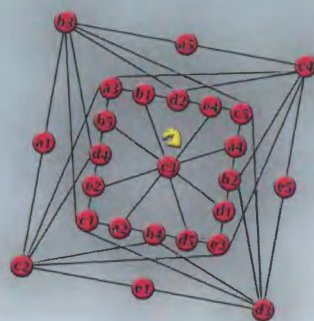
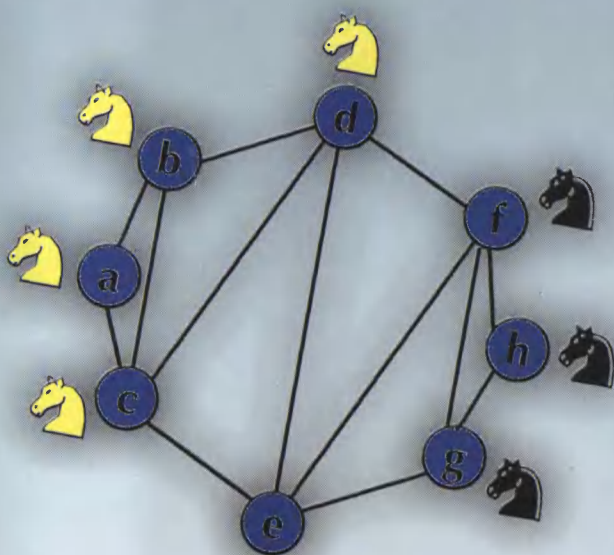


Евгений ГИК

ШАХМАТЫ. МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЫ.



$$\frac{n^3+3n^2+2n-2}{8} \left[\left(\frac{n-1}{2} \right)! \right]^2$$

$$\left[\frac{n^2+n+2}{4} \left(\frac{n-1}{2} \right)! \right]^2$$

$$\frac{n^3+n^2-6n+6}{8} \left(\frac{n-3}{2} \right)! \left(\frac{n+1}{2} \right)!$$

при $n=4k$;
при $n=4k+1$;
при $n=4k+2$;
при $n=4k+3$.

a	b	c	d	a	b	c	d
c	d	a	b	c	d	a	b
b	a	A	B	C	D	d	c
d	c	C	D	A	B	b	a
a	b	B	A	D	C	c	d
c	d	D	C	B	A	a	b
b	a	d	c	b	a	d	c
d	c	b	a	d	c	b	a

Евгений ГИК

ШАХМАТЫ. МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЫ.

Издатель «Андрей Ельков»
Москва 2013

УДК 794.1
ББК 75.581
Г46

Гик Евгений

Г46 ШАХМАТЫ. МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЫ.

Москва, 2013, 336 с.

ISBN 978-5-906254-01-6

В книге математика, шахматного мастера и писателя Евгения ГИКА исследуются различные связи между шахматами, математикой и компьютерами. Автор подводит итоги своих многолетних исследований по двум родственным темам — «Математика на шахматной доске» и «Компьютерные шахматы».

Рассматриваются разные виды шахматно-математических задач и головоломок. Приводятся занимательные рекорды, анализируются геометрические свойства доски и фигур. Описываются необычные игры: сказочные, фишеровские, на цилиндрических досках и другие. Обсуждается математика турнирных расписаний и расчет рейтингов.

Автор совершает экскурс в историю компьютерных шахмат, рассказывает о чемпионатах мира среди программ, о матчах машин с шахматными королями — Каспаровым и Крамником. Из этой шахматно-математической «Библии» читатель узнает также об успехах ЭВМ в анализе окончаний, решении задач, этюдов и головоломок.

УДК 794.1

ББК 75.581

Гик Евгений
ШАХМАТЫ. МАТЕМАТИКА. КОМПЬЮТЕРЫ.

Редактор *Алексей Ханян*
Оформление, верстка *Андрей Ельков*

Формат 70х100 1/16.

Заказ №399.

Печать офсетная. Бумага офсетная.

Тел./факс: (499) 150-80-66; (495) 963-80-17
e-mail: elkovmail@mtu-net.ru, murad@chess-m.com

<http://www.elkov.ru>

Отпечатано в ОАО «ИПП «Правда Севера».
163002, г. Архангельск, пр. Новгородский, 32.
Тел./факс (8182) 64-14-54, тел.: (8182) 65-37-65, 65-38-78
www.ippps.ru, e-mail: zakaz@ippps.ru

ISBN 978-5-906254-01-6

© Гик Е., 2013

© Издатель Ельков А., 2013

Предисловие

У шахмат много точек соприкосновения с математикой и компьютерами, да и сами две эти области человеческой деятельности тесно переплетены друг с другом. В данной книге популярно рассказывается о разнообразных связях шахмат и с математикой, и с компьютерами.

Формы мышления математика и шахматиста довольно близки, не случайно математические способности нередко сочетаются с шахматными. Склонность к математике, этой царице наук, проявляли и чемпионы мира. Ею увлекался первый король В. Стейниц, а его преемнику Эм. Ласкеру принадлежит ряд серьезных математических результатов. М. Таль еще до школы умел перемножать в уме трехзначные числа, а алгебраические задачи решал мгновенно. А. Карпов свое высшее образование начинал с мехмата МГУ. Некоторые чемпионы внесли немалый вклад в программирование. Так, М. Эйве возглавлял крупный вычислительный центр в Голландии, а М. Ботвинник, доктор технических наук, много лет посвятил разработке машинного алгоритма игры. Г. Каспаров, В. Крамник и В. Ананд, регулярно играя с сильнейшими программами, тоже немало сделали для развития компьютерных шахмат.

Шахматная доска, фигуры и сама игра часто используются для иллюстрации важных математических понятий, задач и идей. Шахматные примеры и термины встречаются в литературе по кибернетике, ЭВМ, теории игр, теории графов, комбинаторике, теории вероятностей.

Еще одно направление — занимательная математика, олимпиадные задачи, математические головоломки и досуги, автор называет его *шахматной математикой*. В различных изданиях — и научных, и научно-популярных — содержатся красивые и остроумные задачи с участием доски и фигур. Многие из них имеют богатую историю, вызывали интерес у выдающихся математиков. Например, задачей о ходе коня занимался великий Л. Эйлер, а задачей о восьми ферзях — другой великий ученый К. Гаусс.

В XX веке к шахматам обращались Н. Винер, А. Тьюринг и К. Шеннон, основоположники кибернетики и теории информации. Они стояли у истоков развития ЭВМ, первыми предложили рассматривать шахматы как модель искусственного интеллекта, Шеннону принадлежат основные идеи алгоритма игры.

Автор книги несколько десятилетий собирал, анализировал и систематизировал разнообразный шахматно-математический и шахматно-компьютерный материал. Данный том как бы подводит итоги этих многолетних исследований, можно сказать, является завершающим в обоих направлениях. При работе над ним удалось выделить тридцать основных направлений, объединяющих шахматы с математикой и компьютерами. Соответственно, в книге

тридцать глав, которые разбиты на три раздела по десять глав в каждом. Первый полностью отдан шахматной математике, во втором речь идет о математических играх на шахматной доске, третий в основном посвящен компьютерным шахматам.

В 1976 году вышла первая книга автора — «Математика на шахматной доске». Она не раз переиздавалась, переведена на многие языки. При этом в нее всегда включался и рассказ о шахматных достижениях компьютеров. В конце XX века эта новая тема получила огромную популярность. Примечательно, что моя книга «Компьютерные шахматы» завершалась сенсационным матчем Гарри Каспарова, в котором чемпион мира впервые уступил электронному гроссмейстеру. Это издание также переведено в разных странах, особенно приятно было увидеть его на немецком языке, ведь сильнейшие программы создавались тогда именно в Германии (а книгу издали российского автора!).

Итак, в шахматно-математических книгах автора рассказывалось и об успехах машин за шахматной доской, а в книгах по компьютерным шахматам — о шахматно-математических задачах, которые успешно решала ЭВМ. И у него давно созрела идея объединить две эти родственные темы (шахматы и математика, шахматы и компьютеры) в один том. Но найти издательство, которое взялось бы за такой трудоемкий проект, было нелегко. Я, правда, не отчаивался, тем более что материал постоянно пополнялся.

И вот, наконец, давний замысел удалось осуществить. Здесь необходимо отметить, что это стало возможным благодаря поддержке Андрея Васильевича Филатова, известного предпринимателя, мецената и шахматиста. Именно ему автор книги обязан тем, что мечта превратилась в реальность.

Напомню, что Андрей Филатов — кандидат в мастера, закончил Белорусский государственный университет физической культуры по специальности «тренер по шахматам». Однако переключился на «смежную» область — бизнес, где немало преуспел (шахматы помогли!). Но свою первую любовь — к шахматам — Андрей Филатов сохранил на всю жизнь. Именно ему принадлежит замечательная идея провести матч на первенство мира Ананд — Гельфанд в Третьяковской галерее, то есть сблизить два вида искусства — живопись и шахматы. Он же обеспечил высокий призовой фонд в поединке.

Художественный символ матча — картина Виктора Попкова с шахматным сюжетом «Бригада отдыхает». В прошлом году благодаря Андрею Филатову был издан уникальный альбом этого гениального художника с трагической судьбой. И вот теперь, опять же благодаря Филатову, выходит шахматная книга, которую читатель держит в руках. Часть ее тиража поступит в библиотеки детских домов: может быть, кто-нибудь из ребят в будущем станет известным шахматистом, математиком или видным специалистом по компьютерам...

Евгений ГИК.

МАТЕМАТИКА НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ

Первый раздел книги посвящен шахматной математике – задачам и головоломкам с участием доски и фигур. В первой главе упоминаются старинные легенды о происхождении игры, основанные на математических особенностях доски, а также обсуждаются различные задачи, связанные с ней, – о разрезании и покрытии доски, в том числе костями домино. Далее, каждой фигуре – коню, ферзю, ладье, королю и слону – выделена специальная глава, а самым популярным, коню и ферзю, – даже две. Приводятся головоломки о маршрутах, расстановках и перестановках каждой фигуры, подробно обсуждаются знаменитые задачи о ходе коня и расстановке восьми ферзей (и их различные обобщения), которыми занимались великие математики Леонард Эйлер и Карл Гаусс. В конце раздела все действующие лица как бы действуют сообща: рассматриваются многочисленные задачи и головоломки о расстановках на доске тех или иных наборов фигур, причем эти расстановки обладают интересными свойствами. В заключительной главе с математической точки зрения обсуждается вопрос о силе шахматных фигур.

Глава 1

МАТЕМАТИКА НА 64 КЛЕТКАХ

В математических задачах и головоломках на шахматной доске дело редко обходится без участия фигур. Но доска и сама по себе интересный математический объект. Поэтому рассказ о шахматной математике начнем с задач о доске: фигуры пока отсутствуют либо на вторых ролях.

Напомним одну старинную легенду о происхождении шахмат, связанную с забавным арифметическим подсчетом.

Когда индийский царь впервые познакомился с шахматной игрой, он был восхищен ее своеобразием и обилием красивых комбинаций. Узнав, что мудрец, который изобрел шахматы, его подданный, царь вознамерился лично наградить его за гениальную выдумку. Властелин пообещал выполнить любую просьбу мудреца и был удивлен его скромностью, когда тот пожелал получить в награду лишь немного пшеничных зерен. На первое поле доски он попросил положить одно зерно, на второе — два, на третье — четыре и так далее, на каждое последующее вдвое больше, чем на предыдущее. Царь приказал побыстрее выдать изобретателю шахмат его ничтожную награду. Однако на следующий день придворные математики сообщили своему повелителю, что не в состоянии исполнить желание хитроумного мудреца. Оказалось, что для этого не хватит пшеницы, хранящейся не только в амбарах царства, но и во всех амбарах мира. Мудрецу причиталось

$$1+2+2^2+\dots+2^{63}=2^{64}-1$$

зерен. Это астрономическое число записывается двадцатью цифрами, амбар для хранения такого количества зерна будет простираться от Земли до Солнца. Конечно, с математикой здесь связь не такая уж тесная, но можно сказать, что неожиданная развязка этой истории убедительно иллюстрирует безграничные возможности, скрытые в шахматной игре.

Раз уж мы коснулись происхождения шахмат, уместно привести одну любопытную гипотезу, использующую математические свойства доски. Согласно этой гипотезе, игра произошла из так называемых *магических квадратов*.

Магический квадрат порядка n представляет собой квадратную таблицу $n \times n$, заполненную целыми числами от 1 до n^2 и обладающую следующим свойством: сумма чисел каждой строки, каждого столбца и двух больших диагоналей одна и та же (если речь идет только о строках и столбцах, то квадрат — полумагический). Для магических квадратов восьмого порядка ($n=8$) эта сумма равна 260 (на рис.1 магический квадрат размещен прямо на полях доски).








































64		63		3		4		5		6		58	57	260
	56	55	11	12	13	14	50		49	260				
17		18		46		45		44		43		23	24	260
25	26		38	37	36		35	34	32	260				
33	34		30	29	28		27	39	40	260				
41		42		22		21		19		47	48	260		
	16	15	51	52	53	54	10		9	260				
8		7		59		60		61		62		2	1	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260	260		

Рис. 1. Альмуджаннах и магический квадрат.

Строгая закономерность расположения чисел в магических квадратах придает им волшебную силу искусства. Недаром немецкий художник А. Дюрер был настолько очарован этими загадочными математическими объектами, что воспроизвел магический квадрат в своей знаменитой гравюре «Меланхолия».

Рассмотрим одну из старинных дебютных *табей* (начальных расположений фигур) под названием альмуджаннах. Она получается из современной расстановки после таких симметричных ходов: 1. d3 d6 2. e3 e6 3. b3 b6 4. g3 g6 5. c3 c6 6. f3 f6 7. c4 c5 8. f4 f5 9. c3 c6 10. f3 f6 11. b1 b8 12. g1 g8 (рис. 1). Подсчитав сумму чисел, стоящих на восьми полях — d2, d3, e2, e3, d7,

d6, e7, e6, участвующих в первых двух ходах, мы опять получаем магическое число 260. Тот же результат дает и каждая последующая пара ходов.

Подобные примеры (число их можно увеличить) позволили высказать гипотезу о связи магических квадратов с шахматами. А исчезновение всех следов этой связи объясняется тем, что в далекую эпоху суеверий и мистики древние индусы и арабы приписывали числовым сочетаниям магических квадратов таинственные свойства, и эти квадраты тщательно скрывались. Поэтому и была выдумана легенда о мудреце.

Среди математических развлечений на шахматной доске популярны задачи на ее разрезание. Одна из них тоже связана с легендой.

Один восточный властелин был таким искусным игроком, что за всю жизнь потерпел всего четыре поражения. В честь своих победителей он велел вставить в доску четыре алмаза — на те поля, где был заматован его король (на рис. 2 на месте алмазов находятся кони).

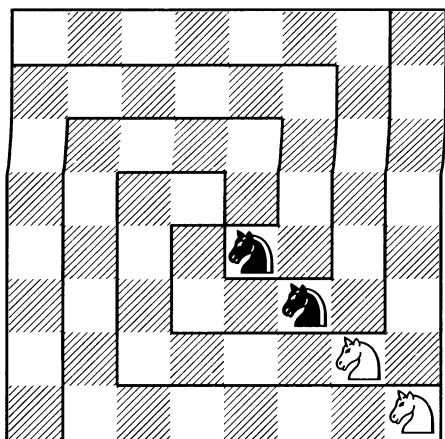


Рис. 2. Легенда о четырех алмазах.

После смерти властелина его сын, слабый игрок и жестокий деспот, решил отомстить игрокам, позволившим себе объявить мат его отцу. Наследник приказал им разрезать доску с алмазами на четыре одинаковые части, чтобы каждая заключала в себе по одному алмазу. Хотя они выполнили это требование, новый властелин всё равно лишил их жизни, причем для казни каждого использовал его часть доски с алмазом.

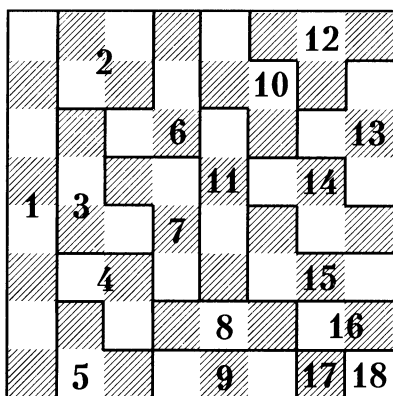
Итак, возникает головоломка, которая часто встречается в занимательной литературе и лежит в основе целого класса задач о разрезании.

На доске стоят четыре коня (рис. 2). Разрезать ее на четыре одинаковые части так, чтобы на каждой из них было по коню (разрезы проходят вдоль границ между вертикалями и горизонталями доски).

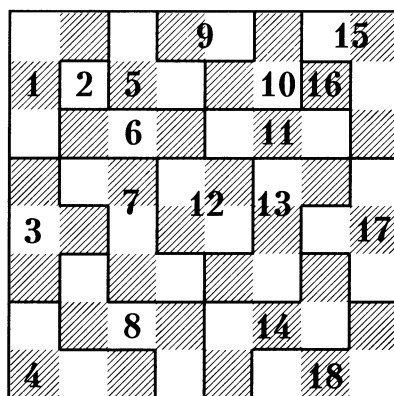
Одно из решений данной задачи показано прямо на рисунке. Располагая четырех коней на различных полях, получаем множество подобных задач. Интересно не только нахождение конкретного разреза, но и подсчет числа всех способов разрезания доски на четыре одинаковые части, содержащие по одному коню. Установлено, что наибольшее число решений — 800 — задача имеет при конях, расположенных в четырех углах доски.

На какое наибольшее число неодинаковых частей можно разрезать доску, если считать разными части, отличающиеся формой или цветом полей при совмещении (переворачивать части не разрешается)?

Наибольшее число частей равно 18. На рис. 3 представлены два разреза. Первый (рис. 3, а) принадлежит Лойду; особенность его в том, что одна из частей содержит все восемь полей (максимум) — целая вертикаль доски. Части 3 и 6 одинаковы по форме, но их нельзя совместить, не переворачивая. А части 3 и 7, 8 и 9 или 17 и 18 совместить можно, но цвета полей при этом будут разные. Решение на рис. 3, б примечательно своей внешней симметрией.



а



б

Рис. 3. Задача о разрезании доски.

На рис. 4, а требуется выполнить сразу три задания: одно математическое (на разрезание) и два шахматных:

а) разрезать эту нестандартную доску на четыре одинаковые части (их можно переворачивать, цвет полей в расчет не принимается);

б) белые начинают и ставят мат как можно быстрее;

в) черные начинают и помогают белым поставить мат как можно быстрее (кооперативная задача).

а) необходимый разрез доски показан на рис. 4, б;

б) белые матуют в 12 ходов: 1. ♖b4 ♕e5 2. ♕d3 ♕e6 3. ♕c4 ♕e5 4. ♕c2 ♕e6 5. ♕b3 ♕e5 6. ♕c3 ♕e4 7. ♕d6 ♕e3 8. ♕d5 ♕e2 9. ♕c2 ♕e1 (e3) 10. ♕c5(+) ♕e2 11. ♕c4+ ♕e1 12. ♕b4X (все ходы черного короля, кроме одного, вынужденные);

в) при нормальной игре следует 1...♕e7, и мата нет, так как король скрывается в углу: 2. ♕b4+ ♕e8, из-за пата слону приходится отступить; при кооперативной игре цель достигается всего за 3 хода: 1...♕d6 2. ♕d4 ♕e7 3. ♕b4+ ♕e6 4. ♕d5X.

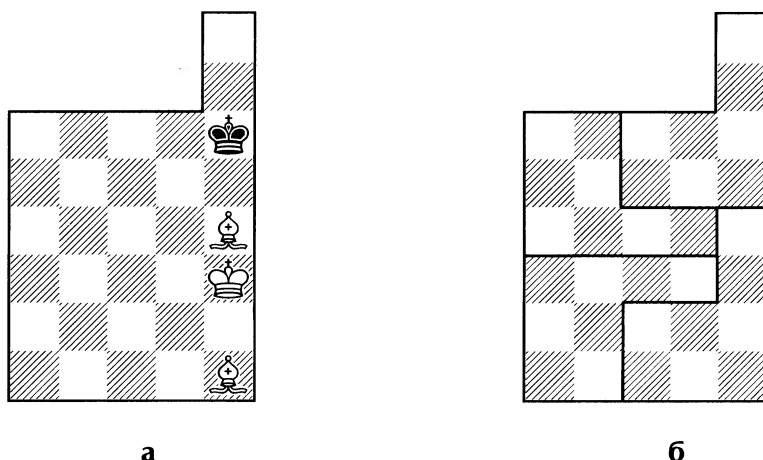


Рис. 4. Три задачи на необычной доске.

В двух следующих задачах требуется разрезать доску на самые мелкие части, то есть на отдельные поля.

Пусть при разрезании доски образующиеся части можно прикладывать друг к другу так, чтобы следующим разрезом рассеять сразу несколько частей. Какое наименьшее число разрезов следует сделать, чтобы получить все 64 поля?

Сначала разрежем доску пополам. Затем положим обе половины рядом и проведем второй разрез, образуя четыре одинаковые части, и т. д. Так как каждый разрез увеличивает число частей вдвое, после шестого доска распадется на 64 поля ($64=2^6$).

Пусть теперь каждую часть разрешается разрезать только в отдельности. Сколько разрезов понадобится в этом случае, чтобы получить 64 поля?

Эта задача, особенно если она предлагается сразу после предыдущей, иногда вызывает трудности. Возможно, тут проявляется некоторая инерционность мышления. А ведь сразу видно, что надо сделать 63 разреза. Каждый из них увеличивает число частей на единицу, в самом начале мы имели одну часть (саму доску), а в конце — 64 (все поля доски).

В рассмотренных головоломках доска разрезалась по границам полей, шахматных вертикалей и горизонталей. Но это условие иногда нарушается.

Какое наибольшее число полей можно пересечь одним разрезом?

Можно считать, что доска образуется в результате пересечения 18 прямых — девяти вертикальных и девяти горизонтальных. С каждой из них пря-

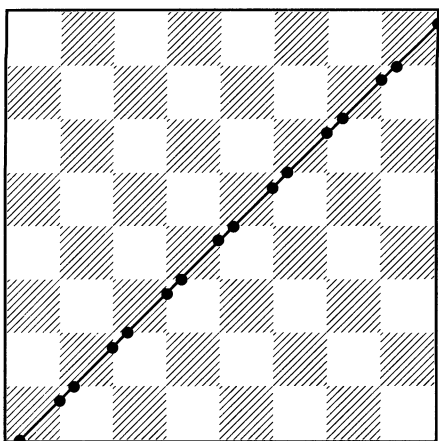


Рис. 5.

Пятнадцать полей и одна прямая.

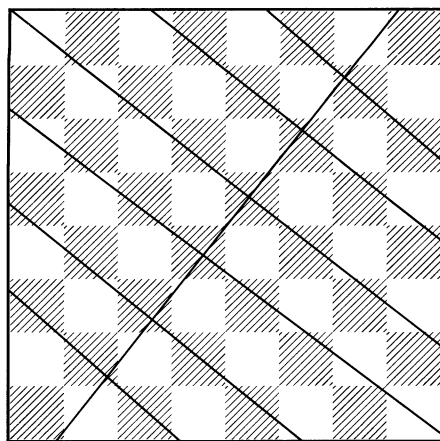


Рис. 6.

Семь прямых пересекают всю доску.

мая-разрез может пересекаться лишь в одной точке, а из четырех граничных линий — с двумя. Значит, всего имеется не больше 16 точек пересечения, разбивающих прямую-разрез на 15 отрезков, заключенных внутри полей. На рис. 5 видно, что ровно столько полей пересекаются, например, разрезом, проведенным параллельно диагонали доски $a1-h8$ и проходящим через середины сторон двух угловых клеток.

Итак, одним разрезом можно пересечь пятнадцать полей доски, а все?

Сколько нужно сделать разрезов, чтобы пересечь все 64 поля доски?

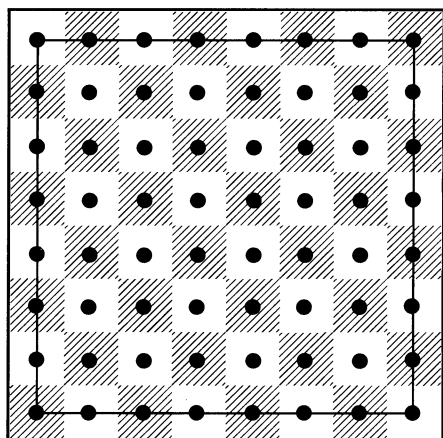
Разумеется, восемью прямыми достаточно — по одной вдоль каждой вертикали или горизонтали. Однако оказывается, что и семь прямых могут пересечь все 64 поля. Одну из них следует провести через центр доски почти в диагональном направлении, а шесть других — в направлениях, почти перпендикулярных ей (рис. 6).

В данной книге мы часто рассматриваем не только обычную доску 8×8 , но и доски других размеров и другой формы. Многие задачи и головоломки легко обобщаются для прямоугольных досок $m \times n$ (с m вертикалями и n горизонталями — для удобства $m \geq n$) или, как частный случай, для квадратных досок $n \times n$ — при тех или иных значениях m и n . Мы говорим, что доска четная, если число ее полей четно (хотя бы одна сторона четная), и нечетная — в противном случае (нечетны обе стороны). Как правило, если в головоломке не упомянуты размеры, то имеется в виду стандартная шахматная доска, $m=n=8$.

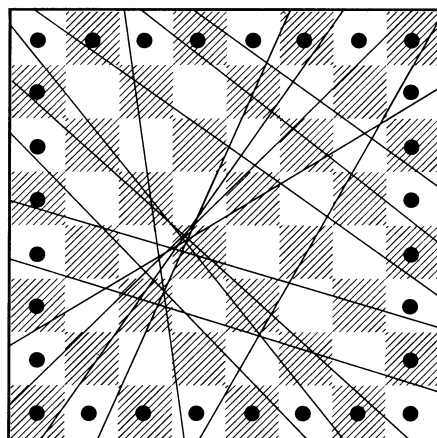
Последние две задачи нетрудно сформулировать для произвольной квадратной доски. При этом легко убедиться, что на доске $n \times n$ существует разрез, пересекающий $2n-1$ поле, и вместе с тем достаточно провести $n-1$ разрез ($n > 2$), чтобы пересечь все ее поля.

На доске отмечены центры всех 64 полей. Можно ли провести на ней 13 прямых (не проходящих через отмеченные точки) так, чтобы в каждой из образованных частей доски оказалось не более одной отмеченной точки?

На рис. 7, а 14 прямых — внутренних границ вертикалей и горизонталей доски — отделяют друг от друга все центры ее полей. Покажем, что 13 уже недостаточно. Рассмотрим квадрат, стороны которого проходят через 28 центров граничных полей (рис. 7, а). Очевидно, 13 прямых пересекают этот квадрат не более чем в 26 точках и поэтому разрезают границу не более чем на 26 отрезков, то есть по меньшей мере два центра окажутся в одной части. Значит, для разделения 28 центров граничных полей, а следовательно, и всех центров понадобится не менее 14 прямых (на «запутанном» рис. 7, б их тоже именно столько).



а



б

Рис. 7. Четырнадцать прямых разбивают все центры полей.

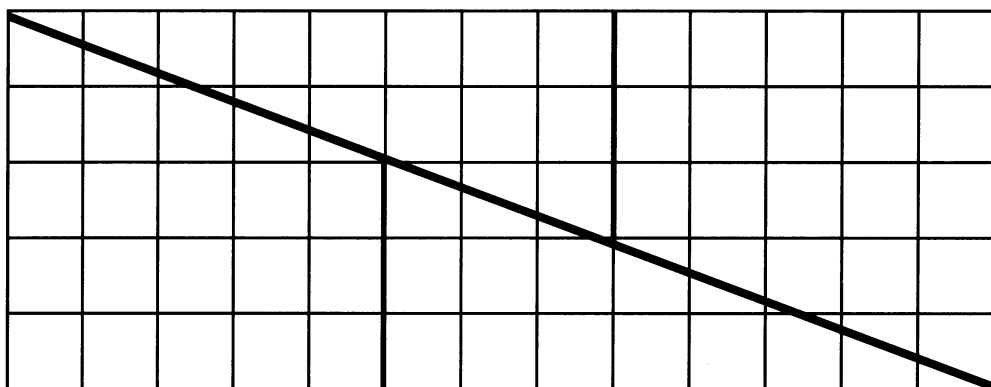
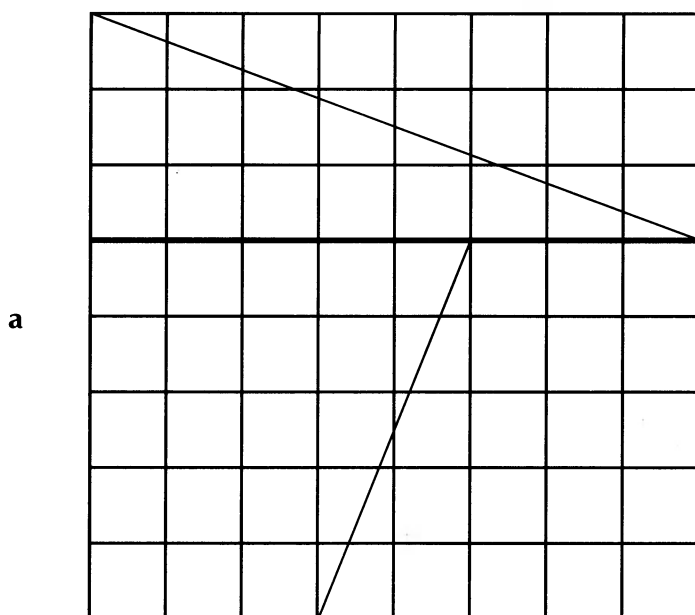


Рис. 8. Парадокс с разрезанием.

Тему, связанную с разрезанием доски, завершим одним любопытным парадоксом.

Разрежем доску на четыре части, как показано на рис. 8, а (поля специально не раскрашены в два цвета, чтобы немного запутать читателя), и составим из них прямоугольник – рис. 8, б.

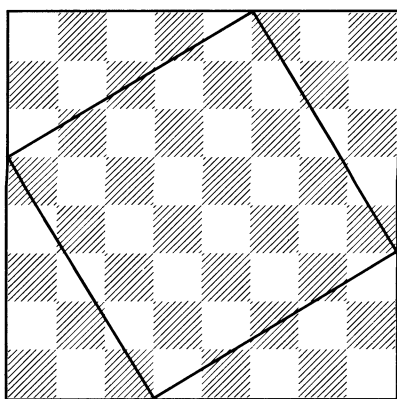
Площадь доски равна $8 \times 8 = 64$, а площадь полученного прямоугольника – $13 \times 5 = 65$. Таким образом, при разрезании откуда-то взялось лишнее поле!

Разгадка парадокса в том, что чертеж на рис. 8, б выполнен не совсем точно (мы умышленно провели толстые линии, чтобы скрыть неточности). Если де-

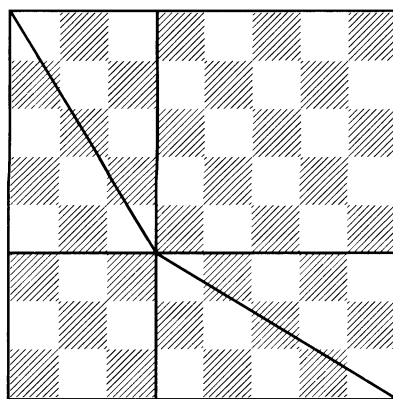
лать его аккуратнее, то вместо выделенной диагонали прямоугольника появится еле заметный для глаз параллелограмм. Площадь его как раз и дает то самое «лишнее» поле. Подобные парадоксы возникают при хитром «разрезании» разных досок, причем в одних случаях поле появляется, а в других исчезает.

На очереди доказательство *теоремы Пифагора* на шахматной доске. Кстати, однажды экс-чемпион мира Михаил Таль признался, что когда в школе ему показали, что на шахматной доске «пифагоровы штаны во все стороны равны», он был потрясен.

Начертим на доске квадрат, в результате чего она разбивается на пять частей — сам квадрат и четыре одинаковых прямоугольных треугольника — рис. 9, а. А на рис. 9, б перед нами те же четыре треугольника, но вместо одного большого квадрата — два, меньших размеров.



а



б

Рис. 9. Теорема Пифагора на шахматной доске.

Площадь треугольников в обоих случаях одна и та же, значит, равны по площади и оставшиеся части доски: в первом случае один квадрат, во втором — два. Поскольку большой квадрат построен на гипотенузе прямоугольного треугольника, а маленькие — на его катетах, приходим к выводу, что квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Теорема Пифагора доказана!

Другую тему, имеющую прямое отношение к шахматной доске, начнем со следующей старинной головоломки.

Можно ли покрыть костями домино 2×1 квадрат 8×8 , из которого вырезаны противоположные угловые клетки (рис. 10, а)?

Во всех подобных задачах предполагается, что каждая кость занимает два соседних поля доски. Можно было бы заняться арифметическими вычисле-

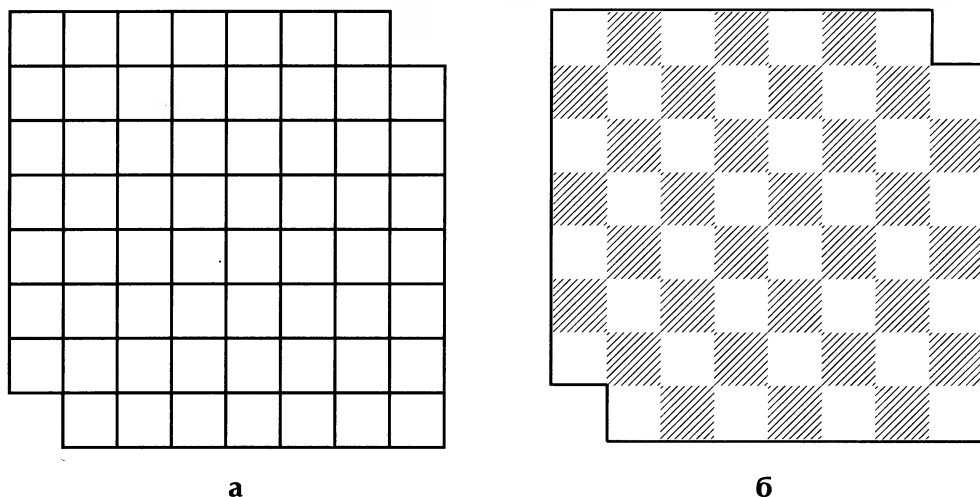


Рис. 10. Задача о домино.

ниями, однако шахматное решение и проще, и изящнее. Окрасим наш урезанный квадрат в черно-белый цвет, превратив его в доску без угловых полей a1 и h8 (рис. 10, б).

При любом покрытии каждая кость домино занимает одно белое и одно черное поле, значит, весь набор костей (в количестве 31 штуки) покрывает одинаковое число белых и черных полей. Но на нашей урезанной доске черных полей на два меньше, чем белых (оба вырезанных поля черные), и, следовательно, необходимого покрытия не существует!

Итак, раскраска доски не только помогает шахматисту ориентироваться во время игры, но и позволяет решать необычные головоломки.

«Красиво, ничего не скажешь!» — воскликнул будущий чемпион мира Гарри Каспаров, когда я познакомил его с данным решением и он узнал, что его любимые черно-белые цвета могут пригодиться и для других целей...

В рассмотренной задаче существенно не то, что удалены угловые поля, а то, что они одного цвета. Из наших рассуждений следует, что при удалении любой пары одноцветных полей покрыть домино оставшуюся часть доски невозможно. Возникает естественный вопрос.

Пусть на доске вырезаны два поля разного цвета. Всегда ли можно покрыть доску с двумя «дырками» 31 костью домино?

Да, всегда. Вот изящное доказательство. Проведем на доске замкнутую линию, как показано на рис. 11.

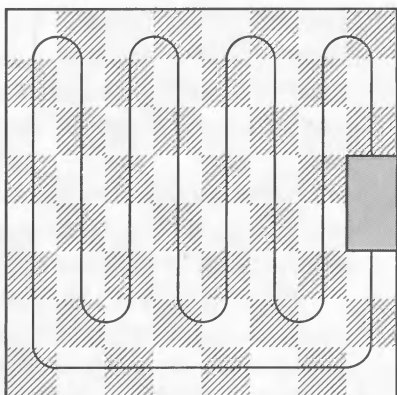


Рис. 11. Домино покрывают доску.

Если вырезаны соседние поля, как на рисунке, то разорванная линия будет состоять из одного куска, проходящего через 62 поля, при этом их цвета чередуются. Размещая кости домино вдоль этой линии, мы покроем всю оставшуюся часть доски. Если вырезанные поля не являются соседними, то линия разорвется на две части, содержащие четное число полей, и каждую из них легко покрыть костями домино.

Какое наименьшее число полей надо вырезать, чтобы полученную «дырявую» доску нельзя было покрыть ни одной костью домино?

Достаточно вырезать 32 поля одного цвета — либо белые, либо черные, и на доске не останется места ни для одного домино.

Американский математик Р. Хонсбергер придумал более хитрую задачу на эту тему. Доску с удаленными полями, на которой не удастся разместить ни одну кость домино, он назвал элегантно разрушенной, если при возвращении любого поля на ней уже найдется место для домино. Понятно, что одноцветная дырявая доска из предыдущей задачи нас устраивает. Но интересен такой вопрос.

Какое наименьшее число полей содержит элегантно разрушенная шахматная доска?

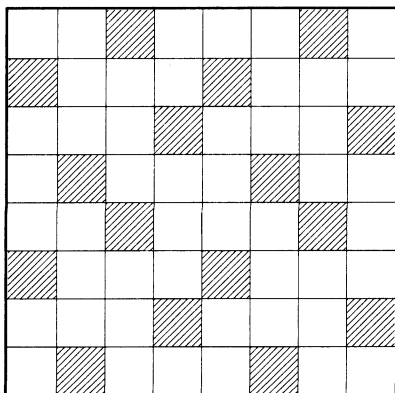
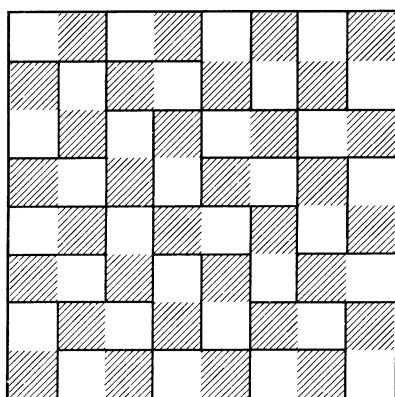


Рис. 12. Элегантная доска.

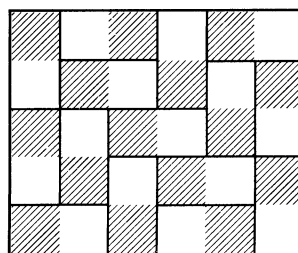
Оказывается — можно удалить не только 32 поля, а целых 48, и оставшиеся 16 полей (на рис. 12 они заштрихованы) образуют искомую элегантную доску (чтобы не запутаться в цветах, в данном случае нераскрашенную). Как легко убедиться, при добавлении любого поля тут же появится возможность положить и кость домино. Доказательство того, что 16 полей (8 черных и 8 белых) — минимально возможное, довольно длинное. Предлагаем читателям самим найти столь же элегантное решение, сколь и сама доска...

Можно ли доску целиком покрыть костями домино так, чтобы любая граничная линия между ее вертикалями и горизонталями пересекала хотя бы одно домино?

Как покрыть доску, показано на рис. 13, а. Здесь возникает одно интересное понятие.



а



б

Рис. 13. Прочные доски.

Если представить себе, что доска — это стенка, а кости домино — кирпичи, то существование необходимого покрытия означает прочную кладку — стенка не рухнет. Квадрат или прямоугольник (с четным числом полей), который удастся покрыть указанным образом, называется прочным, в противном случае он непрочный. Из последней задачи следует, что стандартная шахматная доска является прочной.

Доска 100х4 полностью покрыта костями домино. Можно ли ее распилить по одной из граничных линий, не повредив ни одной кости?

Любая из таких линий делит доску на две части, состоящие из четного числа полей. Поля каждой части разобьем на два типа: покрытые домино, целиком лежащими в этой части, и покрытые домино, которые пересекаются границами вертикалей и горизонталей. Поскольку число полей каждой части четно (может быть, ноль), как и число полей первого типа (каждое домино покрывает два поля), то число полей второго типа тоже четно. Значит, четно и число пересеченных костей. Всего линий 102 (99 вертикальных и 3 горизонтальных), и если предположить, что каждая из них пересекает домино, то в покрытии участвует не менее $2(100+2) = 204$ домино. Но в нашем распоряжении их только 200. Итак, найдется хотя бы одна линия, по которой можно распилить доску, не задевая домино. Значит, доска 100х4 непрочная.

Является ли прочной доска 6×6 ?

И эта доска непрочная. Доказательство аналогично предыдущему. В данном случае линий 10 (поровну вертикальных и горизонтальных). Если пред-

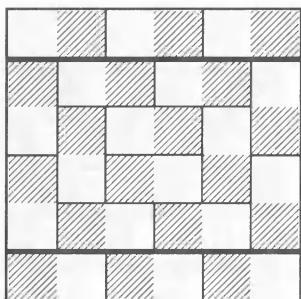


Рис. 14. Непрочная доска 6×6 .

за исключением 6×6 ! — является прочной. Из этого следует, что прочная доска наименьшей площади имеет размеры 6×5 (рис. 13, 6).

На доске восемь костей домино. Доказать, что на ней можно выделить квадрат 2×2 , ни одно из полей которого не будет покрыто домино.

Раскрасим доску, как показано на рис. 15. На ней девять закрашенных квадратов 2×2 , и при восьми домино хотя бы один из них не будет затронут ими.

Головоломки о доске и домино лежат в основе целого направления занимательной математики под названием *полимино*. В общем случае вместо домино используются фигурки полимино, состоящие из связанных между собой квад-

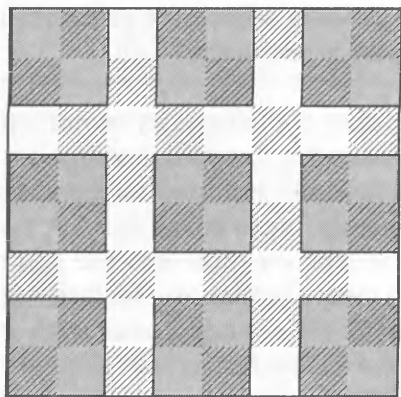


Рис. 15. Девять квадратов 2×2 при восьми домино.

дратов. С точки зрения шахматиста, связность означает, что все квадраты можно обойти ходом ладьи. В зависимости от числа квадратов полимино бывают разного типа. Мономино 1×1 состоит из одного квадрата, домино 2×1 — из двух квадратов, тримино из трех, тетрамино — из четырех и т. д. Полимино, содержащие более двух квадратов, имеют разную форму. Например, тримино может быть прямое 3×1 и треугольное, тетрамино — прямое 4×1 и еще четырех типов. Очевидно, покрыть доску тримино невозможно, так как 64 не делится на 3.

В общем случае доказано, что если обе стороны четной доски *тхи* больше четырех, то любая из них —

за исключением 6×6 ! — является прочной. Из этого следует, что прочная доска наименьшей площади имеет размеры 6×5 (рис. 13, 6).

На доске восемь костей домино. Доказать, что на ней можно выделить квадрат 2×2 , ни одно из полей которого не будет покрыто домино.

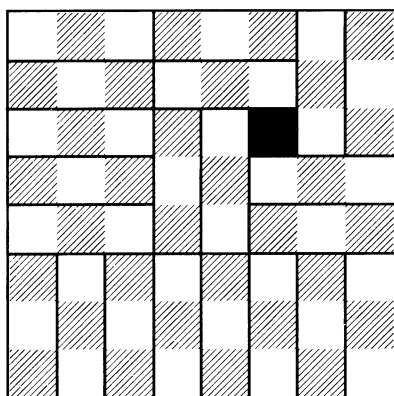
Раскрасим доску, как показано на рис. 15. На ней девять закрашенных квадратов 2×2 , и при восьми домино хотя бы один из них не будет затронут ими.

Головоломки о доске и домино лежат в основе целого направления занимательной математики под названием *полимино*. В общем случае вместо домино используются фигурки полимино, состоящие из связанных между собой квад-

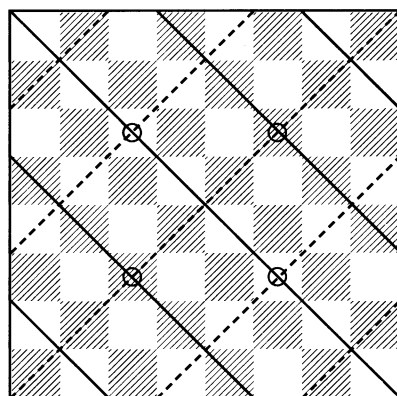
дратов. С точки зрения шахматиста, связность означает, что все квадраты можно обойти ходом ладьи. В зависимости от числа квадратов полимино бывают разного типа. Мономино 1×1 состоит из одного квадрата, домино 2×1 — из двух квадратов, тримино из трех, тетрамино — из четырех и т. д. Полимино, содержащие более двух квадратов, имеют разную форму. Например, тримино может быть прямое 3×1 и треугольное, тетрамино — прямое 4×1 и еще четырех типов. Очевидно, покрыть доску тримино невозможно, так как 64 не делится на 3.

Можно ли покрыть доску 21 прямым тримино и одним мономино? Если да, то какие поля может занимать при этом мономино?

Одно из покрытий показано на рис. 16, а. Для определения возможных полей для мономино проведем на доске два вида параллельных прямых, сплошных и пунктирных — рис. 16, б. Очевидно, каждое прямое тримино покрыва-



а



б

Рис. 16. Задача о тримино.

ет ровно одно поле, через которое проходит сплошная линия, и ровно одно поле, через которое проходит пунктирная. Всего полей, пересекаемых линиями каждого вида — 22, а тримино — 21. Значит, мономино занимает поле, через которое проходит одна сплошная и одна пунктирная прямая. Но таких полей всего четыре — c_3 , c_6 , f_3 , f_6 (они отмечены на рис. 16, б), и мономино может располагаться только на них! Поворачивая рис. 16, а на 90, 180 и 270°, получим покрытие для каждого из четырех полей.

До сих пор мы покрывали доску домино и тримино...

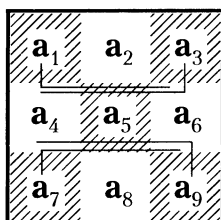
Можно ли прямоугольную доску $m \times n$ целиком покрыть прямыми k -мино (полимино $k \times 1$)?

Предлагаем вам самостоятельно доказать, что ответ положительный только в том случае, если хотя бы одно из чисел m , n делится на k . Проиллюстрируем это утверждение на следующей задаче.

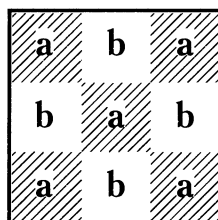
Можно ли покрыть доску 10×10 прямыми тетрамино 4×1 ?

Тетрамино состоит из четырех квадратов, и в принципе 25 костей могли бы покрыть всю доску. Однако это невозможно: 10 не делится на 4!

На полях доски расставлены числа, сумма любых четырех из которых, расположенных ходом коня, одна и та же. Сколько чисел при этом использовано?



а



б

Рис. 17. Числовая задача.

Рассмотрим на доске ее фрагмент 3x3 (рис. 17, а) и четыре нарисованных на ней буквы «Г». Имеем:

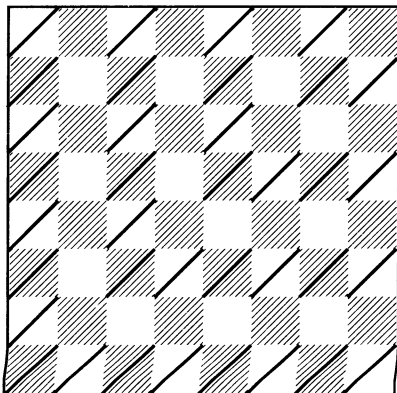
$$(a_4 + a_5 + a_6) + a_3 = (a_4 + a_5 + a_6) + a_9 = (a_4 + a_5 + a_6) + a_9 = (a_4 + a_5 + a_6) + a_7.$$

Отсюда следует, что $a_1 = a_3 = a_7 = a_9$. Взяв еще две буквы «Г», получаем $a_7 + a_4 + a_1 + a_2 = a_9 + a_6 + a_3 + a_2$ и, значит, $a_4 = a_6$. Аналогично, $a_4 = a_6 = a_2 = a_8$ и $a_5 = a_1$.

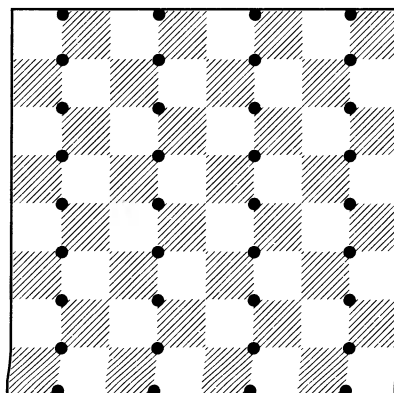
Итак, в любом квадрате 3x3 на полях одного цвета стоит некое число а, а на полях другого — b (рис. 17, б). Из этого следует, что при заполнении всей доски использовано либо одно число ($a=b$), либо два ($a \neq b$).

Через какое наибольшее число полей можно провести диагонали так, чтобы никакие две из них не имели общих точек?

На рис. 18, а проведены диагонали 36 полей. Докажем, что больше не получится. Для этого рассмотрим выделенные на рис. 18, б точки. Один из концов



а



б

Рис. 18. Задача о диагоналях.

любой диагонали упирается в какую-то из этих точек. Но точек 36, значит, диагоналей не больше.

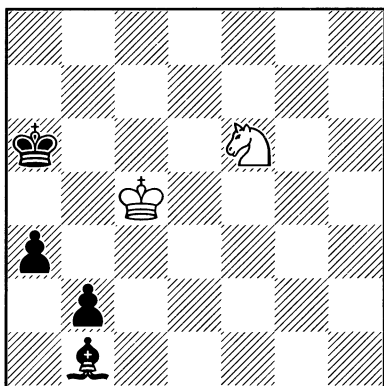


Рис. 19. Ничья.

В этой главе цвет полей был очень важен. А в следующем задании С. Белоконя на доске 7x7 он имеет решающее значение (рис. 19).

Доска 7x7 не случайна — этюд был составлен специально для конкурса «Спортлото». Шесть фигур на 49-клеточной доске символизируют выбор шести счастливых номеров из 49 возможных! Особенность доски проявляется в решении.

1. ♔b3 ♕d3 2. ♞c4+ ♕:c4+ 3. ♔:a3! b1♞+! При превращении пешки в ферзя или ладью — пат.

4. ♔b2 ♕d3 5. ♔a1! Противнику удалось сохранить обе легкие фигуры, но все углы доски черные, и при белопольном слоне поставить мат невозможно! (На обычной доске слон и конь матуют только в том углу, какого цвета слон). Ничья.

Одно из самых интересных свойств шахматной доски состоит в том, что она обладает так называемой *неевклидовой геометрией*. Другими словами, расстояние на ней не совсем обычное, например, кратчайший путь между двумя точками не обязательно измеряется по прямой линии. Эта тема подробнее затронута в главе 19, посвященной геометрии доски. Мы убедимся, что сумма катетов прямоугольного треугольника на шахматной доске может равняться гипотенузе!

Осталось сказать, что необычные шахматные доски постоянно встречаются на страницах нашей книги. В общем, если от каких-то фигур еще можно отказаться, то от доски никогда!

Глава 2

КОНЬ-ХАМЕЛЕОН

Не обязательно быть шахматистом, чтобы знать, какая фигура самая удивительная. Конечно, это конь! Не случайно выражение «ход конем» давно стало крылатым. Символизируя хитрость, ловкость и изобретательность, оно прочно вошло в наш быт. А гроссмейстер-остроумец Савелий Тартаковер вообще считал, что «вся шахматная партия – это один замаскированный ход конем». Поэтому рассказ о головоломках с участием фигур мы начинаем с коня.

От других фигур конь прежде всего отличается тем, что, перемещаясь по доске, он каждым своим ходом меняет цвет поля, на котором стоит. Поэтому в заголовке главы мы и назвали его хамелеоном. Многие задачи и головоломки про коня решаются очень эффектно, если воспользоваться этим свойством, характерным только для него.

Может ли конь добраться из угла доски до противоположного, посетив каждое ее поле ровно один раз?

Конечно, нет. Пусть исходное поле — a1. Оно черное, и на каждом нечетном ходу конь попадает на белое поле. Значит, заканчивает свой путь на 63-м ходу он на белом поле. Но противоположный угол тоже черный — противоречие. В данном случае всё оказалось просто, но любопытно, что за доской шахматист нередко сталкивается с подобными вопросами.

На рис. 20 белые добиваются ничьей единственным способом — 1. ♔c1! Теперь их король переступает с c1 на c2 и обратно, тем самым занимая каждый раз поле того же цвета, что и конь, и не выпуская черного короля из угла. А в случае 1. ♔c2? конь попадает на d3 при неприятельском короле на c2, тот вынужден взять коня или отступить, и пешка проходит в ферзи. Аналогия между этим шахматным примером и предыдущей головоломкой очевидна.

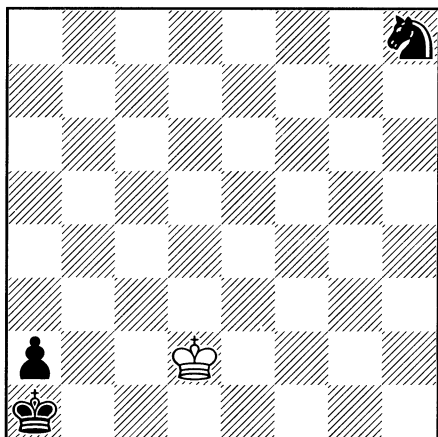


Рис. 20. Ничья.

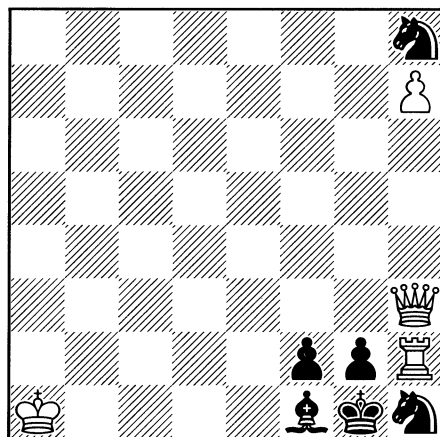


Рис. 21. Выигрыш.

Рассмотрим этюд В. Чехова на рис. 21, где тоже требуется перехитрить коня-хамелеона.

В правом нижнем углу столпившиеся фигуры не могут двигаться, то есть находятся во взаимном цугцванге. Например, если ферзь уйдет с h3, то либо будет потеряна ладья, либо отступит черный слон с неизбежным f2-f1♚. С другой стороны, сейчас любой ход слона f1 ведет к мату в один ход, а коня h1 – к его потере и быстрой гибели черных, и, значит, они могут ходить только конем h8. Итак, белый король должен подойти к этому коню и забрать его. Двигаться он может только по черным полям, так как на белом получает шах слоном с превращением пешки «f».

Однако прямолинейное движение короля не дает результата: 1. ♔b2 ♘f7 2. ♔c3 ♘h8 3. ♔d4 ♘f7 (прикрывая поле e5) 4. ♔e3 ♘h8 5. ♔f4 (на 5. ♚h4 ♙d3 6. ♚:h1+ черные играют не 6...gh♚ 7. ♚:f2X, а 6...gh♘!) 5...♘f7! (охраняя поля e5 и g5) 6. ♔e3 ♘h8 7. ♔d4 ♘f7 8. ♔c5 ♘h8 9. ♔d6 ♘g6!

Итак, конь держит все поля вторжения. Чтобы все-таки прорваться к полю h8, белому королю нужно изменить соответствие цветов между ним и конем h8. Этого можно достичь, встав один раз королем на белое поле. Искомым является поле a8 – единственное недоступное черному слону.

Раскрыв секрет позиции, уже нетрудно найти решение: 1-6. ♔b2-c3-d4-c5-b6-a7 (черный конь перемещается с h8 на g6 и обратно) 7. ♔a8! ♘g6 8. ♔b8 ♘h8 9. ♔c7 ♘f7! Неожиданно конь опять создал барьер для короля, но это лишь временное препятствие. 10-13. ♔b6-c5-d4-e5 ♘g6+ 14. ♔f6 ♘h8 15. ♔g7 ♘g6 16. h8♚. После 16. ♔:g6 ♙d3+ вся работа белых пошла бы насмарку. 16...♘:h8 17. ♔:h8 ♘g3 18. ♚:g3 ♙d3 19. ♚:g2X. Как видите, решение содержит и геометрический мотив: стартовав в одном углу доски, белый король, прежде чем добиться цели, побывал еще в двух!

За какое наименьшее число ходов с поля $a1$ конь доберется до $h8$?

И здесь коню надо пройти из одного угла доски в другой, но посещать все поля уже необязательно. Кратчайший путь составляет шесть ходов. Убедимся в этом. Коню нужно сделать в общей сложности 14 смещений по горизонтали и вертикали. За каждый ход он делает их три, значит, всего понадобится не меньше пяти ходов. Однако с черного поля за нечетное число конь попадает только на белое. Шестиходовый путь прост: $\Delta a1-c2-d4-f3-g5-f7-h8$.

В нашей книге много внимания уделяется задачам о путешествиях фигур по шахматной доске. Перемещение той или иной фигуры между двумя полями мы называем путем этой фигуры. А путь, который проходит через все поля доски (слона — через все одноцветные поля) называем маршрутом. Обычно предполагается, что дальнобойная фигура (ферзь, ладья, слон) в своем маршруте не останавливается на каждом промежуточном поле, а через какие-то лишь пробегает (может быть, по несколько раз). Конечно, понятия пути и маршрута довольно условны, в конкретных случаях всегда понятно, что имеется в виду.

Маршрут фигуры называется *замкнутым*, если, обойдя всю доску, она очередным ходом возвращается на первоначальное поле, и *открытым*, если старт и финиш не связаны между собой ее ходом.

Любому пути или маршруту фигуры по доске соответствует график, который получается в результате последовательного соединения прямолинейными отрезками центров полей. Часто изображаются графики путей и маршрутов фигур, иногда они имеют довольно забавный, причудливый вид.

Ниже используется также математическое понятие *граф*. Геометрически граф можно определить как множество точек — вершин графа, соединенных линиями — ребрами графа. Если ребра имеют направление (ориентацию), то говорят, что граф ориентированный.

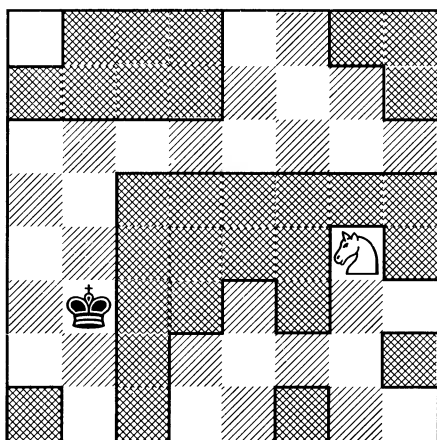
Каждой фигуре можно поставить в соответствие граф, вершины которого отвечают определенным полям доски (быть может, всем). Вершины соединяются ребром в том случае, если между полями, которым они соответствуют, возможен ход данной фигуры. Если те или иные поля доски в данной задаче несущественны, то помещать в них вершины графа необязательно.

Перемещению фигуры по доске соответствует некоторый путь или маршрут в графе, и наоборот. Таким образом, можно сказать, что график иллюстрирует конкретное перемещение фигуры по доске, а граф отражает совокупность всех ее возможных ходов.

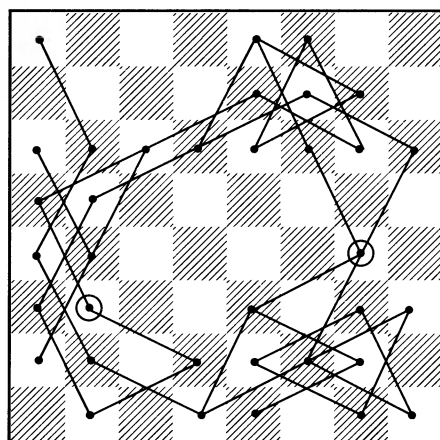
В книге рассматриваются задачи о путях и маршрутах для каждой из фигур. При этом встречается не только стандартная доска, но и различные прямоугольные доски $m \times n$, в том числе квадратная $n \times n$. Из следующей главы мы, например, узнаем, что конь в состоянии обойти квадратную доску $n \times n$ при любом $n \geq 5$, посетив все ее поля по одному разу (задача о ходе коня).

ЗАДАЧА О КОНЕ АТТИЛЫ. На доске две фигуры – белый конь и черный король. Некоторые поля доски «горящие». Конь должен дойти до неприятельского короля, повергнуть его и вернуться на исходное поле. При этом ему запрещено занимать как горящие поля, так и уже пройденные.

«Трава не растет там, где ступил мой конь!» — похвалялся вождь гуннов Аттила, намекая, что предводительствуемые им полчища уничтожают всё живое на своем пути.



а



б

Рис. 22. Конь Аттилы.

На рис. 22, а конь Аттилы расположен на g4, а неприятельский король — на b3, горящие поля заштрихованы.

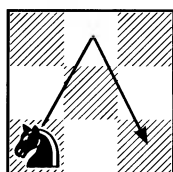
Соединяя центры полей, между которыми возможен ход конем, получаем граф для данной задачи (рис. 22, б). В результате дело сводится к нахождению в этом графе такого пути, который не содержит ни одной вершины более одного раза и, кроме того, проходит через обе выделенные.

Методы решения подобных задач, называемых *лабиринтными*, хорошо известны. Впрочем, для коня Аттилы искомый путь нетрудно найти и непосредственно, он содержит 18 ходов: ♞g4-f6-e8-g7-e6-f8-g6-e7-c6-a5:b3-d2-b1-a3-b5-d6-f7-h6-g4. Для достижения цели коню пришлось побывать на 18 полях из 35, не сожженных в начале сражения.

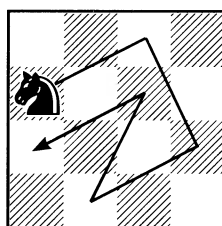
Введем еще одно понятие. Путь (маршрут) фигуры на доске называется *несамопересекающимся*, если его график не имеет самопересечений.

Сколько ходов содержит самый длинный несамопересекающийся путь коня на шахматной доске?

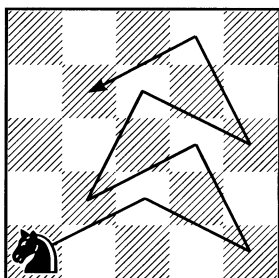
Искомый путь состоит из 35 ходов (рис. 23, е). Любопытно, что сначала он был обнаружен компьютером. Головоломка была исследована вдоль и попе-



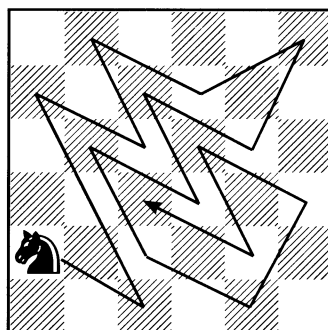
а



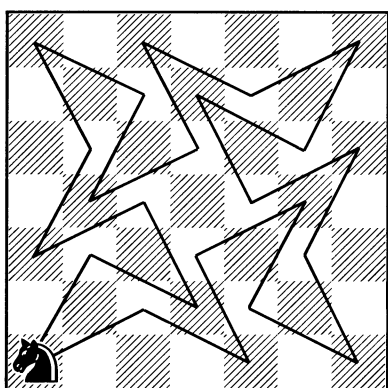
б



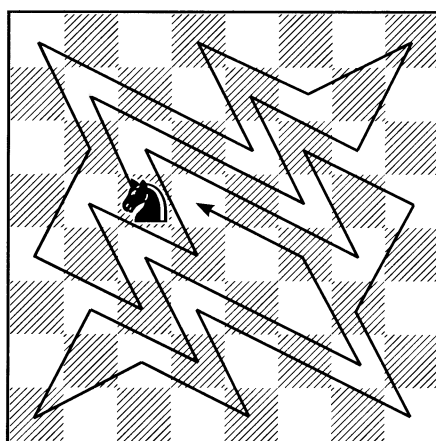
в



г



д



е

Рис. 23. Несамопересекающиеся пути коня.

рек для различных прямоугольных досок $m \times n$, и установлены соответствующие рекорды. На рис. 23 показаны несамопересекающиеся пути наибольшей длины для досок $n \times n$ при n от 3 до 8. На доске 6×6 ни один человек не сумел найти путь длиной более 16 ходов. И тут постарался компьютер — нарисовал 17-ходовый путь коня без самопересечений (рис. 23, г). Любопытно, что только на доске 7×7 самый длинный путь замкнут (рис. 23, д).

На скольких полях бесконечной доски может оказаться конь за k ходов, начиная свой путь с заданного поля?

Обозначим искомое число полей через $N(k)$. Легко проверить, что $N(1) = 8$, $N(2) = 33$. За три хода ($k=3$) конь с исходного черного поля попадает на все 76 белых полей восьмиугольника с центром в этом поле (рис. 24). Методом математической индукции нетрудно доказать, что при любом $k \geq 3$ поля, которые достигает конь, полностью заполняют соответствующий восьмиугольник: все его черные поля при четном k и белые — при нечетном. Подсчитав число одноцветных полей в нем, получаем: $N(k) = 7k^2 + 4k + 1$.

Для других фигур эта задача не представляет интереса. Король за k ходов попадает на любое поле квадрата $(2k+1) \times (2k+1)$ с центром в исходном поле. Дальнобойные фигуры уже за один ход могут оказаться на бесконечном числе полей, при этом ферзь и ладья за два хода достигают любого поля бесконечной доски, а слон — любого поля того же цвета, что исходное.

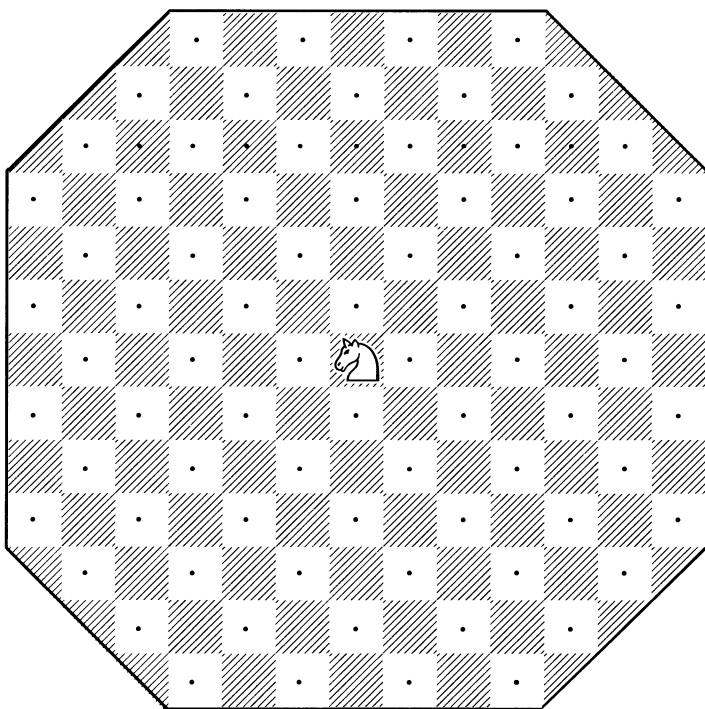


Рис. 24. Куда попадет конь?

Конь сделал восемь ходов и вернулся на исходное поле доски. Мог ли он при этом побывать на всех вертикалях и горизонталях доски?

Предположим, что конь посетил все линии. Так как маршрут замкнут, точкой отсчета можно считать поле нижней горизонтали. Рано или поздно конь

оказывается на последней горизонтали, то есть смещается по вертикали на семь полей. Поскольку он возвращается на место, общее число перемещений по вертикали не менее $7+7=14$. Аналогично и общее число перемещений по горизонтали не менее 14. Значит, всего перемещений не меньше 28. На каждом ходу смещение составляет $1+2=3$ поля. За 8 ходов число смещений коня не превысит $3 \times 8 = 24$. Противоречие: $24 < 28$.

На бесконечной доске расставлены пешки через три поля на четвертое (рис. 25). Существует ли для коня способ обхода всех свободных полей такой доски с посещением каждого из них по одному разу?

Предположим, что искомый способ существует. Рассмотрим два квадрата: 196×196 и концентрично окаймляющий его 200×200 . При указанной расстановке пешек все они стоят на полях одного цвета, например, белого (рис.

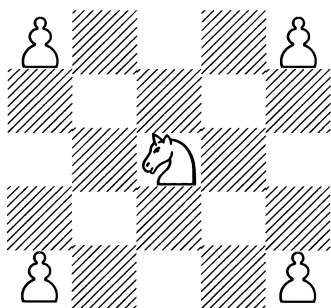


Рис. 25. Конь на бесконечной доске.

ное число ходов, не оставляя ни одного из них без защиты. Эскадрон — активный, если при таком дружном передвижении он может добраться до любого поля доски.

25) — в количестве 2500 на доске 200×200 . С каждого из $196^2/2 = 19208$ черных полей внутреннего квадрата конь попадает на одно из $200^2/2 - 2500 = 17500$ свободных белых полей окаймляющего. Так как $17500 < 19208$, то на некоторые белые поля конь встанет более одного раза — противоречие.

Группу коней на бесконечной доске назовем эскадрон, если все вместе они могут сделать произвольное

Из какого наименьшего числа коней может состоять активный эскадрон?

Один или два коня вообще не образуют эскадрон, из трех и четырех сформировать его можно, но он будет перемещаться на ограниченной территории. Наименьшее число коней в активном эскадроне равно пяти. На рис. 26 показано, как пятерка коней из положения 1 попадает в положения 5 и 11. В первом случае из 1 получаем 2, затем 3, 4 и 5. Во втором из 4 получаем 6 и далее 7, ..., 11 (кони постоянно поддерживают друг друга). Положения 1 и 11 отличаются сдвигом по вертикали на одно поле, а положения 1 и 5 — сдвигом по горизонтали и вертикали на одно поле (они также перевернуты на 180°). Таким образом, эскадрон может переместиться на любое число полей по вертикали и горизонтали и, значит, является активным.

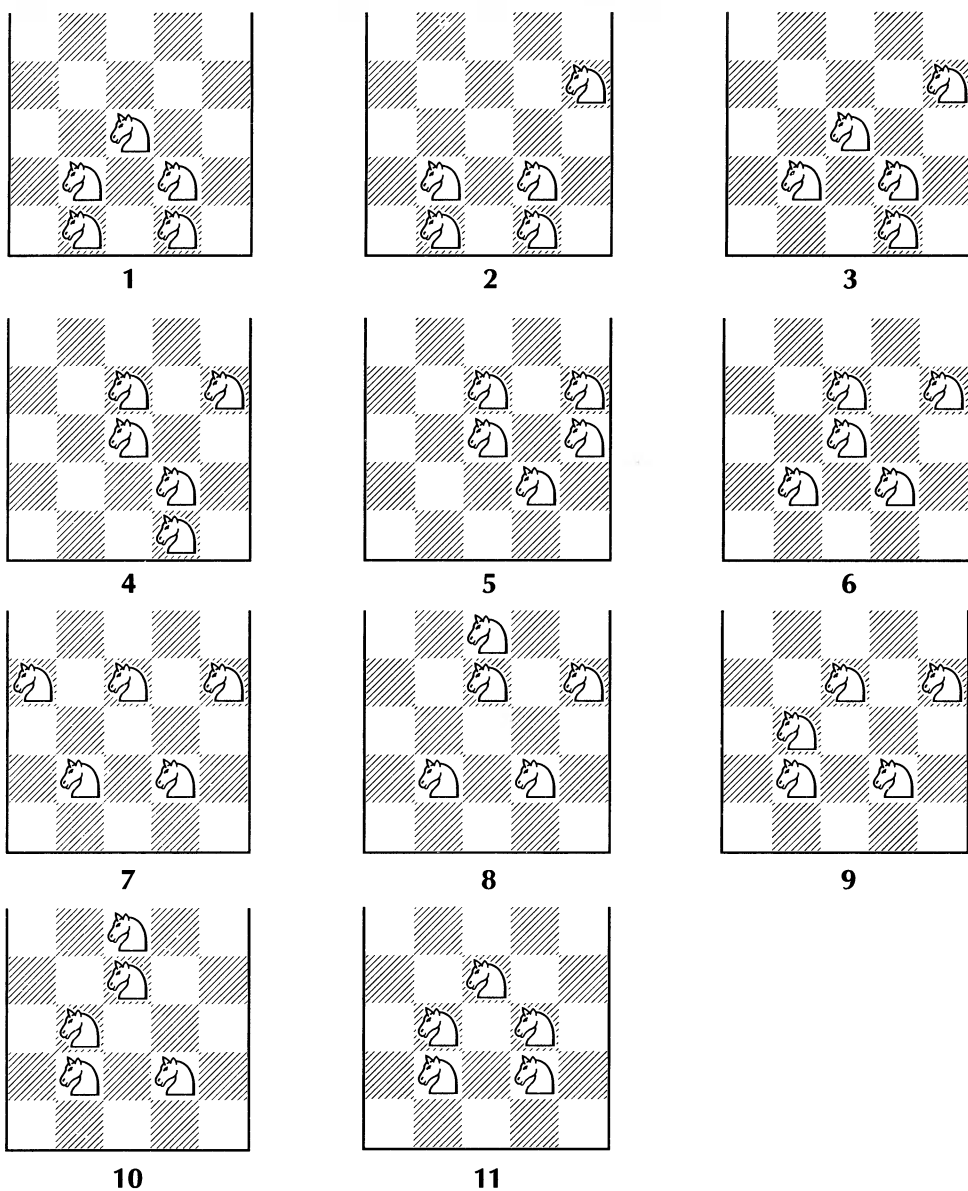


Рис. 26. Эскадрон коней.

На доске 8x8 расставлены 11 коней так, что никакие два не бьют друг друга. Доказать, что можно поставить еще одного коня, – и снова фигуры не будут под боем.

Рассмотрим 12 полей, отмеченных точками на рис. 27. Конь может находиться на одном из них или нападать на одно из них, но не может делать то и другое одновременно. Не может он и атаковать более чем одно из отмеченных

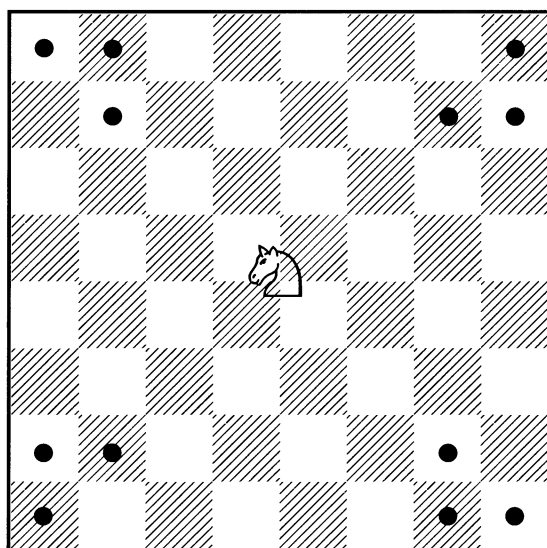
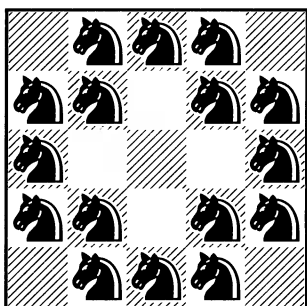


Рис. 27. Сколько можно поставить коней?

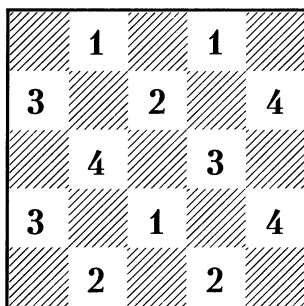
полей. Поэтому среди них найдется хотя бы одно поле, на котором нет коня и которое не бьется ни одним из одиннадцати. На него и следует поставить еще одного коня.

Какое наибольшее число коней можно расставить на доске 5x5 так, чтобы каждый из них бил ровно двух других?

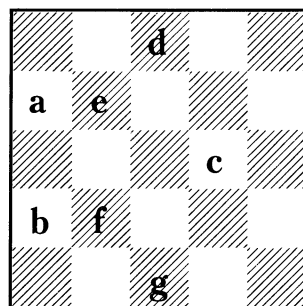
На рис. 28, а 16 коней удовлетворяют условию. Докажем, что больше расставить нельзя. Прежде всего убедимся, что при любой расстановке на черных и белых полях коней поровну. Действительно, если соединить отрезками бью-



а



б



в

Рис. 28. Каждый конь бьет двух других.

ших друг друга коней, то из каждого поля выйдут два отрезка, соединяющие поля разного цвета. Значит, общее число отрезков равно, с одной стороны, удвоенному числу коней на белых полях, а с другой, удвоенному числу коней на черных полях, то есть число коней на полях обоих цветов одинаковое.

Белых полей у нас 12, а черных — 13. Пусть t — число пустых белых полей, тогда число пустых черных — $t+1$. При любом необходимом расположении центральное поле пустое. В противном случае, из восьми полей, которые конь бьет с него, ровно шесть пустых белых, $t \geq 6$, и число коней не превосходит $25 - 6 - (6+1) = 12$, а на рис. 28, а их уже на 4 больше.

Теперь разобьем белые поля на четыре группы, как показано на рис. 28, б (у полей одной группы одинаковые цифры). При нужном расположении по крайней мере одно поле каждой группы пустое. Предположим противное, пусть, например, на всех полях группы 3 стоят кони a , b и c (рис. 28, в). С поля a конь нападает на поля f , d и центральное. Но центральное пусто, значит, на f и d стоят кони. В этом случае конь с поля c бьет четырех коней d , e , f и g , что противоречит условию. Итак, число пустых белых полей $t \geq 4$. Отсюда число коней не больше $25 - t - (t+1) = 24 - 2t \leq 16$.

Для какого наибольшего числа k можно расставить коней на доске 8×8 так, чтобы каждый из них нападал ровно на k других?

Рассмотрим произвольную расстановку коней, удовлетворяющую условию задачи. Возьмем коня, расположенного на горизонтали, ограничивающей конфигурацию на доске сверху. Тогда он может нападать самое большее на четырех коней. Осталось привести положение, в котором каждый конь бьет ровно четырех других. Оно показано на рис. 29.

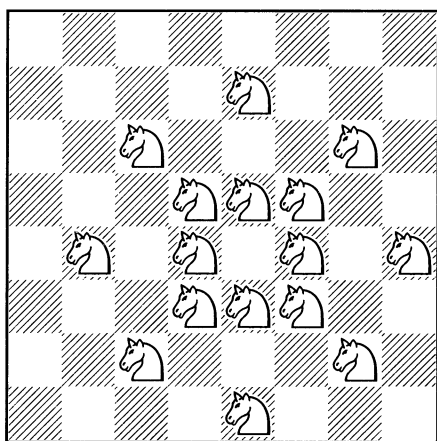


Рис. 29.

Каждый конь бьет четырех других.

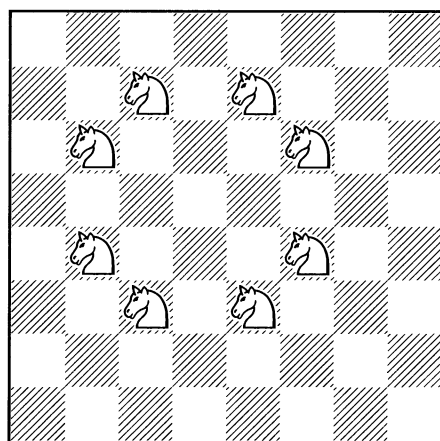


Рис. 30. Между конями два хода.

Какое наибольшее число полей можно отметить на доске 8x8 так, чтобы с любого из них конь добирался до любого другого за два хода?

Таких полей 8, например, на рис. 30 на них стоят кони. Самое левое поле отстоит от самого правого на два хода, как и самое верхнее от самого нижнего. Из этого следует, что все поля находятся внутри квадрата 5x5 и их не больше восьми.

Рассказ о коне, самой хитрой фигуре на шахматной доске, мы продолжим в следующей главе.

Глава 3

ЗАДАЧА О ХОДЕ КОНЯ

Эта глава посвящена самой известной, можно сказать, классической задаче о коне, да и во всей шахматной математике тоже.

ЗАДАЧА О ХОДЕ КОНЯ. *Обойти конем все поля доски, посетив каждое из них по одному разу.*

Особая популярность этой головоломки объясняется тем, что в XVIII и XIX веках ею увлекались многие знаменитые математики, в том числе великий Леонард Эйлер, который в 1749 году посвятил ей большой трактат «Решение одного любопытного вопроса, который, кажется, не поддается никакому исследованию». Хотя задача была известна до Эйлера, именно он впервые обратил внимание на ее математическую сущность, и поэтому ее часто связывают с его именем.

Значительно сложнее проблема, состоящая не в нахождении определенного маршрута коня по доске, а в поиске всех маршрутов и подсчете их числа. Увы, эта задача не решена до сих пор, и, похоже, шансов на успех немного (что, видимо, и имел в виду Эйлер в своем труде). Доказано только, что число искомых маршрутов не больше C_{168}^{63} (число сочетаний из 168 элементов по 63), но превосходит 30 миллионов.

Математик Ф. Миндинг, подошедший к проблеме с алгебраической точки зрения, предложил метод, позволяющий вывести формулу для числа всех решений, однако вычисления, которые следует при этом произвести, практически неосуществимы.

Литература, посвященная задаче о ходе коня, весьма обширна. Придумано много методов нахождения тех или иных маршрутов по всей доске, часто они носят имена их первооткрывателей — метод Эйлера и Вандермонда, рамоч-

ный метод Мунка и Коллини, метод деления на четверти Полиньяка и Роже и другие.

Как уже говорилось в предыдущей главе, маршрут коня замкнутый, если с конечного поля конь в один ход возвращается на исходное. Графически такой маршрут представляет собой замкнутую линию, причем любое поле доски можно считать началом и концом маршрута. Если же старт и финиш не связаны между собой ходом коня, то маршрут открытый.

Остановимся теперь на некоторых наиболее популярных методах нахождения маршрутов коня.

Рамочный метод Мунка и Коллини (Коллини – секретарь великого философа Вольтера). Шахматную доску разделим на две части: внутреннюю из 16 полей и внешнюю, имеющую форму рамы и состоящую из 48 полей (рис. 31). На полях внутреннего квадрата запишем заглавные буквы *A, B, C, D* так, чтобы каждая из них, повторенная четыре раза, образовала квадрат или ромб, по всем сторонам которого может пройти конь. Те же буквы, только строчные, запишем в рамочных полях, чтобы ходы коня по каждой из них образовывали замкнутые многоугольники, окаймляющие центральный квадрат.

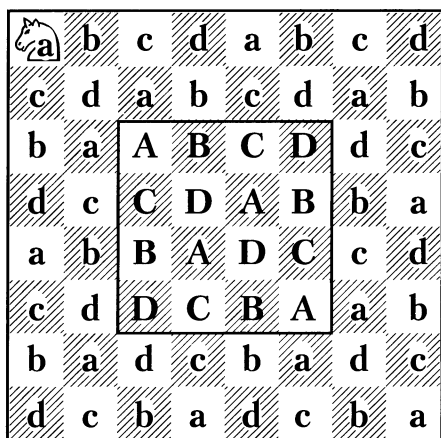


Рис. 31. Метод Мунка и Коллини.

Конь начинает свой маршрут от какого-нибудь рамочного поля, проходит вдоль рамы по выбранной букве, например *a*, и за 11 ходов исчерпывает ее (последнее поле не должно быть угловым). Затем он переходит во внутренний квадрат, но не на букву *A*, а на любую другую. Пройдя все поля, помеченные ею, конь снова возвращается на раму – на букву, по которой еще не ходил, и вновь обегает квадрат, исчерпывая вторую букву, и т. д., пока не пройдет по всей доске.

Метод Полиньяка и Роже – деление на четверти. Этот метод проще предыдущего, хотя и похож на него. Разделим доску крестом на четыре квадрата (рис. 32). В каждом из них

запишем заглавные буквы *A, B, C, D* так, чтобы каждая из них, повторенная четыре раза, образовала квадрат или ромб, по всем сторонам которого может пройти конь. Те же буквы, только строчные, запишем в рамочных полях, чтобы ходы коня по каждой из них образовывали замкнутые многоугольники, окаймляющие центральный квадрат. Конь начинает свой маршрут от какого-нибудь рамочного поля, проходит вдоль рамы по выбранной букве, например *a*, и за 11 ходов исчерпывает ее (последнее поле не должно

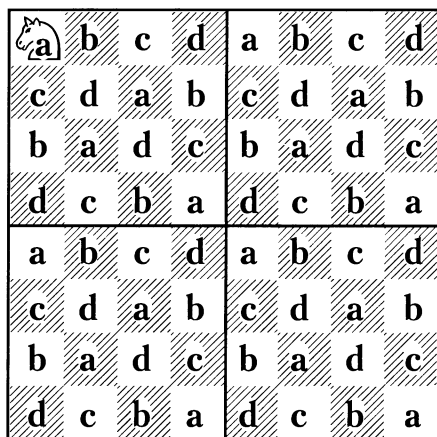


Рис. 32. Метод Полиньяка и Роже.

расставим буквы a, b, c, d точно так же, как во внутреннем квадрате на рис. 36. Конь начинает движение с любой буквы, проходит в выбранном квадрате по всем четырем полям с ней, затем переходит на ту же букву соседнего квадрата, и т. д. Исчерпав все 16 полей с одной буквой, он меняет ее и снова зигзагом обегает доску. После четырех таких кругов все поля будут пройдены (как и в предыдущем методе, «круговые» маневры не должны заканчиваться на угловом поле).

Поля в маршрутах и путях коня удобно нумеровать числами 1, 2, 3, ... в соответствии с порядком их посещения. В маршруте коня по всей доске начальное поле имеет номер 1, а конечное — 64. Разумеется, изменив направление маршрута на противоположное, всегда можно поменять между собой начало и конец. Очевидно, если маршрут замкнут, поля 1 и 64 связаны ходом коня. Поскольку цвет полей на каждом ходу меняется, все нечетные поля в маршруте одного цвета, а четные — другого.

Метод Эйлера и Вандермонда. В отличие от предыдущих, этот метод позволяет получать самые разнообразные маршруты коня. В его основе лежит возможность замены обратными всех ходов, начиная с поля, связанного с конечным. В качестве примера рассмотрим маршрут на рис. 33, а. Используя связь поля 31 с конечным 64, получим еще один маршрут. Оставим все числа 1, 2, ..., 31 на своих местах, а числа 32, 33, ..., 64 заменим соответственно на 64, 63, ..., 32. Иначе говоря, один последовательный путь (от 32 до 64) мы заменяем другим, обратным (от 64 до 32). Теперь поле h4, поменявшее номер 32 на 64, стало конечным. Новый маршрут в старой нумерации полей можно записать так: от 1 до 31, ход 31–64, от 64 до 32.

Указанный прием можно повторять многократно, получая всё новые и новые маршруты. В исходном маршруте поле 49 также связано с 64, что дает нам

7	24	53	36	5	22	51	34
54	37	6	23	52	35	4	21
25	8	55	58	45	12	33	50
38	59	46	13	48	57	20	3
9	26	15	56	11	44	49	32
60	39	10	47	14	31	2	19
27	16	41	62	29	18	43	64
40	61	28	17	42	63	30	1

а

7	18	47	30	5	16	45	28
48	31	6	17	46	29	4	15
19	8	49	52	39	60	27	44
32	53	40	59	42	51	14	3
9	20	a	50	61	38	43	26
54	33	62	41	58	25	2	13
21	10	35	56	23	12	37	b
34	55	22	11	36	57	24	1

б

Рис. 33. Метод Эйлера и Вандермонда.

другой производный маршрут: от 1 до 49, 49-64, от 64 до 50. В первом из найденных маршрутов поле 32 связано с 43, и мы можем получить второй производный маршрут: от 1 до 31, 31-64, от 64 до 43, 43-32, от 32 до 42 и т. д.

Если дан некоторый маршрут, то, проявив определенную изобретательность, его можно преобразовать так, чтобы любое заданное поле стало конечным (а значит, и начальным). Пусть, например, мы хотим сделать конечным поле d4 с номером 56. Свяжем его с полем 64 такими ходами: 64-31-32-57-56. Теперь дважды преобразуем исходный маршрут коня (рис. 33, а): 1) от 1 до 31, 31-64, от 64 до 32; 2) от 1 до 31, 31-64, от 64 до 57, 57-32, от 32 до 56. Последний маршрут заканчивается на поле d4, к чему мы и стремились. Описанным методом из открытого маршрута иногда удастся получить замкнутый. Так, для превращения открытого маршрута на рис. 33, а в замкнутый достаточно заменить пути: от 11 до 17, от 10 до 1, от 18 до 31, от 64 до 57, от 32 до 45, от 56 до 46 следующими: от 1 до 7, от 8 до 17, от 18 до 31, от 32 до 39, от 40 до 53, от 54 до 64.


Основное преимущество последнего метода заключается в том, что он помогает завершить путь коня даже в тех случаях, когда мы двигались без всякой системы и попали в тупик — дальше идти некуда, а еще остались непройденные поля. Пусть, например, мы уже побывали на 62 полях доски (от 1 до 62 на рис. 33, б), а поля *a* и *b* не посетили. Здесь поле *a* связано с 10, а поле 62 с 9. Это позволяет преобразовать путь от 1 до 62 в такой: от 1 до 9, 9-62, от 62 до 10. После перенумерации поле b2 меняет номер 10 на 62, и под номером 63 к пути присоединяется поле *a*. Осталось присоединить к пути поле *b*. Помогает то обстоятельство, что из двух последовательных полей 57 и 58 первое связано с *b*, а второе — с *a* (сейчас его номер 63). Теперь первоначальный путь превращается в такой: от 1 до 9, 9-62, от 62 до 58, 58-*a*, *a*-10, 10-57. После очередной перенумерации номер 63 получает бывшее поле 57, и, присоединяя к пути *b*, получаем, наконец, искомый маршрут (рис. 33, а; нумерация здесь последовательная — от 1 до 64).

Рассмотренные преобразования — далеко не единственные, позволяющие получать из одних маршрутов другие. Упомянем такие, которые связаны с поворотами доски и отражением ее относительно осей или центра симметрии. Заметим, кстати, что из одного замкнутого маршрута можно получить 127 новых: 63 сдвигом нумерации ходов, а из этих 64 — еще столько же изменением направления маршрута.


Вот самое простое и эффективное правило нахождения маршрутов коня на шахматной доске.

Правило Варнсдорфа. 1) При обходе доски коня следует на каждом ходу ставить на поле, с которого он может сделать наименьшее число прыжков на еще не пройденные поля; 2) если таких полей несколько, то выбор произволен.

Это правило было предложено более полутора столетий назад, и долгое время считалось, что оно действует безукоризненно. Но уже в наше время было установлено, что его вторая часть не совсем точна. Как установил при помощи компьютера А. Есаян, если в распоряжении коня имеется несколько

	21	34	9		19	32	7
35	10		20	33	8		18
22						6	31
11	36					17	
	23			40	30		5
37	12	25		27			16
24		2	39	14		4	29
 1	38	13	26	3	28	15	

а

54	21	34	9	58	19	32	7
35	10	55	20	33	8	57	18
22	53	64	59	56	45	6	31
11	36	49	46	63	60	17	44
50	23	52	61	40	47	30	5
37	12	25	48	27	62	43	16
24	51	2	39	14	41	4	29
 1	38	13	26	3	28	15	42

б

Рис. 34. Правило Варнсдорфа.

возможностей, упомянутых в первой части правила, то не все они равноценны. Оказывается, вольное применение второй части может привести коня в тупик. Впрочем, вероятность заблудиться невелика. Иногда завершить маршрут удастся даже в том случае, если начало его произвольно.

На рис. 34, а конь, начав путешествие с a1, уже сделал 40 ходов. В этой трудной ситуации, пользуясь правилом Варнсдорфа, ему удастся благополучно завершить маршрут. С поля 40 он мог бы пойти, кроме f2 с номером 41, на поля c5, d6, f6 и g3, каждое из которых связано с тремя свободными. А с поля f2 у коня только два выхода — на h1 и d3. Этим и объясняется выбор — на него ставится число 41 (рис. 34, б).

При следующем ходе возникает вопрос относительно полей h1 и d3. Второе связано с четырьмя свободными, а первое — только с одним g3, поэтому h1 и получает номер 42. С поля h1 ход определяется однозначно — на g3, номер 43. С него у коня выбор между полями f5 и h5, причем каждое связано с тремя свободными. Согласно правилу, можно выбрать любое из них, в нашем случае h5 (номер 44). Продвигаясь далее тем же способом, конь в конце концов попадет на поле с номером 64 (рис. 34, б).

Строго говоря, по данному правилу обход доски следует начинать с углового поля, так как именно с него в начале меньше всего возможных прыжков — два. Путь коня на рис. 41, а до поля 13 согласуется с указанным правилом, но очередной ход на e2 противоречит ему. С поля 13 у коня имелся выбор из пяти возможностей, и, как легко видеть, «точнее» было пойти на a2, а не на e2.

Правило Варнсдорфа весьма эффективно не только для обхода обычной доски, но и для других досок, если на них вообще имеется решение задачи.

Многие составители маршрутов коня стремились внести в свое занятие, насколько это возможно, эстетический элемент и достигли весьма любопытных результатов.

50	11	24	63	14	37	26	35
23	62	51	12	25	34	15	38
10	49	64	21	40	13	36	27
61	22	9	52	33	28	39	16
48	7	60	1	20	41	54	29
59	4	45	8	53	32	17	42
6	47	2	57	44	19	30	55
3	58	5	46	31	56	43	18

Рис. 35. Маршрут Яниша.

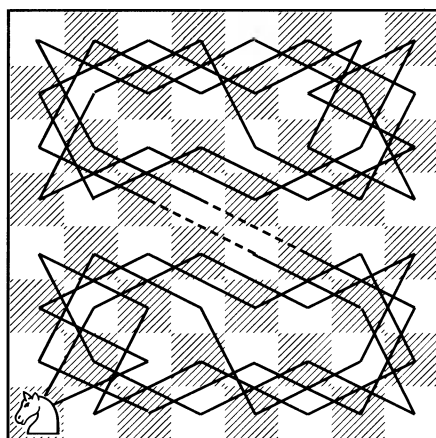


Рис. 36. Раздельный маршрут коня.

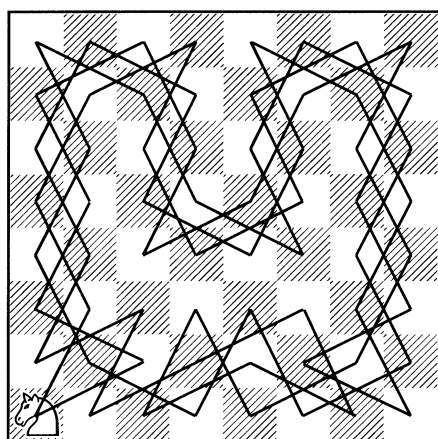
Маршрут, принадлежащий Янишу (рис. 35), примечателен в нескольких отношениях. Он замкнут, образует полумагический квадрат (суммы чисел вдоль всех вертикалей и горизонталей равны 260) и, кроме того, обладает необычной симметрией — при повороте доски на 180° первая половина маршрута (номера от 1 до 32) превращается во вторую (номера от 33 до 64). Кстати, построить маршрут, образующий настоящий магический квадрат (сумма чисел вдоль главных диагоналей тоже равна 260), еще никому не удалось.

Со времен Эйлера известен так называемый раздельный маршрут коня: сначала находится путь по одной половине доски (например, по верхней с c5 до d5), затем он центрально-симметрично дублируется (с f4 до e4), и два пути соединяются вместе (рис. 36). Очевидно, раздельный маршрут является замкнутым.

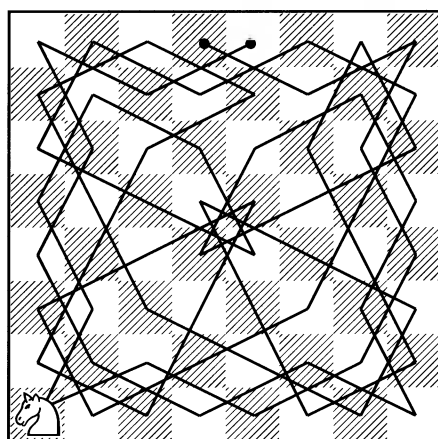
Для половины обычной доски — доски 8×4 — М. Крайчик нашел точное число решений. Это позволило ему подсчитать число раздельных маршрутов коня на доске 8×8 , которое и дает нижнюю границу в 30 миллионов для общего числа решений.

Если говорить о графиках маршрутов коня по доске, то здесь придумано множество необычных путешествий, изображающих различные предметы, знаки и буквы (например, букву *N* — решение, посвященное Наполеону). На рис. 37 показаны два достопримечательных примера такого рода.

График первого маршрута (рис. 37, а) напоминает вазу, а график второго (рис. 37, б) подобен цветку, части которого расположены в высшей степени симметрично.



а



б

Рис. 37. Ваза и цветок.

Задача о ходе коня возникает для досок самой разной формы. Например, на рис. 38 конь обходит доску в виде креста, причем маршрут замкнутый. Иногда задача представляет собой остроумную головоломку, иногда серьезную проблему.

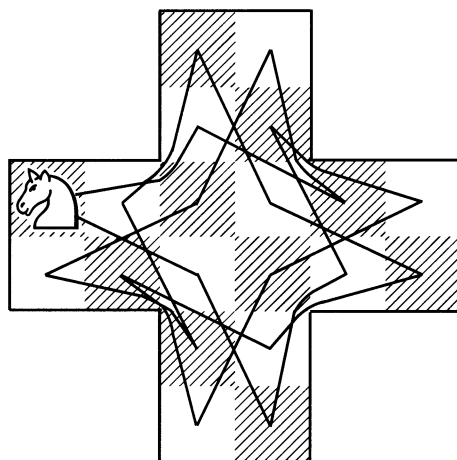


Рис. 38. Доска в виде креста.

Ясно, что обходной маршрут коня, меняющего на каждом ходу цвет поля, может существовать только для досок, у которых число полей противоположного цвета либо одинаковое, либо отличается на 1 (во втором случае возможен только открытый маршрут). Так, обычный конь не в состоянии

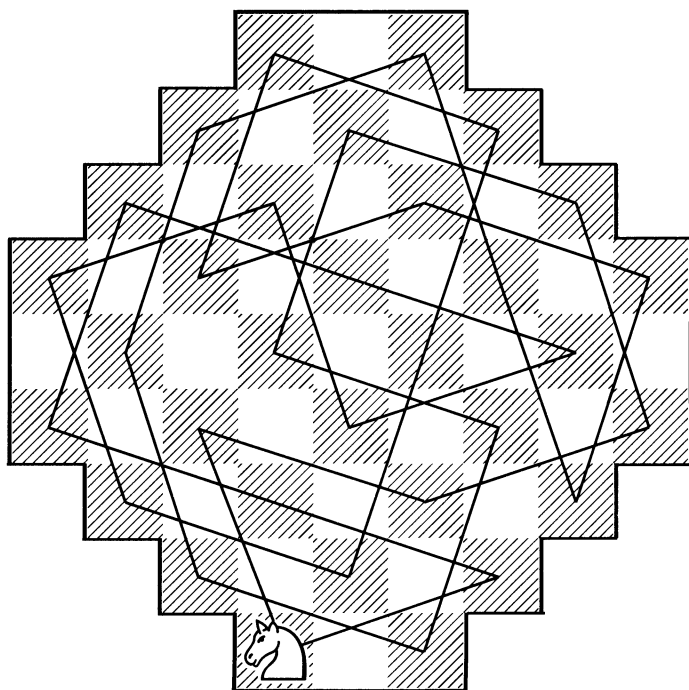


Рис. 39. Существует ли маршрут коня на этой доске?

обойти доску на рис. 39, поскольку на ней 32 черных поля и 25 белых! Другое дело, если взять коня 3×1 , который ходит только по черным полям (см. конец главы).

Наиболее интересное обобщение задачи о ходе коня возникает при рассмотрении произвольных прямоугольных досок.

При каких значениях m и n конь может обойти все поля доски $m \times n$, посетив каждое из них по одному разу?

Если хотя бы одна из сторон доски меньше 3, то, очевидно, искомого маршрута нет (вырожденный случай — доска 1×1 , на нее просто достаточно поставить коня). Если одна сторона равна 3, то вторая должна быть либо равна 4, либо не меньше 7. При этом если она четна и не меньше 10, то имеется замкнутый маршрут. Если обе стороны больше 3, маршрут коня всегда существует, за исключением доски 4×4 . При этом на четных досках, если обе стороны больше 4, имеется замкнутый маршрут. Этим ответ на наш глобальный вопрос можно считать исчерпанным.

Исключения, касающиеся досок, одна из сторон которых равна 4, можно сформулировать в виде двух задач.

Доказать, что конь не может обойти доску 4×4 , посетив каждое ее поле один раз.

Подсчитаем общее число возможных ходов коня. Центральных полей четыре, и они дают максимум восемь ходов (включая движение через углы). Остальные ходы образуют стороны квадратов $a2-b4-d3-c1$ и $a3-c4-d2-b1$. Поскольку квадраты замкнуты, из четырех ходов каждого в маршруте может быть использовано не более трех. Итак, всего имеем $8 + 3 + 3 = 14$ ходов. Однако, чтобы обойти все поля доски 4×4 , требуется 15 ходов — противоречие.

Доказать, что при любом n на доске $n \times 4$ не существует замкнутого маршрута коня.

Предположим противное, пусть при некотором n замкнутый маршрут на доске $n \times 4$ существует. Поля крайних горизонталей назовем внешними, а остальные — внутренними. И тех, и других имеется поровну — $2n$. Так как с внешних полей конь может попасть только на внутренние, то из $4n$ ходов, образующих замкнутый маршрут, половина именно таких. Тогда оставшиеся $2n$ ходов конь делает с внутренних на внешние. Поскольку на каждом ходу конь меняет цвет поля, то все крайние поля окрашены в один цвет, а все внутренние — в другой. Противоречие.

Из сказанного следует, что наименьшая по площади прямоугольная доска, которую может обойти конь, — 4×3 , любой маршрут на ней открытый (рис. 40, а); наименьшие по площади прямоугольные доски с замкнутыми

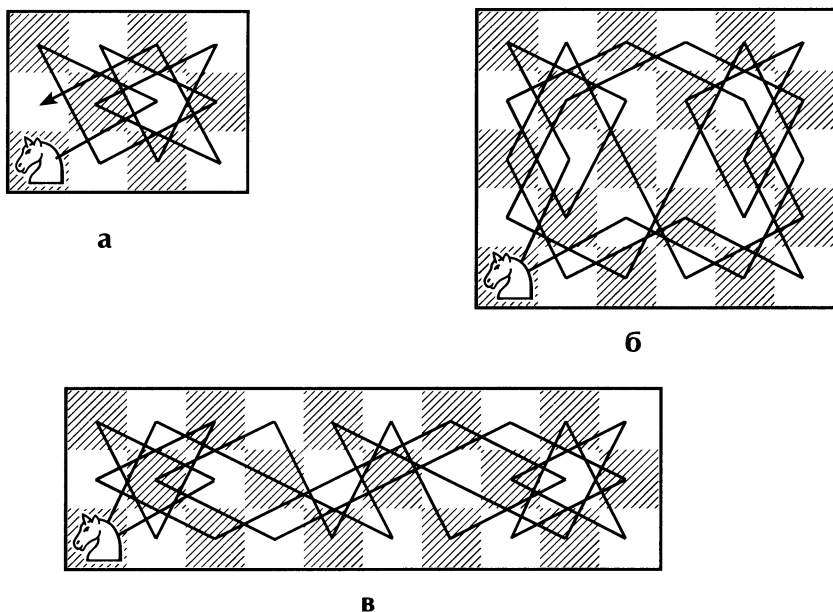


Рис. 40. Маршруты коня на досках 4×3 и 6×5 .

маршрутами — 6×5 (рис. 40, б) и 10×3 (рис. 40, в). Самая маленькая квадратная доска (квадрат 1×1 не в счет) — 5×5 (центральный квадрат на рис. 41, а). Она нечетная, и маршрут, разумеется, открытый.

Итак, для любых $m, n \geq 5$ существует маршрут коня на доске $m \times n$ (замкнутый или открытый). Доказательство этого проводится в несколько этапов. Сначала для ряда основных досок небольших размеров маршруты строятся непосредственно. Далее показывается, как в общем случае доска больших размеров разбивается на ряд основных, для которых маршруты уже построены. Эти микромаршруты связываются между собой, и в результате образуется искомый маршрут. Известны различные наборы основных досок, например, в одном доказательстве их 37!

Для экономии места ограничимся рассмотрением квадратных досок. Доказательство в этом случае довольно просто и изящно. Приведем оригинальный метод нахождения маршрутов коня на произвольной квадратной доске $n \times n$ ($n \geq 5$). На рис. 41, а показано, как обойти доску при $n = 4k + 1$ ($n = 5, 9, 13, \dots$), на рис. 41, б — при $n = 4k + 2$ ($n = 6, 10, 14, \dots$), а на рис. 41, в — при $n = 4k$ ($k > 1, n = 8, 12, 16, \dots$). На рис. 41, г, д (внутренний квадрат) даны решения для досок 7×7 и 11×11 . Таким образом, мы имеем маршруты коня на всех досках $n \times n$ при $5 \leq n \leq 14$.

Общий метод построения вытекает из рис. 41, д. Убедимся, что при любом $n \geq 14$ существует замкнутый обход полосы шириной в три поля, окаймляющей квадрат $(n-6) \times (n-6)$. На рисунке изображен обход такой полосы для доски 17×17 (полоса окаймляет квадрат 11×11). Обход полосы при $n > 17$ получается из данного увеличением числа треугольников между соответствующими парами полей, отмеченных точками. При $n = 15, 16$ число треугольников на каждой стороне на два или на один меньше, а при $n = 14$ точки сливаются, треугольники исчезают, и образуется маршрут на доске 14×14 , внутренний квадрат при этом имеет размеры 8×8 .

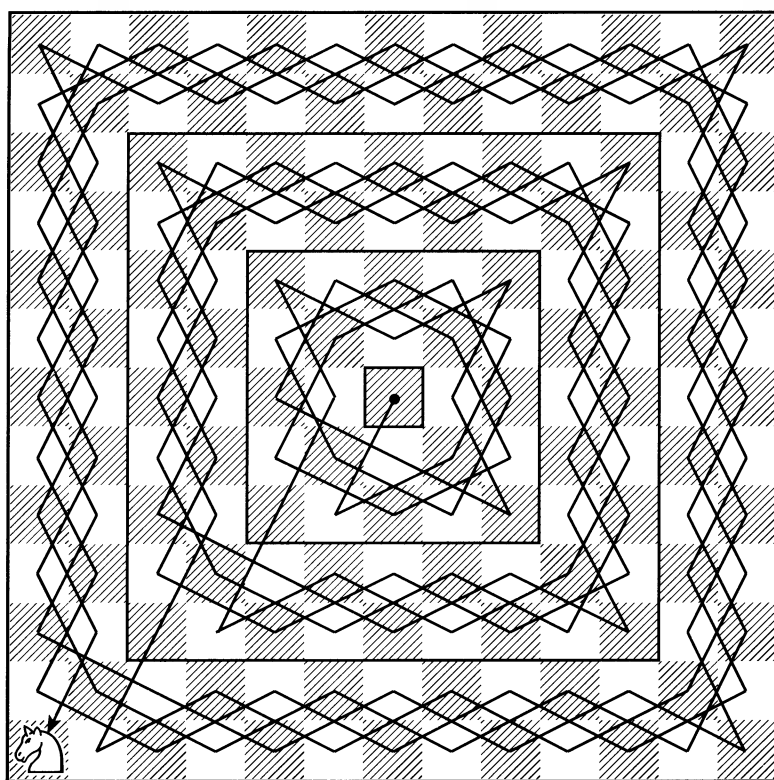
Если найден маршрут коня по внутреннему квадрату $(n-6) \times (n-6)$, то для получения маршрута по всей доске $n \times n$ достаточно исключить два хода, помеченных на рис. 41, д жирными линиями, — один во внутреннем квадрате, второй в окаймляющей его полосе, и заменить их на два «пунктирных» хода, показанных стрелками.

Маршрут на произвольной доске $n \times n$ получается так: сначала конь идет по внутреннему квадрату, отвлекается на окаймляющую полосу, обходит ее целиком, возвращается в квадрат и благополучно завершает маршрут.

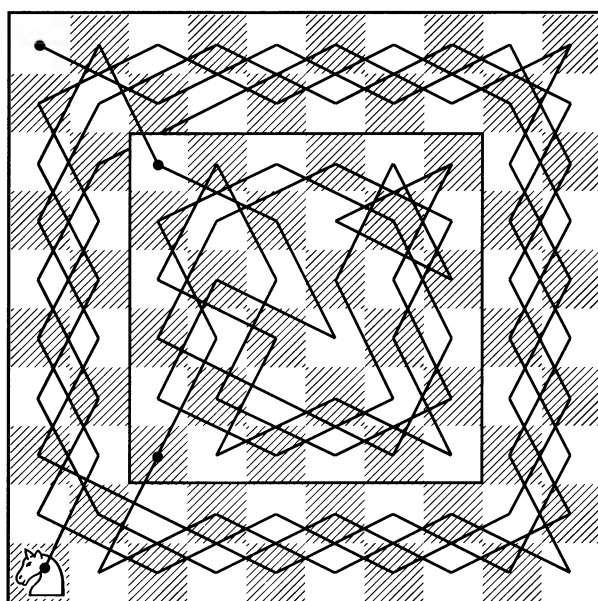
Решение на доске $n \times n$ ($n > 14$) по существу сводится к решению на доске $(n-6) \times (n-6)$. В конце концов мы приходим к доске $n' \times n'$, $9 \leq n' \leq 14$. Поскольку для всех таких досок маршруты уже найдены, задача полностью решена.

Описанный метод (он принадлежит Н. Нецветаеву) дает возможность получать замкнутые маршруты коня на любой четной доске $n \times n$ ($n \geq 6$). Заметим, что маршруты на рис. 41, а-в сами по себе не дают общего решения, так как не рассмотрен случай $n = 4k + 3$.

У нас использовались окаймляющие полосы шириной в три поля. А нельзя ли обойтись полосами шириной в два поля, как на рис. 41, а-в? Оказывается,

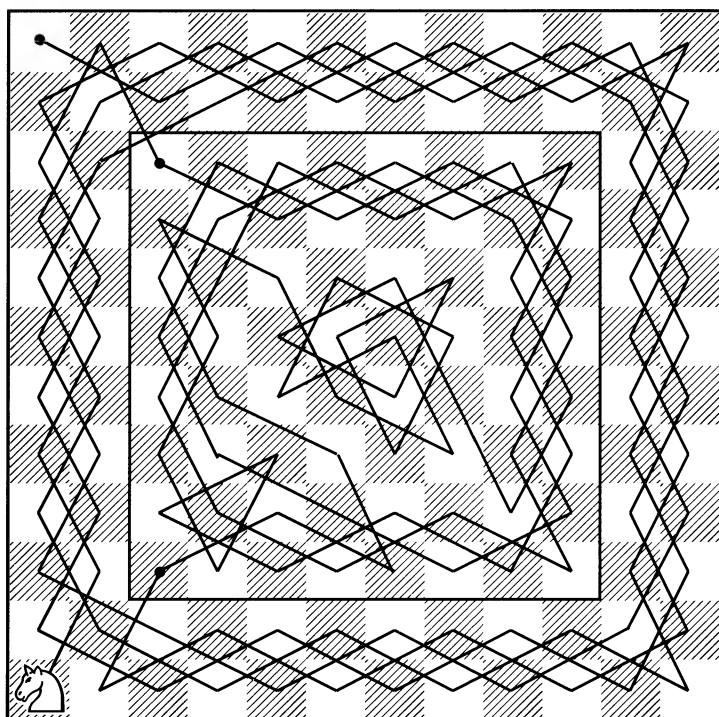


а

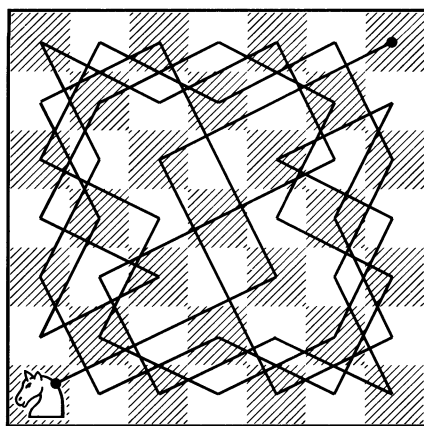


б

Рис. 41. Маршруты коня на квадратных досках $n \times n$.



В



Г

нет. Можно доказать, что конь обходит полосу лишь в том случае, если она окаймляет квадрат $(4k+1) \times (4k+1)$.

Маршрут, который проходит через все вершины графа по одному разу, называется *гамильтоновым*. Задача его нахождения в общем случае довольно сложна, что ярко иллюстрируется на графах шахматных фигур, особенно коня. Этим, в первую очередь, и объясняется особая популярность задачи о ходе коня в теории графов.

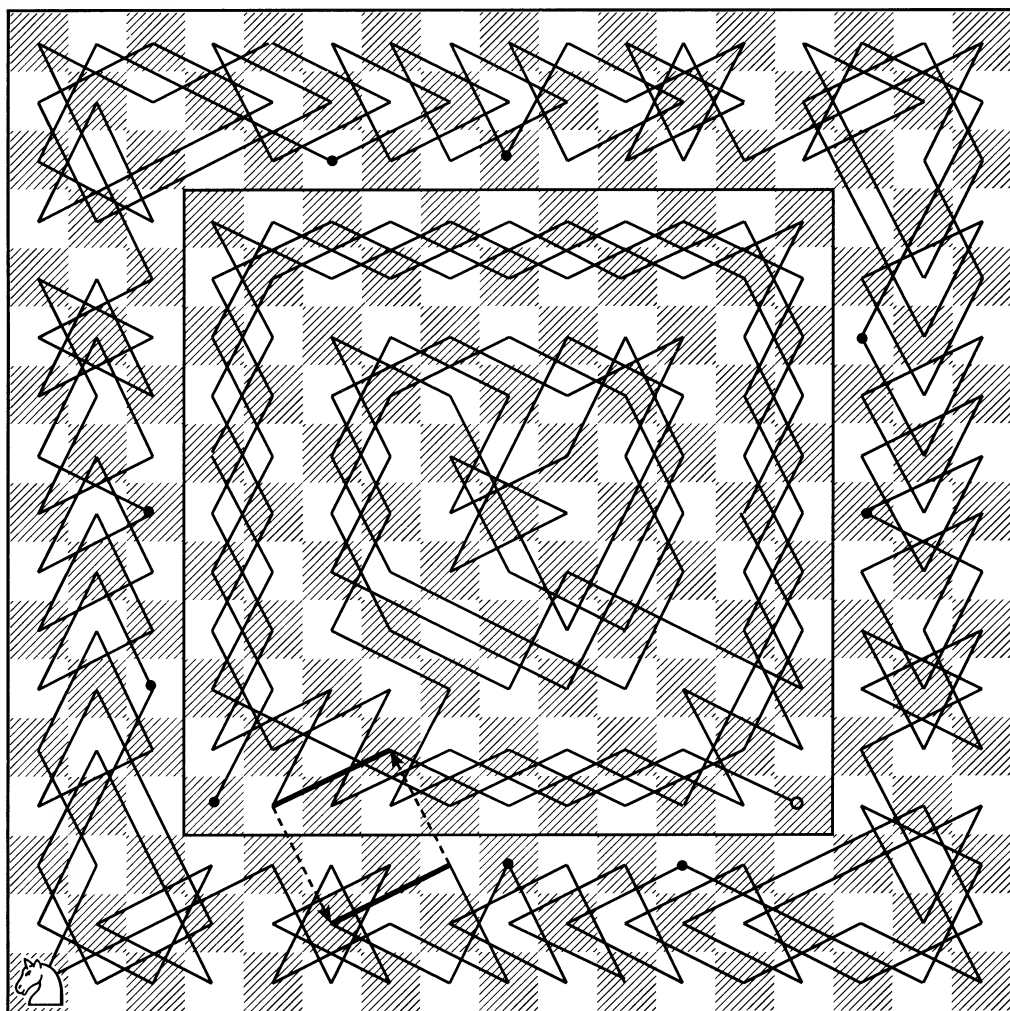


Рис. 41. д

Будем рассматривать перемещения коня между двумя полями, связанными между собой, например, ♞b1-c3 и ♞c3-b1 , как один ход (в графе коня этим полям соответствует одно ребро).

Можно ли из всех ходов коня составить маршрут по шахматной доске, содержащий каждый из них по одному разу (при этом поля доски можно посещать по несколько раз)?

Поскольку в маршруте не должно быть повторений, то, попадая на некоторое поле одним способом, конь покидает его другим. Таким образом, каждое поле доски (кроме, быть может, начального и конечного) должно быть

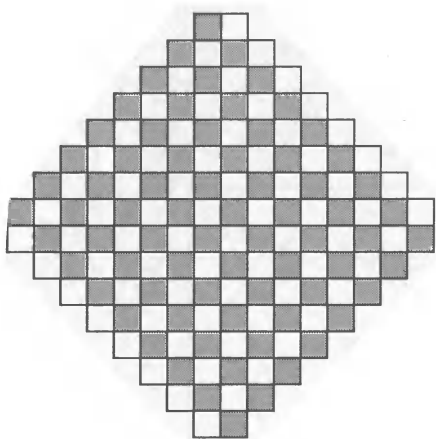


Рис. 42. Ступенчатый квадрат 8-го порядка.

Что же касается эйлерова маршрута, то им обладает только граф ладьи.

Рассмотрим теперь интересную задачу о ходе коня на фигурных досках определенного вида, похожих на квадратные, — ее придумал и решил Н. Авилов.

Геометрическую фигуру на рис. 42 назовем ступенчатым квадратом («доски» в данной задаче мало похожи на шахматные, поэтому далее мы не будем раскрашивать их в черно-белый цвет). Размер или порядок его определим по числу ступенек на каждой стороне. Например, на данном рисунке изображен квадрат 8-го порядка (в отличие от доски 8×8 , в нем не 64, а 144 поля!).

Доказать, что конь может обойти все поля ступенчатого квадрата любого порядка, посетив каждое из них по одному разу.

Идея доказательства та же, что и для досок $m \times n$, но здесь немало дополнительных нюансов. На рис. 43, а-в показаны замкнутые маршруты для квадратов 2-го, 3-го и 4-го порядка. Нахождение искомого маршрута состоит из трех этапов.

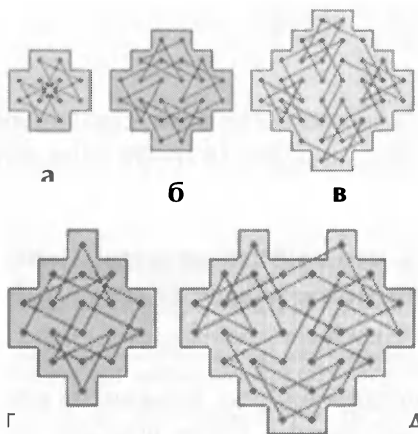


Рис. 43. Обход базовых фигур.

связано с четным числом полей. Однако на доске имеется восемь полей (a2, b1 и шесть симметричных им), с которых у коня по три хода на другие поля, то есть указанное условие не выполняется, и ответ в этой задаче отрицательный.

Маршрут, который проходит через все ребра графа по одному разу, называется *эйлеровым*. Таким образом, мы выяснили, что в графе коня гамильтонов маршрут существует, а эйлеров — нет. В последующих главах будут построены маршруты по всем полям доски и для других фигур (для слона по одноцветным). Существование их означает, что в графах всех фигур имеются гамильтоновы маршруты.

а) Строим замкнутые маршруты коня для пяти базовых фигур. К ним относятся квадраты на рис. 43, а-в и еще две фигуры — рис. 43 г, д.

б) Разбиваем данный квадрат на базовые фигуры.

в) Объединяем обходы базовых фигур в один маршрут.

