательный круг, который поплыл по течению. Через час на обоих теплоходах было получено распоряжение по радио о перемене направления: идущему вниз повернуть вверх, а идущему вверх повернуть вниз. Успеет ли команда теплохода «Степан Разин» поднять плывущий по реке спасательный круг раньше, чем встретятся оба теплохода?

97. Проверьте свою смекалку!

Два глиссера двигаются вдоль большого озера, туда и обратно, не задерживаясь у берегов. Скорость каждого глиссера постоянна. Они одновременно покинули противоположные берега: глиссер М покинул берег А, а глиссер

N — берег B, и встретились первый раз в 500 м от берега A; возвращаясь, они встретились второй раз в 300 м от берега B.

По этим данным определите длину озера и отношение скоростей глиссеров. Смекалка поможет вам решить задачу в уме без сложных вычислений.

98. Конфуз предотвращен

В посадках фруктового сада приняли деятельное участие и ребята. Отряды соревновались между собой.

Работали все очень старательно, вот только в третьем отряде чуть было не случился конфуз. Витя Ветлугин заявил, что его бригада посадит половину того числа фруктовых деревьев, какое будет посажено всеми остальными ребятами отряда. А Кирюша Чернов от имени своей, самой большой бригады пообещал высадить столько деревьев, сколько их посадят все остальные ребята отряда (включая и бригаду Вити Ветлугина).

На участке ребята работали не все сразу, а по очереди. Бригады Вити и Кирюши были назначены работать совместно и в последнюю очередь. Все остальные бригады их отряда успешно выполнили свои обязательства. Всего они посадили 40 деревьев. Когда же подошло время работать бригадам Вити и Кирюши, то возникло затруднение, о котором никто раньше не подумал, хотя, его можно было предвидеть. Именно: чтобы исполнить свои обещания, Витя должен был знать, сколько деревьев посадит бригада Кирюши, а Кирюше, в свою очередь, необходимо было знать, сколько деревьев посадит бригада Вити. Обе бригады ждали друг друга, и положение казалось совершенно безвыходным, пока старший вожатый не указал весьма простой и логичный выход.

Какой?

99. Во сколько раз больше?

Если от каждого из двух чисел отнять половину меньшего из них, то остаток от большего будет втрое больше остатка от меньшего.

Во сколько раз большее число больше меньшего?

100. Теплоход и гидросамолет

Теплоход отправился в дальний морской рейс. Когда он отошел от берега на расстояние 180 миль, за ним вылетел гидросамолет с экстренной почтой. Скорость гидросамолета в 10 раз больше скорости теплохода. На каком расстоянии от берега гидросамолет нагонит теплоход?

101. Парами и тройками

Я решил определить расстояние от моего дома до дома моего приятеля. Я шел равномерным шагом и полпути считал шаги парами, а полпути — тройками, причем пар получилось на 250 больше, чем троек.

Сколько шагов до дома моего приятеля?

102. Поездка Джека Лондона

В одном из рассказов Джека Лондона описывается, как он на санях, запряженных пятью собаками, спешил из Скагвея к своему лагерю, где находился его умирающий товарищ.

В этом рассказе есть несколько весьма любопытных подробностей, которые позволяют сделать из него интересную задачу.

В течение первых суток пути сани с собаками передвигались с полной, заранее намеченной Джеком Лондоном скоростью. По истечении суток две собаки порвали упряжку и убежали со стаей волков. Лондону пришлось продолжать путь на трех собаках, которые тянули сани со скоростью, равной $^3/_5$ первоначальной скорости. Вследствие этой задержки Лондон прибыл к месту назначения на двое суток позднее намеченного срока.

По этому поводу автор рассказа замечает: «Если бы две убежавшие собаки пробежали в упряжке еще пятьдесят миль, я опоздал бы только на один день против намеченного срока».

Возникает вопрос: каково было расстояние от Скагвея до лагеря? В рассказе об этом ничего не сказано, но приведенных данных достаточно, чтобы определить это расстояние.

103. Кто ехал на лошади?

Два гражданина — один на лошади, другой на машине — выехали одновременно из деревни в город. Один из них молодой, другой пожилой. Через некоторое время выяснилось, что если бы пожилой проехал расстояние втрое большее, то осталось бы ему ехать вдвое меньше. Если бы молодой проехал расстояние вдвое меньшее, то осталось бы ему ехать втрое больше.

Догадайтесь, кто из них ехал на лошади — пожилой или молодой?

104. Два мотоциклиста

Два мотоциклиста выехали одновременно из одного и того же места на прогулку. Оба проехали одинаковое расстояние и вернулись домой в одно и то же время.

В пути мотоциклисты отдыхали. При этом известно, что один из них ехал вдвое больше времени, чем отдыхал другой; второй ехал втрое больше времени, чем отдыхал первый.

Кто из мотоциклистов ехал быстрее?

105. В каком самолете Володин папа?

— Скажи, папа, — обратился Володя с вопросом к своему отцу, летчику, — в каком из самолетов ты находился во время воздушного парада?

— Ты легко можешь вычислить это сам, — ответил отец Володе, нарисовав девятку самолетов (рис. 57).

— Я вспоминаю, что число самолетов по правую сторону от меня, умноженное на число самолетов, находившихся по левую сторону от меня, давало в результате число на 3 меньшее, чем было бы в том случае, если бы мой самолет находился на 3 места правее.

Володя подумал и показал на рисунке тот самолет, в котором находился его отец.

Как нашел Володя самолет отца?

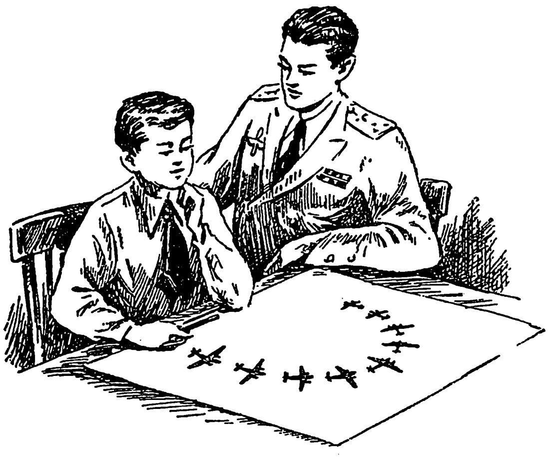


Рис. 57

106. Удивительная проницательность

Когда ребята навещают своего старого друга, бухгалтера Никанорова, он обязательно предлагает им что-нибудь посчитать.

И вот что удивительно: иной раз он даже не знает, какие числа складывали или вычитали ребята, а глянет на результат и сразу скажет, у кого правильный ответ получился, а у кого — неправильный.

— Ну-ка, — скажет он, — задумайте какое-либо четырехзначное число, каждый свое. Задумали? Так... Теперь переставьте первую цифру в конец числа. У вас получилось еще одно четырехзначное число. Сложите оба эти числа. Например, 1234 + 2341 = 3575. А ну, скажите мне ваши результаты.

Коля: 8612
Поля: 4322
Толя: 9867
Оля: 13 859

— Все ошиблись, кроме Толи.

Проверили. Действительно так. Как это определил Никаноров? Ведь он же совсем не знал, какие числа были задуманы ребятами!

107. Верное время

В мастерскую «Верное время» принесли четверо часов: стенные, настольные, будильник и ручные.

Стенные часы по сравнению с сигналом точного времени отстают на 2 минуты в час. Настольные часы по сравнению со стенными идут вперед на 2 минуты в час. Будильник по сравнению с настольными отстает на 2 минуты в час. Ручные по сравнению с будильником идут вперед на 2 минуты в час. В 12 часов все часы были поставлены по сигналу точного времени.

Который час покажут ручные часы в 19 часов в момент сигнала точного времени?

108. Часы

Беда с этими часами. В полдень 2 января и я, и Вася поставили их точно. Через несколько дней снова проверили. Оказалось, что мои часы спешат немного, а Васины отстают. В пересчете на 1 час получилось, что мои часы спешат на одну секунду, а Васины отстают на $1^1/_2$ секунды в час. Мы заинтересовались такими вопросами: если не переводить стрелки наших часов, то

1) когда в следующий раз мои и Васины часы показали бы одно и то же время?

2) когда в следующий раз они показали бы одновременно правильное время?

109. В котором часу?

Задача 1. Через некоторое время после полудня мастер пошел обедать. Уходя, он заметил положение стрелок на часах. Когда мастер вернулся, то обнаружил, что минутная и часовая стрелки поменялись местами.

В котором часу вернулся мастер?

Если вы разобрались в решении первой задачи, то вам не так уж трудно будет самостоятельно решить вторую и третью задачи.

Задача 2. Я отсутствовал дома больше двух часов, но меньше трех. Когда я вернулся домой, то заметил, что за время моего отсутствия минутная и часовая стрелки наших стенных часов поменялись местами.

На сколько больше двух часов я отсутствовал?

Задача 3. Школьник начал решать задачу между 4 и 5 часами вечера, когда стрелки часов совпадали, а кончил тогда, когда минутная стрелка оказалась против часовой (по одной прямой).

Сколько минут решал задачу школьник и в котором часу он закончил решение?

110. В котором часу началось и кончилось совещание?

Совещание началось между 6 и 7 часами вечера, а окончилось между 9 и 10 часами вечера.

Определите точно, в котором часу началось и окончилось совещание, если минутная и часовая стрелки за время совещания поменялись местами.

111. Сержант тренирует разведчиков

Командир отделения разведчиков, сержант Семочкин, пользуется каждым удобным случаем, чтобы тренировать своих подчиненных в наблюдательности, смекалке, военной хитрости. То он неожиданно спросит:

— Сколько опор у моста, который мы переходили сегодня?

А то задачу предложит своим разведчикам для размышлений на досуге.

— Представьте себе, — скажет, например, Семочкин, попыхивая трубкой, — что два разведчика из нашего отряда направлены в один и тот же пункт. Оба они прошли одинаковый путь, но первый из них затратил на весь путь одно время, а второй — другое. Первый разведчик шел с какой-то определенной скоростью половину всего затраченного им времени. Второй разведчик с такой же скоростью шел половину пути. Вторую половину своего времени первый разведчик шел с измененной скоростью; с такой же измененной скоростью шел вторую половину пути второй разведчик.

Который из них скорее пришел к месту назначения?

Для решения этой задачи разведчики брали разнообразные числа в качестве пути и скорости как первоначальной, так и измененной, производили соответствующие вычисления и каждый раз приходили к одному и тому же результату: первый разведчик меньше тратил времени на весь путь, чем второй.

Те из разведчиков, которые решали задачу алгебраически, получали тот же ответ. Тем самым они доказывали, что в условиях задачи первый разведчик придет скорее второго независимо ни от расстояния, ни от численной величины их скоростей.

Сможете ли вы дать решение этой задачи «на буквах»?

112. По двум сообщениям

Сообщение первое:

— Поезд N прошел мимо меня в течение t_1 секунд.

Сообщение второе:

— Тот же поезд N прошел через мост длиной в a метров в течение t_2 секунд.

Как по этим двум сообщениям определить длину и скорость поезда N в предположении, что скорость поезда неизменна?

113. Сколько построили новых станций?

— Бурный рост промышленности и сельского хозяйства в нашей стране сопровождается строительством новых поселков и городов, а следовательно, и непрерывным расширением сети железных дорог, — сказал начальник

N-ской железной дороги на общем собрании рабочих и служащих.

— На одной из веток нашей дороги, — продолжал он, — в ближайшее время заканчивается строительство новых пассажирских железнодорожных станций. Мы должны образцово подготовиться к их открытию и не допускать перебоев в работе транспорта.

— Напечатаны ли новые комплекты билетов для пассажиров, пользующихся нашей веткой? — поинтересовался старший кассир дороги.

— Да, все необходимые билеты приготовлены, причем для того, чтобы на любой станции нашей ветки пассажир мог получить заранее заготовленный билет до любой другой станции этой же ветки, пришлось в связи с открытием новых станций напечатать 46 дополнительных комплектов билетов.

Определите по этим данным, сколько станций было на N-ской железнодорожной ветке и сколько построили новых станций?

114. В темной комнате

Я вошел в комнату, чтобы взять из шкафа свои ботинки и носки. В комнате спала сестра и было совсем темно. Я хорошо знал, в каком месте шкафа находятся мои три пары ботинок — все разных фасонов, и 12 пар носков — черных и коричневых. Мне не хотелось зажигать свет, чтобы не разбудить сестру.

Действительно, как ботинки, так и носки я обнаружил на своих местах, но, должен признаться, в беспорядке — просто груду из 6 ботинок и кучу из 24 носков.

Сколько ботинок и сколько носков (самое меньшее) мне надо вынести из темной комнаты в светлую, чтобы обеспечить себя парой ботинок одного фасона и парой носков одного цвета, при этом фасон обуви и цвет носков мне были безразличны?

115. Яблоки

В ящике перемешаны яблоки трех сортов. Каково наименьшее количество яблок, которое надо взять наугад из ящика, не заглядывая в него, чтобы среди вынутых яблок оказались:

1) хотя бы 2 яблока одного сорта;
2) хотя бы 3 яблока одного сорта?

116. Прогноз погоды (шутка)

Если в 12 часов ночи идет дождь, то можно ли ожидать, что через 72 часа будет солнечная погода?

117. День леса

В день леса двум отрядам — ученикам IV и VI классов школы — было поручено посадить деревья по обе стороны улицы по равному количеству на каждой стороне.

Чтобы не ударить лицом в грязь перед шестиклассниками, ученики IV класса вышли на работу пораньше и успели посадить 5 деревьев. Потом оказалось, что они сажали деревья не на своей стороне.

Пришлось ребятам IV класса идти на свою сторону и вновь начинать работу. Шестиклассники, конечно, закончили свою работу раньше. Тогда классный руководитель VI класса предложил:

— Пойдем, ребята, поможем команде IV класса!

Все согласились. Перешли на другую сторону улицы, посадили 5 деревьев, отдали, значит, долг, да еще успели посадить 5 деревьев, и вся работа была закончена.

— Хоть вы пришли раньше нас, а все-таки мы вас обогнали, — посмеялся один шестиклассник, обращаясь к команде IV класса.

— Подумаешь, обогнали! На 5 деревьев только, — возразил кто-то.

— Нет, не на 5, а на 10, — зашумели шестиклассники. Спор разгорался. Одни настаивают на том, что на 5, другие пытаются как-то доказать, что на 10.

До истины, конечно, добрались, но спорили долго.

Кто же прав?

118. У кого какое имя?

— Ребята, в наш летний лагерь завтра утром приедут три еще незнакомых вам мальчика: Буров, Гриднев и Клименко, — сказал вожатый, обращаясь к группе сидевших на лужайке ребят из старшего отряда.

— Я могу сообщить имена этих мальчиков: Коля, Петя и Гриша.

— Но кто же из них Буров, кто Гриднев и кто Клименко?

— Давайте будем угадывать, — предложил кто-то из ребят.

— Я думаю, что Буров — это фамилия Коли, — раздался еще один голос.

— Нет, ты не угадал, — ответил вожатый. — И совсем не надо угадывать. Вы можете сами точно определить не только имена Бурова, Гриднева и Клименко, но даже и возраст каждого из этих мальчиков по тем немногим косвенным сведениям, которые я вам сейчас сообщу о них.

Предложение показалось заманчивым и было принято с удовольствием.

— К тому, что вы уже узнали о приезжающих мальчиках, я добавлю еще только следующие факты:

1) Отец Нади Серовой, которую вы хорошо знаете, — родной брат матери Бурова.

2) Петя пошел в школу в 7 лет и учится отлично. А в письме, которое я недавно получил, он пишет: «...Наконец-то в этом году я начну изучать алгебру, геометрию, физику...»

Добавлю еще, что наш пасечник Семен Захарович Мокроусов приходится Пете родным дедушкой и ждет своего внука с нетерпением.

3) Гриднев старше Пети на 1 год.

4) Гриша старше Пети на 1 год.

— Это все?

— Да.

— Но не маловато ли мы узнали о мальчиках, — посомневался кто-то.

— Вполне достаточно, чтобы полностью решить поставленную задачу.

После непродолжительных споров, рассуждений и сопоставлений полученных фактов ребята нашли единственно возможное решение и точно определили имена и возраст своих новых товарищей: Бурова, Гриднева и Клименко.

119. Состязание в меткости

Три мальчика — Андрюша, Боря и Володя — стреляли из мелкокалиберных винтовок по специальной мишени, изображенной на рисунке. Каждый из мальчиков сделал по 6 выстрелов. Места попаданий в мишень отмечены на рисунке точками. Когда подсчитали результаты, оказалось, что каждый из мальчиков выбил по 71 очку. При этом из всех 18 выстрелов только один дал попадание в центральный круг мишени (50 очков).

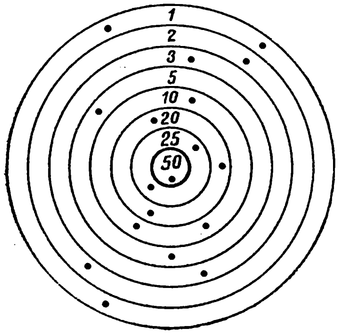


Рис. 58

Кому из мальчиков — Андрюше, Боре или Володе — принадлежал этот самый удачный выстрел, я забыл. Но вы это можете установить по следующим данным: первые 2 выстрела дали Андрюше 22 очка; первый выстрел Володи дал ему только 3 очка.

Кто же из мальчиков попал в центральное яблоко мишени?

120. Пассажиры одного купе

В купе одного из вагонов поезда Москва — Одесса ехали москвич, петербуржец, туляк, киевлянин, харьковчанин и одессит. Их фамилии начинались буквами А, Б, В, Г, Д и Е.

В дороге выяснилось, что А и москвич — врачи, Д и петербуржец — учителя, а туляк и В — инженеры. Б и Е — участники Отечественной войны, а туляк в армии совсем не служил. Харьковчанин старше А, одессит старше В. Б и москвич сошли в Киеве, а В и харьковчанин в Виннице. Определите профессию каждого из этих шести пассажиров и место жительства каждого из них.

Примечание. Не лишен интереса вопрос о необходимости и достаточности количества фактов, устанавливаемых условием этой задачи. Может быть, заинтересуетесь этим небольшим исследованием?

121. Турнир шахматистов

В финале турнира шахматистов встретились представители восьми воинских званий: полковник, майор, капитан, лейтенант, старшина, сержант, ефрейтор и солдат. Все из разных родов войск: один пехотинец, другой летчик, затем танкист, артиллерист, кавалерист, минометчик, сапер и связист.

Рассуждая правильно, вы сможете определить воинскую специальность каждого из 8 шахматистов по следующим данным:

В 1-м туре полковник играл с кавалеристом. Летчик приехал только ко 2-му туру.

Во 2-м туре пехотинец играл с ефрейтором и майор со старшиной. После 2-го тура капитан выбыл из турнира по болезни. Из-за этого выходными оказались: в 3-м туре сержант, в 4-м туре танкист, в 5-м туре майор.

В 3-м туре лейтенант выиграл у пехотинца, а партия полковника с артиллеристом окончилась вничью.

В 4-м туре сапер выиграл у лейтенанта, а старшина — у полковника. Перед последним туром доигрывалась оставшаяся не оконченной в 6-м туре партия кавалериста с минометчиком.

Замечания. 1. Для решения этой задачи не требуется умения играть в шахматы. Следует только знать, что в турнире один и тот же шахматист два раза выходным не бывает и с каждым партнером играет по одной партии.

2. На основании полученного решения задачи желающие могут даже составить полную таблицу распределения встреч по турам.

122. Воскресник

Перед началом учебного года ребята организовали воскресник по заготовке дров для школы. Шестеро из них взялись за распиловку кругляка разной длины на полуметровые отрезки. Ребята разбились на 3 пары. Один из каждой пары считался бригадиром. Бригадиров звали Володя, Петя и Вася. Володя с Мишей пилили двухметровые кругляки средней толщины. Петя с Костей — полутораметровые кругляки несколько большей толщины, чем двухметровые. Вася с Федей пилили метровые, очень толстые кругляки.

На другой день в школьной стенной газете была отмечена хорошая работа трех бригад пильщиков: бригад Лаврова, Галкина и Медведева.

Сообщалось, что Лавров и Котов напилили 26 штук кругляков, Галкин и Пастухов — 27 штук, Медведев и Евдокимов — 28 штук.

Как зовут Пастухова?

123. Как фамилия машиниста?

В поезде Москва — Петербург едут пассажиры Иванов, Петров и Сидоров. Такие же фамилии имеют машинист, кочегар и кондуктор поездной бригады. Известно, что:

1) пассажир Иванов живет в Москве;

2) кондуктор живет на полпути от Москвы до Петербурга;

3) пассажир, однофамилец кондуктора, живет в Петербурге;

4) тот пассажир, который живет ближе к месту жительства кондуктора, чем другие пассажиры, зарабатывает в месяц ровно втрое больше кондуктора;

5) пассажир Петров зарабатывает в месяц 2000 рублей;

6) Сидоров (из бригады) недавно выиграл у кочегара партию на биллиарде.

Как фамилия машиниста?

124. Уголовная история
(Из журнала «Scripta Mathematica»)

У учительницы одной из начальных школ штата Нью-Йорк пропал кошелек. Украсть кошелек мог только кто-нибудь из 5 учеников: Лилиан, Джуди, Дэвид, Тео или Маргарэт.

При опросе этих детей каждый из них дал по 3 показания:

Лилиан: 1) я не брала кошелек; 2) я никогда в своей жизни ничего не воровала; 3) это сделал Тео.

Джуди: 4) я не брала кошелек; 5) мой папа достаточно богат, и я имею свой собственный кошелек; 6) Маргарэт знает, кто это сделал.

Дэвид: 7) я не брал кошелек; 8) с Маргарэт я не был знаком до поступления в школу; 9) это сделал Тео.

Тео: 10) я не виновен; 11) это сделала Маргарэт; 12) Лилиан лжет, утверждая, что я украл кошелек.

Маргарэт: 13) я не брала кошелек учительницы; 14) в этом виновна Джуди; 15) Дэвид может поручиться за меня, так как знает меня со дня рождения.

При дальнейшем расспрашивании каждый из учеников признал, что из сделанных им трех заявлений два верных и одно неверное.

Определите, кто из учеников украл кошелек своей учительницы.

125. Да или нет?

Представьте себе, что ваш друг задумал некоторое целое число в промежутке от 1 до 1000. Чтобы угадать задуманное число, вы будете задавать вопросы. Условимся далее, что на все вопросы ваш друг будет отвечать только «да» или «нет».

Может показаться невероятным, что достаточно всего лишь десяти вопросов, чтобы наверняка отгадать любое задуманное целое число в промежутке от 1 до 1000. Однако это так.

Сообразите, какие вопросы надо задавать.

126. Скрытое деление

За одним из столиков клубной комнаты настольных игр происходит молчаливое «сражение» двух юных шахматистов.

Рядом примостилась Оля — редактор математической стенной газеты «Думай!». Сейчас она составляет задачу для очередного номера газеты.

Покончив с делением семизначного числа на двузначное, Оля отложила лист с вычислениями в сторону и принялась за чертеж. Тогда сидевшие рядом шахматисты, не прерывая игры, начали одновременно развлекаться тем, что каждую шахматную фигуру, снятую с доски, ставили на цифры Олиного листа, не придерживаясь при этом какой-либо системы. К моменту окончания партии все цифры делимого, делителя, частного и всех промежуточных произведений и остатков, кроме самого последнего, равного единице, были закрыты шахматными фигурами.

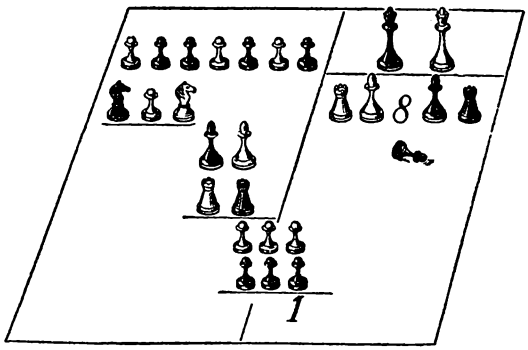


Рис. 59

— Оля, вот тебе и задача для газеты, — сказал один из шахматистов, — зарисуй или сфотографируй вот это «фигурное деление» и предложи читателям определить все цифры, скрытые под фигурами.

— А ведь в самом деле получается интересная задача, — обрадовалась Оля, — только подождите, давайте сначала подумаем, имеет ли она решение.

После непродолжительного размышления ребята пришли к заключению, что в таком виде задача еще малопривлекательна, так как допускает много различных решений, но если снять фигуру со средней цифры частного (эта цифра 8), то задача становится вполне определенной и имеет единственное решение.

По рис. 60 найдите делимое, делитель и частное.

127. Мотоциклист и верховой

На аэродром к прибытию самолета был выслан мотоциклист из почтового отделения. Самолет прибыл раньше установленного срока, и привезенная почта была направлена в почтовое отделение с верховым. Проехав полчаса, верховой встретил мотоциклиста, который принял почту, и, не задерживаясь, повернул обратно.

В почтовое отделение мотоциклист прибыл на 20 минут раньше, чем следовало.

На сколько минут раньше установленного срока самолет прибыл на аэродром?

128. Пешком и на автомобиле

Тому, кто разобрался в решении предыдущей задачи, нетрудно самостоятельно найти решение следующей задачи такого же рода.

Инженер, работающий за городом, ежедневно приезжает на станцию в 8 часов 30 минут. Точно в это же время подъезжает к станции «победа» и, не задерживаясь, отвозит инженера на завод.

Однажды инженер приехал на станцию в 8 часов и, не дожидаясь автомобиля, пошел пешком к заводу. Встретив на пути «победу», он сел в нее и приехал на завод на 10 минут раньше, чем обычно.

Определите, какое время показывали часы в момент встречи инженера с «победой» и во сколько раз медленнее он идет пешком, чем едет на автомобиле.

129. Логическая ничья

На конкурсе любителей задач и головоломок особенно отличились 3 человека. Чтобы выделить из них победителя, решили провести еще одно испытание. Показали им 5 бумажек: 3 белые и 2 черные. Затем всем троим завязали глаза и каждому наклеили на лоб по белой бумажке, а черные бумажки уничтожили. После этого повязки сняли и объявили, что победителем будет тот, кто первым определит цвет своей бумажки. Никто из соревнующихся не мог видеть цвета своей бумажки, но видел белые бумажки у своих товарищей. После некоторого размышления все трое пришли одновременно к заключению, что у каждого из них белая бумажка. Как они рассуждали?

130. Три мудреца

Утомившись от споров и летнего зноя, три древнегреческих философа прилегли немного отдохнуть под деревом сада Академии и уснули. Пока они спали, шутники испачкали углем их лбы. Проснувшись и взглянув друг на друга, все пришли в веселое настроение и начали смеяться, но это никого не тревожило, так как каждому казалось естественным, что двое других смеются друг над другом.

Внезапно один из мудрецов перестал смеяться, так как он сообразил, что его собственный лоб также запачкан.

Как он рассуждал?

131. По здравому смыслу

Галя Карпова, студентка педагогического института, готовится к своему пробному уроку по математике в 8-м классе средней школы.

— Покажи-ка мне, Галя, какие задачи ты надумала предложить своим ученикам, — поинтересовался Галин отец, знатный машинист.

«Возраст ребенка, увеличенный на 3 года, дает число, из которого точно извлекается квадратный корень, и если действительно извлечь корень из этого числа, то получится возраст ребенка, уменьшенный на 3 года.

