

С.Д.Гришин Ю.А.Захаров В.К.Оделевский

---

ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
КОСМИЧЕСКИХ  
АППАРАТОВ  
С ДВИГАТЕЛЯМИ  
МАЛОЙ ТЯГИ

---

Машиностроение

С.Д.Гришин Ю.А.Захаров В.К.Одеlevский

# ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ

Москва  
Машиностроение  
1990

ББК 39.62-02

Г85

УДК 629.782:621.455

Р е ц е н з е н т канд. техн. наук И. Г. Пульхрова

**Гришин С. Д. и др.**

Г85 Проектирование космических аппаратов с двигателями малой тяги / С. Д. Гришин, Ю. А. Захаров, В. К. Оделевский. – М.: Машиностроение, 1990. – 224 с.: ил.

ISBN 5-217-01054-1

Изложены основы проектирования космических транспортных аппаратов с двигателями малой тяги. Рассмотрены методы комплексной оптимизации проектных параметров двигательно-энергетической установки и космического аппарата, управления двигательной установкой и траекторий полета для ряда прогнозируемых программ космических исследований.

Для инженеров, работающих в области проектирования и механики полета космических аппаратов.

Г  $\frac{2705140400-085}{038(01)-90}$  85-90

ББК 39.62-02

ISBN 5-217-01054-1

© С. Д. Гришин, В. А. Захаров,  
В. К. Оделевский, 1990

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие космических исследований открывает перед человечеством неограниченные возможности практического использования космического пространства. Обсуждаются проекты создания на околоземных орбитах спутниковых солнечных электростанций, промышленных комплексов и добычи сырья вне Земли.

Для реализации широкомасштабной программы освоения космоса требуется существенно увеличить объем космических транспортных перевозок. Большие перспективы в этом направлении открывают космические транспортные аппараты (КТА) с электрическими ракетными двигателями (ЭРД), которые относятся к классу двигателей малой тяги. Они отличаются от используемых в настоящее время космических транспортных аппаратов с двигателями, работающими на химических топливах, более высокими значениями массы доставляемой полезной нагрузки. В ЭРД используется принцип разделения источников энергии и рабочего вещества и ускорения заряженных частиц в электромагнитном поле. Это позволяет значительно, на один-два порядка по сравнению с двигателями на химических топливах, повысить удельный импульс и соответственно баллистическую эффективность космических аппаратов с ЭРД. В качестве источника энергии используется бортовая энергетическая установка, однако возможен подвод энергии и от внешних источников.

Характерной особенностью современных космических аппаратов с ЭРД является их невысокая тяговооруженность (отношение тяги к массе). Создаваемые ЭРД ускорения обычно не превышают  $10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ м/с}^2$ . Поэтому ЭРД являются двигателями малой тяги и могут использоваться для выполнения различных космических операций лишь в условиях невесомости.

Идея использования электрических сил для разгона рабочего вещества, обладающего электрическим зарядом, была впервые высказана К. Э. Циолковским еще в 1911 г. Первые исследования по созданию электрического ракетного двигателя были проведены в Советском Союзе в 1929–1931 гг. основоположником отечественного ракетного двигателестроения В. П. Глушко. После запуска в 1957 г. в СССР первого искусственного спутника Земли по инициативе выдающихся советских ученых С. П. Королева и И. В. Курчатова были развернуты исследования и проектные разработки в области электроракетных двигательных установок, которые рассматриваются как перспективные энергосиловые системы для осуществления энергоемких космических полетов в околоземном пространстве и в пределах Солнечной системы.

В результате большого цикла научных исследований и проектно-конструкторских разработок, выполненных в нашей стране и за рубежом, созданы физико-технические основы теорий бортовых энергоустановок и электрических ракетных двигателей, разработаны их наземные прототипы и натурные образцы. Одновременно были развиты основы теории полета космических аппаратов с двигателями малой тяги и управления их движением. Электрические ракетные двигатели и бортовые энергетические установки были использованы на космических аппаратах "Зонд-2", "Янтарь-1", "Метеор", "Космос-728", "Космос-954" и др. В настоящее время ЭРД являются штатными системами спутников "Горизонт", "Экран" и др.

Испытания ЭРД и бортовых энергетических установок проводились также и в США на ряде космических объектов.

В настоящей книге излагаются основы оптимального проектирования космических транспортных аппаратов с двигателями малой тяги. На основе принципов системного подхода разработана методология комплексной оптимизации двигательной-энергетической установки, КТА в целом и траекторий полета для ряда прогнозируемых программ космических исследований. Основное внимание при построении процесса комплексной оптимизации КТА уделяется рассмотрению вопросов, связанных с особенностью взаимного влияния проектно-баллистических параметров КТА и характеристик элементов двигательной-энергетической установки и аппарата, а также анализу взаимосвязи между показателями эффективности КТА и его основными проектными параметрами. Разработан комплекс алгоритмов различных уровней иерархической структуры проектирования оптимальных КТА.

При рассмотрении конкретных задач проектирования КТА в книге

используются характеристики электроракетных двигателей. Однако общие принципы исследования применимы и для других классов двигателей малой тяги, например, для микродвигателей на основе двухкомпонентных и однокомпонентных ракетных топлив.

В целом разработка вопросов методологии проектирования оптимальных КТА и их математических моделей является основой для формирования автоматизированной системы проектирования таких систем.

Авторы благодарны всем специалистам, принимавшим участие в обсуждении проблем, изложенных в книге. Особую благодарность они приносят А. О. Трушкину за помощь при проведении методических расчетов на ЭВМ.

## **Глава 1. КОСМИЧЕСКИЕ ТРАНСПОРТНЫЕ АППАРАТЫ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ РАКЕТНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ**

### **1.1. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ**

Космический аппарат с электрическими ракетными двигателями (ЭРД) представляет собой транспортно-энергетическую систему, обладающую высокoэкономичной двигательной установкой на основе электроракетных двигателей и мощной бортовой энергетической установки. Сочетание этих устройств придает такой системе совокупность свойств, которые определяют возможность ее использования для решения большого числа научных и народнохозяйственных задач.

Основными свойствами являются:

высокая скорость истечения рабочего тела, не достижимая в других типах ракетных двигателей. Удельный импульс электроракетных двигателей составляет  $10^3 \dots 10^4$  с, что обеспечивает существенное снижение затрат топлива при перелетах в космическом пространстве;

низкая тяговооруженность двигательной установки с ЭРД. Поэтому для разгона космических аппаратов до больших скоростей требуется существенно большее время работы двигательной установки, чем у двигателей большой тяги, которое может составлять, например, несколько месяцев для транспортировки грузов в околоземном пространстве с опорной орбиты на геостационарную и несколько лет — для полетов к дальним планетам и Солнцу. Следует отметить, что, тем не менее, во втором случае время полета космических аппаратов с ЭРД может существенно сокращаться по сравнению с ЖРД, так как ЭРД позволяет разогнать аппарат до большей скорости;

возможность малой величины единичного импульса тяги, высокая точность дозирования импульсов, практическое отсутствие импульса последствия, что обеспечивает возможность использования двигательной установки с ЭРД для особо точной ориентации транспортно-энергетической системы и ее полезной нагрузки;

возможность использования энергетической установки двигательной-энергетической системы для электропитания полезной нагрузки как в процессе ее транспортировки, так и после доставки на орбиту назначения.

Рассмотренные свойства транспортно-энергетической системы с ЭРД позволяют выделить три возможных направления использования космических аппаратов, оснащенных такой системой: транспортное, транспортно-энергетическое, энергетическое.

В качестве транспортной системы космические аппараты с ЭРД могут быть использованы при осуществлении полетов к планетам Солнечной системы и другим небесным телам.

По мере индустриального освоения околоземного космоса все большую роль будут играть многоразовые межорбитальные буксиры на основе ЭРД. Такие буксиры будут прежде всего необходимы для снабжения высокоорбитальных пилотируемых и автоматических космических аппаратов расходуемыми компонентами (топливо, газы, продукты питания и др.), проведения профилактических проверок, ремонта или замены вышедшего из строя оборудования, а также для возвращения на низкую околоземную орбиту вышедших из строя космических аппаратов или их отдельных наиболее дорогостоящих элементов для ремонта и повторного использования. Возможно использование таких буксиров для "очистки" орбит, наиболее насыщенных отработавшими ресурс космическими аппаратами и их фрагментами.

Весьма перспективным является использование космических буксиров с ЭРД для создания в космосе крупногабаритных конструкций, в том числе космических солнечных электростанций и спутников-рефлекторов, обеспечивающих переотражение на Землю солнечного излучения. По опубликованным данным для создания солнечных электростанций потребуется развертывание на геостационарной орбите солнечных батарей площадью до сотен квадратных километров. Полученная энергия будет либо использоваться космическими аппаратами, либо передаваться на Землю в виде микроволнового или лазерного излучения. Спутники-рефлекторы обеспечат продление светового дня в районах Крайнего Севера, освещение крупных городов в ночное время, а в перспективе и повышение эффективности сельскохозяйственного производства. Элементы солнечных электростанций могут собираться на сравнительно низких околоземных орбитах, а затем перевозиться буксиром с ЭРД на геостационарную орбиту.

При решении транспортных задач в околоземном космосе длительное время доставки с помощью ЭРД определяет состав и массу перевозимых



грузов и компенсируется высокой экономической эффективностью транспортировки.

Следует также отметить, что при оценке потребных времен транспортировки грузов с Земли на высокие орбиты с помощью ЭРД и ЖРД, необходимо учитывать все стадии выведения грузов и их массы. При больших массах транспортируемого груза в случае ЖРД может потребоваться большее число запусков ракет-носителей, разгонных блоков и сборка полезных нагрузок из элементов на орбитах, что может привести к значительным временным затратам.

Бортовые энергетические установки космических аппаратов с ЭРД могут использоваться для электропитания полезной нагрузки как в процессе доставки ее на орбиту, так и при функционировании на орбите. Примерами таких полезных нагрузок являются приборы внеатмосферной астрономии для изучения космических излучений во всем диапазоне длин волн электромагнитного спектра, космические радиотелескопы для активного зондирования дальнего космоса и планет Солнечной системы, перспективные средства ретрансляции для организации индивидуальной радиосвязи большого числа абонентов и передачи больших потоков научной, технической и деловой информации.

Перспективным направлением транспортно-энергетического использования космических аппаратов с ЭРД является выведение на высокие орбиты и последующее энергопитание орбитальных центров управления космическими полетами. Развертывание таких центров приведет к существенному снижению затрат на осуществление космических полетов за счет уменьшения числа наземных станций слежения, специальных морских судов и обслуживающего персонала.

Таким образом, использование космических аппаратов с ЭРД позволит поднять на качественно новый уровень возможности и эффективность использования космического пространства для нужд населения Земли.

## 1.2. ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ КТА С ЭЛЕКТРОРАКЕТНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

В состав космического транспортного аппарата (КТА) с ЭРД входят следующие основные технические системы: транспортируемый груз (полезная нагрузка), источник энергии, система преобразования энергии, двигательная установка (ДУ) и система управления. Источ-

ник энергии и система преобразования энергии образуют бортовую энергетическую установку (ЭУ). Масса доставляемой полезной нагрузки, время ее доставки и энергопотребление в значительной степени определяют технический облик и основные характеристики всех остальных систем КТА с ЭРД.

В 70-е годы в США были выполнены проектные исследования универсальной космической ступени с солнечной электроракетной двигательной установкой (*SEPS*), предназначавшейся для многочисленных межпланетных и межорбитальных полетов, таких как встреча с кометой, астероидами, полеты к дальним планетам, на геостационарную орбиту и др. (рис. 1.1) [59]. Основными элементами *SEPS* являются солнечные панели размером  $4 \times 31$  м и мощностью 13 кВт каждая и двигательная установка, состоящая из 8–11 ионных ЭРД с электронной бомбардировкой диаметром 30 см.

Согласно одной из концепций предлагалось модульное построение двигательной установки на основе универсального автономного двигательного модуля, включающего два ионных двигателя в карданных подвесах, два электрических преобразователя, систему регулирования на тепловых трубах и силовую конструкцию (рис. 1.2) [49].

Европейское космическое агентство (*ESA*) рассмотрело в 80-х го-

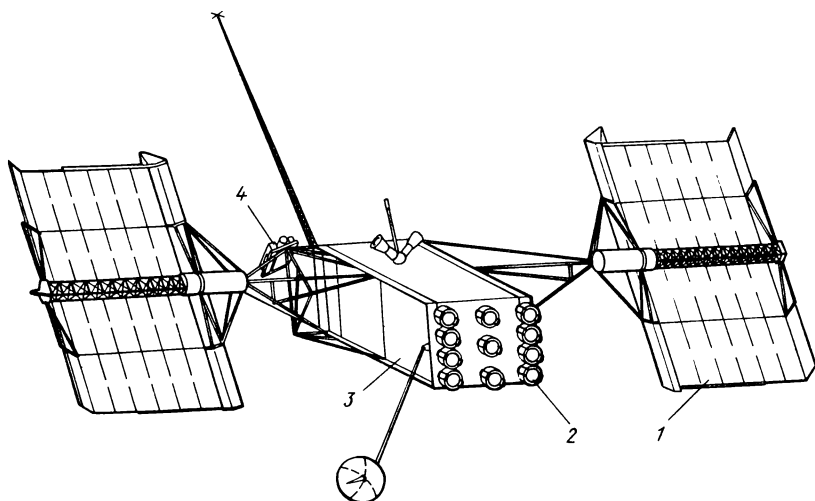


Рис. 1.1. Схема одной из концепций проекта *SEPS*:

1 — панель солнечных батарей; 2 — ионный двигатель; 3 — двигательный отсек; 4 — зонд для исследования комет

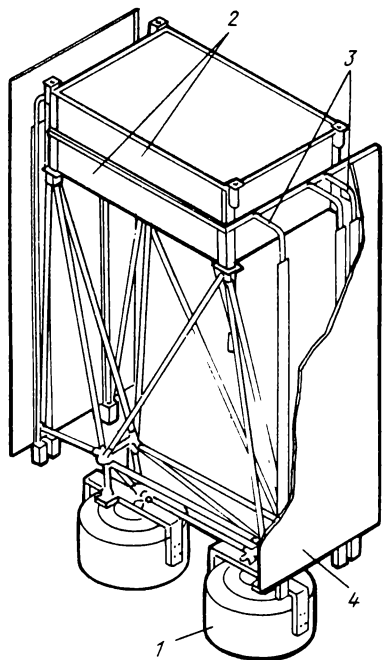


Рис. 1.2. Универсальный двигатель-ный модуль *BIMOD*:

1 — ионный двигатель в кардановом подвесе; 2 — электрические преобразователи; 3 — тепловые трубы; 4 — радиатор

дах проект КА *AGORA*, аналогичный проекту *SEPS* и предназначенный для полетов к астероидам, двигательная установка которого представляет собой связку шести ионных двигателей *RIT 35* [45].

На рис. 1.3 представлена схема проекта межорбитального транспортного аппарата с ЭРД на солнечных батареях, предназначенного для доставки 25 т полезного груза в течение 180 дней на геостационарную орбиту [53]. Суммарная площадь солнечных батарей составляет

19600 м<sup>2</sup>, что отвечает электрической

мощности 3600 кВт (в начале эксплуатации). Два блока ионных двигателей закреплены на концах панелей солнечных батарей в кардановых подвесах. Общее число ионных двигателей диаметром 50 см на аргоне составляет 100 (суммарная тяга 38 Н), число электрических преобразователей — 110. Масса КТА без полезной нагрузки составляет 51 т, в том числе 14,8 т аргона.

На рис. 1.4 изображен лунный буксир с ЭРД на солнечных батареях. При стартовой массе 35 т на базовой орбите у Земли высотой 300 км буксир может доставить на низкую окололунную орбиту высотой 100 км полезную нагрузку в 20 т. Суммарное время прямого и обратного перелета при этом составит около 370 сут. Мощность двух панелей солнечных батарей размером 12 × 61 м равна 300 кВт. Число ионных двигателей равно 12, включая два резервных, удельный импульс — 4500 с. Потребный запас топлива (ксенон) составляет 7,3 т на один рейс. После завершения рейса и возвращения на базовую орбиту к обслуживающей орбитальной станции происходит замена ионных двигателей, топливных баков и загрузка буксира для выпол-

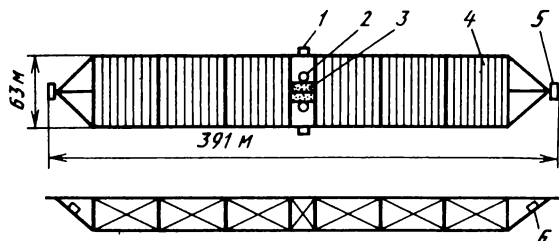


Рис. 1.3. Схема проекта межорбитального транспортного аппарата с солнечными ЭРД для доставки 25 т полезного груза на геостационарную орбиту:

1 — вспомогательная двигательная установка на гидразине; 2 — бак с аргоном; 3 — полезная нагрузка; 4 — панели солнечных батарей; 5 — двигательный модуль; 6 — радиатор

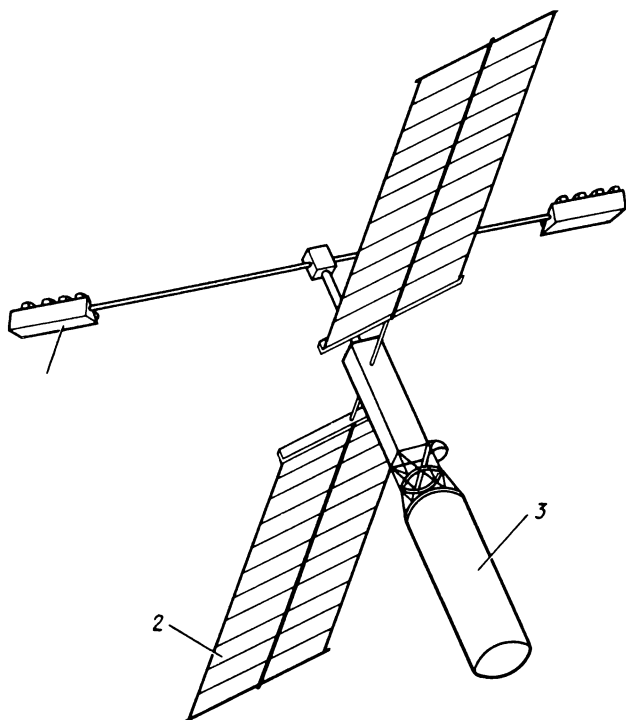


Рис. 1.4. Схема проекта лунного буксира с солнечными ЭРД:

1 — блок ионных двигателей; 2 — панели солнечных батарей; 3 — полезная нагрузка

нения очередного рейса. Парк из четырех буксиров, функционирующих одновременно, может доставлять грузы к Луне каждые 100 дней. При этом для уменьшения суммарного потребного количества ксенона предполагается использовать в качестве рабочего вещества смесь ксенона с криптоном.

В работах [8, 35] рассмотрены проекты космических транспортных аппаратов с ЭРД на основе ядерного реактора *SP-100*, разрабатываемого в Лос-Аламосской научной лаборатории. Масса энергоустановки на основе реактора *SP-100* составляет 3000 кг, мощность 100 кВт, ресурс не менее 7 лет. Компоновочная схема КТА с ЭРД представлена на рис. 1.5 [8]. Ее отличительные особенности состоят в том, что вектор тяги направлен под прямым углом к продольной оси КТА, а реактор и полезный груз располагаются на противоположных его концах. Принятая компоновка позволяет решить многие проблемы, вызванные малонизученными взаимодействиями подсистем КТА, например, таких как эрозия конструкции, находящейся в зоне воздействия струн двигателя, рассеяние излучения реактора элементами конструкции, выступающими за пределы теневой защиты и т.д. Кроме того, облегчается организация теплового режима из-за того, что наиболее холодные и наиболее нагретые элементы конструкции разнесены на максимальное расстояние друг от друга. Улучшается также обзор для систем полезной нагрузки.

В двигательной установке предусматривается использование шестнадцати 30-сантиметровых двигателей с независимой качающейся подвеской. Бак с рабочим телом (ртуть, ксенон или аргон) расположен в

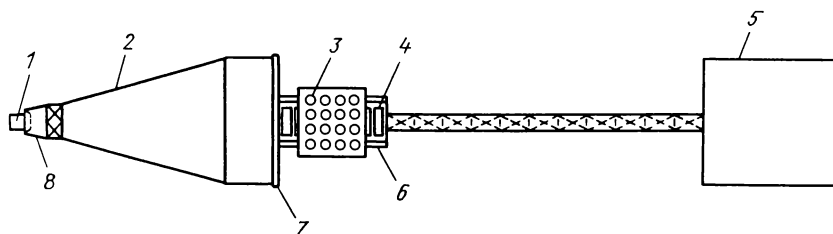


Рис. 1.5. Компоновочная схема КТА с ЭРД на основе ядерной энергетической установки с реактором *SP-100*:

1 — реактор; 2 — высокотемпературный излучатель; 3 — ионные двигатели на ртути; 4 — преобразователи энергии; 5 — полезная нагрузка; 6 — низкотемпературный излучатель; 7 — двигатели на переменном токе; 8 — теневая радиационная защита

центре масс КТА, позади блока двигателей. При полетах в околоземном космическом пространстве для избежания загрязнения атмосферы целесообразно применять инертные газы, а для межпланетных перелетов — предпочтительнее ртуть благодаря более высокому КПД двигателя и более простым условиям хранения.

Габаритные размеры конструкции КТА в сложенном виде на этапе выведения на орбиту искусственного спутника Земли (ИСЗ) определяются размерами грузового отсека носителя. После выведения на орбиту отсек полезного груза выносятся на 11-метровой раздвижной ферме так, чтобы центр масс КТА переместился на ось, совпадающую с вектором тяги. При этом увеличивается до 25 м расстояние между теневой радиационной защитой и отсеком полезного груза. Предполагается выводить КТА на 700-километровую орбиту над Землей, где гарантируется безопасная эксплуатация ядерного реактора.

Наземные испытания реактора *SP-100* намечены на 1992 г., затем предполагается проведение летных демонстрационных испытаний, во время которых будет проверена способность КА, оснащенного двигательно-энергетической установкой (ДЭУ) на основе реактора *SP-100* и блока ЭРД выполнять различные маневры и межорбитальные переходы [54]. В выбранной схеме КА тяга направлена вдоль его оси, двигательная установка включает четыре электродуговых ЭРД на аммиаке. На режиме суммарной потребляемой мощности одновременно могут работать три двигателя, развивая суммарную тягу 8,4 Н при удельном импульсе 980 с и ресурсе 2500 ч. Двигательный отсек размещается на месте полезной нагрузки и выполнен в виде цилиндра диаметром 4,4 м

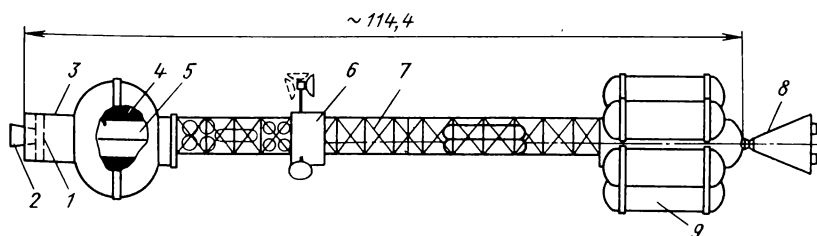


Рис. 1.6. Схема проекта пилотируемого КА с ЭРД с энергоустановкой на основе ядерного реактора:

1 — преобразователь; 2 — блок плазменных двигателей; 3 — редактор с защитой; 4 — система отвода и сброса тепла; 5 — турбина; 6 — отсек оборудования; 7 — низкотемпературный излучатель; 8 — спускаемый аппарат; 9 — отсеки экипажа

и длиной 6 м, бак с рабочим веществом находится в ближайшем к реактору конце цилиндра, а двигатели — в противоположном.

На рис. 1.6 представлена схема пилотируемого КА с ЭРД на основе ядерного реактора, предназначенного для полета на Марс [52]. Начальная масса КА на околоземной орбите 344 т, масса энергетической установки 45,6 т, двигательной установки — 5,1 т, запас рабочего вещества 111 т. Продолжительность полета к Марсу составит 601 сут, обратный перелет — 268 сут. Электрическая мощность реактора составляет 8,5 МВт, двигательная установка включает 7 сильноточных плазменных двигателей на аргоне с удельным импульсом 5000 с, тяговым КПД 50 % и ресурсом 2000 ч. Масса теневой радиационной защиты составляет около 5 т, система отвода и сброса тепла массой около 2 т включает пузырьковый мембранный излучатель и рассчитана на отвод 17 МВт тепловой мощности.

### 1.2.1. БОРТОВАЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ УСТАНОВКА

Бортовая ЭУ может быть выполнена на основе как бортового, так и внешнего источника энергии. В качестве бортовых источников энергии при существующем уровне развития техники могут рассматриваться химические и ядерные.

Проведенные исследования показали, что бортовые энергоустановки с химическими источниками и различными видами преобразователей энергии могут быть использованы при небольшом времени работы, когда их массовые характеристики конкурентоспособны по сравнению с ядерными энергоустановками.

В качестве внешних источников энергии для питания электродвигательной установки может использоваться солнечная энергия, а также энергия, вырабатываемая наземными или космическими электростанциями и передаваемая на борт космического аппарата. Практическая реализация передачи энергии от наземных или космических электростанций на борт КА связана с решением довольно сложных технических проблем и является делом будущего.

В настоящее время при продолжительных полетах КА практически используются два вида бортовых энергетических установок: на основе солнечных фотопреобразователей и на основе ядерного реактора деления тяжелых ядер. В ближайшей перспективе рассматривается создание бортовых энергоустановок на основе солнечных концен-

траторов с использованием различных преобразователей тепловой энергии в электрическую.

При создании бортовых энергоустановок на основе солнечной энергии необходимо учитывать, что полное количество энергии, приходящей в единицу времени на площадку в  $1 \text{ см}^2$ , расположенную под прямым углом к солнечным лучам, вне земной атмосферы на расстоянии в 1 а.е. от Солнца (орбита Земли), составляет около 0,136 Вт. Это значит, что даже при полном преобразовании энергии с каждого метра поверхности приемника солнечного излучения может быть получена мощность, не превышающая 1,36 кВт.

Теоретически КПД фотопреобразователей может достигать 20–25 %. В действительности ввиду потерь в системе преобразования энергии, неблагоприятных условий освещенности удельная мощность современных солнечных преобразователей составляет примерно  $90 \dots 100 \text{ Вт/м}^2$ . На характеристики фотопреобразователей отрицательное влияние оказывает время пребывания в условиях космического пространства, приводящее к деградации характеристик фотопреобразователя за счет эрозии поверхности и радиационных повреждений фотоэлементов. Зависимость изменения относительной мощности солнечной батареи от расстояния до Солнца показана на рис. 1.7 [48].

Другие не прямые методы преобразования солнечной энергии в электрическую связаны с ее переходом в тепловую, а затем в электрическую. Из безмашинных методов здесь могут быть использованы термоэлектрический и термоэмиссионный методы. В качестве машинных систем преобразования могут рассматриваться турбогенераторные установки, работающие по циклу Ренкина или Брайтона, а также поршневые машины Стирлинга.

Солнечные энергетические установки (см. рис. 1.7) нецелесообразно использовать на больших удалениях от Солнца, где плотность солнечной энергии становится весьма малой. Более универсальным источником энергии для КА с ЭРД является ядерный реактор деления.

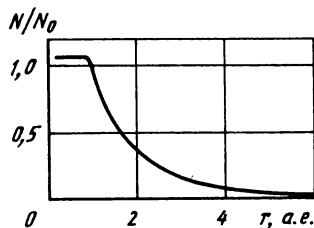


Рис. 1.7. Зависимость относительной мощности ( $N/N_0$ ) солнечных батарей от расстояния до Солнца ( $r$ )



Выбор бортовой энергоустановки для КА с ЭРД зависит от мощности и длительности работы ЭРД, от удельных массовых и энергетических характеристик энергоустановки, ее надежности, стоимости, сложности в эксплуатации, особенностей конструкции и целевого назначения и может быть проведен на основе комплексного рассмотрения указанных факторов с использованием методов математического моделирования. Предварительные результаты сравнения ядерных реакторных и солнечных энергетических установок представлены в табл. 1.1.

Важным элементом энергетической установки КТА с ЭРД является преобразователь тепловой энергии в электрическую. В соответствии с законами термодинамики КПД преобразования тепловой энергии в электрическую всегда ниже 100 %, и в состав бортовой энергетической установки включается система отвода и сброса неиспользованного тепла.

Известные преобразователи тепловой энергии в электрическую могут быть разделены на две большие группы: машинные и прямого действия. Машинным принято называть преобразователь, в котором тепловая энергия превращается сначала в механическую в паро- или

*Таблица 1.1*

| Основные характеристики                                     | Типы энергетических установок                                |                                                                        |
|-------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
|                                                             | ядерные реакторные                                           | солнечные                                                              |
| Достижимый уровень электрической мощности, Вт               | $10^3 \dots 10^8$ (ограничен мощностью системы отвода тепла) | $10^3 \dots 10^5$ (ограничен размерами приемника солнечного излучения) |
| Достижимый ресурс работы, лет                               | До 10, с обслуживанием                                       | 5 ... 7                                                                |
| Относительная масса энергетической установки, кг/кВт        | 300 ... 3                                                    | 300 ... 20                                                             |
| Дальность полета                                            | Не ограниченная                                              | Ограничена расстоянием до Солнца                                       |
| Стойкость к воздействиям факторов космического пространства | Высокая                                                      | Низкая                                                                 |

газотурбинном агрегате, или в поршневой машине, а затем — в электрическую так же, как это происходит на любой тепловой электростанции. Основное отличие состоит в том, что в космических энергоустановках используются рабочие тела с более высокими термодинамическими свойствами, чем в обычной энергетике, например, ртуть, щелочные металлы, инертные газы.

Обеспечение длительного ресурса работы вращающихся или возвратно-поступательно движущихся устройств в условиях космического пространства требует решения сложных технических проблем, создания надежных систем уплотнений, смазки, охлаждения и т.д., а также компенсации на космическом транспортном аппарате реактивных сил и моментов от движущихся агрегатов.

В связи с этим для КТА с ЭРД наиболее перспективны статические системы прямого преобразования тепловой энергии в электрическую: термоэлектрические и термоэмиссионные.

Энергоустановки с термоэлектрическими преобразователями могут быть построены по трем принципиальным схемам. Самой простой из них является схема без теплоносителя. По такой безконтурной схеме были разработаны энергоустановки "Ромашка" (СССР) и *SNAP-10* (США). Другой возможной схемой является одноконтурная энергоустановка с теплоносителем. По такой схеме была построена энергоустановка *SNAP-10A*, которая в 1965 г. прошла испытание в космосе. Третьей возможной схемой энергоустановки с термоэлектрическим преобразователем является двухконтурная схема с теплоносителями.

Принцип действия термоэмиссионного преобразователя основан на использовании явления термоэлектронной эмиссии, т.е. испускания электронов раскаленной металлической поверхностью. По конструктивному исполнению все термоэмиссионные преобразователи можно разбить на две группы: встроенные в активную зону реактора; вынесенные из активной зоны и совмещенные с теплообменником или излучателем. Первый в мире термоэмиссионный реактор-преобразователь "Топаз" создан в СССР.

Система отвода и сброса тепла занимает важное место при создании космических аппаратов с ЭРД ввиду того, что для энергетических установок с замкнутым циклом большая часть мощности, генерируемой источником энергии, не преобразуется в электрическую энергию и должна быть рассеяна в окружающем пространстве. Основным методом отвода тепла в космосе является излучение тепла с помощью радиаторов; называемых холодильниками-излучателями.

Наиболее распространенная конструкция космического радиатора на

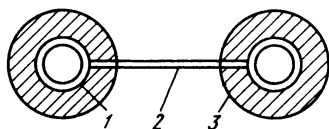


Рис. 1.8. Схема радиатора на основе проточных трубок:

1 — трубка с жидким теплоносителем; 2 — ребро; 3 — метеоритная защита

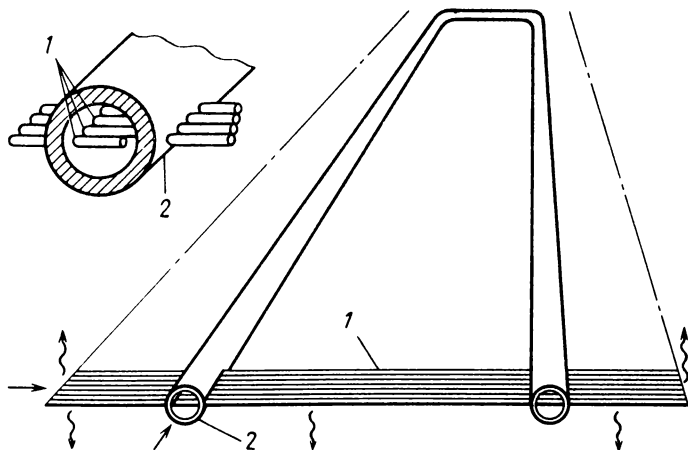


Рис. 1.9. Схема радиатора на тепловых трубах:

1 — тепловые трубы; 2 — трубопровод с теплоносителем

основе проточных трубок, соединенных ребрами, показана на рис. 1.8. Одним из возможных путей улучшения теплофизических и массовых характеристик космических радиаторов является использование тепловых труб (рис. 1.9) [25]. Перспективные концепции развития системы отвода тепла направлены на минимизацию метеоритной защиты в результате использования улучшающих поверхностей, создаваемых жидкими каплями, движущимися лентами или тонкими оболочками. Реализация этих конструкций позволит обеспечить существенное снижение массы радиатора.

### 1.2.2. ЭЛЕКТРОРАКЕТНАЯ ДВИГАТЕЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Электроракетная двигательная установка (ЭРДУ) предназначена для разгона рабочего вещества до высоких скоростей истечения, недостижимых в обычных термохимических двигателях, с использованием электрической энергии. ЭРДУ включает четыре основных подсистемы:

хранения и подачи топлива; электроракетный двигатель; распределения и вторичного преобразования энергии; контроля и регулирования параметров двигателя.

ЭРД представляет собой ускоритель плазмы или одноименно заряженных частиц (ионов, коллоидных частиц), которые приобретают энергию при разгоне в электромагнитном или электрическом полях. ЭРД должен удовлетворять ряду специфических требований. Главные из них заключаются в том, что двигатель должен обладать достаточно высоким тяговым КПД при заданных величинах тяги и удельного импульса. Должны быть решены вопросы об оптимальном способе подключения двигателя к источнику питания, о путях обеспечения ресурса, о снижении до приемлемого уровня возможного влияния ЭРД на другие системы КА.

По способу ускорения рабочего вещества ЭРД могут быть разделены на три группы: электротермические, электростатические и электромагнитные.

К электротермическим двигателям относятся двигатели, в которых рабочее вещество (газ) вначале нагревается с помощью оптического нагревателя или дугового разряда, а затем истекает через сопло. В зависимости от способов подогрева газа различают электронагревные и электродуговые двигатели. Характеристики двух электротермических двигателей с водородом в качестве рабочего тела представлены в табл. 1.2 [25].

В электростатических двигателях процесс ускорения ионизированного рабочего вещества сопровождается разделением разноименно заряженных частиц. При этом положительно заряженные тяжелые

*Таблица 1.2*

| Характеристика      | Тип двигателя    |                |
|---------------------|------------------|----------------|
|                     | Электронагревный | Электродуговой |
| Тяга, Н             | 0,667            | 1,47           |
| Удельный импульс, с | 828              | 1500           |
| Мощность, кВт       | 3,1              | 30             |
| Цена тяги, кВт/Н    | 4,6              | 20,4           |
| Тяговый КПД, %      | 88               | 37             |
| Ток, А              | 111              | 150            |
| Напряжение, В       | 28               | 200            |

частицы (ионы, коллоидные частицы, жидкие капли и т.д.) разгоняются до заданной скорости в электростатическом ускорителе под действием внешнего электрического поля. На выходе из ускорителя в поток положительно заряженных частиц инжектируются электроны, нейтрализующие их пространственный заряд. Принципиальная схема электростатического ионного двигателя показана на рис. 1.10.

В созданных образцах ионных электростатических двигателей используются газоразрядные и контактные ионные источники. Обычно применяются трехэлектродные электростатические ускорители. Ионный источник поддерживается под высоким положительным потенциалом. На ускоряющий электрод подается отрицательный потенциал, а на замедляющий — нулевой. Такое распределение потенциалов позволяет получить возможно большую плотность тока в формируемых ионных пучках (определяемую разностью потенциалов между источником ионов и ускоряющим электродом) и необходимую оптимальную скорость истечения ионов (определяемую потенциалом источника ионов).

Нейтрализатор ионного двигателя представляет собой источник электронов, расположенный на выходе из ускоряющей системы, и предназначен для компенсации электронами ионного тока и положительного пространственного заряда истекающих ионов. В ионных двигателях находят применение плазменные нейтрализаторы.

Характеристики двух ионных двигателей, разработанных исследовательским центром им. Льюиса (США) по контрактам с лабораториями *Hughes*, приведены в табл. 1.3 [25].

Завершена разработка научно-технических основ проектирования ионных электростатических двигателей, созданы их наземные прототипы и летные образцы. Летные испытания ионных электростати-

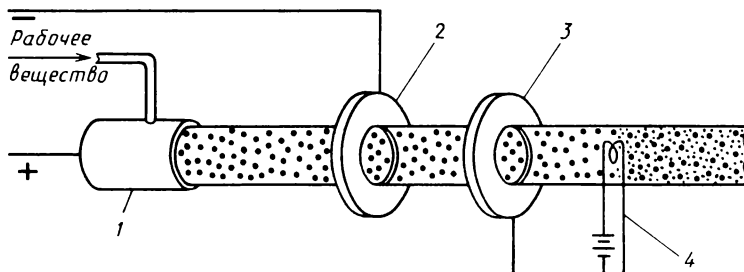


Рис. 1.10. Схема ионного двигателя:

1 — источник ионов; 2 — ускоряющий электрод; 3 — замедляющий электрод; 4 — нейтрализатор

Таблица 1.3

| Характеристика        | Тип двигателя     |       |
|-----------------------|-------------------|-------|
|                       | I                 | II    |
| Тяга, Н               | $5 \cdot 10^{-3}$ | 0,130 |
| Диаметр пучка, см     | 8                 | 30    |
| Удельный импульс, с   | 2650              | 3000  |
| Мощность, кВт         | 0,125             | 2,6   |
| Тяговый КПД, %        | 56                | 70    |
| Цена тяги, кВт/Н      | 24,4              | 20,7  |
| Расчетный ресурс, ч   | 15000             | 15000 |
| Достигнутый ресурс, ч | 15000             | 10000 |
| Рабочее тело          | Ртуть             | Ртуть |

ческих двигателей с газоразрядными и контактными источниками ионов были проведены в СССР и США в рамках программ "Янтарь" и *SERT*. Ртутный двигатель *SERT* диаметром 120 мм непрерывно работал на околоземной орбите в течение 3850 ч со следующими параметрами: тяговый КПД 67 %, удельный импульс 4240 с, тяга  $2,74 \cdot 10^{-2}$  Н. Двигатель потреблял около 1 кВт электроэнергии, вырабатываемой солнечной батареей.

Электромагнитные (плазменные) двигатели представляют собой довольно обширный класс электроракетных двигателей, в которых рабочее вещество разгоняется за счет использования электромагнитных сил, причем во всем ускоряющем пространстве выполняется условие квазинейтральности рабочего вещества.

Электромагнитные двигатели делятся на стационарные, импульсные и квазистационарные. В стационарном плазменном двигателе рабочий цикл совершается непрерывно в течение достаточно длительного отрезка времени, превышающего время установления теплового равновесия в элементах конструкции и составляющего в зависимости от решаемой задачи от нескольких часов до десятков тысяч часов. Продолжительность единичного рабочего цикла в импульсном двигателе меньше времени пролета частицами длины ускорительного канала и составляет от нескольких микросекунд до миллисекунд. Квазистационарными называются двигатели, в которых время работы больше

времени пролета частицами длины ускорительного канала, но меньше времени установления теплового равновесия.

Исследовалось несколько схем стационарных плазменных двигателей. Наиболее перспективными являются сильноточные плазменные двигатели и двигатели с замкнутым дрейфом электронов. Схема сильноточного плазменного двигателя предложена в 1955 г. Мэкером. Конструкция сильноточного плазменного двигателя проста: он состоит из центрального электрода — катода, наружного кольцевого электрода — анода, и изолятора, установленного между ними (рис. 1.11) [11].

При сравнительно небольшой величине разрядного тока такой двигатель работает как электротермический, в котором разгон плазмы осуществляется газодинамическими силами. Однако при повышении разрядного тока свыше  $10^3$  А преобладающую роль начинает играть ускорение под действием электромагнитных сил. Магнитное поле создается разрядным током, протекающим в ускорителе. Разрядный ток имеет радиальную  $j_r$  и продольную  $j_z$  компоненты, магнитное поле — азимутальную компоненту  $B_\varphi$ . Электромагнитные силы, возникающие в системе, определяются взаимодействием обеих компонент тока с азимутальным магнитным полем. Взаимодействие  $j_z$  с  $B_\varphi$  создает осевую ускоряющую силу, а взаимодействие  $j_r$  с  $B_\varphi$  поперечную электромагнитную силу, сжимающую плазму ("магнитная накачка"). Сжатие плазмы этой силой ведет к ее нагреву, повышению газодинамического давления в струе и вследствие этого к дополнительному ускорению вдоль оси.

Чтобы обеспечить высокие значения разрядного тока и одновременно большие плотности ионного тока, катоды сильноточных плазменных двигателей обычно изготавливают из тугоплавких материалов, которые способны давать большие эмиссионные токи (вольфрам, торированный вольфрам и др.). Для повышения плотности эмиссионного тока используют многополостные катоды.

В качестве рабочих веществ для сильноточных плазменных двигателей наиболее целесообразно использовать легкие рабочие вещества — газы (водород, гелий, азот), а также щелочные металлы (литий). Применение рабочих веществ, которые обладают относительно малой атомной массой, позволяет получить заданные скорости истечения при минимальной длине ускорительного канала.

Для примера приведем экспериментальные характеристики одного из сильноточных плазменных двигателей при работе на водороде [11].

|                           |      |
|---------------------------|------|
| Тяга, Н .....             | 1,48 |
| Удельный импульс, с ..... | 6000 |
| Мощность, кВт .....       | 127  |
| Тяговый КПД, % .....      | 34   |
| Сила тока, А .....        | 2115 |
| Напряжение, В .....       | 58   |

В плазменных двигателях с замкнутым дрейфом электронов ускорение ионов осуществляется в электрическом поле, создаваемом в плазме при наложении на нее магнитного поля такой величины, что электроны являются замагниченными (ларморовский радиус меньше длины зоны ускорения), а ионы — не замагниченными (ларморовский радиус больше длины зоны ускорения).

В отличие от электростатических двигателей разгон ионов в рассматриваемых двигателях происходит в квазинейтральной плазме, и поэтому могут быть достигнуты более высокие плотности силы тока. Двигатели с замкнутым дрейфом электронов обладают также возможностью управления потоком ионов с помощью магнитного поля и регулирования его параметров в широких пределах.

Известны три различающихся между собой разновидности двигателей с замкнутым дрейфом электронов: с анодным слоем, с протяженной зоной ускорения и торцевой холловский двигатель.

Принципиальная схема ускорителя плазмы с анодным слоем представлена на рис. 1.12 [11]. Со стороны анода-парораспределителя в

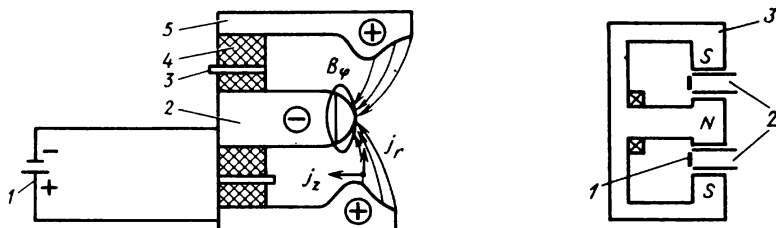


Рис. 1.11. Схема сильноточного плазменного двигателя:

1 — источник тока; 2 — катод; 3 — подвод рабочего тела; 4 — изолятор; 5 — анод

Рис. 1.12. Схема ускорителя плазмы с анодным слоем:

1 — кольцевой анод; 2 — металлические стенки; 3 — магнитопровод



ускоритель поступает поток атомов. Ионы создаются за счет ионизации атомов электронным ударом. Металлические стенки ускорительного канала находятся под катодным потенциалом. Магнитная система создает в кольцевом зазоре ускорителя радиальное магнитное поле, скрещенное с продольным электрическим полем. В скрещенных магнитном и электрическом полях электроны дрейфуют в азимутальном направлении. Подвижность электронов поперек магнитного поля резко ограничена и поэтому внешнее электрическое поле совершает работу главным образом над ионами, ускоряя их вдоль оси системы.

В анодном слое разряда может происходить как генерация, так и ускорение ионов. Однако в этом случае наблюдается разброс скоростей ускоренных ионов, а энергия, приносимая электронами на анод, становится значительной. Возникают трудности охлаждения анода путем излучения тепла, в результате характеристики одноступенчатого двигателя (например, плотность тока) ограничены. Для преодоления этих трудностей используется одноступенчатая схема с полным анодом и двухступенчатая схема ускорителя.

В работе [11] рассмотрены характеристики двигателя с анодным слоем при работе на различных рабочих веществах: висмуте, ксеноне, цезии, кадмии и др. Показано, что тяговый КПД таких двигателей меняется слабо и составляет величину 70 ... 80 %, скорость истечения ионов составляет в зависимости от ускоряющего напряжения величину  $(2 \dots 8) \times 10^5$  м/с. Основным процессом, ограничивающим ресурс таких двигателей, является катодное распыление металлических стенок. Абсолютные значения скорости уноса материала электродов невелики и их дальнейшее снижение может быть достигнуто сравнительно несложными средствами (симметричной подачей рабочего вещества в заряд, магнитной фокусировкой пучка, подбором легкоионизированного рабочего вещества и стойких к катодному распылению материалов). Принцип ускорения ионов в анодном слое предложен А. В. Жариновым в 1956 г.

Ускоритель с замкнутым дрейфом электронов с протяженной зоной ускорения отличается от двигателя с анодным слоем тем, что ускорительный канал имеет диэлектрические стенки. В СССР исследования такого ускорителя выполнены под руководством А. И. Морозова, неоднократно такой ускоритель исследовался и за рубежом. Принципиальная схема двигателя приведена на рис. 1.13 [11].

Диэлектрические стенки ускорительной камеры приводят к двум отличительным особенностям: попаданию на стенки значительной части

ионов, а также высокой поперечной подвижности электронов. Вследствие этого длина зоны ускорения в таком двигателе намного больше, чем в двигателе с анодным слоем. Это позволяет из-за наличия в ней эффективных механизмов аномальной проводимости значительно расширить рабочий диапазон параметров ускорителей с замкнутым дрейфом электронов прежде всего в сторону малых мощностей и сравнительно небольших скоростей истечения.

При экспериментальных исследованиях двигателей с диэлектрическими стенками были достигнуты следующие характеристики: при мощности 5 кВт были получены значения средней скорости истечения  $3,5 \cdot 10^4$  м/с, цены тяги — 400 Вт/г и КПД — 49 %.

На советском ИСЗ "Метеор" в декабре 1971 г. испытаны двигатели с замкнутым дрейфом электронов и протяженной зоной ускорения, включенные в систему ориентации с целью сброса кинетического момента маховиков, а также в систему коррекции орбиты. С помощью этих двигателей впервые в мировой практике спутник "Метеор" был переведен на условно синхронную орбиту. Двигательная установка работала в космосе 170 ч.

Подобная двигательная установка применяется на отечественных геостационарных спутниках связи и телевидения "Горизонт", "Экран", "Радуга" и др.

Торцевой холловский двигатель отличается от сильноточного торцевого двигателя наличием внешнего магнитного поля. Принципиальная схема торцевого холловского двигателя *ALPHA* фирмы "Электрооптика системз" представлена на рис. 1.14 [11].

Основная особенность этого двигателя состоит в том, что рабочее вещество (пары щелочного металла) поступает со стороны анода в прианодный слой, где происходит ионизация. Для ускорения ионов используется продольное электрическое поле, которое образуется в центральной части струи за счет дрейфующих в азимутальном направлении электронов.

Рассмотренные разновидности двигателей с замкнутым дрейфом электронов следует рассматривать как взаимодополняющие, каждая из которых имеет свою область применения.

В импульсном режиме в плазменный двигатель можно вложить большую энергию, не вызывая разрушение его конструкции. Разрядные токи в импульсных двигателях достигают  $10^5$  —  $10^6$  А, а пиковые мощности  $10^2$  —  $10^4$  Вт при небольшой средней мощности источника

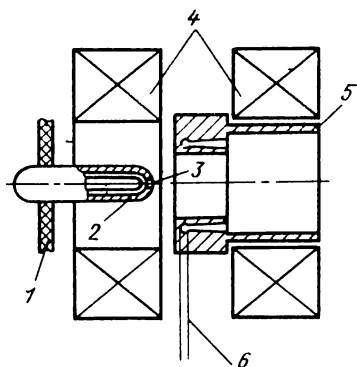
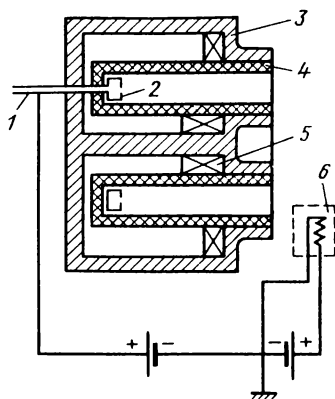


Рис. 1.13. Схема ускорителя с замкнутым дрейфом электронов и протяженной зоной ускорения:

1 — подача газа; 2 — анод; 3 — магнитопровод; 4 — диэлектрические стенки; 5 — катушки подмагничивания; 6 — катод-компенсатор

Рис. 1.14. Схема торцевого холловского двигателя:

1 — изолятор; 2 — катод; 3 — впрыск газа; 4 — магнитные катушки; 5 — анод; 6 — подача паров щелочного металла

энергии. Это позволяет получать плазменные потоки, параметры которых можно варьировать в широком диапазоне. В качестве рабочих тел в импульсных двигателях могут использоваться любые газы, металлы, твердые и жидкие диэлектрики.

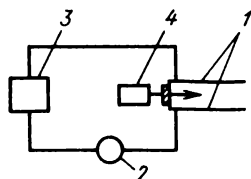
Импульсные плазменные двигатели обладают предельно малой инерционностью и практически полным отсутствием импульса последодействия ( $10^{-5}$  с), возможностью точной дозировки импульса, предельно малой, минимальной величиной единичного импульса, линейной тяговой регулировочной характеристикой.

Первый в мире электрический ракетный двигатель импульсного действия был разработан и исследован В. П. Глушко в Газодинамической лаборатории в 1929–1931 гг. В 1957 г. Л. А. Арцимовичем и его сотрудниками был впервые исследован электродинамический импульсный ускоритель плазмы [11].

Принципиальная схема импульсного плазменного двигателя показана на рис. 1.15. Основными его элементами являются: накопитель энергии, блок коммутации с системой поджига разряда, система хранения

Рис. 1.15. Схема импульсного плазменного двигателя:

1 — ускоряющие электроды; 2 — система инициирования разряда; 3 — накопитель энергии; 4 — система подачи



и подачи рабочего вещества и коаксиальный ускоритель плазмы. В эрозионных двигателях не требуется каких-либо механизмов для импульсной подачи и дозирования рабочего вещества.

Коммутация разряда в импульсных эрозионных двигателях осуществляется с помощью запального устройства — ignайтера, размещаемого внутри катода. Обычно ignайтером является свеча поверхностного пробоя или миниатюрный источник эрозионной плазмы. На ignайтер разряжается конденсатор цепи поджига, в котором запасается энергия, составляющая 0,1 ... 1 % от энергии основной батареи. Образованная запальным устройством плазма через отверстия в катоде вылетает в межэлектродное пространство и инициирует основной разряд.

Запальный импульс формирует вдоль поверхности диэлектрика, разделяющего электроды, электропроводящий канал. После пробоя диэлектрика в парах продуктов его абляции непосредственно вблизи электропроводящего канала за время порядка долей микросекунды возникает разряд дугового типа. Поступающий из зоны разряда на поверхность диэлектрика тепловой поток обеспечивает его непрерывное испарение в течение всего рабочего цикла.

Управлять режимом ускорения плазмы в импульсном эрозионном двигателе можно путем изменения геометрии электродов и разрядной камеры. Для примера представлены характеристики эрозионного импульсного двигателя, работающего на тефлоне [25]:

|                                    |                     |
|------------------------------------|---------------------|
| Длительность импульса, с .....     | $3 \cdot 10^{-5}$   |
| Частота импульсов, Гц .....        | 0,2 ... 1           |
| Средняя тяга, Н .....              | $4,5 \cdot 10^{-3}$ |
| Удельный импульс, с .....          | 2000                |
| Пиковая мощность, МВт .....        | 20                  |
| Средняя мощность, кВт .....        | 0,124               |
| КПД, % .....                       | 35                  |
| Цена тяги, кВт/Н .....             | 27,5                |
| Сила тока (максимальная), кА ..... | 130                 |

Таким образом, к настоящему времени созданы многие образцы электроракетных двигателей различных типов, некоторые из которых прошли летные испытания на различных КА и нашли применение в системах ориентации и коррекции орбит высокоорбитальных космических ЛА.

Достигнутый уровень характеристик электроракетных двигателей не является пределом возможного, работы по их дальнейшему совершенствованию продолжаются.

## **Г л а в а 2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ТРАНСПОРТНЫХ АППАРАТОВ С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ**

### **2.1. ПОСТАНОВКА И ОСОБЕННОСТИ ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КТА С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ**

При проектировании космических транспортных аппаратов с двигателями малой тяги, прежде всего, необходимо располагать программой космической транспортировки, т.е. исходным документом, определяющим всю совокупность транспортных операций по доставке полезных грузов (ПН) на их рабочие орбиты на планируемый период.

Программа космической транспортировки формируется на основе перспективной космической программы исследования и использования космического пространства в интересах науки и народного хозяйства и включает параметры транспортных операций (рейсов) КТА, частоту их запусков, а также характеристики полезных грузов и условий их функционирования.

Транспортная операция (рейс) характеризуется величиной полезной нагрузки  $m_{п.н.}$ , доставляемой на рабочую орбиту, параметрами начальной (базовой) орбиты КТА у Земли  $O_6$  и рабочей орбиты  $O_p$ , а также временем перелета  $T$ . Параметры базовой и рабочей орбит (например, высота перигея и апогея орбит, наклонение и т.д.) определяют маршрут перелета. Вариант программы космической транспортировки приведен в табл. 2.1 [74].

Особенности полезных грузов и условия их функционирования обычно характеризуются типом целевой ПН (межпланетные КА, ИСЗ различного назначения, космические платформы, элементы крупнога-

Таблица 2.1

| Транс-<br>портная<br>операция | Параметры рабочей орбиты  |                                |                          | Масса,<br>ПН, кг | Частота запусков<br>в год |        |
|-------------------------------|---------------------------|--------------------------------|--------------------------|------------------|---------------------------|--------|
|                               | большая<br>полуось,<br>км | экс-<br>цент-<br>рисис-<br>тет | накло-<br>нение,<br>град |                  | высокая                   | низкая |
| 1                             | 41000                     | 0,0                            | 0,0                      | 2000             | 3,0                       | 2,25   |
| 2                             | 20000                     | 0,0                            | 0,0                      | 500              | 0,5                       | 0,375  |
| 3                             | 6700                      | 0,0                            | 28,5                     | 25000            | 0,5                       | 0,375  |
| 4                             | 65000                     | 0,0                            | 55,0                     | 1500             | 4,0                       | 3,0    |
| 5                             | 25000                     | 0,7                            | 65,0                     | 1500             | 0,5                       | 0,375  |
| 6                             | 12000                     | 0,0                            | 90,0                     | 4500             | 3,0                       | 2,25   |
| 7                             | 6700                      | 0,0                            | 98,0                     | 8000             | 5,0                       | 3,75   |

баритных конструкций и т.п.), удельной стоимостью ПН, требованиями к обслуживанию, возврату на базовую орбиту и др. [37, 38].

На основе рассмотрения программы космической транспортировки и существующего опыта создания КТА намечается предварительный состав перспективных транспортных средств. При этом стремятся обойтись возможно меньшим числом КТА, создавая многоцелевые аппараты, легко адаптируемые к операциям различного назначения. Например, многоцелевой межорбитальный буксир космического базирования может выполнять широкий спектр транспортных операций: выведение КА на геостационарную и высокие эллиптические орбиты, обслуживание КА и обеспечение их повторного использования, доставка КА на поверхность Луны, сообщение второй космической скорости межпланетным аппаратам и т.д. (рис. 2.1) [66].

Таким образом, КТА (буксир) является многоцелевым транспортным аппаратом, предназначенным для обслуживания заданного набора из  $l$  маршрутов  $(O_6^k, O_p^k)$ , где  $k = 1, \dots, l$  – номер маршрута), при заданных полезных нагрузках и времени ее доставки.

Каждая транспортная операция характеризуется вектором

$$x_{\text{т.оп}} = (m_{\text{п.н}}, O_6, O_p, T) = (m_{\text{п.н}}, k, T).$$

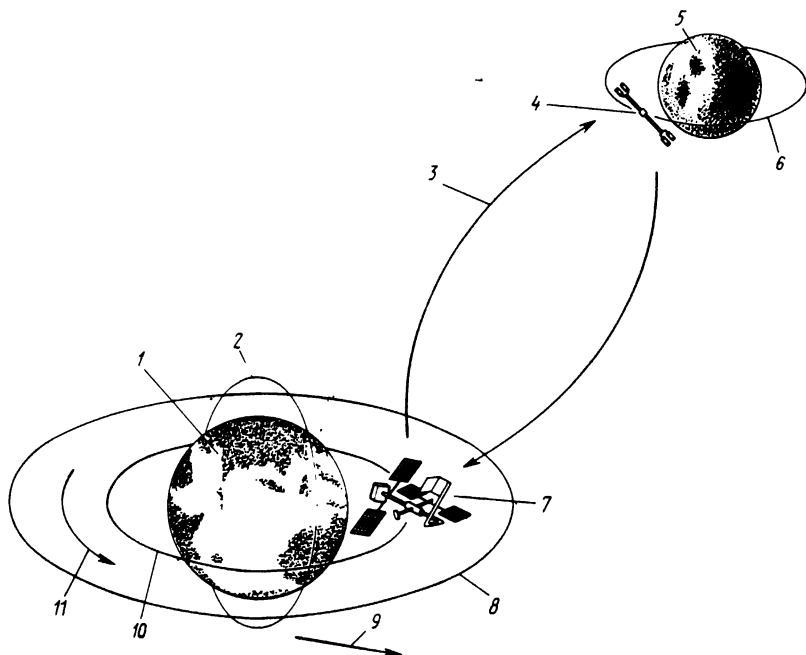


Рис. 2.1. Схема транспортных операций космического буксира:

1 — Земля; 2 — полярная орбита ИСЗ; 3 — грузопоток к Луне; 4 — лунная орбитальная станция; 5 — Луна; 6 — базовая окололунная орбита; 7 — орбитальная станция; 8 — геостационарная орбита; 9 — полеты к планетам; 10 — базовая околоземная орбита; 11 — грузопоток на геостационарную орбиту

Если КТА является многоразовым, то маршрут его перелета является замкнутым: после доставки полезного груза  $m_{п.н}^T$  на рабочую орбиту КТА возвращается на базовую орбиту у Земли с полезным грузом  $m_{п.н}^O$  и готовится к выполнению очередной транспортной операции. В этом случае в задание на перелет входят две величины полезного груза:  $m_{п.н}^T$  и  $m_{п.н}^O$ , или  $\bar{m} = m_{п.н}^O / m_{п.н}^T$ , а время  $T$  представляет собой сумму времени прямого  $T_{пр}$  и обратного  $T_o$  перелетов.