Для нахождения маршрута коня по всем полям квадрата 8-го порядка надо разбить его на базовые фигуры,

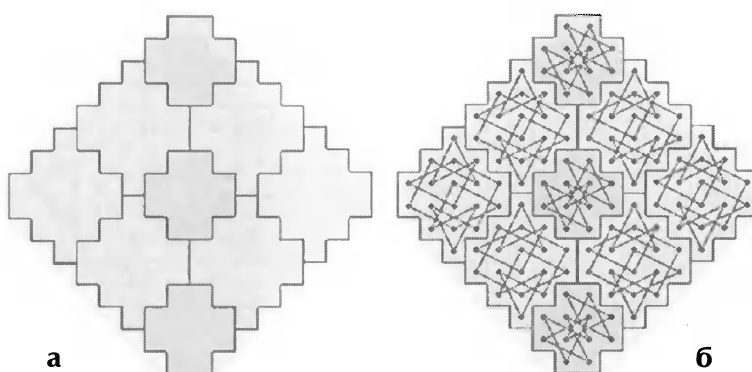


Рис. 44. Разбиение на базовые фигуры.

как показано на рис. 44, а (их всего две — а и г на рис. 43), и для каждой из них построить замкнутый обход (рис. 44, б). Осталось объединить микромаршруты в один маршрут.

На рис. 45 показано шесть возможных пар соседних базовых фигур для данного разбиения. В каждой паре выделены два звена, по одному в фигуре. Перекидывая их как «мостик» на соседнюю фигуру, получаем замкнутый обход пары. Аналогично объединяются обходы любых двух базовых фигур. Соседние фигуры разбиения можно связать при помощи «змейки» (рис. 46, а). В результате имеем замкнутый маршрут по всем полям ступенчатого квадрата 8-го порядка (рис. 46, б).

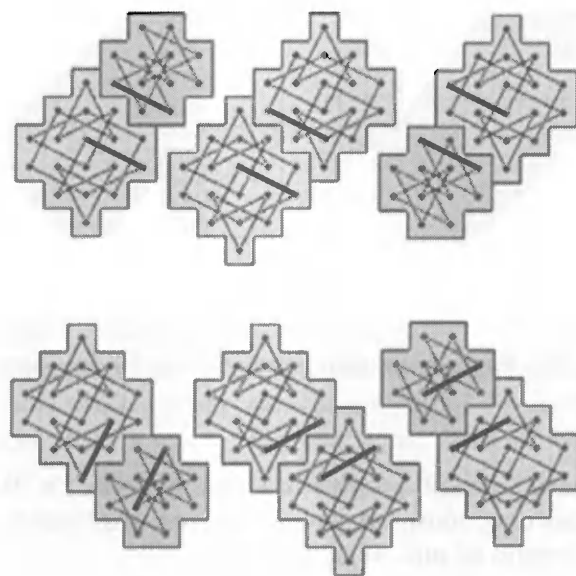


Рис. 45. Соседние фигуры.

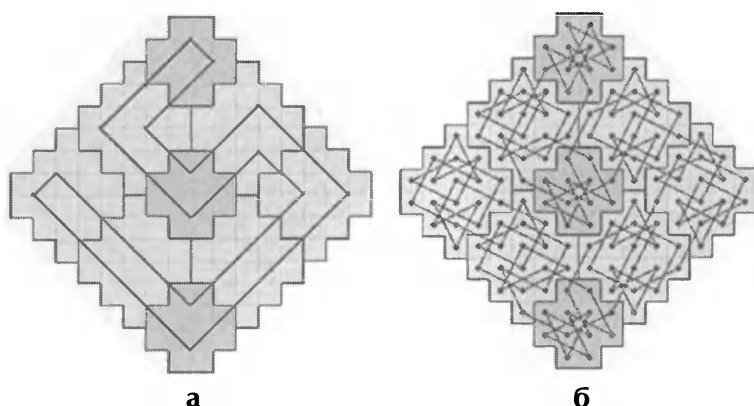


Рис. 46. Обход змейкой квадрата 8-го порядка.

Аналогично строятся маршруты коня для всех квадратов порядка $n=3k+2$ ($n=8$ – частный случай), отличие в разбиении квадрата на базовые фигуры (это зависит от его порядка n). Разбиение ступенчатых квадратов порядка $n=3k$ и $n=3k+1$ на базовые фигуры показано на рис. 47, а, б (для $k=3$, $n=9$ и $n=10$).

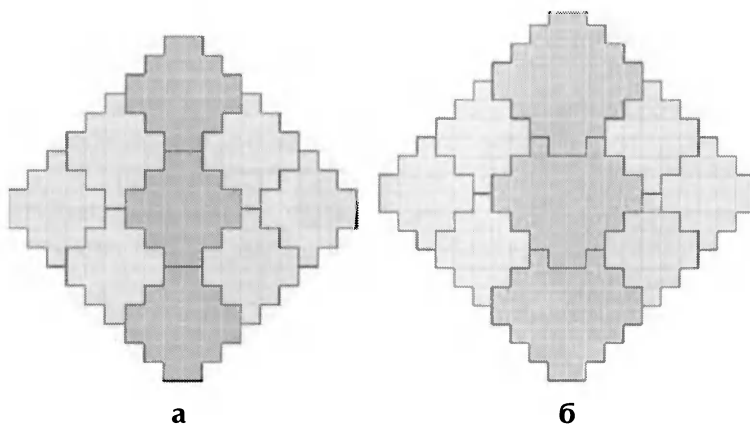


Рис. 47. Разбиение квадратов 9-го и 10-го порядка.

Имея обходы для каждой фигуры (все они базовые) и перекидывая мостики «змеевидным» способом, получаем необходимый маршрут – для наших случаев соответственно на рис. 48, а, б.

Рассмотренный метод позволяет находить необходимый маршрут коня по всем полям ступенчатого квадрата любого порядка.

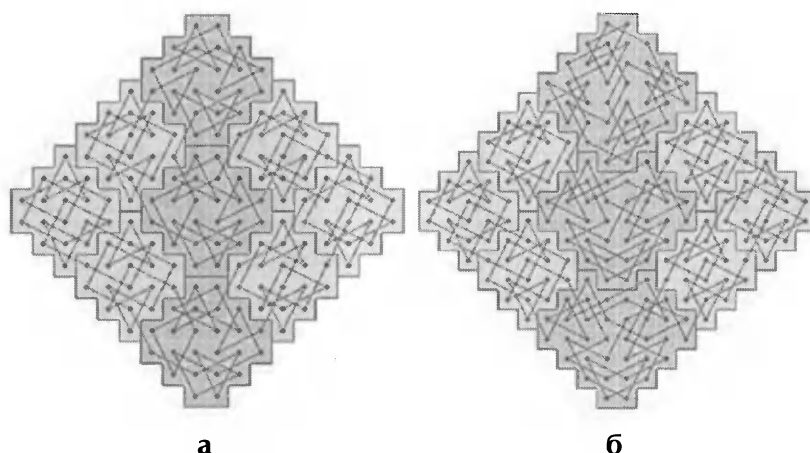


Рис. 48. Обход ступенчатых квадратов.

До сих пор мы рассматривали разные доски, но можно изменить и сам ход коня. Стандартный конь перемещается на одно поле вдоль одной линии и на два поля вдоль другой, то есть это фигура $(1, 2)$. В общем случае фигура (a, b) ходит на a и b полей вдоль двух направлений. Фигуры, которые возникают при различных a и b , в шахматной композиции (в разделе сказочных или фантастических шахмат) называются сказочными, например, фигура $(1, 3)$ — это верблюд. Подробнее о них пойдет речь в главе 16, посвященной сказочным шахматам.

При каких a и b фигура (a, b) с произвольного поля бесконечной доски может попасть на любое другое?

Достаточно выяснить, при каких условиях фигура (a, b) может перейти с данного поля на соседнее по вертикали и горизонтали. Решение задачи требует использования аппарата теории чисел, и сразу дадим ответ: a и b должны иметь разную четность и быть взаимно просты.

Для обычного коня $(1, 2)$ условия выполняются, и поэтому он может попасть на любое поле бесконечной доски (разумеется, классической шахматной — тоже). А вот верблюд $(1, 3)$ занимает только поля того же цвета, что исходное (оба числа 1 и 3 нечетны).

Любопытно, что если на рассмотренной выше необычной доске — рис. 39 — у коня нет обходного маршрута по всем ее полям, то у верблюда есть. Конечно, имеются в виду только «свои», черные поля, которые верблюд в состоянии посетить. При этом его маршрут является замкнутым — он показан на рисунке.

Глава 4

ФЕРЗЬ-БОГАТЫРЬ

Если конь – самая хитрая фигура, то ферзь – сильнейшая, богатырь на шахматной доске. Возможности ферзя чрезвычайно велики, и в шахматной математике он серьезно конкурирует с конем. Подобно тому, как среди головоломок о коне лидирует задача о ходе коня, так среди головоломок о ферзе – самая популярная задача о восьми ферзях. Ей посвящена следующая глава. А пока разные оригинальные задачи.

Одну из них придумал М. Мамикон.

Может ли один белый ферзь перегнать черного короля из левого нижнего угла маленькой доски 4x3 (рис. 49) в ее правый верхний угол?

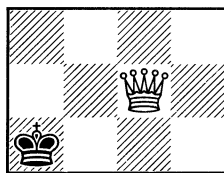


Рис. 49. Как перегнать короля из угла в угол?

Покажем сначала, как загнать короля в соседний угол: 1. ♛d2 ♚b1 2. ♛c3 ♚a2 3. ♛c1 ♚b3 4. ♛d2 ♚a3, и цель достигнута. Перегнать короля в противоположный угол труднее: 1. ♛c3+ ♚a2 2. ♛c1 ♚b3 3. ♛a1 ♚c2 4. ♛a2+ ♚c3 (4... ♚c1 «проигрывает» быстрее: 5. ♛b3 ♚d2 6. ♛b1 ♚c3 7. ♛a2 ♚d3) 5. ♛b1 ♚d2 6. ♛b2+ ♚d1. Возникла позиция, симметричная исходной, но теперь короля нужно загнать уже в ближайший угол, что мы умеем делать. 7. ♛a2! ♚c1

8. ♖b3 ♔d2 9. ♖b1 ♔c3 10. ♖a2 ♔d3. Предполагается, конечно, что белые сохраняют своего ферзя, иначе решение на ход короче: 6. ♖d3+! ♔c1 7. ♖b3 ♔d2 8. ♖b1 ♔c3 9. ♖a2 ♔d3.

Аналогичным образом короля можно загнать в любой угол прямоугольной доски *тхи* большего размера. Но, что удивительно, на квадратных досках, в том числе на обычной 8x8, завлечь его на угловые поля, ближайшие к исходному, невозможно. Король блуждает между двумя противоположными углами, и ферзь не в состоянии отвлечь его от этой траектории.

В следующей головоломке, которая носит более реалистический характер, белому ферзю, по сути, тоже надо загнать неприятельского короля (без поддержки собственного!) в один из углов доски.

ЗАДАЧА О НЕПРИКОСНОВЕННОМ КОРОЛЕ. Белый король стоит на с6 и не имеет права двигаться. На доске также белый ферзь и черный король (например, рис. 50). Всегда ли белые могут объявить мат черному королю?

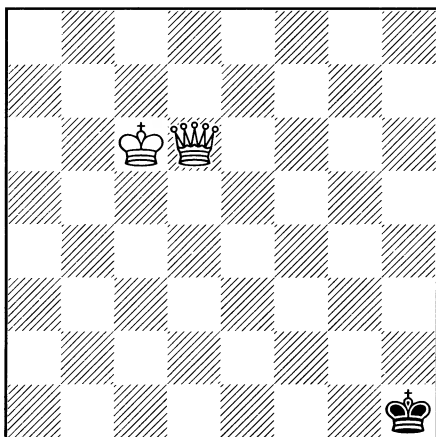


Рис. 50. Неприкосновенный король.

Хотя эта головоломка, известная еще в XIX веке, занимательна по форме, она требует серьезного анализа. Любопытно, что даже гроссмейстеры, познакомившись с ней, сначала приходят к выводу, что в данном положении заматовать короля невозможно. Правда, если сильного шахматиста предупредить, что мат есть, он его в конце концов находит.

В конце 1960-х годов математики А. Брудно и И. Ландау для решения задачи решили привлечь компьютер. Рассматривались различные положения неприкосновенного короля. И оказалось, что мат ставится только тогда, когда он стоит на поле с6 или на одном из симметричных ему — с3, f3, f6. При короле в третьем ряду (3-я и 6-я горизонталь, вертикали «с» и «f») мат возможен лишь в исключительных случаях, в других ситуациях вообще отсутствует матовая позиция.

Машина доказала, что, где бы ни находились белый ферзь и черный король, при неприкосновенном белом короле на указанных полях мат ставится не позднее 23-го хода. Позиция на рис. 50 как раз является рекордной по длительности игры. Прежде всего короля надо загнать в один из углов, а1 или h8.

1. ♖h6+ ♔g2 2. ♖h4 ♔g1 3. ♖h3 ♔f2 4. ♖g4 ♔f1 5. ♖g3 ♔e2 6. ♖f4 ♔e1 7. ♖f3 ♔d2 8. ♖e4 ♔d1 9. ♖e3 ♔c2 10. ♖d4 ♔c1 11. ♖d3 ♔b2 12. ♖c4 ♔a1.

Наконец черный король в углу. Теперь белые используют известный *метод треугольника* и подталкивают его ближе к своему неподвижному предводителю. 13. ♖b4 ♔a2 14. ♕d4! ♚b1 15. ♖c3! ♔a2 16. ♖c1! ♚b3 17. ♕d2 ♔c4 18. ♖e3 ♚b4 19. ♕d3 ♔a4 20. ♖b5+ ♔a3 21. ♖b1! ♔a4 22. ♖b2 ♔a5 23. ♖a3X. Как видим, белому ферзю пришлось проявить немало изобретательности, чтобы справиться с неприятельским королем. Интересно, что эта шахматная задача была первой, с которой компьютер справился раньше, чем шахматист...

Но как компьютер это сделал? В распоряжении белого ферзя каждый раз выбор примерно из двадцати возможностей, у черного короля — из пяти, то есть вариантов ход-ответ около 100 (белый король, естественно, не в счет).

Однако полный машинный перебор на глубину 20 ходов нереален даже при таком скромном материале: $100^{20} = 10^{40}$ — астрономическое число. Однако полный перебор в окончаниях никогда не используется, а применяется *ретроспективный анализ* или, иначе, метод ранжирования, где расчет идет не вперед, а назад. Покажем на этом примере, как действует указанный метод.

В данном случае белый король прикован к полю c6, а в распоряжении двух других фигур имеется около 60 полей, то есть всего положений меньше 4000, с учетом очереди хода — 8000. Все они легко умещаются в памяти машины. Среди них выделим множество позиций с матом черному королю (мат в 0 ходов) — $РЧ_0$ — нулевого ранга. Алгоритм ранжирования состоит в том, что для каждого $i=0, 1, \dots$ осуществляется следующая двухэтапная процедура.

1) Рассмотрим все неранжированные позиции с ходом белых. Если в какой-то из них у ферзя есть хоть один ход, ведущий в $РЧ_i$, то она относится к рангу $i+1$. Множество всех таких позиций — $РБ_{i+1}$ (в $РБ_i$ белые ставят мат в 1 ход).

2) Рассмотрим все неранжированные позиции с ходом черных. Если в какой-то из них любой ход короля ведет к ранжированной (с ходом белых), то она тоже относится к рангу $i+1$ (меньший ранг получить не может, так как тогда была бы ранжирована раньше). В итоге мы имеем $РЧ_{i+1}$.

Работа алгоритма заканчивается, когда при очередном значении i не возникает новых ранжированных позиций. Ранг данной позиции — число ходов, за которое черный король получает мат при наилучших действиях обеих сторон. Разумеется, данная схема применяется гораздо шире — при исследовании тех или иных классов окончаний. Об этом речь пойдет в последних главах книги.

Головоломка о неприкосновенном короле довольно занята, но с точки зрения шахматиста имеет один дефект: в нормальной игре королю не запрещено ходить, и, стало быть, она несколько искусственная. Однако профессор из Австрии И. Галумбирек придумал одну необычную конструкцию, где идея «неприкосновенности» реализуется при полном соблюдении шахматного кодекса.

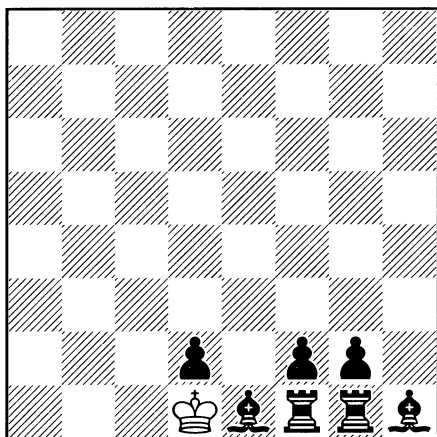


Рис. 51. Клубок фигур завязан.

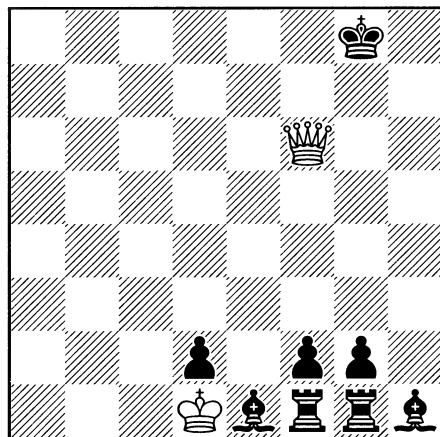


Рис. 52. Мат в 17 ходов.

Клубок фигур на рис. 51 зафиксирован, а вот белому ферзю и черному королю разрешается находиться где им заблагорассудится. Итак, королю белых не запрещено двигаться (формальных ограничений нет), но он сам не может позволить себе такое удовольствие: после ♔c2(e2) d1♚+ черные фигуры вырываются на свободу.

В середине прошлого века Галумбирек опубликовал целую серию задач с различным положением белого ферзя и черного короля, одна из них дана на рис. 52.

В данной задаче, как и во всех родственных ей, ферзь загоняет неприятельского короля на поле h2, после чего следует ♚h4X.

1. ♚e7! ♔h8 2. ♚g5 ♔h7 3. ♚e5! ♔g8 4. ♚f6 ♔h7 5. ♚f8 ♔g6 6. ♚e7 ♔f5 7. ♚d6 ♔e4 8. ♚c5 ♔d3 9. ♚b4 ♔e3 10. ♚c4 ♔f3 11. ♚d4 ♔g3 12. ♚e4 ♔h3 13. ♚e6+! ♔g3 14. ♚f5 ♔h4 15. ♚g6 ♔h3 16. ♚g5 ♔h2 17. ♚h4X.

В те годы решение задачи – кратчайший путь к мату – искали без помощи машины. Но после того как был открыт ретроанализ, изучением схемы Галумбирека занялась машина. И в результате она, с одной стороны, убедилась в корректности всех предложенных ранее задач, а с другой, нашла ряд новых интересных позиций, в том числе рекордную по длительности игры – решение в ней оказалось почти вдвое длиннее (рис. 53).

Вот как при наилучшей игре обеих сторон ферзь заманивает черного

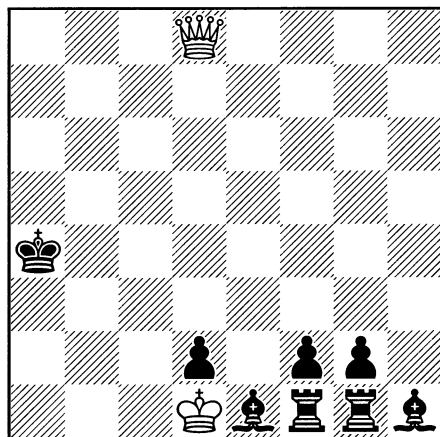


Рис. 53. Мат в 32 хода.

короля на поле h2: 1. ♖a8+ ♜b3 2. ♖a1 ♜b4 3. ♖a2 ♜b5 4. ♖a3 ♜b6 5. ♖a4 ♜b7 6. ♖a5 ♜b8 7. ♖a6 ♜c7 8. ♖b5 ♜c8 9. ♖b6 ♜d7 10. ♖c5 ♜d8 11. ♖c6 ♜e7 12. ♖d5 ♜e8 13. ♖d6 ♜f7 14. ♖e5 ♜f8 15. ♖e6 ♜g7 16. ♖f5 ♜h8 17. ♖g5 ♜h7, и на доске позиция, возникшая после двух ходов предыдущего решения: $17+15 = 32$.

Компьютер доказал, что если черный король находится вне квадрата a1, a2, b1, b2, то ферзь загоняет его на критическое поле h2 и ставит мат не позднее 32-го хода; если же королю удастся прорваться в левый нижний угол доски, то из этой крепости его вообще не выманить. Впрочем, неожиданно выяснилось, что при черном короле на a1 и белом ферзе на одном из девяти полей, с которых он контролирует поле d1 (d3, d5, d6, d7, d8, e2, f3, g4, h5), король получает мат и в самом «надежном» месте: 1. ♜c2! d1♖+ (при 1...♜a2 следует мат по линии «a») 2. ♖:d1+ ♜a2 3. ♖b1+ ♜a3 4. ♖b3X. Но это решение, как говорят композиторы, не тематическое, а возникло случайно.

Следующая задача также служит иллюстрацией возможностей ферзя-богатыря.

На бесконечной доске находятся два белых ферзя и черный король. За сколько ходов белые могут поставить мат?

Каковы бы ни были размеры доски — даже если она бесконечная! — и где бы ни стояли фигуры, мат дается не позднее четвертого хода. Первым ходом один из ферзей объявляет шах, скажем, по вертикали. В ответ на отступление короля на одну из соседних линий вторым ходом другой ферзь, с помощью первого, зажимает короля на двух вертикалях (доска на рис. 54 — фрагмент бесконечной).

Теперь на любое движение короля следует горизонтальный шах и мат следующим ходом, например: 2...♜e4 3. ♖c4+ ♜e5 (e3) 4. ♖ff4X.

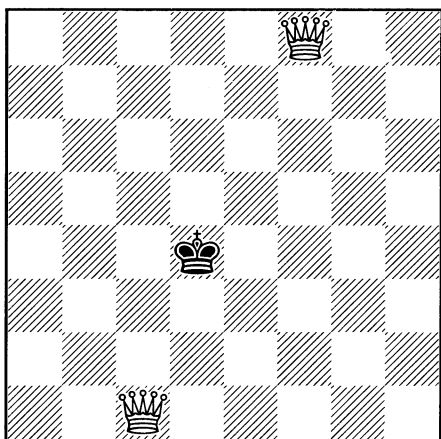
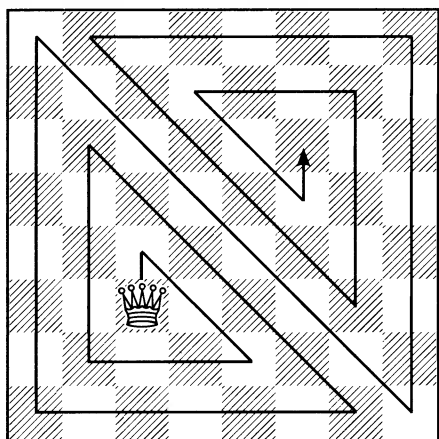


Рис. 54. Мат на бесконечной доске.

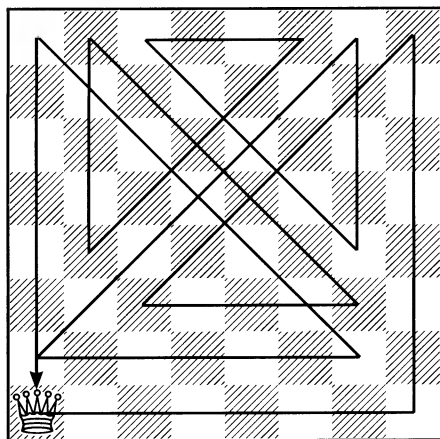
Головоломки о маршрутах интересны для всех фигур, не только для коня.

За какое наименьшее число ходов ферзь обойдет всю доску (останавливаясь на каждом поле необязательно)?

Открытый маршрут на рис. 55, а состоит из 15 ходов. Но если разрешить ферзю пробегать мимо некоторых полей дважды, то один ход можно сэкономить — рис. 55, б. Этот 14-ходовый маршрут замкнут и, как и все кратчайшие, самопересекается.



а



б

Рис. 55. Маршруты ферзя по доске.

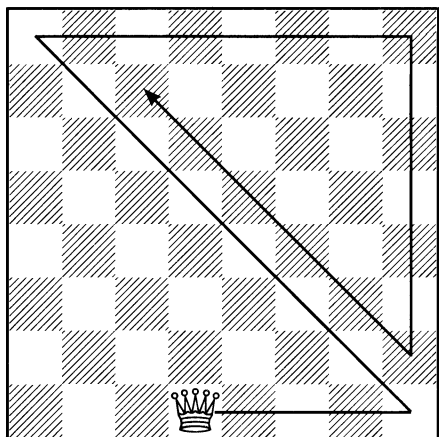
Какой геометрически самый длинный несамопересекающийся путь может сделать ферзь за пять ходов, начиная с d1?

Искомый путь ферзя показан на рис. 56, а, но чаще предлагается путь на рис. 56, б. Число полей в нем действительно больше ($31 > 29$), однако геометрически он короче. Считая ширину поля за 1, для длин двух путей имеем:

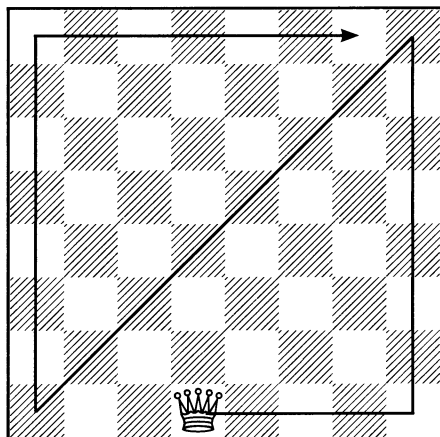
$$d_1 = 4 + 7\sqrt{2} + 7 + 6 + 5\sqrt{2} = 17 + 12\sqrt{2};$$

$$d_2 = 4 + 7 + 7\sqrt{2} + 7 + 6 = 24 + 7\sqrt{2}.$$

Итак, $d_1 - d_2 = 5\sqrt{2} - 7 \approx 0,07$, то есть первый путь лишь на сотые доли, но все-таки длиннее второго.



а

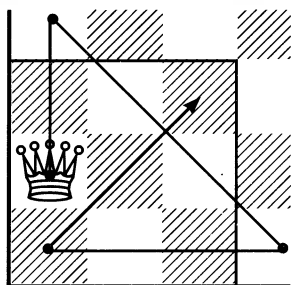


б

Рис. 56. Путь ферзя за пять ходов.

На очереди одна полусерьезная-полушуточная головоломка.

Может ли ферзь за четыре хода обойти все поля доски 3×3 ?



На рис. 57 показан путь ферзя по всем полям маленькой доски. А шутка заключается в том, что достичь цели можно лишь дважды покидая доску 3×3 .

Рис. 57.

Обойти доску 3×3 за четыре хода.

ЗАДАЧА О ФЕРЗЯХ-ЧАСОВЫХ. Около каждой тюремной камеры можно поставить часового. Находясь у одной из них, часовый видит, что происходит в других, от которых к данной ведут коридоры. Какое наименьшее число часовых требуется для наблюдения за всеми камерами?

Если шахматную доску рассматривать как тюрьму (да простят нам шахматисты такую аналогию), причем ее поля считать камерами, а вертикали, горизонтали и диагонали — коридорами, то часовыми естественнее всего назначить ферзей, которые ведут наблюдение во всех направлениях. При этом задача о часовых приобретает следующую шахматную формулировку.

Какое наименьшее число ферзей достаточно расставить на доске так, чтобы они контролировали все ее свободные поля?

Оказывается, пять ферзей вполне способны справиться с шахматной «тюрьмой», а четырех уже недостаточно — по меньшей мере два поля останутся без присмотра. Например, при ферзях на a2, b6, e1 и f5 не атакованы поля g7 и h8. Эта расстановка, в которой ферзи образуют квадрат, интересна еще и тем, что достаточно добавить к ней всего одну пешку g7, чтобы все свободные поля попали под удар. Доказано, что всего имеется 4860 расстановок пяти ферзей-часовых. На рис. 58, а ферзи держат все свободные поля доски, но сами друг за другом не следят. А на рис. 58, б они стоят на одной диагонали и, значит, охраняют всю доску, включая поля, занятые ими самими.

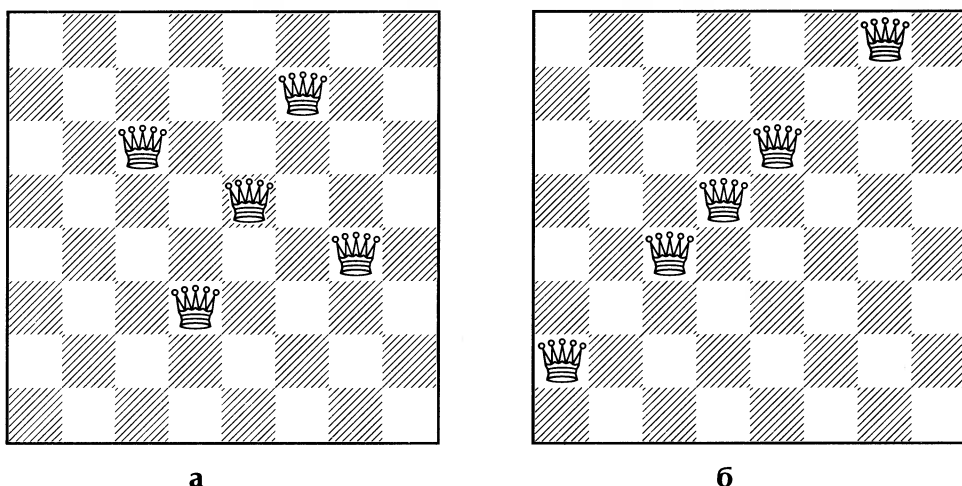


Рис. 58. Пять ферзей-часовых.

С увеличением размеров доски необходимое число ферзей-часовых, естественно, возрастает. Любопытно, однако, что пяти ферзей хватает и для контроля над всеми свободными полями на досках 9×9 , 10×10 и даже 11×11 . На рис. 59 расположение ферзей показано сразу для трех этих досок. Внутренний квадрат — доска 9×9 ; квадрат, который получается при отрезании верхней горизонтали и правой вертикали, — доска 10×10 ; наконец, внешний квадрат — доска 11×11 .

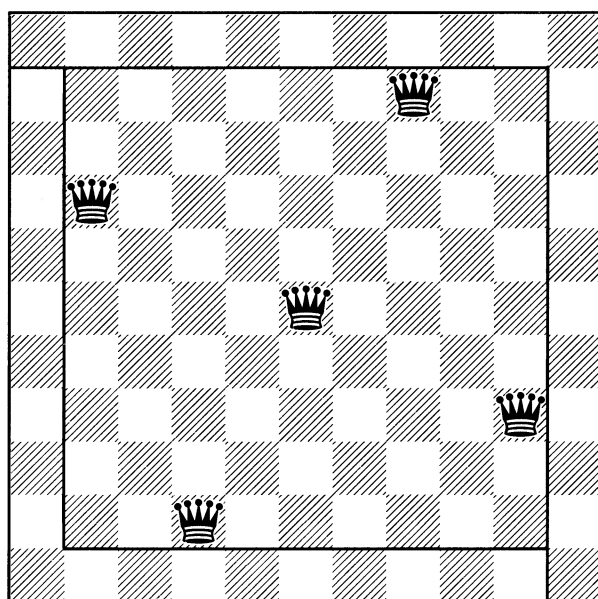


Рис. 59. Ферзи-часовые на трех досках.

В общем случае для доски $n \times n$ задача очень сложная, и получены лишь оценки для наименьшего числа $p(n)$ ферзей-часовых, охраняющих все ее свободные поля:

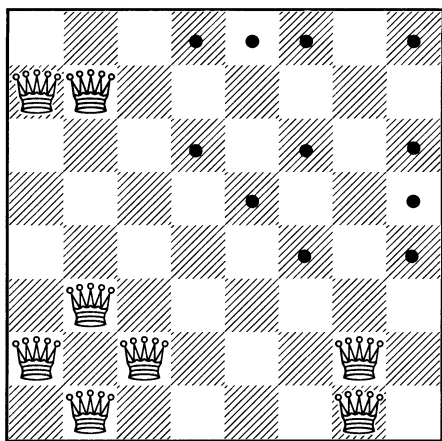
$$n/2 - 1/2 \leq p(n) \leq 5n/8 + 16\sqrt{n}.$$

Расставить на доске восемь ферзей так, чтобы вне их контроля оказалось наибольшее число полей.

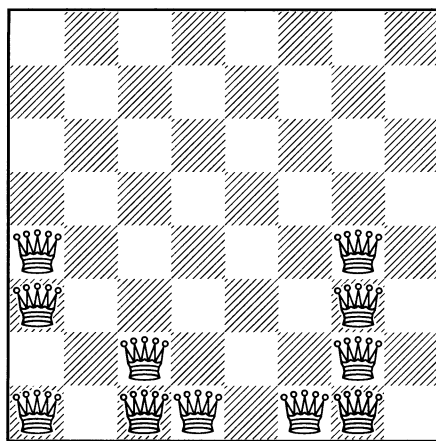
В этой старинной задаче, наоборот, ферзей требуется поставить так неуклюже, чтобы побольше полей оказалось вне их контроля. Искомое число равно 11, — на рис. 60, а свободные поля помечены точками. Всего существует семь принципиально разных расстановок, удовлетворяющих условию задачи, но данная позиция самая симпатичная...

Расставить наибольшее число ферзей-часовых так, чтобы при снятии любого из них на доске появлялось одно безопасное поле.

Эту головоломку связывает с предыдущей общий ответ — 11 ферзей (рис. 60, б).



а



б

Рис. 60. Два рекорда с 11 полями.

Какое наименьшее число ферзей достаточно расставить на доске $n \times n$ так, чтобы на каждой вертикали, горизонтали и диагонали стоял хотя бы один?

Убедимся, что при четных n достаточно $2n$ ферзей (в частности, 16 на доске 8×8 – рис. 61, а), а при нечетных – $2n+1$ (19 на доске 9×9 – рис. 61, б). При четных n на каждой из линий, помеченных отрезками (рис. 61, а), должен стоять ферзь. Всего отрезков $2n$, столько и нужно ферзей.

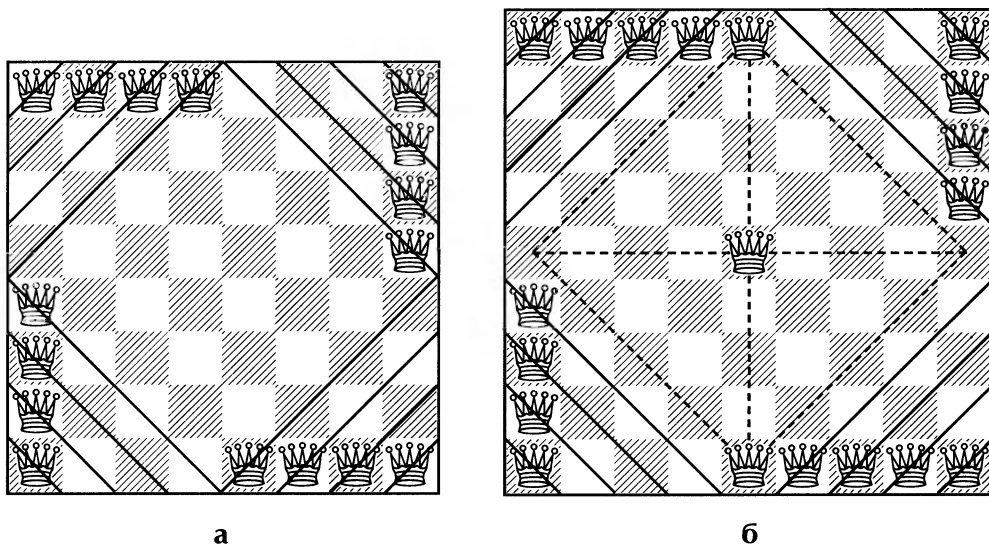


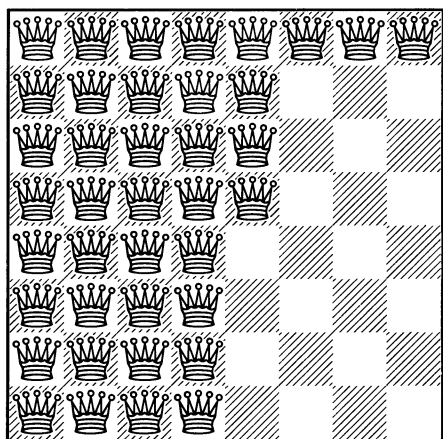
Рис. 61. На каждой линии ферзь.

При нечетных n на каждом из сплошных отрезков, расположенных вне пунктирного квадрата, должен стоять ферзь, таких отрезков $2n-2$. На каждом из пунктирных отрезков (рис. 61, б) тоже должен стоять ферзь. Значит, придется добавить еще трех: если ограничиться двумя, то их надо поставить в противоположные вершины пунктирного квадрата, но тогда останется свободной его диагональ (пятая горизонталь доски 9×9). Итак, всего нужно $2n+1$ ферзей.

Желающим предлагаем обобщить задачу для произвольной прямоугольной доски $m \times n$.

Какое наибольшее число ферзей можно расставить на доске, если поле $e4$ запрещено и никакие два не могут стоять на полях, симметричных относительно этого поля?

Все поля кроме первой вертикали, последней горизонтали и самого поля $e4$ можно разбить на пары, симметричные относительно $e4$, таких пар 24. По ус-



**Рис. 62. На доске 39
«несимметричных» ферзей.**

ловию, на полях каждой пары стоит не более одного ферзя. Кроме того, ими можно заполнить всю первую вертикаль и последнюю горизонталь, всего 15 полей. Поле е4 запрещено, и получаем 39 ферзей (рис. 62).

Глава 5

ЗАДАЧА О ВОСЬМИ ФЕРЗЯХ

Данная глава посвящена одной из самых знаменитых, наряду с задачей о ходе коня, головоломок. Она содержится чуть ли не в любой книге по занимательной математике.

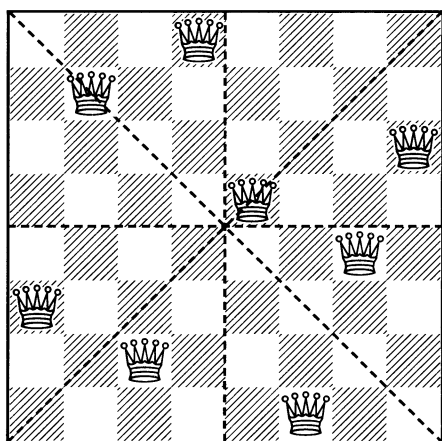
Сколькими способами можно расставить на доске восемь ферзей так, чтобы они не угрожали друг другу, то есть никакие два не стояли на одной вертикали, горизонтали и диагонали?

Если задачей о ходе коня занимался великий Леонард Эйлер, то задача о восьми ферзях в середине XIX века привлекла внимание другого великого математика — Карла Гаусса.

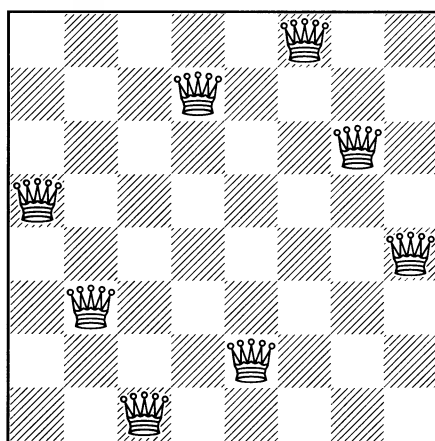
Конечно, в шахматах фигуры одного цвета не могут угрожать друг другу. И когда мы говорим, пользуясь общепринятой в шахматной математике терминологией, что две фигуры угрожают друг другу (нападают, находятся под ударом, атакуют, бьют и т. д.), то имеется в виду лишь то, что поля, на которых они стоят, связаны между собой ходом этой фигуры. А если несколько фигур в этом смысле не угрожают друг другу, то для удобства мы их называем мирными.

Очевидно, больше восьми мирных ферзей расставить на доске невозможно (хотя бы на одной вертикали и горизонтали их окажется не меньше двух). А найти то или иное решение несложно, на рис. 63, а-г представлены четыре расстановки. Гораздо труднее подсчитать общее число решений, в чем собственно и состоит задача.

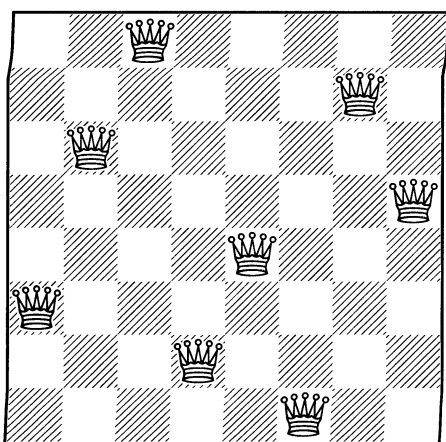
Любопытно, что многие авторы приписывают головоломку самому К. Гауссу. На самом деле, она была поставлена в 1848 году немецким шахматистом М. Беццелем. Доктор Ф. Найдт обнаружил 60 решений и опубликовал их в газете *Illustrierte Zeitung* 1 июня 1850-го, спустя два года. Лишь после этого Гаусс заинтересовался задачей и нашел 72 решения, которые сообщил в письме к своему другу астроному Шумахеру 2 сентября того же года. Полный же набор



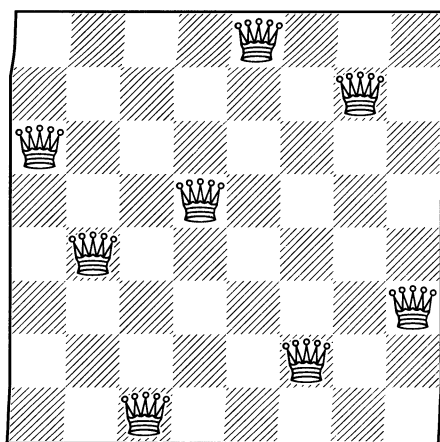
а



б



в



г

Рис. 63. Задача о восьми ферзях.

решений, состоящий из 92 расстановок, получил всё тот же Наук. Он привел их в упомянутой газете от 21 сентября 1850-го. Эта хронология установлена исследователем математических развлечений В. Аренсом.

Строгое доказательство того, что всего имеется 92 расстановки, было получено лишь в 1874 году английским математиком Д. Глэшером (при помощи теории определителей). Забегая вперед, отметим, что основных решений имеется только двенадцать. Известно много способов эффективного поиска расстановок ферзей — Пермантье, Ла-Ное, Гюнтера, Глэшера, Лакьера и др.

В наш компьютерный век задача не вызвала бы столь живой интерес. Ведь достаточно составить несложную программу, и сразу после введения ее в машину все необходимые позиции будут найдены. Надо сказать, что эта ком-

бинаторная головоломка содержится во многих учебниках по программированию, так как служит хорошим примером для создания алгоритма решения переборной задачи. Она достаточно типична, а алгоритм решения в удобной и компактной форме первым записал известный математик А. Брудно.

Общая идея поиска расстановок такова. Первого ферзя ставим на какое-нибудь поле вертикали «а»; второго — на вертикаль «b», но чтобы он не нападал на первого; третьего — на вертикаль «с», но чтобы он не угрожал первым двум и т. д. Так продолжаем до тех пор, пока восьмой, последний ферзь не займет свое законное место на вертикали «h». Если в какой-то момент не найдется свободного места на следующей вертикали, делаем шаг назад — переставляем ферзя на другое место предыдущей вертикали и снова идем вперед. Если и эта попытка не увенчается успехом, отступаем еще на одну вертикаль, а потом снова движемся вперед. Найдя одну из расстановок ферзей, удаляем восьмого ферзя, а для седьмого ищем новое место на вертикали «g». Дальше в зависимости от обстоятельств продвигаемся вперед или назад по той же схеме. Конечно, иногда придется переставлять и самого первого ферзя на вертикали «а». Поменяв его место, вновь идем вперед. В конце концов возникнет ситуация, когда мы не сумеем найти ни одной новой расстановки. Работа алгоритма закончена, все решения получены, попутно найдено и их число.

Нашим рассуждениям можно придать более строгий вид. Заметим, что в них используются три вида движения: «вперед», когда закреплено положение i -го ферзя и мы переходим к $(i+1)$ -му; «вбок» — в процессе нахождения места для этого $(i+1)$ -го; наконец, «назад» — если $(i+1)$ -го ферзя поставить не удалось и надо менять место i -го.

После этого словесного описания легко нарисовать блок-схему алгоритма решения задачи о восьми ферзях — в виде отдельных шагов его работы (табл. 1). Здесь через i обозначен номер очередной вертикали в алгоритме, а через j — номер горизонтали для ферзя i -й вертикали ($i, j=1, 2, \dots, 8$). Убедитесь сами, что данная блок-схема действительно отвечает алгоритму решения задачи. В определенном смысле данный алгоритм напоминает ретроспективный метод, описанный в предыдущей главе.

Для ускорения алгоритма существуют разные способы. Например, при фиксировании места для очередного ферзя можно запоминать не только его горизонталь, но и диагональ. Тогда при движении «вперед» ставить ферзя на эти линии нет смысла, и алгоритм работает быстрее.

Среди 92 решений можно выделить 12 основных, которые не переходят друг в друга при поворотах и зеркальных отражений доски, а любая другая расстановка возникает из какой-то основной при помощи этих преобразований. Вот один из наборов основных расстановок:

- 1) рис. 63, а;
- 2) рис. 63, б;
- 3) a4, b1, c5, d8, e6, f3, g7, h2;
- 4) a4, b2, c5, d8, e6, f1, g3, h7;
- 5) a4, b2, c7, d3, e6, f8, g1, h5;

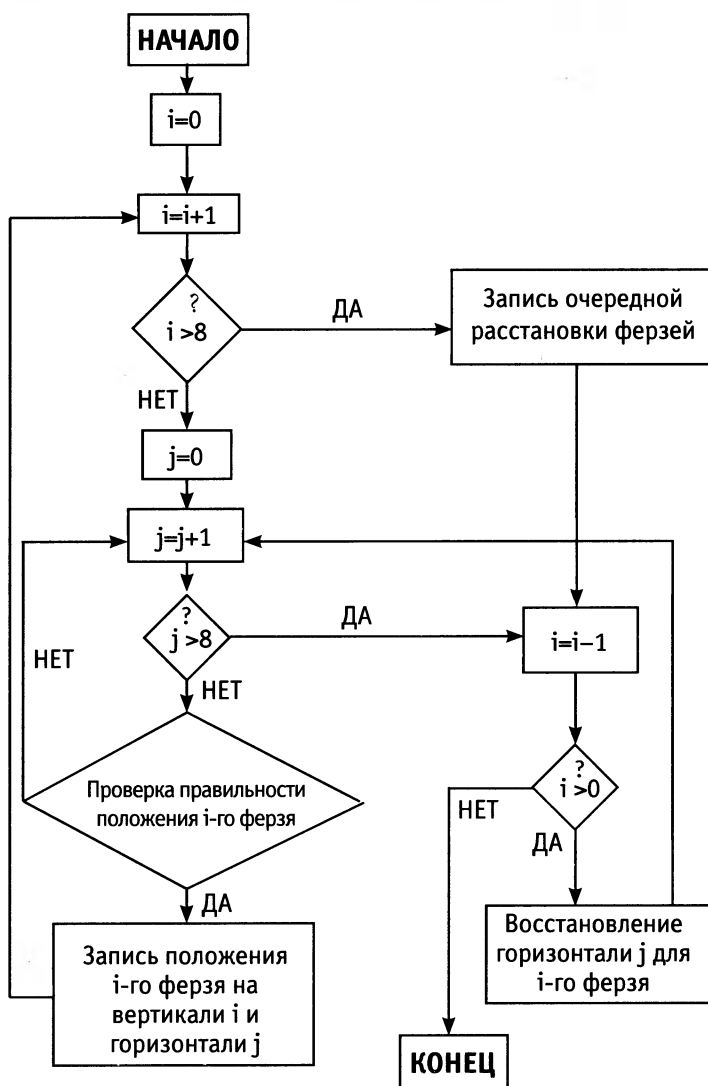


Табл. 1. Блок-схема алгоритма решения задачи о восьми ферзях.

- 6) a4, b2, c7, d3, e6, f8, g5, h1;
- 7) a3, b5, c2, d8, e6, f4, g7, h1;
- 8) a4, b1, c5, d8, e2, f7, g3, h6;
- 9) a4, b7, c3, d8, e2, f5, g1, h6;
- 10) a6, b4, c2, d8, e5, f7, g1, h3;
- 11) a4, b8, c1, d5, e7, f2, g6, h3;
- 12) a4, b2, c7, d5, e1, f8, g6, h3.

Остальные 80 получаются из этих 12 при помощи поворотов и отражений доски*). Например, из расстановки на рис. 63, а при повороте доски по часовой стрелке на 90° возникает расстановка на рис. 63, в, а при зеркальном отражении (относительно вертикальной линии, разделяющей фланги) — на рис. 63, г. Новые повороты и отражения (относительно других линий) дают еще пять расстановок, всего с учетом исходной — восемь.

Аналогично другие основные расстановки порождают восемь решений, исключение — для расстановки на рис. 63, б — она дает только одну новую при повороте доски и две при отражении, итого четыре. Итак, всего имеем $11 \times 8 + 1 \times 4 = 92$ расстановки восьми ферзей, не угрожающих друг другу.

Каждая из расстановок мирных ферзей обладает теми или иными свойствами, скажем, на рис. 63 а, в, г никакие три ферзя не стоят на одной прямой, проведенной через центры полей (имеются в виду не только прямые параллельные вертикалям, горизонталям и диагоналям доски, но и с любыми углами наклона). Расстановка на рис. 63. б отличается отсутствием ферзей в центре доски (квадрате 4×4) и на главных диагоналях и т.д.

Всякое решение задачи о восьми ферзях можно записать в виде набора (t_1, t_2, \dots, t_8) , представляющего собой перестановку чисел 1, 2, ..., 8. Здесь t_i — номер горизонтали, на которой стоит ферзь i -й вертикали. Так как никакие два ферзя не находятся на одной линии, то, с одной стороны, все числа t_i различны, а с другой, для любых i, j ($i < j \leq 8$) имеем: $|t_i - t_j| \neq j - i$.

Возьмем две перестановки (1, 2, ..., 8) и (8, 7, ..., 1) и сложим числа каждой из них с числами произвольной другой, например (3, 7, 2, 8, 5, 1, 4, 6):

$$\begin{array}{rcl}
 + \begin{array}{cccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & 7, & 8 \\ 3, & 7, & 2, & 8, & 5, & 1, & 4, & 6 \\ \hline 4, & 9, & 5, & 12, & 10, & 7, & 11, & 14 \end{array} & + \begin{array}{cccccccc} 8, & 7, & 6, & 5, & 4, & 3, & 2, & 1 \\ 3, & 7, & 2, & 8, & 5, & 1, & 4, & 6 \\ \hline 11, & 14, & 8, & 13, & 9, & 4, & 6, & 7 \end{array}
 \end{array}$$

Полученные суммы образуют два набора: (4, 9, 5, 12, 10, 7, 11, 14) и (11, 14, 8, 13, 9, 4, 6, 7). Возникает следующая задача.

Какие перестановки чисел от 1 до 8 дают в результате указанной операции сложения два набора, в каждом из которых все элементы различны?

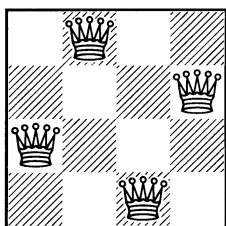
Задача о восьми ферзях заинтересовала Гаусса именно в связи с этой арифметической проблемой. Оказывается, между решениями шахматно-комбинаторной и числовой задач имеется, как говорят математики, взаимно однозначное соответствие: каждая расстановка восьми ферзей, не угрожающих друг другу, дает решение арифметической задачи, и наоборот. Для выбранной перестановки оба набора состоят из восьми разных чисел, и это не случайно — она соответствует первой основной расстановке ферзей (рис. 63, а).

*) Здесь и далее мы пользуемся традиционной терминологией. Конечно, система координат фиксирована, то есть сама доска неподвижна, и точнее было бы говорить о поворотах и отражениях не доски, а тех или иных позиций.

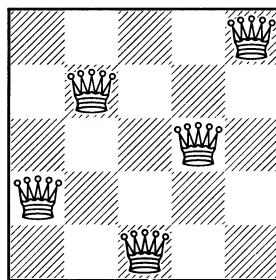
В математической литературе — и серьезной, и занимательной — популярной является более общая задача о ферзях.

ЗАДАЧА ОБ n ФЕРЗЯХ. Расставить n ферзей на доске $n \times n$ так, чтобы они не угрожали друг другу.

На доске 1×1 ферзь ставится на одно-единственное поле, и для $n=1$ задача решена. На доске 2×2 один ферзь держит под обстрелом все поля, на доске 3×3 умещаются только два мирных ферзя. Итак, для $n=2, 3$ задача не имеет решения. Эти два случая представляют собой исключение, для всех $n > 3$ можно расставить n мирных ферзей на доске $n \times n$. На рис. 64, а, б показаны необходимые расстановки на досках 4×4 и 5×5 .



а



б

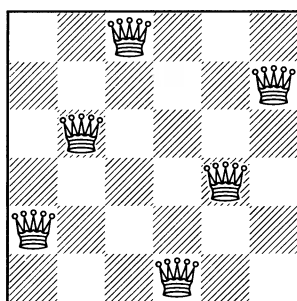
Рис. 64. Мирные ферзи на досках 4×4 и 5×5 .

Опишем одну из возможных схем расположения n ферзей, не угрожающих друг другу, на доске $n \times n$ при $n \geq 6$. Для этого рассмотрим отдельно три случая.

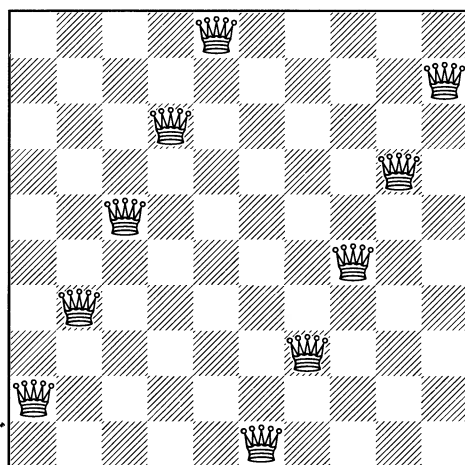
1) Пусть n четно. Тогда его можно представить в одном из трех видов: $n=6k$, $n=6k+2$ и $n=6k+4$, где $k \geq 1$. Для $n=6k$, $6k+4$ расположим одну половину ферзей на $n/2$ левых вертикалях доски ходом коня, начиная со второй горизонтали, а вторую половину — тем же способом на $n/2$ правых вертикалях, начиная с первой горизонтали. Расстановки на досках 6×6 и 10×10 , полученные таким способом, показаны на рис. 65, а, б.

2) Для досок $n=6k+2$ этот способ не годится, и будем действовать иначе. Расположим ферзей ходом коня со второй вертикали по $(n/2-2)$ -ю, начиная с третьей горизонтали, и далее с $(n/2+3)$ -й вертикали по $(n-1)$ -ю, начиная с шестой горизонтали. Свободными остаются шесть вертикалей и шесть горизонталей доски, и ферзей надо поставить на поля со следующими координатами: $(1, n-3)$; $(n/2-1, 1)$; $(n/2, n-1)$; $(n/2+1, 2)$; $(n/2+2, n)$; $(n, 4)$. При $n=14$ ($k=2$) имеем расстановку на рис. 65, в. На доске 8×8 ($k=1$) расстановка восьми ферзей совпадает с рис. 65, б, но уловить закономерность трудно.

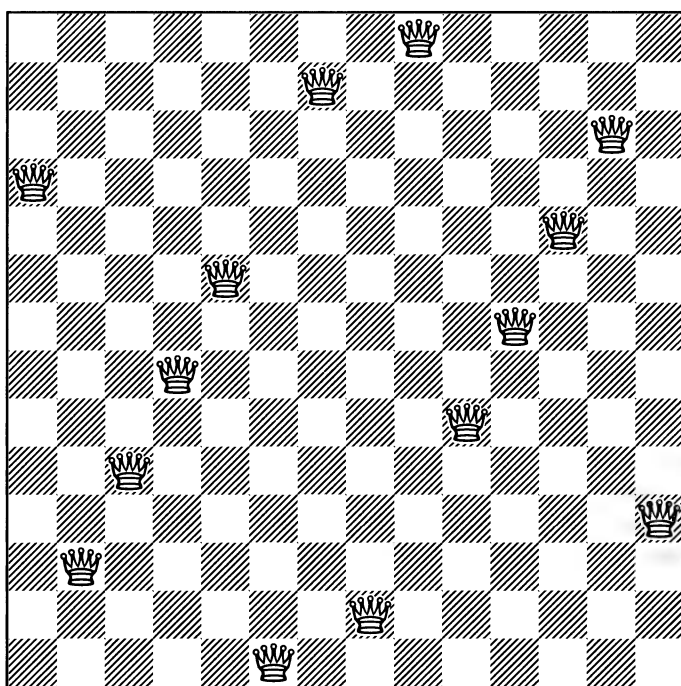
3) Осталось рассмотреть нечетные n . Обратим внимание, что во всех расстановках при четных n главная диагональ доски (идушая из левого нижнего угла в правый верхний) остается пустой. Учитывая это, на первых $n-1$ верти-



а



б



в

Рис. 65. Задача об n ферзях.

калях и $n-1$ горизонталях поставим $n-1$ ферзей, как это положено на четной доске (число $n-1$ четно), а затем n -го разместим в правом верхнем углу. Таким приемом наша популярная расстановка восьми ферзей (рис. 63, б) превращается в расстановку девяти мирных ферзей на доске 9×9 . Аналогично расста-

новка пяти ферзей на доске 5×5 (рис. 64, б) получилась из расстановки четырех на доске 4×4 (рис. 64, а).

В табл. 2 указано число решений задачи об n ферзях для n от 1 до 12. Нахождение общей формулы представляет собой весьма сложную проблему. Правда, для конкретных случаев можно обратиться к компьютеру, используя, например, описанный выше алгоритм. Для этого в «счетчиках» циклов блок-схемы (табл. 1) достаточно число 8 заменить соответствующим значением n .

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Число решений	1	0	0	2	10	4	40	92	352	724	2680	14200

Табл. 2. Число решений для различных досок.

При упомянутых выше преобразованиях доски в общем случае — для n мирных ферзей на доске $n \times n$ — возможны три варианта: 1) три поворота на 90° и четыре отражения приводят к семи новым расстановкам (а всего получаем восемь), исходная позиция — простая; 2) при одном повороте возникает новая расстановка, отражения дают еще две, исходная позиция — симметрическая; 3) при одном отражении получается новая расстановка, а повороты и другие отражения новых расстановок не дают, исходная позиция — дважды симметрическая. Для обычной доски каждая расстановка либо простая, либо симметрическая, дважды симметрических нет.

Заметим, что если рассматривать произвольные расстановки ферзей (им разрешается угрожать друг другу), то возможны и трижды симметрические позиции, никакие преобразования ничего нового не дают. Возьмем, например, расстановку восьми ферзей на доске 8×8 (рис. 66). Очевидно, при любых поворотах и отражениях доски она всегда остается на месте (в классической задаче о ферзях такие расстановки отсутствуют).

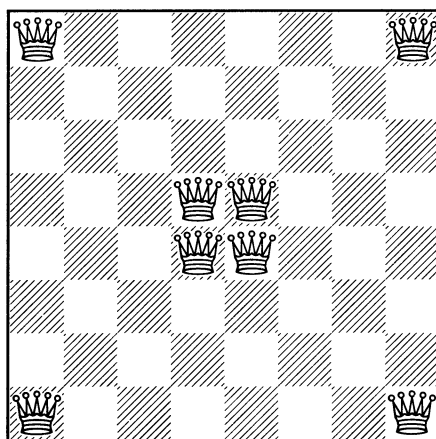


Рис. 66. Расстановка не меняется при любых преобразованиях доски.

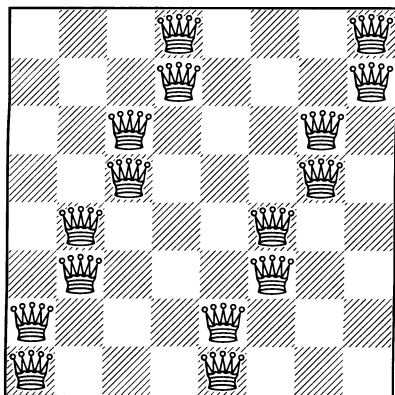
Итак, при переходе к доскам $n \times n$ расстановки ферзей могут приобретать дополнительные особенности. Заметим, что на доске 4×4 имеется всего одна основная расстановка, причем дважды симметрическая (рис. 64, а), а всего — две. На доске 5×5 основных расстановок две (на рис. 64, б показана одна из них), а общее число десять, причем из них можно выбрать пять таких, при наложении которых друг на друга 25 ферзей заполняют все поля доски.

В общем случае доказано, что n расстановок ферзей при наложении друг на друга могут заполнить всю доску $n \times n$ только при n , не кратных двум и трем. Из этого, в частности, следует, что на стандартной доске подобрать восемь расстановок, заполняющих все 64 поля доски, невозможно.

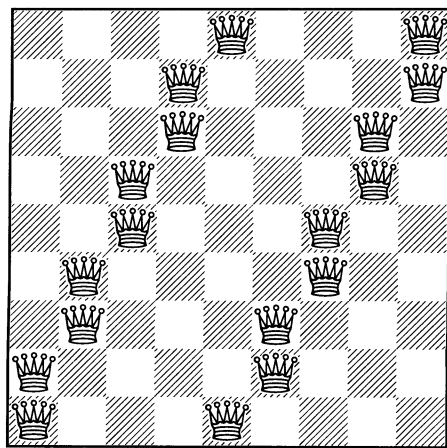
Обобщая арифметическое свойство решений задачи о восьми ферзях, получаем, что расстановка n ферзей (t_1, t_2, \dots, t_n) на доске $n \times n$ является искомой, если для любых i, j ($i < j \leq n$) имеет место: $|t_j - t_i| \neq |j - i|$. Таким образом, проблема n ферзей сводится к чисто математической задаче о нахождении перестановки чисел $1, 2, \dots, n$, удовлетворяющей указанному условию. Исследования на эту тему не раз публиковались в серьезных математических журналах.

Рассмотрим еще несколько задач о расстановках ферзей.

На доске $n \times n$ ($n > 1$) расставить $2n$ ферзей так, чтобы на каждой вертикали, горизонтали и диагонали стояло не больше двух из них.



а



б

Рис. 67. Задача о $2n$ ферзях.

На рис. 67, а показана расстановка 16 ферзей на доске 8×8 , а на рис. 67, б — 18 ферзей на доске 9×9 , обе они удовлетворяют условиям задачи. Первое решение легко обобщается для всех четных досок (ферзи располагаются парами), а второе — для всех нечетных (одна пара разбивается).

Расставить 16 ферзей так, чтобы ни на одной линии не стояло больше двух.

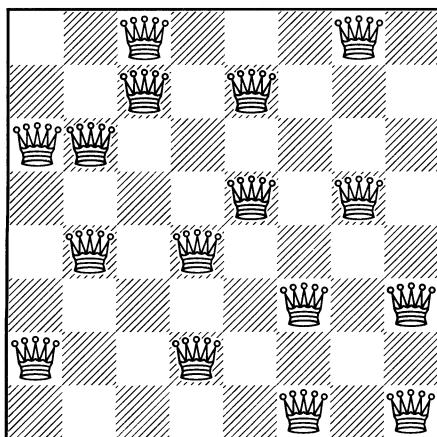
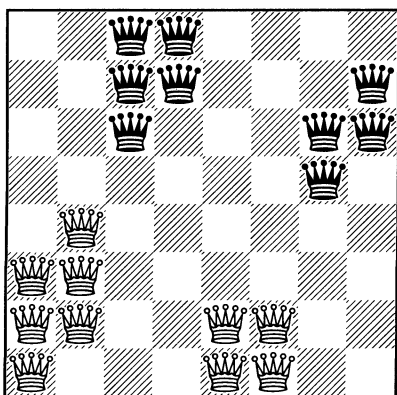


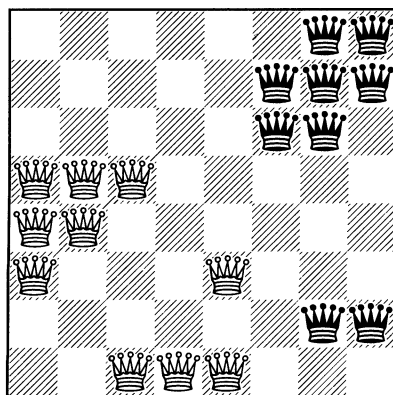
Рис. 68. На каждой прямой не больше двух ферзей.

В отличие от задачи о восьми ферзях, здесь речь идет не об обычных линиях доски, а о любых прямых, проходящих через центры полей. Восемь мирных ферзей расставляются таким образом (рис. 63, а, в, г), но оказывается, можно уместить и вдвое больше ферзей, которые, конечно, уже не являются мирными (рис. 68).

Расставить 10 белых и 9 черных ферзей так, чтобы ни один из них не находился под ударом неприятельского.



а



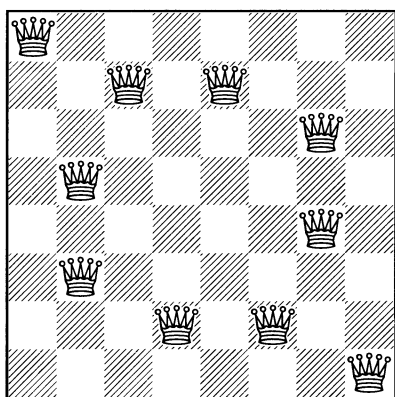
б

Рис. 69. Ферзи разного цвета не угрожают друг другу.

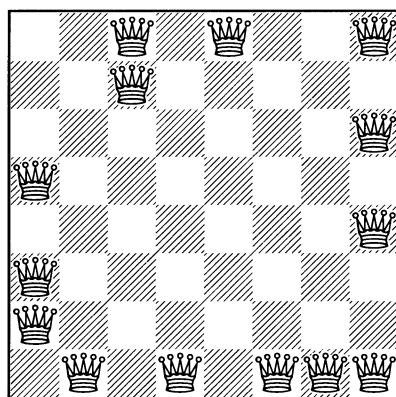
Автор позиции на рис. 69, а В. Франген позднее нашел еще одну. Чтобы ее получить, надо снять белого ферзя с e2 и добавить черного на h5, после чего поменять цвет всех ферзей. Франген полагал, что существуют только эти два решения (повороты и отражения, как обычно, не в счет), причем в обоих ферзи образуют четыре «островка». Однако спустя десять лет было найдено принципиально иное решение (рис. 69, б). Здесь один белый ферзь оторвался от связанной группы, и теперь на доске пять «островков», а не четыре. Эта расстановка уже исчерпывает все виды необходимых позиций.

Какое наибольшее число ферзей разного цвета можно расставить на доске так, чтобы белые и черные не угрожали друг другу?

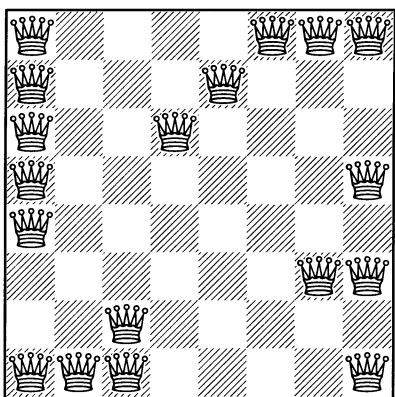
После предыдущей задачи эта выглядит ловушкой. Искомое число ферзей равно 43! Например, белые ставят одного ферзя на любое крайнее поле доски, а черные размещают 42 ферзя на все поля вне линий действия белого.



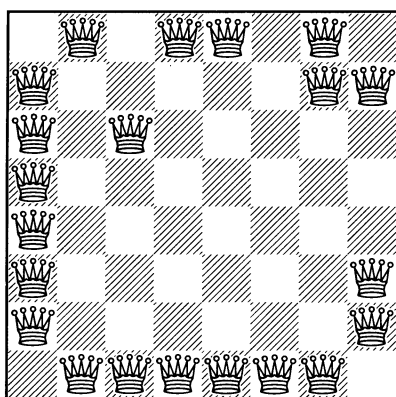
а



б



в



г

Рис. 70. Задача Кима.

Интересное обобщение задачи о восьми ферзях придумал американский математик С. Ким.

Расставить на шахматной доске наибольшее число ферзей так, чтобы каждый из них нападал ровно на p других.

При различных p фактически получаются разные головоломки. Условие $p=0$ означает, что ферзи не угрожают друг другу, то есть мы приходим к классической задаче, искомое число ферзей равно восьми (рис. 63). Для $p=1$ наибольшее число равно 10 (рис. 70, а). На доске уместилось пять изолированных пар ферзей, каждый из которых нападает только на ферзя своей пары. Для $p=2$ искомое число равно 14 (рис. 70, б). Полное решение задачи обнаружили украинские математики С. Белый и Е. Ровенский. Они доказали, что для $p=3$ число ферзей равно 18 (рис. 70, в), для $p=4$ — 21 (рис. 70, г), а для $p>4$ необходимых расстановок не существует.

С помощью компьютера Белый и Ровенский исследовали задачу для доски $n \times n$ при разных n и p . В результате они построили табл. 3, где для всех $n \leq 8$ и возможных p указано наибольшее число ферзей, атакующих ровно p других.

n	p				
	0	1	2	3	4
1	1				
2	1	2	3	4	
3	2	2	4	6	
4	4	4	6	8	8
5	5	4	8	10	11
6	6	8	10	12	15
7	7	8	12	14	18
8	8	10	14	18	21

Табл. 3. Число ферзей для различных n и p .

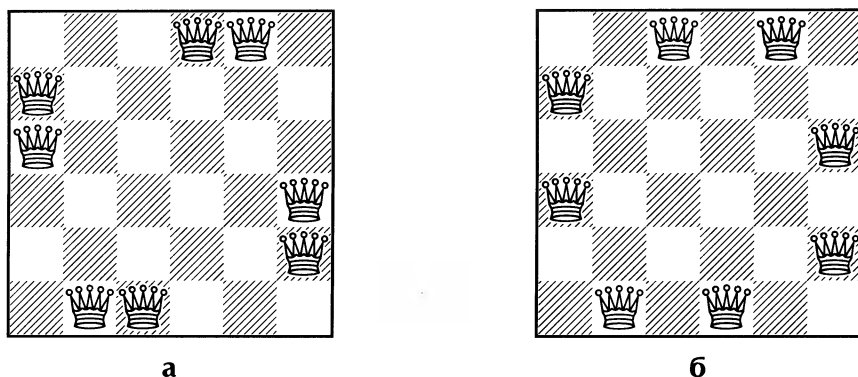


Рис. 71. Ферзи разбились на пары.

Столбец $p=0$, очевидно, получается из задачи об n ферзях, строка $n=8$ ($1 \leq p \leq 4$) проиллюстрирована на рис. 70. Вот еще один случай: $n=6$, $p=1$; здесь имеются две основные расстановки наибольшего числа ферзей – восьми, обе показаны на рис. 71, а, б, причем ферзи здесь разбились на пары.

И в заключение еще одно занятное обобщение.

Можно ли расставить ферзей на бесконечной доске так, чтобы на каждой вертикали, горизонтали и диагонали стоял ровно один из них?

Как ни странно, ответ положительный. Первого ферзя поставим произвольно. Затем восемь ферзей расставим так, чтобы они держали под обстрелом две соседние с первым вертикали, две соседние горизонтали и две пары соседних диагоналей (все четыре диагонали проходят по полям одного цвета). Конечно, надо позаботиться о том, чтобы ферзи не угрожали друг другу, для чего их следует ставить на указанные линии достаточно далеко. Вторую группу восьми ферзей расставим так, чтобы они контролировали следующие восемь линий (опять две вертикали, две горизонтали и две пары диагоналей) и тоже не угрожали друг другу и ранее поставленным ферзям. Продолжая этот процесс, получим бесконечное число ферзей, и при этом на каждой линии будет стоять ровно один из них.

Глава 6

ПРЯМОЛИНЕЙНАЯ ЛАДЬЯ

Ладья – строгая, прямолинейная фигура и не случайно является одной из самых популярных в шахматной математике, часто встречается и в серьезной математической литературе. Что общего, скажем, между шахматным термином «ладья» и математическим «многочлен»? А между тем в комбинаторном анализе постоянно используется выражение «ладейный многочлен». Оказывается, большой класс комбинаторных задач сводится к подсчету числа тех или иных расстановок ладей на шахматной доске. При этом существенную роль играет многочлен

$$r_0 + r_1x^1 + r_2x^2 + \dots + r_kx^k + \dots + r_nx^n,$$

где r_k – число расстановок k ладей, не угрожающих друг другу на доске $n \times n$ ($k \leq n$). Этот многочлен и называется ладейным, он возникает при решении многих задач по комбинаторике, теории чисел, теории групп.

Вот пример, когда ладья со своими четкими траекториями применяется в качестве модели классической комбинаторной задачи.

Требуется назначить n рабочих на n различных работ, причем каждая работа должна выполняться одним рабочим. Сколькими способами можно произвести такое назначение?

Это известная в прикладной математике задача о назначениях. Поставим в соответствие рабочим – горизонтали доски $n \times n$, а работам – ее вертикали. Если i -й рабочий назначен на j -ю работу, то на пересечении горизонтали i и вертикали j расположим ладью. Так как каждая работа выполняется одним рабочим и каждый рабочий назначается на одну работу, все вертикали и горизонтали будут содержать по одной ладье, то есть ладьи не угрожают друг другу. Итак, математической задаче можно дать шахматную формулировку.

Сколькими способами можно расставить n не угрожающих друг другу ладей на доске $n \times n$?

Фактически здесь требуется найти коэффициент ладейного многочлена r_n . Прежде чем провести вычисления, заметим, что при любом расположении на доске $n \times n$ больше n ладей найдется хотя бы одна вертикаль и одна горизонталь с двумя или более ладьями, то есть n — наибольшее число мирных ладей. На рис. 72 представлена одна из расстановок восьми ладей на обычной доске.

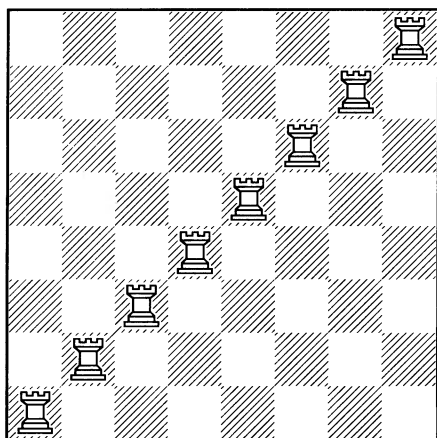


Рис. 72. Восемь мирных ладей.

Итак, имеем $n(n-1) \dots 2 \times 1 = n!$ различных вариантов. Это число $n!$ и является искомым. В частности, на обычной доске восемь ладей, не угрожающих друг другу, можно расположить $8! = 40320$ способами.

Если ладьи занумеровать от 1 до n , то существует уже $(n!)^2$ расположений мирных ладей. Это следует из того, что n полей можно выбрать $n!$ способами; столько же способов расположить на этих полях n занумерованных ладей.

Итак, имеется $n!$ назначений n рабочих на n работ. Пусть выбрано назначение, соответствующее рис. 72 ($n=8$), то есть i -й рабочий назначен на i -ю работу, и требуется сделать новое назначение с учетом того, что каждый рабочий хочет поменять свою предыдущую работу. Сколько существует таких назначений? И эта задача имеет ладейную формулировку.

Сколькими способами на доске $n \times n$ можно расставить n не угрожающих друг другу ладей так, чтобы ни одна из них не стояла на главной диагонали (для обычной доски — диагонали $a1-h8$)?

Дополнительное условие значительно усложняет дело. Даже Эйлеру не удалось найти общую формулу для числа A_n необходимых расстановок. Правда, он вывел рекуррентное соотношение $A_n = (n-1)(A_{n-1} + A_{n-2})$, с помощью

Выясним теперь, сколько всего существует расстановок. На первую вертикаль произвольно поставим одну из n ладей, затем на вторую — одну из $(n-1)$ оставшихся, причем горизонталь, занятая первой ладьей, исключается (ладьи не должны угрожать друг другу), на третью вертикаль — одну из $(n-2)$ оставшихся и т. д., вплоть до $(n-1)$ -й вертикали, на которой имеется выбор из двух возможностей, и последней, n -й, с единственным свободным полем.

Комбинируя n расположений ладьи на первой вертикали с $n-1$ — на второй, $n-2$ — на третьей и т. д., полу-

которого последовательно определяются значения A_n для любого $n \geq 3$ ($A_1=0$, $A_2=1$). Позднее все-таки была найдена формула для A_n , которая имеет следующий вид:

$$A_n = n! \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{(-1)^n}{n!} \right)$$

Для $n=8$ получаем $A_8=14833$, то есть число расстановок восьми ладей и, соответственно, назначений «привередливых» рабочих уменьшается более чем втрое.

Сколькими способами можно расставить восемь ладей на черных полях доски так, чтобы они не угрожали друг другу?

Переокрасим мысленно все черные поля в два цвета — красный и синий. При этом черные поля нечетных вертикалей сделаем красными, а четных — синими. В результате из восьми мирных ладей, стоящих на черных полях, четыре окажутся на красных полях и четыре на синих. Красные поля образуют как бы отдельную доску 4×4 , поэтому число расстановок четырех мирных ладей на них равно $4!=24$. То же можно сказать и о синих полях. Значит, число всех расстановок равно $24^2 = 576$.

На доске стоят восемь ладей, не угрожающих друг другу. Доказать, что среди попарных расстояний между ними найдутся два одинаковых (расстояние измеряется между центрами полей).

Рассмотрим семь пар ладей, стоящих на соседних вертикалях. Разности координат по вертикали у этих пар равны одному из чисел от 1 до 7, поэтому либо две из них равны (и тогда расстояния в соответствующих парах ладей совпадают), либо среди них содержатся все числа от 1 до 7. В частности, имеются две ладьи, отстоящие друг от друга на 2 по вертикали и на 1 по горизонтали, — пара A . Аналогично, на соседних горизонталях либо найдутся две пары ладей с равным расстоянием, либо есть две ладьи, отстоящие друг от друга на 2 по горизонтали и на 1 по вертикали — пара B . Тогда расстояния между ладьями в парах A и B равны $\sqrt{5}$, то есть одинаковые, а сами эти пары различны.

Опытные читатели, конечно, поняли, что эта задача на тему принципа Дирихле: если в n клетках сидит $n+1$ кролик, то найдется клетка, в которой сидит не меньше двух кроликов.

Сколькими способами можно расставить n мирных ладей на доске $n \times n$, если k из них — белые и $n-k$ — черные?

Всякая расстановка, удовлетворяющая условиям задачи, определяется выбором n полей для n мирных ладей, а затем указанием k полей из этих n , на

которых будут поставлены белые ладьи, остальные $n-k$ полей займут черные ладьи. Таким образом, искомое число расстановок равно $n! C_n^k (C_n^k - \text{число сочетаний из } n \text{ элементов по } k)$.

Займемся теперь ладьями-часовыми. Очевидно, при любой расстановке восьми мирных ладей (например, как на рис. 81) все свободные поля доски будут находиться под обстрелом. Действительно, если какое-то поле оказалось вне контроля, то на его вертикали отсутствует ладья, и, значит, восемь ладей занимают не больше семи вертикалей, и хотя бы на одной стоит не меньше двух — противоречие. Понятно, что для охраны всех полей доски $n \times n$ достаточно n ладей, но не меньше — в этом случае хотя бы одна вертикаль и одна горизонталь окажутся пустыми, и поле, стоящее на их пересечении, не будет атаковано.

Сколькими способами на доске $n \times n$ можно расставить n ладей-часовых?*)

Если n ладей охраняют доску, то либо на каждой вертикали, либо на каждой горизонтали стоит хотя бы одна из них. Действительно, если существует вертикаль и горизонталь без ладей, то поле, находящееся на их пересечении, как мы убедились, не атаковано.

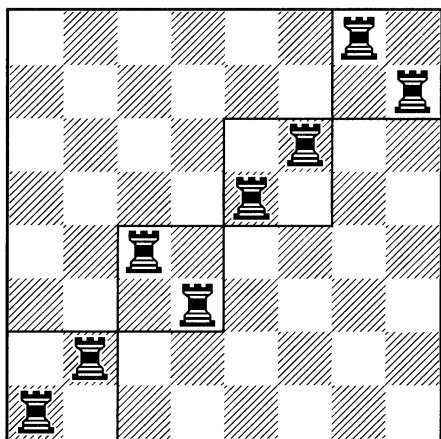
Число расстановок n ладей — по одной на каждой вертикали равно n^n (первую ладью можно поставить на одно из n полей первой вертикали; вторую — на одно из n полей второй и т. д.). Столько же имеется и расстановок по одной на каждой горизонтали. На первый взгляд кажется, что их общее число равно $n^n + n^n = 2n^n$. Однако при этом дважды учтены расстановки, в которых на каждой вертикали и на каждой горизонтали стоит по одной ладье. Но это как раз все расстановки n мирных ладей. Отсюда следует, что ответ $2n^n - n!$. В частности, число расстановок восьми ладей, обстреливающих все поля обычной доски, равно $2 \times 8^8 - 8! = 33514112$.

Комбинаторные задачи о фигурах-часовых не менее популярны, чем о расстановках мирных фигур. В нашей книге и те, и другие рассматриваются для каждой из фигур. С математической точки зрения наиболее просты задачи для ладьи, сказывается ее прямолинейность.

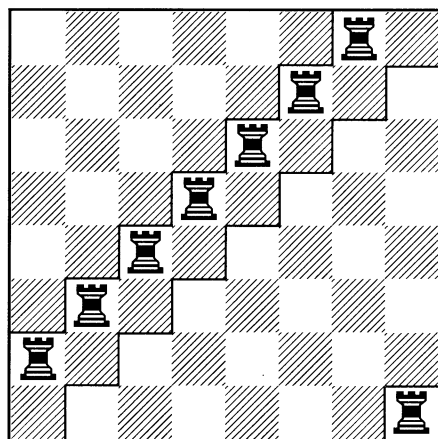
В задачах о мирных ладьях мы могли использовать всю доску. Предположим теперь, что некоторые поля запрещены. В этом случае получены интересные результаты. Вот один из них. Если на каждой вертикали и горизонтали доски $n \times n$ есть хотя бы два разрешенных поля, то существует не менее двух расстановок n ладей, не атакующих друг друга.

При этом можно расставить одновременно n белых и n черных ладей (одноцветные ладьи не угрожают друг другу). Если каждая вертикаль и горизон-

*) Как обычно, здесь предполагается, что каждое поле доски либо занято фигурой, либо находится под ударом хотя бы одной из них. Иногда требуется, чтобы атакованы были все поля доски, включая занятые. Какой именно случай имеется в виду, всегда ясно из формулировки задачи.



а



б

Рис. 73. Доски с запрещенными полями.

таль содержит ровно два свободных поля (а всего на доске их $2n$), то число расположений n мирных ладей равно 2^b , где $b \leq [n/2]$ (квадратные скобки означают целую часть числа).

Проиллюстрируем сказанное на обычной доске (рис. 73, а). Здесь на каждой вертикали и горизонтали по два разрешенных поля, остальные — запрещенные. Множество 16 разрешенных полей разбито на четыре квадрата 2×2 , и в каждом из них можно поставить две ладьи одним из двух способов (a1, b2 или a2, b1 в левом нижнем углу и т.д.). Итак, всего имеется $2^4 = 16$ расположений восьми ладей, а поскольку в данном случае $b = n/2 = 4$, это наибольшее число. При этом, как легко убедиться, каждая расстановка восьми белых ладей (например, опять же на рис. 72) однозначно определяет расстановку восьми черных. Наименьший вариант представлен на рис. 73, б. Здесь существуют лишь две расстановки — одна диагональная, а в другой ладьи занимают все разрешенные поля вне большой диагонали.

Пусть некоторые поля доски $n \times n$ «заминированы» — король не может пройти между двумя крайними вертикалями. Доказать, что тогда ладья может пройти между двумя крайними горизонталями по одним заминированным полям.

Будем считать, что все заминированные поля существенны, то есть при разминировании хотя бы одного из них король прорывается с края на край (в противном случае часть полей разминировуем, оставив только существенные). Можно убедиться, что тогда всякое заминированное поле, не лежащее на границе, примыкает к двум другим заминированным; кроме того,

на крайних вертикалях таких полей вообще нет, а заминированные поля крайних горизонталей примыкают только к таким же соседних горизонталей. Это означает, что на доске имеется «мост» между крайними горизонталями, состоящий из заминированных полей (ладья сразу переходит с первой горизонтали на вторую, затем проходит несколько полей по ней, переходит на третью и т. д.).

На рис. 74 заминированные поля (залиты черной краской) преграждают королю путь между крайними вертикалями. По мосту, состоящему из одних заминированных полей, ладья может пройти с первой горизонтали доски (поля b1) на последнюю (поле g8).

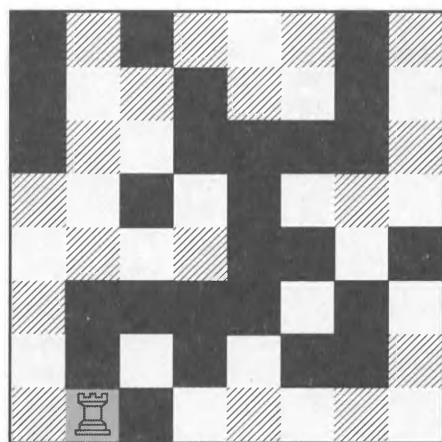


Рис. 74.

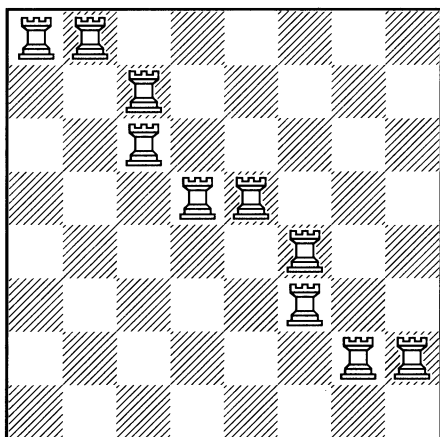
Ладья на «заминированной» доске.

Снимем теперь все запреты. Итак, расставить n ладей на доске $n \times n$, чтобы они не угрожали друг другу, можно многими способами. А если допустить одну угрозу?

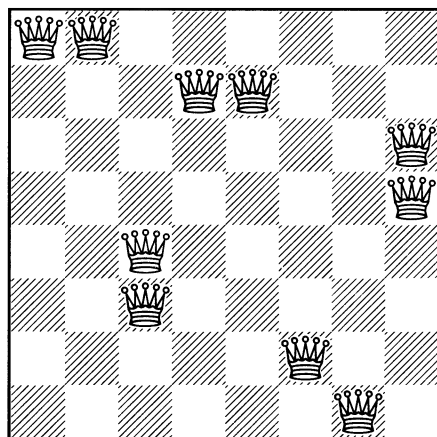
Какое наибольшее число ладей можно расставить на доске $n \times n$ так, чтобы каждая из них находилась под ударом не более одной из остальных?

Докажем, что это число не превышает $4n/3$. Пусть расставлено k ладей, удовлетворяющих условию. На всех занятых ими полях напишем сначала 0, а затем с каждой из n вертикалей последовательно сделаем следующую операцию. Если на ней стоят две ладьи, то к двум соответствующим числам прибавим 1, а если стоит одна ладья, то прибавим 2. Теперь эту же операцию сделаем последовательно с каждой из n горизонталей. В результате на k полях с ладьями будет записано число 3 или 4, и сумма s всех чисел не меньше $3k$. С другой стороны, поскольку на каждой вертикали и горизонтали мы добавили не более двух единиц, s не больше $4n$. Отсюда $3k \leq s \leq 4n$, и $k \leq 4n/3$. Таким образом, наибольшее число ладей равно $\lfloor 4n/3 \rfloor$, причем эта оценка достижима. Так, для $n=8$ имеем $\lfloor 4n/3 \rfloor = 10$, соответствующее расположение десяти ладей показано на рис. 75, а (оно легко обобщается для любого n), причем все ладьи распределились на пять пар, и каждая угрожает только ладье своей пары.

Аналогичные рассуждения для обычной доски показывают, что и ферзей, обладающих тем же свойством, — каждый под ударом не более одного — мож-



а



б

Рис. 75. Пять пар ладей и ферзей.

но расставить не более десяти. Но можно ли ровно десять? Заменить ладей ферзями на рис. 75, а не удастся, многие попадают под удар сразу нескольких фигур. Но есть другой вариант – рис. 75, б (конечно, он годится и для ладей) – здесь десять ферзей тоже разбиты на пять пар. Но для ферзей задача в общем случае не решена.

На каждом поле доски записано произведение номеров ее вертикали и горизонтали. Расставить восемь ладей, не угрожающих друг другу, чтобы сумма чисел на полях, занимаемых ими, была наибольшей.

Сумма наибольшая в том случае, если ладьи располагаются на главной диагонали (рис. 72). Докажем это от противного. Пусть в некотором решении имеются ладьи, не стоящие на главной диагонали. Обозначим через i номер первой вертикали с такой ладьей, а через p – номер соответствующей горизонтали; очевидно $p > i$ (рис. 76, а).

Пусть j – номер вертикали, на которой стоит ладья i -й горизонтали. Эта ладья также вне главной диагонали и правее первой, то есть $j > i$. Переставим две эти ладьи – оставляя на прежних вертикалях, поменяем их горизонтали. В результате первая окажется на i -й горизонтали (диагональное поле), а вторая на p -й (рис. 76, б). Ясно, что все ладьи по-прежнему не угрожают друг другу.

Для каждой расстановки подсчитаем суммы чисел для переместившихся ладей (на остальные слагаемые перестановка не влияет). Для исходной расстановки сумма равна $ip + ji$, а для новой – $i^2 + jp$. Так как $j, p > i$, имеем:

$$(i^2 + jp) - (ip + ji) = (jp - ip) - (ji - i^2) = p(j - i) - i(j - i) = (p - i)(j - i) > 0.$$

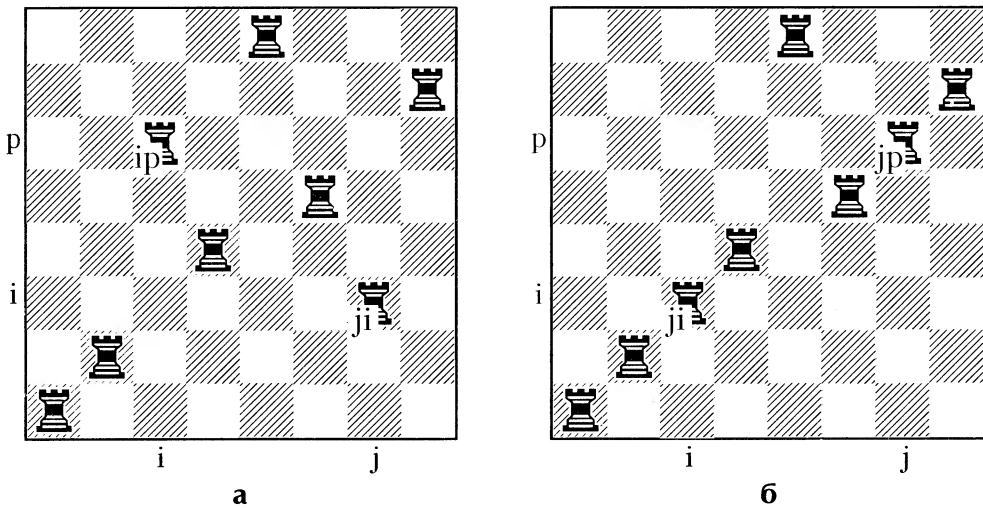


Рис. 76. От перестановки ладей сумма меняется.

Таким образом, во втором случае сумма больше, а это противоречит тому, что в первой расстановке она была наибольшей.

На полях доски выписаны подряд числа от 1 до 64: на первой горизонтали слева направо – от 1 до 8, на второй – от 9 до 16 и т. д. Расставим восемь ладей, не угрожающих друг другу. Какие значения может принимать сумма чисел на этих полях?

Число, стоящее на i -й вертикали и j -й горизонтали, можно записать так: $i+8(j-1)$ ($i, j=1, 2, \dots, 8$). Поскольку ладьи не угрожают друг другу, на каждой вертикали и горизонтали стоит ровно одна. Значит, искомая сумма равна $(1+2+\dots+8)+8(0+1+\dots+7)=260$ (магическое число!) и не зависит от конкретного расположения мирных ладей. Обе последние задачи без труда переносятся на доску $n \times n$.

На доске $n \times n$ стоят ладьи, удовлетворяющие следующему условию: если некоторое поле свободно, то число ладей на одной горизонтали и на одной вертикали с ним не меньше n . Доказать, что на доске находится не меньше $n^2/2$ ладей.

Рассмотрим ту из $2n$ линий, на которой стоит меньше всего ладей (если таких линий несколько, выберем любую). Пусть это – горизонталь (в противном случае можно повернуть доску на 90°), и на ней стоит k ладей. Если $k \geq n/2$, то на каждой из n горизонталей не менее $n/2$ ладей, а всего не меньше $n^2/2$, и всё доказано.

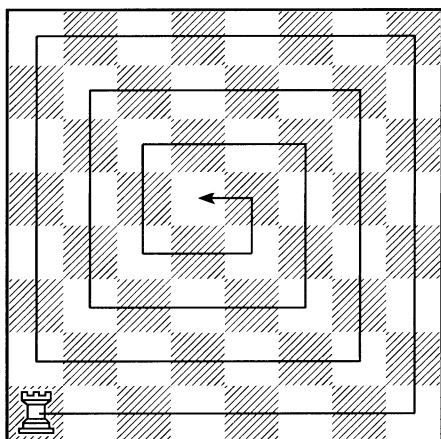
Пусть теперь $k < n/2$. На этой горизонтали имеется $n-k$ свободных полей, и каждая вертикаль, проходящая через такое поле, по условию, содержит не

менее $n-k$ ладей, а все вертикали вместе — не менее $(n-k)^2$ ладей. Остальные k вертикалей имеют не менее k ладей каждая (ввиду выбора k). Итак, всего на доске не менее $(n-k)^2 + k^2$ ладей. Нам осталось доказать неравенство: $(n-k)^2 + k^2 \geq n^2/2$. Действительно:

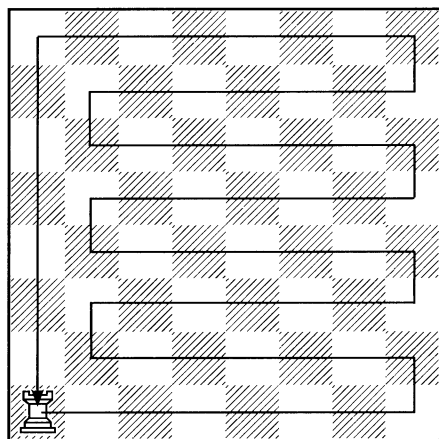
$$(n-k)^2 + k^2 - n^2/2 = n^2/2 - 2nk + 2k^2 = 2(n^2/4 - nk + k^2) = 2(n/2 - k)^2 > 0.$$

Если n четно, то, поставив ладьи на все одноцветные поля доски, получим расстановку, содержащую ровно $n^2/2$ ладей. Если n нечетно, то можно расставить $(n^2+1)/2$ ладей — на все поля того цвета, которого на доске больше.

На очереди путешествия ладьи по всем полям доски. На рис. 77 два маршрута, открытый и замкнутый. На рис. 77, а ладья совершает 14 поворотов, а на рис. 77, б — 15. Первый маршрут обобщается для любой доски $n \times n$. Что касается замкнутого маршрута, то для его существования, как и в задаче о ходе коня, необходимо, чтобы доска была четной — белые и черные поля чередуются, и их общее число четно.



а



б

Рис. 77. Маршруты ладьи по доске.

Какое наименьшее число поворотов может сделать ладья при обходе всех полей доски $n \times n$?

Ладья должна пройти хотя бы один раз вдоль каждой вертикали или каждой горизонтали (если вдоль какой-то вертикали она не передвигалась, то каждое ее поле проходила поперек, то есть вдоль горизонтали). Пусть ладья двигалась вдоль всех вертикалей. На любую из них, кроме, быть может, тех двух, где начинался и заканчивался маршрут, ладья должна войти и после движения вдоль нее выйти. При этом вход и выход обязательно происходят с поворотами. Таким образом, общее число поворотов не меньше, чем

$2(n-2)+1+1=2(n-1)$. Для любого n маршрут, содержащий ровно столько поворотов, можно получить из рис. 77, а; при $n=8$ ладья делает $2(8-1)=14$ поворотов. Так как число ходов в обходе доски на один больше числа поворотов, самый быстрый маршрут содержит 15 ходов. Он является открытым, а замкнутый маршрут содержит уже 16 ходов (рис. 77, б).

Какое наибольшее число поворотов может сделать ладья при замкнутом маршруте?

В замкнутом маршруте на рис. 78, а ладья делает 56 поворотов. Докажем, что это и есть наибольшее число. Назовем поле коридором для данного маршрута, если на нем ладья не делает поворота. Заметим, что из каждой пары полей, смежных с угловыми, хотя бы одно является коридором — иначе на поле, соседнее с угловым по диагонали, ладья побывает дважды (рис. 78, б).

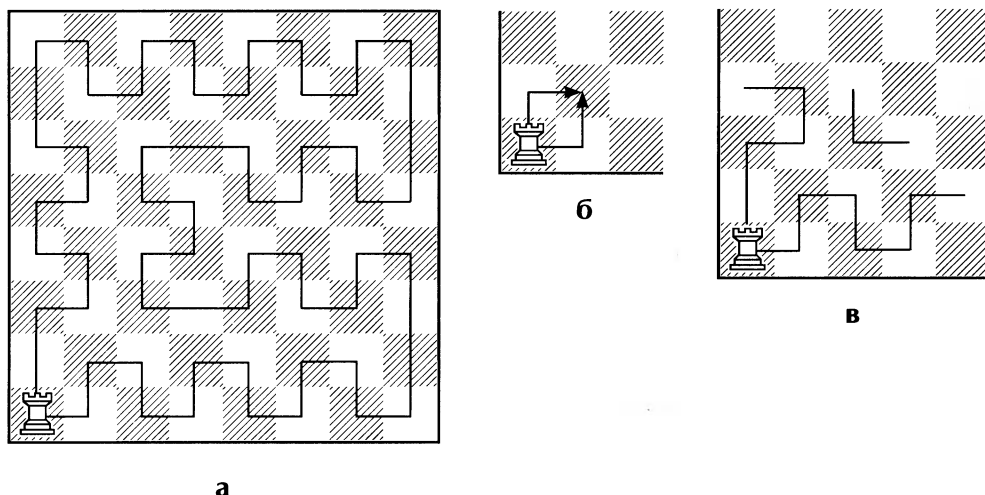


Рис. 78. Поворотливая ладья.

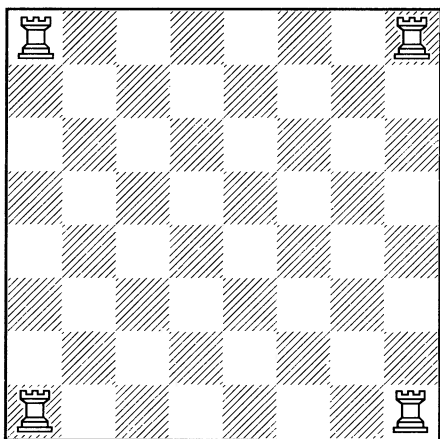
Разобьем доску на четыре квадрата 4×4 . В каждом из них есть коридор, соседний с угловым полем. Покажем, что кроме него есть еще хотя бы один коридор. Рассмотрим, например, левый нижний квадрат и допустим, что поле a_2 — коридор. Предположим, что других в этом квадрате нет. Тогда, очевидно, маршрут последовательно проходит по полям $b_2, b_1, a_1, a_2, a_3, b_3, b_4$ (рис. 78, в). Следующим будет поле a_4 , иначе мы на него не попадем (или маршрут не замкнется). Теперь продолжим маршрут в другую сторону: $b_2, c_2, c_1, d_1, d_2, e_2$. Из рис. 78, в видно, что он содержит участок d_3, c_3, c_4 , следовательно, одно из полей — d_3 или c_4 — коридор (доказывается как и для угловых полей в начале решения).

Итак, число коридоров не меньше $2 \times 4 = 8$, а число поворотов не больше $64 - 8 = 56$.

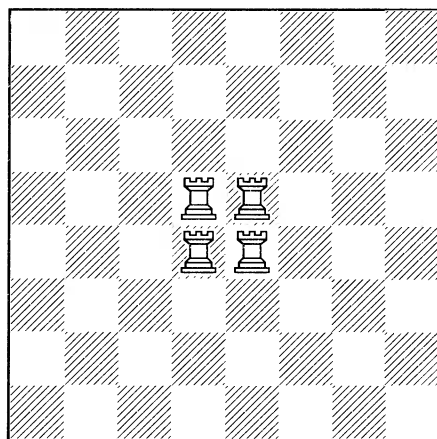
Ладья проходит по замкнутому, несамопересекающемуся маршруту, посещая каждое поле доски по одному разу. Какова площадь S образовавшегося многоугольника (полагам, что соединяются центры полей, а площадь каждого из них равна 1)?

Будем считать, что у нас 64-угольник (некоторые углы развернутые — 180° , остальные 90° или 270°). Если угол в данном поле составляет 90° , то, очевидно, от поля берется одна четверть; если 180° — то половина, если 270° — три четверти. Значит, сумма всех углов равна $360S$. Но сумма углов n -угольника (из школьного курса геометрии) равна $180(n-2)$. Приравнявая и подставляя $n=64$, получаем $S=31$.

В углах доски стоят четыре ладьи (рис. 79, а). На каждом ходу ладья перемещается до упора в другую ладью или край доски. Могут ли все четыре фигуры собраться на четырех центральных полях (рис. 79, б)?



а



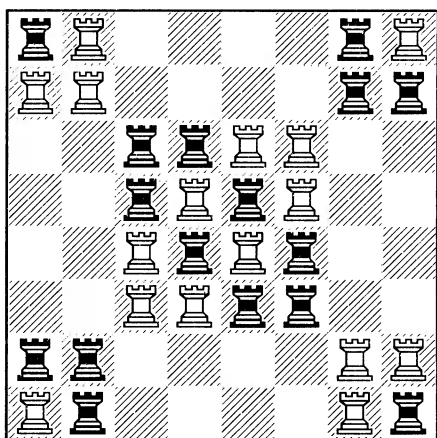
б

Рис. 79. Задача про четыре ладьи.

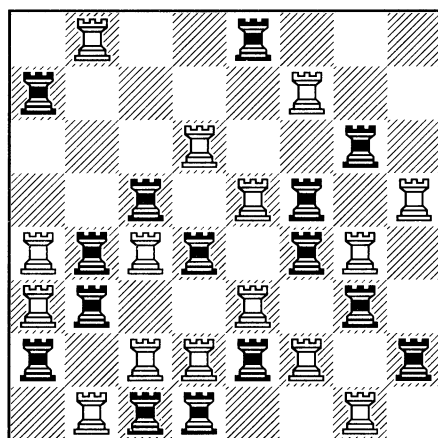
Поначалу кажется, что задание невыполнимо — ладьи всё время находятся на краю доски. И всё же задача имеет решение. Вот как фигуры собираются в центре доски за 29 ходов (разумеется, за один ход ладья может идти только по вертикали или горизонтали): h8-h2 , a8-a2-g2 , h2-h8 , a1-a8-g8-g3 , g2-a2 , h8-a8-a3-f3 , g3-g8 , a2-a8-f8-f4 , f3-a3 , g8-a8-a4-e4 , h1-h8-a8-a4-d4 , e4-e8 , a3-a8-d8-d5 , f4-e4 , e8-e5 , и ладьи заняли необходимые места — d4, d5, e4, e5. Может быть, кому-нибудь из читателей удастся улучшить этот рекорд?

Можно ли расставить на доске 16 белых и 16 черных ладей, чтобы на каждой вертикали, горизонтали и двух главных диагоналях ладей разного цвета было поровну? Можно ли так расставить 15 белых и 15 черных ладей?

В первом случае необходимая расстановка показана на рис. 80, а (на каждой вертикали и горизонтали стоят по две белые и черные ладьи, а на главных диагоналях — по четыре). Второй случай сложнее, но ответ тоже положительный (рис. 80, б). Здесь на вертикалях и горизонталях доски стоит по одной, две или три белые и черные ладьи, при этом на всех диагоналях ладей тоже поровну — по одной, две, три или... 0.



а



б

Рис. 80. Белых и черных ладей всюду поровну.

На доске стоит несколько ладей. Доказать, что их можно раскрасить в три цвета, например, красный, желтый и зеленый, чтобы одноцветные ладьи не били друг друга.

Упорядочим ладьи слева направо и снизу вверх. Первую ладью красим в красный цвет, а первую, которая нападает на какую-то ладью, — в синий. Далее на каждом шагу очередную ладью красим так: если снизу или слева есть бьющие ее ладьи (их не больше двух), красим ее в отличный от них цвет. В конце концов все ладьи будут окрашены в три разных цвета.

Какое наибольшее число ладей трех цветов, поровну каждого, можно расставить так, чтобы ладьи разного цвета не угрожали друг другу?

Ни на одной из линий не могут стоять ладьи разного цвета. Поскольку всего вертикалей и горизонталей 16, то на каждый из трех цветов приходится са-

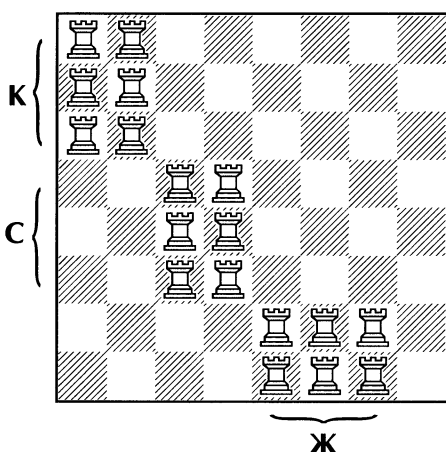


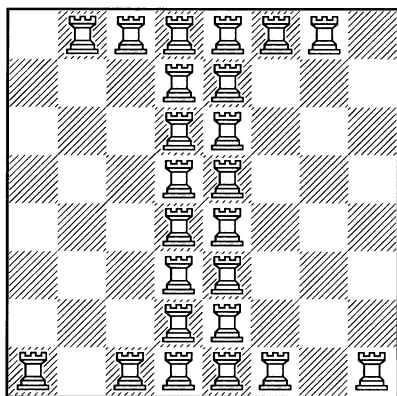
Рис. 81. Разноцветные ладьи.

задачи для доски $n \times n$ легко доказать, что здесь самое большое $[(n^2 + 2n)/2]$ ладей.

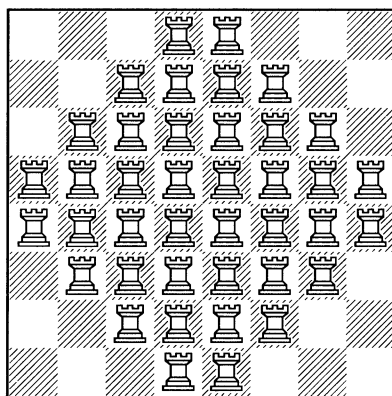
мое большое пять линий. Итак, всего можно поставить 18 ладей (рис. 81) — красных (К), синих (С) и желтых (Ж).

Какое наибольшее число ладей можно расставить так, чтобы каждая из них нападала на нечетное (четное) число других?

На рис. 82, а стоят 24 ладьи, и каждая нападает на нечетное число других. А на рис. 82, б стоят 40 ладей, и каждая нападает на четное число других. В обоих случаях больше не поставить. При обобщении второй



а



б

Рис. 82. Каждая ладья нападает на нечетное (четное) число других.

Какое наибольшее число ладей можно расставить так, чтобы каждая из них находилась под боем не более трех остальных?

Любой ладье на краю доски угрожает не более трех других. Пусть в какой-то расстановке, удовлетворяющей условию, есть ладья, не стоящая на краю. Вертикаль и горизонталь, на которых она находится, разбивается ею на четыре полосы, причем хотя бы одна из полос пустая (иначе ладье угрожают со всех четырех сторон). Сдвинем ладью по этой полосе на край доски. Данная расстановка тоже устраивает нас. Таким образом, все ладьи можно переста-

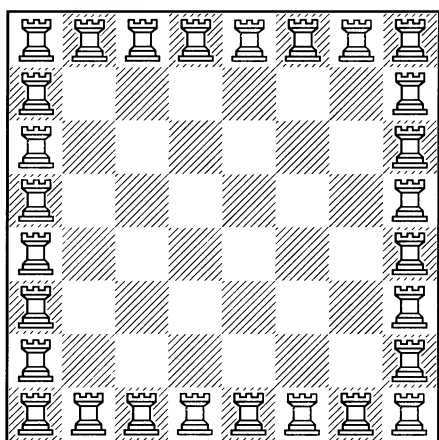


Рис. 83. Каждая ладья под боем не более трех других.

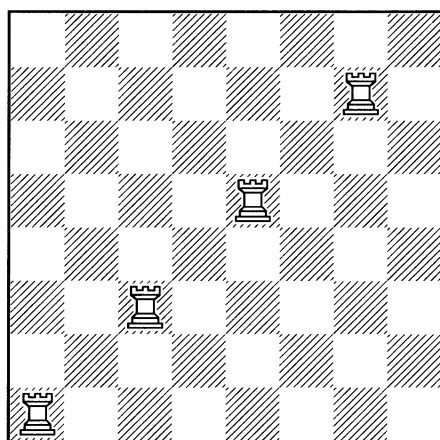


Рис. 84. Все белые поля под контролем.

вить на край. Значит, существует расстановка с наибольшим числом ладей такая, что все они стоят на краю. Но на границе доски можно поставить не более 28 ладей (рис. 83), это число и является искомым.

Какое наименьшее число ладей достаточно расставить на доске $n \times n$ так, чтобы все ее белые поля оказались под боем?

Рассмотрим сначала обычную доску. Каждая ладья контролирует не более восьми белых полей (четырех по вертикали и четырех по горизонтали), поэтому на все 32 белых поля могут нападать не менее чем четыре лады. Пример, когда столько ладей хватает, дан на рис. 84. Аналогично при расстановке $\lfloor n/2 \rfloor$ ладей по всем черным полям большой диагонали доски $n \times n$ ($n/2$ при четных n или $(n+1)/2$ при нечетных n) — через одно, начиная с $a1$, все белые поля доски попадают под удар ($\lfloor n \rfloor$ означает наименьшее целое число, большее n).

Оригинальную задачу на неограниченной с двух сторон доске придумал американский математик С. Нортон (рис. 85, а).

На первый взгляд выигрыш невозможен, поскольку черный король убежит на север или восток. Если ладья мешает ему, то он приближается к ней, сгоняет с места, и одно из двух направлений становится свободным. И всё же белые добиваются цели, причем не выпуская короля за пределы прямоугольника 9×11 ! План матования и траектории всех трех фигур показаны на рис. 85, б.

1. ♖e2! ♔d4. После 1... ♙d3 2. ♜e1! черные только теряют темп по сравнению с основным вариантом. 2. ♙b2 ♔d5 3. ♙c3 ♔d6 4. ♔d4 ♔d7 5. ♜e1! ♔d8 6. ♙e5 ♔d9 7. ♙f6 ♔d10. Как будто усилия не увенчались успехом — ладья должна уйти, уступая дорогу черному королю. Однако белые добились важной цели — перебросили своего короля правее ладьи, и теперь обе их фигуры

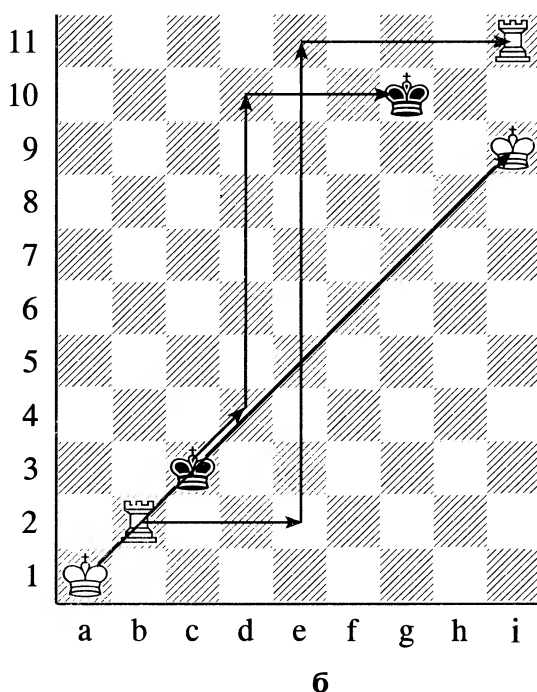
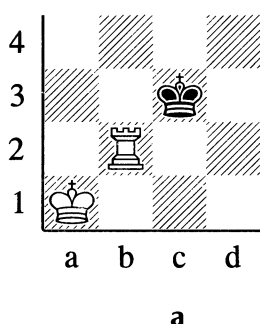


Рис. 85. Выигрыш.

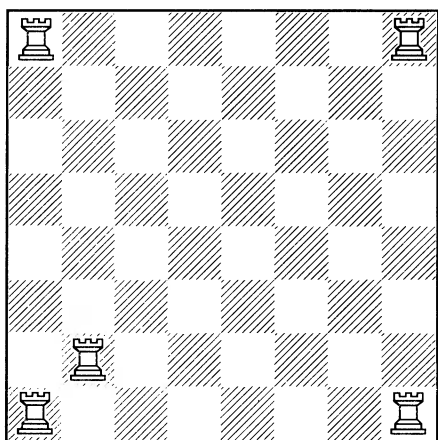
участвуют в окружении противника. 8. ♔i11! ♕e10. Королю остается бежать на восток, но далеко ему не уйти. 9. ♕g7 ♕f10 10. ♕h8 ♕g10 11. ♕i9! Всё, черный король отрезан по обоим направлениям. Дело свелось к мату одиночному королю на обычной доске. Три фигуры разыграли на доске настоящий шахматно-математический спектакль!

Разобрав решение задачи, нетрудно сделать вывод, что на неограниченной с двух сторон доске король и ладья справляются с одиночным неприятельским королем независимо от начального расположения всех трех фигур.

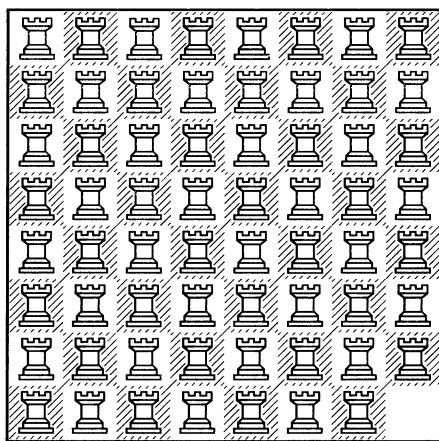
И в заключение главы — две остроумные задачи, которые можно назвать близнецами.

Вся доска заполнена ладьями. Разрешается снять любую из них, если в данный момент ее бьет нечетное число других ладей. Какое наибольшее число ладей удастся снять?

Ни одну из ладей, стоящих в углах, снять нельзя — попытка удалить первую из них не пройдет, поскольку ее бьют две ладьи — одна по вертикали и одна по горизонтали (четное число). Предположим теперь, что на доске остались только угловые ладьи. Тогда последнюю снятую били либо две (если она стояла на границе доски), либо ни одной, то есть четное число, — противоречие. Итак, хотя бы пять ладей останется.



а



б

Рис. 86. Задачи-близнецы.

Покажем, как снять 59 ладей. Сначала удалим с 8-й горизонтали все, кроме трех — a8, b8 и h8, затем повторим ту же операцию с 7-й, 6-й, ..., 3-й и 1-й горизонталями (пропустив 2-ю) — с каждой снимем по пять ладей. Далее уберем ладьи с вертикалей «a» — с a3 по a7 и «h» — с h2 по h7, затем ладьи b1 и a2 и последовательно с b8 по b3 и с g2 по c2. В результате на доске останется пять ладей — четыре на угловых полях и одна на b2 (рис. 86, а).

На пустую доску ставятся ладьи: первая произвольно, а каждую последующую при ее появлении должно бить нечетное число ранее поставленных. Какое наибольшее число ладей удастся поставить?

Покажем, как поставить 63 ладьи. Сначала расположим их на полях a1, a8 и h8. Затем заполним первую горизонталь — с b1 по g1 и вертикаль «h» — с h1 по h7. Теперь займем другие вертикали: «a» — с a2 по a7, «b» — с b2 по b8, ..., «g» — с g2 по g8. В результате на доске останется одно свободное поле — h1 (рис. 86, б).

А вот 64 ладьи поставить нельзя. Действительно, после занятия трех угловых полей, четвертое окажется недоступным для ладьи: независимо от расположения предыдущих, ее будут бить две ладьи — одна по вертикали и одна по горизонтали (четное число).

Глава 7

НЕТОРОПЛИВЫЙ КОРОЛЬ

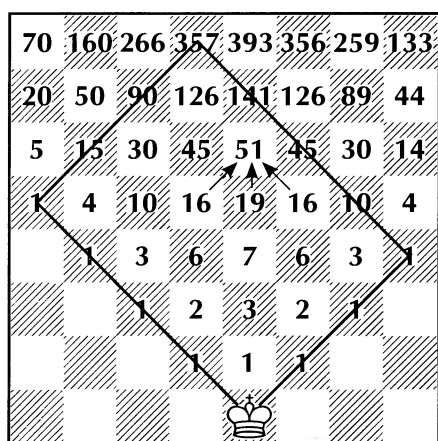
Эта глава посвящена задачам и головоломкам с участием короля, который выделяется среди всех фигур своей неторопливостью – с любого места может переступить только на соседние поля доски. Однако это свойство не мешает королю быть интересным действующим лицом в шахматной математике.

Ниже мы еще поговорим о своеобразной геометрии шахматной доски, отличающейся от обычной, евклидовой геометрии. При этом нестандартное измерение расстояний на доске лучше всего иллюстрирует движущийся король. Суть рассмотренных позиций будет заключаться в том, что у короля имеется много кратчайших расстояний между двумя полями доски, и важно выбрать правильный. Но сколько существует таких путей? – это уже чисто математическая проблема.

Сколькими способами король с поля e1 может добраться кратчайшим путем до поля d8?

Очевидно, кратчайшее путешествие короля до цели занимает семь ходов, причем он может перемещаться любыми зигзагообразными путями, лишь бы на каждом ходу переступать с одной горизонтали на следующую, оставаясь при этом внутри прямоугольника e1-a5-d8-h4 (рис. 87).

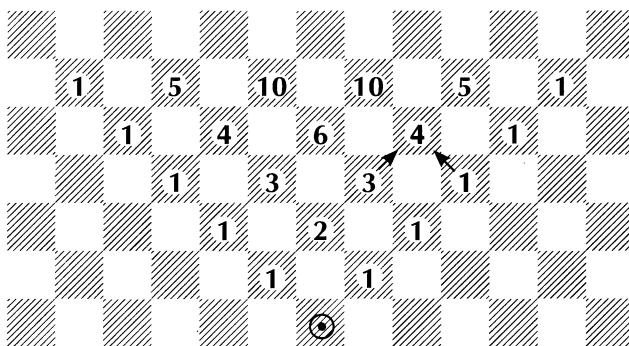
Для подсчета искомого числа путей составим таблицу, которую будем заполнять прямо на полях доски. На каждом поле стоит число кратчайших путей до него с поля e1. На d2, e2 и f2 король попадает в один ход единственным способом, и поэтому на них стоят единицы; стоят единицы и на полях c3, g3. На d3 король попадает в два хода двумя способами, а на e3 – тремя. В общем случае число кратчайших путей до данного поля равно сумме чисел, стоящих на полях предыдущей горизонтали, с которых ко-



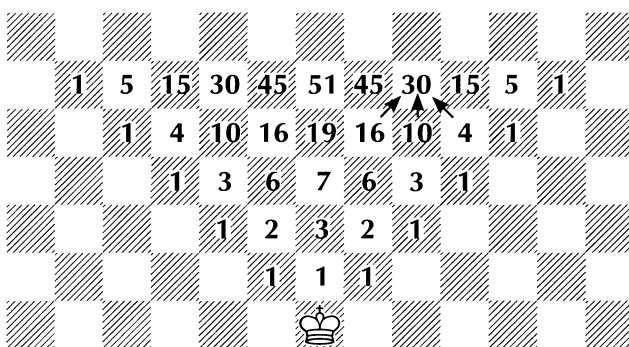
а

роль попадает на него в один ход. Пользуясь этой закономерностью, мы в конце концов заполним всю таблицу и получим, в частности, что до d8 король может добраться кратчайшим образом 357 способами. Из рис. 87, а следуют и ответы для других полей доски. Ясно, что заполняя соответствующую таблицу, можно найти число кратчайших путей короля между любой парой полей, при этом доска может иметь любую форму и даже содержать запрещенные поля.