Сколько лет ребенку?»

— Ну что ж, неплохая задача для устных упражнений. Смекалистые ребята решат ее в одну минуту.

— Как для устных упражнений? Как в одну минуту? На этой задаче я предполагала еще раз показать ученикам преимущество алгебраического способа решения задачи (при помощи составления уравнения) перед арифметическим.

— В таком случае эта задача малопригодна. Всякий, кто вникнет в смысл твоей задачи, решит ее в уме почти без всяких вычислений.

Как решил задачу старый машинист — отец Гали?

132. Вместо мелких долей крупные

На машиностроительных заводах есть очень увлекательная профессия, называется она — разметчик. Разметчик намечает на заготовке те линии, по которым эту заготовку следует обрабатывать, чтобы придать ей необходимую форму.

Разметчику приходится решать интересные и подчас нелегкие геометрические задачи, производить арифметические расчеты и т. д.

Рис. 60

Понадобилось как-то распределить 7 одинаковых прямоугольных пластинок равными долями между 12 деталями. Принесли эти 7 пластинок разметчику и попросили его, если можно, разметить пластинки так, чтобы не пришлось дробить ни одной из них на очень мелкие части. Значит, простейшее решение — резать каждую пластинку на 12 равных частей — не годилось, так как при этом получалось много мелких долей. Как же быть?

Возможно ли деление данных пластинок на более крупные доли? Разметчик подумал, произвел какие-то арифметические расчеты с дробями и нашел все-таки самый экономный способ деления данных пластинок.

Впоследствии он легко дробил 5 пластинок для распределения их равными долями между шестью деталями, 13 пластинок для 12 деталей, 13 пластинок для 36 деталей, 26 для 21 и т. п.

133. Средняя скорость

Половину пути лошадь шла порожняком со скоростью 12 км/ч. Остальной путь она шла с возом, делая 4 км/ч.

Какова средняя скорость, то есть с какой неизменной скоростью нужно было бы двигаться лошади, чтобы на весь путь употребить такое же количество времени?

134. Спящий пассажир

Когда пассажир проехал половину всего пути, то лег спать и спал до тех пор, пока не осталось ехать половину того пути, что он проехал спящим. Какую часть всего пути он проехал спящим?

135. Какова длина поезда?

Два поезда идут друг другу навстречу по параллельным путям; один со скоростью 36 км/ч, другой со скоростью 45 км/ч. Пассажир, сидящий во втором поезде, заметил, что первый поезд шел мимо него в течение 6 секунд. Какова длина первого поезда?

136. К ужину — 3 поджаренных ломтика

Мама очень вкусно поджаривает ломтики хлеба, пользуясь специальной маленькой сковородкой. Поджарив одну сторону каждого ломтика, она переворачивает его на другую сторону. Поджаривание каждой стороны ломтика длится 30 секунд, причем на сковородке умещаются рядом только два ломтика. Сообразите, каким образом при этих условиях мама поджаривает обе стороны трех ломтиков только за 1,5 минуты, а не за 2, и вы получите к ужину 3 вкусных поджаренных ломтика.

137. Велосипедист

Когда велосипедист проехал $^2/_3$ пути, лопнула шина.

На остальной путь пешком он затратил вдвое больше времени, чем на велосипедную езду.

Во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шел?

138. Соревнование

Токари Володя А. и Костя Б., ученики ремесленного училища металлистов, получив от мастера по одинаковому наряду на изготовление партии деталей, хотели выполнить свои задания одновременно и раньше срока.

Через некоторое время оказалось, однако, что Костя сделал лишь половину того, что осталось делать Володе, а Володе осталось делать половину того, что он уже сделал.

Во сколько раз должен был бы теперь увеличить свою дневную выработку Костя по сравнению с Володей, чтобы одновременно с ним успеть выполнить свой наряд?

139. Кто прав?

Маша решала арифметическую задачу. Последнее действие заключалось в определении объема земляных работ, а для этого надо было вычислить произведение трех чисел.

Маша благополучно перемножила первые два числа и только было приготовилась умножать получившийся результат на третье число, как вдруг заметила, что второй сомножитель был неправильно ею записан: он оказался больше того числа, которое должно было бы быть по условию, на $\frac{1}{3}$ его. Тогда Маша, чтобы не переделывать заново уже выполненное действие, решила, что все равно получит правильный результат, если теперь третий сомножитель предварительно уменьшит на $\frac{1}{3}$ его самого, тем более, что он был равен второму сомножителю.

— Так делать нельзя, — сказала ей подруга, — ты при этом ошиблась на 20 кубометров.

— Какая же тут может быть ошибка? — возразила Маша. — Раз одно число я взяла увеличенным, а другое, равное ему, на такую же часть уменьшенным, то я думаю, что произведение осталось без изменения.

Кто прав?

И не сможете ли вы, пользуясь приведенными данными, найти решение задачи?

140. Мишины котята

Увидит Миша где-нибудь брошенного котенка — непременно подберет и принесет домой. Всегда воспитывается у него несколько котят, а сколько именно, он не любил говорить, чтобы над ним не смеялись.

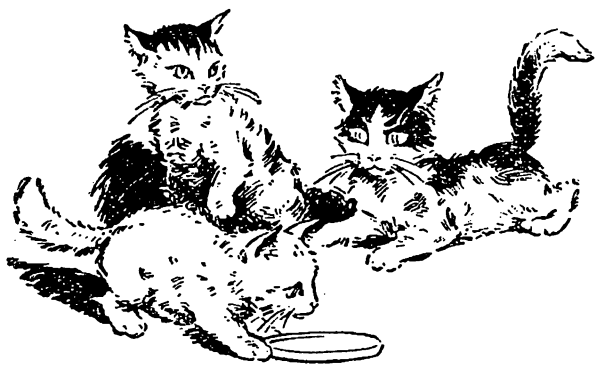


Рис. 61

Бывало, спросят у него:

— Сколько у тебя теперь котят?

— Немного, — ответит он. — Три четверти их числа, да еще три четверти одного котенка.

Товарищи думали, что он просто балагурит. А между тем Миша задавал им задачу, которую решить совсем нетрудно. Попытайтесь!

141. На равные части

Задача 1. Перерисуйте фигуру, изображенную на рис. 62, на лист бумаги и разрежьте ее на 4 равных четырехугольника (фигуры называются равными, если при наложении они совпадают всеми своими частями).

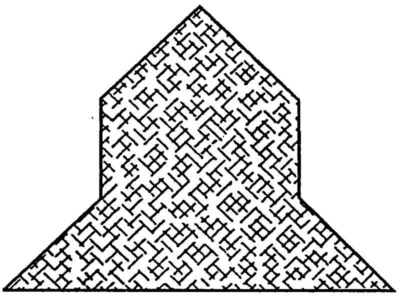


Рис. 62

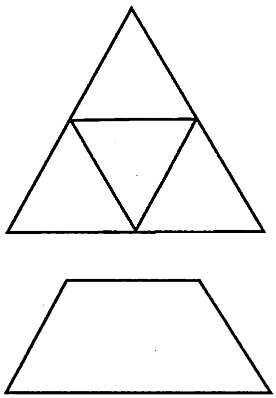


Рис. 63

Задача 2. Как разрезать равносторонний треугольник на 4 равные части, видно из рис. 63. Удалите верхний треугольник; оставшиеся 3 треугольника образуют фигуру, называемую в геометрии трапецией. Попробуйте ее разрезать тоже на 4 равные части.

Задача 3. Пластинку, изображенную на рис. 64, разрежьте на 6 равных пластинок.

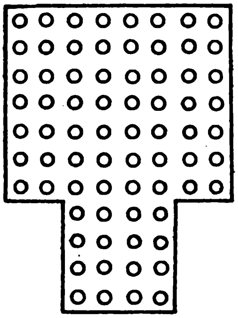


Рис. 64

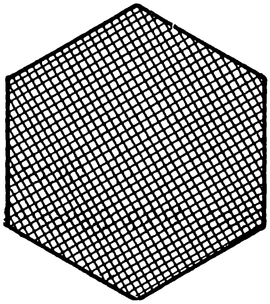
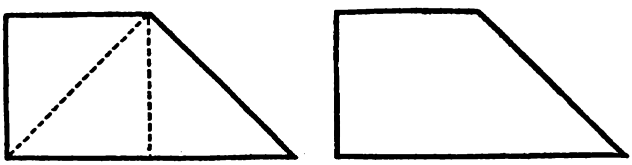


Рис. 65

Задача 4. Если у многоугольника все внутренние углы равны между собой и все его стороны также равны, то он называется правильным многоугольником.

Разрежьте правильный шестиугольник, изображенный на рис. 65, на 12 равных четырехугольников. Будут ли эти четырехугольники правильными, то есть будут ли они квадратами?

Задача 5. Не всякую трапецию можно разрезать на 4 равные между собой маленькие трапеции. Не правда ли? Но трапецию а, составленную из трех равных равнобедренных прямоугольных треугольников (рис. 66), похожую на деревянный молоток без ручки в продольном разрезе, вы легко разрежете на четыре совершенно одинаковые прямоугольные трапеции.



а б

Рис. 66

142. Семь розочек на торте

К чаю был куплен торт. По трем прямым линиям его разрезали на семь частей. На каждой части при этом оказалось по одной розочке.

Как разрезали торт?

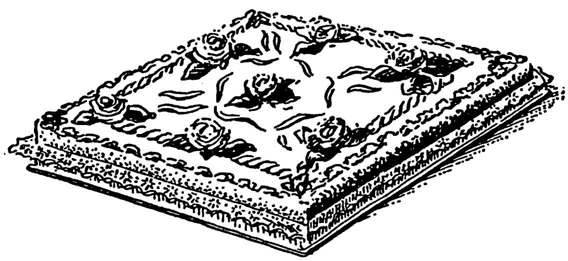


Рис. 67

143. Фигуры, потерявшие свое очертание

Квадрат, в клетках которого вы видите несколько цифр (рис. 68), был подготовлен для разрезывания на 4 равные фигуры.

			3		1	1	
			3	4			
				2			
	1		4	2			
	1						
		3	3				
					4	2	2
					4		

Рис. 68

Фигуры эти располагались симметрично относительно центра квадрата. Более того, чтобы полностью совместить одну из равных фигур с другой, достаточно было бы любую из них повернуть ровно на 90° вокруг центра квадрата, как вокруг оси. Но беда в том, что кто-то стер намеченные линии разреза, а цифры сохранились, и я помню, что они были размещены так: каждая цифра по одному разу в каждой фигуре.

Я думаю, для вас этого достаточно, чтобы вернуть фигурам потерянное очертание, если известно еще, что линии разреза проходили только вдоль сторон клеточек квадрата.

144. Посоветуйте

На рис. 70 изображен план нижней части одного прибора. Посоветуйте, как разгородить прибор на 4 камеры, одинаковые по форме и по размерам, причем в каждой камере должно быть по 2 штифтика (изображены точками) и по одному отверстию (изображены маленькими квадратами).

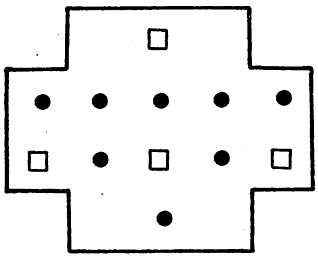


Рис. 69

145. Без потерь!

Вы, конечно, знаете, что на заводах некоторые заготовки не сразу поступают на станок для обработки (скажем, на строгальный или сверлильный), а сначала передаются разметчику, который наносит на них необходимые линии и точки. Смекалка и умение разметчика могут немало содействовать борьбе за экономию материала.

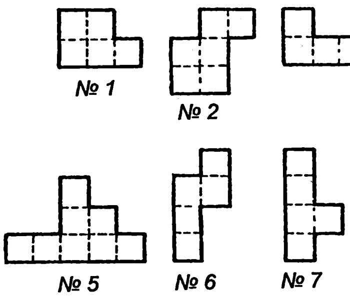


Рис. 70

Однажды на заводе понадобилось большое количество латунных многоугольных пластинок семи фасонов, изображенных на рис. 70. Разметчик заметил, что одна из семи пластинок (определите, какая) ровно 6 раз укладывается в небольшом прямоугольном листе латуни, а для изготовления остальных пластинок разметчик так умело подобрал в отходах обрезки листовой латуни (рис. 71), что каждый из них оказалось возможным разрезать, не теряя ни одного квадратного сантиметра латуни, на пластинки одного и того же фасона.

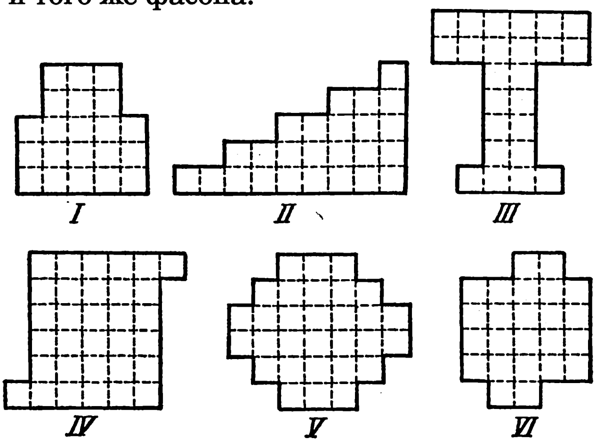


Рис. 71

Так, например, из листового обрезка I (рис. 71) получается 3 пластинки № 4 (рис. 70), из обрезка II — 5 пластинок № 7 и т. д. Какие пластинки из числа изображенных на рис. 70 вырезаются из остальных листовых обрезков, изображенных на рис. 71, — это вы определите сами.

Подскажу еще, что листовой обрезок III разрезается на 3 пластинки одинакового фасона, листовой обрезок IV — на 4 пластинки одинакового фасона, V — на 6, а VI — на 4 пластинки одинакового фасона. Не забудьте, что одна из пластинок данных семи фасонов вырезается в количестве 6 штук из прямоугольного латунного листа.

Перерисуйте в свою тетрадь рис. 71 и найдите необходимые линии разреза на каждом листовом обрезке.

Для облегчения решения рис. 70 и 71 выполнены в клеточку.

146. Когда фашисты посягнули на нашу землю...

В то время в городах, близких к фронту, приходилось делать светомаскировку. Как-то в одной из квартир, когда пришла пора затемнять окна, не нашли шторы для квадратного окна размером 120×120 см^2. Под рукой ничего не оказалось, кроме прямоугольного листа фанеры, площадь которого равнялась площади окна, но размеры были не те: 90×160 см^2.

Сначала все как-то даже растерялись, но прошло немного времени, и пионер Вася, вооружившись линейкой, начал быстро расчерчивать прямоугольный лист фанеры.

По наведенным линиям Вася разрезал фанерный лист всего лишь на две части, из которых и составил квадратный щит нужного размера для затемнения окна.

Найдите решение этой задачи.

147. Воспоминания электромонтера

В каждой квартире с электрическим освещением есть щиток (мраморный) с предохранительными пробками, а на каждом заводе вы их увидите в большом количестве.

Обычно щитки имеют форму прямоугольника или квадрата, но во время Великой Отечественной войны наша бригада монтеров для экономии мрамора иногда позволяла себе отходить от установленных форм. Помню, были у нас две большие мраморные доски (рис. 72) с просверленными маленькими круглыми и несколькими квадратными отверстиями. Нам надо было нарезать из них 8 небольших щитков.

Так и этак прикидывал бригадир, наконец, смекнул, что первую доску (рис. 72а) можно разрезать на 4 равных щитка, причем в каждом из них будет по одному квадратному и по 12 круглых отверстий; и вторую доску (рис. 72б) тоже на 4 равных между собой щитка, но в каждом из них будет по одному квадратному и по 10 круглых отверстий. Так мы и сделали.

Каким образом были разрезаны доски?

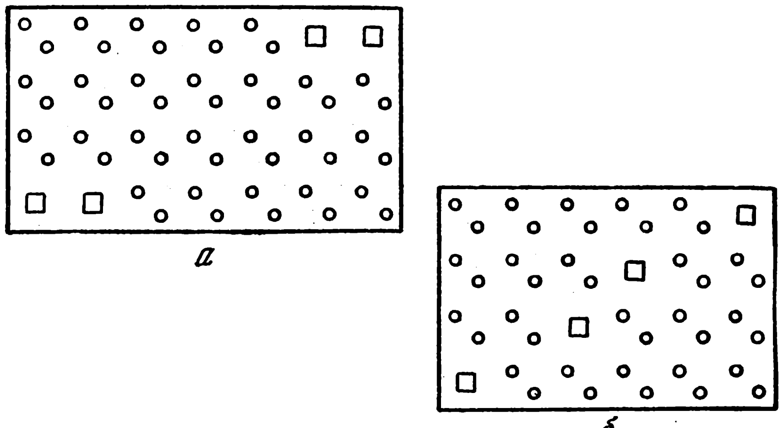


Рис. 72

148. Все идет в дело

«Выйдет ли из этого обрезка шахматная доска в 64 клетки?» — подумал я, разглядывая прямоугольный кусок доски орехового дерева с двумя прямоугольными же выступами (рис. 73).

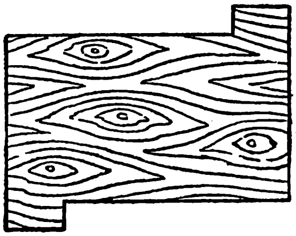


Рис. 73

Измерив доску, я рассчитал, что смогу использовать ее всю, ничего не отбрасывая.

Далее я ее расчертил на 64 равные клетки, причем в каждом выступе оказалось по 2 клетки, и распилил доску только на 2 части, причем одинаковые по форме и величине, и из них склеил шахматную доску. Найдите линию разреза.

149. Головоломка

Фигура ABCDEF (рис. 74) состоит из трех равных сплошных квадратов. Требуется разрезать эту фигуру на 2 части так, чтобы из образовавшихся частей можно было составить квадратную рамку. Отверстие внутри рамки должно тоже иметь квадратную форму, равную каждому из трех квадратов, составляющих данную фигуру.

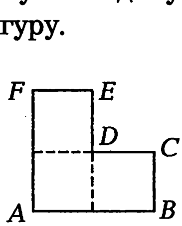


Рис. 74

150. Разрубить подкову

Нарисуйте подкову и сообразите, как провести 2 прямые линии, вдоль которых можно было бы разрезать подкову на 6 частей, не перемещая их при разрезании.

151. В каждой части — дырка

А вот вам подкова с дырками для гвоздей (рис. 75). Разрубите ее двумя прямолинейными ударами на 6 частей так, чтобы в каждой части было по одной дырке.

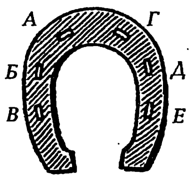


Рис. 75

152. Из «кувшина» — квадрат

Перерисуйте на лист бумаги фигуру, имеющую форму кувшина, изображенную на рис. 76, и разрежьте ее двумя прямолинейными разрезами на такие 3 части, из которых можно было бы сложить квадрат.

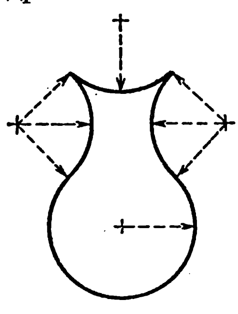


Рис. 76

153. Квадрат из буквы «Е»

Аккуратно начертите на листе бумаги фигуру (рис. 77), имеющую очертания буквы «Е». Требуется разрезать фигуру «Е» только на 7 частей и не больше чем четырьмя прямолинейными разрезами, и из всех получившихся частей сложить квадрат.

Замечание. Каждый острый угол в этой фигуре «Е» составляет половину прямого угла, а каждый тупой угол — в три раза больше острого. Соотношение между длинами сторон легко установить по рисунку.

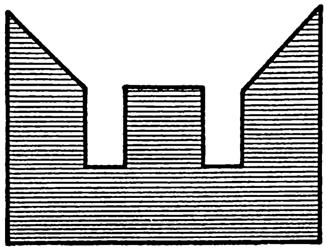


Рис. 77

154. Красивое превращение

Перерисуйте на тонкий картон или плотную бумагу изображенный на рис. 78 правильный восьмиугольник и в центре вырежьте отверстие тоже в форме правильного восьмиугольника. Образовавшуюся фигуру требуется разрезать на 8 равных кусочков и, перекладывая их, составить восьмиконечную звезду, которая бы также имела восьмиугольное отверстие.

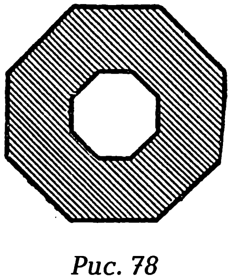


Рис. 78

155. Восстановление ковра

У старого, но еще ценного ковра пришлось удалить два небольших испорченных треугольных кусочка (на рис. 79 — заштрихованные треугольники).

Воспитанники училища художественных промыслов решили восстановить прямоугольную форму ковра, сохранив его рисунок и не теряя ни одного его кусочка. Они разрезали мозаику только на 2 части, из которых и составили новый прямоугольник (оказавшийся квадратом). При этом им не пришлось ничего переделывать в ковре.

Как им это удалось?

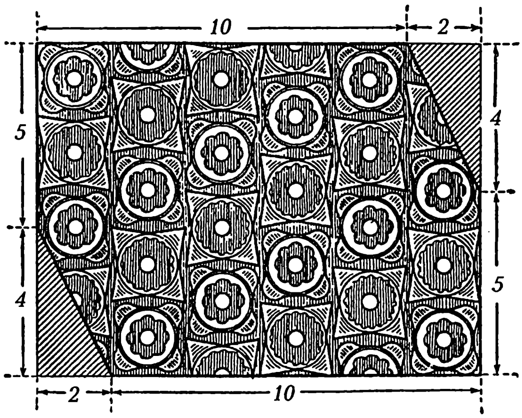


Рис. 79

156. Дорогая награда

Когда Нурия Сараджева была еще подростком, она, как и известная Мамлякат, одной из первых в своем колхозе начала применять более совершенный способ сбора хлопка. В награду Нурия получила красивый коврик работы замечательных туркменских ковровщиц. Этой первой своей наградой Нурия очень дорожила.

Теперь она выросла и работает агрономом в своем родном колхозе. Коврик, конечно, с нею, в ее лаборатории.

Однажды, производя какие-то исследования, Нурия пролила кислоту на коврик и прожгла как раз самую середину. Пришлось вырезать поврежденную часть из середины коврика. Получилось большое прямоугольное отверстие в 1×8 дм^2.

Но Нурия не бросила свой коврик. Она очень искусно разрезала сохранившуюся часть коврика на две части так, что, сложенные вместе, они образовали квадрат. Швы были незаметны, и снова получился славный коврик.

Как она это сделала?

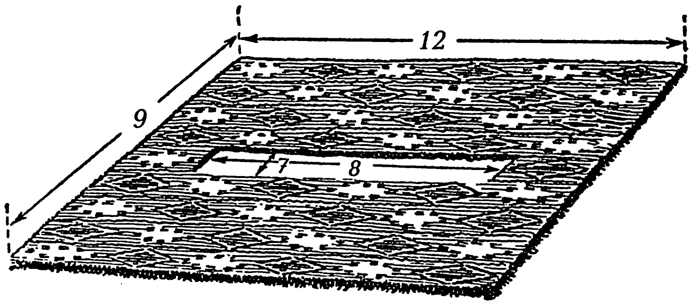


Рис. 80

157. Выручайте беднягу!

Одному шахматисту пришла мысль попытаться разрезать шахматную доску на 15 одинаковых фигур, похожих на букву «Г» (рис. 81а), и одну квадратную (рис. 81б). С той поры потерял покой наш юный конструктор. Не удается ему разрезать шахматную доску на такие части! Теперь он склонен думать, что такой раскрой доски невозможен, и пытается это доказать, но тоже пока безуспешно. Надо выручать беднягу.

Давайте поможем ему доказать невозможность решения поставленной им задачи, а взамен предложим ему разрезать шахматную доску на 10 одинаковых фигур, похожих на букву «Р» (рис. 81в), и одну, похожую на букву «Г» (рис. 81а).

Наша задача тоже не из легких, но решение имеет.

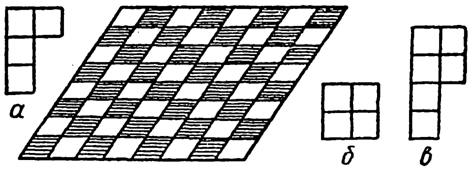


Рис. 81

158. Подарок бабушке

У девочки было два квадратных куска клетчатой ткани: в 64 клетки и в 36 клеток. Девочка решила объединить их в один квадратный платок для подарка бабушке. Разумеется, при этом надо было сохранить строгое чередование белых и черных клеток. Дело осложнилось тем, что края большого куска ткани были уже промережены, и даже кисточки были сделаны на двух сторонах куска полностью, а на третьей — наполовину (рис. 82).

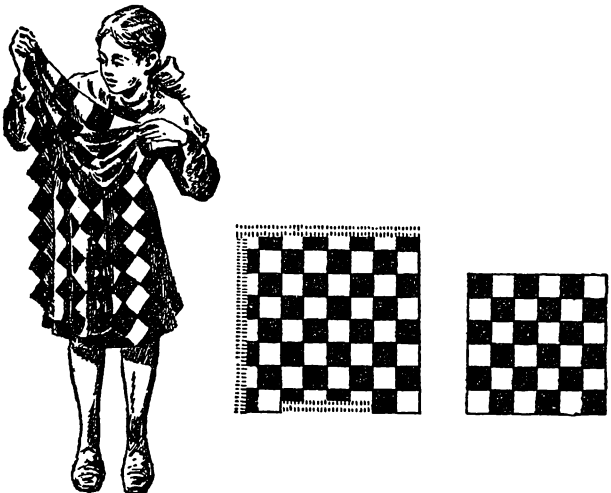


Рис. 82

Выручила девочку ее конструкторская смекалка.

Каждый кусок она так остроумно разрезала на две части, что составленный из четырех получившихся частей платок имел полностью все 100 клеток и при этом все кисточки, которые были на большом куске, остались снаружи, по краям платка.

Повторите на бумажных моделях решение девочки.

159. Задача столяра

Столяру принесли две одинаковые овальные доски с продолговатыми отверстиями в центре (рис. 83) и заказали из них одну круглую сплошную крышку для стола.

Доски оказались из дерева редкой дорогой породы, и мастеру хотелось употребить их в дело полностью без каких бы то ни было обрезков.

Чтобы не делать лишних, необдуманных разрезов, столяр сначала вырезал из плотной бумаги выкройку доски, присмотрелся к форме, кое-что проверил циркулем. Оказалось, что намерение мастера вполне осуществимо, и притом с небольшим количеством разрезов каждой доски.

Как распилил столяр принесенные доски?

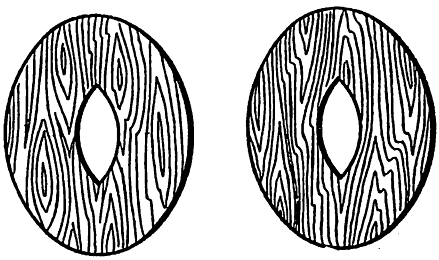


Рис. 83

160. И у скорняка геометрия!

Скорняку надо было наложить на мех заплату в виде разностороннего треугольника. Он выкроил заплату из такого же меха, но ошибся. К отверстию в мехе заплата подходила только левой стороной. Вот досада! Не бросать же выкроенный кусок дорогого меха. Но как повернуть его на лицевую сторону и сохранить при этом нужную форму треугольника? Долго думал скорняк и придумал все-таки. Он сообразил, что кусок надо как-то разрезать на такие части, каждая из которых при переворачивании легла бы на свое прежнее место. А вот как разрезать?