Задача выбора проектных решений КТА с двигателями малой тяги заключается в выборе основных проектных параметров КТА и его двигательной-энергетической установки (мощность энергетической установки, тяга и эффективная скорость истечения двигательной установки, ресурсы двигательной и энергетической установок, их массы, масса конструктивных элементов, топливного отсека и т.д.), а также в определении оптимальной траектории и программы полета при выполнении транспортной операции.

В качестве критерия эффективности КТА с двигателями малой тяги рассматривается уровень экономических затрат (стоимости)  $C_{\Sigma}$  на выполнение программы космической транспортировки. Оптимальным проектным решением КТА считается такое, которое обеспечивает выполнение указанной программы космической транспортировки при минимальных затратах. Эффективность выполнения КТА отдельной космической транспортной операции характеризуется затратами (стоимостью) на ее выполнение  $C_{т.оп}$ . Наряду со стоимостными критериями, в качестве критериев оценки транспортных возможностей и выбора оптимальных проектных решений КТА можно использовать также массовые.

Специфические сложности задачи проектирования КТА с двигателями малой тяги обусловлены тем, что она включает в себя проектирование траекторий [3] межорбитального перелета на малой тяге, которые являются предметом механики космического полета. Решение основано на современной теории оптимального управления и зачастую сопряжено с трудными нелинейными двухточечными краевыми задачами для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Обращая внимание на трудности проектирования траекторий перелета на малой тяге, следует в то же время отметить значительно большие возможности и гибкость, представляемые электроракетными двигателями при планировании космических экспедиций будущего. Целый ряд научных экспедиций, включая встречи с кометами, астероидами, создание спутников Меркурия, дальних планет, полеты к Солнцу и вне плоскости эклиптики, требуют значительных затрат характеристической скорости, зачастую превышающих возможности традиционных химических двигателей (рис. 2.2) [64]. Благодаря наличию длительных активных участков полета на малой тяге и возможности гибкого маневрирования на орбите, станут возможными уникальные программы по сопровождению комет [5], встрече с несколькими астероидами и др. (рис. 2.3) [44].



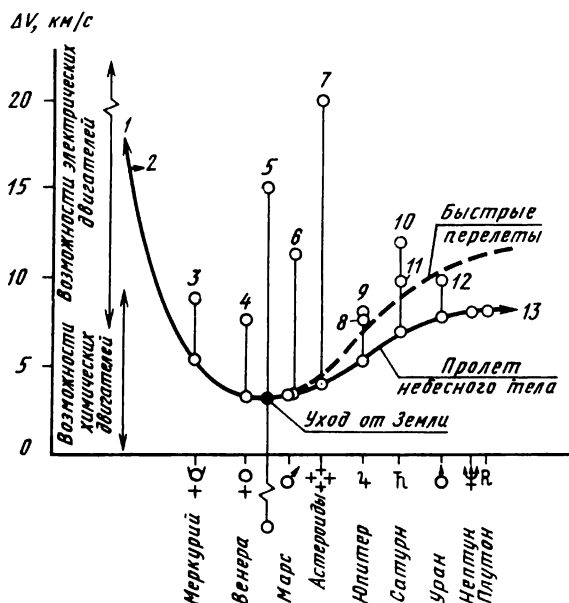


Рис. 2.2. Потребные затраты характеристической скорости для исследования Солнечной системы:

1 — достижение Солнца; 2 — Солнечный зонд; 3 — спутник Меркурия; 4 — спутник Венеры; 5 — выход из плоскости эклиптики; 6 — встреча с кометой Темпель 2; 7 — встреча с несколькими астероидами; 8 — спутник Юпитера; 9 — спутник Ю; 10 — спутник Титана; 11 — спутник Сатурна; 12 — спутник Урана; 13 — полет за пределы Солнечной системы

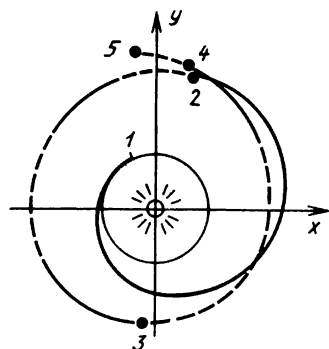


Рис. 2.3. Схема облета трех астероидов (проекция траектории на плоскость эклиптики):

1 — старт с орбиты Земли 17.01.89 г.; 2 — встреча и сопровождение астероида Веста 16.02.91; 3 — встреча и сопровождение астероида Роберта 04.2.93; 4 — встреча и сопровождение астероида Пенелопа 23.08.94; 5 — завершение программы полета 1.12.94; — — — пассивные участки полета; — активные участки полета

Многоцелевое применение КТА с двигателями малой тяги приводит к разделению проектных параметров и законов на две группы — неизменных от рейса к рейсу (универсальных) и адаптирующихся к условиям применения.

Программы полета (законы управления) определяются индивидуально для каждой транспортной операции, а проектные параметры (например, тяга и мощность двигательной энергетической установки, эффективная скорость истечения) постоянны для всех рейсов из заданной программы транспортировки. В то же время ряд параметров КТА, например, масса полезной нагрузки, масса заправляемого перед рейсом топлива индивидуальны для каждой операции. Если список транспортных операций достаточно широк, может оказаться рациональным выбор, например, двух типов двигательных установок с различной эффективной скоростью истечения для выполнения транспортных операций в околоземном космическом пространстве и межпланетных перелетов.

В соответствии с делением проектных параметров и законов управления на две группы методически целесообразно выделить в общей задаче проектирования КТА с двигателями малой тяги динамическую (проектирование траекторий) и параметрическую (определение проектных параметров КТА и ДЭУ) части, соответствующие традиционному разделению проектантов на специалистов по механике полета и на разработчиков аппарата, двигательной установки и др.

Динамическая задача состоит в построении оптимальной (рациональной) программы полета при фиксированных проектных параметрах КТА, ДЭУ и параметрах транспортной операции. Ее решением является зависимость минимальных потребных затрат топлива (или, например, характеристической скорости, связанной с затратами топлива формулой Циолковского) на выполнение транспортной операции от параметров КТА, его ДЭУ и параметров операции. Следует подчеркнуть сложность динамической задачи, связанной с многочисленными расчетами на ЭВМ вариационных задач оптимального перелета на малой тяге. В ряде случаев удается получить приближенное решение динамической задачи, удовлетворяющее требованиям точности проектного анализа, в других приходится иметь дело с трудными нелинейными краевыми задачами оптимальных перелетов с конечной тягой.

Решение динамической задачи для всей совокупности транспортных операций из программы космической транспортировки позволяет перейти к заключительной параметрической части, т.е. определению оптимальных проектных параметров КТА и ДЭУ.

При выборе проектных решений такой сложной технической системы

как КТА с двигателями малой тяги наиболее эффективным является подход, основанный на многоуровневом (иерархическом) описании проектируемого объекта, т.е. на построении многоуровневой схемы проектных исследований. На рис. 2.4 приведена многоуровневая схема проектирования КТА с двигателями малой тяги, построенная в соответствии с его типовой структурой и схемой функционирования (уровень элементов подсистем не рассматривается). Основным смысл разделения (декомпозиции) процесса проектирования состоит в том, что общая задача проектирования разбивается на ряд частных задач с меньшим количеством оптимизируемых параметров, при решении которых удается эффективно использовать принцип профессионального разделения труда. В процессе декомпозиции выделяются и сохраняются функциональные связи между параметрами и показателями эффективности на различных иерархических уровнях. При этом оптимизации на каждом уровне подлежат только такие параметры, изменение значений которых практически не оказывает влияние на критерии эффективности верхних уровней.

О выделении динамической задачи из общей проблемы говорилось выше. Рассмотрим теперь уровень подсистем КТА. Например, параметры термодинамического цикла ядерных ЭУ существенно сказываются на массе ЭУ и оказывают через нее опосредованное влияние на стоимость транспортной операции  $C_{т.оп}$ . В свою очередь режимно-конструктивные

параметры отдельных элементов ЭУ (реактор, тенева защита, холодильник-излучатель) оказывают опосредованное влияние на массу

всей ЭУ, например, через различные удельные массово-энергетические показатели элементов. Поэтому проектирование ядерной ЭУ целесообразно проводить по массовому критерию по двухуровневой схеме, оптимизируя на верхнем уровне (энергоустановка в целом) параметры термодинамического цикла, а на нижнем (элементы ЭУ) - режимно-конструктивные параметры [26].

Отмеченная особенность служит методическим обоснованием представления критерия эффективности выполнения программы космической транспортировки как декомпозиции критериев эффектив-

*Уровни разработки*

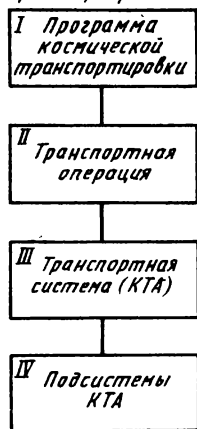


Рис. 2.4. Многоуровневая схема проектирования КТА с ЭРД

ности разных уровней. На нижних уровнях (см. рис. 2.4, III, IV) целесообразно использовать массовые характеристики (массы подсистем и КТА в целом), на II уровне – затраты на выполнение транспортной операции, на верхнем – затраты на выполнение программы космической транспортировки. На верхнем уровне определению подлежат основные проектные параметры КТА (мощность ДЭУ, конструктивный ресурс и т.д.), кратность применения и потребный парк КТА. Проводится математическое моделирование транспортных операций за весь планируемый период эксплуатации транспортной космической системы. На II уровне решается задача проектирования траекторий при выполнении транспортных операций из заданной программы, определяются минимальные потребные затраты топлива (из решения динамической задачи), рациональное время транспортировки ПН на рабочие орбиты, оптимальные значения скорости истечения реактивной струи. На нижних уровнях проектируются системы КТА, обеспечивающие его определенные транспортные возможности, обоснованные на верхних уровнях. Здесь используются методы различных научных направлений (теория электроракетных двигателей, теория энергоустановок, теория прочности и т.д.). Более того, достижения указанных научных направлений, являются фундаментом, определяющим объективные возможности КТА с ЭРД как транспортного средства на данном уровне развития науки и техники. Поскольку при математическом моделировании на каждом уровне используется информация с других уровней, процесс поиска наилучшего проектного решения носит характерный итерационный характер и включает внутренние циклы оптимизации на каждом уровне.

При проектировании КТА с ЭРД необходимо принимать во внимание сложные и многочисленные взаимодействия и влияние подсистем КТА. Кроме типичных проблем теплового воздействия и термостатирования, а также воздействия реактивной струи при использовании ядерной ЭУ необходимо принимать во внимание потоки нейтронов и  $\gamma$ -квантов от реактора, электромагнитные поля, создаваемые электрическим двигателем. Серьезным фактором является также естественная радиация при длительных перелетах с малой тягой в радиационных поясах Земли.

Проблема проектирования аппаратов с малой тягой и их траекторий ведет свое начало с 50-х годов и насчитывает сотни публикаций, первый обзор которых содержится в работе [13]. Среди первых работ следует отметить [14, 33], в которых было положено начало исследованию проблемы оптимизации универсальных (многоцелевых) аппаратов с двигателями малой тяги, и работы [6, 24, 28],

посвященные оптимизации траекторий и параметров КА с малой тягой. Усилиями многих исследователей во всем мире теория проектирования КТА с малой тягой постоянно развивается и совершенствуется как совершенствуются сами электроракетные двигатели и энергетические установки для космических полетов.

## 2.2. КРИТЕРИИ ЭФФЕКТИВНОСТИ

В качестве критериев эффективности средств межорбитальной транспортировки на основе КТА с двигателями малой тяги рассматриваются стоимостные и массовые критерии, содержание которых зависит от иерархического уровня проектных исследований. Рассмотрим более подробно структуру и способы определения критериев эффективности.

Стоимость выполнения программы космической транспортировки можно представить в виде

$$C_{\Sigma} = C_p + C_n + C_t + C_v + C_s, \quad (2.1)$$

где  $C_p$  – затраты на разработку и экспериментальную отработку космического буксира;  $C_n$  – затраты на изготовление потребного парка буксиров;  $C_t$  – затраты на топливо, необходимое для реализации всей программы;  $C_v$  – затраты на выведение суммарного грузопотока (включая буксиры, топливо и полезные нагрузки) на низкую базовую орбиту с Земли;  $C_s$  – затраты на эксплуатацию парка буксиров.

Затраты на разработку и изготовление КТА определяются затратами на входящие в него системы и оборудование, например,

$$C_{\text{КТА}} = C_{\text{ЭУ}} + C_{\text{ДУ}} + C_{\text{СУ}} + C_{\text{пр}}, \quad (2.2)$$

где  $C_{\text{ЭУ}}$ ,  $C_{\text{ДУ}}$ ,  $C_{\text{СУ}}$ ,  $C_{\text{пр}}$  – затраты на энергетическую, двигательную установки, систему управления и прочие системы.

Затраты на разработку отдельных систем КТА, как показывает статистика, можно представить в виде [65]

$$C_p = am^x f_1 f_2 f_3, \quad (2.3)$$

где  $a$ ,  $x$  – удельные величины для каждого типа систем или оборудования;  $m$  – масса системы;  $f_1$  – поправочный коэффициент, отражающий степень новизны разработки (система первого поколения  $f_1 = 1,25$ , система, проверенная на подобных разработках  $f_1 = 8 \dots 1,0$ , система аналогичная созданной  $f_1 = 0,4 \dots 1,0$ );  $f_2$  – поправочный коэффициент, учитывающий техническое качество разработки (например, облегчение или утяжеление системы, точность выходных параметров, изменение ресурса и т.д.);  $f_3$  – поправочный коэффициент, отражающий опыт разработчика системы ( $f_3 = 0,6 \dots 1,3$ ) в зависимости от наличия опыта в данной или родственной области.

Затраты на изготовление систем КТА также основаны на соответствующей массе системы [65]

$$C_n = n a_1 m^{x_1} f_4, \quad (2.4)$$

где  $n$  – число систем в серии;  $a_1$ ,  $x_1$  – удельные величины для каждого типа систем;  $f_4$  – коэффициент снижения затрат, зависящий от  $n$  и коэффициента освоения производства, характеризующего процентное уменьшение затрат при увеличении выпуска в 2 раза.

Затраты на топливо определяются его суммарным расходом (с учетом различных потерь), а также объемом годового производства, поскольку с его увеличением имеется тенденция к снижению удельных затрат.

Затраты на выведение также могут быть рассчитаны методом удельных затрат, причем в общем случае следует учитывать недогруз транспортных средств выведения через коэффициенты недогрузки.

Наибольшие трудности связаны с определением эксплуатационных затрат, которые в значительной степени зависят от варианта базирования буксира, кратности его использования и пр. В общем случае эксплуатационные затраты включают [65]: прямые эксплуатационные расходы (управление техническими системами, предполетные операции сборки, загрузки и заправки на орбите, операции по управлению запуском и полетом и математическое обеспечение); затраты на ремонтно-восстановительные работы (для многократно используемых КТА); косвенные эксплуатационные расходы (управленческо-админи-

стративная служба, техническое обеспечение, обслуживание орбитальной станции и сооружений, их амортизация, хранение запчастей и их транспортировка). Кроме того, необходимо учитывать дополнительные издержки, включающие амортизационные затраты на изготовление для многократно используемых КТА, а также издержки, связанные с "замораживанием" стоимости ПН в течение длительной транспортировки с помощью КТА с двигателями малой тяги, которые можно представить в виде [68, 72].

$$C_{\text{тран}} = \rho T C_{\text{ПН}}, \quad (2.5)$$

где  $\rho$  – фактор возрастания стоимости ( $\rho = 10\%$  в год);  $T$  – время транспортировки;  $C_{\text{ПН}}$  – стоимость ПН.

Учет издержек, связанных с длительной транспортировкой дорогостоящих ПН, позволяет сформулировать задачу об оптимальном времени выполнения транспортной операции КТА с двигателем малой тяги. На рис. 2.5 представлена типичная зависимость затрат на выполнение транспортной операции  $C_{\text{т.оп}}$  по доставке ПН на заданную рабочую орбиту от времени транспортировки  $T$ . Видно существование оптимального времени  $T_{\text{опт}}$ , причем при  $T < T_{\text{опт}}$  наблюдается значительное возрастание затрат на транспортировку, обусловленное ростом потребной мощности энергетической установки.

Важной особенностью КТА с ЭРД является существование оптимального значения скорости истечения реактивной струи по выбранному критерию эффективности. Рис. 2.6 иллюстрирует выбор оптимальной скорости истечения  $W$  при выполнении транспортной операции по критерию максимума полезной нагрузки  $m_{\text{п.н}}$  (при заданной стартовой массе КТА  $m_0$ ). С ростом  $W$  происходит уменьшение потребной массы топлива  $m_{\text{т}}$  вследствие его экономного расходования, однако одновременно увеличивается потребная мощность энергоустановки, а значит и масса  $m_{\text{ДЭУ}}$ . В результате полезная нагрузка  $m_{\text{п.н}}$ , определяемая как разность между  $m_0$  и  $m_{\text{т}}$ ,  $m_{\text{ДЭУ}}$ , достигает максимума при некотором значении  $W_{\text{опт}}$ . При использовании критерия минимальных затрат на транспортировку значение  $W_{\text{опт}}$  несколько уменьшается. Оптимальное значение  $W_{\text{опт}}$  зависит от типа транспортной операции (параметров

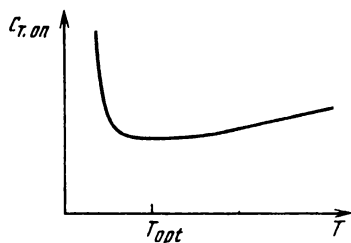


Рис. 2.5. Зависимость затрат на выполнение транспортной операции от времени транспортировки

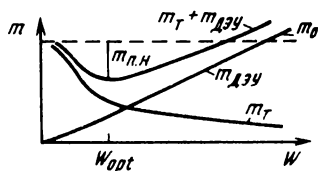


Рис. 2.6. Зависимость оптимального значения скорости истечения ЭРД от выбранного критерия эффективности

рабочей орбиты ПН), времени транспортировки, а также энергомассового совершенства двигательной-энергетической установки, которое выражается удельной массой ДЭУ на единицу вырабатываемой мощности. При выполнении КТА совокупности транспортных операций выбор оптимального  $W_{opt}$  может быть сделан по критерию затрат на выполнение программы космической транспортировки.

Массовые критерии, позволяющие выполнить детальный анализ основных проектных параметров КТА и его транспортных возможностей, могут быть получены из выражения для начальной массы КТА перед выполнением очередной транспортной операции:

$$m_0 = m_{п.н} + m_{ДУ} + m_{ЭУ} + m_T + m_{Т.о} + m_{СУ} + m_{пр}, \quad (2.6)$$

где  $m_0$  – начальная (стартовая) масса КТА на низкой базовой орбите у Земли перед очередным рейсом;  $m_{п.н}$  – полезная нагрузка (масса), доставляемая за один рейс на рабочую орбиту;  $m_{ДУ}$ ,  $m_{ЭУ}$  – массы двигательной и энергетической установок;  $m_T$  – масса топлива (заправляется перед каждым рейсом и полностью вырабатывается за рейс);  $m_{Т.о}$  – масса топливного отсека (системы хранения и подачи рабочего вещества);  $m_{СУ}$ ,  $m_{пр}$  – массы элементов системы управления и прочих элементов конструкции (рис. 2.7).

Учитывая, что величина полезной нагрузки  $m_{п.н}$ , а также масса



топлива  $m_T$  индивидуальны для каждой транспортной операции, начальная масса КТА может меняться от рейса к рейсу.

Предполагается, что в состав энергетической и двигательной установок включены также элементы их конструкции, системы терморегулирования, вспомогательные системы, органы управления ими.

Масса двигательно-энергетической установки состоит из суммы масс двигательной и энергетической установок

$$m_{ДЭУ} = m_{ДУ} + m_{ЭУ}.$$

Обычно при проектировании составляющие масс, входящих в выражение (2.6), выражают через их удельные массы. Массу электроракетной двигательной установки в первом приближении можно считать пропорциональной полной подводимой к ней электрической мощности ( $N_{ДУ}$ ):

$$m_{ДУ} = \gamma_{ДУ} N_{ДУ}, \quad (2.7)$$

где  $\gamma_{ДУ}$  – удельная масса ДУ.

Массу энергетической установки считают пропорциональной вырабатываемой энергетической мощности:

$$m_{ЭУ} = \gamma_{ЭУ} N_{ЭУ}. \quad (2.8)$$

Полагая для определенности, что вся вырабатываемая энергоустановкой мощность (рис. 2.8) подводится к двигательной установке ( $N_{ДУ} = N_{ЭУ}$ ), найдем удельную массу двигательно-энергетической установки

$$m_{ДЭУ} = \gamma_{ДЭУ} N_{ЭУ}; \quad \gamma_{ДЭУ} = \gamma_{ДУ} + \gamma_{ЭУ}. \quad (2.9)$$

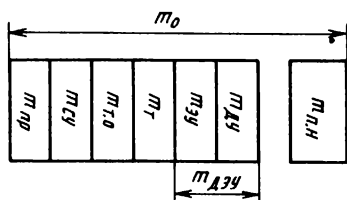
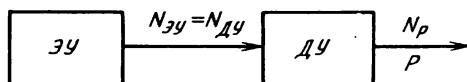


Рис. 2.7. Массовая модель КТА с ЭРД

Рис. 2.8. Схема ДЭУ



Основное назначение двигательной установки состоит в преобразовании подводимой электрической мощности в мощность истекающей реактивной струи

$$N_P = \eta_{ДУ} N_{ДУ}. \quad (2.10)$$

Здесь  $\eta_{ДУ}$  – КПД двигательной установки, представляемый обычно в виде произведения

$$\eta_{ДУ} = \eta_{пр} \eta_{ток} \eta_{т}. \quad (2.11)$$

где  $\eta_{пр}$  – КПД электрических преобразователей, входящих в состав ДУ и предназначенных для обеспечения электропитания элементов ДУ;

$\eta_{ток}$  – КПД, характеризующий потери мощности в токопроводах;  $\eta_{т}$  – тяговый коэффициент полезного действия электрического двигателя, определяемый как отношение реактивной мощности струи рабочего вещества  $N_P$ , вычисленной по эффективной скорости истечения  $W$ , к электрической мощности  $N_{подв}$ , подводимой к двигателю,

$$\eta_{т} = N_P / N_{подв} = qW^2 / (2N_{подв}), \quad (2.12)$$

где  $q$  – массовый секундный расход рабочего вещества.

Используя известное выражение для тяги реактивного двигателя,

$$P = qW, \quad (2.13)$$

найдем электрическую мощность, подводимую к двигательной установке:

$$N_{ДУ} = \frac{PW}{2\eta_{ДУ}}. \quad (2.14)$$

В литературе по ракетным двигателям часто используют удельный импульс

$$P_{уд} = W/g_0, \quad (2.15)$$

имеющий размерность времени ( $g_0$  – гравитационное ускорение на поверхности Земли).

Для описания двигательной установки в режиме постоянной тяги

необходимо задать значения трех характерных параметров, например, тяги  $P$ , эффективной скорости истечения  $W$  и КПД  $\eta_{\text{дэу}}$ .

Используя указанные параметры двигательной установки, а также соотношения (2.14), (2.9), можно представить массу ДЭУ в виде

$$m_{\text{дэу}} = \frac{\gamma_{\text{дэу}}}{\eta_{\text{дэу}}} N_P = \frac{\gamma_{\text{дэу}} W}{2 \eta_{\text{дэу}}} P. \quad (2.16)$$

Множители  $N_P$  и  $P$  в соотношении (2.16) имеют смысл удельных масс ДЭУ, отнесенных, соответственно, к мощности реактивной струи  $N_P$  и к тяге  $P$ :

$$\frac{N_P}{\gamma_{\text{дэу}}} = \frac{m_{\text{дэу}}}{N_P} = \frac{\gamma_{\text{дэу}}}{\eta_{\text{дэу}}}; \quad (2.17)$$

$$\frac{P}{\gamma_{\text{дэу}}} = \frac{m_{\text{дэу}}}{P} = \frac{\gamma_{\text{дэу}}}{\eta_{\text{дэу}}} \frac{W}{2}.$$

Из соотношений (2.16), (2.17) следует, что важнейшим параметром, характеризующим энергомассовое совершенство двигательной энергетической установки как устройства для создания реактивной тяги, является величина (при заданной скорости истечения  $W$ )

$$\frac{N_P}{\gamma_{\text{дэу}}} = \frac{\gamma_{\text{дэу}}}{\eta_{\text{дэу}}} = \frac{\gamma_{\text{эу}}}{\eta_{\text{дэу}}} + \frac{\gamma_{\text{дэу}}}{\eta_{\text{дэу}}}. \quad (2.18)$$

Учитывая, что обычно масса энергетической установки значительно превышает массу двигательной установки, из выражения (2.18) видно, что совершенствование ДЭУ связано, прежде всего, с повышением КПД двигательной установки  $\eta_{\text{дэу}}$  и снижением удельной массы энергоустановки  $\gamma_{\text{эу}}$ .

Величина удельной массы  $\gamma_{\text{дэу}}^{N_P}$  (или  $\gamma_{\text{дэу}}^P$ ) позволяет проводить сравнительный анализ различных типов двигательной энергетических установок по массовому критерию. Действительно, для заданного уровня тяги  $P$ , скорости истечения  $W$ , времени работы двигателя  $T_{\mu}$ ,

а также начальной массы аппарата  $m_0$  несложно показать, что величина доставляемой полезной нагрузки  $m_{п.н}$  будет максимальной в случае ДЭУ с минимальным значением  $\gamma_{ДЭУ}^{N_P}$  или  $\gamma_{ДЭУ}^P$ .

На рис. 2.9 представлено сравнение отношений  $P/m_{ДЭУ} = 1/\gamma_{ДЭУ}^P$  для трех типов ДЭУ, использующих ионные и сильноточные плазменные двигатели [25]. Видно, что ионные двигатели на ксеноне имеют преимущество по массовому критерию перед двигателями на аргоне, а сильноточный плазменный двигатель (СтПД) занимает промежуточное положение между ними. Например, для значения  $P_{уд} = 1950$  с (минимум  $\gamma_{ДЭУ}^P$  для ионного двигателя на ксеноне) удельная масса  $\gamma_{ДЭУ}$  ДЭУ на СтПД составляет 22,5 кг/кВт, а для ДЭУ с ионным двигателем на ксеноне значительно выше – 33,7 кг/кВт. Однако учет КПД двигательных установок  $\eta_{ДУ}$  меняет картину на обратную. Для ДЭУ с ионным двигателем величина  $\eta_{ДУ}$  составляет 0,53, а значит удельная масса, отнесенная к мощности реактивной струи, равна  $\gamma_{ДЭУ}^{N_P} = \gamma_{ДЭУ}/\eta_{ДУ} = 63,6$  кг/кВт. В случае ДЭУ на основе СтПД КПД двигательной установки составляет только 0,225, в результате величина  $\gamma_{ДЭУ}^{N_P}$  будет значительно больше, около 100 кг/кВт.

Масса топлива, необходимого для выполнения транспортной операции, пропорциональна времени работы двигателя  $T_\mu$  на траектории перелета

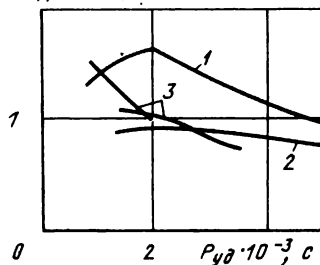
$$m_\tau = qT_\mu. \quad (2.19)$$

Рис. 2.9. Сравнение отношения

$P/m_{ДЭУ} = 1/\gamma_{ДЭУ}^P$  для различных типов ДЭУ:

1 – с ионными двигателями на ксеноне; 2 – с ионными двигателями на аргоне; 3 – с сильноточным плазменным двигателем

$P/m_{ДЭУ} \cdot 10^3, \text{ Н/кг}$



а масса топливного отсека пропорциональна массе топлива:

$$m_{т.о} = \gamma_{т.о} m_t. \quad (2.20)$$

Следует отметить, что для КТА с ЭРД топливный отсек занимает небольшую долю в общем балансе масс, в отличие от КТА с химическими двигателями, для которых топливный отсек является определяющим в компоновке аппарата. Это связано с тем, что для КТА с ЭРД, благодаря высокой скорости истечения, требуются значительно меньшие массы рабочего вещества, которое к тому же зачастую обладает высокой удельной массой. Многоцелевое применение КТА приводит к тому, что масса заправляемого топлива меняется от рейса к рейсу. В этих условиях топливный отсек должен быть рассчитан на максимальную заправку, или состоять из набора идентичных сменных секций, число которых может меняться в зависимости от транспортной операции.

Масса элементов системы управления  $m_{су}$  и прочих элементов конструкции  $m_{пр}$  включают компоновочные затраты массы, массы электроники, вспомогательных двигательных установок, вторичных источников энергии и т.д. В первом приближении их удобно представить в виде

$$m_{су} = \gamma_{су} m_{ДЭУ}; \quad m_{пр} = \gamma_{пр} m_{ДЭУ}, \quad (2.21)$$

т.е. считать пропорциональными массе ДЭУ (а не стартовой массе  $m_0$ , поскольку она меняется от рейса к рейсу).

Разделив обе части уравнения (2.6) на  $m_0$ , получим уравнение для буксира в относительном виде:

$$\mu_{п.н} = 1 - \mu_{ДЭУ} - \mu_t - \mu_{т.о} - \mu_{пр}, \quad (2.22)$$

где  $\mu_{п.н} = m_{п.н}/m_0$  — относительная полезная нагрузка рейса;  $\mu_{ДЭУ} = m_{ДЭУ}/m_0$ ,  $\mu_t = m_t/m_0$ ,  $\mu_{т.о} = m_{т.о}/m_0$ ,  $\mu_{су} = m_{су}/m_0$ ,  $\mu_{пр} = m_{пр}/m_0$  — относительные массы двигательной энергетической установки, топлива, топливного отсека, системы управления и прочих элементов конструкции.

Используя независимые параметры нерегулируемой двигательной установки — начальное реактивное ускорение

$$a_0 = P/m_0 \quad (2.23)$$

и эффективную скорость истечения  $W$  (или удельный импульс  $P_{уд}$ ), относительные массы можно представить в виде

$$\mu_{ДЭУ} = \frac{\gamma_{ДЭУ}}{\eta_{ДУ}} \frac{a_0 W}{2} = \gamma_{ДЭУ} \frac{a_0 W}{2};$$

$$\mu_{\tau} = \frac{a_0}{W} T_{\gamma}; \quad \mu_{\tau.o} = \gamma_{\tau.o} \mu_{\tau}; \quad (2.24)$$

$$\mu_{СУ} = \gamma_{СУ} \mu_{ДЭУ}; \quad \mu_{пр} = \gamma_{пр} \mu_{ДЭУ},$$

причем отношение  $a_0/W$  в выражении для  $\mu_{\tau}$  представляет собой относительный расход

$$\bar{q} = q/m_0 = a_0/W. \quad (2.25)$$

Подставляя значения (2.24) в выражения (2.22), получим

$$\mu_{п.н} = 1 - \frac{\gamma_{ДЭУ}}{\eta_{ДУ}} \frac{a_0 W}{2} (1 + \gamma_{СУ} + \gamma_{пр}) - \frac{a_0}{W} T_{\mu} (1 + \gamma_{\tau.o}). \quad (2.26)$$

Введем понятие обобщенной удельной массы КТА:

$$\gamma_{КТА} = \frac{m_{ДЭУ} + m_{СУ} + m_{пр}}{N_P} = \frac{\gamma_{ДЭУ}}{\eta_{ДУ}} (1 + \gamma_{СУ} + \gamma_{пр}). \quad (2.27)$$

При  $\gamma_{СУ} = \gamma_{пр} = 0$   $\gamma_{КТА} = \frac{N_P}{\gamma_{ДЭУ}}$ . Тогда уравнение (2.26) перепишется в виде

$$\mu_{п.н} = 1 - \gamma_{КТА} \frac{a_0 W}{2} - \frac{a_0}{W} T_{\mu} (1 + \gamma_{\tau.o}). \quad (2.28)$$

Удельные характеристики являются, вообще говоря, функцией проектных параметров КТА и двигательно-энергетической установки, а также в значительной степени зависят от типа ЭУ и ЭРД, принятой конструктивно-компоновочной схемы ДЭУ, системы хранения и подачи

топлива, отсеков КТА, характеристик применяемых материалов, типа рабочего вещества и т.д. Например удельная масса ДЭУ

$$\gamma_{ДЭУ} = \gamma_{ДЭУ}^P(N_{ЭУ}, W, \tau), \quad (2.29)$$

где  $\tau$  – ресурс двигательно-энергетической установки.

В практике проектирования находят два подхода при определении удельных массовых характеристик: разработка специальных математических моделей проектирования отсеков и ДЭУ (структура таких моделей рассмотрена в третьей главе) и расчет на основании обработки статистических данных. На начальной стадии проектирования удельные характеристики задаются обычно с помощью таблиц или аппроксимационных зависимостей. Например, удельная масса энергетической установки обычно задается следующей зависимостью (кг/кВт):

$$\gamma_{ЭУ} = k_1 + \frac{k_2}{N_{ЭУ}}, \quad (2.30)$$

где коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  для различных типов энергоустановок приведены в табл. 2.2 [58]. Если уровень мощности энергоустановки меньше величины  $N_{\min}$ , то ее масса полагается равной  $m_{\min}$ .

Таблица 2.2

| Тип ЭУ                                              | $k_1$ | $k_2$  | $N_{\min}$ ,<br>кВт | $m_{\min}$ ,<br>кг |
|-----------------------------------------------------|-------|--------|---------------------|--------------------|
| На солнечных батареях                               | 13    | 40,61  | 1                   | 554                |
| Ядерная с термоэлектрическим преобразователем       | 21    | 370,3  | 1                   | 392                |
| Ядерная с термоэмиссионным преобразователем         | 18    | 514    | 10                  | 700                |
| Ядерная с машинным преобразователем (цикл Брайтона) | 19    | 190,6  | 1,5                 | 220                |
| Ядерная с машинным преобразователем (цикл Ренкина)  | 13    | 178,6  | 1                   | 191                |
| Ядерная с МГД-генератором                           | 0,1   | 1990,1 | 100                 | 2000               |

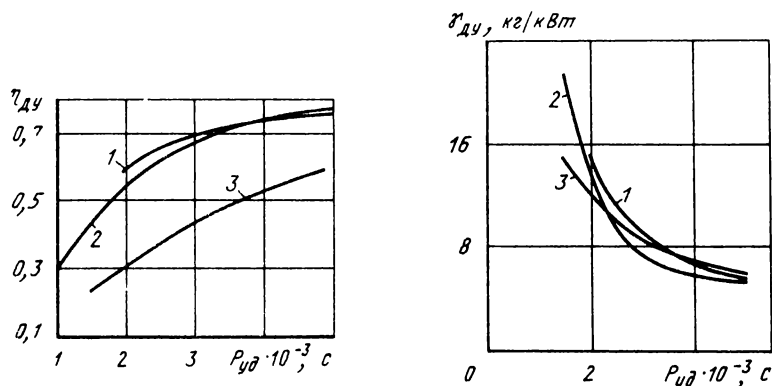


Рис. 2.10. Зависимость КПД ДУ с ионными двигателями от удельного импульса:

1, 2 и 3 — соответственно ионные двигатели на ртути, ксеноне и аргоне

Рис. 2.11. Зависимость удельной массы ДУ от удельного импульса:

1, 2 и 3 — соответственно ионные двигатели на ртути, ксеноне и аргоне

На рис. 2.10 и 2.11 представлены зависимости КПД и удельной массы двигательной установки с ионным ЭРД от удельного импульса [61]. Эти зависимости аппроксимированы следующими выражениями [61]:

$$\eta_{ДУ} = A + B \ln P_{уд}; \quad (2.31)$$

$$\gamma_{ДУ} = C P_{уд}^D.$$

а значения коэффициентов представлены в табл. 2.3.

Поскольку начальная масса КТА меняется в зависимости от выполняемой транспортной операции, удобной оказалась [18] следующая запись уравнения масс буксира в относительном виде, которая получается делением уравнения (2.6) на сумму неизменных от рейса к рейсу составляющих масс КТА ( $m_{КТА} = m_{ДЭУ} + m_{СУ} + m_{пр}$ ):

$$\beta = \alpha - (1 + \gamma_{т.о})\gamma - 1, \quad (2.32)$$

где  $\beta = m_{п.н} / m_{КТА}$  (2.33) — параметр загрузки буксира;



Таблица 2.3

| Тип<br>рабочего<br>тела | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> , кг/кВт | <i>D</i> |
|-------------------------|----------|----------|-------------------|----------|
| Аргон                   | -2,024   | 0,307    | 4490              | -0,781   |
| Ксенон                  | -1,776   | 0,307    | 1231000           | -1,198   |
| Ртуть                   | -0,765   | 0,181    | 82870             | -1,136   |

$$\gamma = m_{\tau} / m_{\text{КТА}} \quad (2.34) - \text{параметр заправки буксира};$$

$$a = m_0 / m_{\text{КТА}} \quad (2.35) - \text{стартовый параметр.}$$

Входящие в правую часть уравнения (2.32) параметры несложно выразить через  $a_0$ ,  $W$ ,  $T_{\mu}$ , используя значения (2.24), (2.27)

$$a = \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}} a_0 W} = \frac{2\eta_{\text{ДУ}}}{\gamma_{\text{ДУ}} (1 + \gamma_{\text{СУ}} + \gamma_{\text{пр}}) a_0 W} ; \gamma = \frac{2T_{\mu}}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} . \quad (2.36)$$

Кроме того

$$\mu_{\text{п.н}} = \frac{\beta}{1 + \beta + \gamma(1 + \gamma_{\tau.o})} = \frac{\beta}{a} . \quad (2.37)$$

Эффективность выполнения КТА транспортной операции может быть оценена затратами на транспортировку в следующем виде:

$$C_{\text{т.оп}} = C_{\text{в}} + C_{\text{КТА}}/n + C_{\text{т}} + C_{\text{з}}, \quad (2.38)$$

которые в основном определяются стоимостями собственно КТА ( $C_{\text{КТА}}$ ), топлива ( $C_{\text{т}}$ ) и доставки КТА, полезной нагрузки и топлива с Земли на базовую орбиту  $C_{\text{в}}$ , а также эксплуатационными затратами ( $C_{\text{з}}$ ). В уравнение (2.38) стоимость КТА частично переносится на себестоимость каждой транспортной операции (при многократном использовании), причем в качестве показателя измерения затрат на один рейс можно использовать время работы двигательной установки в полете, определяющие расходование ресурса ДЭУ:

$$n = \tau / T_{\mu} . \quad (2.39)$$

При сравнении вариантов КТА с ЭРД в первом приближении затраты на эксплуатацию можно считать зависящими от программы транспортировки (объем, время доставки) и принять постоянными.

В первом приближении составляющие (2.38) можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{\text{в}} &= c_{\text{в}} (m_{\text{п.н}} + m_{\text{т}} + m_{\text{КТА}}/n); \\ C_{\text{КТА}} &= c_{\text{ДЭУ}} m_{\text{ДЭУ}} + c_{\text{СУ}} m_{\text{СУ}} + c_{\text{пр}} m_{\text{пр}}; \\ C_{\text{т}} &= c_{\text{т}} m_{\text{т}}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

где  $c_{\text{в}}$ ,  $c_{\text{ДЭУ}}$ ,  $c_{\text{СУ}}$ ,  $c_{\text{пр}}$ ,  $c_{\text{т}}$  – удельные стоимости выведения на базовую орбиту с Земли, ДЭУ, системы управления, прочих элементов конструкции и топлива соответственно.

В выражениях (2.40) под  $m_{\text{КТА}}$  понимается масса КТА без топлива ( $m_{\text{КТА}} = m_{\text{ДЭУ}} + m_{\text{СУ}} + m_{\text{пр}}$ ), масса топливного отсека не учитывается ( $\gamma_{\text{т.о}} = 0$ ).

Поскольку масса полезного груза при выполнении транспортной операции задана, удобно от затрат на выполнения транспортной операции перейти к стоимости транспортировки единицы полезного груза:

$$c_{\text{уд}} = C_{\text{т.оп}}/m_{\text{п.н}} = (C_{\text{КТА}} + c_{\text{в}})S + c_{\text{в}} + C_{\text{э}}/m_{\text{п.н}}, \quad (2.41)$$

где введен относительный параметр стоимости

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{n\beta} + \nu \frac{\gamma}{\beta}; \\ \nu &= (c_{\text{т}} + c_{\text{в}})/(c_{\text{КТА}} + c_{\text{в}}); \\ c_{\text{КТА}} &= (c_{\text{ДЭУ}} + c_{\text{СУ}}\gamma_{\text{СУ}} + c_{\text{пр}}\gamma_{\text{пр}})/(1 + \gamma_{\text{СУ}} + \gamma_{\text{пр}}). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Параметры загрузки  $\beta$  и заправки  $\gamma$  рассчитываются с помощью соотношений (2.32), (2.37). Таким образом, задача на минимум затрат на транспортную операцию  $C_{\text{т.оп}}$  эквивалентна с учетом сделанных допущений задаче на минимум относительного параметра стоимости  $S$ :

Учет затрат стоимости, связанных с длительной транспортировкой

дорогостоящих полезных нагрузок, приводит к следующему выражению для параметра стоимости

$$S' = \frac{1}{n\beta} + \nu \frac{\gamma}{\beta} + \nu_1 T; \quad (2.43)$$

$$\nu_1 = \rho C_{п.н} / (c_{КТА} + c_{в})$$

Задача на минимум критерия затрат в виде выражений (2.43) позволяет наряду с проектными параметрами КТА определять также рациональные времена выполнения транспортной операции.

При оценке проекта КТА с ЭРД традиционно находят применение также массовые характеристики проекта. Например, для оценки эффективности выполнения транспортной операции может использоваться величина относительной полезной нагрузки ( $\mu_{п.н}$ ). При заданной величине полезной нагрузки ( $m_{п.н}$ ) этот критерий соответствует минимизации стартовой массы КТА ( $m_0$ ). Отметим, что формально максимизация  $\mu_{п.н}$  отвечает минимизации  $S$  при задании значений  $n = \nu = 1$  в выражениях (2.42). При этом буксир выполняет только один рейс, а удельные стоимости  $c_{КТА}$  и  $c_{т}$  равны между собой:

$$S_{n=1}^{\nu=1} = \frac{1}{\mu_{п.н}} - 1. \quad (2.44)$$

Для КТА с ЭРД величина  $\nu$  может заметно отличаться от единицы [72], поэтому решения проектных задач с массовыми и стоимостными критериями также будут различаться. При  $\nu = 0$  минимизация  $S$  отвечает максимизации параметра загрузки  $\beta$ , т.е. минимизаций массы КТА и мощности энергоустановки при заданной массе полезного груза.

### 2.3. СВЯЗЬ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КТА С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ УПРАВЛЯЕМОГО МЕЖОРБИТАЛЬНОГО ПЕРЕЛЁТА

Для определения потребных затрат топлива обратимся к описанию управляемого движения КТА при выполнении транспортной операции. Реактивная тяга, создаваемая двигательно-энергетической установкой, обеспечивает активное управление движением центра масс КТА на траектории перелёта. Запишем уравнение изменения массы КТА за счет

расхода топлива и уравнения движения центра масс КТА под действием тяги в гравитационном поле:

$$\begin{aligned}\dot{m} &= -q\delta = -\frac{P}{W}\delta; \\ \dot{\mathbf{r}} &= \mathbf{V}; \quad \dot{\mathbf{V}} = \frac{Pe}{m}\delta + \mathbf{g},\end{aligned}\tag{2.45}$$

где  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $m$  – фазовые координаты ( $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{V}$  – радиус-вектор и вектор скорости центра масс КТА;  $m$  – текущая масса КТА);  $P$ ,  $W$  (или  $q$ ) – параметры нерегулируемой двигательной установки;  $\delta(t)$ ,  $\mathbf{e}(t)$  – управляющие функции (релейная функция  $\delta(t)$  включения-выключения двигателя [15], принимающая значение 1, когда двигатель включен, и значение 0, когда двигатель выключен;  $\mathbf{e}(t)$  – единичный вектор направления тяги,  $|\mathbf{e}| \equiv 1$ );  $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{r}, t)$  – вектор ускорения от гравитационных сил (действием других внешних сил пренебрегаем). Точки означают дифференцирование по времени  $t$ .

При выполнении транспортной операции КТА совершает перелет из начального положения  $t_0 = 0$ ,  $\mathbf{r}_0$ ,  $\mathbf{V}_0$  на базовой орбите  $O_0$  у Земли в конечное  $t_f = T$ ,  $\mathbf{r}_f$ ,  $\mathbf{V}_f$  на рабочей орбите  $O_p$ . Из всего множества перелетных траекторий необходимо выбрать наилучшую, или оптимальную, обеспечивающую минимальные затраты на транспортировку  $C_{т.оп}$  или, например, максимальную полезную нагрузку  $m_{п.н}$ .

Можно показать, что, если зафиксировать все параметры КТА и ДЭУ, влияющие на массу аппарата, включая тягу и скорость истечения, то задача на минимум  $C_{т.оп}$  или максимум  $m_{п.н}$  сводится к задаче о максимуме конечной массы КТА или минимуме массы рабочего вещества  $m_t$ . Из физических соображений это очевидно, а формально следует из строгой монотонности зависимости затрат на транспортировку ( $C_{т.оп}$ ) и массы полезного груза ( $m_{п.н}$ ) от массы рабочего вещества ( $m_t$ ) как параметра при фиксированных параметрах КТА и ДЭУ. В результате, из общей проектной задачи выделяется динамическая часть, или динамическая задача [13, 14]. Динамическая задача является вариационной и состоит в построении оптимальной программы управления  $\mathbf{e}(t)$ ,  $\delta(t)$  при перелете по заданному маршруту  $O_0 \rightarrow O_p$  за заданное время  $T$ , минимизирующей затраты топлива  $m_t$  или максимизирующей конечную массу аппарата. Таким образом, целью

динамической задачи является определение энергетически оптимальных траекторий с минимальным расходом топлива.

Введем новую фазовую координату  $t_\mu(t)$ , текущее время работы двигателя [14], задаваемую дифференциальным уравнением

$$\dot{t}_\mu = \delta; t_\mu(0) = 0, t_\mu(T) = T_\mu. \quad (2.46)$$

Поскольку масса потребного топлива связана со временем работы двигателя  $T_\mu$  на траектории линейной зависимостью (2.19), в качестве функционала динамической задачи можно также принять величину  $T_\mu$ . В этом случае динамическая задача может быть сформулирована в виде следующей вариационной задачи:

$$\begin{aligned} \dot{t}_\mu &= \delta; t_\mu(0) = 0, t_\mu(T) = T_\mu = \min; \\ r &= V; r(0) = r_0; r(T) = r_f; \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$V = a_t \delta e + g; V(0) = V_0; V(T) = V_f;$$

$$r_0, V_0 \in O_\delta; r_f, V_f \in O_p,$$

где  $a_t$  – текущее реактивное ускорение,

$$a_t = \frac{P}{m} = \frac{P}{m_0 - \frac{P}{W} t_\mu} = \frac{a_0}{1 - \frac{a_0}{W} t_\mu}. \quad (2.48)$$

Случай постоянного реактивного ускорения  $a_t = a_0$  получается предельным переходом  $W \rightarrow \infty$ .

Вместо  $T_\mu$  можно пользоваться также величиной характеристической скорости  $\Delta V$

$$\Delta \dot{V} = \frac{P}{m} \delta = a_t \delta = \frac{a_0 \delta}{1 - \frac{a_0}{W} t_\mu}; \Delta V(0) = 0; \quad (2.49)$$

$$\Delta V(T) \rightarrow \min,$$

связанной с  $T_\mu$  формулой Циолковского

$$\Delta V = -W \ln \left[ 1 - \frac{a_0}{W} T_\mu \right]. \quad (2.50)$$

Обычно решение динамической задачи (2.17) удобно проводить в безразмерных переменных. Масштабом расстояния при рассмотрении транспортных операций КТА в околоземном космическом пространстве может быть принят радиус  $r_0$  начальной базовой орбиты у Земли, при исследовании движения КТА на гелиоцентрическом участке межпланетного перелета – среднее расстояние Земли от Солнца. Масштабом скорости служит круговая скорость на расстоянии  $r_0$ :  $V = \sqrt{\mu_{\text{гр}}/r_0}$ ; ускорения – ускорение силы тяготения на расстоянии  $r_0$ :  $g = \mu_{\text{гр}}/r_0^2$ ; времени – величина  $T_0/2\pi = r_0 \sqrt{r_0/\mu_{\text{гр}}}$ , где  $T_0$  – период обращения на круговой орбите радиуса  $r_0$ ;  $\mu_{\text{гр}}$  – гравитационная постоянная притягивающего центра (Земли, Солнца, планет).

С точки зрения механики космического полета определяющее влияние на решение динамической задачи (2.47) оказывает величина реактивного ускорения, по сравнению с местным гравитационным ускорением, т.е. безразмерное реактивное ускорение. Несложно показать, что верхний предел реактивного ускорения КТА не может превысить величины  $1/\gamma_{\text{ДЭУ}}^P$ . Учитывая, что для КТА с ЭРД значения удельной массы ДЭУ весьма велики на современном уровне разработки, значения развиваемого ими ускорения, отнесенного к гравитационному, для транспортных операций в околоземном пространстве составляют величину порядка  $10^{-5} \dots 10^{-4}$ . Поэтому траектории перелета КТА при выполнении транспортных операций здесь представляют собой характерные многovitковые раскручивающиеся или скручивающиеся спирали вокруг Земли. Однако вдали от гравитирующих тел, например, на гелиоцентрическом участке межпланетного перелета, реактивное ускорение КТА с ЭРД может быть сравнимо с местным гравитационным ускорением, например, от Солнца. В этом случае безразмерное реактивное ускорение от ЭРД в задаче (2.47) имеет порядок, характерный для химических двигателей большой тяги.

Решением динамической задачи (2.47) является функция минимальных затрат, или проектно-динамическая функция

$$T_{\mu}^{\min} = T_{\mu}(a_0, W, O_{\sigma}, O_p, T), \quad (2.51)$$

зависящая от времени перелета ( $T$ ) и маршрута перелета ( $O_{\sigma}, O_p$ ), а также параметров КТА и ДЭУ  $a_0$  и  $W$ . Характеристика затрат не зависит от массовых характеристик КТА и ДЭУ и вследствие этого является универсальной. Зависимость (2.51) используется при выборе проектных параметров КТА и ДЭУ по критерию затрат на космическую транспортировку, или по массовому критерию (параметрическая часть задачи).

Следует, однако, отметить, что проведенные рассуждения не учитывали возможности системы управления движением КТА. Управление полетом КТА с ЭРД означает в первую очередь управление направлением тяги двигателей, определяющее траекторию перелета. Эту задачу решает часть системы управления – система угловой стабилизации и ориентации КТА, выдерживающая программные значения углов тангажа ( $\vartheta$ ), рыскания ( $\psi$ ) и крена ( $\eta$ ). В случае, если двигатели ЭРД закреплены на корпусе КТА, для изменения направления вектора тяги в пространстве необходимо осуществлять разворот КТА, который описывается уравнениями моментов:

$$\dot{\epsilon} = \omega \times \epsilon; \quad \dot{\omega} = I^{-1}(M_{\text{упр}} + M_{\text{в}} - \omega \times I \omega), \quad (2.52)$$

где  $\omega$  – угловая скорость КТА;  $I$  – тензор инерции;  $M_{\text{упр}}$  – вектор управляющего момента;  $M_{\text{в}}$  – вектор возмущающего момента.

Возмущающие моменты, действующие на КТА, делятся на внешние и внутренние. Основными внешними моментами являются гравитационный, магнитный, аэродинамический и момент от давления солнечных лучей, обусловленный несовпадением центра масс и центра давления. Внутренние возмущающие моменты связаны с отклонением вектора тяги от центра масс, с упругими колебаниями конструкции (например, панелей солнечных батарей), с движением двигателей в карданных подвесках и т.д.

В качестве исполнительных органов управления (генераторов управляющих моментов), осуществляющих необходимые развороты КТА, могут использоваться сами маршевые двигатели (поворот двигателей в

кардановом подвесе или управление вектором тяги за счет смещения ускоряющих электродов, рассогласование тяги отдельных блоков ЭРД), вспомогательная двигательная установка (например, на горячем газе или небольшие ЭРД), двигатели-маховики, а также комбинация перечисленных систем.

В первом приближении необходимое условие реализации программы управления вектором тяги  $e(t)$  может быть представлено в виде ограничений на проекции управляющего момента на связанные оси КТА  $x, y, z$ , например,

$$M_{\text{упр } x}^{\text{max}} \geq M_{\text{в } x} + J_x \epsilon_x, \quad (2.53)$$

где  $J$  – момент инерции относительно соответствующей главной центральной оси КТА;  $\epsilon$  – угловое ускорение.

Перелеты КТА в околоземном космическом пространстве зачастую сопровождаются значительным маневрированием вектором тяги на каждом витке траектории. Это приводит к тому, что характеристики перелета будут зависеть от возможностей системы управления ориентацией, которая должна обеспечивать необходимую ориентацию ЭРД. Поэтому не исключена ситуация, когда программа управления  $e(t)$ ,  $\delta(t)$ , найденная без учета углового движения КТА из решения динамической задачи (2.47), окажется либо нереализуемой из-за ограниченности располагаемого управляющего момента (например, для заданной компоновочной схемы КТА и принципов управления угловым движением), либо потребует дополнительных существенных затрат массы для обеспечения значительных управляющих моментов. При этом решение динамической задачи без учета углового движения теряет практический смысл, а подобное выделение динамической задачи становится некорректным.

В этом случае к уравнениям динамической задачи (2.47) необходимо добавить также уравнения углового движения (2.52) и включить в качестве параметров величины управляющих моментов  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  (или ускорений  $\epsilon_x = M_x/J_x$ ,  $\epsilon_y = M_y/J_y$ ,  $\epsilon_z = M_z/J_z$ ). Тогда решением динамической задачи будет функция минимальных затрат

$$T_{\mu}^{\min} = T_{\mu}(a_0, W, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, O_{\sigma}, O_p, T). \quad (2.54)$$

Если создание управляющих моментов связано с дополнительным расходом топлива вспомогательной двигательной установки, то вместо



функции затрат (2.51) можно использовать приведенные время работы маршевых двигателей ( $T_\mu$ ) и время работы двигателей системы ориентации ( $T_\epsilon$ ):

$$T_\Sigma = T_\mu + \lambda T_\epsilon;$$

$$T_\Sigma^{\min} = T_\Sigma(a_0, W, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \lambda, O_\delta, O_p, T), \quad (2.55)$$

где  $\lambda$  – отношение расходов двигательной установки системы ориентации и маршевых двигателей. Суммарный расход топлива на траектории определяется соотношением  $m_\tau^\Sigma = qT_\Sigma$ .

Можно указать два подхода к решению динамической задачи с учетом углового движения по зависимостям (2.54), (2.55). Один из них связан с непосредственным решением динамической задачи с учетом углового движения и ограниченности управляющих моментов. Однако он сопряжен со значительными математическими трудностями, обусловленными высоким порядком систем управлений и сложным взаимодействием движений центра масс и центра масс КТА. Поэтому практическое применение находит другой подход, основанный на определении приближенно-оптимальных программ ориентации вектора тяги  $e(t)$ , удовлетворяющих ограничению на управляющий момент и аппроксимирующих оптимальную программу, полученную без учета углового движения (2.47) [36, 69]. Оценки, выполненные в работе [69] при расчете геоцентрических перелетов ступени с солнечными ЭРД (SEPS), показывают, что использование приближенно-оптимальных ("смягченных") законов управления позволяет более чем на порядок снизить потребный управляющий момент. При этом функция затрат (2.51) возрастает только на несколько процентов.

Таким образом, приближенное построение зависимостей (2.54), (2.55) может быть основано на определении опорного решения (2.51), отвечающего неограниченному управляющему моменту, и последующей оценке увеличения затрат на перелет при уменьшении располагаемого управляющего момента. Знание зависимостей (2.54), (2.55) позволяет обоснованно выбрать проектные параметры КТА, ДЭУ и системы управления полетом (величину располагаемых управляющих моментов) при решении параметрической задачи, например, по критерию затрат на космическую транспортировку или по массовому критерию.