Таблицы такого типа, как на рис. 87, очень важны в комбинаторике, одном из разделов математики. Немного отвлечемся и взглянем на таблицу, изображенную на рис. 87, б — вместо короля стоит шашка, которая, как известно,



б



в

Рис. 87. Треугольник Паскаля на шахматной доске.

ходит только вперед на одно поле по диагонали. Здесь мы считаем, что границы доски простираются до бесконечности. Каждое число p -й горизонтали ($p > 1$) равно сумме двух чисел $(p-1)$ -й, стоящих на полях, с которых шашка может пойти на данное. Вместе с тем это есть число способов, которыми шашка может добраться до него с исходного поля. Числовая таблица на рис. 87, в называется в комбинаторике *треугольником Паскаля* или 2-арифметическим треугольником. Как вы помните из школьной математики, элементами ее являются биномиальные коэффициенты (надо полагать, что такое бином Ньютона читатель знает очень хорошо!).

Вернемся к королю. Таблица на рис. 87, в обобщает таблицы на рис. 87, а, б. С одной стороны, доска снова бесконечная, а с другой — каждое число является суммой трех (у шашки было два хода, у короля три), и поэтому соответствующий треугольник называется 3-арифметическим. Его элементы при помощи несложных формул выражаются через биномиальные коэффициенты. Конечно, на реальной доске боковые границы внесли свое изменение, и, можно сказать, на рис. 70 был представлен 3-арифметический треугольник с границами.

Какое наибольшее число королей можно расставить на доске так, чтобы они не угрожали друг другу, то есть не стояли рядом?

Разобьем доску на 16 квадратов 2×2 (рис. 88, здесь доска 9×9 , а доска 8×8 выделена). Поскольку короли не касаются друг друга, в каждом квадрате находится не более одного из них.

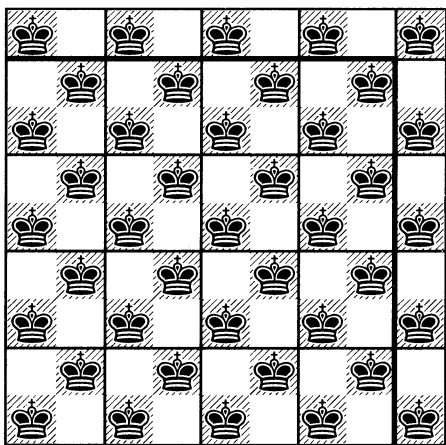


Рис. 88. Задача о мирных королях.

Это означает, что больше 16 королей, не угрожающих друг другу, расставить невозможно — это и есть наибольшее число. Расставить столько королей можно 281571 способом.

Обобщим задачу для доски $n \times n$. Если n четно, то доска разбивается на $n^2/4$ квадратов, и столько же можно расставить королей. При нечетных n доска разбивается на $(n-1)^2/4$ квадратов 2×2 , на каждый из которых можно поставить по королю; еще n королей умещается на границе доски, и всего получаем $(n+1)^2/4$ мирных королей. Случай $n=9$ представлен на рис. 88, на доске стоит 25 королей. Если n представить в виде

$n=2k$ или $n=2k-1$, то максимальное число мирных королей, независимо от четности n , можно записать как k^2 . Формула для числа таких расстановок неизвестна.

Какое наименьшее число королей можно расставить на доске так, чтобы они держали под боем все свободные поля?

На рис. 89 в каждом из девяти выделенных прямоугольников (пять из них квадраты) есть поле, которое может атаковать только король, находящийся в нем же. Следовательно, искомое число королей равно девяти.

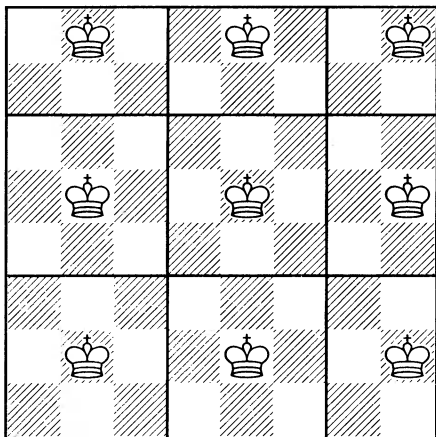


Рис. 89. Девять королей-часовых.

Для доски $n \times n$ задача также решается с помощью разбиения на квадраты 3×3 и граничные прямоугольники. В зависимости от остатка при делении n на 3, число n можно представить одним из трех способов: $n=3k$, $n=3k-1$, $n=3k-2$. Число королей, которые держат под боем все свободные поля доски $n \times n$, записывается очень просто, оно равно k^2 . При $n=8$ имеем $k=3$ и $k^2=9$ (рис. 89), эти девять королей можно расставить 3600 способами. Формула для общего числа расстановок неизвестна.

Теперь отправим короля путешествовать по доске. Как обычно, требуется, чтобы он обошел все поля доски, посетив каждое из них по одному разу. Ясно, что неторопливый король может воспользоваться любым маршрутом ферзя или ладьи, двигаясь по нему более медленным темпом. За 63 хода он обойдет всю доску (замкнутый маршрут содержит 64 хода).

Какое наименьшее и наибольшее число диагональных ходов содержит замкнутый несамопересекающийся маршрут короля по доске?

В этой остроумной головоломке А. Ходулева с наименьшим числом всё ясно: оно равно 0, если все 64 хода прямые (рис. 90).

А на рис. 91, а показан замкнутый несамопересекающийся маршрут, в котором король делает 36 диагональных ходов (и 28 прямых). Докажем, что это и есть наибольшее число. Занумеруем все 28 граничных полей доски в том порядке, в каком король посещает их в выбранном маршруте (рис. 91, а). Разобьем его на 28 участков: от первого крайнего поля до второго, от второго до третьего и т. д., от 28-го до первого.

Убедимся, что начальное и конечное поля каждого из этих участков соседние. Пусть это не так, и крайние поля какого-то участка не соседние, например, a_4 и a_7 (рис. 91, б). Поскольку маршрут замкнут, то начальное поле и направление обхода можно выбрать произвольно. Будем считать, что король

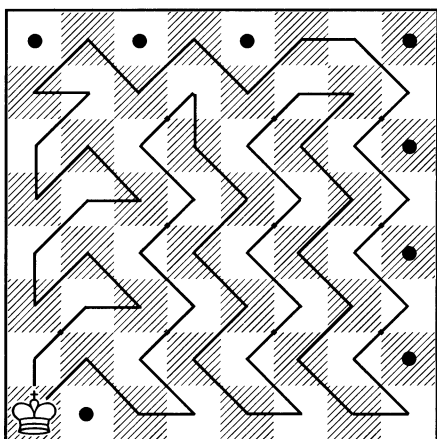


Рис. 92.
Восемь полей остались в стороне.

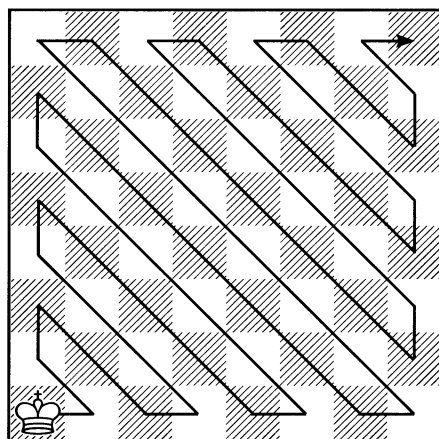


Рис. 93. Рекорд для
несамопересекающегося маршрута.

На рис. 92 восемь полей, отмеченных точками, остались без внимания короля, зато число диагональных ходов увеличилось до 44. Вопрос о том, можно ли побить этот рекорд, остается открытым.

До сих пор предполагалось, что маршрут короля замкнутый и несамопересекающийся. Большой мастер головоломок И. Акулич заинтересовался другими вариантами: а что если отказаться от одного из этих требований или даже обоих?

Какое наибольшее число диагональных ходов содержит несамопересекающийся открытый маршрут короля?

На рис. 93 король сделал 49 диагональных ходов. Доказать, что это наибольшее возможное число, очень легко. Каждый такой ход пересекает узел доски (общую точку четырех соседних полей). Всего узлов 49, и пройти дважды через один и тот же без самопересечений невозможно!

Приведенный маршрут короля открытый, но те же рассуждения годятся и для замкнутого. Однако в самопересекающемся открытом маршруте короля число диагональных ходов увеличивается до 56 (рис. 94).

Попробуйте доказать это вслед за Акуличем, а попутно выясните, су-

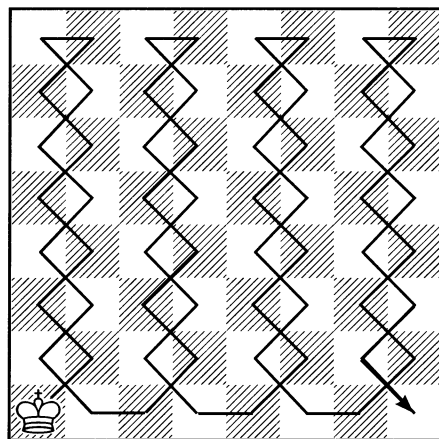


Рис. 94. Рекорд для
самопересекающегося маршрута.

существует ли такой же длинный замкнутый самопересекающийся маршрут короля.

В графике замкнутого маршрута короля никакие два соседних отрезка не лежат на одной прямой. Доказать, что наименьшее число диагональных ходов равно восьми.

Доказательство довольно длинное. Ограничимся тем, что приведем один из возможных маршрутов короля (самопересекающийся), содержащий ровно восемь диагональных ходов (рис. 95).

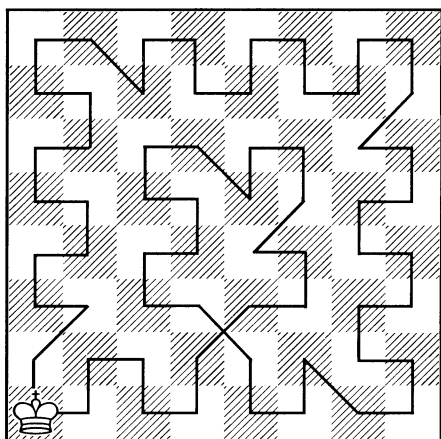


Рис. 95.

Всего восемь диагональных ходов.

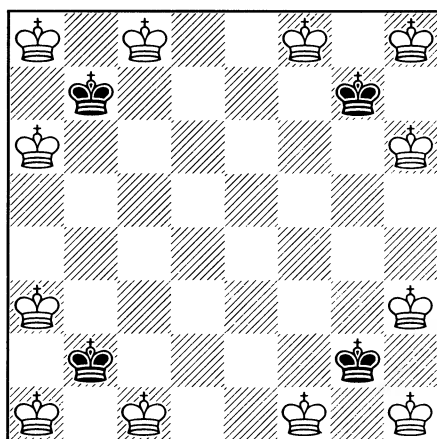


Рис. 96.

Четыре короля покидают доску.

На доске 16 королей, каждый из которых нападает хотя бы на одного из остальных. Несколько королей убрали, и никакие два из оставшихся уже не угрожают друг другу. Какое наибольшее число королей может остаться?

Король, снятый с доски, мог нападать не более чем на четыре оставшихся (иначе и некоторые из них угрожают друг другу). Поэтому число оставшихся не может превосходить число снятых более чем в четыре раза, то есть их не более 12. Подходящая ситуация показана на рис. 96 — здесь 16 королей, и, после удаления четырех черных, остаются 12 белых, никакие два из которых не угрожают друг другу.

Король-самоубийца. На доске 1000×1000 находится белый король и 499 черных ладей. Доказать, что при любом расположении этих фигур король за некоторое число ходов всегда может встать под шах.

Отправим короля сначала в левый нижний угол, а затем по большой черной диагонали в правый верхний угол. После первого хода из угла ♔a1-b2 и ответа черных три нижние горизонтали и три левые вертикали должны быть свободны от ладей, иначе король уже следующим ходом встанет под шах. Пусть теперь король сделал еще 997 ходов по диагонали, и черные ответили на последний из них. В этот момент три верхние горизонтали и три правые вертикали должны быть свободны от ладей, иначе король следующим ходом добьется своей цели. За 997 ходов короля по диагонали каждая ладья поменяла вертикаль и горизонталь прежде, чем на них появился король, то есть сделала не меньше двух ходов. Но ладей 499, и за 997 ходов они не успевают переместиться — не хватает одного хода!

Последние две задачи с участием королев находятся на грани математики и реальных шахмат.

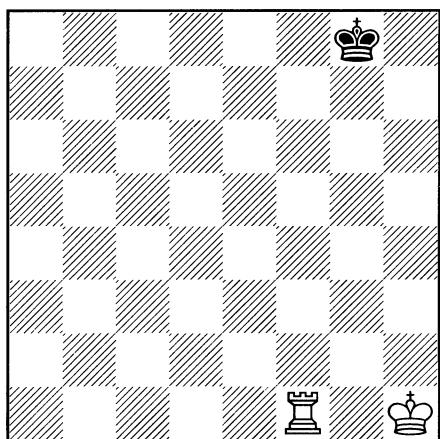


Рис. 97.

Выигрыш с неподвижной ладьей.

В позиции на рис. 97 задание кажется смешным, но есть важное дополнительное условие — ладье разрешается ходить только тогда, когда она объявляет мат! Таким образом, главное действующее лицо здесь — король.

1. ♔g2! Оппозиция завоевана. 1...♔g7 2. ♔g3! Главное теперь ее не потерять. 2...♔g6 3. ♔g4! ♔h6 4. ♔f5! До сих пор белый король не мог встать перед ладьей, так как его черный оппонент сразу вырывался на свободу через линию «f». И вот такая возможность появилась, белые осуществляют обходной маневр. 4...♔g7 (4...♔h5 5. ♔h1X) 5. ♔g5! ♔h7 6. ♔f6! ♔g8 7. ♔g6! ♔h8 8. ♔f8X.

Простенькая задачка, а более хитрый ее вариант придумал американский математик Л. Мозер. Вновь на доске всего три фигуры.

На доске, неограниченной с двух сторон (у доски на рис. 98 нет правого и верхнего краев) белые ставят мат черному королю при том же условии: ладья вступает в игру лишь в последний момент — для объявления мата.

И здесь ключ к решению — оппозиция. Тонко маневрируя, белый король загоняет своего оппонента в единственный угол доски, после чего ладья вступает в бой — ♔c16-a16X.

1. ♔c15! Единственный ход. Пусть черный король движется по крайней вертикали. 1...♔a9 2. ♔c14 ♔a10 3. ♔c13 ♔a11 4. ♔c12 ♔b10. Выше идти нельзя — 4...♔a12 5. ♔a16X. 5. ♔b12. Ближняя оппозиция! 5...♔a10 6. ♔c11! Ко-

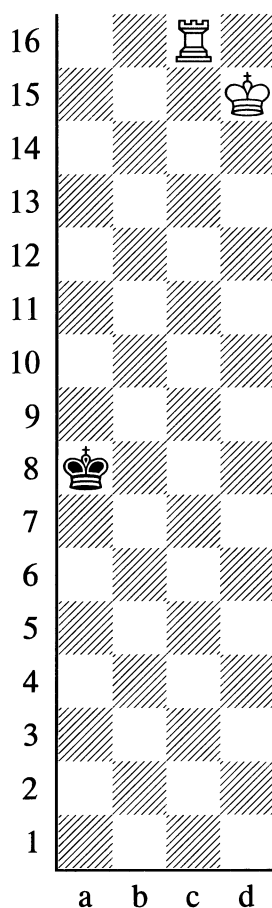


Рис. 98. Выигрыш.

роли сдвинулись на вертикаль ниже, дальнейшее понятно.

Если первым ходом король встает на линию «b» — 1...♔b9, то решает 2. ♔b15!, занимая дальнюю оппозицию. 2...♔b10 3. ♔b14! ♔b11 4. ♔b13! ♔a11 5. ♔c12! и т.д. На 2...♔a9 следует 3. ♔c14! — при черном короле на крайней вертикали белый может позволить себе встать на одну линию с ладьей. 3...♔b10 4. ♔b14! и т. д. Замечательный пример на тему оппозиции.

Интересно, что после более естественного вступления 1. ♔c14? выигрыш уже упущен — 1...♔a9 2. ♔c13 (2. ♔b13 ♔b9, и оппозицией овладевают черные) 2...♔a10 3. ♔c12 ♔a11 4. ♔c11 ♔a12. Черный король неуязвим.

Глава 8

СТРЕНОЖЕННЫЙ СЛОН

В отличие от других фигур, слону разрешается перемещаться только по полям одного цвета, чернополюному – по черным, белополюному – по белым. Таким образом, слону доступна лишь половина доски, поэтому мы и называем его стреноженным.

Впрочем, преобразование доски, которое придумал Л. Уэлч, приводит к такой доске, на которой уже все поля находятся в распоряжении слона. Она имеет ступенчатую форму и получается в результате описывания квадратов около всех одноцветных полей обычной доски (рис. 99, а). Доска Уэлча состоит из 32 «больших» полей, каждое из которых доступно слону – в данном случае чернополюному. Это преобразование переводит диагонали стандарт-

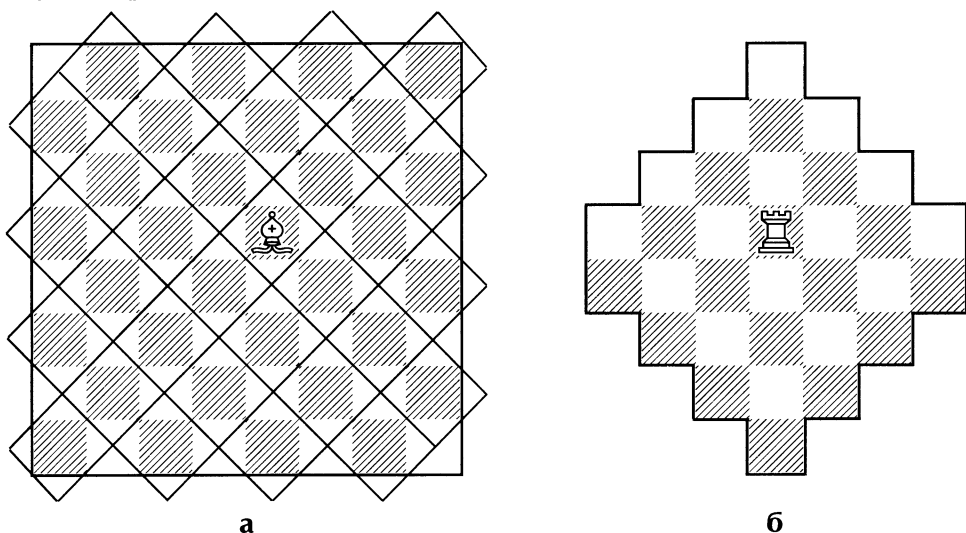


Рис. 99. Преобразование Уэлча.

ной доски в вертикали и горизонтали доски Уэлча (и наоборот), и, значит, ходу слона на 64-клеточной соответствует ход ладьи на 32-клеточной. Итак, любую задачу о слонах на шахматной доске легко переформулировать как задачу о ладьях на более наглядной (без ненужных полей) ступенчатой доске. Остается развернуть ее на 45° и, для порядка, раскрасить в черно-белый цвет (рис. 99, б). Мы, однако, рассмотрим ряд головоломок о слонах на привычной доске 8×8 .

Слон может обойти только половину шахматной доски, но если ограничиться полями одного цвета, задача о его путешествии становится вполне корректной. Маршрут из 17 ходов, предложенный Дьюдени (рис. 100, а), весьма симметричен, но не является кратчайшим. Самое быстрое путешествие слона с посещением всех одноцветных полей (рис. 100, б) в эстетическом отношении уступает ему — на графике появляются «точки возврата», но зато на ход короче.

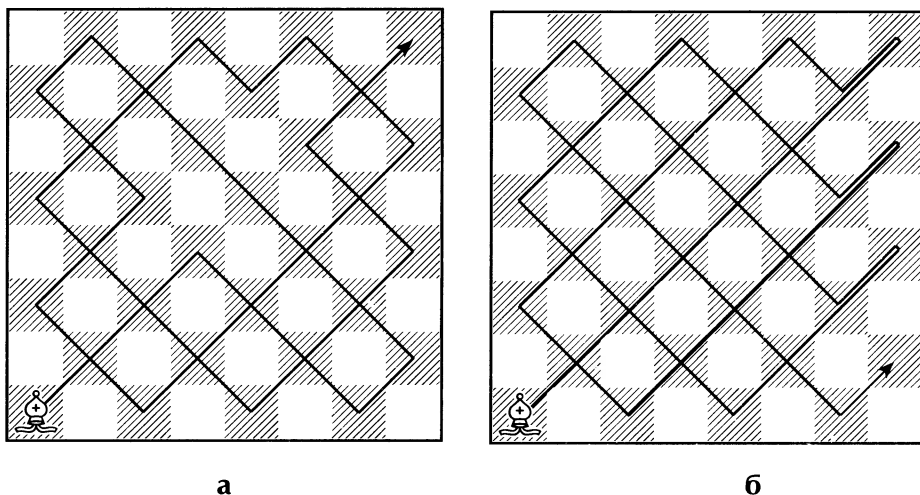


Рис. 100. Маршруты слона по доске.

В общем случае Н. Нецветаев поставил следующую задачу

За какое наименьшее число ходов слон, стартуя с $a1$, может обойти все черные поля доски $n \times n$? (считаем, что при нечетных n черных полей на доске больше).

Докажем, что кратчайший маршрут слона составляет $5n/2 - 4$ ходов при четных n и $(5n+1)/2 - 4$ при нечетных ($n \geq 3$).

Пусть слон стоит на крайнем, но не угловом поле доски. Сделав четыре хода по границам, он вернется на исходное место (для доски 4×4 — рис. 101). Назовем эту замкнутую ломаную малым циклом, а большую черную диагональ или обе (при нечетном n) — большим циклом.

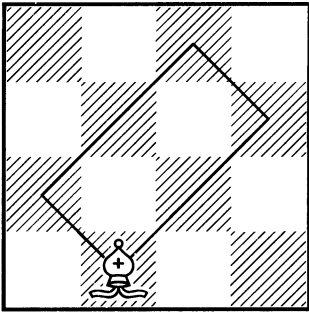


Рис. 101. Малый цикл слона.

а) Пусть n четно, $n=2k$. Имеем $(k-1)$ малый цикл и один большой. Рассмотрим четыре угловых поля малого цикла, которые не являются конечными в маршруте. В каждое из них надо войти и из него выйти. Значит, минимум четыре хода по циклу. Но если сделать ровно четыре, слон окажется в угловом поле цикла. Так как оно не конечное, потребуется еще один ход по циклу. Если же малый цикл содержит конечное поле, то по нему тоже надо сделать минимум четыре хода. Не менее двух ходов слон сделает по большому циклу. Всего не менее $5(k-2) + 4 + 2 = 5n/2 - 4$ ходов.

б) Пусть n нечетно, $n=2k+1$. Имеется два больших цикла и $(k-1)$ малый. Возможны два случая.

Конечное угловое поле входит в большой цикл, не содержащий начального поля. По каждому малому циклу надо сделать не менее пяти ходов и по каждому большому не менее двух. Всего не менее $5(k-1) + 2 + 2 = 5(n-1)/2 - 1$.

Конечное угловое поле не входит в большой цикл, не содержащий начального поля (если оно не угловое, то число ходов не уменьшается). По нему надо сделать минимум три хода, по одному из малых не менее четырех, по остальным не менее пяти, по другому большому не менее двух. Значит, всего не менее $5(k-2) + 4 + 3 + 2 = 5(n-1)/2 - 1$. Результат тот же самый.

Кратчайший маршрут слона на четной доске $n \times n$ проиллюстрирован на рис. 100, б, для стандартной доски

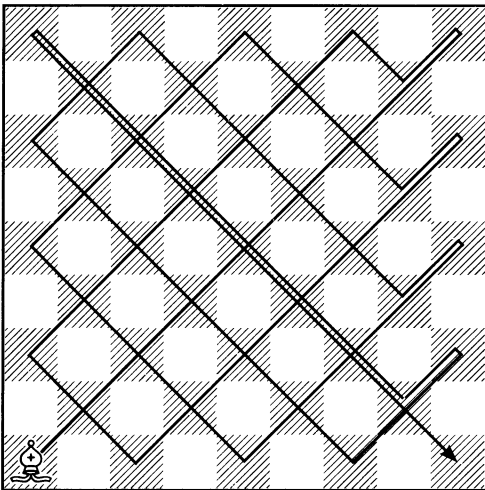
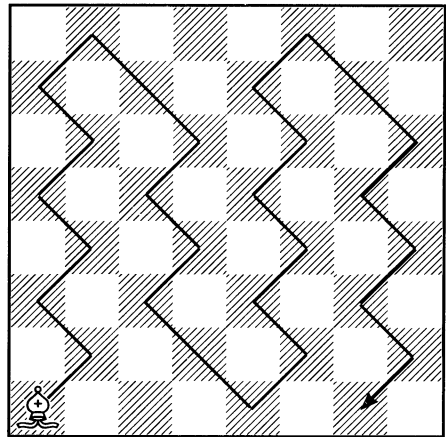
Рис. 102. Путешествие слона на нечетной доске $n \times n$.

Рис. 103. Несамопересекающийся путь слона.

8x8 он содержит 16 ходов. На рис. 102 показан маршрут на нечетной доске, в данном случае 9x9. Он содержит 19 ходов, что и соответствует формуле.

Мы уже знаем, что ферзь, ладья и король могут выбрать маршрут по доске (с посещением всех полей по одному разу), график которого не имеет самопересечений (маршрут ферзя при этом на ход длиннее кратчайшего). Для легких фигур — коня и слона — аналогичные графики (для слона — по полям одного цвета) самопересекаются. Несамопересекающийся путь коня состоит из 35 ходов (рис. 23, е), то есть конь посещает 36 полей. Несамопересекающийся путь слона состоит из 25 ходов и охватывает 29 полей (рис. 103). Таким образом, на одноцветной части доски без его внимания остаются всего три поля из 32 — c1, d8 и h8.

Какой самый длинный несамопересекающийся путь слона на доске $n \times n$?

Если с конем в общем случае задача не решена, то со слоном имеется полная ясность. На нечетной доске он может обойти все поля меньшего цвета, число их равно $(n^2-1)/2$, а на четной — $(n^2-n+2)/2$ полей любого цвета, и в обоих случаях график несамопересекается (при $n=8$ как раз получаем 29 полей).

Со следующей задачей о слоне связана одна забавная история.

С черного углового поля доски $m \times n$ ($m, n > 1$) начинает двигаться слон. Дойдя до края доски, он поворачивается под прямым углом как бильярдный шар и меняет направление. Как только он попадает в угол, останавливается. При каких m и n слон посетит все черные поля доски (вставить на них можно неоднократно)?

Рассмотрим прямоугольник $A_{00}A_{01}A_{11}A_{10}$ с вершинами в центрах угловых полей (рис. 104, а). Длина отрезка $A_{00}A_{01}$ равна $m-1$, а длина отрезка $A_{00}A_{10}$ равна $n-1$. Сдвигая прямоугольник неограниченное число раз вправо на m единиц и вверх на n единиц, получаем решетку (рис. 104, б), узлы которой обозначим через A_{ij} ($i, j = 0, 1, 2, \dots$). (Узел A_{ij} — это точка пересечения прямой, проходящей через A_{i0} параллельно $A_{00}A_{01}$, с прямой, проходящей через A_{0j} параллельно $A_{00}A_{10}$.)

Проведем из точки A_{00} луч d под углом 45° к прямой $A_{00}A_{01}$ (d — биссектриса прямого угла решетки). Тогда пути слона $A_{00}B_1B_2B_3, \dots$ по доске будет соответствовать последовательность точек $A_{00}, B_1', B_2', B_3', \dots$, в которых луч d пересекает стороны решетки. Слон останавливается на l -м ходу (попав в угол доски) тогда и только тогда, когда точка B_l совпадает с узлом решетки.

Пусть A_{pq} — первый (не считая A_{00}) узел, лежащий на луче d ; он соответствует достигнутому слоном угловому полю доски. Поскольку $A_{00}A_{0q}A_{pq}A_{po}$ — квадрат, имеем:

$$p(n-1) = q(m-1) = a,$$

где a — наименьшее общее кратное чисел $m-1$ и $n-1$ (узел A_{pq} — первый!).

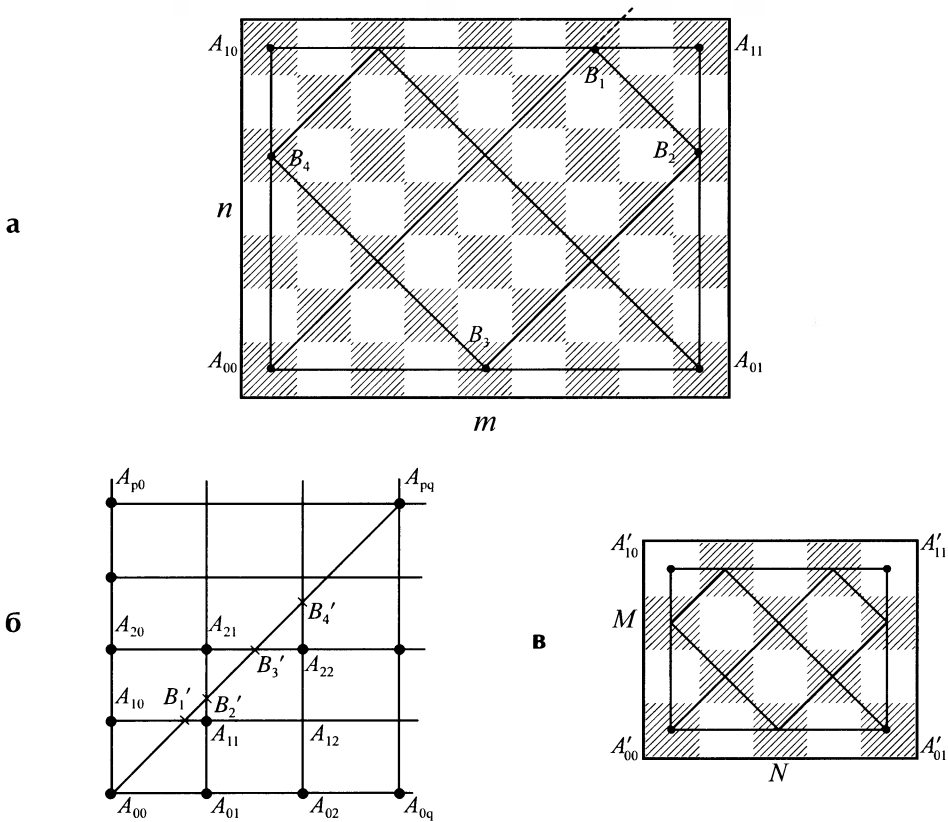


Рис. 104. Задача о слоне.

Между узлами A_{00} и A_{pq} луч d пересекает стороны решетки $p+q$ раз, и, соответственно, $p+q$ раз слон попадает на край доски. Граница доски $m \times n$ содержит $2m+2n-4$ полей — поровну белых и черных. Слон пройдет мимо всех черных полей доски в том и только в том случае, если он посетит все граничные черные поля, то есть если

$$p+q=m+n-2.$$

Из двух полученных равенств следует, что

$$a/(m-1) + a/(n-1) = (m-1) + (n-1),$$

откуда $a=(m-1)(n-1)$. Но наименьшее общее кратное двух чисел равно их произведению тогда и только тогда, когда они взаимно просты. Итак, условие, при котором слон обойдет все черные поля доски $m \times n$, состоит в том, чтобы числа $m-1$ и $n-1$ были взаимно просты. Разумеется, на обычной доске, как и на любой квадратной $n \times n$, слон в состоянии сделать ровно один ход — из угла в угол, пробегая всего через n полей.

Эта задача возникла как частный случай одной чисто математической проблемы (из области целочисленного программирования), не имеющей отношения к шахматам. Ее авторы, Е. Гик и А. Жорницкий, решили опубликовать задачу в «Кванте». Каково же было их удивление, когда, раскрыв очередной номер журнала, мы обнаружили, что у задачи появилось... продолжение, а именно вторая часть, в которой спрашивалось:

Сколько всего полей посетит слон на доске $m \times n$, прежде чем остановится?

По «вине» редакции журнала нам пришлось снова решать свою задачу, причем вторая ее часть оказалась намного сложнее первой...

Если каждое внутреннее черное поле доски, через которое слон проходит два раза, считать дважды, то число черных полей, посещаемых слоном, равно $a+1$ (поскольку длина стороны квадрата $A_{00}A_{0q}$ равна a , и на диагонали $A_{00}A_{pq}$ лежат центры $a+1$ квадратов со стороной 1). Чтобы найти, сколько черных полей обойдет слон на самом деле, нужно из числа $a+1$ вычесть число внутренних черных полей, проходимых слоном дважды. Подсчитаем, сколько всего имеется таких полей.

Обозначим через b наибольший общий делитель чисел $m-1$ и $n-1$. Конечно, сейчас уже предполагается, что эти числа не взаимно просты (в противном случае, из «основной» части задачи следует, что слон посетит все черные поля доски). Итак, $b > 1$ и $(m-1)(n-1) = ab$.

Положим $M = (m-1)/b + 1$, $N = (n-1)/b + 1$.

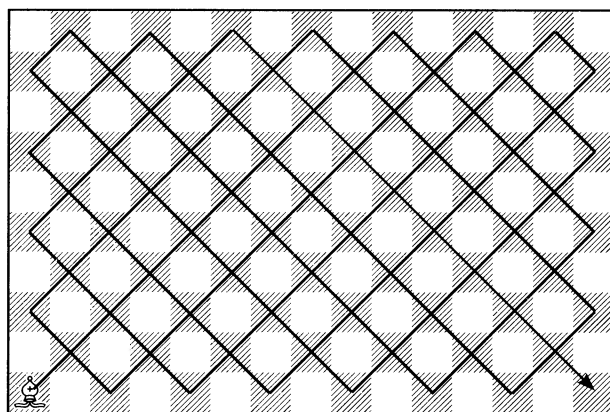
Числа $M-1$ и $N-1$ взаимно просты, поэтому, если взять доску размерами $M \times N$, то слон, начав двигаться из черного угла, обойдет все ее черные поля. Прямоугольники $A_{00}A_{10}A_{11}A_{01}$ и $A'_{00}A'_{10}A'_{11}A'_{01}$ (рис. 104, а, в) подобны, поэтому число самопересечений путей слона на обеих досках (размерами $m \times n$ и $M \times N$) одно и то же. Но так как слон попадает на все граничные черные поля доски $M \times N$ и проходит по всем ее диагоналям, то во всех внутренних черных полях его путь самопересекается. Число их на доске $M \times N$ равно

$$\left[\frac{MN - (2M + 2N - 4) + 1}{2} \right] = \left[\frac{(M-2)(N-2) + 1}{2} \right]$$

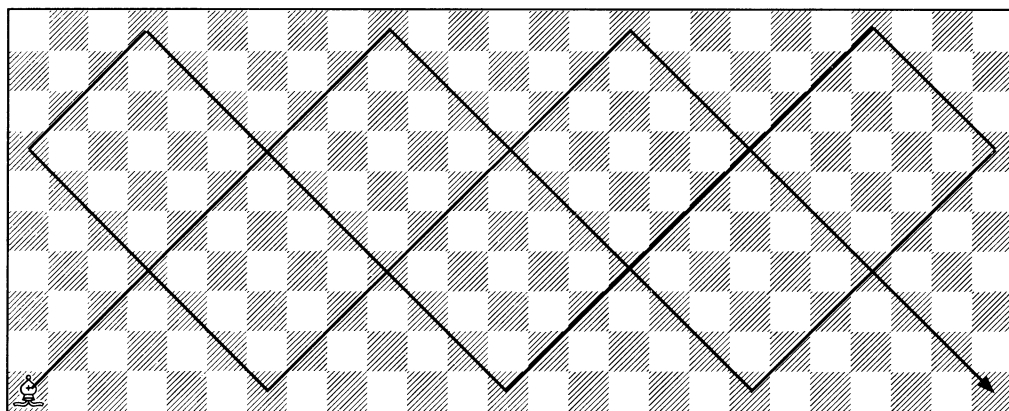
(квадратные скобки, как обычно, означают целую часть числа). Следовательно, на доске $m \times n$ число черных полей, которые обойдет слон, равно

$$\begin{aligned} a + 1 - \left[\frac{(M-2)(N-2) + 1}{2} \right] &= \frac{(m-1)(n-1)}{b} + 1 - \\ &- \left[\frac{((m-1)/b - 1)((n-1)/b - 1) + 1}{2} \right] = \frac{(m-1)(n-1)}{b} - \\ &- \left[\frac{((m-1)/b - 1)((n-1)/b - 1) - 1}{2} \right]. \end{aligned}$$

На рис. 105 показаны перемещения слона по доскам 15×10 и 25×10 . На доске 15×10 (рис. 105, а) слон, стартовав в углу, обошел все 75 черных полей (числа 14 и 9 взаимно просты). На доске 25×10 (рис. 105, б) он посетил только 66 черных полей (числа 24 и 9 не взаимно просты, а имеют общий делитель 3), а на доске 25×15 он обойдет 136 черных полей (числа 24 и 14 имеют общий делитель 2).



а



б

Рис. 105. Путешествие слона по большим доскам.

Итак, слон достаточно походил по доске, пусть теперь немного постоит, отдохнет...

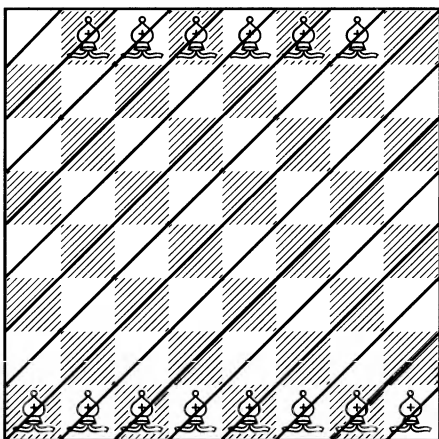


Рис. 106.

Четырнадцать мирных слонов.

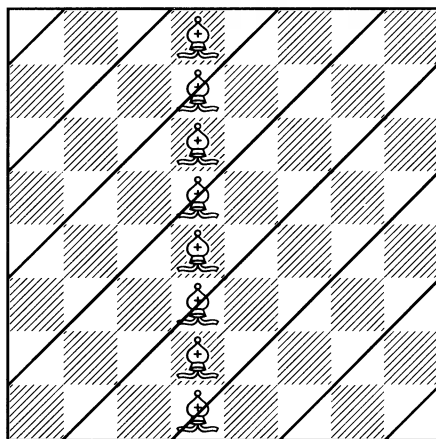


Рис. 107. Восемь слонов-часовых.

Какое наибольшее число слонов можно расставить на доске так, чтобы они не угрожали друг другу?

Проведем на доске пятнадцать диагональных линий, как показано на рис. 106. Если слоны не угрожают друг другу, то на каждой из них стоит не более одного слона. Поскольку прямые пересекают все поля доски, общее число слонов не превышает пятнадцати. Однако ровно столько поставить не удастся, так как две крайние прямые содержат по одному полю, и оба они расположены на одной диагонали a8-h1. Рекордная расстановка четырнадцати слонов дана на том же рис. 106.

На доске $n \times n$ можно аналогично провести $2n-1$ параллельных диагональных прямых и, соответственно, расставить $2n-2$ слонов, не угрожающих друг другу. Доказано, что общее число таких расстановок равно 2^n , причем в каждой из них все слоны располагаются на краю доски.

Какое наименьшее число слонов можно расставить на доске, чтобы они держали под обстрелом все ее свободные поля?

Достаточно восьми слонов (рис. 107). Покажем, что меньше четырех белопольных и четырех чернопольных недостаточно. Предположим противное. Пусть белопольных слонов на доске меньше четырех. Тогда не меньше пяти белых диагоналей (из восьми отмеченных на рисунке) свободны от слонов, причем хотя бы одна из них содержит больше трех полей. Так как ни один из слонов не угрожает более чем одному полю этой диагонали (на ней самой слонов нет), на доске найдутся поля, лежащие вне зоны их действия — противоречие. Аналогично убеждаемся, что на доске стоит не меньше четырех чернопольных слонов, то есть общее число не меньше восьми.

В общем случае *n* слонов (но не меньше) могут взять под контроль все свободные поля доски *nхn*. Их можно расположить вдоль центральной вертикали или горизонтали доски.

Итак, каждой из пяти шахматных фигур у нас была посвящена глава (а коню и ферзю даже две). Пешке предоставлять особое место не обязательно. Она может превратиться в любую фигуру и, значит, явиться предметом исследования предыдущих глав. Впрочем, этот скромный персонаж станет главным героем 19-й главы во второй части книги, где будет изучаться необычная геометрия шахматной доски, а это лучше всего проиллюстрировать на примерах пешечных окончаний.

Глава 9

НЕЗАВИСИМОСТЬ И ДОМИНИРОВАНИЕ

Множество интересных задач и головоломок в шахматной математике возникает при решении следующих двух комбинаторных проблем.

1. Какое наибольшее число одноименных фигур (коней, ферзей, ладьей, королей и слонов) можно расставить на доске так, чтобы никакие две не угрожали друг другу?
2. Какое наименьшее число одноименных фигур (коней, ферзей, ладей, королей и слонов) можно расставить на доске так, чтобы они держали под контролем все свободные поля?

Первое из этих чисел будем называть числом независимости для соответствующих фигур, а второе – числом доминирования. Мирные фигуры, то есть не угрожающие друг другу, называем соответственно независимыми, а фигуры, обстреливающие все свободные поля, – доминирующими.

Введенные термины заимствованы из математической теории графов, в которой задачи на шахматной доске часто используются для удобной иллюстрации важных понятий.

1. Множество вершин графа называется независимым, если никакие две из них не соединены между собой ребром. Среди независимых множеств существует одно или несколько максимально независимых, содержащих наибольшее число вершин. Это число независимости для данного графа (или число его внутренней устойчивости).

2. Множество вершин графа называется доминирующим, если каждая вершина вне его соединена ребром хотя бы с одной, принадлежащей этому множеству. Среди доминирующих множеств существует одно или несколько минимально доминирующих, содержащих наименьшее число вершин. Это число доминирования для данного графа (или число его внешней устойчивости).

Как мы знаем, каждой шахматной фигуре можно поставить в соответствие граф с вершинами на полях доски. Если между двумя данными полями воз-

можен ее ход, то расположенные в них вершины соединяются ребром. Очевидно, наша первая шахматная проблема заключается в определении числа независимости для графов фигур, а вторая — в определении числа доминирования.

Такой четкой связью между графами и шахматными головоломками и объясняется популярность шахматных терминов в литературе по теории графов. Существенно, что многие задачи о графах, весьма сложные в общем случае, удается решить для графов шахматных фигур.

Обозначим через N число независимости, а через D — число доминирования для данного графа, индекс отвечает размерам доски: N_n и D_n — числа независимости и доминирования на доске $n \times n$.

Результаты исследований будем вносить в табл. 4 и 5, знаки вопроса здесь означают, что соответствующие числа неизвестны. После строк с N и D в таблицах следуют строки с числом расстановок независимых и доминирующих фигур. Поскольку в шахматной математике популярнее всего задачи и головоломки на обычной доске, сначала приводим табл. 4 для доски 8×8 , а затем табл. 5 — обобщение для доски $n \times n$.

Конь. С независимостью имеется полная ясность. Очевидно, расставляя 32 коня на полях одного цвета (на рис. 108 — черного), получим два независимых множества. Убедимся, что других расстановок такого количества мирных коней не существует. Рассмотрим произвольный замкнутый маршрут коня. В нем после каждого поля, занятого фигурой нашей расстановки, следует свободное. Значит, кони не могут занимать более половины доски. Если же половина заполнена, то они идут в маршруте через поле, то есть расположены на полях одного цвета.

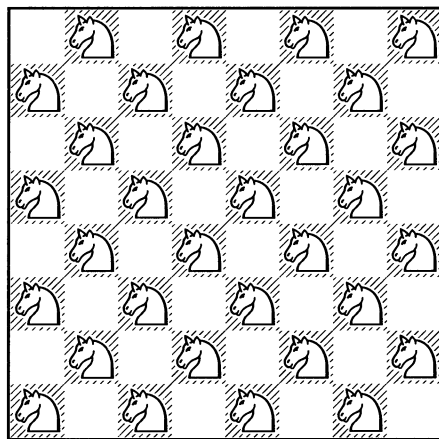


Рис. 108. Тридцать два мирных коня.

Итак, для коней $N_8=32$, и имеются две необходимые расстановки. Другие фигуры, не угрожающие друг другу, в таком количестве расставить невозможно, и поэтому коней по праву можно считать самыми мирными жителями шахматной семьи.

В общем случае $N_n=n^2/2$, если n четно, и $N_n=(n^2+1)/2$, если n нечетно. В первом случае имеются две искомые расстановки (одноцветные), во втором — только одна (кони стоят на полях того цвета, которого на доске больше).

На рис. 109 дано еще одно оригинальное расположение 32 коней, отличающееся тем, что каждый конь бьет ровно двух других (все кони разбиты на четыре связки).

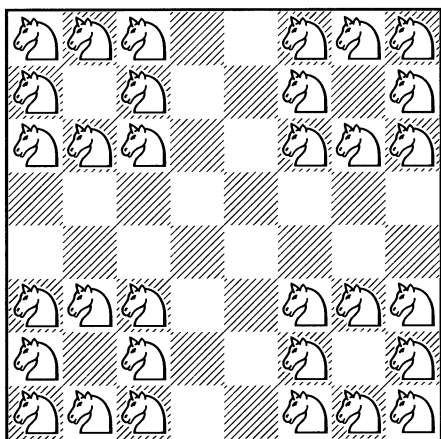


Рис. 109. Связки коней.

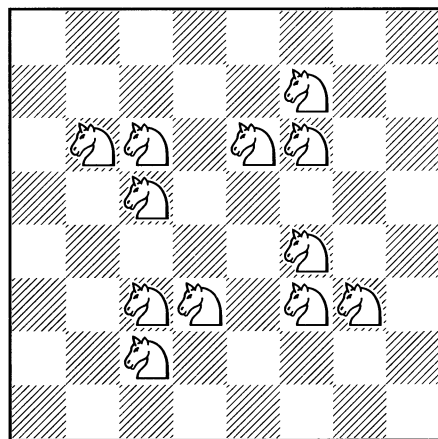


Рис. 110. Двенадцать коней-часовых.

Для доминирования на стандартной доске достаточно 12 коней (рис. 110). Любопытно, что и здесь существуют всего две расстановки — вторая получается из данной при зеркальном отражении. В общем случае задача не решена, поэтому в табл. 5 появились первые вопросительные знаки.

Ладья. Все интересующие нас результаты уже получены. На шахматной доске имеем $8!$ расстановок восьми независимых ладей и $2 \times 8^8 - 8!$ — восьми доминирующих. В общем случае $N_n = D_n = n$, а число решений равно соответственно $n!$ и $2n^n - n!$

Табл. 4. Независимость и доминирование на доске 8×8 .

$N; D$	Конь	Ладья	Ферзь	Король	Слон
Число независимости	32	8	8	16	14
Число расстановок	2	40320	92	281571	256
Число доминирования	12	8	5	9	8
Число расстановок	2	$2 \times 8^8 - 8!$	4860	3600	11664

Ферзь. Как мы знаем, для числа независимости $N_2=1$, $N_3=2$, и для всех $n \neq 2, 3$: $N_n=n$. На стандартной доске можно расставить восемь мирных ферзей 92 различными способами. В табл. 2 было указано число расстановок для $n \leq 12$, в общем случае задача не решена.

Число доминирования ферзей на стандартной доске, как, впрочем, и на досках 9×9 , 10×10 и 11×11 , равно пяти, имеется 4860 расстановок пяти ферзей-часовых на доске 8×8 . В общем случае формула для числа доминирующих

Табл. 5. Независимость и доминирование на доске $n \times n$.

$N_n; D_n$	Конь	Ладья	Ферзь	Король	Слон
Число независимости для доски $n \times n$ (N_n)	$n^2/2$ при четных n , $(n^2+1)/2$ при нечетных n	n	1 при $n=1$ и $n=2$, 2 при $n=3$, n при $n \geq 4$	k^2 , где $n=2k$ или $n=2k-1$	1 при $n=1$, $2n-2$ при $n \geq 2$
Число расстановок	2 при четных n , 1 при нечетных n	$n!$?	?	1 при $n=1$, 2^n при $n \geq 2$
Число доминирования для доски $n \times n$ (D_n)	?	n	?	k^2 , где $n=3k$, $n=3k-1$ или $n=3k-2$	n
Число расстановок	?	$2 \times n^n - n!$?	?	см. ниже

ферзей на доске $n \times n$ неизвестна, выше были указаны некоторые верхние и нижние оценки для него.

Король. Задачи о независимости и доминировании королей тоже обсуждались нами. Наибольшее число независимых фигур на доске $n \times n$ равно k^2 , где $n=2k$ или $n=2k-1$. На доске 8×8 существует 281571 расстановка 16 независимых королей и 3600 расстановок девяти доминирующих. Формулы для числа независимых и доминирующих королей на доске $n \times n$ указаны в табл. 5, число расстановок в общем случае неизвестно. Наименьшее число доминирующих королей равно девяти, получена формула и в общем случае.

Слон. В предыдущей главе доказано, что $N_n = 2n-2$ ($n > 1$) и, в частности, на доске 8×8 можно расставить 14 независимых слонов. Число расстановок равно 2^n .

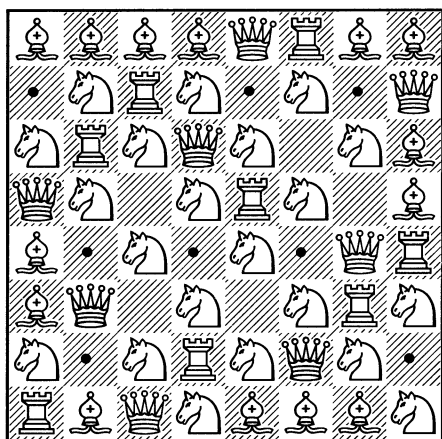
Далее, $D_n = n$ и на доске 8×8 доминируют восемь слонов. Хотя формула для числа расстановок довольно громоздка, приведем ее. Число расстановок n доминирующих слонов равно:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{n+1}{2} \binom{n}{2}! \right]^2 && \text{при } n=4k; \\
 & \frac{n^3+3n^2+2n-2}{8} \left[\left(\frac{n-1}{2} \right)! \right]^2 && \text{при } n=4k+1; \\
 & \left[\frac{n^2+n+2}{4} \left(\frac{n}{2}-1 \right)! \right]^2 && \text{при } n=4k+2; \\
 & \frac{n^3+n^2-6n+6}{8} \left(\frac{n-3}{2} \right)! \left(\frac{n+1}{2} \right)! && \text{при } n=4k+3.
 \end{aligned}$$

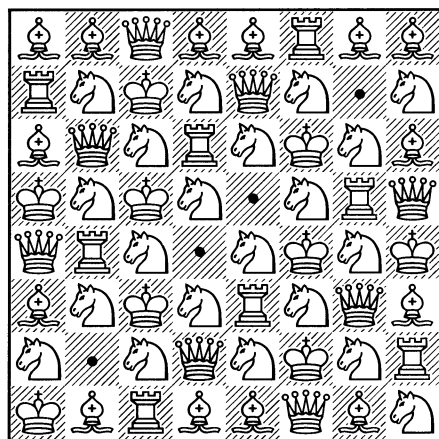
Интересно, что при четных n число расстановок независимых и доминирующих слонов представляет собой полный квадрат. Так, на доске 8×8 соответственно имеем: $2^8 = 256 = 16^2$ расстановок 14 независимых слонов и (см. формулу) $108^2 = 11664$ расстановок восьми доминирующих.

Понятно, в чем здесь дело. Чернопольных и белопольных слонов можно расставлять отдельно друг от друга. При этом если доска четная, число расстановок чернопольных слонов, обладающих некоторым свойством (независимость или доминирование), равно числу расстановок белопольных, обладающих тем же свойством. Пусть оно равно t . Комбинируя каждую из чернопольных расстановок с каждой из белопольных, всего получаем t^2 расстановок, обладающих данным свойством.

Итак, мы полностью заполнили табл. 4 и, насколько возможно, табл. 5. Можно поставить точку в проблемах, сформулированных нами в начале главы.



а

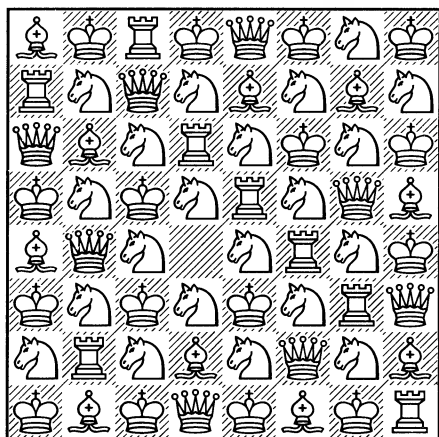


б

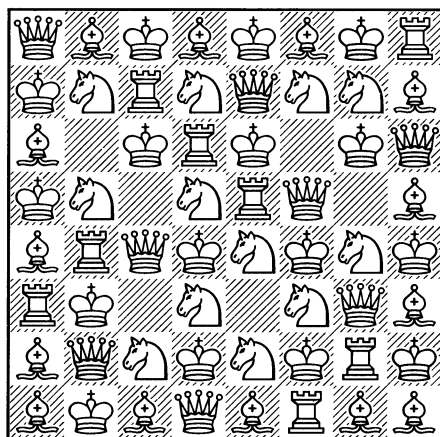
Рис. 111. Рекорды независимости.

Позиция на рис. 111, а найдена Г. Дьюдени еще в XIX веке. На доске одновременно уместилось рекордное число мирных фигур: 8 ферзей, 8 ладей и 14 слонов. На белых полях расположился 21 конь, и еще для одного рекорда не хватило 11 полей. При желании на черные поля, помеченные точками, можно поставить еще 8 королей, и тогда свободными останутся всего 5 полей.

Таким образом, в расстановке Дьюдени участвуют 59 персонажей, причем одноименные фигуры не бьют друг друга. Этот рекорд держался около 100 лет, и только в 1986 году всего на одну фигуру, его побил В. Попов (рис. 111, б). Здесь при 8 ферзях, 8 ладьях, 14 слонах и 21 коне разместилось 9 королей, и общее число фигур увеличилось до 60. Четыре свободных поля расположились на одной большой диагонали, что придает позиции своеобразную симметрию.



в



г

Рис. 111.

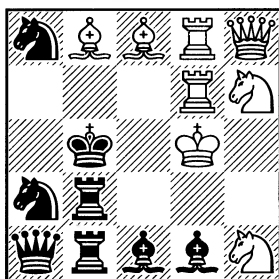
Прошло два года, и был побит и этот рекорд. На рис. 111, в — позиция, которую обнаружил Б. Курбанов. По-прежнему на доске 8 ферзей и 8 ладей, а третий рекорд установлен не для слонов, а для королей — 16. Коней столько же, сколько у Дюдени и Попова — 21, но есть еще 10 слонов. Итого 63 фигуры, почти полная доска.

Но и на этом дело не кончилось. Спустя еще год один из любителей головоломок придумал новую позицию (рис. 111, г). Число рекордов увеличилось до четырех: 8 ферзей + 8 ладей + 14 слонов + 16 королей, причем это предел — пяти рекордов одновременно не бывает. На доске еще 12 мирных коней, а вот оставшиеся шесть пустых полей уже никак не использовать.

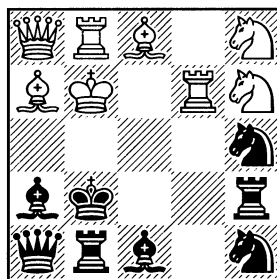
До сих пор мы занимались классическими головоломками о расстановке фигур. Однако существует множество интересных задач, в которых используются разные наборы фигур (не обязательно одноименных). Если говорить о независимости, то можно расставлять различные фигуры, не угрожающие друг другу. Вот общая формулировка целого класса задач.

Сколькоими способами можно расставить p мирных фигур на доске $n \times n$ ($p \leq N_n$)?

Расставлять фигуры можно одного цвета или обоих, требовать, чтобы белые и черные не угрожали друг другу. А следующая головоломка имеет более шахматное содержание.



а



б

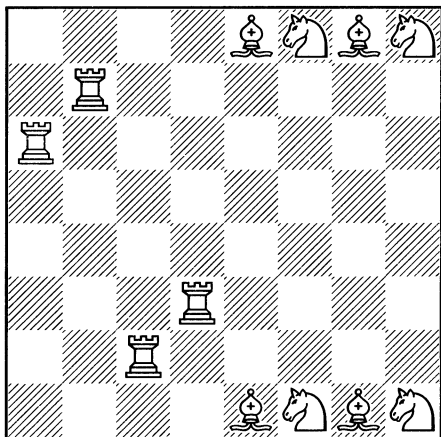
Рис. 112. Белые и черные фигуры не мешают друг другу.

При каком наименьшем n на доске $n \times n$ умещается весь комплект фигур (без пешек), причем фигуры противоположного цвета – уже по-шахматному! – не угрожают друг другу?

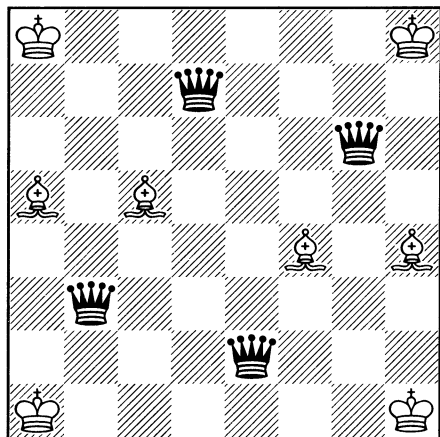
На доске 4×4 16 персонажей невольно войдут в соприкосновение, а на доске 5×5 искомые расстановки уже существуют (рис. 112), причем одна из них центрально-симметрична (рис. 112, а).

При каком наибольшем r на обычной доске можно расставить r ладей, r слонов и r коней так, чтобы ни одна из фигур не угрожала другой?

При $r=4$. Если ладей больше 4, то от них свободны не более трех вертикалей и трех горизонталей, то есть полей, на которые ладьи не нападают, не больше 9. Значит, на доске не смогут разместиться 5 слонов и 5 коней. Как расставить 12 мирных фигур, показано на рис. 113, а.



а

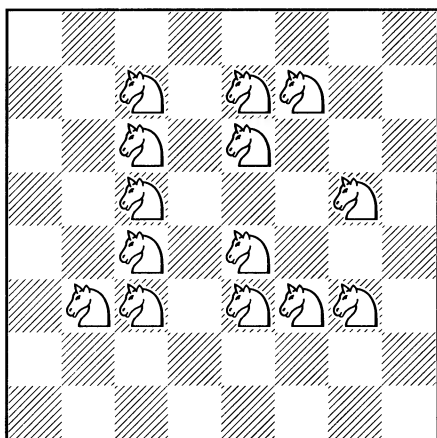


б

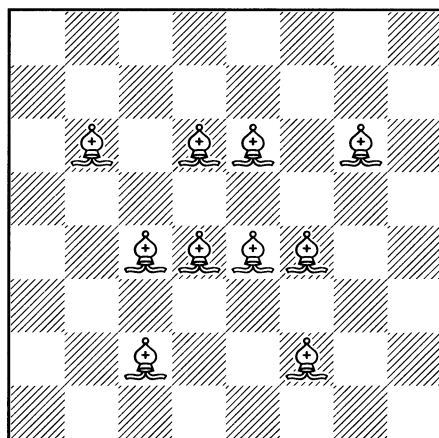
Рис. 113. Двенадцать мирных фигур.

При каком наибольшем p можно расставить p королей, p ферзей и p слонов так, чтобы ни одна из фигур не угрожала другой?

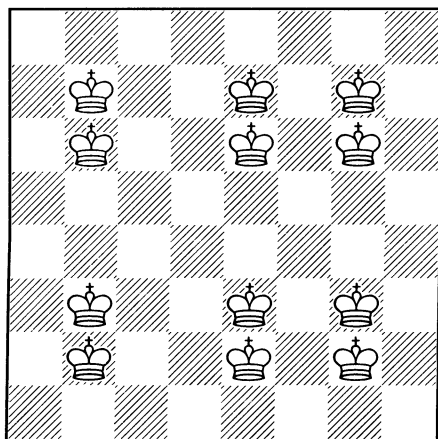
Ответ тот же: при $p=4$. По аналогии с предыдущей задачей и здесь p не больше 4. А одна из расстановок 4 королей, 4 ферзей и 4 слонов, не угрожающих друг другу, показана на рис. 113, б.



а



б



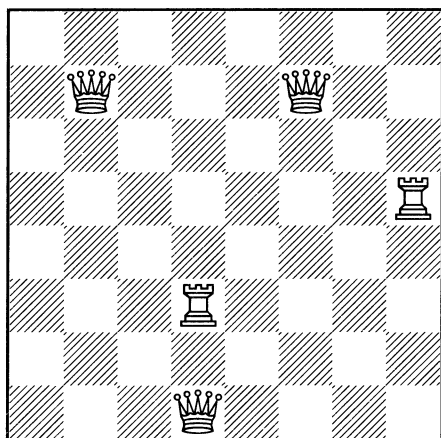
в

Рис. 114. Под охраной все поля доски.

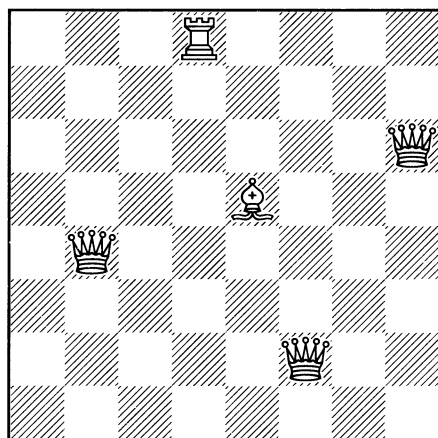
В задачах о доминировании часто требуется, чтобы фигуры контролировали не только свободные поля доски, но и занятые. На рис. 58, б пять ферзей-часовых обладали этим свойством; восемь ладей вдоль любой вертикали или горизонтали контролируют все 64 поля доски. Что касается других фигур, то их требуется несколько больше, чем для обычного доминирования. Коней и слонов придется использовать на два больше, а королей даже на три (рис. 114). Итак, 14 коней, 10 слонов или 12 королей в состоянии держать все поля доски.

Исследуем теперь доминирование различных наборов фигур, не обязательно одноименных. Пять ферзей справляются с шахматной «тюрьмой» и меньшим числом фигур не обойтись. Любопытно, однако, что двух из пяти ферзей можно заменить более слабыми фигурами — двумя ладьями или даже ладьей

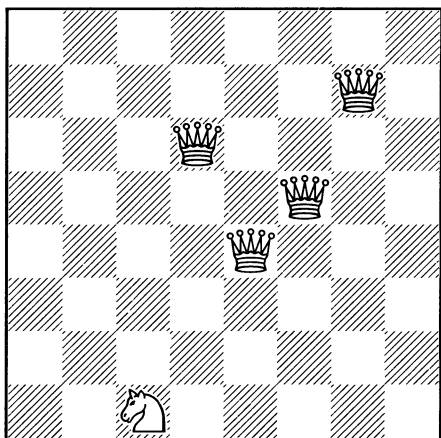
и слоном (рис. 115, а, б), причем в первом случае атакованы все 64 поля. Если ферзей сопровождает конь или король, то на доске можно оставить четырех ферзей (рис. 115, в, г); их положение здесь одно и то же.



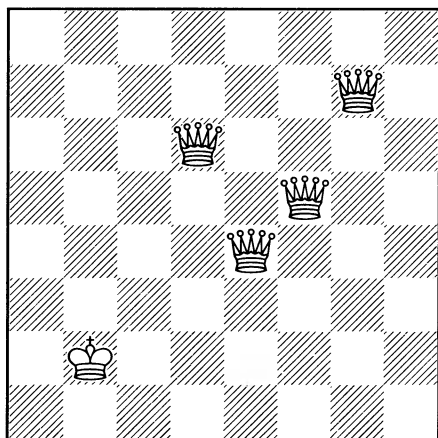
а



б



в

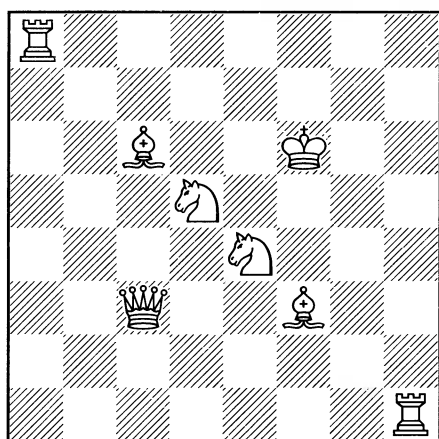


г

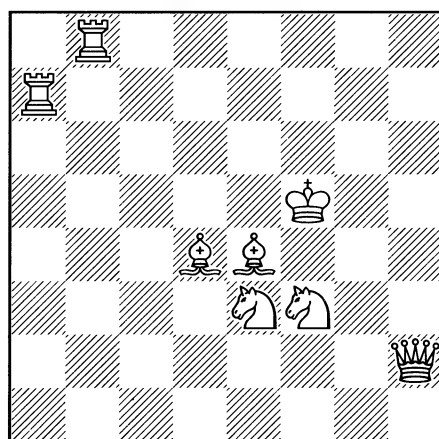
Рис. 115. Пять фигур-часовых.

Можно ли расставить на доске полный набор из восьми фигур (король, ферзь, две ладьи, два слона, два коня) так, чтобы они нападали на все 64 поля доски?

Как ни странно, все фигуры доминируют на доске лишь в том случае, если слоны одноцветные (рис. 116, а). Если же слоны разного цвета, то одно поле всегда останется без присмотра, причем таковым могут стать разные (на рис. 116, б – с1).



а



б

Рис. 116. Доминирование восьми фигур.

Если требуется, чтобы под охраной находились только свободные поля доски, то хватает и семи фигур, одного из слонов можно просто снять (рис. 117).

Прежде чем заняться следующей задачей, дадим еще одно определение из теории графов. Пусть каждой вершине графа приписан некоторый цвет. Скажем, что граф раскрашен правильно, если любые две вершины, связанные одним ребром, имеют разные цвета. Наименьшее число красок, которое требуется для раскраски данного графа, называется его *хроматическим числом*.

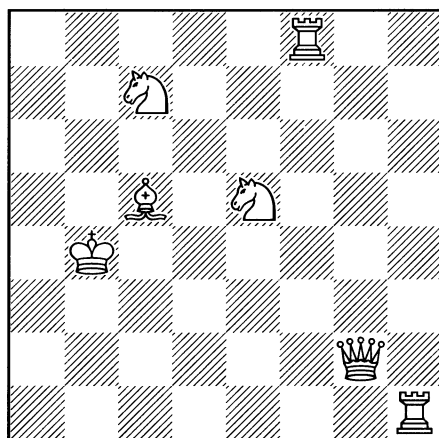


Рис. 117. Семь фигур-часовых.

Нахождение хроматического числа в общем случае представляет собой весьма сложную проблему. Упомянем, например, знаменитую задачу о четырех красках, которая сводится к определению хроматического числа графа.

Можно ли произвольную географическую карту раскрасить четырьмя красками так, чтобы любые две соседние страны были окрашены в разные цвета?

Если в каждой стране разместить вершину графа и соединить ребром пары вершин, расположенных в соседних странах, то получим граф географической карты. Его хроматическое число совпадает с наименьшим числом красок, необходимых для раскраски. Гипотеза, согласно которой хроматическое

число графа для любой карты не более четырех (хватает столько красок), была высказана еще в середине XIX века. Несмотря на усилия многих математиков, доказать ее удалось только спустя сто с лишним лет, в 1976 году. А теперь шахматный вариант этой старинной задачи.

Какого наименьшего числа красок достаточно для раскраски всех полей доски, чтобы любые два поля, связанные ходом данной фигуры (ферзя, ладьи, коня, слона или короля), были окрашены в разные цвета?

Меньше всего красок — две — требуется для коней, собственно, здесь и раскрашивать нечего, сама черно-белая доска и есть решение головоломки. В случае слонов и ладей достаточно восьми красок, и меньшим числом не обойтись. Каждую вертикаль, заполненную слонами, надо раскрасить в свой цвет. Для ладей все поля первой горизонтали можно окрасить в разные цвета, а далее использовать «циклический сдвиг» красок. Другими словами, если краски пронумеровать от 1 до 8, то окраска первой горизонтали — 1, 2, ..., 8; второй — 2, 3, ..., 8, 1; третьей — 3, 4, ..., 8, 1, 2 и т. д., восьмой — 8, 1, ..., 7.

Переходя к королям, заметим, что для них все четыре поля произвольного квадрата 2×2 должны быть окрашены в четыре цвета. Четырех красок хватает и для всей доски. Левый нижний квадрат произвольно раскрасим в четыре цвета, затем так же раскрасим соседние квадраты 2×2 и т. д., пока не будет раскрашена вся доска.

Для ферзей на рис. 118 дана раскраска доски в девять цветов (числа от 1 до 9 соответствуют девяти краскам). Действительно, здесь никакие два одинаковых числа не стоят на одной вертикали, горизонтали и диагонали. Покажем, что восьми красок уже не хватает.

Очевидно, все ферзи определенной раскраски образуют некоторую расстановку задачи о восьми ферзях. Значит, всю доску должны заполнить восемь таких расстановок. Попробуем использовать знакомый нам набор из 12 основных расстановок (стр. 63, 64). На каждой из двух больших


6	2	7	3	1	5	9	4
9	1	5	8	4	7	3	2
5	4	9	1	3	2	6	8
2	7	3	4	6	1	5	9
3	6	2	5	7	9	4	1
7	5	1	9	2	3	8	6
	9	4	7	8	6	2	3
8	3	6	2	9	4	1	5

Рис. 118. Задача о красках для ферзей.

диагоналей находится по восемь ферзей разной раскраски, и эти ферзи входят в разные расстановки. Поэтому нас устраивают только такие восемь, которые содержат по одному ферзю с каждой из больших диагоналей. Итак, не годятся № 2, 8 (в них отсутствуют поля больших диагоналей), а также № 4, 5, 10, 11 (здесь ферзи только с одной диагонали). У нас осталось не больше $12 - 6 = 6$ основных расстановок, а надо 8 — уже недостаточно.

Известно, что любую доску $n \times n$ можно раскрасить в $n+3$ цвета, чтобы ферзи, стоящие на полях одного цвета, не угрожали друг другу. Для некоторых n достаточно и меньшего числа красок: $n+2$, $n+1$ или n . Существует гипотеза, что при любом $n \geq 3$ хроматическое число графа ферзей равно либо n , либо $n+1$.

В наше демократическое время, когда важные решения принимаются большинством голосов, И. Акулич придумал весьма актуальную шахматную головоломку.

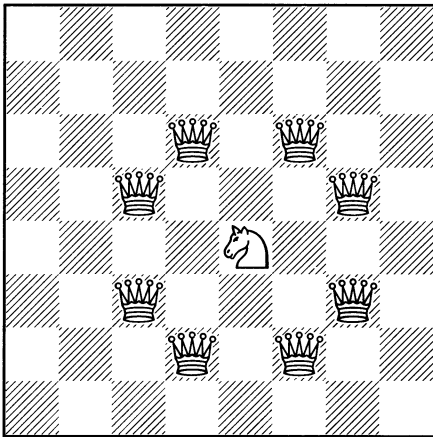
Шахматно-демократическая задача. Какое наибольшее число фигур можно расставить на доске, чтобы каждая из них угрожала не менее чем:

- половине остальных?
- большинству остальных?
- квалифицированному большинству, то есть $2/3$ остальных?

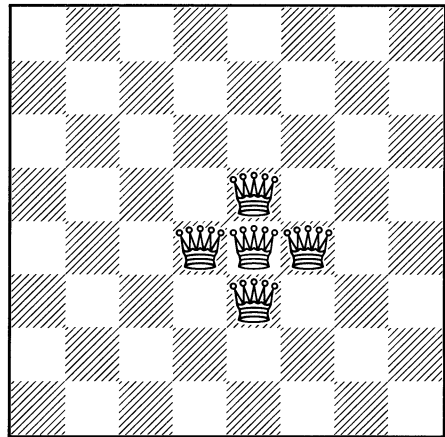
Поскольку ферзь, поставленный на место ладьи, слона, короля и пешки, держит те же поля и еще некоторые, достаточно искать расстановки, в которых используются только ферзи и кони.

Выясним, какое наибольшее число фигур может находиться на доске. Пусть они расставлены нужным образом — выполняется одно из условий — *a*, *b* или *в*. Рассмотрим самую нижнюю горизонталь, на которой имеются фигуры, и самую правую фигуру на ней. Если это ферзь, то он держит не более четырех фигур (слева от себя, слева-сверху, сверху и справа-сверху). Если это конь, то он тоже угрожает не более чем четырем фигурам (ниже него фигур нет).

Итак, в искомой расстановке имеется хотя бы одна фигура, которая угрожает не более чем четырем другим. Тогда для случая *a* число остальных фигур, не атакованных данной, не больше четырех, для случая *b* — не больше трех, для случая *в* — не больше двух. Поэтому общее число фигур не превышает: для *a* — девяти ($1+4+4=9$), для *b* — восьми ($1+4+3=8$) и для *в* — семи ($1+4+2=7$).



а



б

Рис. 119. Демократия на шахматной доске.

На рис. 119, а расстановка наибольшего числа фигур для случая *a* равна девяти. Каждый ферзь угрожает четверем, то есть половине остальных фигур (а конь вообще нападает на все фигуры). Рекордная расстановка для случая *б* получается из данной удалением коня. Теперь каждый ферзь угрожает четверем из остальных семи, то есть большинству.

Чуть сложнее обстоит дело для случая *в*. Можно доказать, что нас устраивают только пять фигур и не больше.

На рис. 119, б каждый ферзь угрожает трем или четверем другим, то есть не меньше чем $2/3$ ($4 \times 2/3 = 2,66\dots$) остальных — условие *в*) выполнено. Все приведенные рекорды абсолютные, улучшить их невозможно.

Можно ли расставить на доске весь комплект фигур и пешек одного цвета, чтобы никакая фигура (пешка) не била другую?

Одна из возможных расстановок показана на рис. 120.

Можно ли расставить на доске: а) пять ладей и пять коней; б) шесть ладей и шесть коней так, чтобы ни одна фигура не била другую?

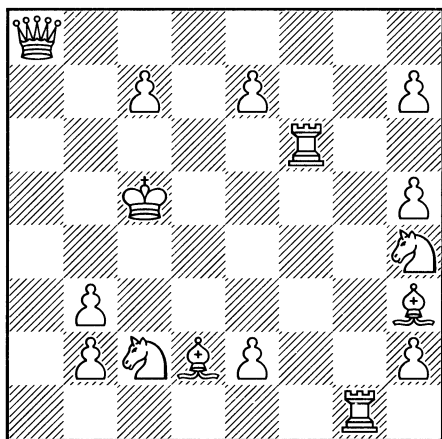


Рис. 120.

Ни одна фигура не угрожает другой.

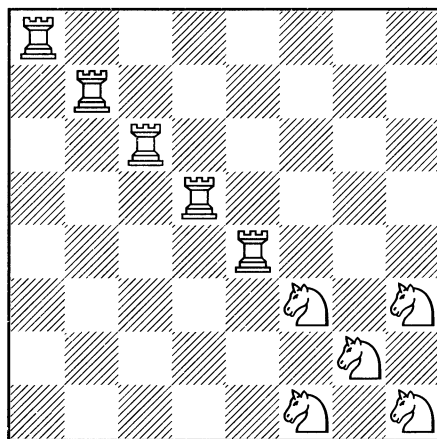


Рис. 121. Мирные ладьи и кони.

В первом случае расстановка существует (рис. 121), во втором — нет. И правда, если поставить на доске шесть ладей, не угрожающих друг другу, то придется исключить из рассмотрения шесть вертикалей и шесть горизонталей. Всего в запасе останется четыре свободных поля, а коней — шесть!

Одна головоломка на расстановку сказочных фигур (подробнее о них речь пойдет во второй части книги).

Расставить на доске четырех магараджей (ходят как ферзь и конь) и четырех канцлеров (ходят как ладья и конь) так, чтобы фигуры не угрожали друг другу.

Вот одна из расстановок восьми нестандартных фигур: магараджи — на полях a5, b8, g1, h4, канцлеры — на полях c2, d3, e6, f7.

В нашей книге немало задач с участием одноименных фигур, особенно в этой главе. Вот еще один весьма оригинальный подход. Напомним, что в русских шашках на 64-клеточной доске три дамки всегда ловят одну неприятельскую, если она не стоит на «большой дороге», то есть на диагонали a1-h8. Известный математик В. Успенский*) предложил следующее шахматно-математическое обобщение этой шашечной ситуации.

Какое наименьшее число одноименных фигур данного цвета могут поймать одну такую же фигуру противоположного цвета (другие фигуры на доске отсутствуют)?

Рассмотрим эту задачу для каждой из пяти фигур, предполагая, что сильнейшая сторона — белые.

Ферзи. При пяти белых ферзях, доминирующих на доске (рис. 58), черному ферзю некуда деться — он либо берется, либо разменивается. Однако, оказывается, достаточно и четырех ферзей (рис. 122, эту симпатичную позицию предложил А. Ханьян; ферзи здесь расположены в вершинах параллелограмма, напоминающего стрелку компаса, вписанную в квадрат). В распоряжении черного ферзя три свободных поля — b4, f1 и g6, не связанных между собой ходом ферзя. Значит, на каком бы из них ферзь ни стоял, при своем ходе он сразу попадает под бой.

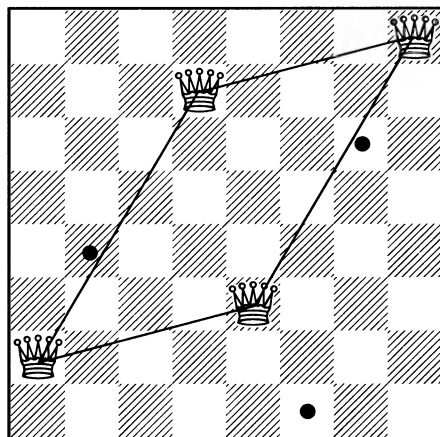


Рис. 122.

Четыре белых ферзя ловят черного.

Ладьи. Шесть белых ладей (а тем более меньше) не могут справиться с одной черной. Действительно, где бы они ни находились, найдутся свободные две горизонтали и две вертикали.

*) Здесь автор книги должен заметить, что Владимир Успенский, доктор физ. мат. наук, профессор и зав. кафедрой математической логики и теории алгоритмов мехмата МГУ, еще почти 40 лет назад написал интересное и глубокое предисловие к моей самой первой книге «Математика на шахматной доске», можно сказать, открыл зеленую улицу новому направлению — *шахматной математике*.

Четыре поля на пересечении этих линий образуют прямоугольник и не атакованы. При своем ходе черная ладья всегда может перескочить с одного из безопасных полей на другое. А вот семь ладей без труда ловят неприятельскую.

Например, снимем на рис. 72 любую белую ладью; черная может стоять только на этом поле и, совершая ход, теряется.

Слоны. Пусть фигуры белопольные; тогда четыре белых слона, помогая друг другу, занимают доминирующее положение на полях d1, d3, d5 и d7. И в результате для белопольного черного слона на доске не остается свободных полей.

Короли. Два белых короля легко оттесняют неприятельского на край доски, а затем в угол. У того не остается пространства, и он вынужден встать под бой (в данном случае математические правила важнее шахматных).

Кони. Для этого случая составлена компьютерная программа, позволяющая трем белым коням справиться с одним черным. Конечно, белый конь e5 один «выигрывает» у коня h8 при ходе черных; но это исключение из правила.

Итак, проблема Успенского полностью решена!

Глава 10

СИЛА ФИГУР

Сила шахматных фигур – величина относительная и зависит от конкретной ситуации на доске. Придумано немало остроумных позиций, в которых одна пешка справляется с целой неприятельской армией фигур. Но вместе с тем любой шахматист знает, что пешка слабее всех фигур (если, конечно, она вот-вот не станет ферзем), что легкие фигуры, конь и слон, примерно равноценны, и любую из них можно отдать за три пешки, ладья сильнее легкой фигуры, а ферзь намного превосходит ладью.

Существуют различные шкалы оценки силы фигур, причем за единицу всегда принимается сила пешки. Вот некоторые из шкал, через $F(x)$ обозначается сила фигуры x :

$$F(\text{♙})=1, F(\text{♘})=F(\text{♗})=3, F(\text{♖})=5, F(\text{♚})=9;$$

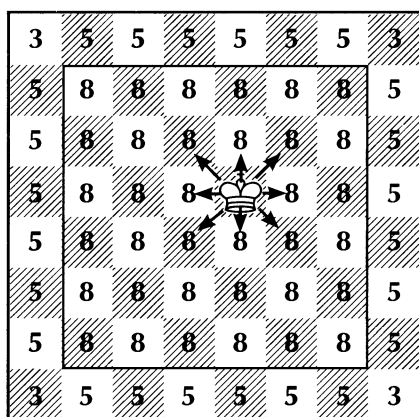
$$F(\text{♙})=1, F(\text{♘})=3, F(\text{♗})=3,5, F(\text{♖})=5,5, F(\text{♚})=10;$$

$$F(\text{♙})=1, F(\text{♘})=F(\text{♗})=3,5, F(\text{♖})=5, F(\text{♚})=10.$$

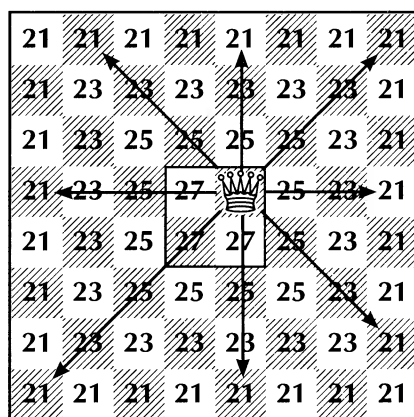
Эти шкалы вполне соответствуют реальному представлению шахматистов о силе фигур. Так, в них отражено, что ладья равносильна легкой фигуре и двум пешкам, ферзя можно разменять на две ладьи или ладью, слона и пешку и т. д. О силе короля речь пойдет чуть ниже.

Конечно, игрок при расчете вариантов автоматически сравнивает силу фигур и никаких арифметических действий не производит. Что же касается компьютера, то он без той или иной шкалы просто не в состоянии играть.

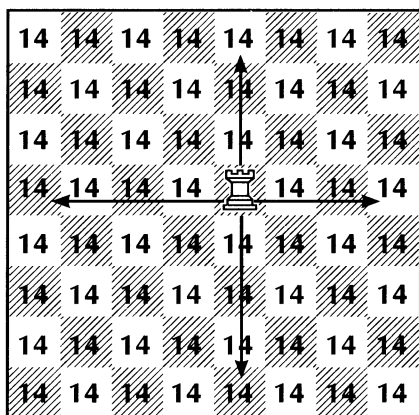
Приведенные шкалы отражают реальный опыт игры. Однако существует и чисто математический подход к определению силы фигур, основанный на особенностях их передвижения. В принципе, фигура тем сильнее, чем боль-



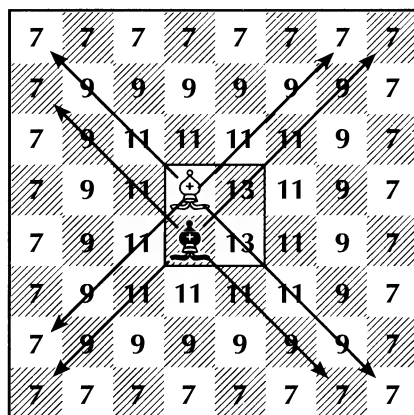
а



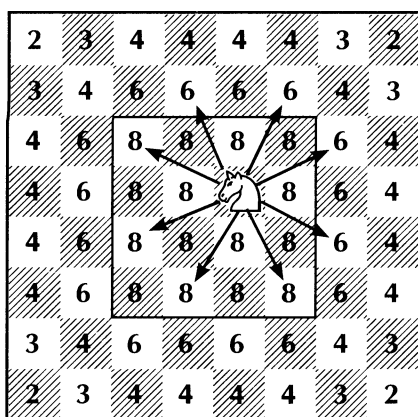
б



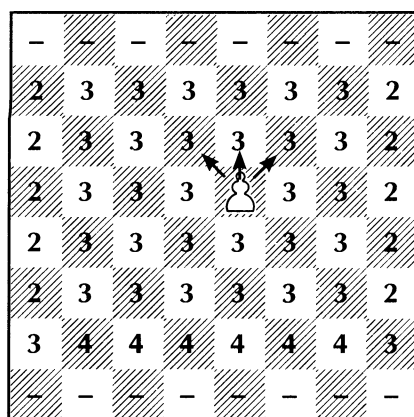
в



г



д



е

Рис. 123. Сила шахматных фигур.

шее число ходов в ее распоряжении и, значит, большее число полей держит под ударом. Число ходов зависит от положения фигуры, но легко определить и среднее значение.

Складывая число возможных ходов фигуры x с каждого поля доски (рис. 123), получаем общее число $S(x)$. Разделив его на число всех полей, находим среднее число ходов $P(x)$. Эту величину можно назвать подвижностью фигуры x . Для нахождения силы фигуры x , осталось разделить ее подвижность $P(x)$ на подвижность пешки $P(\text{♟})$.

Найдем силу всех фигур на обычной доске, а затем обобщим результаты для доски $n \times n$. Начнем с короля (рис. 123, а). С угловых полей он может сделать три хода, с остальных крайних полей — по пять, а на внутренних полях доски в его распоряжении восемь ходов. Суммируя, получаем возможное число ходов короля на доске 8×8 (рокировки не учитываются):

$$S(\text{♔}) = 3 \times 4 + 5 \times 24 + 8 \times 36 = 420.$$

Аналогично для ладьи, слона, ферзя, коня и пешки имеем (рис. 123, б-е):

$$S(\text{♖}) = 14 \times 64 = 896;$$

$$S(\text{♗}) = 7 \times 28 + 9 \times 20 + 11 \times 12 + 13 \times 4 = 560;$$

$$S(\text{♝}) = 21 \times 28 + 23 \times 20 + 25 \times 12 + 27 \times 4 = 1456;$$

$$S(\text{♞}) = 2 \times 4 + 3 \times 8 + 4 \times 20 + 6 \times 16 + 8 \times 16 = 336;$$

$$S(\text{♟}) = 2 \times 10 + 3 \times 32 + 4 \times 6 = 140.$$

Для пешки учтены поля, на которые она может пойти и которые держит под ударом и перемещается на них при взятии (рис. 123, е). Тот факт, что при достижении края доски пешка превращается в разные фигуры, во внимание не принимается.

На рис. 123 видно, что наибольшее число ходов ферзь и слон могут сделать с полей центрального квадрата 2×2 , конь — квадрата 4×4 , король — квадрата 7×7 , а для ладьи все поля равноценны.

Обозначим через $R(x)$ число полей, на которых может находиться фигура x . Очевидно, для всех фигур, кроме пешки, $R(x) = 64$, а $R(\text{♟}) = 48$ (на крайних горизонталях она не может находиться).

Среднюю подвижность $P(x)$ фигуры x можно определить по формуле:

$$P(x) = S(x) / R(x).$$

Вычислим ее для всех фигур:

$$P(\text{♖}) = 14;$$

$$P(\text{♗}) = 8,75.$$

Ферзь ходит, как ладья и слон, и поэтому

$$P(\text{♝}) = P(\text{♖}) + P(\text{♗}) = 22,75;$$

$$P(\text{♔})=6,5625;$$

$$P(\text{♚})=5,25;$$

$$P(\text{♙}) \approx 2,9.$$

Принимая по-прежнему силу пешки за единицу, находим силу фигуры x :

$$F(x)=P(x)/P(\text{♙}).$$

В результате получаем следующую шкалу силы фигур (значения округлены до десятых долей):

$$F(\text{♙})=1, F(\text{♚})=1,8, F(\text{♘})=3, F(\text{♖})=4,8, F(\text{♗})=7,8, F(\text{♔})=2,25.$$

Здесь у нас впервые появился король. Конечно, он ценнее всех остальных фигур, так как его потеря означает, что на доске мат и партия закончена. Поэтому при создании компьютерных программ в качестве силы короля выбирается некое большое число. Однако в смысле подвижности главную фигуру можно сравнивать с другими, и данная оценка вполне пригодна.

В построенной шкале имеются некоторые расхождения с практикой. В частности, ферзь, ладья и слон слишком превосходят коня. Однако в партии действия дальнобойных фигур, в отличие от коня, почти всегда ограничены другими фигурами, своими и чужими, и их подвижность уменьшается.

Данный математический подход позволяет провести различные обобщения и придумывать интересные задачи. Найдем, прежде всего, подвижность $P_n(x)$ фигуры x на доске $n \times n$. Начнем снова с короля. С четырех угловых полей на доске любых размеров он имеет по 3 хода, с остальных $4(n-2)$ крайних полей — по 5 и с $(n-2)^2$ внутренних — по 8. Суммируя, имеем:

$$S_n(\text{♔})=4(n-1)(2n-1).$$

В распоряжении ладьи на любом поле доски $n \times n$ имеется $2(n-1)$ ходов, и

$$S_n(\text{♖})=2n^2(n-1).$$

Для остальных фигур предлагаем вывести формулы самостоятельно:

$$S_n(\text{♘})=2/3 n(n-1)(2n-1).$$

Ферзь сочетает в себе ходы ладьи и слона,

$$S_n(\text{♗})=S_n(\text{♖}) + S_n(\text{♘}) = 2/3 n(n-1)(5n-1).$$

$$S_n(\text{♚})=8(n-1)(n-2),$$

$$S_n(\text{♙})=(n-1)(3n-4) \text{ (для } n \geq 4).$$

Для всех фигур x , кроме пешки, $R_n(x)=n^2$, а $R_n(\text{♙})=n(n-2)$. Пользуясь формулами $P_n(x) = S_n(x)/R_n(x)$ и $F_n(x)=P_n(x)/P_n(\text{♙})$, нетрудно найти подвижность и силу всех фигур на доске $n \times n$.

Выясним теперь, как меняется подвижность фигур при неограниченном увеличении размеров доски $n \times n$ ($n \rightarrow \infty$), иначе говоря, на бесконечной шахматной доске. Подвижность фигуры x на такой доске обозначим через $P_\infty(x)$, для ее нахождения достаточно вычислить соответствующий предел. Для фигур с ограниченным перемещением по доске — коня, короля и пешки — имеем:

$$P_\infty(\text{♔}) = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(\text{♔}) = \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \frac{(n-1)(2n-1)}{n^2} = 8, \quad P_\infty(\text{♚}) = 8, \quad P_\infty(\text{♙}) = 3.$$

Движения ферзя, ладьи и слона ограничены только размерами доски, и поэтому их подвижность при $n \rightarrow \infty$ неограниченно возрастает. Нетрудно получить приближенные формулы:

$$P_n(\text{♕}) \approx 10n/3, \quad P_n(\text{♖}) = 2n, \quad P_n(\text{♗}) \approx 4n/3.$$

Из них вытекает, что подвижности и силы дальнобойных фигур, соответственно ферзя, ладьи и слона, при больших n находятся в отношении 5:3:2. На больших досках эта пропорция вполне отвечает реальности, ведь здесь факт «далекого прицела» важнее возможных препятствий. Так что если вам когда-нибудь придется играть на бесконечной доске, учтите, что две ладьи на ней заметно сильнее ферзя...

Предлагаемый метод расчета дает возможность различных обобщений не только для необычных досок, но и для необычных фигур, о которых пойдет речь во второй части книги. Так, легко определить силу магараджи (М), объединяющего ферзя и коня: $F(M) = F(\text{♕}) + F(\text{♞})$, царицы (Ц), объединяющей ладью и коня: $F(Ц) = F(\text{♖}) + F(\text{♞})$ и т. д. Интерес представляют и обратные задачи, в которых требуется найти размер доски, на которой выполняется заданное соотношение сил нестандартных фигур. Возьмем, к примеру, кентавра (Ке), который ходит, как слон и конь. Легко проверить, что на стандартной доске 8×8 , согласно нашей шкале, кентавр равносильен ладье, $F(\text{Ке}) = F(\text{♖}) + F(\text{♞}) = F(\text{♖})$.

Возникает следующий вопрос.

На каких досках кентавр и ладья имеют одинаковую силу?

Очевидно, для ответа на этот вопрос надо решить уравнение:

$$F_n(\text{♖}) = F_n(\text{♗}) + F_n(\text{♞}).$$

Нетрудно убедиться, что оно сводится к квадратному относительно n и имеет два корня: $n=3$ и $n=8$. Таким образом, ладья и кентавр равносильны не только на обычной доске, но и на доске 3×3 .

Аналогично, решая уравнение $F_n(\text{♔}) = F_n(\text{♗})$, неожиданно приходим к выводу, что король и слон равносильны только на доске 6×6 (уравнение имеет один корень $n=6$).

Полученные формулы позволяют решать и задачи, которые не связаны с силой фигур.

Сколькими способами можно расположить на доске $n \times n$ двух ферзей, чтобы они не угрожали друг другу?

Каждому положению двух ферзей на одной линии соответствуют два их хода (с одного из полей на другое). Отсюда следует, что число расстановок двух атакующих ферзей (обозначим его через t) равно половине всех возможных ходов ферзя, то есть $t = S_n(\text{♚})/2$. Поскольку существует $C_{n^2}^2$ способов расположить двух ферзей на доске $n \times n$, для искомого числа A_n имеем:

$$A_n = C_{n^2}^2 - t = C_{n^2}^2 - S_n(\text{♚})/2 = n^2(n^2-1)/2 - n(n-1)(5n-1)/3 = n(n-1)(n-2)(3n-1)/6.$$

В частности, для $n=8$ имеем 1288 подходящих расстановок двух ферзей.

Та же задача для трех ферзей дает очень громоздкие формулы, а для большего числа вообще не решена.

Подобным задачам (вместо ферзей могут выступать другие фигуры) трудно придать и вероятностный характер.

На два случайно выбранных поля доски $n \times n$ ставятся ферзи. Какова вероятность того, что они не будут угрожать друг другу?

Искомая вероятность p_n равна отношению A_n к общему числу расстановок двух ферзей на доске $n \times n$:

$$p_n = \frac{A_n}{C_{n^2}^2} = \frac{(n-2)(3n-1)}{3n(n+1)},$$

что для обычной доски дает $\approx 2/3$.

На три поля доски $n \times n$ случайным образом ставятся два разнополюсных белых слона и черный король. При каких n вероятность того, что король окажется под шахом, равна 0,5?

Пусть n четно. Тогда число возможных расположений трех наших фигур равно

$$T_1 = n^2/2 \times n^2/2 (n^2-2).$$

Каждому расположению слона и короля под шахом можно поставить в соответствие ход этого слона со своего поля на поле с королем. Таким образом, число способов поставить слона и короля (под шахом) равно $S_n(\text{♔})$. Если учесть, что при фиксированном положении двух этих фигур второго слона можно поставить на любое из $n^2/2$ полей другого цвета, число расположений двух разноцветных слонов и неприятельского короля, стоящего под шахом, равно

$$T_2 = S_n(\text{♔}) n^2/2 = n^3(n-1)(2n-1)/3.$$

Решая уравнение $T_2/T_1 = 0,5$, находим единственное решение $n=4$. Аналогичное уравнение для нечетных n решений не имеет, и искомой является лишь доска 4×4 .

ШАХМАТНО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ

В первых двух главах второго раздела книги продолжается рассказ о шахматной математике, начатый в первом разделе, – рассматриваются задачи и головоломки про разные фигуры, причем внимание сосредоточено на рекордах как математических, так и чисто шахматных. Исследуются перестановочные головоломки, в основном с участием самой хитрой из них – коня. Главное содержание раздела, шесть его глав, это всевозможные игры, в том числе математические, на необычных досках. Рассматриваются цилиндрические и гексагональные шахматы, логические игры, шахматы Фишера и др. Много внимания уделено необычным играм на необычных досках с необычными правилами. В главе о сказочных шахматах рассматриваются любопытные головоломки с участием всевозможных волшебных и сказочных фигур – читатель погрузится в увлекательный мир фантастических, сказочных шахмат. Последние две главы посвящены математическим элементам, содержащимся в шахматах, – в практической игре и композиции.

Глава 11

ЗАГАДОЧНЫЕ ПЕРЕСТАНОВКИ

Одной из самых известных и загадочных головоломок на свете является игра «Пятнанадцать», придуманная С. Лойдом еще в конце XIX века. Она относится к так называемым перестановочным и поддается строгому математическому исследованию.

В коробочке 4x4 находятся пятнадцать квадратов, занумерованных числами от 1 до 15 (одно из возможных расположений показано на рис. 124, а). Требуется, не вынимая квадраты из коробочки, переставить их так, чтобы все номера следовали в возрастающем порядке (рис. 124, б).

За решение головоломки в начальной «позиции» на рис. 124, а Лойд назначил большую денежную премию. Правда, он ничем не рисковал, так как предварительно доказал, что задание невыполнимо. Всего существует $16!$ расположений квадратов с числами, и все они распадаются на два равных по численности класса. Расположения первого приводятся при помощи перестановок к искомому виду на рис. 124, б, а расположения второго – нет, их удастся привести к виду на рис. 124, а, где у двух квадратов 14 и 15 порядок нарушен.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

а

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

б

Рис. 124. Игра «Пятнанадцать».

Чтобы определить, к какому из двух классов принадлежит данное положение, надо подсчитать общее число транспозиций в нем. Говорят, что два квад-

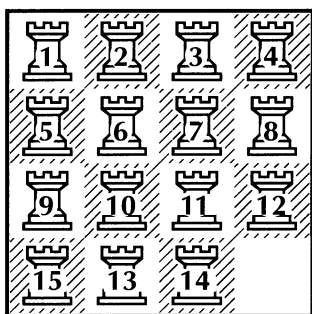


Рис. 125. Переставить ладьи в возрастающем порядке.

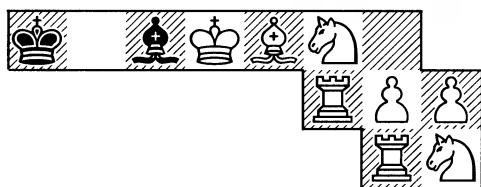
рата образуют транспозицию, если квадрат с большим номером предшествует квадрату с меньшим. Если число транспозиций четно, то положение относится к первому классу (на рис. 124, б оно равно нулю), а если нечетно, то ко второму (на рис. 124, а одна транспозиция). Идея доказательства заключается в том, что при любой перестановке квадратов четность числа транспозиций не меняется, но число их можно уменьшить, доведя в конце концов, соответственно, до 0 или 1. Переведем теперь эту игру на шахматный язык.

На доске 4x4 расставлены 15 пронумерованных ладей (рис. 125). Переместить ладьи так, чтобы они расположились в возрастающем порядке номеров.

Так как ходы ладей совпадают с перестановками квадратов в игре «Пятнадцать», эта задача, как говорят математики, изоморфна игре Лойда. Иначе говоря, существование решения зависит от числа транспозиций ладей в исходной позиции. В данном случае оно равно двум (ладья a1 стоит впереди ладей b1 и c1), и, значит, необходимая перестановка существует. Вот возможное решение, которое содержит 36 ходов (указаны ладьи, которые делают очередной ход): 1-36. ♖c1, b1, a1, a2, b2, c2, d2, d1, c1, b1, b2, c2, d2, d1, c1, c2, d2, d1, c1, b1, b2, c2, c1, b1, b2, c2, c1, d1, d2, c2, b2, a2, a1, b1, c1, d1. Все ладьи на своих местах!

Эту задачу о ладьях можно обобщить для любых досок. Так, на обычной доске все позиции с 63 пронумерованными ладьями тоже распадаются на два класса: в одном их можно расположить в возрастающем порядке, в другом — нет. Любопытно, что такая же ситуация имеет место и для коней: в половине случаев 63 занумерованных коня можно расположить в возрастающем порядке, а в половине — нет. Для ферзей и королей необходимая перестановка возможна всегда, а для слонов задача лишена смысла, так как они не могут поменять свой цвет.

Рассмотрим ряд других перестановочных задач. В «пистолете» Т. Доусона на рис. 126 фигурам довольно тесно, и поэтому механизм приводится в действие в течение 20 ходов (ладья за это время занимает место короля), и только затем раздается выстрел!



Пистолет Доусона. Мат в 21 ход.

Перечислим белые фигуры в том порядке, в каком они натягивают пружину (в распоряжении неприятельского короля всего два поля, на которых он ждет своей участи): **1-20.**

и, наконец,
21. X.

В следующих трех «зигзагах», придуманных в начале прошлого века шахматным композитором В. Шинкманом (рис. 127), играют только белые, и задание нужно выполнить за наименьшее число ходов.

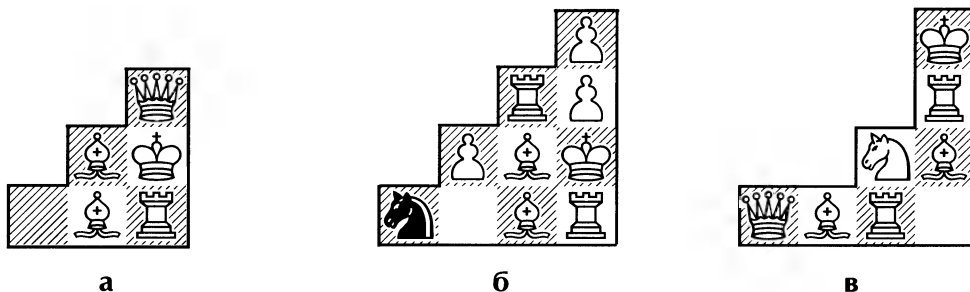


Рис. 127. Зигзаги Шинкмана.

- а) Перейти королем с с2 на а1, не останавливаясь на поле в2.
б) Взять королем коня, не становясь под шах (черный конь неподвижен).
в) Король и ферзь меняются местами.

а) Цель достигается за 26 ходов: 1-26. ♔, ♚, ♕, ♖, ♗, ♘, ♙, ♜, ♞, ♟, ♠, ♡, ♢, ♣, ♤, ♥, ♦, ♧, ♨, ♩, ♪, ♫, ♬, ♭, ♮, ♯.

б) Король уничтожает коня за 27 ходов: **1-27.** ♔, ♖, ♙, ♕, ♗**c2-c1** (в некоторых случаях требуется уточнение, здесь на c1 могут встать две ладьи) ♔, ♖, ♗**d1-c1**, ♕, ♖, ♕, ♙, ♗, ♙, ♕, ♗, ♕, ♗**c3-c2**, ♕, ♙, ♗, ♙, ♗**c2-d2**, ♕, ♙, ♙**b1:a1**.

[illegible]

Любопытно, что только почти спустя сто лет с помощью компьютера было доказано, что все три приведенные решения действительно кратчайшие.

Займемся теперь перестановочными задачами, которые носят более математический характер. Начнем с одной старинной головоломки.

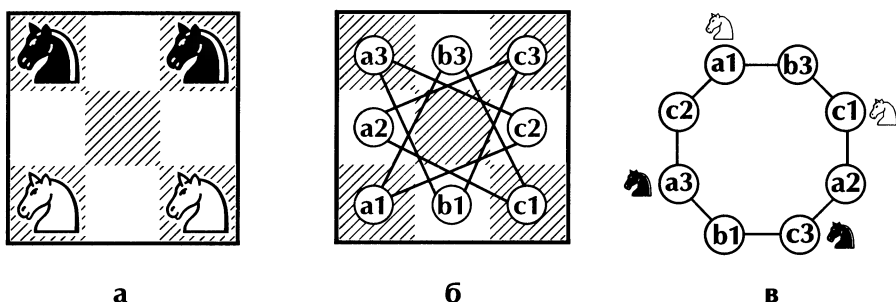


Рис. 128. Метод пуговиц и нитей.

В углах доски 3х3 стоят два белых и два черных коня (рис. 128, а). Поместить местами белых и черных коней за наименьшее число ходов.

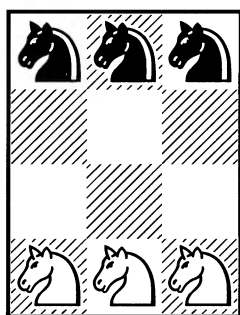
Эта задача, придуманная итальянцем Гуарини еще в XVI веке, красиво решается с помощью *метода пуговиц и нитей*, открытого еще одним мастером головоломок Г. Дьюдени.

Разместим на каждом поле маленькой доски кроме центрального (на него кони не могут попасть) по пуговице (на рис. 128, б роль пуговиц играют кружки). Если между двумя какими-то полями возможен ход конем, свяжем соответствующие пуговицы нитью (их заменяют отрезки прямой). Полученный клубок пуговиц и нитей распутаем так, чтобы все пуговицы расположились по кругу (рис. 128, в).

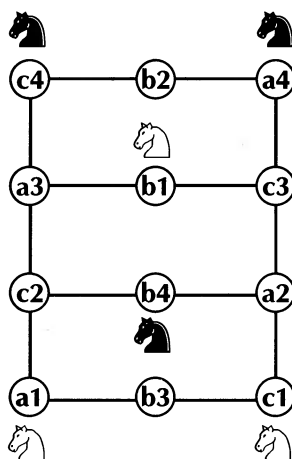
Теперь решение головоломки находится без труда. Выбрав одно из направлений по кругу, надо переставлять коней до тех пор, пока они не поменяются местами. Необходимое перемещение по доске получается обратной заменой пуговиц полями. Кратчайшее решение состоит из 16 ходов, причем белые и черные кони могут ходить по очереди, не угрожая друг другу. Достаточно следить за тем, чтобы фигуры разного цвета не оказались в клубке соседями.

Пусть круговое движение (по часовой стрелке) начинает белый конь a1, вот искомая перестановка: 1-16. ♖a1-b3, c3-b1, c1-a2, a3-c2, b3-c1, b1-a3, a2-c3, c2-a1, c1-a2, a3-c2, c3-b1, a1-b3, a2-c3, c2-a1, b1-a3, b3-c1.

Метод пуговиц и нитей легко интерпретировать в терминах теории графов. Вершины графа, как обычно, соответствуют полям доски (пуговицам), а ребра — возможным ходам между ними (нитьям). Распутывание клубка есть не что иное, как более наглядное и удобное расположение графа на плоскости. Убедимся, что метод Дьюдени можно использовать для решения различных головоломок на перестановки.



а



б

Рис. 129. Белые и черные кони меняются местами.

Поменять местами белых и черных коней на доске 3x4 (рис. 129, а).

Хотя доска здесь побольше, и у каждой стороны не по два, а по три коня, метод пуговиц и нитей позволяет без труда добиться цели. Распутанный клубок показан на рис. 113, б. Внимательно исследовав его, получаем 22-ходовое решение: 1-22. ♖a1-b3, a4-b2, b1-c3, b4-c2, c1-a2, c4-a3, b3-c1, b2-c4, c3-a4, c2-a1, a2-c3, a3-c2, c1-a2, c4-a3, a4-b2, a1-b3, c3-a4, c2-a1, a2-b4, a3-b1, b2-c4, b3-c1. Белые и черные кони опять ходили по очереди и ни разу не нападали друг на друга.

Если мы имеем дело с досками 3x3 и 3x4, то графы на рис. 128, в и 129, б пригодны для любой начальной расстановки коней.

Поменять местами белых и черных коней (рис. 130).

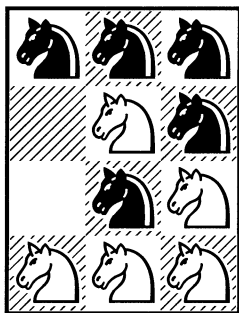


Рис. 130. Долгие маневры коней.

Необходимая перестановка занимает 38 ходов: 1-38. ♖c2-a3, c3-a2, b1-c3, b4-c2, a3-b1, a2-b4, c1-a2, c4-a3, b3-c1, b2-c4, a1-b3, a4-b2, c3-a4, c2-a1, a2-c3, a3-c2, c1-a2, c4-a3, b3-c1, b2-c4, a4-b2, a1-b3, c3-a4, c2-a1, b1-c3, b4-c2, a2-b4, a3-b1, c1-a2, c4-a3, b2-c4, b3-c1, a4-b2, a1-b3, c3-a4, c2-a1, a2-c3, a3-c2. Белые и черные кони ходили по очереди, причем соблюдалась определенная симметрия.

Поменять местами белых и черных коней (рис. 131, а).

Доска здесь имеет довольно причудливую форму, но для метода пуговиц и нитей это не является препятствием.

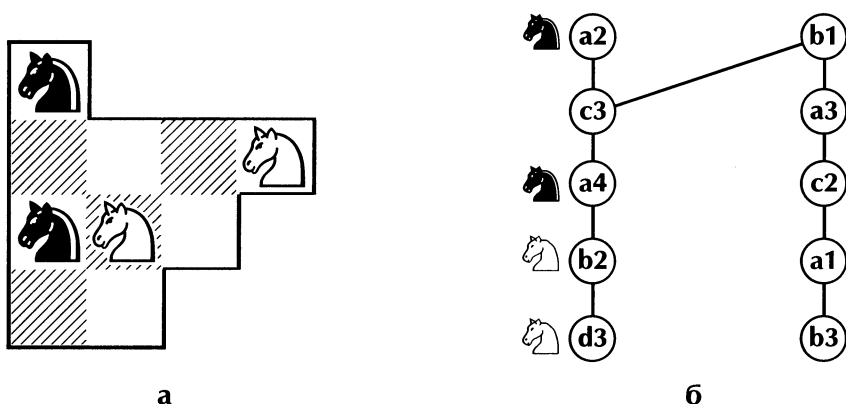


Рис. 131. Перемещение коней через транзит.

Чтобы найти перестановку белых и черных коней (на сей раз им разрешается нападать друг на друга), вновь распутаем клубок пуговиц и нитей (рис. 131, б). Анализируя ситуацию, нетрудно обнаружить, что поле с3 является транзитным — связь между двумя ветками полей возможна только через него. Для достижения цели осуществляются следующие маневры.

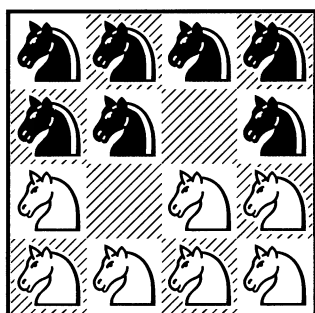
Сначала три коня левой ветки — a4, b2, d3 — через транзит на с3 переправляются на правую — поля b1, a3, c2. Теперь черный конь a2 перебирается на d3, а белые кони возвращаются на левую ветку — a4, b2. Далее второй черный конь, c2, временно располагается на a2 и пропускает белых на правую ветку — b1, a3. Наконец, конь a2 проходит на b2, а белые кони занимают поля a4, a2. Все на местах! Приведенный «план» не очень сложен, но для его выполнения требуется 40 ходов.

Кстати, поля a1 и b3 не используются в решении, и их можно вырезать, что придаст доске еще более странный вид. Подобные необычные доски мы еще встретим ниже (рис. 134).

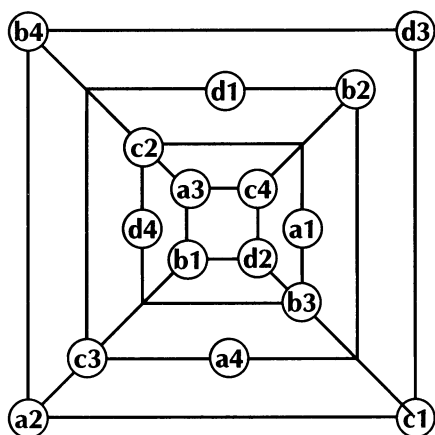
При решении задач на досках большего размера применить метод пуговиц и нитей труднее, но иногда вполне возможно.

Поменять местами белых и черных коней на доске 4x4 (рис. 132, а).

«Распутаем» доску 4x4, как показано на рис. 132, б. Коня меняются местами следующим образом. Сначала происходит движение по внешнему кольцу: ♞a2-c3, c1-a2, d3-c1, b4-d3, a2-b4, c1-a2, d3-c1, d1-b2, b2-d3. Затем «крутится» третье по величине кольцо: ♞c4-b2, a3-c4, c2-a3, d4-c2, b3-d4, a1-b3, c2-a1, d4-c2, b3-d4, d2-b3. Далее кони идут по самому маленькому кольцу: ♞c4-d2,



а



б

Рис. 132. Маневры по четырем кольцам.

a3-c4, b1-a3, c3-d1, a4-c3, c3-b1. Еще три хода: ♞d1-c3, c3-a4, b2-d1, и цель достигнута!

В этом старинном решении перемещение коней заняло 28 ходов. В дальнейшем рекорд был улучшен на шесть ходов: **1-22.** ♞b1-c3, c4-b2, d2-c4, a3-b1, c2-a3, b3-d2, a1-c2, d4-b3, c2-d4, b3-a1, c1-b3, b4-c2, a2-b4, d3-c1, b4-d3, c3-a2 (единственное нарушение очередности ходов), a4-c3, a2-b4, c3-a2, d1-c3, b2-d1, c3-a4.

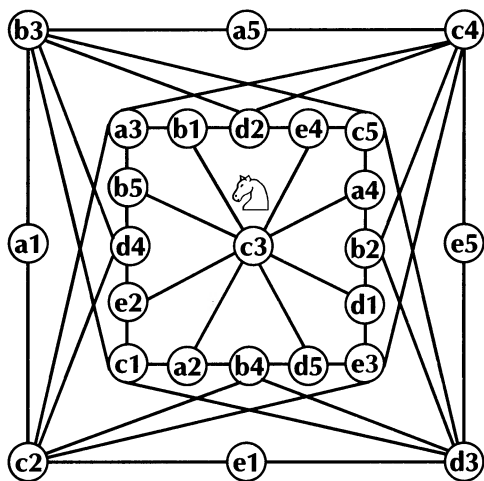


Рис. 133. Клубок для доски 5x5.

Если «распутать» доску 5x5 (рис. 133), то на ней нетрудно найти маршрут коня по всем полям (классическая задача!). С c3 он прыгает, например, на a4, обходит внутреннее кольцо по часовой стрелке, доходит до c5, перескакивает на d3 и снова идет по часовой стрелке по внешнему кольцу, заканчивая кругосветное путешествие на поле e5. В отличие от предыдущих головоломок, графы ходов коня на досках 4x4 и 5x5 являются неплоскими, то есть при любом изображении их на листе бумаги некоторые ребра будут пересекаться.

Конечно, метод пуговиц и нитей не удастся применить в игре «Пятнашки» или в рассмотренных выше зигзагах Шинкмана. А вот современный мастер головоломок В. Красноухов придумал целую серию зигзагов (опять же с конями), для решения которых метод Дюдени работает безотказно. Вот три его наиболее оригинальных примера (рис. 134).

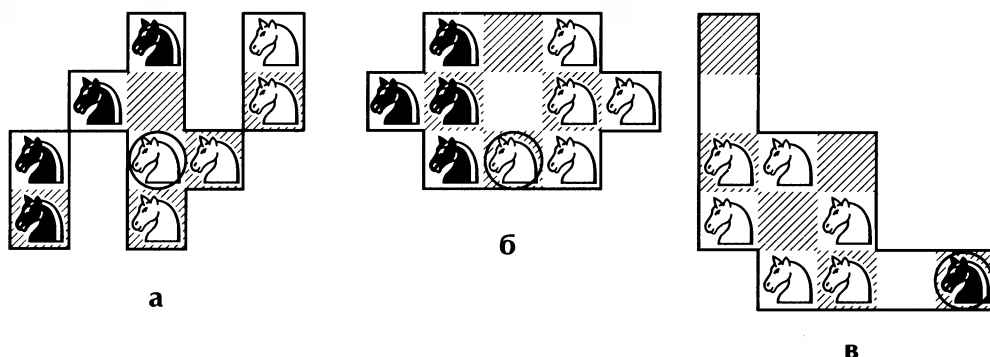


Рис. 134. Зигзаги Красноухова.

а) Переставить коня с2 на соседнее поле с3 (остальные кони – и белые, и черные – занимают те же места).

б) Конь с1 попадает на с3 (другие кони на местах).

в) Конь е1 перебирается на а5 (все белые кони возвращаются на места).

Развязанные клубки пуговиц и нитей для трех этих задач показаны на рис. 135.

а) Если переставлять все фигуры по большому кругу, то в конце концов конь с2 окажется на с3. Это долго, и не на всех полях окажутся кони нужного цвета. Решение более хитрое, причем цель (показана пунктирной стрелкой) достигается за 37 ходов. Поскольку на доске всего одно свободное поле, достаточно указывать только коня, который делает очередной ход.

1-18. ♘a2, с1, b3, a1, с2, е3, с4, d2, е4, с3, a2, с1, b3, a1, с2, е3, с4, d2. Пока все кони перемещались по часовой стрелке. 19. ♘b3! Но в нужный момент используется внутренняя нить, и кони начинают обратное движение, против часовой стрелки! 20-37. ♘с1, a2, с3, е4, d2, с4, е3, с2, a1, b3, с1, a2, с3, е4, d2, с4, е3, с2. Задача решена.

б) Опять имеется всего одно поле для маневров (с2 не в счет, оно недоступно коням): 1-18. ♘е2, с1, a2, с3, d1, b2, d3, с1, a2, с3, d1, b2, d3, с1, a2, с3, е2, с1.

в) Подобная головоломка уже встречалась у нас (рис. 131), но из развязанного клубка пуговиц и нитей видно, что в данном случае вместо одного транзитного поля используется целая ветка – а4, b2, с3, d1. По ней перемещение коней не однозначно, поэтому указываются только начальное и конечное поля каждого участка движения (а в скобках – количество ходов).

Итак, чтобы перевести черного коня с е1 на а5, а первоначальное положение белых коней не изменилось, необходимо 64 (!) хода: 1-64. ♘b1-b2 (3), a3-a4 (3), c2-d1 (4), b3-a5 (1), c1-b3 (1), a2-c1 (1), e1-a2 (5), d1-e1 (5), a4-c2 (4), b2-a3 (4), a2-b1 (2), c1-d1 (3), b3-b2 (5), a5-a4 (5), b1-a5 (5), a4-b3 (4), b2-c1 (4), d1-a2 (2), a3-b1 (1), c2-a3 (1), e1-c2 (1).