161. Каждому коню по конюшне

На рис. 84 изображена шахматная доска с 4 конями.

Требуется разрезать доску на 4 равные и одинаковые по форме части, причем на каждой из этих частей должно остаться по коню.

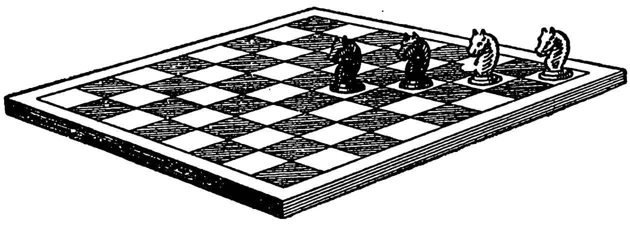


Рис. 84

162. Где находится цель?

На рис. 85 изображены в кружочках экраны радиолокационных станций. На экранах светится или записывается зигзагообразная линия, под ней находится указатель расстояний.

Со станции отправляется радиоволна. На экране этот момент соответствует нулевой точке шкалы. Через некоторое время радиоволна, отразившись от цели (например, от корабля в море), возвращается обратно на станцию. В этот момент на экране появляется вытянутое вверх острие. За истекшее время радиоволна прошла двойное расстояние между станцией и целью. Но указатель расстояний так размечен, что число, стоящее под удлиненным острием, указывает расстояние от станции до цели. Экран слева дает показания береговой радиолокационной станции, находящейся в пункте А. Экран справа дает показания радиолокационной станции, находящейся в пункте Б.

Допустим, оба экрана дали одновременные показания этих двух береговых станций, обнаруживших цель в море. Прочтите показания указателей экранов (рис. 85), а затем определите, в каком пункте находится цель.

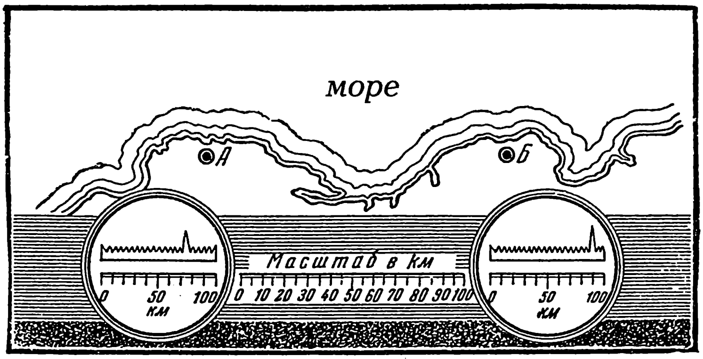


Рис. 85

163. Пять минут на размышление

Представьте себе деревянный куб со стороной 3 дм, вся поверхность которого окрашена в черный цвет.

1) Сколько потребуется разрезов, чтобы разделить куб на кубики со стороной 1 дм?

2) Сколько получится таких кубиков?

3) Сколько кубиков будут иметь по 4 окрашенные грани?

4) Сколько кубиков будут иметь по 3 окрашенные грани?

5) Сколько кубиков будут иметь по 2 окрашенные грани?

6) Сколько кубиков будут иметь по одной окрашенной грани?

7) Сколько кубиков будет неокрашенных?

164. Непредвиденная встреча

Два поезда, каждый по 80 вагонов, встретились на одноколейном пути, имеющем небольшую тупиковую ветку (рис. 86).

Как разойтись этим поездам, если тупиковая ветка может вместить паровоз и с ним не больше 40 вагонов?

Рис. 86

165. Путевой треугольник

Основной железнодорожный путь АВ (рис. 87) и две небольшие железнодорожные ветки AD и BD образуют путевой треугольник. Если на основном пути АВ стоит паровоз трубой направо, то, обойдя путевой треугольник, он окажется трубой налево.

Глядя на рис. 87, легко мысленно представить, как должен двигаться паровоз, чтобы «повернуться» трубой в другую сторону (считайте при этом, что вагонов на ветках нет). Но сейчас перед машинистом паровоза стоит другая задача. Ему надо переставить местами вагоны, стоящие на ветках AD и BD: белый вагон с ветки BD на ветку AD, а красный — с AD на BD; самому же вернуться на прежнее место. На тупичке D за стрелкой помещается только один вагон или один паровоз.

Как машинист решил эту задачу?

Если каждое сцепление и расцепление вы будете считать за ход, то могу сообщить, что машинист решил задачу в 10 ходов, но вы можете решить ее в 6 ходов. (Толкание вагона считается за 2 хода, так как равносильно одному сцеплению и одному расцеплению.)

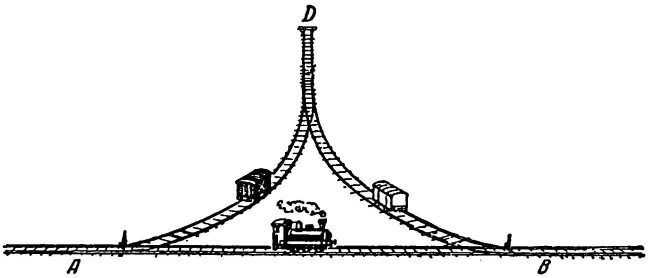
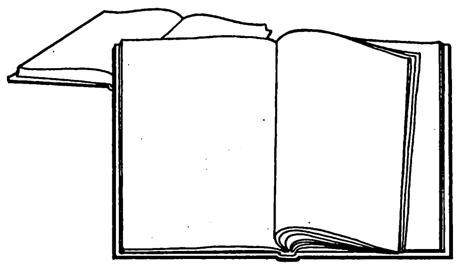


Рис. 87

166. Попробуйте отвесить

В пакете содержится 9 кг крупы. Попробуйте при помощи чашечных весов с гирями в 50 и 200 г распределить всю крупу по двум пакетам: в один — 2 кг, в другой — 7 кг. При этом разрешается произвести только 3 взвешивания.

ОТВЕТЫ



1. Наблюдательные ребята

Надо обратить внимание на дым, идущий из трубы паровоза. Если бы поезд стоял, то дым паровоза отклонялся бы в ту сторону, куда дует ветер. Если бы, наоборот, поезд двигался вперед при отсутствии ветра, то дым от паровоза отклонялся бы назад. Как показано на рис. 1 (см. с. 8), дым от идущего паровоза поднимается вверх, значит, поезд имеет скорость, равную скорости ветра, то есть 7 м/с или около 25 км/ч.

2. Каменный цветок

Решение показано на рисунке.

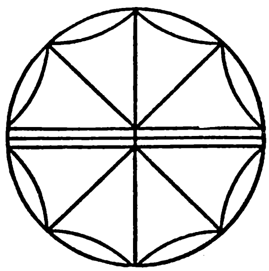


Рис. 88

3. Перемещение шашек

Перенумеруем шашки слева направо, как показано на рисунке. Если свободное место оставлено слева, то перенесем шашки № 2 и 3 налево и поместим их в начале ряда так, чтобы шашка № 3 оказалась рядом с шашкой № 1 (см. перемещение I на рис. 89). На освободившееся место поместим шашки № 5 и 6 (перемещение II). Перенесем теперь шашки № 6 и 4 налево, к шашке № 2 (перемещение III).

Проделайте решение этой задачи в обратном порядке. От последнего расположения шашек, тоже в 3 хода, вернитесь к первоначальному их расположению.

Теперь это нетрудно!

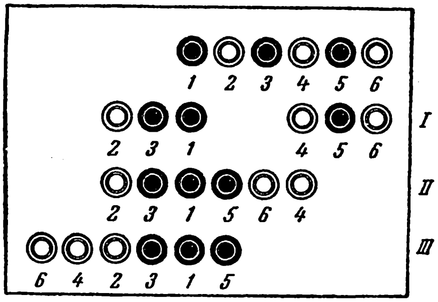


Рис. 89

4. В три хода

Схема решения:

Кучка	Начальное распределение	1-й ход	2-й ход	3-й ход
Первая	11	11 – 7 = 4	4	4 + 4 = 8
Вторая	7	7 + 7 = 14	14 – 6 = 8	8
Третья	6	6	6 + 6 = 12	12 – 4 = 8

5. Путь садовника

Один из возможных путей показан на рис. 90.

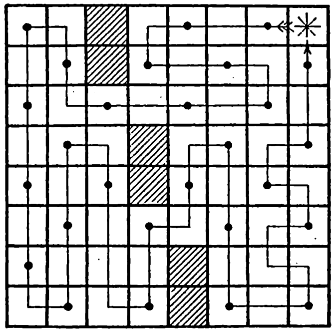


Рис. 90

6. Сосчитайте!

35 треугольников. А теперь самостоятельно сосчитайте, сколько всевозможных четырехугольников в фигуре, изображенной на рис. 5 (с. 11).

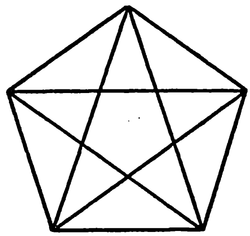


Рис. 91

7. Надо смекнуть

Дать четырем девочкам по яблоку, а пятой девочке — оставшееся яблоко вместе с корзиной.

8. Недолго думая

Четыре кошки.

9. Вниз — вверх

В начальном положении карандашей запачкан 1 см длины желтого карандаша. При движении синего карандаша вниз пачкается второй сантиметр его длины, а при последующем движении вверх — второй сантиметр синего карандаша пачкает второй сантиметр желтого.

Таким образом, каждая пара движений карандаша вниз — вверх пачкает 1 см длины желтого карандаша. 10 пар движений запачкают 10 см длины, а вместе с начальным сантиметром будет запачкано 11 см длины желтого (а также и синего) карандаша.

Взглянув на свои сапоги, Леонид Михайлович заметил, что они снизу доверху запачканы грязью именно в тех местах, где сапоги трутся друг о друга при ходьбе.

— Что за оказия, — подумал Леонид Михайлович, — по глубокой грязи не ходил, а до колен испачкался.

Теперь нам с вами ясно, чем объясняется такая «оказия».

10. Переправа через реку

Мальчики переехали реку. Один из них остался на берегу, а другой пригнал лодку к солдатам и вылез. В лодку сел солдат и переправился на другой берег. Мальчик, остававшийся там, пригнал обратно лодку к солдатам, взял своего товарища (мальчика), отвез на другой берег и снова доставил лодку обратно, после чего вылез, а в нее сел второй солдат и переправился... Таким образом после каждых двух перегонов лодки через реку и обратно переправлялся один солдат. Так повторялось столько раз, сколько было человек в отряде.

11. Волк, коза и капуста

Волк не ест капусту, следовательно, начинать переправу надо с козы, так как волка и капусту можно оставить на берегу без человека.

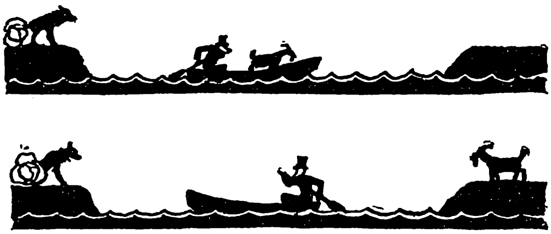


Рис. 92а

Переправив козу на другой берег, человек возвращается, берет в лодку капусту и также перевозит ее на другой берег, где ее оставляет, но зато берет в лодку козу и везет ее обратно — на первый берег.

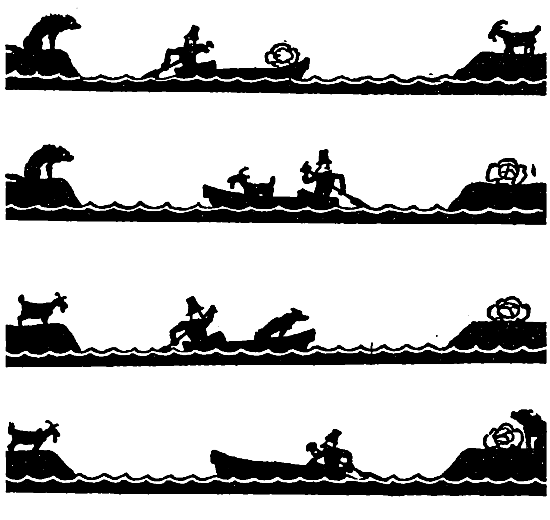


Рис. 92б

Здесь он козу оставляет и перевозит волка. Капусту оставляет с волком, а сам возвращается за козой, перевозит ее, и переправа оканчивается благополучно.

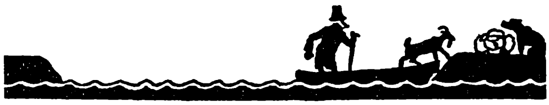


Рис. 92в

12. Выкатить черные шарики

Рисунок показывает схему необходимых передвижений.

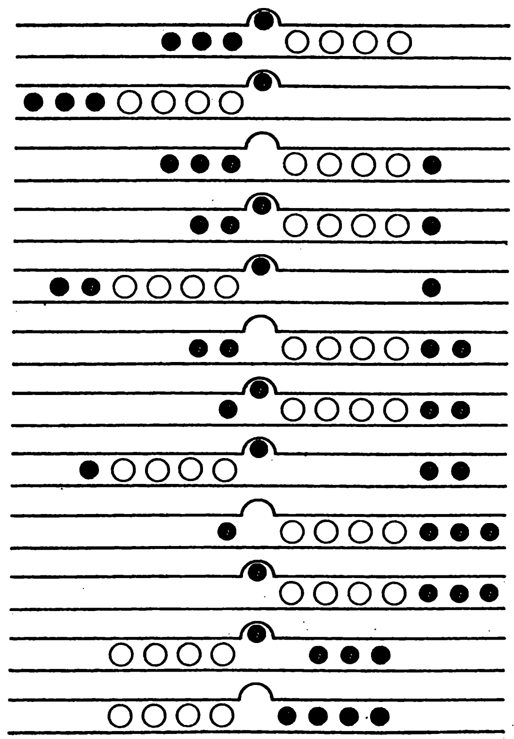


Рис. 93

13. Ремонт цепи

Мастер расковал три кольца одного звена (три операции) и ими соединил остальные 4 звена (еще три операции, всего шесть).

14. Исправьте ошибку

Первое решение:

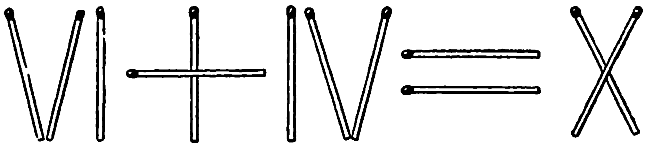


Рис. 94а

Второе решение:

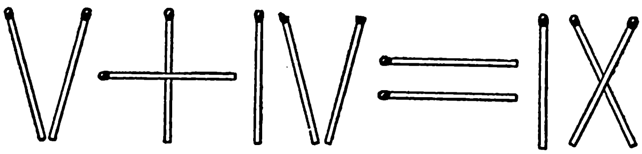


Рис. 94б

15. Из трех — четыре (шутка)

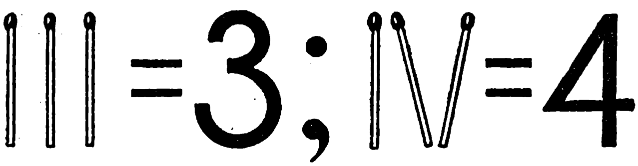


Рис. 95

16. Три да два — восемь
(еще шутка)

Из данных пяти спичек надо составить римскую цифру восемь.

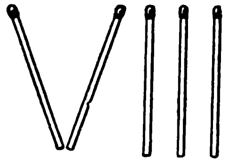


Рис. 96

17. Три квадрата

Решение показано на рисунке.

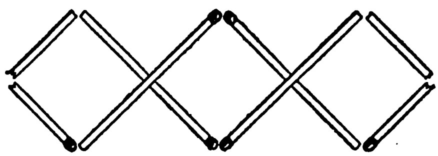


Рис. 97

18. Сколько деталей?

При недостаточно внимательном отношении к условию задачи рассуждают так: 36 заготовок — это 36 деталей; так как стружки каждых шести заготовок дают еще одну новую заготовку, то из стружек 36 заготовок образуется 6 новых заготовок — это еще 6 деталей; всего 36 + 6 = 42 детали. Забывают при этом, что стружки, получившиеся от шести последних заготовок, тоже составят новую заготовку, то есть еще одну деталь. Таким образом, всего деталей будет не 42, а 43.

19. Попробуйте!

На рисунке показано расположение кресел, удовлетворяющее условию задачи.

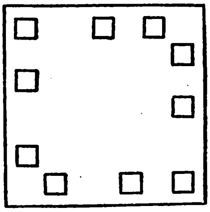


Рис. 98

20. Расстановка флажков

Схемы распределения флажков показаны на рисунке.

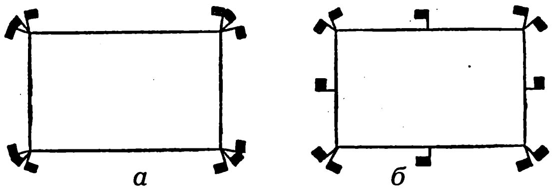


Рис. 99

21. Сохранить четность

Два из возможных решений показаны на рисунке.

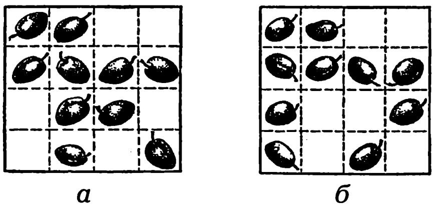


Рис. 100

22. «Волшебный» числовой треугольник

Возможные варианты расположения чисел показаны на рисунках. Сумма чисел вдоль каждой стороны первого треугольника равна 17, а вдоль каждой стороны второго и третьего — 20. Могут быть и иные расположения чисел.

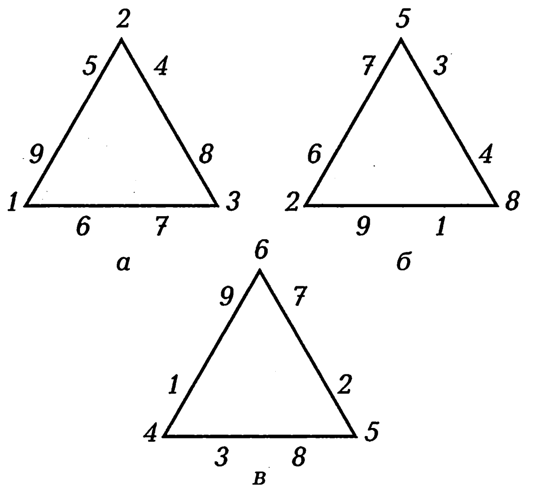


Рис. 101

23. Четырьмя прямыми

Одно из возможных решений показано на рисунке.

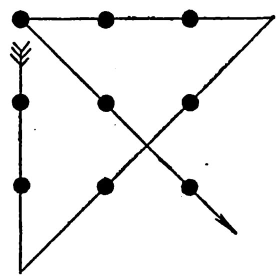


Рис. 102

24. Отделить коз от капусты

Решение показано на рисунке.

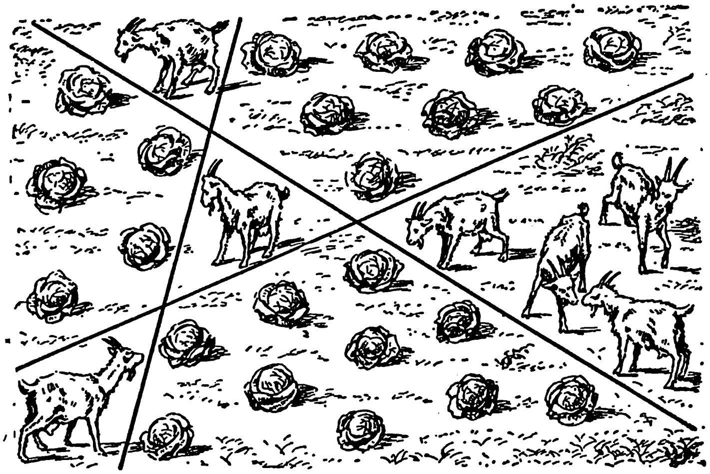


Рис. 103

25. Как играли в мяч 12 девочек

При тринадцати играющих можно мяч бросать и через 5 человек (см. рис. 104). Если бросать через 6 человек (ловит мяч каждый седьмой), то окажется, что мяч пошел в противоположном направлении.

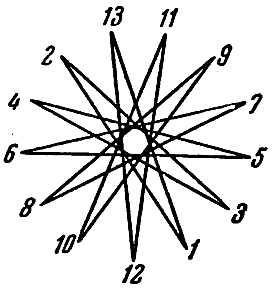


Рис. 104

26. Два поезда

Где бы оба поезда ни встретились, за 1 час до их встречи они будут друг от друга на расстоянии в 100 км (60 + 40).

27. Во время прилива (шутка)

Когда задача касается какого-либо физического явления, то непременно следует учитывать все его стороны, чтобы не попасть впросак. Так и здесь. Никакие расчеты не приведут к истинному результату, если не принять во внимание, что вместе с водой поднимутся и корабль и лестница, так что в действительности вода никогда не покроет третьей ступеньки.

28. Циферблат

1. Сумма всех чисел на циферблате равна 78. Значит, сумма чисел в каждой части циферблата должна быть равна 78 : 3 = 26. Замечаем, что:

$$12 + 1 = 13 \text{ и } 11 + 2 = 13.$$

Отсюда напрашивается то решение, которое приведено на рис. 105.

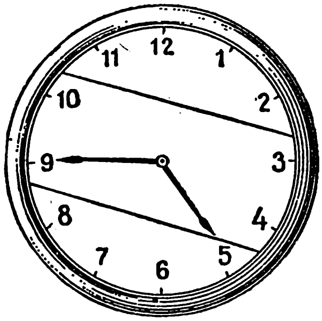


Рис. 105

2. Сумма чисел в каждой из 6 частей циферблата должна быть равна 78 : 6 = 13. Находим на циферблате такие пары чисел, сумма которых равна 13, и получаем решение, показанное на рис. 106.

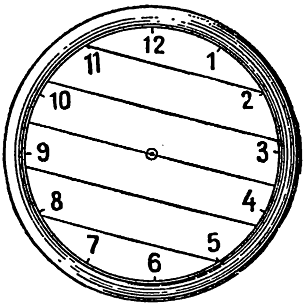


Рис. 106

29. Сломанный циферблат

В числах IX, X и XI — три десятки (X) расположены рядом. Ясно, что две из них должны войти в один кусок. Представляются только два возможных случая для испытания. После нескольких проб вы получите такое расположение трещин, которое показано на рисунке. Сумма чисел в каждом куске циферблата равна 20.

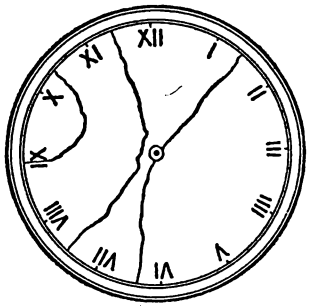


Рис. 107

30. Удивительные часы

Проверив механизм часов, мальчик подобрал подходящие стрелки, но неправильно надел их: минутную стрелку — на ось часовой, а часовую — на ось минутной. В результате минутная стрелка стала вращаться на циферблате со скоростью часовой стрелки, то есть очень медленно, а часовая стрелка стала вращаться, как минутная, — быстро.

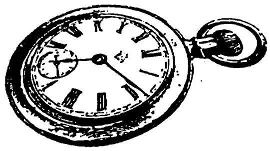


Рис. 108

В первый раз мальчик вернулся к заказчику примерно через 2 часа 10 минут после того, как поставил часы на 6 часов вечера.

Большая стрелка, двигаясь со скоростью часовой, передвинулась от 12 до 2. Маленькая же стрелка, будучи минутной, сделала два полных круга и прошла еще 10 минут. Таким образом, часы показывали в этот момент точное время.

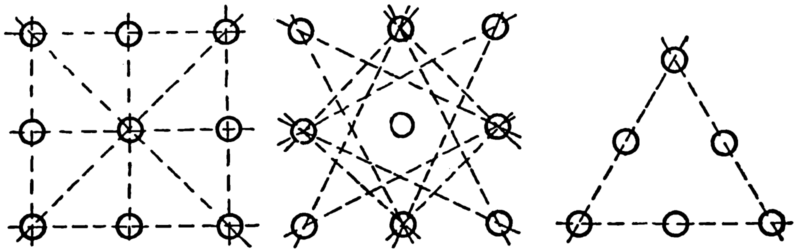
Нетрудно подсчитать, что по вторичному вызову, на утро следующего дня, мальчик пришел через 13 часов 05 минут после того как поставил вначале стрелки на 6 часов. За это время большая стрелка, будучи часовой, прошла 13 часов и таким образом достигла цифры 1.

Маленькая же стрелка, будучи минутной, сделала за это время 13 полных оборотов и прошла еще 5 минут, достигнув, таким образом, цифры 7. Поэтому и во втором случае совпадения часы показывали точное время.

31. Три в ряд

По 3 пуговицы — 8 рядов (см. схему на рис. 109а), по 2 пуговицы — 12 рядов (рис. 109б). Ряды показаны пунктирными прямыми.

Оставшиеся 6 пуговиц располагаются в три ряда по 3 пуговицы в каждом в форме треугольника (рис. 109в).

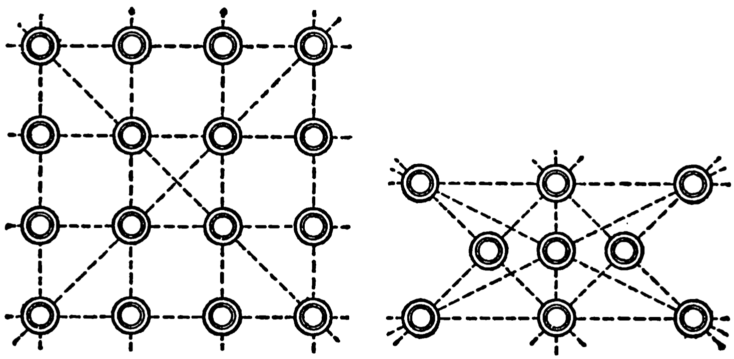


а б в

Рис. 109

32. Десять рядов

Расположение шестнадцати шашек в 10 рядов по 4 в ряд показано на рис. 110а. Расположение девяти шашек в 10 рядов показано на рис. 110б.



а б

Рис. 110

33. Расположение монет

Расположение монет показано на рис. 111.

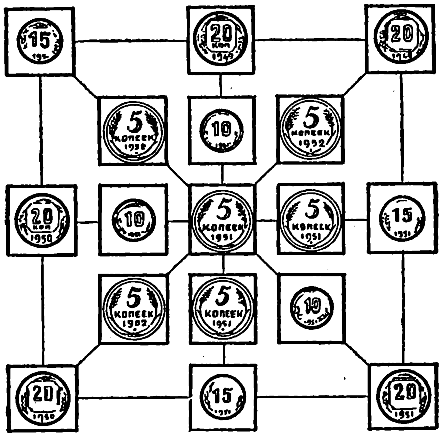


Рис. 111

34. От 1 до 19

Замечая, что 1 + 19 = 20, 2 + 18 = 20, 3 + 17 = 20 и т. д., записываем слагаемые каждой суммы в противоположные кружочки, а число 10 поместим в центральный кружочек. Полностью решение задачи показано на рис. 112.