Численные и аналитические исследования, выполненные в механике

космического полета, позволяют судить о свойствах функции минимальных затрат (2.51), которые оказываются полезными при исследовании проектной задачи. Функция  $T_\mu(a_0)$  – монотонно убывающая, гладкая, выпуклая вниз (рис. 2.12), определена на полубесконечном интервале  $[a_0^-, \infty]$ , где  $a_0^-$  – минимальное реактивное ускорение, при котором возможен перелет за заданное время  $T$  и без выключения двигателя ( $T_\mu = T$ ):

$$\frac{\partial T_\mu}{\partial a_0} < 0; \quad \frac{\partial^2 T_\mu}{\partial a_0^2} > 0; \quad W, O_\delta, O_p,$$

$T = \text{fixe}; T_\mu \rightarrow 0 \text{ при } a \rightarrow \infty;$

$$T_\mu(a_0^-) = T.$$

В задаче межорбитального перелета в центральном ньютоновском полет со свободным (незаданным) угловым перемещением функции  $T_\mu(T)$  при фиксированных параметрах  $a_0$ ,  $W$  и орбитах  $O_\delta$ ,  $O_p$  – монотонно убывающая, определенная на интервале  $[T^-, \infty]$  (рис. 2.13), ( $T_\mu(a_0) = T$ ). График функции  $T_\mu(T)$  содержит участки постоянных значений  $T_\mu = \text{const}$ , которые предшествуют появлению нового

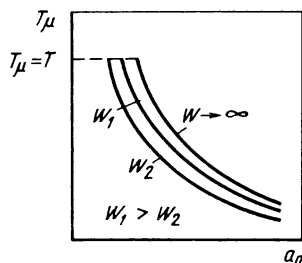


Рис. 2.12. Зависимость  $T_\mu(a_0)$

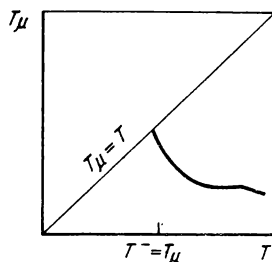


Рис. 2.13. Зависимость  $T_\mu(T)$  в задаче межорбитального перелета в центральном ньютоновском поле со свободным угловым перемещением

активного участка полета с работающим двигателем по мере увеличения длительности перелета. Начало очередного участка  $T_\mu = \text{const}$  отвечает минимальному времени работы двигателя и оптимальному времени перелета (т.е. локальному оптимуму) для траекторий с соответствующим (фиксированным) числом активных участков. С увеличением  $T$  растет число активных участков (при  $T \rightarrow \infty$  их число также стремится к бесконечности), при этом траектория перелета представляет последовательность двух типов оскулирующих кеплеровских орбит, одна из которых содержит активные участки с тягой, близкой по направлению к касательной к орбите, в районе перигентра, а другая – в районе апоцентра. Гравитационные потери в этом случае стремятся к нулю, а затраты топлива – к нижнему пределу, достигаемому при бесконечно большой тяге двигателя, когда активные участки заменяются мгновенными импульсами скорости.

Для КТА с ЭРД часто используется частный вид зависимости (2.51), отвечающий перелетам без выключения двигателей  $T_\mu = T$  и получаемый при рассмотрении динамической задачи (2.47) на максимальное быстродействие (минимальное время перелета):

$$T_\mu = T(a_0, W, O_\delta, O_p). \quad (2.56)$$

Перелеты без выключения двигателя типичны при использовании КТА с ЭРД для транспортных перевозок в околоземном космическом пространстве, когда траектории носят характер многovitковых спиралей. В этом случае приближенное решение динамической задачи (2.61) можно получить с помощью характеристической скорости перелета (2.50):

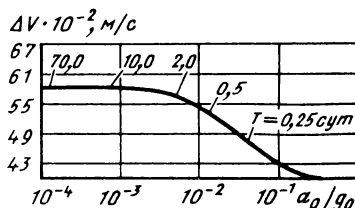
$$T_\mu = \frac{W}{a_0} (1 - \exp(-\Delta V/W)), \quad (2.57)$$

или

$$\mu_T = 1 - \exp(-\Delta V/W). \quad (2.58)$$

Это связано с тем, что при уровне реактивного ускорения, характерного для операций с ЭРД в околоземном пространстве ( $10^{-5} \dots 10^{-4} g_0$ ), величина потребной характеристической скорости перелета  $\Delta V$  слабо зависит от  $a_0$  и может в первом приближении считаться постоянной. На рис. 2.14 представлена типичная зависимость потребной

Рис. 2.14. Зависимость характеристической скорости ( $\Delta V$ ) от величины реактивного ускорения ( $a_0/g_0$ ) для перелета на геостационарную орбиту



характеристической скорости от величины начального реактивного ускорения для перелета с низкой околоземной орбиты высотой 280 км и наклонением  $28,5^\circ$  на геостационарную орбиту [27].

При  $a > 0,1g_0$  величина  $\Delta V$  близка к характеристической скорости двухимпульсного гомановского перелета (отвечающего неограниченной тяге двигателя). Однако, при  $a_0 < 0,1g_0$  начинается резкий рост  $\Delta V$  вследствие значительного возрастания гравитационных потерь скорости (предполагается схема перелета с одним включением двигателя в перигее орбиты). При  $a_0 < 5 \cdot 10^{-4}g_0$  траектория представляет собой многвитковую спираль (без выключения двигателя), и величина  $\Delta V$  изменяется незначительно.

Решение динамической задачи (2.51) или (2.56) для рассматриваемых маршрутов перелета КТА ( $O_0, O_p$ ), времен транспортировки ( $T$ ) и параметров КТА и ДУ ( $a_0, W$ ) позволяет перейти к определению массовых и стоимостных характеристик проекта буксира и выбору проектных параметров (параметрическая задача). В связи с этим большое практическое значение имеет формирование банка приближенных зависимостей (2.51), (2.56), удовлетворяющих требованиям точности проектных расчетов, для всех практически интересных маневров в механике космического полета с малой тягой (ряд таких зависимостей получен в работах [14, 18, 28]). При исследовании транспортных перевозок КТА с ЭРД в околоземном космическом пространстве часто используют приближенное решение динамической задачи (2.57). При этом потребную величину характеристической скорости перелета обычно оценивают с помощью аналитических соотношений, полученных методом осреднения в работах [28, 43]. Дополнительные затраты, связанные с сопротивлением атмосферы, потерями на управление, гравитационными возмущениями и др. учитывают с помощью поправочных коэффициентов. При исследовании межпланетных перелетов зачастую

приходится иметь дело с численным решением трудных вариационных задач (2.47) для построения зависимостей (2.51). Методы решения динамической задачи для КТА с двигателями малой тяги рассмотрены в гл. 4.

Подставляя в уравнение масс (2.28), или (2.32) решение динамической задачи (2.51) и (2.56), или (2.54) и (2.55), мы превращаем его по существу, по терминологии В.Ф. Болховитинова, в уравнение существования буксира, которое играет важную роль в теории проектирования КТА с двигателями малой тяги. С помощью уравнения существования могут быть построены следующие зависимости, которые служат основой исследования транспортных возможностей буксира:

$$\begin{aligned} a &= a(a_0, W, \gamma_{\text{КТА}}); \\ \beta &= \beta(a_0, W, T, O_6, O_p, \gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}}); \\ \gamma &= \gamma(a_0, W, T, O_6, O_p, \gamma_{\text{КТА}}); \\ \mu_{\text{п.н}} &= \mu_{\text{п.н}}(a_0, W, T, O_6, O_p, \gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}}); \\ S &= S(a_0, W, T, O_6, O_p, \gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}}, \nu). \end{aligned} \quad (2.59)$$

Отметим некоторые свойства зависимостей (2.59), которые используются в проектном анализе. Пусть заданы маршрут перелета  $O_6 \rightarrow O_p$ , время перелета  $T$ , скорость истечения  $W$  и удельные характеристики  $\gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}}, \nu$ . В этом случае зависимости (2.59) становятся только функцией начального реактивного ускорения  $a_0$ , время работы двигателя на траектории  $T_\mu(a_0)$  определяется из решения динамической задачи (2.51). Прежде всего, областью определения функций (2.59) являются отрезки  $[a_0^-, a_0^+], [T_\mu^-, T]$ , причем

$$T_\mu = (a_0^-) = T; T_\mu(a_0^+) = T_\mu^-; \beta(a_0^+) = \mu_{\text{п.н}}(a_0^+) = 0,$$

где  $a_0^-$  — минимальное реактивное ускорение, при котором возможен перелет за заданное время  $T$  (оно отвечает перелету без выключения двигателя на траектории);  $a_0^+$  — реактивное ускорение, при котором величина полезной нагрузки (загрузка буксира) обращается в нуль.

Функция  $\gamma(a_0)$  аналогична  $T_\mu(a_0)$ , отличаясь от нее на постоянный множитель, а функция  $a(a_0)$  обратно пропорциональна  $a_0$ .

На рис. 2.15 даны два характерных типа зависимостей  $\beta(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $S(a_0)$ , которые определяются свойствами функции  $T_\mu(a_0)$ . Кривые 1 (см. рис. 2.15) являются монотонными функциями  $\beta(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $S(a_0)$  и  $\beta(T_\mu)$ ,  $\mu_{п.н}(T_\mu)$ ,  $S(T_\mu)$ , кривые 2 — немонотонными, достигающими экстремума внутри отрезков  $[a_0^-, a_0^+]$ ,  $[T_\mu^-, T_\mu]$ . Рассмотрим функцию  $\beta(a_0)$ , характеризующую массу транспортируемого груза при фиксированной массе  $m_{\text{КТА}}$ :  $m_{п.н} = \beta(a_0)m_{\text{КТА}}$ . Если максимум  $\beta(a_0)$  достигается во внутренней точке  $a_0^\beta$  отрезка  $[a_0^-, a_0^+]$ , то в ней выполняется условие, которое

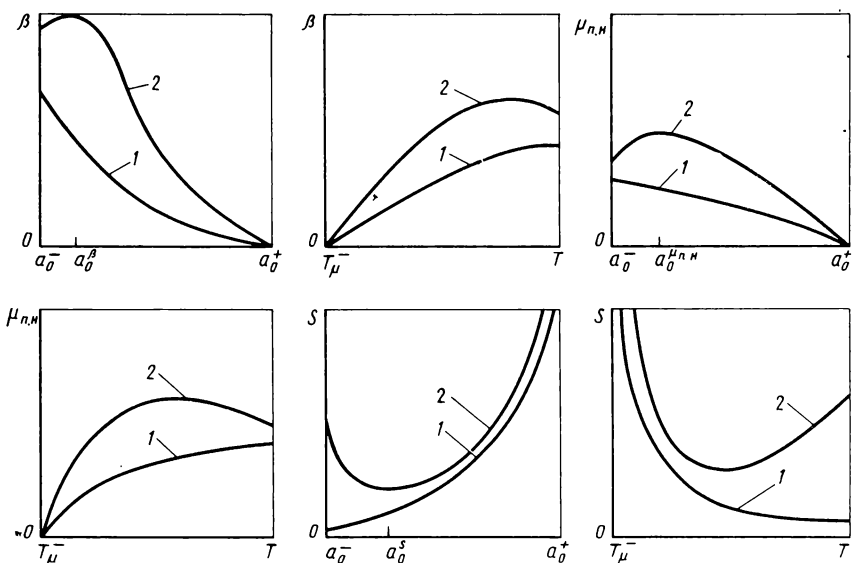


Рис. 2.15. Два типа зависимостей (1, 2)  $\beta(a_0)$ ,  $\beta(T_\mu)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(T_\mu)$  и  $S(a_0)$ ,  $S(T_\mu)$  (скорость истечения  $W$ , время перелета  $T$  и маршрут перелета фиксированы)

получается дифференцированием и приравниванием нулю соотношения (2.32):

$$\frac{\partial T_{\mu}}{\partial a_0} = - \frac{1}{1 + \gamma_{\tau.o}} \frac{W}{a_0^2}. \quad (2.60)$$

Отметим, что величина  $a_0^{\beta}$  не зависит от удельной массы  $\gamma_{\text{КТА}}$ . Несложно показать, что практический смысл имеет только убывающая ветвь зависимости  $\beta(a_0)$  (и возрастающая  $\beta(T_{\mu})$ ), поскольку на возрастающей ветви  $\beta(a_0)$  реализуются те же значения полезной нагрузки  $m_{\text{п.н}}(a_0)$ , но с большим расходом топлива и большей начальной массой. Возможность немонотонной зависимости  $m_{\text{п.н}}(m_0)$  при заданной массе  $m_{\text{ДЭУ}}$  и условие (2.60) при  $\gamma_{\tau.o} = 0$  были впервые отмечены в работе [14]. В результате решение динамической задачи достаточно строить в области

$$\frac{\partial T_{\mu}}{\partial a_0} > - \frac{1}{1 + \gamma_{\tau.o}} \frac{W}{a_0^2}. \quad (2.61)$$

Рассмотрим теперь функцию  $\mu_{\text{п.н}}(a_0)$ , характеризующую массу транспортируемого груза при фиксированной начальной массе буксира:  $m_{\text{п.н}} = \mu_{\text{п.н}}(a_0)m_0$ . Если максимум  $\mu_{\text{п.н}}(a_0)$  также достигается внутри области определения, то в точке максимума  $a_0^{\mu_{\text{п.н}}}$  выполняется условие, которое получается дифференцированием и приравниванием нулю соотношения (2.28):

$$\frac{\partial T_{\mu}}{\partial a_0} = - \frac{W}{(1 + \gamma_{\tau.o})a_0} \left[ \frac{(1 + \gamma_{\tau.o})T_{\mu}}{W} + \frac{\gamma_{\text{КТА}}W}{2} \right]. \quad (2.62)$$

Величина  $a_0^{\mu_{\text{п.н}}}$  существенно зависит от  $\gamma_{\text{КТА}}$ , причем  $\partial a_0^{\mu_{\text{п.н}}} / \partial \gamma_{\text{КТА}} < 0$ . Можно показать, что если на отрезке  $[a_0^-, a_0^+]$  выполняется условие (2.60), то заведомо выполнится и (2.62).

причем  $a_0^{\mu_{п.н}} > a_0^{\beta} (T_{\mu}^{\mu_{п.н}} < T_{\mu}^{\beta})$ , т.е. немонотонность зависимости  $\beta(a_0)$  влечет также немонотонность  $\mu_{п.н}(a_0)$ . Однако, обратное утверждение в общем случае неверно. Обратимся теперь к зависимости  $S(a_0)$ , характеризующей стоимость транспортировки единицы полезного груза. Можно показать, что минимум параметра стоимости внутри области определения достигается на отрезке  $[a_0^{\beta}, a_0^{\mu_{п.н}}]$  или  $[a_0^-, a_0^{\mu_{п.н}}]$  (если зависимость  $\beta(a_0)$  монотонная, т.е. условие (2.60) не выполнено). При этом отметим, что минимум  $S$  при  $\gamma = 1$  соответствует максимуму  $\mu_{п.н}$ , а при  $\nu = 0$  минимум  $S$  отвечает максимуму параметра загрузки  $\beta$ , т.е. минимизации потребной мощности энергоустановки для транспортировки полезного груза.

Транспортные операции, характеризующиеся монотонными зависимостями  $\beta(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $S(a_0)$ , условно можно назвать "быстрыми". Для них важное свойство приобретают траектории без выключения двигателя ( $T_{\mu} = T$ ). На таких траекториях, во-первых, достигается максимум параметра загрузки  $\beta(a_0)$ , т.е. при заданной мощности энергоустановки доставляется максимальный полезный груз (за заданное время  $T$ ):

$$m_{п.н}^{\max} = \max_{a_0} \beta m_{\text{КТА}} = \beta(a_0^-) m_{\text{КТА}}. \quad (2.63)$$

Во-вторых, имеется максимум относительной полезной нагрузки  $\mu_{п.н}(a_0)$ , т.е. при заданной массе полезного груза обеспечивается минимум стартовой массы буксира:

$$m_o^{\min} = \min_{a_0} m_{п.н} / \mu_{п.н} = m_{п.н} / \mu_{п.н}(a_0^-). \quad (2.64)$$

Наконец, в случае "быстрых" перелетов на траекториях без выключения двигателя достигается минимум параметра стоимости, т.е. при заданной массе полезного груза обеспечивается минимум затрат на транспортировку. Из приведенного анализа несложно видеть, что



достаточным условием того, что транспортная операция является "быстрой", является монотонность зависимости  $\mu_{п.н}(a_0)$ , которая определяется свойствами функции  $T_\mu(a_0)$ , а также удельными характеристиками КТА и ДЭУ.

Исследуем условия, при которых транспортная операция приобретает свойство "быстрой". Для этого, прежде всего, необходимо, чтобы зависимость  $\beta(a_0)$  была монотонной. Численные исследования, проведенные для межорбитальных перелетов в центральном ньютоновском поле, показали, что по-видимому, для всякого перелета с двумя импульсами скорости при неограниченной тяге двигателя с ростом скорости истечения  $\bar{W}$ , начиная с некоторого значения  $\bar{W}$ , соответствующего классу ЭРД, зависимость  $\beta(a_0)$  становится монотонной на  $[a_0^-, a_0^+]$ . Величина  $\bar{W}$  определяется конкретными параметрами маршрута перелета, а также временем перелета  $T$ . С ростом времени перелета  $T$  и с переходом к многovitковым траекториям величина  $\bar{W}$  уменьшается, а с ростом энергонапряженности маневра (например, с увеличением радиуса конечной круговой орбиты) растет. Отметим, что при значениях скорости истечения, меньших  $\bar{W}$  (и охватывающих класс двигателей большой тяги), использование траекторий межорбитального перелета без выключения двигателя теряет практический смысл.

Характер зависимости  $\mu_{п.н}(a_0)$  (при условии монотонности  $\beta(a_0)$ ) определяется величиной удельной массы  $\gamma_{\text{КТА}}$ , причем  $\gamma_{\text{КТА}} \rightarrow 0$  можно сделать эту зависимость немонотонной. Учитывая, что величина  $\gamma_{\text{КТА}}$  значительная для КТА с ЭРД, можно сделать вывод, что "быстрые" перелеты характерны для этих двигателей, особенно при многovitковых перелетах, типичных для транспортных операций в околоземном космическом пространстве.

На рис. 2.16 представлены зависимости  $\beta(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$  и  $\beta(T_\mu)$ ,  $\mu_{п.н}(T_\mu)$  для задачи гелиоцентрического участка перелета с малой тягой к Юпитеру при  $\gamma_{\text{КТА}} = 3$  кг/кВт. Величины  $a_0$  и  $T_\mu$  на рис. 2.16 безразмерные: масштаб ускорения служит величина  $0,597 \cdot 10^{-2}$  м/с<sup>2</sup>, времени — 58,1 сут. При  $P_{\text{уд}} = 9000$  с обе зависимости  $\beta(a_0)$  и  $\mu_{п.н}(a_0)$  немонотонные, причем  $a_0^\beta \approx 0,2$ ,  $T_\mu^\beta \approx 6,3$  (368 сут),

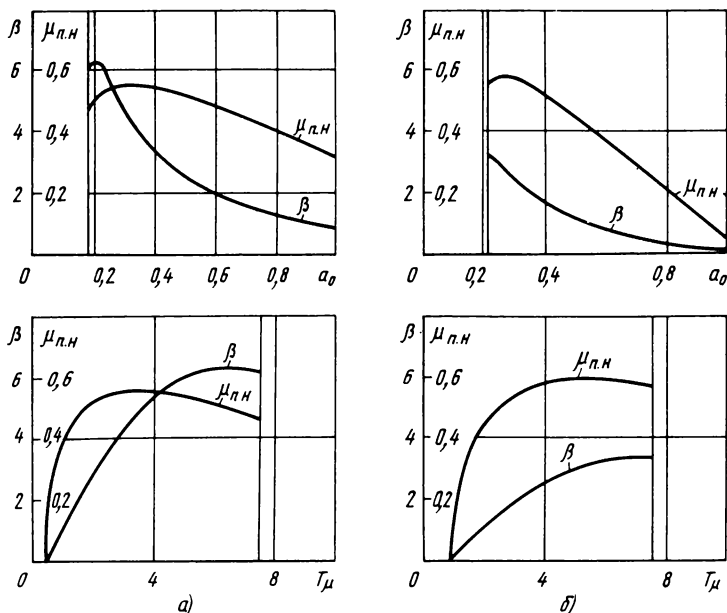


Рис. 2.16. Зависимости  $\beta(a_0)$ ,  $\beta(T_\mu)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(T_\mu)$  для гелиоцентрического участка перелета с малой тягой к Юпитеру длительностью 442 сут:

$a - P_{уд} = 9000$  с;  $б - P_{уд} = 18\,000$  с

$a_0^{\mu_{п.н}} \approx 0,3$ ,  $T_\mu^{\mu_{п.н}} \approx 3,3$  (192 сут), величина  $a_0^- \approx 0,187$ . При  $P_{уд} = 18\,000$  с зависимость  $\beta(a_0)$  становится уже монотонной, здесь  $a_0^- \approx 0,216$ ,  $a_0^{\mu_{п.н}} \approx 0,25$ ,  $T_\mu^{\mu_{п.н}} \approx 5,09$  (296 сут).

Для "быстрых" транспортных операций с малой тягой без выключения двигателя зависимости (2.59) при заданных маршруте перелета и удельных характеристиках КТА с ДУЭ принимают вид

$$\begin{aligned} a &= a(T, W); \quad \beta = \beta(T, W); \\ \gamma &= \gamma(T, W); \quad \mu_{п.н} = \mu_{п.н}(T, W); \\ S &= S(T, W). \end{aligned} \quad (2.65)$$

А величина реактивного ускорения определяется из решения динамической задачи (2.56):

$$a_0 = a_0(T, W). \quad (2.66)$$

Параметр  $n$  из выражения (2.44)

$$n = \tau/T \quad (2.67)$$

можно использовать вместо длительности рейса  $T$ , с которой он связан обратно пропорциональной зависимостью.

Для транспортных перевозок в околоземном пространстве обычно используется приближенное решение динамической задачи (2.57), поэтому зависимость (2.66) может быть представлена в виде

$$a_0 = \frac{W}{T} (1 - \exp(-\Delta V/W)), \quad (2.68)$$

где  $\Delta V$  – величина характеристической скорости транспортной операции.

Используя соотношения (2.32), (2.36), (2.37), (2.58), (2.68), выражения (2.65) можно в этом случае привести к виду

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}}} \frac{T}{W^2} ; a = \gamma/\mu_{\tau} = \gamma/(1 - \exp(-\Delta V/W)); \\ \beta &= \gamma \frac{1 - (1 + \gamma_{\tau.o})\mu_{\tau}}{\mu_{\tau}} - 1 = \\ &= \frac{2T}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} \frac{\exp(-\Delta V/W)(1 + \gamma_{\tau.o}) - \gamma_{\tau.o}}{1 - \exp(-\Delta V/W)} - 1; \quad (2.69) \\ \mu_{\text{п.н}} &= 1 - (1 + \gamma_{\tau.o})(1 - \exp(-\Delta V/W)) - \\ &- \frac{\gamma_{\text{КТА}} W^2}{2T} (1 - \exp(-\Delta V/W)), \end{aligned}$$

а параметр  $S$  определяется соотношениями (2.42), (2.43).

Из соотношений (2.69) следует, что параметры  $\gamma$ ,  $a$ ,  $\beta$  линейно зависят от времени перелета  $T$ , а  $\mu_{\text{п.н}}$  линейно зависит от параметра  $n = \tau/T$ . Таким образом, при полете буксира  $m_{\text{КТА}}$  по заданному мар-

шруту с ростом длительности перелета линейно возрастают масса потребного топлива  $m_T = \gamma m_{\text{КТА}}$ , начальная масса буксира  $m_o = \alpha m_{\text{КТА}}$  и доставляемая полезная нагрузка  $m_{\text{п.н}} = \beta m_{\text{КТА}}$ , при этом относительная полезная нагрузка стремится к верхнему пределу  $\mu_{\text{п.н}}^{\text{пред}} = 1 - (1 + \gamma_{\text{т.о}}) \mu_{\text{т}}$ .

Из соотношений (2.69) можно найти время перелета как функцию параметра загрузки  $\beta$ , определяющего величину полезного груза  $m_{\text{п.н}}$ , доставляемого буксиром  $m_{\text{КТА}}$ :

$$T = (1 + \beta) \frac{\gamma_{\text{КТА}} W^2}{2} \frac{1 - \exp(-\Delta V/W)}{\exp(-\Delta V/W)(1 + \gamma_{\text{т.о}}) - \gamma_{\text{т.о}}} \quad (2.70)$$

Предельное время перелета (минимально возможное) определяется при нулевой загрузке буксира  $\beta = 0$  (когда величина полезной нагрузки обращается в нуль):

$$T_{\text{пред}} = \frac{\gamma_{\text{КТА}} W^2}{2} \frac{1 - \exp(-\Delta V/W)}{\exp(-\Delta V/W)(1 + \gamma_{\text{т.о}}) - \gamma_{\text{т.о}}} \quad (2.71)$$

Используя соотношения (2.68), найдем выражение для потребной мощности энергоустановки как функции стартовой массы буксира и скорости истечения:

$$N_{\text{ЭУ}} = \frac{m_{\text{КТА}}}{\eta_{\text{ДУ}} \gamma_{\text{КТА}}} = \frac{m_o}{\eta_{\text{ДУ}} \gamma_{\text{КТА}} \alpha} = \frac{m_o W^2}{2T \eta_{\text{ДУ}}} (1 - \exp(-\Delta V/W)), \quad (2.72)$$

или приближенно [25]

$$N_{\text{ЭУ}} = \frac{m_o W \Delta V}{2T \eta_{\text{ДУ}}} \quad (2.73)$$

На рис. 2.17 показана приближенная зависимость (2.73) потребной мощности энергоустановки КТА стартовой массы 35 т как функция удельного импульса ЭРД и времени перелета на геостационарную орбиту ( $\Delta V = 6000$  м/с,  $\eta_{\text{ДУ}} = 1$ ). Величина  $N_{\text{ЭУ}}$  не зависит от

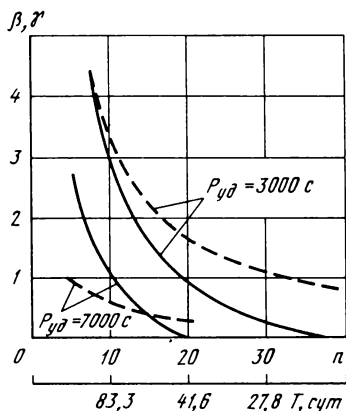
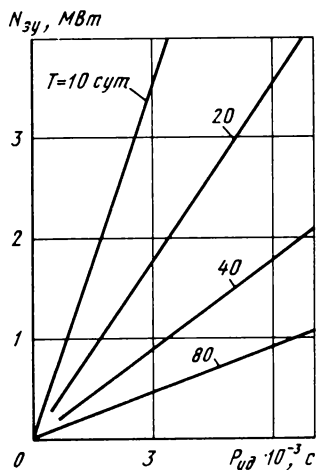


Рис. 2.17. Зависимость потребной мощности энергоустановки КТА от удельного импульса

Рис. 2.18. Зависимости  $\beta(n)$ ,  $\gamma(n)$  для лунного буксира:

— параметр загрузки; --- параметр заправки

удельной массы  $\gamma_{КТА}$  и для приемлемых времен перелета может составлять сотни и тысячи киловатт.

На рис. 2.18 показаны зависимости  $\beta(n)$ ,  $\gamma(n)$  для КТА с ЭРД, совершающего перелеты между базовой орбитой ИСЗ, орбитой ИСЛ и обратно, который для краткости будем называть лунным буксиром ( $\gamma_{КТА} = 5$  кг/кВт,  $\tau = 20000$  ч,  $\bar{m} = 1$ ). Рассматривались быстрые перелеты без выключения двигателя и использовалось приближенное решение динамической задачи (2.61). Параметр загрузки  $\beta$  обращается в нуль (так же как и  $\mu_{п.н}$ ) при некотором значении  $n_{пред} = n_{пред}(W, O_6, O_p, \gamma_{КТА}, \gamma_{т.о})$  (или  $T_{пред}$ , поскольку  $n$  и  $T$  связаны зависимостью (2.71)). На рис. 2.19 представлены зависимости  $\mu_{п.н}(n)$  при различных значениях  $P_{уд}$ . Обгибающая кривых  $\mu_{п.н}(n)$  при фиксированных значениях  $P_{уд}$  отвечает оптимальным значениям скорости истечения, которые удовлетворяют условию оптимальности:

$$W^{\text{opt}} = \arg \max_{\substack{W \\ \text{п.н}}} (W, T, O_{\delta}, O_p, \gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}}). \quad (2.74)$$

Зависимость оптимальных значений  $P_{\text{уд}}$  от длительности рейса для лунного буксира показана на рис. 2.20.

Приближенное решение (2.74) задается выражением [55]

$$W^{\text{opt}} = \sqrt{\frac{kT}{\gamma_{\text{КТА}}}} = 9,32 \sqrt{\frac{kT[\text{сут}]}{\gamma_{\text{КТА}}[\text{кг/кВт}]}} \quad [\text{км/с}], \quad (2.75)$$

где  $k = 1 \dots 2$  и зависит от отношения  $\Delta V/W$  (при  $\Delta V/W > 1$   $k \approx 1$ );  $T$  имеет размерность сут;  $\gamma_{\text{КТА}}$  – кг/кВт;  $W^{\text{opt}}$  – км/с.

Зависимость (2.75) при  $k = 1$  представлена на рис. 2.21. Зна- чимость приближенного соотношения (2.75) состоит в том, что оно наглядно характеризует зависимость оптимальной скорости истечения КТА с ЭРД (по массовому критерию) от времени перелета и удельной массы КТА. В частности, если энергетическая установка включена в состав полезной нагрузки, то это приводит к значительному умень- шению удельной массы  $\gamma_{\text{КТА}}$  и, соответственно, к росту оптимальных значений скорости истечения.

На рис. 2.22 изображена зависимость  $S(n)$ , свойства которой ана-

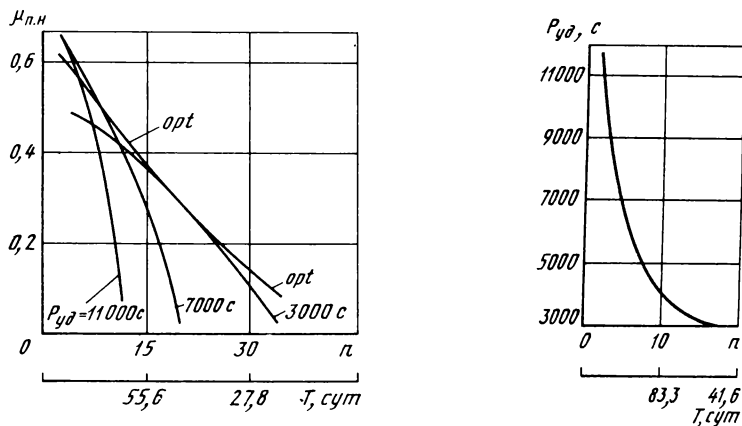


Рис. 2.19. Зависимость  $\mu_{\text{п.н}}$  ( $n$ ) для лунного буксира

Рис. 2.20. Кривая оптимальных значений удельного импульса для лун- ного буксира

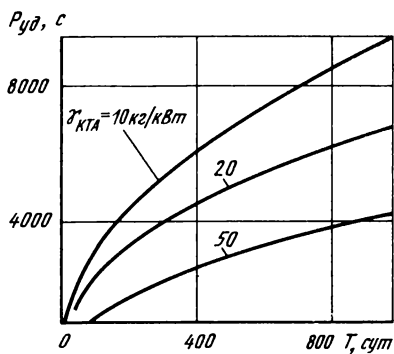


Рис. 2.21. Приближенная зависимость оптимального удельного импульса от времени перелета

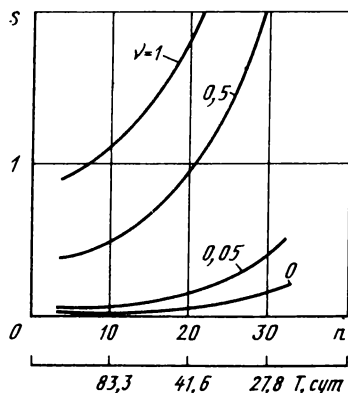


Рис. 2.22. Зависимость  $S(p, T)$  для лунного буксира ( $P_{уд} = 3000$  с)

логичны свойствам функции  $1/\mu_{п.н}$ . Здесь также существует оптимальное значение скорости истечения, отвечающее условию оптимальности:

$$W^{opt} = \arg \max_W S(W, T, O_6, O_p, \gamma_{KTA}, \gamma_{т.о}, \nu). \quad (2.76)$$

Анализ зависимостей (2.69) позволяет выявить ряд свойств решений проектной задачи для КТА с ЭРД. Пусть, например, буксир предназначен для транспортировки по заданному маршруту заданного полезного груза  $m_{п.н}$ . Тогда с увеличением длительности перелета монотонно уменьшаются начальные реактивное ускорение, потребляемая мощность энергоустановки, стартовая масса буксира, параметр стоимости  $S$  (параметр стоимости  $S'$  (2.43) может возрастать) и монотонно растет оптимальное значение скорости истечения реактивной струи. Это обусловлено тем, что характеристическая скорость транспортной операции КТА с ЭРД в околоземном пространстве довольно слабо зависит от времени перелета. Поэтому увеличение времени перелета позволяет использовать энергоустановку меньшей мощности, при этом величина относительного запаса топлива [см. уравнение (2.58)] сохраняется примерно постоянной.

При полетах по одному маршруту КТА с ЭРД может доставлять

различные полезные нагрузки при разных временах транспортировки. Представляет интерес оценить предельные значения транспортируемой полезной нагрузки как функции времени перелета  $m_{п.н}^{max}(T)$  (или параметра  $n$ ) для конкретного проектного решения КТА (т.е. при заданных массе  $m_{КТА}$ , мощности энергоустановки  $N_{ЭУ}$  и скорости истечения  $W$ ). Указанная зависимость может быть найдена из решения следующей задачи:

$$m_{п.н}^{max}(T) = m_{КТА} \max_{a_0} \beta(a_0) = m_{КТА} \beta^{max}; \quad (2.77)$$

$$m_{КТА}, N_{ЭУ}, W, O_{\delta}, O_p, \gamma_{КТА}, \gamma_{т.о} = \text{fixe},$$

т.е. определяться из условия максимальной загрузки буксира. Кривая  $m_{п.н}^{max}(n)$  (или  $m_{п.н}^{max}(T)$ ), получившая название линии действия буксира [18], ограничивает на плоскости  $n - m_{п.н}$  или  $I - m_{п.н}$  область полезных нагрузок, которые буксир может доставить на рабочую орбиту за один рейс (рис. 2.23).

Линия действия определяется проектными параметрами буксира  $m_{КТА}, N_{ЭУ}, W$  (для заданных маршрута перелета и удельных характеристик), причем проектный параметр  $m_{КТА} = \gamma_{КТА} N_p$  входит в уравнение линии действия (2.77) линейно. Поэтому, если принять удельные характеристики КТА и ДЭУ постоянными и отложить по оси ординат (см. рис. 2.23) вместо массы полезной нагрузки  $m_{п.н}$  параметр загрузки  $\beta$ , очевидно вид линии действия не будет зависеть от мощности энергетической установки и полностью будет определяться скоростью истечения ЭРД.

Линия действия пересекает ось абсцисс при некотором значении  $T_{пред}(W)$ , характеризующем предельные возможности буксира по времени перелета:

$$\frac{\partial T_{пред}}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial T_{пред}}{\partial \gamma_{КТА}} > 0. \quad (2.78)$$



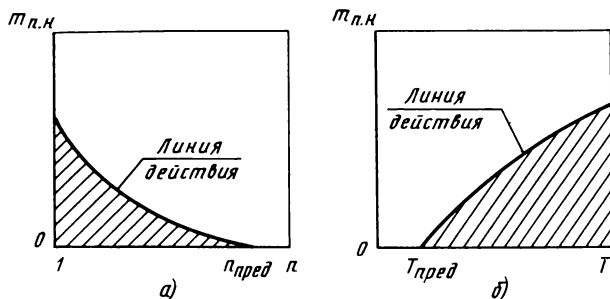


Рис. 2.23. Область транспортируемых полезных нагрузок буксира при полете по одному маршруту на плоскости  $n - m_{п.н}$  (а) и  $T - m_{п.н}$  (б)

Как отмечалось, для транспортных операций КТА с ЭРД в околоземном космическом пространстве максимальная загрузка буксира достигается на траекториях без выключения двигателя [см. уравнение (2.63)], причем характеристическая скорость транспортной операции слабо зависит от времени ее выполнения. В этом случае параметр загрузки  $\beta(T)$  линейно зависит от времени перелета [см. уравнения (2.69)], т.е. линия действия в координатах  $T - m_{п.н}$  представляет

собой прямую линию, причем предельное время перелета определяется из выражения (2.71). В общем случае, по-видимому, линия действия может состоять из двух качественно отличных участков. Один из них прилегает к точке  $(T_{пред}, 0)$ , и здесь максимум выражения (2.77) достигается при  $T_{\mu} < T$ , т.е. на линии действия выполняется условие (2.60). С увеличением длительности перелета этот участок сменяется другим, отвечающим траекториям без выключения двигателя [см. уравнение (2.63)].

Условие возможности транспортировки буксиром полезного груза массой  $m_{п.н}^*$  при перелете по заданному маршруту за заданное время  $T^*$  можно записать в виде

$$m_{п.н}^* \leq m_{КТА} \beta^{\max}(T^*), \quad (2.79)$$

т.е. линия действия должна проходить не ниже точки на плоскости  $T - m_{п.н}$ , отвечающей заданным параметрам транспортной операции.

Предположим, что буксир предназначен для выполнения одной

транспортной операции  $(m_{п.н}^*, T^*)$ . Исследуем вопрос, пройдет ли линия действия оптимального буксира, предназначенного для выполнения этой транспортной операции, через точку  $(m_{п.н}^*, T^*)$ , или она лежит выше нее. Для этого необходимо обратиться к свойствам зависимостей (2.59). Из них следует, что линия действия оптимального буксира (по массовому или стоимостному критерию) может пройти через точку, отвечающую транспортной операции  $(m_{п.н}^*, T^*)$ , только в том случае, если перелет является "быстрым", т.е. зависимости  $\beta(a_0)$ ,  $\mu_{п.н}(a_0)$ ,  $S(a)$  монотонные. При этом линия действия соответствует перелетам без выключения двигателя, для которых имеет место максимум параметра загрузки  $\beta$ , относительной полезной нагрузки  $\mu_{п.н}$  и минимум параметра стоимости  $S$ .

Отмеченные свойства уравнения существования буксира используются при разработке методов оптимизации проектных решений КТА с ЭРД.

## Г л а в а 3. СТРУКТУРА МОДЕЛЕЙ ДВИГАТЕЛЬНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ

### 3.1. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ДЭУ

Двигательно-энергетическая установка КТА с ЭРД из-за многочисленных взаимодействий и влияния различных ее частей является сложной технической системой, в которой можно выделить уровень подсистем (двигательная и энергетическая установки) и уровень элементов (реактор, тенева защита, холодильник-излучатель, преобразователь). Поэтому выбор состава ДЭУ заданного типа, электрических, термодинамических и режимно-конструктивных параметров элементов целесообразно проводить по условию минимума массы ДЭУ по многоуровневой схеме. Численная оптимизация ДЭУ возможна только при получении достоверных аналитических и экспериментальных соотношений, связывающих основные показатели элементов ДЭУ с варьируемыми параметрами. На каждом уровне декомпозиции оптимизации подлежат соответствующие параметры рабочих процессов, а также режимно-конструктивные параметры. При оптимизации на верхнем иерархическом уровне (ДЭУ в целом) необходимо учитывать влияние

оптимизируемых параметров на все подсистемы и элементы ДЭУ, а также принимать во внимание потери электрической мощности в системах коммутации и токопроводах.

При анализе моделей ДЭУ следует учитывать их нелинейность. Например, масса энергоустановки на основе ядерного реактора возрастает с увеличением мощности нелинейно, так как, во-первых, масса ядерного горючего не может быть меньше критической и относительно небольшое увеличение массы реактора при росте активной зоны приводит к более быстрому возрастанию выходной мощности (при утяжелении реактора на 40 % мощность может быть удвоена); во-вторых, толщина радиационной защиты меняется с ростом мощности по логарифмическому закону (удвоение мощности реактора приводит к утяжелению защиты на 33 %) [8].

Выбор основных проектных параметров двигательно-энергетической установки заданного типа базируется на задании в качестве исходных данных значений суммарной потребной тяги ( $P$ ), эффективной скорости истечения ( $W$ ) (или удельного импульса  $P_{уд}$ ), ресурса ( $\tau$ ), а также времени работы двигателя при выполнении рейса ( $T_{\mu}$ ) (рис. 3.1). Эти

параметры выступают в качестве основных при определении облика двигательно-энергетической установки, а их значения находятся в результате проектно-баллистического анализа транспортных операций, для выполнения которых предполагается использовать КТА с ЭРД. Массогабаритные, энергетические и термодинамические характеристики ДЭУ могут быть получены, исходя из задания вышеперечисленных параметров и особенностей используемого ЭРД.

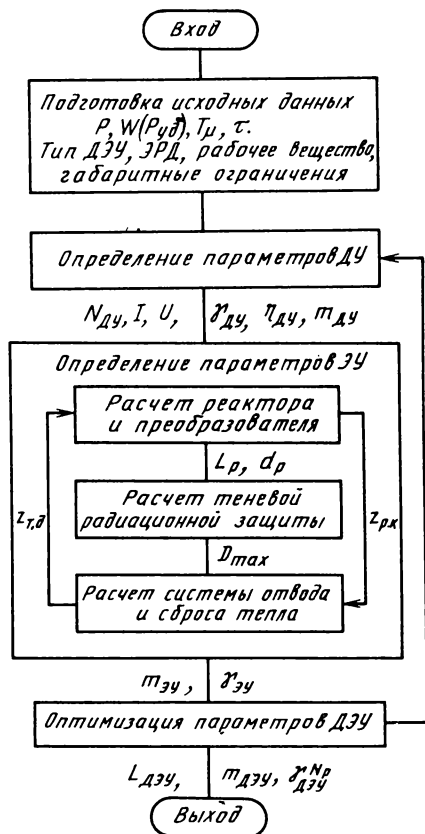
Расчет ДЭУ начинается с определения параметров двигательной установки в блоке определения параметров ДУ, в котором определяются потребная электрическая мощность энергоустановки ( $N_{ЭУ}$ ), параметры рабочего тока ( $I$ ) и напряжения ( $U$ ), КПД ( $\eta_{ДУ}$ ), масса ( $m_{ДУ}$ ) и удельная масса ( $\gamma_{ДУ}$ ) двигательной установки. Далее в блоке определения параметров ЭУ, например, на основе ядерного реактора последовательно проводится расчет ядерного реактора и преобразователя ( $L_p, d_p$  — длина и диаметр реактора), теневой радиационной защиты ( $D_{max}$  — максимальная доза облучения), системы отвода тепла. Оптимизацию массы ( $m_{ЭУ}$ ) и удельной массы ( $\gamma_{ЭУ}$ ) целесообразно проводить по двухуровневой схеме, выбирая на верхнем уровне (ЭУ в целом)

Рис. 3.1. Блок-схема расчета параметров ДЭУ

термодинамические параметры рабочего цикла ( $z_{т.д}$ ), а на нижнем (элементы ЭУ) – режимно-конструктивные параметры ( $z_{р.к}$ ) [26].

Использование КТА с ЭРД для транспортировки сложного и дорогостоящего оборудования в околоземном космическом пространстве и для осуществления уникальных экспедиций в Солнечной системе предъявляет к надежности ДЭУ исключительно высокие требования. Важной характеристикой ДЭУ является ее ресурс, т.е. продолжительность работы в заданном режиме до появления дефектов, исключающих возможность дальнейшей эксплуатации. В ДЭУ различного назначения ресурс может составлять до 7–10 лет [8, 25]. При длительных космических полетах, а также многократном использовании КТА с ЭРД может потребоваться профилактический ремонт, а также замена, например, выработавших свой ресурс двигателей. Повышению надежности будут способствовать применение высокоэффективных систем резервирования, уменьшение времени работы ДЭУ при выполнении транспортных операций, использование облегченных электрических и тепловых режимов работы наиболее напряженных элементов ДЭУ.

Методы расчета двигательнo-энергетической установки и ее элементов подробно рассматриваются в работах Л. А. Квасникова, А. А. Куландина, А. И. Морозова, О. Н. Фаворского с соавторами и ряде других работ. Здесь рассмотрим структуру моделей ДЭУ и методы приближенного определения ее массогабаритных характеристик.



### 3.2. ЭЛЕКТРОРАКЕТНАЯ ДВИГАТЕЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Запишем уравнение масс двигательной установки в виде

$$m_{ДУ} = m_{дв} + m_{т} + m_{пр} + m_{СУ} + m_{к}, \quad (3.1)$$

где  $m_{дв}$  – масса собственно двигателей (основных и резервных);  $m_{т}$  – масса токопроводов и коммутационной аппаратуры, обеспечивающих подвод электропитания к двигателям;  $m_{пр}$  – масса электрических преобразователей, обеспечивающих необходимые для электропитания двигателей параметры тока и напряжения;  $m_{СУ}$  – масса системы управления (СУ) работой блока электроракетных двигателей, обеспечивающей поддержание значений расхода топлива, удельного импульса и других основных характеристик в заданных пределах, а также контроль состояния и работоспособности основных систем ЭРД;  $m_{к}$  – масса конструкции блока электроракетных двигателей, включающая массу силового каркаса, а также узлов крепления двигателей (например, кардановых подвесов).

Рассмотрим основные расчетные соотношения для трех наиболее характерных классов ЭРД: сильноточных плазменных двигателей (СтПД), имеющих низкое рабочее напряжение, плазменных двигателей с анодным слоем (ДАС), обладающих достаточно высоким КПД и требующих высокого рабочего напряжения, а также ионных двигателей.

Известно, что сильноточные плазменные двигатели обеспечивают режим работы с высоким КПД лишь в некотором диапазоне параметров, определяемых для заданной геометрии электродов прежде всего величиной разрядного тока, при выходе за пределы границы которого двигатель начинает работать в нерасчетном режиме с низкой эффективностью [11]. При этом нижняя граница разрядного тока составляет величину  $10^3$  А, а верхняя граница зависит от ряда факторов (наличия внешнего магнитного поля, геометрии электродов, расхода рабочего тела и т.д.) и может составлять величину от  $10^2$  до  $20 \cdot 10^3$  А.

Тяга единичного двигателя ( $P_i$ ) в зависимости от суммарной потребной тяги ( $P$ ) определяется выражением:

$$P_i = P/n_d, \quad (3.2)$$

где  $n_d$  – количество маршевых двигателей.

Зависимость между тягой СтПД и разрядным током определяется соотношением

$$I = \sqrt{P_i \frac{4\pi}{\mu} / (\ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{3}{4})}, \quad (3.3)$$

где  $I$  – сила тока;  $\mu$  – магнитная проницаемость;  $r_2, r_1$  – радиусы коаксиальных цилиндров (анода и катода) (согласно данным работы [11] величина  $r_2/r_1$  составляет  $\sim 3 \dots 5$ ).

При оценке величины тока, подводимого к единичному двигателю, следует учитывать величину предельного разрядного тока, превышение которой ухудшает тяговые характеристики. Уменьшение разрядного тока до требуемого значения может быть достигнуто путем снижения тяги единичного двигателя при увеличении их общего количества.

Электрическая мощность, потребляемая двигателем, может быть определена из уравнения сохранения энергии:

$$N_{\text{подв}} = \frac{\dot{q}\bar{W}^2}{2} + \frac{\dot{q}v_m^2}{2} + \frac{\dot{q}}{M} e(aU_i + U_0) + IU_{\text{эл}}, \quad (3.4)$$

где  $\dot{q}$  – массовый расход рабочего вещества;  $\bar{W}^2$  – среднеквадратичная скорость истечения рабочего вещества;  $v_m$  – тепловая скорость плазмы, определяемая типом рабочего вещества и температурой плазмы;  $e$  – заряд электрона;  $M$  – масса иона;  $a, U_i$  – степень и потенциал ионизации плазмы;  $U_0$  – затраты на диссоциацию, возбуждение и излучение в расчете на одну частицу;  $U_{\text{эл}}$  – приэлектродные падения потенциала (для оценок могут быть приняты равными удвоенному потенциалу ионизации рабочего вещества  $U_{\text{эл}} \approx 2U_i$ ).

Подставляя в уравнение (2.12) выражение (3.4), получим после преобразований соотношение для определения тягового КПД двигателя

$$\eta_{\tau} = \frac{1}{\frac{\bar{W}^2}{W^2} + \frac{v^2}{W^2} + \frac{2e}{MW^2} (aU_i + U_0) + \frac{2IU_{\text{эл}}}{\dot{q}W^2}}. \quad (3.5)$$

В приведенном выражении первое слагаемое знаменателя характеризует потери, связанные с наличием неравномерного поля скоростей и углового рассеяния истекающей струи, второе – потери, связанные с неполной ионизацией рабочего вещества, третье – потери на ионизацию и диссоциацию плазмы, четвертое – потери на электродах.

Двигатели с анодным слоем способны работать на различных рабочих веществах, они обладают широкими диапазонами регулирования параметров и обеспечивают возможность независимого регулирования основных характеристик (тяги и удельного импульса) при сохранении высокого КПД [11].

Скорость ионов в системах с анодным слоем определяется выражением:

$$W = \sqrt{2e\varphi_0/M}, \quad (3.6)$$

где  $\varphi_0$  – полная приложенная разность потенциалов (потенциал анода).

Тяга, создаваемая двигателем с анодным слоем, определяется выражением

$$P = S \frac{j_i}{e} MW, \quad (3.7)$$

где  $S = \left[ 2\pi \frac{r_1^2 + r_2^2}{2} \right] (r_2 - r_1)$  – площадь сечения кольцевого зазора ускорителя;  $r_2, r_1$  – наружный и внутренний радиусы полюсов магнита, образующих кольцевой зазор;  $j_i$  – плотность ионного тока.

КПД ускорителя с анодным слоем зависит от ряда факторов, которые в первом приближении не влияют друг на друга:

$$\eta_{\tau} = \Pi \eta_i. \quad (3.8)$$

Остановимся на основных составляющих  $\eta_i$ .

1. Потери на азимутальную закрутку ионов, которые определяются выражением:

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + (v_{i\varphi}/v_{iz})^2}, \quad (3.9)$$

где  $v_{i\varphi}$ ,  $v_{iz}$  – скорости ионов в азимутальном и продольном направлениях.

Из уравнения азимутального движения ионов

$$v_{i\varphi}/v_{iz} \approx L_1/R_{ci} \quad (3.10)$$

где  $L_1$  – протяженность области с магнитным полем;

$$R_{ci} = \frac{MW}{eB} \quad (3.11)$$

– циклотронный радиус ионов, а  $B$  – величина индукции магнитного поля.

Подставляя в формулу (3.9) выражения (3.10) и (3.11), получим

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + [L_1 eB/(MW)]^2} \quad (3.12)$$

Для тяжелых ионов ( $A = 200$ )  $v_{i\varphi}/v_{iz} \approx 5 \cdot 10^{-2} \ll 1$ , однако для легких ионов эффект азимутальной закрутки играет заметную роль ( $A = 1$ )  $v_{i\varphi}/v_{iz} = 1/\sqrt{2}$ .

2. Обратный электронный ток  $I_{ez}$  учитывается введением коэффициента

$$\eta_2 = \frac{1}{1 + j_{ez}/j_{iz}} \quad (3.13)$$

где  $j_{ez}$ ,  $j_{iz}$  – плотности электронного и ионного токов в продольном направлении.

Величина обратного электронного тока определяется действием различных факторов. К таким факторам относятся столкновения электронов с ионами и нейтральными атомами, приводящие к потере импульса, в результате которых электрон переходит с одной магнитной силовой линии на другую, перемещаясь в направлении анода.

Наличие даже небольшой по величине аксиальной компоненты магнитного поля [ $B \approx (1 \dots 3 \%) B_z$ ] изменяет фокусировку пучка и из-за высокой подвижности электронов может привести к возрастанию доли обратного электронного тока.



Азимутальная неоднородность ускоряющего слоя приводит к дополнительному дрейфу электронов вдоль оси. Развитие в ускоряющем слое неустойчивостей различного типа и его турбулизация ведут к возникновению аномальной поперечной подвижности электронов и соответственно к увеличению доли обратного электронного тока. В условиях аномальной проводимости плазмы величина  $j_{ez}/j_{iz}$  может быть определена эмпирически, а соответствующее значение коэффициента  $\eta_2$  рассчитывается по формуле (3.13).

3. Несовершенство ускоряющих и фокусирующих свойств слоя также ведет к снижению эффективности ускорения ввиду появления радиальной компоненты электрического поля ( $E_r$ ), которая может быть учтена с помощью коэффициента:

$$\eta_3 = \frac{1}{1 + (v_{ir}/v_{iz})^2}, \quad (3.14)$$

где  $v_{ir}$  — радиальная компонента скорости ионов.

4. Затраты энергии на ионообразование учитываются введением коэффициента

$$\eta_4 = \frac{1}{1 + \epsilon_i/N_k}, \quad (3.15)$$

где  $N_k = \frac{MW^2}{2}$  — коническая энергия ускоренного иона;  $\epsilon_i$  — энергетическая "цена" его образования.

При использовании газоразрядных источников ионов  $\epsilon_i$  обычно в несколько раз превосходит энергию ионизации. Коэффициент  $\eta_4$  оказывается важным лишь для легких ионов и при малых скоростях.

Ионные электростатические двигатели отличаются от плазменных большей простотой и пониманием физических процессов, определяющих устройство основных элементов двигателя. Ионные двигатели обеспечивают большую величину удельного импульса при высоком КПД и являются высоковольтными. Кроме того, из-за ограничений на плотность тока приходится использовать связку из нескольких двигателей, число которых определяется мощностью одного двигателя.

КПД ионного двигателя представляется в виде произведения энергетического КПД ( $\eta_{\text{ЭН}}$ ) и коэффициента использования массы ( $\eta_{\text{М}}$ ):

$$\eta_{\text{Т}} = \eta_{\text{ЭН}} \eta_{\text{М}} = \eta_0 \frac{W^2}{W^2 + K}, \quad (3.16)$$

где коэффициенты  $\eta_0$  и  $K$  являются характеристиками двигателя и применяемого топлива.

В работе [63] определены оптимальные параметры ионных двигателей большой мощности, работающих на инертных газах (аргон, ксенон). В качестве критерия оптимальности использовалась величина КПД двигателя  $\eta_{\text{Т}}$ , что в первом приближении отвечает массовому совершенству ДЭУ, поскольку масса энергетической установки составляет значительную долю массы ДЭУ. В табл. 3.1 представлены характеристики ионного двигателя на аргоне при различных значениях удельного импульса и двух значениях диаметра  $D$  ионной струи (0,5 м и оптимального), отвечающего максимальному значению  $\eta_{\text{Т}}$ . На

Таблица 3.1

| $P_{\text{уд}}, \text{с}$ | $D, \text{м}$ | $\eta_{\text{М}}$ | $\eta_{\text{Т}}$ | $N, \text{кВт}$ | $P, \text{Н}$ | $I, \text{А}$ | $U, \text{В}$ | $m, \text{кг}$ |
|---------------------------|---------------|-------------------|-------------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| 1500                      | 0,5           | 0,454             | 0,262             | 4,6             | 0,166         | 12,3          | 217           | 20,4           |
|                           | 0,57          | 0,459             | 0,264             | 5,7             | 0,205         | 15,5          | 212           | 24,8           |
| 2000                      | 0,5           | 0,566             | 0,343             | 6,2             | 0,217         | 15,1          | 249           | 20,8           |
|                           | 0,57          | 0,577             | 0,345             | 7,6             | 0,268         | 18,9          | 243           | 25,3           |
| 3000                      | 0,5           | 0,745             | 0,488             | 11,0            | 0,366         | 22,4          | 323           | 21,8           |
|                           | 0,57          | 0,748             | 0,491             | 14,0            | 0,468         | 28,7          | 320           | 26,3           |
| 4000                      | 0,5           | 0,819             | 0,591             | 14,8            | 0,444         | 22,4          | 475           | 23,7           |
|                           | 0,80          | 0,838             | 0,600             | 30,6            | 0,937         | 48,4          | 454           | 48,2           |
| 5000                      | 0,5           | 0,848             | 0,658             | 20,0            | 0,536         | 22,4          | 692           | 25,1           |
|                           | 1,0           | 0,877             | 0,678             | 56,6            | 1,565         | 67,6          | 647           | 73,2           |
| 6000                      | 0,5           | 0,867             | 0,708             | 26,1            | 0,629         | 22,4          | 954           | 26,6           |
|                           | 1,54          | 0,905             | 0,741             | 138,1           | 3,476         | 129,1         | 875           | 153,9          |
| 7000                      | 0,5           | 0,880             | 0,746             | 33,27           | 0,723         | 22,4          | 1260          | 28,1           |
|                           | 2,02          | 0,922             | 0,785             | 261,3           | 5,980         | 198,0         | 1148          | 252,1          |
| 10000                     | 0,5           | 0,888             | 0,796             | 48,9            | 0,794         | 17,4          | 2525          | 35,2           |
|                           | 3,90          | 0,949             | 0,867             | 1260            | 22,3          | 520,5         | 2211          | 846,9          |

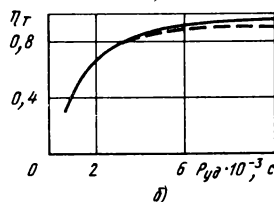
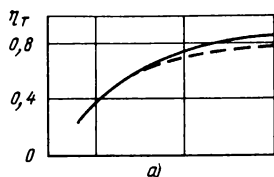


Рис. 3.2. Зависимость  $\eta_T$  от  $P_{уд}$  для ионного двигателя на аргоне (а) и ксеноне (б)

рис. 3.2 показаны зависимости КПД двигателя от удельного импульса при оптимальном значении диаметра ионной струи (сплошная кривая и диаметре 0,5 м (пунктирная линия).

Электрическая мощность, подводимая к единичному двигателю, определяется выражением

$$N_{\text{подв}_i} = \frac{P_i W}{2\eta_T} \quad (3.17)$$

При этом параметры подводимого тока для ДАС могут быть определены из выражений (3.6) и (3.7), для СтПД – из (3.3) и соотношения

$$\varphi_0 = N_{\text{подв}_i} / I.$$

Электрическая мощность, подводимая к блоку двигателей

$$N_{\text{подв}} = \sum_{i=1}^n N_{\text{подв}_i} \quad (3.18)$$

Выражение для определения массы двигателей можно представить в виде

$$m_d = \sum_{i=1}^{n_d + n_p} k_a m_{ki} \quad (3.19)$$

где  $n_d$ ,  $n_p$  – количества маршевых и резервных двигателей соответственно;  $k_a$  – коэффициент, учитывающий вклад соединительных элементов (арматур);  $m_{ki}$  – масса ускорительной камеры единичного двигателя.

Количество резервных двигателей определяется целой частью выражения

$$n_p = (T_{\mu} / T_d - 1) n_d, \quad (3.20)$$

где  $T_d$  – ресурс единичного двигателя.

Ввиду того, что ускорительные камеры электроракетных двигателей могут иметь при одинаковых выходных характеристиках различное конструктивное исполнение, представляется целесообразным проводить оценку их массы и габаритных размеров с использованием безразмерных эмпирических зависимостей, полученных на основании обработки соответствующих данных. В качестве параметра приведения может быть использована мощность  $N_0$ , подводимая к определенному двигателю, имеющего массу ускорительной камеры  $m_0$ , длину  $L_0$  и диаметр  $D_0$ .

В этом случае масса  $m_{ki}$  и габаритные размеры  $L_i$ ,  $D_i$  ускорительной камеры с подводимой мощностью  $N_{0i}$  могут быть определены с использованием следующих соотношений:

$$\bar{N} = N_{0i} / N_0; \quad m_{ki} = m_0 \bar{m}_{ki}(\bar{N}); \quad (3.21)$$

$$L_i = L_0 \bar{L}_i(\bar{N}); \quad D_i = D_0 \bar{D}_i(\bar{N}).$$

Величина коэффициента  $k_a$  определяется на основе анализа конкретных конструктивных решений и в первом приближении может быть принята равной 1,05 ... 1,1.