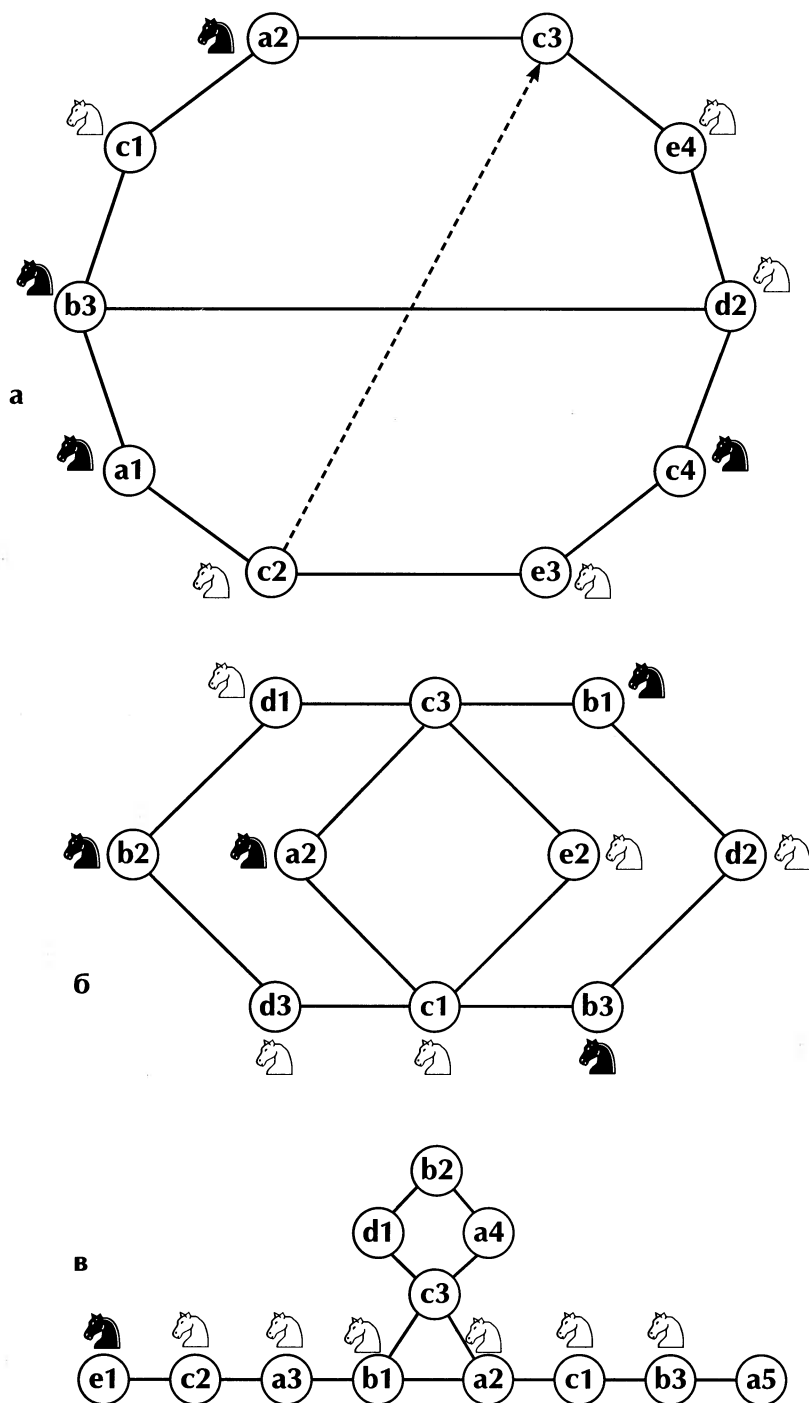


Рис. 135. Развязанные зигзаги.

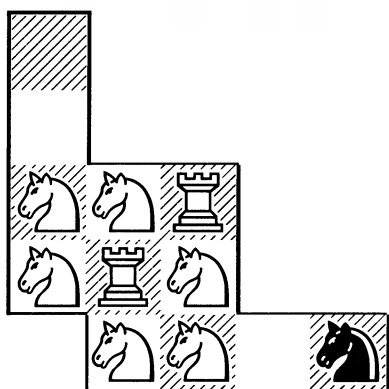
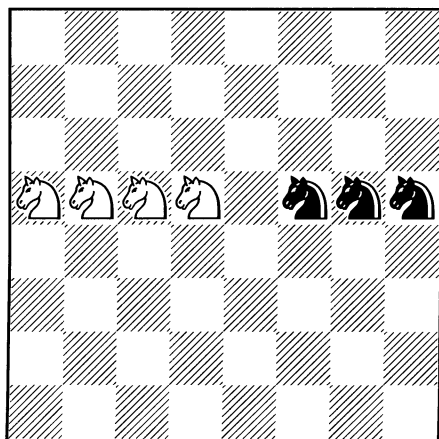


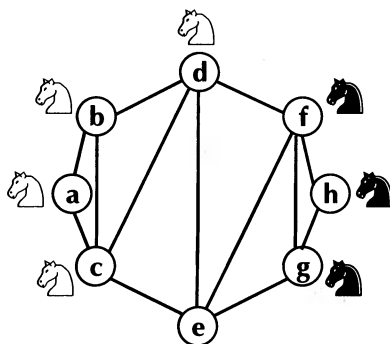
Рис. 136. Белые ладьи и кони уступают дорогу.

И, наконец, еще один зигзаг Красноухова — на той же доске, что и 134, в, но теперь с участием и коней, и ладей (рис. 136). Здесь черный конь тоже должен перескочить на а5, а остальные фигуры — вернуться на свои места. Появление двух белых ладей серьезно удлиняет решение — на сей раз потребуется более 80 ходов! Вот как происходит необходимая перестановка: 1-81. ♖a5, ♜cb3, ♜b1-c3-a4, ♜a3-b1-c3-d1, ♜c2-a3-b1-c3, ♜e1-c2-a3-b1, ♜c2, ♜a3, ♜b2, ♜a4, ♜c1-b3, ♜a2-c1, ♜b1-c3-a2, ♜a4-c3-b1, ♜a4, ♜c3, ♜b1-a3-c2-e1, ♜c2, ♜d1-c3-b1-a3, ♜b2-d1-c3-b1, ♜a2-c3-d1, ♜b2, ♜a3-c2, ♜b1-a3, ♜c1-a2-c3-b1, ♜b3-c1-a2-c3, ♜a5-b3-c1-a2, ♜a4-a5, ♜b2-b3, ♜c3-a4-b2, ♜a2-c3-a4, ♜d1-c3-a2-c1, ♜b1-c3-a2, ♜a3-b1, ♜c2-a3, ♜c3-c2. ♜c1-b3, ♜a2-c1, ♜b1-c3-a2, ♜a3-b1, ♜a4-c3. ♜a3, ♜a5, ♜c1-b3, ♜a2-c1, ♜a3-a2, ♜b1-a3, ♜b2-a4, ♜ab2, ♜c3-b1, ♜a4-c3-a2, ♜c3, ♜e1-c2. Все на местах!

Следующую головоломку, тоже с участием коней, Лойд считал одной из своих самых трудных. Он гордился тем, что мало кому из его друзей удалось переправить коней «через Дунай» (вертикаль «е»).



а



б

Рис. 137. Переход через Дунай.

Переход через Дунай. Как в положении на рис. 137, а быстрее всего переставить белых коней с ферзевого фланга на королевский (вертикали «е», «f», «g», «h»), а черных — с королевского на ферзевый (вертикали «а», «b», «c»)? Очередность ходов соблюдать не обязательно, но коням запре-

щено отступать (белым – влево, черным – вправо), и, кроме того, на каждой вертикали всякий раз может находиться только один конь.

Распутанный клубок пуговиц и нитей показан на рис. 137, б, в кружках (пуговицах) записаны вертикали доски, и кружки связаны нитью в том случае, если между вертикалями возможен ход конем.

Цель достигается за 19 ходов. Чтобы предельно сократить их число, надо умело использовать внутренние нити. Поскольку безразлично, на какую половину доски, верхнюю или нижнюю, попадают кони, достаточно указать сами вертикали: 1-19. de (на первом же ходу используется внутренняя нить), fd, gf, eg, ce, bc, db, fd, hf, gh, eg, ce, ac, ba, db, fd, ef, ce, dc. Ни один конь ни разу не отступал, и река Дунай покорена!

Кони достаточно скакали этой главе. В заключение несколько головоломок с участием слонов, ферзей и ладей.

На доске 4x5 (рис. 138) поменять местами белых и черных слонов так, чтобы они ходили по очереди и никакие два не угрожали друг другу.

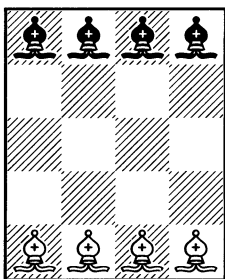


Рис. 138.

Задача о перестановке слонов.

Необходимая перестановка состоит из 36 перемещений слонов, поровну белых и черных: 1-36. ♙c1-b2, ♜b5-c4, ♜b1-c2, ♜c5-b4, ♜b2-d4, ♜c4-a2, ♜c2-d3, ♜b4-a3, ♜d1-a4, ♜a5-d2, ♜a4-b5, ♜d2-c1, ♜d4-c3, ♜a2-b3, ♜d3-b1, ♜a3-c5, ♜c3-a5, ♜b3-d1, ♜a1-c3, ♜d5-b3, ♜b5-d3, ♜c1-a3, ♜c3-d2, ♜b3-a4, ♜d3-c4, ♜a3-b2, ♜b1-a2, ♜c5-d4, ♜d2-b4, ♜a4-c2, ♜c4-b5, ♜b2-c1, ♜a2-d5, ♜d4-a1, ♜b4-c5, ♜c2-b1, и всё в порядке!

За сколько ходов четыре белых ферзя на рис. 139 могут попасть на ферзевый фланг, а три черных – на королевский, если никакие два не должны угрожать друг другу?

Ферзи перестраиваются за 13 ходов: 1-13. ♖a3-a1, ♖h6-h3, ♖f2-d2, ♖a1-f6, ♖h3-a3, ♖b5-h5, ♖f6-f1, ♖c7-b6, ♖d2-d7, ♖e4-c2, ♖f1-e1, ♖b6-f6, ♖g8-b8. Очевидно, при восьми ферзях задание невыполнимо, так как первое же перемещение любого из них приведет к взаимному нападению.

На первой горизонтали стоят восемь белых ферзей, а на последней – восемь черных. За какое наименьшее число ходов ферзи противоположного цвета могут поменяться местами, если они ходят по очереди?

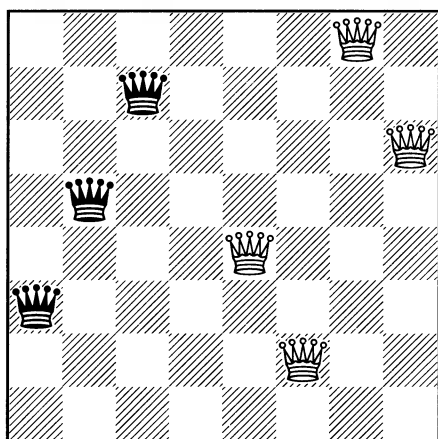


Рис. 139.

Задача о перестановке ферзей.

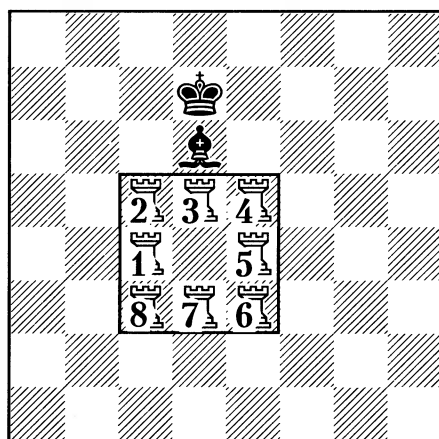


Рис. 140.

Задача о перестановке ладей.

Из пары ферзей одной не крайней вертикали тот, который пойдет первым, вынужден сделать не меньше двух ходов; шесть таких пар затратят не меньше 18 ходов. Из четырех угловых ферзей тот, который пойдет первым, тоже сделает не меньше двух ходов — еще 5. Вот необходимая перестановка ферзей (12 белых и 11 черных): 1-23. 1. ♔c1-a3, d8-a5, f1-h3, e8-h5, d1-d8, c8-c1, e1-e8, f8-f1, a3-f8, a5-e1, h3-c8, h5-d1, g1-h2, h8-h5, a1-h8, a8-a1, b1-a2, b8-b1, h2-b8, g8-g1, h1-a8, h4-h1, a2-g8.

Поставить мат черному королю (рис. 140), чтобы выполнялись три условия: а) матует ладья №8; б) ладьи не покидают выделенного квадрата 3х3 (исключение только для последнего хода); в) в заключительной позиции ладьи располагаются по кругу в той же последовательности, что и в начале.

Если бы задача была чисто шахматной, мат ставился бы сразу — 1. ♔:d6X, но особые условия усложняют дело, и мат дается только на 32-м ходу. Укажем номера ладей в том порядке, в каком они делают ходы (у черных выбор невелик — ♔d7-d8 и обратно): 1-32. 5, 6, 7, 5, 6, 4, 3, 6, 4, 7, 5, 4, 7, 3, 6, 7, 3, 5, 4, 3, 1, 8, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 8, 2, 1, и ладья №8 берет слона с матом.

Глава 12

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РЕКОРДЫ

Большинство задач и головоломок, о которых шла речь до сих пор, так или иначе связаны с различными шахматно-математическими рекордами. В одних задачах мы искали расстановки наибольшего или наименьшего числа фигур, обладающих тем или иным свойством, в других находили их кратчайшие маршруты по всем полям доски, в третьих – быстрые перестановки. Настоящая глава целиком посвящена рекордам, которые имеют более близкое отношение к самой игре. Какие-то из них являются абсолютными, а какие-то, возможно, будут побиты читателями.

Рассказывая о шахматных рекордах и рекордсменах, прежде всего необходимо упомянуть имена американца Сэмюэля Лойда и англичанина Генри Дьюдени, с головоломками которых мы уже встречались выше. Многие творения этих классиков занимательного жанра конца XIX века до сих пор остаются непревзойденными.

Головоломки Лойда более популярны, а его игра «Пятнадцать» (см. предыдущую главу) имеет мировую известность. Лойд был и крупным шахматным композитором. В творчестве Дьюдени шахматная математика тоже занимала важное место. Достаточно вспомнить его метод пуговиц и нитей, также рассмотренный в 11-й главе.

Задача на рис. 141 является как бы совместным произведением двух великих изобретателей головоломок.

Трехходовка (первое задание) принадлежит Лойду. 1. d4 ♔h5 2. ♚d3 и 3. ♚h3X; 1...♔g4 2. e4+ ♔h4 3. g3X.

Дьюдени поставил другой вопрос: как быстрее всего данная позиция может получиться в реальной партии? (второе задание). Поскольку белым нужно взять пятнадцать фигур и пешек противника, а на первом ходу взятие невозможно, решение содержит не менее 16 ходов. Дьюдени разыграл партию,

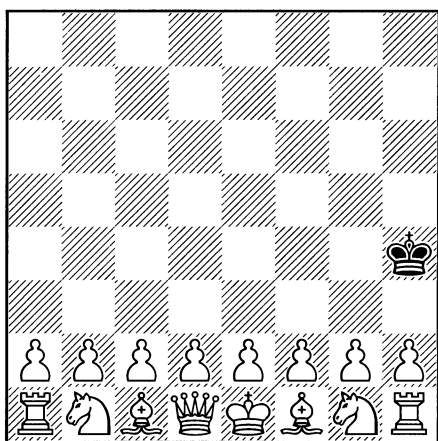


Рис. 141. Мат в 3 хода.

♔d6 10. ♘:h7 ♕e7 11. ♘:g5 ♖h4 (c8) 12. ♘:f7 ♖c4 13. ♘:d6 ♕f6 14. ♘:c4 ♕g5 15. ♘:a3 ♕h4 16. ♘:b1 (B. Томпсон);

в которой обе стороны делают именно столько: 1. ♖c3 d5 2. ♖:d5 ♖c6 3. ♖:e7 g5 4. ♖:c8 ♖f6 5. ♖:a7 ♖e4 6. ♖:c6 ♖c3 7. ♖:d8 ♖g8 8. ♖:f7 ♖g6 9. ♖:g5 ♖e6 10. ♖:h7 ♖b1 11. ♖:f8 ♖a3 12. ♖:e6 b5 13. ♖:c7+ ♖f7 14. ♖:b5 ♖g6 15. ♖:a3 ♖g5 16. ♖:b1 ♖h4. Ход белых, и тут в игру вступает Лойд...

А абсолютный рекорд уже в наше время установили сразу два шахматных композитора. В их примерах удалось сэкономить целых полхода! Правда, в финале играют черные и трехходового мата уже нет.

1. ♖c3 d5 2. ♗:d5 g6 3. ♗:e7 b5 4. ♗:g6 a6 5. ♗:h8 ♕d7 6. ♗:f7 ♖g5 7. ♗:g5 ♗f6 8. ♗:h7 ♗e4 9. ♗:f8 ♗c3 10. ♗:d7 ♗b1 11. ♗:b8 ♖f7 12. ♗:a6 ♖g6 13. ♗:c7 ♖h5 14. ♗:b5 ♕a3 15. ♗:a3 ♖h4 16. ♗:b1 (К. Фабель).

Любопытно, что h4 — единственное поле, на котором одинокий черный король (при белых фигурах на исходных местах) получает мат так быстро. А вот при симметричном положении на другом фланге (рис. 142) дело затягивается на два хода.

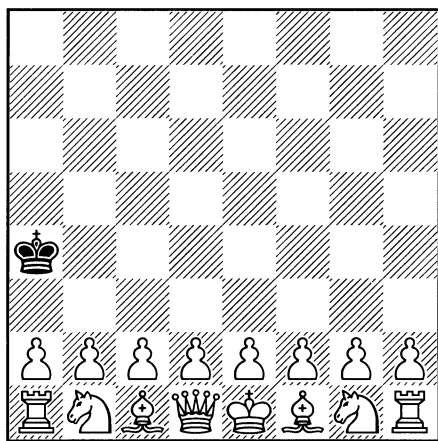


Рис. 142. Мат в 5 ходов.

Эту задачу придумал К. Фабель. 1. **c4+ ♖b4!** (1...♙a5 2. ♜b3 ♖a6 3. ♜b8 ♙a5 4. ♜b5X) 2. **d4 ♖a5** (2...♙:c4 3. e4+ ♖b4 4. ♔d2X) 3. ♜b3 ♖a6 4. ♜b8 ♙a5 5. ♜b5X.

Заметим, что при полном комплекте белых фигур в распоряжении черного короля имеется 40 полей (первые три горизонтали ему недоступны). Во сколько же ходов удастся заматовать короля на каждом из них? Этим вопросом заинтересовался А. Ханян, установивший, что «надежнее» всего черный король чувствует себя в самом центре доски,

на поле e4 — здесь его удастся заматовать только на седьмом ходу, например:

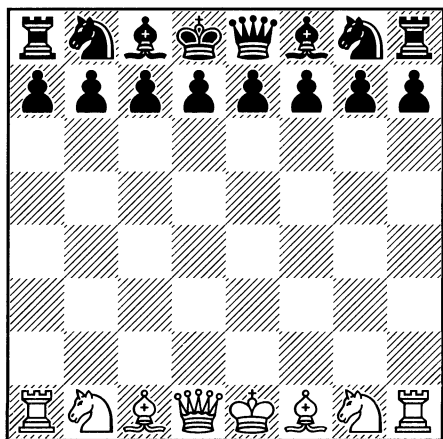
1. d4 ♖d5 2. ♗d3 ♖d6 3. ♗h7 ♖e6 4. e4 ♖d6 5. ♙b5 ♖e6 6. ♙g5 ♖d6 7. ♗e7X.

А если король стоит на своем законном месте е8, то мат дается на шестом ходу. Но, самое интересное, что на всех остальных полях он тоже получает мат в 6 ходов (конечно, предполагается, что обе стороны играют наилучшим образом). Таким образом, при белых фигурах на исходных местах у неприятельского короля три исключения — поля а4, е4 и h4 (мат, соответственно, дается в 5, 7 и 3 хода), на всех остальных полях следует мат в 6 ходов.

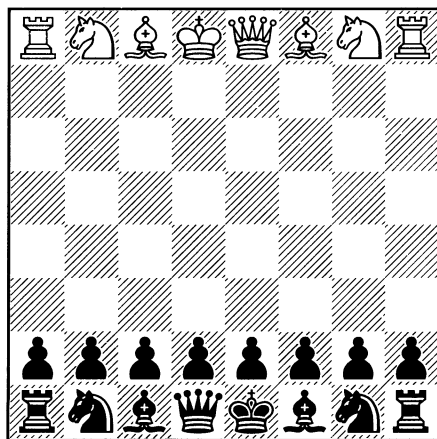
Фабель доказал, что позиция на рис. 142 тоже может возникнуть после 16-го хода белых: 1. ♖a3 (c3) b5 2. ♜:b5 ♜f6 3. ♜:a7 ♜e4 4. ♜:c8 ♜c3 5. ♜:e7 c6 6. ♜:c6 ♜b1 7. ♜:b8 ♜a3 8. ♜:d7 g5 9. ♜:f8 ♜d6 10. ♜:h7 ♜d7 11. ♜:g5 ♜h4 (c8) 12. ♜:f7 ♜c4 13. ♜:d6 ♜c6 14. ♜:c4 ♜b5 15. ♜:a3+ ♜a4 16. ♜:b1.

Итак, за 15 с половиной ходов с доски исчезают все черные фигуры. Забавно, что полное истребление фигур обоих цветов занимает всего на ход больше: 1. e4 d5 2. ed ♜:d5 3. ♙d3 ♜:a2 4. ♙:h7 ♜:b1 5. ♙:g8 ♜:c1 6. ♙:f7+ ♜:f7 7. ♜:a7 ♜:c2 8. ♜:b7 ♜:h2 9. ♜:b8 ♜:g2 10. ♜:c2 ♜:g1+ 11. ♜:g1 ♜:b8 12. ♜:c7 ♜:b2 13. ♜:c8 ♜:d2 14. ♜:f8+ ♜:f8 15. ♜:g7 ♜:f2 16. ♜:e7 ♜:e7 17. ♜:f2. По шахматному кодексу — ничья, так как у белых и черных осталось по королю.

В занимательных шахматах популярны задачи, в которых все фигуры одной из сторон еще не сделали ни одного хода (все на местах!). И этот жанр всегда открывает головоломка Лойда и Дьюдени на рис. 141. А вот еще одна остроумная задача на тему «все на местах».



а



б

Рис. 143. Мат в 4 хода.

На рис. 143, а уникальная головоломка лорда Эдварда Дансени, ирландского писателя и большого выдумщика задач. Ключ к решению состоит в том, что король и ферзь черных занимают не свои законные места. Значит, они уже двигались, а раз так, то перемещались и черные пешки. Но пешки назад

не ходят, из чего следует, что произошла путаница и белые фигуры тоже не на своих местах. Таким образом, доску надо развернуть на 180 градусов (рис. 143, б). Порядок восстановлен, и можно приступать к выполнению задания: 1. ♖d7! ♜f3. Грозило 2. ♜e5 с неизбежным матом на d3 или f3. 2. ♜c5! ♜e5 3. ♔:e5 и 4. ♜d3X.

Перед началом партии вы высыпаете фигуры на стол и расставляете их на доске. Сколькими способами можно получить начальную расстановку?

Каждая сторона может поставить короля и ферзя единственным способом, ладей, слонов и коней — двумя, а для пешек существует 8! вариантов. Таким образом, белые и черные фигуры вместе можно расставить $1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 8!$ способами. Учитывая, что саму доску можно расположить на столе двумя способами, окончательно получаем $2 \times (8 \times 8!)^2$ расстановок фигур перед началом партии. Еще в начале прошлого века не раз предлагалось модифицировать игру, изменяя начальное расположение фигур (оставляя их за частоколом пешек).

Сколько существует начальных расстановок фигур на доске, удовлетворяющих этому условию?

Здесь нас интересует не сам процесс расстановки, а начальное положение для игры, и различные положения одноименных фигур на фиксированных полях доски не различаются одна от другой. Перед нами классическая комбинаторная задача на подсчет так называемых перестановок с повторениями. Она формулируется следующим образом.

Сколькими способами можно расположить на n местах n предметов k типов, если элементы одного типа одинаковы, а число элементов k -го типа равно n_k ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$)?

Известно, что число искомых перестановок равно $n! / n_1! n_2! \dots n_k!$. Для нашей шахматной задачи имеем (для белых): $n=8$ (предметы — фигуры), $k=5$ (пять типов: короли, ферзи, ладьи, слоны, кони), при этом $n_1=n_2=1$, $n_3=n_4=n_5=2$, и число расстановок белых фигур равно $8! / 1! 1! 2! 2! = 7! = 5040$. Если черные расставляются точно так же, то это и есть ответ. Если же их можно располагать произвольным образом, независимо от белых, то число расстановок — 5040^2 . В шахматах Фишера (о них пойдет речь в главе 17) есть ряд дополнительных ограничений: белые и черные фигуры расположены симметрично, слоны разноцветные, ладьи стоят по разные стороны от короля. Поэтому число расстановок уменьшается до 960.

Пусть партия началась. Самый быстрый мат (без учета «длины» ходов) возможен уже на втором ходу: 1. f4 e5 2. g4 ♔h4X. Очевидно, существует восемь партий такого сорта — с матом белому королю на втором ходу. Черные аналогичный мат получают на третьем ходу: 1. e4 f6, 2...g5 3. ♔h5X. Матов ферзем

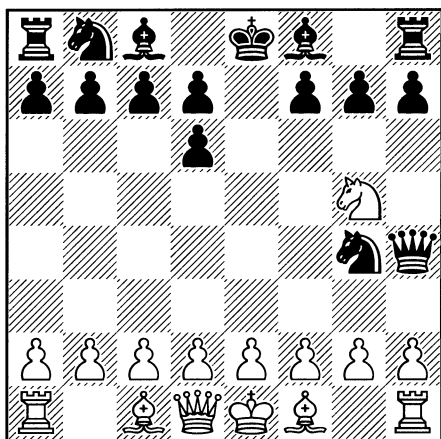
с h5 существует 305, а всего на третьем ходу — 345 (добавляются еще 40 — слоном с h5 и ферзем и слоном с g6).

А теперь одна шахматно-геометрическая задача.

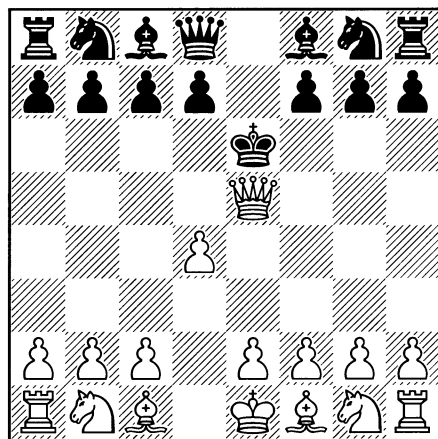
Как быстрее всего ставится мат в исходном положении при условии, что обе стороны делают самые длинные ходы?

Рекордные партии с обычным матом нас не устраивают. Ход пешки на два поля вперед имеет длину 2, а ход конем, по теореме Пифагора, равен $\sqrt{5}$, то есть чуть длиннее. Поэтому надо начинать с коня.

Сначала было предложено такое незамысловатое решение: 1. f3 f6 2. d4 d5 3. e6 f4 4. f8 g6 5. e6 f8 6. g7X . Но А. Ханян усовершенствовал его, побив рекорд на полхода: 1. c3 f6 2. b5 g4 3. d6+! ed 4. f3 h4 5. g5! (рис. 144, а). Отрезая черному ферзю путь назад. Его ход на



а



б

Рис. 144. Мат самыми длинными ходами.

два поля по диагонали равен $2\sqrt{2}$, что длиннее хода коня — $\sqrt{5}$. Значит, черные матуют — 5... h4 f2X .

Как быстрее всего ставится мат в исходном положении при условии, что обе стороны делают самые короткие ходы?

Рекорд принадлежит В. Хуторному: 1. d3 e6 2. d4 e5 3. d2 e7 4. d3 e6 5. e3 e7 6. e4 e6 7. e5X (рис. 144, б).

Конечная цель игры — мат неприятельскому королю. Как мы знаем, быстрее всего он ставится на втором ходу — белым и на третьем — черным. Однако партия может также закончиться патом. В связи с этим возникает целый ряд вопросов.

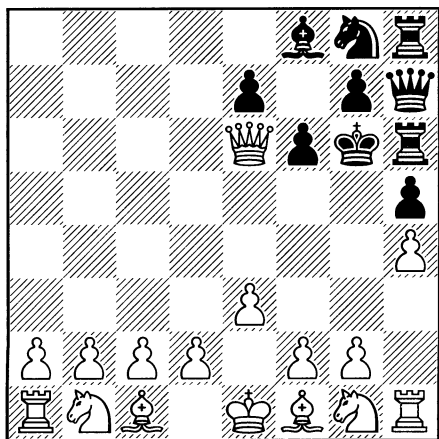
Как быстрее всего партия может завершиться патом?

В отличие от мата, при котором только у короля (находящегося под шахом) нет ходов, при пате все фигуры одной из сторон не могут двигаться. Тем не менее, он получается уже на десятом ходу!

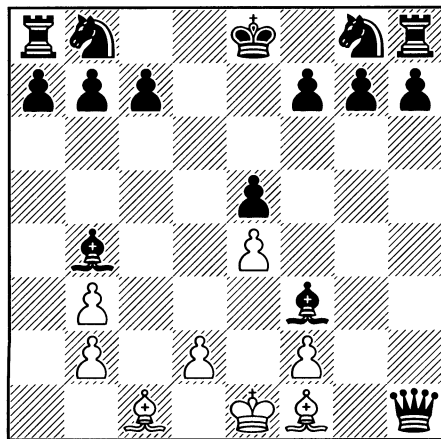
1. e3 a5 2. ♖h5 ♜a6 3. ♚:a5 h5 4. ♚:c7 ♜ah6 5. h4 f6 6. ♚:d7+ ♔f7 7. ♚:b7 ♚d3 8. ♚:b8 ♚h7 9. ♚:c8 ♔g6 10. ♚e6 пат (рис. 145, а).

Эту рекордную партию Лойд придумал более ста лет назад. Содержащейся в ней идее можно придать и несколько иное оформление: 1. c3 d5 2. ♚b3 h5 3. ♚:b7 ♔f5 4. ♚:a7 ♔h7 5. ♚:b8 ♜a6 6. ♚:c7 ♜ah6 7. h4 f6 8. ♚:d8+ ♔f7 9. ♚:d5+ ♔g6 10. ♚e6 пат. Здесь на h7 замурован не ферзь, а слон черных.

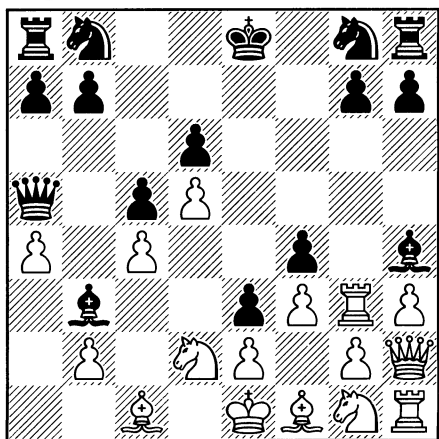
Интересно, что и белые могут быть запатованы за десять ходов: 1. h4 e5 2. c4 d5 3. ♚b3 dc 4. e4 cb 5. ab ♚:h4 6. ♜a4 ♚:h1 7. g4 ♔g4 9. ♔f3 ♔:f3 9. ♔a3 ♔:a3 10. ♜b4 ♔:b4 пат (рис. 145, б).



а



б



в

Рис. 145. Рекордные паты.

Потребуем теперь, чтобы ни одна из фигур, ни белых, ни черных, не была взята. За сколько ходов возможен пат в этом случае?

Дополнительное условие не сильно затягивает игру, всего на два хода: 1. d4 d6 2. ♚d2 e5 3. a4 e4 4. ♚f4 f5 5. h3 ♔e7 6. ♚h2 ♔e6 7. ♜a3 c5 8. ♜g3 ♚a5+ 9. ♔d2 ♔h4 10. f3 ♔b3 11. d5 e3 12. c4 f4 пат (рис. 145, в).

Рекордную партию со взаимным патом, причем симметричную, вы найдете в главе 20, она длится 18 с половиной ходов. Четверть века считалось, что это абсолютный рекорд, и лишь недавно итальянец Э. Минерва побил его на полхода: 1. c4 d5 2. ♖b3 ♙h3 3. gh f5 4. ♗:b7 ♔f7 5. ♗:a7 ♕g6 6. f3 c5 7. ♗:e7 ♖:a2 8. ♔f2 ♖:b2 9. ♗:g7+ ♔h5 10. ♗:g8 ♖:b1 11. ♖:b1 ♔h4 12. ♗:h8 h5 13. ♗h6 ♙:h6 14. ♖:b8 ♙e3+ 15. de ♗:b8 16. ♔g2 ♗f4 17. ef d4 18. ♙e3 де пат белым и черным (рис. 146).

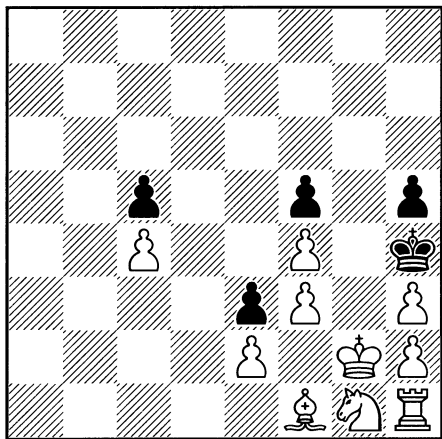


Рис. 146. Рекордный взаимный пат.

Еще несколько рекордных патов, связанных с симметричной игрой, вы найдете в той же главе 20, правда, там примеры чуть длиннее.

Партия заканчивается вничью не только при пате и «голых королях», но и при троекратном повторении позиции (очередь хода также у одной стороны). Самым распространенным случаем такого повторения является вечный шах. В рекордной партии он возможен уже после третьего хода: 1. f4 e5 2. ♔f2 ♗f6 3. ♔g3 ♗:f4+ с вечным шахом (♗f4-h6-f4+).

Мы рассмотрели все варианты рекордно быстрого окончания игры. Теперь возникает противоположный вопрос.

Сколько ходов содержит самая длинная шахматная партия?

То, что партия не может длиться бесконечно, следует хотя бы из правила о троекратном повторении позиции. Число всех возможных позиций на доске конечно, обозначим его через A (при разной очереди хода считаем позиции разными). Очевидно, что за $2A$ ходов на доске сменится $2A+1$ позиций (включая начальную), и хотя бы одна из общего числа A встретится трижды. В результате будет зафиксирован мирный исход (строго говоря, по шахматному кодексу, одному из игроков надо потребовать ничью).

Итак, самая длинная шахматная партия длится не более $2A$ ходов. Но найти A практически невозможно, ведь недостаточно подсчитать число различных расположений фигур на доске, надо еще выяснить, может ли каждое из них возникнуть в реальной игре. Впрочем, число A легко оценить сверху. Однако для получения точного числа ходов в самой длинной партии следует воспользоваться другим ничейным правилом — 50 ходов (см. ниже).

Но прежде всего вспомним, что еще в начале XX века вместо правила о троекратном повторении позиции действовало правило о троекратном повто-

рении серии ходов. Как будто это несущественно, однако «серийное» правило не мешает партии длиться «до бесконечности», причем ходить могут одни короли.

Пусть, например, белый перемещается по полям a1, a2, b1, а черный — по полям h8, g8, h7 (расположение других фигур не имеет значения). Обозначим ход короля по часовой стрелке через 1, а против часовой через 2. Пусть короли стоят в своих углах, a1 и h8. Всякому их передвижению соответствует последовательность из единиц и двоек. Верно и обратное: любая такая последовательность задает перемещение королей. Например, последовательность 12 21 21 12 21 дает ходы: 1. ♔a2 (1 — белый идет по часовой стрелке) 1...♚g8 (2 — черный идет против часовой) 2. ♔a1 ♚h8 3. ♔b1 ♚h7 4. ♔a1 ♚h8 5. ♔b1 ♚h7.

Так вот, математически доказано, что имеется бесконечная последовательность цифр 1 и 2, в которой нет трех одинаковых, рядом стоящих групп цифр (последовательность Тье-Морса). Из этого следует, что существует партия, в которой ни одна серия ходов не повторяется трижды, по старинному правилу — бесконечная!

Теперь обратимся к правилу 50 ходов. Оно заключается в следующем. Если в течение 50 ходов подряд на доске не было произведено ни одного взятия и ни одна пешка не сдвинулась с места, то партия заканчивается вничью (и здесь не автоматически — ничью надо потребовать). Проведем необходимые расчеты.

Шестнадцать пешек могут сделать самое большее $16 \times 6 = 96$ ходов. Пусть все они произведены — тогда пешки взяли по крайней мере восемь фигур (чтобы пешкам данной вертикали «пройти сквозь друг друга», нужно хотя бы одно взятие). Если было взято ровно восемь фигур, то могут быть взяты еще $2 \times 7 - 8 = 6$ оставшихся фигур и $2 \times 8 = 16$ превращенных, итого $6 + 16 = 22$. Таким образом, общее число взятий и движений пешек не более $96 + 22 = 118$. Очевидно, если число движений пешек меньше 96, то общее число ходов может только уменьшиться. Поскольку между каждыми двумя продвижениями пешек или взятиями может быть сделано не больше 50 ходов, а при последнем взятии партия прекращается (на доске остались одни короли), ее длительность не более $50 \times 118 = 5900$ ходов. Более тонкий, чисто шахматный анализ показывает, что самая длинная партия продолжается на полтора хода меньше — 5898 с половиной — заключительным ходом одинокий белый король забирает единственную оставшуюся фигуру черных. Итак, вывод ясен: бесконечной шахматной партии не существует!

Целая серия рекордных задач связана с конструированием позиций, для которых выполняется одно из следующих условий:

- 1) число возможных ходов наибольшее;
- 2) число возможных взятий наибольшее;
- 3) число возможных шахов наибольшее (включая те, которые ведут к мату);
- 4) число возможных матов наибольшее.

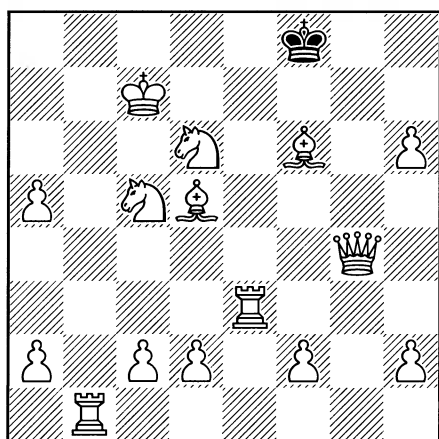
Каждую из рекордных позиций можно конструировать при одном из четырех условий:

- 1) на доске нет превращенных фигур, и превращение пешек не допускается;
- 2) превращенных фигур нет, но пешки могут превращаться;
- 3) могут быть превращенные фигуры, но пешки не превращаются;
- 4) разрешаются нелегальные позиции.

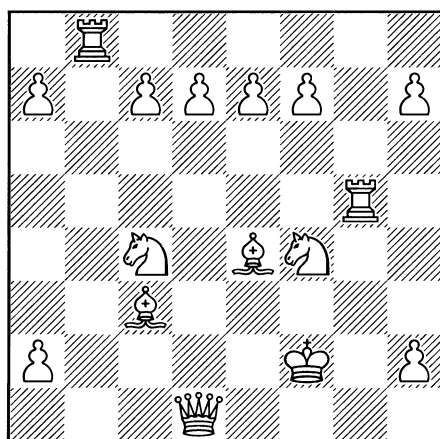
Учитывая, что каждое задание может относиться как к одним белым фигурам, так и к белым и черным вместе, всего получаем $4 \times 4 \times 2 = 32$ задач на конструирование рекордных позиций. В табл. 6, составленной Н. Петрови-чем, приведены все 32 известных рекорда. Некоторые из них держатся более ста лет, другие установлены сравнительно недавно. Очевидно, слева направо цифры растут, поскольку требования к позициям снижаются, например, при разрешенном превращении каждое может дать сразу четыре хода. Перед самим рекордом указан номер позиции, под которым она приводится ниже (в трех случаях на одной и той же позиции достигаются сразу два рекорда). Позиции с превращенными фигурами рассматриваются без превращения. Если это ограничение снять, то рекорды можно еще улучшить. Так, если в позиции на рис. 149, предпоследнюю горизонталь сплошь заполнить белыми пешками, а последнюю занять только черными конями, то число «белых» взятий достигнет 179. А общее число можно увеличить до 338 заменой четырех коней двумя пешками и двумя ферзями (белые: ♔a1, ♕b7; черные: ♚a8, ♛b2). Последний столбец касается нелегальных позиций (здесь шахи могут и матовать), которые невозможны в реальной партии — это уже область сказочных шахмат (глава 16).

Табл. 6. 32 рекорда

Тема	Цвет фигур	Без превращенных фигур		С превращенными фигурами без превращения пешек	Нелегальные позиции
		Без превращения пешек	С превращением пешек		
Наибольшее число ходов	б б и ч	1) 109 2) 181	3) 144 4) 223	5) 218 6) 324	7) 288 8) 412
Наибольшее число взятий	б б и ч	9) 49 10) 88	11) 68 12) 109	13) 65 14) 116	15) 168 15) 336
Наибольшее число шахов	б б и ч	16) 45 17) 82	18) 52 19) 85	20) 105 21) 142	22) 143 23) 170
Наибольшее число матов	б б и ч	24) 43 25) 68	26) 47 25) 68	20) 105 27) 107	22) 143 22) 143



а



б

Рис. 147. Наибольшее число ходов.

1) Рис. 147, а.

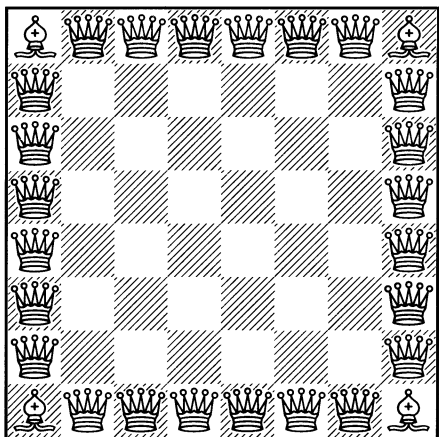
2) Белые: ♔c2, ♚e4, ♞a1, h8, ♜d6, f7, ♞e2, f6, ♙b2, b6, g2; черные: ♔g7, ♚g5, ♞a8, h1, ♜d7, f2, ♞c3, d3, ♙c7, e7, f3.

3) Белые: ♔g5, ♚b6, ♞a4, c1, ♜e2, e5, ♞d5, f5, ♙b7, d2, d7, f2, f7, h2, h7; черные: ♔g2, ♚c8, e8, ♜g8, ♞a8, ♙e3, g3.

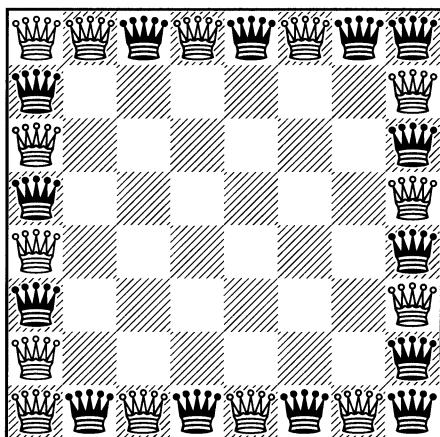
4) Белые: ♔h3, ♚f4, ♞e1, g1, ♜f6, h5, ♞a1, c1, ♙a7, c7, d7, f7, h7; черные: ♔b6, ♚d5, ♞a4, e8, ♜d3, d6, ♞b8, g8, ♙b2, d2, f2, h2.

5) Белые: ♔f1, ♚a3, b6, c4, d2, d7, e5, f3, g6, h4, ♞a8, h8, ♜b1, g1, ♞c1, d1; черные: ♔a1, ♙a2, b2.

6) Белые: ♔h2, ♚a6, b8, c1, d8, e1, f8, h3, h5, h7, ♞g1, ♜a4; черные: ♔a2, ♚a3, a5, b1, c8, d4, e8, f1, g8, h6, ♞a7, ♜h1.



а



б

Рис. 148. Рекорды для нелегальных позиций.

7) Рис. 148, а.

8) Рис. 148, б.

9) Белые: ♖а6, ♜d5, ♝c7, e7, ♙b6, g6, ♞d6, f6, ♘a4, b3, c3, d3, e3, f3, g3, h3; черные: ♔d2, ♚h5, ♞b7, d7, ♙a5, f7, ♞c8, e8, ♘a7, b5, c4, d4, e4, f4, g4, h4.

10) Белые: ♖e6, ♜d6, ♝a1, c3, ♙e4, f6, ♞e1, e3, ♘a4, b4, c4, d4, e2, f4, g4, h4; черные: ♔d2, ♚d3, ♞a3, d1, ♙e5, f3, ♞c2, g2, ♘a5, b5, c5, d5, e7, f5, g5, h5.

11) Белые: ♖g5, ♜h7, ♝d4, e5, ♙e2, ♞d6, f6, ♘b7, c7, d7, e7, f7, g7; черные: ♔b2, ♚d8, ♞e8, h8, ♙c8, f8, ♞b8, g8, ♘c4, d5, e4, f5, h5.

12) Белые: ♖e3, ♜e1, ♝c1, ♙d1, g1, ♞b1, f1, ♘b7, c7, d7, e7, f7, g7; черные: ♔e6, ♚f8, ♞b8, g8, ♙c8, h8, ♞d8, e8, ♘c2, d2, e2, f2, h2.

13) Белые: ♖d8, ♜b3, c5, d3, d7, e1, e5, f3, f7, g5, ♝b7, h8, ♙a5, h3, ♞g3, g7; черные: ♔a8, ♚b5, e3, f1, f5, ♝c7, d1, ♙c3, d5, e8, ♞e7, h5.

14) Белые: ♖a8, ♜b5, c3, d1, d5, e3, e7, f5, g3, ♝c7, g7, ♙a3, f1; черные: ♔h8, ♚b3, c5, d3, d7, e1, e5, f3, g5, ♝b7, f7, ♙c1, h3.

15) Рис. 149.

16) Белые: ♖g5, ♜d3, ♝f7, h5, ♙d4, g8, ♞a2, g2, ♘c2, e2; черные: ♔d5, ♞d8 (благодаря черному коню на d8 ни один шах здесь не матует).

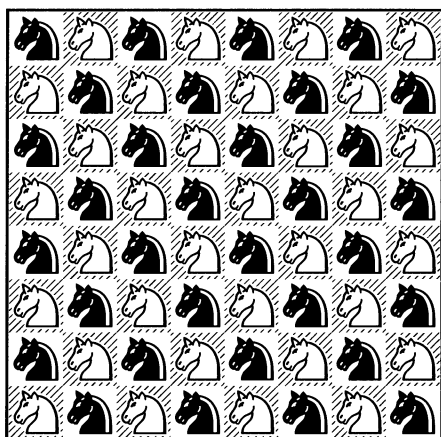


Рис. 149. Каждый ход — взятие.

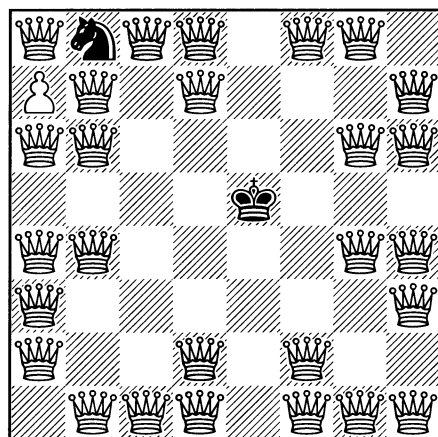


Рис. 150. 143 мата черному королю.

17) Белые: ♖f3, ♜e6, ♝b7, c1, ♙a8, d6, ♞a6, c3; черные: ♔c6, ♚d3, ♞f8, g2, ♙e3, h1, ♞f6, h3.

18) Белые: ♖a8, ♜f7, ♝b5, d3, ♙a4, d4, ♞c4, e4, ♘c7, e7; черные: ♔d7, ♙d8, ♞b8, f8.

19) Белые: ♖f2, ♜c7, ♝g5, h7, ♙f1, h4, ♞d1, h1, ♘d7, f7; черные: ♔e7, ♚d2, ♞b6, h2, ♙a7, c8, ♞e8, g8, ♘c2, e2, e4, g2.

20) Белые: ♖a2, ♜b4, b6, d2, d8, f3, f8, g1, g6, h4, ♝a5, c7, ♙b5, b8, ♞a3, h6; черные: ♔e5, ♘a6.

21) Белые: ♔c4, ♚d8, e2, e3, e8, g2, g7, g8, h4, h6, ♙a4, ♘c8; черные: ♕f5, ♚a3, a5, b1, b2, b7, d1, d6, d7, e1, ♙h5, ♘f1.

22) Рис. 150.

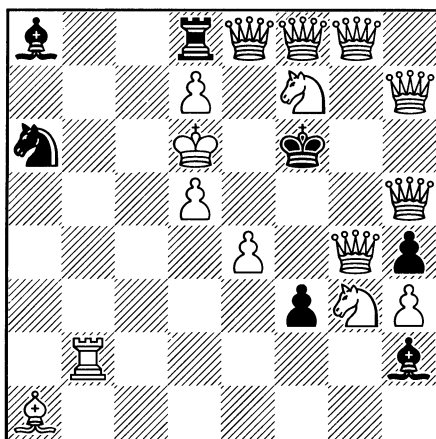
23) Белые: ♔c4, ♚a1, a2, a4, a6, c1, d8, e2, e3, e7, e8, g1, g2, g8, h2, h4, h6, ♘c8, h1; черные: ♕f5, ♚a3, a5, a7, b1, b7, b8, d1, d2, d6, d7, e1, f8, h3, h5, h7, h8, ♘a8, f1.

24) Белые: ♕f7, ♚d4, ♚f8, g5, ♙e4, h6, ♘c3, h4, ♘d2, f2, h2, h3; черные: ♕f4, ♘e3, g3.

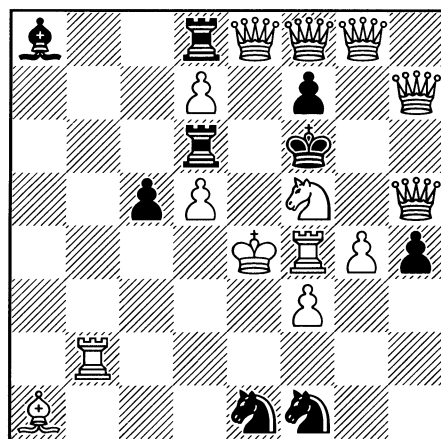
25) Белые: ♕f3, ♚d8, ♚b7, f6, ♙a8, d6, ♘a6, g8, ♘a5, c4, e4; черные: ♕c6, ♚e1, ♚c3, g2, ♙e3, h1, ♘b1, h3, ♘d5, f5, h4.

26) Белые: ♕e7, ♚f5, ♚c4, d1, ♙a2, e5, ♘d3, e8, ♘a7, b5, d7, e2, h7; черные: ♕d5, ♚g8.

27) Белые: ♕c1, ♚b4, b6, d2, d8, f3, f8, g1, h4, h6, ♚a5, c7, ♙b5, b8, ♘b1, b2; черные: ♕e5, ♚a1, a2, ♘a3, b3, c2.



а



б

Рис. 151. Рекордное число вынужденных матов.

Предъявляя к расстановкам фигур иные требования, можно установить еще множество рекордов. Интересно, например, условие, при котором каждый ход одной стороны или обеих является взятием, шахом или матом. На рис. 151, а показана рекордная позиция — легальная, с превращенными фигурами, но без превращения пешек, — в которой у белых 50 вынужденных матов, то есть матует любой их ход. А вот забавная разновидность этой темы

При каком наибольшем p существует позиция, где $p-1$ ход белых ведет мату, а после одного, единственного, хода мат ставят черные?

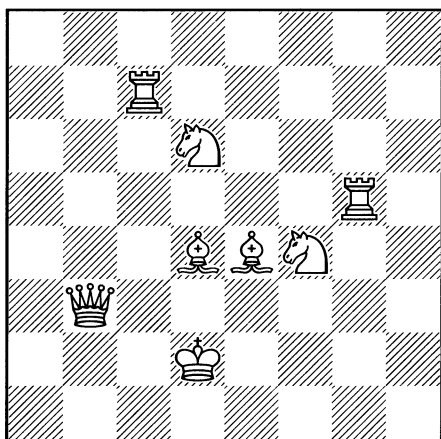
Иными словами, ровно один из прямых матов заменен здесь на обратный. Любопытный рекорд установил А. Ханян — на рис. 151, б у белых 48 ходов

($p=48$), из которых 47 матуют, а после одного хода мат вынуждены объявить черные: 1. ♔e6+ ♖:e6X.

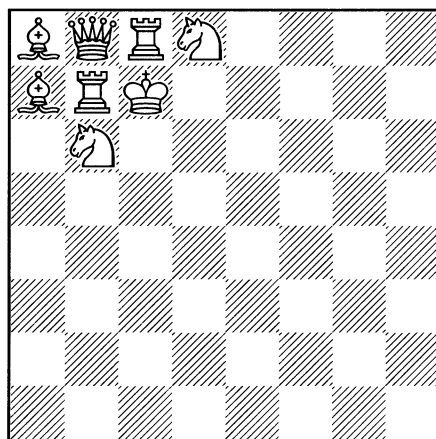
Иногда в задачах на конструирование требуется, чтобы на доске присутствовал полный комплект из 32 фигур. Но чаще достаточно участия восьми фигур одного цвета (король, ферзь, две ладьи, два слона, два коня, пешек нет). Вот две родственные рекордные задачи.

Расставить восемь фигур так, чтобы в их распоряжении было наибольшее число ходов.

Ответ круглый — 100 ходов (рис. 152, а), всего на девять меньше, чем при пешках (рис. 147, а). Хотя у белых здесь сотня ходов, четырнадцать полей не атакованы (включая семь занятых фигурами). Интересно, что в позиции на рис. 116, а те же восемь фигур (но слоны одноцветные) держали под обстрелом всю доску, но сделать могли только 74 хода.



а



б

Рис. 152. Наибольшее и наименьшее число ходов у восьми фигур.

При восьми фигурах и восьми пешках, которым разрешено превращаться, рекорд увеличивается до 122 ходов (рис. 147, б).

Расставить восемь фигур так, чтобы в их распоряжении было наименьшее число ходов.

При самом неуклюжем расположении восемь белых фигур могут сделать всего 10 ходов: семь — кони и три — король (рис. 152, б). Данная расстановка (ферзя и белопольного слона можно поменять местами) рекордная еще в двух отношениях: под ударом наименьшее число полей (включая занятые фигура-

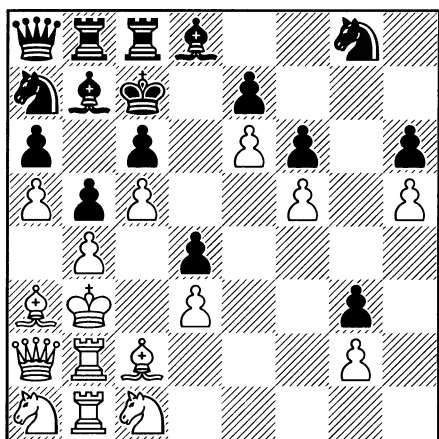


Рис. 153.

В распоряжении белых два хода.

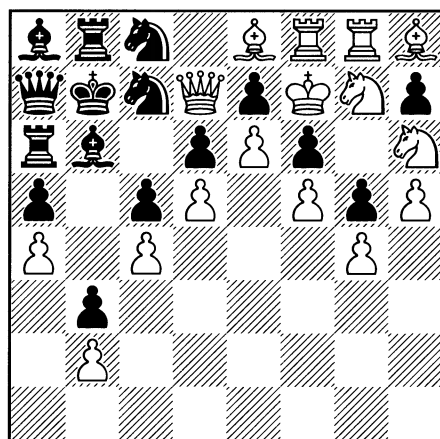


Рис. 154. Ходит только ферзь

ми) — 16, и в состоянии двигаться наименьшее число фигур — 3 (король и два коня).

При полном шахматном комплекте (32 фигуры и пешки) можно добиться того, что у фигур будет всего два хода. В позиции на рис. 153, а это ходы ♔с2-d1 и ♞с1-e2. А в позиции на рис. 154 из 32 фигур ходить может только одна — белый ферзь, в распоряжении которого семь ходов. Легальной позиции с полным комплектом, в которой вообще нет ходов, придумать пока не удалось.

Сколько различных ходов существует на шахматной доске?

Ход характеризуется фигурой, которая его совершает, цветом фигуры, начальным и конечным полями, взятой фигурой (при взятии) и превращенной фигурой (при превращении). Надо учесть также рокировки. Точный анализ показывает, что всего на доске существуют 43 732 разных хода. Последнему вопросу можно придать шуточный характер.

Сколько ходов могут победно завершить партию?

Не надо ничего считать, таких ходов — 43 732. Ведь после любого из них партнер может... немедленно сдаться!

Ну, а если говорить серьезно — не о сдаче партии, а о мате, — то ходов немного меньше. Дело в том, что некоторые из них не могут привести к мату: маневр слона из угла в угол, ход короля из угла или с края доски в угол. Несложный расчет показывает, что всего не матующих ходов 696, на столько и уменьшится приведенное число.

Глава 13

НА НЕОБЫЧНЫХ ДОСКАХ

Шахматы создавались на протяжении многих веков, и их правила неоднократно изменялись, пока не приняли современный вид. Конечно, с математической точки зрения различия в ходах или форме доски не имеют принципиального значения. Но при разных правилах возникают те или иные нюансы, интересные задачи и головоломки.

Игра родилась в Индии под названием *чатуранга*. Эта была военная игра «четырех царей» — по двое с каждой стороны (обычно «красные и желтые» сражались против «черных и зеленых»). В углах 64-клеточной доски располагались четыре армии, состоящие из четырех фигур разного достоинства и пешек. Ходы королем, ладьями (колесницами), конями и пешками были те же, что и в наше время, ферзей еще не придумали, а слоны ходили иначе — на третье поле по диагонали, перепрыгивая (как и конь) через другие фигуры. Понятие мата отсутствовало, а выигрыш достигался уничтожением всех сил противника. Главное отличие чатуранги от современных шахмат состояло в том, что движение фигур определялось бросанием игровых костей.

Постепенно игра модифицировалась, на смену азартной чатуранге в Центральной Азии (Афганистан, Иран, Индия, Пакистан) пришла интеллектуальная двусторонняя игра *шатрандж* — у арабов и *шатранг* — у персов. Хотя кости уже не бросали, но это еще не были современные шахматы: появившийся ферзь передвигался только на одно поле по диагонали, отсутствовала рокировка, игру начинали с определенных позиций (табий). И только в XV-XVI веках возникли правила, практически не отличающиеся от нынешних (лишь пешка могла стартовать иначе). Окончательно шахматы сформировались в первой половине XVIII века и с тех пор уже никаких изменений не претерпевали.

Известно множество одних только национальных разновидностей шахмат. До сих пор играют в японские шахматы (шogi), китайские (цюнь ки), корейские (тьян-кеуи), армянские (тама), монгольские (шатар).

Популярны и русские шахматы (тавриели), от классической игры они отличаются названием фигур (король — волхв, ферзь — князь, ладья — ратоборец, слон — лучник, конь — всадник, пешка — ратник) и, главное, тем, что фигуры никогда не покидают доску, а попадают в плен к противнику и могут быть освобождены. Фигуры нарисованы на плоских шашках, которые встают друг на друга, образуя башни. Игра напоминает столбовые шашки (башни), но гораздо увлекательнее. Все перечисленные игры (список их можно продолжить) относятся больше к истории шахмат, чем к математике, и мы не станем подробно останавливаться на них.

Прежде чем перейти к шахматно-математическим играм, стоит упомянуть еще шашечные игры, которых тоже существуют десятки. В России распространены 64-клеточные шашки — на доске 8×8 , есть шашки американские, турецкие, итальянские, немецкие, испанские, особой популярностью в мире пользуются столклеточные или международные шашки, в которые играют на доске 10×10 . К занимательным играм относятся поддавки, уголки, волки и овцы, шашки Ласкера и др. Несколько в стороне стоят игры го, рэндзю, реверси (Отелло), особенно распространенные в Японии, а также нарды. В каждой из них, как и в шашках, используются белые и черные фишки.

Во всех перечисленных играх действующие персонажи (шашки, фишки, камни) внешне одинаковы и отличаются только цветом. Шахматы в каком-то смысле можно считать обобщением шашек, но они, безусловно, намного богаче их. Игра идет по всем полям доски, набор фигур значительно шире, и каждая из них имеет свои особенности.

В ближайших главах речь пойдет о необычных играх, которые содержат математические элементы или носят занимательный характер. В шахматной композиции такие игры относятся к сказочным или фантастическим. В этом жанре существуют разные направления, придумано множество оригинальных задач, пользующихся популярностью и среди шахматистов, и среди любителей математических головоломок.

Нетрадиционные игры могут отличаться от классических шахмат, во-первых, необычной доской, во-вторых, необычными правилами и, в-третьих, необычными фигурами. Разумеется, встречаются две «необычности» или даже все три одновременно. Прежде всего займемся играми, которые получаются при изменении формы шахматной доски.

Мини- и макси-шахматы. Самый простой способ получить новую игру — уменьшить или увеличить размеры стандартной доски.

Квадратная доска 5×5 является наименьшей, на которой умещается весь комплект шахматных фигур, правда, в укороченном составе. Начальная расстановка показана на рис. 155. Ходы обычные, лишь пешкам запрещено переступать на два поля вперед. В чью пользу игра на такой маленькой доске, тоже неизвестно, но если привлечь компьютер, то он, наверняка, быстро разберется.

При увеличении размеров доски никаких пределов не существуют. В нашей книге встречаются различные игры на квадратных досках $n \times n$, прямоугольных $m \times n$ (у такой доски m вертикалей и n горизонталей) и даже на бесконечной до-

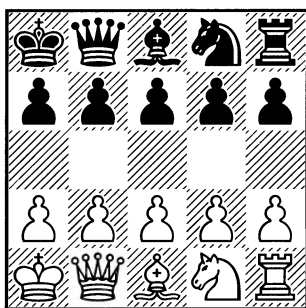


Рис. 155. Минишахматы.

пешки возможен сразу на четыре поля вперед (со второй горизонтали на шестую для белых и с одиннадцатой на седьмую для черных). Для победы достаточно заматовать любого из двух королей противника.

Матч в макси-шахматы между Капабланкой и гроссмейстером Мароци, состоявшийся в 1929 году, закончился победой автора игры со счетом 3:1. Партии продолжались около ста ходов и тянулись часов по десять. Как показала жизнь, опасности ничейной смерти не существует, и изобретение Капабланки распространения не получило.

Среди старинных досок большого размера упомянем доску 12X12 для игры в «великие шахматы», колыбелью которых была Индия. Каждый игрок имел по 12 фигур и 12 пешек, причем

фигурами были весьма экзотические животные: крокодилы, жирафы, львы, единороги.

Восточный завоеватель Тамерлан, страстный любитель шахмат, считал недостаточными обыкновенные размеры доски. И для шахмат его личной системы, которые именовались образцовыми, была изготовлена специальная доска 11x10. Одиннадцать видов фигур (генералы, верблюды, рыцари и др.) располагались в три ряда.

У нас часто попадают плоские доски больших размеров, вот еще один занятный пример, задача на доске 12x12 (рис. 156).

ске. Правда, желающих сыграть партию на этих досках найдется немного, в основном они используются для придумывания оригинальных математических задач и головоломок.

Макси-шахматы на прямоугольной доске 16x12 в начале прошлого века предложил чемпион мира Х. Р. Капабланка с целью преодолеть казавшуюся ему неотвратимой «ничейную смерть» шахмат. Игра на такой доске ведется удвоенным комплектом фигур, причем начальный ход

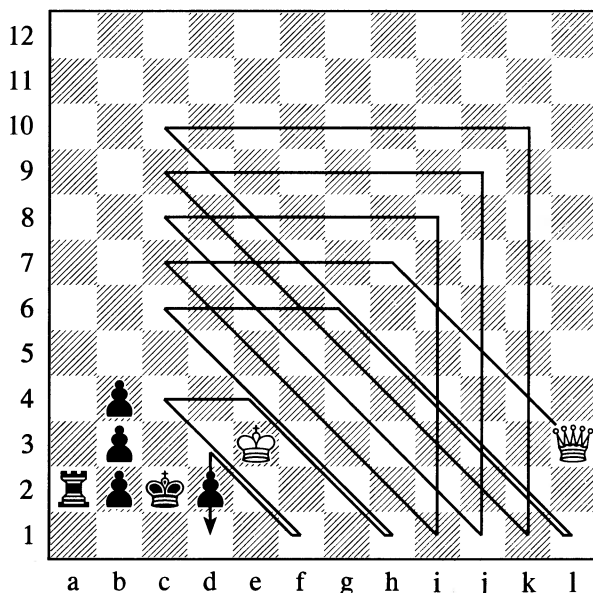
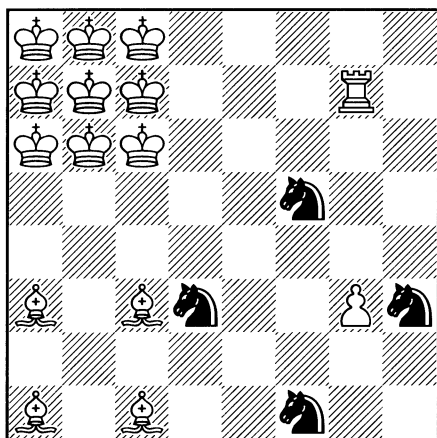
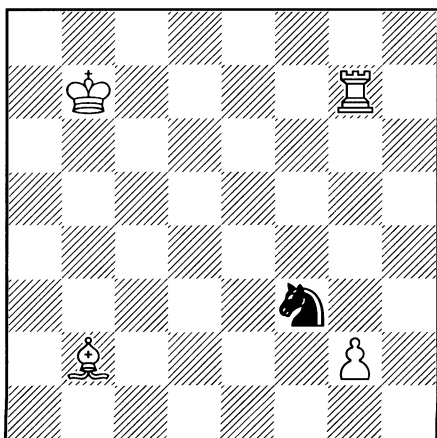


Рис. 156. Мат в 21 ход.

Сложный зигзагообразный маршрут ферзя изображен прямо на рисунке:
 1. ♔h7+ ♕c1 2. ♕c7+ ♕d1 3. ♕i1+ ♕c2 4. ♕i8+ ♕c1 5. ♕c8+ ♕d1 6. ♕j1+ ♕c2 10. ♕k10+ ♕c1 11. ♕c10+ ♕d1 12. ♕l1+ ♕c2 13. ♕g6+ ♕c1 14. ♕c6+ ♕d1 15. ♕h1+ ♕c2 16. ♕e4+ ♕c1 17. ♕c4+ ♕d1 18. ♕f1+ ♕c2 19. ♕d3+ ♕c1 20. ♕:d2+ ♕b1 21. ♕d1X.



2



1

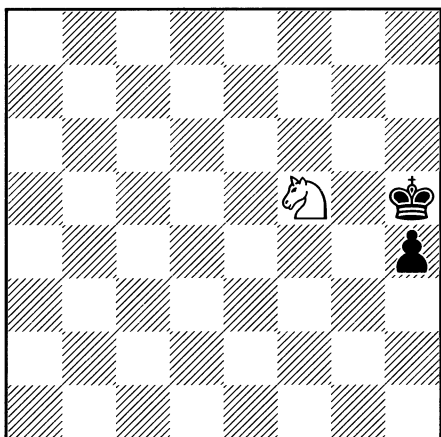
Рис. 157. Параллельные доски.

Шахматы на параллельных досках.

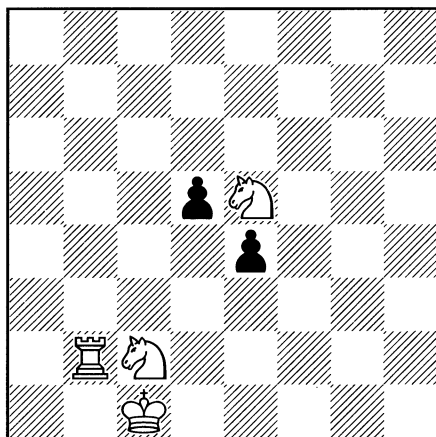
Идея параллельных миров, к которой часто обращаются писатели-фантасты, не ускользнула и от внимания шахматных композиторов — фантастов. Игра ведется одновременно на двух досках, расположенных одна над другой — на рис. 157 доска (2) над доской (1). На каждой из них ходы обычные, но фигуры могут перемещаться и в пространстве — переходить с одной доски на другую. На рис. 157 показано, на какие поля верхней доски (2) попадают фигуры с нижней (1). Аналогично со второй доски можно попасть на первую. Ферзь в пространстве ходит так же, как король, пешке разрешается перейти на другую плоскость только при взятии.

Для игры в такие шахматы можно ограничиться одной доской, а фигуры, отправляющиеся на верхнюю плоскость, ставить на прозрачные подставки, лежащие на исходной доске. Впрочем, геометрическое воображение позволит читателю разобраться в предлагаемых задачах без изготовления специальных приспособлений.

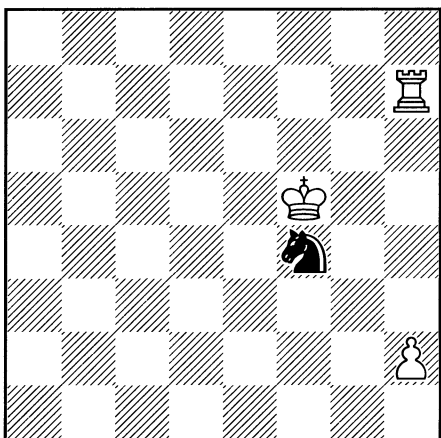
В задаче на рис. 158 решает 1. ♔h7(1)-h8 (1). Единственный способ выждать события. Король черных неподвижен, и они могут ходить только конем или пешкой. Если отступает конь (на любую плоскость), то снимается удар с поля h5 и матует 2. ♔h8(1)-h5(1)X! — ладью поддерживает белый конь. На 1...h4(2)-h3(2) следует 2. h2(1)-h4(1)X!, что не годилось сразу из-за взятия на проходе: 1...h4(2):h3(1).



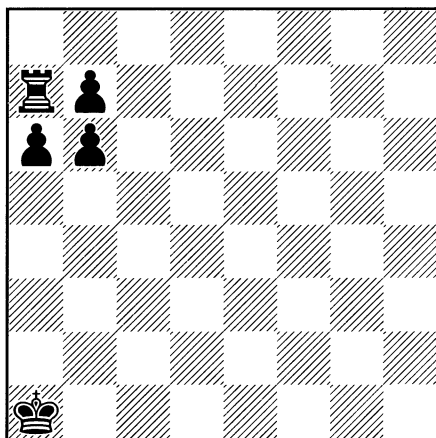
2



2



1



1

Рис. 158. Мат в 2 хода.

Рис. 159. Мат в 4 хода.

Прежде чем привести решение задачи на рис. 159, внимательно осмотрим пространство... Вот основной вариант: 1. ♘e5(2)-c5(1)! с угрозой 2. ♘c5(1)-b3(1)X. 1...b6(1):c5(1) 2. ♔c1(2)-c2(1) ♚a7(1)-a7(2). Черная ладья выходит из засады, но тут же на другую плоскость перескакивает и белая ладья. 3. ♚b2(2)-b2(1)! ♚a7(2)-a2(2) 4. ♚b2(1)-b1(1)X или 3...♔a1(1)-a2(2) 4. ♚b2(1)-a2(1)X.

Убедимся, например, что в заключительном положении во втором варианте на доске действительно мат. Черного короля на a2(2) атакует с нижней плоскости ладья a2(1). Сама она находится под присмотром коня c2(2); поля b1, b2, b3 (обеих плоскостей) контролирует белый король, поля a1, a3 нижней плоскости держит ладья, а верхней — конь. Мат!

Проективные шахматы. В такой игре, разработанной югославскими шахматными композиторами, используется проективная доска. Правила основа-

ны на свойствах прямых линий, известных из проективной геометрии. Мы учитываем одно из главных свойств, согласно которому все параллельные прямые пересекаются в так называемой бесконечно удаленной точке. Соответственно, доска для проективных шахмат получается из бесконечной доски (которая простирается по всей плоскости) добавлением четырех бесконечно удаленных полей: P_r — пересечение всех горизонталей, P_b — пересечение всех вертикалей, P_{d1} — пересечение всех диагоналей, параллельных a1-h8, P_{d2} — пересечение всех диагоналей, параллельных a8-h1.

На проективной доске сохраняются многие правила обычных шахмат, а основное изменение состоит в том, что дальнобойная фигура может переместиться на бесконечно удаленное поле по любому из возможных направлений (с учетом ее способа передвижения) и оттуда вернуться обратно на «конечное», при этом слон может поменять свой цвет.

В проективных шахматах открываются неожиданные возможности фигур. Задачи в начальной позиции обычно располагаются внутри обычной доски 8x8. Разберем пример Н. Петровича на рис. 160.

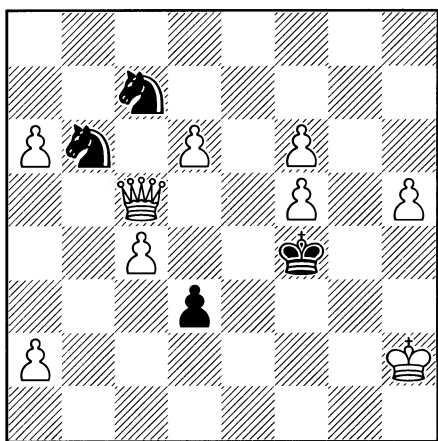


Рис. 160. Мат в 2 хода на проективной доске.

1. ♔h2-g1! Теперь у черного короля несколько ответов. Если он идет на e4, то мат дает белый ферзь, удаляясь в бесконечность через поле a5: 1...♔f4-e4 2. ♕c5-P_r X. Действительно, с поля P_r ферзь нападает на черного короля и держит все поля вокруг него: e3, f3 — через h3; d4, e4, f4 — через h4; d5, e5, f5 — через a5. Ход 2. ♕c5-P_r матует и при 1...♔f4-f3. Поля e4, f4, g4 в этом случае ферзь держит через h4; e3, f3, g3 — через h3; e2, f2, g2 — через h2 (белый король предусмотрительно покинул это поле).

При отступлении черного короля на линию «g», а также ходе 1...d3-d2 матует 2. ♕c5-P_{d1}X (ферзь уходит в бесконечность по диагонали c5-a3). Например, при 1...♔f4-g5 ферзь держит поля f4, g5, h6 через c1; f6 — через a1; f5 — через h7; g4, h5 — через d1, наконец, поле h4 — через e1.

Осталось рассмотреть ходы черных коней. На любой прыжок коня b6 следует 2. ♕c5-P_{d2}X, а на прыжок коня c7 — 2. ♕c5-P_bX (в первом случае ферзь уходит в бесконечность через a7, во втором — через c8).

Для всякой задачи важно не только наличие решения, но и его единственность. Нетрудно убедиться, что при других вступлениях белым уже не удастся поставить мат на втором ходу. Так, после 1. ♕c5-P_r+ черный король скры-

вается на g5, а после 1. ♔c5-P_{д1}+ — на e4. С поля P_{д2} ферзь даже не объявляет шаха, а хода ♔c5-P_в и вовсе нет (вертикаль «с» загорожена с обеих сторон). Любопытно, что в задаче использовались все четыре бесконечно удаленных поля проективной доски.

В другой задаче (рис. 161) решает 1. ♙f5-c8-P_{д2}! У черных два ответа: пойти на c4 пешкой или королем.

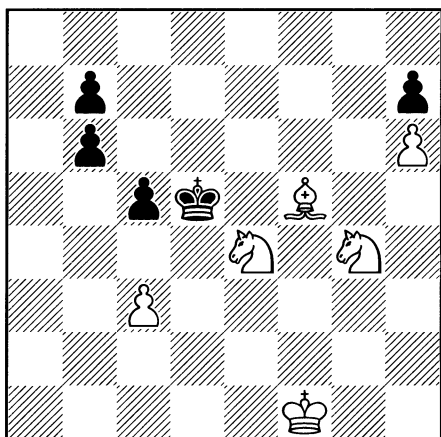


Рис. 161. Мат в 3 хода на проективной доске.

1...c5-c4 2. ♔f1-g2! ♔d5:e4. До этого конь через h1 был защищен слоном с P_{д2}.

3. ♔f3-g3X. Вскрытый мат объявил слон из бесконечности.

1...♔d5-c4 2. ♘g4-e3+ ♔c4-d3. Поля b3 и b5 под контролем держит слон с P_{д2}.

3. ♔f1-f2X. И снова заматовал слон с бесконечно удаленного поля.

Объемные шахматы. На досках, рассмотренных до сих пор, поля определялись двумя координатами, то есть мы обходились стандартной нотацией (лишь в игре на параллельных досках обозначения чуть сложнее).

Иначе обстоит дело в объемных (про-

странственных) шахматах. В них играют на трехмерной доске, представляющей собой куб $n \times n \times n$ или, в общем случае, параллелепипед $m \times n \times k$. А единичные кубики образуют «поля» доски, которые определяются уже тремя координатами. Возьмем, к примеру, объемную доску $4 \times 4 \times 4$, содержащую, как и обычная, 64 поля (кубика). Если горизонтальные слои доски занумеровать числами 1, 2, 3, 4, то ее левый ближний столбец содержит поля a11, a12, a13, a14 и т. д. Перемещению вдоль каждого слоя куба соответствует ход на обычной доске, но фигуры могут перескакивать и с одного слоя на другой. Так, ферзь с поля a11 в состоянии перейти на другие слои доски, например, на поле a14 верхнего или пойти по большой диагонали куба a11-d44. Конь, как всегда, ходит буквой Г: на одно поле вдоль одного слоя и на два в перпендикулярном.

В третьей главе мы подробно занимались знаменитой задачей Эйлера о ходе коня. Ее можно сформулировать и для объемной доски — рассматривая перемещение коня как по внутренним полям, так и по поверхности.

Обойти конем все поля объемной доски $4 \times 4 \times 4$, посетив каждое из них по одному разу.


Очевидно, нахождение искомого маршрута равносильно нумерации всех полей-кубиков числами от 1 до 64, при которой каждые два поля с соседними

57	30	47	36
48	33	58	31
29	60	35	46
34	45	32	59

1

42	37	56	51
55	52	43	40
38	41	50	53
49	54	39	44

2

27	62	15	2
14		26	63
61	28	3	16
4	13	64	25

3

10	7	22	17
21	18	9	6
8	11	20	23
19	24	5	12

4

Рис. 162. Обход конем объемной доски 4x4x4.

номера связаны ходом коня. На рис. 162 изображены проекции четырех горизонтальных слоев объемной доски на плоскую 4x4 (номера слоев 1, 2, 3, 4). Нетрудно убедиться, что, отправляясь от поля b33 (с номером 1) и двигаясь в указанном порядке, конь обойдет все поля объемной доски.

Обойти конем поверхность объемной доски 8x8x8, посетив каждое из них по одному разу (в данном случае все поля плоские).

Хотя задача сформулирована для объемной доски, конь перемещается по шести обычным двумерным доскам 8x8, образующим грани куба. Проблема состоит в «сопряжении» всех шести стандартных обходов.

Воспользуемся разверткой куба (рис. 163), где решение показано графически. Как мы видим, маршрут по поверхности куба является замкнутым, т.е. конь может начать и закончить путешествие на любом из $64 \times 6 = 384$ полей.

Многие задачи о расстановке фигур, рассмотренные нами для плоских досок $n \times n$, становятся более сложными при переходе к объемным доскам $n \times n \times n$.

Какое наименьшее число ладей можно расставить на доске $n \times n \times n$ так, чтобы они держали под угрозой все свободные поля?

Фактически здесь требуется найти число ладей-часовых, доминирующих на объемной доске. Можно доказать, что оно равно $n^2/2$ при четных n и $(n^2+1)/2$ при нечетных. В частности, для охраны доски 8x8x8 достаточно иметь 32 ладьи.

Какое наибольшее число ладей можно расставить на объемной доске 8x8x8 так, чтобы они не били друг друга?

Очевидно, в каждом столбце из восьми кубиков-полей может стоять только одна ладья, поэтому больше 64 поставить нельзя. Покажем, как поставить 64 ладьи, не угрожающие друг другу. Введем систему координат с осями, направленными вдоль ребер куба, чтобы каждое поле имело координаты (x, y, z)

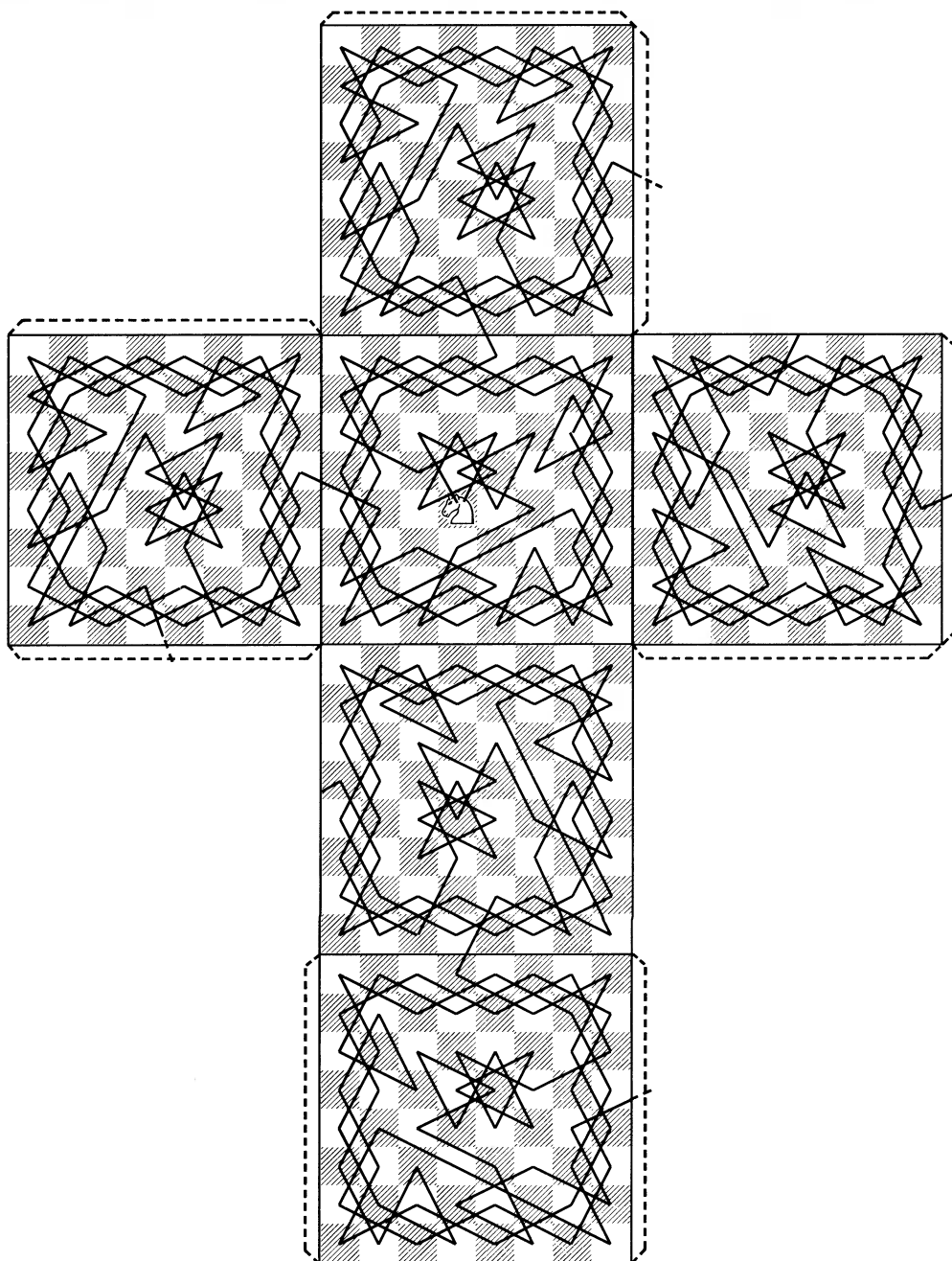


Рис. 163. Обход конем поверхности объемной доски 8x8x8.

чисел от 0 до 7, и расположим ладьи на полях, сумма координат которых делится на 8. Данная расстановка является искомой.

Докажем, что в каждом вертикальном столбце находится по ладье, то есть всего их 64. Каждый такой столбец определяется парой координат x, y . Координата z для ладьи однозначно задается условием $x+y+z \equiv 0 \pmod{8}$. А именно, если $x+y$ делится на 8, то $z=0$, в противном случае z равно 8 — остаток от деления на 8 суммы $x+y$.

Осталось показать, что ладьи не бьют друг друга. Предположим противное — пусть какие-то две ладьи находятся на одной «линии». Значит, две их координаты, например, x и y , совпадают, а третьи отличаются, скажем, z_1 и z_2 . Поскольку суммы $x+y+z_1$ и $x+y+z_2$ делятся на 8, на 8 делится и их разность $z_1 - z_2$. Однако это невозможно, так как z_1 и z_2 — различные неотрицательные числа, меньшие 8.

Задача легко обобщается для доски $n \times n \times n$, искомое число ладей равно n^2 (по n в каждом слое).

Задачи о доминировании и независимости ладей можно сформулировать в терминах векторной алгебры. Рассмотрим множество всех трехмерных векторов (t_1, t_2, t_3) , компоненты которых принимают одно из значений 1, 2, ..., n (всего таких векторов n^3).

Какое наименьшее число векторов необходимо выбрать из этого множества так, чтобы каждый из остальных векторов имел не менее одной общей компоненты хотя бы с одним из выбранных? Какое наибольшее число векторов можно выбрать так, чтобы никакие два из них не имели ни одной общей компоненты?

Первый вопрос эквивалентен определению числа доминирования ладей на доске $n \times n \times n$, а второй — числа независимости. Таким образом, в первом случае ответ $n^2/2$ или $(n^2+1)/2$. Во втором он неизвестен.

Многомерные шахматы. Формулировка задач о ладьях в терминах векторной алгебры наводит на мысль обобщить трехмерные шахматы и рассмотреть многомерные. Полями доски для такой игры являются многомерные кубики $1 \times 1 \times \dots \times 1$. На k -мерной шахматной доске задачи о ладьях принимают следующий вид.

Рассмотрим множество k -мерных векторов (t_1, t_2, \dots, t_k) , компоненты которых принимают одно значение 1, 2, ..., n (всего таких векторов n^k). Теперь можно сформулировать те же два вопроса, что и выше для трехмерных векторов. Ответы на них тоже неизвестны. Аналогичные задачи для многомерных досок ставятся и для других фигур. Любопытно, что у задач такого типа есть определенная связь с теорией информации — ее разделом, называемым кодированием.

Глава 14

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ШАХМАТЫ

Почти все рассматриваемые в книге доски плоские. Однако с помощью тех или иных геометрических преобразований из обычной доски нетрудно соорудить доски самой удивительной формы. Конечно, при составлении и решении задач не обязательно применять ножницы и клей, необходимые преобразования нетрудно провести мысленно.

Особой популярностью у шахматных композиторов-фантастов пользуются цилиндрические шахматы. Из стандартной доски получаются две цилиндрические — вертикальная (рис. 164, а, в) — при склеивании вертикальных краев, и горизонтальная (рис. 164, б) — при склеивании горизонтальных.

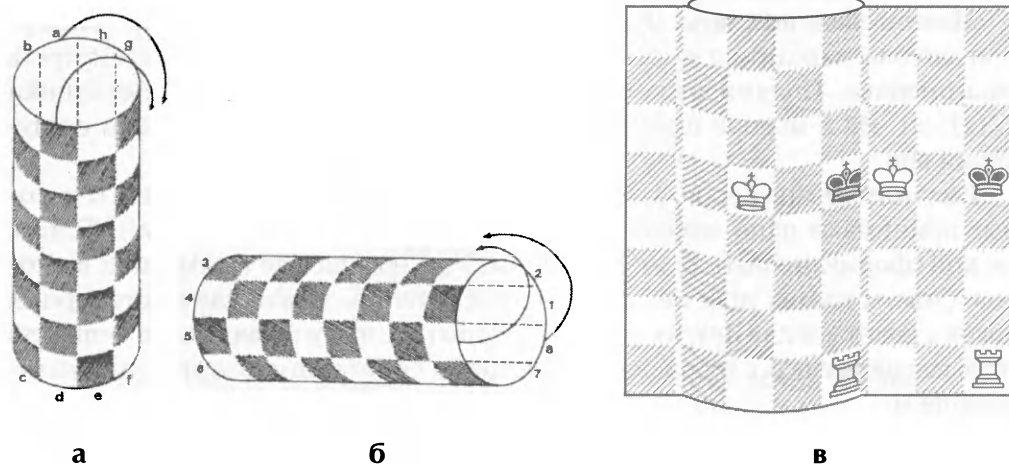


Рис. 164. Цилиндрические доски.

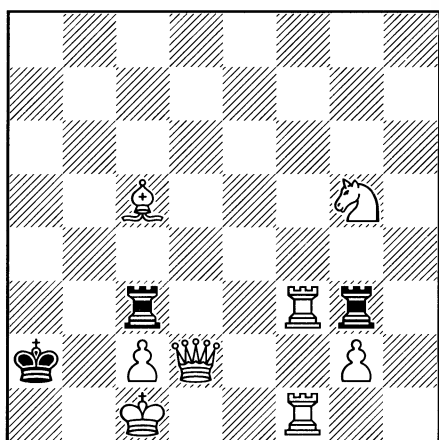


Рис. 165. Мат в 2 хода
на вертикальном цилиндре.

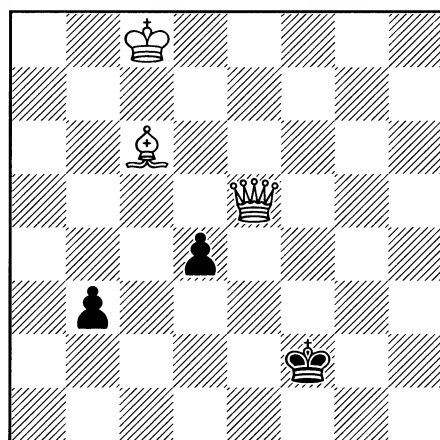


Рис. 166. Мат в 3 хода
на вертикальном цилиндре.

Цилиндрические шахматы обладают необычными свойствами, например, король и ладья в них не всегда матуют одинокого короля противника (у доски нет одного края, и он ускользает). С другой стороны, открываются новые возможности.

В задаче Т. Доусона (рис. 165) решает **1. ♖f1-b1!** (ладья проскочила на b1 через поле h1). Два простых варианта: **1...♜:c2+ 2. ♚:c2X, 1...♜:g2 2. ♚:g2X** (в обоих случаях тяжелые фигуры окружили черного короля по трем соседним горизонталям). Остальные варианты похитрее: **1...♜:cb3 2. cbX, 1...♜:c4 2. c3X, 1...♜:c5 2. c4X, 1...♜:d3 2. cdX; 1...♜:f3 2. gfX, 1...♜:g4 2. g3X, 1...♜:g5 2. g4X, 1...♜:gh3 2. ghX**. Во всех восьми случаях мат объявляет вскрывшийся ферзь. Движение белой пешки в задаче на все четыре возможных поля называется темой альбино. Так что здесь у нас сразу два альбино!

В задаче А. Мандлера на рис. 166 следует тихий ход **1. ♙b7!**, угрожая **2. ♚f4+ ♙e(g)1 3. ♚f8X**. Отсюда ферзь держит поля d2, e1 по диагонали f8-h6-a5-e1, поля g1, h2 — по диагонали f8-a3-h2-g1, а поля f1, f2 по вертикали. Слон контролирует белые поля g2, h1 и d1, e2 по диагонали c8-a6-h5-d1.

1...d3. Теперь после **2. ♚f4+ ♙e1 3. ♚f8+** есть защита **3...d2**. Но оголилась диагональ g1-a7-h8, что и решает дело. **2. ♚a5+** (шах по диагонали d8-a5-h4-e1) **2...♙e3 3. ♚a7X!** Все белые поля около короля держит слон, а черные — ферзь (включая f4 и d2 — по диагонали b8-a7-h6-c1). На **2...♙f1 (g1)** следует **3. ♚f8X**.

Следующая задача (рис. 167) иллюстрирует силу двух слонов на цилиндрической доске. **1. ♙h4! ♙f8 2. ♙h7 ♙e8 3. ♙g6 ♙f8 4. ♙a3+ ♙e8 5. ♙b3X**.

Заметим, что на цилиндрических досках все линии — не только прямые, но и диагональные — содержат по восемь полей, при этом каждая диагональ сворачивается в виток спирали. На вертикальном цилиндре на концах одного из таких витков оказываются поля a8 и h1, на концах другого — b8 и a1, третьего —

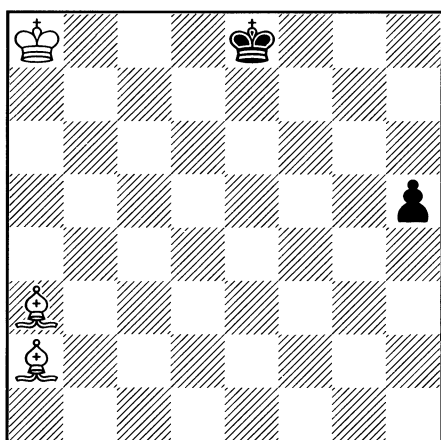


Рис. 167. Мат в 5 ходов
на вертикальном цилиндре.

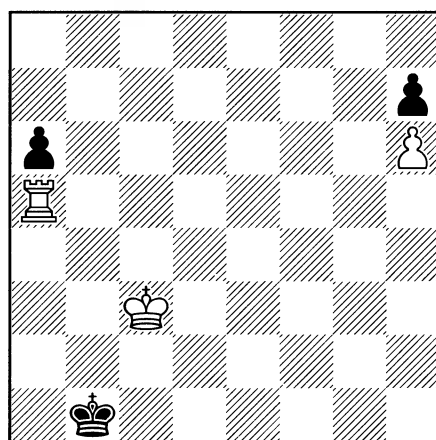


Рис. 168. Мат в 2 хода на двух
досках: обычной и вертикальной
цилиндрической.

с8 и b1 и т. д. В перпендикулярном направлении получаем витки-диагонали с концами a8 и b1, b8 и c1, c8 и d1 и т. д.

В задании А. Кузнецова и Н. Плаксина (рис. 168) на плоской доске всё просто — 1. ♖a6 ♔c1 2. ♖a1X. А на цилиндрической после 1. ♖a5:a6 ладья теряется — 1...h7:a6! (вертикали «a» и «h» склеены!). Если же она уйдет с поля a5, то черные продвинут вперед пешку, и мата нет. Решает парадоксальное 1. ♖a5-a5!! — ладья совершает «круг почета» по пятой горизонтали и возвращается на исходное место! Теперь на 1...♔c1 следует 2. ♖a1X.

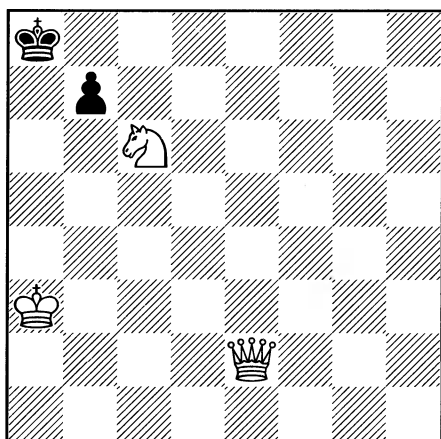


Рис. 169. Мат в 1 ход на трех досках:
обычной, вертикальном и
горизонтальном цилиндрах.

На рис. 169 уже три задания. На плоской доске следует 1. ♖e2-e8X. На вертикальном цилиндре этот ход не матует из-за ответа 1...♔a8-h7!, а к цели ведет только 1. ♖e2-g8X! (белый ферзь прошел по маршруту e2-a6-h7-g8); на горизонтальном цилиндре появление ферзя на e8 тоже не опасно для черных ввиду 1...♔a8-a1(b1), а матует 1. ♖e2-a2X!

В этой задаче у черного короля не было никакой свободы, и ферзю лишь оставалось нанести смертельный укол. Поиск более тонкого исходного построения привел к еще одной занятой позиции (рис. 170) с теми же заданиями.

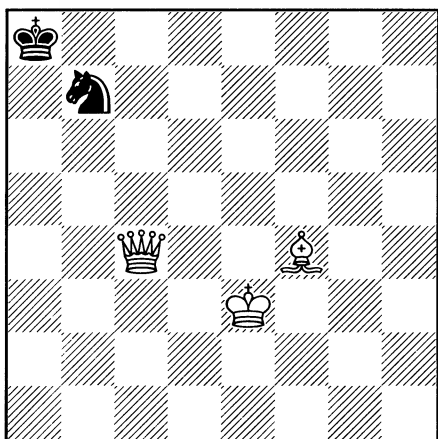


Рис. 170. Мат в 1 ход на трех досках.

белых, можно получить различные задачи-близнецы. Так, при перестановке короля на e4, а ферзя на f1, два финала те же, а на горизонтальном цилиндре ферзь объявляет мат из центра доски — **1. ♕d3X!** На короля он нападает по диагонали d3-b1-a8, а поле a7 на сей раз контролирует слон по диагонали f4-c1-b8-a7 (король смещен с e3, чтобы не загромождать дорогу слону).

Заметим, что на цилиндрических досках все линии — не только прямые, но и диагональные — содержат по восемь полей, при этом каждая диагональ сворачивается в виток спирали. На вертикальном цилиндре на концах одного из таких витков оказываются поля a8 и h1, на концах другого — b8 и a1, третьего — c8 и b1 и т. д. В перпендикулярном направлении получаем витки-диагонали с концами a8 и b1, b8 и c1, c8 и d1 и т. д.

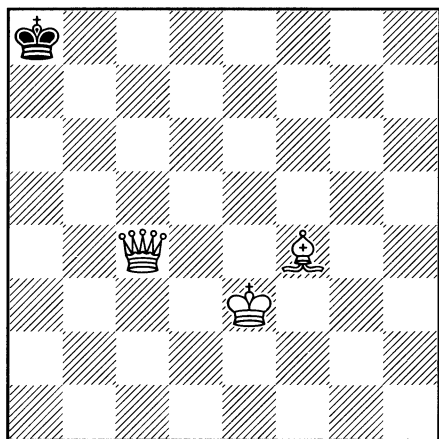


Рис. 171. Мат в 1 ход на трех досках.

По сравнению с предыдущей позицией на рис. 170 король черных чувствует себя вольготнее, а пешку b7 заменил более динамичный конь. Тем не менее на каждой из трех досок мат ставится мгновенно. На обычной — **1. ♕a6X**. Два других маневра ферзем нам уже знакомы: **1. ♕g8X** на вертикальном цилиндре и **1. ♕a2X** на горизонтальном. Особенность матов состоит в том, что они двойные: ферзь нападает на короля с двух сторон, и перекрытия — в первом случае **1... ♖d8(h8)**, а во втором **1... ♗a5 (a1)** — не спасают.

Несколько меняя расположение белых, можно получить различные задачи-близнецы. Так, при перестановке короля на e4, а ферзя на f1, два финала те же, а на горизонтальном цилиндре ферзь объявляет мат из центра доски — **1. ♕d3X!** На короля он нападает по диагонали d3-b1-a8, а поле a7 на сей раз контролирует слон по диагонали f4-c1-b8-a7 (король смещен с e3, чтобы не загромождать дорогу слону).

Дальнейшие «цилиндрические размышления» показывают, что черный конь вообще лишний. Позиция В. Попова на рис. 171 представляет собой идеальное воплощение темы трех задач на разных досках. Действительно, присутствуют всего четыре фигуры, построение легкое, изящное: белые фигуры удалены от черного короля, и, кажется, о мате в 1 ход не может быть и речи. Чтобы глубже проникнуть в суть цилиндрических шахмат, внимательно изучим все три решения.

На обычной доске по-прежнему к цели ведет **1. ♕a6X**. На **1. ♕a2 (c8, e4)** следует возражение **1... ♖b7 (a7, a7)!**

На вертикальном цилиндре линии «а» и «h» склеены, и 1. ♔a6(e4)+ опровергается путем 1...♙h8! На 1. ♔c8 (g8, h7)+ есть ответ 1...♙h7 (b7, h7). Матует неожиданный маневр 1. ♔c4-a2-h1X! Ферзь взяла под контроль сразу четыре поля в районе черного короля (включая занятое им) — a8, b7 по диагонали h1-a8 и h7, h8 по вертикали «h». Любопытно, что с более близкого расстояния отнять у короля столько полей, не становясь ферзем под бой, невозможно ни на какой доске. Еще два поля для отступления короля — a7 и b8 — держит слон по диагонали c1-h6-a7-b8. Итак, на доске натуральный мат!

На горизонтальном цилиндре склеены первая и восьмая горизонтали, и на 1. ♔a6+ у короля есть ответ 1...♙a8-b1! Матует 1. ♔c4-f1-g8-h7X! Вновь ферзь отнял у короля четыре поля: — a8, b1 по диагонали h7-b1-a8 и a7, b7 по седьмой линии (условно, на таком цилиндре все горизонтали равнозначны). Поля b8, a1 держит слон по диагонали h2-b8-a1. И здесь другие шахи ферзем не матуют — король уходит на a7, b1 или b7. Если белого короля увести с дороги слона, то шахи 1. ♔c8 (e4, h1)+ становятся матами, поскольку поле a7 оказывается недоступным для черного короля. В отличие от вертикального цилиндра, здесь витки, образуемые диагоналями, иные: на концах одного — поля a1 и h8, на концах другого — a2 и h1, третьего — a3 и h2 и т. д.

Странно, но белый король в этой задаче, будучи в тылу у своих фигур, своеобразным образом участвует в решении: мешает белым матовать! В этом тоже специфика цилиндра: то, что белый король бесполезен, было ясно сразу, но то, что он вреден, открылось неожиданно...

Примечательно, что последние две задачи можно объединить в одну: во втором случае надо добавить еще три задания — те же, но с черным конем на поле b7! При этом решения задач-близнецов, как мы видели, заметно отличаются.

Вот еще одна задача с тем же соотношением сил и весьма необычным... числом ходов (рис. 172). Пока что перед нами обычная доска.

В этой задаче-шутке В. Хуторного черный король и вправду получает мат в 0 ходов, причем сразу двумя способами. Белые, как и требуется в задании, не прикасаются к своим фигурам, но... сворачивают доску в цилиндр. И на любой из двух досок король оказывается заматованным. Пусть, например, склеены друг с другом крайние горизонтали (рис. 173). Тогда поле a1 присоединяется слева к диагонали b8-h2, и поля b8, c7 попадают под наблюдение слона. Кроме того, в одну сливаются диагонали a6-c8 и d1-h5 (a6 и h5 крайние поля новой диагонали), и в результа-

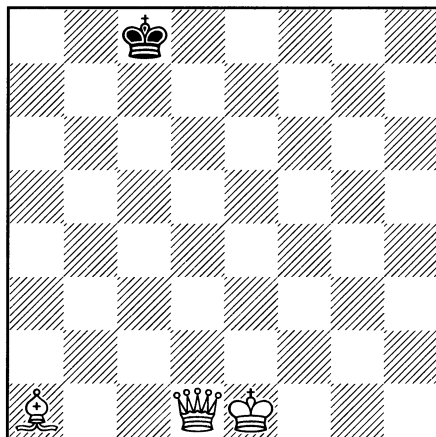


Рис. 172. Мат в 0 ходов.

те ферзь нападает на черного короля, одновременно отнимая у него поле b7. Поля же d7, d8 недоступны королю на любой доске. Мат!

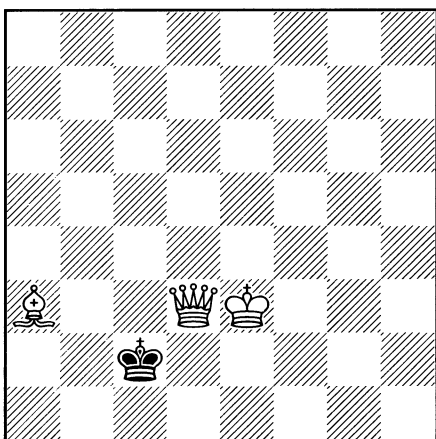


Рис. 173. Мат на горизонтальном цилиндре.

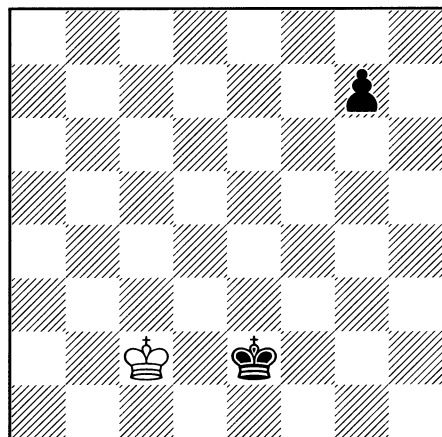


Рис. 174. Ничья.

На вертикальном цилиндре поле a1 вновь присоединяется к диагонали b8-h2, но снизу, а сливаются диагонали d1-h5 и a6-c8 (края новой диагонали — d1 и c8). Черный король в матовой сети!

Веселая в математическом смысле задача В. Рябинина изображена на рис.174. Шансы на ничью у белых, прямо скажем, невелики. Черная пешка беспрепятственно идет вперед, пока не станет ферзем. Но станет ли?

В отчаянии белые придумывают спасительный трюк. Они склеивают крайние горизонтали доски и превращают ее в горизонтальный цилиндр! Неожиданно пешка лишается всяческих перспектив. Перпетуум-мобиле...

До сих пор задания предлагались одновременно на обычной доске и на цилиндрах, а одну цилиндрическую доску изображают с отрезанными границами (рис. 175).

Перед нами знакомый квартет фигур (задача А. Мандлера): 1. ♔f2 ♕c8 2. ♖h2 ♕d8 3. ♖d1X, 1...♔a8 2. ♖d2 ♕h8 3. ♖h1X.

При переходе к новым доскам возникают не только оригинальные

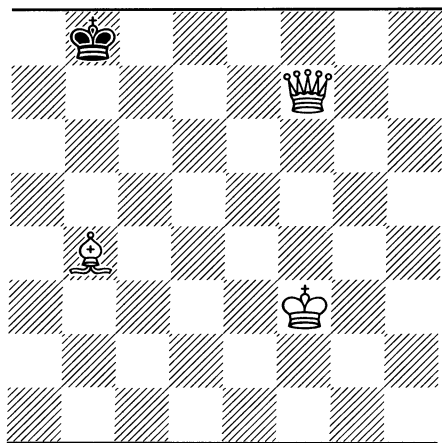
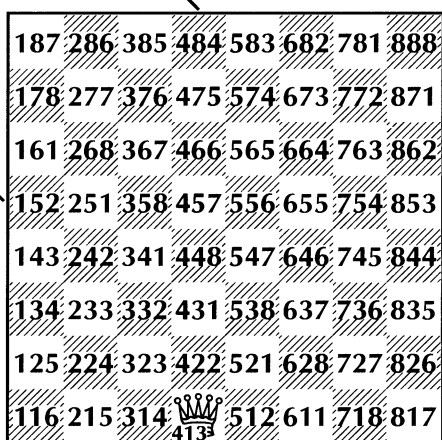


Рис. 175. Мат в 3 хода на вертикальном цилиндре.

шахматные сюжеты, но и интересные математические головоломки. Многие из тех, что рассматривались нами на стандартной доске, можно перенести на цилиндрическую.

Можно ли расставить на цилиндрической доске восемь ферзей, не угрожающих друг другу?

Если на обычной доске, как мы знаем, имеются 92 расстановки, то на цилиндрической нет ни одной! Докажем это для вертикального цилиндра. Возьмем доску 8×8 , помня, что ее края склеены. Это означает, в частности, что



187	286	385	484	583	682	781	888
178	277	376	475	574	673	772	871
161	268	367	466	565	664	763	862
152	251	358	457	556	655	754	853
143	242	341	448	547	646	745	844
134	233	332	431	538	637	736	835
125	224	323	422	521	628	727	826
116	215	314	413	512	611	718	817

Рис. 176. На цилиндре восемь мирных ферзей не умеваются.

поля с d1 до a4 и с h5 до e8 образуют одну диагональ. Запишем на каждом поле доски три цифры, совпадающие соответственно с номером вертикали, горизонтали и диагонали (параллельной a8-h1), проходящих через это поле (рис. 176). Диагональю с номером 1 можно считать a6-f1, g8-h7 и т.д.

Предположим, что восемь ферзей расставлены на восьми полях так, что не угрожают друг другу. Тогда на полях, занимаемых ими, все первые цифры различны и образуют полный набор 1, 2, ..., 8. То же самое касается вторых и третьих цифр. Таким образом, сумма всех 24 цифр на полях с ферзями равна $(1+2+\dots+8) \times 3 = 108$.

Так как сумма цифр каждого поля делится на 8, то и общая сумма должна делиться на 8, однако 108 на 8 не делится — противоречие!

Если произвести двойное склеивание краев обычной доски (см. стрелки на рис. 176), то получим тороидальную доску (рис. 177). На ней одинокого короля не в состоянии заматовать даже ферзь с королем, просто нет ни одной матовой позиции.

В задаче К. Ханнемана (рис. 178) на обычной доске матует 1. ♔g2X. На вертикальном цилиндре это ничего не дает, так как король убегает на a3, а решает 1. ♔a2X. На горизонтальном цилиндре поле g2 держит черный конь из угла доски и правильно 1. ♔h5X (ферзь проходит через d1, e8 и т.д.).

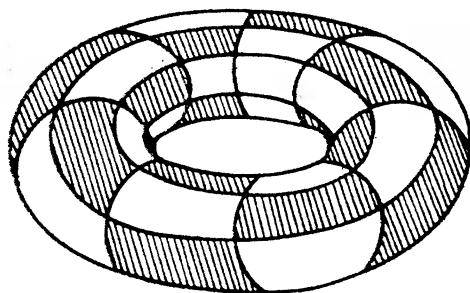


Рис. 177. Шахматный тор.

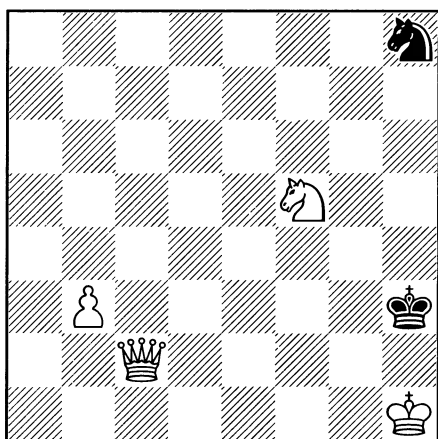


Рис. 178. Мат в 1 ход на обычной доске, на вертикальном и горизонтальном цилиндре и торе.

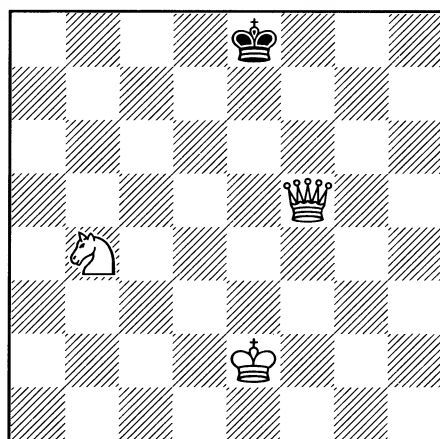


Рис. 179. Мат в 4 хода на тороидальной доске.

Наконец, на торе матует 1. ♔a4X (ферзь идет в том же направлении еще на одно поле вперед, с h5 на a4 — как по вертикальному цилиндру).

В задаче на рис. 179 после 1. ♔h7! в распоряжении черных два ответа: а) 1...♔f8 (поля d1, e1 и f1 контролирует белый король с e2 — на торе действуют правила горизонтального цилиндра!) 2. ♔g6 ♔e7 3. ♔e1 ♔d7 (поля d8 и f8 держит белый король с e1) 4. ♔e8X; б) 1...♔d8 2. ♔c7+ ♔e8 3. ♔h6! (конь идет по тору, как по вертикальному цилиндру!) 3...♔f8 4. ♔e1X (поля f7 и g8 около короля держит белый конь, а остальные — ферзь).

А в позиции М. Рейли на рис. 180 мат надо поставить на обычной доске, вертикальной цилиндрической и тороидальной.

На обычной доске после 1. a4 нет защиты от 2. ♔b5X. Но на вертикальном цилиндре этот ход ничего не дает, ввиду 1...ha! — черная пешка h4 бьет белую на проходе. А решает 1. ♔d7!, и черным не избежать 2. ♔h5X (ладья нападает на короля слева — через поля a5-b5).

На торе ход королем на d7 опровергается при помощи 1...h1♔(♔), и в случае 2. ♔h5+ эта ладья просто берется превращенной фигурой сверху, через поля h8-h6. Что же делать? К цели ведет удивительный ход 1. ♔g2!! с неизбежным 2. ♔g5X! Убедимся в этом.

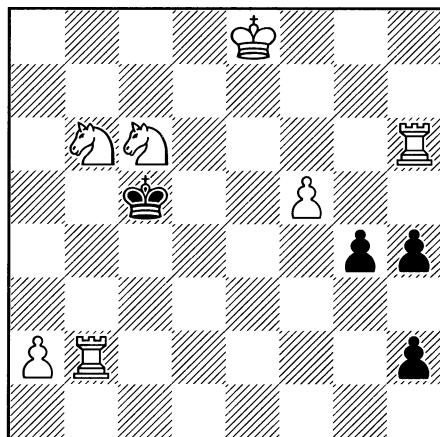


Рис. 180. Мат в 2 хода на трех досках.

Ладья покинула поле b2, но коня b6 защищает другая ладья — h6. Она держит шестую горизонталь, и поэтому черному королю не скрыться на ней (и после 1...♔b5 тоже). А четвертая горизонталь недоступна ему из-за белых коней. На g5 ладья g2 попадает на втором ходу по вертикали «g» сверху (через поля g8-g6), и воспрепятствовать ее появлению здесь черные не в состоянии.

Королю, стоящему на c5 (или b5), ладья будет угрожать слева по пятой горизонтали (через поля a5-b5). Получается забавная картина: если воспринимать доску как обычную, забыв на секунду, что это тор, то ладья g2 как бы перескакивает обе пешки — черную g4 и белую f5.

Строго говоря, превращений на горизонтальном цилиндре и на торе не бывает, и наши рассуждения не совсем корректны. Однако если вспомнить, что при достижении восьмой (первой) горизонтали пешка по кодексу превращается в фигуру, то противоречий нет. Ведь нумерация линий при переходе к цилиндру сохраняется (по той же причине можно говорить и о взятии на проходе).

Классические задачи и головоломки о расстановках фигур нетрудно перенести на тороидальную доску. Вот один пример.

Какое наибольшее число королей можно расставить на торе, образованном из доски $n \times n$, так, чтобы они не угрожали друг другу?

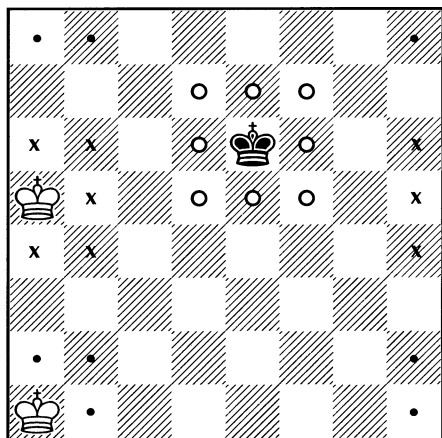


Рис. 181. Короли на торе.

В отличие от плоской доски, на тороидальной король с любого поля может сделать восемь ходов, на рис. 181 это показано для трех положений (точками для короля a1, крестиками — a5, кружочками — e6). Конечно, это обстоятельство отражается на решении.

При четных n на торе, как и на плоской доске, можно расставить $n^2/4$ королей, находящихся в безопасности — расстановка 16 королей на рис. 88 (выделенный квадрат 8×8) подходит и для тора — при склеивании краев обычной доски все короли по-прежнему стоят в отдалении

друг от друга. А вот при нечетных n число королей уменьшается. Легко доказать, что оно составляет не $(n+1)^2/4$, как на плоской доске, а $[(n^2-n)/4]$. Конечно, имеется в виду, что $n > 1$ (на доске 1×1 ее единственное поле не с чем склеивать!).

Так, расстановка 25 королей на плоской доске 9×9 (рис. 88) не годится для тора: многие короли, стоящие в безопасности на краю доски, при ее двойном

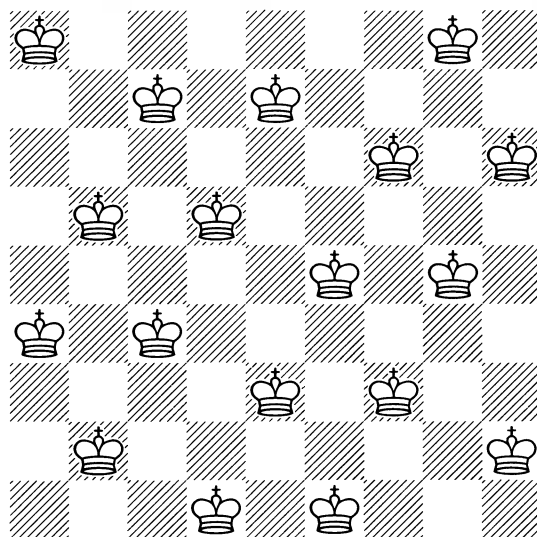


Рис. 182. На торе 18 мирных королей.

склеивании становятся соседями и бьют друг друга: $a1$ и $i1$; $a1$ и $a9$; $a1$ и $i9$; $a3$ и $i3$; $a5$ и $i5$; $c1$ и $c9$ и т. д. Из приведенной формулы следует, что при $n=9$ на торе умещается 18 мирных королей. На рис. 182 доска обычная, но при ее склеивании все короли по-прежнему стоят в отдалении друг от друга.

Помимо цилиндра и тора, можно играть на конусоидальной доске (вертикаль «а» приклеена к восьмой горизонтали), на листе Мебиуса (стандартная доска перекручивается на пол-оборота, и ее края склеиваются), на шарообразной доске и т. д. Список можно продолжить.

Глава 15

ГЕКСАГОНАЛЬНЫЕ ШАХМАТЫ

Нестандартные доски с теми или иными математическими свойствами редко используются для серьезной игры, это, как уже говорилось, инструмент для композиторов-фантастов. Но есть и одно исключение – гексагональные, или, иначе, шестигранные, шахматы. Доска в них, как и ее поля, имеет вид шестиугольника, благодаря чему фигуры получают намного больше простора. Изобретены два варианта игры: один – российским геологом И. Шафраном, другой – польским инженером В. Глинским.

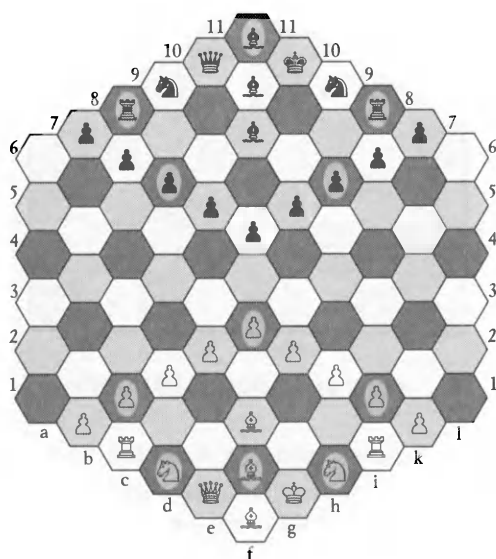


Рис. 183. Исходная расстановка фигур в польских шахматах.

Остановимся сначала на польских шахматах, которые в середине прошлого века имели довольно широкое распространение, комплекты для них продавались наряду с обычными шахматами.

Гексагональная доска Глинского состоит из 91 поля трех цветов – на рисунках белого, черного и серого (рис. 183, 184). На ней имеется 11 вертикалей от «а» до «l» (кроме «j»), поля каждой нумеруются снизу вверх. На крайних вертикалях по 6 полей, на центральной – 11. Роль горизонталей выполняют диагонали, слева от линии «f» – параллельные a1-f1, а справа – параллельные f1-l1. В дополнение к стандартному набору фигур каждая сторона получает по

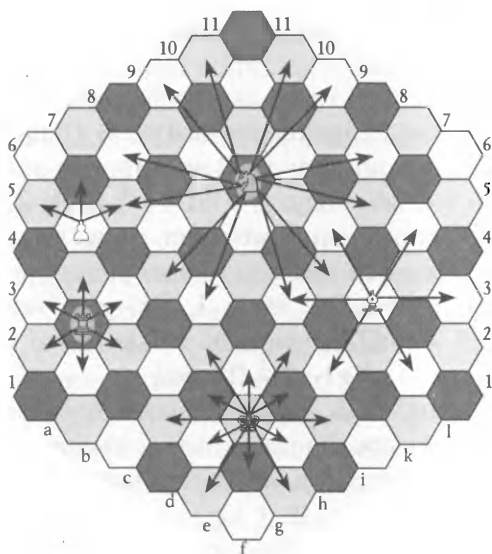


Рис. 184. Как ходят фигуры.