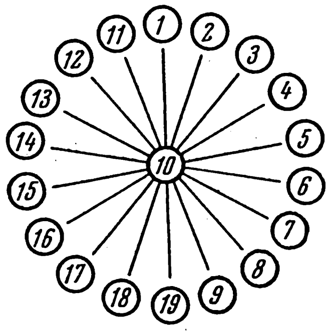


Рис. 112

35. Быстро, но осторожно

1. Часто отвечают, что пассажиры автобуса будут дальше от Москвы, чем велосипедист, что неверно, так как встретившиеся путешественники находятся в одном месте и, следовательно, на одинаковом расстоянии от Москвы.

2. Килограмм металла всегда дороже, чем полкилограмма того же металла.

3. 6 ударов продолжались 30 секунд, значит, на 12 ударов потребуется 60 секунд, или 1 минута, — вот часто встречающийся неправильный ход мысли.

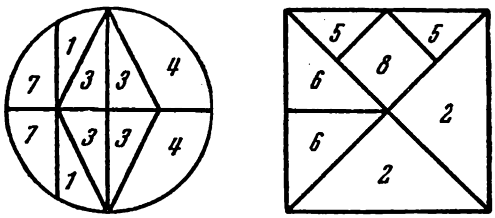
Ведь когда часы били 6 ударов, то между ударами было только 5 промежутков, каждый из которых длился 30 : 5 = 6 секунд. А между первым и двенадцатым ударами — 11 промежутков продолжительностью по 6 секунд каждый.

Значит, на 12 ударов потребуется 66 секунд.

4. Всегда.

36. Фигурный рак

Решение показано на рис. 113а и 113б.



а *б*

Рис. 113

37. Стоимость книги

2 рубля.

38. Беспокойная муха

На первый взгляд задача кажется сложной, требующей специальных рассуждений. Вдумавшись, легко понять, что муха, не останавливаясь, летала ровно 3 часа, а следовательно, пролетела 300 км.

39. Две шутки

1. Девочка прочла число в перевернутом виде: 98 вместо 86.

2. Поменять местами бумажки с числами 8 и 9, при этом 9 перевернуть, как 6. Тогда в каждом столбике будет по 18.

40. Сколько мне лет?

23 года. Разность между годами отца и сына равна 23 годам; следовательно, сыну надо иметь 23 года, чтобы отец был вдвое старше его.

41. Оцените на глаз

На первый взгляд кажется, что результаты сложения чисел каждого столбца не должны быть одинаковыми, но, присмотревшись чуть повнимательнее, можно заметить, что если во втором столбце девять единиц (9 × 1), то, соответственно, в первом столбце — одна девятка (1 × 9); во втором столбце восемь двоек (8 × 2), но в первом — две восьмерки (2 × 8), во втором столбце семь троек (7 × 3), но в первом — три семерки (3 × 7) и т. д.

Отсюда следует, что результаты сложения чисел в обоих столбцах должны быть одинаковыми. Убедитесь в этом простым сложением.

42. Сколько их?

4 брата и 3 сестры.

43. Одинаковыми цифрами

$22 + 2 + 2 + 2$ и $888 + 88 + 8 + 8 + 8$.

44. Сто

$100 = 111 - 11$
$100 = 5 \times 5 \times 5 - 5 \times 5$
$100 = (5 + 5 + 5 + 5) \times 5$
$100 = 5 \times 5\,(5 - \frac{5}{5})$

45. Разборная шахматная доска

Возможное решение показано на рис. 114.

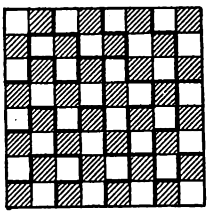


Рис. 114

46. Сколько маршрутов?

Непосредственно считать все возможные маршруты от A до C сложно — запутаетесь. Надо начать с подсчета маршрутов до перекрестков, более близких к начальному пункту А (рис. 115).

Очевидно, что на каждый перекресток, находящийся на сторонах AB и AD, ведет только один путь; на перекресток 2b ведут 2 пути. На перекресток 2c можно попасть, во-первых, из пункта 2b, значит, тоже двумя маршрутами, и, во-вторых, из пункта 1c, то есть еще одним маршрутом. Следовательно, всего к перекрестку 2c ведут 2 + 1 = 3 маршрута (найдите их). Аналогично рассуждая, получим, что и к перекрестку 3b ведут 3 маршрута.

На перекресток 3c ведут те же 3 маршрута, которыми можно попасть на перекресток 3b, и те 3 маршрута, которыми можно попасть на перекресток 2c, то есть всего 6 маршрутов. Продолжая эти рассуждения, заметим, что вообще количество маршрутов, ведущих к любому перекрестку, равно сумме маршрутов, ведущих к двум смежным перекресткам, расположенным слева и снизу от рассматриваемого. Если, например, мы определили, что число маршрутов, ведущих на 3c, равно 6, а на 2d — равно 4, то число маршрутов, ведущих на 3d, будет равно 10 и т. д.

Так можно определить число маршрутов, ведущих из начального пункта А к любому перекрестку. К конечному пункту С, таким образом, можно прийти 70 различными путями.

(Число маршрутов равно $C\frac{4}{8}$; вообще $C\frac{m}{n}$, где m — число кварталов вдоль AB, n — число кварталов вдоль BC.)

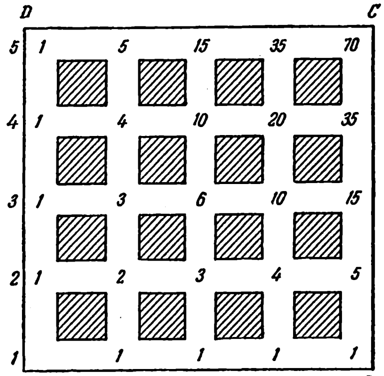


Рис. 115

47. Поиски мины

Одно из возможных решений представлено на рис. 116. Путь одного сапера изображен сплошной линией, а путь другого — пунктиром. Оба сапера обошли ровно по 40 клеток поля, побывав на каждой клетке по разу.

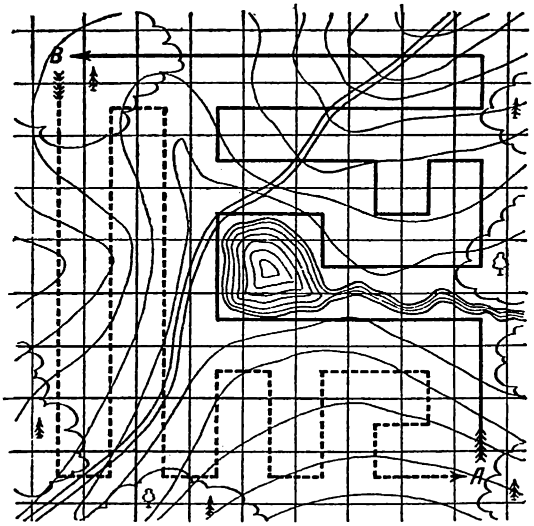


Рис. 116

48. Часы остановились

Вся изюминка решения заключается в том, что, уходя из дома, я догадался пустить в ход свои стенные часы и заметить по ним, в котором часу я вышел, а затем — в котором часу вернулся. Так по своим часам я смог определить, сколько времени я отсутствовал. Придя к знакомому и уходя от него, я заметил показания его часов. Это дало мне возможность определить продолжительность пребывания у знакомого.

Вычитая из продолжительности времени, которое я отсутствовал дома, продолжительность пребывания у знакомого, я получил количество времени, затраченного на дорогу туда и обратно. Прибавив половину этого количества времени к показанию часов товарища, когда я от него уходил, я в сумме получил то показание часов, на которое следовало поставить мои стенные часы.

49. Озадаченный шофер

Счетчик машины показывал 15 951. Цифра десятков тысяч не могла измениться через 2 часа. Следовательно, первой и последней цифрой нового симметричного числа остается 1.

Цифра десятков тысяч могла и должна измениться, так как за 2 часа машина прошла, конечно, больше 49 км, но никак не больше 1000 км; следовательно, цифра тысяч, а вместе с нею и цифра десятков — 6.

Очевидно, что цифра сотен — 0 или 1, и счетчик показывал либо число 16061, либо число 16 161.

Число сотен вряд ли могло достигнуть 2, так как в этом случае получилось бы, что машина за 2 часа прошла 16 261 – 15 951 = 310 км, а такая скорость пока не характерна для машин не спортивного типа.

Если счетчик показал число 16 061, то машина прошла за 2 часа 16 061 – 15 951 = 110 км и, следовательно, имела скорость 110 : 2 = 55 км/ч.

Во втором случае скорость — 105 км/ч.

50. Для цимлянского гидроузла

Для решения задачи надо знать количество приборов, смонтированных бригадиром. А для этого, в свою очередь, надо знать, сколько приборов в среднем было смонтировано каждым из 10 членов бригады. Распределив поровну между девятью юными рабочими 9 приборов, изготовленных добавочно бригадиром, мы узнаем, что в среднем каждый член бригады смонтировал 15 + 1 = 16 приборов. Отсюда следует, что бригадир изготовил 16 + 9 = 25 приборов, а вся бригада (15 × 9) + 25 = 160 приборов.

Знающие алгебру могут решить эту задачу путем составления одного уравнения с одним неизвестным.

51. Хлебосдачу вовремя

При скорости 30 км/ч машина будет проходить каждый километр за 2 минуты, а при скорости 20 км/ч — каждый километр в 3 минуты. Значит, при скорости 20 км/ч машина будет терять одну минуту на каждом километре. Но при этой скорости она теряет, как сказано, 2 часа, или 120 минут, следовательно, расстояние от колхоза до города 120 км.

С какой скоростью нужно ехать, чтобы прибыть вовремя?

Часто полагают, что необходимой скоростью должно быть среднее арифметическое между 20 и 30 км/ч, или $20 + \frac{30}{2} = 25$ км/ч, но это неверно.

На весь путь должно быть потрачено 5 часов ($\frac{120}{30} + 1 = 5$), следовательно, чтобы доставить зерно в город точно к 11 часам, надо ехать со скоростью $\frac{120}{5} = 24$ км/ч.

52. В дачном поезде

Если бы мы наблюдали движение встречных поездов из вагона стоящего поезда, то расчет первой подруги был бы верен, но наш вагон двигается навстречу обратным поездам, следовательно, если от встречи нашего поезда с одним обратным поездом до встречи с другим обратным поездом прошло 5 минут, то это значит, что второй поезд придет на то место, где мы встретились с первым, еще через 5 минут, то есть промежутки времени между прибытиями встречных поездов равны 10 минутам.

Таким образом, в течение часа прибывает в город не 12 поездов, а только 6.

53. Страшный сон футбольного болельщика

Если достаточно маленький мячик, оставаясь на полу, прижмется к любой стене комнаты в любом месте, то большой чугунный шар там его не раздавит. Мячику может мешать плинтус между стеной и полом; в этом случае ему надо прижаться в угол.

Знающие геометрию могут рассчитать, что если диаметр маленького шарика примерно в 5,83 раза (точно в $3 + 2\sqrt{2}$ раза) меньше диаметра большого шара, то, прижавшись к стене, как показано на рис. 117, маленький шарик будет в безопасности.

Футбольный мяч и шарик для настольного тенниса имеют узаконенные размеры, и простое сравнение отношения их диаметров с числом 5,83 покажет вам, что прижавшемуся к стене шарику не угрожает опасность быть раздавленным.

Рис. 117

54. Смекалка кузнеца Хечо

Сначала «пленники» положили цепь (30 кг) в корзину и отправили ее вниз. В поднявшуюся наверх пустую корзину села девочка-служанка (40 кг) и опустилась вниз; в то же время корзина с цепью поднялась вверх. Хечо вынул цепь и посадил в корзину Дариджан (50 кг). Дариджан опустилась вниз, поднимая вверх служанку-девочку. Дариджан вышла из корзины на землю, а девочка из поднявшейся корзины — в башню. В освободившуюся наверху корзину Хечо снова положил цепь и вторично опустил ее на землю. На земле в корзину с цепью села Дариджан (50 – 30 = 80 кг), а в поднявшуюся корзину сел Хечо (90 кг). Хечо спустился, вышел из корзины на землю, а Дариджан вышла из поднявшейся корзины в башню. Цепь она оставила в поднявшейся корзине. Цепь в третий раз опустилась на землю. В поднявшуюся корзину снова села девочка (40 кг) и опустилась на землю, поднимая цепь (30 кг). Дариджан вынула цепь, села в корзину (50 кг) и опустилась вниз, поднимая вверх девочку (40 кг). Дариджан вышла на землю, а девочка в башню. Девочка положила в корзину цепь и опять опустила ее на землю, затем сама села в поднявшуюся пустую корзину и опустилась вниз, поднимая цепь наверх. «Приземлившись», девочка присоединилась к ожидавшим ее Дариджан и Хечо, а цепь в последний раз упала на землю. Все трое благополучно укрылись в горах от свирепого князя.

55. Разложить монеты

Секрет в том, чтобы каждый раз монета ложилась около того луча, от которого вы перед этим начали счет. Допустим, вы начинаете счет от пятого луча (рис. 118). Первая монета ляжет против седьмого луча. Теперь надо положить монету против пятого луча. Для этого счет придется начать от третьего. В третий раз начнем счет от первого луча, тогда монета ляжет против третьего луча и т. д.

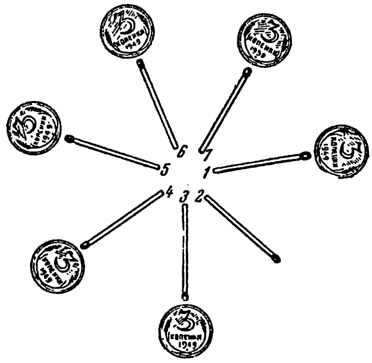


Рис. 118

56. Кот и мыши

Отсчитайте, например, по ходу часовой стрелки от белой мыши (ее не считая) шестую мышь. С этой мыши и следует начинать счет, обходя круг в том же направлении (по ходу часовой стрелки). Для того чтобы установить заранее, с какой мыши надо начинать счет, расположите по кругу 12 точек и один крестик (рис. 119) и начните счет с крестика. Обходя круг в одном направлении, вычеркивайте каждую тринадцатую точку (и крестик, когда до него дойдет очередь) до тех пор, пока не останется одна точка. Поставьте теперь вместо этой точки белую мышь, тогда крестик укажет, с какой серой мыши следует начинать счет.

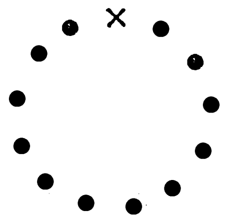


Рис. 119

57. Жребий пал на чижа и малиновку

Если в ряду 20 клеток с птицами, а открывается каждая пятая, то останутся неоткрытыми клетки, поставленные на седьмое и четырнадцатое места, считая слева направо.

58. Пропустить пассажирский!

Машинист ремонтного поезда заводит в тупик три задних вагона своего поезда, отцепляет их, а остальную часть поезда проводит вперед. Пассажирский поезд продвигается вперед следом за ремонтным и, подойдя к тупику, прицепляет к своему хвосту три вагона ремонтного состава, вместе с ними отходит назад, на прежнее место и там их отцепляет. Тем временем заходит в тупик остальная часть ремонтного поезда (паровоз и два вагона), и путь для пассажирского свободен!

59. Задача, возникшая из каприза трех девочек

Схема решения

Пусть папы — А, Б, В, а дочки соответственно — а, б, в.

Первый берег	*Второй берег*
А Б В	...
а б в	...

I. Сначала отправляются две девочки:

А Б В	. . .
а . .	. б в

II. Одна из девочек возвращается и перевозит третью:

А Б В	. . .
. . .	а б в

III. Одна из девочек возвращается и остается со своим папой, а два других папы отправляются на другой берег:

А . .	. Б В
а . .	. б в

IV. Один папа со своей дочкой возвращается на первый берег; девочка остается, а два папы отправляются на второй берег:

. . .	А Б В
а б .	. . в

V. Переезжает девочка и забирает с собой вторую девочку:

. . .	А Б В
а . .	. б в

VI. За последней девочкой едет ее папа (или ее подруга):

. . .	А Б В
. . .	а б в

И переправа окончена к общему удовольствию.

60. Дальнейшее развитие задачи

Переправа на лодке, поднимающей трех человек. Пусть папы — А, Б, В и Г, а дочки соответственно а, б, в и г.

Первый берег	*В лодке*	*Второй берег*
А Б В Г		. . . .
а б в г		. . . .

I. Отправляются 3 девочки:

А Б В Г		. . . .
а . . .	→ б в г →	. б в г

Две из них возвращаются:

А Б В		. . . .
а б в .	← б в ←	. . . г

II. Отправляются папа с дочкой и еще один папа, дочка которого на втором берегу:

А Б . .	→ В Г →	. . В Г
а б . .	в	. . в г

Один папа со своей дочкой возвращается:

А Б В .	← В ←	. . . Г
а б в .	в	. . . г

III. Отправляются 3 папы:

. . . .	→ А Б В →	А Б В Г
а б в .		. . . г

Возвращается одна девочка:

. . . .		А Б В Г
а б в г	← г ←	. . . .

IV. Вернувшаяся девочка забирает с собой еще двоих:

. . . .	. . .	А Б В Г
а . . .	→ б в г →	. б в г

Возвращается папа за своей дочкой (или какая-нибудь девочка со своей подругой):

А . . .	← А ←	. Б В Г
а . .		. б в г

V. Отправляется последняя пара:

. . . .	→ А / а →	А Б В Г
. . . .		а б в г

Переправа закончена.

Переправа на лодке, поднимающей двух человек, но с пересадкой на острове. (Решение Е. В. Морозовой.)

	Первый берег	*Остров*	*Второй берег*	
	АБВГ	....	....	
	абвг	....	....	
I.				
	АБВГ	....	....	
	аб..	....	..вг	
II.				
	АБВГ	....	....	
	а...	....	.бвг	
III.				
	АБ..	....	..ВГ	
	аб..	....	..вг	
IV.				(В отвез в на остров, а сам переправился на первый берег и передал лодку двум девочкам.)
	АБВ.	....	...Г	
	аб..	..в.	...г	
V.				
	АБВ.	....	...Г	
	....	абв.	...г	

VI.

Первый берег	*Остров*	*Второй берег*	
А . . .	. . . .	. Б В Г	
а . . .	. б в .	. . . г	

VII.

А . . .	. . . .	. Б В Г	
а . . .	. б . .	. . в г	

VIII.

. . . .	. . . .	А Б В Г	(Б съездил за А и увез его сразу на второй берег.)
а . . .	. б . .	. . в г	

IX.

. . . .	. . . .	А Б В Г	
а . . .	. . . .	. б в г	

X.

. . . .	. . . .	А Б В Г	
. . . .	. . . .	а б в г	

61. Прыгающие шашки

Пусть белые шашки (б) передвигаются и прыгают только вверх, а черные (ч) — только вниз (так как по условию они могут передвигаться только навстречу друг другу). Будем перемещать шашки в такой последовательности: чббчччбббчччббч. Для наглядности последовательность перемещения шашек изображена на рисунке.

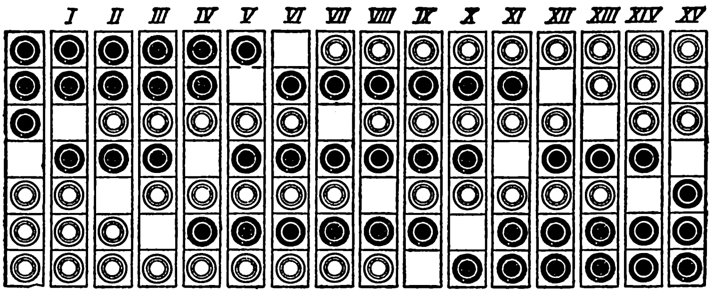


Рис. 120

62. Белое и черное

Решение задачи представлено на рисунке.

После четвертого перемещения расположились подряд четыре белые и четыре черные шашки. От этого последнего расположения шашек можно, наоборот, перейти к первому также четырьмя перемещениями. Решить эту обратную задачу теперь нетрудно.

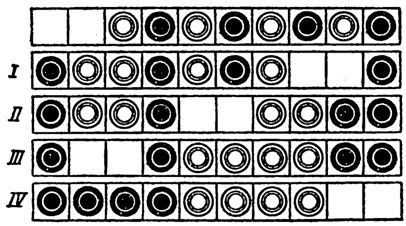


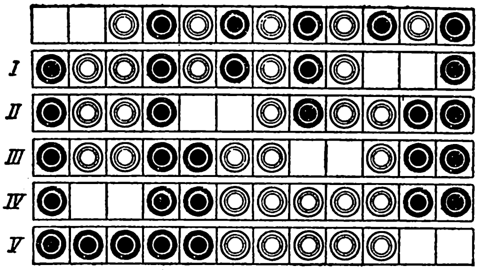
Рис. 121

63. Усложнение задачи

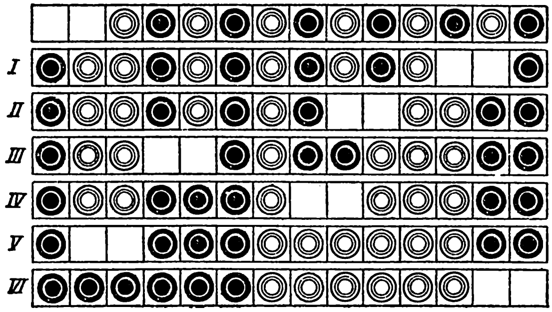
Для пяти пар решение представлено на рис. 122а.

Для шести пар решение представлено на рис. 122б.

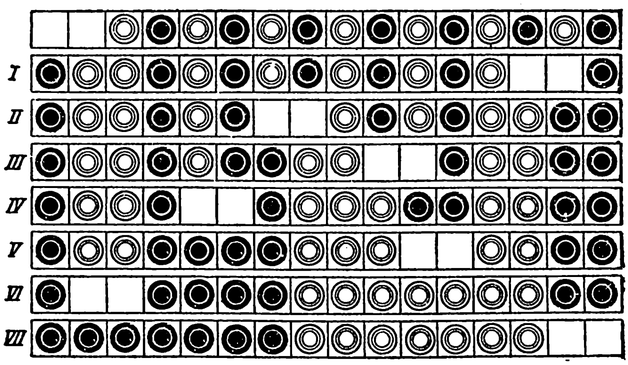
Для семи пар решение представлено на рис. 122в.



а



б



в

Рис. 122

64. Карточки укладываются по порядку номеров

Сложите карточки стопкой, цифрами вверх, в такой последовательности: 1, 6, 2, 10, 3, 7, 4, 9, 5, 8.

65. Две головоломки расположения

Первая головоломка. В вершинах квадрата (рис. 123а) надо поместить по 2 шашки (положить одну шашку на другую).

Вторая головоломка. 9 шашек расположить в форме квадрата (рис. 123б). Получится 3 горизонтальных и 3 вертикальных ряда по 3 шашки в каждом ряду. Оставшиеся 3 шашки наложить, как показано на рисунке. Получится в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном рядах по 4 шашки.

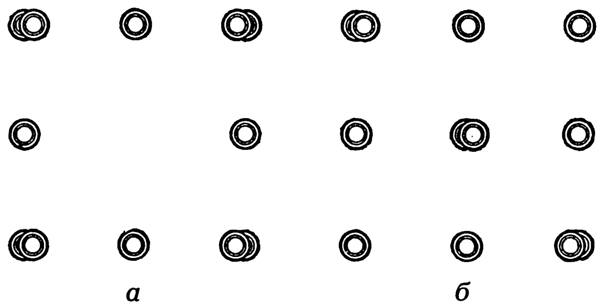
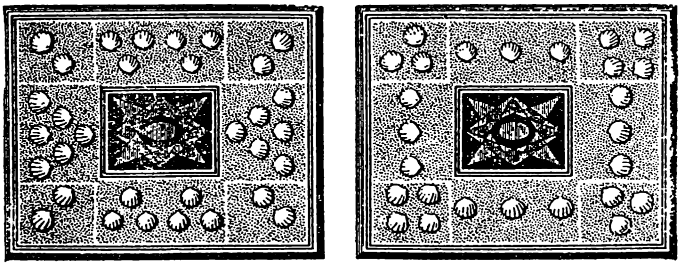


Рис. 123

66. Загадочная шкатулка

Решения показаны на рисунке.



а *б*

Рис. 124

67. Защита крепости

После первого штурма осталось в составе «гарнизона» 36 человек. Определим, сколько из них должны находиться в середине каждой стороны. Так как в первом и третьем рядах должно быть по 11 «защитников», то во втором ряду 36 — 22 = = 14 человек, то есть по семь человек в середине каждой из двух противоположных сторон, значит, по 7 человек и в серединах двух других сторон.

Всего в серединах сторон будет занято 28 человек. Остальные 8 человек по углам — по 2 человека в каждом углу. Получается следующая расстановка сил перед вторым штурмом:

I ряд	2	7	2
II ряд	7	36	7
III ряд	2	7	2

После второго штурма осталось 32 «защитника» крепости. Рассуждаем аналогично предыдущему. В первом и третьем рядах должно быть по-прежнему по 11 человек, во втором:

32 — 22 = 10 человек, то есть по пяти в середине каждой стороны крепости, следовательно, по углам 32 — 20 = 12 человек, по 3 человека в каждом углу. Получается следующая расстановка сил перед третьим штурмом:

I ряд	3	5	3
II ряд	5	32	5
III ряд	3	5	3

Таким же образом можно найти расстановку сил после третьего и четвертого штурмов:

I ряд	4	3	4	5	1	5
II ряд	3	28	3	1	24	1
III ряд	4	3	4	5	1	5

После пятого штурма осталось 22 защитника крепости. В этом случае на долю середин сторон не остается сил, так как 22 – 22 = 0. Следовательно, все 22 человека должны расположиться только по углам:

I ряд	6	—	5
II ряд	—	22	—
III ряд	5	—	6

При дальнейшем выходе из строя защитников крепости было бы невозможно расположить оставшиеся «силы» по 11 человек вдоль каждой стороны крепости.

68. Лампы дневного света в комнате для телевизионных передач

Рассуждая так же, как и при решении предыдущей задачи, можно получить следующие схемы распределения ламп (в квадратике общее количество ламп):

2	5	2
5	28	5
2	5	2

1	7	1
7	32	7
1	7	1

4	1	4
1	20	1
4	1	4

5		4
	18	
4		5

При 18 лампах все они сосредоточиваются по углам комнаты. Если взять 36 ламп, то останутся, наоборот, все углы пустые, как это видно из схемы.

Таким образом, сохраняя принцип распределения ламп по 9 вдоль каждой стены комнаты, светотехник мог употребить самое меньшее 18 ламп и самое большее 36 ламп.

	9	
9	36	9
	9	

В последнем вопросе задачи можно разобраться либо просто путем проб, либо при помощи алгебры.

(Кому не захочется вникать в приводимые далее математические рассуждения или окажется это непосильным, тот может пока пропустить последующее изложение и приступить к решению следующей задачи.)

Обозначим через a число ламп в каждом углу, а через b — число ламп на каждой стене комнаты. Тогда очевидно, что число n всех ламп равно: $n = 4(a + b)$. Это число можно записать так:

$$n = 2\ (a + b + a) + 2b.$$

Здесь $a + b + a = s$ — число ламп вдоль каждой стены. Если это число 5 оставлять неизменным, то число всех ламп n будет уменьшаться с уменьшением b и увеличиваться с увеличением b. Если b увеличится на 2, то общее число ламп n увеличится на 4. Светотехник так и поступал: увеличивая число ламп на 4, он увеличивал каждое b на 2, а для сохранения неизменной суммы $s = a + b + a$ каждое a уменьшал на 1. При этом все время сохранялась некоторая симметричность в расположении ламп.