Выражение для определения массы токопроводов может быть представлено в виде

$$m_{\tau} = \sum_{i=1}^{n_{\tau}} S_{\tau i} L_{\tau i} \rho_{\tau i} \quad (3.22)$$

где  $S_{\tau i}$  – площадь сечения  $i$ -го токопровода;  $L_{\tau i}$  – длина  $i$ -го токопровода (определяется принятой компоновочной схемой);  $\rho_{\tau i}$  – плотность материала токопровода;  $n_{\tau}$  – число токопроводов.

Потери мощности на нагрев токопровода определяются законом Джоуля–Ленца

$$\Delta N_i = I_i^2 R_i, \quad (3.23)$$

$I_i$ ,  $R_i$  – сила тока и электрическое сопротивление токопровода.

Электрическое сопротивление токопровода определяется выражением

$$R_i = \rho_i L_i / S_i,$$

где  $\rho_i$  – удельное сопротивление материала.

Подставляя выражение (3.23) в формулу (3.22), получим соотношение для определения площади сечения токопровода:

$$S_i = I_i^2 \rho_i L_i / \Delta N_i. \quad (3.24)$$

Электрические преобразователи предназначены для согласования характеристик электрического тока, вырабатываемого энергетической установкой, с характеристиками электрического тока, потребляемого электроракетными двигателями и другими энергоемкими системами.

Масса преобразователей

$$m_{\text{пр}} = \gamma_{\text{пр}} N_{\text{вых}}, \quad (3.25)$$

где  $\gamma_{\text{пр}}$  – удельная масса преобразователя;  $N_{\text{вых}}$  – мощность на выходе из преобразователя.

Мощность на выходе из преобразователя

$$N_{\text{вых}} = N_{\text{подв}} + \Delta N, \quad (3.26)$$

где  $\Delta N$  – суммарные потери мощности в токопроводах.

Мощность энергетической установки, необходимая для обеспечения работы маршевых двигателей, определяется выражением

$$N_{\text{ЭУ}} = N_{\text{вых}} / \eta_{\text{пр}}, \quad (3.27)$$

где  $\eta_{\text{пр}}$  – КПД преобразователя.

Система управления работой двигателей предназначена для поддержания требуемых значений расхода и скорости истечения рабочего вещества на выходе из ускорительной камеры, контроля работоспо-

способности двигателей и при необходимости их автоматического отключения.

Представим массу системы управления работой блока электроракетных двигателей в виде

$$m_{\text{СУ}} = m_{\text{дат}} + m_{\text{ЛПУ}} + m_{\text{ИО}}, \quad (3.28)$$

где  $m_{\text{дат}}$  — масса датчиков, зависящая от количества измеряемых параметров на одном двигателе ( $n_{\text{н.д}}$ ), массы единичного датчика  $m_{\text{д}i}$ , количества параметров, измеряемых одним датчиком ( $n_{\text{н.дат}i}$ ), количества управляемых двигателей ( $n_{\text{д}} + n_{\text{р}}$ ), и определяемая из выражения

$$m_{\text{дат}} = \sum_{i=1}^{n_{\text{д}} + n_{\text{р}}} \frac{n_{\text{н.д}}}{n_{\text{н.дат}i}} m_{\text{дат}i}; \quad (3.29)$$

$m_{\text{ЛПУ}}$  — масса логически преобразующего устройства (ЛПУ), обрабатывающего сигналы, поступающие от датчиков и формирующего команды, управляющие работой исполнительных органов (в качестве ЛПУ может быть использована малогабаритная бортовая цифровая вычислительная машина, обеспечивающая обработку значительного объема информации);  $m_{\text{ИО}}$  — масса исполнительных органов (ИО), зависящая от принятых способов регулирования и конструкции регулирующих органов.

Основными регулируемыми параметрами электроракетных двигателей являются параметры тока и напряжения на электродах, параметры тока разряда и магнитного поля, температура и расход рабочего вещества. Электрические параметры тока, подводимого к ускорительной камере, могут регулироваться системой преобразования и не требуют дополнительных существенных затрат массы. Регулирование расхода и температуры рабочего тела может осуществляться электромагнитным клапаном и испарителем соответственно. Поэтому массу исполнительных органов в первом приближении можно представить в виде

$$m_{\text{ИО}} = \sum_{i=1}^{n_{\text{д}} + n_{\text{р}}} (m_{\text{эки}} + m_{\text{ни}}), \quad (3.30)$$

где  $m_{ski}$  – масса электромагнитного клапана  $i$ -го двигателя;  $m_{ni}$  – масса испарителя  $i$ -го двигателя.

Конструкция блока электроракетных двигателей должна отвечать ряду требований, оказывающих заметное влияние на ее массогабаритные характеристики:

а) компоновка двигателей в связке должна обеспечивать свободное излучение тепла со стенок ускорительной камеры;

б) конструкция системы преобразования параметров тока должна обеспечивать пассивный отвод тепла от отдельных модулей, поэтому панели системы преобразования необходимо монтировать на внешней стороне блока двигателей;

в) для обеспечения возможности изменения ориентации вектора тяги двигателя должны иметь регулировочные устройства для смещения в пределах двух степеней свободы.

В первом приближении масса конструкции блока двигателей может быть принята пропорциональной массе двигателей

$$m_k = a_k m_d, \quad (3.31)$$

где  $a_k$  – коэффициент пропорциональности.

Определение основных показателей надежности блока электроракетных двигателей на интервале времени между межполетным обслуживанием и ремонтом сводится к вычислению вероятности безотказной работы во время выполнения рейса. Двигательная установка на основе ЭРД имеет обычно блочную структуру, т.е. она состоит из блоков однотипных элементов (блоки двигателей и преобразователей). В процессе выполнения рейса ДУ в результате отказов отдельных элементов может оказаться в одном из состояний, характеризующихся числом исправных и отказавших элементов. Свойство блочности структуры ДУ позволяет описать множество состояний, например, блока двигателей с помощью дискретной переменной  $\kappa_j$  [23], равной числу отказавших двигателей и принимающей значения  $\kappa_j = 0, \dots, M_j$  (где  $M_j$  – число двигателей в связке).

Состояние ДУ в целом, включающей, например два блока (блоки двигателей и преобразователей), определяется состоянием этих блоков и может быть записано в виде двумерного вектора  $\{\kappa\} = (\kappa_1, \kappa_2)$ ;  $\kappa_j = 0, \dots, M_j$ ,  $j = 1, 2$ .

Случайный процесс перехода ДУ из состояния в состояние с номерами  $k = 1, \dots, N$  в соответствии с построенным графом состояний системы будет дискретным марковским процессом, вероятности состояний  $P_k(t)$  которого удовлетворяют уравнениям Колмогорова—Чепмена [25]:

$$\frac{dP_k}{dt} = -C_k P_k + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N \lambda_{lk} P_l, \quad k = 1, \dots, N, \quad (3.32)$$

где  $P_k$  — вероятность того, что в момент  $t$  ДУ будет находиться в состоянии с номером  $k$ , характеризующимся вектором  $\kappa_k$ ;  $N$  — число состояний ДУ;

$$C_k = \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N \lambda_{kl};$$

$\lambda_{kl}$  — интенсивности переходов ДУ из  $k$ -го в  $l$ -е состояние.

В матричной форме уравнения (3.32) имеют вид

$$\frac{dP}{dt} = \Lambda P, \quad (3.33)$$

где  $P$  — вектор вероятностей состояния;  $\Lambda$  — матрица интенсивностей переходов

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -C_1 & \lambda_{21} & \dots & \lambda_{N1} \\ \lambda_{12} & -C_2 & \dots & \lambda_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{1N} & \lambda_{2N} & \dots & -C_N \end{bmatrix}$$

Решение уравнения (3.33) позволяет определить вероятности  $P_k(t)$  состояний ДУ во время выполнения рейса (на интервале времени между межполетным обслуживанием и ремонтом). В начальный момент ДУ считается полностью работоспособной

$$P_1(0) = 1, \quad P_2(0) = \dots = P_N(0) = 0. \quad (3.34)$$



Показатель надежности ДУ  $H(t)$  может быть определен как сумма вероятностей работоспособных состояний при  $k = 1, \dots, N - 1$

$$H(t) = \sum_{i=1}^{N-1} P_k(t) \quad (3.35)$$

(состояние с номером  $N$  будем считать отказом ДУ).

В задаче надежности ДУ с ЭРД коэффициенты матрицы интенсивностей переходов определяются линейными комбинациями интенсивностей отказов двигателя  $\lambda_d$  и преобразователя  $\lambda_{пр}$ .

Решение уравнений Колмогорова—Чепмена обычно проводится с помощью преобразования Лапласа. Решение (3.33) можно также записать с помощью матричной экспоненты

$$P(t) = \exp(\Lambda t)P(0), \quad (3.36)$$

$$\text{где } \exp(\Lambda t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Lambda^i t^i}{i!}.$$

Ограничиваясь в этом ряду конечным числом членов, можно получить решение векторного уравнения (3.33) с любой наперед заданной точностью.

В качестве примера рассмотрим расчет структурной надежности ДУ с ЭРД, состоящей из четырех двигателей и трех электрических преобразователей. Предполагается, что двигатели работают попарно, обеспечивая также управление угловым движением аппарата (за счет поворота двигателей в кардановом подвесе), причем одновременно работает одна пара двигателей и два преобразователя. При отказе одного из двигателей происходит переключение на другую пару двигателей. В этом случае число работоспособных состояний ДУ равно 4, а показатель надежности ДУ определяется выражением

$$H(t) = [1 + 2(\lambda_d + \lambda_{пр})t + 4\lambda_d \lambda_{пр} t^2] \exp[-2(\lambda_d + \lambda_{пр})t]. \quad (3.37)$$

При отказе части двигателей из связки, работающих параллельно, КТА с ЭРД имеет возможность завершить рейс (правда, за более длительное время из-за уменьшения суммарной тяги ДУ), либо вернуться на базовую орбиту.

### 3.3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ УСТАНОВКА

#### 3.3.1. ЭУ НА ОСНОВЕ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

В состав энергетической установки наряду с солнечными батареями (СБ) входят буферные аккумуляторные батареи (ББ), которые обеспечивают снабжение электроэнергией на энергоемких участках полета, и теневой части орбиты, система контроля и управления, обеспечивающая регулирование процессов заряда — разряда ББ и коммутацию источников питания, которое осуществляется с помощью дистанционных переключателей, а также система ориентации, обеспечивающая автоматическую ориентацию панелей СБ на Солнце.

Масса энергетической установки на основе солнечных батарей

$$m_{\text{сзу}} = m_{\text{СБ}} + m_{\text{ББ}} + m_{\text{аку}} + m_{\text{со}}, \quad (3.38)$$

где  $m_{\text{СБ}}$  — масса панелей солнечных батарей;  $m_{\text{ББ}}$  — масса буферных аккумуляторных батарей;  $m_{\text{аку}}$  — масса аппаратуры контроля и управления;  $m_{\text{со}}$  — масса системы автоматической ориентации солнечных батарей на Солнце.

Масса панелей солнечных батарей

$$m_{\text{СБ}} = n_{\text{п}} k_{\text{п}} (m_{\text{к}} + m_{\text{фэп}} + m_{\text{т}}), \quad (3.39)$$

$n_{\text{п}}$  — количество панелей солнечных батарей, зависит от величины мощности,  $N_{\text{п}}$ , вырабатываемой единичной панелью  $n_{\text{п}} = N_{\text{ЭУ}}/N_{\text{п}}$ ;  $k_{\text{п}}$  — коэффициент, учитывающий массу соединительных элементов панелей;  $m_{\text{к}}$  — масса каркаса панели;  $m_{\text{фэп}}$  — масса фотоэлектрических преобразователей панели;  $m_{\text{т}}$  — масса токопроводов.

Конструктивное исполнение каркаса может быть различным: в виде разворачивающихся упругих металлических или наддувных трубчатых балок, а также в виде раскрывающихся жестких конструкций, образующих, как правило, ферменную конструкцию (см. рис. 1.1 и 1.3).

Приблизленно масса конструкции каркаса панели СБ может быть определена с помощью соотношения

$$m_{\text{к}} = \bar{m}_{\text{к}} S_{\text{п}}, \quad (3.40)$$

где  $\bar{m}_k$  — удельная масса конструкции каркаса с учетом элементов крепления фотопреобразователей;  $S_n$  — площадь панели СБ.

Конструктивные особенности соединения фотопреобразователей приводят к тому, что площадь панели СБ заполнена фотопреобразователями не полностью

$$S_n = S_{\text{фэп}} / k_3, \quad (3.41)$$

где  $S_{\text{фэп}}$  — площадь фотопреобразователей;  $k_3$  — коэффициент заполнения панели фотопреобразователями ( $k_3 = 0.75 \dots 0.8$ ).

Площадь фотопреобразователей зависит от величины мощности, вырабатываемой единичной панелью ( $N_n$ ), и удельной мощности фотопреобразователей ( $W_{\text{фэп}}$ ). При определении площади фотопреобразователей необходимо учитывать падение уровня их мощности под действием космической радиации, которое зависит от типа используемых полупроводников, характеристик защитного покрытия фотопреобразователей и параметров орбиты движения космического аппарата. В первом приближении падение мощности может быть учтено с помощью среднего коэффициента деградации ( $k_d$ ), характеризующего падение мощности за единицу времени. Тогда площадь фотопреобразователей будет определяться выражением

$$S_{\text{фэп}} = \frac{N_n}{(1 - k_d T) W_{\text{фэп}}}, \quad (3.42)$$

где  $T$  — время работы панели солнечной батареи в космическом пространстве.

На рис. 3.3 показано относительное падение мощности кремниевых СБ в зависимости от длительности замкнутого перелета между низкой околоземной орбитой высотой 370 км и наклоном  $28,5^\circ$  и геостационарной орбитой при различных значениях толщины защитного покрытия ( $h_{\text{защ}}$ ). На рис. 3.4 представлено падение мощности СБ при различном числе рейсов ( $n$ ) и при фиксированной длительности одного рейса  $T = 180$  сут [53].

Удельная мощность фотопреобразователей зависит от характеристик материала фотопреобразователя и условий его освещенности:

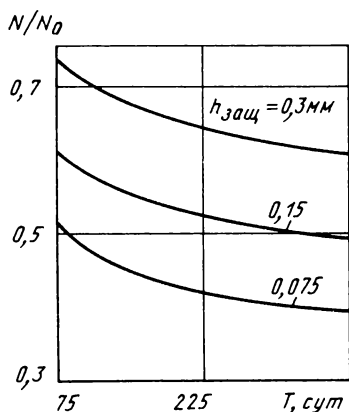


Рис. 3.3. Зависимость падения мощности СБ от длительности перелета на геостационарную орбиту

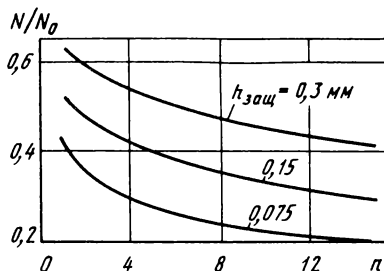


Рис. 3.4. Зависимость падения мощности СБ от числа рейсов на геостационарную орбиту

$$W_{\text{фэп}} = \frac{E_c \cos \alpha \eta_{\text{фэп}}}{\Delta^2} \quad (3.43)$$

где  $E_c$  — солнечная постоянная, полная мощность солнечного излучения, падающего нормально на площадку в  $1 \text{ см}^2$  на расстоянии от Солнца в 1 а.е. ( $E_c = 0,139 \text{ Вт/см}^2$ );  $\alpha$  — угол между нормалью к плоскости фотопреобразователя и направлением солнечных лучей;  $\eta_{\text{фэп}}$  — КПД фотопреобразователя, представляющий собой отношение полезной электрической мощности к полной мощности солнечного излучения, падающего на фотозлемент;  $\Delta$  — расстояние от фотопреобразователя до Солнца в астрономических единицах (а.е.).

Теоретический КПД фотозлемента определяется выражением [9]

$$\eta_0 = (1 - T_0/T_1) \left[ 1 - \frac{\ln[\epsilon_d / (kT_2)(1 - T_2/T_1)] + 1}{\epsilon_d / (kT_2)(1 - T_2/T_1)} \right] \quad (3.44)$$

где  $T_2$ ,  $T_1$  — температуры фотоэлемента и черного тела, освещающего фотоэлемент, соответственно, К;  $\epsilon_d$  — ширина запрещенной зоны полупроводника;  $k$  — постоянная Больцмана.

Поскольку мощность солнечного излучения больше, чем мощность эквивалентного черного тела, для получения КПД преобразования солнечного света  $\eta_{\text{фэл}}$  необходимо  $\eta_0$  умножить на величину

$$\eta_c = \frac{15}{\pi^4} x_0^3 \exp(-x_0) \left(1 + \frac{2}{x_0} + \frac{2}{x_0^2}\right),$$

где  $x_0 = \frac{\epsilon_d}{kT_c}$ ;  $T_c$  — температура Солнца ( $T_c = 5800^\circ \text{ К}$ ).

Значение  $T_1$  может быть определено с помощью соотношения

$$T_1 = \frac{T_c}{1 + \frac{1}{x_0} \ln \frac{4n_0^2 T_c^2}{\xi T_c} - \frac{1}{x_0} \ln \left[1 + \frac{2}{x_0} + \frac{2}{x_0^2}\right]}, \quad (3.45)$$

где  $n_0$  — показатель преломления полупроводника;  $\xi = 2,17 \cdot 10^{-5}$  — квадрат отношения радиуса Солнца к расстоянию от Солнца до Земли.

КПД реального фотоэлемента достигает немногим более половины теоретической величины ввиду неполного использования падающего на фотоэлемент излучения из-за контактной сетки на передней поверхности фотоэлемента, отражения излучения, нефотоактивного поглощения внутри фотоэлемента и т.п. Предельные значения КПД для кремниевого фотопреобразователя — 25 %, для арсенида галлия — 29 % [9].

Масса фотоэлектрических преобразователей панели

$$m_{\text{фэл}} = S_{\text{фэл}} (h_{\text{фэл}} \rho_{\text{фэл}} + h_{\text{защ}} \rho_{\text{защ}}), \quad (3.46)$$

где  $h_{\text{фэл}}$ ,  $h_{\text{защ}}$  — толщины фотопреобразователя и защитного покрытия;  $\rho_{\text{фэл}}$ ,  $\rho_{\text{защ}}$  — плотности материалов фотопреобразователей и защитного покрытия.

Принимая во внимание, что в качестве токопроводов могут использоваться элементы силовой конструкции панели СБ, массу токопроводов в первом приближении можно не учитывать.

Масса буферных аккумуляторных батарей задается соотношением

$$m_{\text{ББ}} = k_{\text{р}} N_{\text{ББ}} \gamma_{\text{ББ}} \quad (3.47)$$

$k_{\text{р}}$  — коэффициент, учитывающий вклад резервных батарей;  $N_{\text{ББ}}$  — мощность буферных батарей;  $\gamma_{\text{ББ}}$  — удельная масса буферных аккумуляторных батарей.

Масса аппаратуры контроля и управления зависит от схемы коммутации энергетической установки, количества коммутируемых панелей СБ и буферных батарей и может быть представлена в виде

$$m_{\text{аку}} = n_{\text{п}} (m_{\text{д.п}} + m_{\text{д}}) + m_{\text{БКУ}} n_{\text{БКУ}} \quad (3.48)$$

где  $n_{\text{п}}$  — количество панелей СБ;  $m_{\text{д.п}}$  — масса дистанционного переключателя;  $m_{\text{д}}$  — приведенная масса датчиков тока и напряжения и счетчиков ампер-часов;  $m_{\text{БКУ}}$  — масса блока контроля и управления (БКУ);  $n_{\text{БКУ}}$  — количество БКУ.

Для обеспечения работы солнечных батарей применяется система их автоматической ориентации на Солнце, которая включает солнечные датчики, логически преобразующее устройство и электрические приводы, управляющие положением панелей СБ:

$$m_{\text{со}} = m_{\text{с.д}} n_{\text{с.д}} + m_{\text{ЛПУ}} + m_{\text{пр}} \quad (3.49)$$

где  $m_{\text{с.д}}$ ,  $n_{\text{с.д}}$  — масса солнечных датчиков и их число;  $m_{\text{ЛПУ}}$  — масса логически преобразующего устройства;  $m_{\text{пр}}$  — масса приводов, зависящая от массы ориентируемых на Солнце панелей СБ.

### 3.3.2. ЭУ НА ОСНОВЕ ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

Энергетическая установка на основе ядерного реактора (ЯЭУ) включает в себя следующие основные элементы: ядерный реактор, являющийся первичным источником энергии; систему преобразования первичной энергии в электрическую; систему отвода в окружающее пространство первичной энергии, не использованной в процессе преобразования; теньевую радиационную защиту; систему управления работой ядерной энергетической установки.

$$m_{\text{ЯЭУ}} = m_{\text{р}} + m_{\text{пр}} + m_{\text{со}} + m_{\text{р.з}} + m_{\text{СУ}}, \quad (3.50)$$

где  $m_{\text{р}}$ ,  $m_{\text{пр}}$ ,  $m_{\text{со}}$ ,  $m_{\text{р.з}}$ ,  $m_{\text{СУ}}$  — массы ядерного реактора; преобразователя, системы отвода тепла, радиационной защиты, системы управления работой энергетической установки соответственно.

В космических ЯЭУ возможно применение различных типов ядерных реакторов и систем преобразования энергии, но различные их сочетания объединены рядом специфических требований, главное из которых — минимально возможные массы и габаритные размеры.

**Ядерный реактор.** Ядерный реактор представляет собой устройство, в котором осуществляется регулируемая цепная реакция деления ядер тяжелых элементов (урана или плутония), сопровождаемая выделением энергии. Конструкция ядерного реактора [26] (рис. 3.5) включает в себя корпус, активную зону, торцевые и боковые отражатели нейтронов, поглощающие сегменты, регулирующие потоки нейтронов в реакторе (регулирующие барабаны).

Активная зона включает ядерное топливо, замедлитель, конструкционные материалы и предназначена для создания условий, необходимых для осуществления управляемой цепной ядерной реакции деления, а также для организации процесса отвода тепла, а в отдельных случаях (реакторы со встроенными термоэлектрическими преобразователями) активная зона выполняет также функцию преобразователя тепловой энергии в электрическую.

Отражатели изготавливаются обычно из бериллия и предназначены для уменьшения числа нейтронов, вылетающих за пределы активной зоны.

Обычно выделяют несколько самостоятельных расчетов реактора [25]: нейтронно-физический, обеспечивающий условия нормального протекания цепной ядерной реакции де-

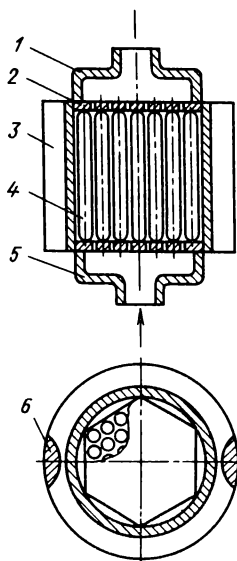


Рис. 3.5. Схема ядерного реактора:

1, 5 — верхняя и нижняя крышки корпуса; 2 — решетка крепления ТВЭЛов; 3 — отражатель; 4 — тепловыделяющий элемент; 6 — сегмент системы регулирования

ления; теплогидравлический, обеспечивающий заданный теплотъем при заданных температурных режимах агрегатов ЯЭУ; прочностной, обеспечивающий заданный ресурс реактора и ЯЭУ в целом.

Выбор окончательного варианта реактора возможен только после взаимоувязки всех видов расчета. Однако при разработке проекта обычно проводят варианты расчеты, т.е. отдельно нейтронно-физические, теплогидравлические и прочностные, на основании сравнительного анализа которых выбирается наилучший вариант, для которого затем производится ряд поверочных расчетов.

Масса реактора

$$m_p = m_{\text{корп}} + m_{\text{а.з}} + m_{\text{отр}} + m_{\text{р.б}}, \quad (3.51)$$

где  $m_{\text{корп}}$ ,  $m_{\text{а.з}}$ ,  $m_{\text{отр}}$ ,  $m_{\text{р.б}}$  — массы корпуса, активной зоны, отражателей и регулирующих барабанов соответственно.

Для реактора цилиндрической формы длиной ( $L_p$ ) и диаметром ( $D_p$ ) масса корпуса

$$m_{\text{корп}} = k_{\text{кон}} \rho_{\text{корп}} \pi D_p \delta_{\text{корп}} (L_p + D_p / 2), \quad (3.52)$$

где  $k_{\text{кон}}$  — коэффициент, учитывающий в величине массы корпуса шпангоуты, соединительные элементы и узлы крепления;  $\rho_{\text{корп}}$  — плотность материала корпуса;  $\delta_{\text{корп}}$  — средняя толщина корпуса реактора.

Для заданного объема активной зоны ( $V_{\text{а.з}}$ ) соотношение между высотой ( $H_{\text{а.з}}$ ) и диаметром ( $D_{\text{а.з}}$ ) активной зоны без учета нейтронно-физических характеристик может быть определено из выражения

$$H_{\text{а.з}} = \frac{4V_{\text{а.з}}}{\pi D_{\text{а.з}}^2}. \quad (3.53)$$

Объем активной зоны реактора может быть определен следующим образом. При заданной электрической мощности энергетической установки ( $N_{\text{ЭУ}}$ ) потребная тепловая мощность ядерного реактора задается соотношением



$$N_{\tau} = N_{ЭУ} / \eta_{\text{пр}}, \quad (3.54)$$

где  $\eta_{\text{пр}}$  — КПД преобразования тепловой энергии в электрическую.

Тепловая мощность, выделяемая в ядерном реакторе,

$$N_{\tau} = \bar{k}A, \quad (3.55)$$

где  $\bar{k} = 3,2 \cdot 10^{-11}$  Дж — коэффициент пропорциональности, равный энерговыделению на один акт деления ядра урана;  $A$  — общее количество ядер в реакторе, вступивших в реакцию в течение 1 с. Величина  $A$  может быть определена из выражения  $A = \pi \kappa a \sigma V_{\text{а.з.}}$ , где  $\pi$  — средняя плотность нейтронов, т.е. число нейтронов в 1 см<sup>2</sup> объема;  $v$  — средняя скорость нейтронов;  $a$  — число ядер  $U^{235}$  способных к делению в 1 см;  $\sigma$  — поперечное сечение деления.

В результате объем активной зоны реактора задается соотношением

$$V_{\text{а.з.}} = N_{\tau} / (\bar{k} \pi \kappa a \sigma). \quad (3.56)$$

Основные характеристики нейтронного потока в реакторе определяются в результате нейтронно-физического расчета. В работе [26] приведен упрощенный нейтронно-физический расчет реактора. Предполагается, что размеры активной зоны — диаметр  $D_{\text{а.з.}}$  и высота  $H_{\text{а.з.}}$  — заданы. В качестве варьируемых параметров принимаются показатели, характеризующие состав активной зоны.

Нейтронно-физический расчет начинается с установления распределения нейтронного потока  $\Phi$  по координатам  $r, z$  по объему активной зоны реактора с отражателями:

$$\Phi(r, z) = \Phi_0 J_0 \left[ \frac{2,405r}{H_{\text{эф}}} \right] \cos \frac{\pi z}{H_{\text{эф}}}, \quad (3.57)$$

где  $\Phi_0 = \Phi(0, 0)$ ;  $J_0$  — функция Бесселя нулевого порядка;  $H_{\text{эф}}$  — эффективный размер активной зоны ( $H_{\text{эф}} = H_{\text{а.з.}} + 2\delta_{\text{эф}}$ ). Здесь  $\delta_{\text{эф}}$  — экстраполяционная поправка к геометрическим размерам активной зоны с отражателями:

$$\delta_{\text{эф}} = 1,2 L_{\text{отр}} \delta_{\text{отр}} / L, \quad (3.58)$$

где  $L$  — длина диффузии тепловых нейтронов в активной зоне;  $\delta_{\text{отр}}$  — толщина отражателя.

Для заданных геометрии и состава активной зоны определяются макроскопические сечения ядер отдельных элементов и активной зоны в целом. При этом ядерная плотность изотона, содержащегося в активной зоне в виде сплава или химического соединения, определяется соответственно по формулам:

$$\rho_{i\text{спл}} = \frac{\rho_{\text{спл}}}{A_i} m_i N_A; \quad \rho_{i\text{х.с}} = \frac{\rho_{\text{х.с}}}{\mu_{\text{х.с}}} n_i N_A \quad (3.59)$$

где  $\rho_{\text{спл}}$ ,  $\rho_{\text{х.с}}$  — плотности сплава и химического соединения;  $A_i$  — атомная масса  $i$ -го элемента;  $m_i$  — массовая доля  $i$ -го элемента в сплаве;  $N_A$  — число Авогадро;  $\mu_{\text{х.с}}$  — молекулярная масса химического соединения;  $n_i$  — число атомов  $i$ -го элемента в молекуле химического соединения.

Возраст нейтронов ( $\tau$ ) определяется приближенным соотношением

$$\tau = \frac{\ln(E_0/E)}{3(\xi \bar{\Sigma}_s) \bar{\Sigma}_s (1 - \bar{\mu})} \quad (3.60)$$

где  $E_0$ ,  $E$  — средняя энергия в момент образования и тепловая энергия нейтрона;  $\xi$  — параметр замедления, равный усредненной по всем столкновениям разности натуральных логарифмов энергии нейтронов до и после столкновения;  $\bar{\Sigma}_s$  — макроскопическое сечение рассеяния;  $\bar{\mu}$  — средний косинус угла рассеяния нейтронов.

Коэффициент размножения нейтронов в реакторе бесконечных размеров определяется выражением:

$$k_{\infty} = \eta \epsilon \varphi \theta \quad (3.61)$$

где  $\eta$  — коэффициент, характеризующий выход быстрых нейтронов на один поглощенный тепловой нейтрон;  $\epsilon$  — коэффициент размножения на быстрых нейтронах;  $\varphi$  — вероятность избежать нейтрону в процессе замедления резонансный захват;  $\theta$  — коэффициент использования тепловых нейтронов, показывающий, какая доля тепловых нейтронов поглощается ядрами топлива.

Для заданных  $H_{\text{а.з}}$  и  $D_{\text{а.з}}$ , а также принятого значения  $\delta_{\text{эф}}$  вычисляется геометрический параметр

$$B_{\Gamma}^2 = \left( \frac{2,405}{R_{\text{эф}}} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{H_{\text{эф}}} \right)^2 \quad (3.62)$$

По полученным значениям  $k_{\infty}$ ,  $B_{\Gamma}^2$ ,  $\tau$  и  $L$  определяется коэффициент размножения нейтронов:

$$k_{\text{эф}} = \frac{k_{\infty} e^{-B_{\Gamma}^2 \tau}}{1 + B_{\Gamma}^2 L^2} \quad (3.63)$$

Если  $k_{\text{эф}} = 1$ , то плотность нейтронов не меняется по времени.

Реактор и активная зона, соответствующие такому состоянию, называются критическими.

После определения  $k_{\text{эф}}$  перечисленные расчеты повторяются для других сочетаний варьируемых параметров с целью нахождения рационального варианта. Коэффициент размножения нейтронов в реакторе меняется по времени и зависит также от температуры реактора. Для обеспечения управляемости должно быть значение  $k_{\text{эф}} \leq 1,0075$  [26].

Наряду с проведением нейтронно-физического расчета при определении основных проектных параметров реактора необходимо проведение также теплогидравлического расчета. Тепловой расчет состоит в определении совокупности геометрических и теплофизических параметров активной зоны, обеспечивающих отвод заданной тепловой мощности при заданной температуре теплоносителя на входе в реактор и выходе из него, а также допустимых температурах его наиболее теплонагруженных элементов. В результате гидравлического расчета определяется рациональная скорость и расход теплоносителя, а также потребная для его прокачки мощность насосов с учетом потерь давления в каналах реактора.

Тепловой и гидравлический расчеты проводятся при заданных значениях: тепловой мощности реактора ( $N_{\Gamma}$ ); температуры теплоносителя на входе ( $T_{\text{т.вх}}$ ) и выходе ( $T_{\text{т.вых}}$ ); температуры стенки ( $T_{\text{ст}}$ ) и в центре ( $T_{\text{ц}}$ ) твэла.

Варьируемыми параметрами при этом являются геометрические параметры активной зоны, размеры и расположение твэлов в активной

зоне, а также теплофизические характеристики теплоносителя и материалов активной зоны: средняя теплоемкость, плотность теплоносителя, коэффициенты теплопроводности и теплоотдачи и т.д.

Связь геометрических параметров активной зоны с теплогидравлическими параметрами потока теплоносителя определяется соотношением [26]:

$$\frac{4d_{\text{ТВЭЛ}} H_{\text{а.з}} n_{\text{ТВЭЛ}}}{\pi D_{\text{а.з}}^4 \bar{\epsilon}_T} = \frac{\bar{w} \bar{\rho} \bar{c} (T_{\text{т.вых}} - T_{\text{т.вх}})}{\bar{a} \Delta \bar{T}}, \quad (3.64)$$

где  $d_{\text{ТВЭЛ}}$ ,  $n_{\text{ТВЭЛ}}$  — диаметр и количество ТВЭЛов в активной зоне;  $\bar{\epsilon}_T$  — средняя пористость по теплоносителю, равная отношению площади поперечного сечения потока теплоносителя к площади поперечного сечения активной зоны;  $\bar{w}$  — средняя скорость теплоносителя;  $\bar{\rho}$  — плотность теплоносителя;  $\bar{c}$  — средняя теплоемкость теплоносителя;  $\bar{a}$  — средний коэффициент теплоотдачи теплоносителя;  $\Delta \bar{T}$  — средний температурный напор.

Соотношение (3.64) может быть использовано при наличии зависимости  $\Delta \bar{T}$  от значений  $T_{\text{т.вх}}$ ,  $T_{\text{т.вых}}$ ,  $T_{\text{ст}}$ , которая может быть установлена, например, по методике, изложенной в работе [26].

Потеря давления теплоносителя в реакторе при использовании жидкометаллического теплоносителя определяется зависимостью

$$\Delta p = \xi \frac{\bar{\rho} \bar{w}^2}{2} \frac{H_{\text{а.з}}}{d_{\text{гидр}}}, \quad (3.65)$$

где  $\xi$  — коэффициент потери давления;  $d_{\text{гидр}}$  — гидравлический диаметр канала.

Поскольку тепловой режим реактора может быть обеспечен при различных сочетаниях геометрических и теплофизических параметров активной зоны, в ходе расчетов отбираются те варианты, которые отвечают минимальным размерам и массе реактора и удовлетворяют условиям нейтронно-физического расчета.

Масса активной зоны реактора задается соотношением

$$m_{\text{а.з}} = V_{\text{а.з}} \bar{\rho}_{\text{а.з}}, \quad (3.66)$$

где  $\bar{\rho}_{\text{а.з}}$  — средняя плотность активной зоны.

Толщина отражателей  $\delta_{\text{отр}}$  определяется в процессе нейтронно-физического расчета, а масса отражателей задается выражением

$$m_{\text{отр}} = V_{\text{отр}} \bar{\rho}_{\text{отр}}, \quad (3.67)$$

где  $V_{\text{отр}}$  — объем боковых и торцевых отражателей;  $\bar{\rho}_{\text{отр}}$  — средняя плотность материала отражателя;

$$V_{\text{отр}} = 2\pi[(R_{\text{а.з}} + \delta_{\text{отр}}/2)H_{\text{а.з}}\delta_{\text{отр}} + (R_{\text{а.з}} + \delta_{\text{отр}})^2\delta_{\text{отр}}].$$

Количество и основные параметры регулирующих барабанов определяются, исходя из необходимой динамики запуска реактора и поддержания величины коэффициента размножения нейтронов в заданном диапазоне значений в процессе всего времени работы реактора, а также, при необходимости, из условий аварийной остановки реактора.

Масса регулирующих барабанов определяется соотношением

$$m_{\text{р.б}} = n_{\text{р.б}}(\bar{\rho}_{\text{р.б}}V_{\text{р.б}} + m_{\text{пр}}), \quad (3.68)$$

где  $V_{\text{р.б}}$ ,  $m_{\text{р.б}}$  — объем и количество регулирующих барабанов;  $\bar{\rho}_{\text{р.б}}$  — средняя плотность материала регулирующего барабана;  $m_{\text{пр}}$  — масса привода одного барабана.

Преобразователь энергии. Машинные преобразователи являются достаточно известными устройствами преобразования тепловой энергии, полученной в результате ядерной реакции, в электрическую. Обычно они состоят из электрогенератора, вырабатывающего постоянный или переменный ток различной частоты, и тепловой машины, обеспечивающей вращение электрогенератора. В качестве тепловой машины, преобразующей тепловую энергию в механическую, предпочтительным является использование паровой или газовой турбины, как наиболее легкой и компактной из всех известных тепловых машин.

В этом случае масса преобразователя может быть представлена в виде

$$m_{\text{пр}} = m_{\text{эг}} + m_{\text{турб}}, \quad (3.69)$$

где  $m_{\text{эг}}$ ,  $m_{\text{турб}}$  — массы электрогенератора и турбины соответственно.

Масса электрогенератора может быть определена в зависимости от вырабатываемой им электрической мощности ( $N_{\text{эл}}$ ):

$$m_{\text{эг}} = \gamma_{\text{эг}} N_{\text{эл}}. \quad (3.70)$$

где  $\gamma_{\text{эг}}$  — удельная масса электрогенератора.

Электрогенераторы космических энергоустановок монтируются, как правило, на одном валу с турбиной и имеют большую частоту вращения (несколько десятков тысяч оборотов в минуту), ограниченную максимально допустимой по прочности окружной скоростью.

Турбины для космических энергетических установок обычно делаются осевыми (одно- или многоступенчатыми), так как такие турбины практически не ограничивают мощности, имеют высокий КПД и минимальную массу.

Для определения массы турбины может быть использовано выражение

$$m_{\text{турб}} = \gamma_{\text{турб}} N_{\text{т}}. \quad (3.71)$$

где  $\gamma_{\text{турб}}$  — удельная масса турбины;  $N_{\text{т}}$  — тепловая мощность, подводимая к турбине.

КПД турбогенераторных установок зависит от рабочих температур используемого термодинамического цикла, параметров теплоносителя, механических потерь и может достигать величины до 20 ... 27 % [22, 39]. Машинные преобразователи имеют ряд особенностей, ограничивающих выбор параметров рабочего процесса и конструктивные схемы таких установок. К ним относятся ограничения в снижении нижней температуры цикла по условиям отвода тепла в космос, затруднения в осуществлении ряда процессов, протекающих в невесомости (конденсации, парогенерации, обеспечение большого ресурса трущихся пар).

Перспективными для использования в космических энергетических установках являются безмашинные преобразователи тепловой энергии в электрическую и, прежде всего, термоэлектрические и термоэмиссионные преобразователи. Термоэлектрические преобразователи применяются для генераторов небольших и средних мощностей. Достоинствами таких преобразователей являются простота конструкции и достаточно низкие рабочие температуры  $\sim 200 \dots 850^\circ \text{C}$ . К недостаткам относятся невысокий КПД (в существующих установках он достигает  $\sim 5\%$ ) и сублимация в космосе полупроводниковых материалов преобразователей. Термоэлектрические преобразователи могут выполняться по схеме, совмещенной с реактором, и схеме, совмещенной с излучателем. Масса термоэлектрического преобразователя

может быть определена по удельным массовым характеристикам:  $m_{\text{пр}} =$

$$= \gamma_{\text{элп}} \frac{N}{\text{эл}}.$$

КПД одиночного идеального термоэлемента определяется соотношением [26]

$$\eta_{\text{тэ}} = \frac{\Delta T}{T_{\text{г}}} \frac{m}{kr(1 + m^2)/(\bar{\alpha}_{\text{пр}}^2 T_{\text{г}}) + m + 1 - \Delta T/2T_{\text{г}}}, \quad (3.72)$$

где  $\Delta T$  — температурный перепад между горячим и холодным контактами преобразователя;  $T_{\text{г}}$  — температура горячего контакта;  $m$  — относительное сопротивление внешней цепи ( $m = R/r$ , где  $R$  — сопротивление нагрузки);  $r$  — внутреннее сопротивление термоэлемента;  $k$  — коэффициент, характеризующий теплопроводность термоэлемента;  $\bar{\alpha}_{\text{пр}}$  — коэффициент среднелинейной термо-ЭДС термоэлемента.

В реальном термоэлектрическом преобразователе, состоящем из большого количества находящихся в различных условиях работы термоэлементов, существуют дополнительные потери, снижающие его выходные характеристики.

С учетом этих потерь величина КПД реального термоэлектрического преобразователя

$$\eta_{\text{элп}} = (0,6 \dots 0,8) \eta_{\text{тэ}}.$$

Термоэмиссионные преобразователи по сравнению с термоэлектрическими имеют более высокий КПД (до 10 ... 15 %) [22], конструктивно они менее громоздкие, чем машинные, и обладают меньшей массой. Однако применение термоэмиссионных преобразователей требует решения ряда технических проблем, связанных с созданием материалов катода и анода, а также изоляционных материалов с хорошей теплопроводностью, обладающих длительной работоспособностью в агрессивной среде при температурах до 1500 ... 2200 °С. Важной проблемой является также обеспечение минимального неэлектродного зазора (0,2 ... 0,5) в условиях значительных температурных деформаций.

По конструктивному исполнению можно выделить три схемы термоэмиссионных преобразователей совмещенных: с твэлом реактора, с излучателями и с теплообменником.

При использовании схемы, совмещенной с твэлом реактора, масса преобразователей учитывается при расчете параметров реактора. В

остальных случаях массу преобразователей можно оценить через удельные массовые характеристики:

$$m_{\text{пр}} = \gamma_{\text{тэп}} \frac{N_{\text{эл}}}{\text{эл}}. \quad (3.73)$$

где  $\gamma_{\text{тэп}}$  — удельная масса термоэмиссионного преобразователя.

КПД термоэмиссионного преобразователя представляет собой отношение генерируемой электрической мощности ( $N_{\text{эл}}$ ) к подводимой тепловой мощности [26]:

$$\eta_{\text{тэп}} = \frac{N_{\text{эл}}}{N_{\text{эл}} + N_{\text{э.н}} + N_{\text{н.т}} + N_{\text{т.пл}}}. \quad (3.74)$$

где  $N_{\text{э.н}} = j(e\varphi_a + 2kT_a)$  — тепловая мощность, подводимая к аноду при конденсации электронов (электронный нагрев) (здесь  $e$  — заряд электрона;  $\varphi_a$  — работа выхода анода;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T_a$  — температура анода);  $N_{\text{н.т}} = \epsilon_{\text{экв}} \sigma (T_{\text{к}}^4 - T_a^4)$  — теплота, излучаемая катодом (здесь  $\epsilon_{\text{экв}}$  — эквивалентная степень черноты;  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана;  $T_{\text{к}}$  — температура катода);  $N_{\text{т.пл}} = \lambda_{\text{пл}} (T_{\text{к}} - T_a)$  — тепловая мощность, теряемая катодом за счет теплопроводности плазмы.

В идеале КПД термоэмиссионного преобразователя стремится к КПД цикла Карно:  $\eta_{\text{тэп}} \approx (T_{\text{к}} - T_a)/T_{\text{к}}$ .

Система отвода и сброса тепла. Отводимая тепловая мощность ( $N_{\text{т.о}}$ ) и тепловая мощность первичного источника ( $N_{\text{т}}$ ) связаны соотношением:

$$N_{\text{т.о}} = N_{\text{т}} (1 - \eta_{\text{эу}}).$$

Ввиду того, что КПД  $\eta_{\text{эу}}$  большинства энергетических установок не превосходит 20 ... 25 %, то ( $N_{\text{т.о}}$ ) составляет не менее 75 % мощности, вырабатываемой ядерным реактором. Так как излучение является единственным способом отвода тепла в космос, не требующим расхода массы, то излучатель является неотъемлемой частью ядерной энергетической установки.



Излучатель по габаритным размерам и массе занимает существенное место в ЯЭУ, а его конструктивное выполнение во многом определяет технический облик энергоустановки. Основой конструкции излучателя является теплоизлучающая панель. Примем за основу трубчато-ребристую конструкцию излучателя (см. рис. 1.6), расчетную схему которой целесообразно свести к элементарной панели — одному каналу длиной  $L$  с двухсторонним оребрением шириной  $B$ . Тепловая мощность, излучаемая единичной панелью,

$$N_{\text{т.н}} = \bar{c} M_c (T_{\text{т.вх}} - T_{\text{т.вых}}), \quad (3.75)$$

где  $\bar{c}$  — средняя теплоемкость теплоносителя;  $M_c$  — расход теплоносителя;  $T_{\text{т.вх}}$ ,  $T_{\text{т.вых}}$  — температуры теплоносителя на входе и выходе из панели излучателя.

Площадь единичной панели холодильника-излучателя, обеспечивающей излучение заданной тепловой мощности  $N_{\text{т.н}}$ , определяется выражением [26]

$$S_{\text{х.н}}^{\text{ед}} = \frac{N_{\text{т.н}} \nu_{\text{т}}}{2 \epsilon \sigma \bar{\nu} T_{\text{р т.вх}}^4}, \quad (3.76)$$

где  $\nu_{\text{т}} = \frac{(T_{\text{т.вх}}/T_{\text{т.вых}})^3 - 1}{3(1 - T_{\text{т.вых}}/T_{\text{т.вх}})}$  — коэффициент, характеризующий

увеличение длины секции излучателя из-за падения температуры теплоносителя от входного сечения к выходному;  $\epsilon$  — степень черноты излучающей поверхности (предполагается одинаковой у канала

и ребер);  $\sigma$  — постоянная Стефана-Больцмана;  $\bar{\nu} = \frac{1 + 2H_{\text{р}} q_{\text{р}} / D_{\text{к}}}{1 + 2H_{\text{р}} / D_{\text{к}}}$  —

усредненный коэффициент оребрения (здесь  $H_{\text{р}}$  — ширина ребра;  $q_{\text{р}}$  — коэффициент эффективности ребра, оценивающий уменьшение излучаемой тепловой мощности из-за падения температуры от основания к концу ребра;  $D_{\text{к}}$  — наружный диаметр канала теплоносителя,  $B = D_{\text{к}} + 2H_{\text{р}}$ ).

Масса единицы площади секции излучателя определяется ее геометрией:

$$m_{х.н}^{ед} = \frac{\frac{\pi}{4} \{ [1 - (D_{к.вн}/D_k)^2] \rho_k + (D_{к.вн}/D_k^2 \rho_t) \} + 2H \delta_p \rho_p / D_k}{1 + 2H/D_k}, \quad (3.77)$$

где  $D_{к.вн}$  — внутренний диаметр канала;  $\rho_k$ ,  $\rho_t$ ,  $\rho_p$  — плотности материала стенки канала, теплоносителя и ребра соответственно;  $\delta_p$  — толщина ребра.

Количество элементарных панелей излучателя  $n_c = N_{т.о} / N_{т.н}$ .

Суммарная площадь и масса излучателя

$$S_{х.н} = n_c S_{х.н}^{ед}; \quad m_{х.н} = m_{х.н}^{ед} S_{х.н}. \quad (3.78)$$

При выборе излучателя необходимо учитывать следующие обстоятельства. Поскольку размеры излучателя обратно пропорциональны четвертой степени температуры его поверхности, увеличение поверхности приводит к уменьшению массы и габаритных размеров излучателя (однако обоснованный выбор температуры излучателя может быть сделан на уровне энергоустановки в целом, т.е. из условия минимума массы ЭУ). При выведении на орбиту ИСЗ излучатель должен иметь минимальные габаритные размеры (или находиться, например, в сложенном состоянии), обеспечивающие его размещение на носителе. В рабочем положении излучатель должен находиться в зоне, защищаемой от излучения реактора теневой радиационной защитой. Конструкция излучателя должна предусматривать устройства, позволяющие отключать отдельные секции в случае, например, метеоритного пробоя. Улучшению характеристик излучателей способствует применение в их конструкции тепловых труб.

Теневая радиационная защита. Основными радиационно опасными излучениями ядерного реактора являются потоки нейтронов и  $\gamma$ -квантов. Радиационная защита предназначена для снижения до допустимого уровня удельных потоков нейтронов и  $\gamma$ -квантов на аппаратуру и полезную нагрузку, размещаемую на космическом транспортном аппарате с ЭРД. Так как космическая среда практически не рассеивает излучение, в космических ядерных энергетических установках обычно используется теневая радиационная защита, создающая зону с пониженным уровнем излучений от реактора в ограниченном пространстве, имеющем форму усеченного конуса (рис. 3.6).

В качестве материала защиты от нейтронов обычно используется

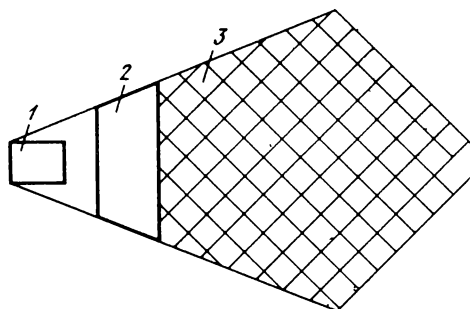


Рис. 3.6. Схема теневого радиационной защиты:

1 — ядерный реактор; 2 — теньевая радиационная защита; 3 — зона пониженного уровня излучений от реактора

гидрод лития. Иногда слои нейтронной защиты, расположенные вблизи реактора, изготовляют из карбида бора или смеси карбида бора с алюминием (бораль). Радиационная защита заключается в силовую оболочку, с помощью которой нагрузки от реактора передаются на конструкцию космического аппарата. При проектировании защиты ее толщину рассчитывают на ослабление потока нейтронов, после чего производят расчет на ослабление  $\gamma$ -излучения. В случае, если поток излучения превышает допустимый уровень, в состав защиты вводится слой материала с большой плотностью (свинец, вольфрам, уран и др.). Ввиду того, что в материале защиты за счет торможения и поглощения нейтронного и  $\gamma$ -излучения выделяется тепло, предусматривается охлаждение защиты как путем излучения с поверхности силовой оболочки, так и путем отвода тепла специальной системой охлаждения.

При расчете защиты реальная активная зона заменяется эквивалентной сферической с площадью поверхности ( $S_{\text{эв}}$ ). Расчет защиты состоит в том, что, задаваясь различными толщинами и материалами слоев защиты, определяют такое их сочетание, которое обеспечивает минимальную массу защиты при заданной интенсивности ослабленного излучения реактора в некоторой точке  $A$ .

Плотность потока нейтронов в расчетной точке определяется соотношением [26]

$$\varphi_A = \varphi_0 \frac{R_{\text{эв}}^2}{L^2} \left[ 1 - \frac{R_{\text{эв}}}{L} \right] e^{-\sum_{i=1}^n x_i S_i r_i}, \quad (3.79)$$

где

$$\varphi_0 = \frac{7,7 \cdot 10^{13} N_T}{S_{\text{экв}}} (1 - e^{-B^2 \tau}) \quad (3.80)$$

— поток нейтронов на поверхности активной зоны;  $R_{\text{экв}}$  — эквивалентный радиус сферической активной зоны;  $L$  — расстояние от центра реактора до расчетной точки;  $x_i$  — толщина  $i$ -го слоя защиты;  $n$  — число слоев защиты;  $S_{r_i}$  — площадь сечения выведения материала  $i$ -го слоя защиты;  $N_T$  — тепловая мощность реактора, кВт;  $(1 - e^{-B^2 \tau})$  — вероятность выхода нейтронов за пределы активной зоны.

Интенсивность  $\gamma$ -излучения в расчетной точке определяется выражением [26]

$$I = B_9 I_0 \frac{R_{\text{экв}}^2}{L^2} \left[ 1 - \frac{R_{\text{экв}}}{L} \right] e^{-\sum x_i \mu_i} \quad (3.81)$$

где  $B_9$  — энергетический фактор накопления, учитывающий степень влияния рассеянных  $\gamma$ -квантов на интенсивность излучения за защитой;

$$I_0 = \frac{14,53 \cdot 10^{13} N_T}{\mu_{a.3} R_{\text{экв}}^3} \left[ 1 - \frac{1}{2\mu_{a.3} R_{\text{экв}}} (1 - e^{-2R_{\text{экв}} \mu_{a.3}}) \right] \quad (3.82)$$

— интенсивность  $\gamma$ -излучения на поверхности защиты (здесь  $\mu_{a.3}$  — линейный коэффициент ослабления материала активной зоны);  $\mu_i$  — линейный коэффициент ослабления материала  $i$ -го слоя.

Масса теневой радиационной защиты

$$m_{p.3} = k_{p.3} \bar{m}'_{p.3} S_{p.3} \quad (3.83)$$

где  $k_{p.3}$  — коэффициент, учитывающий вклад конструктивных элементов и узлов крепления;  $\bar{m}'_{p.3} = \sum_{i=1}^n x_i \rho_i$  (здесь  $\rho_i$  — плотность материала  $i$ -го слоя) — масса единицы площади радиационной защиты;

$S_{p.з} = \frac{\pi}{4} [D_p + 2tg \frac{\alpha}{2} (L_p + L_{p.з})]^2$  — площадь радиационной защиты, определяется размерами реактора (углом конуса теневой зоны  $\alpha$  и расстоянием защиты от реактора  $L_{p.з}$ ).

При расчете теневой (радиационной) защиты необходимо также принимать во внимание вторичное  $\gamma$ -излучение, обоснованное захватом нейтронов материалом защиты, а также  $\gamma$ -излучение от элементов контура, содержащих активированный в реакторе теплоноситель.

## Г л а в а 4. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ МЕЖОРБИТАЛЬНЫХ ПЕРЕЛЕТОВ КОСМИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТНОГО АППАРАТА С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ

### 4.1. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

Методам исследования динамической задачи теории проектирования КТА с малой тягой обязана теории оптимизации космических маневров, которая находится на стыке прикладной небесной механики и математической теории оптимального управления. В общем случае решение динамической задачи [см. уравнение (2.47)] может быть определено лишь численными методами с помощью ЭВМ и зачастую сопряжено с трудными нелинейными краевыми задачами для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Поэтому, имея в виду проблему построения методического обеспечения блока решения динамической задачи автоматизированной системы проектирования, необходимо отметить важность разработки эффективных численных методов оптимизации межорбитальных перелетов КТА с малой тягой.

Рассмотрим управляемую динамическую систему (например, летательный аппарат, если его рассматривать как механическую систему с конечным числом степеней свободы), поведение которой описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями в нормальной векторной форме

$$\dot{q} = f(q, u, t), \quad (4.1)$$

где  $q$  —  $n$ -мерный фазовый вектор;  $u$  — вектор-функция размерности  $r \leq n$ , которая носит название управления или управляющего вектора;  $t$  — время.

Проблема состоит в том, чтобы выбрать вектор управления  $u(t)$  из заданной области

$$u \in U \quad (4.2)$$

так, чтобы удовлетворить граничным условиям, например, в виде

$$W[q(t_0), t_0, q(t_f), t_f] = 0, \\ W \in E^m, m \leq 2n + 1 \quad (4.3)$$

и минимизировать функционал (критерий качества), например, типа

$$I[q(t_0), t_0, q(t_f), t_f], \quad (4.4)$$

где  $t_0$  и  $t_f$  — соответственно, начальный и конечный моменты времени.

Расчет программных траекторий, т.е. решение задач оптимального управления (4.1) ... (4.4), превратился в самостоятельное и важное направление теории управления. Методы расчета оптимальных программ обычно условно разделяют на два класса: прямые и непрямые. Прямые основаны на идее спуска (например, градиентного), непрямые методы обычно используют требование равенства нулю первой вариации функционала для оптимального управления [30].

К прямым относятся, в частности, методы, использующие различные способы редукции вариационной задачи (4.1) ... (4.4) к конечно-мерной задаче. Переход к разностной аппроксимации задачи и замена ее одним из вариантов задачи нелинейного программирования, позволяют широко использовать библиотеку стандартных программ ЭВМ. Поэтому эти методы получили на практике большое распространение. Однако, если точность задачи требует большого числа интервалов разностей аппроксимации, то даже в тех случаях, когда размерность фазового вектора невелика, задача математического программирования оказывается чрезвычайно трудоемкой. Такая ситуация типична для задач механики полета с малой тягой. В подобных случаях отчетливо ощущается потребность в качественно других методах решения задачи оптимального управления. Таковыми являются непрямые методы, использующие условия оптимальности, обычно принцип максимума Понтрягина [34].

Принцип максимума есть условие оптимальности первого порядка, необходимое (но вообще говоря, недостаточное) для оптимальности управления. Это значит, что в общем случае он дает множество решений задачи (4.1) ... (4.4), называемых стационарными. Согласно принципу максимума оптимальное управление выбирается из условия

$$u = \underset{u \in U}{\operatorname{argmax}} H(q, u, q, t), \quad (4.5)$$

где используются функция Гамильтона (гамильтониан)

$$H = p' f(q, u, t) \quad (4.6)$$

и вектор сопряженных переменных  $p \in E^n$ , удовлетворяющий сопряженному вектору уравнения:

$$\dot{p} = -H_q. \quad (4.7)$$

Исходную функцию (4.1) можно записать в гамильтоновой форме

$$\dot{q} = H_p. \quad (4.8)$$

Здесь запись типа  $H_q = (H^q)'$  представляет собой вектор-столбец частных производных скалярной функции  $H$ , ' – символ транспонирования.

Функции  $H(t)$  и  $p(t)$  должны быть непрерывны в точках, где управления  $u(t)$  имеют разрывы (так называемые точки переключения). Кроме того, они должны удовлетворять условиям трансверсальности

$$p(t_0) = J_{q(t_0)}; \quad (4.9)$$

$$H(t_0) = -J_{t_0}; \quad (4.10)$$

$$p(t_f) = -J_{q(t_f)}; \quad (4.11)$$

$$H(t_f) = J_{t_f}, \quad (4.12)$$

где

$$J = I + \mu' W \quad (4.13)$$

– обозначает расширенный функционал;  $\mu$  – постоянный вектор множителей Лагранжа.

Если  $U$  – открытое множество, то из выражения (4.5) следует условие

$$H_u = 0, \quad (4.14)$$

причем  $H_{uu}^{\mu}$  – положительно определенная матрица, где запись типа  $H_{pq}^p = (H^p_q)'$  означает матрицу вторых частных производных скалярной

функции  $H$ . Кроме того, условие (4.5) требует такого выбора  $u$  из выражения (4.14), чтобы  $H$  достигало абсолютного максимума.

В распространенном случае автономного гамильтониана  $H$  из соотношения

$$\dot{H} = H_t \quad (4.15)$$

следует первый интеграл стационарной траектории

$$H = \text{const.} \quad (4.16)$$

Сравнение выражений (4.15) и (4.7) позволяет рассматривать  $H$  как переменную, сопряженную с  $t$ .