к границе доски число возможных ходов уменьшается. При желании можно найти силу шахматных фигур на шестигранной доске.

Пешки ходят на одно поле по вертикали (в начале игры на два), бьют наискосок, например, с b5 на a5 и c6. Сохраняется и взятие на проходе — так, в ответ на c2-c4 черная пешка d4 может побить белую d4:c3. Достигая последнего поля своей вертикали, пешка превращается в любую фигуру. Рокировок нет — короли и так находятся в достаточной безопасности, а ладья за два хода подключается к атаке или защите. Остальные правила, в том числе цель игры — заматовать неприятельского короля, не меняются.

Доска для шахмат Шафрана (рис. 185) получается из польского варианта отбрасыванием линий f1-l1 и f11-l6 и двух правых вертикалей k1-k7 и l1-l6; в результате число полей сокращается до 70. Начальная расстановка напоминает обычную. Фигуры ходят, как и в шахматах Глинского, лишь пешка бьет иначе: под углом 60° , с b5 на a6 или c7. Пешки трех центральных вертикалей могут первым ходом пойти сразу на три поля вперед, остальные — на два. В данной игре существуют рокировки — короткая (ладья приближается к

одному слону, серопольному, и одной пешке.

Начальное расположение фигур показано на рис. 183, ходы — на рис. 184. Король, как и полагается, перемещается на все соседние поля — не только на непосредственно примыкающие к данному, но и на ближайшие того же цвета. Таким образом, с f3 он может пойти на одно из 12 полей, указанных стрелками. Столько же полей и в распоряжении коня, стоящего на f8. Ладья и слон идут на любое число полей в одном из шести направлений (разных для этих фигур). Ферзь, объединяющий ходы ладьи и слона, движется в 12 направлениях (тех же, что и король) на любое число полей. Конечно, ближе

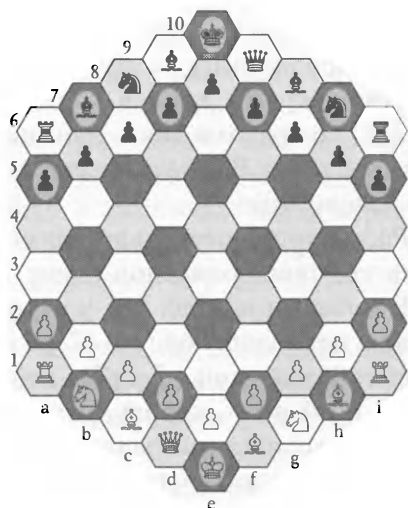


Рис. 185. Шахматы Шафрана.

пешку f7 — хитрый прием, упомянутый выше. **1...i4-i3** **2.** ♖c5-d8! Вновь пешка под защитой коня. Не годится **2.** ♜e4? из-за **2...i4!** и мата нет, но не **2...i2** **3.** ♜h4 и **4.** ♜i6X.

2...i3-i2 **3.** ♜d8-g9 **i2-i1** ♔ **4.** ♞g9-i6X! Конь сделал четыре хода подряд, но пешка постоянно находилась под его защитой!

На рис. 187 у черного короля, на первый взгляд, достаточно свободы, и быстро его не пленить...

1. ♜f11-i1! Неожиданное перемещение слона из одного угла шестиугольной доски в другой. Черные в цугцванге: любой ход короля ведет к красивому мату ферзем в центре доски. **1...♔e6:d4** **2.** ♔g1-c2X — пригодился слон, взявший под прицел поле c2. **1...♔e6:f8** **2.** ♔g1-g9X. Поле g9 контролируется слоном, притаившимся вдали от места основных событий. **1...♔e6-f5** **2.** ♔g1-g3X — поле g3 также в зоне действия слона. Наконец, **1...♔e6-d6** **2.** ♔g1-c6X — теперь белого ферзя поддерживает король.

Последняя задача (рис. 188) иллюстрирует так называемую тему Новотного (перекрытие), весьма распространенную в классической композиции.

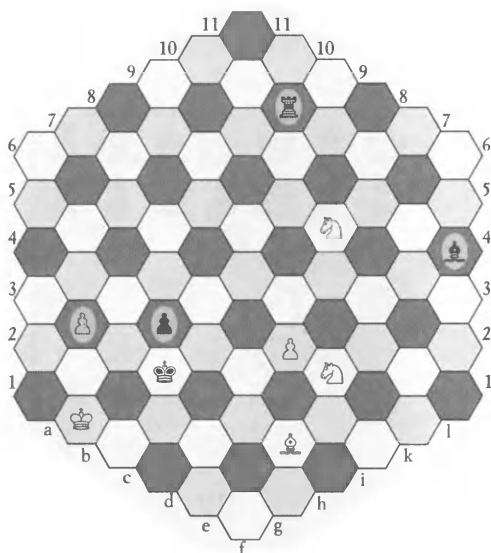


Рис. 188. Мат в 2 хода.

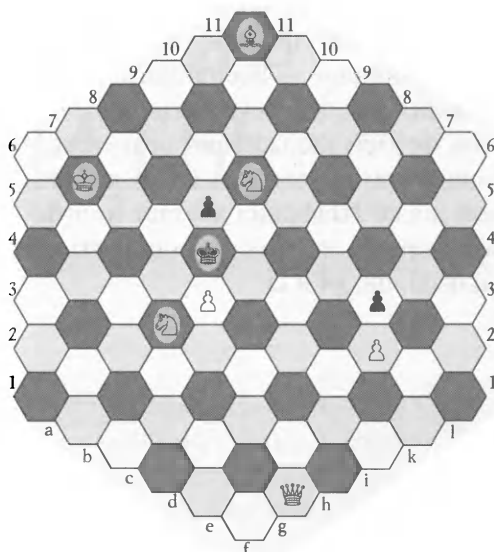


Рис. 187. Мат в 2 хода.

1. g4-g6! Пешка стартует сразу на два поля вперед. Попутно возникает еще один задачный элемент — освобождение поля для другой фигуры. Теперь пешка оказалась в точке пересечения линий g1-g10 и a4-l4, которые находятся, соответственно, в распоряжении ладьи и слона. **1...♜l4:g6** — траектория ладьи перекрыта, и **2.** ♞h6-g4X; **1...♜g9:g6** — траектория слона перекрыта, и **2.** ♞h6-e6X.

Очевидно, на гексагональных досках можно решать те же математические задачи, что и на обычной, в том числе о маршрутах, доминировании и независимости фигур. Установлено, например, что на доске Глинского тоже достаточно пяти

ферзей, которые будут держать под охраной все ее свободные поля (рис. 189).

Хотя полей здесь почти в полтора раза больше, но и направлений перемещения ферзей во столько же раз больше — двенадцать вместо восьми. Так что неудивительно, что пять ферзей удерживают всю «гексагональную тюрьму». А на 70-клеточной доске Шафрана хватает и четырех ферзей, их можно поставить на поля c5, d8, g4 и i5.

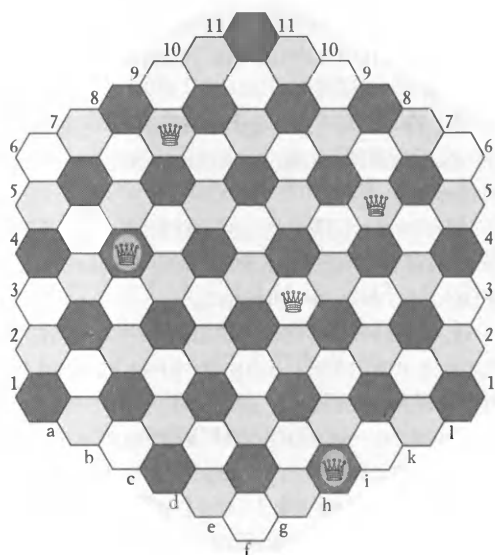


Рис. 189. Пять ферзей-часовых на гексагональной доске.

Глава 16

СКАЗОЧНЫЕ ШАХМАТЫ

В предыдущих главах речь шла о разных играх, связанных с тем или иным преобразованием доски. Однако для получения новой игры совсем не обязательно сооружать специальные доски, достаточно на обычной доске изменить правила или придумать новую фигуру. Именно таким играм посвящена данная глава, продолжающая рассказ о сказочных, фантастических шахматах.

ШАХМАТЫ С ШАХАМИ И БЕЗ ШАХОВ. В игре *до первого шаха* всё, как обычно, только выигрывает не тот, кто первым ставит мат, а кто первым объявляет шах! При стандартной начальной позиции белые форсированно берут верх, причем не позднее пятого хода.

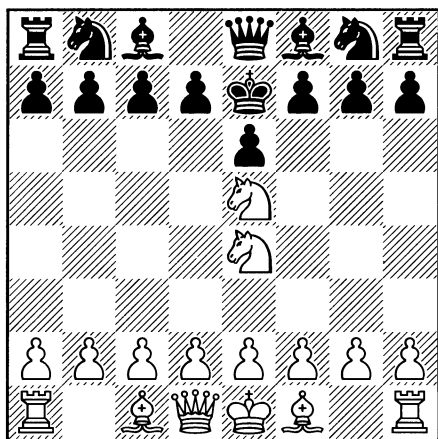


Рис. 190. До первого шаха.

1. ♘c3. Грозит выпад конем на e4, d5 или b5 с неизбежным шахом, у черных единственный ответ 1...e6 (1...e5 2. ♘d5 и 3. ♘f6+), и после 2. ♘e4 ♔e7 3. ♘f3 второй конь с решающим эффектом вступает в игру: 3... ♔e8 (3...d6 4. ♘d4) 4. ♘e5, и шах следующим ходом (рис. 190).

Чтобы оживить игру, следует каким-то образом изменить начальную позицию, например, сдвинуть белую пешку с c2 на c3, а черную с c7 на c6. Теперь нет вступительного хода 1. ♘c3, и форсированного выигрыша не видно: после 1. ♔b3 d5 2. ♔b4

♔d6! 3. ♔a4 ♕d7 4. ♔h4 ♜f6 черный король пока надежно защищен от шахов.

В шахматах без шахов фигуры тоже ходят привычным образом, но объявлять шах запрещено, вернее, первый же шах должен быть матом. В шахматах с шахами, наоборот, если шах есть, то его надо обязательно объявлять (любым способом). А когда-то существовала игра, в которой верх брал тот, кто первым объявлял три шаха.

ШАХМАТЫ С КОСТЯМИ. Расстановка фигур и основные правила не меняются, но перед каждым ходом игрок бросает кость и ходит той или иной фигурой, в зависимости от числа выпавших очков (1 — пешка, 2 — король, 3 — конь, 4 — слон, 5 — ладья, 6 — ферзь). Если фигура пойти не может или вообще отсутствует на доске, очередь бросать кость передается противнику. Между прочим, в древнейшей игре чатуранга фигура, которая делала ход, тоже определялась числом очков на брошенной кости, то есть данная разновидность шахмат близка к их первоначальной форме с применением костей.

ДВУХХОДОВЫЕ ШАХМАТЫ. В этой игре каждый ход состоит из двух обычных (после первого хода «цикла» король может находиться под шахом). Небольшое изменение правил, и имеет место следующий неожиданный факт.

При правильной игре в двухходовые шахматы белым, по меньшей мере, гарантирована ничья.

Попробуем доказать это от противного. Предположим, что белые, как бы ни играли, при правильных действиях черных проигрывают. Но после 1. ♜b1-c3-b1 сохраняется начальная позиция, а первый ход уже принадлежит черным. Фактически теперь они играют белыми и, по предположению, проигрывают. Противоречие.

Кажется, всё верно. Однако доказательство не совсем точное. После первого хода белых позиция действительно повторяется, но ситуация несколько иная! Так, при 1... ♜g8-f6-g8 2. ♜b1-c3-b1 белые еще не могут потребовать ничью, а черные могут, поскольку 2... ♜g8-f6-g8 приводит к троекратному повторению позиции (исходной). Таким образом, строго говоря, нельзя считать, что в случае 1. ♜b1-c3-b1 черные играют белыми — возможности сторон разные. Примечательно, что на эту тонкость в 1970-е годы обратил внимание великий математик, академик Андрей Колмогоров.

Приведем теперь строгое доказательство. Вновь предположим, что как бы белые ни играли в двухходовые шахматы, они проигрывают (при правильных действиях черных). Будем играть с воображаемым партнером одновременно две партии белыми. На первой доске начнем 1. ♜b1-c3-b1. Ответ черных на этот «выжидательный» ход повторим симметрично на второй доске. Так, если черные сделали двойной ход 1...e7-e5, d7-d5, то наш первый ход на второй доске будет 1. e2-e4, d2-d4. Затем ответ противника на второй доске повторим на первой за белых, ответ черных на первой — на второй за белых и т. д.

По нашему предположению, черные рано или поздно должны выиграть обе партии, и, значит, наступит момент, когда на первой доске они очередным ходом объявят мат белому королю. Но тогда на второй доске при повторении хода за белых мат получит черный король! Противоречие.

Эти рассуждения напоминают старинную шутку, как один человек, не умеющий играть в шахматы, заключил пари, что наберет очко в двух партиях с чемпионами мира Ласкером и Капабланкой. С Ласкером он играл черными, а с Капабланкой белыми. Первый ход Ласкера он повторил с Капабланкой, ответ Капабланки — с Ласкером и т. д. Игра заканчивается вничью в обеих партиях, либо одну он проиграет, а другую выиграет.

Приведенное доказательство, как говорят математики, неконструктивно. Мы доказали, что белые могут не проиграть в двухходовые шахматы, но не установили, как это сделать. Более того, если удастся доказать, что белые форсированно выигрывают (как, например, в игре до первого шаха), то тогда, очевидно, первый ход 1. ♖b1-c3-b1 —проигрывающий. И получится, что доказательство беспробитости белых проведено нами с помощью проигрывающего хода!

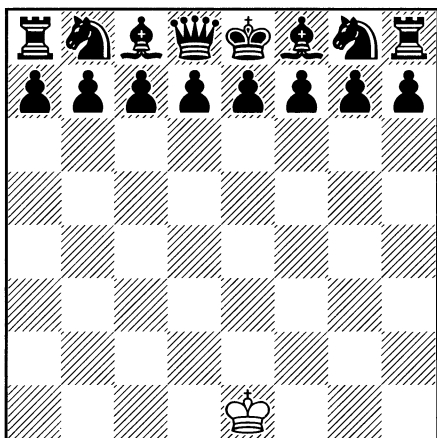


Рис. 191.

Король белых делает два хода подряд.

1. ♔e1-e2-e3. На одинарный ход 1...e7-e5 следует 2. ♔e3-e4:e5, на шах 2... ♔d8-e7+ — энергичное 3. ♔e5-d6:c7!, и следующим ходом белый король бьет черного.

Но если черные действуют осторожно и не подпускают белого короля к своему собственному, то они берут верх в двухходовые шахматы. Например, двигая свои крайние пешки, быстро проводят ферзя, после чего несколько тяжелых фигур легко сооружают мат.

Вот одна из распространенных модификаций двухходовых шахмат. У одного игрока полный комплект фигур, которые ходят обычным образом, а у другого лишь король и несколько пешек, но он делает по два хода сразу. Цель обеих сторон — побить неприятельского короля. Эта игра довольно хитрая: кто впервые знакомится с ней, обычно выбирает фигуры с нормальными ходами и... быстро проигрывает.

Действительно, делая по два перемещения за один раз, даже один голый король уже на четвертом ходу может торжествовать победу. На рис. 191 первый двойной ход белых

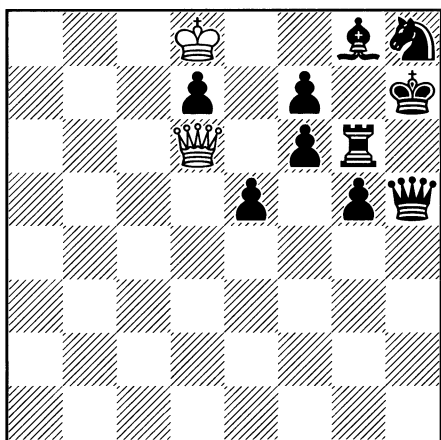


Рис. 192.

Выигрыш в двухходовые шахматы.

ШАХМАТЫ БЕЗ ЦУГЦВАНГА. Если в данной позиции любой ход белых проигрывает, то мы говорим, что они в цугцванге (а если проигрывает и любой ход черных, то цугцванг взаимный). Шахматы без цугцванга отличаются от обычных добавлением всего одного хода — хода на месте. Теперь цугцванга не бывает: если нет хорошего хода, очередь можно передать партнеру. Здесь, как и в двухходовых шахматах, легко доказать, что белым гарантирована ничья.

ПОДДАВКИ. Более популярны поддавки шашечные, но и шахматные весьма интересны. Понятие мата здесь отсутствует, а побеждает тот, кто первым отдаст все свои фигуры или их запатует. Взятие обязательно, а если есть выбор, то брать можно любую фигуру, включая короля.

Конечно, и в этой игре возможна ничья, например, у соперников остались разноцветные слоны или короли, которые никогда не сблизятся, а будут вечно блуждать по доске.

Любопытно, что в шахматных поддавках имеется своя необычная теория. Как это ни парадоксально, но уже первый ход белой пешки «е» или «d» на два поля вперед является решающей ошибкой. Черные форсированно отдают все свои фигуры.

1. e4? b5 2. ♖:b5 ♜f6 (тихий ход) 3. ♖:d7 ♜:e4 4. ♖:c8 (возможность 4. ♖:e8 рассмотрена ниже) 4... ♜:d2 5. ♖:d2 ♜:d2 6. ♜:d2 ♜a6 7. ♖:a6 ♜c8 8. ♖:c8 f5 9. ♖:f5 ♜g8 10. ♖:h7 c5 11. ♖:g8 e6 12. ♖:e6 c4 13. ♖:c4 a6 14. ♖:a6 g5 15. ♜:g5 ♜d8 16. ♜:d8 ♖e7 17. ♜:e7, и на доске остались одни белые фигуры. На 4. ♖:e8 решает 4... ♜:d2 5. ♜:d2 (5. ♖:f7 ♜:c1 6. ♜:c1 ♜:f2 7. ♜:f2 ♜g8 и т.д.) 5... ♜:d2 6. ♜:d2 ♜g8 7. ♖:f7 c5 8. ♖:g8 g6 9. ♖:h7 e5 10. ♖:g6 e4 11. ♖:e4 ♜c6 12. ♖:c6 ♖b7 13. ♖:b7 ♜c8 14. ♖:c8 a6 15. ♖:a6 c4 16. ♖:c4 ♖a3 17. ♜:a3, и черные взяли верх в поддавки (рис. 193).

В «двухходовом» этюде Н. Петровича на рис. 192 после 1. ♔d6-f8, ♕d8-e7! король черных в опасности, но, кажется, они легко отражают угрозу — 1... ♔h5-h6:f8+, так как при взятии на f8 у белых нет подходящего второго хода пары. Однако неожиданно следует 2. ♕e7-e6-f5!, и следующим двойным ходом белый король забирает черного — 3. ♕f5:g6:h7. А тому мешает это сделать собственная ладья g6. Но не годится, например, 1. ♜b8, ♕e7 из-за 1... ♜g7, ♕h6!, и черный король неуязвим.

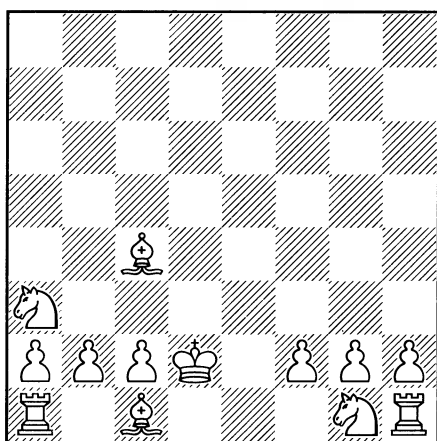


Рис. 193. Партия в поддавки закончилась победой черных.

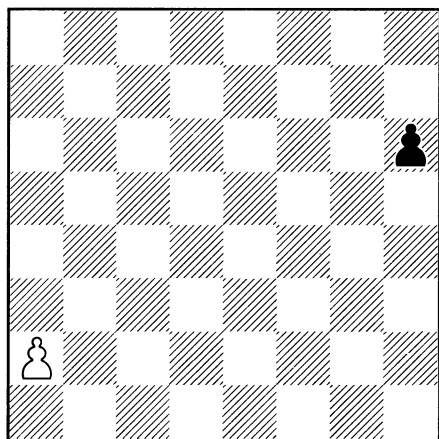


Рис. 194. Выигрыш в поддавки.

Еще проще опровергается первый ход ферзевой пешки: 1. d4 e5! 2. de ♔g5! 3. ♔:d7 ♕:d7 (этот размен на d7 может произойти и позднее) 4. ♕:g5 ♔d8 5. ♕:d8 a6 6. ♕:c7 ♔a7 7. ♕:b8 b6 8. ♕:a7 a5 9. ♕:b6 g6 10. ♕:a5 ♕b4 11. ♕:b4 ♖e7 12. ♕:e7 ♔f8 13. ♕:f8 h6 14. ♕:h6 g5 15. ♕:g5 f6 16. ♕:f6 ♕h3 17. ♖h3. Победа за черными!

Кстати, осторожное движение пешки «d» на одно поле вперед тоже проигрывает в поддавки: 1. d3? g5! 2. ♕:g5 ♕g7 3. ♕:e7 ♕b2 4. ♕:d8 ♕a1 5. ♕:c7 ♕c3 6. ♕b8 ♔b8 7. ♖c3 d5 8. ♖d5 ♖f6 9. ♖f6 ♔g8 10. ♖e8 ♔g2 11. ♕:g2 f6 12. ♕:b7 ♔b7 13. ♖f6 ♔b8 14. ♖h7 ♔b1 15. ♔b1 ♕b7 16. ♔b7 a6 17. ♔a6, и на доске — одни белые фигуры.

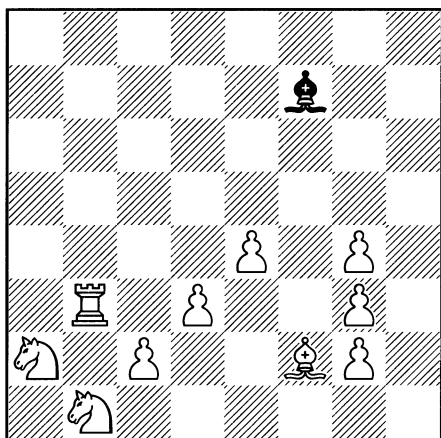
Оригинальные и неожиданные идеи содержатся в поддавках и в окончаниях. Очевидно, проще положение, чем на рис. 194, не придумаешь. Но посмотрите, сколько тонкостей оно содержит!

1. a3! Белые, как говорят в таких случаях, уступают темп противнику — обычный прием в нормальных шахматах.

1...h5 2. a4 h4 3. a5 h3 4. a6 h2 5. a7 h1! Если черные ставят ферзя или слона, то после любого превращения белой пешки они вынуждены будут сразу взять новую фигуру. На 5...h1 ♖ следует 6. a8 ♔ и 7. ♔h1! Если на до-

ске появится черный король (в поддавках возможно и такое) — 5...h1 ♕, то не годится 6. a8 ♔ или 6. a8 ♕ из-за 6...♕g2. К ничьей ведет и 6. a8 ♖ или 6. a8 ♗, а решает 6. a8 ♔! ♕g2 7. ♔a4 ♕f2 8. ♔d4 ♕g2 9. ♔e4 ♕h2 10. ♔f4 ♕h1 11. ♔f3 ♕g2 12. ♔f2 ♕f2, и белые избавились от своей фигуры.

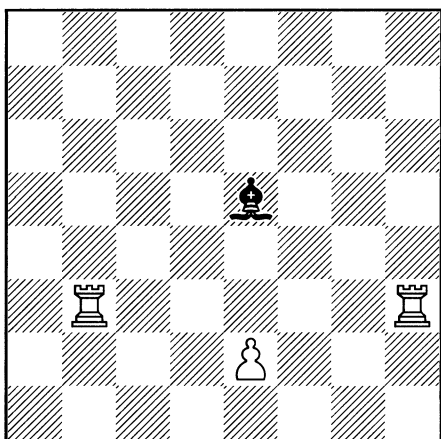
6. a8 ♕!! Белая пешка превращается в еще более слабую фигуру, иначе черные легко отдадут свою ладью. Теперь же на любое ее движение следует 7. ♕h1! ♔h1, и игра в поддавки заканчивается в пользу белых.



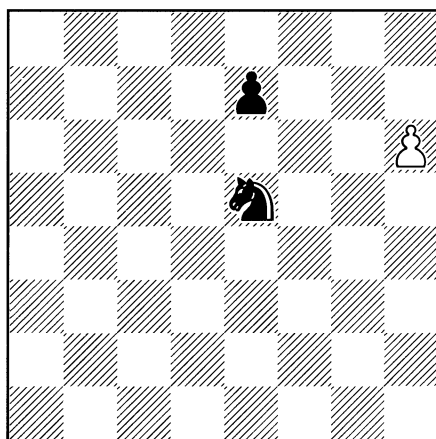
а

В. позиции Т. Доусона — рис. 195, а — одни фигуры белые отдают, а другие патуют: 1. ♖b6! ♙:a2 2. ♖g6 ♙:b1 3. g5 ♙:c2 4. g4 ♙:d3 5. ♙h4! ♙:e4 6. g3 ♙:g6, и белым нечем ходить.

Другая позиция Доусона — рис. 195, б — иллюстрирует тему симметрии. 1. ♖b2! ♙:b2 2. ♖h8 ♙:h8 3. e4! Теперь 3...♙e5 патует пешку, а в противном случае следует 4. e5! Однако не годится симметричное 1. ♖h2? ♙:h2 2. ♖b8 ♙:b8 3. e4 ♙a7! Слон увильнул и сам вскоре встанет под бой: 4. e5 ♙b6 5. e6 ♙a5 6. e7 ♙d8!



б



в

Рис. 195. Выигрыш в поддавки.

Остроумна и позиция А. Корнилова (рис. 195, в). 1. h7 ♙g4! 2. h8♙ белый! Появление другой белой фигуры на руку черным: 2. h8♙ ♙e5 3. ♙:e5 e6; 2. h8♙ ♙e5 3. ♙:e5 e6 и 4...e5; 2. h8♙ ♙h6 3. ♙:h6 e6; 2. h8♙ e6 3. ♙f7 (g6) ♙e5 4. ♙:e5, и они взяли верх в поддавки.

2...e5 3. ♙g7 ♙h2 4. ♙g6 e4 5. ♙g5 ♙g4 6. ♙:g4 e3 7. ♙g3 e2 8. ♙g2, и, во что бы ни превратилась черная пешка, король становится под удар.

ИЗМЕНЕНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ПОЗИЦИИ. Получить новую игру можно без введения особых правил, достаточно в исходной позиции поменять местами некоторые фигуры. В результате классическая теория дебютов полностью теряет свое значение. При изменении позиции пешки обычно остаются на сво-

их местах, а фигуры переставляются тем или иным образом за пешечным час-токолом. Всего начальных позиций такого рода имеется $(7!)^2 = (7 \times 6 \times 5 \dots \times 1)^2$ — число, превышающее 25 миллионов. Значит, из обычных шахмат без всякого труда можно получить много миллионов новых игр.

Некоторые новаторы предлагают ограничиться перестановкой короля и ферзя. Наивные люди! Хотя новая игра непривычна, но она не отличается от стандартных шахмат. Поставьте рядом с доской зеркало и играйте, глядя в него (цвет полей поменялся, но можно не обращать на это внимание). Зеркальное отражение исходной позиции совпадает с обычной, и «ферзевый гамбит» может неожиданно закончиться «детским» матом: 1. d4 d5 2. ♕f4 ♖f6 3. ♖a5 ♘c6 4. ♚:c7X.

Имеется немало забавных способов получить начальную расстановку фигур. Например, белые ставят одну из своих фигур на первую горизонталь, черные ту же фигуру — симметрично на последнюю и, в свою очередь, выбирают поле для следующей. Теперь белые ставят ту же фигуру напротив, и т. д. После завершения процедуры ни у одного из партнеров не будет оснований считать себя обиженным...

А вот другой увлекательный способ расположения фигур. В середине доски ставится экран, и соперники по секрету друг от друга располагают на своей территории фигуры и пешки, как им заблагорассудится. Затем экран снимается, и начинается игра по обычным правилам, но под названием «шахматы втемную».

С последней игрой связано одно интересное обобщение. Фигуры расставлены обычным образом, но зато втемную протекает сама партия! Каждый делает ходы на своей доске, причем белые не знают, как ходят черные, а черные — как ходят белые. За игрой следит посредник. Если один из игроков нарушает правила, то посредник сообщает ему об этом. Тот меняет ход, делая соответствующие выводы о дислокации неприятельских фигур. Партия заканчивается, когда после очередного хода посредник сообщает, что на доске мат.

Любопытный турнир состоялся в прошлом веке в Амстердаме. Он протекал по особым правилам: перед стартом соперники снимали с доски ферзевых коней, и этот «кавалерийский резерв» вводился в бой в подходящий момент. Для такой игры вполне подходит название «конь за пазухой».

Самая популярная игра, в которой фигуры нестандартно располагаются на крайних линиях, — фишеровские шахматы, им посвящена следующая глава.

КИНГЧЕСС. Так назвал свою игру ее изобретатель В. Синельников. Перед началом партии доска пустая, и каждым ходом игрок либо ставит на своей половине какие-нибудь фигуры (одну или больше, короля в первую очередь), либо перемещает по обычным правилам одну из тех, что уже есть. Так в процессе партии на доске появляются всё новые и новые действующие лица. Взятые фигуры, конечно, покидают доску навсегда. Если у обоих партнеров уже вошли в строй все фигуры, то дальше идет обычная игра. Понятно, что если на первом ходу обе стороны выставят все свои фигуры, причем на «родные» места, то сразу начинается нормальная партия. Однако не стоит торопиться

и вводить сразу весь запас фигур, лучше часть из них придержать, чтобы подключить в нужный момент для атаки или защиты.

БУРЯ НАД ШАХМАТНОЙ ДОСКОЙ. Эта игра забавным образом сочетает в себе элементы шахмат и карт. «Бурю...» затеял француз П. Клекон. Двое партнеров разыгрывают шахматную партию, но при этом пользуются специальными картами, каждая из которых дает некоторое предписание, изменяющее нормальное течение поединка. Тот, чья очередь хода, выбирает и раскрывает любую карту. Вот, к примеру, два указания, которые она может содержать: «Сделайте ход, после чего поменяйте местами слона и коня противника», «Если три угла доски заняты, то поставьте любую свою фигуру в четвертый угол доски» и т. д.

Цель игры, как обычно, заматовать короля противника, но это может произойти самым неожиданным образом. Вдруг игроку повезет и в выбранной им карте будет такое указание, что неприятельский король сразу окажется в плену...

До сих пор речь шла об играх на необычных досках и с необычными правилами, но фигуры передвигались, как в настоящих шахматах. Безграничное море игр, задач и головоломок возникает при появлении на доске сказочных, волшебных фигур, наделенных разными фантастическими свойствами.

МАГАРАДЖА. Эта фигура (ее называют также амазонкой) объединяет в себе ходы ферзя и коня. Она является главным действующим лицом в следующей интересной игре. У одного игрока полный комплект фигур, стоящих на исходных местах, а у другого — лишь один магараджа, стоящий на произвольном поле. Магараджа проигрывает, если его удастся побить, и выигрывает, если ставит мат неприятельскому королю.

Пешкам в этой игре запрещено превращаться, иначе выигрыш слишком прост. Но при этой оговорке магараджа оказывает упорное сопротивление, а

неопытный игрок быстро получает мат, даже владея всей армией фигур. И всё же имеется форсированный способ расправиться с этой фигурой, причем цель достигается всего за 15 ходов.

Не обращая внимания на перемещения магараджи, белые делают подряд следующие ходы: 1-14. a4, h4, c3, f3, a3, h3, b3, g3, d4, d3, e4, b7, d5, g8. При этом магараджа не побьет ни одну из белых фигур (они надежно защищают друг друга), и теперь у него имеются лишь два свободных поля — a6 и f6. На поле a6 он гибнет после 15. g5 (рис. 196), а на f6 — после 15. e4.

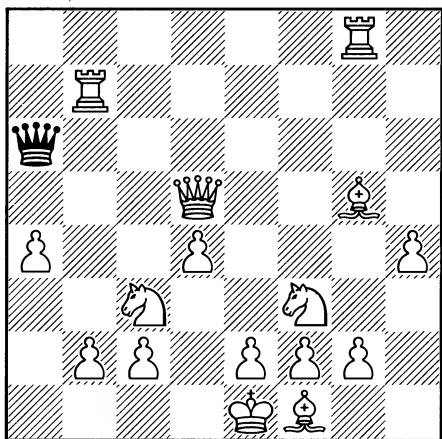


Рис. 196. Гибель магараджи.

Как мы знаем, на доске можно расставить восемь мирных ферзей. А как обстоят дела с магараджами? Проанализировав все 12 основных расстановок ферзей, легко убедиться, что в каждой из них по меньшей мере три пары ферзей связаны между собой ходом коня, то есть восемь магараджей не уживаются. На доске 9x9 девять ферзе-коней также не могут находиться в безопасности. И лишь на доске 10x10 удастся расставить 10 магараджей, не угрожающих друг другу, причем имеется всего одно основное решение (рис. 197, здесь ферзи играют роль магараджей), из которого другие получаются при поворотах и зеркальных отражениях доски.

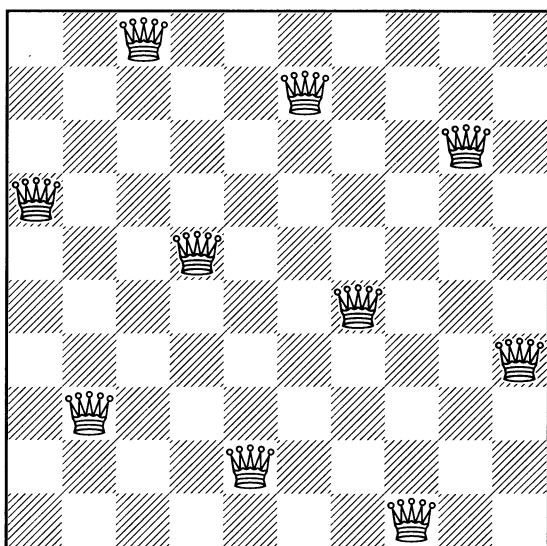


Рис. 197. Десять мирных магараджей.

Оригинальную игру-головоломку придумал американский математик Л. Сильверман. Белые ставят своего магараджу, а черные — своего, но чтобы он не оказался под боем. Далее игроки по очереди переставляют магараджей — не обязательно по правилам, лишь бы фигура не попала под удар. При этом освободившееся поле больше использовать нельзя, например, на него ставится какая-нибудь фишка. Постепенно доска заполняется фишками, и, если одному из партнеров некуда поставить своего магараджу, — он проиграл.

1	2	3	4	5	6	7	8
5	6	7	8	1	2	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8
5	6	7	8	1	2	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8
5	6	7	8	1	2	3	4
1	2	3	4	5	6	7	8
5	6	7	8	1	2	3	4

Рис. 198. Игра-головоломка.

На доске 5x5 белые сразу выигрывают, ставя фигуру в центр доски, — все поля атакованы, и противник даже не может выставить своего магараджу. А вот на обычной доске, как ни странно, верх берут черные. Чтобы это доказать, разделим доску на четыре прямоугольника 8x2 и занумеруем все поля, как показано на рис. 198.

После каждого хода белых черным нужно занять поле того же прямоугольника и с тем же номером. Очевидно, поля доски, пара за парой, исключаются из игры, и эта «парная стратегия» обеспечивает черным победу.

СКАЗОЧНЫЕ ФИГУРЫ. Магараджа лишь одна из десятков сказочных фигур, придуманных любителями нетрадиционных игр. Со многими из них придумано множество интересных игр, задач и головоломок. Из комбинированных фигур отметим *царицу* (императрицу), объединяющую ладью и коня, *принцессу* (кентавр): слон + конь, *дракона*: конь + пешка (обозначается Д, превращаться в другие фигуры дракону запрещено).

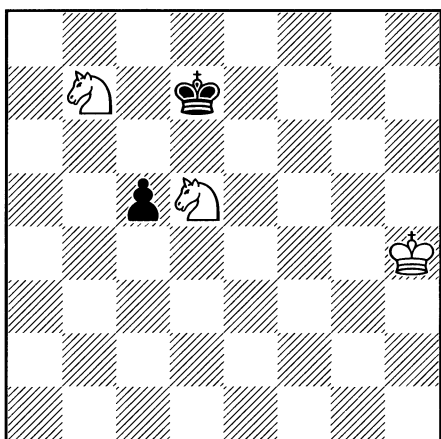


Рис. 199.

Мат в 4 хода, на b7 и d5 – драконы.

ноцветная фигура, как и слон. Ниже мы рассмотрим задачи про него, а также приведем маршрут необычного шахматного животного по всем одноцветным полям доски.

Конь (1, 4) – *жираф*, (2, 3) – *зебра*, (3, 4) – *антилопа*. Если одно из чисел a , b равно 0, получаем ладью, которая перемещается на фиксированное число полей, а при $a=b$ – слона, обладающего тем же свойством. Коня, совершающего несколько ходов подряд в определенном направлении, например, b1-d2-f3-h4 или b1-c3-d5-e7 , именуют *всадником* (Вд, изображается как перевернутый конь, – рис. 200).

В задаче Т. Доусона (рис. 200) при обычном коне на b4 это была бы старинная задача с длинным заданием – мат в 6 ходов – 1. c2+ a2 2. d4 a1 3. c2 a2 4. e2 a1 5. c1 a2 6. b3X .

В задаче Я. Владимирова (рис. 199) у черных два хода – королем на e8 (остальные поля ему недоступны) и пешкой.

1. g5! c4 2. Dc5+ Kc8 3. Dc6! (черный король запатован) 3... c3 4. Db6X , 2... Ke8 3. Dd6! c3 4. De6X , 2... Ke8 3. De6 c3 4. Df6X . В случае 1... Ke8 решает 2. Df6+ Kf8 3. Dd8! c4 4. De6X (2... Kf7 3. Dd8+ Kf8 4. De6X).

Напомним, что обычный конь (1, 2) – это частный случай фигуры (a , b). Различные сказочные персонажи получаются из этого обобщенного коня при выборе тех или иных значений a и b . Конь (1, 3), знакомый нам персонаж, – называется *верблюдом*. Это од-

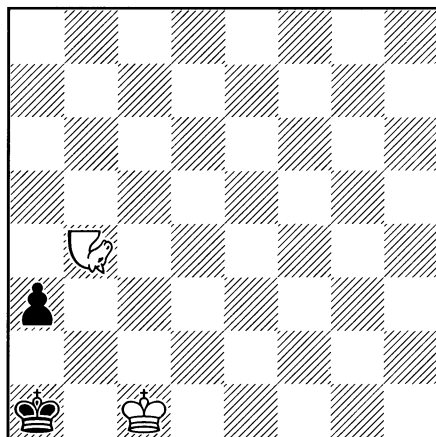


Рис. 200. Мат в 2 хода.

Но на b4 — всадник, который ставит мат, далеко удаляясь от черного короля: **1. Вдсб! a2** (всадник продолжает контролировать поле a2, поэтому оно недоступно королю) **2. Вдg4X!** (с поля g4 всадник нападает на неприятельского короля по линии g4-e3-c2-a1).

Фигуры-животные присутствуют во многих сказочных играх. Так, в игре *джунгли* (древняя форма китайских и индийских шахмат) есть *собаки, волки, коты, пантеры, крысы...*

В старинных играх встречаются *мудрецы, шуты, епископы* и другие экзотические личности. Некоторые шахматные фигуры имеют «военные должности»: *гренадеры, саперы, солдаты, офицеры, генералы*. После первой мировой войны на доске появились грозные фигуры *танков* и *самолетов*, а после второй — была изобретена *атомная бомба*, в которую превращается пешка, достигнув крайней линии. Эта страшная фигура ставится на любое поле доски и «взрывается», уничтожая всё вокруг себя в заданном радиусе.

Вот еще несколько фигур, которые можно встретить в мире шахматной фантастики. *Сверчок* ходит, как ферзь, но перепрыгивает через любую фигуру, останавливаясь сразу за ней (Св, изображается как перевернутый ферзь — рис. 201, задача Онициу).

1. g3! Предоставляя сверчку свободу движения.

1...Свh4 2. g4! Свf4! 3. g5! Свh6 4. g6! Свf6 5. g7! Свh8. Черного сверчка удалось загнать в угол.

6. ghСвX! Король прячется за пешкой, но попадает под удар превращенного белого сверчка.

Лев, в отличие от сверчка, приземляется на любом поле за перепрыгнутой фигурой. *Сверхслон* ходит как обычный слон, но может отражаться от краев доски, подобно бильярдному шару. *Нейтральными фигурами* могут играть и белые, и черные, а *бьющим фигурам* разрешается делать ход только со взятием. Бьющий конь — *гиппопотам*, а бьющий ферзь — *динозавр*. *Рентгеновские фигуры* оказывают воздействие на поля доски сквозь другие фигуры. *Дипломат* сам не ходит, но его брать нельзя, а около дипломата фигура того же цвета неприкосновенна. Фигура *камикадзе* убирается с доски вместе со взятой фигурой.

Немало разновидностей и у сказочных пешек. *Пешка-хамелеон* при взятии превращается во взятую фигуру, но своего цвета. *Сверхпешка* ходит на любое число полей по вертикали и бьет на любое число полей по диагонали. *Пешка-такси* движется вперед и назад. *Берлинская пешка* ходит по диагонали, а бьет

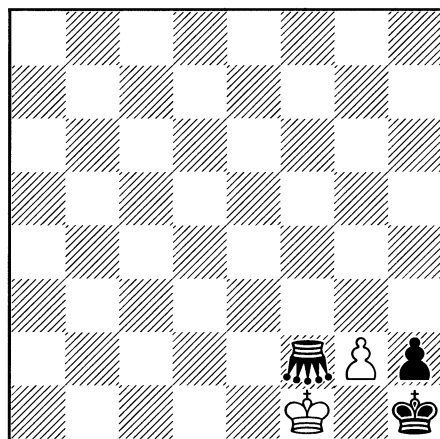


Рис. 201. Мат в 6 ходов.

по вертикали. *Неподвижная пешка* сама не ходит и не бьет, а ее брать можно. *Пешка замедленного действия* превращается только во взятые фигуры, а если их пока нет, ждет своего часа.

ЦИРЦЕ. В этой оригинальной игре после взятия неприятельской фигуры ее не снимают с доски, а возвращают на место, которое она занимала вначале. Ладьи и кони возвращаются на поля того же цвета, где были побиты, а пешка — на исходное поле той вертикали, где произошло ее взятие. Впрочем, если поле, куда должна вернуться фигура, занято, то она покидает доску.

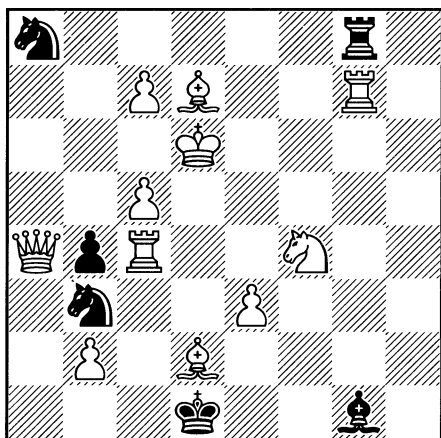


Рис. 202. Мат в 2 хода в цирце.

Кажется, что в задаче Н. Маклауда на рис. 202 мат дается в 1 ход, причем даже двумя способами — 1. ♖:b3X или 1. ♙g4X. Но не всё так просто...

1. ♖:b3+ (конь b3 покидает доску, поскольку поле g8 занято черной ладьей) — шах и мат? Ответ 1...♔:d2 невозможен — взятый слон возвращается на c1, и черный король оказывается под шахом при ходе белых. Однако у черных есть другая остроумная защита — 1...♘:c7!, и появившаяся на c2 белая пешка закрывает диагональ a4-d1. Как будто белые все-таки добиваются цели — 2. c3X, но после 2...bc! на c2 снова появляется белая пешка.

Ход 1. ♙g4+ опровергается посредством 1...♙:e3! На e2 восстанавливается белая пешка, и мата нет ни на первом ходу, ни на втором, так как эта пешка не может сдвинуться с места.

К цели ведет тихий ход 1. c8♖! Пешка «с» покинула доску, и ответа 1...♘:c7 нет, а уже грозит 2. ♖:b3X. Черные играют 1...♖:c8, и на поле h1 появляется белая ладья. Теперь взятие 2. ♖:b3+ парируется с помощью 2...♖:c5!, и на c2 вновь появляется белая пешка. Но на сей раз матует 2. ♙g4X — неожиданно в игру вступает ладья h1: черный слон связан, и нет ответа 2...♙:e3.

Но не спасаются ли черные путем 1...♙:e3, и на 2. ♖:b3+ есть ответ 2...♙:c5? В этом случае следует эффектное 2. ♖g1X, и черные не могут взять ладью g1 ни слоном, ни ладьей — на a1 появляется белая ладья, и черный король под шахом, опять же при ходе белых. Кстати, сразу 1. ♖:g1+ не проходит из-за возвращения слона на f8, и уже белый король под шахом. Осталось отметить, что ничего не дают превращения 1. c8♖(♘) из-за ответа 1...♙:e3!, и на 2. ♖g1+ следует 2...♖:c8! с возвращением слона на f1.

РЕШЕТЧАТАЯ ДОСКА. В этом виде сказочных шахмат доска разбивается на 16 квадратов, и внутри каждого из них фигура теряет привычные свойства: не

может ходить и не угрожает неприятельским фигурам. Однако покидая квадрат, она действует обычным образом.

В задаче Э. Виссермана на рис. 203 черный король не может пойти на h5 или h6 (оба поля находятся в том же квадрате), а пешка b2 превращается лишь при взятии на c1 (соседний квадрат).

1. ♔d7! Конь g6 неуязвим, так как находится в одном квадрате с королем. Грозит 2. ♔f6X, и от этого нет защиты. На 1...♔f3 (перекрывая действие ладьи) следует 2. ♘e4X! — слон оказался в одном квадрате с конем и не может забрать его. На 1...♞e4, связывая слона d4, следует 2. ♘f3X! (сам ферзь брать коня не может, к тому же он перекрыл дорогу слону b7). Другие варианты: 1...♞c6 2. ♞g2X; 1...♞f3(c6) 2. h4X; 1...♞g4 2. ♞f5X.

ФРАНКФУРТСКИЕ ШАХМАТЫ. В этой игре фигура, которая бьет, трансформируется в фигуру, которую она бьет (без изменения цвета). На рис. 204 пример такого странного взятия.

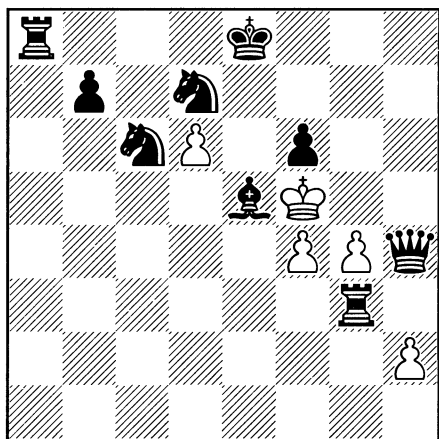


Рис. 204. Кооперативный мат в 2 хода во «Франкфурте».

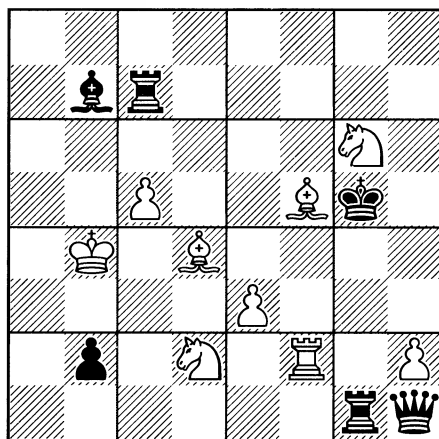


Рис. 203.

Мат в 2 хода на решетчатой доске.

В задачах на кооперативный мат начинают черные, которые помогают противнику поставить мат в заданное число ходов. 1. 0-0-0! fe. На e5 объявился белый слон.

2. ♘e7+ deX! Эффектный мат конем, появившимся на поле e7.

У этой задачи Н. Бакке есть симпатичный близнец, он получается при перестановке ладьи с a8 на h8. Теперь к цели ведет короткая рокировка: 1. 0-0! hg. На g3 — белая ладья.

2. ♞h5+! ghX. На h5 — белый ферзь, и черный король заматован. Не правда ли, забавно превращение белых пешек во всевозможные фигуры, причем на довольно большом расстоянии от края доски.

МАКСИМУММЕР. В этом жанре сказочных задач черные обязаны делать геометрически самые длинные ходы. Так, любой ход конем имеет длину $\sqrt{1^2 + 2^2} \approx 2,23$, а ход ферзем с a1 на f6 длиннее, чем на a8: $\sqrt{2 \times 5^2} \approx 7,07 > 7$. Максимуммеры чаще всего встречаются в задачах на обратный мат – белые начинают и заставляют черных объявить мат в заданное число ходов.

На рис. 205 черные обязаны делать самые длинные ходы. 1. ♔a2! ♕a6+ 2. ♔b1 ♕h6 3. ♕a2! ♕c1X (ход ферзем на c1 длиннее, чем на a6).

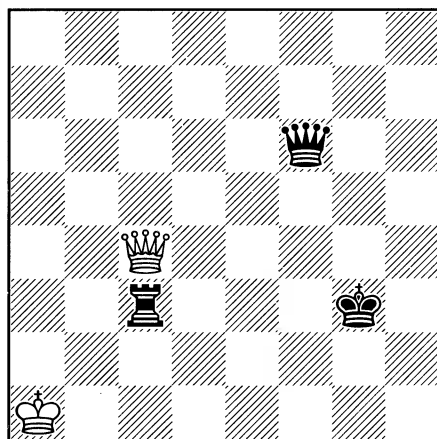


Рис. 205. Обратный мат в 3 хода – максимуммер.

МАГИЧЕСКИЕ ШАХМАТЫ. В них происходят удивительные метаморфозы фигур. В одном варианте выбирается «магическое» поле (на рис. 206 это поле c4 выделено квадратом), при появлении на котором любая фигура меняет цвет; в другом – «магическим» свойством наделяется фигура (на рис. 207 в кружке магический король).

В задаче Я. ван Альтена 1. ♕g5 с угрозой 2. ♕b5X представляет собой ложный след. Ответы черных, связанные со взятием, не помогают: в случае 1...♖:c4 ладья становится белой и следует 2. ♘c3X; при 1...♞:c4 – 2. ♞b6X. Однако спасает 1...f5!

1. ♕f8! На сей раз угроза белых серьезнее: 2. ♕a8X. А пешка c4, которая отнимает у короля поле b5, неприкосновенна. 1...♖:c4 – на c4 белая ладья, и 2. ♕b4X; 1...♞:c4 – на c4 белый конь, и 2. ♕e8X!

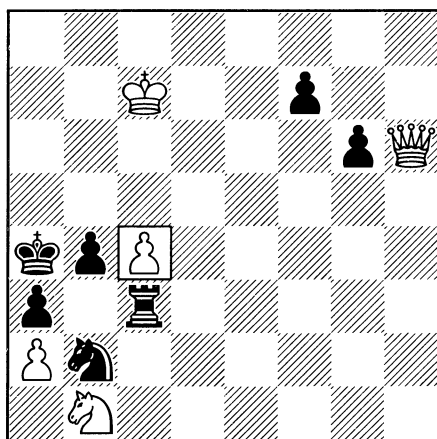


Рис. 206. Мат в 2 хода, поле c4 – магическое.

В задаче К. Ауста (рис. 207) все фигуры, оказавшиеся после данного хода соседями магического короля (и свои, и чужие), меняют цвет.

1. ♔e6! Ладья f5 становится белой, она и ходит: 1...♖f8 2. ♔d5! На c6 появляется белый конь, который сохраняет цвет после двойного изменения – 2...♞d4 (конь черный) 3. ♔e4. Теперь меняется цвет всех трех фигур – оба

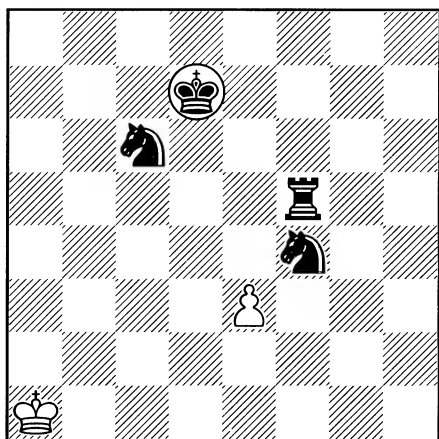


Рис. 207. Кооперативный мат в 3 хода, король d7 магический.

шашек: фигуры в ней шахматные, но перемещаются они только по черным полям доски — как в шашках (на рис. 208 дана начальная расстановка).

Набор фигур в шашматах несколько иной, чем в шахматах. Короли ходят на соседние черные поля. Слон не отличается от шахматного, а пешки ходят как шашки — вперед. Поскольку обычный конь (1, 2) не в состоянии сделать ни одного хода (он тут же попадает на запретное белое поле), его заменяют верблюдом (1,3), который перемещается по полям одного цвета (но обозначается так же, как конь). Короли и пешки бьют, как в шашках (перепрыгивая через фигуры, пешки — только вперед), а слон и верблюд, как в шахматах (занимая поле взятой фигуры). Взятие королем и пешкой обязательно (как в шашках), а слоном и верблюдом — нет (как в шахматах). Если есть выбор между шахматным и шашечным взятием, то он произволен (но что-то брать надо). Достигнув крайней горизонтали, пешка превращается в любую из трех фигур. При появлении слона или верблюда игрок увеличивает свой атакующий потенциал, а при появлении короля — укрепляет защиту. Действовать, конечно, надо по обстоятельствам. Цель игры — уничтожить обеих королев противника или лишить все его фи-

коня становятся белыми. 3...♖e8X. Пешка e3 черная, но она косвенно защищает обоих коней. Взятие любого из них вызывает изменение цвета пешки e3, и при ходе белых неприятельский король оказывается под боем.

ШАШМАТЫ. Итак, мы познакомились с различными шахматными играми на нестандартных досках, с необычными правилами и сказочными фигурами. В игре шашматы, которую придумал американский математик С. Голомб, одновременно используются все три необычных элемента.

Как видно из названия, игра представляет собой смесь шахмат и

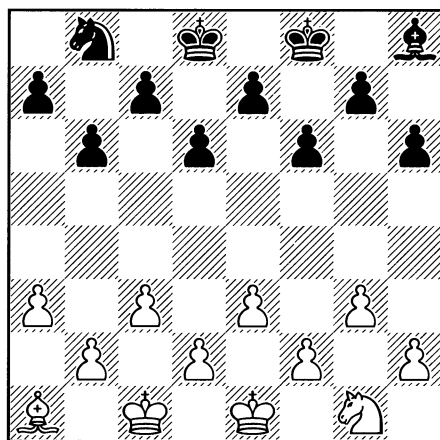


Рис. 208. Шашматы.

гуры подвижности (в данном случае это не пат, а победа). Вот показательная партия в шашматы двух англичан.

Ф. КОЕН — Р. СИМС. 1. cb4 fe5 2. bc3 gf6 3. cd4 e:c3 4. ♔:c3 dc5 5. b:d6 e:c5 6. ef4 fe5 7. f:d6 c:e5 8. gf4 e:g3 9. ♔:h8 ♘e7 10. f:h4 ♘:h8 11. dc3 ♘e7 12. ♔f2 cd4 13. c:e5 ♘d4 14. ♔b2 ♘:a3 15. ef6 ♘d4 16. fg7 hg5 17. h:f6 ♔:h6 18. ♘h4 ♘g5+ 19. ♔g3 ♘:h2 20. ♘e5 (настоящий двойной шах) 20... ♘e3 21. ♘:d8 ♘:f6 22. ♘e5 ♔g7 23. ♘d8 ♔f8 24. ♘:a7 ♘:g3 25. ♘d6 ♘d4 26. ♔c3 ♔e7 27. ♔:d4 ♔:d6. **Белые сдались.** Король и пешка легко прижимают неприятельского короля и съедают его.

Рассмотрим теперь две математические задачи про верблюда в шашматах. Напомним, что на обычной доске, с одной стороны, конь может обойти всю доску, а с другой — можно расставить 32 мирных коня. Те же вопросы возникают для верблюда на шашматной доске.

Существует ли замкнутый маршрут верблюда по всем полям шашматной доски? Какое наибольшее число верблюдов можно расставить на ней так, чтобы они не угрожали друг другу?

Решение обеих задач показано на рис. 209. Поля, по которым проходит верблюд, последовательно занумерованы числами от 1 до 32. Поскольку поля 1 и 32 связаны между собой ходом верблюда, маршрут является замкнутым. 16 мирных верблюдов, как и 32 мирных коня на обычной доске, занимают половину доступных им полей (их можно поставить на все поля с нечетными номерами).

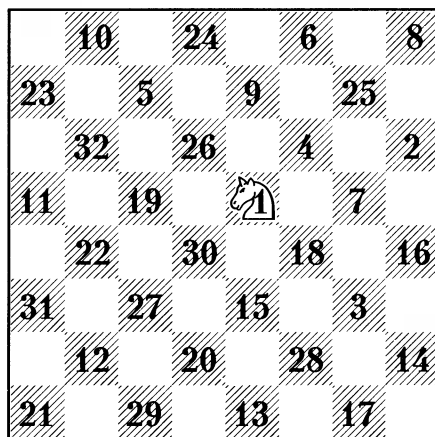


Рис. 209.

Верблюд на шашматной доске.

Глава 17

ШАХМАТЫ ФИШЕРА

Большинство шахматно-математических игр, рассмотренных в книге, относится либо к занимательному жанру, либо к жанру шахматной фантастики, одному из разделов композиции. Но есть исключение – фишеровские шахматы, которые завоевали большую популярность. Несмотря на то, что они отличаются от классической игры, по ним проводятся различные соревнования, даже чемпионаты мира с участием известных гроссмейстеров.

Хотя одиннадцатый чемпион мира Роберт Фишер после восхождения на престол в 1972 году не совершил ни одного открытия за шахматной доской, вне ее ему принадлежат два весьма ценных изобретения: фишеровские часы и шахматы Фишера. Его усовершенствование электронных часов состоит в том, что с определенного момента (иногда с самого начала партии) игроку после каждого хода добавляется определенное число секунд, например, две или пять – в блице, десять – в быстрых шахматах и тридцать – в классических. Нередко шахматист, имея огромный материальный перевес, проигрывает партию из-за недостатка времени. Одно дело, когда он не в состоянии разобраться в сложной позиции и в итоге у него падает флажок, и совсем другое, когда просто физически не успевает объявить мат неприятельскому королю – в этом случае логика игры грубо нарушается, что весьма обидно. Фишеровские часы, которые сейчас используются во многих турнирах, как раз решают эту проблему. Получая дополнительные секунды, вы всегда успеете поставить мат, и нелепый финал исключается.

Теперь перейдем к шахматам Фишера, получившим довольно широкое распространение. Главная их особенность заключается в нестандартной начальной позиции. Пешки стоят на обычных местах, а положение фигур за ними определяется жребием. При этом должны выполняться три следующих

условия: 1) у каждой из сторон слоны разноцветные; 2) ладьи находятся по разные стороны от королей; 3) белые и черные фигуры расположены симметрично.

Как показывает расчет, всего расстановок, удовлетворяющих этим условиям, существует 960. Поэтому шахматы Фишера называют также «рэндом» («random» можно перевести с английского как «выбранный наугад») или рэндом-960.

Идея таких шахмат не оригинальна — например, еще до Фишера ее высказал Давид Бронштейн, правда, в его варианте не требовалось соблюдать второе и третье условия. Однако именно благодаря авторитету экс-чемпиона мира игра приобрела немалую популярность. Главный смысл ее состоит в том, что при сохранении основных принципов шахмат удастся избежать плавания в бесконечном море дебютных вариантов и схем, отказаться от изнурительной домашней подготовки, связанной прежде всего с использованием компьютера. И правда, в современных шахматах собственное творчество начинается в районе 30-го хода, а то и позже, объем информации достиг угрожающих размеров, в дебютных базах накоплены миллионы партий. Чтобы шахматы снова стали состязанием интеллектов, а не голой памяти, Фишер и придумал свою игру.

Конечно, через десяток-полтора ходов на доске возникают привычные контуры, но всё же позиции, исследованные до глубокого эндшпиля, остаются в стороне. Миттельшпиль тоже протекает нестандартно, и лишь в окончании разница практически неуловима. Кстати, обычная начальная позиция является частным случаем рэндома.

Сначала обеим сторонам разрешалось расставлять свои фигуры независимо друг от друга, собственно это и предлагал Фишер. Но потом решено было сохранить первозданную симметрию. В рэндом-турнирах начальную расстановку определяет компьютер — перед каждым туром на экране высвечивается позиция, с которой начинаются все партии. Некоторые считают, что в рэндоме не обязательно использовать все 960 расстановок, следует сократить их до 20-30. Действительно, многие из них лишены гармонии, и можно ограничиться расстановками, соответствующими нашим представлениям о «геометрии шахмат».

Необходимо еще четко сформулировать правило рокировки в рэндоме. При короткой рокировке (участвует ладья справа), независимо от исходного положения, белый король попадает на g1, ладья на f1; соответственно, черный король — на g8, ладья на f8. При длинной рокировке (участвует ладья слева) белый король попадает на c1, ладья на d1; соответственно, черный король — на c8, ладья на d8. Очевидно, необходимые поля должны быть свободны, а после рокировки король не должен попасть под шах.

Рокировка в рэндоме довольно необычна, и на первых порах даже гроссмейстерам трудно привыкнуть к ней. Пусть, например, в исходной позиции белый король стоит на b1 между ладьями a1 и c1. Черные ведут наступление на ферзевом фланге, а король противника благодаря короткой рокировке неожиданно перескакивает с b1 на... g1, а ладья c1 подтягивается к нему на f1.

На гроссмейстерском уровне фишеровские шахматы впервые были опробованы в конце XX века. А в 2001-м в немецком городе Майнце, в рамках шахматного фестиваля, впервые состоялся серьезный матч из восьми партий: П. Лeko выиграл у М. Адамса — 4,5:3,5. Через год прошел первый в истории турнир в рэндом. Естественно, проводился он с фишеровскими часами — 20 минут на партию с добавлением 5 секунд за ход. Сенсаций не произошло — сильнейшие в обычной игре и здесь оказались впереди, победил П. Свидлер.

В 2003 году организаторы фестиваля пошли еще дальше — провели почти официальный поединок на первенство мира между победителями двух предыдущих турниров — Лeko и Свидлером. Одержав победу в последней, решающей партии, чемпионский титул завоевал россиянин — 4,5:3,5.

На рис. 210 начальная расстановка в третьей партии. На ферзевом фланге компьютер расположил фигуры знакомым образом, а на королевском — всё перепутал...

1. e4 g6 2. g3 d6 3. ♘e3 c5 4. f4 ♘c6 5. ♔f2 f5 6. 0-0 (белый король на g1, ладья на f1) 6...♙e6 7. ♘c3 ♘d7 8. d3 ♔f7 9. ♘cd5 0-0-0 (черный король на c8, ладья на d8). Рокировка была возможна в любую сторону, черные предпочли длинную. 10. ♖b1 fe 11. de ♙h3 12. ♖d1 e6 13. ♘c4 ♔f8 14. ♘de3 ♘f6 15. c3. Продолжая 15. e5!, белые захватывали инициативу, а теперь черные с выгодой жертвуют пешку в центре (рис. 211). О происхождении позиции «от Фишера» уже забыто...

15...d5! 16. ed ed 17. ♙:d5 ♘:d5 18. ♖:d5 ♖:d5 19. ♘:d5 ♖d8 20. ♘de3 ♔f5! 21. ♖a1 ♔d3 22. ♘d2 g5? После 22...♖e8 черные сохраняли достаточную компенсацию. 23. fg ♘e5 24. ♘f3 ♘:f3+ 25. ♔:f3 ♙e6 26. ♔f1 ♔e4 27. ♔g2 ♔d3 28. ♔f1. Лeko избегает риска и идет на повторение, а ведь после 28. ♔f2 ♔e4 29. ♙d2 ♔d3 30. ♘f1 ♔d5 31. ♙f4 ♙g7 32. ♖e1 белые стабилизировали позицию и имели все шансы на успех.

28...♔e4 29. ♔g2 ♔d3. Ничья. Излишняя осторожность в конце концов привела венгерского гроссмейстера к поражению в матче.

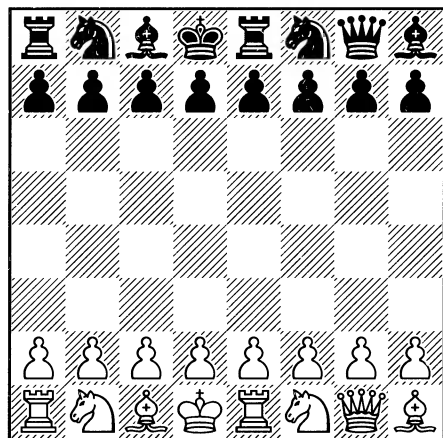


Рис. 210. П. Лeko – П. Свидлер.

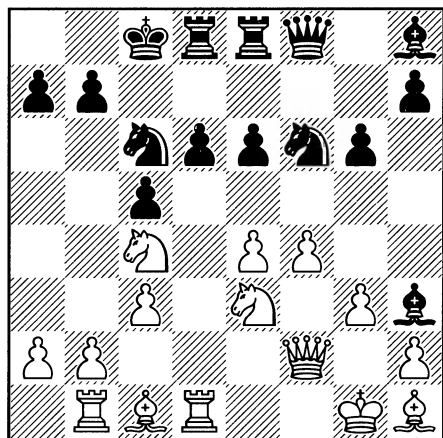


Рис. 211. Черные проводят комбинацию в фишеровских шахматах.

Вместе с чемпионатом тогда же прошел и отборочный турнир, победитель которого Л. Аронян стал претендентом на рэндом-корону в будущем году. Вот одна из его партий (рис. 212).

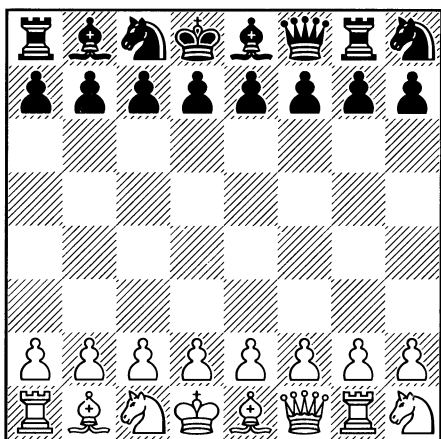


Рис. 212. А. Дреев – Л. Аронян.

доске сохранялось динамическое равновесие. 16...gf 17. d3 h1 f3! 18. g3 f4. Атака неотразима. 19. d3 ae8 20. e1 fg 21. fg d4+ 22. f2 h3 23. f4 e1+ 24. e1 f4 25. f1 f1+ 26. f1 h3+. Белые сдались.

Минул год, и состоялся матч за фишеровскую корону Свидлер – Аронян. Опять борьба завершилась победой россиянина 4,5:3,5. В отборе подобралась сильная компания: А. Морозевич, А. Грищук, Р. Пономарев, всего более 200 участников. Претендентом стал венгерский гроссмейстер З. Алмаши. Приведем рекордную по скорости победу, одержанную в этом турнире (рис. 213).

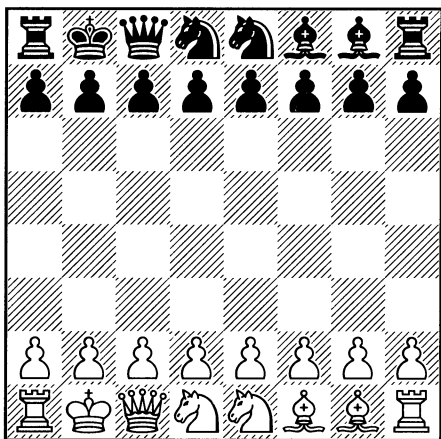


Рис. 213. С. Рублевский – А. Криббен.

1. c4 g6 2. g3 b6 3. e3 e5 4. d4 ed 5. ed c5! 6. d5 e5. Белые расширяют пространство, но отдают противнику черные поля в центре.

7. e2 d6 8. a5 f4 9. c2 g6 10. a3 g7 11. a2 d7 12. 0-0-0 13. b3. Лучше было 13. d3, чтобы быстрее избавиться от черного коня f4. Вообще, позиция очень напоминает староиндийские построения в обычных шахматах.

13...f5 14. d1 h6 15. d2 g5 16. f4? Самоубийственный ход — черная пешка попадает на место слона и пробивает крепость противника. Между тем после 16. e1 ae8 17. d3 d3 18. d3 f4 19. e4 f5 на

1. d4 d5 2. c3 f6 3. e4 de 4. e4 e5 5. de fe 6. f3 d5 7. e3 c6 8. 0-0-0 a2 9. b5 d6 10. c6 bc 11. e5 d5 12. d5! a6. Или 12... cd 13. b3+ b7 14. c6+ c8 15. h3+ с матом.

13. b3+ c8 14. h3+ b8 15. d7+. Черные сдались.

В 2005 году вновь отличился Свидлер — он обыграл Алмаши 5:3 и в третий раз завоевал чемпионский титул. А претендентом, как и два года назад, стал Аронян. В 2006-м Свидлер прервал череду побед и уступил Ароняну 3:5, а турнир выиграл Э. Бакро. В Майнце прошел и чемпионат мира

2007 года. Формат был немного изменен: к Ароняну и Бакро присоединились два чемпиона мира ФИДЕ – Р. Касымжанов и В. Ананд. Индийский гроссмейстер через два месяца завоевал звание чемпиона мира по классическим шахматам, но в рэндоме в финале он уступил Ароняну, который сохранил звание «фишеровского» чемпиона. В 2008 году чемпионом мира стал американский гроссмейстер Накамура, он же завоевал титул и в 2009-м. К сожалению, организаторы фестиваля в Майнце после этого исключили чемпионат мира по фишеровским шахматам из программы, но в них активно играют в других странах. В любом случае у этой игры большое будущее.

Накопленная практика показывает, что в здесь многое зависит от исходной позиции. В некоторых расстановках у черных сразу нелегкая ситуация, но ведь и в обычной игре по дебюту им бывает несладко. Однако если в классике известны пути усиления дебютного преимущества, то здесь не всегда ясно, могут ли белые сохранить перевес. С другой стороны, имеются и такие положения, в которых естественное для обычных шахмат вступление неожиданно ведет к большим неприятностям для белых.

Например, стандартное **1. e4** может быть сразу опровергнуто путем **1...f5!!** (рис. 214). Классический двойной удар! Грозит **2...♗:a2** с выигрышем качества, и черные уже на втором ходу забирают на e4, оставаясь с лишней пешкой...

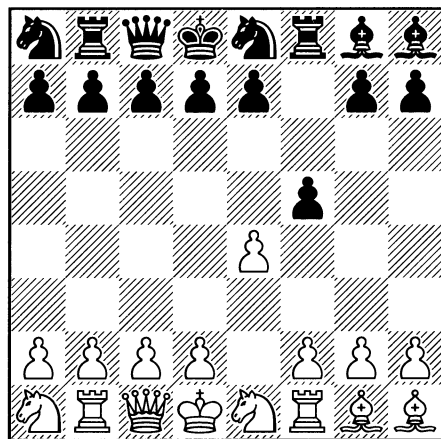


Рис. 214.

Черные берут верх на первом ходу!

Глава 18

ЛОГИЧЕСКИЕ ИГРЫ И ЗАДАЧИ

Необычные игры и задачи на шахматной доске придумывают не только композиторы-фантасты, но и мастера занимательной математики и интеллектуальных развлечений. Такие игры ближе к логическим, они чаще всего допускают исчерпывающий математический анализ. Интерес представляет не столько процесс игры, сколько нахождение четкого алгоритма, гарантирующего победу или ничью. Понятно, что если алгоритм найден, то игра уже теряет творческий характер.

Шахматы для нескольких игроков. Выше было упомянуто много старинных игр, вот еще несколько с «математическим уклоном». В *четверные шахматы* играли когда-то двое на двое — черные и белые против красных и голубых — на 160-клеточной доске, которая получается из обычной добавлением к каждому краю трех горизонталей (рис. 215). Существуют разные правила четверных шахмат: заматованный король снимается с доски или остается на ней и может быть разматован союзником.

Четверо шахматистов сражались когда-то в *королевскую игру* на доске, имеющей форму креста. Сейчас игра забыта, а название сохранилось в виде синонима стандартных шахмат. Если у вас собралась компания из четырех человек и ничего, кроме обыкновенной доски, под рукой нет, не отчаивайтесь. Играйте *двое на двое* в нормальные шахматы, но ходы делайте по очереди, через одного. Это веселая игра, и не беда, если игрок задумает интересную комбинацию, а его партнер тут же погубит ее. Кстати, на Мемориале, посвященном столетию Ботвинника (Москва-2011), помимо турнира в обычные шахматы, состоялся интересный блиц-турнир двое на двое, в котором участвовали четыре национальных гроссмейстерских дуэта: армянский — Аронян + Даниэлян, индийский — Ананд + Конеру, российский — Крамник + Косинцева и европейский — Карлсен + Чмилите, то есть в каждой команде представители

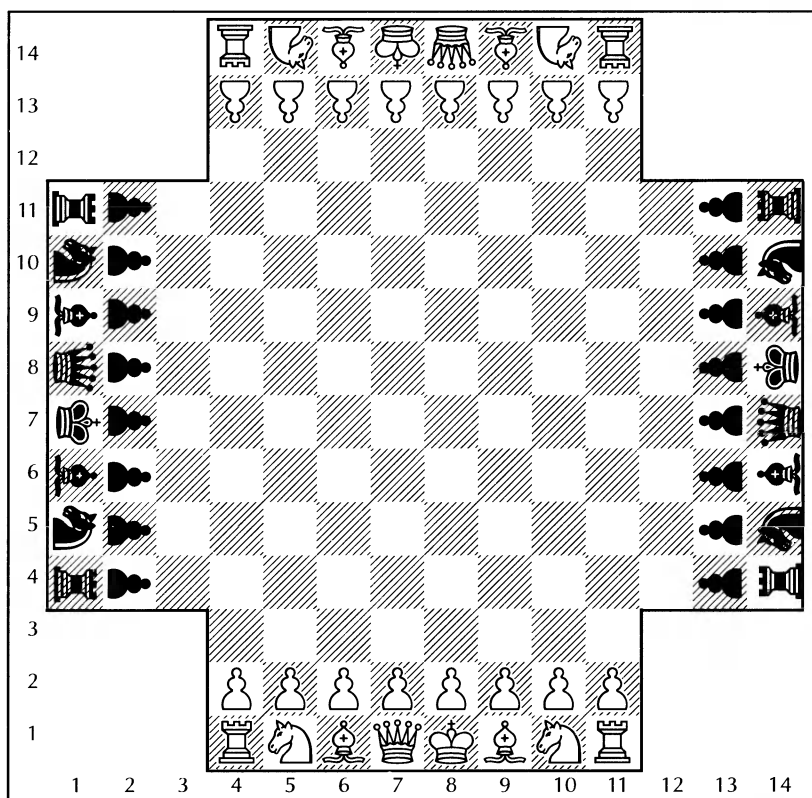


Рис. 215. Четверные шахматы.

мужского и женского пола. Победила, как и положено, индийская пара — чемпион мира и претендентка на это звание.

В *шахматах на троих* доска — это шестиугольник с 96 полями, а фигуры трех цветов — белые, черные и красные. Выигрывает тот, кто берет королей обоих соперников. Впрочем, двое партнеров могут объединяться против одного, более сильного.

Для троих есть и иной способ проведения досуга. Расставив три комплекта фигур, как показано на рис. 216, три игрока — 1, 2 и 3 — могут провести между собой небольшой турнир без «простоев», давая друг другу сеанс одновременной игры, — все партии играютя одновременно.

Еще в эпоху Возрождения была популярна шахматно-математическая игра для нескольких участников *арифметические шахматы*, иначе рифмомахия. По доске 16x8 передвигались геометрические фигуры в форме круга, треугольника и прямоугольника. На них были написаны числа, комбинации которых определяли ход. Игра требует слишком сложных расчетов и поэтому давно забыта.

Рекорд числа действующих лиц принадлежит *астрономическим шахматам*, в которые играли семь человек на круглой доске, а фигуры представляли собой планеты и звезды (Луна, Солнце, Венера, Марс и др.).

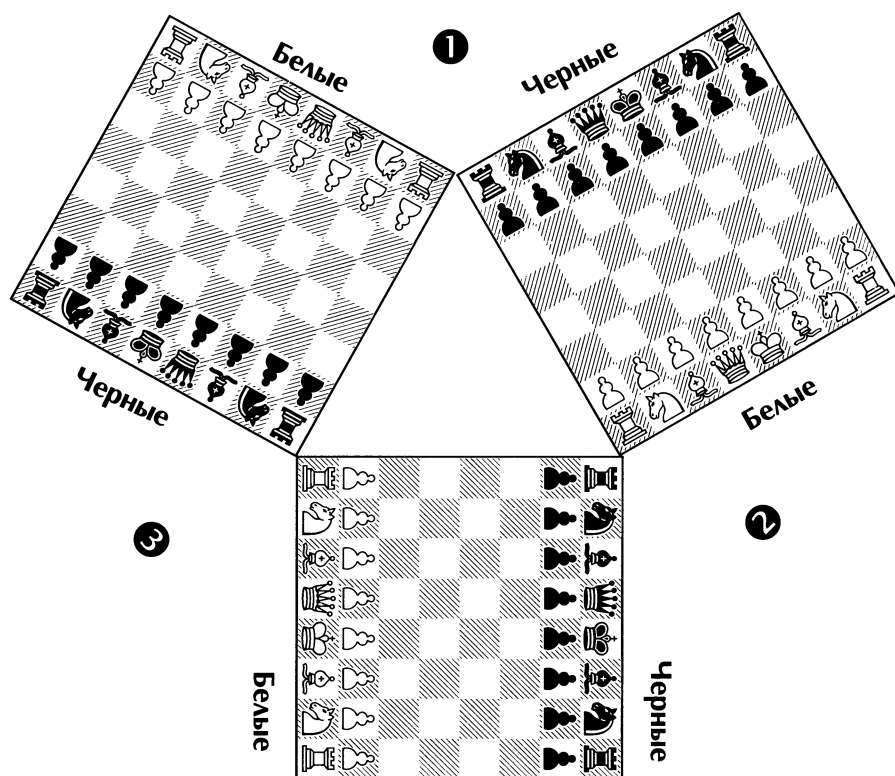


Рис. 216. Турнир трех шахматистов.

КОНЬ И ВЕРБЛЮД. В углу квадратной доски произвольных размеров стоит конь, которым партнеры ходят по очереди. Первый игрок перемещает его как верблюда (3,1), а второй – как обычного коня, но с двойным ходом (как в двухходовых шахматах). Задача второго – загнать фигуру в противоположный угол доски, первый старается помешать ему. Чем закончится схватка?

В этом несколько странном соперничестве коня и верблюда (точнее было бы говорить о хамелеоне, превращающемся то в одну фигуру, то в другую) победителем становится тот, у кого обычный конь. Действительно, если фигура стоит на большой диагонали, проходящей через угол, где она вначале располагалась, то после любого отступления с нее верблюда конь своим двойным ходом возвращается на эту диагональ, причем по крайней мере на одно поле ближе к цели (в этом и заключается алгоритм игры). В конце концов конь попадает в необходимый угол.

КОШКИ-МЫШКИ. У одного игрока единственная фигура – мышка, у другого несколько фигур – кошек. Мышка и кошки ходят одинаково – на любые соседние поля по вертикали и горизонтали. Если мышка попадает на

край доски, то очередным ходом прыгивает с нее – убегает от кошек; если кошка и мышка очутились на одном поле, то кошка съедает мышку.

Борьба кошек с мышкой протекает на обычной доске, соперники ходят по очереди, но второй игрок передвигает своим ходом сразу всех кошек (в любых направлениях). Начинает мышка, которая старается прыгнуть с доски, кошки же хотят ее догнать. Есть два варианта игры:

а) Кошек две, мышка находится на внутреннем поле доски. Могут ли кошки так разместиться на краях доски, чтобы в конце концов поймать мышку?

б) Кошек три, расположены они произвольно на доске; мышка вначале делает два хода подряд. Всегда ли она убежит от кошек?

Покажем, что в первом случае мышке не уйти от погони, а во втором, наоборот, она благополучно скрывается от кошек.

а) Через поле с мышкой проведем диагональ и посадим кошек на ее концах. На каждый ход мышки кошки ходят так, чтобы все три фигуры снова оказались на одной диагонали, а расстояние между кошками сократилось на одно поле. Такая стратегия позволяет кошкам быстро съесть мышку.

б) Рассмотрим две диагонали, проходящие через поле, на котором сидит мышка. Если оно не крайнее (иначе мышка сразу прыгнет с доски), то эти диагонали разбивают доску на четыре части. Поскольку кошек три, внутри одной части их нет, и мышке нужно отправиться внутри нее в перпендикулярном направлении к краю доски. В конце концов она убегает от кошек.

ИГРА С КОНЕМ. Первый игрок ставит коня на любое поле прямоугольной доски $2n \times 2n$ (обе стороны не меньше трех). Затем игроки по очереди ходят конем, причем запрещено ставить его на уже пройденные поля. Проигрывает тот, кто не в состоянии сделать очередной ход.

Если число полей четно, побеждает второй игрок, если нечетно – первый. Значит, на обычной доске верх берет второй. Рассмотрим сразу общий слу-

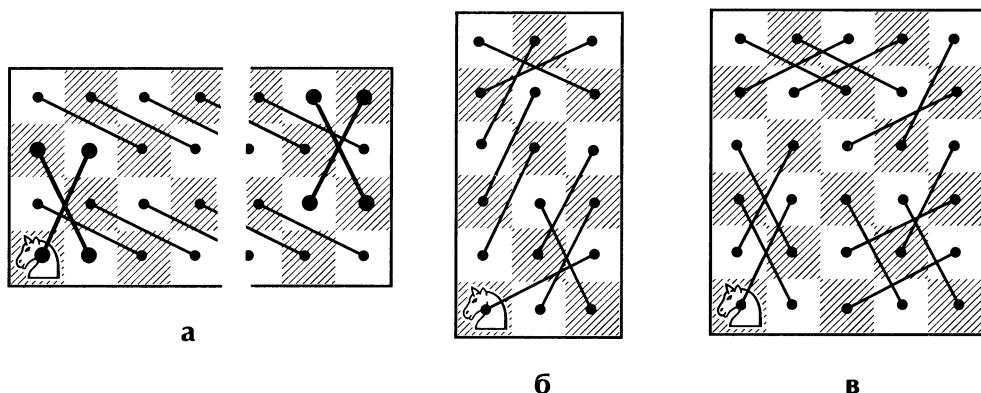


Рис. 217. Игра с конем на четной доске.

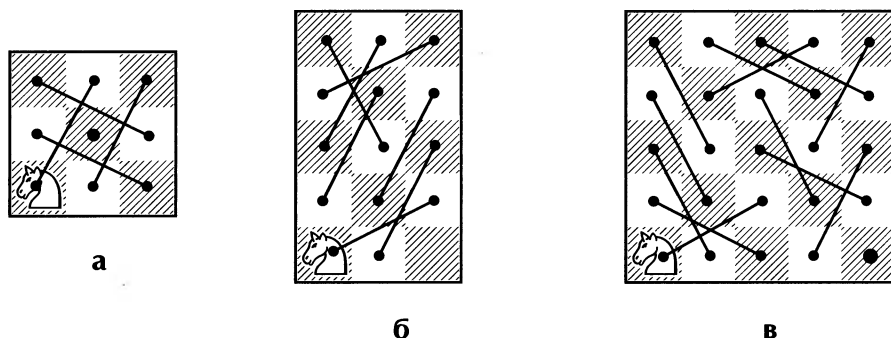


Рис. 218. Игра с конем на нечетной доске.

чай. Если mn четно, то поля доски разбиваются на пары так, что с одного конь может пойти на другое (рис. 217), а если нечетно, то на такие пары разбиваются все поля, кроме одного (рис. 218).

В первом случае победная стратегия второго игрока заключается в том, что каждым своим ходом он переставляет коня на поле, парное тому, на которое перед этим пошел первый. Во втором случае начинающий игрок первым ходом ставит коня на поле, не имеющее пары, а дальше действует указанным способом.

На рис. 217, а показано, как разбить доску $4 \times n$ (или $n \times 4$) при любом $n \geq 3$. Из рис. 219 следует, что если существует необходимое разбиение доски $m \times n$, то существует и разбиение доски $(m+4k) \times (n+4l)$ ($k, l = 1, 2, \dots$). Остается разбить доску $m \times n$, где числа m и n при делении на 4 дают различные (ненулевые) остатки, и $6 \leq m, n \geq 3$, то есть $m, n = 3, 5, 6$. Разбиение досок 3×3 , 5×3 , 5×5 , 6×3 и 6×5 показано на рис. 217, б, в и рис. 218; доска 6×6 — «удвоенная» 6×3 .

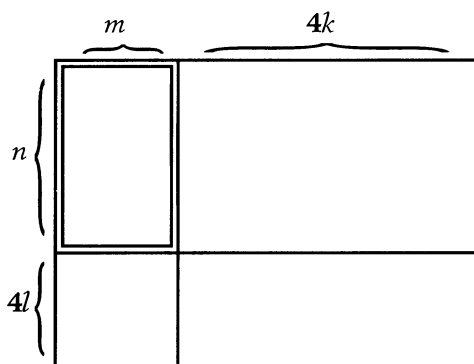


Рис. 219. Разбиение доски.

Несколько забавных игр с королем.

Двое по очереди передвигают короля, стоящего на произвольном поле шахматной доски. Проигрывает игрок, вынужденный занять поле, которое король уже посещал. На чьей стороне победа?

Побеждает первый игрок. Для этого он мысленно разбивает доску на «доминошки», прямоугольники 2×1 (любым способом). Затем первым ходом переставляет короля на поле, парное исходному с королем (в том же прямоугольнике). Далее на каждый ход соперника передвигает короля на второе поле соответствующей «доминошки». После любой пары ходов один прямоугольник «исключается» из игры. В конце концов второму игроку придется занять поле, которое король уже посещал. Очевидно, первый игрок выигрывает на любой четной доске.

Снова двое по очереди передвигают короля, стоящего на произвольном поле шахматной доски (запрещено возвращаться на поле, где он только что был). На сей раз выигрывает игрок, занимающий поле, которое король уже посещал (но не на предыдущем ходу). На чьей стороне победа?

И здесь побеждает первый игрок. Прежде чем указать его победную стратегию, определим, за сколько ходов король может прийти с исходного поля до первой горизонтали и до последней. Поскольку сумма этих чисел равна 7, одно из них нечетно. Пусть требуется нечетное число ходов, чтобы прийти до первой горизонтали. Значит, сам король стоит на четной горизонтали, например, на поле c6 (рис. 220). Тогда первый игрок сразу идет вниз — $\text{c}5$. Номер горизонтали уменьшается на 1 и становится нечетным. Если второй игрок отвечает горизонтальным ходом — $\text{b}5$ (d5) или диагональным возвращается на предыдущую горизонталь — $\text{b}6$ (d6), то первый выигрывает ходом $\text{c}6$ (занимает поле, на котором король уже был). Поэтому второй игрок вынужден спуститься еще на горизонталь ниже — $\text{b}4$ (c4, d4). В ответ первый опять делает ход вниз и следующим ходом ставит короля на нижнюю горизонталь. На любой ответ король возвращается на поле второй горизонтали, которое уже пройдено, — победа!

Игра допускает интересные обобщения. Например, первый игрок аналогично выигрывает на досках $n \times n$ при любых четных n . А вот при

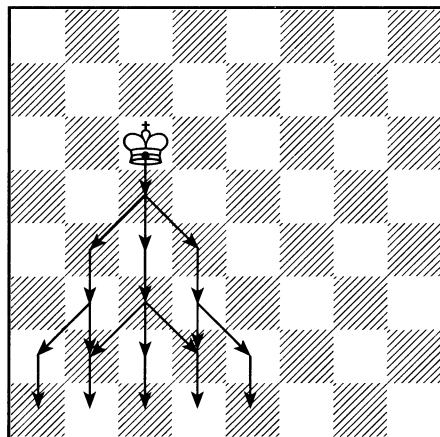


Рис. 220. Игра с королем.

нечетных n всё зависит от исходного положения короля. Всегда существуют такие поля, что выигрывает второй игрок. Так, на доске 5×5 , если король стоит на поле с плюсом (рис. 221), побеждает первый, а если на поле с минусом, то — второй. Скажем, при короле в центре доски, на с3, на любой ход первого игрока второй ставит его на край доски и следующим ходом завершает игру. Если первый игрок начинает с угла a1, то второй двигает короля к пятой вертикали или горизонтали и быстро берет верх. Подобным образом можно расставить плюсы и минусы на любой нечетной доске.

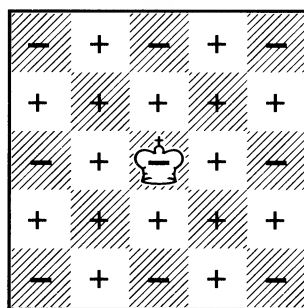


Рис. 221. На чьей стороне победа?

ФЕРЗЯ В УГОЛ. На доске стоит ферзь, которым два игрока по очереди ходят на любое число полей вверх, вправо или по диагонали (отступать запрещено). Выигрывает тот, кто своим ходом загонит ферзя в правый верхний угол доски, поле h8.

Результат игры можно определить, взглянув на рис. 222. Если ферзь стоит на поле с плюсом, то выигрывают белые, если на поле с минусом — черные, ничьих не бывает. Но как расставить знаки?

Пусть ферзь находится на восьмой горизонтали, вертикали «h» или диагонали a1-h8 (кроме поля h8). Тогда белые первым же ходом ставят ферзя в угол. Далее рассуждаем так. Если с данного поля ферзь вынужден пойти на поле с плюсом, то оно, естественно, получает минус. Если же у ферзя есть в запасе ход на минус, то поле получает плюс и т. д. Продолжая эту процедуру, мы в конце концов на всех полях доски расставим необходимые знаки. В результате оказывается, что семь полей являются «проигрышными» для белых, а остальные — «выигрышными», причем ферзь попадает в угол не позднее третьего хода (рис. 222).

Если в начале игры ферзь стоит, скажем, на b1, то партия может протекать так: 1. ♔d1 (быстрее к цели ведет ♔g6!) 1... ♔d2 2. ♔e3! (единственный ход) 2... ♔e7 3. ♔f7! ♔h7 4. ♔h8 с победой.

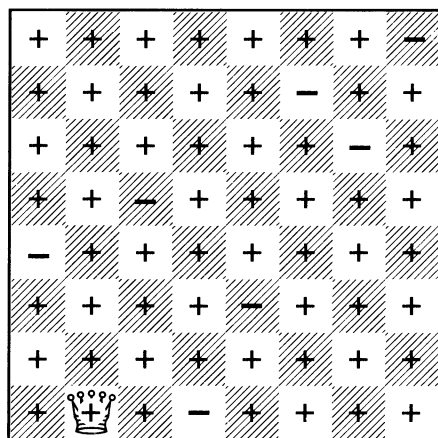


Рис. 222. Ферзя в угол.

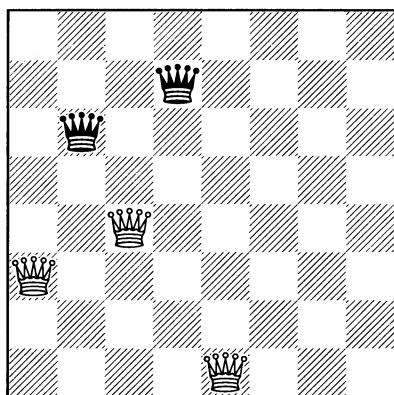
И здесь указанный принцип расположения плюсов и минусов легко переносится на произвольную доску, то есть игра всегда поддается исчерпывающему анализу.

Возьмем теперь вместо ферзя ладью и рассмотрим игру «ладья в угол». Двое по очереди перемещают ладью на любое число полей вправо или на любое число полей вверх. Побеждает тот, кто первым займет угол h8. Эта игра мало отличается от предыдущей, а алгоритм напоминает игру «конь и верблюд». Здесь всё наоборот: второй игрок выигрывает, если ладья стоит на диагонали a1-h8 (каждым ходом он возвращает ее на эту диагональ), и проигрывают в противном случае. Самая длинная партия длится семь ходов: игрок ставит ладью в желанный угол доски. Указанная простая стратегия решает на любой квадратной доске *n*х*n*.

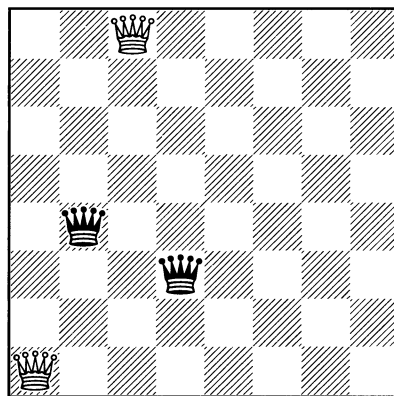
Аналогично исследуются игры «коня в угол» или «короля в угол», причем на произвольных досках.

Следующая игра имеет прямое отношение к задаче о восьми ферзях, о которой подробно рассказывалось в пятой главе.

ИГРА В ФЕРЗЕЙ. Двое по очереди ставят ферзей – первый на вертикаль «а», второй – «б», первый – «с» и т. д., при этом никакие два ферзя не должны нападать друг на друга. Проигрывает тот, кто не в состоянии сделать очередной ход.



а



б

Рис. 223. Белые ферзи против черных.

На рис. 223, а, б приведены две короткие партии. На рис. 223, а белые (первый игрок) выиграли в 5 ходов – все поля вертикали «f» под контролем ферзей, и у черных нет хода. На рис. 223, б в 4 хода выиграли черные (второй игрок) – на вертикали «e» не осталось ни одного поля, доступного белому ферзю. Кстати, это самая короткая партия. При любой расстановке трех мирных ферзей на вертикалях «а», «б» и «с» на вертикали «d» найдется еще хотя бы одно поле для четвертого.

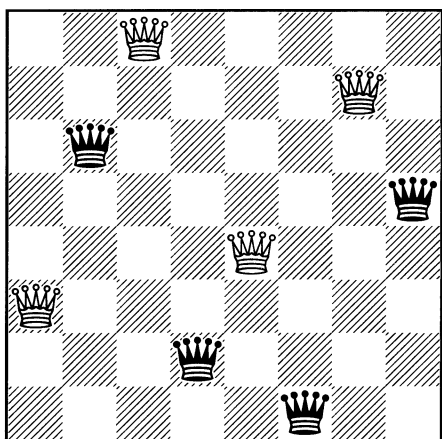


Рис. 223, в.

Есть и другой вариант: сделавший последний ход выигрывает столько очков, сколько свободных вертикалей осталось на доске. При таком условии в первом случае белые выиграли 3 очка, а во втором черные – 4.

Каков результат этих игр при наилучших действиях обеих сторон? Для ответа на вопрос можно перебрать все возможные партии (их около семи тысяч), но это занятие довольно скучное. Работа была поручена компьютеру, который пришел к следующим выводам. В первом варианте побеждают черные, во втором партия заканчивается вни-

чью: черные делают последний ход, но их выигрыш составляет 0 очков! Одна из ничейных партий представлена на рис. 223, в.

Подобные игры возникают для разных фигур. Вот несколько примеров. Заметим, что всюду решают мотивы симметрии.

Два игрока по очереди ставят на доску королей: первый – белых, второй – черных. Запрещается ставить короля под бой неприятельского. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

Побеждает первый игрок: он ставит короля на d4 и далее пользуется центральной симметрией.

Двое по очереди ставят на доску ладьи так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

После каждого хода число свободных вертикалей и свободных горизонталей уменьшается на 1, поэтому игра продолжается ровно 8 ходов, и выигрывает второй игрок.

Двое по очереди ставят на доску слонов так, чтобы они не били друг друга (цвет фигур не имеет значения). Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

Выигрывает второй игрок, если воспользуется осевой симметрией. За ось симметрии доски можно принять линию, разделяющую четвертую и пятую горизонтали или вертикали «d» и «e». Поля, симметричные относительно выбранной линии, имеют разные цвета, то есть слон, поставленный на одно из них, не препятствует ходу на другое.

Двое по очереди ставят на доску коней, один – белых, другой – черных, так, чтобы они не попадали под бой неприятельских коней. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

И здесь второй игрок берет верх, если избирает центральную симметрию.

Двое по очереди ставят коней (королей) на доске 9×9 так, чтобы они не били друг друга. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

В данном случае выигрывает первый игрок. Он ставит коня (короля) в центр доски и далее пользуется центральной симметрией.

Итак, нами рассмотрены различные игры с участием фигур. А теперь предлагаем читателям самим исследовать одну игру с пешками.

ШАХМАТЫ ДОУСОНЫ. Двое играют на доске $n \times 3$ (на рис. 224 $n=8$). Пешки стоят на крайних горизонталях, ходят и бьют по обычным правилам. Превращений нет, а взятие обязательно. Другие фигуры, включая королей, отсутствуют. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход, то есть все его оставшиеся пешки запатованы.

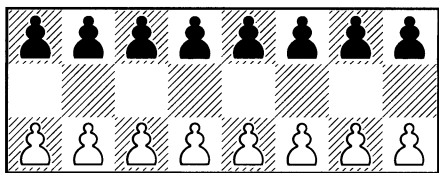


Рис. 224. Игра Доусона.

Анализ игры при различных n – непростая математическая проблема. Рассмотрим значения n от 1 до 8. При $n=1$ после 1. a2 победа за белыми. Выигрывают они при $n=2$ (1. a2 ба 2. ба) и $n=3$ (1. b2 ab 2. ab cb 3. cb, но не 1. a2? ба 2. ба c2). При $n=4$ верх берут черные, вот два основных варианта: 1. a2 ба 2. ба c2 3. dc dc; 1. b2

ab 2. ab cb 3. cb d2. Нетрудно убедиться, что при $n=5, 6, 7$ снова побеждают белые, а при $n=8$ (рис. 224) уже им не избежать поражения. Достаточно рассмотреть четыре партии (остальные симметричны):

- 1) 1. a2 ба 2. ба e2 3. de de 4. fe fe 5. g2 hg 6. hg c2;
- 2) 1. b2 ab 2. ab cb 3. cb f2! 4. ef ef 5. gf gf 6. d2 h2;
- 3) 1. c2 bc 2. bc dc 3. dc e2 4. fe fe 5. g2 hg 6. hg a2;
- 4) 1. d2 cd 2. cd ed 3. ed f2 4. gf gf 5. a2 ба 6. ба h2.

Всюду игра заканчивается тем, что ни одна белая пешка не может сделать хода.

С ростом n анализ игры усложняется. Интересны шахматы Доусона, в которых проигрывает тот, кто вынужден сделать последний ход (именно такой вариант первоначально предложил их автор).

Одна игра, в которой вообще отсутствуют фигуры.

На доске $m \times n$ два игрока по очереди своим ходом вычеркивают любую горизонталь или вертикаль (если, конечно, к этому моменту осталось хоть одно невычеркнутое поле). Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход.

За один ход общее количество вертикалей и горизонталей уменьшается на единицу. Поэтому, если $m+n$ чётно, то выигрывает второй игрок, а если нечётно, то — первый. Но нельзя оставлять невычеркнутыми поля на одной линии, — соперник сразу берет верх.

Закончим главу одной логической игрой, в которой присутствуют и шахматы, и домино.

ДОМИНО НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ. Двое по очереди кладут на доску (произвольной прямоугольной формы) кости домино, покрывая каждой из них два поля. Проигрывает тот, кто не в состоянии сделать очередной ход. На чьей стороне победа?

Для выбора правильной стратегии следует воспользоваться симметрией. Если обе стороны чётные, например, стандартная доска 8×8 или доска 10×6 (рис. 225, а), то победа обеспечена второму игроку. Ему достаточно центрально-симметрично копировать ходы партнера. Так, на ход 1 он положит кость 2, на 3 — кость 4, на 5 — кость 6 и так до тех пор, пока первый игрок не сумеет сделать ответный ход.

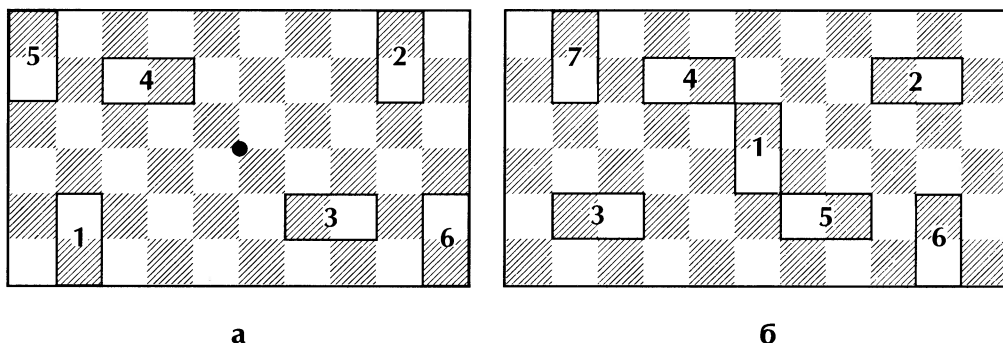


Рис. 225. Торжествует симметрия.

Если одна из сторон чётная, а другая нечётная, то выигрывает первый игрок. Например, на доске 11×6 (рис. 225, б) на первом ходу он кладет кость 1 в центр доски и далее действует симметрично. Несколько начальных ходов показаны на рисунке. Но если обе стороны нечётные, то симметричные действия уже не гарантируют успеха. Выигрышная стратегия неизвестна.

Глава 19

ГЕОМЕТРИЯ ДОСКИ

Наша книга в основном посвящена шахматной математике – математическим задачам и головоломкам, разным подходам и идеям. Однако и в самих шахматах, а также в шахматной композиции встречается немало чисто математических моментов. Шахматная доска, как мы убедимся в этой главе, обладает своеобразной геометрией, и свойства ее довольно необычны. Особенно это проявляется в эндшпиле: в пешечных окончаниях существуют строгие, почти математические закономерности.

В позиции на рис. 226 белый король не участвует в игре, и всё зависит от того, успеет ли его черный оппонент догнать пешку h3.

Позицию легко оценить при помощи *правила квадрата*. Достаточно выяснить, может ли король попасть в квадрат пешки, показанный на рисунке. При своем ходе черные делают ничью (король попадает в квадрат), а при ходе противника проигрывают.

Итак, с одной пешкой ситуация ясна. А могут ли две пешки без поддержки короля проскочить в ферзи? Речь идет о позициях, в которых король борется с двумя изолированными проходными противника, расположенными на одной горизонтали (рис. 227).

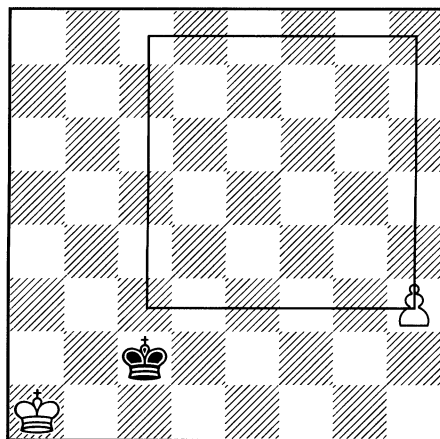
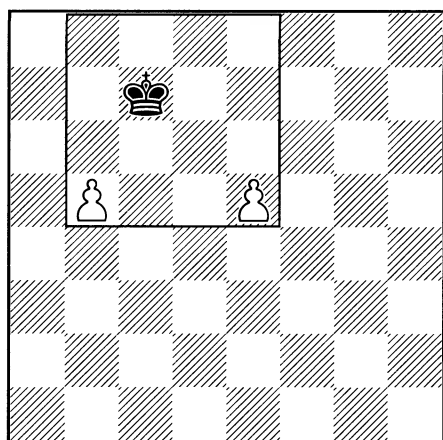
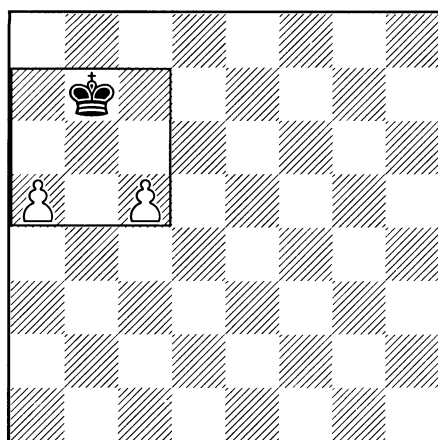


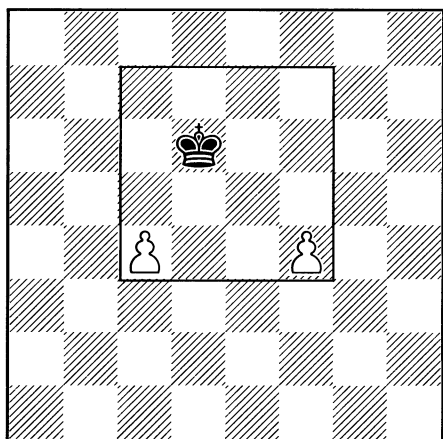
Рис. 226. Правило квадрата.



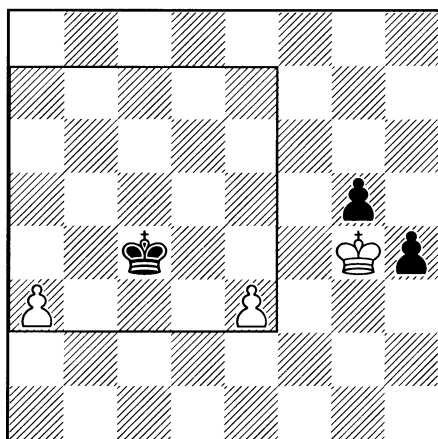
а



б



в



г

Рис. 227. Блуждающий квадрат.

На рисунке построены разные квадраты, в углах которых стоят пешки. При их движении вперед квадрат меняет положение и поэтому называется блуждающим.

Правило *блуждающего квадрата* заключается в следующем. Если квадрат касается края доски или выходит за его пределы, то король не в состоянии помешать самостоятельному маршу пешек. На рис. 227, а квадрат 4x4 касается края доски, и белые берут верх независимо от очереди хода и расположения собственного короля: 1...♔b6 2. e6 ♕c7 3. e7 ♕d7 4. b6 и т. д.

А если квадрат не достиг края доски? В этом случае пешки сами пройти не могут, и всё зависит от стороны квадрата. Если она равна 3 (рис. 227, б), то пешки поддерживают друг друга, но для короля безопасны (1...♕с6 2. а6 ♕с7, и король перемещается с с7 на с6 и обратно). Если же сторона равна 4, то

пешки теряются. Скажем, на рис. 227, в король справляется с ними при любой очереди хода: 1...♔c5 2. f5 ♔d6! 3. f6 ♔e6 4. c5 ♔:f6 5. c6 ♔e6, и он попал в квадрат оставшейся пешки.

При стороне квадрата, равной 5, ситуация та же, что и при стороне 3, — пешки держат сами себя, но прорваться в ферзи не могут. На рис. 227, г король держится на линии «с» (на полях с3, с4, с5), и отступление от нее ведет к гибели. Эндшпиль ничейный, поскольку белый король прикован к черным пешкам и не может прийти на помощь.

Рассмотрим два эпизода из реальных партий. Позиция на рис. 228 возникла в партии Вохл — Соломон (Австралия, 1986).

Напрашивается 1. de, но после 1...♔e6 2. f4 ♔d5 3. ♔e3 ♔c4 белым не реализовать лишнюю пешку. Решает жертва: 1. d5! e4 2. g4!, и черные сдались: после 2...fg 3. fg hg 4. h5 белые строят необходимый квадрат 5x5 (выступающий за край доски). Занятен и другой вариант: 1...♔d6 2. g4 fg 3. fg ♔:d5 4. gh ♔e6 5. h6 ♔f6 6. h5, и черные в цугцванге.

В позиции из одной давней партии (рис. 229) белые, сыграв только что в отчаянии 1. c3-c4, после 1...♔f6 2. cd ♔:g6 могли спокойно сдаться. Однако Тартаковер решил забрать пешку, обнаружив пробелы в знании шахматной геометрии. 1...dc? 2. h4!, и у белых блуждающий квадрат 5x5, касающийся края доски. Наличие пешек «g» не имеет значения, а три связанные проходные не помогают: 2...a5 3. h5 a4 4. h6 gh 5. d5+ ♔f6 6. d6 a3 7. d7 ♔e7 8. g7 с победой.

После правила квадрата, очевидно, должен следовать метод треугольника...

В положении на рис. 230 после 1. ♔d5 ♔c8 2. ♔d6 ♔d8 3. c7+ ♔c8 4. ♔c6 на доске пат, а 2. ♔c5 ♔c7 приводит к исходной позиции. Однако при своем ходе черные сразу проигрывают, так как вынуждены пропустить белого короля на b6, теряя единственную пешку.

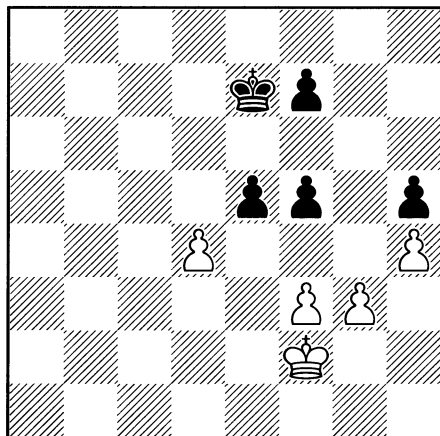


Рис. 228. Выигрыш.

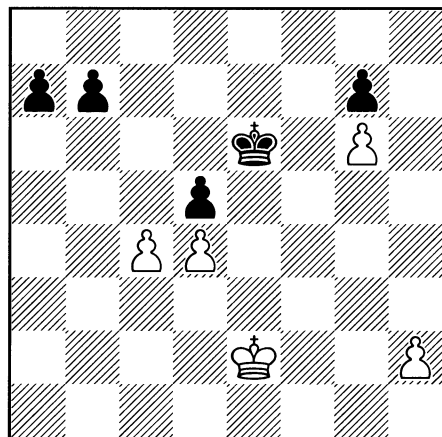


Рис. 229.

Г. Штальберг — С. Тартаковер.

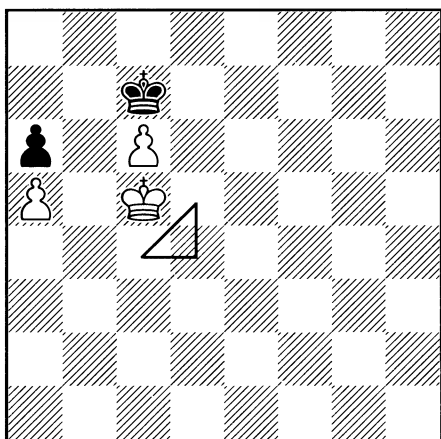


Рис. 230. Метод треугольника.

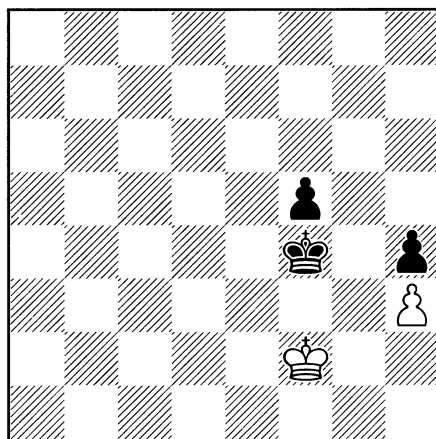


Рис. 231. А. Юдасин – В. Онос.

Итак, задача белых — передать очередь хода противнику. Цель достигается методом треугольника — маневром короля по треугольнику c4-d4-d5 (он изображен на рисунке). 1. ♔d5 ♕c8 2. ♕d4! ♖b8 3. ♖c4! ♕c8 4. ♔d5. На 4... ♕d8 теперь решает 5. ♕d6 ♕c8 6. c7, а на 4... ♕c7 — 5. ♕c5, получая позицию на рисунке, но уже при ходе черных.

Окончание можно считать классическим, но вот какой случай произошел как-то в партии двух известных шахматистов (рис. 231).

Переставив последним ходом короля с e2 на f2, Юдасин предложил ничью, сообщив своему партнеру, что позиция теоретически ничейная. «Уличенный» в эндшпильных пробелах, опытный Онос не рискнул спорить с гроссмейстером и позволил себя уговорить. А между тем после 1... ♕e4 2. ♕e2 f4 3. ♕f2 f3 4. ♕f1 ♕e5! на доске возникала позиция, симметричная рассмотренной (после второго хода белых на рис. 230), но с переменной цвета. Черные выигрывали с помощью треугольника. Оба титулованных игрока оказались не в ладах с законами шахматной геометрии.

В позиции на рис. 232 сильнейшей стороне надо передать очередь хода противнику, что достигается методом треугольника. Каспаров показывает, что его школьная пятерка по геометрии вполне заслуженна...

1... ♕c6. Первая вершина треугольника образована. 2. ♕c4 ♕c7! Вторая вершина. 3. ♕d3 ♕d7! И третья вершина. 4. ♕e3 ♕c6! Треугольник готов. 5. ♕d3 (5. ♕d4 ♕d6 и т. д.)

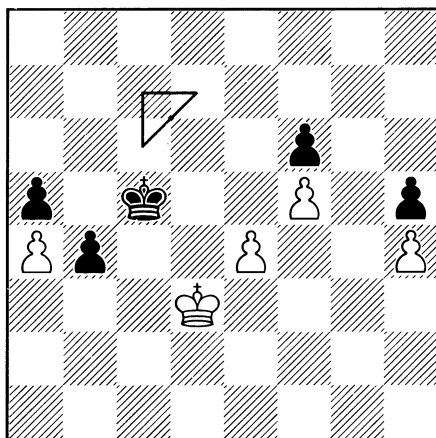


Рис. 232. Я. Сейраван – Г. Каспаров.

5...♔c5. Итак, перед нами позиция на диаграмме, но при ходе белых. Дальнейшее просто:

6. ♖e3 b3! 7. ♔d3 ♖b4 8. e5 ♔a3!

Пешка «b» превращается с шахом, и поэтому белые сдались.

В теории пешечных окончаний часто встречаются математические термины и приемы — ключевые и критические поля, оппозиция (дальняя и ближняя), пространство и время, система полей соответствия и т. д. Метод треугольника, по сути, является фрагментом теории соответственных полей, разработанной Р. Бианкетти.

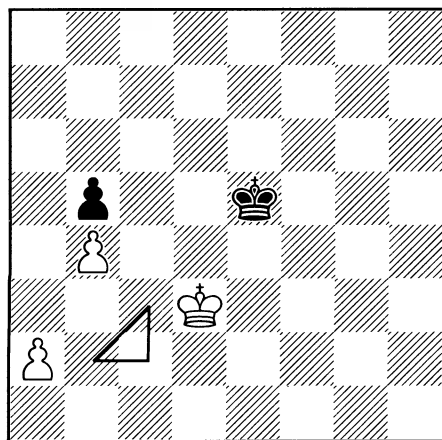


Рис. 233. Выигрыш.

Изучим позицию на рис. 233. 1.

♔c3 ♔d5 2. ♖b3 ♔c6. Черным нельзя допускать ни противостояния ♔d4—♔d6 из-за темпа a2—a3, ни ♔b3—♔d6 ввиду a2—a4 с простым выигрышем. Отсюда следует, что если белый король стоит на d3, c3 или b3, черный, соответственно, должен находиться на e5, d5 или c6. Пользуясь шахматно-математическим языком, можно сказать, что полям d3, c3 и b3 соответствуют поля e5, d5 и c6. В получившейся позиции белым надо передать очередь хода противнику, для чего их король идет по треугольнику, изображенному на рисунке (маневрирует на тыловых полях b2 и c2). Надежда черных на спасение в том, чтобы построить аналогичный треугольник для своего короля.

При белом короле на c2 (b2) черный не может стоять на c7 (d7) из-за ♔c3 и ♔d4 с выигрышем, то есть треугольник c7—d7—d6 черных не устраивает. Поскольку треугольником c5—c6—d6 они вообще не располагают (поле c5 под контролем), остается лишь треугольник d6—d5—c6. Но при короле на d5 (c6) белые ставят своего короля соответственно на c3 (b3) и берут верх.

3. ♔c2. Можно начать и с другой вершины треугольника — b2.

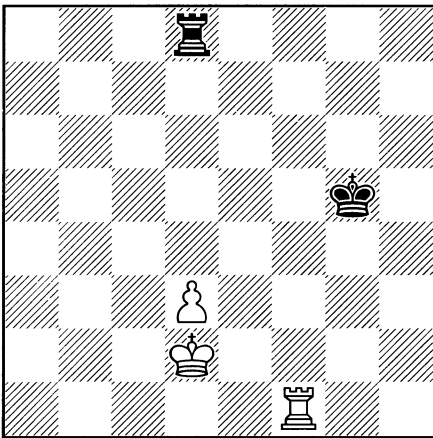
3...♔d6. Или 3...♔d5 4. ♔c3 ♔e5 5. ♔b3 и 6. a4.

4. ♔b2! ♔c6 5. ♔b3 ♔b6. На 5...♔d6 решает 6. a4.

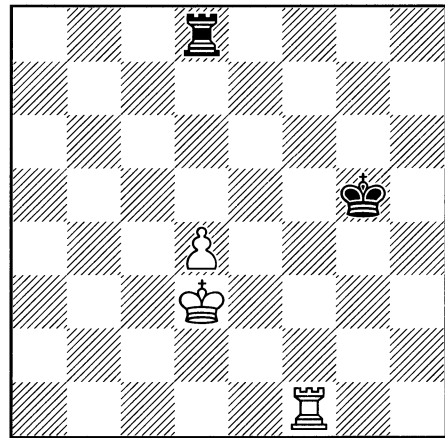
6. ♔c3 ♔c6 7. ♔d4 ♔d6 8. a3 ♔c6 9. ♔e5 ♔b6 10. ♔d5, и всё кончено.

Разобравшись в позиции, можно укоротить решение, сразу используя метод треугольника: 1. ♔c2! ♔d6 (1...♔d4 2. ♔b3, 1...♔d5 2. ♔c3) 2. ♔b2! ♔d5 3. ♔c3 ♔c6 4. ♔d4 и т. д.

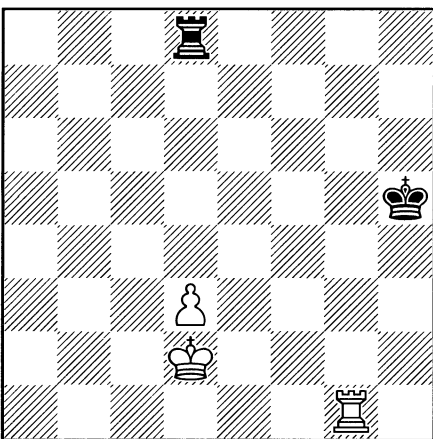
Обратимся к более сложной позиции Бианкетти на рис. 234. Хотя у белых две лишние пешки, выигрыш совсем не прост. Для анализа подобных положений с блокированной пешечной структурой применяются различные методы с математическими названиями: критические расстояния Бианкетти, координатная система Эберса и др. Общая теория таких окончаний называется теорией соответственных полей. Исследование каждой конкретной позиции можно рассматривать как решение тонкой математической задачи.



а



б



в

Рис. 236. Ничья.

До сих пор речь шла о пешечных окончаниях, однако математические элементы содержатся и в других эндшпилях, например, в ладейных.

В чью пользу позиция на рис. 236, а? Для оценки положений, в которых король слабой стороны отрезан от пешки, а ладья атакует ее с фронта, существует простое арифметическое «правило пяти». Если номер горизонтали, которую занимает пешка, и число вертикалей, отделяющих ее от короля слабой стороны, в сумме меньше или равно пяти, то позиция ничейна; если больше пяти — сильнейшая сторона берет верх.

Итак, на рис. 236, а ничья, $3+2=5$.

Игра протекает так: 1. ♔c3 ♚c8+ 2.