Но вполне возможно сохранение одной и той же суммы s ламп вдоль каждой стены комнаты и при несимметричном распределении ламп.

Пусть числа ламп, расположенных по углам комнаты, будут: a_1, a_2, a_3 и a_4, а по стенам — b_1, b_2, b_3 и b_4:

a_1	b_1	a_2
b_2		b_3
a_3	b_4	a_4

Число всех ламп n можно выразить следующим образом: $n = 4s - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$, где s — неизменное число ламп вдоль каждой стены: $s = a_1 + b_1 + a_2 = a_1 + b_2 + a_3 = a_3 + b_4 + a_4 = a_2 + b_3 + a_4$.

Если s — число неизменное, то общее число ламп увеличивается с уменьшением $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ и, наоборот, уменьшается с увеличением $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$. Прибавим, например, к b_1 и b_2 по x ламп, то есть всего $2x$ ламп. Если a_1 уменьшится на x, то s не изменится, а общее число ламп n в то же время увеличится на x. То же самое получится, если прибавить по x ламп к b_1 и b_2 и соответственно отнять x ламп от a_2 и т. д.

Точно так же, если прибавить по x к каждому из чисел b_1, b_2, b_3 и b_4 и отнять по x от a_1 и a_4, или от a_2 и a_3, или отнять по $x/2$ от каждого из чисел a_1, a_2, a_3 и a_4, то s не изменится, а число всех ламп n в то же время увеличится на 2x. Таким образом, допуская несимметричное расположение ламп, можно по желанию увеличивать их общее число n на 1, 2, 3, 4 и т. д.

Если бы светотехник увеличил число ламп с 24 до 25, то расположить их пришлось бы, например, следующим образом:

2	4	3
4	25	3
3	3	3

69. Размещение подопытных кроликов

Из третьего условия вытекает, что в клетке должно быть размещено не менее 22 и не более 44 кроликов.

По четвертому условию общее число кроликов должно быть кратно трем. Значит, кроликов могло бы быть или 24, или 27, 30, 33, 36, 39, 42. Легко убедиться далее, что 24 кролика (16 и 8) невозможно разместить по 11 на каждой стороне клетки, чтобы при этом не оказалось пустых секций (первое условие). Если же взять 33, 36, 39 или 42 кролика, то и их можно разместить по 11 на каждой стороне клетки, но в каждом из этих случаев в некоторые секции пришлось бы помещать более чем 3 кролика (убедитесь и в этом!), что противоречило бы второму условию.

Таким образом, путем исключения мы приходим к выводу, что первоначально было намечено получить 30 кроликов, и разместить их предполагали следующим образом (в квадратике — общее количество кроликов на каждом этаже):

2	3	3
3	20	2
3	2	2

1	1	1
1	10	2
1	2	1

Но институт получил на 3 кролика меньше, то есть 27 кроликов, которых можно разместить, например, следующим образом:

3	1	3
1	18	2
3	2	3

2	1	1
1	9	1
1	1	1

70. Подарок-головоломка

Если, например, одну из девяти конфет внешней, самой большой коробочки переложить в самую маленькую, то в этой внутренней коробочке окажется 5 конфет, то есть 2 пары плюс 1 конфета, и эти 5 конфет надо включить в число конфет, находящихся во второй внутренней коробочке.

Отсюда следует, что вторая внутренняя коробочка теперь содержит 5 + 4 = 9 конфет, то есть 4 пары плюс одну конфету.

Рассуждая таким же образом, получим, что и третья внутренняя коробочка теперь содержит 9 + 4 = 13 конфет, то есть опять-таки число конфет, удовлетворяющее условию задачи, и т. д.

Найдите самостоятельно еще несколько иных распределений конфет по коробочкам.

71. Ходом коня

Все пешки можно снять в 16 ходов. Первый удар можно нанести по любой пешке, кроме пешек c4, d3, d4, e5, e6, f5. Можно поставить коня так, чтобы первый удар нанести по пешке c2, затем по пешке b4 и далее d3, b2, c4, d2, b3, d4, e6, g7, f5, e7, g6, e5, f7, g5.

72. Восемь звездочек

Задача имеет единственное решение. Оно представлено на рис. 125.

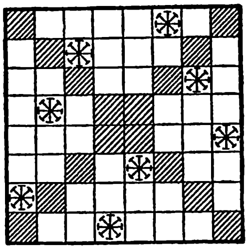


Рис. 125

Чтобы не блуждать в потемках при отыскании решения, можно воспользоваться следующим приемом: поместить звездочку во втором столбце клеток так низко, как это позволяет положение звездочки в первом столбце клеток, и, в соответствии с условием (располагать звездочки только на белых клетках), в третьем столбце клеток следует поместить звездочку опять по возможности на самую низкую клетку и т. д., всегда стремясь поместить в следующем столбце звездочку настолько низко, насколько это позволяют звездочки, стоящие в предыдущих столбцах. Как только окажется, что в столбце нигде нельзя поместить очередную звездочку, следует поднять звездочку в предыдущем столбце на минимально возможное число клеток (но ставить звездочку всегда только в соответствии с условием задачи); если же поднимать ее больше некуда, то снять совсем и поднимать теперь опять предыдущую звездочку и т. д., продолжая размещать остальные звездочки, каждый раз руководствуясь принятым правилом: поднимать поставленные звездочки выше D только в том случае, если справа совсем нет места для очередной звездочки.

Такой процесс проб, может быть, окажется и длительным, но зато он систематичен и непременно приведет к цели.

73. Две задачи на расстановку букв

Первая задача. Положим, что буквы одинаковы. Поместим одну букву в какой-нибудь клетке диагонали AC, например в левом верхнем углу (рис. 126). Среди клеток второй диагонали BD есть одна клетка, стоящая в том же горизонтальном ряду, где поставлена первая буква, и одна клетка в том же вертикальном ряду; в одной из остальных двух клеток второй диагонали можно поставить вторую букву.

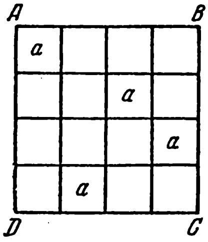


Рис. 126

Легко убедиться в том, что после того, как две буквы поставлены, местоположение остальных двух букв определяется однозначно, то есть в каждом из не занятых буквами горизонтальных рядов есть только по одной клетке, куда можно в соответствии с условием задачи поместить остальные буквы.

Теперь нетрудно подсчитать количество возможных решений. Для каждого из четырех возможных расположений первой буквы в одной из клеток диагонали AC имеется два возможных расположения второй буквы по диагонали BD, то есть всего 4 × 2 = 8 случаев. Все 8 решений можно получить из одного путем поворачивания и переворачивания (другими словами, путем отражения в зеркале) квадрата.

Положим теперь, что данные 4 буквы различны: *a*, *b*, *c*, *d* и размещены вместо букв *a* в те же клетки, как на рис. 127, в каком-нибудь порядке, например в таком: *a*, *b*, *c*, *d*. Но в эти же клетки можно поместить буквы в другом порядке, например в таком: *b*, *c*, *d*, *a*.

Так можно менять порядок расположения букв, не меняя занятых клеток, 24 раза. Все это будут различные решения. Всего различных решений будет: 8 × 24 = 192.

Вторая задача. Из условия задачи следует, что буквы, стоящие в угловых клетках, должны быть различны. Поэтому прежде всего поставим в произвольном порядке 4 буквы в угловые клетки (рис.127а). В средних клетках диагонали, содержащей буквы *a* и *d*, должны стоять буквы *b* и *c*, но они могут быть поставлены двумя способами (рис. 127б и в).

a			*b*
c			*d*

а

a			*b*
	b		
		c	
c			*d*

б

a			*b*
	c		
		b	
c			*d*

в

Рис. 127

После того, как указанные 6 клеток заполнены, остальные клетки в соответствии с условием могут быть заполнены единственным образом. Для этого прежде всего следует расставить буквы в крайних горизонтальных и вертикальных рядах, а потом во второй диагонали. Окончательное расположение показано на рис. 128.

a	*c*	*d*	*b*
d	*b*	*a*	*c*
b	*d*	*c*	*a*
c	*a*	*b*	*d*

a	*d*	*c*	*b*
b	*c*	*d*	*a*
d	*a*	*b*	*c*
c	*b*	*a*	*d*

Рис. 128

Итак, если расставлены буквы в угловых клетках, то задача имеет два решения. Но так как 4 буквы в угловых клетках можно размещать 24 способами, то задача имеет $24 \times 2 = 48$ решений.

Из одного найденного расположения путем поворачивания и переворачивания (то есть путем зеркального отражения) заполненного квадрата получается еще 7 расположений.

Если условиться считать все расположения, полученные из одного путем поворачиваний и переворачиваний за одно решение, то при этом условии задача имеет $48 : 8 = 6$ различных решений.

74. Раскладка разноцветных квадратов

После ряда испытаний вам, несомненно, удалось найти какое-нибудь из возможных многочисленных решений этой задачи. Возможно и такое решение, которое представлено в таблице.

1 красная	4 черная	2 зеленая	3 белая
2 белая	3 зеленая	1 черная	4 красная
3 черная	2 красная	4 белая	1 зеленая
4 зеленая	1 белая	3 красная	2 черная

Прийти к этому решению можно путем следующих рассуждений. Обозначим через A, B, C и D названия окрасок квадратов, а через a, b, *c* и *d* — цифры 1, 2, 3, 4. Задача сводится к тому, чтобы в 16 клетках квадрата разместить 4 прописные буквы A, B, *C* и *D* так, чтобы все 4 находились в каждом горизонтальном и вертикальном рядах, в каждой диагонали и нигде не повторялись; то же самое сделать и со строчными буквами a, b, *c* и *d*, комбинируя их с прописными буквами всеми возможными способами. Каждое из таких размещений в отдельности мы можем выполнить приемом, описанным в решении предыдущей задачи. Как это было там выяснено, в результате мы получим 48 способов размещения букв A, B, C, *D* в виде шестнадцатиклеточного квадрата и 48 способов размещения букв a, b, c, *d* в виде еще одного шестнадцатиклеточного квадрата. Чтобы получить решение, требуемое условием задачи, достаточно теперь наложить любой квадрат первой группы на любой квадрат второй группы. Примерное решение представлено на рисунке.

A	B	C	D
D	C	B	A
B	A	D	C
C	D	A	B

Aa	Bd	Cb	Dc
Db	Cc	Ba	Ad
Bc	Ab	Dd	Ca
Cd	Da	Ac	Bb

Рис. 129

Если заменим теперь A, B, C, D соответственно красным, черным, зеленым и белым квадратами, а буквам a, b, c и d придадим значения 1, 2, 3 и 4, то получим схему, приведенную в начале решения этой задачи. Всех различных решений задачи будет, очевидно, 48 × 48, то есть более двух тысяч.

75. Последняя фишка

Пусть первоначально оставлен свободным кружок № 1. Каждый ход можно записать при помощи двух цифр: первая покажет номер кружка, с которого начинается ход, а вторая — номер кружка, на котором заканчивается ход. Тогда возможно следующее решение: 9–1; 7–9; 10–8; 21–7; 7–9; 22–8; 8–10; 6–4; 1–9; 18–6; 3–11; 16–18; 18–6; 30–18; 27–25; 24–26; 28–30; 33–25; 18–30; 31–33; 33–25; 26–24; 20–18; 23–25; 25–11; 6–18; 9–11; 18–6; 13–11; 11–3; 3–1.

76. Кольцо из дисков

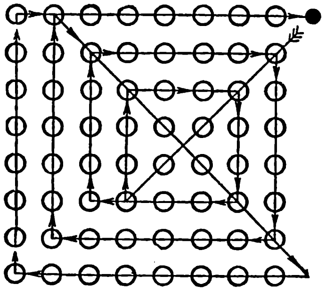
24 решения головоломки:

1.	1 — 2, 3	2 — 6, 5	6 — 1, 3	1 — 6, 2
2.	1 — 2, 3	4 — 1, 3	3 — 6, 5	5 — 3, 4
3.	1 — 4, 5	3 — 4, 1	4 — 2, 6	2 — 3, 4
4.	1 — 4, 5	5 — 2, 6	6 — 4, 1	1 — 6, 5
5.	2 — 3, 4	3 — 1, 6, 5	6 — 2, 4	2 — 1, 6
6.	2 — 3, 4	5 — 2, 3	3 — 1, 6	1 — 3, 5
7.	2 — 4, 5	5 — 1, 3, 6	6 — 2, 4	2 — 1, 6
8.	2 — 4, 5	3 — 2, 5	5 — 1, 6	1 — 5, 3
9.	3 — 1, 2	5 — 3, 2	2 — 6, 4	4 — 5, 2
10.	3 — 1, 2	4 — 3, 1	1 — 6, 5	5 — 1, 4
11.	3 — 1, 2	1 — 2, 6, 4	6 — 2, 3	3 — 6, 5
12.	3 — 1, 2	2 — 1, 6, 5	6 — 3, 1	3 — 6, 4
13.	3 — 4, 5	2 — 3, 5	5 — 1, 6	1 — 2, 5
14.	3 — 4, 5	1 — 3, 4	4 — 2, 6	2 — 1, 4
15.	3 — 4, 5	4 — 1, 6, 5	6 — 5, 3	3 — 2, 6

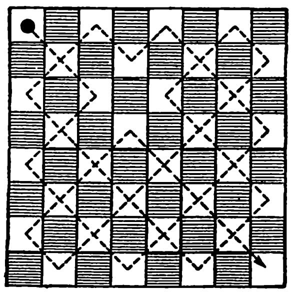
16.	3 — 4, 5	5 — 2, 6, 4	6 — 3, 4	3 — 1, 6
17.	4 — 3, 2	3 — 1, 6, 5	6 — 2, 4	4 — 5, 6
18.	4 — 3, 2	1 — 4, 3	3 — 5, 6	5 — 3, 1
19.	4 — 1, 2	1 — 3, 6, 5	6 — 2, 4	4 — 6, 5
20.	4 — 1, 2	3 — 1, 4	1 — 6, 5	5 — 1, 3
21.	5 — 3, 4	4 — 1, 6	6 — 3, 5	5 — 6, 4
22.	5 — 3, 4	2 — 3, 5	3 — 1, 6	1 — 2, 3
23.	5 — 1, 2	3 — 2, 5	2 — 6, 4	4 — 3, 2
24.	5 — 1, 2	1 — 4, 6	6 — 2, 5	5 — 1, 6

77. Фигуристы на катке искусственного льда

Маршруты девочки и мальчика представлены соответственно схемами а и б рисунка.



а



б

Рис. 130

78. Задача-шутка

Ход коня таков, что с черного поля он может перейти на белое, затем с белого снова на черное и т. д. Шахматная доска содержит 64 клетки. Чтобы попасть в правый верхний угол (на поле h8), побывав на каждой клетке доски по одному разу, конь должен сделать 63 хода.

В начальном положении конь стоит на черном поле (см. рис. 131) и прийти, по условию, должен тоже на черное поле (h8).

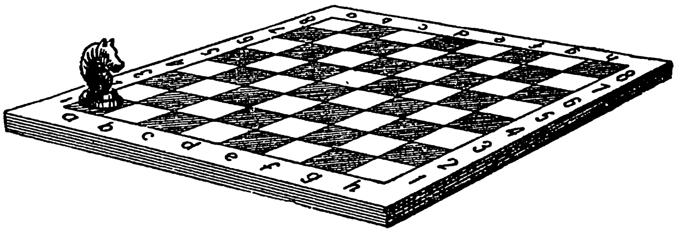


Рис. 131

Это невозможно, так как 63-й ход нечетный, а всяким нечетным ходом конь, занимавший первоначально черное поле, переводится на белое поле.

79. Сто сорок пять дверей

Маршрут, найденный узником, показан на рис. 132.

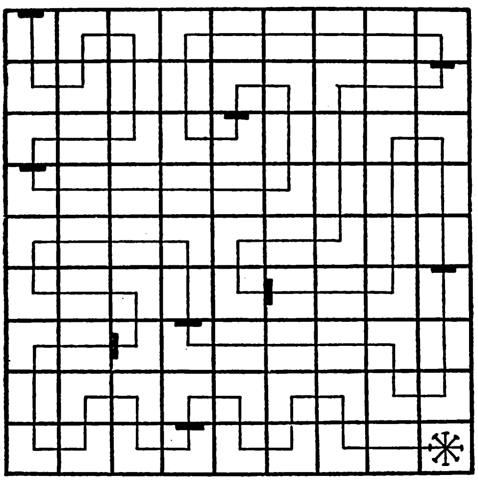


Рис. 132

80. Как узник вышел на свободу?

Сначала узник должен пойти так, чтобы взять ключи г и д и открыть ими двери камер Д и Г (см. рис. 47 на с. 60), потом ему следует достать ключ в, открыть им дверь камеры В, взять ключ а, который даст возможность пройти через камеру А и взять ключ б. Необходимо теперь еще раз пройти через Д и Г, достигнуть Б, взять ключ е, снова пройти Д, открыть дверь камеры Е, взять ключ ж и выйти из подземелья через дверь Ж.

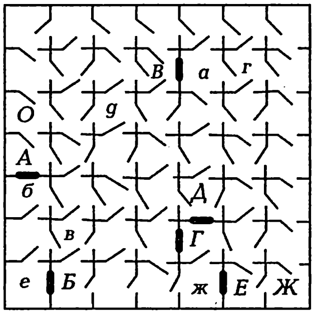


Рис. 133

Путь к свободе был нелегок — через 93 двери!

81. Сколько весит бутылка?

Вспомним все положения условия задачи (рис. 48 на с. 60–61). Начнем с рис. 134а, на котором показано, что бутылка со стаканом уравновешивают кувшин. На левой чашке весов (рис. 48б) находится бутылка, а на правой — тарелка со стаканом. Добавив по одному стакану на обе чашки весов, мы не нарушим равновесия. Следовательно, бутылка со стаканом уравновесят тарелку и 2 стакана (рис. 134а). Сравнивая левые чашки весов на рис. 48а и 134а, мы заключаем, что кувшин весит столько же, сколько тарелка и 2 стакана. Но так как, с другой стороны, 2 кувшина уравновешивают 3 тарелки (рис. 134в), то 3 тарелки весят столько же, сколько 2 тарелки с 4 стаканами (рис. 134б).

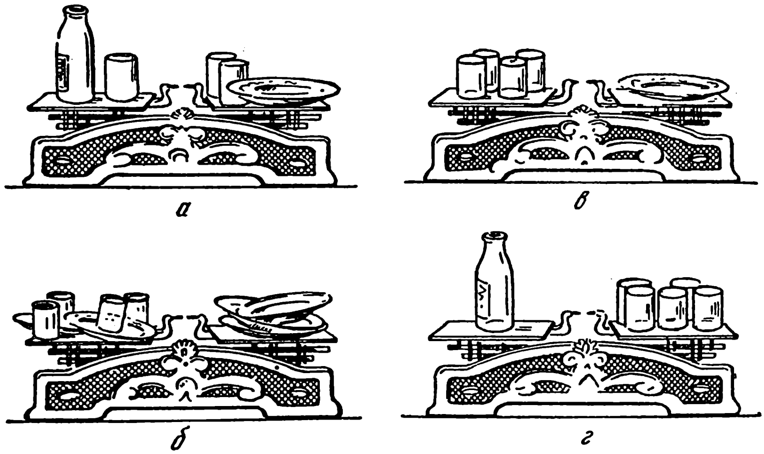


Рис. 134

Снимем теперь по 2 тарелки с каждой чашки весов, изображенных на рис. 134б, тогда окажется, что вес одной тарелки равен весу 4 стаканов (рис. 134в). Вернемся к весам, изображенным на рис. 48б. Вместо одной тарелки поставим 4 стакана; 5 стаканов уравновесят бутылку (рис. 134г), что и дает ответ задачи: бутылка в 5 раз тяжелее стакана. Попутно выясняется, что кувшин в 6 раз тяжелее стакана.

82. Рассказ ученика технического училища

Если плотно намотать несколько витков проволоки на стержень — гвоздь или карандаш, — то определить диаметр ее сечения можно при помощи измерительной линейки (рис. 135а).

Пусть, например, 20 витков проволоки занимают 6 мм. Тогда диаметр этой проволоки 0,3 мм.

Чтобы сделать круглое отверстие в листе железа, пользуясь только молотком и плоским напильником, прежде всего следует положить лист на опору с прямоугольным или, еще лучше, с круглым отверстием и выбить молотком в этом листе железа чашеобразное углубление (рис. 135б), а потом, перевернув лист выпуклостью вверх, напильником спилить бугор (рис. 135в).

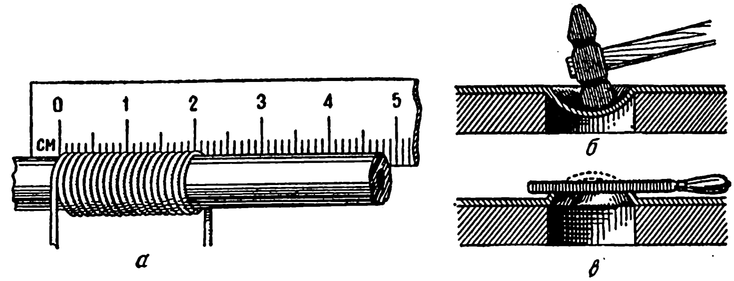


Рис. 135

83. Конструкторская смекалка

На рис. 136а, б, в даны соответственно решения задач 1, 2, 3.

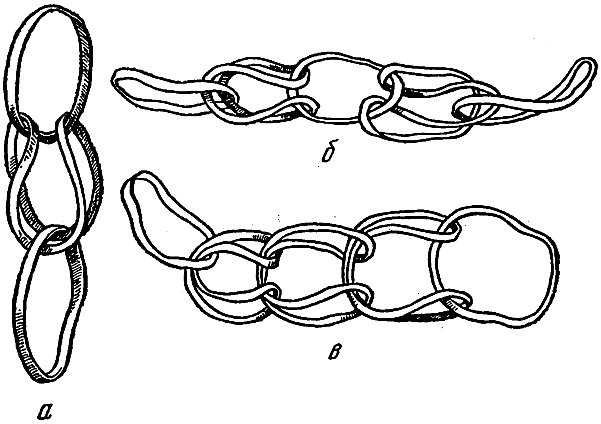


Рис. 136

84. Искусство столяра

Части куба представляли собой фигуры, изображенные на рис. 137. В сложенном виде их прямые углы A и A_1, а также B и B_1 совпадали.

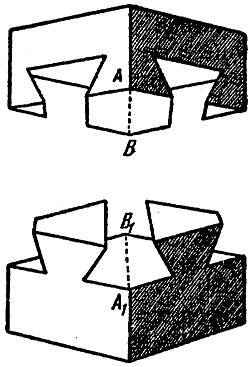


Рис. 137

Части куба разъединялись только движением с угла на угол по линии AB.

85. Геометрия на шаре

Поставив ножку циркуля в любую точку M шара, произвольным радиусом описываем на его поверхности окружность, на которой берем три произвольные точки A, B и C. (рис. 138а). Расстояния между ними засекаем циркулем и откладываем их на бумаге в форме треугольника ABC (рис. 138б).

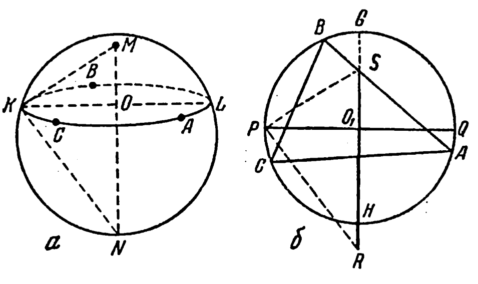


Рис. 138

Далее, описываем окружность около треугольника ABC и проводим два взаимно перпендикулярных диаметра PQ и GH.

Эта окружность равна окружности, которую мы описали на шаре, следовательно, $PQ = KL$.

Пусть точка P на этой окружности соответствует точке K на поверхности шара. Засекаем циркулем расстояние KM и из точки P радиусом KM отмечаем на GH точку S. Строим $PR \perp PS$ до пересечения в точке R с продолжением GH. Отрезок SR и будет равен диаметру шара.

В самом деле, если соединить отрезками точку K с концами диаметра MN, то образовавшийся прямоугольный треугольник MKN будет равен прямоугольному треугольнику SPR, так как у них $KM = PS$ и $KO = PO_1$.

86. Нужна большая смекалка

Разрежем брусок (параллелепипед) на два равных ступенчатых тела, как показано на рис. 139а, причем высоту ступени сделаем равной 9 см, а ширину — 4 см.

Перемещая верхнюю часть бруска на ступеньку ниже, мы составим новый брусок (параллелепипед) с ребрами 12, 8 и 18 см (рис. 139б).

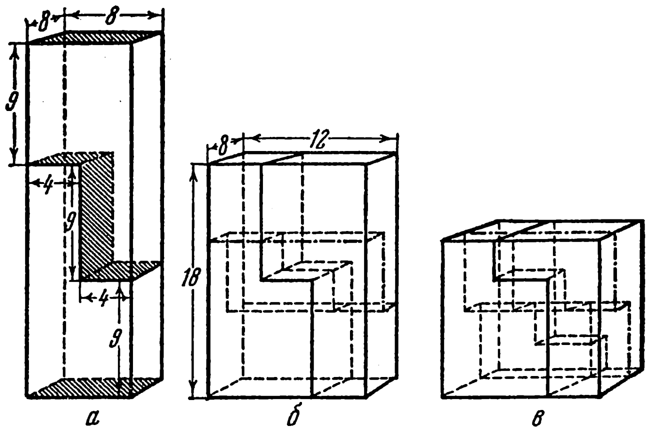


Рис. 139

Полученный брусок (параллелепипед) вновь разрезаем таким же образом на 2 ступенчатых тела, но теперь уже в направлении, перпендикулярном к предыдущему. Высоту ступеньки делаем в 6 см, а ширину в 4 см. Каждое ступенчатое тело разделится при этом еще на 2 ступенчатых тела так, что всего их будет 4.

Перемещая две верхние части бруска на ступеньку ниже, мы составим куб (рис. 139в).

87. Трудные условия

Так как дно бутылки, по условию, имеет форму круга, или квадрата, или прямоугольника, то его площадь легко можно определить при помощи одной только масштабной линейки. Обозначим площадь дна через s.

Измеряем высоту h_1 жидкости в бутылке. Тогда объем той части бутылки, которую занимает жидкость, равен sh_1 (см. рис. 140).

Опрокидываем бутылку вверх дном и измеряем высоту h_2 ее части от уровня жидкости до дна бутылки. Объем этой части бутылки будет равен sh_2. Остальную часть бутылки занимает жидкость, объем которой уже определен — он равен sh_1.

Отсюда следует, что объем всей бутылки равен: $sh_1 + sh_2 = s(h_1 + h_2)$.