Условие (4.5) или (4.14) позволяет выразить управление как функцию  $q$ ,  $p$  и  $t$ :

$$u = u(q, p, t). \quad (4.17)$$

Подставляя функцию (4.17) в уравнения (4.7), (4.8), получим следующую систему уравнений порядка  $2n$  для  $n$ -мерных вектор-функций  $q(t)$  и  $p(t)$  (так называемая П-система Понтрягина):

$$\begin{aligned} \dot{q} &= f(q, p, t); \\ \dot{p} &= \varphi(q, p, t). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Формально система (4.18) замыкается  $2n + 2 + m$  краевыми условиями:  $m$  граничных условий (4.3);  $2n + 2$  условий трансверсальности (4.9) ... (4.12) на левом и правом концах траектории. Множество решений П-системы определяется заданием, например,  $p(t_0)$ ,  $q(t_0)$ ,  $\mu$ ,  $t_0$ ,  $t_f$ , т.е. имеет размерность  $2n + 2 + m$ . Наличие указанных краевых условий формально делает выбор однозначным, т.е. однозначно определяет искомую оптимальную траекторию  $q(t)$ . Обычно условия на границе задаются в разделенном виде

$$W(q(t_0), t_0, q(t_f), t_f) = \begin{bmatrix} W_0(q(t_0), t_0) \\ W_f(q(t_f), t_f) \end{bmatrix} = 0, \quad (4.19)$$

$$W_0 \in E^l, W_f \in E^k.$$

Тогда в начальный момент  $t_0$  для параметров  $q(t_0)$ ,  $p(t_0)$ ,  $t_0$ ,  $\mu_0$  имеется  $n + 1$  условие трансверсальности (4.9), (4.10) и  $l$



начальных условий (4.19), т.е. всего  $n$  неизвестных. Обозначим через  $\nu$  соответствующий вектор. Часто на практике фазовый вектор  $q(t_0)$  и  $t_0$  бывают заданы, поэтому вектор  $\nu$  обычно отождествляют с  $p(t_0)$ . Для упрощения последующего изложения будем придерживаться этого же предположения. Из-за однородности по  $p$  П-системы масштаб переменной  $p$  произволен. Хотя одно из условий трансверсальности фиксирует его на конце траектории, но это условие может быть снято и заменено условием на масштаб (так называемое условие нормировки) в момент  $t_0$  без изменения траектории. В результате, число начальных неизвестных не превосходит  $n - 1$ .

Таким образом, принцип максимума позволяет свести задачу отыскания оптимальной программы к двухточечной краевой задаче (ДТКЗ) для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (при наличии фазовых ограничений и промежуточных условий получаются многоточечные краевые задачи).

Проблема расчета оптимальных программ, по-видимому, не представляла бы столько трудностей, если бы удалось создать надежные методы решения краевых задач для П-систем, которые можно было бы положить в основу пакетов прикладных программ для ЭВМ. Однако на этом пути встретились значительные трудности, преодолеть которые не удалось до сих пор, несмотря на усилия специалистов во всем мире.

Дело в том, что каждая оптимальная траектория изменяется по времени согласно П-системе, отталкиваясь от начальных условий  $q(t_0)$  и  $p(t_0)$ . Это значит, что величины  $p(t_0)$  должны обеспечить точное "прицеливание" оптимальной траектории в заданное конечное состояние  $q(t_f)$ , что, учитывая нелинейность и неинтегрируемость в замкнутой форме дифференциальных уравнений П-системы, представляет собой сложную вычислительную проблему. На практике наибольшее распространение получил метод подбора (часто слепого) недостающих начальных значений  $p(t_0)$ , получивший название метод пристрелки [30, 40]. Методы пристрелки основаны на итерационной процедуре улучшения первоначальной (обычно произвольной) оценки вектора  $p(t_0)$  до удовлетворения условий (4.19), (4.11), (4.12). Рассмотрим наиболее распространенные схемы методов пристрелки.

Предположим, что задан тем или иным образом недостающий начальный вектор  $p_0 = p(t_0)$ , формально дополняющий П-систему до задачи Коши. Численное интегрирование траектории  $q(t)$  позволяет установить функциональную зависимость вектора рассогласования (невязки) на правом конце траектории

$$\Phi(p_0) = q(t_f) - q_f^* \quad (4.20)$$

( $q_f^*$  – заданные граничные условия) от вектора  $p_0$ .

Таким образом, решение краевой задачи для П-систем сводится к решению системы нелинейных уравнений

$$\Phi(p_0) = 0 \quad (4.21)$$

с весьма сложным определением функциональной зависимости  $\Phi(p_0)$ .

В общем случае задания граничных условий (4.19) система нелинейных уравнений, аналогичная (4.21), может быть приведена к виду

$$W_f(\nu, t_f) = 0; \quad (4.22)$$

$$T(\nu, t_f) = 0. \quad (4.23)$$

Равенство (4.23) – это условие трансверсальности (4.11), (4.12) после исключения постоянного вектора множителей Лагранжа  $\mu_f$ . Общее число уравнений (4.22), (4.23) равно  $n$ , одно из них служит для определения конечного момента времени  $t_f$ .

Наиболее надежными методами решения систем нелинейных уравнений являются метод Ньютона и его модификации, а также квазиньютоновские методы, для которых существуют пакеты прикладных программ.

Имея некоторое приближение  $p_0^0$ , можно найти поправку  $\delta p_0$  так, чтобы

$$\Phi(p_0^0 + \delta p_0) \approx \Phi(p_0^0) + \Phi_{p_0}(p_0^0) \delta p_0 = 0, \quad (4.24)$$

т.е.  $\delta p_0 = -\Phi_{p_0}^{-1} \Phi(p_0^0)$ , и следующее приближение  $p_0^1$  есть

$$p_0^1 = p_0^0 - \Phi_{p_0}^{-1} \Phi(p_0^0). \quad (4.25)$$

Модификации метода Ньютона основаны на введении в выражение (4.25) скалярного множителя  $\alpha$ , не превосходящего 1 [30]:

$$p'_0 = p_0^0 - \alpha \Phi_{p_0}^{-1} \Phi(p_0^0), \quad (4.26)$$

причем выбор  $\alpha$  может быть связан, например, с требованием

$$\min_{\alpha} \|\Phi(p_0^0 - \alpha \Phi_{p_0}^{-1} \Phi(p_0^0))\| \quad (4.27)$$

при подходящем определении нормы  $\|\Phi\|$ .

Квазиньютоновские методы основаны на приближенном определении матрицы  $\Phi_{p_0}^{-1}$  без вычисления производных на каждом шаге итерационного процесса и получили в настоящее время значительное распространение благодаря их быстрой сходимости.

Квазиньютоновские методы имеют вид

$$p_0^{k+1} = p_0^k - \alpha H^k \Phi(p_0^k), \quad (4.28)$$

где  $H^k$  — положительно определенная матрица, пересчитываемая на каждой итерации таким образом, что формула (4.28) аппроксимирует метод Ньютона (4.26). В начале итерационного процесса матрица  $H$  может полагаться единичной, либо  $H = \Phi_{p_0}^{-1}$ .

Среди различных квазиньютоновских методов необходимо выделить так называемые методы бройденовского типа [7, 41]. В этом классе методов матрица  $H^{k+1}$  получается из матрицы  $H^k$  и векторов

$$\begin{aligned} \Delta p &= p_0^{k+1} - p_0^k; \\ \Delta \Phi &= \Phi(p_0^{k+1}) - \Phi(p_0^k) \end{aligned} \quad (4.29)$$

по формуле

$$\begin{aligned} H^{k+1} &= H^k + \frac{\Delta p \Delta p'}{\Delta p' \Delta \Phi} - \frac{H^k \Delta \Phi \Delta \Phi' H^k}{\Delta \Phi' H^k \Delta \Phi} - \\ &- \xi_{k'k} \tau_{k'k} v_{k'k} v'_{k'k}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

где  $v_k = \Delta p - H^k \Delta \Phi / \tau_k$ ;

$$\tau_k = \Delta \Phi' H^k \Delta \Phi / \Delta p' \Delta \Phi$$

— скалярный параметр  $\xi_k$  при всех  $k$  удовлетворяет неравенству  $0 \leq \xi_k \leq 1$ .

При  $\xi_k = 0$  указанные соотношения приводят к методу Дэвидона—Флетчера—Пауэлла (ДФП), при  $\xi = 1$  — Бroyдена—Флетчера—Гольдфарба—Шенно (БФГШ), который в настоящее время получил признание как лучший квазиньютоновский метод общего назначения.

. Наряду с рассмотренным выше подходом, основанном на сведении краевой задачи для П-системы к решению системы нелинейных уравнений (4.21) или (4.22), (4.23), на практике находит применение также другой подход, использующий минимизацию суммарной ошибки (невязки) на правом конце траектории как неявной функции начального вектора  $p_0$  (или  $\nu$ ) с помощью методов нелинейного программирования (например, квазиньютоновских методов). Минимум функции ошибки отвечает условиям (4.21) или (4.22), (4.23). Функция ошибки может быть принята, например, в следующем виде:

$$E(\nu, t_f) = W_f' W(\nu, t_f) + T' T(\nu, t_f). \quad (4.31)$$

При решении практических задач используются также различные комбинации указанных подходов. Одна из наиболее распространенных состоит в сведении краевой задачи к решению следующей задачи нелинейного программирования:

$$\min \langle \nu, t_f \rangle; W_f(\nu, t_f) = 0, \quad (4.32)$$

т.е. вместо удовлетворения условий трансверсальности используется непосредственно минимизация функционала  $I$ . Это позволяет обойтись при решении задачи без условий трансверсальности, которые отвечают равенству нулю первой вариации функционала, т.е. являются необходимыми условиями оптимальности.

Следует, однако подчеркнуть, что практическая реализация изложенных схем сопряжена с рядом трудностей. Прежде всего функциональные зависимости  $\Phi(p_0)$ ,  $W_f(\nu)$ ,  $T(\nu)$  устанавливаются с помощью задачи Коши. В отдельных случаях отображения  $\Phi(p_0)$ ,  $W_f(\nu)$ ,

$T(\nu)$  могут не быть взаимно однозначными, кроме того, могут не выполняться условия единственности решения задачи Коши для П-системы, например, при наличии разрывов в функции (4.17) [40]. Однако наибольшие трудности связаны с весьма "капризным" характером зависимостей  $\Phi(p_0)$ ,  $W_f(\nu)$ ,  $T(\nu)$ , обусловленным неустойчивостью решения задачи Коши [34]. Даже небольшие отклонения начальных значений сопряженного вектора от тех, которые должны быть в окончательном решении, приводят к большим, нерегулярным изменениям величины  $\Phi(p_0)$ . Поэтому успех любых численных процедур методов пристрелки зависит от тщательности предварительного анализа, позволяющего выбрать "хорошее" начальное приближение, т.е. такое приближение, которое гарантирует сходимость метода Ньютона или квазиньютоновских методов.

Начальный сопряженный вектор  $p_0$  представляет собой вектор влияния на оптимальное значение функционала  $I^{opt}$  при изменении начального фазового вектора  $q_0$ :

$$p_0 = \partial I^{opt} / \partial q_0. \quad (4.33)$$

Хотя соотношение (4.33) и раскрывает природу сопряженного вектора  $p_0$ , его, по-видимому, трудно использовать для нахождения начального приближения. В некоторых случаях удастся связать вектор  $p_0$  со значениями управляющей функции  $u(t_0)$  и ее производной в начальный момент времени [55], однако это не снимает проблемы определения "хорошего" начального приближения (в терминах управляющей функции и ее производной). Конструктивные пути регулярного подбора начального приближения при решении краевой задачи принципа максимума могут быть намечены с использованием принципа погружения и методов продолжения, сравнительно давно используемых для исследования различных математических задач. Основная идея принципа погружения состоит во включении исходной задачи в однопараметрическое семейство аналогичных задач, решение которых непрерывно зависит от параметра погружения. При определенном значении параметра погружения задача может быть относительно несложно решена. Используя метод продолжения по параметру, это частное решение "продолжается" до достижения условий первоначальной задачи.

Получение семейства вспомогательных задач представляет собой

важный теоретический аспект применения принципа погружения. Для его решения необходимо обосновать способ введения параметра погружения для данного класса задач и определить объект погружения. Часто в исследуемой задаче присутствует некоторый физический параметр (иногда их несколько), который можно принять в качестве параметра погружения (например, параметры объекта физических полей, среды, граничные условия и т.д.). В противном случае параметр погружения вводится искусственно. Удачное решение указанных проблем определяет в конечном счете эффективность использования принципа погружения.

Рассмотрим применение указанного подхода для часто встречающегося в приложениях (например, в теории движения летательных аппаратов) класса управляемых динамических систем

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{u}, t)\mathbf{v}; \quad (4.34)$$

в которых часть управляющих переменных  $\mathbf{u}(t)$  входит нелинейно, а другая  $\mathbf{v}(t)$  – линейно. Вектор управления разбит на две компоненты  $\mathbf{u}(t)$  (векторная) и  $v(t)$  (скалярная), которые будем называть регулярным и особым управлением соответственно. Регулярная компонента удовлетворяет ограничению (4.2), а особая –

$$0 \leq v(t) \leq \mu. \quad (4.35)$$

Вектора-функции  $\mathbf{f}$  непрерывны по совокупности аргументов и имеют непрерывные частные производные до второго порядка включительно,  $\mathbf{B}$  – непрерывные функции по совокупности аргументов. Граничные условия и функционал определяются соотношениями (4.4), (4.19), гамильтониан имеет вид

$$H = \mathbf{p}'\mathbf{f}(\mathbf{q}, t) + \mathbf{p}'\mathbf{B}(\mathbf{u}, t)v. \quad (4.36)$$

Вектор сопряженных переменных  $\mathbf{p}$  удовлетворяет системе уравнений (4.7) и условиям трансверсальности (4.9) ... (4.12), регулярное управление выбирается из условия (4.5), а особое управление –

$$v = \begin{cases} \mu, & \text{если } k > 0; \\ 0, & \text{если } k < 0, \end{cases} \quad (4.37)$$

где

$$k = \mathbf{p}'\mathbf{B}(\mathbf{u}_{\text{opt}}, t) \quad (4.38)$$

– так называемая функция переключения, определяющая периоды приложения особого управления на траектории.

Таким образом, применение стандартной схемы принципа максимума позволяет сформулировать двухточечную краевую задачу (ДТКЗ). В случае, если особое управление неограниченно  $\mu \rightarrow \infty$ , имеем так называемый импульсный случай задачи оптимального управления. На особое управление  $v$  накладывается ограничение интегрального типа

$$\int_{t_0}^{t_f} v(t) dt \leq M, \quad 0 \leq M < \infty. \quad (4.39)$$

Под решением (4.34) понимается решение системы интегральных уравнений

$$q(t) = q(t_0) + \int_{t_0}^t f(q, u, t) dt + \int_{t_0}^t B(u, t) v dt. \quad (4.40)$$

В силу неограниченности области изменения особого управления оптимальная траектория претерпевает разрывы и соответствующее ей оптимальное управление  $v(t)$  будет импульсной функцией Дарака.

Для импульсного управления имеет место интегральный принцип максимума [31]

$$\max_{v, u} \int_{t_0}^{t_f} H(q, p, u, v, t) dt, \quad (4.41)$$

из которого следует, что импульсы управления имеют место в моменты времени  $t_i$  ( $i = 1, \dots, l$ ) на оптимальной траектории, когда функция переключения достигает своего максимума

$$\max_{t_0 \leq t \leq t_f} k. \quad (4.42)$$

Решение краевой задачи с импульсным управлением (ИДТКЗ) с фиксированным временем может рассматриваться как предельное решение для последовательности ДТКЗ с конечным управлением  $\mu$  при неограниченном возрастании  $\mu$ . Если решение ИДТКЗ единственное, то всякое решение с конечным управлением может рассматриваться как промежуточное в последовательности решений ДТКЗ при  $\mu \rightarrow \infty$ , сходящихся к этому импульсному решению. Отмеченное свойство решений

ДТКЗ служит теоретической основой эффективного метода построения оптимального управления в задачах с конечным управлением  $\mu$ .

Предлагаемый метод основан на следующих предпосылках [19]:

1) использовать принцип погружения для решения рассматриваемой задачи оптимального управления, причем в качестве параметра погружения выбирать ограничение на величину особого управления  $\mu$ , а в качестве объекта погружения — двухточечную краевую задачу принципа максимума (ДТКЗ);

2) в качестве начального (опорного) решения для процедуры погружения использовать импульсное решение краевой задачи оптимального управления (ИДТКЗ).

Пусть, например, решение краевой задачи оптимального управления предполагает ее сведение к системе нелинейных уравнений (4.21) или (4.22), (4.23) (аналогичные рассуждения применимы и при сведении краевой задачи к задаче нелинейного программирования (4.32)). Применение принципа погружения в этом случае основано на погружении, например, (4.21) в семейство уравнений вида

$$\Phi(p_0, \beta) = 0; \beta = 1/\mu, \quad (4.43)$$

которое зависит от скалярного параметра  $\beta$ . Решение уравнения погружения (4.43) состоит в построении зависимости

$$p_0(\beta); p_0(0) = p_0^M, \quad (4.44)$$

которая удовлетворяет для  $\beta \in [0, \beta_f]$  уравнению (4.43). При этом начальное (опорное) решение краевой задачи с импульсным управлением предполагается известным или может быть относительно несложно построено.

Решение уравнения погружения (4.43) проводится методом продолжения по параметру. В настоящее время используются следующие его разновидности.

1. Первый метод основан на некоторой итеративной процедуре, например, методе Ньютона для последовательного решения серии уравнений (4.43) (в нашем случае — серии ДТКЗ) для дискретного набора параметра  $\beta_i = \beta_{i-1} + \Delta\beta_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , где  $n$  — выбранное число шагов. Теоретическое обоснование допустимого шага продолжения  $\Delta\beta_i$ ,

как правило, затруднительно (известные теоремы используют свойства функции  $\Phi$  в (4.43), которые обычно не выполняются в практических задачах) и обычно устанавливается экспериментально методом тестов.



2. Второй метод основан на применении теоремы о неявных функциях к (4.43). Из условия

$$\frac{d\Phi}{d\beta} = 0 \quad (4.45)$$

несложно получить, предполагая существование и непрерывность соответствующих производных,

$$\frac{dp_0}{d\beta} = -\Phi_{p_0}^{-1} \Phi_{\beta}, \quad (4.46)$$

где  $\Phi_{p_0} = \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial p_0} \right\}$  – матрица Якоби;  $\Phi_{\beta} = \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right\}$  – вектор

частных производных.

В результате получено дифференциальное уравнение для определения зависимости  $p_0(\beta)$  с известным начальным условием  $p_0(0) = p_0^n$ , известное как уравнение Давиденко. Непосредственное интегрирование уравнения (4.43) возможно нечасто. Обычно используются его конечно-разностные аппроксимации в комбинации с первым из рассмотренных методов. Такая комбинированная схема продолжения по параметру получила название "предиктор-корректор". В задачу предиктора входит получение начального приближения в  $i$ -й краевой задаче, например, с помощью линейной оценки

$$p_0^0(\beta_i) = p_0^0(\beta_{i-1}) + \Delta\beta_i \frac{dp_0}{d\beta} \Big|_{i-1}, \quad (4.47)$$

где производная  $dp_0/d\beta$  может быть найдена из уравнения (4.46), или приближенно с помощью конечно-разностной аппроксимации

$$\frac{dp_0}{d\beta} \Big|_{i-1} \approx [p_0(\beta_{i-1}) - p_0(\beta_{i-2})]/\Delta\beta_{i-1}, \quad (4.48)$$

где  $p_0(\beta_i)$  – решение  $i$ -й краевой задачи при  $\beta = \beta_i$ . Квадратичная оценка начального приближения  $p_0(\beta_i)$  может быть определена следующим образом [62]:

$$\hat{p}_0^0(\beta_i) = p_0^0(\beta_i) + \Delta p_0^{i-1} + \Delta \beta_i \left. \frac{d(\Delta p_0)}{d\beta} \right|_{i-1}, \quad (4.49)$$

где  $p_0^0(\beta_i)$  — определяется соотношением (4.47), а  $\Delta p_0^i$  представляет собой действительную погрешность линейной оценки начального сопряженного вектора (4.47) для  $i$ -й и краевой задачи. Производная  $d(\Delta p_0)/d\beta$  приближенно определяется соотношением

$$\left. \frac{d(\Delta p_0)}{d\beta} \right|_{i-1} = [\Delta p_0^{i-1} - \Delta p_0^{i-2}] / \Delta \beta_{i-1}. \quad (4.50)$$

Таким образом, переход к новой краевой задаче сопровождается линейной или квадратичной экстраполяцией начального сопряженного вектора  $p_0$ , который затем уточняется корректором с помощью метода Ньютона, или квазиньютоновских методов.

Следует обратить внимание на то, что процедура продолжения может быть сопряжена с трудностями (медленная сходимость или ее отсутствие, маленький шаг продолжения и т.д.) при приближении к так называемым особым точкам на траектории  $p_0(\beta)$ , в которых имеет место особенность в уравнении (4.46), например, матрица  $\Phi_{p_0}$  вырож-

денная. В окрестности особых точек необходимо использовать специальные методы продолжения, которые изучаются в теории бифуркации, получившей в последние годы значительное распространение в связи с многочисленными приложениями [46, 50, 51]. Особые точки могут быть, в частности, предельными точками, точками бифуркации (ветвления), где пересекаются две или несколько (иногда бесконечное число) ветвей решений уравнения (4.43).

При численной реализации решения краевых задач может понадобиться вычисление матрицы частных производных  $\Phi_{p_0}$ . Наиболее рас-

пространным способом вычисления этой матрицы, учитывая неявный способ задания функции  $\Phi(p_0)$ , является численное дифференцирование, основанное на конечно-разностном способе вычисления производной. Этот способ требует дополнительного  $(n - 1)$ -кратного интегрирования задачи Коши для П-системы (по числу неизвестных). Учитывая возможности современных ЭВМ, это обстоятельство не следует

считать существенным. Однако недостатком конечно-разностного метода является подчас невысокая точность вычисления градиентов, ухудшающая сходимость итерационных методов. В этом случае матрица производных  $\Phi_{p_0}$  может быть получена с помощью системы уравнений в

вариациях. Обозначая через  $\delta q(t)$ ,  $\delta p(t)$  изохронные возмущения (вариации) векторов  $q(t)$  и  $p(t)$  и линеализуя П-систему Понтрягина, запишем систему уравнений в возмущениях (вариациях):

$$\delta \dot{q} = H_q^p \delta q + H_p^p \delta p; \quad (4.51)$$

$$\delta \dot{p} = -H_q^q \delta q - H_p^q \delta p - H_u^q \delta u; \quad (4.52)$$

$$H_u^p \delta u + H_u^p \delta p + H_u^q \delta q = 0, \quad (4.53)$$

где запись типа  $H$  означает матрицу вторых частных производных скалярной функции  $H$ . Все коэффициенты в (4.51)–(4.53) вычисляются на номинальной траектории.

Соотношение (4.53) соответствует случаю открытого множества  $U$  в (4.2). При наличии разрывов в управлении  $u(t)$  необходимо учесть возмущения моментов разрыва. Действительно, если такой разрыв происходит на номинальной траектории при  $t = t_i$ , то он произойдет на близкой возмущенной траектории при  $t = t_i + s(t_i)$ . Понятно, что на интервале  $(t_i, t_i + s(t_i))$  изохронная вариация в управлении  $u$  будет с необходимостью конечной. Один из способов, позволяющий тем не менее вернуться к слабым (малым) вариациям, состоит в замене этого конечного приращения  $\delta$ -функцией Дирака, которая вызывает разрыв в изохронных возмущениях состояния  $\delta q$  [2]. Если управление релейного типа, т.е. принимает лишь предельные значения, то его вариация равна нулю, а возмущаются лишь моменты переключения.

При наличии разрывов в управлении системы (4.51) ... (4.53) дополняется уравнением для сдвигов  $s(t_i)$  моментов переключений [2]

$$\begin{aligned} s(t_i) = & \{ [H^p(t_i + 0) - H^p(t_i - 0)] \delta p(t_i \pm 0) + \\ & + [H^q(t_i + 0) - H^q(t_i - 0)] \delta q(t_i \pm 0) \} / D(t_i), \end{aligned} \quad (4.54)$$

$$\text{где } D(t_i) = H^f(t_i - 0) - H^f(t_i + 0) + \\ + H^p(t_i + 0) - H^q(t_i - 0) - H^q(t_i + 0)H^p(t_i - 0), \quad (4.55)$$

и уравнениями для скачка возмущений состояния и сопряженных переменных

$$\delta q(t_i + 0) - \delta q(t_i - 0) = [H_p(t_i - 0) - \\ - H_p(t_i + 0)]s(t_i); \quad (4.56)$$

$$\delta p(t_i + 0) - \delta p(t_i - 0) = [H_q(t_i + 0) - \\ - H_q(t_i - 0)]s(t_i). \quad (4.57)$$

В случае граничных условий типа (4.3) или (4.19) необходимо также добавить уравнения для возмущений граничных условий и условий трансверсальности.

Столбцы матрицы частных производных  $\Phi_{p_0}$  можно получить при  $n$ -кратном интегрировании возмущенной системы (4.51) ... (4.57), последовательно полагая каждую из компонент  $\delta_{p_0}$  равной 1, а другие компоненты — равными нулю.

Описанная процедура получения матрицы  $\Phi_{p_0}$  не является достаточно оправданной с точки зрения простоты реализации на ЭВМ, поскольку для этого необходимо иметь подпрограмму интегрирования весьма громоздкой линейной системы уравнений изохронных возмущений (4.51) ... (4.56). Тем не менее в случаях, когда конечно-разностный метод дает неудовлетворительные результаты, он может оказаться необходимым. Кроме того интегрирование уравнений изохронных возмущений может быть полезным для суждения об оптимальности траектории при отыскании сопряженных точек.

Остановимся на вопросе об оптимальности решений краевых задач для П-систем. Принцип максимума дает для относительной оптимальности траектории необходимые, но недостаточные условия. Следовательно, он допускает более широкое множество решений, называемых стационарными, которые соответствуют не только искомым

локальным минимумам, но максимумам и седловым точкам в функциональном пространстве. Иногда по физическому смыслу задачи можно установить существование минимума так, что если принцип максимума допускает единственное решение, то это решение будет действительно оптимальным. Однако в некоторых практических задачах единственность либо не имеет места, либо не может быть легко проверена. Поэтому оптимальность решения П-системы, вообще говоря, не может быть гарантирована. С целью получения метода, который бы позволял гарантировать одной из экстремалей характер относительно минимума, были развиты критерии второй вариации и отыскание сопряженных точек. Исключая редкий случай равенства нулю второй вариации и при выполнении некоторых других довольно мало ограничивающих условий, каждый из этих подходов вместе с принципом максимума образуют необходимые и достаточные условия сильной оптимальности. В работе [2] было предложено обобщение указанных подходов на случай ограниченных разрывных управлений, т.е. до того же уровня общности, что и принцип максимума.

Поскольку отыскание сопряженных точек проще практически, остановимся на этом подходе. Если управления являются непрерывными и свободными от ограничений, то сопряженная точка соответствует обращению в нуль определителя фундаментальной матрицы решений возмущенных уравнений состояния (4.51). В работе [2] показано, что при наличии разрывов в управлении сопряженная точка соответствует изменению знака определителя, причем фундаментальная матрица решений имеет разрыв в точках переключения. Таким образом, суждение об оптимальности решения П-системы может быть вынесено при интегрировании уравнений в возмущениях (4.51) ... (4.57) для построения фундаментальной системы  $Q(t)$ , состоящей из  $n$  линейно независимых решений возмущенных уравнений состояния  $\delta q$ , и проверке знака определителя  $Q$ .

## 4.2. ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО МЕЖОРБИТАЛЬНОГО ПЕРЕЛЕТА С КОНЕЧНОЙ И ИМПУЛЬСНОЙ ТЯГОЙ

Рассмотрим задану оптимального межорбитального перелета космического аппарата (КА) с нерегулируемым двигателем постоянной скорости истечения в произвольном гравитационном поле с минимальным расходом топлива. Первые работы по формализации данной задачи были

выполнены в 50-х и начале 60-х годов Д. Ф. Лоуденом. Важный вклад в ее исследование внесли работы Дж. Брейкуэлла, В. А. Егорова, В. В. Ивашкина, В. А. Ильина, Г. Е. Кузмака, В. Н. Лебедева, Ж. Марека, К. Маршала, Е. В. Тарасова, В. В. Токарева, Т. Эдельбаума и ряда других авторов у нас в стране и за рубежом.

Уравнения управляемого движения центра масс КА в невращающейся декартовой системе координат с центром в центре масс Земли или другого небесного тела имеют вид

$$\begin{aligned}\frac{dr}{dt} &= V; \\ \frac{dV}{dt} &= g(r, t) + \frac{P}{m} e; \\ \frac{dm}{dt} &= -\frac{P}{W},\end{aligned}\tag{4.58}$$

где  $r$  – радиус-вектор аппарата относительно начала системы координат;  $t$  – время;  $V$  – вектор скорости КА;  $g(r, t)$  – вектор гравитационного ускорения;  $P$  – модуль вектора тяги;  $m$  – его масса;  $e$  – единичный вектор ориентации тяги ( $Pe$  – вектор тяги);  $W$  – эффективная скорость истечения реактивной струи.

Управление движением осуществляется с помощью тяги ограниченной величины

$$0 \leq P \leq P_{\max}.\tag{4.59}$$

Скорость истечения предполагается постоянной. Область изменения единичного вектора направления тяги определяется возможностями системы ориентации. Часто предполагается, что возможны любые направления  $e$ , тогда единственное ограничение

$$|e| = 1.\tag{4.60}$$

Таким образом, движение КА определяется комплексом фазовых координат  $r, V, m$ , имеющим размерность 7. Иногда в систему (4.58) добавляют уравнение

$$\frac{dt}{dt} = 1,\tag{4.61}$$

чтобы формально получить автономную систему.

Маневр КА представляет собой, например, перелет из начальной точки в момент  $t_0$  с заданными граничными условиями

$$\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0; \mathbf{V}(t_0) = \mathbf{V}_0 \quad (4.62)$$

и условием на стартовую массу КА

$$m(t_0) = m_0 \quad (4.63)$$

в конечную точку в момент  $t_f$

$$\mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_f; \mathbf{V}(t_f) = \mathbf{V}_f. \quad (4.64)$$

В задаче межорбитального перелета (рис. 4.1) предполагаются заданными начальная  $O_0$  и конечная  $O_f$  орбиты перелета (например, своими элементами: фокальным параметром  $p$ , эксцентриситетом  $e$ , аргументом перигея  $\omega$ , наклонением  $i$ , долготой восходящего узла орбиты  $\Omega$ ). В этом случае начальная (4.62) и конечная (4.64) точки маневра принадлежат орбитам  $O_0$  и  $O_f$ :

$$\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0 \in O_0, \mathbf{r}_f, \mathbf{V}_f \in O_f. \quad (4.65)$$

Эти точки однозначно определяются заданием, например, широты точки отправления  $u_0$  и точки прибытия  $u_f$  на орбитах. Время перелета  $T$ , а также широты  $u_0$  и  $u_f$  задаются, либо могут быть выбраны оптимальными.

Расход топлива на перелет должен быть минимальным, что эквивалентно максимизации конечной массы КА

$$I = -m_f = -m(t_f) \rightarrow \min. \quad (4.66)$$

Поскольку расход топлива связан однозначно формулой Циолков-

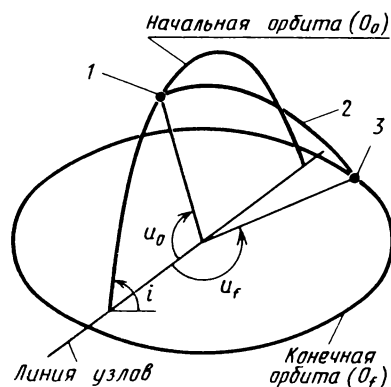


Рис. 4.1. Схема межорбитального перелета:

1 — точка отправления; 2 — орбита перелета; 3 — точка прибытия

ского с величиной характеристической скорости  $\Delta V$  маневра, вместо массы КА можно использовать характеристическую скорость

$$\frac{d\Delta V}{dt} = \frac{P}{m}, \quad \Delta V(t_0) = 0, \quad \Delta V(t_f) \rightarrow \min, \quad (4.67)$$

а также время работы двигателя на траектории  $T_\mu$ , как это сделано в динамической задаче (2.50). Рассматриваемая задача оптимального перелета представляет собой динамическую часть общей задачи проектирования межорбитального КА.

В общем случае вместо начального условия (4.63) целесообразно использовать более общее  $m_0 \leq m_0^{\max}$ , т.е. выбирать оптимальное значение стартовой массы КА. Действительно, это следует из проведенного в разд. 2.2 анализа решений динамической задачи и свойств функции  $\beta(a_0)$ , где  $\beta = m_{\text{п.н.}}/m_{\text{КТА}}$  — параметр загрузки;  $m_{\text{п.н.}}$ ,  $m_{\text{КТА}}$  — массы полезной нагрузки и КТА (без топлива и полезной нагрузки);  $a_0 = P/m_0$  — начальное реактивное ускорение. Если маневр не является "быстрым", то зависимость  $\beta(a_0)$  немонотонная, т.е. с уменьшением  $a_0$  (и с ростом  $m_0$ ) ниже (выше) определенного предела  $a_0^\beta(m_0^\beta)$  масса полезной нагрузки  $m_{\text{п.н.}}$  начинает уменьшаться. Поэтому, если маневр не является "быстрым", при заданных параметрах двигателя  $P$  и  $W$  существует оптимальное значение стартовой массы, при которой масса полезной нагрузки максимальная.

Таким образом, задача оптимального межорбитального перелета состоит в выборе управлений  $P(t)$ ,  $e(t)$ , удовлетворяющих необходимым ограничениям и обеспечивающих заданный перелет КА с минимальным расходом топлива. С точки зрения механики космического полета определяющее влияние на решение задачи оптимального перелета оказывает величина реактивного ускорения ( $a$ ), отнесенного к местному гравитационному ускорению, т.е. безразмерное реактивное ускорение. В зависимости от величины располагаемого ускорения  $a$  можно условно выделить три характерных типа оптимальных перелетов, которые назовем импульсные, с конечной тягой и с малой тягой. Первый тип отвечает идеализированному движению КА, при котором верхний предел тяги не ограничен  $a \rightarrow \infty$ , и включение двигателя приводит к мгновенному изменению вектора скорости. Перелеты с малой тягой отвечают другому предельному случаю, когда располагаемая тяга



весьма мала  $a \rightarrow 0$  и траектории представляют собой многвитковые спирали вокруг притягивающего тела. Наконец, перелеты с конечной тягой занимают промежуточное положение между перечисленными предельными типами перелетов.

Приближенные области, отвечающие трем типам перелетов в задаче перелета между круговыми компланарными орбитами, представлены на рис. 4.2 [73], где по оси абсцисс дано отношение радиусов конечной  $r_f$  и начальной  $r_0$  орбит, а по оси ординат – средняя величина реактивного ускорения на траектории ( $a_{cp}$ ), отнесенная к гравитационному ускорению на начальной круговой орбите  $r_0$ . В области перелетов с конечной тягой практический интерес приобретают перелеты со многими включениями двигателя в районе перигенра и апо-

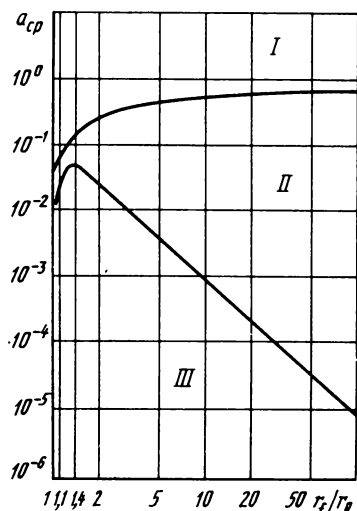


Рис. 4.2. Приближенные границы областей, отвечающих различным типам межорбитальных перелетов:

I – импульсные перелеты; II – перелеты с конечной тягой; III – перелеты с малой тягой

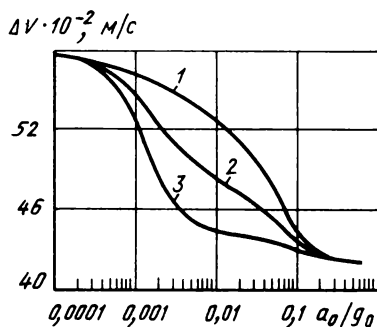


Рис. 4.3. Зависимость характеристической скорости перелета на гео-стационарную орбиту при различном числе включений двигателя в перигее:

1 ... 3 – число включений 1, 4, 8 соответственно

центра перелетной орбиты, что позволяет уменьшить гравитационные потери скорости и приблизить расход топлива к нижнему пределу, достигаемому при импульсных перелетах с бесконечно большой тягой двигателя. На рис. 4.3 представлена типичная зависимость потребной характеристической скорости перелета на геостационарную орбиту при различном числе включений двигателя в перигее при  $P_{уд} = 400$  с [70].

Импульсные перелеты и перелеты с конечной тягой используются для расчета перелетов КА с химическими двигателями (двигателями большой тяги). Для КТА с ЭРД характерны перелеты с конечной тягой (например, на гелиоцентрическом участке межпланетного перелета) и перелеты с малой тягой (например, транспортные перевозки в околоземном космическом пространстве). Построение каждого типа перелетов обладает своей спецификой. Так, например, расчет перелетов с малой тягой может быть эффективно выполнен с помощью метода осреднения (см. разд. 4.4).

Для оптимальности траектории перелета с конечной тягой  $\mathbf{r}(t)\mathbf{V}(t)$ ,  $m(t)$  и управления  $P(t)$ ,  $\mathbf{e}(t)$  в соответствии с принципом максимума необходимо существование таких сопряженных вектор-функций  $\mathbf{p}_V(t)$ ,  $\mathbf{p}_r(t)$  и функции  $p_m(t)$ , которые на оптимальной траектории управления максимизируют гамильтониан

$$H = \mathbf{p}_r' \mathbf{V} + \mathbf{p}_V' \mathbf{g} + P/m(\mathbf{p}_V' \mathbf{e} - mp_m/W), \quad (4.68)$$

а сопряженные переменные являются непрерывными и удовлетворяют уравнениям

$$\mathbf{p}_r = -\mathbf{g}_r' \mathbf{p}_V; \quad \dot{\mathbf{p}}_V = -\mathbf{p}_r; \quad \dot{p}_m = \frac{P}{m^2} \mathbf{e}' \mathbf{p}_V, \quad (4.69)$$

где  $\mathbf{g}_r$  – матрица частных производных от вектора ускорения  $\mathbf{g}(\mathbf{r}, t)$  по декартовым координатам точки  $\left\{ \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial t} \right\}'$  – символ транспортирования,

В случае, если гравитационное поле не зависит от времени  $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{r})$ , задача имеет первый интеграл

$$H = h = \text{const}, \quad (4.70)$$

причем константа  $h$ , взятая с обратным знаком, может рассматриваться как сопряженный множитель, связанный с  $t$  согласно уравнению (4.61)

$$p_t = -h. \quad (4.71)$$

Если  $t_0$  и (или)  $t_f$  не заданы, то для оптимальной траектории

$$H = 0. \quad (4.72)$$

При движении в произвольном центральном поле из сферической симметрии следует векторный интеграл

$$M = r \times p_r + V \times p_V = \text{const}. \quad (4.73)$$

Максимизируя гамильтониан по управлению, определим при условиях (4.59), (4.60)

$$e = p_V / |p_V|; \quad (4.74)$$

$$P = \begin{cases} P_{\max}, & \text{если } k > 0; \\ 0, & \text{если } k < 0; \\ 0 \leq P \leq P_{\max}, & \text{если } k = 0; \end{cases} \quad (4.75)$$

$$k = |p_V| - \frac{m p_m}{W}, \quad (4.76)$$

т.е. тяга направлена вдоль вектора  $p_V$ , названного Лоуденом базис-вектором (primer-vector), а управление величиной тяги — релейного типа, т.е. тяга принимает либо максимальное, либо минимальное (нулевое) значение за исключением участков особого управления  $k = 0$ , где имеет место режим регулирования тяги. В кеплеровском поле особые дуги с промежуточной тягой, вообще говоря, возможны, однако в общем случае вопрос об их включении в состав оптимальной траектории до конца неясен [67]. Функцию  $k$  обычно называют функцией переключения, поскольку она определяет режим работы двигателя. При использовании вместо массы КА характеристической скорости функция переключения имеет вид

$$k = |p_V| + p_{\Delta V}. \quad (4.77)$$

причем сопряженная переменная  $p_{\Delta V}$  связана с  $p_m$  зависимостью

$$p_{\Delta V} = -mp_m/W \quad (4.78)$$

и удовлетворяет уравнению

$$\frac{dp_{\Delta V}}{dt} = -\frac{P}{mW} k. \quad (4.79)$$

На рис. 4.4 показаны типичные зависимости  $p_V(t)$ ,  $-p_{\Delta V}(t)$  и  $P(t)$  для траектории, состоящей из последовательности участков полета с максимальной и нулевой тягой.

В соответствии с принципом максимума граничное условие, отвечающее за функционал задачи (4.66), или (4.67), после нормировки можно записать в виде

$$p_m(t_f) = 1, \quad (4.80)$$

или

$$p_{\Delta V}(t_f) = -1. \quad (4.81)$$

Кроме того, если  $m_0 < m_0^{\max}$ , то

$$p_m(t_0) = 0. \quad (4.82)$$

Функции  $mp_m$  и  $-p_{\Delta V}$  неубывающие

$$\frac{d(mp_m)}{dt} = -W \frac{dp_{\Delta V}}{dt} > 0, \quad (4.83)$$

на всех дугах максимальной тяги

$$|p_V| > 0. \quad (4.84)$$

В результате применения принципа максимума задача оптимального перелета сводится к нелинейной двухточечной краевой задаче для

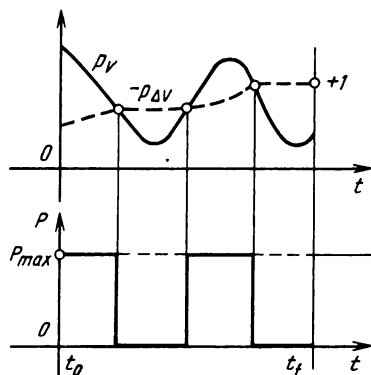


Рис. 4.4. График закона изменения тяги  $P(t)$  на траектории

системы (4.58), (4.69), (4.74) ... (4.76) 14-го порядка. Для маневра перелета между заданными точками отправления ( $r_0, I_0$ ) и прибытия ( $r_f, V_f$ ) за фиксированное время неизвестным является начальный сопряженный вектор  $p_0 = \{p_V(t_0), p_r(t_0), p_m(t_0)\}$ , размерность которого равна семи. Поскольку решение сопряженной системы (4.69) определяется с точностью до произвольного масштаба, число неизвестных может всегда быть уменьшено на единицу, используя вместо условия нормирования (4.80), например, следующее:

$$|p_V(t_0)| = 1. \quad (4.85)$$

Если  $t_0$  и (или)  $t_f$  не фиксированы, то на оптимальной траектории выполняется условие (4.72), что позволяет еще на единицу уменьшить число неизвестных в начальный момент времени.

Исследования межорбитального перелета часто проводят в центральном ньютоновском поле. Для этого поля

$$g(r) = - \frac{\mu_{gp}}{r^3} r, \quad (4.86)$$

где  $\mu_{gp}$  — гравитационная постоянная центрального тела. На участке пассивного полета траектория представляет собой кеплеровскую дугу. Сопряженную систему можно в этом случае записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dp_r}{dt} &= \frac{\mu_{gp} p_V}{r^3} - \frac{3\mu_{gp} (p'_V r)}{r^5} r; \\ \frac{dp_V}{dt} &= -p_r; \\ \frac{dp_m}{dt} &= \frac{P}{m^2} |p_V|. \end{aligned} \quad (4.87)$$

На пассивных участках полета сопряженная система интегрируется, поскольку дифференциальные уравнения (4.87) для  $p_r, p_V$  совпадают с уравнениями для вариаций —  $\delta V, \delta r$  соответственно (ввиду симметричности матрицы гравитационного градиента), а последние интегрируются на кеплеровских дугах. Поэтому все интегралы и решения

сопряженной системы могут быть выведены из интегралов и решений основной системы уравнений, а в качестве фундаментальных систем решений уравнений для сопряженных переменных могут использоваться известные решения для уравнений в вариациях [14].

Пусть  $(\lambda, \mu, \nu)$ ,  $(\xi, \eta, \zeta)$  – проекции векторов  $\mathbf{p}_V$  и  $\mathbf{p}_r$  соответственно на оси подвижной орбитальной системы координат – радиус, трансверсаль, нормаль к плоскости движения. В случае непрямолинейного движения векторы  $\mathbf{p}_V$ ,  $\mathbf{p}_r$  определяются следующими выражениями Д. Ф. Лоудена (при  $e > 0$ )

$$\mathbf{p}_r = \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \\ \nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \cos \vartheta + B \sin \vartheta + C I \\ -A \sin \vartheta + B(1 + e \cos \vartheta) + \frac{D - A \sin \vartheta}{1 + e \cos \vartheta} + C J \\ (1 + e \cos \vartheta)^{-1} (E \cos \vartheta + F \sin \vartheta) \end{bmatrix}; \quad (4.88)$$

$$\mathbf{p}_r = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{\mu_{rp} p}}{r^2} \left[ \frac{A \sin \vartheta - 0}{1 + e \cos \vartheta} - B + CK \right] \\ -\frac{\mu_{rp}}{p \sqrt{p}} [-A(e \cos \vartheta) + D \sin \vartheta + C \cos \vartheta] \\ -\frac{\mu_{rp}}{p \sqrt{p}} [-E \sin \vartheta + (e + \cos \vartheta)F] \end{bmatrix}$$

где  $I = \frac{1}{p(1 - e^2)} [e(2r - 3ut) - p \cos \vartheta];$

$$\tilde{t} = t - T_\pi; \quad J = \frac{1}{p(1 - e^2)} [-3e \tilde{t} + p \sin \vartheta (1 + r/p)];$$

$$K = [3e \sqrt{\mu_{rp}/p} \tilde{t} - (1 + e^2 r/p) r \sin \vartheta] / [p(1 - e^2)].$$

В приведенных выражениях  $A, B, C, D, E, F$  постоянные интегрирования на данной пассивной дуге;  $p, e$  – фокальный параметр и эксцентриситет орбиты;  $\vartheta$  – истинная аномалия;  $u, v$  – радиальная и трансверсальная компоненты скорости;  $T_\pi$  – время прохождения

перигея. Постоянная  $C$  связана с постоянной  $p_t$  из равенства (4.71) выражением

$$p_t = e \frac{\mu_{rp}}{p^2} C. \quad (4.89)$$

При оптимизации пространственного перелета численными методами уравнения краевой задачи удобно записывать в прямоугольной декартовой системе координат  $Oxyz$  с началом в притягивающем центре.

Уравнения движения КА в проекциях на эти оси имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_x; \\ \frac{dy}{dt} &= V_y; \\ \frac{dz}{dt} &= V_z; \\ \frac{dV_x}{dt} &= -\frac{\mu_{rp} x}{r^3} + \frac{P}{m} e_x; \\ \frac{dV_y}{dt} &= -\frac{\mu_{rp} y}{r^3} + \frac{P}{m} e_y; \\ \frac{dV_z}{dt} &= -\frac{\mu_{rp} z}{r^3} + \frac{P}{m} e_z. \end{aligned} \quad (4.90)$$

Уравнения для сопряженных векторов  $p_V$  и  $p_r$  в координатной форме имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{dp_{V_x}}{dt} &= -p_{r_x}; \quad \frac{dp_{V_y}}{dt} = -p_{r_y}; \\ \frac{dp_{V_z}}{dt} &= -p_{r_z}; \end{aligned} \quad (4.91)$$

$$\begin{aligned}\frac{dp_{rx}}{dt} &= \frac{\mu_{rp} p_{Vx}}{r^3} - (p'_{Vr}) \frac{3\mu_{rp} x}{r^5}; \\ \frac{dp_{ry}}{dt} &= \frac{\mu_{rp} p_{Vy}}{r^3} - (p'_{Vr}) \frac{3\mu_{rp} y}{r^5}; \\ \frac{dp_{rz}}{dt} &= \frac{\mu_{rp} p_{Vz}}{r^3} - (p'_{Vr}) \frac{3\mu_{rp} z}{r^5};\end{aligned}\tag{4.91}$$

$$\begin{aligned}\text{где } r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}; \\ p'_{Vr} &= p_{Vx} x + p_{Vy} y + p_{Vz} z;\end{aligned}\tag{4.92}$$

$$e_{x,y,z} = \frac{p_{Vx,y,z}}{\sqrt{p_{Vx}^2 + p_{Vy}^2 + p_{Vz}^2}}.$$

Здесь нижние индексы у переменных означают проекции соответствующих векторов на оси  $xyz$ .

При решении конкретных задач иногда может понадобиться замена переменных

$$\tilde{x} = \tilde{X}(x),\tag{4.93}$$

где тильдой отмечены переменные после преобразования. В предположении невырожденности существует и обратное преобразование:

$$x = X(\tilde{x}).\tag{4.94}$$

Сопряженные переменные меняются при преобразовании равенства (4.93) следующим образом [20]:

$$p_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \tilde{X}_j(x)}{\partial x_i} \tilde{p}_j\tag{4.95}$$



или в матричном виде

$$\mathbf{p} = \mathbf{B}' \tilde{\mathbf{p}}. \quad (4.96)$$

Отсюда получаем

$$\mathbf{p} = (\mathbf{B}^{-1})' \tilde{\mathbf{p}} \quad (4.97)$$

или

$$\tilde{p}_j = \sum_{i=1}^n \frac{\partial X_i(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}_j} p_i, \quad (4.98)$$

где  $\mathbf{B} = \left\{ \frac{\partial \tilde{X}}{\partial x} \right\}$  и  $\mathbf{B}^{-1} = \left\{ \frac{\partial X}{\partial \tilde{x}} \right\}$  — есть матрицы частных производных для прямого и обратного преобразований (4.93), (4.94).

Пусть преобразование координат состоит в повороте декартовой системы  $Oxyz$ , которому отвечает матрица  $\mathbf{B}$ . Тогда

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{B}\mathbf{r}; \quad \tilde{\mathbf{V}} = \mathbf{B}\mathbf{V}, \quad (4.99)$$

где  $\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{V}}$  — радиус-вектор и скорость в новой системе координат.

Сопряженные переменные меняются следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{p}}_r = \mathbf{B}\mathbf{p}_r; \quad \tilde{\mathbf{p}}_V = \mathbf{B}\mathbf{p}_V, \quad (4.100)$$

т.е.  $\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_V$  являются обычными векторами в декартовой системе координат.

Поворот системы координат используется, например, при рассмотрении векторов  $\mathbf{p}_V, \mathbf{p}_r$  в орбитальной системе координат.

Рассмотрим теперь перелеты с импульсной тягой или импульсные перелеты. Движением с импульсной тягой называют такое идеализированное движение КА, при котором верхний предел тяги не ограничен  $P_{\max} \rightarrow \infty$  и допускаются мгновенные скачки вектора скорости, которые обычно называют импульсами скорости. Радиус-вектор  $\mathbf{r}$  при сообщении импульса скорости остается неизменным. Если КА в момент  $t_i$  сообщается импульс скорости  $\Delta \mathbf{V}_i = \Delta \mathbf{V}_i \mathbf{e}_i$ , то

$$V(t_i + 0) = V(t_i - 0) + \Delta V_i e; \quad r(t_i + 0) = r(t_i - 0). \quad (4.101)$$

Импульс скорости есть предел дуги максимальной тяги

$$P(t) = P_{\max} \quad t_i^- < t < t_i^+ \text{ при}$$

$$P_{\max} \rightarrow \infty; \quad t_i^- \rightarrow t_i; \quad t_i^+ \rightarrow t_i;$$

$$\Delta t_i = t_i^+ - t_i^- \rightarrow 0; \quad e(t) \rightarrow e_i; \quad (4.102)$$

$$m(t_i^+) \rightarrow m(t_i + 0);$$

$$m(t_i^-) \rightarrow m(t_i - 0)$$

и связан с мгновенным расходом массы

$$\Delta V_i = W \ln \frac{m(t_i - 0)}{m(t_i + 0)}, \quad (4.103)$$

или

$$m(t_i + 0) = m(t_i - 0) \exp(-\Delta V_i / W). \quad (4.104)$$

Необходимые условия оптимальности траекторий с импульсной тягой могут быть получены либо из условий оптимальности с конечной тягой, либо из рассмотрения задачи оптимального управления (4.34), (4.39) с импульсным управлением и разрывными фазовыми координатами. Впервые они были выведены Д. Ф. Лоуденом с использованием перехода к пределу из условий оптимальности с конечной тягой. В свою очередь обратный переход может быть использован для построения оптимальных перелетов с конечной тягой по известному решению с импульсной тягой, нахождение которых зачастую представляет собой более простую задачу.

В работе [21] построение оптимального перелета с конечной тягой на основе известного решения с импульсной тягой названо обратной импульсной аппроксимацией. В середине 60-х годов Пайнс и Хэнделсмен впервые предложили использовать для первоначальной оценки при решении задачи оптимального перелета с конечной тягой импульсный сопряженный вектор, однако развития эта идея тогда не получила.

Большинство исследователей рассматривает приближенное решение задачи обратной аппроксимации с импульсной тягой без решения

краевой задачи оптимального перелета, справедливое только при достаточно высоких уровнях тяги.

Следуя Д. Ф. Лоудену, оптимальную импульсную траекторию можно рассматривать как предел при  $P_{\max} \rightarrow \infty$  оптимальной траектории с конечной тягой, считая, что каждый импульс является пределом дуги максимальной тяги. Поскольку уравнения (4.69) для сопряженных переменных  $p_r$ ,  $p_v$  не зависят от тяги явно, они не изменяются в окрестностях точки сообщения импульса, причем сопряженные векторы  $p_r$ ,  $p_v$  непрерывны в точках сообщения импульса. При этом переменная  $p_m$  будет разрывна в точке сообщения импульса.

Из непрерывности вектора  $p_v$  и условия (4.74) следует, что импульс скорости направлен вдоль сопряженного вектора:

$$\Delta V_i = \Delta V_i p_v(t_i) / |p_v(t_i)|, \quad (4.105)$$

т.е. если под  $e(t_i)$  понимать единичный вектор, направленный вдоль импульса  $\Delta V_i$ , то соотношение (4.74) справедливо и в случае импульсной тяги. На границах внутреннего участка максимальной тяги, не совпадающего с началом или концом всей траектории,  $k(t_i^-) = k(t_i^+) = 0$ . Поскольку  $t_i^- \rightarrow t_i^* \rightarrow t_i^+$ , в точке сообщения внутреннего импульса функция переключения непрерывна:

$$k(t_i - 0) = k(t_i + 0), \quad (4.106)$$

откуда можно получить

$$(mp_m)_{t_i-0} = (mp_m)_{t_i+0} = (mp_m)_{t_i^*}. \quad (4.107)$$

В случае импульсной тяги на всей траектории величина  $mp_m$  постоянна, т.е. имеет место интеграл

$$mp_m = \text{const} > 0, \quad (4.108)$$

а интеграл (4.70) на открытом интервале  $(t_0, t_f)$  имеет следующий вид:

$$p_r' V + p_v' g = h = \text{const}. \quad (4.109)$$

В центральном ньютоновском поле имеет место также интеграл

$$p'_V V - 2r' p_r + 3ht + \Delta V p_{\Delta V} = b = \text{const.} \quad (4.110)$$

Если импульс сообщается в начале (или конце) траектории, то

$$k(t_0^+) = k(t_f^-) = 0; \quad (4.111)$$

$$\left[ \frac{P}{m} k \right]_{t_0^-} = p'_{r_0} \Delta V_0; \quad \left[ \frac{P}{m} k \right]_{t_f^+} = -p'_{r_f} \Delta V_f. \quad (4.112)$$

Условия (4.112) могут быть получены формальным переходом к пределу в интеграле (2.70) с учетом выражения (4.109), их можно также записать в следующем виде:

$$\left[ \frac{P}{m} k \right]_{t_0^-} = -\Delta V_0 \frac{d|p_{V_0}|}{dt} = \Delta V_0 \frac{p'_V p_{r_0}}{|p_{V_0}|}; \quad (4.113)$$

$$\left[ \frac{P}{m} k \right]_{t_f^+} = \Delta V_f \frac{d|p_{V_f}|}{dt} = -\Delta V_f \frac{p'_V p_{r_f}}{|p_{V_f}|}.$$

На всей траектории

$$k(t) \leq 0, \quad (4.114)$$

а условие оптимальности (4.42) выражается в том, что модуль базис-вектора  $|p_V|$  в точках сообщения импульсов  $t_i$  достигает максимума, постоянного на всей траектории:

$$|p_V(t_i)| = \max_t |p_V(t)| = \frac{mp_m}{W} = \text{const.} \quad (4.115)$$

Если использовать условие нормировки  $mp_m/W = 1$ , тогда

$$p_V(t_i) = 1, \quad (4.116)$$

т.е. в точках сообщения импульса базис-вектор является единичным вектором вдоль импульса тяги.

В случае многоимпульсной траектории с  $N$  импульсами из выражения (4.116) получим

$$|p_V(t)| = |p_V(t_2)| = \dots = |p_V(t_N)| = \max_t |p_V(t)| = 1. \quad (4.117)$$

Условие (4.17) вместе с уравнениями движения и уравнениями для сопряженных переменных последовательно связывает фазовый и сопряженный вектор в точках сообщения импульсов и существенно используется при нахождении оптимального решения.

В импульсном случае переменные  $p_m$  и  $p_{\Delta V}$  можно исключить из рассмотрения вследствие равенства  $mp_m/W = 1$  и интеграла, следующего из выражений (4.78), (4.108):

$$p_{\Delta V} = \text{const} = -1. \quad (4.118)$$

Однако они, конечно, будут неявно входить в условия оптимальности через основное условие (4.115). Величина характеристической скорости непосредственно выражается как сумма величин импульсных приращений скорости на траектории.

В момент внутренних по времени перелета импульсов

$$\frac{d|p_V(t_i)|}{dt} = (p'_V p_r)_{t_i} = 0, \quad (4.119)$$

т.е. векторы  $p_V$  и  $p_r$  ортогональны в точке сообщения импульса.