♙b4 ♚d8 3. ♔c4 ♚c8+ 4. ♔b5 ♚d8 5. ♚d1 ♙f6 6. d4 ♔e7 7. ♔c6 ♚c8+, и черный король успел подойти к пешке. Позиция на рис. 236, б отличается сдвигом белого короля и пешки на одну вертикаль вверх. Поскольку $4+2=6>5$, белые выигрывают: 1. ♔c4 ♚c8+ 2. ♔b5 ♚d8 3. ♔c5 ♚c8+ 4. ♔b6 ♚d8 5. ♚d1 ♙f6 6. ♔c7! ♚d5 7. ♔c6 ♚d8 8. d5, и пешка движется вперед.

Наконец, позиция на рис. 236, в отличается от первоначальной сдвигом черного короля на одну вертикаль вправо. Снова $3+3=6>5$, и белые выигрывают: 1. ♔c3 ♚c8+ 2. ♔d4 ♚d8+ 3. ♔e4 ♚e8+ 4. ♔f5 ♚f8+ 5. ♔e6 ♚d8 6. ♚d1 ♚d4 7. ♔e5 ♚d8 8. d4 и т.д.

Конечно, в окончаниях «ладья с пешкой против ладьи» правило пяти применимо и для позиций со слоновой или коневой пешкой. Вот более хитрый

ладейный эндшпиль из шестой партии полуфинального матча претендентов (Лондон, 1983) — рис. 237.

В трудном положении белые сделали естественный ход **1. d5** — в принципе, пешка должна идти вперед. Если теперь **1...g2?**, то **2. ♖d4+! ♕f3** **3. ♖d1 g1 ♕g1** **4. ♖:g1 ♖:g1** **5. d6** с ничьей.

Однако промежуточный шах **1... ♖g6+!** разрушил все надежды Корчного. Только после **2. ♕e7** (**2. ♕f7 g2** **3. ♖d1 ♖d6** с неотвратимой угрозой **4... ♖:d5**) пешка тронулась с места — **2...g2** **3. ♖d1 ♕e5** **4. d6 ♖e6+** **5. ♕d7 ♖:d6+** **6. ♖:d6 g1 ♕**. Ферзь легко справляется с ладьей, и белые вскоре сдались.

Значит, позиция выиграна для черных? Нет, оказывается, Корчной мог этюдно спастись посредством **1. ♖d1!** Изюминка этого маневра состоит в том, что черному королю пока недоступно поле e5, — пешка «d» проявила сдержанность и сохранила контроль над ним. Чтобы попасть на желанное поле, король вынужден двигаться по треугольнику f4-e4-e5, теряя драгоценное время: **1...♕e4** **2. d5 ♖g6+** **3. ♕e7 ♕e5**. Итак, белые выиграли важный темп, которого им так не хватило в партии, — в ней черная пешка уже попала на g2. Теперь же **4. d6** ведет к простой ничьей.

В пешечных окончаниях король, перемещаясь по определенному треугольнику, добивался победы; в данном же случае, наоборот, вынужденный двигаться по треугольнику, он упускает ее.

Ничья позволяла Корчному сохранить лидерство, а поражение его надломило. Будущий чемпион мира сравнял счет и, воодушевленный успехом, преобразился, вслед за этой победой одержал еще три. Матч был убедительно выигран. И не исключено, что судьбу его решил тот самый «бермудский треугольник», скрытый в самом центре доски.

Различные математические, геометрические мотивы используются также в шахматных комбинациях, этюдах и задачах: завлечение, отвлечение, перекрытие, перегрузка, связка, рентген и др. Маршруты фигур могут быть самые разнообразные: лестницы, виражи, змейки, винты, звездочки, маятники, ромбы, квадраты, треугольники, окружности и др. Задачные темы Новотного, Гримшоу, Плахутты и др. основаны на геометрических соображениях.

Ограничимся одним практическим примером из матча на первенство мира (Москва, 1954, финал 12-й партии) — рис. 238.

Конь только что стоял на c5. После взятия белыми пешки — e5:f6 и промежуточного ♖c5-e4 Смыслов был настроен весьма оптимистично. Действительно, при отступлении ферзя конь берет на f6, и все пешки белых безнадежно

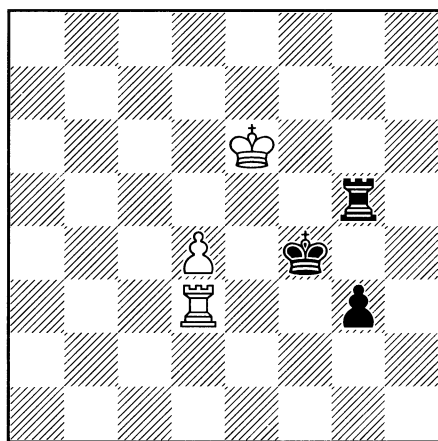


Рис. 237. В. Корчной – Г. Каспаров.

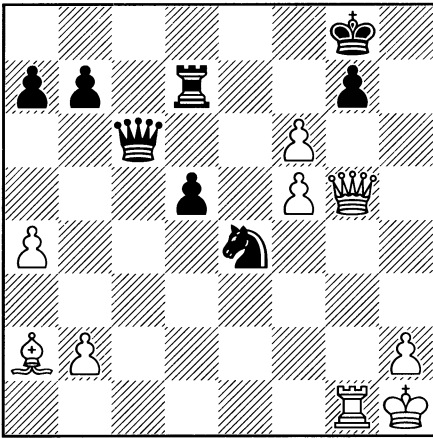


Рис. 238. М. Ботвинник – В. Смыслов.

обычной геометрии шахматной доски. Этюд Р. Рети на рис. 239 (1921 г.) поражает каждого, кто знакомится с ним впервые.

Черный король в двух шагах от неприятельской пешки, а его собственная как будто неудержимо мчит вперед. И всё же белые догоняют ее! Разумеется, при прямолинейном маршруте короля — 1. ♔h7 h4 2. ♔h6 h3 и т. д. — толку мало. Но он совершает весьма неожиданный и парадоксальный маневр.

1. ♔g7! h4 2. ♔f6! ♔b6. После 2... h3 3. ♔e7 h2 4. c7 ♔b7 5. ♔d7 пешки становятся ферзями одновременно. 3. ♔e5! ♔:c6. Вновь 3...h3 4. ♔d6 h2 5. c7 ♔b7 6. ♔d7 ведет к появлению на доске двух ферзей. 4. ♔f4 h3 5. ♔g3 h2 6. ♔:h2, и пешку удалось настичь на пороге ее превращения. Невероятное стало очевидным.

Как же белым удалось спастись? Всё дело в необычной геометрии шахматной доски. Мы привыкли к тому, что кратчайший путь между двумя пунктами, двумя точками измеряется по прямой линии. Да, в реальной жизни действуют законы евклидовой геометрии! Однако в шахматах кратчайшее расстояние между двумя полями — не обязательно прямая. Так, в нашем примере король может преодолеть путь между полями h8 и h2 за шесть ходов как при прямолинейном, так и при зигзагообразном движении. Выбирая «кривой» путь, белые выигрывают время, вынуждая короля черных сделать два лиш-

слабы. Но черных ждет неприятный сюрприз. 1. f7+! Белые выигрывают благодаря красивым геометрическим мотивам. Королем бить пешку нельзя из-за 2. ♖:g7+ (пересечение седьмой горизонтали и линии «g»!), а на 1...♖:f7, случившееся в партии, решило 2. ♖d8+ ♔h7 3. ♕:d5 (пересечение вертикали «d» и диагонали a2-g8!) 3...♘f2+ 4. ♔g2 ♖f6 5. ♖:f6 ♖:f6 6. ♔:f2 ♖:f5+ 7. ♕f3 ♖f4 8. ♖g4. Черные сдались.

Различные геометрические нюансы встречаются и в других главах. А сейчас вернемся к пешечным окончаниям и еще раз убедимся в не-

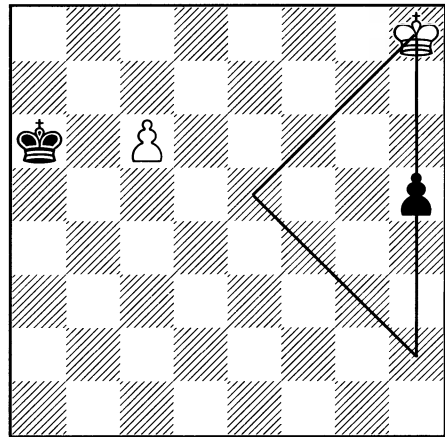


Рис. 239. Ничья.

них хода, в результате чего их пешка теряет скорость. Любопытно, что из 51 шестиходового пути короля с h8 до h2 спасает лишь один! Можно сказать, что с точки зрения короля сумма катетов прямоугольного треугольника h8-e5-h2 равна его гипотенузе (рис. 239). Такую математическую теорему можно доказать только на шахматной доске... Пешечный квартет Рети в свое время произвел настоящую сенсацию в шахматном мире. Необычная геометрическая идея, которая так и называется маневр Рети, неоднократно совершенствовалась, углублялась, но по чистоте формы и лаконичности материала оригинал превзойти невозможно.

В позиции на рис. 240 цель белых не ничья, а победа. Пешка a7 беззащитна, и единственный шанс черных заключается в том, чтобы на неизбежное ♔:a7 прижать неприятельского короля к краю доски посредством ♔c7. Кратчайшая дорога белого короля к a7 занимает пять ходов, причем существуют 30 способов преодолеть этот путь так быстро. Но цели достигает единственный – показанный на рисунке.

1. ♔e6! ♔c3 2. ♔d5!! Этот маневр называется «отталкивание плечом». Черного короля слегка оттолкнули, он вынужден сделать шаг на месте и уже не успевает прибыть к месту событий. 2... ♔b4 3. ♔c6 ♔a5 4. ♔b7 ♔b5 5. ♔:a7 ♔c6 6. ♔b8, и пешка становится ферзем.

А вот другой классический этюд О. Дураса (рис. 241), где тонкое перемещение одного из королей связано с несколько иной идеей.

Обе пешки проходные и находятся на одинаковом расстоянии от полей превращения. Однако король белых активнее, и это позволяет ему маневрировать таким образом, чтобы в момент превращения своей пешки его оппонент оказался под шахом.

1. ♔c5! g5 2. b4 g4 3. ♔d4 ♔g5 4. b5 g3 5. ♔e3 ♔g4 6. b6 ♔h3 7. b7 g2 8. ♔f2 ♔h2 9. b8♚+. Другой вариант: 1... ♔g6 2. b4 ♔f7 (2... ♔f6 3. ♔d6!) 3. b5 ♔e7 4. ♔c6! ♔d8 5. ♔b7 g5 6. b6 g4 7. ♔a7, и белые вновь берут верх, превращая пешку в шахом.

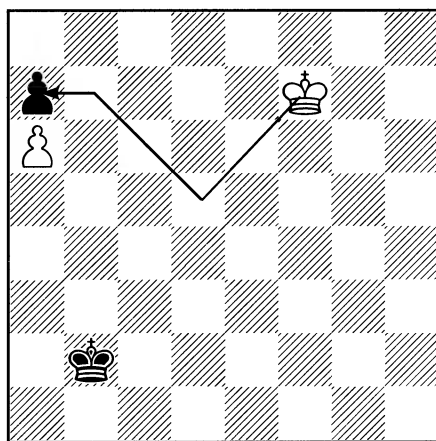


Рис. 240. Выигрыш.

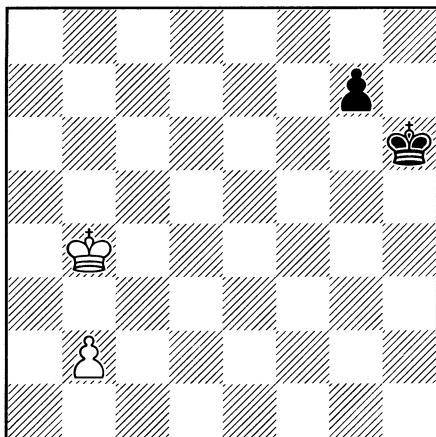


Рис. 241. Выигрыш.

Позиция на рис. 242 могла возникнуть при доигрывании 19-й партии финального матча претендентов (Москва-1974), закончившейся победой белых. Все корреспонденты, ссылаясь на данное положение, передали в свои газеты сообщение, будто черные упустили этудную возможность спастись. При этом предлагался такой вариант в духе этюда Рети: 1. ♖d4 ♕f2 2. ♖e5 (иначе пешка «f» идет вперед) 2...♖e3! 3. ♖:f5 (снова грозило f5-f4) 3...♖d4, и король в квадрате.

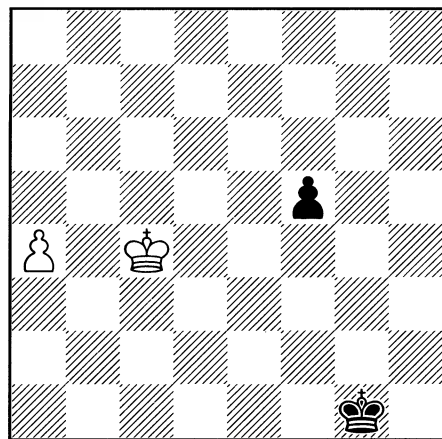


Рис. 242. В. Корчной – А. Карпов.

Черные действительно могли добиться ничьей, но как раз до перехода в пешечный эндшпиль. А в партии белые эффектно побеждали рассмотренным выше способом. 1. ♖d3! ♕h2! Упорнее, чем 1...♖f2 (при 1...♖g2 король сразу попадал под будущий шах) 2. a5 f4 3. a6 f3 4. a7 ♖g1 5. a8 ♕f2 6. ♕g8+ ♖h1 7. ♖e2.

2. a5 f4 3. a6 f3 4. ♖e3! Черного короля весьма своевременно удастся увлечь на поле g2: 4...♖g2 5. a7 f2 6. a8 ♕+ и т. д.

Итак, в этом «поединке идей» Дурас взял верх над Рети. Спустя семь лет после своего открытия Рети придумал еще более парадоксальное оформление своего сюжета (рис. 243).

На сей раз единственная белая пешка противостоит трем связанным проходным соперника! 1. ♖g6 ♖b6. Или 1...h5 2. ♖:g7 h4 3. ♖:f6, 1...f5 2. ♖:g7 f4 3. ♖f6 f3 4. ♖e7 с ничьей.

2. ♖:g7 h5. Не меняет дела 2...f5 3. ♖f6 f4 4. ♖e5 f3 5. ♖d6.

3. ♖:f6 h4 4. ♖e5 с известным финалом.

Этюд М. Зинара на рис. 244 поднял геометрическую идею Рети на новый уровень.

И здесь кажется, что пешку «h» легко задержать, но после 1. ♖f6? ♖:c6 2. ♖g5 ♖b6 3. ♖h6 ♖a5 4. ♖:h7 ♖b4 5. ♖g6 ♖:c4 6. ♖f5 ♖c3 7. ♖e5 c4 8. a4 ♖b4 черные берут верх.

1. ♖g7!! Удивительно, но белые подгоняют проходную пешку противника. 1...h5 2. ♖f6! h4 3. ♖e5! ♖:c6 4. ♖f4 ♖b6 5. ♖g4 ♖a5 6. ♖:h4 ♖b4. Белый ко-

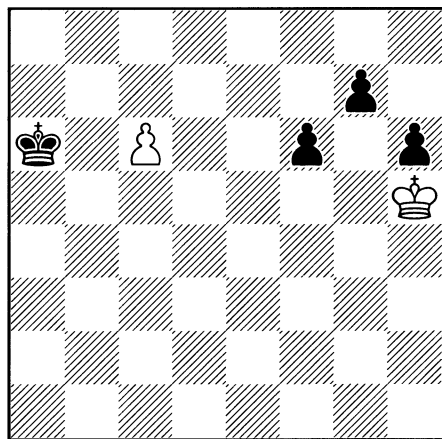


Рис. 243. Ничья.

роль находится не на h7 (как случилось бы при неудачном вступлении 1. ♔f6), а на h4, что весьма существенно.

7. ♔g3!! Проигрывает 7. ♔g4 — 7... ♚:c4 8. ♔f3 ♚d3! 9. a4 c4 10. a5 c3 11. a6 c2 12. a7 c1 ♚ 13. a8 ♚ ♚h1+.

7... ♚:c4 8. ♔f2! Но не 8. ♔f3? ♚d3 9. a4 c4 10. a5 c3 11. a6 c2 12. a7 c1 ♚ 13. a8 ♚ ♚h1+ — решает тот же диагональный прострел. 8... ♚:c3 9. ♔e2! Заключительная тонкость: после 9. ♔e1 (e3) черная пешка превращается в шахом. 9...c4 10. a4. Ничья.

В заключение остановимся еще на одном примере из матча на первенство мира (Москва, 1951), в котором тоже проявилась своеобразная геометрия шахматной доски (рис. 245).

В 6-й партии давнего матча легко делало ничью 1. ♘e6+ и 2. ♘d4. Но Бронштейн решил сначала подойти королем к пешке и сыграл 1. ♔c2. Конечно, гроссмейстер понимал, что черный король в состоянии появиться на поле f2, но, наверное, рассматривал лишь прямолинейный маршрут ♔f4-f3-f2, полагая, что и тогда успеет подтянуть коня. Каково же было его изумление, когда неприятельский король действительно направился к полю f2, но не по прямому пути, а по зигзагу! После 1... ♔g3!! белые сразу сдались, так как пешка неудержима: 2. ♘e6 e2, и белый конь попадает на d4 без шаха (3. ♔d2 ♔f2!).

Примечательно, что победу черным обеспечил именно хитрый маневр короля ♔f4-g3-f2, а прямолинейное движение вело к ничьей! После 1... ♔f3? 2. ♘f7! (недостаточно 2. ♘e6 e2 3. ♘d4+ ♔f2 4. ♘:e2 ♔:e2 5. ♔b3 — 5. c5 a4! — 5...b6! 6. ♔a4 ♔d3 7. ♔b5 a4! 8. ♔:a4 ♔:c4 и т.д.) 2...e2 3. ♘e5+ ♔f2 4. ♘d3+ ♔f1 5. ♔b3 e1 ♚ 6. ♘:e1 ♔:e1 7. ♔a4 пешечное окончание оказывалось ничейным.

Итак, законы шахматной геометрии утверждены на самой высокой инстанции — в матче на первенство мира.

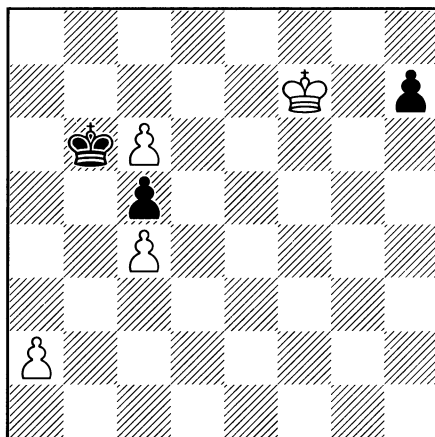


Рис. 244. Ничья.

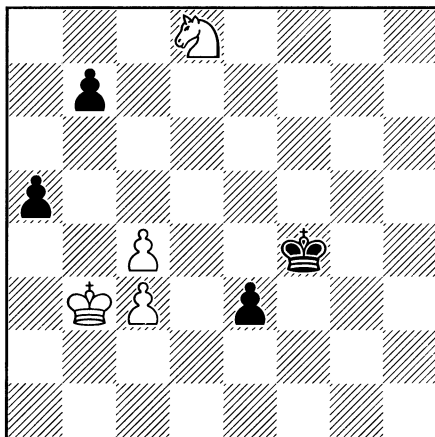


Рис. 245.

Д. Бронштейн — М. Ботвинник.

Глава 20

СИММЕТРИЯ И АСИММЕТРИЯ

Симметрия как общий принцип гармонии в молекулах, кристаллах, живой природе имеет глубокий смысл, с ее помощью человек веками пытался объяснить или создать порядок, красоту и совершенство. Изучение закономерностей симметрии играет важную роль в физике, химии, биологии, математике; шахматы – не исключение. Орнаменты, мозаика, декоративные узоры восхищают наш взор четкой геометрией, симметричным расположением рисунка. Господствует симметрия и в гравюрах, например голландца М. Эшера, в том числе шахматных.

Разнообразные мотивы симметрии (и асимметрии!) встречаются и на шахматной доске. С одной стороны, речь идет о симметрии естественной, возникающей в процессе игры, а с другой – используемой в задачах и этюдах, необычных позициях.

Симметрией, прежде всего, обладает исходное расположение фигур. Симметричны и все старинные дебютные табуи, например, упомянутый в первой главе альмуджаннах. Но пусть партия началась, и черные в точности копируют ходы белых, желая подольше сохранить симметрию на доске...

Известен такой забавный случай. Некто явился в шахматный клуб и объявил, что нашел верный способ никогда не проигрывать черными. «Каким образом?» – спросили его. «Очень просто, – ответил гость, – повторяя ходы противника!» Сыграть с наивным изобретателем вызвался Сэм Лойд, и через четыре хода на доске стоял мат. Правда, каким из трех способов – 1. c4 c5 2. ♖a4 ♗a5 3. ♜c6 ♜c3 4. ♜:c8X, 1. d4 d5 2. ♜d3 ♜d6 3. ♜h3 ♜h6 4. ♜:c8X или 1. d4 d5 ♜d3 ♜d6 3. ♜f5 ♜f4 4. ♜:c8X – был заматован черный король, история умалчивает.

Партии, в которых черные повторяют ходы белых, называются обезьяньими. Копирование ходов к добру не ведет, но интересно, как быстро белые

могут поставить мат той или иной фигурой, зная о такой принципиальности партнера. Про ферзя мы уже знаем. Для остальных фигур обезьяньи партии с матовым финалом впервые предложил К. Тракслер еще в начале прошлого века. В дальнейшем были установлены абсолютные рекорды.

Ладья: 1. ♖f3 ♗f6 2. ♘g5 ♙g4 3. ♜:h7 ♜:h2 4. ♜:f8 ♜:f1 5. ♜g6 ♜g3. Танец коней закончился (рис. 246). 6. ♚:h8X.

Белопольный слон: 1. e4 e5 2. f4 f5 3. ef ef 4. f6 f3 5. fg fg 6. ♙e2 ♙e7 7. ♙h5X.

Чернопольный слон: 1. d4 d5 2. ♔d2 ♔d7 3. ♔d3 ♔d6 4. ♙e3 ♙e6 5. c3 c6 6. ♙d2 ♙d7 7. ♙f4X.

Конь: 1. ♘c3 ♘c6 2. ♘e4 ♘e5 3. e3 e6 4. ♘e2 ♘e7 5. g3 g6 6. ♘f6X.

Пешка: 1. g4 g5 2. h4 h5 3. ♘f3 ♘f6 4. ♘e5 ♘e4 5. hg hg 6. g6 g3 7. gfx.

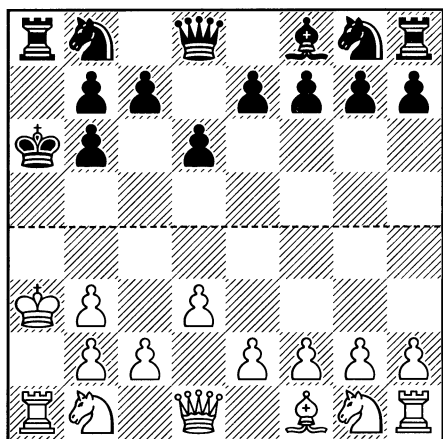


Рис. 247. За ход до мата.

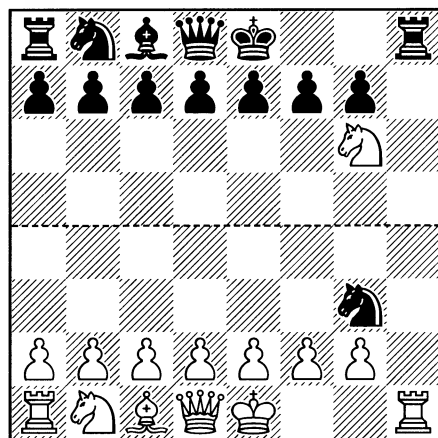


Рис. 246. Осевая симметрия.

Наконец, на девятом ходу матует и сам король: 1. d3 d6 2. ♔d2 ♔d7 3. ♔c3 ♔c6 4. ♔b3 ♔b6 5. ♔a3 ♔a6 6. ♙e3 ♙e6 7. ♙b6 ♙b3 8. ab ab (рис. 247) 9. ♔b4X.

Этот рекорд был известен давно, а в наше время А. Ханяну удалось обнаружить такой же мат на другом краю доски: 1. f3 f6 2. ♔f2 ♔f7 3. ♔g3 ♔g6 4. ♔h3 ♔h6 5. e3 e6 6. ♙d3 ♙d6 7. ♙g6 ♙g3 8. hg hg 9. ♔g4X. Это как бы аналог двух лойдовских матов ферзем.

Две необычные диаграммы придумал гроссмейстер по композиции Г. Каспарян (рис. 248, 249). Обе симметричные картинки требуется по-

лучить из начальной расстановки, причем как можно быстрее.

Первая возникает через семь ходов, причем при симметричной игре: 1. d3 d6 2. c3 c6 3. h4 h5 4. ♘h3 ♘h6 5. ♙:h6 ♙:h3 6. ♚:h3 ♚:h6 7. ♚h1 ♚h8.

Глядя на вторую позицию, можно решить, что это просто копия первой, но с опечатками: ладьи перепутали свои места. Однако ошибок нет, правда, эта симметричная расстановка возникает гораздо позже, на 24-м ходу (и не все ходы обезьяньи): 1. h4 h5 2. ♘f3 ♘f6 3. ♘e5 ♘e4 4. ♘c6 ♘c3 5. dc dc 6. ♙d4

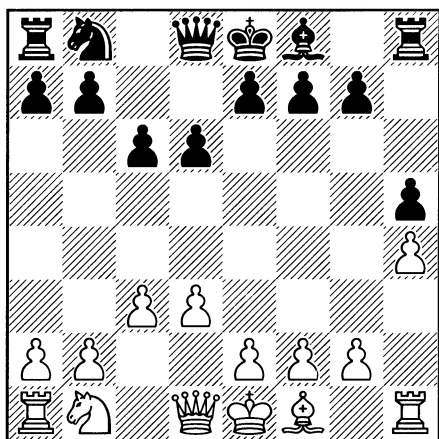


Рис. 248. За сколько ходов?

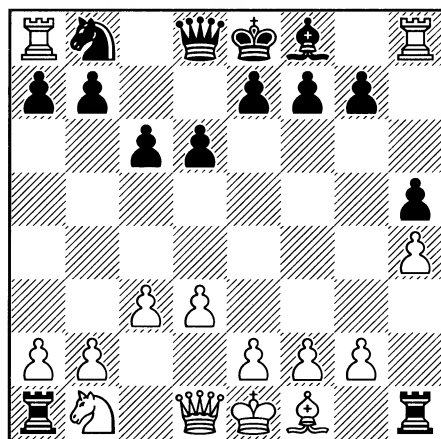


Рис. 249. Путаница на доске.

♔d5 7. ♕a4 ♕a5 8. ♖f4 ♖f5 9. ♘a3 ♘a6 10. ♖d1 ♖d8 11. ♖d6 ♖h6 12. ♖e6 ♖d2
13. ♖h3 ♖g6 14. ♖d3 ♖g3 15. ♖h6 ♖h3 16. ♖h8 ♖h1 17. ♖d7 ♖d3 18. ♖d6 cd 19.
cd ♖d8 20. ♖d1 ♖c2 21. ♖c7 ♖c1 22. ♖c8 ♖a1 23. ♖a8 ♖b8 24. ♖b1.

А встречаются ли обезьяньи партии в реальной жизни? Вот один из достопримечательных примеров такого рода (сражение происходило в прошлом веке).

Г. РОТЛЕВИ – М. ЭЛЬЯШОВ

Дебют четырех коней

1. e4 e5 2. ♘f3 ♘f6 3. ♘c3 ♘c6 4. ♖b5 ♖b4 5. 0-0 0-0 6. d3 d6 7. ♖:c6 ♖:c3 8.
♖:b7 ♖:b2 9. ♖:a8 ♖:a1 10. ♖g5 ♖g4 11. ♖:a1 ♖:a8 12. ♖:f6 ♖:f3 13. ♖:g7 ♖:g2
14. ♖:f8 ♖:f1 15. ♖:f1 ♖:f8 16. ♖g2+ ♖g7 (рис. 250).

В этой позиции противники, видимо, опасаясь нарушить симметрию, согласились на ничью. Удачный для черных финал! А спустя несколько лет в партии Тракслер – Шаманек после полного повторения 12 ходов белые почувствовали, что партнер будет действовать симметрично до самого конца, и нашли способ обмануть его: 13. ♖:e5 ♖:e4 14. ♖:g7 ♖:g2 15. ♖:f8 ♖:f1. И тут последовало «неожиданное» 16. ♖g7X.

В следующей партии, которая игралась уже в наши дни, симметрия поддерживалась 19 ходов (не считая одного сбоя на седьмом ходу).

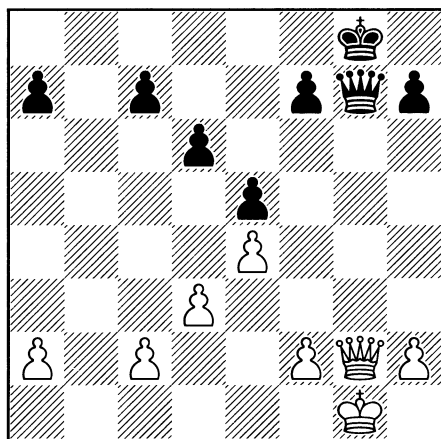


Рис. 250.

Сколько можно обезьянничать?

Е. СТОЛЯР – М. ШУКШТА

Английское начало

1. c4 c5 2. g3 g6 3. ♖g2 ♖g7 4. ♘c3 ♘c6 5. a3 a6 6. ♜b1 ♜b8 7. b4 cb 8. ab b5 9. cb ab 10. ♗h3 ♗h6 11. 0-0 0-0 12. d4 d5 13. ♙:h6 ♙:h3 14. ♙:g7 ♙:g2 15. ♙:f8 ♙:f1 16. ♙:e7 ♙:e2 17. ♙:d8 ♙:d1 18. ♙c7 ♙c2 19. ♞b2 ♞b7 (рис. 251).

20. ♙e5 ♙:e5. Опасно симметричное 20...♙e4 21. ♗:e4 ♗:e5 из-за 22. ♗f6+ и 23. de. После 21. de d4 22. ♞:c2 ♞:c7 23. ♙f1 g5 24. ♙e2 dc 25. ♙d3 ♙c4 26. ♞:c3 ♞:b4 27. ♞:c7 партнеры заключили мир.

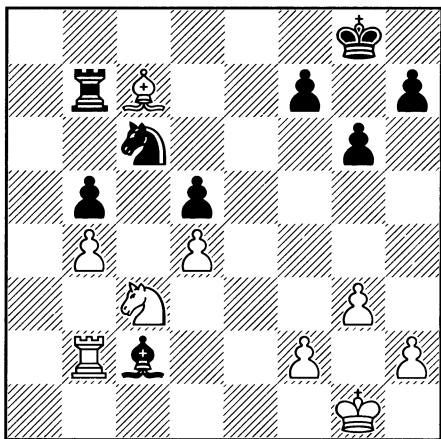


Рис. 251.

Симметрия до самого эндшпиля.

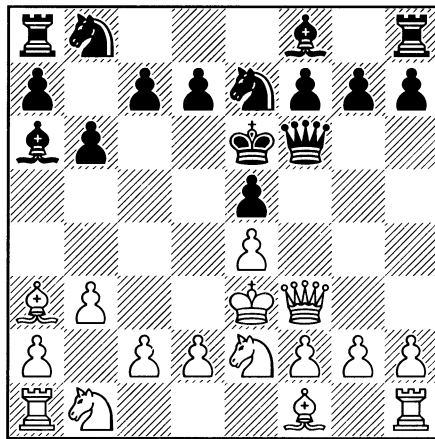


Рис. 252. Кто выигрывает?

Впечатление такое, будто при дублировании ходов черные в лучшем случае добиваются ничьей. Но, как ни странно, повторяя ходы партнера, они имеют шансы уже на восьмом ходу... объявить мат белому королю.

1. e4 e5 2. ♙e2 ♙e7 3. ♙e3 ♙e6 4. ♙f3 ♙f6 5. ♗e2 ♗e7 6. b3 b6 7. ♙a3 ♙a6 (рис. 252) 8. ♗d4+, и у черных нет выбора: 8...edX!

Занятно, но белый король матуется и при центрально-симметричных действиях черных, причем всего за семь ходов. 1. c3 f6 2. e3 d6 3. ♗e2 ♗d7 4. ♗a3 ♗h6 5. ♗b5 ♗g4 6. ♗bd4 ♗ge5 7. ♗e6 ♗d3X! (рис. 253)

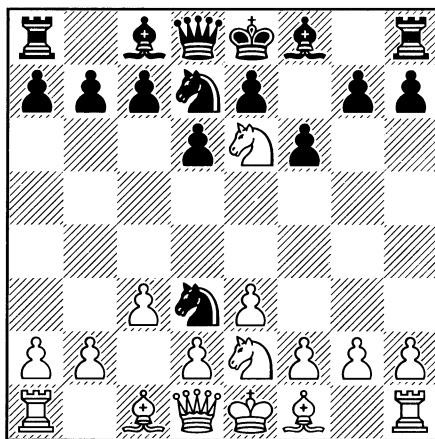


Рис. 253. «Опасная» симметрия.

Итак, при обезьяньей игре черные могут и сами получить мат, и поставить мат сопернику. В любом случае заматованной оказывается только одна сторона.

А вот пат может быть взаимным. Самые быстрые патовые партии попали в главу 12, а здесь приведем «симметричные» рекорды. В следующем примере ходы повторяют то черные, то белые, но, главное, в эпилоге двигаться не в состоянии ни одна из сторон.

1. e4 d5 2. e5 d4 3. c3 f6 4. ♖f3 ♔f7 5. ♖:b7 ♖d5 6. ♔d1 ♖:g2 7. ♔c2 ♖:f1 8. ♖:c8 ♖:g1 9. ♖:b8 ♔b8 10. ♔:g1 ♔b3 11. ♔g6 ♔a3 12. ♔h6 gh 13. ba ♔g7 14. ♔b2 d3 15. e6 a5 16. h4 a4 17. h5 c5 18. f4 c4 19. f5, и на доске взаимный пат при центральной симметрии фигур (рис. 254, центр симметрии обозначен точкой).

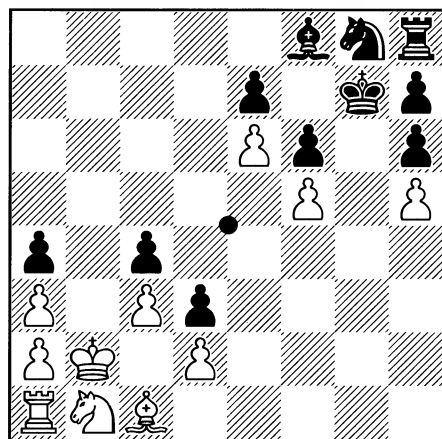


Рис. 254. Взаимный пат.

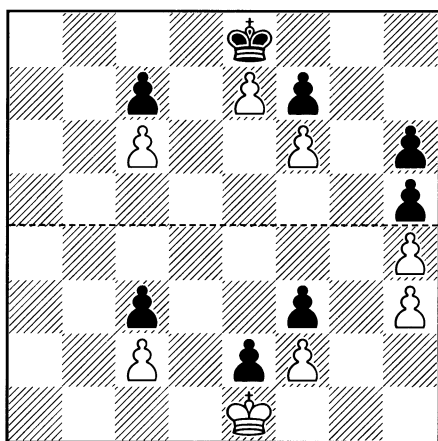


Рис. 255. Странный пат.

А если черные копируют ходы белых, то пат наступает на два с половиной хода позднее: 1. a4 a5 2. b4 b5 3. ab ab 4. ♘c3 ♘c6 5. bc bc 6. ♔a4 ♔a5 7. ♔e4 ♔e5 8. d4 d5 9. de de 10. ♘f3 ♘f6 11. ef ef3 12. h4 h5 13. ♔h3 ♔h6 14. ♘:h6 ♘:h3 15. gh gh 16. e4 e5 17. ♖d4 ♖d5 18. ed ed 19. d6 d3 20. ♘e2 ♘e7 21. de de. Снова пат и белым, и черным, теперь при осевой симметрии (рис. 255).

Итак, предыдущая патовая позиция отличалась центральной симметрией, а здесь симметрия осевая. Но кому больше нравится «центральный пат», предлагаем еще одну

интересную партию — она на четыре хода длиннее; черные отвечают центрально-симметрично, к тому же с доски исчезает всего по одному коню.

1. ♘f3 ♘c6 2. ♘c3 ♘f6 3. ♘b5 ♘g4 4. h3 a6 5. ♘a7 ♘h2 6. ♘:h2 ♘:a7 (первый и последний размены) 7. g4 b5 8. ♘g2 ♘b7 9. e4 d5 10. ♔e2 ♔d7! 11. ♖g1 ♖b8! Расположение королей и ферзей до начала игры, очевидно, обладает осевой симметрией, но не центральной, и только теперь на доске установлен полный порядок. 12. b4 g5 13. ♘b2 ♘g7 14. ♔f1 ♔c8 15. ♘d4 ♘e5 16. f3 c6 17. ♘f2 ♘c7 18. ♘e1 ♘d8 19. ♔f2 ♔c7 20. a4 h5 21. a5 h4 22. c4 f5 23. c5 f4 24. e5 d4 25. e6 d3. Пат обоим королям! (рис. 256).

Игра заканчивается вничью и при голых королях, причем, как мы знаем, через 16 с половиной ходов. Чуть дольше длится абсолютно симметричная

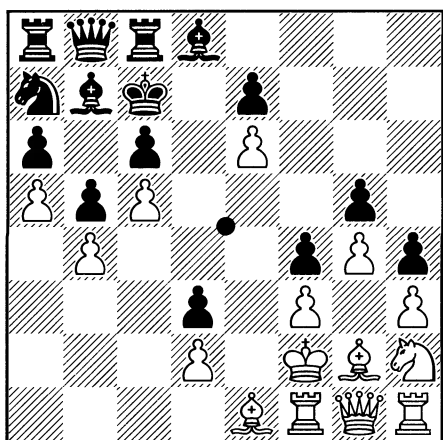


Рис. 256. Обоюдный пат.

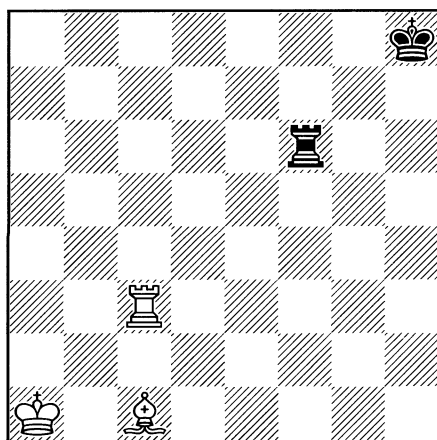


Рис. 257. Выигрыш.

партия с тем же финалом: 1. d4 d5 2. ♖d3 ♖d6 3. ♖h7 ♖h2 4. ♖h8 ♖h1 5. ♖g7 ♖g2 6. ♖g8 ♖g1 7. f4 f5 8. ♖d5 ♖d4 9. ♖f5 ♖f4 10. ♙f4 ♙f5 11. ♙c7 ♙c2 12. ♙b8 ♙b1 13. ♙a7 ♙a2 14. b3 b6 15. ♙b6 ♙b3 16. ♖d1 ♖d8 17. ♙d8 ♙d1 18. ♙e7 ♙e2 19. ♙f8 ♙f1 20. ♙f1 ♙f8.

Благодаря мотивам симметрии (и асимметрии!) шахматные задачи и этюды приобретают дополнительное изящество.

В старинной миниатюре Р. Бианкетти (рис. 257) после вступления 1. ♙b2! все фигуры на доске выстраиваются по большой диагонали. Ладья черных в опасности, и в зависимости от того, куда она двинется, возникают два изящных симметричных варианта.

1... ♖f8 (1... ♖f7 2. ♖h3++ ♙g8 3. ♖h8X) 2. ♖c7+ ♙g8 3. ♖g7+ ♙h8 4. ♙a2! (но не 4. ♙b1 из-за 4... ♖f1+ 5. ♙a2 ♖a1+ 6. ♙b3 ♖a3+ 7. ♙c2 ♖c3+ 8. ♙c3 пат), выигрывая ладью. Аналогично 1... ♖h6 2. ♖g3+ ♙h7 3. ♖g7+ ♙h8 4. ♙b1! (4. ♙a2 ♖a6+ и т. д.) с тем же финалом.

В этюде Г. Адамсона на рис. 258 одна из белых пешек должна двинуться вперед, но какая? 1. h4! ♙d2 2. ♙d5 ♙c2 3. b4 ♙b3 4. ♙c5 ♙c3 5. b5 ♙b3 6. ♙c6 ♙c4 7. ♙c7, и белый король отправляется в победный марш на королевский фланг.

А симметричное вступление — ложный след. 1. b4? ♙d2 2. ♙d5 ♙c3 3. ♙c5 g5! 4. h3 ♙b3 5. b5 ♙c3 6. ♙c6 ♙b4 7. ♙c7 ♙b5 8. ♙d6 ♙b6 9. ♙e6 ♙c6 10. ♙f6 ♙d7 11. ♙g5 ♙e8 12. ♙g6 ♙f8, и черные спасаются.

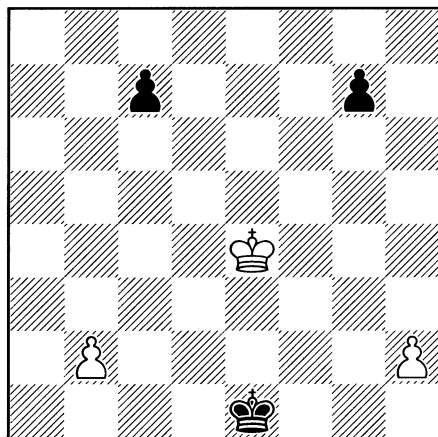


Рис. 258. Выигрыш.

Какой пешке стартовать первой в позиции Э. Цеплера на рис. 259? Никакой! После 1. ♔e5! белые сохраняют симметрию и ждут, когда черные первыми ее нарушат. Упускает победу как 1. b5? ♘d4+ 2. ♔:e7 ♔f4 3. b6 ♘c6+, так и 1. h5? ♘f4+ 2. ♔:e7 ♘h5! 3. b5 ♘f4 4. ♔d6 ♘d3 5. b6 ♘b4 и 6... ♘a6. Обе попытки (симметричные!) с асимметричной игрой не удались.

1... ♘f4 (1... ♔f3 2. h5!) 2. b5 ♔f3 3. b6 ♔g4 4. h5! или 2... ♘g6+ 3. ♔e6 ♔e4 4. b6 ♘f4+ 5. ♔f7! с победой.

В этюде Т. Доусона (рис. 260) в распоряжении белых два логичных продолжения — 1. ♘d4+ и 1. ♘f4+, забирая одну из пешек. Линия «а», которая вносит в позицию асимметрию, как будто не играет никакой роли — если выигрывает шах с d4, то достигает цели и шах с f4. Однако к победе ведет лишь первый из двух шахов.

1. ♘d4+! ♔e3 2. ♘:f3 ♔:f3 3. ♔f8! d2 4. e8♔ d1♔ 5. ♔h5+, и всё конечно. Если черные не ставят ферзя, то эндшпиль «ферзь против центральной пешки» легко выигран.

А вот 1. ♘f4+? дает только ничью — 1... ♔e3 2. ♘:d3 ♔:d3 3. ♔d8 f2 4. e8♔ ♔d2! Разница в том, что эндшпиль «ферзь против слоновой пешки» уже ничейный (ситуация, когда белый король стоит близко к пешке, не в счет): 5. ♔b5 ♔e1 6. ♔b1+ ♔e2 7. ♔e4+ ♔f1 8. ♔e7 ♔g1 9. ♔g4+ ♔h1 10. ♔f3+ ♔g1 11. ♔g3+ ♔h1! 12. ♔:f2 пат.

Любопытно, но если линию «а» отрезать от доски, то выигрыша нет ни в одном случае, так как пешка «d» из ферзевой превращается в... слоновую.

Симметричная задача Ф. Хоффмана на рис. 261 когда-то была пробным камнем для компьютера. Три белые пешки на пороге превращения, и ни одна из них не станет ферзем!

1. e8♔! ♔:d6 2. c8♔! ♔e6 3. ♔c6X или 1... ♔f6 2. g8♔! ♔e6 3. ♔g6X.

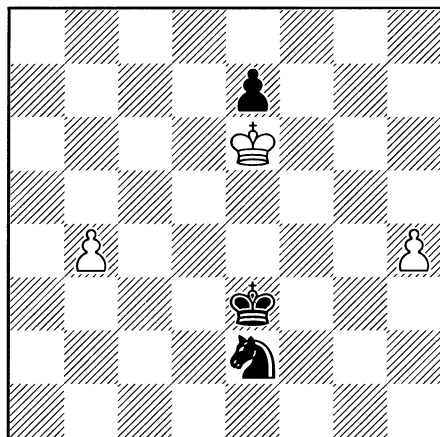


Рис. 259. Выигрыш.

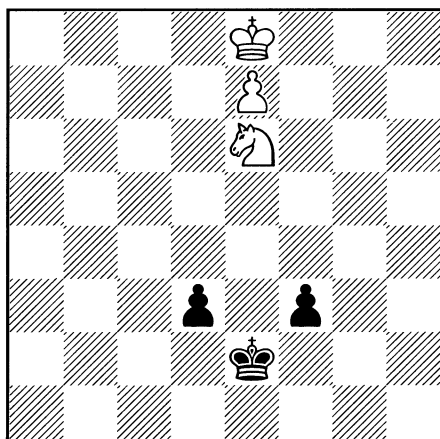


Рис. 260. Выигрыш.

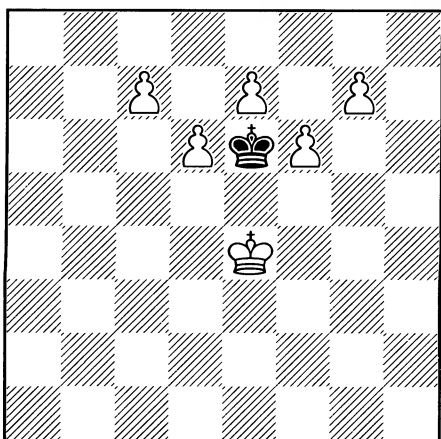


Рис. 261. Мат в 3 хода.

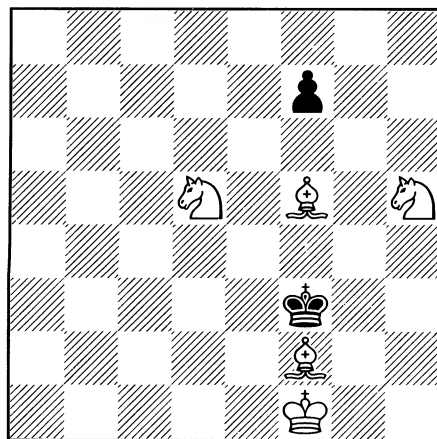


Рис. 262. Мат в 4 хода.

Какова роль вертикалей «а», «b» и «с», нарушающих симметрию в задаче Й. Бройера (рис. 262)? Именно на них разворачиваются главные события.

1. ♔a7! Справа аналогичное поле отсутствует.

1...f6 2. ♘b6! Временно перекрывая слона.

2...♔e3 3. ♘c4++ ♔f3 4. ♘d2X. Популярная «индийская тема», выраженная в симметричной форме.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ШАХМАТЫ

В первых четырех главах заключительного раздела книги продолжается рассказ о связях шахмат и математики. В ретроанализе, области шахматной композиции (первая глава), приходится не столько анализировать шахматную позицию, сколько производить математические расчеты для определения, как она возникла на доске. Далее шахматная игра как таковая отсутствует, а обсуждаются системы проведения шахматных турниров: круговая, матчевая, кубковая, шевенингенская и др., а также рассказывается о математическом методе расчета рейтинга шахматистов. Следующие шесть глав посвящены игре компьютеров. Рассматриваются разные аспекты этой темы: экскурс в историю, сражения между компьютерами и шахматными королями, чемпионаты мира среди ЭВМ, анализ окончаний, решение головоломок, задач и этюдов.

Глава 21

ПУТЕШЕСТВИЕ В ПРОШЛОЕ

Необычный жанр шахматной композиции – ретроанализ – имеет к математике не меньшее отношение, чем к шахматам. Здесь не нужно решать задачу или этюд – предлагаемая позиция довольно проста, а требуется провести определенные, часто весьма тонкие, вычисления, чтобы установить, как она возникла на доске, могла ли получиться в реальной партии. Эта глава попала в раздел, посвященный компьютерным шахматам. Почему? Забавно, но это единственная область шахматной игры, куда компьютеры еще не добрались. Во всех остальных главах данного раздела без ЭВМ никак не обойтись...

Надо ли напоминать, что партия должна идти по правилам. Например, ходы делаются по очереди, король не становится под шах, взятые фигуры снимаются с доски и т. д. Что касается шахматной задачи, положение фигур в ней должно быть легально – получаться из исходной расстановки. Именно эти очевидные соображения лежат в основе ретроанализа (от латинского *retro* – назад, вспять).

Во время игры партнеры часто стремятся к одной и той же позиции, но оценивают ее по-разному. Соответственно, не совпадают и их прогнозы на будущее. А «прогнозы на прошлое» в ретрозадачах всегда однозначны, правда, истину часто удается установить в результате непростых логических и математических рассуждений. Предстоит выяснить предысторию позиции – чья очередь хода, какими были последние взятия, возможна ли рокировка и т. д. Короче говоря, необходимо установить, как возникло данное положение на доске, то есть заглянуть в его прошлое. Особую роль, как мы убедимся, играет известное нам свойство коня-хамелеона на каждом ходу менять цвет поля, на котором он стоит (см. первый раздел).

В позиции на рис. 263 (авторы Н. Плаксин и В. Корольков), на первый взгляд, всё очевидно – 1. ♖:с7X. Но можно ли утверждать, что сейчас ход

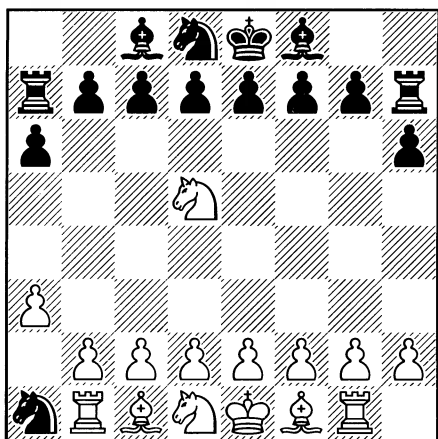


Рис. 263. Мат в 1 ход.

сделано нечетное число ходов. Слоны не покидали своих мест, как и ферзь, который был взят черным конем. В распоряжении короля два соседних поля — e1 и d1, и либо он не двигался, либо сделал четное число. Из пешек на одно поле переместилась только ладейная — нечетное число.

Как будто сложнее подсчет ходов, сделанных конями, так как неизвестно, где какой конь находится. Но это не играет роли. Здесь-то и проявляется особенность коня-хамелеона. Если на d5 ферзевый конь, то на это белое поле с белого же b1 он попал за четное число. В этом случае на d1 королевский конь, а поскольку и это поле белое, с черного g1 он мог попасть на него только за нечетное число. Таким образом, кони вместе сделали нечетное число ходов.

Пусть теперь на d5 находится королевский конь, а на d1 — ферзевый. Тогда на d5 конь попал за нечетное число (с черного на белое), а на d1 за четное (с белого на белое), и общая сумма вновь нечетна!

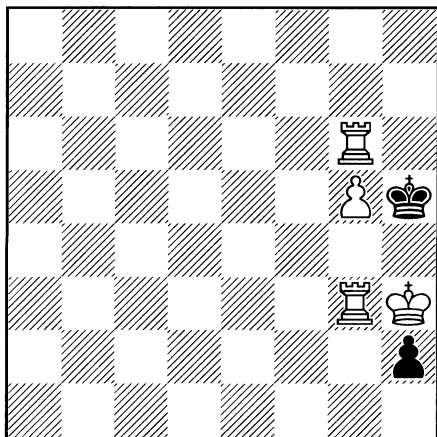


Рис. 264. Мат в 1 ход.

белых? А если ход черных, и тогда они объявляют мат — 1...♘:c2X? Для определения очереди хода проведем ретроанализ позиции.

Выясним, какое число ходов, четное или нечетное, сделала каждая из сторон прежде, чем возникло данное положение. Рассмотрим ходы белых фигур. Королевская ладья, сколько бы ни ходила, с исходного поля h1 попала на g1 за нечетное их число. В распоряжении ферзевой ладьи было три поля: a1, a2 и b1, но каждый раз она могла пойти только на соседнее: с a1 на a2 и b1, а с a2 и b1 — на a1. Так как в данный момент она на b1, ею

Суммируя все ходы белых, получаем четное число ходов. Аналогичный расчет для черных показывает, что ими в общей сложности сделано нечетное число ходов. Итак, сейчас ход черных, и матают именно они — 1...♘:c2X.

Рассмотрим еще несколько примеров. Задача на рис. 264 может вызвать удивление, ведь нет ничего проще — 1. ♖h6X. Но мы уже знаем, что не стоит спешить с ответом...

Взглянем еще раз на позицию. И вот вопрос, как перед этим ходили

черные? Король не мог попасть на h5 ни с h4, ни с g4 — в этом случае он стоял бы рядом с белым оппонентом; ни с h6, где находился бы под невозможным двойным шахом. Нет хода и у черной пешки, ведь поля g3 и h3 заняты.

Итак, у черных отсутствует предыдущий ход, и, значит, позиция легальна только при ходе черных — **1...h1** ♖X. Наша гипотеза оказалась ошибочной — матуют не белые, а черные.

Для овладения подобными логическими экспертизами рассмотрим несколько стандартных нелегальных позиций. Их легко сконструировать, но в партии они возникнуть не могут.

Для экономии места на рис. 265 представлены сразу четыре невозможные конфигурации. Каждая ставит вопрос, на который нет ответа.

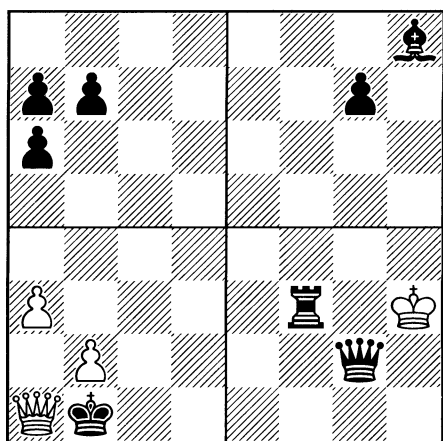


Рис. 265.

Невозможные конфигурации.

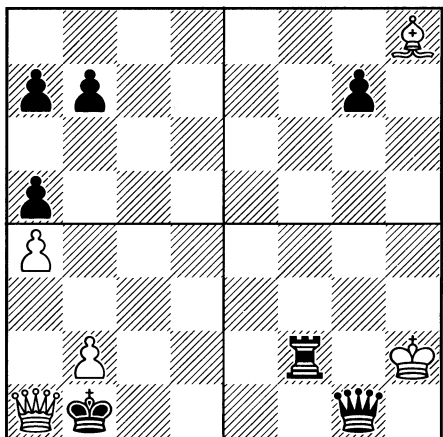


Рис. 266. Легальные позиции.

Откуда появилась черная пешка на a6? Ниоткуда. Перед нами нелегальный пешечный треугольник.

Как слон попал на h8? Никак. Мешает черная пешка g7, стоящая на исходном месте. Это нелегальное положение фигуры.

Каким образом белые дали шах ферзем с a1? Никаким. На это поле ферзь мог попасть только с a2, но тогда черный король стоял бы под шахом при ходе белых. Шах нелегальный.

Могли ли черные дать двойной шах ферзем и ладьей? Не могли. Такой шах принципиально невозможен.

Число таких «абракадабр» легко увеличить; кстати, они напоминают «невозможные объекты», встречающиеся в математике и физике — на рисунках выглядят вполне правдоподобно, а взглядишься — обнаружишь, что перед тобой предмет-призрак.

На рис. 266 вновь изображены четыре позиции. Они лишь незначительно отличаются от предыдущих, но уже абсолютно легальны.

Черная пешка a5 попала сюда после взятий c7:b6 и b6:a5. Другой маршрут исключен.

Белая пешка «h» дошла до h7 и затем сыграла h7-h8 ♔. Слон h8 может быть только превращенным.

Ферзь объявил шах черному королю ходом ♔a3-a1+ или ♔a3:a1+.

Двойной шах на сей раз легален. Только что черная пешка стала ферзем — g2-g1♔++.

Искусство решения ретрозадач в том и состоит, чтобы в далеком прошлом позиции отличить возможные конструкции от невозможных. Рассмотрим еще два положения (рис. 267).

Слева белая пешка, стоявшая на b7, последним ходом взяла черную фигуру на a8 и превратилась в ладью — b7:a8♖+. Но какую фигуру она взяла? Если предположить, что ферзя, ладью или слона, то тогда не удастся указать предыдущего хода черных. Значит, только коня, и последним был ход (ретроход) b7:(♘)a8♖+. В скобках указана взятая фигура, а точнее, возрождающаяся при ретроанализе. Последним ходом черные поставили на a8 коня с c7, но не с b6 из-за нелегального шаха белому королю.

Справа белые могли дать шах только ходом ♔g2-f2+, а перед этим шаховали черные — f2-f1♚+. Этот факт можно кратко записать ретро-нотацией: 1. ♔g2-f2+ f2-f1♚+. Счет ходов противоположен обычному и идет от настоящего к прошлому.

Еще два примера, соединенных вместе (рис. 268). Слева напрашивается ♘b1X. Но последний ход b3-b2 невозможен из-за нелегального шаха слоном a1. Значит, ход черных, и мат конем дают они — 1...b1♘X!

Аналогичная картина наблюдается и справа. Если считать, что решает 1. ♙g8X, то нет последнего хода черных. В случае g7-g6, g7:h6 или g7:f6 нелегален слон h8. Положение, в котором нет легального хода у одной из сторон, называется ретропатом. Здесь ретропат у черных, и матует их слон — 1...♙g7X.

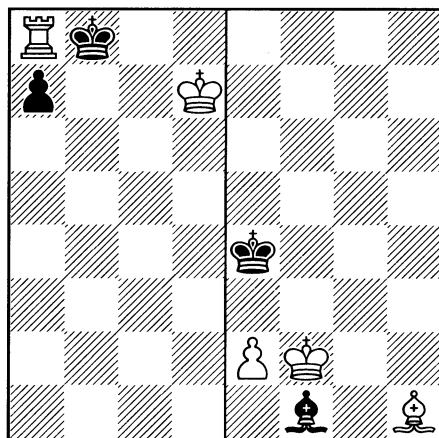


Рис. 267. Возможен ли шах?

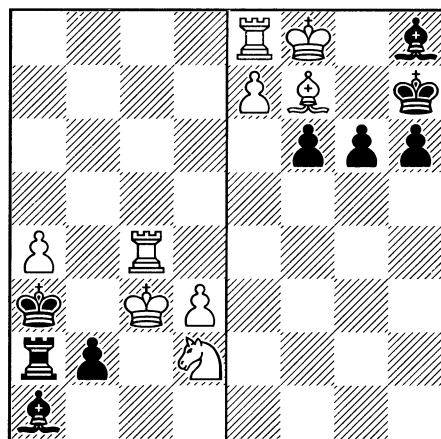


Рис. 268. Мат в 1 ход.

Первые ретрокомпозиции появились в середине XIX века, а расцвета этот жанр достиг сто лет спустя. На рис. 269 задача двух классиков ретроанализа В. Королькова и Н. Плаксина.

Последние ходы были такие (запись в ретронотации): 1. a7-a8♘X, ♔d7-c7, 2. c7-c8♙+ ♔e7-d7 3. d7:e8♖+ ♔f6-e7 4. g7:h8♚+, и позиция развязана. Как видим, ее легальность доказывается превращением белых пешек подряд в ферзя, ладью, слона и коня — редчайший случай! Итак, всё правильно, на доске действительно мат.

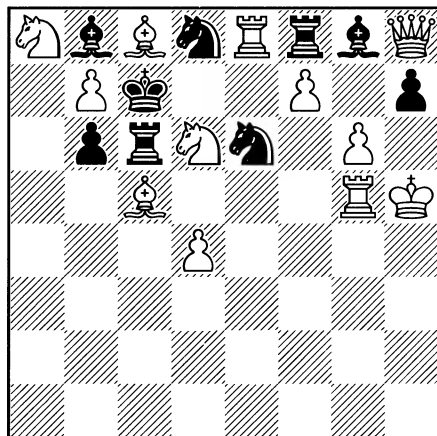


Рис. 269. Мат?

Решить одноходовку ретромастера Н. Плаксина на рис. 270 несложно — пешка «d» бьет фигуру с матом. Остается разобраться, кто именно матует — белая берет на e8 или черная — на e1? Предположим, что белая. Тогда последний ход черных был ♔c8-d8 или d3-d2. В первом случае белые предыдущим ходом объявляли шах — e6:d7+. Но возможно ли это? Проверим баланс черных фигур. Десять из них стоят на доске. Пять взяла белая пешка a2, чтобы добраться до d7 — a2:b3:c4:d5:e6:d7+. Одну черную фигуру взяла белая пешка «d» — d2:c3. Наконец, черный чернополюсный слон погиб на родном поле f8, так как пешки g7 и e7 занимают исходные места.

Подведем итог: 10+5+1+1=17. Многовато! В начале партии у каждой стороны только по 16 боевых единиц. Итак, ретробухгалтерия отвергает возможность последнего хода короля на d8.

А могли ли черные пойти пешкой — d3-d2? Баланс белых фигур сходится — 12 на доске, и 4 взяла черная пешка «h» — h7:g6:f5:e4:d3, итого 12+4=16. Но какие фигуры она взяла? Разумеется, те, которые отсутствуют: ферзя, ладью, коня и чернополюсного слона. Но такой слон не мог быть взят на белополюсной диагонали. Итак, эффект цветности запрещает и ход пешки «d».

Приходится делать вывод, что последними ходили белые, и теорема доказана: мат объявляют черные — 1...d2:e1♚X!

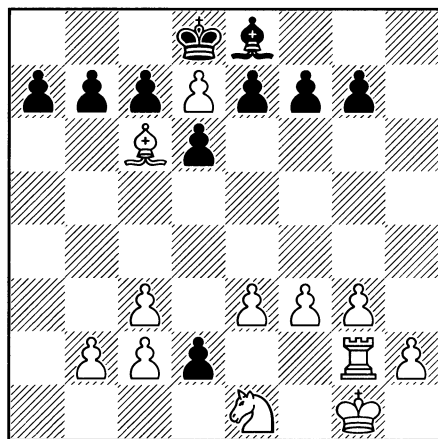


Рис. 270. Мат в 1 ход.

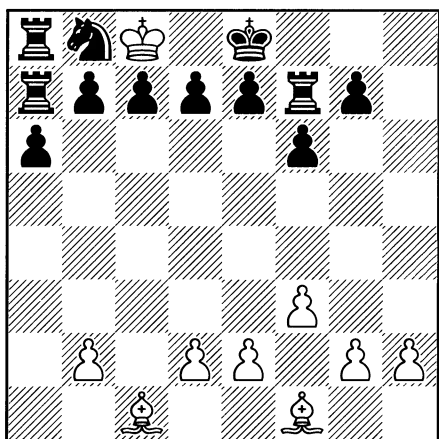


Рис. 271. Легальна ли позиция?

приходит на b8, белый король — на c8, и черный — на e8. Финальный маневр: третья черная ладья проникает на f7.

После прибытия черного короля на e8 белые могут ходить только оставшейся ладьей — ♖h1-g1-h1. В ретрономации всё это выглядит наоборот: 1...♙e8 2. ♙c8 ♙f8 3. ♙d8 ♙g8 4. ♙c8 ♙h7 5. ♙d8 ♙g6 6. ♙c8 ♙f5 7. ♙d8 ♙e5 8. ♙c8 ♙d4 9. ♙d8 ♙c4 10. ♙c8 ♙b3 11. ♙d8 ♙c2 12. ♙c8 ♙d1 13. ♙d8 ♙e1 14. ♙c8 ♙f2 15. ♙d8 ♙:g1 16. ♚g1 ♙f2 17. ♚h1 ♙e1 18. ♚g1 ♙d1 19. ♚h1 ♙c2 20. ♚g1 ♙b3 21. ♚h1 ♙c4 22. ♚g1 ♙d4 23. ♚h1 ♙e5 24. ♚g1 ♙f5 25. ♚h1 ♙g6 26. ♚g1 ♙h7 27. ♚h1 ♙g8 28. ♚g1 ♙f8 (рис. 272).

Получилась почти копия исходной позиции, но с белой ладьей. Предыдущее просто: 29. ♚g1-h1 ♚f8-f7 30. ♚h1-g1 ♚h8-f8 31. ♚g1-h1 ♙f8-e8 32. ♙d8-c8, и позиция развязана.

На рис. 273 еще одна задача В. Королькова, иллюстрирующая один из самых популярных сюжетов в ретрокомпозиции, называемый «чет-нечет». Как будто сомнений нет — черные объявляют мат — ♜d4:c2X, как на рис. 1. Но не будем торопиться, выясним сначала, чей сейчас ход.

Пусть, скажем, начало партии 1. e2-e4 e7-e5. Каждая из сторон сделала нечетное число ходов (точнее сказать, полуходов) — по одному (нечет). После 2. ♜g1-f3 у белых четное число (чет), а у черных нечетное (нечет). Ответ ♜b8-c6 — чет и у белых, и у черных. Итак, получаем уже известный нам закон: при сов-

В третью черную ладью в позиции В. Королькова и А. Троицкого (рис. 271) превратилась пешка h7. Ее маршрут — h7:g:f:e:d:c:b1♚. По пути было взято шесть белых фигур, и, значит, пешка «а» предварительно превращалась — a:b:a7-a8♙. С учетом черных слонов, погибших на c8 и f8, в ретробалансе остается неучтенной только седьмая недостающая фигура белых — ладья h1. Пока вернем ее на доску.

Дальнейшее исследование прошлого позиции таково: одна черная ладья пробирается на a7, вторая становится рядом с ней на a8. Затем конь

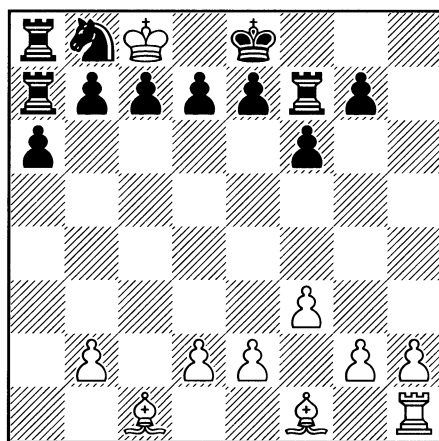


Рис. 272.

Копия исходного положения.

падении четностей ход белых, при несовпадении — черных.

С этой точки зрения и подойдем к анализу. Установим, сколько ходов сделали белые. Хотя в распоряжении каждой из ладей по три поля, у них по нечетному числу ходов (1, 3, 5...). Итак, ладья b1 — нечет, ладья h2 — тоже нечет. Слоны и ферзь не двигались с места (ферзь был взят черным конем), 0 ходов — чет. Король e1 — чет (0, 2, 4...). Крайние пешки продвинулись на одно поле, каждая — нечет.

Осталось разобраться с конями. В начале игры они стоят на полях разного цвета, и каждым ходом конь меняет цвет поля. Значит, при конях на полях разного цвета (как в исходном положении) общее число их ходов четное, а на полях одинакового цвета — нечетное. В данном случае оба коня занимают белые поля — нечет. В итоге получаем: чет ладей + чет короля + чет ферзя + чет слонов + чет пешек + нечет коней = нечет ходов всех белых фигур. Подобный ретроанализ мы уже провели в самом начале главы.

Проделав аналогичный расчет для черных, тоже получаем нечет. Четности совпали — сейчас ход белых. Поскольку они взяли коня d4, то должны сделать «неожиданный» ход 1. ♖b5:d4.

Итак, основное звено в решении подобных головоломок — определение очередности хода. Разобравшись в методе расчета, теперь нам нетрудно провести необходимый ретроанализ.

Чтобы запутать решателя, придумывают самые разные трюки. В позиции В. Королькова (рис. 274) — один из них. Ходить могут только ладьи и кони белых, и, как будто, делается один из восьми ходов — ♖:a1, ♖:h1, ♘:a6, ♘:c6, ♘:d7, ♘:e7, ♘:f6, ♘:h6. Как ни странно, ни один из них не годится. Произведя соответствующий расчет, можно убедиться, что черные сделали четное число ходов, а белые нечетное. Значит, сейчас ход черных? Но они не в состоянии взять ни одну фигуру противника (пешки не в счет) и не могут держать белую фигуру.

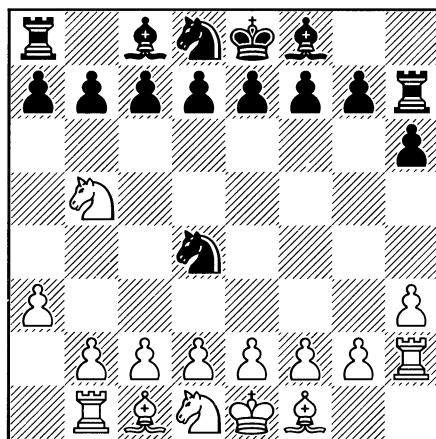


Рис. 273. Игрок взял коня d4, какой ход он сделает?

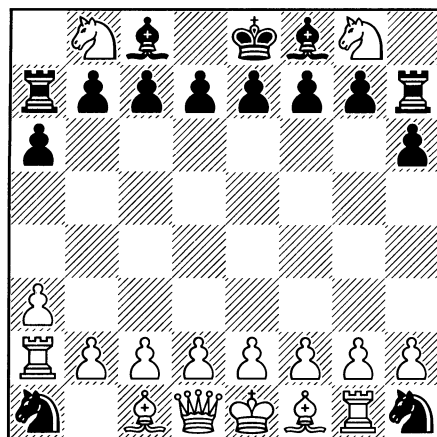


Рис. 274. Игрок держит белую фигуру, какой ход он делает?

Выходит, свою фигуру держат белые, которые завершают ход. Но что это за ход? Король, ферзь, ладьи, слоны и пешки пойти не могли, а ход ♘f6-g8 не мог быть последним, так как в этом случае черный король стоял бы под шахом. Следовательно, искомым является ход ♖c6-b8, и белые еще не отпустили руку от своего коня!

Тема «чет-нечет» заинтересовала Д. Бронштейна, который придумал остроумную задачу (рис. 275).

По условию, белые последним ходом сыграли 0-0, а черные, как легко видеть, сыграли h6-h5. Теперь убедимся, что они не могли пойти в «партии» a7:b6. Белый ферзь был уничтожен на исходном месте, и на b6 мог быть взят только конь (ладья a1 была дана в фору). Значит, в одного из белых коней превратилась пешка a2. Черные подготовили эту операцию при помощи ♖a8-b8 и ♘b6-a8, а белые довели пешку «а» до a7 с последующим a7:(♙)b8♘. Всё это произошло раньше, чем возникла данная позиция.

Посмотрим, сколько ходов сделано до финальной рокировки. Начнем с черных фигур. Их ферзь и слоны не двигались с места. Кони a8 и e3 (второй был взят пешкой f2:e3) сделали четное число. У ладей g8 и b8 (вторая погибла при превращении белой пешки) тоже чет. Пешки сделали три хода — a7:b6 и h7-h6-h5. Вот где используется то обстоятельство, что пешка «h» попала на h5 в два приема. В итоге у черных нечет.

Займемся теперь белыми фигурами. Их ферзь, слоны, король и ладья h1 не двигались с места (расчет ведется до рокировки). Ладья a1 дана в фору. У коней h7 и h8 чет (удивительно, но конь превращенный на b8, не изменил четности). Если пешку «а» не принимать во внимание, то у пешек два хода — f2:e3 и h2-h3. В результате (без учета пешки «а») у белых чет.

Перед рокировкой белых четности должны совпадать. Значит, пешка a2 сделала нечетное число ходов — пять, и ее маршрут был таким: a2-a4-a5-a6-a7:b8♘. Итак, первый ход пешки сразу на два поля вперед a2-a4!

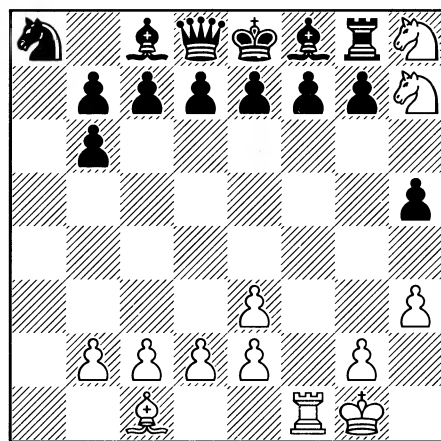


Рис. 275. Белые только что рокировали. Какой первый ход сделала пешка a2, если они давали фору ладью?

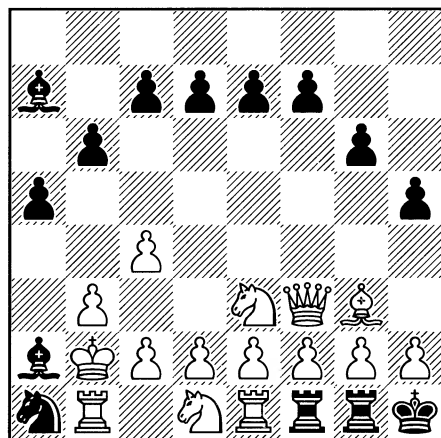


Рис. 276. Мат в 3 хода.

По шахматному кодексу, если обе стороны сделали по 50 ходов, в течение которых ни одна фигура не взята и ни одна пешка не двигалась, партия заканчивается вничью. Это правило лежит в основе большого, можно сказать, математического, раздела ретрозадач.

Кажется, что в задаче Н. Плаксина на рис. 276 белые могут отступить слоном g3 на любое поле, скажем, 1. ♘e5 и далее 2. g4+ ♖g2 3. ♔:g2X. Однако у черных находится неожиданное опровержение — 1...♘b8! Как показывает кропотливый ретроанализ позиции, за последние 49 ходов белых и черных на доске не произошло ни одного взятия, и ни одна пешка не шелохнулась. Ход слоном на e5 был 50-м белых, и, отступая слоном на b8 — тоже 50-м, черные требуют ничью по правилу 50 ходов!

А решает только 1. ♘:c7 — взятие! — и надежды черных на спасительное правило 50 ходов рушатся. Теперь грозит 2. g4+, в случае 1...♖:f2 ферзь берет одну за другой обе ладьи и объявляет мат. А попытка черных перекрыть слона — 1...d6 или 1...e5 отражается при помощи 2. h4! со смертельной угрозой 3. ♔h3X.

Всё ясно? Тогда попробуйте справиться с задачей Н. Плаксина на рис. 277.

При своем ходе побеждают черные — 1...♖:c1X. Если же ход белых, то 1. ed ♖:c1 + 2. ♔e2 ♖:e1 + 3. ♖:e1, и верх берут они. Кто же выигрывает? Никто! Тщательный ретроанализ показывает, что эта позиция могла получиться только в том случае, если более 50 ходов белых и черных на доске не было взятия фигур и движения пешек. Таким образом, в этом положении автоматически фиксируется ничья.

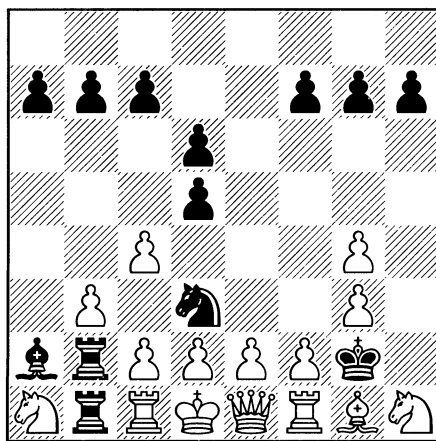


Рис. 277. Кто выигрывает?

Путешествие в прошлое при помощи своеобразной машины времени завершим двумя забавными примерами Н. Плаксина. Задачу на рис. 278 (буква «К»!) автор посвятил шахматному королю — то ли Карпову, то ли Каспарову, то ли Крамнику...

На первый взгляд всё просто: пешка ставится на b7 и 1. b8♔X. Но для данного расположения пешек 15 черных фигур не хватает (было произведено 16 взятий). Выполнить задание можно, но только добавив черную пешку — на c2, и 1...c1♔X!

И на рис. 279 придется включить машину времени. Кроме коня, обоих королей одновременно атакуют еще и ферзь d7. Значит, этот ферзь и конь d8 одного цвета, причем белого, иначе невозможен двойной шах. Король f7 — черный, а последний ход сделала белая пешка «е» — e7:d8♔+++. Помимо ферзя d7, удары еще 7 ферзей — a4, a6, b7, c2, c8, g2 и h6 — сфокусированы на поле

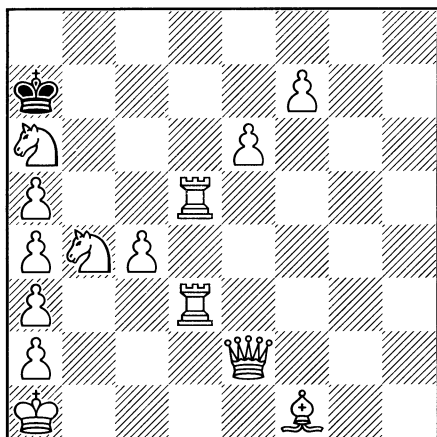


Рис. 278. Добавить одну пешку и дать мат в 1 ход.

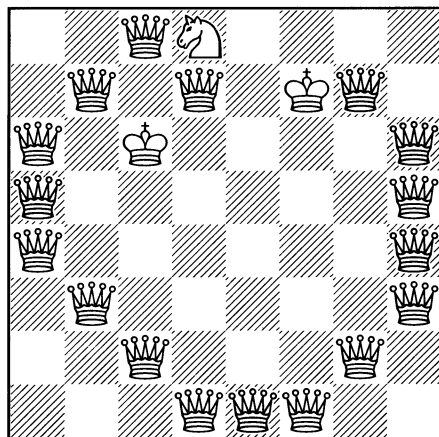


Рис. 279. Раскрасить фигуры.

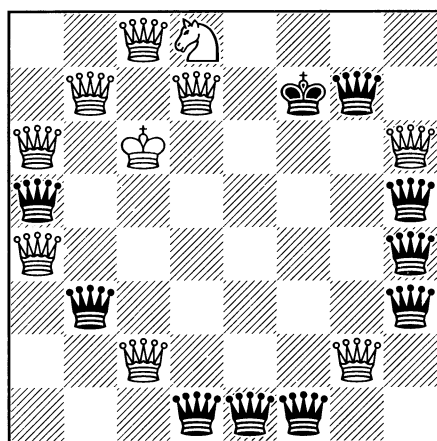


Рис. 280. Правильная раскраска.

сб. Эти ферзи тоже белые, иначе оба короля находились бы под шахом. Так как одна из белых пешек превратилась в коня, больше семи превращенных белых ферзей (а всего восемь) быть не может. Отсюда следует, что еще не раскрашенные девять ферзей — черные, разумеется, восемь из них — превращенные. Итак, правильная раскраска фигур показана на рис. 280.

Если бы картинки для раскрашивания в магазинах игрушек снабжались шахматно-математическим сюжетом, пользы от них было бы гораздо больше!

Глава 22

МАТЕМАТИКА ТУРНИРОВ

В этой главе много математики, может быть, даже больше, чем в других, но... вовсе отсутствует шахматная доска. Впрочем, шахматы трудно представить себе без многочисленных турниров, всевозможных чемпионатов и соревнований. Именно в них непрерывно встречаются друг с другом гроссмейстеры и мастера, знаменитые шахматисты и простые любители.

Существует немало систем для проведения шахматных турниров: олимпийская (ее также называют кубковой или нокаут-системой), швейцарская, круговая, матчевая и шевенингенская, матчи-турниры. Каждая из них имеет свои математические особенности, а с практической точки зрения своим преимуществам и недостаткам. При этом придумано немало интересных задач и головоломок, связанных с турнирами.

В Кубке число участников n обычно представляет собой степень двойки, $n=2^k$, и он разыгрывается в k этапов — после каждого число соискателей сокращается вдвое. Так, в 1998–2004 годах состоялось пять чемпионатов мира ФИДЕ среди мужчин, в которых каждый раз участвовало 128 сильнейших гроссмейстеров планеты, и за 7 этапов ($n=128=2^7$, $k=7$) определялся его обладатель. Ныне эти соревнования называются Кубком мира, и его обладатель автоматически попадает в турнир претендентов. Хотя в кубковой, нокаут-системе есть случайный элемент, чемпионом, как правило, становится достойный кандидат. Так, индийский гений шахмат Виши Ананд в 2000 году выиграл чемпионат мира ФИДЕ по нокаут-системе, в 2007-м стал «классическим» королем в турнире по круговой системе, а затем в 2008, 2010 и 2012 годах подтвердил свой титул в трех традиционных матчах (с Крамником, Топаловым и Гельфандом).

Между прочим, автору этой книги в 1971 году удалось завоевать первый Кубок Москвы. В нем стартовало 64 шахматиста, и для победы пришлось выиграть шесть матчей ($n=64=2^6$, $k=6$).

В розыгрыше Кубка города участвуют n игроков. Предварительно проводятся Кубки районов (в городе p районов с числом участников n_1, n_2, \dots, n_p), и их победители уже вступают в борьбу за главный приз. На обоих этапах играется одна партия, и проигравший выбывает из игры (при ничьей вперед проходят черные). Сколько всего партий будет сыграно в Кубке города?

Решение этой задачи, как ни странно, короче формулировки. После любой партии из Кубка выбывает ровно один участник, а поскольку в конце концов его покидают $n-1$ участник — все, кроме победителя, и в общей сложности будет сыграна $n-1$ партия. Ответ не зависит ни от числа районов в городе, ни от распределения игроков в них.

Пусть теперь количество участников n не является степенью двойки, и $2^k < n < 2^{k+1}$. Тогда число этапов равно $k+1$, причем победитель сыграет либо $k+1$ матч, либо k (во втором случае ему повезло с жеребьевкой, он без игры прошел во второй круг). В общем случае, если в Кубке играют n шахматистов, число туров равно $\lceil \log_2 n \rceil$ (квадратные скобки означают здесь наименьшее целое число, большее или равное данному).

Нокаут-систему можно считать объективной, если отношение между силами игроков, как говорят математики, обладает свойством транзитивности: если А сильнее Б, а Б, в свою очередь, сильнее В, то и А сильнее В. При таком предположении система вполне удобна — гроссмейстер (команда), одержавший победы на всех этапах, включая финал, действительно превосходит всех соперников. Другое дело, если в турнире нужно определить не одного, а нескольких лауреатов.

В Кубке участвуют n игроков. Какое наименьшее число партий достаточно сыграть, чтобы определить первого и второго призеров (соперники играют по одной партии, условие транзитивности по-прежнему соблюдается)?

Как мы знаем из предыдущей задачи, для определения победителя Кубка хватает $n-1$ партий. Серебряным призером обычно объявляется тот, кто уступил в финале. На самом деле, объективнее всего его выбирать из тех, кого поверг первый призер. Таковых не больше $\lceil \log_2 n \rceil$, и розыгрыш микро-кубка среди них позволит установить второго призера. Значит, понадобится еще $\lceil \log_2 n \rceil - 1$ партий. Таким образом, для определения двух призеров надо сыграть $n + \lceil \log_2 n \rceil - 2$ партии.

На практике транзитивность соблюдается редко, поэтому предпочитают другие системы. Преимущество кубковой системы заключается в большом числе участников, которые одновременно играют в турнире (точнее, стартуют в нем). Тем же достоинством обладает и швейцарская система, но здесь проигравшие не выбывают, а все играют до конца. После каждого тура участники разбиваются на группы с одинаковым числом очков (после первого тура образуются три группы: 1 очко, 0,5 и 0 и т.д.), и в следующем туре по жеребьевке встречаются партнеры из одной группы (или из соседних групп). Шахмати-

сты не должны дважды встречаться в турнире, кроме того, желательно, чтобы они меняли цвет фигур.

По швейцарской системе обычно проводятся отборочные соревнования, и 9-11 туров вполне хватает, чтобы определить самых достойных. Так, по «швейцарке» проходят все опен-турниры, в которых иногда собирается более 500 шахматистов.

Определить вручную пары игроков, которые должны встретиться в очередном туре — с учетом всех требований — неподъемная работа для судьи турнира, особенно при большом числе участников. Разумеется, в наше время расписание составляет специальная компьютерная программа. Например, без нее невозможно было бы устраивать однодневные турниры по блицу или быстрым шахматам.

Самая распространенная и объективная турнирная система — круговая, все участники играют друг с другом. Порядок встреч по турам и цвет фигур зависит от номеров, которые они получают при жеребьевке, и указаны в специальных таблицах, составленных Й. Бергером. Клеточки таблицы заполняются в строгой последовательности, закономерность весьма четкая. Вот общая схема составления расписания кругового турнира с n участниками. При четном n в первом туре 1-й играет с n -м, 2-й с $(n-1)$ -м и т. д. Результаты тура отмечаются на большой диагонали. Затем каждый участник, кроме n -го, тур за туром движется по своей строке слева направо. Дойдя до самого себя, он «отвлекается» на встречу с n -м номером, а затем продолжает движение. «Упершись» в крайнюю клетку строки, перескакивает на 1-й номер и снова движется вперед.

Несложный математический анализ позволяет вывести простые правила. Пусть номера двух участников отличны от n , тогда сложим их. Номер тура, в котором они играют между собой, получается при вычитании 1 из этой суммы, если она не превосходит n , или при вычитании n , в противном случае. Если сумма нечетна, белыми играет меньший номер, если четна — больший. Например, при десяти участниках второй номер играет с пятым белыми в 6-м туре ($2+5=7$ — нечетное число, меньшее 10; $7-1=6$), а шестой с восьмым — черными в 4-м туре ($6+8=14$ — четное число, большее 10; $14-10=4$).

Расписание последнего номера иное. С участником i он играет в $(2i-1)$ -м туре, если $2i \leq n$, или в $(2i-n)$ -м туре, если $2i > n$. С первой половиной номеров n -й играет черными, со второй — белыми. Так, при 10 участниках последний номер встречается с третьим черными в 5-м туре ($2 \times 3 - 1 = 5$) и белыми с седьмым в 4-м ($2 \times 7 - 10 = 4$).

Если n нечетно, то вводится «фиктивный» участник с номером 1; встреча с ним означает, что в соответствующем туре шахматист свободен от игры. При четном n игроки первой половины таблицы играют на одну партию белыми больше (за счет «белой» партии с n -м номером), и поэтому при жеребьевке шахматисты предпочитают вытягивать номера с первого по $n/2$. Разумеется, турнирное расписание перед началом турнира мгновенно выдает компьютерная программа.

Дабы свести к минимуму элемент случайности, турнир часто проводится в два круга, при этом партнеры играют одну партию белыми и одну черными. Круговая система используется в соревнованиях по многим видам спорта, но такое математически четкое расписание применяется только в шахматах. Некоторые участники играют здесь дважды подряд одним цветом. При помощи теории графов доказано, что можно составить расписание, при котором у всех игроков будет чередование цветов. Однако оно несколько сумбурно и поэтому на практике никогда не применяется.

Кстати, любой круговой турнир можно изобразить в виде графа, вершины которого соответствуют участникам, а ребра — встречам между ними. Если партия результативна, то соответствующее ребро снабжается стрелкой, направленной от победителя к побежденному. Графам турниров посвящено немало серьезных математических работ.

Про круговые турниры придумано много интересных задач, рассмотрим некоторые из них. Заметим, что в разных видах спорта очки начисляются по-разному. Так, в футболе уже много лет за победу дается 3 очка, за ничью — 1, за проигрыш — 0. Но в шахматах соблюдается давняя традиция: за победу — 1 очко, за ничью — 0,5, за поражение — 0.

Три шахматиста провели за доской целый день, причем каждая пара сыграла друг с другом одинаковое число партий, — получился многокруговой турнир. Стали думать, кто выступил лучше всех. Первый сказал: «У меня больше всех побед». Второй возразил: «А у меня меньше всех поражений». Когда же подсчитали очки, оказалось, что третий набрал больше всех очков. Возможно ли такое?

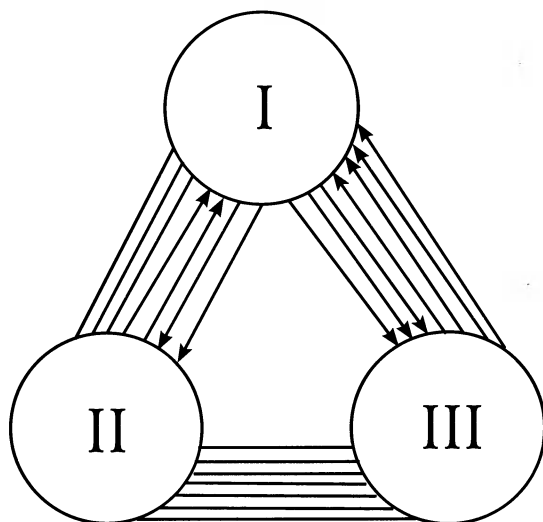


Рис. 281. Турнир трех.

Ситуация кажется нереальной, но ответ положительный. Таблицу составить несложно, а еще проще нарисовать граф — рис. 281. Здесь каждые два игрока провели по семь партий. Первый у второго две выиграл и столько же проиграл. С третьим он три выиграл и четыре проиграл. Все остальные встречи закончились вничью. Итак, у первого больше всех побед — пять и 6,5 очков. У второго меньше всех поражений — два и 7 очков, у третьего четыре победы и три поражения, но больше всех очков — 7,5, он и вышел победителем турнира.

Доказать, что после окончания турнира всех его участников можно перенумеровать так, чтобы ни один не имел поражения от следующего.

Проведем доказательство методом математической индукции. Для турнира с двумя участниками утверждение очевидно. Пусть теперь оно верно для любого турнира с k участниками. Покажем, что в этом случае необходимым образом можно расположить и $k+1$ участников. Расположим в нужном порядке любых k из них (по предположению, это можно сделать) и посмотрим, как $(k+1)$ -й сыграл с первым. Если он выиграл у него или сыграл вничью, то поставим его на первое место, а если проиграл, то посмотрим, как сыграл со вторым, и т.д. Если в конце концов среди упорядоченных k участников найдется такой, у которого $(k+1)$ -й выиграл (а предыдущему проиграл), то поставим его перед ним, в противном случае он займет последнее место. В результате все $k+1$ участников расположатся нужным образом.

В турнире играют 10 человек. Могут ли какие-либо трое из них набрать на 4 очка больше, чем остальные семеро?

Трое шахматистов могут набрать самое большое 24 очка (3 между собой и 21 очко с другими), остальные семеро, проведя между собой $7 \times 6 / 2 = 21$ партию, наберут вместе не меньше 21 очка. Итак, разрыв в 4 очка невозможен.

Какой наибольший разрыв может быть между двумя игроками, занявшими соседние места в турнире с n участниками?

Пусть наибольший разрыв имеют игроки, занявшие места s и $s+1$. Первые s сыграли между собой $s(s-1)/2$ партий и набрали столько же очков. Кроме того, они сыграли $s(n-s)$ партий с занявшими места $s+1, s+2, \dots, n$ и набрали с ними не больше, чем $s(n-s)$ очков. Итак, число очков у первых s игроков не превосходит $s(s-1)/2 + s(n-s) = s(2n-s-1)/2$. Поскольку участник с номером s среди первых s игроков занял последнее место, то он набрал не более $s(2n-s-1)/2s = (2n-s-1)/2$ очков.

Участники $s+1, \dots, n$ сыграли между собой $(n-s)(n-s-1)/2$ партий и набрали столько же очков. Занявший $(s+1)$ -е место стал первым среди последних $n-s$ игроков и набрал не менее $(n-s)(n-s-1)/2(n-s) = (n-s-1)/2$ очков.

Итак, разрыв между игроками s и $s+1$ не превосходит $(2n-s-1)/2-(n-s-1)/2 = n/2$. Например, он достигается, если победитель обыграл всех соперников и набрал $n-1$ очко, а остальные закончили между собой все партии вничью и набрали по $(n-2)/2 = (n/2-1)$ очков. При этом первый оторвался от остальных на $(n-1)-(n/2-1) = n/2$ очков.

В крупных соревнованиях такой разрыв практически не встречается. Правда, известны случаи (например, в практике Гарри Каспарова), когда победитель набирает большой «плюс», а все остальные участники турнира оказываются в «минусе».

В турнире с участием 8 гроссмейстеров все набрали разное число очков. У занявшего второе место столько же очков, сколько у четырех последних вместе. Как сыграли между собой бронзовый призер и игрок, занявший седьмое место?

Серебряный призер набрал не больше 6 очков, ведь у него меньше, чем у победителя. У занявших четыре последних места не меньше 6 очков (столько они набрали, встречаясь друг с другом). Таким образом, у второго призера ровно 6 очков, а четыре аутсайдера ничего не отобрали у занявших более высокие места. Отсюда следует вывод, что бронзовый призер обыграл занявшего седьмое место! А восстанавливать турнирную таблицу вовсе не требуется.

В турнире n гроссмейстеров и мастеров каждый набрал половину очков, играя с мастерами. Доказать, что n – квадрат целого числа.

Пусть a – число мастеров, а b – число гроссмейстеров. Мастера разыграли между собой $a(a-1)/2$ очков, а так как это половина их очков, столько же они набрали и против гроссмейстеров. Аналогично, гроссмейстеры, как между собой, так и с мастерами, набрали $b(b-1)/2$ очков. Значит, мастера и гроссмейстеры друг с другом набрали $a(a-1)/2 + b(b-1)/2$ очков. С другой стороны, число партий между старшими и младшими по званию равно ab , столько очков между ними и разыгрывается. Итак, $a(a-1)/2 + b(b-1)/2 = ab$, или, после упрощений, $a+b = (a+b)^2$. Так как $n = a+b$, то n – квадрат целого числа.

В турнире было сыграно 55 партий. Два участника выбыли из него, причем один успел сыграть 10 партий, а другой только одну. Встречались ли они между собой?

Пусть n – число участников, и тогда $n-2$ из них, которые довели турнир до конца, сыграли между собой $(n-2)(n-3)/2$ партий. А два интересующих нас соперника провели либо 10, либо 11 встреч – в зависимости от того, состоялась ли их собственная партия. Таким образом, надо рассмотреть два квадратных уравнения:

$$(n-2)(n-3)/2 + 10 = 55 \text{ и } (n-2)(n-3)/2 + 11 = 55.$$

Решение в натуральных числах имеет лишь первое из них ($n=12$), и, значит, партия состоялась.

В турнире участвуют 11 человек. В настоящий момент среди любых трех двое еще не сыграли между собой. Доказать, что всего сыграно не более 30 партий.

Рассмотрим участника А, который провел наибольшее число партий — k . Никакие двое из этих k не встречались между собой (ведь в одной тройке с А они уже сыграли две партии). Значит, каждый из них провел не более $10-(k-1)=11-k$ партий. Любой из остальных $10-k$ участников сыграл не более k партий. Поэтому их общее число не превосходит

$$\frac{1}{2}(k+k(11-k)+(10-k)k)=k(11-k).$$

Легко убедиться, что при целых значениях k это число не больше 30.

По окончании супертурнира пять его участников расположились по местам следующим образом: 1. Каспаров, 2. Крамник, 3. Ананд, 4. Корчной, 5. Карпов (обошлось без дележа мест). Во время банкета они обменивались впечатлениями:

«Не думал, что один обойдусь без поражений», – удивился Крамник.

«Лишь мне не удалось выиграть ни разу», – сокрушался Карпов.

Можно ли по этой информации восстановить турнирную таблицу?

Типичная логическая задача, в которой по неполным данным надо разобраться в ситуации. Всего в турнире разыгрывалось 10 очков. Каспаров набрал не более 3 (у него есть поражение), но и не менее 3, иначе порядок мест был бы таким: Каспаров — 2,5, Крамник — 2, Ананд — 1,5, Корчной — 1, Карпов — 0,5. Сумма равна 7,5 вместо 10. Значит, правильный вариант другой: Каспаров — 3, Крамник — 2,5, Ананд — 2, Корчной — 1,5, Карпов — 1, в сумме 10 очков.

Так как Каспаров сыграл четыре партии и одну проиграл, значит, три остальных выиграл. Крамник не проиграл ни разу, а выиграл одну (по условию),

№	Участники	1	2	3	4	5	О	М
1	Каспаров	♔	0	1	1	1	3	I
2	Крамник	1	♔	½	½	½	2½	II
3	Ананд	0	½	♔	1	½	2	III
4	Корчной	0	½	0	♔	1	1½	IV
5	Карпов	0	½	½	0	♔	1	V

Рис. 282. Супертурнир пяти корифеев.

то есть одолел как раз Каспарова. В остальных партиях он набрал 1,5 очка (всего 2, 5) — сделал три ничьи.

Ананд против Корчного и Карпова набрал 1,5 очка. Возможны два варианта: 1) Ананд выиграл у Карпова и сыграл вничью с Корчным. Тогда у Корчного с Карповым мирный исход, и у Корчного нет побед. Но это противоречит признанию Карпова. Вариант отпадает; 2) Ананд выиграл у Корчного и сыграл вничью с Карповым. Тогда Корчной выиграл у Карпова, набрал 1,5 очка, и всё сошлось (рис. 282).

В турнире вундеркиндов разных лет участвовали гроссмейстеры Карякин, Раджабов, Камский, Пономарев, Бакро и Карлсен (в таком порядке они и расположены в таблице). Карякин сыграл все партии вничью, Раджабов ни разу не проиграл, Камский обыграл победителя и сыграл вничью с Бакро, отставшим от Пономарева, а тот, в свою очередь, отстал от Карлсена. Кто сколько очков набрал и какое место занял?

Определим прежде всего победителя турнира. Это не Карякин (все ничьи), не Камский (он обыграл победителя), не Раджабов (ни разу не проиграл), не Пономарев (отстал от Карлсена), не Бакро (его обогнал Пономарев). Значит, турнир выиграл норвежский вундеркинд Магнус Карлсен, хотя он и уступил Камскому.

Как сыграли между собой Раджабов и Карлсен? Раджабов не выиграл (иначе у Карлсена было бы 2,5 очка, и он не стал бы первым), но и не проиграл (нет поражений) — ничья.

Чтобы стать победителем, Карлсен должен был набрать не менее трех очков — больше, чем Карякин, но тогда он выиграл у Пономарева и Бакро. Раджабов обошелся без поражений, и у него не меньше 2,5 очков. Но и не больше, иначе он догнал бы победителя. Значит, ровно столько — все ничьи.

Камский проиграл Пономареву, иначе у него было бы больше 2,5 очков. Так как Пономарев обогнал Бакро, француз не выиграл у него (иначе имел бы 2,5 очка, а Пономарев — 2). Но и Пономарев не взял верх над Бакро (тогда он

№	Участники	1	2	3	4	5	6	О	М
1	Карякин	♔	½	½	½	½	½	2½	II-V
2	Раджабов	½	♔	½	½	½	½	2½	II-V
3	Камский	½	½	♔	0	½	1	2½	II-V
4	Пономарев	½	½	1	♔	½	0	2½	II-V
5	Бакро	½	½	½	½	♔	0	2	VI
6	Карлсен	½	½	0	1	1	♔	3	I

Рис. 283. Турнир вундеркиндов.

догнал бы победителя). Ничья, и таблица готова! (рис. 283). Хотя играла одна молодежь, турнир получился довольно миролюбивым.

В данный момент не менее $3/4$ всех партий кругового турнира закончились вничью. Доказать, что какие-то два участника набрали одинаковое число очков.

Для удобства будем пользоваться такой системой подсчета: 1 — за победу, 0 — за ничью, -1 — за поражение (эта система эквивалентна обычной). Пусть n — число участников турнира, положим $k=n/2$ при четном n , $k=(n-1)/2$ при нечетном n .

Предположим, что к данному моменту все участники набрали разное число очков. Тогда среди них найдутся либо k с положительным результатом, либо k с отрицательным. Достаточно рассмотреть один случай, например, первый. Поскольку эти k шахматистов набрали разное число очков, а число очков каждого не меньше числа выигранных им партий, общее число побед не меньше $1+2+\dots+k = k(k+1)/2$. Число всех партий в турнире равно $(n-1)n/2$, поэтому доля результативных партий к данному моменту не меньше

$$\frac{k(k+1)}{(n-1)n} > \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4},$$

то есть доля ничьих меньше $3/4$, что противоречит условию. Таким образом, наше предположение неверно.

На очереди матчевая система проведения соревнований.

В шахматном матче между двумя городами с каждой стороны участвовало 1996 игроков. Организаторы (среди них были математики) решили, что система, при которой первый номер играет с первым, второй со вторым и т. д., немного надоела, и предложили разбить игроков на пары иначе: сумма номеров в каждой паре должна быть квадратом какого-нибудь числа. Удалось ли им добиться такого разбиения?

Вот какое хитрое расписание придумали организаторы турнира. Для $1 \leq k \leq 15$ игрок номер k играет с игроком номер $16-k$; для $16 \leq k \leq 20$ номер k играет с номером $36-k$; для $21 \leq k \leq 28$ номер k играет с номером $49-k$; наконец, для $29 \leq k \leq 1996$ номер k играет с номером $45^2 - k = 2025 - k$. Таким образом, сумма номеров каждой пары равна квадрату одного из чисел — 4, 6, 7 или 45.

Поставим здесь точку. Множество подобных математических задач про шахматные турниры можно продолжить до бесконечности... Еще одна формула проведения соревнований — матч-турнир по шевенингенской системе — носит вполне математический характер и будет рассмотрена в следующей главе.

Глава 23

ШАХМАТЫ И ЛАТИНСКИЕ КВАДРАТЫ

Эта глава тоже посвящена составлению турнирных расписаний. Но здесь рассмотрена довольно редкая система, и математический аппарат, к которому приходится прибегнуть, чтобы получить необходимую таблицу, весьма оригинален — так называемые латинские квадраты.

Итак, среди матчевых систем с математической точки зрения наиболее интересна шевенингенская. Встречаются две команды, и каждый участник одной играет с каждым участником другой. Таким образом, вместе с матчем удастся провести и личный турнир.

Пусть команды состоят из n игроков. В этом случае шевенингенский матч-турнир продолжается ровно n туров. Для $n=6$ возможное расписание представлено на рис. 284. Строки таблицы соответствуют участникам первой команды, а столбцы — второй.

I. \ II.	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	4	5	6	1
3	3	4	5	6	1	2
4	4	5	6	1	2	3
5	5	6	1	2	3	4
6	6	1	2	3	4	5

Номер тура, в котором играют партнеры, стоит на пересечении строки и столбца, а цвет фигур (для игрока первой команды) определяется цветом этой клетки.

В каждом столбце и в каждой строке выделенного квадрата присутствуют все числа от 1 до 6. В общем случае строки и столбцы квадрата содержат все числа от 1 до n . Такой квадрат называется латинским порядком n . (Эйлер, исследовавший

Рис. 284. Расписание для шевенингенского матч-турнира.

эти квадраты, вместо чисел использовал латинские буквы, чем и объясняется название). Очевидно, что всякий латинский квадрат порядка n , клетки которого окрашены в черный и белый цвета, дает расписание шевенингенского матча-турнира для двух команд с n игроками.

В расписании на рис. 284 все участники играют одинаковое число партий белыми и черными, что само по себе справедливо. Однако обе команды в каждом туре играют все партии одним цветом, что нельзя признать удачным — команда, играющая белыми, имеет явное преимущество.

Интересно, что организаторы одного из шахматных матчей Россия — Югославия попытались найти расписание (для мужских команд, состоящих из шести гроссмейстеров), которое бы удовлетворяло одновременно трем требованиям:

- 1) все участники турнира играют поровну белыми и черными;
- 2) в каждом туре обе команды играют поровну белыми и черными;
- 3) в очередном туре игроки меняют цвет фигур.

Задача состоит в нахождении значений n , при которых существует расписание «шевенингена», удовлетворяющее этим трем условиям.

Рассматривать надо только четные n , в противном случае нарушаются два первых условия.

Если все участники команды в каждом туре играют одним цветом (рис. 284), то условие 3) выполняется, а 2) — нет. Но условия 2) и 3) одновременно выполняться не могут. Действительно, из 2) следует, что уже в первом туре найдутся два представителя разных команд, играющие одним цветом. А из 3) — что они в каждом туре меняют цвет, то есть не встретятся между собой!

Будем считать условие 2) более важным и ради него откажемся от 3) (в упомянутом матче так и поступили). Теперь надо выяснить, существует ли расписание турнира, удовлетворяющее двум первым условиям. Организаторы матча попытались найти такое расписание, но у них ничего не вышло...

Предположим, что клетки латинского квадрата порядка n раскрашены в черный и белый цвета так, что одновременно выполняются следующие два условия:

- а) в каждом столбце и в каждой строке одинаковое число белых и черных клеток;
- б) половина всех клеток, в которых записано одно и то же число, раскрашена в белый цвет, а половина — в черный.

Раскрашенный таким способом латинский квадрат дает расписание «шевенингена», удовлетворяющее условиям 1) и 2) для двух команд из n игроков. Действительно, из а) следует выполнение условия 1), а из б) — условия 2).

Возникает следующая математическая проблема, эквивалентная задаче о турнирном расписании.

При каких n существует латинский квадрат порядка n , клетки которого можно раскрасить в черный и белый цвета, чтобы одновременно выполнялись условия а) и б)?

1	2	3	4
4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2

а

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

б

Рис. 285. Ортогональные латинские квадраты.

Здесь нам понадобится еще одно понятие, связанное с латинскими квадратами. При наложении одного из таких квадратов на другой (оба порядка n) получаются n^2 пар чисел, стоящих на одинаковых местах — первое число из первого квадрата, второе — из второго (при разном порядке чисел пары считаются разными). Два латинских квадрата порядка n называются ортогональными, если все n^2 пар чисел, возникающих при наложении, отличаются друг от друга. Например, два латинских квадрата четвертого порядка на рис. 285 ортогональны, так как при наложении квадрата б на квадрат а все $n^2 = 16$ пар чисел будут различны (рис. 286, а).

Покажем, что если существуют два ортогональных латинских квадрата порядка n (n четно), то каждый из них можно раскрасить так, чтобы выполнялись условия а) и б).

Возьмем один из квадратов в качестве исходного и закрасим в черный цвет все клетки, на которые при наложении второго квадрата попадают клетки с четными числами (остальные клетки будут белыми). Убедимся, что раскрашенный квадрат удовлетворяет условиям а) и б). Так как в каждой строке и в каждом столбце латинского квадрата половина чисел четна, а половина нечетна (при четном n), условие а) выполняется. Ввиду ортогональности квадратов

1,1	2,2	3,3	4,4
4,2	3,1	2,4	1,3
2,3	1,4	4,1	3,2
3,4	4,3	1,2	2,1

а

I. \ II.	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	4	3	2	1
3	2	1	4	3
4	3	4	1	2

б

Рис. 286. Латинские квадраты и турнирная таблица.

каждым n одинаковым числом исходного соответствует половина четных и половина нечетных чисел второго, то есть условие б) также выполняется.

В качестве примера рассмотрим два уже знакомых латинских квадрата четвертого порядка (рис. 285). При наложении b на a получаем таблицу (рис. 286, а), раскраска которой дает расписание шевенингенского турнира для двух команд из четырех игроков (рис. 286, б).

Итак, задача о расписании турнира неожиданно привела нас к увлекательному разделу комбинаторики — теории латинских квадратов! Проблема существования ортогональных латинских квадратов в общем случае не поддавалась решению около 200 лет, и лишь в середине прошлого века было, наконец, доказано, что ортогональные квадраты существуют для всех n , отличных от 2 и 6.

Значит, для любой пары команд с четным числом игроков (но не двух и шести!) имеется расписание турнира, удовлетворяющее условиям а) и б). Однако в упомянутом матче каждую страну представляло как раз шесть грос-

смейстеров, и поэтому наша проблема снова оставалась открытой. При $n=2$ или $n=6$ нельзя утверждать, что расписание имеется, хотя и нет оснований считать обратное.

Простой перебор показывает, что для $n=2$ нужного расписания не существует. А для интересующего нас случая $n=6$ пришлось обратиться к компьютеру, который раскрасил все латинские квадраты шестого порядка и неожиданно обнаружил раскраски, удовлетворяющие условиям а) и б), а стало быть, и искомое расписание турнира. Одно из них показано на рис. 287.

I. \ II.	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	3	6	5	1	4
3	3	6	2	1	4	5
4	4	1	5	2	6	3
5	5	4	1	6	3	2
6	6	5	4	3	2	1

Рис. 287.

Идеальное расписание турнира.

Это расписание примечательно еще и тем, что никто из игроков не играет более двух партий подряд одним цветом. Поскольку полного чередования цветов, как мы знаем, добиться невозможно, данное расписание турнира можно считать идеальным.

Глава 24

РЕЙТИНГ ГРОССМЕЙСТЕРОВ

Шахматы – один из немногих видов спорта, где применяется строгая система определения силы игроков. Разработан специальный математический метод, позволяющий расставить всех участвующих в турнирах по рейтингу (от англ. rating – «оценка») или, иначе, индивидуальному коэффициенту.

В те далекие времена, когда в мире было всего несколько десятков маэстро (звание гроссмейстера еще не присваивалось), сравнивать их силу было нетрудно. Они часто встречались в турнирах, и если один регулярно опережал другого, то он и был сильнее. В случае необходимости между ними устраивался матч.

Теперь в международных состязаниях участвуют тысячи шахматистов, многие из которых знают о своих коллегах лишь понаслышке. Нередко крупные турниры проходят одновременно в разных странах или в нескольких городах одной страны. В такой ситуации сопоставлять силу игроков стало гораздо труднее, и, естественно, возникла идея подойти к этой проблеме математически.

Первые попытки построить систему оценок силы шахматистов относятся к началу XX века. А в конце 1950-х годов прошли практические испытания ряда систем, основанных на том, что каждому шахматисту присваивается коэффициент, или рейтинг, который меняется от турнира к турниру в зависимости от показанных результатов. После многолетнего обсуждения в начале 1970-х ФИДЕ официально приняла систему коэффициентов, разработанную американским профессором Арпадом Эло, в основе которой лежат теория вероятностей и математическая статистика.

Покажем, как ведется расчет рейтингов по системе Эло в турнире или матче. Перед стартом определяется ожидаемое число очков $N_{\text{ож}}$ для каждого участника (как именно, показано ниже).

Пусть $K_{исх}$ — исходный рейтинг игрока перед началом соревнования (если шахматист впервые попадает в рейтинговый турнир, то он получает коэффициент 2200). Новый рейтинг $K_{нов}$ после окончания соревнования вычисляется по формуле

$$K_{нов} = K_{исх} + 10 (N - N_{ож}),$$

где N — число набранных очков. Если результат совпадает с ожидаемым, $N=N_{ож}$, то игрок, очевидно, остается «при своих». Если же он набирает больше (меньше) очков, чем планировалось, то его рейтинг растет (падает). Из формулы видно, что одно очко в турнире равноценно 10 единицам рейтинга. Победитель турнира обычно не теряет рейтинг, даже если не добирает нужных по прогнозу очков.

Осталось определить $N_{ож}$. Начнем с матча. Пусть рейтинг $K_{исх}$ данного игрока совпадает с рейтингом $K_{исх}$ его соперника. Тогда следует ожидать, что матч закончится вничью, то есть $N_{ож}$ составляет 50% очков. Если рейтинг $K_{исх}$ выше (ниже), чем у соперника, то он должен набрать больше (меньше) 50%. Необходимый процент (математическое ожидание) находится по табл. 7, построенной Эло с учетом того, что ожидаемые результаты игроков подчиняются вероятностным законам (нормальное распределение).

Табл. 7. Расчет рейтингов шахматистов.

ΔK	$h_{\text{б}}$	$h_{\text{м}}$	ΔK	$h_{\text{б}}$	$h_{\text{м}}$	ΔK	$h_{\text{б}}$	$h_{\text{м}}$	ΔK	$h_{\text{б}}$	$h_{\text{м}}$
0–3	50	50	92–98	63	37	198–206	76	24	345–357	89	11
4–10	51	49	99–106	64	36	207–215	77	23	358–374	90	10
11–17	52	48	107–113	65	35	216–225	78	22	375–391	91	9
18–25	53	47	114–121	66	34	226–235	79	21	392–411	92	8
26–32	54	46	122–129	67	33	236–245	80	20	412–432	93	7
33–39	55	45	130–137	68	32	246–256	81	19	433–456	94	6
40–46	56	44	138–145	69	31	257–267	82	18	457–484	95	5
47–53	57	43	146–153	70	30	268–278	83	17	485–517	96	4
54–61	58	42	154–162	71	29	279–290	84	16	518–559	97	3
62–68	59	41	163–170	72	28	291–302	85	15	560–619	98	2
69–76	60	40	171–179	73	27	303–315	86	14	620–735	99	1
77–83	61	39	180–188	74	26	316–328	87	13	свыше 735	100	0
84–91	62	38	189–197	75	25	329–344	88	12			

В табл. 7 $\Delta K = |K_{исх} - K_{исх}|$ — абсолютное значение разности рейтингов игроков. При этом $h_{\text{б}}$ — ожидаемый процент в случае $K_{исх} \geq K_{исх}$, и $h_{\text{м}}$ — в случае

$K_{исх} < K_{исх} (h_b + h_m = 100\%)$. Процент h меняется от строки к строке на единицу, пока не попадет в зону «насыщения», а $N_{ож}$ округляется до десятых долей.

В турнире по круговой системе вместо $K_{исх}$ надо взять среднее арифметическое $K_{ср}$ рейтингов всех партнеров данного игрока и округлить его до целого числа. Теперь $\Delta K = |K_{исх} - K_{ср}|$ и для определения $N_{ож}$ следует снова воспользоваться табл. 7.

Конечно, в турнире по швейцарской или кубковой системе, а также в командных соревнованиях, где противники заранее неизвестны, $N_{ож}$ и $K_{ср}$ для каждого игрока можно вычислить только после окончания состязания.

В XXI веке престижным считается рейтинг 2700 или 2800. По аналогии с альпинистами-восьмитысячниками, покорившими горный пик высотой 8000 м, гроссмейстеров, достигших такой шахматной высоты, называют, соответственно, семисотниками или восьмисотниками (две тысячи единиц не в счет).

В качестве примера рассмотрим чемпионат мира 2007 года в Мехико (табл. 8), который представлял собой двухкруговой турнир, и ныне действующий чемпион мира индеец Виши Ананд впервые поднялся на трон.

Табл. 8. Чемпионат мира в Мехико-2007

№	Участники	$K_{исх}$	$N_{ож}$	N	$K_{нов}$
1.	В. Ананд	2792	7,9	9,0	2803
2.	В. Крамник	2769	7,4	8,0	2775
3.	А. Морозевич	2758	7,1	6,0	2747
4.	П. Леко	2751	7,0	7,0	2751
5.	Л. Аронян	2750	7,0	6,0	2740
6.	П. Свидлер	2735	6,6	6,5	2734
7.	Б. Гельфанд	2733	6,6	8,0	2747
8.	А. Гришук	2726	6,4	5,5	2717

Для каждого из восьми участников, расположенных в таблице в порядке убывания их исходного рейтинга, здесь указаны $K_{исх}$, $N_{ож}$, N и $K_{нов}$. Трое набрали больше очков, чем прогнозировалось, и увеличили свой рейтинг, четверо уменьшили его, у Леко коэффициент не изменился. У завоевавшего корону Ананда 9 очков из 14 вместо планируемых 7,9, и он прибавил 11 единиц – единственный, кто в итоге превзошел рубеж 2800.

Хотя Крамник и Гельфанд набрали одинаковое число очков, второй из них прибавил на восемь единиц больше, поскольку его соперники были сильнее (среди них Крамник!), $K_{ср}$ выше и $N_{ож}$ ниже – вот Гельфанд и отличился.

Итак, в основе расчета лежит табл. 7, остановимся на ней подробнее. Построим график зависимости h от $\Delta K = K_{\text{исх}} - K_{\text{ср}}$ — разности между рейтингом данного игрока и средним коэффициентов его соперников, которая может иметь любой знак. Если цифры совпадают, $\Delta K = 0$, и надо ожидать, что игрок наберет 50%. Поэтому график проходит через точку с координатами $\Delta K = 0, h = 50$. Естественно считать его симметричным относительно этой точки. Если рейтинг игрока выше среднего, то мы попадаем в зону h_6 , а если ниже — в зону h_m . Поскольку h меняется от 0 до 100, график асимптотически стремится к прямой $h = 100$ при $\Delta K \rightarrow +\infty$ и к оси абсцисс при $\Delta K \rightarrow -\infty$.

Принято считать, что если один игрок сильнее другого на разряд, то он в среднем набирает против него 75% очков. Это обстоятельство Эло учел следующим образом: положив, что разница между двумя ступенями в шахматной иерархии составляет 200 единиц рейтинга, он провел график через точки с координатами $\Delta K = 200, h = 75$ и, соответственно, $\Delta K = -200, h = 25$. Итак, искомым графиком является кривая, общий вид которой показан на рис. 288.

Теперь по ней можно определить h_6 и h_m для любого ΔK . Но не пользоваться же для этого линейкой, поэтому ось абсцисс разбивается на отрезки с фиксированными значениями h по оси ординат, которые меняются на единицу при переходе к соседнему отрезку. В результате вместо гладкой кривой мы получаем ступенчатый график. Высота всех ступенек равна 1, а ширина по мере удаления от центра увеличивается. Табл. 7 по существу представляет собой табулирование этого графика-лестницы.

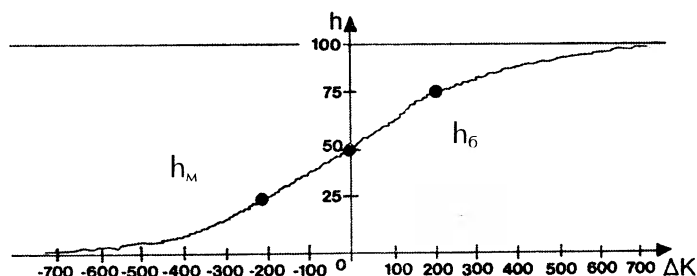


Рис. 288. График коэффициентов.

Важной характеристикой турнира, прежде всего кругового, является величина K_t — среднее арифметическое рейтингов всех его участников (коэффициент турнира). В зависимости от K_t турниры делятся по категориям (табл. 9) — после каждых 25 единиц рейтинга категория увеличивается на 1. Турниры невысокой категории обычно проводятся по швейцарской системе (опен-турниры). «Швейцарку» иногда оценивают по ее «верхушке», например, участие шести семисотников свидетельствует о ее довольно высоком уровне.

Категория турнира	Коэффициент турнира
1	2251–2275
2	2276–2300
3	2301–2325
4	2326–2350
5	2351–2375
6	2376–2400
7	2401–2425
8	2426–2450
9	2451–2475
10	2476–2500
11	2501–2525
12	2526–2550
13	2551–2775
14	2576–2600
15	2501–2625
16	2626–2650
17	2651–2675
18	2676–2700
19	2701–2725
20	2726–2750
21	2751–2775
22	2776–2800
23	2801–2825

Табл. 9. Категории турниров

Напомним, что в чемпионате мира в Мехико участвовали только семисотники, $K_t = 2752$, то есть турнир имел 21-ю категорию. Той же категории был и последний поединок за шахматную корону Ананд – Гельфанд (Москва-2012) – 2759. В нем было сыграно 12 классических партий, и основной матч закончился вничью – 6:6. В тай-брейке в быстрые шахматы верх взял индийский гроссмейстер – 2,5:1,5, который и сохранил свой титул.

Круговые турниры 22-й категории крайне редки, в России состоялся только один – Мемориал Таля, Москва-2011 ($K_t = 2776$). А состязание 23-й категории ($K_t > 2800$) впервые в истории прошло в 2012 году в Цюрихе – товарищеский матч из 6 партий в классические шахматы между вторым и третьим гроссмейстерами на планете (по рейтингу) – Ароняном и Крамником (на тот момент $K_t = 2813$). Сражение протекало в острой борьбе, но завершилось мирно – 3:3.