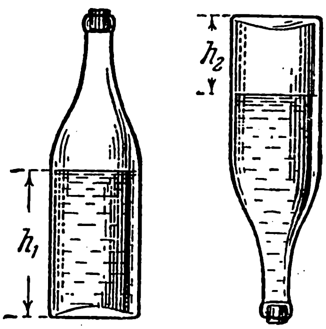


Рис. 140

88. Бездельник и черт

Решение этой задачи тоже лучше начать с конца, приняв во внимание то, что после третьего перехода у Бездельника оказалось ровно 24 копейки, которые он должен был отдать. Если после последнего перехода у Бездельника оказалось ровно 24 копейки, то, значит, перед этим переходом у него было 12 копеек. Но эти 12 копеек получились после того, как он отдал 24 копейки; значит, всего денег у него было 36 копеек. Следовательно, второй переход моста он начал с 18 копейками, а эти 18 копеек получились у него после того, как он в первый раз прошел по мосту и отдал 24 копейки. Значит, всего после первого перехода у него было денег 18 + 24 = 42 копейки. Отсюда ясно, что в начале Бездельник имел 21 копейку в своем кармане.

89. Смышленый малыш

В конце обмена у каждого из братьев оказалось по 8 яблок. Следовательно, у старшего перед тем, как он отдал половину яблок своим братьям, было 16 яблок, а у среднего и младшего — по 4 яблока. Далее, перед тем как делил свои яблоки средний брат, у него было 8 яблок, а у старшего — 14 яблок, у младшего — 2. Отсюда, перед тем как делил свои яблоки младший брат, у него оказалось 4 яблока, у среднего — 7 яблок и у старшего — 13.

Так как каждый получил вначале столько яблок, сколько ему было лет три года тому назад, то младшему сейчас 6 лет, среднему брату 10 лет, а старшему 16.

90. Охотники

После дележа патронов охотники втроем израсходовали 12 штук. После этого у всех вместе осталось столько штук, сколько после дележа было у каждого, то есть общее число патронов уменьшилось в 3 раза. Иными словами, охотники израсходовали 2 части, а одна часть осталась. Две части составляют 12 патронов, а одна часть — 6 штук. Значит, осталось 6 патронов. Это и есть число патронов, доставшихся каждому при дележе. Следовательно, перед дележом было 18 годных патронов.

91. Встречные поезда

В момент встречи машинистов расстояние между кондукторами будет 250 + 250 = 500 м. Так как каждый поезд идет со скоростью 45 км/ч, то кондукторы сближаются со скоростью 45 + 45 = 90 км/ч, или 25 м/с.

Искомое время равно 500 : 25 = 20 с..

92. Вера печатает рукопись

Простота и краткость решения всякой задачи зависят от удачного выбора отправного пункта в цепочке рассуждений, или, говоря языком алгебры, от выбора неизвестного. Решая данную задачу, замечаем, что вторую половину рукописи Вера печатала втрое быстрее, чем первую.

Обозначим через n количество дней, затраченное Верой на печатание второй половины рукописи (при арифметическом решении примем за одну часть). Тогда первую половину рукописи Вера печатала $3n$ дней по 10 страниц в день. Отсюда полрукописи составляют $3n \times 10 = 30n$ страниц, а вся рукопись содержит $60n$ страниц. Всю рукопись Вера печатала $3n + n = 4n$ дней. Следовательно, при любом количестве страниц в рукописи в среднем Вера печатала $60n : 4n = 15$ страниц в день. Мама была права. Решите эту же задачу при другом выборе неизвестного.

93. Кто вернется раньше?

Нередко отвечают: «Оба вернутся одновременно». Думающие так обосновывают свой ответ тем, что хотя спортсмен, гребущий по течению реки, опережает своего партнера на некоторое количество времени, но на обратном пути, против течения, он столько же времени теряет.

Это — ошибочное представление. Текущая вода действительно сокращает время, когда лодка идет по течению, и удлиняет его, когда движение имеет противоположное направление; в одном случае река как бы помогает движению, в другом — препятствует. Но помощь длится меньшее количество времени, чем сопротивление, значит, естественно ожидать, что спортсмен, плывущий по реке, вернется на старт позже спортсмена, плывущего по стоячей воде.

К тому же выводу приводит рассмотрение такого крайнего случая. Пусть собственная скорость передвижения лодки (т. е. скорость, которую могла бы иметь лодка в стоячей воде при том же напряжении сил гребца) равна скорости течения воды, тогда спортсмен, плывущий по реке, достигнет намеченной точки, двигаясь по течению, вдвое быстрее, чем его партнер в бассейне. Но когда первый спортсмен повернет обратно, река его остановит, и вернуться к месту отплытия вплавь он вообще не сможет.

Перейдем к рассмотрению общего случая. Пусть скорость течения воды выражается величиной x, а собственная скорость передвижения лодки v. Тогда в стоячей воде на путь s в один конец расходуется $\frac{s}{v}$ единиц времени, а на такой же путь s по течению расходуется $\frac{s}{v+x}$ единиц времени.

Выигрыш во времени равен $\frac{s}{v} - \frac{s}{v+x}$, что после приведения к общему знаменателю дает:

$$\frac{s}{v} - \frac{s}{v+x} = \frac{sx}{v(v+x)} \text{ единиц времени.}$$

На тот же путь s против течения расходуется $\frac{s}{v-x}$ единиц времени и по сравнению с движением в стоячей воде проигрывается $\frac{s}{v-x} - \frac{s}{v} = \frac{sx}{v(v-x)}$ единиц времени.

Сопоставляя дроби $\frac{sx}{v(v-x)}$ — выигрыш и $\frac{sx}{v(v+x)}$ — проигрыш во времени при движении по реке, устанавливаем, что первая дробь меньше второй, так как она отличается от второй дроби только бо́льшим знаменателем. Следовательно, на реке больше проигрывается во времени при движении лодки против течения, чем выигрывается при движении ее по течению.

Итак, из двух гребцов вернется на старт раньше тот, который двигается в стоячей воде.

Проведите самостоятельно исследование такого вопроса: как изменение величины скорости течения воды будет влиять на проигрыш времени для гребца, плывущего по реке.

94. История с грибами

Пусть число грибов, принесенных каждым мальчиком в лагерь, было x. Из условия задачи следует, что Маруся дала Коле $x - 2$ гриба, Ване $x + 2$ гриба, Андрюше $\frac{x}{2}$ и Пете $2x$ грибов, а всего:

$$(x-2)+(x+2)+\frac{x}{2}+2x=4\frac{1}{2}x.$$

По условию:

$$4\frac{1}{2}x=45.$$

Отсюда $x = 10$.

Ответ. Коля получил от Маруси 8 грибов, Ваня 12 грибов, Андрюша 5 грибов, Петя 20 грибов. А когда пришли в лагерь, то у каждого мальчика было по 10 грибов.

95. Пловец и шляпа

Рассуждения, приведенные в тексте задачи, позволяют установить, что время, затраченное пловцом на движение против течения от первого моста до места поворота назад, равно времени его движения по течению от места поворота до второго моста, под которым он догнал шляпу. Отсюда следует, что пловец, а вместе с ним и шляпа двигались по воде 20 минут. Шляпа за это время проплыла со скоростью течения все расстояние между первым и вторым мостами, то есть 1000 м. Следовательно, скорость течения равна 1000 : 20 = 50 м/мин.

Приведу еще одно решение этой же задачи, основанное на иных, но тоже очень остроумных рассуждениях. Будем рассматривать положение «с точки зрения» шляпы.

Условимся, что не шляпа, увлекаемая текущей водой, плывет от первого моста ко второму, а второй мост плывет со скоростью воды по направлению к шляпе, покоящейся неподвижно под первым мостом в неподвижной воде. Суть дела от этого не изменится. Не так ли? Что же получается? Упала на воду шляпа. Шляпа стоит на месте, а к ней бежит мост № 2. А что будет с пловцом? Пловец в неподвижной воде плывет в одну сторону 10 минут, потом столько же времени (потому что вода неподвижна) плывет обратно. Проплыв 20 минут, он возвращается на прежнее место и, следовательно, снова встречается со шляпой. В то же мгновение, пробежав 1000 м, к пловцу и шляпе подбегает мост № 2 (в условии задачи было сказано, что пловец догоняет шляпу под мостом № 2). Значит, мост двигался со скоростью 1000 : 20 = 50 м/мин. Это и есть скорость течения. А скорость пловца безразлична.

96. Два теплохода

К спасательному кругу теплоходы подойдут одновременно. Действительно, если наблюдение за движением вести от пристани, то теплоход, идущий вниз, приобретает дополнительную скорость, равную скорости течения, а теплоход, идущий вверх, теряет такую же скорость. Если же наблюдение за движением теплохода вести со спасательного круга, который со скоростью течения воды плывет следом за идущим вниз теплоходом, то для этого теплохода теряется весь выигрыш в скорости и, наоборот, восстанавливается проигрыш в скорости для теплохода, идущего вверх. Другими словами, относительно плывущего круга будет получаться так, как будто круг стоит на месте, а теплоходы передвигаются в стоячей воде. Отсюда следует, что через час оба теплохода будут на одинаковом расстоянии от плывущего круга (так как их собственные скорости одинаковы) и, переменив направление движения, подойдут к нему тоже через час, то есть одновременно.

97. Проверьте свою смекалку!

Глиссер *M*, покинув берег *A*, прошел 500 м и встретился с глиссером *N*. Вместе они прошли расстояние, равное длине озера (рис. 141). Продолжая движение, глиссер *M* достиг берега *B* и на обратном пути снова встретился с глиссером *N* на расстоянии 300 м от берега *B*. К этому моменту оба глиссера прошли длину озера трижды (см. схему на рис. 141).

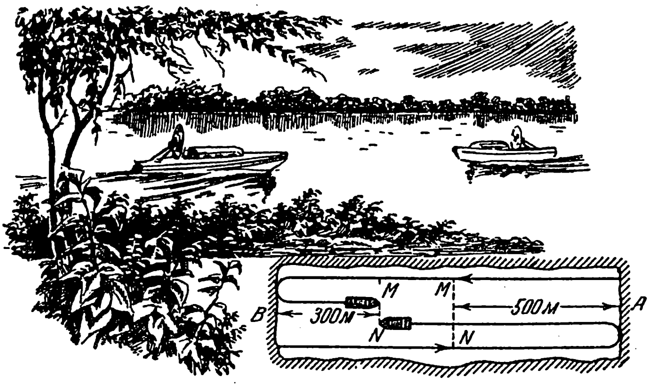


Рис. 141

Отсюда следует, что от начала движения глиссеров до их второй встречи прошло в 3 раза больше времени, чем от начала их движения до первой встречи.

Так как к моменту первой встречи глиссер M прошел 500 м, то к моменту второй встречи он сделал, следовательно, $500 \times 3 = 1500$ м (при постоянной скорости пройденный путь пропорционален времени). Длина озера на 300 м менее пути, пройденного глиссером M от начала движения до второй встречи, то есть она равна $1500 - 300 = 1200$ м.

От начала движения глиссера М и от начала движения глиссера N до момента первой их встречи прошло одинаковое время, следовательно, отношение их скоростей равно отношению пройденных глиссерами расстояний за это время, то есть:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{500}{1200-500} = \frac{5}{7}.$$

98. Конфуз предотвращен

Выход один: произвести предварительный расчет. Пусть весь отряд посадил x деревьев. Бригада Кирюши обещала посадить столько деревьев, сколько посадят все прочие пионеры их отряда; значит, пионеры бригады должны посадить половину от общего числа деревьев, которые посадит весь отряд, то есть $\frac{x}{2}$.

Витя обещал силами своей бригады посадить половину числа деревьев, посаженных всеми остальными пионерами отряда. Это значит, что если долю Витиной бригады считать одной частью всего числа посаженных деревьев, то доля остальных пионеров отряда составит 2 такие же части. Отсюда следует, что Витина бригада должна посадить одну треть от x, то есть $\frac{x}{3}$ деревьев.

Бригады Кирюши и Вити обязались посадить $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5x}{6}$ деревьев.

Остальные пионеры их отряда посадили, следовательно, $\frac{x}{6}$ деревьев, что, по условию, составляет 40 штук. Имеем: $\frac{x}{6} = 40$, откуда $x = 240$ деревьев. Из них на долю Кирюшиной бригады приходится 120, а на долю Витиной бригады — 80 деревьев.

99. Во сколько раз больше?

В 2 раза. Если половину меньшего числа обозначить буквой m, то остаток от меньшего числа тоже будет m, а остаток от большего числа — $3m$. Тогда меньшее число равно $m + m = 2m$, а большее $3m + m = 4m$. Отсюда большее число больше меньшего в $4m : 2m = 2$ раза.

100. Теплоход и гидросамолет

Алгебраическое решение. Скорость теплохода x; скорость гидросамолета $10x$. Путь гидросамолета до встречи с теплоходом — s; за то же время путь теплохода s —180, следовательно,

$$\frac{s}{10x} = \frac{s-180}{x}.$$

Умножаем обе части равенства на $10x$ ($x \neq 0$) и получаем $s = 200$ миль.

Арифметическое решение. В то время, за которое гидросамолет делает 10 миль, теплоход удаляется на 1 милю. Таким образом, когда гидросамолет покроет первоначальные 180 миль, теплоход удалится на 18 миль. Пока гидросамолет делает следующие 10 миль, теплоход пройдет девятнадцатую милю, и между ними останется 9 миль. На двадцатой миле гидросамолет догонит теплоход. При этом от берега они оба удалятся на расстояние 200 миль.

101. Парами и тройками

Пусть искомое расстояние равно $2x$ шагов. В одной половине этого расстояния $\frac{x}{2}$ пар шагов; в другой половине $\frac{x}{3}$ троек шагов. По условию, пар на 250 больше, чем троек. Следовательно,

$$\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=250,\ \frac{x}{6}=250,\ x=1500 \text{ шагов.}$$

Все расстояние $2x = 3000$ шагов.

102. Поездка Джека Лондона

Расстояние от Скагвея до лагеря, куда спешил Джек Лондон, составляет $133\frac{1}{3}$ мили.

Действительно, в условии задачи сказано, что 50 миль, пройденные с полной скоростью, ускорили бы прибытие Джека Лондона в лагерь на 1 день. Следовательно, 100 миль, пройденные с полной скоростью, ускорили бы его прибытие на 2 дня, и Джек Лондон прибыл бы в лагерь без опоздания. Из этого можем заключить, что к концу первого дня пути до лагеря оставалось еще 100 миль. Если бы Джек Лондон все время передвигался с полной скоростью, он вместо 100 миль сделал бы $\frac{100\times5}{3}=166\frac{2}{3}$ мили. Лишние 66 мили сэкономили бы ему 2 дня пути. Отсюда вытекает, что полная, заранее рассчитанная Лондоном, скорость равнялась 33 мили в день. В первые сутки он и проехал 33 мили.

Прибавив к этому оставшиеся 100 миль, найдем искомое расстояние. Оно будет:

$$100 + 33 = 133 \text{ мили.}$$

103. Кто ехал на лошади?

Пусть расстояние от деревни до города равно x км. Если пожилой проехал y км, то ему остается ехать $(x - y)$ км, если бы он проехал $3y$ км, то ему осталось бы ехать $(x - 3y)$ км.

По условию расстояние $x - 3y$ вдвое меньше расстояния $x - y$. Следовательно,

$$x - y = 2(x - 3y), \text{ или } x - y = 2x - 6y.$$

Отсюда:

$$y = \frac{1}{5}x.$$

Пусть молодой проехал первоначально z км; остается ему ехать $(x - z)$ км. Если бы он проехал $\frac{z}{2}$ км, то ему осталось бы ехать $\left(x - \frac{z}{2}\right)$ км. По условию

$$(x - z)3 = x - \frac{z}{2}.$$

Отсюда:

$$z = \frac{4}{5}x.$$

Но $\frac{4}{5}x$ больше, чем $\frac{1}{5}x$, то есть $z > y$, а это значит, что первоначально молодой проехал больше, чем пожилой.

Следовательно, молодой ехал на машине, а пожилой на лошади.

104. Два мотоциклиста

Пусть первый мотоциклист ехал x часов, отдыхал $\frac{y}{3}$ часов; второй мотоциклист отдыхал $\frac{x}{2}$ часов, ехал y часов.

Так как оба мотоциклиста находились в пути одно и то же время, то:

$$x + \frac{y}{3} = \frac{x}{2} + y \quad \text{или} \quad \frac{x}{2} = \frac{2}{3}y.$$

Отсюда $x = \frac{4}{3}y$, то есть $y < x$.

Второй мотоциклист ехал быстрее первого.

105. В каком самолете Володин папа?

Если искомый самолет находится на n-м месте, считая слева направо, то справа от него $9 - n$ самолетов (см. рис. 142), а слева $n - 1$ самолет. Произведение этих чисел: $(9 - n)(n - 1)$. Если бы самолет находился на 3 места правее, то справа от него было бы $6 - n$ самолетов, а слева $n + 2$ самолета.

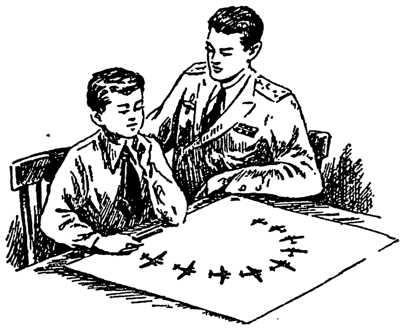


Рис. 142

По условию $(6 - n)(n + 2) - (9 - n)(n - 1) = 3$.

Отсюда $n = 3$.

Искомый самолет третий, считая слева направо.

106. Удивительная проницательность

Все дело в том, что сумма таким образом задуманных чисел всегда будет кратна 11. Действительно, задуманное четырехзначное число [a] [b] [c] [d] можно записать как:

$$1000a + 100b + 10c + d,$$

а после перестановки первой цифры a в конец числа как:

$$1000b + 100c + 10d + a.$$

Сумма этих чисел будет равна:

$$1000a + 100b + 10c + d + 1000b + 100c + 10d + a =$$
$$= 1001a + 1100b + 110c + 11d.$$

Нетрудно заметить, что каждое слагаемое суммы делится на 11.

Из чисел, названных Колей, Толей, Полей и Олей, только Толин результат делится на 11.

Из этого можно сделать вывод, что Коля, Поля и Оля наверняка ошиблись, а Толин результат может быть правильным.

107. Верное время

На первый взгляд может показаться, что отставание стенных часов полностью компенсируется убеганием вперед на столько же минут настольных часов. В свою очередь, отставание будильника компенсируется убеганием вперед ручных часов, так что ручные часы покажут точное время. Но это не так.

В самом деле, за 1 час точного времени стенные часы делают 58 мин. За 60 мин по стенным часам настольные часы делают 62 мин. Следовательно, за каждую минуту по стенным часам настольные часы делают $\frac{62}{60}$ мин, а за 58 мин по стенным часам (то есть за один час точного времени) настольные часы делают $\frac{58 \times 62}{60}$ мин.

Далее. За 60 мин по настольным часам будильник делает 58 мин. Следовательно, за каждую минуту по настольным часам будильник делает $\frac{58}{60}$ мин, а за $\frac{58 \times 62}{60}$ мин по настольным часам (то есть за 1 час точного времени) будильник делает $\frac{58 \times 62}{60} \times \frac{58}{60}$ мин.

Точно так же за каждую минуту по будильнику ручные часы делают $\frac{62}{60}$ мин. Следовательно, за $\frac{58 \times 62 \times 58}{60 \times 60}$ мин по будильнику (то есть за 1 час точного времени) ручные часы делают $\frac{58 \times 62 \times 58}{60 \times 60} \times \frac{62}{60}$ мин. Произведя вычисления, получим приближенно 59,86 мин.

Значит, за каждый час точного времени ручные часы отстают на 0,14 мин. Таким образом, за 7 часов точного времени они отстанут на $0{,}14 \times 7 = 0{,}98 \approx 1$ мин.

В 19 часов точного времени ручные часы покажут 18 ч 59 мин.

108. Часы

Пусть наши часы опять покажут одно и то же время через x часов. Это случится тогда, когда мои часы убегут, а Васины отстанут вместе на 12 часов (43 200 секунд). Мои часы за x часов отстанут на x секунд, а Васины — на $x\frac{3}{2}$ секунд. Получаем уравнение

$$x + \frac{3}{2}x = 43\,200.$$

Отсюда x =17 280 часов, или 720 дней.

Почти 2 года пришлось бы ждать мне и Васе, пока наши часы опять покажут одно и то же время.

Еще дольше пришлось бы ждать совпадения показаний наших часов с сигналом точного времени.

Действительно, для этого мои часы должны убежать вперед на 12 часов, а Васины — отстать на 12 часов.

С моими часами это случилось бы через 43 200 часов, или через 1800 дней, а с Васиными — в $\frac{3}{2}$ раза раньше, то есть через 1200 дней.

Одновременное совпадение показаний моих и Васиных часов с сигналом точного времени произошло бы через число дней, кратное числам 1800 и 1200, то есть через 3600 дней — почти через 10 лет!

109. В котором часу?

1) За время отсутствия мастера стрелки часов в сумме описали полный круг циферблата. Так как минутная стрелка двигается в 12 раз быстрее часовой, то пройденные ими расстояния будут составлять соответственно $\frac{12}{13}$ и $\frac{1}{13}$ всего круга.

Отсюда следует, что мастер отсутствовал $\frac{12}{13} \times 60 = 55\frac{5}{13}$ минут. Если путь, проходимый стрелками, считать в минутах времени и через x обозначить число минут, протекшее от положения обеих стрелок на цифре 12 до положения минутной стрелки в момент ухода мастера на обед, то часовая стрелка за эти x минут продвинется только на $\frac{1}{12}x$, и, значит, в момент ухода мастера «расстояние» между стрелками составит $x - \frac{x}{12} = \frac{11}{12}x$ минуты. Получаем уравнение:

$$\frac{11}{12}x = \frac{1}{13} \times 60.$$

Отсюда:

$$x = 5\frac{5}{143} \text{ минуты.}$$

Следовательно, ушел мастер на обед в $5\frac{5}{143}$ минут первого, отсутствовал $55\frac{5}{143}$ минут.

Когда он вернулся, было $55\frac{5}{13} + 5\frac{5}{143} = 60\frac{60}{143}$ минуты после двенадцати, то есть $\frac{60}{143}$ минут второго.

2) Через 2 часа после того как я ушел гулять, минутная стрелка часов окажется на том же месте, а часовая продвинется на $\frac{2}{12}$ всего циферблата.

Чтобы стрелки часов обменялись положениями больше чем через 2 часа, они совместно должны пройти $\frac{10}{12}$ всего циферблата, или еще 50 мин. Минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой, значит, оставшийся ей путь равен $\frac{12}{12} \times 50 = 46\frac{2}{13}$ минуты. Следовательно, сверх двух часов я отсутствовал еще $46\frac{2}{13}$ минуты.

3) Между 4 и 5 часами стрелки часов совпадают ровно через $20 : \frac{2}{13} = 21\frac{9}{11}$ минуты после 4 = х. Минутная стрелка окажется против часовой через $50 : \frac{11}{12} = 54\frac{6}{11}$ минуты после 4 = х. Следовательно, школьник решал задачу $54 : \frac{6}{11} - 21\frac{9}{11} = 32\frac{8}{11}$ минуты.

Закончил он решение задачи в 4 часа $54\frac{6}{11}$ минуты.

110. В котором часу началось и кончилось совещание?

Из условия задачи следует, что в момент, когда началось совещание, часовая стрелка находилась между шестым и седьмым часовыми делениями циферблата, а минутная — между девятым и десятым делениями (рис. 143).

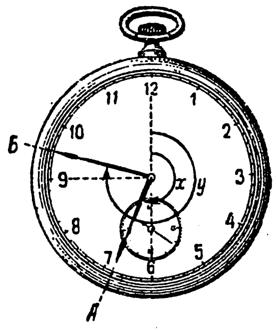


Рис. 143

Примем за единицу угловой путь, проходимый часовой стрелкой в течение часа (то есть путь, соответствующий пяти минутным делениям). Если совещание началось в x часов, то, значит, угловой путь, пройденный часовой стрелкой от ее положения, соответствующего 12 часам, тоже будет x.

Если совещание окончилось в y часов, то угловой путь, пройденный часовой стрелкой от ее начального положения (от 12 часов), тоже будет y. Этот же угловой путь y прошла минутная стрелка за промежуток времени от 6 ч 00 мин (тогда она была на цифре 12) до момента начала совещания. В свою очередь за этот же промежуток времени часовая стрелка (которая движется в 12 раз медленнее) прошла от цифры 6 угловой путь, равный $\frac{y}{12}$.

Имеем:

$$x = 6 + \frac{y}{12}.$$

К моменту окончания совещания стрелки поменялись местами. Рассуждая аналогично, получим:

$$y = 9 + \frac{x}{12}.$$

Решая совместно получившиеся уравнения, находим, что $x = 6\frac{114}{143}$ ч = 6 ч 47 мин $49\frac{133}{143}$ с — время начала совещания; $y = 9\frac{81}{143}$ ч = 9 ч 33 мин $59\frac{23}{143}$ с — время окончания совещания.

111. Сержант тренирует разведчиков

Так как первый разведчик половину всего времени шел с большей из двух неравных скоростей, то с большей скоростью он прошел, очевидно, больше половины пути, а второй разведчик с такой же скоростью прошел только половину пути.

Пусть для определенности начальная скорость каждого разведчика больше измененной скорости. Тогда первую половину пути оба разведчика шли одинаковое время, но вторую половину пути первый разведчик прошел за меньший промежуток времени, чем второй, так как второй шел с уменьшенной скоростью всю вторую половину пути, а первый — только часть ее. Значит, и весь путь прошел первый разведчик за меньший промежуток времени, чем второй. Вот и все решение задачи — краткое и изящное.

Нетрудно и алгебраически обосновать утверждение, что с большей скоростью первый разведчик прошел большую часть пути. Пусть m и n — скорости разведчиков, причем

$m > n$, t — половина всего количества времени, затраченного первым разведчиком, s — путь, пройденный им со скоростью m, и s_1 — путь, пройденный им со скоростью n.

При $m > n$ имеем:

$$\frac{s}{t} > \frac{s_1}{t}\text{, откуда } s > s_1.$$

На языке алгебры продолжить решение можно так: весь путь:

$$mt + nt;$$

полпути:

$$\frac{mt+nt}{2} = \frac{(m+n)t}{2};$$

полное время x первого разведчика $x = 2t$; полное время y второго разведчика:

$$y = \frac{(m+n)t}{2m} = \frac{(m+n)t}{2n}.$$

Возьмем разность $y - x$:

$$y - x = \frac{(m+n)t}{2m} + \frac{(m+n)t}{2n} - 2t =$$

$$= \frac{(mn + n^2 + m^2 + mn - 4mn)t}{2mn} = \frac{(m-n)^2 t}{2mn}.$$

Так как все множители в правой части положительны, то $y - x > 0$, или $y > x$. Второй разведчик шел дольше, чем первый.

112. По двум сообщениям

Пусть x — длина поезда, y — его скорость. Так как поезд проходит мимо наблюдателя в t_1 с, то есть проходит путь, равный собственной длине x, в t_1 с, то $y = \frac{x}{t_1}$. За t_2 с он проходит мост в a метров, то есть проходит за это время путь, равный сумме собственной длины и длины моста.

Следовательно, $y = \frac{x+a}{t_2}$. Отсюда $x = \frac{at_1}{t_2 - t_1}$; $y = \frac{a}{t_2 - t_1}$.

113. Сколько построили новых станций?

Если на железнодорожной ветке было x станций и добавляется y новых станций, то для каждой новой станции потребуется $(x + y - 1)$ новых комплектов билетов, а для y новых станций потребуется $(x + y - 1)\,y$ комплектов. Для старых x станций потребуется допечатать xy комплектов билетов.