Если импульс сообщается в начале или в конце траектории, то, вообще говоря,

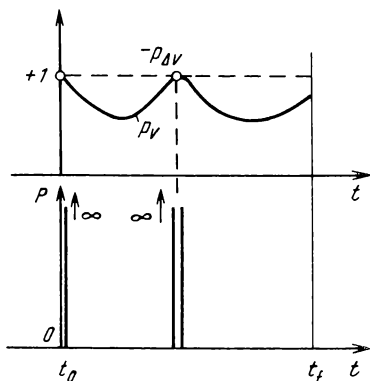
$$(p'_V p_r)_{t_0} \geq 0; (p'_V p_r)_{t_f} \leq 0. \quad (4.120)$$

Причем равенство в (4.120) имеет место только в том случае, если рассматривается задача перехода между орбитами при оптимальном выборе точек отправления и прибытия и свободном времени перелета, т.е. когда ищется абсолютно оптимальный перелет между орбитами. В этом случае граничные точки ничем не отличаются от внутренних.

На рис. 4.5 показаны типичные зависимости  $p_V(t)$ ,  $-p_{\Delta V}(t)$  и  $P(t)$  для импульсной траектории, содержащей два импульса (один из них внутренних) и два пассивных участка (один из них граничный).

Предположим теперь, что параметры начального и(или) конечного

Рис. 4.5. Типичные зависимости  $p_V(t)$ ,  $-p_{\Delta V}(t)$ ,  $P(t)$  на импульсной траектории



состояний  $(r_0, V_0)$  и  $(r_f, V_f)$  частично не заданы или должны принадлежать некоторым многообразиям (орбитам) (4.65). В этом случае необходимо использовать условия трансверсальности (4.9)...(4.12).

Исключая постоянный вектор множителей Лагранжа  $\mu$ , всегда число неизвестных в начальный момент можно сделать не превосходящим шести, а в задачах со свободным временем — пяти.

Условия трансверсальности удобно также записывать в следующем виде:

$$[\delta m - p'_r \delta r - p'_V \delta V - p_m \delta m + H \delta t]_0^f = 0, \quad (4.121)$$

причем вариации  $\delta t$ ,  $\delta r$ ,  $\delta V$  необходимо находить с учетом заданных многообразий в начале и конце траектории. Если стартовая масса  $m_0$  фиксирована, с учетом  $p_m(t_f) = 1$  получим

$$[p'_r \delta r + p'_V \delta V - H \delta t]_0^f = 0. \quad (4.122)$$

Рассмотрим с помощью соотношения (4.122) некоторые случаи задания граничных условий, отвечающие различным схемам перелета КА [20, 21, 48, 67].

Пусть заданы (например, своими элементами) начальная и конечная орбиты перелета. Рассмотрим задачу межорбитального перехода, когда точки отправления и прибытия на граничных орбитах выбираются произвольно (оптимальными). В этом случае вариации  $\delta r$  и  $\delta V$  на граничных орбитах

$$\delta r = V \delta t'; \quad \delta V = g \delta t', \quad (4.123)$$

где  $t'$  — независимое время движения по граничной орбите. Поскольку вариации  $\delta t$  и  $\delta t'$  независимы, имеем из выражения (4.122)

$$p'_{r_0} V_0 + p'_{V_0} g_0 = 0; \quad (4.124)$$

$$p'_{r_f} V_f + p'_{V_f} g_f = 0. \quad (4.125)$$

Равенства (4.124), (4.125) обусловлены свободой выбора положения точек отправления и прибытия на начальной и конечной орбитах и справедливы для случая конечной и импульсной тяги. Можно показать что они эквивалентны условиям  $p'_u(t_0) = 0$ ,  $p'_u(t_f) = 0$  в системе координат  $\{q_i, u\}$ , где, например,  $\{q_i\} = \{p, e, \omega, i, \Omega\}$  — элементы орбиты,  $u$  — аргумент широты, фиксирующий положение точки на орбите:

$$r = r(q_i, u); \quad V = V(q_i, u). \quad (4.126)$$

Из условий (4.124), (4.125) и (4.68) следует для случая конечной тяги

$$H = \left[ \frac{P}{m}, k \right]_0 = \left[ \frac{P}{m}, k \right]_f \quad (4.127)$$

и для случая импульсной тяги (см. равенство (4.112))

$$H = p'_{r_0} \Delta V_0 = - p'_{r_f} \Delta V_f. \quad (4.128)$$

Для оптимального времени перелета  $H = 0$  и из условий (4.127), (4.128) следует

$$\left[ \frac{P}{m}, k \right]_0 = \left[ \frac{P}{m}, k \right]_f = 0; \quad (4.129)$$

$$p'_{r_0} \Delta V_0 = - p'_{r_f} \Delta V_f = 0. \quad (4.130)$$

Условие (4.130) эквивалентно

$$p'_{r_0} p_{V_0} = p'_{r_f} p_{V_f} = 0 \quad (4.131)$$

и является, по существу, условием внутреннего импульса (4.119). В этом случае интеграл (4.109) имеет место на отрезке  $[t_0, t_f]$ . Из условия (4.129) следует, что граничные точки либо принадлежат

участкам пассивного движения ( $P = 0$ ), либо отвечают моменту включения ( $k_0 = 0$ ) или выключения ( $k_f = 0$ ) двигателя. Предполагая отсутствие участков пассивного движения в начале и конце траектории, запишем вместо (4.129) следующее условие:

$$k_0 = k_f = 0. \quad (4.132)$$

В этом случае условия (4.124), (4.125) эквивалентны

$$H = h = 0. \quad (4.133)$$

Таким образом, соотношения (4.132), (4.133) отвечают межорбитальному переходу при оптимальном выборе точек отправления и прибытия и свободном времени перелета.

Теперь рассмотрим задачу встречи КА с небесным телом или другим КА, движение которых предполагается заданным как функция времени  $r_k(t)$ ,  $V_k(t)$ . Если предполагаются выравнивания скоростей КА и цели в конечный момент времени  $t_f$ , который считается свободным, то, принимая во внимание, что  $\delta t' = \delta t$  в условии (4.123), из выражения (4.128) получим

$$H_f = p_{r_f}' V_{k_f} + p_{V_f}' g_f,$$

или для случая конечной тяги

$$k_f = 0, \quad (4.134)$$

и для импульсной тяги

$$p_{r_f}' \Delta V_f = 0, \quad (4.135)$$

что эквивалентно условию внутреннего импульса

$$p_{r_f}' p_{V_f} = 0. \quad (4.136)$$

Пусть теперь время перелета задано, а точка отправления (дата старта) с начальной орбиты выбирается оптимальной

$$\delta(t_f - t_0) = \delta t_f - \delta t_0 = 0. \quad (4.137)$$



Из выражения (4.122) тогда следует для конечной тяги

$$\left[ \frac{P}{m} k \right]_0 = \left[ \frac{P}{m} k \right]_f, \quad (4.138)$$

и для импульсной тяги

$$p'_{r_0} \Delta V_0 = - p'_{r_f} \Delta V_f. \quad (4.139)$$

Рассмотрим далее задачу встречи КА с несколькими небесными телами. Будем считать, что после встречи с очередным объектом, КА совершает с ним пассивное движение (сопровождение) в течение некоторого промежутка времени, после чего совершает перелет к другому объекту.

Пусть продолжительность сопровождения  $i$ -го небесного тела задана:

$$\delta(t_{0_{(i+1)}} - t_{f_i}) = \delta t_{0_{(i+1)}} - \delta t_{f_i}, \quad (4.140)$$

где индексы  $0_i$  и  $f_i$  отвечают началу и концу перелета к  $i$ -му небесному телу.

В этом случае на концах участка сопровождения имеют место условия для конечной тяги

$$\left[ \frac{P}{m} k \right]_{0_{(i+1)}} = \left[ \frac{P}{m} k \right]_{f_i}, \quad (4.141)$$

и для импульсной тяги

$$p'_{r_{0_{(i+1)}}} \Delta V_{0_{(i+1)}} = - p'_{r_{f_i}} \Delta V_{f_i}. \quad (4.142)$$

Если время сопровождения выбирается оптимальным, то вместо равенства (4.141) имеем

$$k_{0_{(i+1)}} = k_{f_i} = 0, \quad (4.143)$$

а вместо равенства (4.142) — условия внутреннего импульса

$$p'_{r_{0_{(i+1)}}} p_{V_{0_{(i+1)}}} = - p'_{r_{f_i}} p_{V_{f_i}} = 0. \quad (4.144)$$

В этом случае оптимизация перелетов к  $i$ -му и  $(i + 1)$ -му объекту проводится независимо. В случае фиксированного времени сопровождения совместная оптимизация соседних участков перелета сводится к удовлетворению условия стыковки (4.141) и (4.142). При этом сопряженная переменная  $p_m$  непрерывна, а  $p_V$  и  $p_r$  выбираются заново в начале участка перелета к  $(i + 1)$ -му объекту.

Полученные условия трансверсальности позволяют сформулировать двухточечную (или многоточечную в случае перелета к нескольким небесным телам) краевую задачу для П-системы Понтрягина (4.58), (4.69), (4.74) ... (4.76) в рассмотренных задачах межорбитального перехода и встречи в конечной и импульсной тягой. Например, в задаче межорбитального перехода, когда точки отправления и прибытия на граничных орбитах выбираются оптимальными, в качестве неизвестных в начальный момент времени могут быть приняты, например, широта точки отправления  $u_0$ , постоянная  $h$  интеграла (4.70), а также по две компоненты сопряженных векторов  $p_V(t_0)$  и  $p_r(t_0)$  (оставшиеся две компоненты могут быть найдены из условия нормировки (4.85) и условия трансверсальности (4.124), а сопряженная переменная  $p_m(t_0)$  из интеграла (4.70)), т.е. всего шесть неизвестных  $\nu = \{u_0, h, p_{V_0}, p_{r_0}\}$ . В конечный момент времени необходимо удовлетворить условиям на элементы орбиты  $O_f$ :

$$q_i(t_f) = q_{fi}^*, \quad i = 1, \dots, 5, \quad (4.145)$$

где  $q_{fi}^*$  — заданные элементы конечной орбиты, а также условию трансверсальности (4.125), т.е. всего шесть условий типа (4.22), (4.23). Если время перелета предполагается свободным, на оптимальной траектории выполняются условия (4.132), (4.133), что позволяет на единицу уменьшить число неизвестных в начальный момент времени ( $h = 0$ ). При этом время перелета определяется условием (4.132) в конечный момент времени, которое эквивалентно условию трансверсальности (4.125). Можно показать [76], что в этом случае в качестве неизвестных параметров краевой задачи в начальный момент времени можно принять широту точки отправления  $u_0$ , а также

единичный вектор тяги  $e(t_0)$  и его производную  $\dot{e}(t_0)$ , т.е.  $\nu = \{u_0, e(t_0), \dot{e}(t_0)\}$ . Действительно, для этого достаточно выразить векторы  $p_V(t_0)$  и  $p_r(t_0)$  через  $e(t_0)$  и  $\dot{e}(t_0)$ . Вектор  $p_V(t_0)$  находится непосредственно из условия оптимальности (4.74) с учётом условия нормировки (4.85):

$$p_{V_0} = |p_{V_0}| e(t_0). \quad (4.146)$$

Вектор  $p_r(t_0)$  удовлетворяет уравнению

$$p_r = -\dot{p}_V \quad (4.147)$$

или с учетом выражения (4.146)

$$p_{r_0} = -\frac{d|p_{V_0}|}{dt} e(t_0) - |p_{V_0}| \dot{e}, \quad (4.148)$$

причем величина  $\frac{d|p_{V_0}|}{dt}$  может быть найдена из условия трансверсальности (4.124)

$$\frac{d|p_{V_0}|}{dt} = |p_{V_0}| [(\dot{e}' V - e' g)/(e' V)] t_0. \quad (4.149)$$

Поскольку  $e$  есть единичный вектор, можно выразить  $e$  и  $\dot{e}$  через два направляющих угла (в случае компланарных перелетов один) и их производные  $e = e(\beta, \alpha)$ ,  $\dot{e} = \dot{e}(\beta, \alpha, \dot{\beta}, \dot{\alpha})$ .

На рис. 4.6 представлена характерная зависимость функции переключения по времени полета (масштаб времени около 14 мин) для перехода между орбитами со свободным временем и оптимальным выбором точек отправления и прибытия на граничных орбитах с двумя активными участками, разделенными пассивным участком полета. Зависимость (см. рис. 4.6) отвечает оптимальному компланарному перелету между низкой околоземной орбитой высотой 200 км и геостационарной орбитой (рис. 4.7) с постоянным реактивным

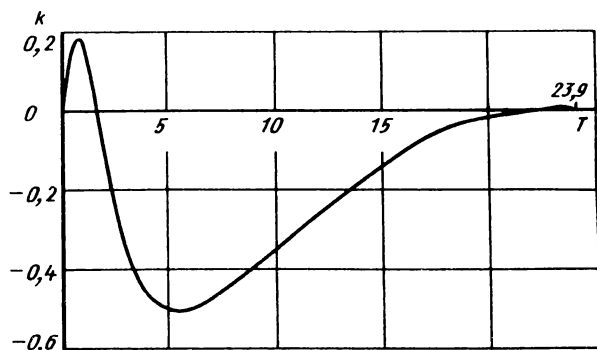
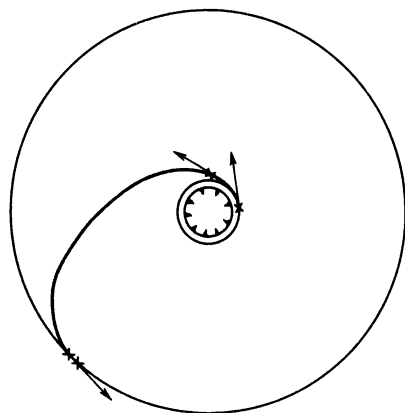


Рис. 4.6. Функция переключения для межорбитального перехода со свободным временем и оптимальным выбором точек отправления и прибытия на граничных орбитах

Рис. 4.7. Траектория перелета на геостационарную орбиту



ускорением  $a_0 = 0,2g_0$ , построенному с помощью диалоговой системы проектирования орбит с конечной тягой.

Нейштадт в 1966 г. показал, что всякое решение краевой задачи импульсного перелета с фиксированным временем может рассматриваться как предельное решение для последовательности краевых задач с конечной тягой при неограниченном возрастании ее, т.е. при  $P \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned} \dot{p}_V(t) &\rightarrow p_V^H(t); \quad p_r(t) \rightarrow p_r^H(t); \\ \frac{m(t) p_m(t)}{W} &\rightarrow 1; \quad r(t) \rightarrow r_H(t); \\ V(t) &\rightarrow V_H(t); \quad \Delta V(t) \rightarrow \Delta V_H(t); \\ k(t) &\rightarrow k_H(t), \end{aligned} \tag{4.150}$$

где индекс "H" отвечает импульсному решению.

Рис. 4.8, 4.9 иллюстрирует поведение функции переключения при  $P_{\max} \rightarrow \infty$ , когда функция  $k(t)$  из показанной на рис. 4.8, а, 4.9, а непрерывно переходит в показанную на рис. 4.8, б, 4.9, б. На рис. 4.8 и 4.9 первый и третий импульсы граничные, а второй внутренний, однако на рис. 4.9 все импульсы внутреннего типа [см. условие (4.119)], т.е. отвечают перелету с оптимальным временем и выбором точек отправления и прибытия на орбитах.

Если решение краевой задачи импульсного перелета единственное, то всякое решение с конечной тягой может рассматриваться как промежуточное в последовательности решений краевых задач с неограниченно возрастающей тягой, сходящихся к этому импульсному решению. Отмеченное свойство решений краевых задач с конечной и импульсной тягой позволяет использовать эффективный метод построения оптимальных решений. В качестве особого управления здесь выступает величина тяги двигателя, регулярного – ориентация вектора тяги. Импульсные решения краевой задачи оптимального перелета используются в качестве начального (опорного) при решении краевой задачи с конечной тягой методом продолжения по параметру – уровню тяги. Опыт численных расчетов на ЭВМ показал также целесообразность использования при оптимизации конкретных перелетов продолжения решений краевых задач по скорости истечения реактивной струи, а также времени перелета  $T$  и параметрам маневра, например, угловой дальности перелета, положению точек отправления и прибытия на граничных орбитах и т.д.

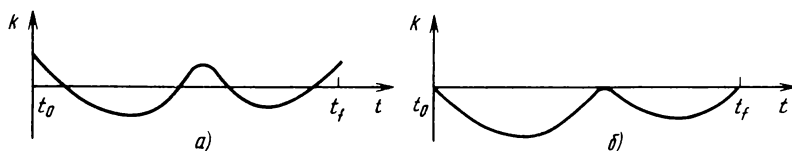


Рис. 4.8. Зависимости  $k(t)$  для конечной и импульсной тяги

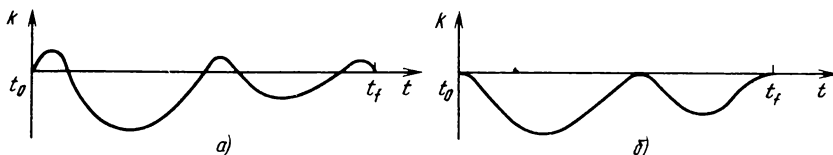


Рис. 4.9. Зависимости  $k(t)$  для конечной и импульсной тяги в случае импульсов внутреннего типа

Исследуем вопрос о продолжении решений краевой задачи в окрестности импульсного решения. Типовые функции переключения, отвечающие двухимпульсным перелетам, показаны на рис. 4.10. Рис. 4.10, а отвечает оптимальному выбору положения точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$  на граничных орбитах и времени перелета  $T$ . В этом случае график функции переключения  $k(t)$  касается оси абсцисс в начальный и конечный моменты времени, для которых справедливы условия внутреннего импульса (4.119). В случае неоптимальных  $u_0, u_f, T$  график  $k(t)$  образует  $p$ -угол (не равный нулю) с осью абсцисс в момент начального и конечного импульсов (рис. 4.10, б).

Задавая в качестве начального приближения при решении краевой задачи с конечной тягой импульсное решение, например  $v^N \{h^N, p_{V_0}^N, p_{r_0}^N\}$ , найдем из выражения (4.113) сопряженную переменную  $p_{\Delta V}$  как функцию ускорения от тяги  $a_0 = P/m_0$ :

$$p_{\Delta V}(a_0) = \frac{p'_{V_0} p_{r_0}}{|p_{V_0}|} \frac{\Delta V_0}{a_0} - |p_{V_0}|. \quad (4.151)$$

Данное соотношение можно также получить из условия (4.111), анализируя изменение функции переключения  $k(t)$  (4.77) в окрестности  $t = 0$  с учетом величин первого порядка малости при постоянном реактивном ускорении  $a = \text{const}$  ( $W \rightarrow \infty$ ), принимая во внимание соотношения

$$\frac{dk}{dt} = -\frac{P}{mW} k + \frac{d|p_V|}{dt}; \quad (4.152)$$

$$\frac{d|p_V|}{dt} = -\frac{p'_{V_0} p_r}{|p_{V_0}|} \quad (4.153)$$

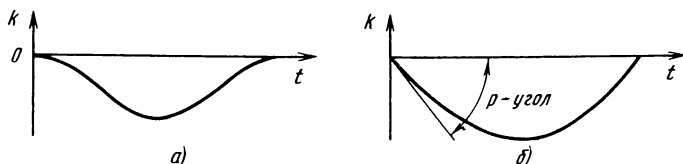


Рис. 4.10. Функция переключения на двухимпульсной траектории

при заданной длительности начального активного участка

$$\Delta t_0 = \Delta V_0 / a. \quad (4.154)$$

Опыт численного решения краевых задач на ЭВМ показал, что при  $\rho$ -угле, отличном от нуля, применение соотношения (4.151) и импульсного вектора  $\nu^n$  позволяет эффективно применять метод продолжения по уровню тяги для построения перелетов с конечной тягой. В то же время при стремлении  $\rho$ -угла к нулю наблюдается неустойчивый характер продолжения при использовании в качестве начального приближения импульсного вектора  $\nu^n$ . Рассмотрим это обстоятельство подробнее. При нулевом значении  $\rho$ -угла выполняется условие

$$\frac{d|p_{V_0}|}{dt} = - \frac{p'_{V_0} p_{r_0}}{|p_{V_0}|} = 0, \quad (4.155)$$

отвечающее оптимальному выбору точек отправления и прибытия на граничных орбитах и времени перелета. Для траекторий с конечной тягой при этом выполняются условия трансверсальности (4.132), (4.133).

Используя соотношения (4.152), (4.132), а также

$$\frac{d^2 k}{dt^2} = \frac{d^2 |p_V|}{dt^2} - \frac{P}{mW} \frac{d|p_V|}{dt}, \quad (4.156)$$

можно показать, что при оптимальном выборе  $u_0$ ,  $u_f$ ,  $T$  использование импульсного вектора  $\nu^n$  (например,  $\nu^n = \{u_0, e_0^n, \dot{e}_0^n\}$ ) в качестве опорного не обеспечивает заданную длительность начального активного участка (4.154) (в этом случае  $\Delta t_0$ ), в связи с чем  $\Phi_\beta(\nu^n, 0) \rightarrow \infty$  и в уравнении продолжения (4.46) имеет место особенность. Таким образом, импульсное решение краевой задачи  $\nu^n$ , отвечающее оптимальному выбору  $u_0$ ,  $u_f$ ,  $T$ , является особой точкой уравнения (4.46). Найденная особая точка является точкой бифуркации (ветвления) с бесконечным числом ветвей, отвечающих локально

оптимальным перелетам с конечной тягой с различным числом активных участков.

Например, в задаче импульсного перелета между круговыми копланарными орбитами оптимальному выбору  $u_0$ ,  $u_f$ ,  $T$  отвечает известный двухимпульсный гомановский перелет, который в широком диапазоне отношений радиусов орбит является абсолютно оптимальным перелетом. При переходе к конечной тяге в задаче появляется бесконечное число локально оптимальных перелетов с различным числом включений двигателя в районе перицентра и апоцентра перелетной орбиты. Введение дополнительных активных участков и промежуточных орбит в состав траектории позволяет уменьшить гравитационные потери и расход топлива, причем расход топлива может быть сколь угодно близким к расходу при импульсной тяге, правда, при бесконечно большом числе промежуточных орбит и времени полета [15]. В рамках каждой схемы перелета с определенным числом и последовательностью промежуточных орбит и активных участков существует локально оптимальный перелет с конечной тягой, отвечающий оптимальному распределению длительностей активных участков и оптимальному времени перелета, зависящих от уровня тяги двигателя.

Каждый локально оптимальный перелет принадлежит разным ветвям решений краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой с условиями трансверсальности (4.132), (4.133), сходящимся при  $P \rightarrow \infty$  к начальным импульсным сопряженным векторам  $p_V^n(t_0)$ ,  $p_r^n(t_0)$ ,

отвечающим абсолютно оптимальному решению задачи перелета между орбитами. Учитывая неединственность продолжения начального импульсного сопряженного вектора, отвечающего абсолютно оптимальному перелету, это решение может рассматриваться как вырожденное. Непосредственное использование импульсного вектора  $\nu^n$ , отвечающего оптимальному выбору  $u_0$ ,  $u_f$ ,  $T$ , не обеспечивает заданную длительность активных участков и не дает тем самым "хорошее" начальное приближение при численном решении краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой (несмотря на близость этих решений). Исследования показали, что для продолжения импульсного решения,

например,  $\nu^n = \{u_0^n, e_0^n, \dot{e}_0^n\}$  с оптимальным выбором  $u_0$ ,  $u_f$ ,  $T$  необходимо определить начальные поправки  $\Delta e_0(a)$ ,  $\Delta \dot{e}(a)$ ,  $\Delta u_0(a)$ ,

обеспечивающие приемлемую длительность активных участков, отвечающую заданной схеме локально оптимального перелета. Например, в



задаче перелета между круговыми орбитами такие поправки могут быть найдены аналитически. В общем случае может потребоваться вспомогательная численная процедура определения таких начальных поправок.

#### 4.3. ДИАЛоговая СИСТЕМА ПРОЕКТИРОВАНИЯ ОРБИТ С КОНЕЧНОЙ ТЯГОЙ

Рассматриваемый метод численного построения на ЭВМ оптимальных траекторий межорбитальных космических аппаратов основан на непрерывном продолжении, начиная со случая с импульсной тягой, решений краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой (4.58), (4.69), (4.74) ... (4.76) по параметрам двигательной установки — тяге  $P$  (или начальному ускорению от тяги  $a_0 = P/m$ ) и эффективной скорости истечения реактивной струи  $W$ , а также времени перелета  $T$  и параметрам маневра (например, угловой дальности перелета, положению точек отправления и прибытия на граничных орбитах и т.д.). Таким образом, удастся обойти непосредственное решение сложной нелинейной краевой задачи оптимального перелета и строить его в результате построения специальным образом организованной последовательности частных краевых задач, причем так, что решение каждой предыдущей задачи составляет "хорошее" нулевое приближение для последующей задачи.

Опыт численного моделирования на ЭВМ указанного подхода к оптимизации траекторий с конечной тягой в центральном поле показал его высокую эффективность. Разработанные схемы построения последовательности двухточечных краевых задач были реализованы в виде диалоговой системы проектирования орбит (ДИСИПО) на малой ЭВМ СМ-4, позволяющей в диалоговом режиме осуществлять построение цепочки краевых задач, приводящей к решению поставленной задачи. Первая версия ДИСИПО, предназначенная для оптимизации компланарных перелетов с конечной тягой, была завершена в начале 80-х годов. Вслед за ней реализована вторая версия ДИСИПО-2, обладающая значительно более гибкой и совершенной схемой диалогового взаимодействия и предназначенная для общего случая некомпланарных перелетов. Принятая архитектура системы допускает ее постоянное расширение и развитие благодаря включению новых модулей. Смысл диалога в ДИСИПО состоит в выборе пользователем в импульсном блоке (ИБ) опорной импульсной траектории и последующем ее продолжении,

например, по одной из рекомендуемых ("стандартных") схем в блоке конечной тяги (БКТ) (рис. 4.11). Диалоговый метод решения нелинейной краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой, в процессе которого происходит самообучение пользователя, является здесь естественным и удобным, поскольку зачастую требуется оперативная адаптация вычислительного процесса.

Многолетняя эксплуатация ДИСИПО позволила накопить значительный опыт построения оптимальных траекторий и решить ряд трудных краевых задач в широком диапазоне начального реактивного ускорения и параметров маневров. Характерно, что все решения были получены в регулярном режиме, т.е. без использования какого бы то ни было "слепого" подбора начального приближения краевой задачи. С помощью ДИСИПО можно исследовать разнообразные оптимальные перелеты. Эта особенность ДИСИПО как исследовательской системы делает ее эффективным инструментом построения оптимальных перелетов с конечной тягой.

Рассмотрим особенности математического обеспечения импульсного блока и блока конечной тяги применительно к задаче межорбитального перелета в центральном ньютоновском поле. Предполагаются заданными своими элементами  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$  начальная  $O_0$  и конечная  $O_f$  орбиты перелета. Положения начальной  $(r_0, V_0)$  и конечной  $(r_f, V_f)$  точек перелета на граничных орбитах однозначно определяются заданием широт точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$  на орбитах. Время перелета  $T$ , а также широты  $u_0$  и  $u_f$  могут быть заданы, либо подлежат оптимизации.

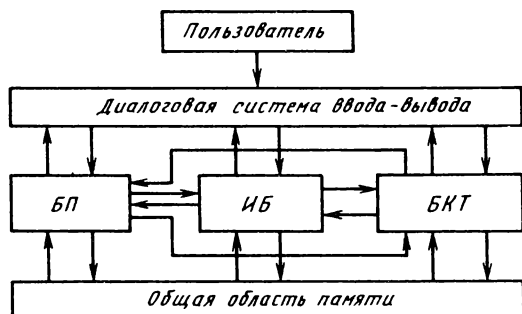


Рис. 4.11. Структурная схема системы ДИСИПО:

БП — блок продолжения; ИБ — импульсный блок; БКТ — блок конечной тяги

Опыт численных расчетов на ЭВМ показал, что во многих практически интересных случаях в качестве опорных в импульсном блоке могут быть использованы двухимпульсные траектории перелета. В этом случае межорбитальный перелет осуществляется следующим образом (см. рис. 4.1): первый импульс  $\Delta V_0$  прикладывается в точке отправления  $u_0$  на начальной орбите для перевода КА на перелетную орбиту, а второй импульс  $\Delta V_f$  прикладывается на траектории перелета для перевода КА на конечную орбиту. Полный импульс  $\Delta V_\Sigma$  (суммарная характеристическая скорость), необходимый для перелета между двумя эллиптическими орбитами, представляет собой сумму абсолютных значений двух импульсов на траектории перелета

$$\Delta V_\Sigma = \Delta V_0 + \Delta V_f \quad (4.157)$$

и зависит от выбора точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$ , а также фокального параметра перелетной орбиты  $p$

$$\Delta V_\Sigma = \Delta V_\Sigma(u_0, u_f, p). \quad (4.158)$$

В случае, если положение точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$ , а также время перелета  $T$  фиксированы, двухимпульсная траектория перелета может быть относительно несложно найдена с помощью задачи Ламберта.

В случае, если широты точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$ , а также время перелета  $T$  (либо часть из них) подлежат оптимизации, необходимо выполнить минимизацию функции полного импульса (4.158) с помощью одного из численных методов. Учитывая сложный характер функции (4.158), целесообразно использовать квазиньютоновские методы, например, метод Давидона-Флетчера-Пауэлла. Необходимые производные функции полного импульса могут быть определены с помощью соотношений из работы [56]. При численном решении необходимо учитывать наличие, как правило, нескольких локальных минимумов функции полного импульса.

По найденной импульсной траектории перелета необходимо определить соответствующий ей сопряженный вектор  $p_V(t)$ ,  $p_f(t)$ .

На любой двухимпульсной траектории (или любом двухимпульсном

участке  $N$ -импульсной траектории) базис-вектор имеет граничные условия:

$$p_{V_0} = \Delta V_0 / |\Delta V_0|, \quad p_{V_f} = \Delta V_f / |\Delta V_f|. \quad (4.159)$$

Используя аналитическое выражение для сопряженных переменных (4.88), можно определить шесть констант интегрирования Лоудена, которые находятся из системы линейных алгебраических уравнений, выражающих условия (4.159):

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= A \cos \vartheta_0 + B \sin \vartheta_0 + C I_0 = \Delta u_0 / |\Delta V_0|; \\ \lambda_f &= A \cos \vartheta_f + B \sin \vartheta_f + C I_f = \Delta u_f / |\Delta V_f|; \\ \mu_0 &= -A \sin \vartheta_0 (1 + r_0/p) + B p/r_0 + D r_0/p + \\ &+ C J_0 = \Delta v_0 / |\Delta V_0|; \\ \mu_f &= A \sin \vartheta_f (1 + r_f/p) + B p/r_f + D r_f/p + \\ &+ C J_f = \Delta v_f / |\Delta V_f|; \\ \nu_0 &= \frac{r_0}{p} (E \cos \vartheta_0 + F \sin \vartheta_0) = \Delta \omega_0 / |\Delta V_0|; \\ \nu_f &= \frac{r_f}{p} (E \cos \vartheta_f + F \sin \vartheta_f) = \Delta \omega_f / |\Delta V_f|, \end{aligned} \quad (4.160)$$

где  $A, B, C, D, E, F$  – постоянные интегрирования Лоудена на перелетной орбите;  $e, p$  – эксцентриситет и фокальный параметр перелетной орбиты;  $\vartheta_0, \vartheta_f$  – истинные аномалии;  $\Delta u, \Delta v, \Delta \omega$  – радиальная, трансверсальная и нормальная компоненты импульса скорости (индексы "0" и "f" относятся к началу и концу перелетной орбиты).

В случае компланарного перелета  $E = F = 0$  и отпадает надобность в последних двух уравнениях системы (4.160).

После определения шести постоянных интегрирования  $A, B, C, D, E, F$  с помощью выражений (4.88) могут быть найдены сопряженные векторы  $p_{V_0}^{\text{орб}}$  и  $p_{r_0}^{\text{орб}}$  в начальный момент времени в орбитальной системе координат.

Затем определяются компоненты сопряженных векторов  $p_{V_0}$  и  $p_{r_0}$  в декартовой системе координат, в которой заданы векторы  $r_0$ ,  $r_f$ :

$$p_{V_0} = B p_{V_0}^{orb}, \quad p_{r_0} = B p_{r_0}^{orb}, \quad (4.161)$$

где  $B$  – матрица перехода из орбитальной системы в декартовую.

Полученные значения  $p_{V_0}$  и  $p_{r_0}$  используются в качестве начальной оценки сопряженного вектора при итерационном решении краевой задачи оптимального перелета в блоке конечной тяги. Сопряженная переменная  $p_{\Delta V}$  находится из условия (4.151).

Прежде чем перейти к блоку конечной тяги, необходимо проверить выполнение необходимого условия оптимальности исходной двухимпульсной траектории:

$$|p_V(t)| = \sqrt{\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2} < 1, \quad (4.162)$$

которое отражает тот факт, что модуль базис-вектора на траектории не должен превосходить 1. Для этого необходимо провести вычисление компонент базиса-вектора с помощью соотношений (4.88) в дискретные моменты времени (или, что проще, истинной аномалии) на перелетной орбите. При этом для установления связи истинной аномалии со временем необходимо обратиться к решению уравнения Кеплера.

На рис. 4.12, а показано изменение величины базис-вектора по времени для двухимпульсной траектории, удовлетворяющей условиям оптимальности. На рис. 4.12, б, в приведены возможные зависимости  $|p_V(t)|$  для неоптимальной двухимпульсной траектории. В случае, изображенном на рис. 4.12, б, оптимальная траектория содержит три импульса, а в случае, изображенном на рис. 4.12, в, – участок пассивного движения в начале траектории до сообщения первого импульса (двухимпульсная траектория с начальным участком пассивного полета).

Если условие (4.162) на исходной двухимпульсной траектории выполнено, то она может быть непрерывно продолжена в соответствующую оптимальную траекторию с конечной тягой в блоке конечной тяги. Если же условие (4.162) не выполнено, то, следовательно, исходная двухимпульсная траектория заведомо неоптимальная и не может быть использована в блоке конечной тяги. В этом случае

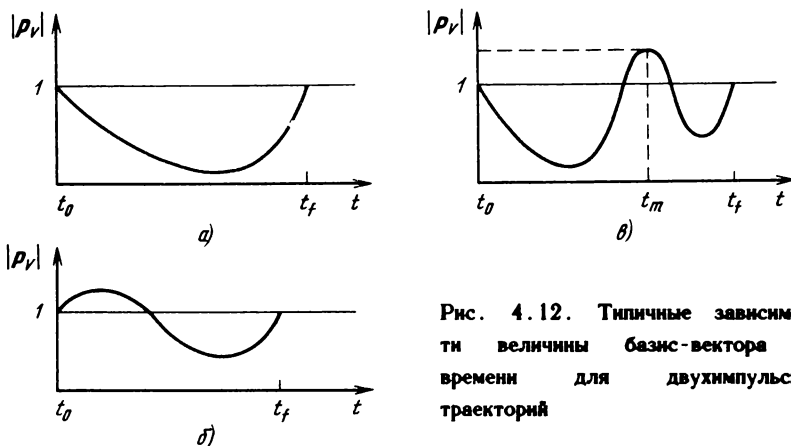


Рис. 4.12. Типичные зависимости величины базис-вектора по времени для двухимпульсных траекторий

оптимальная импульсная траектория содержит более двух импульсов или же участки пассивного полета в начале или конце траектории.

Оказывается, что исследуя базис-вектор на неоптимальной траектории, можно установить способ улучшения исходной траектории и приближения ее к оптимальной. Ежевским и Розендаалом предложен градиентный алгоритм построения оптимальной многоимпульсной траектории, исходя из неоптимальной двухимпульсной.

Для того, чтобы можно было воспользоваться двухимпульсной опорной траекторией, необходимо изменить соответствующим образом параметры перелета, например, время перелета, начальные и конечные условия, с тем, чтобы изменить ("выправить") их затем в блоке конечной тяги. В процессе продолжения решений по параметру в блоке конечной тяги число активных участков может изменяться, так как всякий раз получается оптимальная траектория, соответствующая определенным параметрам перелета.

В блоке конечной тяги происходит решение нелинейной краевой задачи для П-системы Понтрягина 14-го порядка (4.58), (4.69), (4.74), (4.75), записанной в декартовой системе координат. Например, для перелета между заданными граничными точками  $(r_0, V_0)$  и  $r_f, V_f$  за фиксированное время  $T$  неизвестными параметрами краевой задачи могут быть приняты постоянная  $h$  интеграла (4.70) и начальные значения сопряженных переменных  $p_V(t_0), p_r(t_0)$ . При этом

величина  $p_V(t_0)$  удовлетворяет условию нормировки (4.85), а сопряженная переменная  $p_m(t_0)$  находится из интеграла (4.70).

Решение краевых задач проводится с помощью квазиньютоновского метода Бroyдена [16]. Вычислительная схема алгоритма следующая. Задается нулевое приближение для сопряженных переменных в начальный момент времени  $p_0$ . Вычисляется матрица производных краевых условий  $\Phi_{p_0}$  по начальным значениям сопряженных переменных  $\Phi_{p_0}$ . Полагается  $H^0 = \Phi_{p_0}^{-1}$ . Далее для  $k = 0, 1, \dots$  вычисляются новые значения  $p_0$

$$p_0^{k+1} = p_0^k - a H^k \Phi(p_0^k), \quad (4.163)$$

где  $a$  определяется, например, из условия

$$\|\Phi(p_0^{k+1})\| < \|\Phi(p_0^k)\|.$$

Затем уточняется значение матрицы  $H$ :

$$H^{k+1} = H^k \frac{(\Delta p - H^k \Delta \Phi) \Delta p' H^k}{\Delta p' H^k \Delta \Phi}; \quad (4.164)$$

$$\Delta \Phi = \Phi(p_0^{k+1}) - \Phi(p_0^k); \Delta p = p_0^{k+1} - p_0^k.$$

Итерационный процесс продолжается до удовлетворения краевых условий с заданной точностью. Через определенное число итераций можно для исключения накопления ошибок перезадавать матрицу  $H$ , вновь вычисляя обратную матрицу частных производных  $\Phi_{p_0}^{-1}$ . Расчеты

оптимальных перелетов с помощью ДИСИПО показали, что рассмотренный алгоритм практически не уступает традиционному методу Ньютона по числу итераций, однако существенно превосходит его во времени счета, так как не требует расчета производных на каждой итерации.

Решение краевых задач в блоке конечной тяги основано на продолжении решений в диалоговом режиме по параметрам двигателя ( $a_0$  и  $W$ ) и параметрам маневра (времени перелета, положению точек отправления и прибытия и т.д.).

В ДИСИПО реализован дискретный вариант метода продолжения типа "предиктор-корректор", когда пользователь дискретно изменяет с определенным шагом (величина шага может быть установлена методом проб, а также с помощью рекомендаций пользователю и на основании его опыта) определенный параметр, например  $a_0$ , и контролирует сходимость итераций. Если сходимость медленная (или даже отсутствует), пользователь прерывает с дисплея процесс решения краевой задачи и, например, уменьшает шаг продолжения. Выбор опорного импульсного решения, схемы и параметров продолжения, шага продолжения и способа коррекции начального сопряженного вектора, анализ сходимости краевой задачи удобно проводить в диалоговом режиме решения задачи оптимального перелета на ЭВМ.

В результате применения изложенного подхода наряду с искомой оптимальной траекторией получается целое семейство "порождающих" траекторий, построение которых является своеобразной платой за решение трудной двухточечной краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой. Указанное семейство позволяет проследить связь оптимальной траектории с конечной тягой с соответствующей импульсной траекторией, решить вопрос о существовании решения, который для траекторий с конечной тягой может быть нетривиальным. Необходимо также отметить, что нахождение семейства траекторий может оказаться необходимым этапом исследования задачи межорбитального перелета при определении минимальных затрат на выполнение маневра и построении проектно-динамической функции (2.54), которая является важной выходной характеристической динамической части общей задачи проектирования межорбитальных космических аппаратов.

С помощью диалоговой системы ДИСИПО были выполнены многочисленные расчеты межорбитальных перелетов между круговыми и эллиптическими орбитами с конечной тягой.

Рассмотрим задачу межорбитального перелета с конечной тягой между круговыми компланарными орбитами, представляющую практический интерес. В этом случае параметрами маневра являются радиусы начальной ( $r_0$ ) и конечной орбит ( $r_f$ ), угловая дальность ( $\varphi_f$ ) и время ( $T$ ) перелета, а проектно-динамическая функция (2.54) имеет вид

$$T_{\mu}^{\min} = T_{\mu}(a_0, W, r_0, r_f, \varphi_f, T). \quad (4.165)$$



Линии уровня этой функции  $T_\mu(\varphi_f, T) = \text{const}$  при фиксированных  $a_0$ ,  $W$ ,  $r_0$ ,  $r_f$  на плоскости  $\varphi_f$ ,  $T$  представляют собой линии равных (минимально возможных) затрат топлива на перелет, т.е. совпадают с линиями  $m_T = \text{const}$ . Знание этих линий может потребоваться при построении проектно-динамической функции (2.54).

На рис. 4.13 представлены типичные линии уровня функции  $T_\mu(\varphi_f, T)$ , которые строились с помощью ДИСИПО. Видно, что линии уровня покрывают область плоскости  $\varphi_f$ ,  $T$ , ограниченную линией  $T_\mu = T$ , соответствующей перелетам без выключения двигателя. На рис. 4.14 показаны зависимости  $T_\mu(\varphi_f)$  для различных фиксированных значений времен перелета  $T$ , которые дают дополнительную информацию к рис. 4.13.

Точки  $A$ ,  $CA$ ,  $AC$ ,  $C_2A$ ,  $CAC$  и т.д. соответствуют локально оптимальным решениям краевой задачи по времени и угловой дальности перелета (при отсутствии пассивных участков движения на начальной

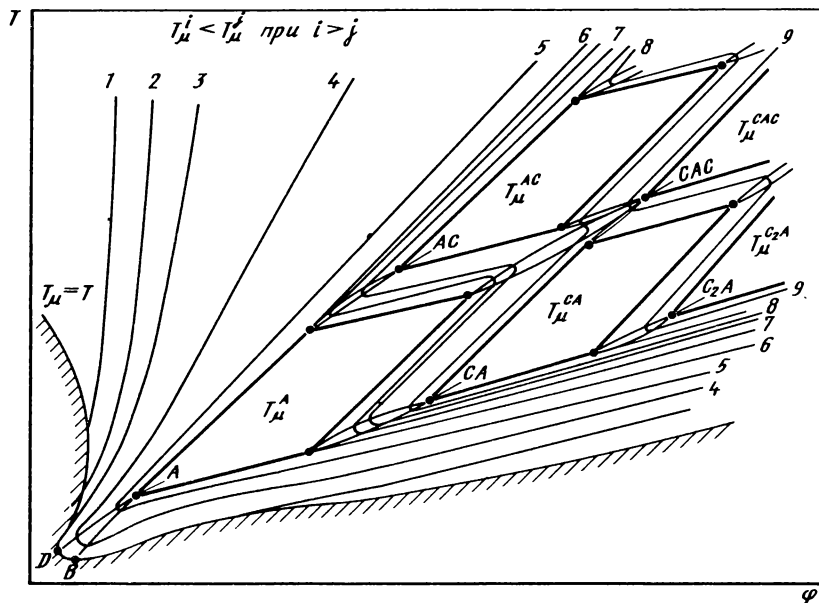


Рис. 4.13. Линии уровня функции  $T_\mu(\varphi_f, T)$

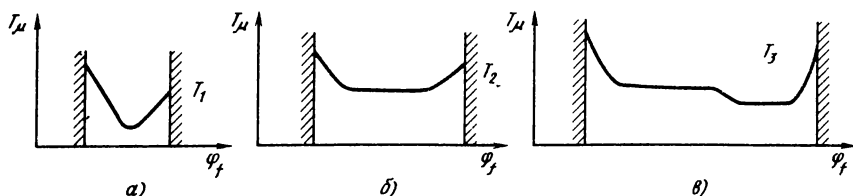


Рис. 4.14. Зависимости  $T_\mu(\varphi_f)$  для различных фиксированных значений времен перелета  $T(T_3 > T_2 > T_1)$

и конечной круговых орбитах). Для этих решений выполняются условия оптимальности (4.132), (4.133), которым удовлетворяет ряд  $\{\varphi_f^{\text{opt}}, T_i^{\text{opt}}\}$ ,  $i = 1, \dots, \infty$  локально оптимальных значений угловой дальности и времени перелета. Каждый локальный оптимум отвечает определенной схеме перелета с заданным числом и последовательностью активных участков в районе перицентра и апоцентра промежуточных оскулирующих эллиптических орбит и принадлежит разным ветвям решений краевой задачи оптимального перелета с конечной тягой с условиями трансверсальности (4.196), сходящимся при  $P \rightarrow \infty$  к начальному импульсному сопряженному вектору  $p_V^H(0)$ ,  $p_r^H(0)$ , отвечающему гомановскому перелету.

Анализ функции переключения локально оптимальных траекторий показывает, что по отношению к большой оси эллипса на пассивном участке полета точки включения и выключения двигателя расположены симметрично или асимметрично. Поэтому соответствующие локально оптимальные траектории удобно классифицировать по виду и числу промежуточных пассивных участков, следующих за активными. Если буквой *A* обозначить асимметричный пассивный участок, а буквой *C* – симметричный, то обозначение, например *CAC* на рис. 4.13, соответствует траектории с тремя пассивными и четырьмя активными участками, причем второй пассивный участок – асимметричный. Асимметричный пассивный участок присутствует всегда и в единственном числе. Его положение относительно симметричных участков произвольное.

Поэтому в рамках схемы с  $n$  активными участками (т.е. с  $n - 1$  пассивными участками) существует  $n - 1$  локально оптимальных

траекторий, различающихся по положению асимметричного участка. Каждый симметричный участок отвечает, очевидно, введению промежуточной орбиты в состав траектории и дополнительному включению двигателя при разгоне с начальной или выведении на конечную орбиты. При перелете на внешнюю орбиту гравитационные потери наиболее велики при разгоне с начальной орбиты, поэтому введение симметричных пассивных участков выгоднее в начале траектории, т.е. перед асимметричным участком.

Траектория  $A$  (см. рис. 4.14) отвечает квазигомановскому перелету без промежуточных орбит с двумя активными участками, разделенными асимметричным пассивным (при  $P \rightarrow \infty$  этот перелет переходит в двухимпульсный гомановский перелет). Два луча, исходящие из  $A$  (см. рис. 4.13) с наклонами  $1/\omega_0$  и  $1/\omega_f$  (где  $\omega_0$  и  $\omega_f$  — угловые скорости движения по внутренней и внешней орбитам) образуют гомановский клин, внутри которого расположены все локально оптимальные перелеты. Точки  $A$ ,  $AC$ ,  $CA$  и т.д., как видно из рис. 4.13, являются нижними (порождающими) вершинами параллелограммов, стороны которых параллельны осям клина. Траектории, отвечающие точкам, лежащим внутри параллелограммов, эквивалентны по  $T_\mu$  траекториям, соответствующим нижним вершинам, и получаются из них простым добавлением начальных и (или) конечных пассивных участков полета по круговым орбитам из условия получения заданных  $(\varphi_f, T)$ .

Линии уровня функции  $T_\mu(\varphi_f, T)$  внутри гомановского клина заполняют "зазор" между изоэнергетическими параллелограммами, преломляясь на паре дуг, соединяющих их верхние и нижние вершины. Одна из этих дуг соответствует траекториям перелета с локально оптимальной угловой дальностью, а другая — с локально оптимальным временем перелета. Аналогично точки дуги  $AB$  отвечают перелетам с локально оптимальной угловой дальностью, а дуги  $AD$  — с локально оптимальным временем перелета. Касательные к линиям уровня функции  $T_\mu(\varphi_f, T)$  на этих дугах соответственно горизонтальная и вертикальная. С удалением от вершины клина  $A$  параллелограммы несколько увеличиваются в размерах, а зазор между ними уменьшается.

В случае импульсного гомановского перелета  $\beta_0^n = \beta_f^n = 0$ , ( $\beta$  — угол между трансверсальным направлением и вектором реактивного

ускорения) и компоненты базис-вектора  $p_V^H(t_0)$  равны  $\lambda_0^H = 0$ ,  $\mu_0^H = 1$ , выражения для векторов  $p_V$ ,  $p_r$  на перелетной орбите имеют вид ( $A = C = 0$ )

$$p_V = \begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B \sin \vartheta \\ B(1 - e \cos \vartheta) + \frac{D}{1 + e \cos \vartheta} \end{bmatrix};$$

$$p_r = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\mu_{rp}}}{r^2} \left[ \frac{D}{1 - e \cos \vartheta} + B \right] \\ - \frac{\sqrt{\mu_{rp}}}{p \sqrt{p}} D \sin \vartheta \end{bmatrix}. \quad (4.166)$$

Используя уравнения (4.160), найдем  $B = 1/2$ ,  $D = (1 - e^2)/2$  и

$$\xi_0^H = \frac{\sqrt{\mu_{rp}}}{2 r_0^2} (2 - e), \quad (4.167)$$

где  $p$ ,  $e$  — фокальный параметр и эксцентриситет эллипса Гомана, кроме того  $\eta_0^H = 0$ . Учитывая, что  $p_r = -p_V$  и

$$p_V' p_{r_0} = p_V' p_{rf} = 0, \quad (4.168)$$

величина  $\xi_0^H$  представляет собой оптимальную угловую скорость вектора тяги  $\omega_0^H$  в момент начального импульса.

Непосредственное использование импульсного сопряженного вектора  $p_{V_0}^H$ ,  $p_{r_0}^H$  (или  $\beta_0^H$ ,  $\dot{\beta}_0^H$ ), отвечающего гомановскому перелету, не обеспечивает заданную длительность активных участков и не дает поэтому "хорошее" начальное приближение для краевой задачи с конечной тягой, несмотря на близость решений. В этом случае для продолжения импульсного решения необходимо определить начальные

поправки  $\Delta\lambda_0$ ,  $\Delta\xi_0$  (или  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\beta$ ), обеспечивающую приемлемую длительность активных участков, отвечающую заданному локально оптимальному перелету ( $A$ ,  $CA$  и т.д.) с конечной тягой. Величина  $\Delta\lambda_0$  может быть достаточно просто приближенно определена из условия обеспечения заданной длительности начального активного участка (4.154) (при  $a = \text{const}$ ) или, что эквивалентно, из условия совпадения базис-вектора  $p_V$  (вектора тяги) с трансверсальным направлением в середине первого активного участка при  $t_{\text{ср}} = \Delta t/2$ . Полагая скорость вращения вектора тяги на активном участке постоянной (что справедливо с точностью  $O(1/a)$ ), а также учитывая орбитальное вращение, получим следующее приближенное соотношение для величины начальной поправки  $\Delta\lambda(a)$ , аналогичное полученному в работе [71]:

$$\Delta\lambda_0(a) = \frac{\Delta V_0}{2a} (\xi''_0 - n_0), \quad (4.169)$$

где  $n_0 = \sqrt{\mu_{\text{гп}}/r^3}$  – среднее движение начальной круговой орбиты.

В случае, если рассматривается локально оптимальный перелет, например, с  $n$  включениями двигателя в районе перицентра перелетной орбиты, в выражении для начальной поправки (4.169) вместо величины начального импульса  $\Delta V_0$  следует подставить  $\Delta V_n = \Delta V_0/n$  поскольку длительности активных участков в районе перицентра будут примерно равны (с точностью  $O(1/a)$ ) [87]. Начальная поправка  $\Delta\xi_0$  определяется из условия обеспечения заданной длительности конечного (апогейного) активного участка. Величина  $\Delta\xi_0$  может быть найдена приближенно аналитически из условия обеспечения заданной величины базис-вектора  $|p_V|$  в апоцентре перелетной орбиты или с помощью вспомогательной численной процедуры, обеспечивающей приближенное значение углового расстояния начала активного участка от апоцентра перелетной орбиты:

$$\Delta V_f = \pi - \vartheta_f = \frac{\Delta V_f}{2ma} \frac{V_f}{r_f}, \quad (4.170)$$

где  $\vartheta_f$  – истинная аномалия в момент включения двигателя;  $m$  – число включений двигателя в районе апоцентра перелетной орбиты;  $V_f$  – скорость в апоцентре перелетной орбиты. Величина истинной аномалии на перелетной орбите при включении двигателя  $\vartheta_f$  может быть определена по соотношениям задачи двух тел, исходя из следующих значений радиальной ( $u$ ) и трансверсальной ( $v$ ) компонентов скорости в момент включения двигателя [2]:

$$\begin{aligned} v_a &= v_\pi (\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 2\sigma}); \\ \sigma &= \frac{1}{4} r_\pi (v_\pi - u_\pi \frac{p_v}{p_u} )^2; \\ u_a &= \text{sign}(u_\pi) \left[ u_\pi^2 + v_\pi^2 + \frac{2v_a - v_\pi}{\sqrt{p}} - v_a \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (4.171)$$

где индексы "π" и "а" относятся к моменту выключения (в районе перигея) и включения (в районе апогея) перелетной орбиты двигателя соответственно.

По найденной величине,  $\vartheta_f$  могут быть также определены сопряженные переменные из соотношений (4.166).

Опыт эксплуатации ДИСИПО позволил рекомендовать пользователям ряд целесообразных для применения схем продолжения при оптимизации различных перелетов. Пусть, например, необходимо построить оптимальный перелет между круговыми орбитами  $r_0$  и  $r_f$  за заданное время  $\bar{T}$  при заданных значениях  $\bar{a}$  и  $\bar{W}$ , соответствующих для определенности двигателям малой тяги и многосекционным траекториям перелета. Эта задача может быть решена, например, с помощью следующего алгоритма продолжения.

1. Задается некоторое время перелета  $T_0 \leq T_* \leq T_r$  (рис. 4.15). Здесь  $T_r$  – время гомановского перелета;  $T_*$  – время перелета, ограничивающее сверху диапазон времен высокой скоростью сходимости краевой задачи при продолжении импульсного решения по параметрам двигателя (как отмечено в предыдущем разделе при  $T \rightarrow T_r$   $\rho$  – угол

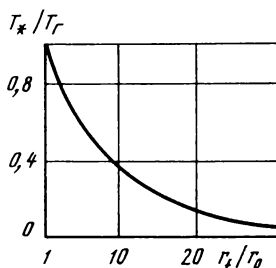


Рис. 4.15. Зависимость  $T_*$  от отношения радиусов круговых орбит

(см. рис. 4.10) стремится к нулю, что служит причиной неустойчивого характера продолжения при использовании в качестве начального приближения импульсного сопряженного вектора). Далее в импульсном блоке находится двухимпульсная траектория, соответствующая времени перелета  $T_0$  и оптимальной угловой дальности  $\varphi_f = \text{opt}$ . Определяется импульсный сопряженный вектор  $p_V^H(t_0)$ ,  $p_r^H(t_0)$  и постоянная  $h$  интеграла (4.70), проверяется условие оптимальности (4.162).

2. Задаются достаточно большие, но конечные значения  $a_0$ , а величину  $W$  удобно положить  $W \rightarrow \infty$ , т.е. рассматривать перелет с постоянным ускорением  $a(t) = a_0$ . Ступенчато уменьшая величину  $a_0$ , осуществляем в блоке конечной тяги продолжение решений краевой задачи от случая с импульсной тягой до решения, соответствующего перелету без выключения двигателя, когда время работы двигателя  $T_\mu$  равно времени перелета  $T$ . При каждом ступенчатом изменении величины  $a_0$  краевая задача решается итерационным методом, например, методом Бroyдена, причем в качестве начального приближения сопряженного вектора используется решение для предыдущего значения  $a_0$ . Для улучшения сходимости краевой задачи и увеличения шага продолжения параметра  $a_0$  может быть использована линейная (4.47), или квадратичная (4.49) коррекция начального приближения путем построения соответствующей аппроксимации сопряженного вектора в окрестности базовых (ступенчато изменяемых) значений параметра  $a_0$ .

3. Строится продолжение по параметру  $a_0$  (или по времени перелета  $T$ ) решений краевой задачи без выключения двигателя до заданного значения реактивного ускорения  $\bar{a}_0$ . Поскольку по предложению заданная величина  $\bar{a}_0$  предполагается малой (двигатель малой тяги),

диапазон изменения  $a_0$  может оказаться достаточно большим. Однако следует заметить, что продолжение решений краевой задачи без выключения двигателя допускает относительно большой шаг изменения параметров продолжения (ввиду отсутствия разрывов управления на траектории). Поэтому, учитывая возможности современных ЭВМ, такое продолжение может быть выполнено при умеренных затратах машинного времени.

4. При заданной величине  $\bar{a}_0$  строится продолжение решений краевой задачи без выключения двигателя по скорости истечения до значения  $\bar{W}$ .

5. Если полученное в п. 4 время перелета с непрерывно работающим двигателем  $T = T_\mu$  при  $\bar{a}_0$  и  $\bar{W}$  окажется больше заданного  $\bar{T}$ , то решение поставленной задачи не существует (т.е. невозможен перелет за заданное время с данными параметрами двигательной установки). Если это время оказывается меньше заданного  $\bar{T}$ , то строится продолжение решений краевой задачи по времени перелета до достижения  $T$ . На этом построение оптимального перелета  $\{a_0, W, T, r_0, r_f\}$  закончено.

В табл. 4.1, иллюстрирующей изложенную схему продолжения, представлены параметры последовательности краевых задач (безразмерные время перелета  $T$  и реактивное ускорение  $a_0$ ), а также число итераций при их решении в задаче перелета между круговыми орбитами  $r_f/r_0 = 1,5$  с постоянным реактивным ускорением (время гомановского перелета  $T_g = 4,39$ ). Начиная со второй краевой задачи рассматриваются перелеты без выключения двигателя, которые допускают большой шаг изменения параметров продолжения. Искомый перелет с  $T = 1500$  и  $a_0 = 0,00012$  отвечает многовитковой траектории с 205 оборотами вокруг притягивающего центра.

В случае двигателей большой тяги (или малой тяги при рассмотрении гелиоцентрических участков межпланетного перелета, где ускорение двигателя малой тяги сравнимо с гравитационным ускорением от Солнца) алгоритм продолжения упрощается, поскольку в этом случае траектории перелета с конечной тягой зачастую несильно отличаются от импульсных.