Рейтинги важны при квалификации шахматистов. С их учетом в соревнованиях устанавливаются нормы для получения того или иного звания. Чтобы стать международным мастером, требуется достичь рейтинга 2400, гроссмей-

стера – 2500. При этом норму надо выполнить в двух или трех турнирах в зависимости от общего числа партий (не меньше 25 за год).

В 1960-е годы Эло провел интересный эксперимент: вычислил рейтинги всех великих игроков на наилучшем пятилетнем отрезке их карьеры. В число лидеров (рейтинг выше 2600) попали 23 гроссмейстера (табл. 10), тогда коэффициенты округлялись до 10.

Эм.Ласкер, Х.Р. Капабланка, М. Ботвинник	2720
М. Таль	2700
П. Морфи (за три года выступлений)	2690
А. Алехин, В. Смыслов	2680
Д. Бронштейн, П. Керес	2670
С. Решевский, Р. Файн	2660
В. Стейниц, И. Болеславский, М. Найдорф	2650
А. Рубинштейн, М. Эйве, С. Глигорич	2640
А. Котов, С. Флор	2620
Е. Боголюбов, Г. Мароци, А. Нимцович, З. Тарраш	2610

Табл. 10. Шахматные корифеи прошлого

За последующие полвека произошла большая инфляция рейтингов (сейчас уже больше сотни игроков имеют выше 2600 и около пятидесяти — выше 2700), и для сравнения силы прошлых чемпионов и нынешних к цифрам табл. 10 следовало бы прибавить сотню единиц. А сам список надо пополнить еще несколькими десятками супергроссмейстеров. В первую очередь в него войдут все чемпионы мира: Петросян, Спасский, Фишер, Карпов, Каспаров, Крамник, Ананд, а также претенденты на корону разных лет.

Раз в месяц ФИДЕ публикует официальный рейтинг-лист действующих шахматистов, учитывая все соревнования по классическим шахматам (ныне он содержит уже много тысяч игроков). Ныне расчет рейтингов полностью доверен компьютеру, именно он следит за взлетами и падениями гроссмейстеров...

В табл. 11 приведена чертова дюжина гроссмейстеров, рейтинг которых на 1 января 2013 года превышал 2750. Чуть ниже расположились Б. Гельфанд, П. Свидлер, Р. Пономарев, А. Широв, П. Леко, Г. Камский, Ю. Полгар, мировой лидер среди шахматисток, и другие. Для сравнения заметим, что рейтинг сильнейших компьютеров ныне превосходит 3000...

С 2012 года отдельно считаются рейтинги по быстрым шахматам (рапиду) и блицу. На 1 января 2013-го рейтинг-лист в рапиде также возглавлял Карлсен, а в блице лидировал Карякин.

Хотя Роберт Фишер, завоевав в 1972 году корону, навсегда оставил шахматы, он еще почти два десятилетия держался на недостижимой тогда высоте 2780, и только в 1989-м его обошел Каспаров, рейтинг которого поднялся до 2800. Таким образом, по нынешней терминологии, он стал первым восьмисотником. А в 1999-м, спустя десять лет, продолжая победное шествие, Кас-

1. Карлсен Магнус	Норвегия	2861
2. Крамник Владимир	Россия	2810
3. Аронян Левон	Армения	2802
4. Раджабов Теймур	Азербайджан	2793
5. Каруана Фабиано	Италия	2781
6. Карякин Сергей	Россия	2780
7. Топалов Веселин	Болгария	2771
8. Ананд Вишванатан	Индия	2772
9. Накамура Хикара	США	2769
10. Мамедьяров Шахрияр	Азербайджан	2766
11. Гришук Александр	Россия	2764
12. Иванчук Василий	Украина	2758
13. Морозевич Александр	Россия	2758

Табл. 11. Лидеры современных шахмат

паров достиг фантастической вершины 2851 (в конце своей спортивной карьеры Гарри чуть снизил его). В 2000-м, выиграв матч за корону у Каспарова, прыжок за 2800 совершил и Владимир Крамник, сейчас он занимает второе место. «Вообще-то я не второй, а первый, — шутит Владимир, — поскольку Карлсен имеет заоблачный рейтинг и его уже можно не брать в расчет. Он где-то в космосе, а вот среди людей первый — я...».

В 2005-м чемпион мира ФИДЕ Веселин Топалов стал третьим восьмисотником. Нынешний чемпион Виши Ананд — четвертый гроссмейстер, преодолевший этот суперрубеж. Пятый восьмисотник — экс-вундеркинд Магнус Карлсен, — под новый, 2013 год он обогнал Каспарова и взлетел на небывалую высоту 2861. Поздравляя Карлсена, 13-й чемпион мира остроумно заметил: «Мог ли мой рейтинговый рекорд держаться сколько-либо, кроме 13 лет? Это всегда было “моё” число. Цифры 22 тоже удачны для меня» (норвежцу было 22, и как раз в этом возрасте Каспаров впервые вззошел на престол).

Наконец, шестой восьмисотник — Левон Аронян, он на почетном третьем месте. В 2012-м Ананд и Топалов немного сдали, и в начале 2013-го в рейтинг-листе было лишь три восьмисотника.

Если в течение трех лет шахматист не участвует в турнирах, то по правилам ФИДЕ исключается из рейтинг-листа и переходит в «запас», но если возвращается в шахматы, то с прежним рейтингом. Так, с 2008 года в списке отсутствует Каспаров (свой последний турнир он сыграл в 2005 году), однако, включаясь в турнир или матч, он получит свой прежний рейтинг 2812.

Расскажем теперь об одном забавном парадоксе. Представьте себе, что вы играете матч из 1000 партий со своим приятелем кандидатом в мастера (рейтинг у обоих 2100). Пусть этот марафон закончился вашей победой 580:420. По прогнозу вы должны были набрать 500 очков (50%), и разница в 80 очков дала вам прибавку к рейтингу 800 единиц. Таким образом, после матча ваш рейтинг достигнет 2900 — выше, чем у чемпиона мира!

Объяснение парадокса простое: здесь не учтено, что коэффициенты игроков, по сути, меняются не только в конце соревнования, но и в процессе его. Так, в данном матче вы быстро повели в счете, ваш рейтинг вырос, а у партнера — упал. Согласно окончательному счету, в среднем вы набираете 58% очков. Это значит, что когда разница в рейтингах достигла 60 единиц (2130 против 2070), дальнейшее изменение прекращается — эта разница как раз соответствует 58%.

Из сказанного следует, что пересчет коэффициентов нужно проводить после каждой партии! Но такой вариант, хотя и математически оправдан, вряд ли кого-либо устроит. Значит, не годится расчет ни после большого числа партий, ни после каждой. Истина, как всегда, посередине. Формула для нахождения $K_{\text{нов}}$ проста и удобна, и не стоит от нее отказываться. Но при ее применении необходимо ограничиться «средним» числом партий. Сам Эло полагал, что если оно не превосходит 20–25, то никаких недоразумений не произойдет. А большего числа в одном соревновании и не бывает (безлимитный поединок Карпов — Каспаров 1984–85 годов и ваш марафонский матч с приятелем не в счет). По той же причине были отклонены разные системы, разработанные математиками и гроссмейстерами, в которых числовой коэффициент в самой первой формуле не фиксированный (число 10), а переменный. Одну из таких систем, например, предложил известный гроссмейстер и сильный математик Дмитрий Яковенко).

Лучшее подтверждение эффективности системы Эло — достоверность прогнозов. Поскольку результат партии в какой-то степени случаен, все предсказания носят вероятностный характер. Но статистика показывает, что расхождения между предсказанными и реальными результатами не выходят за рамки так называемой стандартной ошибки.

Система коэффициентов долгое время вызывала бурные дискуссии, скептики полагали, что в вопросах шахматного творчества, как и вообще в искусстве, цифровой подход неуместен. Однако в том-то и состоит преимущество шахмат по сравнению с другими видами искусства, где оценки сплошь и рядом субъективны, что они обладают объективным критерием. Можно спорить, убедительна победа или нет, но влияние ее на спортивный результат обсуждению не подлежит. Кстати, гроссмейстеры очень дорожат своими рейтингами, поскольку от них многое зависит: приглашения на турниры, включение в отбор к первенству мира и т. д.

В последние годы в шахматный обиход прочно вошел термин «перформанс» — это как бы мгновенная сила шахматиста в данном турнире, то есть понятие более близкое к физике, чем к математике (вспомним термин «мгновенная скорость движения»). Чтобы объяснить, что такое перформанс, снова обратимся к табл. 8 и рассмотрим цифры Виши Ананда. Будущий чемпион мира набрал 9 очков из 14, то есть $\approx 64\%$ очков. Решим обратную задачу: каким рейтингом должен обладать игрок, чтобы показать такой результат?

Согласно табл. 7 данному проценту очков соответствует $\square K \approx 103$, а поскольку средний коэффициент соперников Ананда $K_{\text{ср}} = 2746$, его выступление отвечает

рейтингу $K_{\text{исх}} = 2746 + 103 = 2849$! Это и есть перфоманс Ананда, его мгновенная сила в Мехико — она оказалась на 50 единиц выше исходного коэффициента. На самом деле, как мы знаем, Ананд прибавил только 11 (набрал на 1,1 очка больше, чем ожидалось) — это, можно сказать, его долговременная прибавка.

Иногда перфоманс игрока буквально зашкаливает. В табл. 12 приведены участники Всемирной шахматной олимпиады в Ханты-Мансийске-2010, показавшие наибольший перфоманс — выше 2800 (хотя на самом деле никто из них этой отметки не достиг). Здесь указаны исходные рейтинги гроссмейстеров, число набранных очков, количество сыгранных партий, процент и перфоманс.

1. Э. Сутовский	2665	6,5	8	81,3	2895
2. В. Иванчук	2754	8,0	10	80,0	2890
3. Л. Аронян	2783	7,5	10	75,0	2883
4. С. Карякин	2747	8,0	10	80,0	2859
5. В. Тетерев	2511	7,0	8	87,5	2853
6. Я. Непомнящий	2706	6,5	9	72,2	2821
7. З. Алмаши	2707	7,0	10	70,0	2801

Табл. 12. Высокий перфоманс

Трое участников вплотную подошли к нереальной высоте 2900, особенно впечатляет прибавка гроссмейстера Тетерева (3-я доска Беларуси), «мгновенно» увеличившего свой рейтинг на 342 единицы!

А в табл. 13 показан перфоманс всех победителей по доскам на 40-й олимпиаде в Стамбуле-2012 (мужчины).

1 доска.	Л. Аронян	2816	7,0	10	70,0	2849
2 доска.	Д. Навара	2691	9,5	11	86,4	2869
3 доска.	Ш. Мамедьяров	2729	8,5	10	85,0	2880
4 доска.	В. Ткачев	2651	6,5	8	81,2	2750
Запасные.	Д. Яковенко	2724	7,0	9	78,8	2783

Табл. 13. 40-я олимпиада

Из элитных шахматистов супервысокий перфоманс показывали Каспаров, Ананд, Топалов, Иванчук, Морозевич — игроки, которые независимо от турнирной ситуации всегда стремятся к максимальному результату.

Завершая рассказ об индивидуальных коэффициентах шахматистов, отметим, что рейтинги характеризуют силу игрока, но не отражают его творческий потенциал. Когда гроссмейстера Сергея Рублевского, ставшего несколько лет назад чемпионом России, поздравляли со значительным повышением рейтинга, он остроумно ответил: «Спасибо, но сами по себе рейтинги в шахматы не играют...».

Глава 25

ОТ КЕМПЕЛЕНА ДО НАШИХ ДНЕЙ

«Может ли машина мыслить?» — этот вопрос был впервые поставлен в середине XX века почти одновременно с появлением быстродействующих электронно-вычислительных машин. Конечно, в решении задач, требующих сложных расчетов, обработки больших объемов информации, человек не в состоянии состязаться с компьютером. Но есть ли у робота шансы превзойти своего создателя в творческой, интеллектуальной сфере? Еще на заре компьютерной техники в качестве модели для проверки «разума» машины были выбраны именно шахматы (не даром великий Гёте называл их «пробным камнем интеллекта»).

БАРОН ОКАЗАЛСЯ ШУТНИКОМ

Уже с 50-х годов, когда возникла новая наука кибернетика и ее раздел «искусственный интеллект», шахматы заняли важное место в этих областях. Пионеры кибернетики — К. Шеннон, А. Тьюринг и Дж. Маккарти — сравнивали игру с мухой-дрозофилой, ставшей идеальным инструментом для генетиков. Муху легко прокормить, она дает простой генетический материал, быстро размножается. Точно так же и шахматы: в них простые и точные правила, которые легко формулируются, понятные цели и задачи. При этом игра достаточно сложная, требует высокого умственного напряжения. Достижения компьютерных шахмат конца прошлого века, а тем более века нынешнего, показывают, что вопрос, поставленный в самом начале, давно получил положительный ответ.

Примечательно, что если на первых порах ученые и программисты обращались к шахматам в основном в научных целях, используя их как модель сложной системы, то в дальнейшем шахматисты, можно сказать, взяли реванш — стали извлекать из общения с компьютерами много пользы для себя, особенно в связи с бурным развитием персональных компьютеров (PC) и интернета. Машины анализируют различные позиции и партии, находят много-

ходовые комбинации, шахматные композиторы с их помощью проверяют и уточняют позиции в задачах и этюдах. Некоторые из этих аспектов мы затронем в последующих главах.

Для многих любителей древней игры шахматный микрокомпьютер или РС с игровой программой стали постоянными партнерами: партии с ними не только доставляют удовольствие, но и повышают мастерство. Гроссмейстеры используют свои РС и ноутбуки для анализа и поиска новинок, для создания дебютных картотек и банков партий, а тренеры с их помощью подбирают материал для учебных занятий. Наконец, благодаря интернету шахматисты могут встречаться друг с другом, не выходя из дома, играть в интернет-турнирах, следить в режиме реального времени за партиями крупных турниров и матчей, включая поединки за шахматную корону. При этом комментаторы постоянно обращаются за помощью к электронным гроссмейстерам, либо сами компьютеры прямо во время игры оценивают позицию и предлагают сильнейшие продолжения. Шахматисты, которые следят за партиями людей в режиме on-line, сплошь и рядом сталкиваются со случаями, когда ЭВМ указывает четкий путь к победе, а гроссмейстер проходит мимо.

В конце прошлого века современные компьютеры стали всё чаще обыгрывать известных игроков, а в начале нынешнего сумели превзойти даже чемпионов мира. Сильные шахматного мира сего расстраиваются, болезненно воспринимают поражения от электронных соперников, однако надо иметь в виду, что в данном случае побеждают тоже люди, но в смежной интеллектуальной области...

Первую шахматную машину почти два с половиной века назад придумал венгерский барон Вольфганг Кемпелен, механик и изобретатель. В 1769 году в Вене он продемонстрировал механического игрока, одетого в экзотический турецкий наряд. Автомат вызвал всеобщий восторг, так как побеждал сильнейших игроков того времени. Но чудо это было лишь мистификацией. А секрет заключался в том, что внутри ящика с шахматной доской прятался человек, управляющий замысловатым механизмом. Сам он не был виден даже при открытых дверцах, а иллюзию реальности создавала система зеркал, расположенных под определенными углами, и маскирующие перегородки.

Автомат Кемпелена был необычайно популярен в XVIII и XIX веках: «турок»-шахматист совершил турне по королевским дворцам Европы, побывал в Англии, Германии, России, Франции и всюду имел шумный успех. После смерти Кемпелена в 1804 году автомат вновь отправился в путешествие по столицам мира. Поговаривали, что в 1809-м в своем штабе с ним сражался сам Наполеон.

Кто же прятался внутри «турка»? В течение 70 лет публичных выступлений мозг автомату поочередно заменяли известные австрийские шахматисты. С Наполеоном, например, сражался один из лучших венских мастеров Альгайер. Непобедимый механический игрок еще несколько раз переходил из рук в руки и наконец в 1836 году был помещен в филладельфийский музей, где спустя два десятилетия сгорел. Так закончилась карьера автомата Кемпелена.

ДЕРЕВО И КОРНИ

Принципы шахматной игры компьютеров на рубеже 1940-1950-х годов прошлого века первым сформулировал один из основоположников кибернетики и теории информации Клод Шеннон. Вот общая идея алгоритма, предложенного американским ученым. В анализируемой позиции, которая может быть произвольной (в том числе исходное положение), на заданную глубину перебираются все возможные варианты (ветви перебора), и заключительным позициям с помощью *оценочной функции* приписываются определенные числа (оценки). На их основе при возвращении к исходной позиции устанавливается и ее оценка, одновременно указывается лучший ход в ней, разумеется, с точки зрения машины.

Оценочная функция состоит из двух частей — материальной и позиционной. Материальная составляющая определяется по одной из стандартных шкал ценности шахматных фигур, где за единицу принята сила пешки (см., например, главу 10). Позиционная составляющая учитывает наиболее важные признаки позиции: наличие открытых линий, владение центром, безопасность короля, сдвоенные и проходные пешки и т. д.

Совокупность всех возможных вариантов, связанных с данной позицией, называют *деревом игры*, а саму позицию — его *корнем*. Теоретически шахматы конечны — в том смысле, что имеется конечное количество ходов, разветвлений и партий. Это значит, что, полностью перебрав варианты, пройдясь вдоль всего дерева, можно однозначно оценить любую позицию на доске. Однако практически перебор всегда ограничен, и глубина его зависит как от технических возможностей машины, так и от ситуации на доске, сложности позиции. Ранние программы считали варианты на 2-3 хода вперед, сейчас перебор идет чуть ли не на 10 ходов, а в позициях с добавлением «форсированной игры» еще больше. Эффективность работы машины обычно оценивается числом позиций, которые она в состоянии просмотреть за одну секунду. В старых программах это были тысячи, а в современных — сотни миллионов позиций.

За последние три десятилетия компьютеры прошли огромный путь — от перворазрядника до супергроссмейстера. Любопытно, что алгоритм игры, предложенный Шенноном шестьдесят лет назад, за прошедшие годы принципиально не изменился, но постоянно совершенствуется, учитывается всё больше нюансов. В память современного компьютера заложены обширные базы гроссмейстерских партий, а также специальные дебютные и эндшпильные базы. А фантастическое быстродействие, немыслимая скорость перебора вариантов обеспечивает электронному игроку далекий расчет, недоступный человеку.

Неузнаваемо изменился и внешний вид ЭВМ. В первых поколениях машин роль логических элементов выполняли электронные лампы, затем на смену им пришли транзисторы, а теперь всё строится на микросхемах. В 1950-1960-е годы компьютеры занимали целые этажи научно-исследовательских

институтов, позднее стали похожи на книжную стенку. А микро-ЭВМ и современные РС, вообще, умещаются в сумке. Суперкомпьютеры отличаются от микро- наличием более сложных элементов и устройств, а также числом микропроцессоров и поэтому превосходят своих микроколлег, впрочем, сегодня разница уже незначительна.

РС, как и их предшественники супер-ЭВМ, относятся к классу универсальных машин: они решают разнообразные математические и информационные задачи, играют в любые игры в зависимости от введенной программы. Но с начала 80-х годов стали выпускаться и специальные микрокомпьютеры, которые играли в шахматы и ничего другого делать не умели. Одни автоматы были похожи на шахматную доску (но в нее вмонтирован не человек, как когда-то, а электронное устройство), другие напоминали чемодан-дипломат или вообще умещались в кармане. Таким образом, на смену карманным шахматам, известным с давних пор, пришли «карманные шахматисты». Мог ли раньше фанат-игрок мечтать о том, чтобы иметь при себе неразлучного партнера, с которым можно сражаться зимой и летом, в сыкоть и в стужу, с утра до вечера, а при бессоннице и ночью?! Впрочем, ныне популярность автоматов упала, поскольку РС и ноутбуки снизились в цене, и теперь все приобретают только их.

У нас речь идет то о шахматных программах, то о машинах, но кто в действительности играет — компьютер или программа? В популярной литературе обычно пишут о состязаниях роботов — это звучит эффектнее. Конечно, если нет компьютера, игра не состоится. Но сама по себе машина как технический механизм ни на что не пригодна, она становится шахматистом только после введения в нее специальной программы. Заметим, что в последние годы шахматные программы часто называют жаргонным словом «движок».

ШАХМАТНЫЕ КОМПЬЮТЕРЫ И КОРОЛИ

В 28-й главе мы рассмотрим образцы игры компьютеров друг с другом, расскажем о чемпионатах мира среди ЭВМ. Но до поры до времени гораздо интереснее было наблюдать за тем, как машины ориентируются в сражениях гроссмейстеров, разбираются в чужих комбинациях. Остановимся, например, на двух последних поединках за корону между Карповым и Каспаровым.

В Севилье-1987 микрокомпьютер «Мефисто» внимательно изучил все партии матча и сделал ряд ценных замечаний. Весьма бурные события развернулись в двух последних встречах. В 23-й Каспаров при доигрывании допустил тактический просчет, и за тур до финиша Карпов вышел вперед — 12:11. А что же «Мефисто»? Сначала он указал выигрывающую комбинацию за Карпова, а за Каспарова предложил путь к ничьей, то есть за обоих соперников автомат нашел лучшие продолжения! А вот заключительная схватка (рис. 289).

В этой позиции, по существу, решилась судьба матча. Двумя ходами раньше, в сильном цейтноте, Карпов ошибочно побил конем белую пешку а4 (ее надо было брать ферзем). Теперь же допускает промах Каспаров — 33. ♖d1?,

и, продолжая 33...♘c5!, Карпов возвращался на шахматный трон: в случае 34. ♖d8+ ♙h7 35. ♗:c8 ♖a1+ 36. ♙g2 ♗:e5 черные оставались с лишней пешкой, имея гарантированную ничью. Однако Карпов ответил 33...♘e7?, и после 34. ♖d8+ ♙h7 35. ♘:f7 белые в конце концов взяли верх и спасли матч, счет сравнялся – 12:12.

Разобраться в ситуации снова предложили «Мефисто». И он проявил себя с самой лучшей стороны. Прежде всего обнаружил спасительную реплику за черных – 33...♘c5!, а когда его попросили сделать 33-й ход за белых, избрал 33. ♙h5! и в ответ на 33...g6 (33...f6 34. ♙f7+ ♙f8 35. ♗h7! fe 36. ♗g8+ ♙e7 37. ♗e8+ ♙d6 38. ♗:e6+ ♙c7 39. ♗:e5+ ♙d8 40. ♗e8+ ♙c7 41. ♙e6; 33...♘d6 34. ♗d1 g6 35. ♙:g6! fg 36. ♗:d6) смело пожертвовал слона – 34. ♙:g6! fg 35. ♗:g6+.

Далее «Мефисто» указал весьма убедительные варианты: 35...♗g7 36. ♗:e6+ ♙h7 37. ♗f5+ ♙g8 38. ♗:c8+ ♙h7 39. f4; 35...♙f8 36. ♗f6+ ♙g8 37. ♗:e6+ ♙g7 38. ♗:c8.

Последний, пятый поединок Карпова и Каспарова состоялся в Нью-Йорке и Лионе спустя три года. Сильнейшие компьютеры того времени участвовали в анализе партий: «Дип Сот» («Глубокая мысль», чемпион мира среди супер-ЭВМ) – в нью-йоркской половине, «Мефисто» (чемпион мира среди микро-ЭВМ) – в лионской. Прямо во время игры машины давали свои рекомендации, иногда возражали чемпионам и предлагали собственные оригинальные решения. Рассмотрим несколько примеров, начнем с позиции на рис. 290.

У Карпова лишнее качество, но положение вызывает тревогу – грозит марш пешки «а», а также маневр ♘b4-а6. Для защиты от этих угроз в пресс-центре предлагалось 25...♙d8, чтобы на 26. ♗:b7 воспользоваться удалением ферзя с диагонали a7-g1 и объявить вечный шах – 26...♔:f2 27. ♔:f2 ♗e1+ 28. ♔f1 ♗e3+ 29. ♔f2 ♗e1+.

Однако у белых есть красивое опровержение – на 26...♔:f2 следует

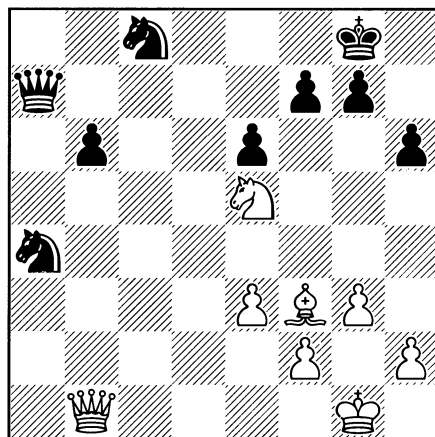


Рис. 289.

Г. Каспаров – А. Карпов (24-я партия).

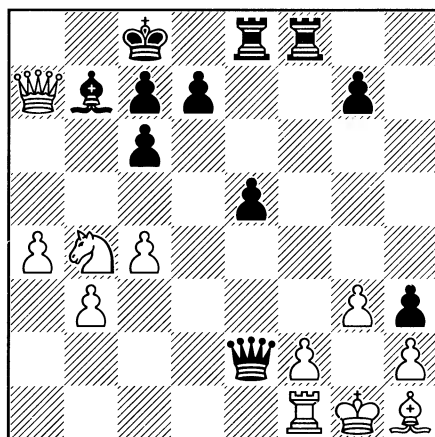


Рис. 290.

Г. Каспаров – А. Карпов (14-я партия).

промежуточное 27. ♖b8+! ♔e7 и теперь удар 28. ♘:c6+!! Вертикаль «f» недоступна королю черных из-за ♔:f2+, и поэтому они гибнут: 28...dc 29. ♖:c7+ ♔e6 30. ♖:c6+ ♔e7 31. ♖c7+ ♔e6 32. ♖b6+ и 33. ♖:f2.

Что же получается: вечного шаха нет?

«Мефисто» поставил окончательный диагноз, обнаружив в позиции на рис. 290 неожиданный маневр 25...♔f3!!

Оказывается, промежуточный ход имеют не только белые, но и черные. Теперь на 26. ♘a6 (26. a5 ♔b3, а после 26. ♔f3 ♖:f3 черные ставят мат) уже можно отступить королем — 26...♔d8!, и вечный шах неизбежен: 27. ♖b7 (27. ♘c5 ♔c8!) 27...♔f2! Белый конь удалился от поля c6, и знакомая операция уже возможна: 28. ♔f2 ♖e1+ и т. д.

После хода в партии 25...d5 дело тоже закончилось миром, но в цейтноте Карпову пришлось пережить немало неприятных минут. А если бы он воспользовался подсказкой «Мефисто» — 25...♔f3, то обошелся бы без нервотрепки...

И в очередной партии Карпову тоже не помешала бы помощь компьютера (рис. 291).

Испытывая недостаток времени, белые напали пешкой на слона — 26. f3?, и после 26...♔bd7 вскоре последовало соглашение на ничью. Между тем, как заметил всё тот же «Мефисто», нападая на слона ладьей — 26. ♔h4! и попутно подключая ее к атаке, белые брали верх.

26...♔bd7. Проигрывает 26...♔g5 27. ♔g4+!, не годится отступление слон: 26...♔d7 27. f4!, 26...♔c8 27. ♔c1 и f2-f4 (27...♔bd7 28. ♔f4+), 26...♔h5 27. ♔f4+ ♔e5 28. ♔b5+ ♔d6 29. ♔f6+. Плохо и 26...♘f5+ 27. ef ♔e7+ 28. ♔e4 gf 29. f3 ♔g5 30. ♔h2 с решающим преимуществом.

27. e5+! ♔g5. На 27...♔e5 следует 28. ♔b5+ ♘d5+ 29. ♔d5+ ♔d5 (29...♔d5 30. ♘c6+) 30. ♔g4, и черным не устоять.

28. ♔g4+! ♔g4 29. ♔g1+ ♔h5. В матовом кольце оказывается король и при другом отступлении: 29...♔h3 30. ♔h1+ ♔g4 (30...♔g2 31. ♔e4X) 31. ♔e2+ ♔g5 32. f4+.

30. ♔h1+ ♔g5 31. f4+ ♔g4 32. ♔e2+ ♔g3 33. ♔g1+ ♔h4 (33...♔h3 34. ♔g4+ и 35. ♘f3X) 34. ♔f3, и мат следующим ходом.

При ничьей счет сохранился равным, и в конце концов матч закончился победой Каспарова. А если бы экс-чемпион последовал совету машины, он бы вышел вперед, и всё могло сложиться иначе...

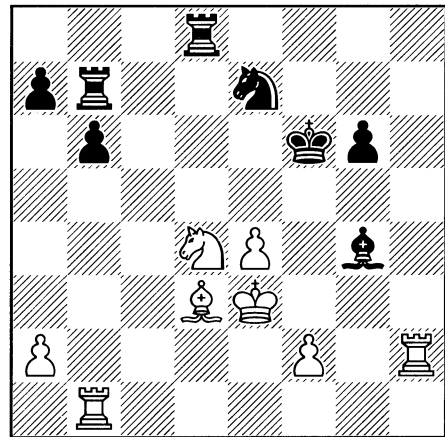


Рис. 291.

А. Карпов – Г. Каспаров (15-я партия).

Рассмотренные примеры были насыщены тактическими нюансами, в такой обстановке машины чувствуют себя как рыба в воде. Другое дело, когда надо найти не форсированный вариант, а правильный план игры (и лишь затем варианты, реализующие его). В этом отношении двадцать лет назад у роботов еще случались проколы (рис. 292).

Здесь встреча была вторично отложена. Казалось, черные построили неприступную крепость, и ничья не за горами. Компьютер долго анализировал окончание, но так и не сумел обнаружить выигрыш за белых. Между тем Каспаров в домашней обстановке нашел план реализации, доказал, что белые выигрывают не позднее 18-го хода. Вот как протекало доигрывание.

89. ♖a7 ♗g4 90. ♔d6 ♗h3 91. ♖a3 ♗g4 92. ♖e3 ♗f5 93. ♔c7 ♔f7 94. ♔d8 ♗g4 95. ♗b2 ♗e6 96. ♗c3 ♗f5 97. ♖e7+ ♔f8 98. ♗e5 ♗d3 99. ♖a7 ♗e4 100. ♖c7 ♗b1 101. ♗d6+ ♔g8 102. ♔e7. Черные сдались.

Здесь важно было отыскать заключительную конструкцию цугцванга для черных, а соответствующие варианты — дело второе. В позиции нет явных комбинационных мотивов, и смысл отдельных ходов проявляется только во всей цепочке, ведущей к цели.

А вот что указала машина: 89. ♖a7 ♗e4+ 90. ♔c5 ♗g2 91. ♔d4 ♗f3 92. ♔e3 ♗d5 93. ♔f2 ♗e4 94. ♖d7 ♗f5 95. ♖c7 ♗e4 96. ♖c4 ♗d5 97. ♖d4 ♗h1 98. ♖d6 ♔f7 99. ♔e3 ♗g2 100. ♗d4 ♗a8 101. ♗b2 ♗g2 102. ♗c3 ♗a8 103. ♗d4 ♗g2 104. ♗e5 ♗h1 105. ♖b6 ♗g2 106. ♗a1 ♗d5 107. ♗c3 ♗g2 108. ♖a6 ♗f1 109. ♖d6. Белые пробовали и так, и сяк, но отыскать королю тропинку в неприятельский лагерь так и не смогли.

Интересно, что «Дип Сот» всё же указал выигрыш за белых, но только после того, как ему сообщили первые шесть ходов, сделанных при доигрывании. А современные компьютеры, скорее всего, разобрались бы в отложенной позиции и разложили ее по полочкам. Теперь понятно, почему в 1990-е годы прошлого века отменили откладывание партий в турнирах и доигрывание. Использование мощных компьютеров при домашнем анализе существенно влияет на результат.

РИСКОВАННОЕ ПАРИ

Из шахматных королей первым, кто сразился с машиной, был голландец Макс Эйве, который немало времени посвятил изучению компьютерных

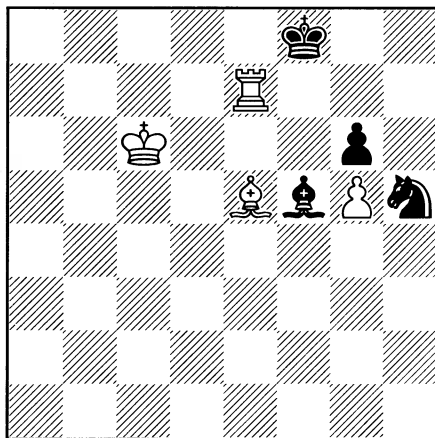


Рис. 292.

Г. Каспаров – А. Карпов (16-я партия).

шахмат. Правда, он сильно просчитался, утверждая в 1970-е годы, что в ближайшие сто лет электронные шахматисты не достигнут уровня мастера. На самом деле, уже через двадцать лет роботы обыгрывали гроссмейстеров, в том числе чемпионов мира.

Более тридцати лет над созданием шахматной программы «Пионер» работал шестой чемпион мира Михаил Ботвинник. К сожалению, он так и не успел воплотить в жизнь свои оригинальные идеи. Но реализовывая собственный алгоритм, он попутно расправлялся с другими роботами.

Интересный матч состоялся в 1978 году между машиной и 11-м чемпионом мира Робертом Фишером. Поскольку программа Гринблата отличалась тем, что избегала встреч с себе подобными, а сражалась только с людьми, противники оказались достойны друг друга. Ведь Фишер, как раз наоборот, завоевав корону, перестал садиться за доску с гроссмейстерами. Затворничество не помешало ему провести матч с машиной в своем лучшем стиле и досрочно победить 3:0 (планировалось четыре партии). Вот заключительная встреча.

«МАКХЭК» – Р. ФИШЕР

Сицилианская защита

1. e4 c5 2. ♘f3 g6 3. d4 ♙g7 4. ♘c3 cd 5. ♘:d4 ♘c6 6. ♙e3 ♘f6 7. ♘:c6 bc 8. e5 ♘g8 9. f4 f6 10. ef. Теория рекомендует 10. ♙d4 с некоторой инициативой у белых. 10...♘:f6 11. ♙c4. Второй неудачный ход подряд: после d7-d5 слон вынужден уйти восвояси. Наверное, машина решила, что отсталая пешка e7 будет компрометировать позицию противника.

11...d5 12. ♙e2 ♖b8 13. b3 ♘g4 14. ♙d4 (рис. 293).

14...e5! Напрашивалось 14...♘e3, но тогда белые жертвовали ферзя 15. ♙:g7! ♘:d1 16. ♙:h8 ♘:c3 17. ♙:c3, получая непробиваемую крепость.

15. fe 0-0! 16. ♙:g4 ♖h4+ 17. g3 ♖:g4 18. ♖:g4 ♙:g4 19. ♖f1 ♖:f1+ 20. ♖:f1 c5! 21. ♙f2 ♙:e5 22. ♙e1 ♖f8+ 23. ♙g2 ♖f3 24. h3 ♖:c3 25. ♙:c3 ♙:c3 26. ♖f1 ♙f5, и вскоре черные объявили мат.

Популярность компьютерных шахмат значительно возросла в 1980-е годы — в связи с появлением шахматных микрокомпьютеров, и в 1990-е — ввиду бурного развития РС. В эти годы доминировали Карпов и Каспаров, из известных шахматистов они чаще всего и встречались с машинами. Конкуренцию им составлял нынешний чемпион мира Виши Ананд.

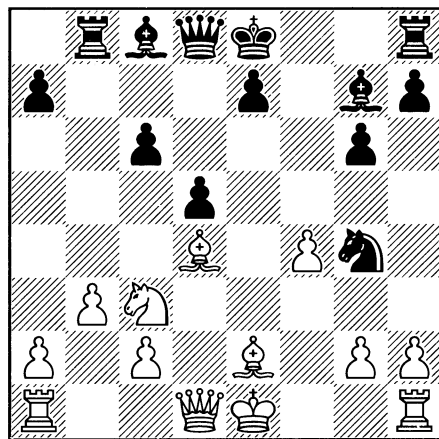


Рис. 293. Фишер побеждает машину.

Больше десяти лет в Голландии проходили интересные матч-турниры, в которых выясняли отношения две команды — людей и машин. Первые восемь принесли успех белковым шахматистам, а в девятом поединке роботы впервые одержали победу и с тех пор ее уже не уступали.

Дискуссии о том, когда компьютеры одолеют гроссмейстеров, велись еще в 1960-е годы. С этим связана одна забавная история. Международный мастер Давид Леви в 1968 году заключил пари с Джоном Маккарти из Стэнфордского университета на 500 долларов, что на протяжении десятилетия ни одному компьютеру не удастся обыграть его в серьезном матче. И действительно за это время мастер провел три поединка и ни разу не уступил программам. Однако в матче из шести партий с «Чесс» Леви вынужден был постараться, чтобы сломить сопротивление программы. Первая партия закончилась вничью, вторую и третью «Чесс» проиграла, а в четвертой человек, наконец, был повержен. Кстати, это был первый случай в истории, когда робот обыграл шахматиста столь высокой квалификации в партии с нормальным контролем. И хотя Леви выиграл матч, стало ясно, что машина — серьезный соперник.

В 1978-м на международной выставке в Торонто мастер получил причитающиеся ему 500 долларов и на следующие шесть лет предложил такое же пари, но уже на 6000. Никто не принял его вызов, но так или иначе, в 1984-м, находясь в Лондоне, Леви сыграл по телефону матч с чемпионкой мира «Крэй Блиц» и опять победил.

Удача воодушевила Леви, и он предложил новое пари всем желающим, теперь на 100 тысяч долларов. Он заявил, что в течение следующих десяти лет любой компьютер будет повержен, правда, уже не самим Леви, а шахматистом, которого он выберет. Судя по дальнейшим достижениям машин, если бы пари кто-нибудь принял, то Леви пришлось бы туго, его расчет мог не оправдаться. Во всяком случае, на себя Леви надеяться уже не приходилось: в 1989-м он сразился с программой «Дип Сот» и проиграл ей с сухим счетом 0:4!

ЧЕМПИОН МИРА И ЗЛОЙ «ГЕНИУС»

В 1988 году на открытом турнире в Калифорнии «Дип Сот» стал настоящей звездой — он переиграл Бента Ларсена и разделил первый приз с Энтони Майлсом. Вот первая турнирная победа компьютера над гроссмейстером.

Б. ЛАРСЕН — «ДИП СОТ»

Английское начало

1. c4 e5 2. g3 ♘f6 3. ♙g2 c6 4. ♘f3 e4 5. ♘d4 d5 6. cd ♚:d5 7. ♘c2 ♚h5 8. h4 ♙f5. Последний ход — новинка для того времени, похоже, неплохая. В теории рассматривался только вариант 8... ♙c5 9. b4 ♙b6 10. ♙b2 ♚g6 11. ♘c3 ♙f5 12. ♘a4 ♘bd7 13. ♘:b6 ab с неясной игрой.

9. ♘e3 ♙c5 10. ♚b3 b6 11. ♚a4 0-0 12. ♘c3 b5 13. ♚c2 ♙:e3 14. de ♙e8 15. a4 b4 16. ♘b1 ♘bd7 17. ♘d2 ♙e6 18. b3 ♙d8 19. ♙b2 ♙g6 20. ♘c4 ♘d5 21. 0-0-0 7f6 22. ♙h3 ♙f5 23. ♙:f5 ♚:f5 24. f3 h5 25. ♙d4 ♙d7 26. ♙b2 ♙c7 (рис. 294).

27. g4? Расстроенный, что не может подобрать ключи к электронному партнеру, Ларсен идет на необоснованное вскрытие игры, но машина разбирается в тактических осложнениях.

27...hg 28. ♖hg1 c5! 29. fg ♘:g4 30. ♙:g7 ♜g6! Возможно, белые рассчитывали на 30...♙:g7 31. ♜:d5! ♙:d5 32. ♜:g4+ с запутанной обстановкой. Однако программа сама с выгодой использует линию «g».

31. ♙d2 ♜d7 32. ♜:g4 ♜:g4 33. ♘e5 ♘:e3! 34. ♙:d7 ♘:d1+ 35. ♙:d1 ♜g3 36. ♙d6 ♙:g7 37. ♘d7 ♜e3 38. ♙h2 ♙h7 39. ♘f8+ ♙h8 40. h5 ♙d5 41. ♘g6+ fg 42. hg+ ♙g7 43. ♙h7+ ♙f6. Белые сдались.

После победы в этом состязании о программе узнал весь мир, а вскоре она завоевала звание чемпиона мира среди машин (см. 28-ю главу). А партия с Ларсеном так напугала участников турнира, что даже Таль отказался сыграть с «Дип Сот» (система была швейцарская, и шахматистам при жеребьевке разрешалось менять машину на человека). Гроссмейстер Браун был благодарен экс-чемпиону мира и отомстил за своих коллег. Впрочем, это поражение оказалось единственным у машины: она набрала 6,5 очков в восьми партиях!

В 1989 году в Нью-Йорке состоялся уникальный для того времени поединок между двумя чемпионами мира — Каспаровым (среди людей), и «Дип Сот» (среди компьютеров) (о соревнованиях машин между собой речь пойдет в главе 27). «Глубокая мысль» находилась у себя дома в Питтсбурге, и ходы передавались по телефону. В первой партии Каспаров переиграл электронного соперника в позиционной игре, а во второй доказал превосходство в тактике.

Несколько лет машины наращивали мощь, и в 1994-м в Мюнхене произошло ЧП. Впервые в истории программа — «Фриц», играя в одном турнире, правда по блицу, с супергроссмейстерами, взяла верх над многими из них, в том числе над Каспаровым. На старте вперед вырвался Гарри, выигравший восемь партий подряд. Однако робот неотступно преследовал чемпиона, и когда пришла их очередь сразиться, оказался на высоте. Первые два места разделили Каспаров и «Фриц» — 12,5 очка из 17, на третьем Ананд — на полочка меньше. Однако в матче из шести партий для определения победителя Каспаров переиграл своего электронного обидчика — 4:1.

Спустя три месяца в Лондоне по нокаут-системе прошел турнир «Гран-при» по быстрым шахматам. Уже на старте произошла сенсация: электронный гроссмейстер выиграл у чемпиона мира 1,5:0,5. При этом программа «Гениус» не только исключила Каспарова из борьбы, но и нанесла ему материальный урон, выбив из турнира уже в 1/8 финала.

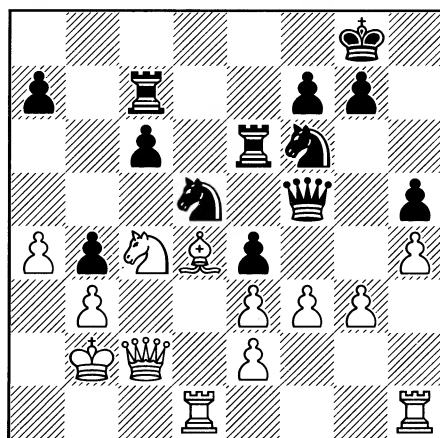


Рис. 294. Первая победа ЭВМ над гроссмейстером.

Г. КАСПАРОВ — «ГЕНИУС»

Славянская защита

1. c4 c6 2. d4 d5 3. ♘f3 ♘f6 4. ♚c2 dc 5. ♚:c4 ♙f5 6. ♘c3 ♘bd7 7. g3 e6 8. ♙g2 ♙e7. Данное положение встречалось еще в матче за корону Алехин — Боголюбов. 9. 0-0 0-0 10. e3 ♘e4 11. ♚e2 ♚b6 12. ♚d1. Раньше играли 12. ♘:e4 или 12. ♘d2 с благоприятной игрой у черных. Впрочем, и новый ход ладьей не приносит больших завоеваний. 12... ♚ad8 13. ♘e1 ♘df6 14. ♘:e4. Ничего не дает 14. f3 ♘:c3 15. bc ♘d5 с последующим c6-c5, но логичнее выглядело 14. ♘d3.

14... ♘:e4 15. f3 ♘d6 16. a4. Нельзя сразу 16. e4 из-за 16... ♘b5!, поэтому белые берут поле b5 под контроль. 16... ♚b3?! Этот странный ход ведет к потере темпов. 17. e4 ♙g6 18. ♚d3 ♚b4 19. b3 ♘c8! После неудачного 16-го хода программе удалось выправить положение, давление по диагонали a3-f8 не опасно. 20. ♘c2 ♚b6 21. ♙f4. Может быть, стоило сразу поставить слона на e3, но тогда надо считаться с 21... f5 и на 22. e5 есть ответ 22... f4!

21... c5 22. ♙e3 cd 23. ♘:d4 ♙c5 24. ♚ad1 e5 25. ♘c2 ♚:d3 26. ♚:d3 ♘e7 27. b4 ♙:e3+ 28. ♚:e3 ♚d8. Как будто, черные тактическим путем вызывают дальнейшие упрощения, а на самом деле попадают в ловушку.

29. ♚:d8+ ♚:d8 (рис. 295).

30. ♙f1? Каспаров упускает шанс — 30. ♚:a7! ♚d1+ 31. ♙f1 ♚:c2 32. ♚:b7. Материальный перевес на стороне черных, но белые пешки «а» и «b» удержать непросто.

30... b6 31. ♚c3 f6 32. ♙c4+ ♙f7 33. ♘e3 ♚d4 34. ♙:f7+ ♚:f7 35. ♚b3+? Импульсивный шах, а между тем размен ферзей вел к простой ничьей.

35... ♙f8 36. ♙g2? Лучше 36. ♙f1 ♚d2 37. ♘c4 ♚:h2 38. ♘d6 ♚h5 39. ♚e6, и ввиду угрозы ♚d7 и ♚d8+ черные вынуждены объявить вечный шах — 39... ♚:f3+ и т. д.

36... ♚d2+ 37. ♙h3 ♚e2! 38. ♘g2 h5! Положение белых критическое, роботу осталось объявить шах по диагонали c8-h3.

39. ♚e3 ♚c4 40. ♚d2 ♚e6+ 41. g4 hg+ 42. fg ♚c4 43. ♚e1 ♚b3+ 44. ♘e3 ♚d3! 45. ♙g3 ♚:e4 46. ♚d2 ♚f4+ 47. ♙g2 ♚d4 48. ♚:d4 ed 49. ♘c4 ♘c6 50. b5 ♘e5 51. ♘d6 d3 52. ♙f2 ♘:g4+ 53. ♙e1 ♘:h2 54. ♙d2 ♘f3+ 55. ♙:d3 ♙e7 56. ♘f5+ ♙f7 57. ♙e4 ♘d2+ 58. ♙d5 g5 59. ♘d6+ ♙g6 60. ♙d4 ♘b3+. Белые сдались.

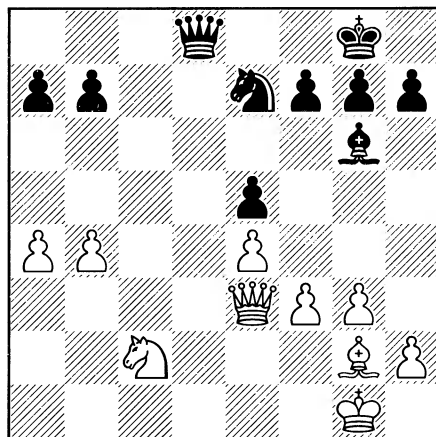


Рис. 295. Каспаров уступает машине.

После фиаско Каспарова следующий соперник «Гениуса» Николич сильно нервничал, что и сказалось на результате: в обеих партиях он стоял на выигрыш, но умудрился обе проиграть. Пришла очередь Ананда сразиться с электронным чудом, и он не подвел, отомстил за гроссмейстеров. Перед встречей

с машиной Виши сказал: «Раньше, когда я смотрел фильм “Терминатор”, мне было до слез жаль робота. Но сейчас у меня этого чувства к нему не осталось». Однако после победы над электронным чудом сердобольный Виши вздохнул: «Во время игры в зале собралось много шахматистов, болевших за меня, а вот за “Гениуса” ни один из его коллег-компьютеров не болел. И мне снова захотелось пожалеть машину».

После этого турнира многие гроссмейстеры требовали запретить компьютерам вмешиваться в дела человеческие, чтобы те не создавали им дискомфорт. Шахматисты сочли, что лучше встречаться с электронными партнерами «наедине», поскольку такая игра требует другого настроя, особой психологической подготовки.

Спустя год в Кельне — на тех же условиях, что и в Лондоне — состоялся матч-реванш между Каспаровым и его недавним обидчиком, усовершенствованной программой «Гениус». Все ждали очередной сенсации, и она чуть не произошла. В первой партии чемпион мира уже в дебюте попал в трудное положение. Но вместо того, чтобы перейти в выигранный эндшпиль, компьютер сыграл чересчур академично, а затем недооценил маневр белого ферзя и попал под смертельную связку.

Г. КАСПАРОВ — «ГЕНИУС»

Славянская защита

1. c4 c6 2. d4 d5 3. ♘f3 ♘f6 4. ♘c3 a6 5. c5 g6 6. ♙f4 ♙g7 7. e3 0-0 8. ♙d3 ♘bd7 9. h3 ♘e8 10. ♚c1. Лучше было сразу рокировать. Ладья на c1 белым не пригодится, а время потеряно. 10...f6 11. e4 e5 12. de ♘:c5 13. ed fe 14. ♙e3 ♘:d3+ 15. ♚:d3 e4!? 16. ♚:e4 ♘f6 17. ♚c4 ♘:d5 18. ♘:d5? Понятно желание белых получить позицию с изолированной пешкой «d» у противника, но для этого лучше подходило 18. ♘d4, отнимая поле e6 у слона, а на 18...♙h8 уже 19. ♘:d5.

18...♙e6! Блестящий промежуточный ход. «Гениус» избегает появления у себя «изолятора», более того, белопольный слон попадает в самый центр доски и производит выгодный размен. 19. 0-0 ♙:d5 20. ♚g4 ♙:f3 21. gf ♚d5! 22. ♚cd1 (рис. 296).

22...♚a2? После 22...♚:f3 белые практически вынуждены были разменять ферзей, переходя в бесперспективный эндшпиль. Теперь же они активизируют свои силы.

23. ♚d7 ♚f7 24. ♚fd1 ♚b3. Ничего не давало: 24...♚:d7 25. ♚:d7 ♚:b2 26. ♚e6+ ♙h8 27. ♚:g7! ♙:g7 (после 27... ♚:g7? 28. ♙f4 слон переводится на e5) 28. ♚e7+ ♙g8 29. ♚e6+, и дело кончается вечным шахом.

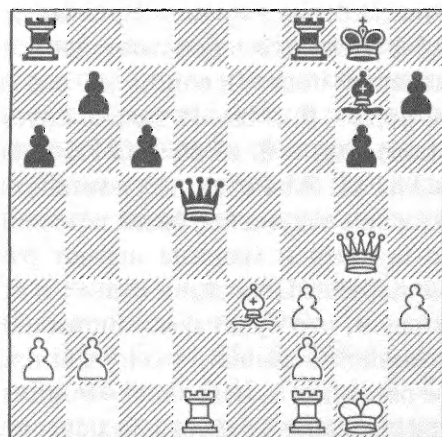


Рис. 296. Реванш чемпиона.

25. ♖1d3 ♕:b2? Трудно объяснить затмение, нашедшее на компьютер. Конечно, ему следовало признать свою ошибку и вернуться ферзем на a2. Мирный исход был бы не за горами.

26. ♖c4! ♜f8 27. ♜:f7. Возможно, черные рассчитывали на 27. ♔c5, чтобы откупиться качеством — 27...b5! 28. ♖e6 ♖f6 29. ♖:f6 ♜:f6 30. ♔:f8 ♔:f8, и пешечная масса на ферзевом фланге решала партию в пользу черных.

27...♜:f7 28. ♜d8+ ♔f8 29. ♔h6! Потеря ферзя неминуема. 29...♖a3 30. ♖e6! Прежде чем взять ферзя, белые образуют проходную пешку.

30...♖c5 31. h4 ♖b4 32. f4 ♖b1+ 33. ♔h2 ♖b4 34. ♔g2 ♖c5 35. h5 gh 36. f5 ♖b4 37. ♜:f8+ ♖:f8 38. ♔:f8 ♔:f8 39. f6. Черные сдались.

Вторую партию машина играла без риска, но и Каспаров не сжигал мостов — спортивная цель была достигнута, реванш 1,5:0,5 состоялся. А вскоре чемпиону мира бросил перчатку суперкомпьютер «Дип Блю», и в начале 1996-го Каспарову предстояла схватка не на жизнь, а на смерть. Но в запасе было полгода, и Гарри решил отдать старый должок своей обидчице — программе «Фриц», кстати, тогдашней чемпионке мира среди машин. Теперь это был не блиц, а быстрые шахматы. В первой встрече произошел один забавный случай...

«ФРИЦ» — Г. КАСПАРОВ

Защита Нимцовича

1. d4 e6 2. c4 ♘f6 3. ♘c3 ♔b4 4. ♖c2 0-0 5. a3 ♔:c3+ 6. ♖:c3 b6 7. ♔g5 (рис. 297).

В этом матче Каспаров пользовался обычной доской, а оператор мышкой вводил ход в компьютер, ответ также воспроизводил на доске. И вот, когда в данной позиции Каспаров только дотронулся до слона с8, оператор решил сэкономить несколько секунд для компьютера и мгновенно передал ему стандартный ход ♔c8-b7. Однако в действительности Каспаров пошел слоном на соседнее поле — 7...♔a6. И только спустя четыре хода — 8. e3 d6 9. f3 ♘bd7 10. ♔d3 h6 11. ♔h4 c5, когда компьютер подольше задумался, было замечено, что человек и машина играют разные партии. Подозвали судью, и все ожидали, что будет восстановлена позиция, где произошла ошибка. Но тот неожиданно заявил, что нужно продолжить игру с данной позиции. Странное решение, и, наверное, «Фриц» немало удивился, когда в процессе поиска хода ему вдруг предложили переставить слона с b7 на a6...

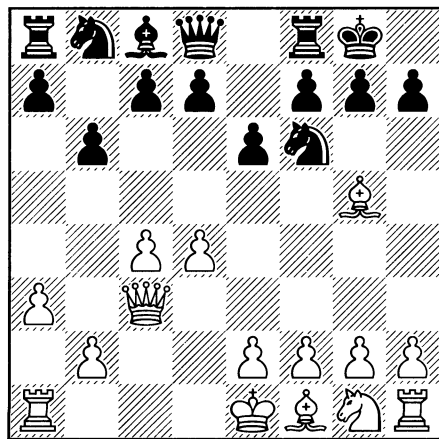


Рис. 297. «Мышка» подвела.

Итак, судья-человек подыграл чемпиону мира, и это решающим образом повлияло на исход. Ведь компьютер играл при черном слоне на b7, поэтому

и сделал ход f2-f3, который в новой ситуации смысла не имеет. При слоне на а6 пешка белых g2 вне опасности, и им как раз следовало побеспокоиться о другой пешке — с4. Еще пять ходов — 12. ♖d1 ♕c8 13. ♘e2 cd 14. ♗:d4 ♘e5 15. b3 ♘:d3+ 16. ♗:d3 d5, и черные добились явного перевеса.

Но предположим, в «новой» партии были бы сделаны те же ходы, что и в «старой», за исключением нелепого 9. f3? Тогда события могли бы развиваться так: 9. ♕d3 ♘bd7 10. ♘e2 h6 11. ♕h4 c5 12. 0-0 ♕c8 13. b3 cd 14. ♗:d4 ♘e5 15. ♕c2, и говорить можно только о преимуществе белых (нельзя 15...b5 из-за 16. ♗:a7).

Вторая партия закончилась вничью, и Каспаров одолел машину со счетом 1,5:0,5, но, надо думать, большого удовлетворения это ему не доставило — все-таки чемпион мира слегка «надул» робота...

Итак, в 1996-м чемпион мира сыграл матч из шести партий с суперкомпьютером «Дип Блю» с классическим контролем времени... Но здесь мы прервемся, об этом историческом поединке и других битвах белковых и электронных чемпионов подробно рассказывается в следующих главах. А пока упомянем еще несколько интересных встреч между человеком и машиной.

В 1998-м в Германии состоялся большой фестиваль по быстрым шахматам с участием программы «Фриц», и в гроссмейстерском турнире она уверенно победил, опередив Иванчука, Корчного, Портиша и других. За своих коллег опять отомстил Ананд, победитель главного турнира, он обыграв «Фрица» 1,5:0,5. А спустя год история повторилась. Снова в Германии состоялся фестиваль по быстрым шахматам, в два круга сражались восемь гроссмейстеров: Морозевич, Лeko, Топалов, Свидлер, Адамс, Юдит Полгар, Лутц и... «Фриц». И опять компьютер вышел победителем! Он проиграл только один матч и один свел вничью, остальные выиграл. В позиционном отношении машина не уступала соперникам, а в тактике ей не было равных. Честь белковых шахматистов в очередной раз пришлось спасать Ананду, и в тяжелом матче из четырех партий он взял верх с минимальным счетом — 2,5:1,5.

Занятный матч из шести партий Каспаров — Топалов по так называемым *продвинутым шахматам* состоялся в 1998 году. Партнерам во время игры разрешалось пользоваться компьютером, каждому — своим. Участникам отводилось по 1 часу на партию, и важно было определить, когда именно обращаться к машине. Каспаров и Топалов сидели за обычным столиком, но под углом к ним стояло еще по одному столу — с компьютером, общение с которым достигалось при помощи вращающегося кресла. Экран противника не был виден, но их диалог с машинами был доступен зрителям, кроме того, ходы сразу поступали в интернет.

Парадоксально, но пятую партию матча чемпион мира, скорее всего, проиграл из-за подсказки своей электронной помощницы (рис. 298).

Здесь черные могли сыграть 33...♖:c2 34. ♘:c2 ♗b2+ 35. ♘d3 ♗:a2 36. hg ♗:b3+ 37. ♘e2 ♗b2+ 38. ♘f1 ♗c1+ 39. ♗:c1 ♕:c1 40. d6 fg 41. d7 ♕g5 42. ♕:g6 a5 с простой ничьей. Так Каспаров и собирался действовать. Однако сначала он обратился к «Фрицу» за консультацией, который порекомендовал предвзительно увести пешку «g» из-под боя. Потеря времени оказалась роковой.

33...g5? 34. ♖d2! ♜:c2 35. ♔:c2.
Пешка а2 уже под защитой белого ферзя, и дела черных плохи.

35...♙a1 36. ♔d3 ♙f1+ 37. ♔d4
♙a1+ 38. ♔c4 ♙f1+ 39. ♙d3 ♙f2 40.
b4! Теперь пешку не жаль: черных гу-
бит неудачное расположение слона.

40...♙:a2+ 41. ♙b3! ♙:b3+ 42.
♙:b3 ♙c1 43. ♙d3 ♙f4 44. ♙:a6 ♙f8
45. ♙c4 ♙e7 46. ♙c8 ♙d6 47. ♙f5 ♙f8
48. ♙h7 ♙e7 49. b5 ♙d7 50. ♙g8 ♙e7
51. b6. Черные сдались.

Увлекательный поединок завершился вничью 3:3, и в дальнейшем подобные встречи в продвинутые шахматы проводились неоднократно. А если немного пофантазировать и представить себе, что в крупных соревнованиях гроссмейстерам хотя бы иногда разрешат обращаться к компьютеру? Это могло бы даже повлиять на расстановку сил на шахматном Олимпе. Например, сохранил бы Виши Ананд свою корону в матче с Борисом Гельфандом (Москва, 2012), если бы претендент не зевнул ему ферзя в восьмой партии и в результате сдался уже на 17-м ходу? Разумеется, машина никогда бы не совершила такой оплошности. Правда, Гельфанд не добрался бы до встречи с Анандом, если бы закономерно — с точки зрения компьютера — закончился его полуфинальный матч претендентов (Казань, 2011) с Камским. Если бы Гата в решающей партии посоветовался с машиной, в финал бы вышел он... Да и в финальном матче Гельфанд играл бы не с Александром Грищуком, а с Ароняном, рейтинг-фаворитом претендентского турнира, — одно нажатие на «мышку» в нужный момент, и компьютер указал бы Левону простой и элегантный путь к победе... Но пока что обращение к компьютеру во время игры называется *читерством* и сурово преследуется по шахматным законам...

И наконец еще раз об интернете, благодаря которому у шахматистов появилась возможность встречаться за доской, находясь далеко друг от друга, хоть на разных материках. Если в популярных когда-то соревнованиях по переписке партии длились годами, то в этой, тоже заочной игре, поединок может протекать в режиме реального времени. Различные соревнования по интернету сейчас проводятся часто, а в 1999-м Каспаров предложил сыграть партию против «Всего мира». Каждой стороне отводились сутки на ответный ход, и выбор сборной планеты определялся голосованием всех желающих участвовать в игре. Комиссия из четырех опытных шахматистов на каждом ходу предлагала несколько разумных ответов, откровенно слабые ходы заведомо исключались. Упорная партия длилась четыре месяца, и в глубоком эндшпиле Каспаров все-таки обхитрил всю планету...

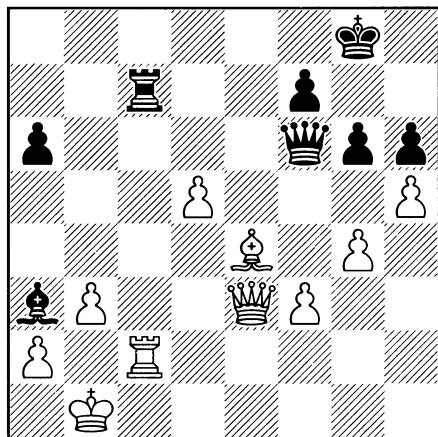


Рис. 298. В. Топалов – Г. Каспаров.

Г. КАСПАРОВ — «ВЕСЬ МИР»

Сицилианская защита

1. e4 c5 2. ♘f3 d6 3. ♙b5+ ♙d7 4. ♙:d7+ ♚:d7 5. c4 ♘c6 6. ♘c3 ♘f6 7. 0-0 g6 8. d4 cd 9. ♘:d4 ♙g7 10. ♘de2 ♚e6. «Весь мир», неожиданно для самого себя, применяет важную новинку... Черные жертвуют ладью за коня, но получают достаточную компенсацию.

11. ♘d5 ♚:e4 12. ♘c7+ ♙d7 13. ♘:a8 ♚:c4 14. ♘b6 ab 15. ♘c3 ♙a8 16. a4 ♘e4 17. ♘:e4 ♚:e4 18. ♚b3 f5 19. ♙g5 ♚b4 20. ♚f7 ♙e5 21. h3 ♙a4 22. ♙:a4 ♚:a4 23. ♚:h7 ♙:b2 24. ♚:g6 ♚e4. У черных за качество две пешки — сдвоенные, но проходные, а у белой ладьи мало перспектив.

25. ♚f7 ♙d4 26. ♚b3 f4 27. ♚f7 ♙e5 28. h4 b5 29. h5 ♚c4 30. ♚f5+ ♚e6 31. ♚:e6+ ♙:e6 32. g3 fg?! В этом необычном окончании белые рассчитывали на свои проходные «g» и «h», но их мог задержать черный король. Теперь же его путь перекрывает белая ладья. Необходимо было 32...f3!, и черные в полной безопасности.

33. fg b4 34. ♙f4 ♙d4+ 35. ♙h1 b3 36. g4 ♙d5 37. g5 e6 38. h6. Занятная позиция. Чьи пешки быстрее достигнут цели? 38...♘e7 39. ♙d1 e5 40. ♙e3 ♙c4 41. ♙:d4 ed 42. ♙g2 b2 43. ♙f3 ♙c3 44. h7 ♘g6. Ситуация прояснилась: ладья и конь скоро будут уничтожены, и дело идет к ферзевому эндшпилю.

45. ♙e4 ♙c2 46. ♙h1 d3 47. ♙f5 b1 ♚ 48. ♙:b1 ♙:b1 49. ♙:g6 d2 50. h8 ♚ d1 ♚ 51. ♚h7 b5 (рис. 299). Правильно 51...♙a1, а в случае 51...d5 мог возникнуть уникальный эндшпиль с четырьмя ферзями: 52. ♚:b7+ ♙a1 53. ♙h6 d4 54. g6 d3 55. g7 ♚c1+ 56. ♙h7 d2 57. g8 ♚ ♚c2+ 58. ♙h8 d1 ♚.

52. ♙f6+ ♙b2. Шансы белых выше: их пешка ближе к последней горизонтали.

53. ♚h2+ ♙a1 54. ♚f4 b4? Решающая

ошибка. Спустя десять лет компьютер, используя специальную программу для анализа семифигурных окончаний, доказал, что черные здесь достигали ничьей, причем двумя способами: 54...♚d3 и 54...♚d5, но в обоих случаях возникающие варианты очень сложные.

55. ♚:b4 ♚f3+ 56. ♙g7 d5. Упорнее было 56...♚e3. 57. ♚d4+ ♙b1 58. g6 ♚e4. Соппротивление продлеvalo 58...♚f5. 59. ♚g1+ ♙b2 60. ♚f2+ ♙c1 61. ♙f6 d4 62. g7. Черные сдались: пешка «g» становится ферзем.

За 124 дня игры в каспаровский сайт заглянуло свыше 3 миллионов любителей шахмат из 75 стран. Да, будущее шахмат за интернетом!

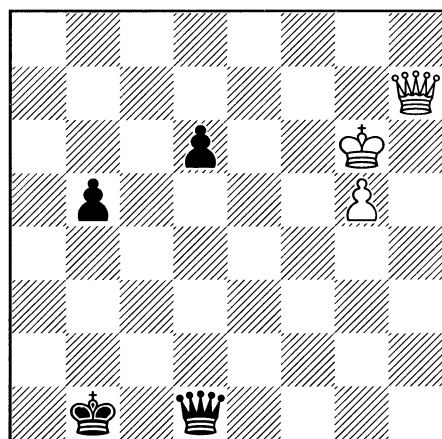


Рис. 299.

Каспаров против «Всего мира».

Глава 26

ЭРА НОВЫХ ЧЕМПИОНОВ

В этой главе мы расскажем обо всех поединках между чемпионами мира, с одной стороны, и сильнейшими компьютерами, с другой. Пока электронные шахматисты «вставали на ноги», они явно уступали белковым соперникам. Но в конце прошлого века ситуация изменилась, победа машины над человеком уже никого не удивляла. Особый интерес представляют встречи компьютеров с шахматными королями, всего их состоялось шесть.

СРАЖЕНИЕ ПЕРВОЕ

В 1996 году произошло историческое событие: впервые шахматный король, Гарри Каспаров, сыграл матч из шести партий с американским суперкомпьютером «Дип Блю», причем не в блиц, не в быстрые шахматы, а с классическим контролем времени. В поединке в Филадельфии было всё, что полагается: дебютные сюрпризы, позиционная и комбинационная борьба и даже зевки. И уже на старте произошла сенсация: электронный гроссмейстер взял верх.

«ДИП БЛЮ» – Г. КАСПАРОВ

Сицилианская защита

1. e4 c5 2. c3 d5 3. ed ♔:d5 4. d4 ♘f6 5. ♘f3 ♙g4 6. ♙e2 e6 7. h3 ♙h5 8. 0-0 ♘c6 9. ♙e3 cd 10. cd ♙b4!? Патент Каспарова. Слон как бы стреляет в пустоту, а на самом деле, перемещаясь на b6, создает давление на пешку d4. 11. a3 ♙a5 12. ♘c3 ♔d6 13. ♘b5 ♔e7? Ведет к трудной позиции, а между тем после 13...♔d5 у белых нет ничего лучшего, чем вернуться конем на c3. Быстрая ничья объективно выгодна черным, но, понятно, чемпион мира считал это уступкой машине.

14. ♘e5 ♙e2 15. ♔e2 0-0 16. ♖ac1 ♖ac8 17. ♙g5 ♙b6 18. ♙:f6 gf 19. ♘c4 ♖fd8 20. ♘:b6 ab 21. ♖fd1 f5 22. ♔e3 ♔f6 (рис. 300).

23. d5! ♖:d5 24. ♖:d5 ed 25. b3! ♙h8? Требовалась перегруппировка сил: 25...♗d8! 26. ♙:b6 ♗d7! 27. ♙e3 ♙g7, и, обладая защищенной проходной пешкой, черные удерживали позицию. 26. ♙:b6 ♗g8 27. ♙c5 d4 28. ♘d6 f4 29. ♘:b7 ♘e5 30. ♙d5 f3 31. g3 ♘d3 32. ♗c7! Маневр ладьей производит сильное впечатление. Многие, не задумываясь, увели бы ее на c6, выгадывая темп. Но тогда Каспаров как раз собирался пойти 32...♗g5 с неясными осложнениями.

32...♗e8 33. ♘d6 ♗e1+ 34. ♙h2 ♘:f2. Со слабой надеждой объявить мат белому королю.

35. ♘:f7+! ♙g7. На 35...♙:f7 решало 36. ♙d8+ ♙g7 37. ♗:f7+ ♙:f7 38. ♙d5+ ♙g6 39. ♙:f3 d3 40. ♙:f2 ♗e2 41. ♙g2. Просчитать такой вариант для компьютера плевое дело. 36. ♘g5+ ♙h6 37. ♗:h7+. **Черные сдались.**

Каспаров мобилизовал все силы и сравнял счет. Далее последовали две боевые ничьи, мирно могла завершиться и пятая партия. Чемпион мира предложил ничью, и если бы машина не была бы так амбициозна, интрига сохранилась бы до конца. Но неожиданно Гарри получил отказ, после чего «Дипблюшник» быстро проиграл. Окончательные итоги подвела шестая партия: Каспаров взял верх 4:2.

СРАЖЕНИЕ ВТОРОЕ

Итак, первый серьезный матч закончился хеппи-эндом для человека. Но не за горами был матч-реванш: в 1997-м в Нью-Йорке опять шесть партий с полноценным контролем. На сей раз поединок завершился сенсационно — электронный чемпион обыграл белкового 3,5:2,5. Впервые в истории сильнейший человек на планете был повержен машиной в настоящей поединке. В те дни во всех информационных агентствах мира это сообщение стояло на первом месте.

Компьютер был на высоте, но, возможно, главная причина неудачи Каспарова заключалась в том, что он играл не столько в «античеловеческие» шахматы, сколько в антикомпьютерные, ставил научный эксперимент. В результате Гарри изменил самому себе, своему стилю. И другой важный момент: разработчики «Дип Блю» лишили Каспарова возможности изучить особенности машины, сыграть с ней хотя бы несколько партий. «Даже Пентагон так тщательно не оберегает свои компьютерные файлы, — шутил чемпион мира, — как создатели «Дип Блю»».

Первая партия после бурных осложнений принесла победу Каспарову. Но во второй он получил пассивную игру и не сумел вырваться из тис-

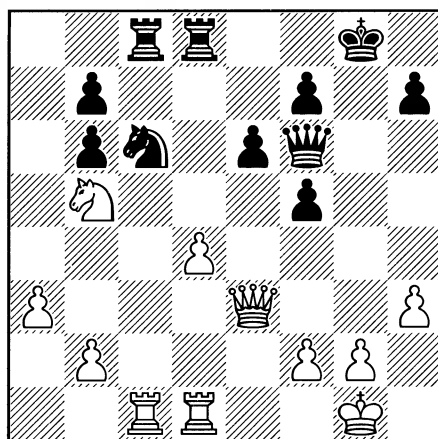


Рис. 300. Старт матча двух чемпионов.

ков машины, к тому же упустил счастливую возможность спастись в самом конце.

«ДИП БЛЮ» – Г. КАСПАРОВ

Испанская партия

1. e4 e5 2. ♘f3 ♘c6 3. ♚b5 a6 4. ♚a4 ♘f6 5. 0-0 ♚e7 6. ♖e1 b5 7. ♚b3 d6 8. c3 0-0 9. h3 h6 10. d4 ♖e8 11. ♘bd2 ♚f8 12. ♘f1 ♚d7 13. ♘g3 ♘a5 14. ♚c2 c5 15. b3 ♘c6 16. d5 ♘e7 17. ♚e3 ♘g6 18. ♖d2. У черных прочная, но пассивная позиция, не в духе Каспарова.

18... ♘h7 19. a4 ♘h4 20. ♘:h4 ♖:h4 21. ♖e2 ♖d8 22. b4 ♖c7 23. ♖ec1 c4 24. ♖a3 ♖ec8 25. ♖ca1 ♖d8 26. f4 ♘f6?! Размен на f4 вел к уравниванию.

27. fe de 28. ♖f1 ♘e8 29. ♖f2 ♘d6 30. ♚b6 ♖e8 31. ♖3a2 ♚e7 32. ♚c5 ♚f8 33. ♘f5? Антипозиционный ход, черным выгоден размен своего слона на этого коня. 33... ♚:f5 34. ef f6? В подобных позициях черным следует немедленно затеять контригру в центре – e5-e4!, освобождая пункт e5 для собственных фигур. Теперь же им не хватает пространства.

35. ♚:d6 ♚:d6 36. ab ab 37. ♚e4! На доске полная доминация белых фигур. 37... ♖:a2 38. ♖:a2 ♖d7 39. ♖a7 ♖c7 40. ♖b6 ♖b7 41. ♖a8+ ♚f7 42. ♖a6 ♖c7 43. ♖c6 ♖b6+ 44. ♚f1? Проще 44. ♚h1, достаточен для победы и размен ферзей. Централизация короля могла привести к нежелательным последствиям для робота.

44... ♖b8. Черным трудно дышать, но тут следует неожиданный финал.

45. ♖a6?? Черные сдались?? (рис. 301).

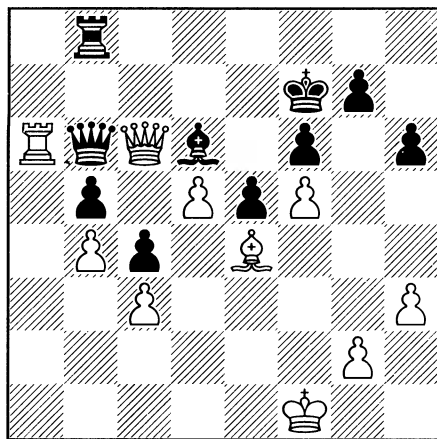


Рис. 301. Уникальный финал.

Поразительно! Каспаров сдался, упустив шанс ускользнуть от кровавой машины. Конечно, после 45... ♖:c6 46. dc положение черных безнадежно. Но при броске ферзя на e3 белому королю не избежать преследования: 45... ♖e3! 46. ♖:d6 ♖e8! 47. h4! (в надежде скрыться на h3) 47... h5!! (лишая белых этой надежды), и королю не уйти от вечного шаха ферзем по диагонали c1-h6. Видно, компьютер, играя ♖a1-a6, не досчитал до конца все последствия и по-прежнему оценивал позицию как выигранную для себя. Каспаров же поверил роботу на слово. Объективности ради заметим, что после размена ферзей 45. ♖:b6 (еще лучше 45. ♖d7+) 45... ♖:b6 46. ♖a7+ с последующим маршрутом короля на h5 положение черных критическое. Так что нельзя считать, что компьютеру повезло, скорее, не повезло человеку.

В трех следующих встречах Каспаров владел инициативой, но соперник стоял насмерть, выдержал все испытания и добился ничьей. Перед последней

партией счет сохранялся равным, и можно представить себе, какое настроение было у чемпиона мира, когда он отправлялся на игру. Сломленный непредвиденным течением борьбы, Каспаров в шестой, решающей схватке был неузнаваем: проиграл ее в девятнадцать ходов!

«ДИП БЛЮ» – Г. КАСПАРОВ

Защита Каро-Канн

1. e4 c6 2. d4 d5 3. ♘c3 de 4. ♘:e4 ♘d7 5. ♘g5 ♘gf6 6. ♔d3 e6 7. ♘1f3. В этой позиции черные автоматически выводят слона – 7...♘d6 и после 8. ♚e2 отбрасывают коня – 8...h6, получая прочную позицию. 7...h6? Позволяет белым при помощи жертвы коня на e6 развить грозную атаку (рис. 302).

После партии Гарри утверждал, что машина еще не созрела для таких решений, ведь белые получают за фигуру всего одну пешку: что-то тут не так! Но удар на e6 относится к разряду дебютных ходов, которые закладываются в компьютер заранее. Во всяком случае эта позиция предлагалась разным программам, и многие били на e6.

Согласно другой версии, Каспаров испытывал в этот день психологический дискомфорт: сказалось колоссальное нервное напряжение, и, усталый, он просто допустил перестановку ходов, полагая, что слон уже вышел на d6. Еще одно объяснение заключается в том, что позиция, возникающая после жертвы коня, в дебютных справочниках оценивалась как спорная, и Каспаров мог умышленно пойти на нее.

8. ♘:e6! При черном слоне на d6 эта жертва некорректна: во-первых, у белых нет подходящего поля f4 для слона, а, во-вторых, король уютно располагается на f8. 8...♚e7 9. 0-0 fe 10. ♘g6+ ♔d8 11. ♘f4 b5. Понятно желание черных обеспечить коню удобную стоянку на d5, препятствуя c2-c4. Но теперь у них возникают новые проблемы – не только в центре доски, но и на ферзевом фланге.

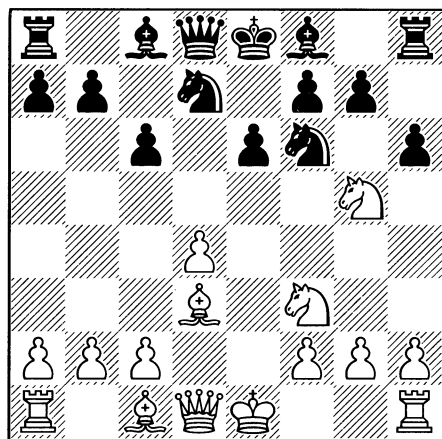


Рис. 302. Каспаров играет с огнем.

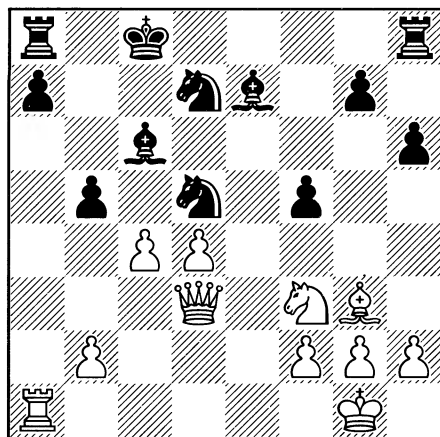


Рис. 303. Разгром!

12. a4! ♖b7 13. ♔e1 ♘d5 14. ♙g3 ♚c8 15. ab cb 16. ♗d3! ♙c6 17. ♙f5 ef. Не спасает ни 17...♘b4 18. ♗c3 ♙b7 19. ♗:e6 ♗d8 20. d5 ♙:d5 21. ♗e8, ни 17...♘c7 18. ♙:c7 ♙:c7 19. ♗:e6 ♗d8 20. ♗c3 ♙d6 21. ♘e5 ♘b8 22. ♙e4.

18. ♗:e7 ♙:e7 19. c4. Черные сдались (рис. 303).

Фантастика! В решающей партии чемпион не продержался и двадцати ходов, причем миниатюра длилась всего час с небольшим. Формально в данный момент на доске примерное материальное равенство. Но Каспаров прекрасно понимал, что для машины это положение просто смешное. После 19...♘b4 20. ♗:f5 bc 21. ♘e5 или 19...bc 20. ♗:c4 ♘b4 (20...♙b7 21. ♗a6X!) 21. ♗e1 ♗e8 22. ♘h4 ♘b6 23. ♗f7 ♘6d5 24. ♘:f5 ♙d8 25. ♘:g7 его позиция разваливалась как карточный домик.

Итак, второй полноценный поединок между двумя корифеями завершился победой электронного, Каспаров «попал под машину»! Любопытно, что в очередном издании «Книги рекордов Гиннеса» информация об этом событии торжественно обведена в рамочку. Наступила эра новых чемпионов!

Раздосадованный Гарри после матча заявил, что не всё было чисто, якобы компьютеру помогали люди. Кажется, он долго придерживался этого мнения. А свое обвинение мотивировал тем, что разработчики не предоставили ему распечатку вариантов. Однако в действительности упрекнуть создателей «Дипблюшника» не в чем. Что касается распечаток, то их предъявление не входило в их обязанности. Но, самое главное, не было никаких «следов» нечестной игры. Так, ход 44. ♙f1 во второй партии, выпускающий победу, не пришел бы в голову ни одному квалифицированному игроку. Спустя пять лет главный создатель «Дип Блю» доктор Сю выпустил книгу, посвященную своей программе, где подробно рассказал о ней и поставил все точки над «i».

К сожалению, в скором времени фирма IBM, которая благодаря победе «Дип Блю», добилась большого коммерческого успеха, «бросила» шахматы (Каспаров последовал этому примеру спустя восемь лет!). Резон тут был: еще одна победа не принесла бы фирме особых завоеваний, а поражение могло бы разочаровать публику. Да, жаль, что матч-реванш не состоялся, ведь в новом сражении с роботом Каспаров готов был поставить на кон чемпионский титул.

СРАЖЕНИЕ ТРЕТЬЕ

Спустя пять лет отомстить за человечество попытался преемник Каспарова, новый чемпион мира Владимир Крамник. В 2002 году в экзотическом Бахрейне состоялся матч между ним и сильнейшей немецкой программой «Фриц». Кстати, она сделала заметный шаг вперед по сравнению с «Дип Блю», не говоря уже о том, что та была упрятана в ящик метра два высотой и почти полторы тонны весом. А «Фриц» играла на РС, правда, многопроцессорном.

Увы, реванш не состоялся: матч закончился вничью 4:4. В первой половине Крамник сумел подобрать ключи к электронному сопернику, во второй тот преобразился. При счете 3:1 в пользу Человека все были уверены, что исход

предрешен. Но тут создатели программы сделали внушение своему детищу, исключили нежелательные варианты, и всё повернулось на 180 градусов... (По условиям договора компьютерщикам нельзя было ничего менять в программе, но не запрещалось выбирать разные дебюты).

В пятой партии произошел случай, который встречается у чемпионов мира крайне редко: в худшем положении, где Крамник сохранял шансы на ничью, он зевнул смертельный шах конем, потерял фигуру и немедленно сдался. В шестой встрече рассерженный чемпион вступил с соперником в бурную тактическую схватку — пожертвовал коня с непредсказуемыми последствиями. Однако отправившись в опасное плавание, черный король преодолел все рифы. Машина была дальновиднее, находила лучшую защиту и перехитрила Человека. Счет сравнялся — 3:3.

В. КРАМНИК — «ФРИЦ»

Новоиндийская защита

1. d4 ♘f6 2. c4 e6 3. ♘f3 b6 4. g3 ♙a6 5. b3 ♙b4+ 6. ♙d2 ♙e7 7. ♙g2 c6 8. ♙c3 d5 9. ♘e5 ♘fd7 10. ♘:d7 ♘:d7 11. ♘d2 0-0 12. 0-0 ♖c8 13. a4. Стандартное продолжение 13. e4, но «Фрица» трудно заставить врасплох. 13... ♙f6 14. e4 c5! 15. ed cd 16. ♙b4 ♖e8 17. ♘e4. Похоже, Крамник напрасно переходит на комбинационные рельсы. 17...ed 18. ♘d6 dc! За качество черные получают две пешки, к тому же сильную проходную в центре (рис. 304).

19. ♘:f7?! После партии Крамник признался, что не сумел удержаться от заманчивой жертвы, но не жалеет, поскольку партия получилась одной из самых увлекательных в его биографии. Проверив варианты, «Фриц» оценил положение в свою пользу, а «дырку» в замысле Крамника указал через десяток ходов. После 19. ♙d5 возникали головокружительные осложнения, правда, такое ощущение, что компьютер выкрутился бы и здесь.

19... ♙:f7 20. ♙d5+ ♖g6 21. ♖g4+ ♙g5! 22. ♙e4+ ♖:e4! 23. ♖:e4+ ♖h6. В случае 23... ♙f7 белые объявляли вечный шах: 24. ♖d5+ ♖g6 25. ♖e4+ ♖f7 26. ♖d5+, но ничья «Фрица» не устраивает.

24. h4 ♙f6 25. ♙d2+ g5 26. hg+ ♙:g5 27. ♖h4+. Жертвуя коня, Крамник наметил здесь вариант 27. ♖e6+ ♘f6 28. f4 — слон в капкане, и материальный перевес переходит к белым. Однако он не учел реплики 28... ♙h4!, и после 29. gh ♖g8+ 30. ♖:g8 ♖:g8+ 31. ♙h2 c3 черные проходные неудержимы.

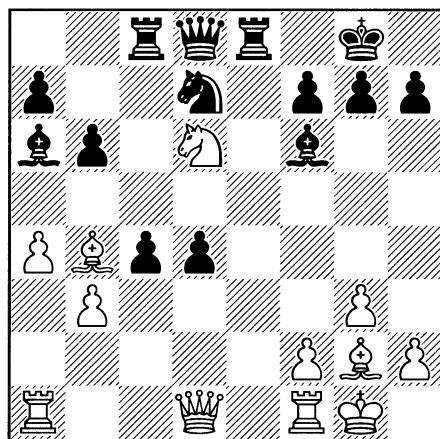


Рис. 304.

Крамник жертвует «Фрицу» коня.

27...♔g6 28. ♖e4+ ♔g7 29. ♙:g5 ♖:g5 30. ♜fe1 cb 31. ♖:d4+ ♘f6 32. a5 ♗d5 33. ♗:d5 ♘:d5 34. ab ab. Белые сдались.

Забавно, что Крамник выбрал для капитуляции не самый подходящий момент. Он полагал, что после 35. ♜:a6 b2 неприятельская пешка проскакивает в ферзи, и поверил машине. А между тем, как установил... Каспаров, превращение пешки еще не решало, например: 36. ♜a7+ ♔g6 37. ♜d7 ♜c1 38. ♜d6+! Именно этот шах упустил из виду Крамник. 38...♘f6. Конь вынужден отвлечься, иначе королю не уйти от преследования. 39. ♜dd1! b1♗ 40. ♜:c1 ♗b4 41. ♜b1 ♗d6 42. ♜ed1 ♗c6 43. ♜dc1 ♗b7 44. ♜b5 ♘d7 45. ♜cb1, и белые сохраняют шансы на благополучный исход.

Как вы помните, подобный казус случился и у самого Каспарова — во второй партии с «Дип Блю» он сдался в позиции, где мог форсировать ничью.

В двух заключительных встречах фигуры соперников не вступали в серьезный конфликт, и оба раза соглашение на ничью последовало по инициативе Крамника. Окончательный счет 4:4 для компьютера был весьма почетный. Вновь подтвердилось, что машины достигли уровня чемпионов мира.

СРАЖЕНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ

В начале 2003 года состоялся очередной матч двух королей: в Нью-Йорке Каспаров сразился с израильской программой «Джуниор» — в матче из шести партий, тоже с полноценным контролем. На сей раз он играл в «нормальные» шахматы, выбирал свои любимые дебюты, и мирный исход, можно сказать, был достигнут с позиции силы. В первой партии Гарри уверенно взял верх. Увлечательно протекала вторая партия, она закончилась вничью. А в третьей электронный мозг сравнял счет. «Джуниор» остроумно защищался и отбил угрозы соперника. Ничья была неизбежна, но Гарри сделал резкий ход, который вел к проигрышу...

Г. КАСПАРОВ — «ДЖУНИОР»

Славянская защита

1. d4 d5 2. c4 c6 3. ♘c3 ♘f6 4. e3 e6 5. ♘f3 ♘bd7 6. ♖c2 b6 7. cd ed 8. ♙d3 ♙e7 9. ♙d2 0-0 10. g4! В первой партии Каспаров тоже жертвовал пешку «g». Тогда машина отклонила дар, теперь принимает его, и на доске возникают головокружительные осложнения.

10...♘:g4 11. ♜g1 ♘df6. Чисто машинный ход, человек бы пошел на f6 другим конем. Вынужденное отступление коня на h6 малокомфортно, но зато вступает в игру черный слон.

12. h3 ♘h6 13. e4!? de 14. ♙:h6 ed 15. ♜:g7+. Интересные осложнения возникли и при другом взятии на g7 — 15. ♙:g7 ♘g4 16. ♖:d3 ♔:g7 17. hg.

15...♔h8 16. ♖:d3 ♜g8 17. ♜:g8+ ♘:g8! 18. ♙f4 f6! Важный профилактический ход, 18...♙e6? сразу проигрывало из-за 19. ♙e5+ и на любой ответ 20. ♘g5!

19. 0-0-0 ♙d6! 20. ♖e3 ♙:f4 21. ♖:f4 ♙:h3. В самый ответственный момент, когда все фигуры человека набросились на короля, машина спокойно принимает пешку.

22. ♖g1. Одна белая ладья ворвалась по линии «g» и обнажила черного короля, другая собирается нанести решающий удар.

22... ♜b8! 23. ♜e3 ♜d6 24. ♘h4 ♙e6 25. ♜h1 ♜d8 26. ♘g6+ ♙g7 27. ♘f4 ♙f5 28. ♘ce2 ♘e7 29. ♘g3 ♙h8! Смелые маневры короля производят впечатление. 30. ♘:f5 ♘:f5 31. ♜e4 ♜d7 (рис. 305).

Здесь острая партия могла завершиться повторением ходов: 32. ♘g6+ ♙g7 33. ♘f4 ♙h8 34. ♘g6+ ♙g7 с ничьей — закономерный итог. Но Каспаров всё время стоял активнее, продолжает жить прошлым и в результате допускает грубый зевок.

32. ♜h5? ♘:d4! Неожиданно белый король оказывается в матовом кольце — грозит шах конем с b3, и всё кончено. 33. ♘g6+ ♙g8 34. ♘e7+ ♙f8! 35. ♘d5 ♜g7! 36. ♜:d4 ♜:d5. Белые сдались. После 37. ♜:d5 cd 38. ♜:d5 ♜g5+ черные получают выигранный пешечный эндшпиль.

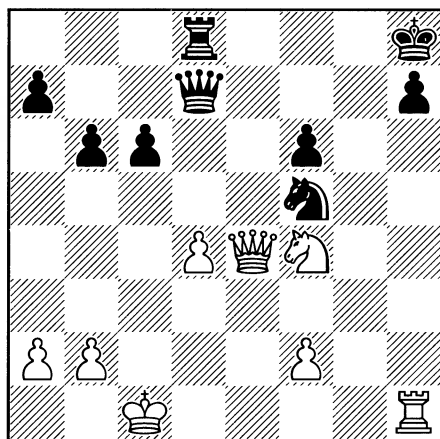


Рис. 305. Каспаров упускает ничью.

Четвертая и пятая партии закончились вничью. В заключительной схватке Каспаров переиграл машину по всем статьям, но когда пришло время собирать плоды, неожиданно последовало соглашение на ничью. Возможно,

Гарри вспомнил ситуацию шестилетней давности, когда он при равном счете проиграл шестую партию «Дип Блю», и теперь не стал испытывать судьбу.

Итог поединка — 3:3.

СПРАЖЕНИЕ ПЯТОЕ

В конце 2003 года прошел еще один матч Каспарова с машиной. Опять с классическим контролем, но совсем короткий — из четырех партий. Его провела американская фирма «Х3Д», специализирующаяся на преобразовании предметов на экране в трехмерное изображение. Для человека, надевающего особые черные очки, виртуальная доска представлялась как абсолютно реальная — он видел ее в пространстве, парящей перед глазами. Программа играла на компьютере с четырьмя процессорами, работающими параллельно, что позволяло ей считать около четырех миллионов вариантов в секунду.

Матч с виртуальной программой «Х3Д-Фриц» (улучшенный «Фриц») тоже завершился мирно — 2:2. В одной партии человек зевнул тактический удар, в другой беспомощность проявила машина, еще две закончились вничью.

Партии демонстрировались в прямом эфире по одному из крупнейших спортивных каналов США и в интернете на весь мир. Неожиданно закончилась вторая партия.

«ХЗД ФРИЦ» – Г. КАСПАРОВ

Испанская партия

1. e4 e5 2. ♘f3 ♘c6 3. ♙b5 ♘f6 4. d3 d6 5. c3 g6 6. 0-0 ♙g7 7. ♘bd2 0-0 8. ♚e1 ♚e8 9. d4 ♙d7 10. d5. Теперь игра напоминает староиндийскую защиту – некогда любимый дебют Каспарова. 10... ♘e7 11. ♙:d7 ♘:d7 12. a4. Ясно, что черные будут давить на королевском фланге, а белые развивают инициативу на ферзевом.

12...h6 13. a5 a6 14. b4 f5 15. c4 ♘f6 16. ♙b2 ♚d7 17. ♚b1. Логичнее было поставить ферзя на c2 или b3.

17...g5 18. ef ♚:f5. Действия черных более конкретны, и их положение предпочтительнее. По мнению Каспарова, лучше сразу 18...g4 и после 19. ♘h4 ♘:f5 20. ♘:f5 ♚:f5 21. ♘f1 h5 возникала примерно та же позиция, что и в партии, но с лишними темпами у черных.

19. ♘f1 ♚h7 20. ♘3d2 ♘f5. Препятствуя ♘f1-g3-e4, и белые перехватывают инициативу. 21. ♘e4 ♘:e4 22. ♚:e4 h5 23. ♚d3 ♚f8 24. ♚be1 ♚f7 25. ♚1e2 g4 26. ♚b3 ♚af8 27. c5 ♚g6 28. cd cd 29. b5 ab 30. ♚:b5 ♙h6. Слон комфортно чувствовал себя на g7. Черным стоило проявить большую активность, вот забавный вариант: 30...h4 31. ♚b4 ♘d4 32. ♙:d4 ed 33. ♚e6 ♚f5 34. ♚:d6 d3 35. ♚d2 ♚:f2+! 36. ♚:f2 ♚:f2 37. ♚e1 ♚:f1+ 38. ♚:f1 ♙d4+ 39. ♚f2 ♚:f2, и белые гибнут.

31. ♚b6 ♙h7 32. ♚b4 ♚g7?? (рис. 306). Удивительный зевок для супергроссмейстера и классический пример инерционности мышления. Разумеется, Каспаров видел, что ладья f8 находится под рентгеном ферзя b4, но ему и в голову не пришло, что она осталась без поддержки. Ведь только что была защищена трижды – королем, другой ладьей и слоном. Король покинул ее на предыдущем ходу, а теперь ушла и ладья, к тому же прервав контроль слона над полем f8. В результате стало возможно взятие пешки e5. При 32... ♚c8 или 32... ♚g8 черные сохраняли все плюсы.

33. ♚:e5! В этом всё дело – теряется коренная пешка, достаточно было и 33. ♙:e5. 33...de 34. ♚:f8 ♘d4 35. ♙:d4 ed 36. ♚e8 ♚g8 37. ♚e7+ ♚g7 38. ♚d8! ♚g8 39. ♚d7+. Черные сдались.

В третьей партии гроссмейстер не дал вздохнуть роботу и отомстил за предыдущий прокол. В четвертой мир был заключен уже на 27-м ходу – 2:2. Повторился финал двух предыдущих сражений Крамника и Каспарова с компьютерами: в решающих встречах гроссмейстеры предпочли не рисковать.

Итак, после пяти матчей паритет сохранился – 2.5:2,5. Последнему сражению чемпионов – среди людей и машин – посвящена следующая глава.

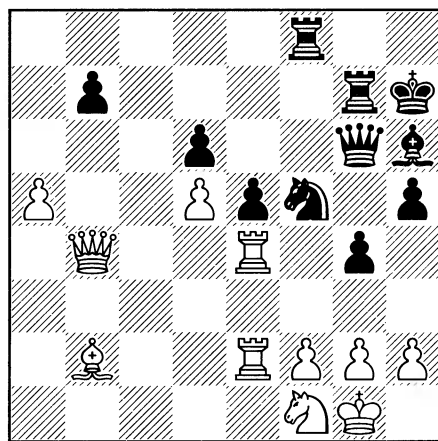


Рис. 306. Зевок Гарри.

Глава 27

ЧЕЛОВЕК УСТУПАЕТ КОМПЬЮТЕРУ

После пяти матчей, сыгранных в течение 10 лет, счет между шахматными королями и машинами оставался равным. И вот в Бонне в конце 2006-го года состоялся очередной поединок из шести партий – между чемпионом мира Владимиром Крамником и новейшей версией «Фрица» – «Дип Фриц-10» (авторы программы голландец Франц Морш и немец Матиас Файст).

Организаторы всё обставили так, словно это был настоящий поединок за шахматную корону. Внимание прессы было не меньшим, чем к матчу за звание абсолютного чемпиона мира между Крамником и Топаловым, прошедшему незадолго до этого. В правилах было предусмотрено всё до мелочей, включая откладывание партий (которое не понадобилось) и ситуацию, если забарахлит техника.

Существенно, что пока компьютер во время игры пользовался дебютной базой, Крамнику разрешалось следить за ходом его мыслей, его выбором. Оператор отворачивал монитор от Владимира только тогда, когда машина начинала действовать самостоятельно. Напомним, что Каспарову так и не дали распечаток анализов «Дип Блю», Крамник же получал их сразу после партии.

И, самое главное, что за два месяца до сражения чемпиону мира была предоставлена последняя версия «Фрица». Он мог тренироваться с программой сколько заблагорассудится – Владимир признался, что с контролем 10 минут на партию сыграл с ней около 60 партий и выиграл всего две. Но матч показал, что и при полноценном, классическом контроле с «железным зверем» уже не справиться...

Программа использовала четырехпроцессорный компьютер и анализировала до 10 миллионов ходов в секунду. Конечно, за десять лет машины значительно усилились, но и Крамник, как мы видим, имел много преимуществ по сравнению с Каспаровым, впрочем, Владимиру это не помогло. Во второй

партии Крамник умудрился зевнуть мат, а в шестой игра закончилась его полным фиаско. Остальные четыре проходили с некоторой инициативой «Фрица» и завершились вничью. Приведем все партии этого исторического поединка.

В. КРАМНИК – «ФРИЦ»

1-я партия

Каталонское начало

1. d4 ♘f6 2. c4 e6 3. g3 d5 4. ♙g2 dc 5. ♖a4+ ♜bd7 6. ♖:c4 a6 7. ♖d3. Ферзь всё равно придется отступить, но чаще он располагается на c2 (так и случилось в 3-й партии). 7...c5 8. dc. Стратегия Крамника, которая проявлялась во всех партиях, — побольше разменов, чтобы уменьшить тактический ресурс электронного соперника и быстрее перейти в эндшпиль.

8...♙:c5 9. ♘f3 0-0 10. 0-0 ♖e7 11. ♘c3 b6 12. ♘e4. Чемпион мира делает новый ход (вместо 12. ♘g5), и... больше не подглядывает в монитор — теперь «Фриц» играет самостоятельно...

12...♘:e4 13. ♖:e4 ♘f6. Конечно, робот не зевает ладью, он вообще никогда не зевает. После 14. ♖:a8 ♙b7 15. ♖:f8+ ♙:f8 материальное равенство на доске сохранялось, а нестандартное соотношение сил «Фрица» устраивает.

14. ♖h4 ♙b7 15. ♙g5 ♚fd8 16. ♙:f6. Размен ферзей — правильный метод в игре с компьютером, к чему приводит присутствие на доске сильнейшей фигуры мы увидим в следующей партии.

16...♖:f6 17. ♖:f6 gf 18. ♚fd1. Итак, возник примерно равный эндшпиль, и всё решает расчет вариантов. Некоторая слабость черных пешек может проявиться далеко за горизонтом видимости компьютера.

18...♙f8 19. ♘e1 ♙:g2 20. ♙:g2 f5 21. ♚:d8+ ♚:d8 22. ♘d3 ♙d4 23. ♚c1 e5 24. ♚c2 ♚d5? Неаккуратный ход. Сейчас после тактической операции возникло окончание, где шансы белых выше. Правильно было 24...a5, не допуская следующий маневр коня.

25. ♘b4! ♚b5 26. ♘:a6 ♚:b2 27. ♚:b2 ♙:b2 28. ♘b4 ♙g7 29. ♘d5 ♙d4 30. a4. Точнее 30. e3! ♙c5 31. ♙f3!, и у черных возникали серьезные трудности.

30...♙c5 31. h3? Потеря времени, лучше сразу 31. f3 f6 32.e4.

31...f6 32. f3 ♙g6 33. e4? Крамник упускает последний шанс. Хитрее 33. e3! h5 34. ♙f1! ♙f7 35. ♙e2 ♙e6 36. e4 fe 37. fe f5 38. ♙f3 ♙d4 39. ♘e3! fe+ 40. ♙:e4, и черные могли оказаться в цугцванге. Правда, создатели «Фрица» считают, что он устоял бы и в этом случае.

33...h5 34. g4 hg 35. hg fe 36. fe ♙g5 37. ♙f3 ♙g6 38. ♙e2 ♙g5 39. ♙d3 ♙g1 40. ♙c4 ♙f2 41. ♙b5 ♙:g4 42. ♘:f6+ ♙f3 43. ♙c6 ♙h4 44. ♘d7 ♙:e4 45. ♙:b6 ♙f2+ 46. ♙c6 ♙e1 47. ♘:e5. Ничья.

«ФРИЦ» – В. КРАМНИК

2-я партия

Принятый ферзевый гамбит

1. d4 d5 2. c4 dc 3. e4 b5!? Редкий ход, но вскоре игра сведется к обычным вариантам славянской защиты.

4. a4 c6 5. ♘c3 b4 6. ♘a2 ♘f6 7. e5 ♘d5 8. ♔:c4 e6 9. ♘f3 a5 10. ♔g5?! Логичнее 10. 0-0. 10... ♖b6 11. ♘c1 ♔a6 12. ♖e2 h6 13. ♔e3? ♔:c4 14. ♖:c4 ♘d7 15. ♘b3 ♔e7 16. ♔c1 0-0 17. 0-0 ♔fc8 18. ♖e2 c5! 19. ♘fd2 ♖c6! Черные собираются забрать пешку a4, после чего у них образуется опасная проходная на ферзевом фланге. 20. ♖h5 ♖:a4 21. ♘:c5 ♘:c5 22. dc ♘:e3. Неудачные маневры слона подвели машину, сдвоение пешек малопривлекательно.

23. fe ♔:c5 24. ♖:f7+ ♔h8 25. ♖f3 ♔f8 26. ♖e4 ♖d7 27. ♘b3 ♔b6 28. ♔fd1 ♖f7 29. ♔f1 ♖a7! У Крамника серьезные намерения, и он отказывается от повторения ходов. 30. ♔:f8+ ♔:f8 31. ♘d4 a4? Упускает перевес, между тем 31... ♔:d4 32. ed a4 позволяло без всякого риска играть на победу.

32. ♘:e6 ♔:e3+ 33. ♔h1 ♔:c1. Некоторые комментаторы рекомендовали за черных 33... ♔e8, но после 34. ♔f1 (34. ♔d1 a3!) 34... ♖a6 35. ♔e1 ♖:e6 36. ♖:e3 ♖e7 37. e6 a3 38. ba ba им не справиться с компьютером.

34. ♘:f8 ♖e3?? Трагический случай, подобный которому не знает шахматная история — чемпион мира в серьезной партии зевает мат в 1 ход! Логичным финалом было 34... ♔g8 35. ♘g6 ♖e3 36. ♖d5+ ♔h7 37. ♘f8+ ♔h8 38. ♘g6+ с вечным шахом. Но Владимиру очень хотелось выиграть, к тому же он не ожидал от робота такого коварства.

35. ♖h7X! (рис. 307).

Никакого цейтнота не было, и Крамник с нескрываемым удивлением обнаружил, что его король заматован. Как объяснить этот уникальный зевок гроссмейстера? Возможно, дело в том, что конь, поддерживающий белого ферзя, забрался слишком глубоко в тыл противника на поле f8, и черные выпустили его из вида. Действительно, на доске весьма необычная матовая конструкция.

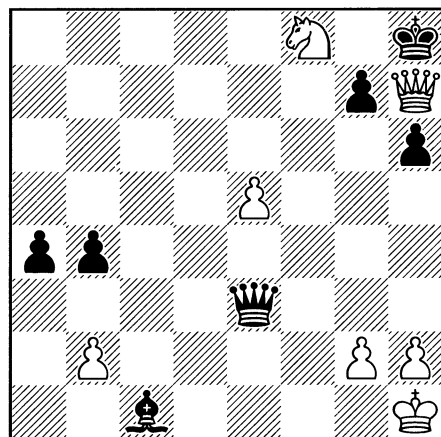


Рис. 307.

Компьютер ставит мат Крамнику.

В. КРАМНИК — «ФРИЦ»

3-я партия

Каталонское начало

1. d4 ♘f6 2. c4 e6 3. g3 d5 4. ♔g2 dc 5. ♖a4+ ♘bd7 6. ♖:c4 a6 7. ♖c2 c5 8. ♘f3 b6 9. ♘e5 ♘d5 10. ♘c3 ♔b7 11. ♘:d5 ♔:d5. Новинка, придуманная машиной. С ее точки зрения это взятие логичнее, чем 11...ed — противостояние слонов по большой диагонали выгодно белым.

12. ♔:d5 ed 13. 0-0 ♘:e5 14. de ♖c8! Черные переводят ферзя на удобное поле e6 (можно было это сделать и через d7). 15. ♔d1 ♖e6 16. ♖d3 ♔e7! В случае 16...d4 17. e3 de 18. ♔:e3 у белых перевес в пространстве. Расче-

ты «Фрица» показывают, что за пешку у него будет богатая инициатива.

17. ♖:d5 ♜d8 18. ♜b3 ♜:d1+ 19. ♜:d1 0-0 20. ♜b3 c4 21. ♜c3 f6. Хорошо и простое 21...b5. 22. b3. Пешечная фаланга черных крайне опасна, и Крамник стремится обесценить ее.

22...♜c8 23. ♙b2 b5 24. ♜e3 fe 25. bc ♜:c4 26. ♙:e5 h6! У черных превосходство на ферзевом фланге, а лишняя пешка противника пока не имеет значения. Но этот выжидательный ход компьютера производит сильное впечатление, теперь у него появилась смертельная угроза ♙e7-c5.

27. ♜d1 ♜c2 28. ♜b3. Чемпион мира решил, что без ферзей легче будет спасти эндшпиль. Пешку всё равно не удержать. 28...♜:b3 29. ab ♜:e2 30. ♙d6 ♙f6 31. ♙c5 a5 32. ♙d4 ♙e7. Человек из опыта знает, что в ладейном окончании убежать на ничью проще. Выходит, что и машинный алгоритм учитывает это обстоятельство — «Фриц» уводит слона от размена.

33. ♙c3 a4 34. ba ba 35. ♜d7 ♙f8 36. ♜d8 ♙f7 37. ♜a8 a3?! (рис. 308).

Видимо, последовавшая операция была неожиданной для компьютера, иначе он сыграл бы 37...♜e4, сохраняя отдаленную проходную. Правда, после 38. ♜a7+ черному королю трудно скрыться от шахов.

38. ♜:f8+! ♙:f8 39. ♙b4+ ♙f7 40. ♙:a3. Теперь белые сооружают неприступную крепость. А наивная программа благодаря материальному перевесу оценивает позицию в свою пользу. Но в подобных ситуациях разрешается вмешательство человека.

41...♜a2 41. ♙c5 g6 42. h4 ♙f6 43. ♙e3 h5 44. ♙g2. Ничья.

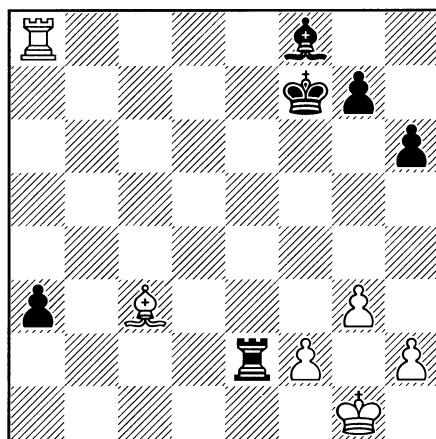


Рис. 308. Чемпион удивляет машину.

«ФРИЦ» — В. КРАМНИК

4-я партия

Русская партия

1. e4 e5 2. ♘f3 ♘f6 3. d4 ♘:e4 4. ♙d3 d5 5. ♘:e5 ♘d7 6. ♘:d7 ♙:d7 7. 0-0 ♙d6 8. ♜h5 ♜f6. Редкий ход, подготовленный Крамником специально для этой встречи. Игра быстро переходит в незнакомое русло. Впрочем, электронного гроссмейстера это не смущает.

9. ♙c3. Пешка d5 отравлена: 9. ♜:d5 ♙c6 10. ♜c4 0-0-0 11. ♙e3 (сразу проигрывает 11. ♘c3? ♙:h2+! 12. ♙:h2 ♜:d4 13. ♜b3 ♘c5 с неотвратимым ударом на g2), и теперь 11...♙f4, 11...♜he8 или 11...♜h4 давало черным активную игру. Интересно, конечно, какой бы путь предпочел «Фриц».

9...♜:d4 10. ♘:d5 ♙c6 11. ♘e3 g6. Коня на f5 пускать нельзя: 11...0-0 12. ♘f5 ♜e5 13. f3 ♘f6 14. ♜h4, и черные могут не устоять.

12. ♖h3 ♜g5. Крамник, как обычно, стремится к упрощениям. Не годится 12...0-0 13. ♜c4! ♙e7 14. ♙e3 ♖f6 15. f4! с атакой или 12...♙c5 13. ♜g4! h5 14. ♙:e4 hg 15. ♙:c6+ bc 16. ♚e1+ с лучшим эндшпилем.

13. ♖g4 ♖f4? Немедленный размен 13...♖:g4 14. ♜:g4 ♜e6 15. ♚e1 0-0-0 вел к примерно равному эндшпилю, но с богатыми тактическими возможностями. Крамник опасался, что «Фриц» разберется в них лучше. Однако теперь белые получают четкий перевес, и человеку предстоит пережить немало неприятных минут.

14. ♖:f4 ♙:f4 15. ♜c4! ♜e6 16. ♙:f4 ♜:f4 17. ♚fe1+ ♖f8 18. ♙f1 ♙b5 19. a4 ♙a6 20. b4 ♙:c4 21. ♙:c4 ♚d8 22. ♚e4 ♜h5 23. ♚ae1 ♚d7 24. h3. Преимущество белых в эндшпиле кажется угрожающим. Но в конце концов Крамнику вновь удастся соорудить неприступную крепость. Точнее было 24. g3.

24...♖g7 25. ♚e5 ♜f5 26. ♙b5! Вызывая некоторые ослабления в лагере черных, но воспользоваться ими машине не удастся.

26...c6 27. ♙d3 ♜d6 28. g4?! Естественнее выглядело 28. f4 ♖g7 29. ♖f2 ♚hd8 30. g3, и черным еще предстояло помучиться.

28..♖g7 29. f4 ♚hd8 30. ♖g2 ♜c8 31. a5 ♚d4 32. ♚e4 ♖f8 33. ♖f3 h6 34. ♚:d4 ♚:d4 35. ♚e4 ♚d6 36. ♖e3 g5! Итак, расставив пешки по черным полям, Крамник избавился от проблем на королевском фланге, сдерживает он натиск и на ферзевом.

37. ♚d4. Больше шансов на успех давало немедленное 37. c4.

37...♖e7 38. c4 ♚:d4 39. ♖:d4 gf 40. ♖e4 ♖f6 41. ♖:f4 ♜e7 42. ♙e4 b6! 43. c5 bc 44. bc ♜g6+ 45. ♖e3 ♜e7 46. ♖d4 ♖e6 47. ♙f3 f5 48. ♙d1 ♖f6 49. ♙c2 fg 50. hg ♖e6. Крамник выдержал трудную защиту — прорваться белым нигде. 51. ♙b1 ♖f6 52. ♙e4 ♖e6 53. ♙h1 ♖f6 54. ♙f3 ♖e6. Ничья.

В. КРАМНИК — «ФРИЦ»

5-я партия

Защита Нимцовича

1. d4 ♜f6 2. c4 e6 3. ♜f3 d5 4. ♜c3 ♙b4 5. e3 0-0 6. a3 ♙:c3+ 7. bc c5 8. ♙b2 ♜c6 9. ♚c1. После 9. ♙d3 dc 10. ♙:c4 ♖c7 11. ♙e2 возникали главные варианты дебюта.

9...♚e8 10. ♙d3 dc 11. ♙:c4 e5 12. de ♖:d1+ 13. ♚:d1 ♜:e5 14. ♜:e5 ♚:e5. Крамник выполнил главную задачу — разменял ферзей, и партия быстро перешла в эндшпиль.

15. ♙e2 ♙d7 16. c4 ♚e7 17. h4. Остроумный способ захватить инициативу на королевском фланге.

17...♜e4. Но черные немедленно проявляют активность в центре.

18. h5 ♙a4! 19. ♚d3. Закономерным финалом мог стать такой: 19. ♚d5 ♙c6 20. ♚d1 ♙a4 с ничьей. Но Крамник отказывается от повторения ходов, ведь он отстает в счете и играет последнюю партию белыми — отступать некуда.

19...b5! Однако, оказывается, и машина играет на победу, впрочем, она это делает всегда — в том смысле, что в любой ситуации избирает объективно

лучшие продолжения. 20. cb ♙:b5 21. ♞d1 ♙:e2 22. ♚:e2 ♞b8 23. ♙a1 f5! Человек ограничился бы ходом 23...f6, сохраняя равновесие. Но компьютер лишен комплексов — его не пугают слабости в своем лагере — им всё посчитано!

24. ♞d5 ♞b3 25. ♞:f5 ♞:a3 26. ♞b1 ♞e8 . На первый взгляд, белые играют на выигрыш, но впечатление ошибочное.

27. ♞f4 ♞a2+ 28. ♙e1 h6! Хороший выжидательный ход. 29. ♞g4 g5 30. hg ♜:f2 31. ♞h4 ♞f8 . Угрожая 32... ♜d3+ с матом. Но белый король ускользает.

32. ♙f1! Прямо под вскрытый шах, но это единственный путь к спасению.

32... ♜h3+ . В углу доски белому королю не скрыться. После 32... ♜g4+ 33. ♙g1 ♞a4 34. ♞h5! Крамник получал бы шансы сравнять счет.

33. ♙e1 ♙f2 . Конечно, не 33... ♙g1 34. ♞f4 , и белые берут верх.

34. ♙f1 ♜h3+ . Убедившись, что при продолжении борьбы оценочная функция черных ухудшается, «Фриц» повторяет ходы.

35. ♙e1 . Ничья.

«ФРИЦ» — В. КРАМНИК

6-я партия

Сицилианская защита

1. e4 c5 . Крамник чаще избирает русскую партию — 1...e5 2. ♞f3 ♜f6 , но здесь по заказу не выиграть, а чемпион мира еще надеется спасти матч. 2. ♞f3 d6 3. d4 cd 4. ♜:d4 ♜f6 5. ♜c3 a6 6. ♙c4 e6 7. 0-0 ♙e7 8. ♙b3 ♞c7 9. $\text{♞e1!?$ ♜c6 10. $\text{♞e3!?$

В заключительный день игры «Фриц» демонстрирует какие-то фантастические, парадоксальные шахматы. Поле e3 предназначено в «сицилианке» для слона. Начинающим в таких случаях объясняют, что в дебюте надо развиваться, не стоит ходить одной и той же фигурой и т. д. Но компьютер не опирается на общие соображения, а исходит только из сухого расчета.

10...0-0 11. ♞g3! Отвергая все позиционные принципы. Видно, «Фриц» убедился, что ради появления ладьи на вертикали «g» стоит пожертвовать несколькими темпами. И действительно, эта ладья принесет черным массу неприятностей (рис. 309).

11... ♙h8 12. ♜:c6?! Еще один странный ход, робот по-прежнему отказывается от логичного 12. ♙e3 .

12...bc 13. ♞e2 a5 14. ♙g5 ♙a6 15. ♞f3 ♞ab8 16. ♞e1 . Вот и другая ладья вышла на e1, развитие фигур завершено.

16...c5 17. ♙f4 ♞b7 . Не годится 17...c4 18. e5 de 19. ♙:e5 ♞b7 20. ♜e4 ♞g8 21. ♜:f6 ♞:f3 22. ♞:f3 gf 23. ♞:f6 ♙:f6 24. ♙:f6+ ♞g7 25. ♙a4 ♙g8 26. ♙:g7 ♙:g7 27. b3 с лишней пешкой у белых.

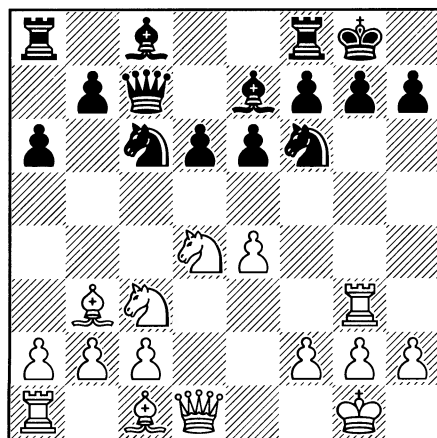


Рис. 309. «Фриц» атакует.

Здесь стоит отметить, что Гарри Каспаров, один из главных популяризаторов компьютерных шахмат, придумал, как эффективно использовать совре-

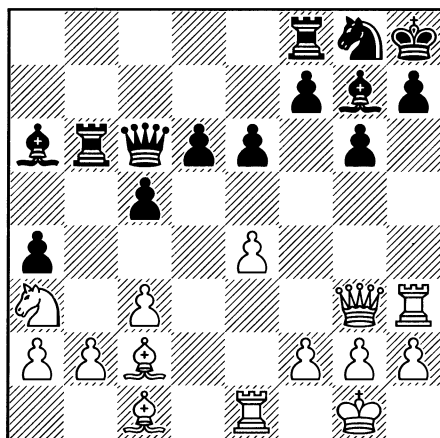


Рис. 310. Последняя ошибка.

♔:c1 38. ♖:c1 ♖c6 39. ♘c3 ♖c7 40. ♙b5 ♘f8 41. ♘a4 ♖dc8 42. ♖d1 ♙g7 43. ♖d6 f6 44. ♙e2 e5 45. ♖ed2 g5 46. ♘b6 ♖b8 47. a4. Черные сдались. Проходная пешка «а» беспрепятственно идет в ферзи.

менные достижения электронных гроссмейстеров. Сейчас практически любой комментатор при анализе партии использует ту или иную программу для ЭВМ, а Каспаров, работая над своим фундаментальным трудом, пятитомником «Мои великие предшественники» (2003–2006), предложил компьютерам проверить известные партии всех шахматных королей и других выдающихся игроков. И в этих партиях машины обнаружили десятки, сотни нюансов, ошибочных оценок и опровержений. В результате в значительной степени была переписана шахматная история, в отдельных случаях даже полностью поменялись представления о ходе борьбы в поединках за шахматную корону. Так что ничего не скажешь — есть толк от компьютеров!

Расскажем кратко еще о нескольких сражениях Человека и Машины в ХХI веке, внушительных победах компьютеров. Программы «Фриц» (Германия) и «Джуниор» (Израиль), с которыми встречались шахматные короли, известны давно, обе становились чемпионками мира среди ЭВМ. А в начале ХХI века в Арабских эмиратах появился загадочный робот по имени «Гидра» — правда, вместо многих голов у него было много процессоров, играла программа на большом компьютере. Высшее достижение «Гидры» — разгром в 2005 году элитного гроссмейстера, претендента на корону Майкла Адамса с неправдоподобным счетом 5,5:0,5!

Три упомянутые программы — «Фриц», «Джуниор» и «Гидра» — составили дружную команду, успешно выступающую против людей. В 2004 году она сыграла четырехкруговой матч с тремя супергроссмейстерами — Топаловым, Пономаревым и Карякиным и добилась крупной победы — 8,5:3,5. Через год та же команда встретила с трио чемпионов мира ФИДЕ разных лет — Халифманом, Пономаревым и Касымжановым, и вновь убедительный перевес машин — 8:4. А против «Гидры» ни одному из участников не удалось набрать даже 50 процентов очков.

А в начале ХХI века появилась уникальная программа «Рыбка» (автор — международный мастер Васик Райлих из Чехии, проживающий ныне в США), которая использовала всего один процессор, но играла сильнее всех на свете. Во всяком случае она четыре раза подряд становилась чемпионкой мира среди ЭВМ. Поражают и успехи программы в партиях против людей. Например, с другим экс-претендентом Яном Эльвестом она сыграла матч из восьми партий, причем во всех давала фору пешку. В первой снималась пешка h2, во второй — g2 и т.д., в восьмой — a2. Результат удивительный: играя с форой, «Рыбка» разгромила гроссмейстера 5,5:2,5! Еще раз приходится констатировать, что в шахматах наступила полная гегемония «движков»!