По условию:

$$(x + y - 1)\,y + xy = 46,$$

или

$$y\,(2x + y - 1) = 46.$$

Оба сомножителя должны быть целыми и положительными числами, а $46 = 2 \times 23$ и $46 = 1 \times 46$. Из выступления начальника дороги следует, что новых станций больше одной; отсюда $y = 2$, а если так, то $x = 11$.

На ветке было 11 станций, и подготовлены к открытию 2 новые станции.

114. В темной комнате

Четыре ботинка и 3 носка. Среди 4 ботинок, взятых из шкафа, 2 обязательно будут одного фасона; среди 3 носков два будут одного цвета.

Если же взять только 2 или 3 ботинка, то может случиться так, что они все окажутся разных фасонов, и если взять только 2 носка, то эти носки могут оказаться разной окраски.

115. Яблоки

1) 4 яблока;
2) 7 яблок.

116. Прогноз погоды

Нельзя, так как через 72 часа, то есть через трое суток, будет опять 12 часов ночи, а солнце ночью не светит (если дело не происходит за полярным кругом в полярный день).

117. День леса

Шестиклассники перевыполнили свое задание на 5 деревьев, а поэтому четвероклассники недовыполнили свое задание на 5 деревьев.

Следовательно, старшие посадили на 10 деревьев больше, чем младшие.

118. У кого какое имя?

1) Фамилия Пети не Гриднев (это противоречило бы п. 3 условия).

2) Мать Бурова — родная сестра Серова (п. 1 условия), то есть ее девичья фамилия — Серова; но дедушка Пети — Мокроусов (п. 2 условия); значит, он отец Петиной матери, а не его отца, так как отец Пети — или Буров, или Клименко (см. п. 1 решения). Следовательно, мать Бурова и мать Пети — не одно и то же лицо.

Этим устанавливается, что Буров — не Петя. Но Буров — и не Коля, как это выяснилось в самом начале разговора вожатого с ребятами.

Если же Буров — не Петя и не Коля, значит, его имя — Гриша.

3) Если Буров — Гриша, значит, Гриднев — не Гриша, но он — и не Петя (см. п. 1 решения). Следовательно, Гриднев — Коля, а Клименко — Петя.

4) Петя в этом году начнет изучать алгебру, геометрию и физику (п. 2 условия), значит, он будет учиться в

6-м классе средней школы, а в первый класс он пошел в 7 лет, следовательно, ему в настоящее время 12 лет (разумеется, так как он учится отлично, то он не оставался ни в одном классе на второй год).

5) По условию Гриднев и Гриша старше Пети на 1 год (п. 3 и 4 условия), значит, Гридневу и Бурову по 13 лет.

Окончательно:

Буров Гриша, 13 лет,

Гриднев Коля, 13 лет,

Клименко Петя, 12 лет.

119. Состязание в меткости

Сначала нужно выписать оценки (числа очков) всех восемнадцати выстрелов, затем распределить их в 3 ряда (по 6 чисел в каждом) так, чтобы сумма чисел в каждом ряду дала 71 очко.

Возможен только один вариант такого распределения, а именно:

ряд № 1 — 25, 20, 20, 3, 2, 1 — всего 71 очко;

ряд № 2 — 25, 20, 10, 10, 5, 1 — всего 71 очко;

ряд № 3 — 50, 10, 5, 3, 2, 1 — всего 71 очко.

Так как Андрюше первые 2 выстрела дали 22 очка, то ему и принадлежит ряд № 1, поскольку только в этом ряду имеются 2 числа, дающие в сумме 22.

Володе первый выстрел дал три очка, значит, ему принадлежит ряд № 3 (во втором ряду нет числа 3). В этом ряду и находится число 50.

Следовательно, в центральное яблоко мишени попал Володя. Ряд № 2, очевидно, принадлежит Боре.

120. Пассажиры одного купе

Задачи такого рода решаются методом исключения. Перечислим факты, содержащиеся в условии:

1) А и москвич — врачи.

2) Д и петербуржец — учителя.

3) В и туляк — инженеры.

4) Б и Е — участники Отечественной войны, а туляк в армии не служил.

5) Харьковчанин старше А.

6) Одессит старше В.

7) Б и москвич сошли в Киеве.

8) В и харьковчанин сошли в Виннице.

Из этих фактов, как логические следствия, выявляются скрытые факты.

Например, из фактов 1 и 2 следует, что А — не москвич (1), но А — и не петербуржец (1—2); Д — не петербуржец (2), но Д — и не москвич (1—2) и т. п.

Составим таблицу всех основных и выведенных фактов, относящихся к нашим пассажирам, помещая в соответствующих клетках таблицы номера условий, из которых следует исключение возможности данного сочетания:

	А	Б	В	Г	Д	Е
москвич	1	7	7–8 1–3	—	1–2	*
петербуржец	1–2	*	2–3	—	2	—
киевлянин	—	—	*	—	—	—
туляк	1–3	4	3	*	2–3	4
одессит	*	—	6	—	—	—
харьковчанин	5	7–8	8	—	*	—

Из таблицы сразу следует, что В — киевлянин (отмечаем звездочкой). Остальные пассажиры — не киевляне (ставим «минусы» в свободных клетках строки «киевлянин»).

Тотчас выясняется местожительство А. Пассажир А — одессит. Ставим в соответствующей клетке таблицы звездочку, в остальных свободных клетках этой строки проставляем «минусы».

Продолжая этот прием, устанавливаем окончательно: А — одессит, Б — петербуржец, В — киевлянин, Г — туляк, Д — харьковчанин, Е — москвич.

Теперь легко определяются и специальности пассажиров: А и Е — врачи, Б и Д — учителя, В и Г — инженеры.

Дополнительное замечание. Таблица показывает, что всего из условия задачи было почерпнуто 17 фактов. Достаточность этого количества фактов следует из того, что задача все-таки решена и в процессе решения не было никаких противоречий. Но все ли 17 фактов являются необходимыми для решения задачи? Очевидно, нет, так как два факта, например, подтверждают, что В — не москвич.

Какое же количество фактов является необходимым?

Так как каждый пассажир является жителем одного из шести городов, то для установления методом исключения местожительства первого пассажира необходимо 5 фактов, указывающих, в каких пяти городах он не живет.

После этого для установления местожительства второго пассажира необходимо и достаточно располагать только четырьмя фактами того же типа и т. д.

Всего, следовательно, для наиболее экономного построения задачи о шести пассажирах и для ее решения необходимо и достаточно иметь 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 фактов указанного типа.

В нашей задаче 2 факта лишние.

121. Турнир шахматистов

Удобно эту задачу решать таким же способом, как и предыдущую. Перечислим факты, содержащиеся в условии:

1) В 1-м туре полковник играл с кавалеристом.

2) В 1-м туре летчик не играл.

3) Во 2-м туре пехотинец играл с ефрейтором.

4) Во 2-м туре майор играл со старшиной.
5) После 2-го тура капитан выбыл из турнира.
6) Из-за этого в 3-м туре был выходным сержант.
7) Из-за этого в 4-м туре был выходным танкист.
8) Из-за этого в 5-м туре был выходным майор.
9) В 3-м туре лейтенант играл с пехотинцем.
10) В 3-м туре полковник играл с артиллеристом.
11) В 4-м туре сапер играл с лейтенантом.
12) В 4-м туре старшина играл с полковником.
13) После 6-го тура доигрывалась партия кавалериста с минометчиком.

Составим и заполним по тому же принципу, как и в предыдущей задаче, таблицу участников турнира в сочетании с их специальностями:

	Пехотинец	Летчик	Танкист	Артиллерист	Кавалерист	Минометчик	Сапер	Связист
Полковник	9–10	1–2	7–12	10	1	1–13	11–12	*
Майор	3–4	—	7–8	*	—	—	—	—
Капитан	5–9	*	5–7	5–10	5–13	5–13	5–11	—
Лейтенант	9	—	7–11	9–10	*	—	11	—
Старшина	3–4	—	7–12	10–12	1–12	*	11–12	—
Сержант	6–9	—	6–7	6–10	—	—	*	—
Ефрейтор	3	—	*	—	—	—	—	—
Солдат	*	—	—	—	—	—	—	—

Звездочки в таблице указывают специальности участников турнира. В таблице зарегистрировано 28 фактов, выявленных из условия задачи, а количество фактов, необходимых для решения данной задачи, также равно 28 (7 + 6 + 5 + + 4 + 3 + 2 + 1 = 28). Следовательно, лишних данных условие задачи не содержит.

122. Воскресник

При распилке метровых кругляков на полуметровые дрова количество отрезков должно быть кратно двум. При распиловке полутораметровых количество отрезков кратно 3, а при распиловке двухметровых — кратно 4.

Лавров и Котов напилили 26 отрезков (кратно 2).

Галкин и Пастухов — 27 (кратно 3).

Медведев с Евдокимовым — 28 (кратно 4).

Следовательно, полутораметровые дрова пилили Галкин и Пастухов, которых по условию задачи звали Петей и Костей, но Петя — бригадир, а Пастухов — не бригадир. Значит, Пастухов — Костя.

123. Как фамилия машиниста?

Известно, что кондуктор живет точно на полпути от Москвы до Санкт-Петербурга (2). Один из пассажиров живет в Москве (1), другой — в Санкт-Петербурге (3), значит, ни тот, ни другой не могут считаться ближайшими соседями кондуктора по месту его жительства (4). Следовательно, ближайший сосед кондуктора — не Иванов (1) и не Петров (5), месячный заработок которого не делится ровно на 3 (4), а Сидоров. В таком случае кондуктор — не Сидоров (3). Кочегар — тоже не Сидоров (6). По методу исключения Сидоров — машинист.

Нетрудно теперь определить и фамилии остальных членов поездной бригады. Так как пассажир Иванов живет в Москве, а пассажир Сидоров — ближе к середине пути Москва — Санкт-Петербург, то, очевидно, пассажир Петров живет в Санкт-Петербурге (3). Следовательно, фамилия кондуктора — Петров (3). Фамилия кочегара — Иванов.

124. Уголовная история

Рассуждения могут быть проведены, например, в такой последовательности. Если (3) верно, тогда и (10) и (12) — ложь, а это невозможно по условию. Следовательно, (3) — ложь (то есть кошелек украл не Тео). Так как (3) — ложь, то и (9) — ложь. Так как (9) — ложь, то (8) — верно. Так как (8) верно, то (15) — ложь. Если (15) — ложь, то (14) — верно. Следовательно, виновна Джуди.

125. Да или нет?

Тот промежуток чисел, в котором находится задуманное число, следует разделить пополам ни выяснить, в какой половине находится задуманное число. С уменьшенным вдвое промежутком опять поступить так же, то есть, как сказали бы артиллеристы, взять искомое число «в вилку» и продолжать сжимать эту «вилку» до полного «попадания в цель».

Откуда же видно, что для этого достаточно десяти вопросов?

Дело в том, что десятикратное деление пополам промежутка чисел от 1 до 1000 приведет к промежутку, состоящему только из двух чисел, из которых одно — искомое. В самом деле, возьмем промежуток, состоящий из двух чисел: 1 и 2. Удвоим его. Получим промежуток чисел от 1 до 4. Опять удвоим. Верхней границей промежутка сделается число 8 или 2^3. Еще раз удвоим. Верхняя граница отодвинется до числа 16, или 2^4.

Продолжая удваивать промежуток чисел, будем раздвигать его границы от 1 до 2^5, затем от 1 до 2^6 и т. д., пока верхняя граница промежутка не достигнет числа $2^{10} = 1024$, которое, как видите, даже немного превышает 1000.

Как ставить вопросы, поясню на примерах.

Пример 1. Пусть задумано число 1. Спрашиваем:

1) Задуманное число больше 512 (половина промежутка от 1 до 1024)?

— Нет.

2) Задуманное число больше 256 (половина промежутка от 1 до 512)?

— Нет.

3) Оно больше 128 (половина того промежутка, в котором оно может быть)?

— Нет.

4) Оно больше 64? — Нет.

5) Оно больше 32? — Нет.

6) Оно больше 16? — Нет.

7) Оно больше 8? — Нет.

8) Оно больше 4? — Нет.

9) Оно больше 2? — Нет.

10) Оно больше 1?

Задумавший число 1, конечно, и на этот вопрос должен ответить отрицательно — «нет».

Тогда нам становится ясно, что задуманное число —1.

Пример 2. Пусть задумано число 860. Спрашиваем:

1) Задуманное число больше 512? — Да.

Значит, искомое число находится в промежутке от 512 до 1000; будем для удобства считать, что оно — в промежутке от 512 до 1024. Берем «про себя» половину этого промежутка, то есть 256, прибавляем к 512 и спрашиваем:

2) Оно больше 768? — Да.

Отмечаем «про себя», что искомое число находится в промежутке 768–1024. Прибавляем к 768 половину этого промежутка, то есть 128, и спрашиваем:

3) Оно больше 896? — Нет.

Запоминаем, что искомое число в промежутке 768–896. Прибавляем к 768 (или убавляем от 896) половину этого промежутка, то есть 64, и спрашиваем:

4) Оно больше 832? — Да.

Искомое число в промежутке 832–896. Прибавляем к 832 половину этого промежутка, то есть 32, и спрашиваем:

5) Оно больше 864? — Нет.

Искомое число в промежутке 832–864 (длиной в 32 единицы).

6) Оно больше 848? — Да.

Промежуток сузился до 16 единиц: от 848 до 864.

7) Оно больше 856? — Да.

Промежуток уменьшился до 8 единиц: от 856 до 864.

8) Оно больше 860? — Нет.

Искомое число в промежутке 856–860.

9) Оно больше 858? — Да.

Значит, искомым числом может быть только либо 859, либо 860. Спрашиваем:

10) Оно больше 859? — Да.

Задуманное число — 860.

126. Скрытое деление

В частном 5 цифр, а произведений под делимым подписано только 3. Следовательно, 2 из 5 цифр частного должны быть нулями. Судя по произведениям, это не первая и не последняя цифра частного. Значит, нули — вторая и четвертая цифры, прикрытые белым и черным слонами. Далее, когда двузначный делитель умножается на 8, то получается двузначное произведение, но когда делитель умножается на число, скрытое в частном под белой ладьей, то получается трехзначное произведение. Следовательно, число, закрытое белой ладьей, должно быть больше 8 — очевидно, 9. Последнее число частного при умножении на делитель тоже дает трехзначное произведение, следовательно, последняя цифра частного, как и первая, равна 9. Частное определилось полностью: 90 809.

Найдем теперь делитель. Произведение его на 8 дает двузначное число, а произведение его на 9 дает трехзначное число. Единственное двузначное число, отвечающее этому требованию, — 12, так как 12 × 8 = 96, а 12 × 9 = = 108. Итак, делитель — 12. Умножая делитель (12) на частное (90 809) и прибавляя остаток 1, получим делимое, равное 1 089 709.

127. Мотоциклист и верховой

Мотоциклист находился в пути на 20 минут меньше, чем ему обычно требовалось для того, чтобы проделать путь до аэродрома и обратно. Экономия во времени произошла за счет того, что мотоциклисту в этот раз не пришлось доезжать до аэродрома. Эти 20 минут он затратил бы от места встречи с верховым до аэродрома и обратно. Следовательно, чтобы проехать этот путь в один конец, например от места встречи с верховым до аэродрома, мотоциклисту потребовалось бы 10 минут. Но мы знаем, что мотоциклист встретился с верховым после того, как тот пробыл в пути 30 минут, то есть спустя полчаса по прибытии самолета. А так как мотоциклист выехал из почтового отделения вовремя, то, следовательно, прибавив к этим 30 минутам те 10 минут, которые необходимы мотоциклисту, чтобы добраться до аэродрома, мы устанавливаем, что самолет прибыл на аэродром на 40 минут раньше установленного срока.

128. Пешком и на автомобиле

Рассуждения аналогичны предыдущим. «Победа» вернулась на завод на 10 минут раньше обычного, потому что она не дошла до станции. Это те 10 минут, в течение которых «победа» должна была бы проделать путь от места встречи с инженером до станции и обратно. Следовательно, чтобы проделать путь в один конец, например от станции до места встречи с инженером, «победе» потребовалось бы 5 минут. А чтобы пройти это расстояние пешком, инженер затратил 25 минут (30 минут, на которые он раньше приехал, минус 5 минут). Значит, в момент встречи инженера с «победой» было 8 часов 25 минут; а пешком инженер идет медленнее, чем едет на автомобиле, в 5 раз.

129. Логическая ничья

А рассуждал так: «Бумажки у моих товарищей белые, значит, у меня бумажка может быть белой, а может быть и черной. Предположим, она черная. Тогда Б имеет основания достоверно заявить о цвете своей бумажки, так как он может сказать себе: „Я вижу, что у А бумажка черная, а у С — белая, значит, у меня может быть или белая, или черная, но она не может быть черная, так как тогда С, зная, что черных бумажек только две, и видя у меня и у А черные бумажки, немедленно заявил бы о цвете своей бумажки. Но С не заявил об этом немедленно, следовательно, он думает, не черная ли у него бумажка, но тогда, значит, он у меня видит белую бумажку“.

Но Б тоже молчит, следовательно, моя бумажка — не черная. Но если она не черная, значит, белая».

Так рассуждал А, уверенный в способности своих товарищей столь же логично мыслить. Аналогично рассуждали и остальные два товарища, поэтому все они одновременно и пришли к правильному заключению о том, что у каждого из них бумажка белая.

130. Три мудреца

А рассуждал так: «Каждый из нас может думать, что его собственное лицо чистое. Б уверен, что его лицо чистое, и смеется над измазанным лбом мудреца В. Но если бы Б видел, что мое лицо чистое, то он был бы удивлен смеху В, так как в этом случае у В не было бы повода для смеха. Однако Б не удивлен, значит, он может думать, что В смеется надо мной. Следовательно, мое лицо черное».

131. По здравому смыслу

Старый машинист рассуждал так: возраст ребенка должен быть не меньше трех лет (по условию) и не больше 12 (по смыслу слова «ребенок»). Значит, через три года ребенку будет не меньше шести и не больше 15 лет. Но между числами 6 и 15 есть только одно такое число (целое), из которого точно извлекается квадратный корень, а именно 9. Значит, возраст ребенка равен 6 годам, $9 - 3 = 6$.

132. Вместо мелких долей крупные

Разметчик заметил, что

$$\frac{7}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}.$$

Значит, если из 7 данных пластинок 4 разрежем на три равные части каждую, то получим 12 третей, то есть по одной трети для каждой детали. Остальные 3 пластинки разрежем на 4 равные части каждую, получим 12 четвертей, то есть по одной четверти для каждой детали.

Для распределения 5 пластинок между 6 деталями замечаем, что

$$\frac{5}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}.$$

Значит, из 3 пластинок делаем 6 половинок и из остальных двух — 6 третей.

Далее,

$$\frac{13}{12}=\frac{1}{3}+\frac{3}{4}.$$

Следовательно, на каждую деталь берем по одной дольке от 4 пластинок, каждую из которых делим на три равные части, и по 3 дольки от остальных 9 пластинок, каждую из которых делим на 4 равные части.

Аналогично

$$\frac{13}{36}=\frac{1}{4}+\frac{1}{9}.$$

9 пластинок делятся на 4 равные части каждая, и 4 пластинки — на 9 равных частей каждая.

Так как $\frac{26}{21}=\frac{2}{3}+\frac{4}{7}$, то в этом случае 14 пластинок делятся на 3 части каждая и 12 пластинок — на 7 частей каждая.

133. Средняя скорость

Не подумав, можно ответить: 8 км/ч $\left(\frac{12+4}{2}=8\right)$, но это не так. Примем все расстояние за 1. Тогда первую половину пути лошадь шла $\frac{1}{2}:12=\frac{1}{24}$ единиц времени, а вторую половину $\frac{1}{2}:4=\frac{1}{8}$ единиц. На весь путь затрачено $\frac{1}{24}+\frac{1}{8}=\frac{1}{6}$ единиц времени. Следовательно, средняя скорость будет $1:\frac{1}{6}=6$ км/ч.

134. Спящий пассажир

Спал пассажир на протяжении двух третей от половины всего пути, следовательно, на протяжении одной трети всего пути.

135. Какова длина поезда?

Скорость перемещения пассажира, находящегося во втором поезде, относительно двигающегося первого поезда будет — $45+36=81$ км/ч, или $\frac{81000}{60\times 60}$ м/с $=\frac{45}{2}\times 6=135$ м/с. Следовательно, длина первого поезда равна $\frac{45}{2}\times 6=135$ м.

136. К ужину — 3 поджаренных ломтика

Искусная кулинарка кладет два ломтика на сковородку и поджаривает одну их сторону в течение 30 секунд. Затем первый ломтик она переворачивает на другую сторону, а второй ломтик вынимает и кладет на его место третий. Таким образом, во вторую половину минуты первый ломтик будет готов полностью, а третий — наполовину. Теперь она имеет 2 ломтика (второй и третий), каждый из которых готов наполовину. Их поджаривание будет закончено в следующие полминуты.

Общее время, как видите, $1\frac{1}{2}$ минуты, а не 2.

137. Велосипедист

Велосипедист прошел пешком $\frac{1}{3}$ пути, то есть вдвое меньше того, что проехал, а времени затратил вдвое больше. Следовательно, он ехал в 4 раза быстрее, чем шел.

138. Соревнование

Володя сделал $\frac{2}{3}$ задания, и ему осталось делать $\frac{1}{3}$ всего задания. Костя сделал $\frac{1}{6}$ задания, и ему осталось делать $\frac{5}{6}$ всего задания.

Следовательно, Косте надо увеличить ежедневную выработку в $\frac{5}{6}:\frac{1}{3}=2\frac{1}{2}$ раза, чтобы догнать Володю и одновременно с ним закончить работу.

139. Кто прав?

Права Машина подруга. От увеличения одного сомножителя на $\frac{1}{3}$ его произведение увеличивается в $\frac{4}{3}$ раза. От уменьшения другого сомножителя на $\frac{1}{3}$ (независимо от того, равен ли он тому сомножителю, который был увеличен) его произведение уменьшилось в $\frac{3}{2}$ раза. В результате произведение уменьшилось в $\frac{3}{2}:\frac{4}{3}=\frac{9}{8}$ раза и от правильного произведения оно составило $\frac{8}{9}$. Ошибка на $\frac{1}{9}$, которая составляет 20 м^3. Отсюда ответ задачи: 180 м^3.

140. Мишины котята

Нетрудно понять, что $\frac{3}{4}$ котенка приходится на долю $\frac{1}{4}$ всех Мишиных котят. Значит, всех котят было вчетверо больше, то есть 3.

Проверка: $\frac{3}{4}$ от 3 составляют $2\frac{1}{4}$; если к $2\frac{1}{4}$ котят прибавить еще $\frac{3}{4}$ котенка, то получится ровно 3 котенка.

141. На равные части

1. Линии разреза показаны на рисунке. Если все построения и разрезы выполнены аккуратно, то проверить равенство получившихся частей можно наложением.

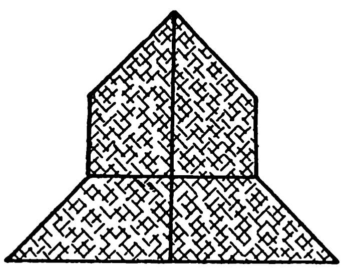


Рис. 144а

2. Трапецию ABCD (рис. 144б) надо разрезать по ломаной, соединяющей середины отрезков AE, BE, CE и DE, и по линиям BF и CG. Получатся 4 равные трапеции.

Проверить можно наложением и провести обычное математическое доказательство. Это нетрудно.

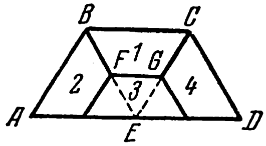


Рис. 144б

3. Линии разреза показаны на рисунке.

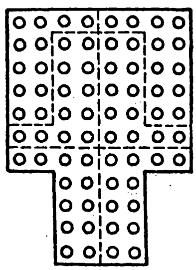


Рис. 144в

4. Чтобы получить необходимые линии разреза правильного шестиугольника ABCDEF (рис. 144г), надо соединить середины его сторон с серединами радиусов OA, OB, OC, OE и OF. Каждая часть шестиугольника будет ромбом (можете проверить или доказать), а ромб, хотя и имеет равные стороны, но не является правильным четырехугольником, так как не все его углы равны между собой.

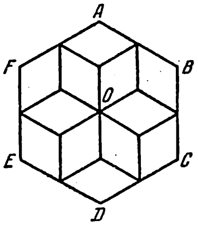


Рис. 144г

6. Решение показано на рисунке.

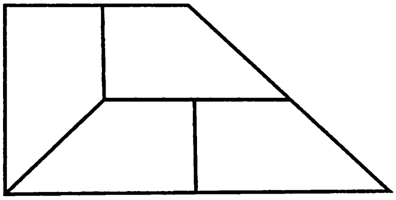


Рис. 144g

142. Семь розочек на торте

Решение показано на рисунке.

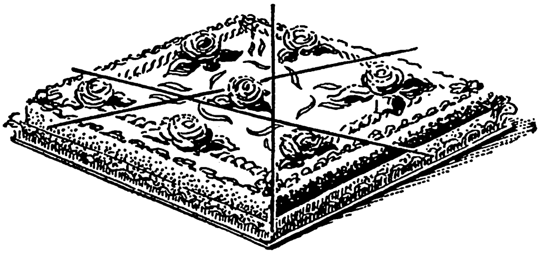


Рис. 145

143. Фигуры, потерявшие свое очертание

Линии разреза будем восстанавливать последовательно (рис. 146):

а) намечаем разрезы между одинаковыми рядом стоящими цифрами (рис. 146а);

б) в соответствии с заданной симметрией (совпадение очертаний фигур при повороте на 90°) каждый такой разрез воспроизводим еще в трех местах квадрата (рис. 146б);

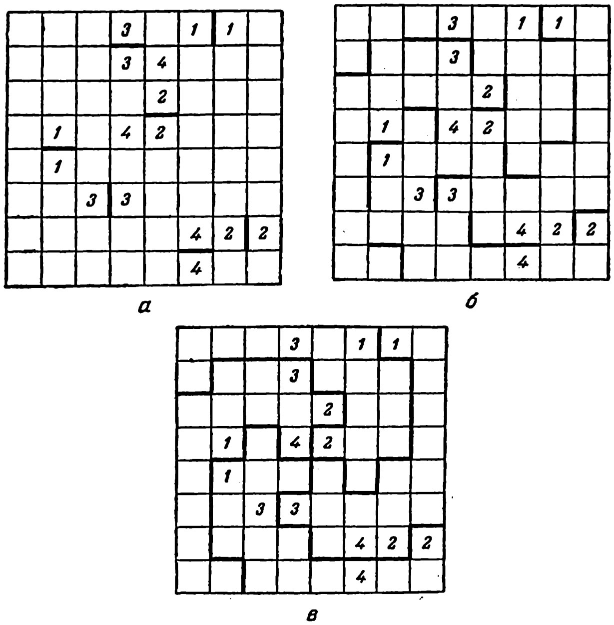


Рис. 146

в) разъединим 4 центральные клетки, так как никакие две из них не могут принадлежать одной фигуре, и заканчиваем восстановление контура каждой фигуры, учитывая, что все угловые клетки также должны принадлежать разным фигурам и что в каждой фигуре должны содержаться по одному разу все цифры комплекта 1, 2, 3, 4 (рис. 146в).

144. Посоветуйте

Перегородки изображены пунктиром на рис. 147.