В табл. 4.2 показано ступенчатое изменение величины  $a_0$  в



Таблица 4.1

| № краевой задачи | $T$  | $a_0$   | Число итераций |
|------------------|------|---------|----------------|
| 1                | 4    | 0,2     | 8              |
| 2                | 4    | 0,101   | 8              |
| 3                | 6    | 0,041   | 18             |
| 4                | 10   | 0,020   | 40             |
| 5                | 15   | 0,013   | 30             |
| 6                | 20   | 0,0098  | 15             |
| 7                | 30   | 0,0063  | 9              |
| 8                | 50   | 0,0037  | 50             |
| 9                | 80   | 0,0023  | 44             |
| 10               | 100  | 0,0018  | 26             |
| 11               | 150  | 0,0012  | 26             |
| 12               | 250  | 0,0007  | 47             |
| 13               | 350  | 0,00052 | 22             |
| 14               | 500  | 0,00037 | 5              |
| 15               | 700  | 0,00026 | 2              |
| 16               | 1000 | 0,00018 | 4              |
| 17               | 1500 | 0,00012 | 2              |

единицах гравитационного ускорения на начальной орбите для четырех примеров продолжения импульсного решения с отношением радиусов круговых орбит  $r_f/r_0 = 1,52; 5,2; 10; 100$ . Для первого значения  $a_0$  (максимального) в качестве нулевого приближения используется импульсный сопряженный вектор. Коррекция начального приближения при изменении  $a_0$ , которая позволяет заметно сократить число итераций, в рассмотренных примерах (см. табл. 4.1, 4.2) не применялась. Видно, что трудоемкость решения краевой задачи возрастает с увеличением отношения  $r_f/r_0$ .

При решении конкретных задач межорбитальных перелетов могут использоваться различные модификации изложенной схемы построения последовательности двухточечных краевых задач, приводящих к искомому оптимальному перелету. Такие модификации должны учитывать специфику решаемой задачи и быть направлены на поиск наиболее ра-

Таблица 4.2

| № варианта | $r_f/r_0$ | $T/T_r$ | $a_0$ | Число итераций |
|------------|-----------|---------|-------|----------------|
| 1          | 1,52      | 0,8     | 0,3   | 5              |
| 2          | 5,2       | 0,45    | 5     | 7              |
|            |           |         | 1     | 7              |
|            |           |         | 0,6   | 5              |
|            |           |         | 0,4   | 5              |
|            |           |         | 0,3   | 4              |
| 3          | 10        | 0,27    | 10    | 14             |
|            |           |         | 5     | 9              |
|            |           |         | 2     | 14             |
|            |           |         | 1     | 12             |
| 4          | 100       | 0,005   | 50    | 18             |

циональной схемы продолжения решений краевых задач. При этом может возникнуть целесообразность использования дополнительных параметров продолжения, например угловой дальности перелета, положений точек отправления и прибытия на исходных орбитах и др.

В табл. 4.3 показано ступенчатое изменение величины  $a_0$  в задаче перелета между некомпланарными эллиптическими орбитами с параметрами  $r_{\pi_0} = 1,2$ ;  $r_{a_0} = 1,5$ ;  $\omega_0 = -90^\circ$ ;  $i_0 = 0^\circ$  и  $r_{\pi_f} = 1,5$ ;  $r_{a_f} = 1,8$ ;  $\omega_f = 30^\circ$ ;  $\Omega_f = 0^\circ$ ;  $i_f = 30^\circ$  ( $r_{\pi}$ ,  $r_a$  — радиусы перигея и апогея). Широты точек отправления  $u_0$  и прибытия  $u_f$  на начальной  $O_0$  и конечной  $O_f$  орбитах выбирались оптимальными, при этом удовлетворялись условия трансверсальности (4.124), (4.125), безразмерное время перелета принималось равным 3.

Некоторое представление о характере оптимальных траекторий компланарных перелетов можно получить из рассмотрения рис. 4.16–4.31, построенных с помощью ДИСИПО. Стрелками на траекториях перелета показано направление вектора тяги на активных участках. На рис. 4.16 показана гелиоцентрическая траектория перелета с малой

Таблица 4.3

| № краевой задачи | $a_0$ | Число итераций |
|------------------|-------|----------------|
| 1                | 1     | 10             |
| 2                | 0,8   | 9              |
| 3                | 0,6   | 12             |
| 4                | 0,5   | 7              |
| 5                | 0,4   | 7              |

тягой к Юпитеру при величине реактивного ускорения  $a_0$ , составляющего одну десятую часть гравитационного ускорения Солнца на орбите Земли. Время перелета составляет около 1800 сут. Траектория рис. 4.16 отвечает локально оптимальной схеме перелета СА (см. рис. 4.13) с тремя активными участками полета (два из них в районе перигелия перелетной орбиты).

На рис. 4.17 показана оптимальная траектория, а на рис. 4.18 функция переключения для перелета с тремя активными участками

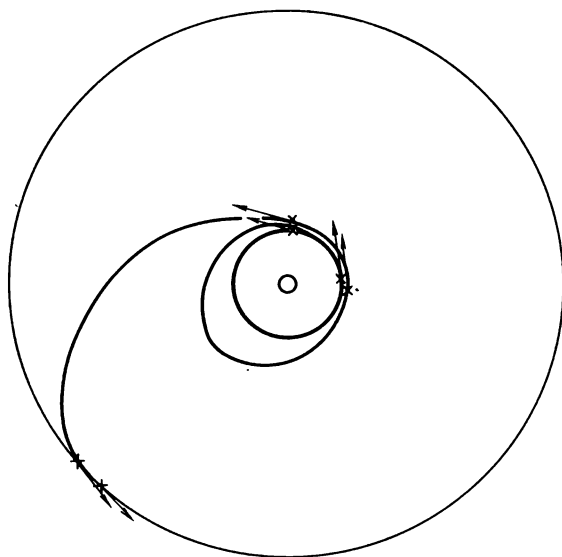


Рис. 4.16. Гелиоцентрическая траектория перелета с малой тягой к Юпитеру

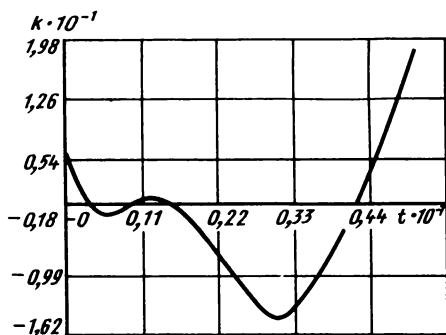
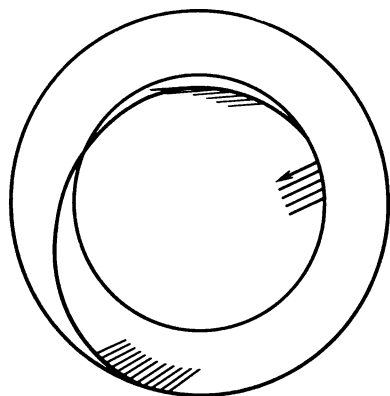


Рис. 4.17. Траектория перелета с тремя активными участками, полученная из трехимпульсной траектории

Рис. 4.18. Изменение функции переключения на траектории (см. рис. 4.17)

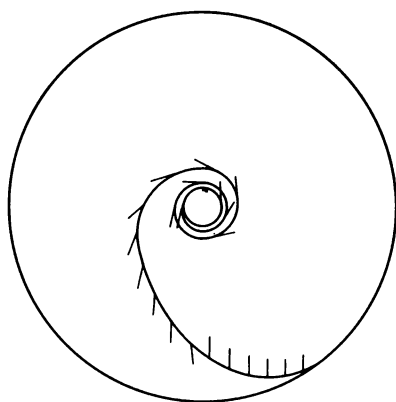
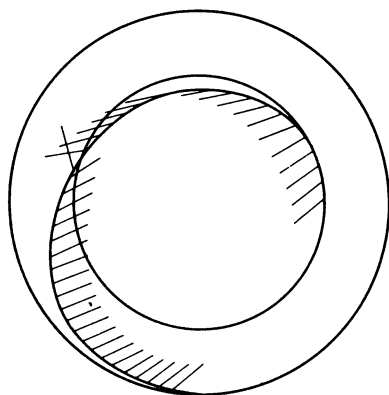


Рис. 4.19. Траектория перелета без выключения двигателя ( $r_f/r_0 = 1,5$ )

Рис. 4.20. Траектория перелета без выключения двигателя ( $r_f/r_0 = 10$ )

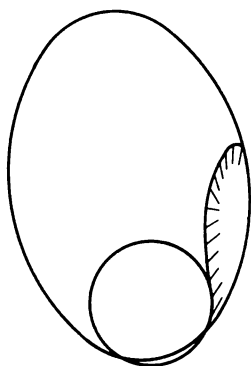
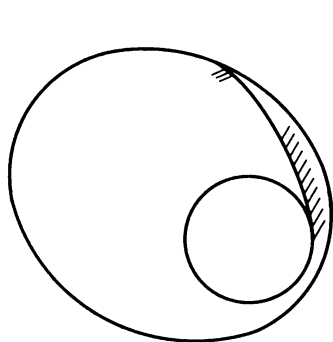


Рис. 4.21. Траектория перелета между круговой и эллиптической орбитами ( $a_0 = 0,45$ )

Рис. 4.22. Траектория перелета между круговой и эллиптической орбитой с обратным движением ( $a_0 = 1,11$ )

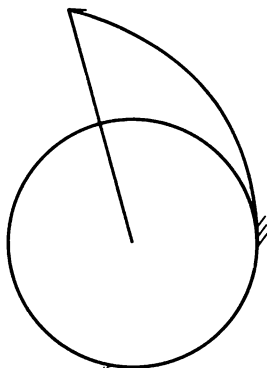
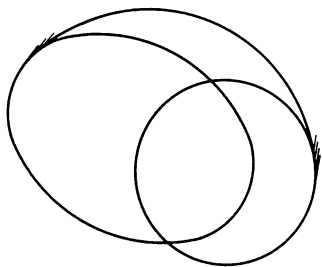


Рис. 4.23. Траектория перелета между эллиптическими орбитами ( $a_0 = 1$ )

Рис. 4.24. Траектория перелета между круговой орбитой и прямолинейной траекторией ( $a_0 = 2$ )

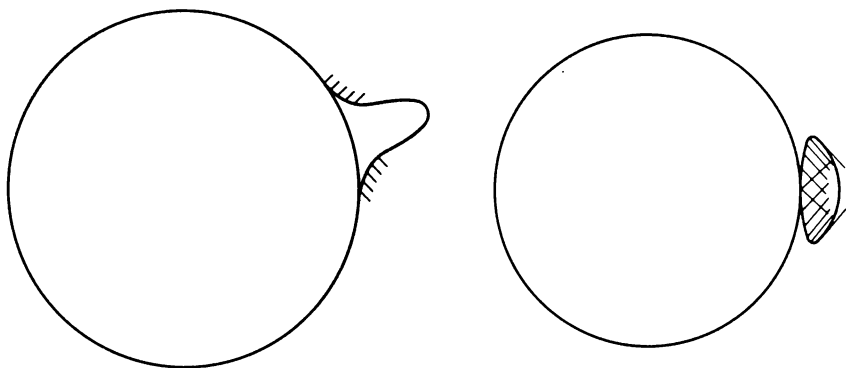


Рис. 4.25. Траектория перелета между точками круговой орбиты ( $a_0 = 3$ )

Рис. 4.26. Траектория возврата в точку отправления через заданный промежуток времени ( $a_0 = 1.8$ )

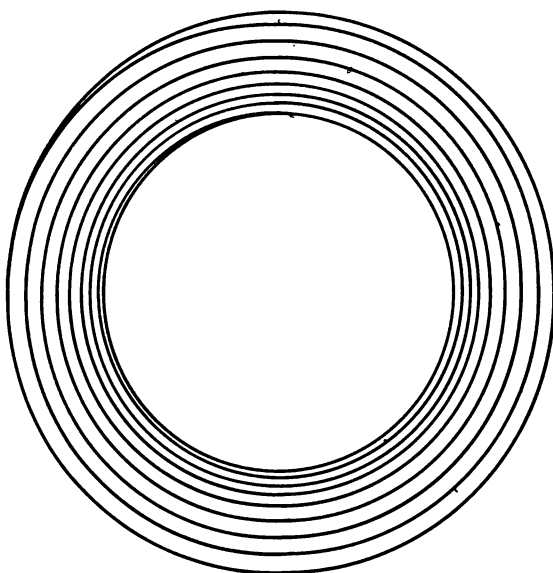


Рис. 4.27. Траектория перелета между круговыми орбитами ( $r_f/r_0 = 1.5$ ,  $a_0 = 0.0023$ )

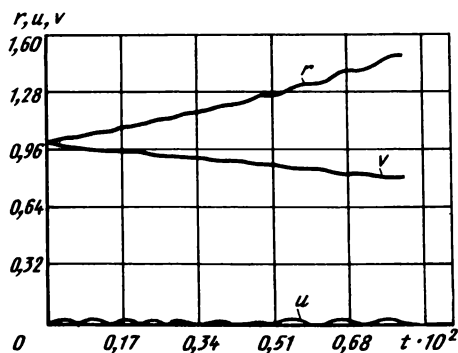
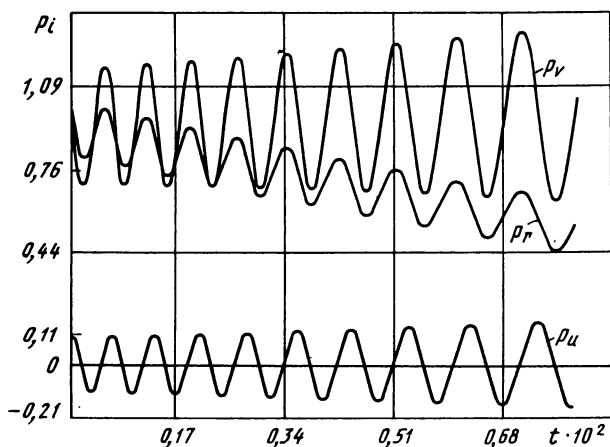


Рис. 4.28. Изменение фазовых координат на траектории

Рис. 4.29. Изменение сопряженных переменных на траектории



между круговыми орбитами с отношением радиусов  $r_f/r_0 = 1,52$  (гелиоцентрический участок перелета на Марс с малой тягой) с угловой дальностью перелета  $\varphi_f = 258^\circ$  и безразмерным временем перелета 5,1 (за масштаб расстояния принимается радиус начальной круговой орбиты  $r_0$ ). Уровень безразмерного постоянного реактивного ускорения равен 0,2. Указанная траектория получена из соответствующей трехимпульсной траектории, используемой как начальное приближение, за 20 итераций. На рис. 4.19 изображена траектория, аналогичная изображенной на рис. 4.17, но без выключения двигателя ( $a_0 = 0,115$ ).

Траектория, изображенная на рис. 4.20, отвечает перелету без

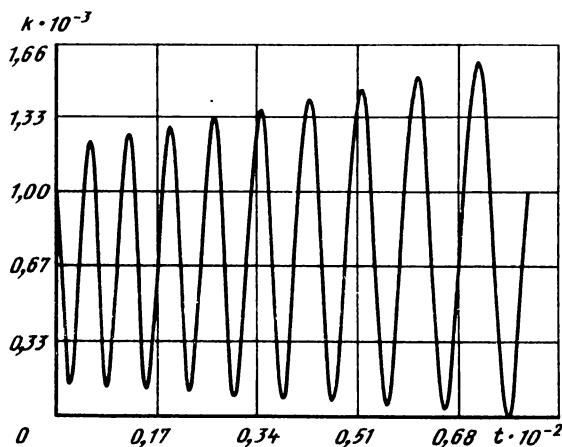


Рис. 4.30. Изменение функции переключения на траектории

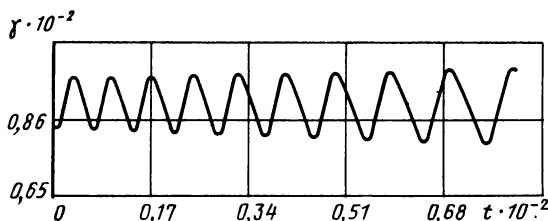


Рис. 4.31. Изменение угла  $\gamma$  между радиусом-вектором и вектором тяги на траектории

выключения двигателя между круговыми орбитами с отношением радиусов  $r_f/r_0$  ( $a_0 = 0,015$ ). На рис. 4.21 ... 4.24 представлены траектории перелета между круговой и эллиптической орбитами, причем траектория на рис. 4.22 отвечает перелету без выключения двигателя на эллиптическую орбиту с обратным движением. На рис. 4.23 показан перелет между эллиптическими орбитами. На рис. 4.24 представлен перелет между круговой орбитой и прямолинейной траекторией, а на рис. 4.25, 4.26 – перелет между точками одной круговой орбиты за заданное время, причем траектории на рис. 4.20 отвечают возврату в точку отправления через заданный промежуток времени.

Рис. 4.27 ... 4.31 иллюстрируют решение краевой задачи под номером 9 из табл. 4.1, отвечающей многовитковому перелету между



круговыми орбитами  $r_f/r_0 = 1,5$  без выключения двигателя ( $a_0 = 0,0023$ ,  $T = 80$ , число оборотов 10). На рис. 4.28 ... 4.31 показано характерное колебательное изменение по времени полета фазовых координат, сопряженных переменных и функции переключения, а также угла  $\gamma$  между радиусом-вектором и вектором тяги.

#### 4.4. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОЦЕНТРИЧЕСКИХ ПЕРЕЛЕТОВ С МАЛОЙ ТЯГОЙ

При транспортировке КТА с малой тягой грузов в околоземном космическом пространстве уровень реактивного ускорения, отнесенного к местному гравитационному, составляет величину порядка  $10^{-4}$  ...  $10^{-5}$ . В результате изменение орбитальных элементов за один оборот вокруг Земли под действием тяги двигательной установки весьма мало и для совершения заданного перелета требуется большое число оборотов на траектории, представляющей в этом случае характерные раскручивающиеся или скручивающиеся многовитковые спирали. Поэтому расчет геоцентрических (или припланетных) траекторий перелета с малой тягой удобно проводить интегрированием уравнений движения в оскулирующих переменных. При этом, чтобы избежать вырождений, связанных с эксцентриситетом и наклоном, удобно использовать систему равноденственных элементов  $x_1, \dots, x_6$  [47], которые определяются через классические:

$$\begin{aligned} x_1 &= h = \sqrt{p/\mu_{\text{гр}}} ; x_2 = e_x = e \cos(\Omega + \omega); \\ x_3 &= e_y = e \sin(\Omega + \omega); x_4 = i_x = \operatorname{tg} \frac{i}{2} \cos \Omega; \\ x_5 &= i_y = \operatorname{tg} \frac{i}{2} \sin \Omega; x_6 = F = \Omega + \omega + \vartheta, \end{aligned} \quad (4.172)$$

где  $p$  — фокальный параметр;  $\mu_{\text{гр}}$  — гравитационная постоянная центрального тела (Земли);  $e$  — эксцентриситет;  $\Omega$  — долгота восходящего узла;  $\omega$  — угловое расстояние перигентра;  $i$  — наклонение;  $\vartheta$ ,  $F$  — истинные аномалия и долгота.

Безразмерные уравнения движения с малой тягой в элементах

$x_1, \dots, x_6$  имеют вид [60]

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= G_1 a_\varphi; \quad \dot{x}_2 = G_2 a_r + G_3 a_\varphi + G_4 a_z; \\ \dot{x}_3 &= G_5 a_r + G_6 a_\varphi + G_7 a_z; \quad \dot{x}_4 = G_8 a_z; \\ \dot{x}_5 &= G_9 a_z; \quad \dot{x}_6 = h^{-3} \xi^{-2} + G_{10} a_z,\end{aligned}\tag{4.173}$$

где

$$\begin{aligned}G_1 &= r = h^2 \xi; \quad G_2 = h \sin F; \\ G_3 &= h[\cos F + \xi(e_x + \cos F)]; \\ G_4 &= -h \xi e_y (i_x \sin F - i_y \cos F); \quad G_5 = -h \cos F; \\ G_6 &= h[\sin F + \xi(e_x + \sin F)]; \\ G_7 &= h \xi e_x (i_x \sin F - i_y \cos F); \\ G_8 &= \frac{h \xi \cos F}{1 + \cos i}; \quad G_9 = \frac{h \xi \sin F}{1 + \cos i}; \\ G_{10} &= h \xi (i_x \sin F - i_y \cos F); \\ \xi &= (1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^{-1};\end{aligned}$$

$$a_r = a_t \cos \alpha \sin \beta + a_r^B, \quad a_\varphi = a_t = \cos \alpha \cos \beta + a_\varphi^B;$$

$$a_z = a_t \sin \alpha + a_z^B;$$

$$a_t = \frac{a_0}{1 - \frac{a_0}{W} t};$$

$a_r, a_\varphi, a_z$  — проекции реактивного и возмущающего ускорений на направление радиуса-вектора, на перпендикулярное к нему в плоскости орбиты (трансверсальное) и на перпендикулярное к плоскости орбиты;  $\beta$  — угол между трансверсальным направлением и проекцией

вектора тяги на плоскость орбиты;  $\alpha$  – угол между плоскостью орбиты и вектором тяги;  $a_r^B$ ,  $a_\varphi^B$ ,  $a_z^B$  – проекции возмущающего ускорения;  $a_t$  – текущее реактивное ускорение;  $a_0$  – начальное реактивное ускорение;  $W$  – скорость истечения реактивной струи.

Предполагается непрерывная работа двигателя на траектории (задача на минимальное время перелета). Уравнения (4.173) записаны в безразмерных переменных ( $\mu_{гр} = 1$ ), за единицу расстояния выбирается некоторый характерный радиус  $r_*$ , например фокальный параметр начальной орбиты.

Значительно сократить время численного интегрирования системы (4.173) на ЭВМ можно с помощью метода осреднения, получившего большое распространение и оказавшегося весьма полезным при расчете перелетов с малой тягой.

Средняя скорость изменения орбитальных элементов за один оборот КА по орбите определяется соотношением

$$\dot{\bar{x}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} \dot{x} dt, \quad (4.174)$$

где  $T$  – орбитальный период:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a}{\mu_{гр}}} \quad (4.175)$$

( $a$  – значение большой полуоси).

Выражая  $dt$  через истинную долготу  $F$  [с учетом (4.173)], приходим к следующему выражению

$$\dot{\bar{x}} = \frac{1}{2\pi} \int_{F_1}^{F_1+2\pi} \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{3/2} x dF}{F_1 (1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2}. \quad (4.176)$$

На интервале осредняющего интегрирования по переменной  $F$  элементы кеплеровской орбиты принимаются постоянными и могут быть вынесены за знак интеграла. Таким образом, движение считается невозмущенным в интервале осредняющего интегрирования, при этом истинная аномалия изменяется в соответствии с уравнением Кеплера. Интегрирование в выражении (4.176), как правило, проводится чис-

ленно, например, с помощью гауссовых квадратур [4]. Аналитическое осреднение может быть выполнено в исключительных случаях [28, 43]. Если же требуется более полный анализ, многие возмущения становится трудно описать в простой аналитической форме, тогда численное осреднение позволяет значительно сократить время расчета по сравнению с интегрированием полной системы (4.173). При этом шаг интегрирования осредненных уравнений может составлять несколько суток, а трудоемкость метода слабо зависит от числа учитываемых возмущающих факторов.

Оптимальные законы ориентации вектора реактивного ускорения при геоцентрических перелетах с малой тягой могут быть найдены с помощью непрямого метода оптимального управления. Применяя принцип максимума, запишем гамильтониан

$$H = p' \dot{x} = p_1 \dot{h} + p_2 \dot{e}_x + p_3 \dot{e}_y + p_4 \dot{i}_x + p_5 \dot{i}_y + p_6 \dot{F} \quad (4.177)$$

и сопряженную систему уравнений [60]

$$\begin{aligned} \dot{p}_1 &= -\frac{1}{h} [p_1 \dot{h} + H - 4p_6 h^{-3} \xi^{-2}]; \\ \dot{p}_2 &= E_1 \cos F - h\xi [p_2 a_\varphi + p_3 (i_x \sin F - \\ &\quad - i_y \cos F) a_z]; \\ \dot{p}_3 &= E_1 \sin F - h\xi [p_3 a_\varphi - p_2 (i_x \sin F - \\ &\quad - i_y \cos F) a_z]; \\ p_4 &= E_2 \sin F + E_3 i_x; \\ p_5 &= E_2 \cos F + E_3 i_y; \\ \dot{p}_6 &= E_1 (e_y \cos F - e_x \sin F) + (p_2 G_5 - p_3 G_2) \times \\ &\quad \times a_r + h(1 + \xi)(p_2 \sin F - p_3 \cos F) a_\varphi + p_4 \dot{i}_y - \\ &\quad - p_5 \dot{i}_x + h\xi (i_x \cos F + i_y \sin F)(p_2 e_y - \\ &\quad - p_3 e_x - p_6) a_z, \end{aligned} \quad (4.178)$$

где

$$E_1 = \{[p_1 \dot{h} + p_2 G_4 + p_3 G_7] a_z + p_4 i_x + \\ + p_5 i_y + p_6 (\dot{F} - 3h^{-3} \xi^{-2}) + \hbar \xi a_4 [p_2 (e_x + \\ + \cos F) + p_3 (e_y + \sin F)]\} \xi;$$

$$E_2 = \hbar \xi (p_2 e_y - p_3 e_x - p_6) a_z;$$

$$E_3 = \frac{-2(p_4 i_x + p_5 i_y)}{(1 + i_x^2 + i_y^2)}.$$

Причем влияние возмущающего ускорения  $a^B$  в (4.178) на оптимальное управление не учитывается.

Из условия максимума гамильтониана следует

$$\sin \beta = \frac{p_2 G_2 + p_3 G_5}{\sqrt{(p_2 G_2 + p_3 G_5)^2 + (p_1 G_1 + p_2 G_3 + p_3 G_6)^2}};$$

$$\cos \beta = \frac{p_1 G_1 + p_2 G_3 + p_3 G_6}{\sqrt{(p_2 G_2 + p_3 G_5)^2 + (p_1 G_1 + p_2 G_3 + p_3 G_6)^2}};$$

$$\sin \alpha = \frac{S}{\sqrt{S^2 + C^2}}; \quad \cos \alpha = \frac{C}{\sqrt{S^2 + C^2}}, \quad (4.179)$$

$$S = p_2 G_4 + p_3 G_7 + p_4 G_8 + p_2 G_9 + p_6 G_{10};$$

$$C = p_1 G_1 \cos \beta + p_2 (G_2 \sin \beta + G_3 \cos \beta) + \\ + p_3 (G_5 \sin \beta + G_6 \cos \beta).$$

Для построения осредненной П-системы Понtryгина обычно используется следующий прием, справедливый для широкого класса практических задач: сначала осредняется функция Гамильтона  $H$ , а затем используется гамильтонова форма записи уравнений, в которой в качестве функции  $H$  берется ее осредненное значение  $\bar{H}$  [1, 30].

В рассматриваемой задаче перелета с малой тягой осредненные уравнения движения имеют вид (4.176), а уравнения для сопряженных переменных могут быть получены с помощью осредненного гамильтониана

$$\dot{\bar{p}}_i = \frac{\partial \bar{H}}{\partial x_i}, \quad i = 1, \dots, 5, \quad \bar{p}_6 \equiv 0, \quad (4.180)$$

где

$$\bar{H} = \frac{1}{2\pi} \int_{F_1}^{F_1+2\pi} \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{3/2} H' dF}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2}. \quad (4.181)$$

Причем функция Гамильтона  $H'$  вычисляется при условии

$$\dot{p}_6 = \bar{p}_6 = 0. \quad (4.182)$$

Изложенная схема осреднения при расчете траекторий с малой тягой впервые предложена Т. Эдельбаумом, ее численное обоснование выполнено в работе [60]. Рассматриваемая задача оптимального перелета может быть приведена к стандартной системе с вращающейся фазой и частотой, зависящей от медленного вектора. Общий подход к исследованию возникающей здесь задачи оптимального управления развит в работе [1], где представлена схема вывода осредненной краевой задачи первого приближения, проанализирована структура решений краевой задачи, допускающей много решений, и показано, что условия (4.182), как правило, представляют собой необходимые условия оптимальности функционала.

В соответствии со схемой осреднения (4.181) сопряженная система примет вид

$$\dot{\bar{p}}_i = \frac{1}{2\pi} \int_{F_1}^{F_1+2\pi} \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{3/2} \dot{p}'_i dF}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2}; \quad i = 1, 4, 5;$$

$$\dot{\bar{p}}_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{F_1}^{F_1+2\pi} \left[ \dot{p}'_2 + \left[ \frac{3e_x}{1 - e_x^2 - e_y^2} + 2\xi \cos F \right] H' \right] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[ \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{3/2}}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2} \right] dF; \\
\dot{\bar{p}}_3 &= \frac{1}{2\pi} \int_{F_1}^{F_1 + 2\pi} \left[ \dot{p}_3' + \left( \frac{3e_y}{1 - e_x^2 - e_y^2} + 2\xi \sin F \right) H' \right] \times \\
& \times \left[ \frac{(1 - e_x^2 - e_y^2)^{3/2}}{(1 + e_x \cos F + e_y \sin F)^2} \right] dF,
\end{aligned} \tag{4.183}$$

где символ "''" означает выполнение условий (4.182).

Представление о точности расчета траекторий геоцентрических перелетов с малой тягой методом осреднения можно получить из табл. 4.4 [60], где представлены значения большой полуоси  $a$ , эксцентриситета  $e$ , наклона  $i$ , а также три значения сопряженных переменных в конце перелета на геостационарную орбиту, рассчитанные методом осреднения и интегрированием полной (неосредненной) П-системы Понтрягина. Начальные условия интегрирования для фазовых и сопряженных ( $x_i$ ,  $i = 1, \dots, 5$ ) переменных принимались оди-

Таблица 4.4

| Параметр    | Метод осреднения | Интегрирование полной системы |
|-------------|------------------|-------------------------------|
| $a_f$ , км  | 42167,3          | 42469,6                       |
| $e_f$       | 0,00014          | 0,00245                       |
| $i_f^\circ$ | 0,0005           | 0,1195                        |
| $p_{1f}$    | 0,1349           | 0,1323                        |
| $p_{2f}$    | -0,3760          | -0,3799                       |
| $p_{4f}$    | -1,843           | -1,843                        |

наковыми, сопряженная переменная  $p_6$  при интегрировании полной системы определялась из условия  $\bar{H} = H$ :

$$p_{60} \dot{F}_0 = \sum_{i=1}^5 p_{i0} \Delta \dot{x}_{i0};$$

$$\Delta \dot{x}_{i0} = \dot{\bar{x}}_{i0} - \dot{x}_{i0}.$$
(4.184)

Уровень начального реактивного ускорения составлял  $10^{-4} g_0$ , заданные конечные условия  $a_f = 42164$  км,  $e_f = 0$ ,  $i_f = 0$ , время перелета 47,03 сут. Применение метода осреднения в рассматриваемом примере позволило сократить время расчета на ЭВМ примерно в 30 раз при приемлемой точности.

На рис. 4.32 показаны изменения большой полуоси наклонения и эксцентриситета орбиты при перелете ступени с солнечными ЭРД (проект SEPS) между начальной круговой орбитой  $r_0 = 9528$  км,  $i_0 = 28,3$  и геостационарной орбитой [69]. На рис. 4.33 представлены типовые программы ориентации вектора тяги на одном витке в начале, середине и конце траектории. При расчете перелета учитывались возмущения, обусловленные нецентральностью гравитационного поля Земли, отклонение ЭРД при попадании в тень Земли и деградация солнечных батарей при движении в радиационных поясах.

Рассмотрим частный случай перелета между круговыми некомпланарными орбитами, представляющий практический интерес. В этом

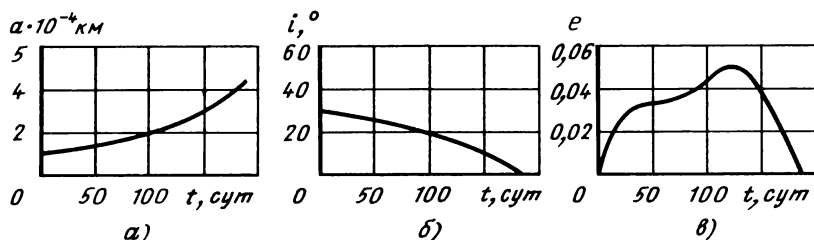


Рис. 4.32. Изменения большой полуоси (а), наклонения (б) и эксцентриситета (в) при перелете на геостационарную орбиту



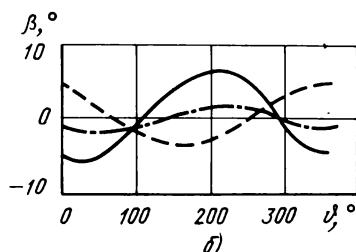
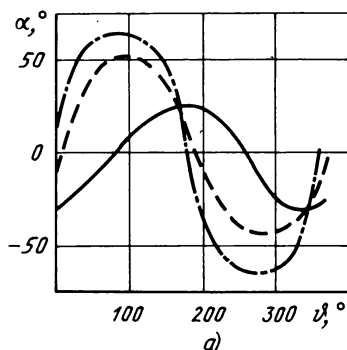


Рис. 4.33. Графики законов ориентации вектора тяги на траектории в различные сутки полета:

— 1-е; - - - - - 80-е; - · - · - 160-е

случае уравнения околокрутового движения КА с малой тягой ( $a_r = 0$ ,  $a^B = 0$ ) имеют вид

$$\frac{dr}{dt} = \frac{2a_t r^{3/2} \cos \alpha}{\sqrt{\mu_{rp}}};$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{a_t r^{1/2} \sin \alpha \cos u}{\sqrt{\mu_{rp}}}, \quad (4.185)$$

где  $r$ ,  $i$ ,  $a_t$  — текущие радиус, наклонение орбиты и реактивное ускорение;  $\alpha$  — угол между плоскостью орбиты и вектором тяги;  $u$  — аргумент широты.

Приведем алгоритм решения задачи, основанный на методе осреднения [75]. Рассматривая управление  $a$  как функцию аргумента широты  $u$  и исследуя задачу максимизации приращения наклонения орбиты за один виток при заданном приращении радиуса орбиты, найдем локально оптимальное управление в пределах витка:

$$a(u) = \arctg \left( \frac{\cos u}{\sqrt{1/f - 1}} \right), \quad (4.186)$$

где  $f$  – параметр задачи, изменяющейся в диапазоне от 0 до 1.

Используя осреднение на витке с найденным законом управления (4.186) и переходя к новому аргументу – характеристической скорости  $\Delta V$ , приведем уравнения движения (4.185) к виду

$$\begin{aligned}\frac{dr}{d\Delta V} &= \frac{4r^{3/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} \sqrt{1-f} K(f) \equiv \frac{4r^{3/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} P(f); \\ \frac{di}{d\Delta V} &= \frac{2r^{1/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} \left[ \frac{1}{f} E(f) + \left( \sqrt{f} - \frac{1}{\sqrt{f}} \right) K(f) \right] \equiv \\ &\equiv \frac{2r^{1/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} R(f),\end{aligned}\quad (4.187)$$

где  $f$  – управление, а  $K$  и  $E$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно.

Рассмотрим перелет между заданными начальной  $(r_0, i_0)$  и конечной  $(r_f, i_f)$  орбитами за минимальное время (или минимальное значение  $\Delta V$ ). Применяя принцип максимума, выпишем функцию Гамильтона

$$H = p_r \frac{4r^{3/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} P(f) + p_i \frac{2r^{1/2}}{\pi\sqrt{\mu_{rp}}} R(f), \quad (4.188)$$

где  $p_r$  или  $p_i$  – сопряженные переменные, причем  $p_i = \text{const}$ .

Кроме того, на оптимальной траектории имеет место интеграл

$$H = \text{const}. \quad (4.189)$$

Оптимальное управление  $f$  максимизирует гамильтониан и аппроксимируется следующим приближенным соотношением [75]

$$f(p_i, r) = \frac{\sum_{i=0}^{10} \alpha_i^i}{\sum_{i=0}^{10} \beta_i^i}, \quad (4.190)$$

где  $z = (2p_i \sqrt{r/\pi} \sqrt{\mu_{гр}})^2$ , а аппроксимационные коэффициенты даны в табл. 4.5 [точность по выражению (4.190) не менее семи верных цифр].

Определение закона управления (4.190) в явном виде значительно облегчает решение краевой задачи принципа максимума, которая состоит в нахождении двух неизвестных параметров  $p_i$  и  $\Delta V_f$ , которые должны удовлетворять заданным граничным условиям  $(r_f, i_f)$  при интегрировании уравнений движения (4.187) с законом управления (4.190). При решении краевой задачи следует иметь в виду, что зависимость радиуса орбиты от характеристической скорости может быть немонотонной.

Если в пределах витка использовать простую релейную программу ориентации тяги  $|a| = \text{const}$  с переключением направления тяги на симметричное относительно плоскости орбиты в точках, где  $u = \pm \pi/2$ , то решение краевой задачи может быть получено аналитически, а выражение для безразмерной характеристической скорости перелета между круговыми орбитами имеет вид [28, 43]

$$\Delta V = \sqrt{1 - \frac{2 \cos(\pi \Delta i / 2)}{\sqrt{r_f}} + \frac{1}{r_f}}. \quad (4.191)$$

Таблица 4.5

| $i$ | $a_i$           | $\beta_i$       |
|-----|-----------------|-----------------|
| 0   | 0,0             | 1,0             |
| 1   | 2,467410607     | 0,4609698838    |
| 2   | -1,907470562    | 13,7756315324   |
| 3   | 35,892442177    | -69,1245316678  |
| 4   | -214,672979624  | 279,0671832500  |
| 5   | 947,773273608   | -397,6628952136 |
| 6   | -2114,861134906 | -70,0139935047  |
| 7   | 2271,240058672  | 528,0334266841  |
| 8   | -1127,457440108 | -324,9303836520 |
| 9   | 192,953875268   | 20,5838245170   |
| 10  | 8,577733773     | 18,8165370778   |

где  $\Delta i$  – угол между плоскостями орбит (радиус начальной орбиты положен равным 1, а  $\Delta V$  выражена в единицах скорости на начальной орбите).

Если радиус конечной орбиты больше, чем радиус начальной, при выполнении условия  $\cos(\pi\Delta i/2) < 1/\sqrt{r_f}$  радиус сначала возрастает до значения  $r_{\max}$ , а затем убывает до конечного значения  $r_f$ .

Следует отметить, что релейное управление является неоптимальным, кроме того, оно практически нереализуемое, поскольку требует бесконечно большого управляющего момента для мгновенной переориентации аппарата. В работе [36] проведено сравнение релейного и локально оптимального управления (4.168) на примере перелета на геостационарную орбиту и показано, что применение релейного управления приводит к возрастанию характеристической скорости перелета на  $\sim 2\%$ . Там же показано, что аппроксимация релейной программы в окрестности точек  $u = \pm \pi/2$  участками оптимальной по быстрдействию переориентации аппарата с постоянным по модулю управляющим моментом приводит к уменьшению характеристической скорости на  $\sim 1\%$  (по сравнению с релейным управлением). Таким образом, соотношение (4.191) приводит к некоторому завышению потребной характеристической скорости перелета по сравнению с оптимальными и практически реализуемыми программами ориентации вектора тяги.

С помощью ДИСИПО была проведена оценка погрешности метода осреднения в случае компланарного перелета ( $\Delta i = 0$ ), когда формула (4.191) принимает вид

$$\Delta V = 1 - 1/\sqrt{r_f}. \quad (4.192)$$

Время перелета определяется соотношением

$$T = \frac{W}{a_0} [1 - \exp(-\Delta V/W)]. \quad (4.193)$$

На рис. 4.34 показана относительная погрешность времени перелета, вычисленного по уравнениям (4.192), (4.193), в зависимости от величины  $a_0$  в единицах гравитационного ускорения на начальной орбите для двух значений отношения радиусов орбит  $r_f/r_0$ . Видно,

$$\frac{T_{\text{точн}} - T_{\text{анал}}}{T_{\text{точн}}}$$

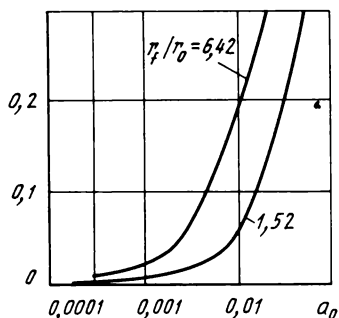


Рис. 4.34. График погрешности определения времени перелета с помощью метода осреднения

что с ростом  $a_0$  погрешность растет, причем аналитическое решение дает заниженное значение времени перелета, что обусловлено ростом гравитационных потерь на траекториях без выключения двигателя (траектория все сильнее отличается от квазикругового движения, которое предполагается в методе осреднения).

Таким образом, соотношение (4.192) дает предельное (минимальное) значение характеристической скорости для траекторий перелета без выключения двигателя, соответствующее условию  $a_0 \rightarrow 0$  и квазикруговому движению. Заметим,

что при  $a_0 < 0,001$  (двигатель малой тяги) величина  $\Delta V$  может приниматься практически постоянной. На рис. 4.35 показана типичная зависимость угла между радиусом-вектором и тягой  $\gamma(t)$  для многовитковой плоской траектории перелета на геостационарную орбиту (отношение радиусов орбит  $r_f/r_0 = 6,42$ ) без выключения двигателя при  $a_0 = 0,005$  (масштаб по оси времени около 14 мин).

Рассмотрим теперь перелет КТА с малой тягой к Луне. Пространственную траекторию перелета буксира с малой тягой между орбитами

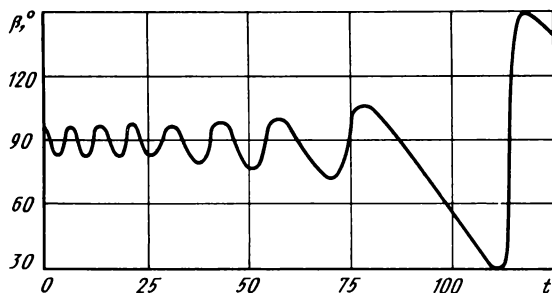


Рис. 4.35. График закона ориентации вектора тяги для компланарного перелета на геостационарную орбиту

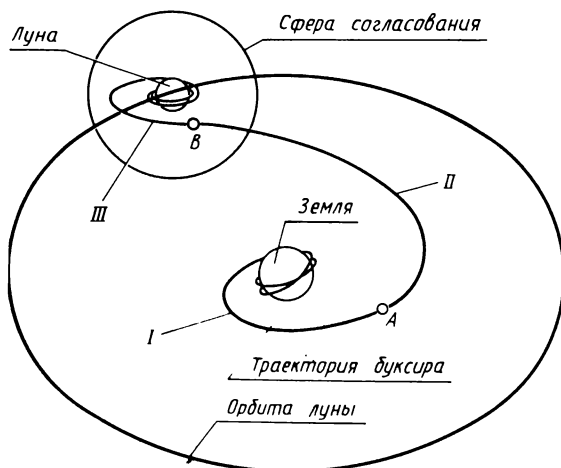


Рис. 4.36. Схема перелета лунного буксира с малой тягой

ИСЗ и ИСЛ удобно представить состоящей из следующих характерных этапов (рис. 4.36):

многовитковый разгон с круговой базовой орбиты у Земли – участок геоцентрического разгона (см. рис. 4.36, I). Задача этапа – сообщение аппарату скорости, которая обеспечивает достижение Луны;

торможение аппарата при подлете к Луне с выходом на требуемую круговую орбиту ИСЛ малой высоты – участок селеноцентрического торможения (см. рис. 4.36, III). На рис. 4.36 движение на этом участке показано в селеноцентрической системе координат. Задача этапа – торможение относительной скорости аппарата и обеспечение заданных параметров конечной орбиты спутника Луны;

промежуточный участок, названный участком согласования (см. рис. 4.36, II). *A* и *B* – точки стыковки участков. Задача участка – обеспечить стыковку (согласование) геоцентрического и селеноцентрического участков, т.е. этапов I и III. Точка *B* лежит на сфере согласования, радиус которой  $\rho_* < \rho_{с.д.}$ , где  $\rho_{с.д.}$  – радиус сферы действия Луны.

Две спирали – раскручивающаяся относительно Земли и скручивающаяся относительно Луны – представляют собой основные составные части траектории перелета Земля – Луна с малой тягой. Движение на этапах I и II изучается в геоцентрической системе координат, а на

этапе III – в селеноцентрической системе. Длительность геоцентрического участка составляет примерно 80 % времени всего полета. Расчет движения удобно проводить в безразмерных переменных. За характерный линейный размер  $r_*$  на первых двух участках полета принимается радиус базовой орбиты у Земли ( $r_{\text{ИСЗ}}$ ), а на третьем участке – радиус конечной орбиты ИСЛ ( $r_{\text{ИСЛ}}$ ).

Характерные время  $t_*$ , скорость  $V_*$ , ускорение  $g_*$  выбираются следующими:

$$t_* = r_* \sqrt{\frac{r_*}{\mu_{\text{гп}}}}; V_* = \sqrt{\frac{\mu_{\text{гп}}}{r_*}}; g_* = \frac{\mu_{\text{гп}}}{r_*^2}, \quad (4.194)$$

где  $\mu_{\text{гп}}$  – гравитационная постоянная притягивающего центра (для этапов I и II – Земли, для III – Луны).

Предполагается, что нерегулируемый двигатель малой тяги работает непрерывно, т.е. выключения двигателя не предусматриваются. Анализ задачи перелета лунного буксира с малой тягой показал, что на участках геоцентрического разгона I и селеноцентрического торможения III рациональным оказывается использование трансверсальной ориентации тяги в мгновенной плоскости орбиты. При этом необходимое изменение положения плоскости орбиты буксира с помощью двигателя малой тяги энергетически выгодно выполнять на участке согласования. Участок согласования представляет собой пространственный маневр КА с малой тягой с оптимальным законом управления ориентации тяги, определяемым из условия оптимальности стыковки участков I и III в результате решения задачи согласования. Задача согласования решалась с помощью принципа максимума. При этом уравнения движения и сопряженные переменные записывались в цилиндрической системе координат с опорной плоскостью, совпадающей с плоскостью орбиты Луны. При стыковке участков на сфере согласования, лежащей внутри сферы действия Луны, учитывалось также притяжение КА Луной.

Анализ показал, что положение точки A стыковки участков I и II слабо влияет на энергетические затраты на перелет, и протяженность участка согласования достаточно принимать в пределах одного-двух последних оборотов КА вокруг Земли перед достижением орбиты Луны.

Чтобы при торможении трансверсальной тягой на участке селено-

центрического торможения III достичь круговой орбиты ИСЛ заданного радиуса, вектор скорости КА в начальный момент на сфере согласования должен иметь вполне определенное значение (в селеноцентрической системе координат). Решая обратную задачу, т.е. интегрируя уравнения плюского разгона с трансверсальной тягой ( $\beta = 90^\circ$ ) с конечной орбиты ИСЛ до сферы согласования (с отрицательным расходом массы  $W < 0$ ), можно найти радиальную и трансверсальную компоненты этого вектора, а также время торможения. Для решения задачи согласования строятся аппроксимационные зависимости указанных параметров от величины реактивного ускорения на сфере согласования и скорости истечения. Интересно, что при величине  $a_0 = 10^{-4}$  (в единицах гравитационного ускорения на начальной орбите ИСЗ) вход в сферу действия Луны происходит примерно с параболической (относительно Луны) скоростью.

Остановимся на выборе сферы согласования. Можно выделить три следующие случая с последовательно повышающейся точностью расчета траектории. Первый выбор соответствует так называемой нулевой стыковке участков II и III. В этом случае участок согласования заканчивается выходом на орбиту Луны, влияние Луны не учитывается. Участок III представляет собой скрутку у Луны с начальной параболической скоростью. Нулевая стыковка традиционно используется в механике полета с малой тягой при исследовании межпланетных траекторий. Во втором случае  $\rho_* = \rho_{с.д}$  и на участке согласования можно не учитывать притяжение Луны. В третьем случае используется сфера согласования радиуса  $\rho_* < \rho_{с.д}$ , причем на участке согласования учитывается притяжение Луны, что позволяет повысить точность расчета траектории. Однако при этом возрастает трудоемкость расчета участка согласования из-за необходимости учета притяжения Луны. Метод сферы действия и его модификации широко используются при исследовании перелета к Луне с большой тягой [17]. При этом движение КА описывается конечными соотношениями задачи двух тел. В задаче перелета к Луне с малой тягой использование упрощенных способов стыковки участков геоцентрического и селеноцентрического движений позволяет лишь упростить уравнения движения и граничные условия, понизив тем самым трудоемкость решения соответствующей краевой задачи с дифференциальными связями. Сравнение методов сферы действия ( $\rho_* = \rho_{с.д}$ ) и нулевой



стыковки в задаче перелета лунного буксира с малой тягой показало, что использование нулевой стыковки приводит к завышению энергетических затрат на перелет на  $\sim 3\%$ .

Рис. 4.37 дает некоторое представление об оптимальных траекториях на участке согласования при  $a_0 = 10^{-4}$  и  $P_{уд} = 6000$  с. На участке геоцентрического разгона I и селеноцентрического торможения III условно показаны последний и первый витки спиралевидной траектории соответственно. Движение на участке III показано в селеноцентрической системе координат. Направление вектора тяги на участке согласования показано стрелками. На внутренних участках используется тяга трансверсального направления (разгоняющая на участке I (см. рис. 4.36) и тормозящая на участке III) на рис. 4.37 она не показана. Угловое положение Луны в начале участка согласования, а также положение точки стыковки на сфере согласования выбирались оптимальными, соответствующими минимальному времени движения на участке согласования. На рис. 4.37 показана

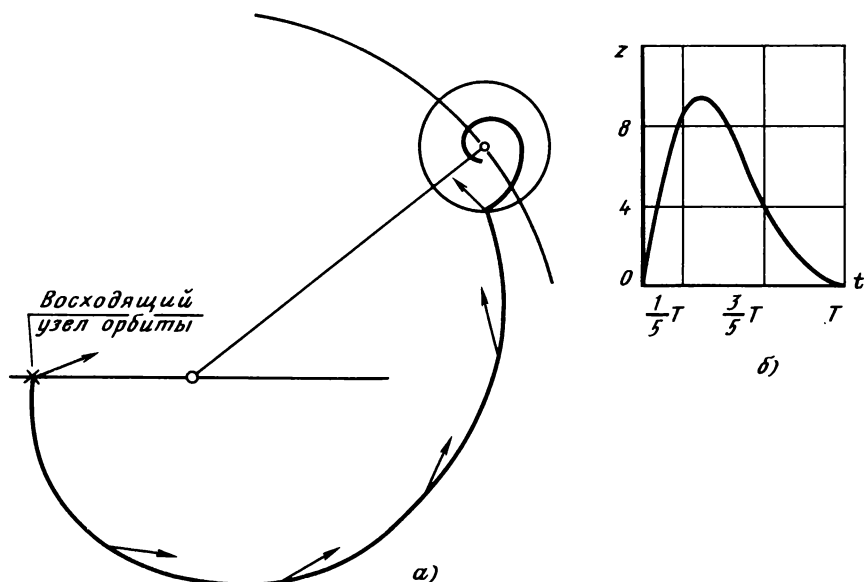


Рис. 4.37. Траектория пространственного перелета (а) и график изменения безразмерной величины вылета буксира из опорной плоскости (б)

оптимальная плоская траектория перелета со стыковкой на сфере действия луны. Удобным оказалось постепенное уменьшение сферы согласования при решении краевой задачи принципа максимума с использованием значений начальных сопряженных переменных, полученных при большом  $\rho_*$ . При  $\rho_* = \rho_{с.д}$  в качестве начального приближения использовалось решение, полученное при нулевой стыковке участков. При решении задачи согласования с учетом притяжения Луны ( $\rho_* < \rho_{с.д}$ ) хорошую точность показал прием решения краевой задачи с упрощенной сопряженной системой, в которой отбрасывались члены, учитывающие влияние Луны (наиболее громоздкие).

На рис. 4.37 показана пространственная траектория на участке согласования, который начинается на линии узлов орбиты буксира в плоскости орбиты Луны и заканчивается выходом в плоскость орбиты Луны (конечная орбита ИСЛ лежит в этой плоскости). Угол между плоскостями орбит буксира и Луны  $\Delta i$  в начале участка согласования равен  $20^\circ$ . На рис. 4.37, а показана проекция траектории полета на опорную плоскость (плоскость орбиты Луны), а на рис. 4.37, б — изменение безразмерной величины вылета буксира из опорной плоскости  $z(t)$ . Стыковка участков происходит на сфере действия Луны.

Обработкой численных результатов расчетов на ЭВМ траекторий перелета лунного буксира с малой тягой получено следующее соотношение для безразмерного времени перелета между орбитами ИСЗ и ИСЛ без выключения двигателя:

$$T = T_1 + T_2; \quad T_1 = \frac{W}{a_0} [1 - \exp(-\Delta V/W)];$$

$$\Delta V = k \sqrt{1 - \frac{2 \cos(\pi \Delta i / 2)}{\sqrt{R}}} + \frac{1}{R};$$

$$k = 4,3981 + 1,6538 \lg a_0 + 0,2014 (\lg a_0)^2; \quad (4.195)$$

$$T_2 = \frac{t_{III}^I}{a_* t^I} (1 - 0,7555 \sqrt[4]{\tilde{a}_*}) \left[ 1 - \frac{1 \cdot 0,7555 \sqrt{\tilde{a}_*}}{2 \tilde{W}} \right];$$

$$\tilde{a}_* = \frac{a_0 g_*^I}{g_*^{III} \left[ 1 - \frac{a_0}{W} T_1 \right]} ; \quad \tilde{W} = W V_*^I / V_*^{III}, \quad (4.195)$$

где  $a_0$ ,  $W$  – безразмерные начальное реактивное ускорение буксира и скорость истечения в единицах геоцентрического участка;  $T_1$ ,  $T_2$  – время движения на геоцентрическом (участки I и II) и селеноцентрическом (участок III) этапах полета;  $R$  – безразмерный радиус орбиты Луны (около 58,5);  $\Delta i$  – изменение наклона орбиты буксира на участке согласования;  $k$  – поправочный коэффициент;  $a_*$ ,  $W$  – реактивное ускорение в начале селеноцентрического участка полета и скорость истечения в единицах селеноцентрического участка; единицы измерения времени  $t_*^I$ ,  $t_*^{III}$ , скорости  $V_*^I$ ,  $V_*^{III}$  и ускорения  $g_*^I$ ,  $g_*^{III}$  на геоцентрическом и селеноцентрическом участках определяются согласно (4.194).

Структура формул (4.195) отвечает характеру нулевой стыковки участков геоцентрического и селеноцентрического движений ( $T_2$  – время скрутки у Луны с нулевой начальной энергией [28]). Однако это сделано для упрощения структуры аппроксимационных формул, которые получены обработкой результатов расчета траекторий со стыковкой участков на сфере действия Луны. Конечная орбита ИСЛ предполагалась лежащей в плоскости орбиты Луны, когда  $\Delta i$  представляет собой угол между плоскостями орбит буксира и Луны в начале участка согласования. Однако формулы (4.195) можно приближенно использовать и для других случаев ориентации орбиты ИСЛ, тогда  $\Delta i$  представляет собой требуемое изменение наклона орбиты буксира на участке согласования. Случай  $\Delta i = 0$  отвечает компланарному перелету.

## Глава 5. ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТНОГО АППАРАТА С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ

### 5.1. ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ КТА С ЭРД, ВЫПОЛНЯЮЩЕГО ЕДИНИЧНУЮ ТРАНСПОРТНУЮ ОПЕРАЦИЮ

Рассмотрим задачу выбора основных проектных параметров КТА с ЭРД, предназначенного для выполнения единичной транспортной операции, которую будем характеризовать вектором параметров  $x_{\text{т.оп}} = (m_{\text{п.н.}}, \bar{m}, O_{\text{б}}, O_{\text{р}}, T)$ , описанным в разд. 2.1.

Достаточно полно эффективность КТА как транспортного средства характеризуют затраты на выполнение транспортной операции  $C_{\text{т.оп}}$  [см. формулу (2.38)]. Поэтому величина  $C_{\text{т.оп}}$  может быть использована в качестве критерия эффективности при выборе параметров КТА с ЭРД. Поскольку масса полезного груза при выполнении транспортной операции задана, удобно от затрат на выполнение транспортной операции  $C_{\text{т.оп}}$  перейти к стоимости транспортировки единицы полезного груза, т.е. к удельным затратам выведения на рабочую орбиту единицы массы полезного груза. Приближенный расчет по методу удельных затрат позволил в разд. 2.3 привести задачу о минимуме затрат на транспортную операцию ( $C_{\text{т.оп}}$ ) к задаче на минимум относительного параметра стоимости ( $S$  или  $S'$ ), которые задаются выражениями (2.42) и (2.43), причем использование критерия эффективности в виде выражения (2.43) дает возможность наряду с оптимизацией проектных параметров КТА определять также рациональные времена выполнения транспортной операции  $T$ . При необходимости приближенная модель затрат для буксира с ЭРД может быть детализирована с помощью, например, соотношений из разд. 2.2.

При проектировании КТА с ЭРД традиционно в качестве вспомогательных находят применение также массовые критерии. Например, при многократном выполнении буксиром транспортной операции целесообразной может оказаться оценка проекта по суммарной нагрузке  $m_0^{\epsilon}$ , выводимой на базовую орбиту с Земли для выполнения всех  $n$  рейсов до выработки ресурса КТА.

В качестве критерия эффективности при этом может быть принята

величина суммарной относительной полезной нагрузки (по аналогии с величиной относительной полезной нагрузки одного рейса  $\mu_{п.н}$ ):

$$\mu_{п.н}^{\Sigma} = \frac{m_{п.н}^{\Sigma}}{m^{\Sigma}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_{п.н}^i}{m_{КТА} + \sum_{i=1}^n (m_{п.н}^i + m_{\tau}^i)}, \quad (5.1)$$

где  $i$  – номер рейса, выполняемого буксиром ( $\gamma_{т.о} = 0$ ).

Деля числитель и знаменатель в выражении (5.1) на  $m_{КТА}$  (неизменную от рейса к рейсу составляющую масс КТА  $m_{КТА} = m_{ДЭУ} + m_{СУ} + m_{пр}$ ), получим

$$\mu_{п.н}^{\Sigma} = \frac{\beta^{\Sigma}}{1 + \beta^{\Sigma} + \gamma^{\Sigma}}. \quad (5.2)$$

Здесь введены суммарные коэффициенты загрузки и заправки

$$\beta^{\Sigma} = m_{п.н}^{\Sigma} / m_{КТА} = \sum_{i=1}^n \beta_i; \quad (5.3)$$

$$\gamma^{\Sigma} = m_{\tau}^{\Sigma} / m_{КТА} = \sum_{i=1}^n \gamma_i,$$

где  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$  – соответственно параметры загрузки и заправки буксира для  $i$ -го рейса.

При применении КТА с ЭРД для транспортных перевозок в околоземном космическом пространстве обычно рассматриваются перелеты без выключения двигателя, когда время работы двигателя ( $T_{\mu}$ ) и время перелета ( $T$ ) равны между собой. Часто используется приближенное решение динамической задачи (2.62);

$$T_{\mu} = \frac{W}{a_0} (1 - \exp(-\Delta V/W)), \quad (5.4)$$

где  $\Delta V$  – величина характеристической скорости транспортной операции, которая в первом приближении может приниматься постоянной.