Всего пару десятилетий назад стоял вопрос, может ли машина противостоять гроссмейстеру, затем — может ли человек бороться с ней на равных. Неужели скоро встанет иной вопрос: при какой форе супергроссмейстеры сумеют оказать машине сопротивление? Похоже, научно-технический прогресс не радует поклонников шахмат...

Да, тот факт, что электронные шахматисты обыгрывают белковых, теперь никого не удивляет. Но особенно эффектно это выглядит, когда верх

берет не сама программа, а настоящий механический робот, в который она вмонтирована. Так, используя достижения новейших технологий в области искусственного интеллекта и машиностроения, российская команда инженеров, которую возглавляет Константин Костенюк, отец экс-чемпионки мира Александры Костенюк, создала механического «Турка» XXI века — машину, способную играть за доской без помощи человека и при этом побеждать сильнейших шахматистов мира. Например, на одной из выставок этот робот разгромил в блиц-матче супергроссмейстера А. Грищука. Железный гигант самостоятельно выполняет все необходимые манипуляции, в том числе передвигает фигуры и нажимает на часы. Очень сильное впечатление производит, когда машина протягивает свои щупальца к неприятельскому ферзю и съедает его...

Глава 28

ЧЕМПИОНАТЫ МИРА СРЕДИ ПРОГРАММ

Автор долго колебался, в какое место этого раздела поместить данную главу. С одной стороны, встречи компьютеров между собой привлекали внимание еще в 1970-е годы, когда они только набирали силу, и, значит, их поединки с человеком не вызвали особого интереса. А с другой стороны, спустя 40 лет, в наше время, когда белковые шахматисты сдали свои позиции электронным, встречи машин между собой вновь вышли вперед. Вот глава и оказалась в самой середине...

Наибольший интерес в шахматах представляет розыгрыш первенства мира. Пожалуй, это относится не только к людям, но и к компьютерам, которые уже превзошли своих создателей. В данной главе рассказывается о чемпионатах мира среди программ, особое внимание уделено ранним турнирам, когда подобные соревнования были в диковинку, а комбинации машин вызывали удивление и восторг.

Начиная с 1974 года, прошло почти два десятка чемпионатов. Все турниры приведены в табл. 14, где указаны год и место их проведения, программа-победитель и страна, которую она представляла. В тексте во многих случаях упоминаются основные разработчики программ-чемпионов.

Двадцать лет, с 1980 года, одновременно с главными чемпионатами проводились и состязания микрокомпьютеров, но об этом чуть ниже. Более мощные машины сначала боролись за корону раз в три года, как и люди, а в XXI веке стали встречаться ежегодно. В этих чемпионатах участвовали и супер- и микро-ЭВМ, РС, компьютеры разной конфигурации и даже компьютерные комплексы (иногда их называют станциями) — независимо от их быстродействия и мощности.

Табл. 14. ЧЕМПИОНАТЫ МИРА СРЕДИ КОМПЬЮТЕРОВ

№	Год	Место проведения	Победитель	Страна
1	1974	Стокгольм, Швеция	«Каисса»	СССР
2	1977	Торонто, Канада	«Чесс»	США
3	1980	Линц, Австрия	«Белл»	США
4	1983	Нью-Йорк, США	«Крэй блиц»	США
5	1986	Кёльн, Германия	«Крэй блиц»	США
6	1989	Эдмонтон, Канада	«Дип Сот»	США
7	1992	Мадрид, Испания	«Чесс Машин»	Голландия
8	1995	Гонконг	«Фриц»	Германия
9	1999	Падерборн, Германия	«Шреддер»	Германия
10	2002	Маастрихт, Голландия	«Джуниор»	Израиль
11	2003	Грац, Австрия	«Шреддер»	Германия
12	2004	Рамат-Ган, Израиль	«Джуниор»	Израиль
13	2005	Рейкьявик, Исландия	«Заппа»	США
14	2006	Турин, Италия	«Джуниор»	Израиль
15	2007	Амстердам, Голландия	«Рыбка»	США
16	2008	Пекин, Китай	«Рыбка»	США
17	2009	Памплона, Испания	«Рыбка»	США
18	2010	Канадзава, Япония	«Рыбка»	США
19	2011	Тилбург, Голландия	«Джуниор»	Израиль

Первый чемпионат мира был приурочен к конгрессу Международной федерации по обработке информации и подвел итоги начального периода развития компьютерных шахмат. Тринадцать программ из восьми стран разыграли чемпионский титул в четыре тура по швейцарской системе. Участники представляли собой огромные супер-ЭВМ, но играли они еще довольно слабо. Однако чемпионат имел историческое значение как первое мероприятие такого рода. Конечно, машинам, не надо было отправляться в далекое путешествие, они оставались у себя дома, а на турнир прибыли только разработчики программ. Ходы передавались по телефону в координационный центр, находившийся в Стокгольме. Машинам давалось по 2 часа на первые сорок ходов и по 30 минут на каждые последующие десять — обычный в то время контроль для людей.

Выделялись две программы — американская «Чесс» и советская «Каисса». Однако во втором туре «Чесс» неожиданно проиграла и в дальнейшем не смогла догнать «Каиссу», которая победила всех соперниц и завоевала корону. Создала «Каиссу» группа московских программистов под руководством В. Арлазарова и М. Донского. На закрытии ей как первой чемпионке мира среди машин была навечно вручена золотая медаль. В дальнейшем советские программы заметно отстали от западных и повторить успех не смогли, а вскоре и вообще сошли с дистанции...

Второе первенство прошло три года спустя. Число программ возросло до 16 (из восьми стран). Всё остальное мало изменилось: швейцарская система,

четыре тура и т.д. На сей раз «Каисса» уступила корону своей главной конкурентке «Чесс», которая тоже победила со стопроцентным результатом (разработчики Л. Аткин и Д. Слэйт), 2–3-е места, отстав на очко, разделили «Каисса» и «Дачесс» (США).

Борьба в турнире началась с сенсации: в первом же туре «Каисса» потерпела поражение в партии, которая еще долго будоражила умы программистов и шахматных специалистов (рис. 311).

Белый ферзь только что объявил шах с a4 на a8, и реакция черных на него совершенно поразительная...

34... ♖e8?!!

Впечатление такое, будто произошла какая-то нелепость, ведь «Каисса» подставила под удар целую ладью! Комментаторы, присутствовавшие на чемпионате, в том числе весьма квалифицированные, были растеряны и смущенно объясняли зрителям, что, мол, роботы пока еще далеки от совершенства и от них можно ожидать чего угодно. Каково же было всеобщее изумление, когда после партии «Каисса» объяснила свой зевок — в нее ввели «естественный» ход **34... ♔g7** — следующим блестящим вариантом: **35. ♕f8+!! ♔:f8 36. ♙h6+ и 37. ♖c8+** с матом. Да, такой эффектный и неожиданный удар во время игры обнаружит не каждый мастер!

Конечно, «Каиссе» стоило рискнуть и пойти королем вперед (так бы поступил человек), ведь игра без ладьи не оставляет никаких надежд, тем более, что напрашивающееся **35. g5** ведет белых к катастрофе: **35... ♘:e3 36. gf+ ♕:f6 37. fe ♕g5+** и **38... ♕:b5**. Но мат «старше» ладьи, а психологические нюансы машина оставляет в стороне.

35. ♕:e8+ ♔g7 36. g5. Можно поставить точку: в такой позиции даже начинающий компьютер справится с чемпионом мира.

Небольшое лирическое отступление. Всякий раз, когда автор приводит этот случай из практики машин, ему невольно вспоминается другой случай, из практики людей (рис. 312, Лондон, 1984).

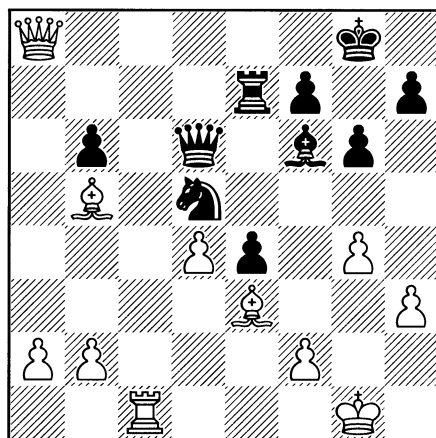


Рис. 311. «Дачесс» – «Каисса»

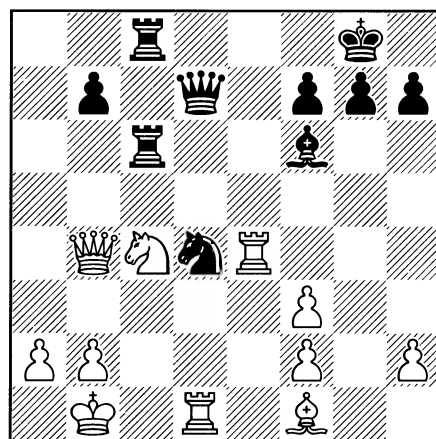


Рис. 312. Н. Шорт – Э. Майлс.

Белые сыграли 22. a3 и взяли верх только через 25 ходов. Но почему они не пошли 22. ♖b6 с выигрышем качества? И во время игры, и позднее оба гроссмейстера были убеждены, что эта вилка невозможна из-за изящной реплики 22... ♗e2!, и белый король оказывается в матовом кольце. Грозит 23... ♖:d1X, не годится 23. ♕:e2 ♖:d1+ 24. ♕:d1 ♖c1X или 23. ♗:d7 ♖c1+ 24. ♖:c1 ♖:c1X.

Примечательно, однако, что когда позиция на диаграмме была предложена известному в 80-е годы микрокомпьютеру «Мефисто», многолетнему лидеру в своем классе, тот быстро сделал ход 22. ♗b6, а за черных неожиданно отказался от 22... ♗e2 и сыграл 22... ♖:b6, отдавая качество. Чтобы понять, почему машина отвергла прыжок конем на e2, в нее ввели этот ход и предложили снова сыграть за белых. И тут последовало — вот и разгадка позиции! — немыслимое 23. ♖f8+!! Выясняется, что черные беззащитны: 23... ♖:f8 24. ♗:d7 или 23... ♕:f8 24. ♗:d7+ и 25. ♕:e2.

Да, такая концовка достойно завершила бы чемпионат Англии, который впервые выиграл тогда еще юный Шорт, будущий вице-чемпион мира. Редчайшее совпадение — обе упомянутые партии (одна компьютерная, другая человеческая) могла решить эффектная жертва ферзя, причем на одном и том же поле f8, к тому же неосуществленные комбинации были найдены лишь позднее, и обе обнаружены машиной!

В третьем чемпионате, тоже по швейцарской системе, сражались 18 программ из шести стран. На сей раз чемпионский титул завоевала «Белл» (авторы Д. Кондон и К. Томпсон). Обе экс-чемпионки, «Каисса» и «Чесс», выступили скромно. Впервые вместе с большими машинами играли микрокомпьютеры. Начало оказалось не слишком удачным, — все они дружно расположились в хвосте турнирной таблицы.

Четвертый чемпионат, как обычно, проводился по швейцарской системе, на сей раз в пять туров, число программ увеличилось до 22. Чемпионом стала программа «Крэй Блиц» (разработчики А. Гауер, Г. Нельсон и Б. Хьят), использовавшая мощный суперкомпьютер, за счет чего и превзошла конкурентов — 4,5 из пяти. Ветераны «Каисса» и «Чесс» в турнире не участвовали, а «Белл» до самого конца боролась за корону и перед последним туром отставала от лидера на пол-очка. Жребий свел главных соперников в заключительный день. Фортуна отвернулась от «Белл», и, проиграв, она попала в группу компьютеров, набравших по 3 очка. На этом чемпионате также играли микрокомпьютеры, но они по-прежнему держались в тени.

Через три года «Крэй Блиц» отстояла свой титул. 23 программы вновь вели сражение по швейцарской системе в пять туров. Впереди оказались сразу четыре программы, но по коэффициентам вперед вышла чемпионка. Микрокомпьютеры на сей раз выступили успешнее: их чемпион «Мефисто» расположился сразу вслед за победителями. Вот самый увлекательный поединок, сыгранный в Кельне.

«ХАЙТЕК» – «ШАХ»

Сицилианская защита

1. e4 c5 2. ♘f3 d6 3. ♚c4 e6 4. d4 cd 5. ♘:d4 ♘f6 6. ♘c3 ♚e7 7. ♚e3 ♘bd7. Обычное продолжение 7...♘c6. Сейчас белые могли пожертвовать слона за три пешки: 8. ♚:e6 fe 9. ♘:e6 ♚a5 10. ♘:g7+ ♚f7 11. ♘f5, но предпочитают спокойное продолжение. 8. ♚d2 ♘e5 9. ♚e2 0-0 10. h3 ♚d7 11. ♘f3 ♘:f3+ 12. gf. Отступать конем на f3 не было резона, но еще неожиданное последний ход белых – в «сицилианке» редко сдвигают пешки подобным образом. Видно, «Хайтек» сочла, что владение полуоткрытой линией «g» важнее.

12...♚a5 13. 0-0-0 ♚ac8. Типично для данного дебюта: белые атакуют на королевском фланге, черные стремятся к контригре на ферзевом. Нельзя забывать и о защите, поэтому точнее было отправить на c8 другую ладью, освобождая поле f8 для слона.

14. ♚hg1 ♚fe8 15. ♚h6 g6 16. ♚g5 ♚c5. Потеря одного темпа, а после нападения на ферзя и второго, ставит черных в трудное положение. В духе позиции было b7-b5, но черные решили полакомиться пешкой f2 – наивная затея.

17. ♚f4 ♘h5 18. ♚h4. Дальнейшая борьба носит форсированный характер, и тактические ухищрения уже не спасают черных.

18...f6. Конечно, после 18...♚:g5 19. ♚:g5 и 20. ♚:h5 терялась фигура, но напрашивалось 18...♚f8. Однако в этом случае поединок завершался эффектной жертвой ферзя: 19. ♚:h5!! gh 20. ♚f6+ ♚g7 21. ♚:g7+ ♚f8 22. ♚dgl с неизбежным матом.

19. ♚e3 ♚a5 (рис. 313).

Кажется, позиция черных достаточно надежна: ферзь с a5 поддерживает королевский фланг. Но белые находят чисто задачную идею перекрыть ему дорогу на противоположный край доски.

20. ♚b5!! ♚:b5 21. ♚:h5 g5.

После 21...♚:c3 22. ♚:g6+ ♚h8 23. ♚dgl уже черные объявляли мат или выигрывали ферзя: 23...♚:c2+!! 24. ♚b1 (24. ♚:c2 ♚d3+ и 25...♚:h5) 24...♚:b2+! 25. ♚:b2 ♚b4+ и т. д. Неужели «Шах» не заметил этой комбинации? Просто машина разгадала коварный замысел соперницы, обнаружив матовую комбинацию не только за себя, но и за нее: 23. ♚:h7+!! (еще одна жертва ферзя, теперь уже «между строк» – вместо робкого 23. ♚dgl) 23...♚:h7 24. ♚h6+ ♚g8 25. ♚gl+ ♚f8 26. ♚h8+ ♚f7 27. ♚h7+ ♚f8 28. ♚h6X.

22. ♚:g5! Комбинацию открыл красивый маневр слона на b5, а завершает удар другого слона на симметричном поле.

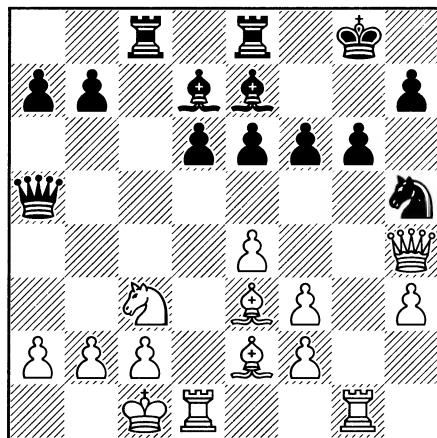


Рис. 313.

«Хайтек» проводит комбинацию.

22...fg 23. ♖:g5+. Если бы белыми играл человек, мы бы сказали, что он ведет атаку на одном дыхании. Сейчас после 23...♙:g5 24. ♜:g5+ ♔f7 25. ♜h5+ ♔e7 26. ♜:h7+ ♔f6 король получал изящный мат в центре доски: 27. e5+! ♔:e5 28. ♜g7+ ♔f5 29. ♜f7+ ♔e5 30. f4X.

23...♜h8 24. ♚dg1. Черные сдались, нет защиты от 25. ♜:h7+! и 26. ♚h5X.

После такой яркой победы никто не сомневался, что «Хайтек» (авторы программы — экс-чемпион мира в игре по переписке Г. Берлинер из университета Карнеги-Меллона и его аспиранты — М. Кэмпбелл и другие) завоюет «золото», тем более, что перед последним туром «Крэй Блиц» отставала на очко. Однако на финише жребий свел двух главных претенденток между собой, и чемпионка мира выиграла, совершив «спортивный подвиг»...

В шестом чемпионате участвовало уже 24 программы, среди которых в полном составе четверка победителей предыдущего. В борьбу вступила и американская программа «Дип Сот», которая уже на равных сражалась с гроссмейстерами: за полгода до этого победила в международном турнире в Калифорнии (о достижениях программы во встречах с белковыми шахматистами речь шла выше). Организаторы долго обсуждали как быть, если опять произойдет крупный дележ мест. Но «Дип Сот» сняла эту проблему, завершив турнир со стопроцентным результатом — 5 очков из пяти. Среди почетных гостей в Канаде находился сам Клод Шеннон, создатель теории информации и один из основоположников компьютерных шахмат.

Программу «Дип Сот» создали пятеро выпускников университета Карнеги-Меллона: Ф. Сю с острова Тайвань, А. Новацик из Германии, М. Кэмпбелл из Канады, Т. Анансараман из Индии и П. Янсен из Бельгии. Каждый из них отвечал за определенный участок работы. Любопытно, что ни один из разработчиков в то время не являлся американцем. Таким образом, можно считать, что эта программа была создана международным сотрудничеством ученых. В дальнейшем она была усовершенствована, и вместо нее появилась более сильная программа «Дип Блю»: именно она сыграла два полноценных матча с Г. Каспаровым — первый проиграла, а второй выиграла (см. 26-ю главу).

В седьмом чемпионате 23 программы вновь сражались по швейцарской системе в пять туров с классическим контролем. Его ждали с особым интересом. Ведь после Канады создатели «Дип Сот» объявили о начале работы над новой версией программы, которая должна превзойти предыдущую. Однако они сосредоточили все усилия на «Дип Блю», успешно выступающей против людей, а не против машин, и пропустили очередной чемпионат.

Хотя главными действующими лицами в описываемых турнирах до сих пор являлись супер-ЭВМ, в данном случае таких роботов набралось лишь около трети — восемь. Еще двумя участниками были шахматные микрокомпьютеры, среди них «Каспаров», однофамилец чемпиона мира. Остальные 13 программ были написаны для обычных РС.

Одним из фаворитов была голландская программа «Чесс Машин» (автор Э. Шреддер), до этого она выиграла чемпионат среди микрокомпьютеров, правда, играла не на РС, а на мощной машине со специальными аппаратны-

ми средствами. И программа не подвела: набрав 4,5 очка из пяти, стала чемпионкой мира.

В очередном турнире 24 программы сражались в пять туров. Впервые в истории чемпионом мира среди машин произвольного класса стала немецкая программа «Фриц» (авторы голландец Ф. Морш и Ф. Фридель из Германии), разработанная для РС с микропроцессором «Пентиум» 90 мГц. Как ни странно, победила программа, дискету с которой можно было свободно купить всего за несколько десятков долларов, то есть «Фриц» — это первый чемпион, ставший коммерческим продуктом. Не случайно около десяти лет программа была самой популярной среди мастеров и гроссмейстеров, — анализ партий на своих компьютерах они проводили именно с ее помощью.

Да, никогда прежде программы для РС не обгоняли суперкомпьютеров, гонконгский турнир ознаменовал переход к новой эпохе. Любители игры могли теперь приобрести в магазине необходимую дискету, вставить ее в свой домашний компьютер и с утра до вечера сражаться с самим чемпионом мира! Раньше об этом нельзя было и мечтать.

После тайм-аута в восьмой чемпионат включилась программа «Дип Блю» — долгожданная модификация «Дип Сот», которая должна была поразить воображение всех специалистов. Однако в Гонконге она разочаровала — завоевала «бронзу». При этом компьютер, для которого была написана «Дип Блю», представлял собой гигантскую конструкцию, он находился в специальном помещении с определенными климатическими условиями. Связь с ним опять велась через интернет.

Вместе с этими электронными монстрами, находящимися далеко от турнирного зала, в Гонконге сражались и многие известные программы для РС. В решающей встрече между главными конкурентами никто не сомневался в успехе американского робота, но программа для РС уверенно переиграла своего оппонента-гиганта.

«ДИП БЛЮ» — «ФРИЦ»

Сицилианская защита

1. e4 c5 2. ♘f3 ♘c6 3. d4 cd 4. ♘:d4 ♘f6 5. ♘c3 e5 6. ♘db5 d6 7. ♙g5 a6 8. ♘a3 b5 9. ♙:f6 gf 10. ♘d5 f5 11. ♙d3 ♙e6 12. ♚h5 f4 13. 0-0? До этого момента обе программы демонстрировали разнообразие своих дебютных библиотек. В этом остром варианте обычное продолжение 12...♚g8 13. g3 или 12...♙g7 13. 0-0 f4 14. c4. Немедленное продвижение 12...f4 встречалось реже, но тоже известно теории — после 13. g3 или 13. c3 ♚g8 14. g3 возникают необозримые осложнения. Однако «Дип Блю» не разобралась в ситуации: рокировалась, не дождавшись хода ♙f8-g7, в результате чего атака по линии «g» быстро принесла черным успех.

13...♚g8! 14. ♙h1. Теперь не годится 14. ♚:h7 из-за 14...♚g6 15. ♚h5 ♚h6 16. ♚d1 ♚c8 17. c4 ♚h4 18. h3 ♙:h3 и т. д.

14...♚g6 15. ♚d1. Самоубийством было бы 15. ♚:h7 ♚h6 16. ♚g8 f5 или 15. c4 ♘d4 16. cb f3.

15...♖c8. Поле c7 защищено, и черный ферзь готов к прыжку на h4.
16. c4 ♖h4 (рис. 314).

17. g3. Или 17. cb ♖h6 18. h3 ♙:h3 с разгромом. Белые наконец продвинули свою пешку «g» на одно поле вперед, но слишком поздно...

17...♖h3 18. ♖d2. Не лучше 18. ♖f3 ♖h6 19. ♖g2 ♖h5 20. h4 ♘d4 21. cb ♘f3 22. ba ♖:h4+, что вело к мату белому королю.

18...f3 19. ♖g1 ♖h6 20. ♖:h6 ♖:h6. Соперник «Фрица» остался без ферзя, и сопротивление длилось недолго.

Неплохо сыграла в чемпионате израильская программа «Дип Джуниор», в дальнейшем она четырежды станет чемпионкой мира. А у программы «Чесс Гениус», успешно сыгравшей два матча в быстрые шахматы с самим Каспаровым, были все основания для расстройства. Впрочем, и у «Фрица» было чем похвастаться в борьбе с белковым чемпионом, ведь за пару лет до этого программа не только выиграла у Каспарова партию в блиц, но и разделила с ним 1–2-е места в турнире.

Напомним, что через год после восьмого компьютерного первенства состоялся исторический матч Каспаров — «Дип Блю» между белковым и электронным чемпионами, и интерес к поединкам компьютеров временно спал. Борьба в чемпионатах мира в основном шла между программами «Рыбка» (автор В. Райлих из Чехии, живет в США) и «Дип Джуниор» (авторы израильтяне А. Бан и Ш. Бушинский), каждая из которых четырежды становилась первой. Спортивные результаты видны из табл. 14.

С 1980 года в течение двадцати лет отдельно от чемпионатов супер-ЭВМ, больших компьютеров, проводились и чемпионаты микрокомпьютеров (работающих на микропроцессорах) и программ для РС, которые разыгрывали свою мини-корону гораздо чаще, почти ежегодно. В них допускались специальные шахматные машины, их иногда называли «компьютерными досками», а также однопроцессорные РС. Ясно, что организовать встречу таких компьютеров гораздо проще, ведь универсальные ЭВМ еще недавно выглядели как настоящие монстры и требовали для себя огромной «жилплощади» и сложной связи между ними. Впрочем, лидерство в последние годы полностью захватили программы для РС, которые в состоянии справиться и с роботами-монстрами; первым это доказал «Фриц».

Три первых микрочемпионата выигрывали американские роботы фирмы «Фиделити» (разработчик Х. Спарклен), затем семь лет подряд побеждали разные модификации «Мефисто» (создатель англичанин Р. Лэнг, совместное производство Англии и Германии). Эти микрокомпьютеры часто встречались

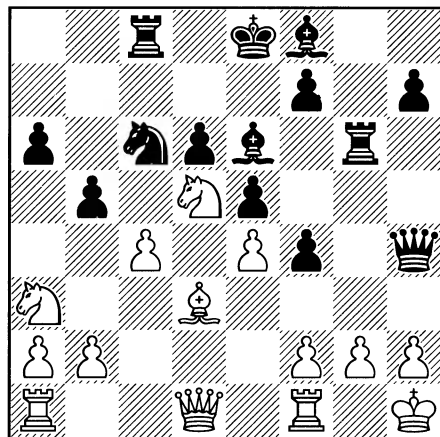


Рис. 314. «Фриц» побеждает гиганта.

в одних турнирах, и явный перевес был на стороне «Мефисто». В конце прошлого века автомат то и дело обыгрывал мастеров и гроссмейстеров.

Однако с увеличением быстродействия РС микрокомпьютеры ушли в тень, побеждать в чемпионатах стали известные программы «Хиаркс», «Джуниор» и другие, достигшие гроссмейстерского уровня. А в начале XXI века отдельные соревнования для микрокомпьютеров и вовсе прекратились, необходимость в них отпала. При этом программы для РС совершенствовались, появлялись их новые версии, которые успешно выступали в главном чемпионате (табл. 14).

Затем вперед вырвалась программа «Рыбка», четыре раза подряд завоевывавшая титул сильнейшей на планете. Встречаясь с гроссмейстерами, она даже давала им фору. Для анализа партий и поиска новых дебютных идей профессиональные игроки в основном пользовались именно «Рыбкой».

В 2011 году разработчики других программ, возможно завидуя, что их серьезно обошли, предъявили «Рыбке» ряд претензий, мол она заимствовала некоторые элементы из ранее известных программ. Даже потребовали лишить «Рыбку» всех завоеванных ею титулов. Смешно! Не станем детально обсуждать эту тему — если Райлих, опираясь на старые программы, сумел соединить их в столь мощный гибрид, разве это не его заслуга? «Рыбка» — не только участник спортивных соревнований, но и весьма ценный научный продукт!

Другое дело, что в том же году бельгийский программист Р. Хударт создал новую программу «Гудини», которая превзошла «Рыбку», хотя скорее всего опиралась на нее. «Гудини» отличается точность оценки позиции и эффективный поисковый алгоритм. В начале 2011-го состоялся матч-марафон из 40 партий «Рыбка» — «Гудини». Игра проходила с полноценным контролем (150 минут на партию) в течение почти двух недель, причем в режиме нон-стоп, круглые сутки напролет — и днем, и ночью. В любой момент можно было включить компьютер и посмотреть по интернету, что происходит в очередной схватке. Надо сказать, что партии были почти безошибочны, но малозрелищны — медленные маневры, топтание на месте, длились они по 6-7 часов, некоторые продолжались по 100 ходов и больше. Рекорд установила вторая партия — ничья на... 250-м ходу после 9 часов игры! В конце концов «Гудини» оправдал свое название, продемонстрировал чудеса и обыграл «Рыбку» со счетом 23,5:16,5.

Казалось, произошла случайность, однако и второй марафон двух супердвижков из 40 партий, также проходивший в режиме нон-стоп, завершился примерно с тем же перевесом. «Гудини» победил 22,5:17,5, позиционно переигрывая своего опасного соперника. Да, в мире роботов тоже нет непобедимых!

Как читатель заметил (табл. 14), в XXI веке компьютерные чемпионаты проходили регулярно, раз в год. И лишь в 2012-м традиция была нарушена — юбилейное, 20-е первенство не состоялось. Почему? Возможно, интерес к сражению машин временно упал. В самом деле, «Рыбку» лишили права участвовать в турнирах, а «Гудини» со своим рейтингом 3287 и так доказывает явное превосходство. Программа напоминает Гарри Каспарова в его лучшие годы, она тоже непобедима. В такой ситуации организаторы чемпионата мира, видимо, решили подождать, пока у «Гудини» появится достойный конкурент.

Глава 29

МАШИНА АНАЛИЗИРУЕТ ЭНДШПИЛЬ

В разных главах нашей книги сообщалось об успехах машин в решении тех или иных математических задач и головоломок. Во многих случаях без компьютеров трудно обойтись. Вспомним, что даже знаменитая проблема четырех красок была решена только после вмешательства ЭВМ. Можно сказать, что и две последние главы посвящены головоломкам, но с шахматным уклоном – речь пойдет о компьютерном анализе окончаний с небольшим числом фигур и решении задач и этюдов.

Если в практической игре гроссмейстеры еще как-то способны противостоять машинам, то в разыгрывании окончаний, особенно малофигурных, человек значительно уступает им. С точки зрения компьютеров – это в самом деле головоломки, которые они часто щелкают как орехи. Однако существенно, что при исследовании тех или иных видов эндшпиля используются не игровые программы, а специально для них разработанные. При этом машины, продвигая вперед теорию шахматных окончаний, порой удивляют своими уникальными находками.

Описанный ниже алгоритм ранжирования, основанный на ретроспективном анализе, позволяет дать всем окончаниям определенного вида однозначные оценки – выигрыш одной из сторон или ничья, то есть анализ является исчерпывающим и похож на доказательство математической теоремы. Но чтобы доказать «шахматную теорему», программистам приходится преодолевать массу технических трудностей, связанных с переработкой огромного объема информации.

В основном мы будем рассматривать окончания, в которых белые стремятся к победе, а черные борются за ничью. Всякий раз предполагается, что уже известны оценки всех «младших эндшпилей», то есть возникающих при изменении материала (размене, взятии фигуры или превращении пешки) или, как говорят разработчики программ, *конверсии*.

Для описания алгоритма введем следующее определение. Ранг выигранной для белых позиции — это наименьшее число ходов, за которое они при любых действиях черных гарантированно объявляют мат или переводят игру в выигранный младший эндшпиль. Выигрыш в n ходов означает, что перед нами позиция n -го ранга.

На первом шаге алгоритма разобьем все окончания данного вида на два множества: B — очередь хода белых и C — очередь хода черных. Все позиции из C , в которых король черных заматован или они вынуждены перейти в выигранный для белых младший эндшпиль, отнесем к нулевому рангу. Множество их обозначим PC_0 . Удалим PC_0 из C , оставшиеся позиции — неранжированные черные, NC .

Выделим в B все позиции, в которых у белых есть хоть один ход, ведущий в PC_0 . Это позиции ранга 1 (выигрыш в 1 ход), PB_1 . Удалим PB_1 из B , оставшиеся позиции — неранжированные белые, NB . Множества NC и NB после каждого шага алгоритма сокращаются. Выделим теперь в NC все позиции, в которых любой ход черных ведет в PB_1 . Это тоже позиции ранга 1 (при любом ответе белые сразу выигрывают), PC_1 . Удалим PC_1 из NC . Первый шаг алгоритма закончен, всё готово для следующего.

Опишем сразу $(n+1)$ -й шаг, предполагая, что n шагов уже выполнено и получены множества ранжированных позиций PB — PB_1, \dots, PB_n , и PC — PC_1, \dots, PC_n . Текущие неранжированные позиции по-прежнему обозначаем как NB и NC .

В NB выделим позиции, в которых у белых есть хоть один ход, ведущий в PC_n . Это позиции $(n+1)$ -го ранга, они составляют множество PB_{n+1} . В NC выделим позиции, в которых любой ход черных ведет в PB_{n+1} или в позицию меньшего ранга. Это тоже позиции $(n+1)$ -го ранга, множество PC_{n+1} .

Процесс ранжирования заканчивается, когда очередное множество PB или PC оказывается пустым. Позиции, оставшиеся в NB и NC , не имеют ранга, в них у белых нет выигрыша.

На основе описанного алгоритма составляется программа, а процесс ранжирования, очевидно, проводит компьютер. В результате он находит все выигранные позиции и определяет их ранг. В позициях с ходом белых указывается продолжение (одно или несколько), которое быстрее всего ведет к цели, при ходе черных — ведущее к ничьей или максимально оттягивающее поражение.

Перебор в ретроанализе идет не «вперед», как в обычной игре, а «назад» — от матовых позиций или позиций, не вызывающих сомнений, к исходной. Полный перебор при этом не проводится, но рассматриваются все важнейшие ветви дерева (после каждого шага ранг понижается на единицу).

Напомним, что метод ранжирования уже был рассмотрен в первом разделе применительно к более простому случаю — задаче о неприкосновенном короле. Для реализации алгоритма на практике необходимо выполнение двух условий: 1) компьютер должен уметь оценивать все позиции младшего эндшпиля; 2) число различных окончаний данного типа должно быть не слиш-

ком велико. На данный момент досконально изучены все окончания с шестью фигурами и меньше, а также некоторые семифигурные.

...Вспомним теперь один исторический случай, который произошел 45 лет назад в столице. В 1968 году состоялся традиционный матч Москва – Ленинград на 40 досках в два круга. При счете 39,5:39,5 оставалась одна незаконченная партия, которая и решала судьбу встречи. Ленинградец, игравший черными, имел лишнюю пешку, и в случае успеха его команда побеждала. Доигрывание длилось долго, гости уже опаздывали на поезд, и позиция была отдана на присуждение (рис. 315, ход черных).

Анализом занималась авторитетная гроссмейстерская комиссия, но вся беда состояла в том, что хотя окончания *ферзь и коневая пешка против ферзя* (само собой, присутствуют и два короля, мы это нигде не добавляем) исследовались много лет, но теорией тогда еще не было установлено, какие из них выиграны, а какие нет. Что касается данной позиции, то жюри в растерянности присудило ничью, и матч закончился вничью, что вызвало возражение со стороны ленинградцев.

Забавный эпизод, из-за которого, между прочим, давняя традиция матчей Москва – Ленинград была прервана на много лет. А вот если бы компьютер разбирался в таких позициях, недоразумение не произошло бы. Вскоре программисты взялись за анализ данного эндшпиля, и это был первый эксперимент использования метода ранжирования для практических целей. В итоге была обнаружена уникальная выигранная позиция с ходом черных, в которой при наилучшей игре обеих сторон переход в младший эндшпиль происходил только на 59-м ходу (рис. 316). Наверно, читателю интересно взглянуть на позиции, рекордные по длительности игры, но для экономии места длинные варианты мы здесь опускаем (данный эндшпиль – исключение).

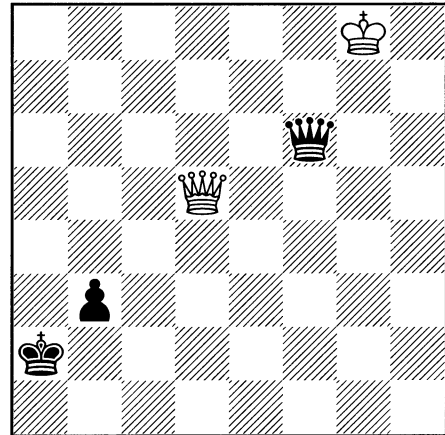


Рис. 315. Как поссорились Москва и Ленинград.

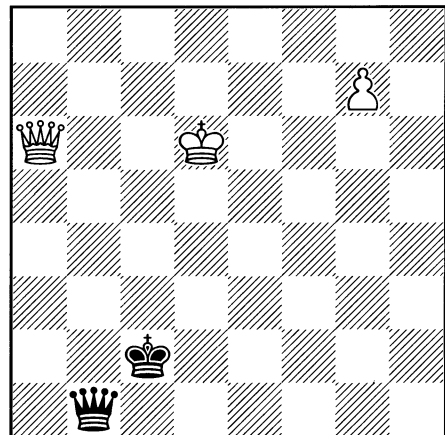


Рис. 316. Выигрыш в 59 ходов.

1...♖b4+ 2. ♔e6 ♖g4+ 3. ♔f6. Как ни странно, 3. ♔f7? уже ведет к ничьей после 3...♗f5+.

3...♗f4+ 4. ♔g6 ♗e4+ 5. ♔g5 ♗e3+ 6. ♔h5 ♗f3+ 7. ♔h6 ♗h1+ 8. ♔g5 ♗d5+ 9. ♔f6 ♗d4+ 10. ♔f7 ♗d7+ 11. ♔g6 ♗g4+ 12. ♔h7 ♗h3+ 13. ♔g8! Естественнее выглядит 13. ♗h6, но при 13...♗d7! победа была бы упущена.

13...♗f5 14. ♗a2+ ♔c1 15. ♗h2! ♗d5+ 16. ♔h8 ♗d4 17. ♗c7+ ♔b1. Белый ферзь улучшил свое положение и одновременно защитил пешку. Теперь король может выбраться из угла.

18. ♔h7 ♗e4+ 19. ♔h6 ♗e3+ 20. ♔g6 ♗e6+ 21. ♔g5 ♗d5+ 22. ♔f6 ♗f3+ 23. ♔e7 ♗e4+ 24. ♔d8 ♗a8+ 25. ♔d7 ♗d5+ 26. ♔c8 ♗e6+. Ближайшими ходами белый король маневрирует на вертикалях «а», «b» и «с».

27. ♔b8 ♗e8+ 28. ♔a7 ♗a4+ 29. ♔b6 ♗b3+ 30. ♔a6 ♗a2+ 31. ♗a5 ♗g8. Шахи кончились, и черный ферзь вынужден отступить. Белые же, наоборот, централизуют своего ферзя, занимая ключевое поле d4.

32. ♗b4+ ♔a2 33. ♗d4! ♗e6+ 34. ♔b5 ♗e8+ 35. ♔b4 ♗b8+ 36. ♔c3 ♗g3+ 37. ♔d2 ♗g2+ 38. ♔e1 ♗h1+ 39. ♔f2 ♗h2+ 40. ♔f3 ♗h3+ 41. ♔f4 ♗h2+ 42. ♔g5 ♗g3+. Если раньше белый король делал единственные ходы, то при ферзе на d4 у него больше свободы. Однако впереди еще немало подводных камней, например, сейчас 43. ♗g4? вело к ничьей.

43. ♔f6 ♗f3+ 44. ♔e6 ♗c6+ 45. ♔e5 ♗e8+ 46. ♔f4 ♗f7+ 47. ♔g3 ♗g6+ 48. ♔h3 ♗h7+ 49. ♔g2 ♗g6+ 50. ♔f1 ♗b1+ 51. ♔e2 ♗b5+ 52. ♔d2 ♗b3 53. ♗a7+ ♔b2 54. ♗f2. Ферзь встал в засаду.

54...♗g8 55. ♗b6+ ♔a3 56. ♗b7 ♔a4 57. ♔c3 ♔a5 58. ♗b4+ ♔a6 59. ♗c4+. Наконец-то белые разменивают ферзей и проводят свою пешку.

Напомним, что в шахматном кодексе имеется пункт, согласно которому партия заканчивается вничью, если обеими сторонами сделано 50 ходов, в течение которых ни одна из фигур не была взята и ни одна из пешек не сдвинулась с места. Как мы видим, в окончаниях *ферзь и пешка против ферзя* компьютер нашел выигранные позиции, требующие более 50 ходов, то есть это правило следовало бы уточнить. Итак, впервые машина вмешалась в шахматный кодекс!

В дальнейшем этот вид эндшпиля был исследован вдоль и поперек (с пешкой на любом поле), и, в частности, машина доказала, что позиция на рис. 315 ничейна, то есть присуждение в матче двух городов было верным!

Перейдем к ладейным окончаниям, которые встречаются гораздо чаще ферзевых. Одним из наиболее распространенных и вместе с тем довольно сложных является *ладья и пешка против ладьи*. Мы уже рассказывали, как однажды Давид Леви проиграл пари, но тогда речь шла об игровых программах. Забавно, что в середине 1970-х он проиграл еще одно пари, касающееся именно данного эндшпиля. Побывав в Москве, англичанин, специалист в области компьютерных шахмат, поспорил с создателями «Каиссы», первой чемпионки мира среди машин, что провести исчерпывающий компьютерный анализ таких окончаний невозможно. (В наше время такое заявление выглядит довольно смешным...).

Прошел год после заключения пари, и проверить машину пригласили видного специалиста по эндшпилю Юрия Авербаха. На «судебный процесс» в институтскую лабораторию гроссмейстер прихватил несколько монографий, посвященных ладейным окончаниям: компьютеру предстояло серьезное испытание!

Сначала экзаменатор предложил машине ряд простых позиций, и та щелкала их как орехи. Наконец Авербах расставил на доске хитрое положение, полагая, что задал каверзную задачку (рис. 317, ход черных).

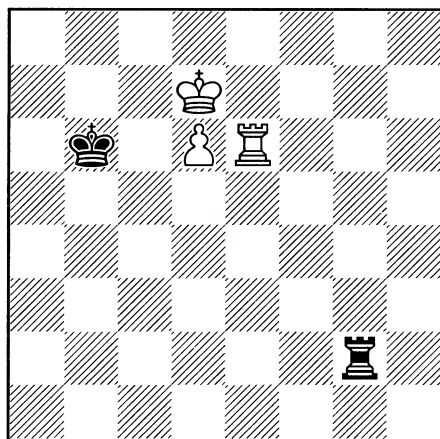


Рис. 317.

Позиция для «судебного процесса».

Машина объявила, что после сильнейшего **1... ♖g8** белые выигрывают в 21 ход. Гроссмейстер ответил **2. ♜h6** и был раздосадован, когда робот объявил шах — **2... ♜g7+**, отметив, что белые уже выпустили выигрыш: после **3. ♕e8 ♜g8+ 4. ♕e7 ♕b7 5. ♜h1 ♜g7+ 6. ♕f6 ♜g4 7. ♜e1 ♜h4 8. d7 шах 8... ♜h6+** ведет к ничьей.

Пришлось Авербаху взять ход **2. ♜h6** назад, но сыграв **2. ♜e8 ♜g7+ 3. ♜e7 ♜g8 4. ♜h7 ♕b7**, он снова ошибся — **5. ♜h2?** компьютер дал спасительный шах — **5... ♜g7+**, и после **6. ♕e6 ♜g6+ 7. ♕e7 ♜g7+ 8. ♕f6 ♜g1** играть на выигрыш стало бесполезно.

В конце концов Авербах сделал правильный ход — **5. ♕e6+**, и машина подтвердила, что только этот маневр ведет к цели. После **5... ♕c8 6. ♕e7 ♕b7 7. ♕d7 ♕b6 8. ♜h1!** атака черных с фланга уже не опасна, и **8... ♜g7+ 9. ♕e6 ♜g6+ 10. ♕e7 ♜g7+ 11. ♕f6 ♜g8 12. ♕f7 ♜g3 13. ♜d1! ♜f3+ 14. ♕e7 ♜e3+ 15. ♕d8** завершает борьбу.

В заключение компьютеру было предложено одно из самых трудных ладейных окончаний. Многие годы им занимались крупные исследователи эндшпиля, пока наконец не была поставлена последняя точка (рис. 318). Немного поразмыслив, машина сообщила, что здесь выигрывает только **1. ♕c1!** Найти такой ход человек просто не в состоянии, будь он хоть трижды гроссмейстер. Интересно, что при точной игре впервые белые сдвигают свою пешку лишь на

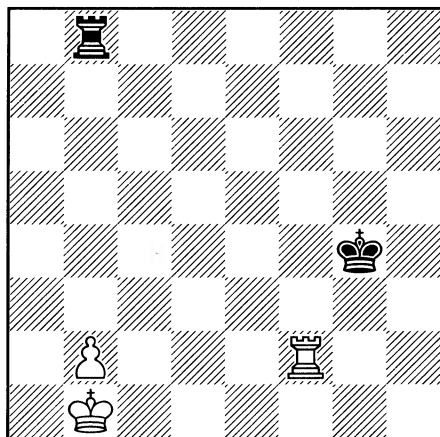


Рис. 318. Какой ход решает?

35-м ходу. Если же в данной позиции ход черных, то спасает 1...♖h8! и на 2. ♔c1 ладья идет обратно — 2...♖b8!!

Игра в «ладейные окончания» произвела на Авербаха сильное впечатление, и ему не оставалось ничего другого, как признать полное превосходство машины над человеком. Сразу после эксперимента он отправился на почту и послал в Лондон телеграмму на имя Леви: «Поздравляю Новым годом Вы проиграли».

На рис. 319 изображена еще одна рекордная позиция. Ход черных, и соотношение сил меняется только на 61-м ходу: белая пешка превращается в ферзя.

А на рис. 320 самая настоящая головоломка. Представьте себе, что вы играете белыми, сейчас ход противника, и вам разрешено поставить своего короля на любое свободное поле доски. Какое из них следует выбрать, чтобы добиться победы? Удивительно, но такое поле, как установил компьютер, всего одно: белые берут верх только при короле на e8!

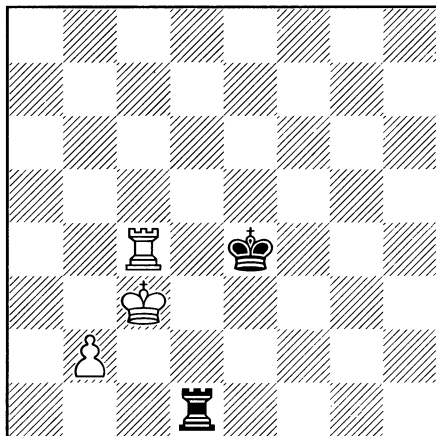


Рис. 319. Выигрыш в 61 ход.

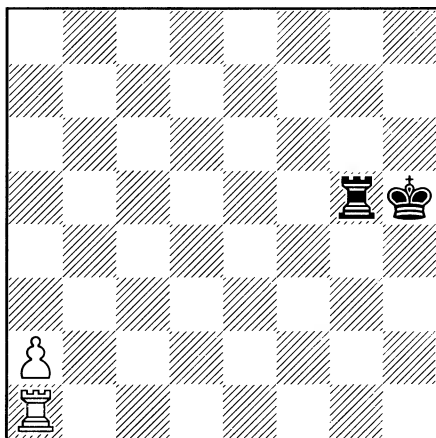


Рис. 320. Куда поставить короля?

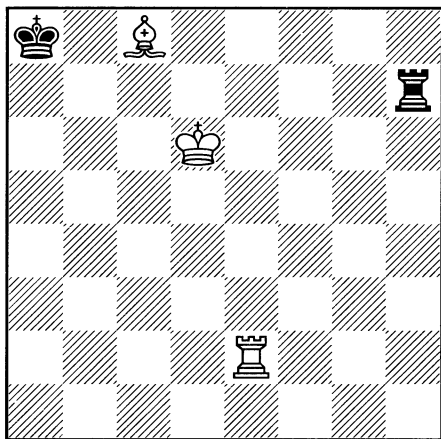


Рис. 321. Мат в 59 ходов.

Среди пятифигурных окончаний одно из самых интересных *ладья и слон против ладьи*. Оно считается теоретически ничейным, но исключений предостаточно, и на практике сильнейшая сторона часто берет верх. На рис. 321 показана позиция, рекордная по длительности игры, в ней мат дается на 59-м ходу, то есть опять с нарушением правила 50 ходов (в данном положении, как и во всех последующих рекордных, ход белых).

Примечательно, что компьютер провел статистический расчет для окончаний данного вида и обнаружил, что доля выигранных позиций при ходе белых составляет около 40%. Неожиданное открытие! Получается, что нет оснований утверждать, будто эти окончания ничейны, вероятность выигрыша довольно высока.

Нахождение компьютерами позиций, в которых для победы требуется более 50 ходов, привело к тому, что в 80-е годы в кодекс были внесены дополнения, а именно число 50 было увеличено до 100 для некоторых окончаний, в том числе для этого. Компьютерный анализ данного эндшпиля весьма ценен для теории, но интересно и окончание *ладья и конь против ладьи*. До вмешательства машины оно было мало исследовано и считалось абсолютно ничейным. Но выяснилось, что и здесь категорические оценки рискованны — процент выигранных позиций достаточно высок — 37%. В рекордной позиции (рис. 322) белые матуют в 33 хода.

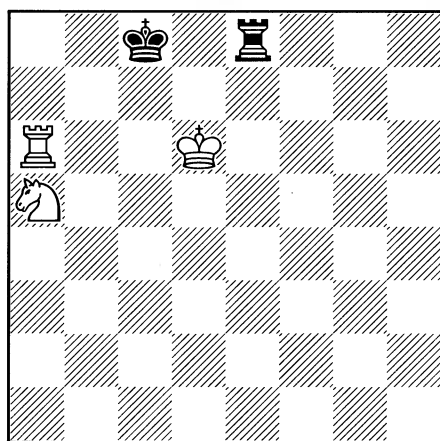


Рис. 322. Мат в 33 хода.

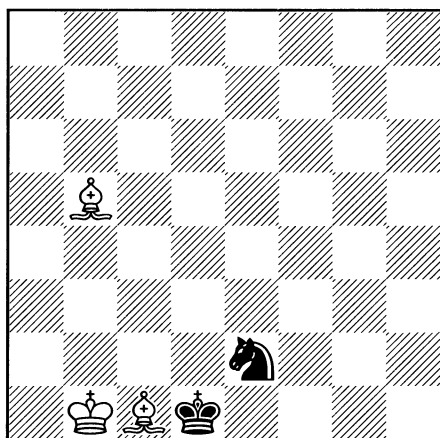


Рис. 323. Выигрыш в 67 ходов.

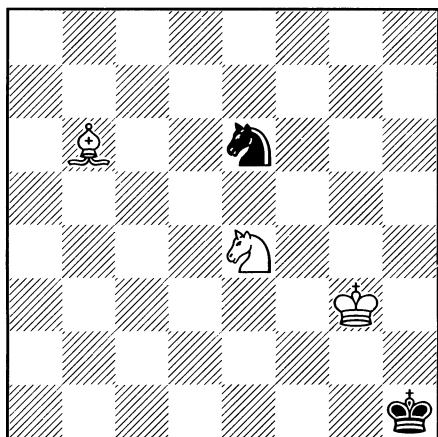
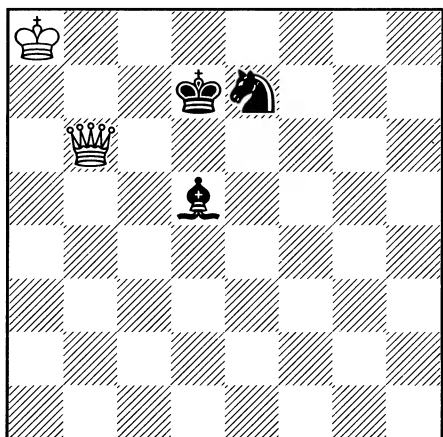


Рис. 324. Выигрыш в 77 ходов.

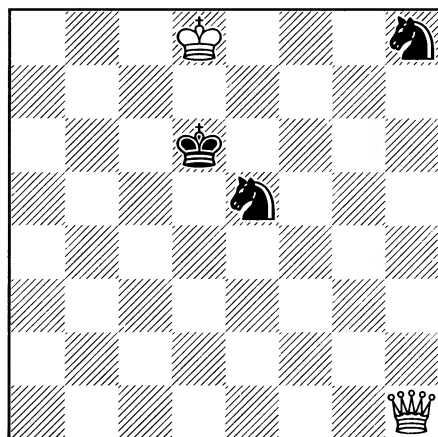
В свое время много споров у шахматных композиторов вызвало окончание *два разноцветных слона против коня*. В своих произведениях они исходили из того, что выигрыша нет, но компьютер разбил эту точку зрения в пух и прах, доказав, что сильнейшая сторона при своем ходе почти всегда побеждает. А в рекордной позиции (рис. 323) конь теряется на 67-м ходу. Еще один серьезный удар по правилу 50 ходов!

Итак, два слона справляются с конем, а если у сильнейшей стороны слон и конь? И здесь позиция часто оказывается выигранной, причем конь погибает не позднее 77-го хода (рис. 324).

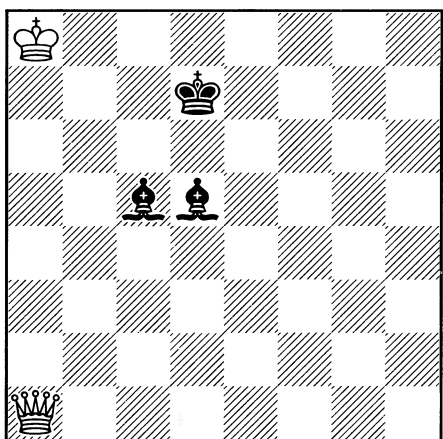
Все приведенные в этой главе позиции вполне годятся для шахматной книги рекордов Гиннеса, но соответствующие варианты мы, как уже говорились, опускаем.



а



б



в

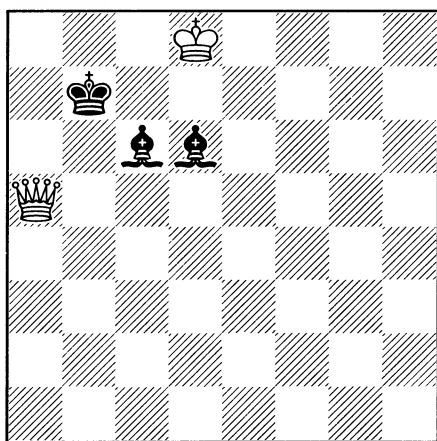
Рис. 325.

Ферзь против двух легких фигур.

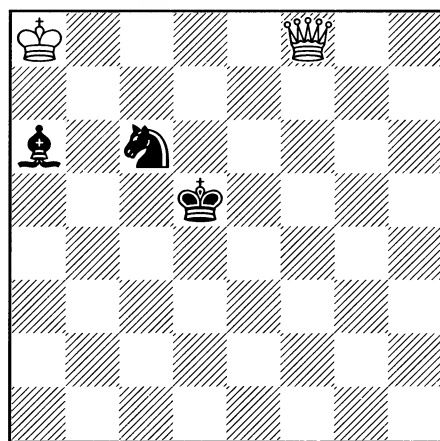
На очереди окончания *ферзь против двух легких фигур*. В принципе, компьютер легко ориентируется в них, и он установил, что иногда для победы требуется целая партия, но доля выигранных позиций всюду больше 90%. На рис. 325 показаны все три рекордные позиции. Со слоном и конем (рис. 325, а) белые справляются за 42 хода, с двумя конями (рис. 325, б) — за 63 и с двумя слонами (рис. 325, в) — за 71.

Однако машина обнаружила и любопытные исключения, при этом в двух случаях из трех найденные конфигурации единственные (рис. 326, а, б).

Как ни странно, на рис. 326, а белым при своем ходе не одолеть неприятельского короля (на отступление ферзя следует ♔с7+), а начиная, черные быстро проигрывают из-за шаха ферзем с c7 или по линии «b». И на рис. 326, б белые, начиная, не могут освободить своего короля (1. ♔a3 ♕c8!), а если ход черных, то крепость мгновенно рушится.



а



б

Рис. 326. Неприступная крепость.

Здесь важно отметить, что наличие базы того или иного вида окончаний нередко вызывает положительную реакцию у этюдистов, мы в этом убедимся не раз. Вот простейший пример (рис. 327) — Д. Паничкин, 1990.

После очевидного **1...c2** пешку не остановить, но белые строят неприступные бастионы. **2. ♖f3+ ♔h1**. В случае **2...♔f2** спасает **3. ♘e5! ♔e3** **4. ♘d3! ♔:d3** **5. ♙f5+**.

3. ♔f5! c1♔ **4. ♔e4!**, и на доске знакомый ничейный эндшпиль.

Интересен для теории эндшпиль *ферзь с легкой фигурой против ферзя*.

Посмотрим на одном практическом примере, как преуспел компьютер в анализе (рис. 328).

В этой позиции при ходе черных была отложена партия Лендьел — Леви, сыгранная сорок лет назад (Куба, 1972), — тогда машины еще были не так сильны, и в турнирах существовало доигрывание! Хотя Леви удалось взять верх, осталось много вопросов: закономерен ли результат, лучшим ли образом действовали соперники и т. д. Только два десятилетия спустя разработанная программа расставила все точки над «i», причем выяснила, что оба партнера играли окончание крайне плохо.

Вот как закончилась партия: **66...♔f4+ 67. ♔e6 ♔h6+ 68. ♔d7 ♔g7+ 69. ♔c8 ♔f8+ 70. ♔b7 ♘c5+ 71. ♔a7 ♔e7+ 72. ♔b6 ♘d7+ 73. ♔c7 ♘e5+ 74. ♔b8**

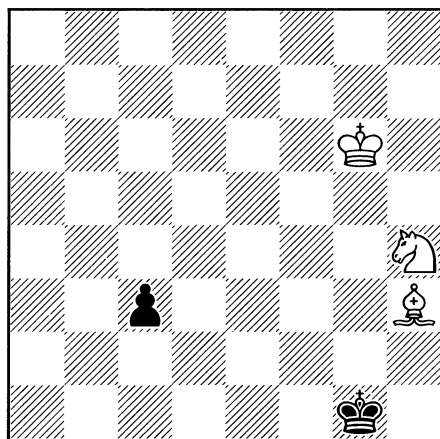


Рис. 327. Ход черных. Ничья.

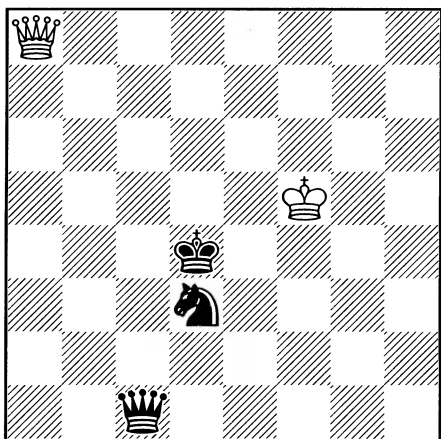


Рис. 328. Выигрыш или ничья?

♔d8+ 75. ♚b7 ♔d7+ 76. ♚b6 ♘c4+ 77. ♚a6 ♔d6+ 78. ♚b7 ♔d7+ 79. ♚b8 ♔d8+ 80. ♚b7 ♘d6+ 81. ♚a7 ♔a5+ 82. ♚b8 ♔b6+ 83. ♔b7 ♔:b7X.

Компьютер установил, что игра была далека от идеальной, более того, Леви два раза выпустил победу, а Лендъел, в свою очередь, дважды упустил ничью. При этом машина сообщила, что в позиции на рис. 328 при оптимальной игре черные выигрывают в 14 ходов — ставят мат или забирают ферзя. Приведем снова это окончание, но уже как бы прокомментированное компьютером.

66... ♔f4+ (13). В скобках всякий раз указывается, сколько ходов осталось черным до победы после данного хода той или иной стороны — по существу, это ранг выигранной позиции. Первый шах правильный, поэтому до выигрыша осталось уже не 14 ходов, а 13.

67. ♚e6 (12) ♔h6+?? Выпускает победу, к цели вело 67... ♘c5+ (12).

68. ♚d7?? (8). А сейчас белые ошибаются, ничья достигалась при помощи 68. ♚e7.

68... ♔g7+?? Опять упускает победу, решало 68... ♘c5+ (8).

69. ♚c8?? (5). К ничьей вело 69. ♚e6.

69... ♔f8+? (11). На конечный результат не влияет, но черные теряют много времени, гораздо быстрее вело к цели 69... ♔g8+ (5).

70. ♚b7 (10) ♘c5+ (10) 71. ♚a7 (9) ♔e7+? (16). Этот шах отбрасывает черных на семь ходов назад, следовало продолжать 71... ♔f7+ (9).

72. ♚b6 (15) ♘d7+ (15) 73. ♚c7? (13). На ход упорнее 73. ♚b7.

73... ♘e5+ (13) 74. ♚b8 (12) ♔d8+? (13). Еще одна неточность, быстрее решало 74... ♔e8+ (12).

75. ♚b7 (12) ♔d7+ (12) 76. ♚b6? (8). Белые «возвращают» сопернику три хода, упорнее 76. ♚a6 (11).

76... ♘c4+ (8) 77. ♚a6 (7) ♔d6+ (7) 78. ♚b7 (6) ♔d7+? (8). На два хода быстрее к цели вел шах с b4 или b6.

79. ♚b8? (4). А здесь на три хода затягивало сопротивление 76. ♚a6 (7).

79... ♔d8+ (4) 80. ♚b7 (3) ♘d6+ (3) 81. ♚a7 (2) ♔a5+ (2) 82. ♚b8 (1) ♔b6+ (1) 83. ♔b7 (0) ♔:b7X (0). Выигрыш действительно в 0 ходов, поскольку белый король заматован. Несмотря на целый ряд взаимных ошибок, черные все-таки взяли верх.

Итак, из 18 ходов Леви и 17 Лендъела только 12 были правильными, при этом дважды черные упускали победу, а белые не воспользовались ничейными шансами. Да, разница между человеком и машиной в разыгрывании дан-

ного эндшпиля впечатляет. Кстати, она обнаружила выигранные позиции, где мат дается в 35 ходов (рекорд).

А как развивались бы события, если бы обе стороны играли наилучшим образом? Вот оптимальная цепочка, указанная программой: 66... ♖f4+ 67. ♔e6 ♘c5+ 68. ♔e7 ♖h4+ 69. ♔f7 ♖h7+ 70. ♔f6 ♘e4+ 71. ♔e6 ♖g6+ 72. ♔e7 ♖f6+ 73. ♔d7 ♖f7+ 74. ♔c8 ♖g8+ 75. ♔b7 ♘c5+ 76. ♔a7 ♖a2+ 77. ♔b8 ♖h2+ 78. ♔a7 ♖c7+ 79. ♖b7 ♖:b7X.

Из пятифигурных окончаний отметим еще два вида, досконально изученных машиной: *два коня против пешки* (исследовались еще в начале прошлого века), *ферзь против ладьи и легкой фигуры* (вероятность выигрыша около 70%).

До сих пор мы рассматривали достижения ЭВМ в эндшпиле, объективно трудном и для игры, и для исследования. А вот один довольно веселый пример на тему *ферзь и ладья против ферзя* (рис. 329). В рекордной по длительности игры позиции сильнейшая сторона, как ни странно, берет верх только на 67 ходу. А это поразительный случай, когда выигрыша вообще нет. Несмотря на лишнюю ладью и свой ход белые бессильны — при отступлении ладьи противник сооружает патовое гнездо (1. ♖e5 или 1. ♖b7 — 1... ♖d8+), у ферзя нет удачных маневров, а королю не уйти от шахов.

Столь забавным сюжетом, очевидно, не могли не воспользоваться композиторы. На рис. 330 подходящий пример — А. Кошчев, 1990.

1. h6 ♖c7 2. ♘:c4! ♖:c4 3. h7 ♖:g4! 4. h8 ♖ d1 ♖ 5. ♖c3! с неожиданной ничьей. У белых не хватает ладьи, но ход-то черных...

Четырех- и трехфигурные окончания представляют собой младший эндшпиль для соответствующих пятифигурных и, очевидно, изучены досконально компьютером. Наибольший интерес вызывают позиции *ладья против коня*. Они теоретически ничейны, но коню далеко не всегда удастся убежать от ладьи. В рекордной позиции он теряется за 27 ходов (рис. 331).

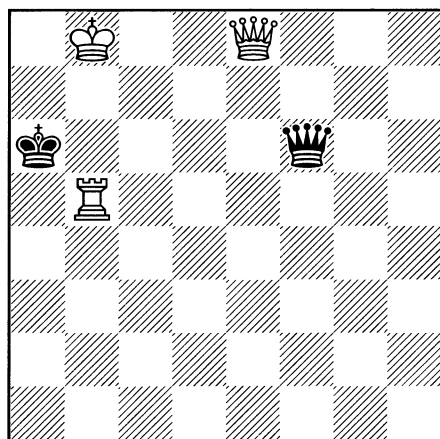


Рис. 329. Выигрыша нет!

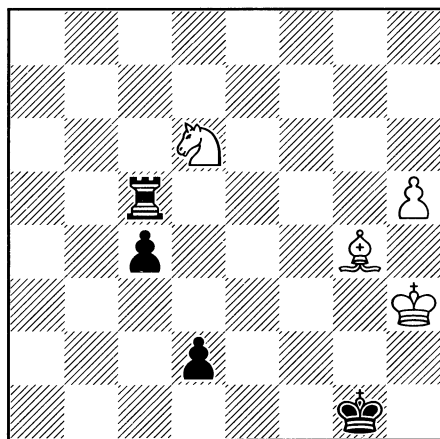


Рис. 330. Ничья.

1. ♔d2! Ход на соседнее поле c2 уже выпускает выигрыш.

1...♘d4 2. ♔c3. Ошибочно 2. ♔d3, впрочем, белым предстоит сделать еще немало единственных ходов прежде, чем они окружат коня.

2..♘b5+ 3. ♔c4 ♘d6+ 4. ♔c5 ♘b7+ 5. ♔b6 ♘d6 6. ♔f4! ♔b3 7. ♔c5 ♘b7+ 8. ♔c6 ♘d8+ 9. ♔b5 ♘e6 10. ♔f3+ ♔c2 11. ♔c4 ♔d2 12. ♔f5 ♔c2 13. ♔f2+ ♔d1 14. ♔d3 ♘c5+ 15. ♔d4 ♘b3+ 16. ♔c3 ♔e1 17. ♔b2! ♘c5 18. ♔d4 ♘e6+ 19. ♔e3 ♔d1 20. ♔b6 ♘g5 21. ♔c6! ♘f7 22. ♔c7 ♘e5 23. ♔e4! ♘g4 24. ♔g7! ♘f6+ 25. ♔e5 ♘h5 26. ♔g5, и конь пойман.

И в эндшпиле *ладья против слона* интересны позиции с наибольшей продолжительностью игры. Рекорд компьютера (рис. 332) — 18 ходов и слон теряется.

В окончании *ферзь против ладьи* в рекордной позиции ферзю удаётся справиться с ладьей в 31 ход. Мат слоном и конем одинокого короля требует определенного опыта, а машина установила, что это займет самое большее 33 хода — рекорд для четырехфигурных окончаний. Мат двумя слонами быстрее — достаточно 19 ходов. При трех фигурах на доске всё слишком просто, и позиции приводить не обязательно.

Выше мы рассмотрели ряд позиций, представляющих собой исключение из правила 50 ходов. Благодаря компьютерным анализам, в конце 80-х годов в очередном издании кодекса для ряда окончаний это число было заменено на 75. Но в 1990-е годы, когда машины принялись за шестифигурные и семифигурные окончания, произошли поистине сенсационные открытия...

Редким является соотношение *ферзь и конь против двух ладей*. Перевес большой, но если ладьи успешно взаимодействуют, то для победы требуются весьма тонкие маневры. Удивительно, но в рекордной позиции (рис. 333) белые выигрывают (забирают одну из ладей) только на 153-м ходу!

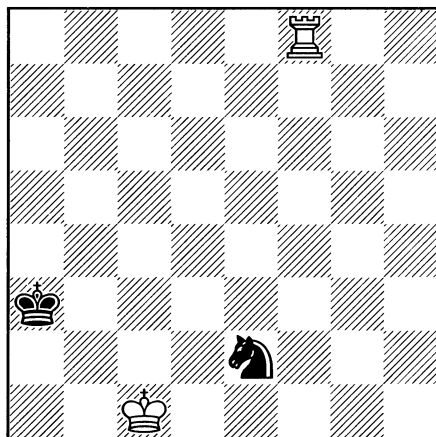


Рис. 331. Ладья против коня.

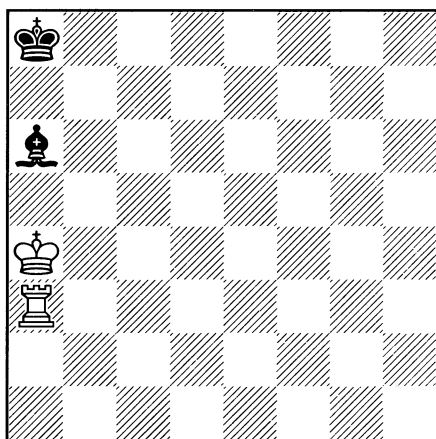


Рис. 332. Ладья против слона.

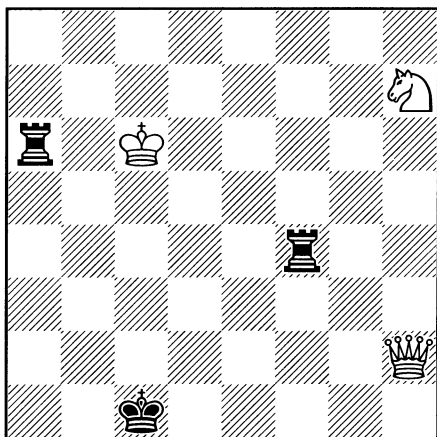


Рис. 333. Выигрыш в 153 хода.

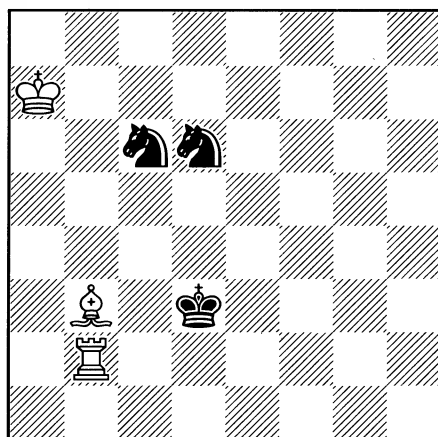


Рис. 334. Выигрыш в... 223 хода!

А теперь взглянем на следующую позицию (рис. 334). Примечательный случай: если обе стороны играют наилучшим образом, то белые переходят в младший выигранный эндшпиль на... 223-м ходу!

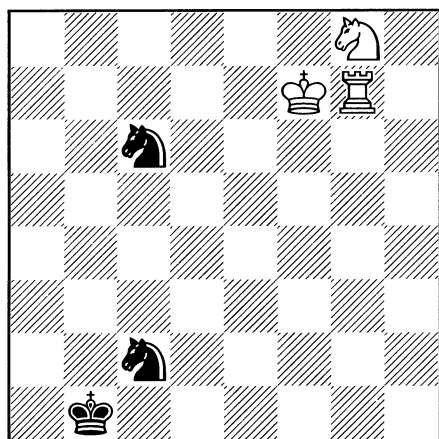


Рис. 335. Выигрыш в... 243 хода!!

Однако и это не предел, вот другой фантастический рекорд (рис. 335). В окончании *ладья и конь против двух коней* шансы на выигрыш велики, а в данном примере белым удастся забрать одного из коней лишь на... 243-м ходу!! Даже если бы мы привели полное решение, у читателя вряд ли хватило терпения проверить его на доске...

Итак, в очередном выпуске шахматного кодекса следовало ожидать дополнительных исключений из правила 50 ходов. В 1996 году в Ереване состоялся конгресс ФИДЕ, на котором бурно обсуждался этот вопрос. И тут произошло не ожи-

данное: собравшиеся эксперты долго совещались и в конце концов решили... вообще отменить все исключения из правила! В любом эндшпиле игрокам по-прежнему предоставляется не более 50 ходов, чтобы изменить ситуацию на доске (отдать или взять фигуру, продвинуть пешку вперед или объявить мат). В самом деле, ведь для некоторых окончаний число необходимых ходов превосходит две сотни. Но не увеличивать же в старинном правиле стандартное число 50 в пять раз! Да, похоже, машина здесь явно перестаралась...

Осталось сказать, что все современные компьютерные находки собраны вместе в одной компактной базе данных, разработанной Евгением Налимовым, бывшим новосибирцем, ныне сотрудником корпорации «Майкрософт». Эта база называется *эндшпильные таблицы Налимова*.

При увеличении числа фигур возникают весьма серьезные технические трудности, связанные с объемом памяти и быстродействием машины, но они постепенно преодолеваются. И наверняка в будущем нас ждут новые сюрпризы. Остановимся на некоторых семифигурных окончаниях (с пешками), в анализе которых преуспели программисты Марк Буржуцкий (США) и Яков Коновал (Россия). С 2005 года, общаясь друг с другом по скайпу и электронной почте, они с помощью компьютера получили ряд весьма интересных результатов, некоторые из них важны для теории и практики.

Ферзь и две пешки против ферзя и пешки. Это окончание отличается большой сложностью ввиду подвижности ферзей и многочисленных шахов. Для выигрыша с двумя пешками против одной рекорд составляет 222 хода. Но и слабейшая сторона нередко берет верх (пешка оказывается сильнее двух), здесь рекорд 105 ходов. По-прежнему имеется в виду переход в выигранный младший эндшпиль.

В 25-й главе мы уже рассказывали, что эндшпиль такого типа возник в интернетовской партии Каспарова против «Всего мира». Компьютер показал, что «Планета» могла спастись, но упустила свой шанс. Вот еще один пример — из партии, сыгранной в 1995 году на турнире в Дортмунде (рис. 336).

Позиция выиграна за белых. Черные сыграли 47...♔f5, пропуская белого короля на b3 и тем самым ускоряя развязку. В комментариях предлагалось 47...♔b7. Теперь найти выигрыш без эндшпильной базы практически невозможно, но он есть, причем составляет 93 хода, из которых многие единственные.

Ладья и две пешки против ладьи и пешки. Это окончание часто встречается на практике и вполне под силу шахматисту, тем не менее количество ошибок,

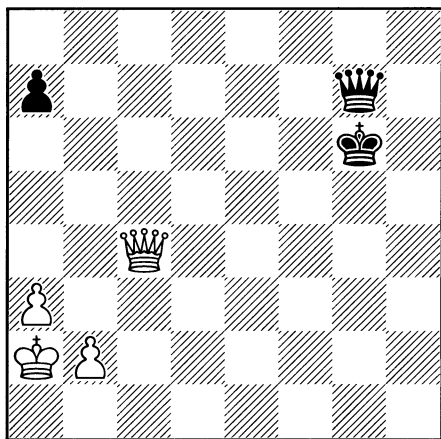


Рис. 336. Ж. Лотье – Й. Пикет.

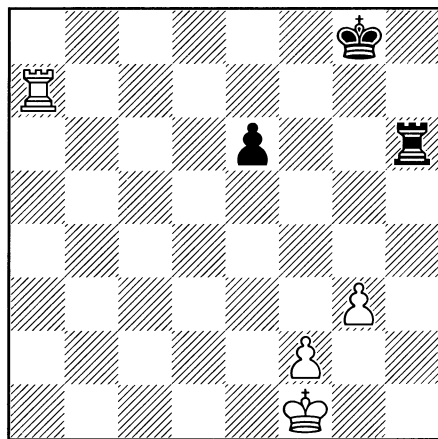


Рис. 337. Й. Пинтер – Л. Портиш.

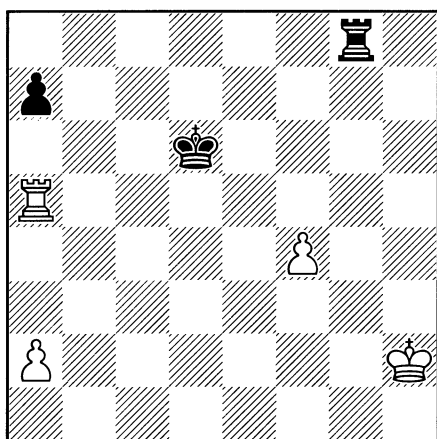


Рис. 338. В. Ананд – А. Широв.

Очередь черных ошибаться — после 62... a4 (с4, d4) они добивались ничьей. 63. f4 , и белые взяли верх.

В позиции на рис. 338 (Вейк-ан-Зее, 2004) Ананд сыграл 37. f5 , что должно было привести к ничьей, не меняет дела и 37. a7 . Однако машина указала тонкий выигрыш: 37. e5!! 38. e4! 39. h3!! и т.д.

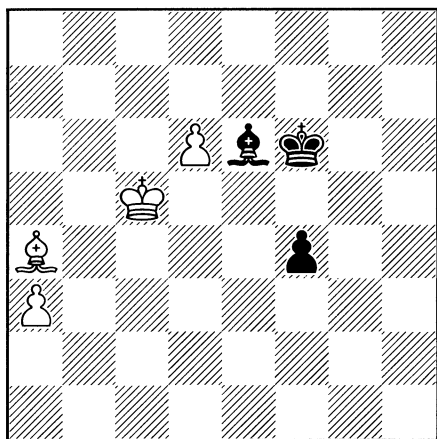


Рис. 339. Г. Кузьмин – С. Буазис.

неверных оценок велико. Рекорды выигрыша здесь 79 ходов в случае двух пешек против одной и 41 ход — одна пешка против двух. Рассмотрим два примера из практики.

Компьютер установил, что позиция на рис. 337 (Венгрия, 1998) ничейна. Однако после 56. g2 черные тут же ошиблись — 56... f8? , что проигрывает в 44 хода. Ничью давало 56... h5 или 56... f6 .

57. g4! 58. f3 59. g3 60. b7 61. f2? Обе стороны играют не оптимально, а этот ход просто упускает победу, правильно было 61. f4 . 61... f4! 62. g3 63. f6?

Слон и две пешки против слона и пешки. Легкофигурные окончания проще ферзевых и ладейных, но и здесь есть забавные примеры «непонимания». При одноцветных слонах рекорд составляет 78 ходов (две пешки против одной) и 38 ходов (одна против двух), при разноцветных соответственно 52 и 24 хода.

В позиции на рис. 339 (Рига, 1979) черные играли точно — 68... f3! 69. b5 70. c6 71. f1 , но тут неожиданно... сдались.

Компьютер осудил такое решение — 71... d4! 72. a4 73. d7 74. d8 75. e3 с простой ничьей.

А в положении на рис. 340 (Белград, 1988) после 79... h7 вдруг сдались белые! Машина бы так не поступила: 80. e7 81. a2! 82. a3 83. c2 84. f6 85. g7 86. b4! 87. d3 88. h7! , форсируя ничью — 86... h7 87. c4 .

Слон и две пешки против коня и пешки. Рекорды выигрыша соответственно 87 и 27 ходов.

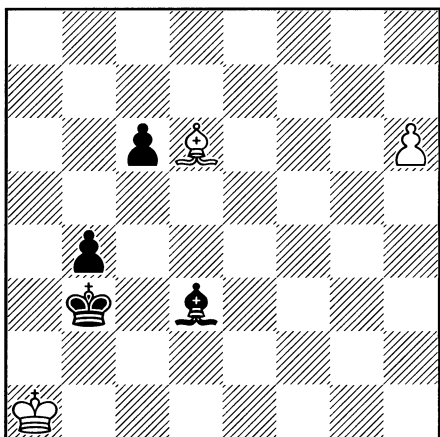


Рис. 340. С. Макарычев – Й. Ронгкван.

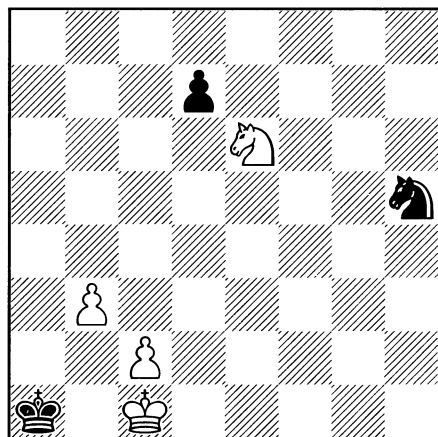


Рис. 341. Выигрыш в 110 ходов.

Конь и две пешки против коня и пешки. Вот какую уникальную позицию обнаружил компьютер (рис. 341).

1. ♖c7! ♜f6 2. c3! ♜e4 3. ♜b5 ♜c5 4. b4 ♜a6 5. ♜d6 ♜a2 6. ♜c2! ♜a3 7. ♜c4+! ♜a4 8. ♜b6+! ♜b5 9. ♜d5! ♜c4 10. ♜e3+! ♜b5 11. ♜b3! ♜c7 12. c4+ ♜c6 13. ♜a4! ♜e6 14. ♜a5! ♜d8 15. ♜a6! ♜e6 16. ♜d5! ♜d6 17. ♜f6! ♜c5+ 18. ♜a5! ♜c6 19. ♜d5! ♜d3 20. b5+! ♜b7 21. ♜f6 ♜c5 22. ♜e8! ♜e4 23. ♜g7! ♜c5 24. ♜f5! ♜c7 25. b6+! До победы осталось еще около сотни чуть ли не единственных ходов (при малейшей неточности позиция станет ничейной), которые тоже придется снабдить восклицательными знаками, но здесь мы ставим точку. Ведь следующее движение пешки (черной) произойдет только через... 80 ходов, а на 110-м белые берут коня! Еще один пример нарушения правила 50 ходов.

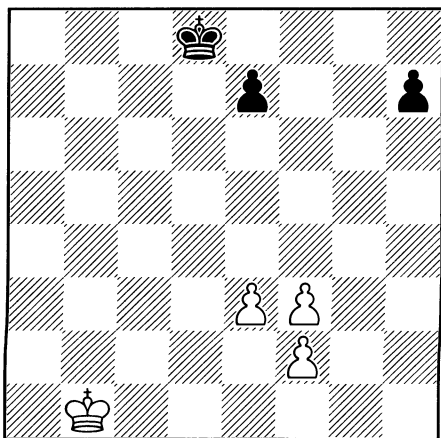


Рис. 342. Выигрыш в 36 ходов.

Три пешки против двух пешек. Пешечные окончания, как правило, поддаются точному расчету, однако есть немало ситуаций, когда без компьютера не обойтись. На рис. 342 показана рекордная позиция.

1. ♜c2! ♜e8 2. f4 ♜f7 3. ♜d3 ♜g6 4. ♜e4 ♜f6 5. ♜f3! ♜g6 6. ♜g4 e6 7. ♜g3! ♜g7 8. ♜f3! ♜f7 9. ♜e4 ♜f6 10. ♜d3! ♜g6 11. ♜c4 ♜f6 12. ♜c3! ♜g6 13. ♜d3! ♜f5 14. ♜d4! h6 15. ♜d3! ♜g4 16. ♜e2! ♜h5 17. ♜f3! ♜g6 18. ♜e4! ♜f6 19. ♜d3! ♜g6 20. ♜c4 ♜f6 21. ♜c3! ♜g6 22. ♜d3! ♜f5 23. ♜d4! h5 24. ♜d3! ♜g4 25. ♜e2 ♜h3 26. ♜f1! ♜h4 27. ♜g2! ♜g4 28. ♜h2! ♜f5

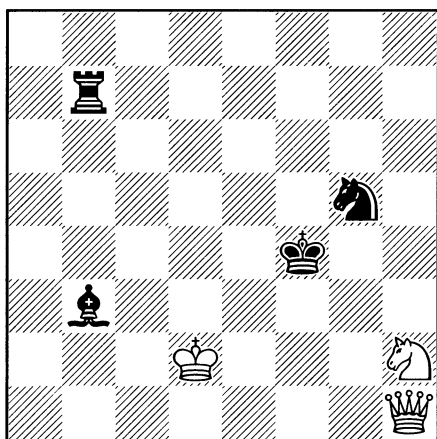


Рис. 343. Выигрыш в 517 ходов!!

29. ♔h3 ♕g6 30. e4 ♔h7 31. ♕h4! ♕g6 32. f3! ♕h6 33. f5! e5 34. f6! ♕g6 35. f7! с победой — белые переходят в выигранный младший эндшпиль. Это окончание, как и некоторые другие в данной главе, можно было бы рассматривать как этюд, составленный компьютером, и перенести в следующую. Однако решать его бесполезно, человеку это явно не под силу.

Исследовали Коновал и Буржуцкий также окончания *ферзь и две легкие фигуры против ферзя и легкой фигуры, ладья и две легкие фигуры против ладьи и легкой фигуры* и др. И наконец, один суперфантастический

результат для семифигурного окончания *ферзь и конь против ладьи, слона и коня*. С помощью машины «дотошные» программисты обнаружили настоящего монстра (рис. 343, ход черных) — позицию, в которой для выигрыша требуется более 500 (!) ходов, только тогда белый ферзь забирает черную ладью. Вряд ли у читателя хватит терпения разыгрывать все эти полтысячи ходов, поэтому мы их и не приводим.

Да, остается только удивляться, что такое возможно в шахматах. А ведь Коновал и Буржуцкий уже взялись за восьмифигурные окончания, с помощью машины установили, в частности, что в общем случае четыре слона справляются с двумя ладьями, хотя для выигрыша нужно больше 50 ходов. Кто знает, может быть, лет через пятьдесят дело дойдет до 32 фигур на доске, и загадка шахмат будет полностью решена!

Глава 30

ГОЛОВОЛОМКИ, ЗАДАЧИ И ЭТЮДЫ

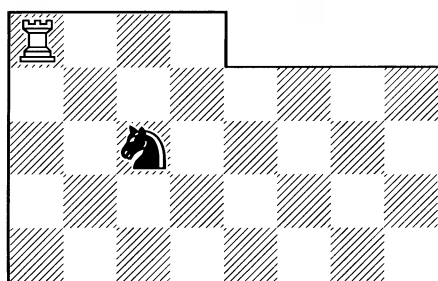
Мы уже рассмотрели самые разные связи между шахматами и компьютерами: экскурс в историю, алгоритм игры, партии между чемпионами мира – среди людей и машин, чемпионаты мира среди ЭВМ, компьютерный анализ окончаний и др. Осталась еще одна важная тема: решение математических головоломок, задач и этюдов, использование компьютеров шахматными композиторами: проверка произведений и составление композиций.

О том, что компьютер справляется со сложными шахматными проблемами и головоломками, не раз говорилось в книге. Так, в первом разделе речь шла о двух знаменитых головоломках — *задаче Эйлера о ходе коня* и *задаче Гаусса о восьми ферзях*, а также их модификациях, в частности, уточнила ЭВМ *правило Варнсдорфа* об обходе конем всех полей доски. Раньше человека разобралась она с *занятой задачей о неприкосновенном короле*, не без ее помощи решена *задача Кима* и *проблема Успенского*.

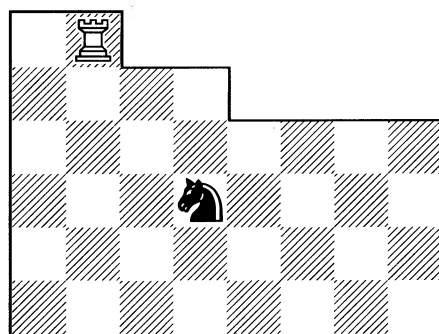
Во втором разделе упоминалось, что машина успешно занималась головоломками Галумбирека и *игрой в ферзей*. Компьютер определяет исходную расстановку фигур в *шахматах Фишера*. Наконец, из данного раздела мы узнали, что компьютер проводит жеребьевку швейцарского турнира и соревнований по швейцарской системе, рассчитывает рейтинг гроссмейстеров.

Вот еще один пример, лежащий на грани между шахматной задачей и головоломкой.

Представьте себе, что на различных досках нестандартного размера ладья гоняется за конем, причем оба короля отсутствуют. Возникает вопрос: на каких досках ладья поймает коня, а на каких нет? Доскональное исследование этой задачи провел компьютер.



а



б

Рис. 344. Ладья ловит коня.

Стандартная доска малоинтересна, ввиду ее очевидной «ничейности»: справиться с конем невозможно, за исключением нескольких неудачных ситуаций для него. При уменьшении размеров доски коню становится всё теснее и теснее. На доске 8x5 большинство позиций всё еще ничейно, но на доске 8x4 ладья уже легко ловит коня при любом исходном положении фигур. Вот две занятные позиции на эту тему на урезанной доске, настоящие головоломки (рис. 344).

На рис. 344, а решает 1. ♖a3! Смысл хода не столько в нападении на коня, сколько в контроле над центром доски.

1... ♞e2 2. ♔d3. Если бы фигуры стояли не на белых полях d3 и e2, а на черных d2 и e3, то при любом отступлении коня ладья забирала его за три хода. Цель белых и состоит в переходе к этой чернополевой «оппозиции». Далее приведем лишь основные варианты.

2... ♞f4 3. ♔e3! ♞d5 4. ♔f3 ♞b4 5. ♔c3 ♞d5 6. ♔c4 ♞e3 7. ♔d4 ♞c2. Не убежать коню и после 7... ♞f1 — 8. ♔e4 ♞d2 9. ♔e3 ♞f1 10. ♔e2 ♞g3 11. ♔e1.

8. ♔d1 ♞e3 9. ♔d2 ♞c4 10. ♔d3 ♞b2 11. ♔d4, и всё кончено.

Или 2... ♞c1 3. ♔d2 ♞b3 4. ♔d1 ♞c5 5. ♔d4 ♞b3 6. ♔c4! Неожиданно выпуск коня на свободу, но тому недолго придется пользоваться ею.

6... ♞d2 7. ♔b4 ♞f3 8. ♔e4 ♞d2 9. ♔e3! и т.д.

Данная миниатюра — удачный образец компьютерного творчества. Оригинальная идея воплощена с рекордной экономичностью, к тому же на маленькой доске.

На рис. 344, б доска имеет еще более необычную форму, а решение содержит 15 ходов — небольшая шахматная партия!

1. ♖b3! ♞f4 2. ♔f3 ♞d5 3. ♔f2! Ладья становится в засаду.

3... ♞b4 4. ♔d2 ♞a6. Конь оттеснен, но прежде чем погибнуть, успевает промчаться по просторам доски.

5. ♔d4 ♞c5 6. ♔d5 ♞e4 7. ♔d3 ♞c5 8. ♔d4. Эта позиция уже возникала после пяти ходов, но на сей раз ход коня.

8... ♞b3. Теперь следует маневр ладьи, знакомый по предыдущей позиции.

9. ♖c4 ♜d2 10. ♜b4 ♜f1 11. ♜e4 ♜d2 12. ♜e3 ♜f1 13. ♜e2 ♜g3 14. ♜e1, и конь пойман.

Итак, мы убедились, какая содержательная борьба возникает на доске даже при столь скромном материале. Да, в данном случае робот поистине оказался на коне!

Перейдем теперь к шахматной композиции, где компьютеры также многого добились. Некоторые из рассмотренных в предыдущей главе рекордных позиций можно рассматривать как этюды с заданием: белые начинают и выигрывают. Хотя они относятся к разряду аналитических (эстетических элементов в них маловато), следует признать, что машины добились заметных успехов в композиции — как в составлении этюдов, так и в их решении. Более увлекательные с практической точки зрения примеры будут рассмотрены ниже.

Здесь надо сказать, что уже много лет ни один шахматный композитор не обходится в своей работе без ЭВМ. При составлении задачи или этюда он обязательно проверяет позицию на компьютере, при этом использует мощную игровую программу, раньше, например, «Фриц», ныне «Рыбку» или «Гудини». А если этюд — миниатюра (не больше семи фигур) или сводится к ней, то машина обращается к соответствующей эндшпильной программе.

В этюдах число ходов не ограничено, и не каждый из них по зубам компьютеру. Другое дело — задача: число ходов строго фиксировано, и справиться с ней игровой программе легко путем простого перебора вариантов. При современном быстродействии любая задача проверяется за считанные секунды. Через ЭВМ «просеяны» многие сборники задач, и под микроскопом машин нередко обнаруживается брак: одни позиции содержат побочные решения (дуали), в других мат ставится быстрее, чем требуется, третьи вообще не решаются. Недаром композиторы любят шутить, что нет задач правильных, а есть непровергнутые!

Любопытно, что опровержение задачи порой отличается изяществом и вызывает удивление у самого автора. При этом изъясны находятся даже в произведениях знаменитых композиторов. На рис. 345 задача гроссмейстера головоломок XIX века С. Лойда (1857 г.).

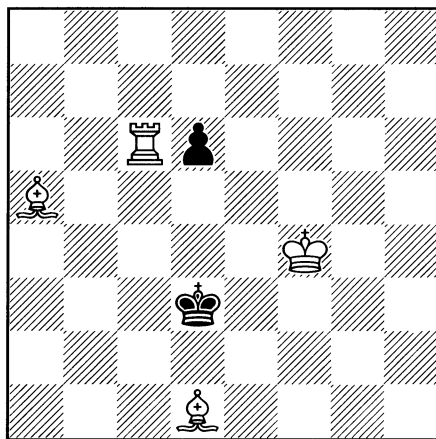


Рис. 345. Мат в 4 хода.

Решение этой известной миниатюры довольно симпатичное: 1. ♖c3 d5 2. ♜f3 d4 3. ♜b3 dc 4. ♜d6X.

Увы, машина указала простое побочное решение: 1. ♜b6! ♜d2 2. ♜f3 ♜:d1 (2... ♜d3 3. ♜e3 и 4. ♜e2X) 3. ♜e3 и 4. ♜c1X.

1...d5 2. ♜f3 d4 3. ♜e2+ ♜d2 4. ♜a5X.

А с задачей Л. Лошинского, Л. Гугеля и В. Шифа (1932 г.) на рис. 346, первый из авторов которой — классик шахматной композиции XX века, произошло еще более забавное недоразумение. В ней нет побочного решения, потому что... нет решения вообще!

Замысел авторов заключался в 1. ♖:d3 с угрозой 2. ♔:c4X. На 1... ♜:g7 (♜f6, ♘:g7, ♚b2, ♚a2) с целью перекрыть пятую линию следует 2. ♖:g7 (соответственно, ♘d4, ♚g5, ♖b2, ♖b2)X. Не помогает и 1... ♜a7 (♜:e6+) — 2. ♖c7 (♜:e6)X. Итак, задача выглядит безукоризненной, но вмешивается компьютер и находит эффектное опровержение — 1... ♜d7!! и мата нет, а стало быть, нет и задачи.

Как мы видим, человек, а в данном случае сразу трое композиторов, пропустили неожиданную реплику даже в двухходовке. Разумеется, для компьютера такой прокол невозможен.

На рис. 347 еще одна задача Л. Лошинского (1964 г.), кстати, завоевавшая первый приз на одном из конкурсов. После 1. ♚e2 создается угроза 2. ♚d2+ ♔e3 3. ♖c4X. Защита черных состоит во взятии слона или конем пешки e5. После 1... ♘:e5 2. ♘d7 грозит 3. ♜g1X; если слон уходит с e5, то либо 3. ♜c5X, либо — при 2... ♘d6 — 3. ♖:c6X. После 1... ♖:e5 2. ♘e6 вновь угрожает 3. ♜g1X; если уходит конь с e5, то либо 3. ♜c5X, либо — при 2... ♖d7 — 3. ♖:c6X (2... ♜g6 3. ♖f5X, 2... ♖d3 3. c3X).

Компьютер нашел другое решение с прямолинейным вступлением — 1. ef, но зато с изящным вторым ходом — 1... ♘d6 2. ♜e5+!! ♘(♖):e5 3. ♖f5X; 2... ♔:e5 3. ♘c3X. На 1... ♘b6 следует 2. ♖b2! и 3. ♘c3X (2... ♖e5 3. ♖f5X).

Кстати, задача исправляется очень просто: достаточно на поле a2 добавить черную пешку, и побочного решения уже нет.

Авторское решение задачи классика советской композиции Л. Куббеля (1926 г.) на рис. 348 — 1. b5 и т. д. Компьютер обнаружил не менее интересный путь к цели: 1. ♜b3 c6 2. ♖f1. Грозит 3. ♜e3X.

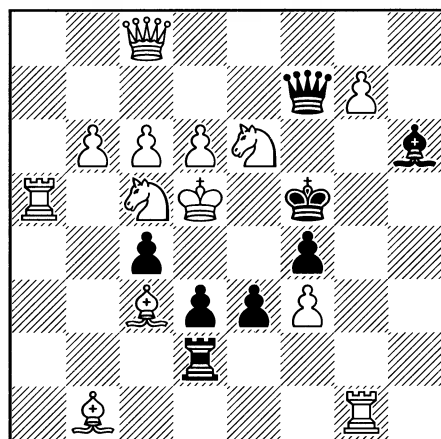


Рис. 346. Мат в 2 хода.

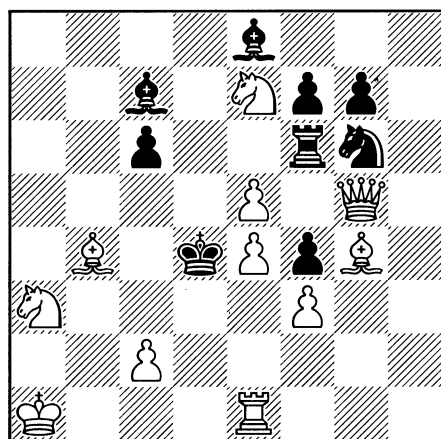


Рис. 347. Мат в 3 хода.

2...e4 3. ♖b2+ ♔d3 4. ♖d2X, 2...
 ♔e4 3. ♕b1+ ♔d4 (3...♔f4 4. ♖g3X)
 4. ♖d3X; 1...e4 2. ♘b1! Неожиданно
 конь идет в другом направлении, те-
 перь грозит 3. ♖c3X.

2...♔e5 (2...e3 ♖d5X) 3. ♖g3+ ♔f6
 4. ♖g5X.

Взяв на себя рутинную работу по
 проверке вариантов, машина помо-
 гает композитору смелее фантазиро-
 вать, находить новые нюансы в уже
 выбранной схеме, просматривать по-
 зиции в поисках оптимального рас-
 положения фигур. Вот еще одна ил-
 люстрация — задача Я. Владимирова
 и Ю. Фокина (1988 г.) — рис. 349.

Идея задачи заключается в борьбе
 за узловые поля b3 и f3, причем пер-
 воначально на доске отсутствовала
 ладья c7.

1. ♘g5! Готовя 2. ♘b1 e3 3. ♘a3 и
 4. ♘b5X или 4. ♘c2X.

1...♕a6 2. ♖b3! С угрозой 3. ♘f3+
 ef 4. ♖d1X.

2...c3 3. ♖b4+! ♘:b4 (cb) 4. ♘b3X.

Или 1...♕f5 2. ♖f3! С другой угро-
 зой 3. ♘b3+ cb 4. ♖d1X.

2...e3 3. ♖:e3+! ♘:e3 4. ♘f3X.

Авторы были довольны своим
 произведением, но тут один из них,
 гроссмейстер по композиции Влади-
 миров, обратился к компьютеру. И
 неожиданно обнаружилась дуаль: 1. ♘g5 ♕f5 2. ♕e2 (вместо задуманного 2.
 ♖f3), 3. ♕:g4 e3 4. ♖:e3X.

Чтобы исключить побочное решение, авторы и добавили ладью на c7. Те-
 перь на 2. ♕e2 следует 2...♖e7 3. ♕:g4 e3! и мата нет. Попутно в задачу был
 внесен еще один симпатичный нюанс. После 1. ♘g5 ♕d7 не проходит основ-
 ной вариант 2. ♘b1 e3 3. ♘a3 из-за 3...♕:a4, но сейчас как раз решает 2. ♕e2
 и т. д. — слон d7 загородил дорогу ладье на e7, и та не в состоянии помочь
 своему королю.

Перейдем к этюдам. Сначала два примера, как ЭВМ опровергла компози-
 ции известных этюдистов прошлого века.

Авторское решение классиков композиции В. и М. Платовых (1908 г.) —
 рис. 350 — короткое и изящное: 1. g5+! ♔:g5. Не спасает 1...♕:g5 2. ♘c7 ♕f6

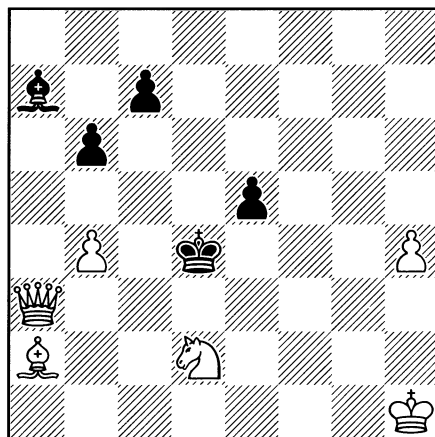


Рис. 348. Мат в 4 хода.

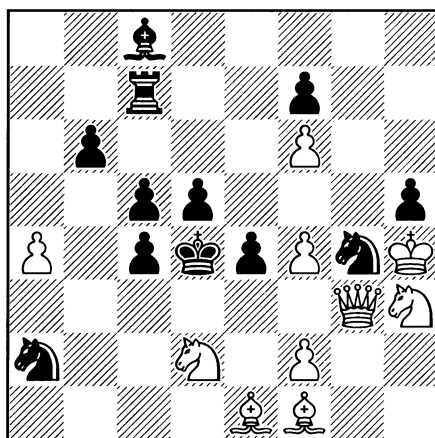


Рис. 349. Мат в 4 хода.

3. ♘e6 d5 4. a6 d4 5. ♖e2. 2. ♘c5! ♙d4 (d8) 3. ♘e6+.

Однако игровая программа оказалась от 1. g5+, а избрала 1. ♘c7 ♙d4 2. ♖e2 ♙a7 3. ♖f3 ♖g5 с близкой ничьей. Не верилось, что машина не смогла найти простой трюк с жертвой пешки и коня, но в чем же тогда дело? В компьютер были введены ходы 1. g5+ ♖:g5 2. ♘c5, и тут он внезапно перешел в контратаку: 2...♖g4! и белым надо играть 3. ♖e2 ♙d4 с ничьей, поскольку попытка 3. a6 заканчивается печально из-за 3...♖f3! Понятно теперь, почему шах пешкой «g» даже не пришел машине в голову...

Позиция на рис. 351 принадлежит другому классику (В. Корольков, 1948): 1. ♖e1 ♖e8 2. a4 ♖b2+ 3. ♖:f3 ♖b3+ 4. ♖g2! ♖b2+ 5. ♖h1 ♖b4 6. a5 ♖b5 7. a6 ♖b6 8. a7 ♖a6 9. ♖g1! ♖:e7 10. ♖g8 ♖:a7 11. ♖g7+ с выигрышем ладьи.

Но ЭВМ после 1. ♖e1 ♖e8 2. a4 неожиданно ответила 2...♖b6!, проявив нешаблонность мышления. В самом деле, ладья отказалась от традиционного нападения на пешку с тыла, а предпочла пассивно расположиться перед ней.

3. a5. Взятие на f3 при пешке на a4 ведет к элементарной ничьей — ♖b6-a6-a7:e7. 3...♖a6 4. ♖e5 ♖f6. Увы, белые не могут усилиться. 5. ♖e4 ♖a6 6. ♖a4 ♖:e7 7. ♖:f3 ♖d7 с ничьей.

Один из сильнейших современных композиторов — российский гроссмейстер по композиции Олег Перваков — при составлении этюдов активно использует и сильнейшие игровые программы, и эндшпильные базы — шестифигурные и семифигурные. Вот сравнительно свежий пример из его творчества (1999 г.) — рис. 352.

1. ♙a4+ ♖c1 2. ♖a1! ♖f3. Быстро проигрывает 2...♖e1 3. ♘f2 c2 4. ♘d3+ или 2...♖g1 3. ♖c8 (но не 3. ♘:c3? ♖d4! 4. ♖:d4X пат).

3. ♘d2! (3. ♘c5? ♖f1) 3...♖h1! Не спасает 3...♖g4 4. ♘b3+ ♖c2 5. ♘c5+! ♖c1 6. ♘d3+ ♖d2 7. ♘f2+; 3...c2 4. ♖a2! ♖f7+ 5. ♘b3+ ♖:b3+ 6. ♖:b3 ♖b1 7. ♙b5 c1♖ 8. ♙d3+ ♖a1 9. ♖a8+; 3...cd 4. ♖c8+.

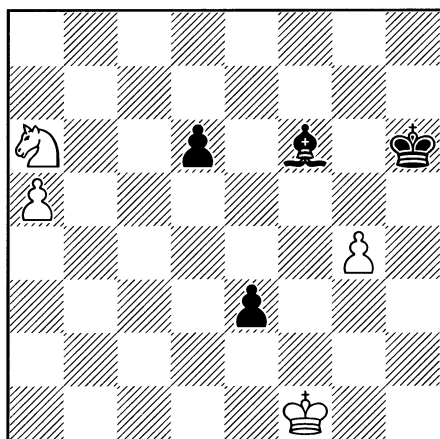


Рис. 350. Выигрыш.

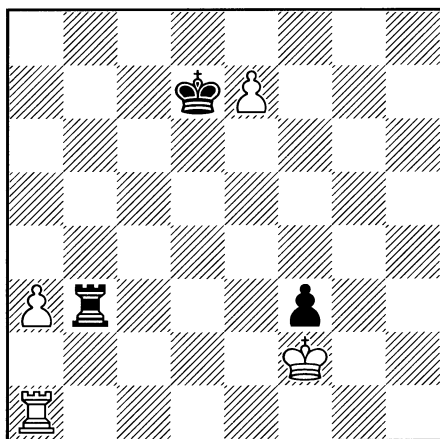


Рис. 351. Выигрыш.

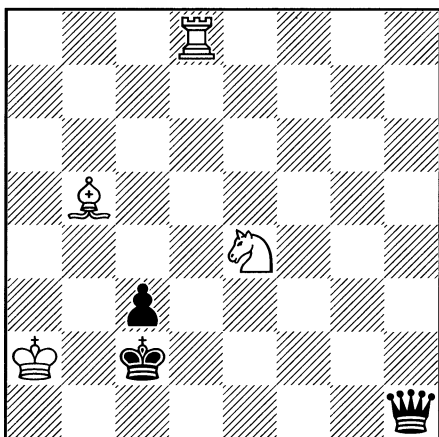


Рис. 352. Выигрыш.

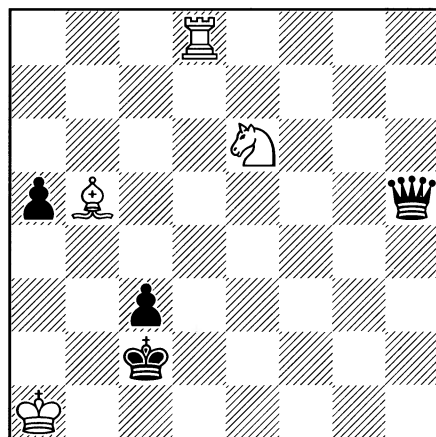


Рис. 353. Выигрыш.

4. ♖b1 ♔f3 (4...c2 5. ♘c3) 5. ♚c8 c2 6. ♚:c2+ ♔d1 7. ♚c3+! с победой (но не 7. ♚f2+? ♔c1 8. ♚:f3 пат).

Однако позднее, когда стали общедоступны шестифигурные базы, нашлось побочное решение: 2. ♘:c3!, и если 2...♔g2+, то 3. ♔b3 ♔c2+ 4. ♔b4! (4. ♔c4? ♔g6! с ничьей), и белые тоже выигрывают. Первакову удалось исправить эту од (2006 г.) — рис. 353 и даже придать ему более четкую форму.

1. ♔a4+. Слабо 1. ♘d4+? ♔d2 2. ♘e2+ ♔e3 3. ♚d3+ ввиду 3...♔f2!

1...♔c1 2. ♘c5! Ошибочно 2. ♘f4? c2! 3. ♘:h5 пат; недостаточно и 2. ♚d3? ♔h1 3. ♘d4 ♔f1! 4. ♚:c3+ ♔d2+.

2...♔h1! 3. ♘e4! Вот этот дополнительный нюанс. Рано 3. ♘d3+ ♔d2+!, и нет ответа 4. ♘f2+, ибо белым самим шах!

3...♔f3. Или 3...♔e1 4. ♘f2!, 3...c2 4. ♘c3, 3...♔f1 4. ♘:c3 ♔d3 5. ♘a2+, 3...♔g1 4. ♚c8!

4. ♘d2! ♔g4. Если 4...♔h1, то 5. ♘b1! ♔f3 6. ♚c8 c2 7. ♚:c2+ ♔d1 8. ♚c3+ (но не 8. ♚f2+? ♔c1 9. ♚:f3 — еще один пат).

5. ♘b3+. Но не 5. ♚d4? ♔g1! 6. ♚d3 ♔g4 7. ♚d4 ♔g1 с ничьей.

5...♔c2 6. ♘c5+ ♔c1 7. ♘d3+. Ничего не дает 7. ♚d3? ♔g1! 8. ♚d4 ♔f1! 9. ♚d3 ♔g1 10. ♘e4 c2; 7. ♚d7? ♔g1! 8. ♘e4 ♔g4 9. ♘:c3 ♔d4! 10. ♚:d4.

7...♔d2 8. ♘f2+. Теперь этот шах возможен. Финиш.

Последний пример, по сути, является совместным произведением композитора и компьютера. Интересные этюды получаются и при построении компьютерных баз других шахматных окончаний, с разным числом фигур. Мы уже говорили, что ряд позиций из предыдущей главы, особенно найденных М. Буржуцким и Я. Коновалом, можно считать этюдами, правда весьма трудными для решения. Но вот позиция, которая, по крайней мере внешне, не отличается от настоящего этюда (2011 г.) — рис. 354. Она содержится в базе *слон и пешка против слона и двух пешек*. У белых не хватает пешки, но выигрывают именно они.

1. b4!! ♖h6 2. ♔d4!! ♕d2 3. b5!! ♕e1 4. ♕f4+!! ♖c2 5. b6!! ♕f2+ 6. ♕e3!! ♕g3 7. ♕g1!! ♕d6 8. ♖c4!! ♕g3 9. b7! ♕b8 10. ♖c5 ♖d3 11. ♖c6! e5 12. ♕h2!! ♖c4 13. ♕g3!! ♖d3 14. ♖d7! ♕d6 15. ♖c8! ♖d2 16. ♖d8! ♖d3 17. ♖d7! ♖c4 18. ♖c6!! ♕b8 19. ♕h2!! ♖d4 20. ♖d7! ♖d3 21. ♖d8! ♕d6 22. ♖c8! ♖d2 23. ♖d7! ♖d3 24. ♖c6! ♕b8 25. ♖d5! e6+ 26. ♖c6!! ♖c4 27. ♕d4 ♖a6 31. ♕b6! e5 32. ♕c5 ♖a5 33. 36. ♖c8! ♕d6 37. ♕c7! e3 38. ♕:d6!! c

Буржуцкий и Коновал не только исследуют семифигурные окончания, но и совершенствуют компьютерные базы, созданные до них, в том числе пятифигурные, скажем, окончания *ферзь и пешка против ферзя*. Одной из позиций такого рода (2011 г.) мы и закончим главу и всю книгу – рис. 355. В данном случае к этюду, составленному авторами совместно с компьютером, не может быть никаких претензий даже в эстетическом плане – решение короткое и эффектное.

Черные надеются на пат в случае превращения пешки в ферзя, а в некоторых случаях и в ладью, например: 1. g8♖ ♕b7+. Ложным следом является 1. ♕e5+? ♔h6! 2. g8♖ ♕c6+! с выигрышем ладьи или вечным шахом.

К цели ведет тихое вступление 1. ♔c7! Теперь на выжидательный ход 1... ♖h3 уже решает 2. ♙e5+! ♔h6 3. g8♗! На 1... ♗g1 (g2) следует 2. ♙f7+! ♔h6 3. g8♘+!, а на 1... ♙a8 (d5) игру завершает вполне этюдная жертва ферзя – 2. ♙h2+ ♔g6 3. ♙g2+! ♙:g2 4. g8♙+.

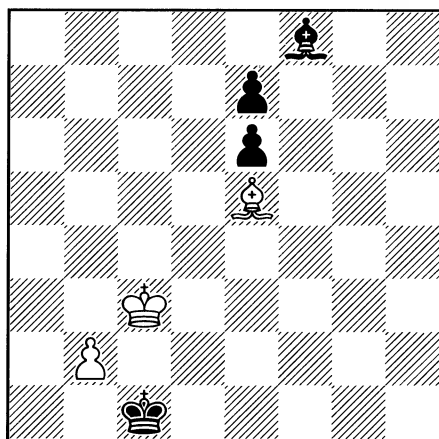


Рис. 354. Выигрыш.

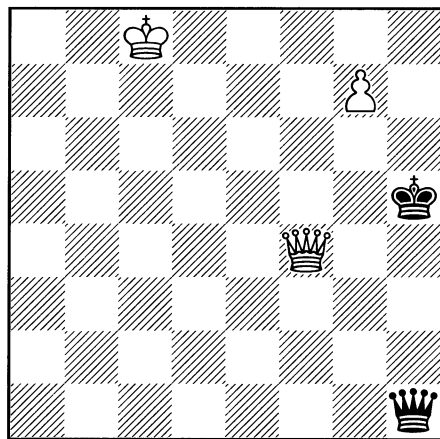


Рис. 355. Выигрыш.

ЛИТЕРАТУРА

1. Адельсон-Вельский Г., Арлазаров В., Донской М. Программирование игр. М., 1978.
2. Акулич И. Королевские прогулки. Библиотечка «Квант». М., 2008.
3. Аренс В. Математические игры и развлечения. М.-Л., 1924.
4. Берж К. Теория графов и ее применение. М., 1962.
5. Ботвинник. Алгоритм игры в шахматы. М., 1968.
6. Ботвинник М. О кибернетической цели игры. М., 1975.
7. Брудно А., Каплан И. Московские олимпиады по программированию. М., 1990.
8. Васильев Н., Савин А., Егоров А. Избранные олимпиадные задачи (математика). М., 2007.
9. Виленкин А., Виленкин П. Комбинаторика. М., 2006.
10. Владимиров Я. 1000 шахматных загадок. М., 2004.
11. Владимиров Я. 1000 приключений на шахматной доске. М., 2006.
12. Гик Е. Математика на шахматной доске. М., 1976.
13. Гик Е. Занимательные математические игры. М., 1987.
14. Гик Е. Компьютер за шахматной доской. М., 1991.
15. Гик Е. Компьютерные шахматы. Эра новых чемпионов. М., 1997.
16. Гик Е. Необычные шахматы. М., 2001.
17. Гик Е. 1000 интеллектуальных игр. М., 2005.
18. Гик Е. Интеллектуальные головоломки, задачи, игры. М., 2010.
19. Гик Е. Математика и шахматы. Библиотечка «Квант». М., 2010.
20. Гик Е., Миньков А. Любимые головоломки. М., 2013.
21. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. М., 1971.
22. Гарднер М. Математические досуги. М., 1972.
23. Гарднер М. Математические новеллы. М., 1974.
24. Гарднер М. Крестики-нолики. М., 1988.
25. Гарднер М. Лучшие математические игры и головоломки. М., 2009.
26. Голомб С. Полимино. М., 1974.
27. Горбачев Н. Сборник математических задач по математике. М., 2006.
28. Данези М. Величайшие головоломки мира. М., 2009.
29. Доморяд А. Математические игры и развлечения. М., 1961.
30. Дьюдени Г. Кентерберийские головоломки. М., 1979.
31. Задачник «Кванта». Математика. Библиотечка «Квант». М., 2005.
32. «Квант» для младших школьников: числа, верблюды, ковбои (составитель А. Егоров). Библиотечка «Квант». М., 2004.
33. Игнатъев Е. В царстве смекалки, или арифметика для всех. Кн. 1-3. М.-Пт., 1923.
34. Литлвуд Дж. Математическая смесь. М., 1973.
35. Люка Ф. Математические развлечения. М., 2010.
36. Математические турниры имени А. П. Савина. Библиотечка «Квант». М., 2003.
37. Математический цветник. Сборник статей и задач. М., 1983.
38. Окунев Л. Комбинаторные задачи на шахматной доске. М.-Л., 1935.
39. Петров Н. Математические игры. М., 2011.
40. Рассуждая логически. Библиотечка «Квант». М., 2001.
41. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ. М., 1963.
42. Рудин Н. От магического квадрата к шахматам. М., 1969.
43. Спивак А. Математический праздник. Библиотечка «Квант». М., 2004.
44. Спивак А. Тысяча и одна задача по математике. М., 2010.
45. Толпыго А. 130 нестандартных задач. М., 2012.
46. Успенский В. Треугольник Паскаля. М., 1979.
47. Хонсбергер Р. Математические изюминки. М., 2008.
48. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., 1963.
49. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. М., 1981.
50. Яглом А., Яглом И. Неэлементарные задачи в элементарном изложении. М., 1954.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
------------------	---

МАТЕМАТИКА НА ШАХМАТНОЙ ДОСКЕ

Глава 1. Математика на 64 клетках.....	6
Глава 2. Конь-хамелеон	22
Глава 3. Задача о ходе коня	33
Глава 4. Ферзь-богатырь	50
Глава 5. Задача о восьми ферзях	61
Глава 6. Прямолинейная ладья.....	74
Глава 7. Неторопливый король.....	90
Глава 8. Стреноженный слон.....	99
Глава 9. Независимость и доминирование.....	108
Глава 10. Сила фигур.....	123

ШАХМАТНО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИГРЫ

Глава 11. Загадочные перестановки	130
Глава 12. Математические рекорды.....	142
Глава 13. На необычных досках.....	156
Глава 14. Цилиндрические шахматы	166
Глава 15. Гексагональные шахматы.....	176
Глава 16. Сказочные шахматы	181
Глава 17. Шахматы Фишера	197
Глава 18. Логические игры и задачи	202
Глава 19. Геометрия доски	213
Глава 20. Симметрия и асимметрия	225

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ШАХМАТЫ

Глава 21. Путешествие в прошлое	234
Глава 22. Математика турниров.....	244
Глава 23. Шахматы и латинские квадраты	253
Глава 24. Рейтинг гроссмейстеров.....	257
Глава 25. От Кемпелена до наших дней	266
Глава 26. Эра новых чемпионов	282
Глава 27. Человек уступает компьютеру	291
Глава 28. Чемпионаты мира среди программ.....	300
Глава 29. Машина анализирует эндшпиль.....	309
Глава 30. Головоломки, задачи и этюды	326

<i>Литература</i>	<i>334</i>
-------------------------	------------

Издатель «Андрей Ельков» представляет

Евгений Гик, Андрей Миньков. «ЛЮБИМЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ».
Москва, 2013, 136 с., переплет, цветная на мелов. бумаге.



Авторы этой миниатюрной книги собрали вместе все свои любимые задачи, головоломки и игры — простые и посложнее, которые обычно называют логическими или интеллектуальными. Наша основная цель — порадовать друзей, коллег и знакомых, вручив им приятный и неожиданный подарок. Но, надо полагать, книжка понравится всем читателям, которые заглянут в нее. Сборник состоит из восьми глав, содержит немало смешных и забавных сюжетов, юмористических ситуаций и задач-шуток. Так что, помимо логического мышления, не помешает и чувство юмора. Приятно также, что все рисунки в книге цветные.

КВАНТ

Научно-популярный
физико-математический журнал
для школьников и студентов

Адрес редакции: 119296 Москва,
Ленинский проспект, 64-А, «Квант»

Тел.: (495) 930-56-48

E-mail: math@kvant.ras.ru
phys@kvant.ras.ru

Сайт: <http://kvant.ras.ru>

Подписной индекс 90964
по каталогу «Пресса России»

Ж У Р Н А Л КВАНТИК

Д Л Я Л Ю Б О З Н А Т Е Л Ь Н Ы Х

Научно-познавательный журнал
для любознательных школьников 5-8 классов



Читая этот журнал, вы узнаете много интересного об окружающем мире. Вас ждут занимательные задачи и головоломки, химические и физические опыты, задачный конкурс, математические комиксы и многое другое!

Сайт: www.kvantik.com

Группа «ВКонтакте»: vk.com/kvantik12

Блог: kvantik12.livejournal.com

E-mail: kvantik@mccme.ru

Подписной индекс 84252 по каталогу «Роспечать»



Евгений ГИК – шахматный мастер, участник 35-го чемпионата СССР и обладатель первого Кубка Москвы. Закончил мехмат МГУ, кандидат наук, автор многих работ по математике и кибернетике. Член Союза писателей, автор более 150 шахматных, математических и научно-популярных книг. Более 30 лет ведет шахматную рубрику (с математическим уклоном) в журналах «Наука и жизнь» и «Квант».

Евгений ГИК издал немало книг, посвященных двум родственным темам – «Математика на шахматной доске» и «Компьютерные шахматы». В этом объемном томе он подводит итоги своих многолетних исследований в обоих направлениях. Своеобразная шахматно-математическая «БИБЛИЯ» будет интересна как поклонникам шахмат, так и любителям математики (серьезной и занимательной) и компьютеров.

Эта книга выходит в свет благодаря поддержке Андрея Филатова, известного предпринимателя и инициатора проведения матча на первенство мира Ананд – Гельфанд в Третьяковской галерее.

Организовав поединок в музее, Андрей Филатов сумел сблизить два вида человеческой деятельности – шахматы и живопись.

А Евгений Гик в данной книге соединил шахматы с двумя другими областями – математикой и компьютерами.

ISBN 978-5-906254-01-6