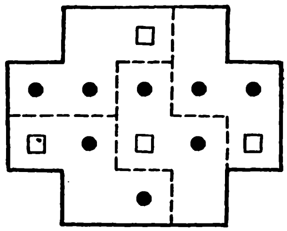


Рис. 147

145. Без потерь!

Путем проб легко убедиться в том, что прямоугольник может быть составлен из шести пластинок № 1 (рис. 148).

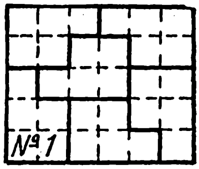


Рис. 148

Фигура III, рис. 72 (см. с. 101), разрезается на три пластинки № 3 рисунка 71, фигура IV — на 4 пластинки № 5, фигура V — на 6 пластинок № 6, фигура VI — на 4 пластинки № 2. Все необходимые разрезы показаны схематически на рис. 149.

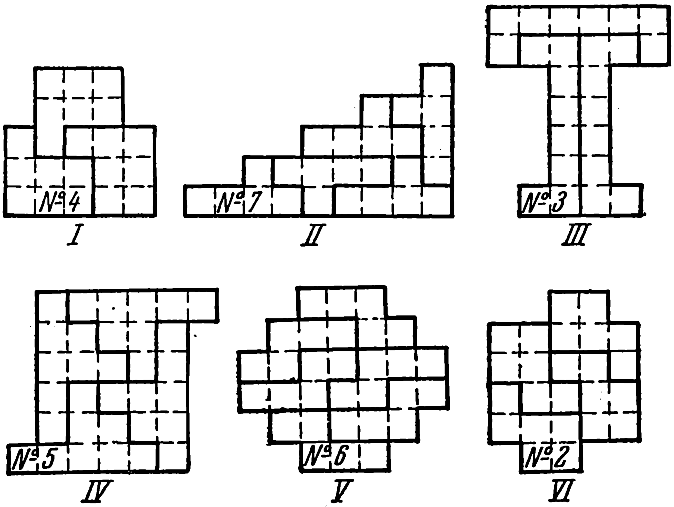


Рис. 149

146. Когда фашисты посягнули на нашу землю

Вася догадался сделать ступенчатый разрез (см. рис. 150) прямоугольного листа фанеры.

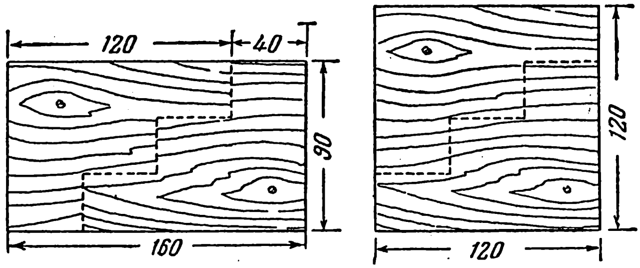


Рис. 150

Следует заметить, что способ ступенчатого разреза для геометрически точного перекраивания прямоугольника в квадрат пригоден не всегда.

147. Воспоминания электромонтера

Необходимые линии разреза показаны пунктиром на рис. 151.

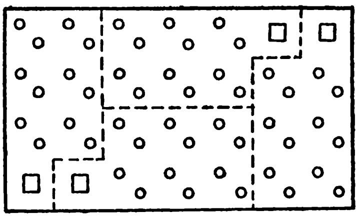


Рис. 151а

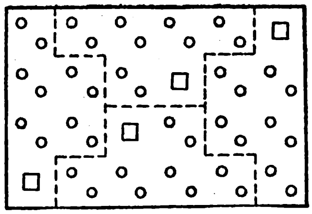


Рис. 151б

148. Все идет в дело

Линия разреза показана на рис. 152.

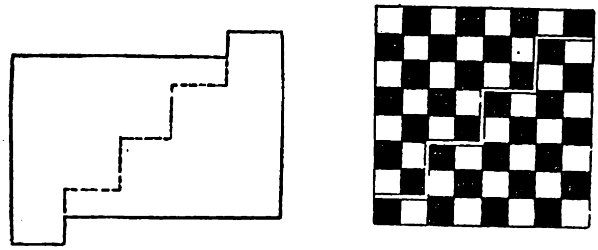


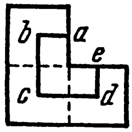
Рис. 152

149. Головоломка

Данную фигуру надо разрезать по линии *abcde* (рис. 153а), где *b*, *c* и *d* — центры квадратов, составляющих данную фигуру.

Приложив отрезанную часть к оставшейся, как показано на рис. 153б, получим искомую рамку.

При том же условии задачи найдите иную линию разреза.



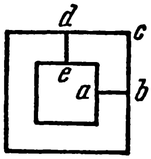


Рис. 153а *Рис. 153б*

150. Разрубить подкову

Здесь нельзя ограничиться схематическим изображением подковы в виде дуги (рис. 154). Если не придадите фигуре подковы необходимой объемности, то, сколько ни старайтесь, вам не удастся разрезать ее вдоль двух прямых линий больше чем на 5 частей.

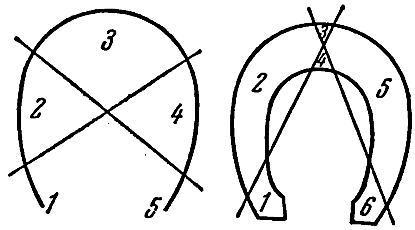


Рис. 154

На том же рисунке дано изображение подковы, более соответствующее действительности, и показано возможное деление ее на 6 частей.

151. В каждой части — дырка

Читатель должен обратить внимание на то, что в условии этой задачи, в отличие от условия предыдущей задачи, отсутствует запрет передвигать части после каждого разреза.

В этом и заключается весь секрет решения.

Первым разрезом следует отделить часть подковы с отверстиями А и Г.

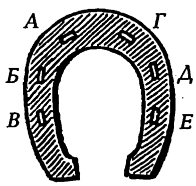


Рис. 155

Подкова при этом распадется на 3 части.

Приложим теперь получившиеся после первого разреза части друг к другу так, чтобы отверстия Б, А и Д оказались примерно на одной прямой линии, а В, Г и Е — на другой, и тогда вторым разрезом легко разделим подкову на требуемые 6 частей.

152. Из «кувшина» — квадрат

Решение показано на рис. 156.

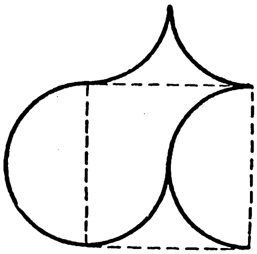


Рис. 156

153. Квадрат из буквы «Е»

Решение представлено на рис. 157. Линии разрезов показаны пунктиром. Равные части обозначены одинаковыми цифрами.

Для нанесения линии разреза MN отложите на стороне AB отрезок AM = KL и проведите прямую через точки M и K. Для нанесения линии разреза NP проведите прямую через точки N и F. Построение остальных линий разреза ясно из чертежа. Если фигура была вычерчена правильно, то угол MNP окажется прямым, а отрезки MB, BN, NC и CP — равными.

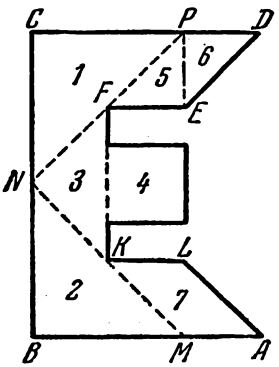


Рис. 157а

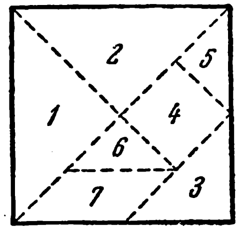


Рис. 157б

154. Красивое превращение

Решение показано на рис. 158.

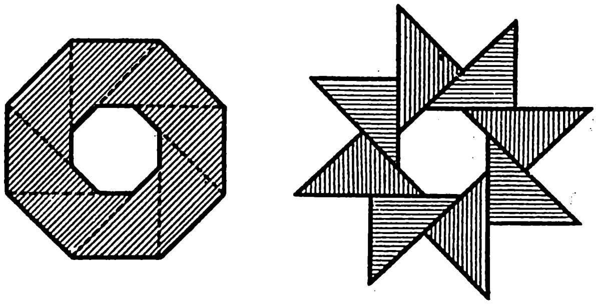


Рис. 158

155. Восстановление ковра

Решение задачи показано на рис. 159. Если верхнюю зубчатую часть вынуть из нижней и затем снова вдвинуть ее между зубьев нижней зубчатой части, переместив на 1 зуб вправо, то ковер примет форму квадрата.

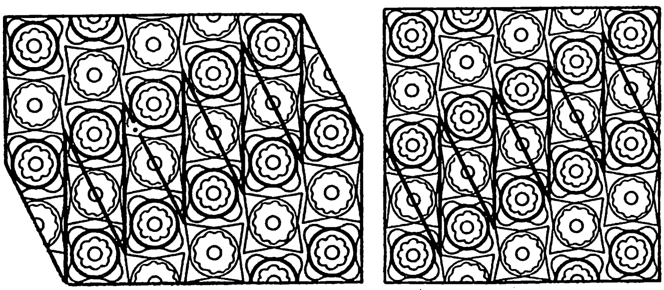


Рис. 159

156. Дорогая награда

Нурия Сараджева сделала 2 ступенчатых разреза и получившиеся 2 части сложила так, как показано на рис. 160. Ширина ступеньки 2 дм, высота 1 дм.

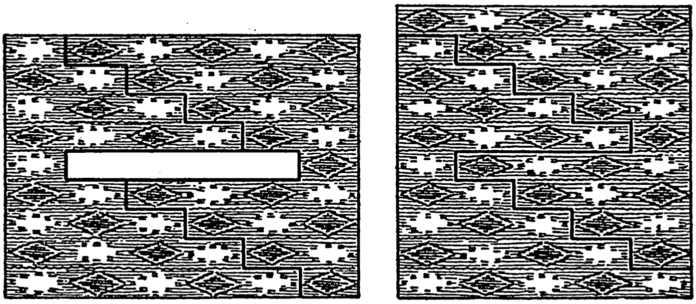


Рис. 160

157. Выручайте беднягу!

Для доказательства невозможности выкроить из шахматной доски 15 фигур вида *а* и одной — вида *б* (рис. 161) рассмотрим такую же доску 8 × 8, но с другой последовательностью черных и белых клеток (рис. 161в).

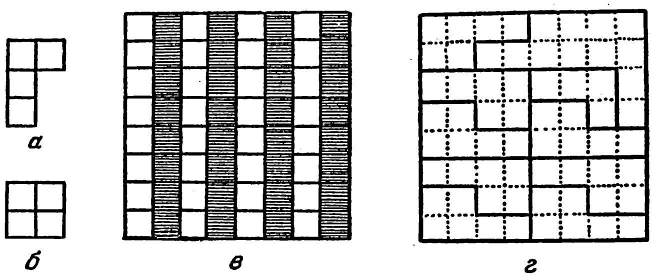


Рис. 161

Из какой бы части этой доски мы ни вырезали фигуру *а*, она будет содержать нечетное число белых и нечетное число черных клеток; 15 фигур *а* также будут содержать по нечетному числу белых и черных клеток.

Фигура *б*, наоборот, содержит по четному числу белых и черных клеток. Все 16 указанных фигур, таким образом, будут содержать по нечетному числу белых и черных квадратов, в то время как наша доска имеет по четному числу белых и черных клеток. Отсюда и следует невозможность решения задачи.

Одно из возможных решений дополнительной задачи представлено на рис. 161г. Сплошные линии — линии разреза.

158. Подарок бабушке

Схема решения показана на рис. 162. Узкая светлая полоска — линия разреза; клетки, промереженные девочкой, заштрихованы.

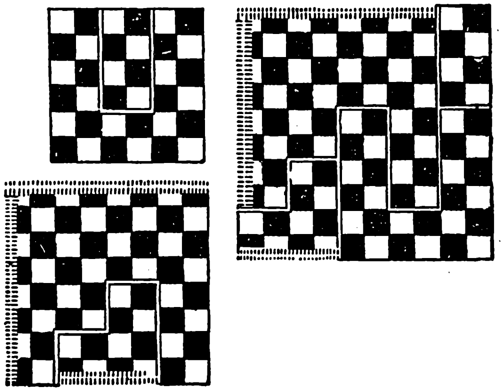
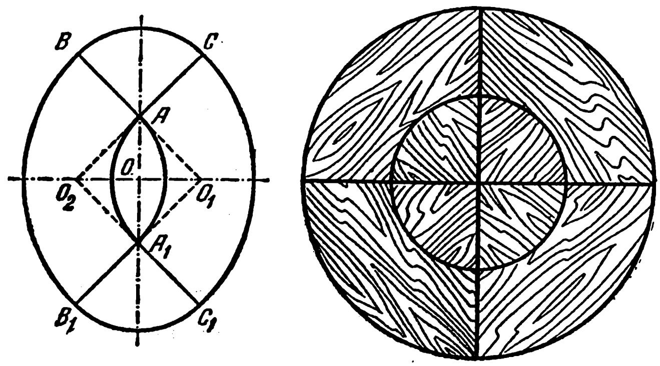


Рис. 162

159. Задача столяра

Сначала столяр заметил, что выкройка доски представляет собой симметричную фигуру с двумя осями симметрии. Затем он обнаружил, что если половину продольной оси отверстия (ОА на рис. 163а) отложить на поперечной оси ($OO_1 = OA$ и $OO_2 = OA$) и соединить прямыми точки O_1 и A, а также O_2 и A, то каждая из фигур BO_1B_1 и CO_2C_1 будет в точности составлять четверть круга с радиусом O_1B, а каждая из фигур ABC и $A_1B_1C_1$ — четверть круга с радиусом A_1B_1, который равен половине радиуса O_1B_1.

Столяр распилил каждую доску по линиям BA, CA, B_1A_1 и C_1A_1 и из полученных 8 частей склеил аккуратную круглую крышку для стола, как показано на рис. 163б.



а *б*

Рис. 163

160. И у скорняка геометрия!

Пусть ABC (рис. 164) — чертеж куска меха, который надо вывернуть наизнанку, но сохранить фигуру. Опустим BD перпендикулярно AC.

Если E и F — середины сторон BC и AB, то скорняку следует разрезать кусок ABC по прямым линиям DE и DF, каждую из полученных частей перевернуть на обратную сторону, оставив на своем месте, и снова сшить. Тогда кусок меха ABC вывернется наизнанку, но сохранит свою фигуру. Это можно строго доказать.

Известно, что в прямоугольном треугольнике медиана, опущенная на гипотенузу, равна половине гипотенузы. DF и DE как раз и являются медианами в прямоугольных треугольниках ADB и BDC, следовательно, DF = AF = FB и DE = BE = CE. Отсюда $\Delta FBE = \Delta FDE$, а треугольники AFD и DEC — равнобедренные. Значит, если перевернуть равнобедренные треугольники AFD и DEC вокруг их высот, а четырехугольник FBED вокруг оси FE, то каждая из этих фигур ляжет на свое прежнее место в прежнем положении.

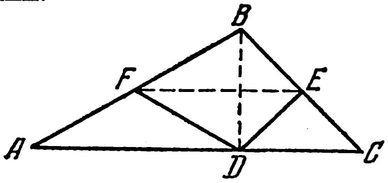


Рис. 164

Задачу о «выворачивании треугольника наизнанку» можно решить и другими способами.

Предложенный здесь способ наиболее экономен.

161. Каждому коню по конюшне

На рис. 165 жирной чертой показаны линии разреза, удовлетворяющие условию задачи. Каждая часть по форме напоминает букву С. Одна из частей для наглядности заштрихована.

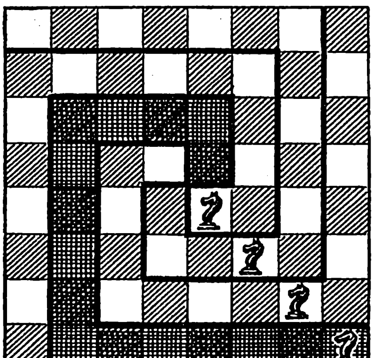


Рис. 165

162. Где находится цель?

Согласно показаниям экранов локаторов, цель находится в 75 км от станции А и в 90 км от станции Б.

Взяв циркулем на масштабе, изображенном внизу рис. 166, отрезки, соответствующие отрезкам в 75 и 90 км, надо провести две дуги, одну из точки А радиусом, соответствующим расстоянию в 75 км, другую из точки Б радиусом, соответствующим расстоянию в 90 км. Дуги пересекутся в точке на море, где, следовательно, и находится обнаруженная цель.

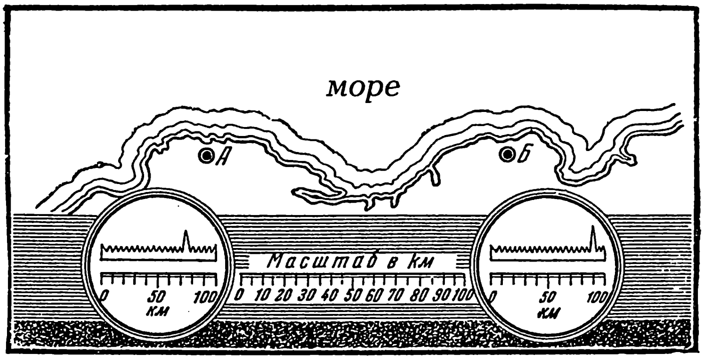


Рис. 166

163. Пять минут на размышление

1) Шесть разрезов; 2) 27 кубиков; 3) ни одного; 4) восемь — столько, сколько вершин у куба; 5) двенадцать — столько, сколько ребер у куба; 6) шесть — столько, сколько граней у куба; 7) один.

164. Непредвиденная встреча

Для того чтобы разойтись, поезда с паровозами А и Б должны проделать такие маневры (см. схему на рис. 167):

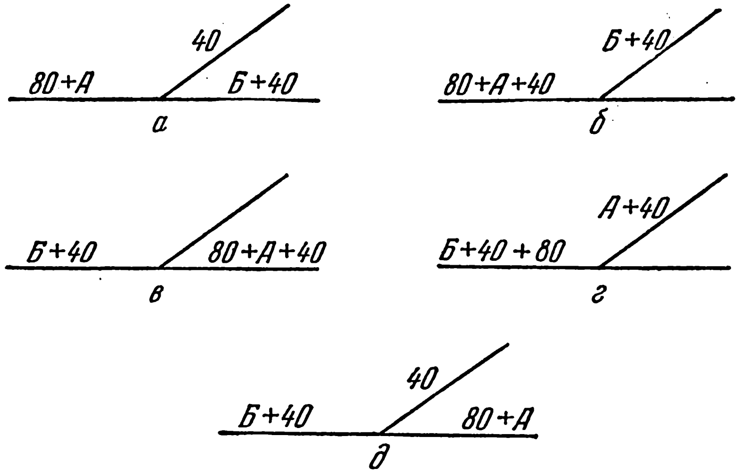


Рис. 167

а) Паровоз Б вместе с вагонами проходит за стрелку влево, заводит на ветку 40 вагонов, а с остальными возвращается назад.

б) Паровоз А уводит с ветки эти 40 вагонов; освободившееся место на ветке занимает паровоз Б с 40 вагонами.

в) Паровоз А ведет 40 вагонов впереди себя и 80 вагонов сзади по свободному пути за стрелку вправо, а паровоз Б с 40 вагонами переходит с ветки на основной путь влево.

г) Паровоз А (который теперь находится справа) вместе со всеми 120 вагонами проходит за стрелку влево, оставляет там свои 80 вагонов и заводит на ветку 40 вагонов, принадлежащих второму поезду.

д) С ветки паровоз А возвращается к своим вагонам, забирает их и идет своим путем — направо.

Паровоз Б вместе с 40 вагонами подходит к ветке, прицепляет находящиеся там остальные 40 вагонов и благополучно следует налево.

165. Путевой треугольник

Решение задачи, осуществленное машинистом, можно представить в виде следующей схемы (рис. 168), при опи-

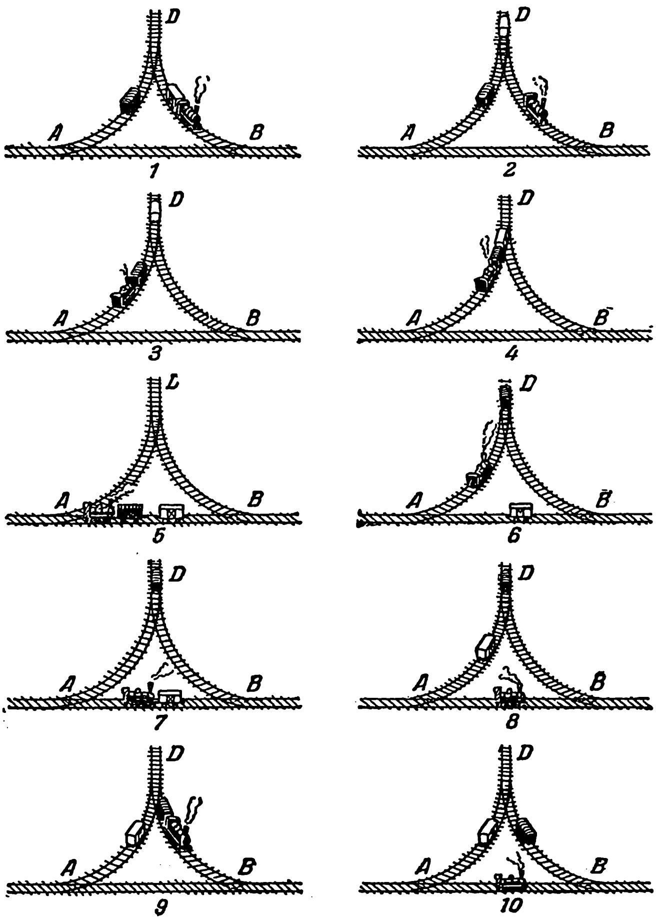


Рис. 168

сании которой белый и красный вагоны будем обозначать соответственно буквами *б* и *к*, а паровоз — буквой *п*:

1) паровоз переходит на BD, прицепляет вагон *б* и идет с ним к тупику D;

2) заводит вагон *б* в тупик D, оставляет его там и идет на BA;

3) переходит по BA на AD, прицепляет вагон *к* и вместе с ним идет к тупику D;

4) прицепляет вагон *б* и идет с вагонами *к* и *б* на AB;

5) оставляет на AB вагон *б* и идет с *к* на AD;

6) заводит *к* в тупик D, оставляет его там и идет на AB;

7) прицепляет вагон *б* и идет с ним на AD;

8) оставляет *б* на AD и переходит по AB на BD;

9) прицепляет *к* и выводит его на DB;

10) оставляет *к* на DB и возвращается на свое прежнее место на AB.

Самостоятельно найдите другие решения. Например, известны еще 2 способа решения задачи в 10 ходов.

Решение задачи в 6 ходов (рис. 169):

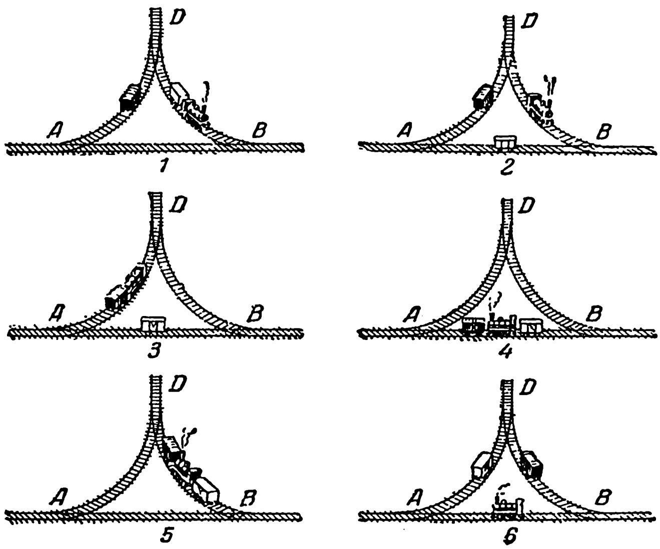


Рис. 169

1) паровоз переходит на BD, прицепляет вагон *б* и идет с ним на AB;

2) оставляет *б* на AB и идет на AD через тупик D;

3) прицепляет вагон *к* и идет с ним на AB;

4) прицепляет *б* и идет с вагонами *к* и *б* на BD;

5) оставляет на BD вагон *к* и идет с вагоном *б* на AD через BA;

6) оставляет там вагон *б*, а сам возвращается на AB.

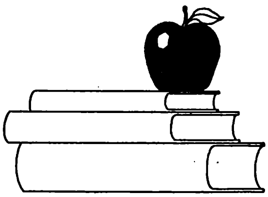
Вы, конечно, заметили, что по окончании маневров паровоз оказался теперь трубой налево.

Машинист, вероятно, потому и предпочел решение задачи в 10 ходов, а не в 6, что не хотел поворачивать свой паровоз на 180°.

166. Попробуйте отвесить

Первое взвешивание: развесить крупу на 2 равные части (это можно сделать без гирь) по 4,5 кг. Второе взвешивание: одну из получившихся частей еще раз развесить пополам — по 2,25 кг. Третье взвешивание: от одной из этих частей отвесить (при помощи гирь) 250 г. Останется 2 кг.

Содержание



«Игры разума»
Выходит 2 раза в месяц
Выпуск № 6 (6), 2015

Литературно-художественное издание

Кордемский Борис Анастасьевич

ЗАТЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

Главный редактор *А. Р. Галль*
Ответственный за выпуск *В. Саушкина*
Художественные редакторы *Т. Перминова, Ю. Прописнова*
Технический редактор *Е. Траскевич*
Корректор *Е. Волкова*
Дизайн-верстка *Л. Склюевой*

Подписано в печать 15.05.2015.
Формат издания 70×100 1/16. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 18,2. Тираж 13 895 экз. Заказ № 7420.

Издатель ООО «Торгово-издательский дом «Амфора».
197110, Санкт-Петербург, наб. Адмирала Лазарева, д. 20, литера А.
www.amphora.ru, e-mail: secret@amphora.ru

Отпечатано с электронных носителей издательства.
ОАО "Тверской полиграфический комбинат".
170024, г. Тверь, пр. Ленина, д. 5.

12+
Издание не рекомендуется детям младше 12 лет

Серия «Игры разума» — отличный интеллектуальный тренажер для мозга: оригинальный, эффективный, нескучный. Испытайте себя, разгадывая головоломки, раскрывая тайны, решая занимательные задачи. Совершите познавательную и приятную «пробежку» по всем областям знаний — от истории, географии, математики до криминалистики, электроники, литературы.

Математик, методист, популяризатор отечественной науки, Борис Анастасьевич Кордемский написал с десяток книг, каждая из которых выдержала множество переизданий.

Представляем сборник лучших задач признанного мастера жанра научно-популярной литературы.

В этой книге вы найдете разнообразные математические миниатюры: занимательные эссе и сказки, фантазии и вопросы, тренирующие внимание и смекалку. Вам потребуется умение логически мыслить и ориентироваться в пространстве, пригодятся навыки алгебраических и геометрических вычислений и, конечно, время и терпение для распутывания увлекательных головоломок...

Замечательная книга для любителей математики всех возрастов, желающих потренировать мышление, находчивость и изобретательность.

МАКСИМУМ ПОЛЬЗЫ И УДОВОЛЬСТВИЯ ГАРАНТИРОВАН!

12+

ИГРЫ РАЗУМА

Затейные задачи

ф амфора
amphora.ru

ISBN 978-5-367-03621-3