Величина потребного запаса топлива на перелет определяется формулой Циолковского

$$m_{\tau} = m_o (1 - \exp(-\Delta V/W)). \quad (5.5)$$

Для расчета замкнутого перелета с возвращением буксира на базовую орбиту необходимо получить соотношения для коэффициентов загрузки и заправки буксира, аналогичные соотношениям (2.69) для одностороннего перелета. Параметр заправки определяется временем двустороннего перелета

$$\gamma = \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}}} \frac{T}{\tilde{W}^2}. \quad (5.6)$$

Для определения коэффициента загрузки запишем уравнение (5.5) для потребного запаса топлива прямого и обратного перелетов в следующем виде (предполагается, что  $\Delta V^T = \Delta V^O$ ):

$$m_{\tau}^T = \frac{m_{\text{п.н}} + m_{\text{КТА}} + m_{\tau}^O (1 + \gamma_{\tau.o})}{1 - (1 + \gamma_{\tau.o}) (1 - \exp(-\Delta V/W))} \times \\ \times (1 - \exp(-\Delta V/W)); \quad (5.7)$$

$$m_{\tau}^O = \frac{m_{\text{п.н}} \bar{m} + m_{\text{КТА}} + m_{\tau}^T \gamma_{\tau.o}}{1 - (1 + \gamma_{\tau.o}) (1 - \exp(-\Delta V/W))} \times \\ \times (1 - \exp(-\Delta V/W)),$$

или в относительном виде

$$\gamma^T = \frac{2T^T}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} = \frac{\beta + 1 + \gamma^O (1 + \gamma_{\tau.o})}{1 - (1 + \gamma_{\tau.o}) (1 - \exp(-\Delta V/W))} \times \\ \times (1 - \exp(-\Delta V/W)), \quad (5.8)$$

$$\gamma^O = \frac{2T^O}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} = \frac{\beta \bar{m} + 1 + \gamma^T \gamma_{\tau.o}}{1 - (1 + \gamma_{\tau.o}) (1 - \exp(-\Delta V/W))} \times \\ \times (1 - \exp(-\Delta V/W));$$

где  $\gamma^T$ ,  $\gamma^O$  – коэффициенты заправки прямого и обратного перелетов.

Определяя из первого выражения (5.8) величину  $\gamma^T$  и складывая соотношения для  $\gamma^T$  и  $\gamma^0$ , после преобразований приходим к следующей зависимости:

$$\gamma = \gamma^T + \gamma^0 = \frac{2T}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} = \frac{1 - \exp(-2\Delta V/W)}{D} \times \\ \times \left[ 1 + \beta \frac{\bar{m} + \exp(-\Delta V/W)}{1 + \exp(-\Delta V/W)} \right], \quad (5.9)$$

где  $D = 1 - (1 + \gamma_{\text{т.о}})(1 - \exp(-2\Delta V/W))$ , связывающей коэффициенты загрузки и заправки двустороннего перелета.

Из соотношения (5.9) может быть найдено предельное время перелета (минимально возможное), при котором величина доставляемой полезной нагрузки обращается в нуль (т.е.  $\beta = 0$ ):

$$T_{\text{пред}} = \frac{\gamma_{\text{КТА}} W^2}{2D} (1 - \exp(-\Delta V/W)). \quad (5.10)$$

Из соотношения (5.9) можно найти искомую зависимость параметра загрузки двустороннего перелета от времени перелета:

$$\beta = \left[ \frac{2TD}{\gamma_{\text{КТА}} W^2 (1 - \exp(-2\Delta V/W))} - 1 \right] \frac{1 + \exp(-\Delta V/W)}{\bar{m} + \exp(-\Delta V/W)}. \quad (5.11)$$

Рассмотрим частные случаи зависимости (5.11). При  $\bar{m} = 1$ , т.е.  $m_{\text{п.н}}^T = m_{\text{п.н}}^0$ ,

$$\beta = \frac{2TD}{\gamma_{\text{КТА}} W^2 (1 - \exp(-2\Delta V/W))} - 1, \quad (5.12)$$

причем при  $\gamma_{\text{т.о}} = 0$   $D = \exp(-2\Delta V/W)$ .

При  $m = 0$ , т.е.  $m_{\text{п.н}}^0 = 0$ ,

$$\beta = \frac{2TD}{\gamma_{\text{КТА}} W^2 (1 - \exp(-\Delta V/W)) \exp(-\Delta V/W)} -$$

$$- \frac{1 + \exp(-\Delta V/W)}{\exp(-\Delta V/W)}. \quad (5.13)$$

После определения коэффициентов загрузки и заправки несложно найти величину начального реактивного ускорения, относительной полезной нагрузки и относительного запаса топлива двустороннего перелета:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}} W_a} = \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}} W [\beta + \gamma(1 + \gamma_{\text{т.о}}) + 1]} ; \\ \mu_{\text{п.н}} &= \frac{\beta}{a} = \frac{\beta}{\beta + \gamma(1 + \gamma_{\text{т.о}}) + 1} ; \\ \mu_{\text{т}} &= \frac{\gamma}{a} = \frac{\gamma}{\beta + \gamma(1 + \gamma_{\text{т.о}}) + 1} , \end{aligned} \quad (5.14)$$

где  $a$  – стартовый параметр буксира.

Величина суммарной относительной нагрузки и параметра стоимости входят с помощью соотношений (5.3) и (2.47), (2.48).

Время прямого перелета определяется выражением

$$T^{\text{т}} = \frac{\gamma_{\text{КТА}} W^2}{2} [\beta + \gamma(1 + \gamma_{\text{т.о}}) + 1] (1 - \exp(-\Delta V/W)). \quad (5.15)$$

Рассмотрим теперь случай, когда транспортная операция выполняется многократно. Численные исследования показали, что при отсутствии ограничений на длительность отдельных рейсов и фиксированном числе рейсов  $n$ , выполняемых буксиром с заданными мощностью ЭУ и эффективной скоростью истечения ДУ до выработки ресурса  $\tau$ , оптимальными с точки зрения максимизации  $\mu_{\text{п.н}}^{\Sigma}$  будут рейсы одинаковой продолжительности

$$T_i = \tau/n, \quad i = 1, \dots, n. \quad (5.16)$$

В то же время чувствительность  $\mu_{\text{п.н}}^{\Sigma}$  к длительности рейсов при заданном  $n$  оказывается невысокой. Например, если лунный буксир совершает два рейса длительностью 9500 и 500 ч (при оптимальном сочетании 5000 и 5000 ч), то снижение  $\mu_{\text{п.н}}^{\Sigma}$  по сравнению с оптимальным не превышает 1 % при  $\gamma_{\text{КТА}} = 10$  кг/кВт.

Таким образом, при многократном выполнении буксиром транспорт-



ной операции целесообразно использовать рейсы одинаковой продолжительности. При этом длительность рейса ( $T$ ) и количество рейсов ( $n$ ) до выработки ресурса связаны зависимостью (5.16). Кроме того  $\beta^\Sigma = n\beta$ ,  $\gamma^\Sigma = n\gamma$  и вместо выражения (5.2) имеем соотношение

$$\mu_{п.н}^\Sigma = \frac{\beta_i}{1/n + \beta_i + \gamma_i} = \frac{\mu_{п.н}}{1 - \mu_{КТА} (1 - 1/n)}, \quad (5.17)$$

где  $\mu_{п.н}$ ,  $\mu_{КТА} = 1/a$  — соответственно относительная полезная нагрузка и относительная масса КТА для одного рейса, продолжительностью, которая определяется из выражения (5.16).

Свойства функций  $\mu_{п.н}^\Sigma(n)$  и  $\mu_{п.н}(n)$  аналогичны. В частности, функция  $\mu_{п.н}^\Sigma(n)$  — монотонно убывающая. Это значит, что увеличение числа рейсов, выполняемых буксиром при заданных ресурсе, мощности ЭУ и эффективной скорости истечения ДУ, приводит к уменьшению суммарной полезной нагрузки, доставляемой на рабочую орбиту. Указанное обстоятельство обусловлено тем, что с увеличением числа рейсов возрастает непроизводительный грузопоток на рабочую орбиту, связанный с транспортировкой собственно конструкции буксира, доля которой весьма значительная для КТА с ЭРД.

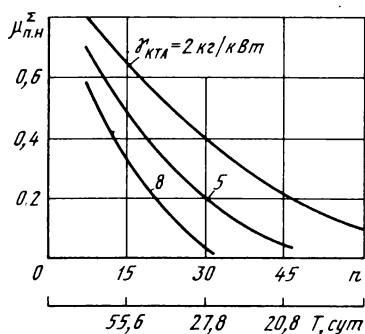


Рис. 5.1. Зависимость  $\mu_{п.н}^\Sigma$  от  $n$  при оптимальном  $P_{уд}$  для лунного буксира

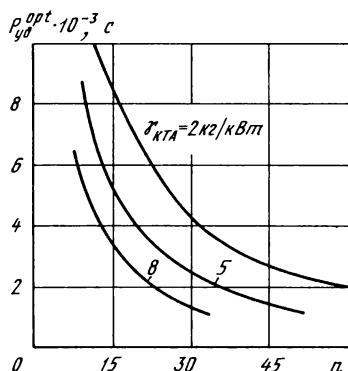


Рис. 5.2. Зависимость оптимального  $P_{уд}$  от числа рейсов ( $n$ ) для заданного ресурса КТА

Оптимальное значение скорости истечения ЭРД по стоимостному критерию определяется из решения задачи (2.81), а по массовому критерию – из условия оптимальности:

$$W^{opt} = \operatorname{argmax}_{\mu_{п.н}} (\bar{W}, T, O_{\delta}, O_p, \gamma_{KTA}, \gamma_{т.о}). \quad (5.18)$$

Типичные зависимости оптимальных значений  $\mu_{п.н}^{\Sigma}$  и  $P_{уд}$  от числа рейсов при различных значениях удельной массы КТА представлены на рис. 5.1 и 5.2 ( $\tau = 20\,000$  ч). Видно, что с увеличением числа рейсов, совершаемых буксиром (при фиксированном ресурсе КТА), оптимальные значения скорости истечения монотонно уменьшаются, что обусловлено уменьшением длительности рейса.

Зафиксируем теперь длительность одного рейса  $T$  и исследуем зависимость оптимальной скорости истечения и мощности ЭЧ от числа рейсов (рис. 5.3). С увеличением числа рейсов величина  $W^{opt}$  стремится к предельному значению, определяемому из решения задачи

$$\bar{W} = \operatorname{arcsmax}_W \frac{\mu_{п.н}}{1 - \mu_{KTA}}. \quad (5.19)$$

Очевидно, при  $n = 1$   $\mu_{п.н}^{\Sigma} = \mu_{п.н}$  и решения задач (5.18) и (2.74)

совпадают. Поэтому значение  $W^{opt}(n)$ , полученное с учетом всех рейсов, выполняемых буксиром, больше чем  $W^{opt}$  для одного рейса, отвечающее условию (2.74). В результате, мощность ДЭУ буксира, многократно выполняющего транспортную операцию, возрастает по сравнению с одноразовым КТА. Таким образом, учет всей программы транспортировки существенно меняет представление об оптимальных проектных параметрах буксира.

Опишем алгоритм выбора проектных решений КТА с ЭРД, совершающего единичную транспортную операцию в околоземном космическом пространстве (рис. 5.4). В блоке исходных данных задаются параметры транспортной операции  $x_{т.оп} = f(m_{п.н}, \bar{m}, O_{\delta}, O_p, T)$ , тип энергоустановки и ЭРД, вид применяемого рабочего вещества. Затем в динамическом блоке определяется потребная величина характеристической скорости транспортной операции ( $\Delta V$ ) с учетом дополни-

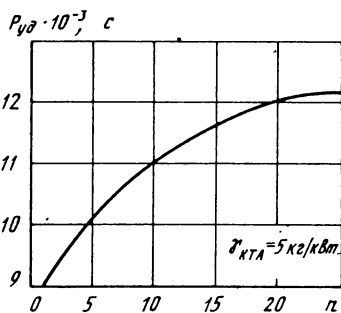
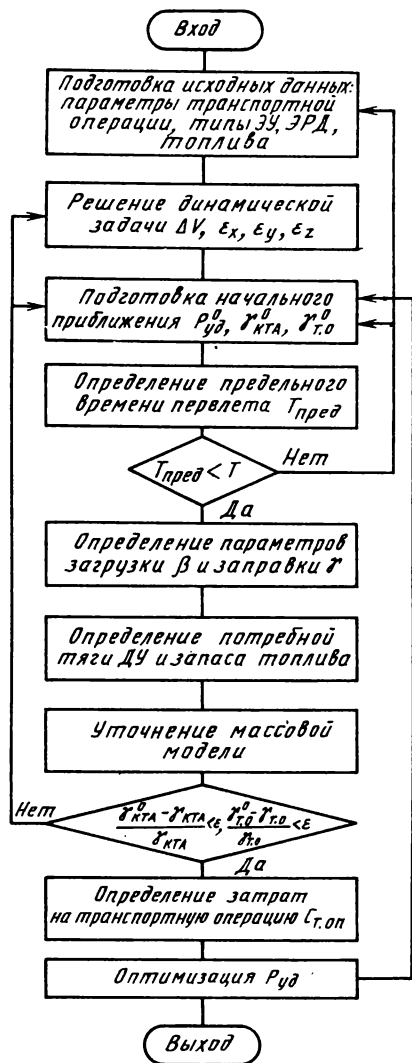


Рис. 5.3. Зависимость оптимального  $P_{уд}$  от числа рейсов  $(n)$  при фиксированной длительности рейса  $(T = 80 \text{ сут})$

Рис. 5.4. Блок-схема алгоритма выбора проектных решений КТА с ЭРД для выполнения единичной транспортной операции

тельных затрат, связанных с сопротивлением атмосферы, потерями на управление, гравитационными возмущениями и т.д. Здесь же оцениваются потребные управляющие угловые ускорения по связанным осям  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  для реализации выбранной программы управления вектором тяги ЭРД. В блоке подготовки начального приближения

задаются величина  $P_{уд}^0$ , удельные массы  $(\gamma_{кТА}^0, \gamma_{т.о}^0)$ . С помощью соотношения (5.10) определяется предельное время перелета  $(T_{пред})$ , которое затем сравнивается с заданным временем выполнения транспортной операции  $(T)$  и при необходимости может быть увеличено. Да-

лее с помощью соотношений (5.6), (5.11), (5.14), определяются коэффициенты загрузки и заправки КТА, а также величина начального реактивного ускорения ( $a_0$ ). Исходя из заданной величины полезной нагрузки это позволяет определить массу КТА ( $m_{\text{КТА}}$ ), требуемую реактивную мощность ДЭУ ( $N_p$ ) и тягу ДУ ( $P$ ):

$$\begin{aligned} m_{\text{КТА}} &= m_{\text{п.н}} / [\beta(P_{\text{уд}}, T, O_{\delta}, O_p, \\ &\bar{m}, \gamma_{\text{КТА}}, \gamma_{\text{т.о}})]; \\ N_p &= m_{\text{КТА}} / \gamma_{\text{КТА}}; \\ P &= 2N_p / (g_0 P_{\text{уд}}), \end{aligned} \quad (5.20)$$

а также требуемый запас рабочего вещества

$$m_t = \gamma m_{\text{КТА}}. \quad (5.21)$$

В блоке уточнения массовой модели происходит уточнение массовой сводки КТА и ДЭУ, причем расчеты здесь ведутся с помощью специальных математических моделей проектирования КТА и ДЭУ (в том числе с использованием многоуровневого подхода). Здесь же прорабатывается конструктивная компоновка КТА и ДЭУ, позволяющая оценить моменты инерции аппарата и выбрать исполнительные органы системы управления угловым движением КТА, исходя из требуемой величины управляющих моментов  $M_{\text{упр}}$ , задаваемой соотношением (2.58). В случае, если реализация требуемой величины  $M_{\text{упр}}$  со-

пряжена с конструктивными трудностями (например, большими углами отклонения связи ЭРД в карданных подвесах или значительными плечами установки блоков ЭРД относительно центра масс), возможна коррекция найденной в динамическом блоке программы управления вектором тяги с целью уменьшения требуемого управляющего момента. При этом в динамическом блоке необходимо оценить возрастание требуемой величины характеристической скорости перелета, обусловленное снижением эффективности органов управления угловым движением КТА.

На начальной стадии проектирования обычно используются приближенные аппроксимационные зависимости удельных характеристик систем ДЭУ и КТА, например, (2.30), (2.31).

После уточнения удельных характеристик при необходимости могут быть повторены расчеты по определению коэффициентов загрузки, заправки и тяги, мощности ДЭУ по описанной выше схеме.

Затем определяются затраты на транспортную операцию или удельная стоимость транспортировки единицы полезного груза, которые затем минимизируются по величине  $P_{уд}$  с помощью какой-либо из процедур одномерной оптимизации. Кроме того, может быть выполнена оптимизация времени выполнения транспортной операции  $T$ , а также кратность применения буксира. В этом случае необходимо учесть затраты (стоимость), связанные с длительной транспортировкой полезных нагрузок, а также влияние конструктивного ресурса на массовые характеристики и стоимость систем ДЭУ и КТА. Удобно проводить последовательную оптимизацию параметров в виде трех вложенных циклов. На внутреннем цикле оптимизации подлечит величина эффективной скорости истечения, затем выбирается оптимальная длительность транспортировки и на внешнем цикле определяется рациональная кратность применения буксира.

В случае, если на траектории перелета возможно выключение двигателя, т.е. используется решение динамической задачи в виде (2.51), например, при исследовании межпланетного перелета с малой тягой, решение проектной задачи усложняется, поскольку в число оптимизируемых параметров здесь входит наряду с  $P_{уд}$  и величина начального реактивного ускорения  $a_0$ , которая определяет согласно выражению (2.51), время работы двигателя при выполнении рейса  $T_{\mu}$ . Однако, если транспортная операция является "быстрой" (согласно данному в разд. 2.3 определению), т.е. зависимости  $\beta(a_0)$  и  $\mu_{п.н}(a_0)$  монотонные, то оптимальное решение отвечает перелету без выключения двигателя (если нет ограничений на ресурс двигательной установки) и надобность в оптимизации  $a_0$  отпадает.

Рис. 5.5 ... 5.7 иллюстрируют результаты решения проектной задачи для лунного буксира, курсирующего между орбитами ИСЗ и ИСЛ. В качестве критерия эффективности использовался параметр стоимости  $S$  [см. уравнение (2.40)]. Удельная масса КТА принималась постоянной  $\gamma_{КТА} = 3 \text{ кг/кВт}$ , ресурс  $\tau = 20000 \text{ ч}$ . На рис. 5.5, 5.6 показаны оптимальные параметры КТА и ДЭУ в функции числа рейсов  $n$ , совершаемых буксиром. При  $\gamma = 1$  решение задачи отвечает мак-

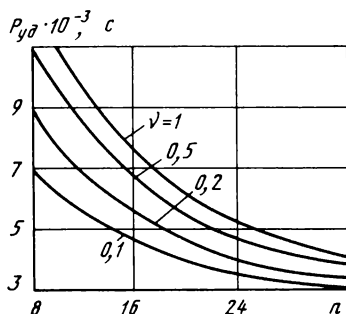


Рис. 5.5. График оптимальных значений удельного импульса лунного буксира

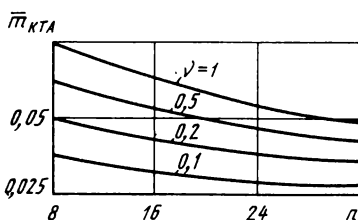
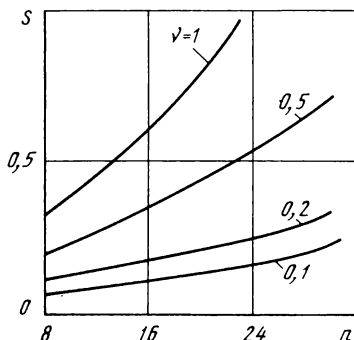


Рис. 5.6. График оптимальной относительной массы ( $\bar{m}_{KTA} = m_{KTA} / m_{п.н}^{\Sigma}$ )

Рис. 5.7. График оптимальных значений параметра стоимости



симизации величины  $\mu_{п.н}^{\Sigma}$  согласно выражению (5.17), а при  $\nu = 0$  — минимизации потребной мощности ДЭУ. С уменьшением параметра  $\nu$  уменьшаются оптимальные значения скорости истечения, а также потребная мощность ДЭУ и масса КТА. Рис. 5.5 ... 5.7 позволяют провести оперативную графическую оценку проектных решений лунного буксира.

В работе [68] анализируется возможность применения КТА с ЭРД для выведения на рабочие орбиты 28 навигационных ИСЗ *Navstar* (высота орбиты 20 200 км, наклонение  $55^\circ$ ). Рассматривались ионные ЭРД с различными рабочими телами (ртуть, ксенон, аргон), в качестве источника энергии использовались солнечные батареи из арсенида геллия. Характеристики ЭРД и ЭУ прогнозировались на уровень 90-х годов. Было показано, что парк из шести многоразовых КТА (ресурс 15 000 ч) обеспечит выведение спутников в течение семи лет (частота запусков — четыре ИСЗ в год). Оптимальное время выполнения одного рейса с полезной нагрузкой 1500 кг составило 122

Таблица 5.1

| Мощность энерго-<br>установки, МВт | Удельная масса<br>энергоустановки,<br>кг/кВт | Индекс варианта |
|------------------------------------|----------------------------------------------|-----------------|
| 0,5                                | 20                                           | <i>A</i>        |
| 0,5                                | 10                                           | <i>B</i>        |
| 1                                  | 10                                           | <i>C</i>        |
| 1                                  | 5                                            | <i>D</i>        |
| 2                                  | 10                                           | <i>E</i>        |
| 2                                  | 5                                            | <i>F</i>        |
| 5                                  | 5                                            | <i>G</i>        |
| 5                                  | 1                                            | <i>H</i>        |
| 10                                 | 5                                            | <i>I</i>        |
| 10                                 | 1                                            | <i>J</i>        |

сут, из них прямой перелет – 87 сут. Потребная мощность ЭУ составила 29 кВт, использовалась связка из 12 ионных ЭРД на ртути ( $P_{уд} = 3000$  с;  $\eta_{ДУ} = 0,83$ ; масса одного двигателя 40 кг). В результате анализа было показано, что применение многоразового КТА с ионными ЭРД может позволить снизить затраты на выведение всей серии ИСЗ примерно в два раза по сравнению с КТА с традиционными химическими двигателями.

В работе [72] выполнено исследование проекта КТА с ЭРД, предназначенного для транспортировки полезных нагрузок массой до 200 т на геостационарную орбиту. Технологический уровень разработки КТА рассчитывался на начало следующего столетия. Предполагался уровень мощности ядерной энергоустановки от 0,5 до 10 МВт, в качестве двигателей использовались СтПД с аргоном в качестве рабочего тела ( $\text{КПД} = 0,5 \dots 0,7$ ). Ресурс энергоустановки составлял 7 лет, двигателей – 1000 ч. Были проведены параметрические исследования в широком диапазоне мощности и удельной массы энергоустановки как параметра (табл. 5.1).

На рис. 5.8 представлены зависимости удельных затрат на транспортировку единицы полезного груза  $c_{уд}$  от времени прямого перелета на геостационарную орбиту ( $\eta_{ДУ} = 0,7$ ). Индексы на кривых отвечают данным табл. 5.1, изломы на кривых обусловлены дискретным изменением потребного числа двигателей. Видно существование опти-

мальной длительности перелета  $T^{opt}$ , которая уменьшается с ростом конструктивного совершенства энергетической установки (уменьшением ее удельной массы). При  $T < T^{opt}$  имеет место существенный рост удельных затрат, обусловленный быстрым уменьшением величины доставляемой полезной нагрузки (рис. 5.9). При  $T > T^{opt}$  наблюдается примерно линейный рост  $c_{уд}$ , связанный с затратами (2.5), обусловленными длительной транспортировкой дорогостоящей полезной

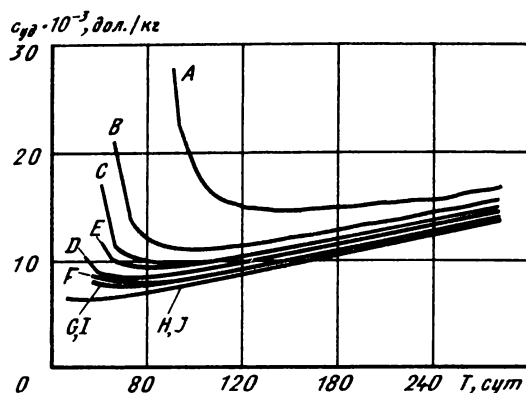


Рис. 5.8. Зависимость удельной стоимости транспортировки от времени прямого перелета на геостационарную орбиту

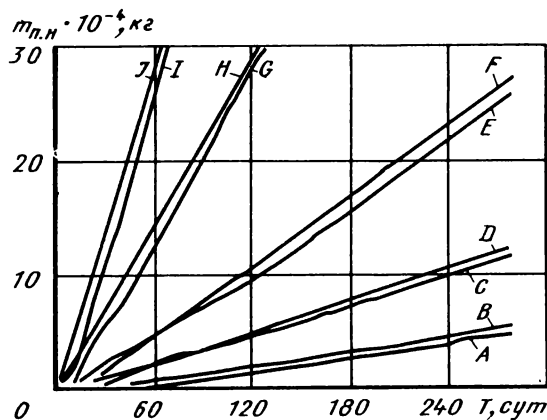


Рис. 5.9. Зависимость транспортируемой полезной нагрузки от времени прямого перелета на геостационарную орбиту



нагрузки. В результате для каждой мощности энергоустановки существует оптимальное время транспортировки и, соответственно, величина доставляемой полезной нагрузки.

На рис. 5.10 представлены зависимости удельных затрат на транспортировку от величины доставляемой полезной нагрузки за один рейс для трех вариантов КТА с ЭРД: многоразового 1, одноразового 2 и одноразового с включением энергоустановки в состав полезной нагрузки 3 (время перелета от 20 до 100 сут). Здесь же показана аналогичная зависимость для перспективного многоразового буксира космического базирования с кислородно-водородным ЖРД, использующим аэродинамическое торможение при возвращении с геостационарной на базовую орбиту. На рис. 5.10 следует, что одноразовый КТА с ЭРД не может конкурировать с КТА с ЖРД пока величина полезной нагрузки рейса не превысит 100 т (а мощность энергоустановки 10 МВт).

Многоразовый КТА с ЭРД, а также одноразовый с энергоустановкой, включенной в состав полезной нагрузки, значительно (примерно в два раза) превосходит по удельной стоимости КТА с ЖРД уже для полезной нагрузки в 10 т. Например, многоразовый КТА с ЭРД с энергоустановкой мощностью 1 МВт, удельной массой 10 кг/кВт и КПД двигателя 0,5 может доставить 10 т груза на геостационарную орбиту за 30 дней. При этом удельная стоимость транспортировки составит 85 % от соответствующей характеристики КТА с ЖРД. Этот же КТА доставит 20 т груза примерно за 80 дней при удельной стоимости в 50 % от удельной стоимости транспортировки КТА с ЖРД. Время

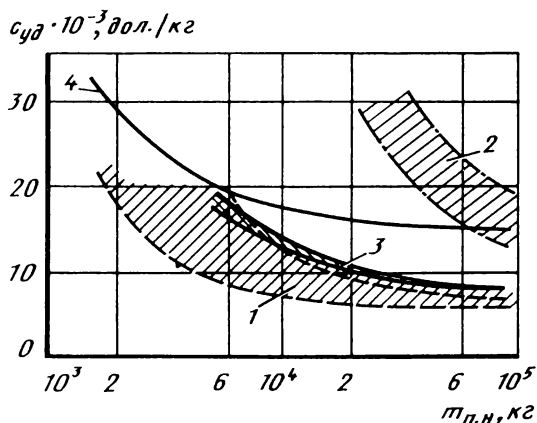


Рис. 5.10. Области предпочтительного применения КТА с ЭРД и КТА с ЖРД

обратного перелета на базовую орбиту у Земли составит около 15 дней. Таким образом, данный КТА с ЭРД может быть использован повторно каждые 2–3 месяца.

## 5.2. ВЫБОР ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ КТА С ЭРД, ВЫПОЛНЯЮЩЕГО СОВОКУПНОСТЬ ТРАНСПОРТНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Рассмотрим задачу выбора основных проектных параметров космического транспортного аппарата с ЭРД, предназначенного для выполнения совокупности транспортных операций из заданной программы космической транспортировки. Программа космической транспортировки

П характеризуется параметрами транспортных операций  $x_{\tau,оп}^i = (\bar{m}_{п.н}^i, \bar{m}_i, O_{\delta}^i, O_p^i, T_i)$ ,  $i = 1, \dots, l$  и частотой их выполнения.

В качестве критерия эффективности КТА используются затраты на выполнение всей программы транспортировки  $C_{\Sigma}$ .

Опишем алгоритм выбора проектных решений КТА с ЭРД, выполняющего заданную совокупность транспортных операций в околоземном космическом пространстве (рис. 5.11). Приближенное решение динамической задачи задается в виде выражения (5.4), причем рассматриваются перелеты без выключения двигателя. Выражения для параметров загрузки и заправки отдельных транспортных операций определяются соотношениями (5.6), (5.11), предельное время полета – соотношением (5.10).

Блок-схема алгоритма на рис. 5.11 в целом аналогична схеме на рис. 5.4, однако выбор параметров загрузки и заправки, а также потребной тяги ДУ, учитывая многоцелевое применение КТА, имеет свою специфику. В блоке определения параметров загрузки по соотношению (5.11) вычисляются параметры  $\beta_i$  ( $i = 1, \dots, l$ ) для каждой транспортной операции из заданной программы. Исходя из заданной величины полезных нагрузок  $\bar{m}_{п.н}^i$  ( $i = 1, \dots, l$ ) можно определить потребную массу КТА  $m_{КТА}$ , реактивную мощность ( $N_p$ ) и тягу ДУ ( $P$ ):

$$m_{КТА} = \max_i \bar{m}_{п.н}^i / \beta_i, \quad i = 1, \dots, l; \quad N_p = m_{КТА} / \gamma_{КТА}; \quad P = \frac{2N_p}{g_0 \frac{P}{P_{уд}}} \quad (5.22)$$

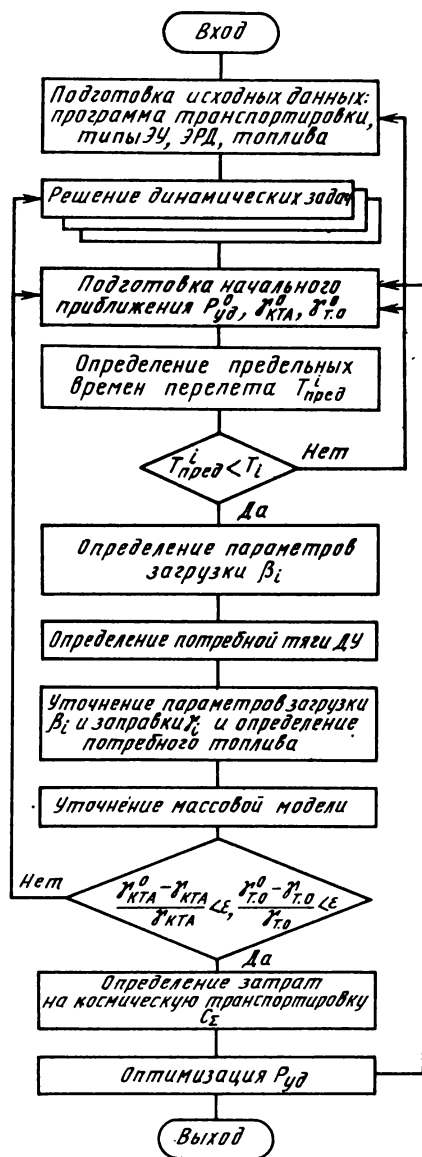


Рис. 5.11. Блок-схема алгоритма выбора проектных решений КТА с ЭРД для заданной совокупности транспортных операций

После определения массы КТА необходимо уточнить параметры загрузки

$$\beta_i = m_{п.н}^i / m_{КТА}, i = 1, \dots, l, \quad (5.23)$$

которые будут несколько меньше ранее найденных для всех транспортных операций за исключением той, для которой выполняется условие максимума в (5.22). Поскольку выключение двигателя на траектории не предполагается, необходимо осуществить коррекцию времени перелета для каждой транспортной операции (в сторону уменьшения), исходя из найденной величины параметра загрузки с помощью соотношения (5.11), и найти параметр заправки и потребный запас рабочего вещества согласно выражениям (5.9) и (5.21). В остальном работа алгоритма аналогична изложенному в разд. 5.1. Наряду с оптимизацией величины  $P_{уд}$  возможна также

оптимизация времен выполнения транспортных операций, а также величины конструктивного ресурса ДЭУ.

Рассмотрим теперь выбор проектных решений КТА с ЭРД в случае,

если на траектории перелета возможно выключение двигателя и используется решение динамической задачи в виде (2.56). В этом случае решение проектной задачи значительно усложняется, что связано с тем, что помимо оптимизации  $P_{уд}$  необходимо также

определить оптимальные значения начального реактивного ускорения  $a_0^i$  ( $i = 1, \dots, l$ ), которые определяют время работы двигателя на траектории  $T_{\mu}^i$ . Кроме того, необходимо обратить внимание на сложность построения динамической задачи (2.56), сопряженной с многократным решением трудных нелинейных вариационных задач.

Пусть для определенности КТА с малой тягой предполагается использовать для доставки автоматических аппаратов к  $l$  планетам Солнечной системы, причем на каждую из них предполагается осуществить  $s_i$  ( $i = 1, \dots, l$ ) пусков, т.е. всего потребуется  $s^{\Sigma} = \sum_{i=1}^l s_i$  КТА с ЭРД. Предполагаются заданными масса КА (полезных на-грузок)  $m_{п.н}^i$  и время перелета  $T_i$  к каждой планете (дата старта выбирается оптимальной). Таким образом, программа полетов характеризуется следующей совокупностью параметров:  $\Pi = \{l, s_i, m_{п.н}^i, T_i\}$ .

Для линейной модели стоимости, рассмотренной в разд. 2.2, задача о минимуме затрат на выполнение программы транспортировки  $C_{\Sigma}$  может быть приведена к задаче на минимум относительного параметра стоимости  $S^{\Sigma}$ , аналогичного параметру  $S$  в выражении (2.45):

$$S^{\Sigma} = \frac{S^{\Sigma}}{\beta^{\Sigma}} + \nu \frac{\gamma^{\Sigma}}{\beta^{\Sigma}}, \quad (5.24)$$

где

$$\beta^{\Sigma} = \sum_{i=1}^l s_i \beta_i; \quad \gamma^{\Sigma} = \sum_{i=1}^l s_i \gamma_i,$$

причем  $\beta_i, \gamma_i$  — параметры загрузки и заправки КТА при полете к  $i$ -ой планете. Они определяются соотношениями, аналогичными (2.35), (2.39),

$$\beta_i = a_i - (1 + \gamma_{\tau,0})\gamma_i - 1; \quad (5.25)$$

$$a_i = \frac{2}{\gamma_{\text{КТА}} a_0^i W} ; \quad \gamma_i = \frac{2T_\mu^i}{\gamma_{\text{КТА}} W^2} .$$

Причем время работы двигателя  $T_\mu^i$  и величина начального реактивного ускорения  $a_0^i$  для перелета на каждую планету связаны решением динамической задачи (2.56). Отметим, что при  $\nu = 1$  минимизация  $S^\Sigma$  эквивалентна минимизации суммарного грузопотока на базовую орбиту с Земли для выполнения всей программы П. При  $\nu = 0$  минимизация  $S^\Sigma$  эквивалентна минимизации потребной мощности ДЭУ для заданной программы П.

Приведем алгоритм решения проектной задачи для КТА с ЭРД, совершающего перелеты к планетам Солнечной системы.

1. Задаются программа полетов П, тип энергоустановки и ЭРД, тип рабочего вещества, ресурс ДЭУ  $\tau$ .

2. Строятся аппроксимационные решения динамической задачи для перелетов ко всем планетам из заданной программы П

$$T_\mu^i = T_\mu^i(a_0^i, W, T_i, i), \quad i = 1, \dots, l. \quad (5.26)$$

3. Задаются нулевые приближения  $P_{\text{уд}}^0, \gamma_{\text{КТА}}^0, \gamma_{\tau,0}^0$ .

4. Определяется минимально допустимая величина начального реактивного ускорения  $\bar{a}_0^i$  для каждого перелета, исходя из заданного ресурса ДЭУ

$$T_\mu^i(\bar{a}_0^i) = \tau. \quad (5.27)$$

5. Для каждого перелета из программы П находится максимальная (предельно возможная) загрузка КТА

$$\beta_i^* = \max_{a_0^i > \bar{a}_0^i} \beta_i(a_0^i, W, T_i, i), \quad i = 1, \dots, l. \quad (5.28)$$

Причем значения  $\beta_i$  вычисляются с помощью соотношений (5.26),

(5.27). В случае, если перелет является "быстрым" и ресурс ДЭУ не учитывается, предельная нагрузка определяется на траекториях без выключения двигателя

$$\beta_i^* = \beta_i(\bar{a}_0^i), \quad (5.29)$$

где  $\bar{a}_0^i$  — отвечает условию  $T_\mu^i = T$ .

6. Определяется предельная (минимальная потребная) мощность ДЭУ, при которой обеспечивается выполнение всей программы перелетов

$$N_p^-(P_{уд}) = \max_i m_{п.н}^i / (\beta_i^* \gamma_{КТА}), \quad (5.30)$$

$$i = 1, \dots, l.$$

7. Уточняется массовая сводка КТА и ДЭУ и их удельные характеристики и при необходимости расчеты повторяются с п. 5.

8. С помощью процедуры одномерной оптимизации определяется оптимальная мощность ДЭУ  $N_p^{opt}(P_{уд}) \geq N_p^-(P_{уд})$  из условия минимума затрат на выполнение программы транспортировки  $C_\Sigma$ , или, для рассмотренной выше линейной модели стоимости, параметра  $S_\Sigma$ . При этом на каждой итерации необходимо для текущего значения  $N_p$  определить параметры загрузки

$$\beta_i^* = m_{п.н}^i / (\gamma_{КТА} N_p), \quad i = 1, \dots, l, \quad (5.31)$$

величину начального реактивного ускорения  $a_0^i$  из решения уравнения

$$\beta(a_0^i) = \beta^*, \quad i = 1, \dots, l, \quad (5.32)$$

(при  $N_p > N_p^-$  решение этого уравнения гарантируется) и затем время работы двигателя  $T_\mu^i(a_0^i)$  по выражению (5.26), параметр заправки  $\gamma_i(a_0^i)$  по выражению (5.25) и потребный запас топлива  $m_\tau^i$  для перелета на каждую планету из программы П

$$m_\tau^i = \gamma_i m_{КТА} = \gamma_i \gamma_{КТА} N_p, \quad i = 1, \dots, l. \quad (5.33)$$

Таблица 5.2

| Планета | Программа |           | Характеристики траектории и КТА |       |         |       |
|---------|-----------|-----------|---------------------------------|-------|---------|-------|
|         | $S_i$     | $m_{п.н}$ | $T$                             | $a_0$ | $T_\mu$ | $T_3$ |
| Марс    | 1         | 2         | 2                               | 0,449 | 2,0     | 0,54  |
| Юпитер  | 1         | 2         | 7,6                             | 0,368 | 2,91    | 0,66  |
| Сатурн  | 1         | 1         | 9                               | 0,547 | 3,17    | 0,44  |
| Уран    | 1         | 1         | 13                              | 0,499 | 4,92    | 0,48  |
| Нептун  | 1         | 1         | 18                              | 0,454 | 6,0     | 0,53  |

Продолжение табл. 5.2

| Планета | Характеристики траектории и КТА |            |       |         |           |             |
|---------|---------------------------------|------------|-------|---------|-----------|-------------|
|         | $T_p$                           | $T_\Sigma$ | $m_t$ | $\beta$ | $\beta^*$ | $\mu_{п.н}$ |
| Марс    | 0,21                            | 2,74       | 0,55  | 2,35    | 2,35      | 0,596       |
| Юпитер  | 2,91                            | 6,48       | 1,31  | 2,35    | 4,12      | 0,495       |
| Сатурн  | 1,08                            | 4,68       | 0,94  | 1,17    | 2,42      | 0,369       |
| Уран    | 0,61                            | 6,01       | 1,21  | 1,17    | 2,14      | 0,339       |
| Нептун  | 0,98                            | 7,51       | 1,51  | 1,17    | 2,47      | 0,310       |

Найденные параметры позволяют затем определить значение критерия эффективности  $C_\Sigma$  или  $S^\Sigma$ . После уточнения массовой сводки оптимизация величины  $N_p$  может быть при необходимости повторена.

Если все рейсы программы "быстрые" и ресурс ДЭУ не учитывается, то  $N_p^{opt} = N_p^-$  и надобность в оптимизации мощности энергоустановки отпадает.

9. Изменяем величину  $P_{уд}$ , используя один из методов одномерной оптимизации, и возвращаемся в п. 3. Кроме того, может быть выполнена оптимизация ресурса ДЭУ ( $\tau$ ).

Изложенный алгоритм был положен в основу программы на ЭВМ, с помощью которой были выполнены расчеты при широких вариациях программы перелетов КТА с ЭРД к планетам Солнечной системы. В табл. 5.2 представлены результаты оптимизации для одного из

вариантов программы П и удельных характеристик КТА, совершающего перелеты к пяти планетам. Численное решение динамических задач для каждой из планет проводилось с помощью ДИСИПО, а результаты решения использовались в виде таблиц в банке данных при оптимизации проектных параметров КТА с ЭРД. Поясним некоторые обозначения в табл. 5.2:  $T$  – время гелиоцентрического участка перелета к планете (предполагается заданным);  $T_3$  – время раскрутки у Земли;  $T_n$  – время скрутки у планеты ( $T_3$  и  $T_n$  рассчитываются по формулам работы [28]);  $T_\mu$  – время работы двигателя на гелиоцентрическом участке;  $T_\Sigma = T + T_3 + T_n$  – полное время перелета;  $a_0$  – величина реактивного ускорения в начале гелиоцентрического участка перелета. Все параметры безразмерные: масштаб массы служит масса полезного груза в одном из полетов ( $i = 3; 4; 5$ ), масштаб скорости истечения – 29,76 км/с, времени – 58,1 сут, ускорения –  $0,597 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2$ . Удельные характеристики предполагались постоянными ( $\gamma_{\text{ДУ}} = 1 \text{ кг/кВт}$ );  $\eta_{\text{ДУ}}^0 = 0,7$ ;  $\gamma_{\text{т.о}} = 0,1$ ;  $\nu = 1$ ). Оптимальные значения скорости истечения и массы КТА составили  $W^{\text{opt}} = 8,78$  и  $m_{\text{КТА}} = 0,851$  соответственно. В рассмотренном примере  $N_{\text{р}}^{\text{opt}} = N_{\text{р}}^-$ , т.е. оптимальное значение мощности энергоустановки совпадает со значением минимальной потребной мощности, необходимой для выполнения всей программы перелетов П. В этом случае параметр за-

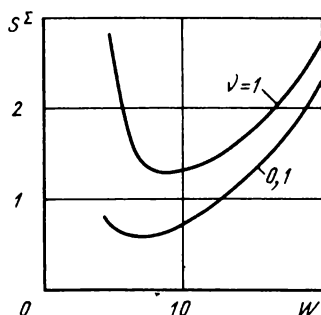


Рис. 5.12. Зависимость критерия эффективности от скорости истечения

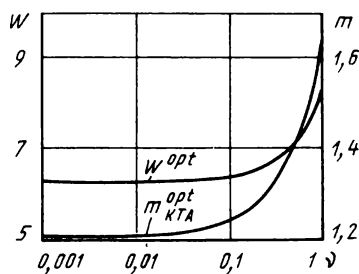


Рис. 5.13. Влияние параметра  $\nu$  на оптимальные значения скорости истечения и массы КТА



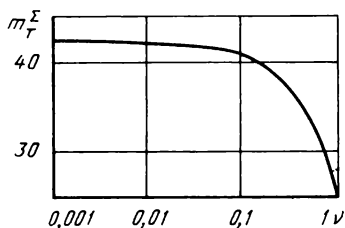


Рис. 5.14. Влияние параметра  $\nu$  на величину суммарного потребного топлива

грузки на одном из перелетов (в данном случае при полете к Марсу) должен равняться максимальной (предельно возможной) загрузке в выражении (5.28).

На рис. 5.12 ... 5.14 представлены типичные результаты решения проектной задачи для одного из вариантов программы П. Первый из них иллюстрирует зависимость критерия эффективности  $S^\Sigma$  от величины скорости истечения, два других представляют зависимости оптимальных параметров КТА с ЭРД от величины коэффициента  $\nu$ . При  $\nu = 1$  критерием эффективности служит суммарный грузопоток с Земли на базовую орбиту для организации всей программы П, а при  $\nu = 0$  — мощность ДЭУ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акуленко Л. Д. Асимптотические методы оптимального управления. М.: Наука, 1987. 365 с.
2. Анрион Р. Р. Теория второй вариации и ее приложения в оптимальном управлении. М.: Наука, 1979. 208 с.
3. Аппазов Р. Ф., Сытин О. Г. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли. М.: Наука, 1987. 440 с.
4. Апкофф Р. Метод численного осреднения для расчета орбит. — Ракетная техника и космонавтика. 1973. Т. 11. № 11. С. 69–75.
5. Ахметшин Р. З., Белоглазов С. С., Белоусов Н. С. Оптимизация перелетов к астероидам и кометам космических аппаратов с комбинированием большой и малой тяги // Препринт. Ин. прикл. матем. им. М. В. Келдыша АН СССР. 1985. № 144. 28 с.
6. Белецкий В. В. Очерки о движении космических тел. М.: Наука, 1977. 430 с.
7. Бертсекас Д. Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. М.: Радио и связь, 1987. 399 с.
8. Буден Д., Гаррисон Ф. У. Межорбитальный транспортный КЛА с электроядерной двигательной установкой // Аэрокосмическая техника. Т. 3. № 7. 1985. С. 156–165.
9. Васильев А. М., Ландсман А. П. Полупроводниковые фотопреобразователи. М.: Сов. радио, 1971. 246 с.
10. Грилихес В. А., Орлов П. П., Попов Л. Б. Солнечная энергия и космические полеты. М.: Наука, 1984. 215 с.
11. Гришин С. Д., Лесков Л. В. Электрические ракетные двигатели космических аппаратов. М.: Машиностроение. 1989. 216 с.
12. Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П. Плазменные ускорители. М.: Машиностроение, 1983. 231 с.
13. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. Н., Токарев В. В. Механика космического полета с малой тягой. М.: Наука. 1966. 680 с.
14. Гродзовский Г. Л., Иванов Ю. И., Токарев В. В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975. 703 с.
15. Гурман В. И. Об оптимальных переходах между компланарными

эллиптическими орбитами в центральном поле // Космические исследования. Т. IV. Вып. 1. 1966. С. 26–39.

16. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988. 440 с.

17. Егоров В. А., Гусев Л. И. Динамика перелетов между Землей и Луной. М.: Наука, 1980. 543 с.

18. Захаров Ю. А. Проектирование межорбитальных космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1984. 174 с.

19. Захаров Ю. А. Об одном подходе к решению задачи оптимального управления и его применение в задаче межорбитального перелета КА // Гагаринские научные чтения по космонавтике и авиации. 1986. М.: Наука, 1988. С. 58–65.

20. Ивашкин В. В. Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975. 392 с.

21. Ильин В. А., Кузмак Г. Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов с двигателями большой тяги. М.: Наука, 1976. 744 с.

22. Квасников Л. А., Латышев Л. А., Севрук Д. Д. Теория и расчет энергосиловых установок космических летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1984. 332 с.

23. Клемин А. И. Надежность ядерных энергетических установок. М.: Энергоатомиздат, 1987. 343 с.

24. Константинов М. С. Методы математического программирования в проектировании летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 164 с.

25. Космические двигатели: состояние и перспективы / Под ред. Л. Кейви. М.: Мир, 1988. 454 с.

26. Куландин А. А., Тимашев С. В., Атамасов В. Д. Основы теории, конструкции и эксплуатации космических ЯЭУ. М.: Энергоатомиздат, 1987. 327 с.

27. Кунц К. Е. Характеристики двигательных установок для межорбитальной транспортировки больших космических систем // Ракетная техника и космонавтика. Т. 19. № 5. 1981. С. 59–66.

28. Лебедев В. Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой. ВЦ АН СССР. 1968. Вып. 5. 108 с.

29. Лоуден Д. Ф. Оптимальные траектории для космической навигации. М.: Мир, 1966. 152 с.

30. Моисеев В. Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 487 с.

31. Орлов Ю. В. Необходимые условия оптимальности обобщенных управлений // Автоматика и телемеханика. № 7. 1983. С. 51–62.

32. ОСНОВЫ проектирования летательных аппаратов (транспортные системы) / В. П. Мишин, В. К. Безвербый, Б. М. Панкратов и др.; Под ред. В. П. Мишина. М.: Машиностроение, 1985. 360 с.
33. Пивавский С. А., Брусов В. С., Хвилон Е. А. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1974. 168 с.
34. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука. 1969. 384 с.
35. Рудольф Л. К., Кинг Д. К. МПД – двигательная система мощностью 100 квт // Аэродинамическая техника. Т. 3. № 7. 1985. С. 178–190.
36. Салмин В. В. Оптимизация космических перелетов с малой тягой. М.: Машиностроение, 1987. 207 с.
37. Сафранович В. Ф., Эмдин Л. М. Маршевые двигатели космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 240 с.
38. Сердюк В. К., Толяренко Н. В. Межорбитальные транспортные космические аппараты. ВИНТИ. 1985. 288 с.
39. Фаворский О. Н., Фишгойт В. В., Янговский Е. И. Основы теории космических электрореактивных двигательных установок. М.: Высшая школа, 1978. 384 с.
40. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука. 1978. 487 с.
41. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М.: Мир, 1975. 534 с.
42. Штулингер Э. Ионные двигатели для космических полетов. М.: Воениздат, 1966. 344 с.
43. Эдельбаум Т. Требования к силовой установке для управляемых спутников // Ракетная техника. № 8. 1961. С. 40–52.
44. Aston G. Ferry to the moon // Aerospace America. Vol. 25. N 6. 1987. P. 30–32.
45. Berry W. Status report on the ESA sponsored electric propulsion developments // AIAA paper. N 1997. 1985. P. 15.
46. Bifurcation problems and their numerical solution. Ed. H.D. Mittelman and H. Weber // Birkhauser Verlag. Basel, 1980. P. 226.
47. Broucke R. A., Cefola P. J. On equinoctial orbital elements // Celestial mechanics. Vol. 5. 1972. P. 303–310.
48. Burrows R. R. Example solar Electric propulsion system asteroid tour using variational calculus // J. Spacecraft. Vol. 22. N 3. 1985. P. 325–332.
49. Cake J. E., Sharp G. R., Oglebay J. C. Modular thrust

subsystem approaches to solar electric propulsion module design // AIAA paper. N 1062. 1976. P. 12.

50. Corroll J. V., Mehra R. K. Bifurcation analysis of nonlinear aircraft dynamics. — J. Guidance, 1982. Vol. 5. N 5. P. 529–536.

51. Continuation methods // Ed. H. Wacker. New York: Academic Press. 1987. P. 276.

52. Coomes E.P., King D. Q., Cuta J.M. Pegasus: a multi-megawatt nuclear electric propulsion systems // AIAA paper. N1583. 1986. P. 9.

53. Davis E. E. Future orbital transfer vehicle technology study // NASA CR. 3536. 1982. P. 239.

54. Deiningner W., Vondra R. Development of an arcjet nuclear electric propulsion system for a 1993 flight demonstration // AIAA paper. N1510. 1986. P. 15

55. Dixon L. C. W., Biggs M. C. The advantage of adjoint control transformation when determining optimal trajectories by Pontryagin's Maximum principle // Aeronautical J. March. 1972. P. 169–174.

56. Eckel K. G., Vinh N. X. Optimal switching conditions for minimum fuel fixed time transfer between non coplanar elliptical orbits // Asta Astronautica. Vol. 11. N 10. 1984. P. 621–631.

57. Electric propulsion and its applications to space missions // Ed. R. C. Finke. — Progress in astronautics and aeronautics, Vol. 79. AIAA. New York. 1982. P. 756.

58. Challita A., Barber J. P., McCormick T. J. Advanced energy storage systems // AD-A152244. 1985. P. 213.

59. Horio S. P., Watkins C. L., Shollenberger J. M. Design synthesis of the SEPS // AIAA paper. N 371. 1975. P. 9.

60. Jasper T. P. Low thrust trajectory analysis for the geosynchronous mission // AIAA paper. N 1072. 1973. P. 9.

61. Jones R. M. Comparison of potential electric propulsion systems for orbit transfer // J. Spacecraft. Vol. 21. N 1. 1984. P. 88–95.

62. Junkins J. L., Turner J. D. Optimal spacecraft rotational maneuvers. Amsterdam: Elsevier, 1986. 515 p.

63. Kaufman H. R., Robinson R. S. Large inert-gas thrusters // AIAA paper. N 1540. 1981. P. 6.

64. Kisko W. A. Electric propulsion comes of age // J. British Interplanetary Society. Vol. 33. 1980. P. 190–194.

65. Koelle D. E. The transcost-model for launch vehicle cost estimation and its application to future systems analysis // *Acta Astronautica*. Vol. 11. N 12. 1984. P. 803-817.
66. Maloney J. W., Pena L. R. Maintaining and servicing space-based orbital transfer vehicle (OTV) at the space station // AIAA paper. N 2332. 1986. P. 9.
67. Marec J.-P. Optimal space trajectories. Amsterdam: Elsevier, 1979. P. 329.
68. Mekaru M. M., Boyarski D. P. Solar powered electric propulsion orbit transfer vehicle design and operational effectiveness // AIAA paper. N 381. 1986. P. 11.
69. Oglevie R. E., Andrews P. D., Jasper T. P. Attitude control requirements for an Earthorbital solar electric propulsion stage // AIAA paper. N 353. 1975. P. 9.
70. Redd L. R., Pipes W. E. Propulsion concepts for large space systems // AIAA paper. N 1454. 1981. P. 10.
71. Redding D. C., Breakwell J. W. Optimal low thrust transfer to synchronous orbit // *J. Guidance*. Vol. 7. N 2. 1984. P. 148-155.
72. Rudolph L. K., Ogg G. M. Orbit transfer using high power MPD thrusters // AIAA paper. N 1478. 1985. P. 10.
73. Ruppe H. O. High and low thrust acceleration // *Acta Astronautica*. Vol. 10. N 7. 1983. P. 513-515.
74. Sponable J. M., De Wispelare A. R. Augmenting the space shuttle with a space station and tug // *J. Spacecraft*. Vol 21. N 6. 1984. P. 573-579.
75. Wiesel W. E., Alfano S. Optimal many-revolution orbit transfer // *J. Guidance*. Vol. 8. N 1; 1985. P. 155-157.
76. Zondervan K. P., Wood L. J., Caughey T. K. Optimal low-thrust three-burn orbit transfers with large plane changes // *J. of the Astronautical Sciences*. Vol. 32. N 3. 1984. P. 407-427.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                                                |            |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Предисловие .....                                                                                                              | 3          |
| <b>Глава 1. Космические транспортные аппараты с электрическими ракетными двигателями .....</b>                                 | <b>6</b>   |
| 1.1. Области применения .....                                                                                                  | 6          |
| 1.2. Основные системы КТА с электроракетным двигателем .....                                                                   | 8          |
| 1.2.1. Бортовая энергетическая установка .....                                                                                 | 14         |
| 1.2.2. Электроракетная двигательная установка .....                                                                            | 18         |
| <b>Глава 2. Теоретические основы проектирования космических транспортных аппаратов с двигателями малой тяги .....</b>          | <b>28</b>  |
| 2.1. Постановка и особенности задачи проектирования КТА с двигателями малой тяги .....                                         | 28         |
| 2.2. Критерии эффективности .....                                                                                              | 36         |
| 2.3. Связь основных показателей КТА с двигателями малой тяги с характеристиками управляемого межорбитального перелета .....    | 50         |
| <b>Глава 3. Структура моделей двигательной-энергетической установки .....</b>                                                  | <b>73</b>  |
| 3.1. Особенности расчета ДЭУ .....                                                                                             | 73         |
| 3.2. Электроракетная двигательная установка .....                                                                              | 76         |
| 3.3. Энергетическая установка .....                                                                                            | 89         |
| 3.3.1. ЭУ на основе солнечных батарей .....                                                                                    | 89         |
| 3.3.2. ЭУ на основе ядерного реактора .....                                                                                    | 93         |
| <b>Глава 4. Методы оптимизации межорбитальных перелетов космического транспортного аппарата с двигателями малой тяги .....</b> | <b>108</b> |
| 4.1. Применение теории оптимального управления при решении динамической задачи .....                                           | 108        |

|                                                                                                            |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2. Исследование краевой задачи оптимального межорбитального перелета с конечной и импульсной тягой ..... | 124 |
| 4.3. Диалоговая система проектирования орбит с конечной тягой .....                                        | 152 |
| 4.4. Оптимизация геоцентрических перелетов с малой тягой .....                                             | 176 |

|                                                                                                            |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| <b>Глава 5. Выбор проектных решений космического транспортного аппарата с двигателями малой тяги .....</b> | <b>195</b> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|

|                                                                                               |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.1. Выбор проектных решений КТА с ЭРД, выполняющего единичную транспортную операцию .....    | 195 |
| 5.2. Выбор проектных решений КТА с ЭРД, выполняющего совокупность транспортных операций ..... | 209 |
| Список литературы .....                                                                       | 217 |



*Производственное издание*

**Гришин Сергей Дмитриевич, Захаров Юрий Александрович,  
Отделевский Владимир Константинович**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ  
С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ**

Редактор *Г. Д. Журавлева*

Обложка художника *Е. Н. Волкова*

Художественный редактор *В. В. Лебедев*

Технический редактор *Н. В. Михайлова*

Корректор *А. П. Озерова*

**ИБ № 5765**

---

Сдано в набор 4.07.89.

Подписано в печать 17.10.90.

Формат 60×88 1/16.

Бумага офсетная № 2.

Печать офсетная.

Усл. печ. л. 13,72.

Усл. кр.-отт. 13,97.

Уч.-изд. л. 11,74.

Тираж 1600 экз.

Заказ 3760

Цена 60 к.

---

Ордена Трудового Красного Знамени издательство "Машиностроение",

107076, Москва, Стромьинский пер., 4

---

Отпечатано в московской типографии № 9

НПО "Всесоюзная книжная палата" Госкомпечати СССР,

109033, Москва, Волочаевская ул., д. 40,

с оригинала-макета, изготовленного в издательстве "Машиностроение"

на персональных ЭВМ по программе "Астра-Н", разработанной НИИЦЭВТ

60 коп.

