

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES  
SAINT PETERSBURG SCIENTIFIC CENTER

К 300-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

# TENTAMEN NOVAE THEORIAE MVSICAE

EX  
CERTISSIMIS  
HARMONIAE PRINCIPIIS  
DILVCIDE EXPOSITAE.  
*AVCTORE*  
LEONHARDO EYLERO



---

PETROPOLI, EX TYPOGRAPHIA ACADEMIAE SCIENTIARVM.

1781.

ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР

ОПЫТ  
НОВОЙ ТЕОРИИ МУЗЫКИ,  
ЯСНО ИЗЛОЖЕННОЙ  
В СООТВЕТСТВИИ  
С НЕПРЕЛОЖНЫМИ ПРИНЦИПАМИ  
ГАРМОНИИ

Перевод с латинского  
кандидата искусствоведения  
Н. А. Алмазовой

Санкт-Петербург  
Нестор-История  
2007

УДК 78.01.78.03  
ББК 85.313 (о)  
Э30

Леонард Эйлер. Опыт новой теории музыки, ясно изложенной в соответствии с непреложными принципами гармонии. Перевод с латинского Н. А. Алмазовой / Отв. редактор Н. Н. Казанский / Санкт-Петербургский научный центр РАН. СПб.: «Нестор-История». – 2007. – 273 с.  
ISBN 978-598187-202-0

*Рекомендовано к печати*

*Объединенным научным советом по гуманитарным проблемам и  
историко-культурному наследию СПбНЦ РАН*

Рецензенты доктор исторических наук И. В. Тункина  
кандидат филологических наук А. П. Сытов

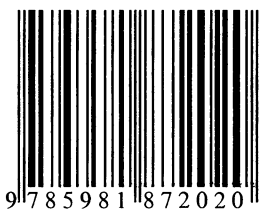
Координаторы проекта:  
кандидат исторических наук Е. А. Иванова (СПбНЦ РАН),  
Е. М. Тарханова (Центр «Helenika»)

Организаторы проекта:  
Санкт-Петербургский научный центр Российской академии наук,  
Швейцарский Центр в Петербурге (Международный центр  
научного и культурного сотрудничества «Helenika»),  
при участии Музея музыки в Шереметьевском дворце  
(Филиал Санкт-Петербургского государственного музея  
театрального и музыкального искусства)

ИЗДАНИЕ ПОДГОТОВЛЕНО В РАМКАХ  
Программы фундаментальных исследований Президиума РАН  
«Адаптация народов и культур к изменениям природной среды,  
социальным и техногенным трансформациям»

ПРИ ФИНАНСОВОЙ ПОДДЕРЖКЕ  
Центра «Helenika» и отеля «Гельвеция» (Helvetia hotel et suites)  
и Российского гуманитарного научного фонда,  
грант № 07-03-14046 г.

ISBN 978-598187-202-0



© Санкт-Петербургский  
научный центр РАН, 2007  
© Н. А. Алмазова перевод,  
примечания, 2007  
© Э. А. Тропп, предисловие, 2007  
© Ю. Х. Копелевич, статья, 2007  
© Е. В. Герцман, статья, 2007  
© Издательство «Нестор-  
История», оформление, 2007



## ПРЕДИСЛОВИЕ

15 апреля 2007 года исполнилось 300 лет со дня рождения одного из величайших ученых всех времен, математика, механика, астронома, физика Леонарда Эйлера.

Деятельность Л. Эйлера на протяжении более полувека была тесно связана с Петербургской академией наук. Академия приобрела всемирную известность в первые десятилетия своего существования в большой мере благодаря его работам. Всякий раз, когда наступает очередная круглая дата, связанная с жизнью этого исполина XVIII в., Петербург (Петроград–Ленинград) отмечает ее с большим размахом и, можно сказать, с большим правом, чем Базель, где Эйлер родился и учился в университете, или Берлин, где он провел двадцать пять лет между двумя своими петербургскими периодами. Не станет исключением и этот год. 14 мая открывается большая международная междисциплинарная конференция, посвященная различным аспектам деятельности этого многогранного ученого. Уже прошла презентация фильма известного режиссера-документалиста И. Шадхана «Об Эйлере». В этом фильме о Леонарде Эйлере, о математике и ее судьбе в современном мире рассуждают и маститые профессора, и молоденькие аспирантки, практикующие в средней школе, и их совсем юные ученики. «Что тебе нравится в математике?», – спрашивают в кадре одного из них. «Решать трудные задачи. Это как ползти по песку», – отвечает юное дарование, укрепляя в сознании зрителя оптимистическое представление о судьбах Петербургской математической школы. «Взрослые» петербургские математики пригласили своих коллег из разных стран на большой математический конгресс, который состоится в июне 2007 г.

Невозможно переоценить значение Эйлера для мировой науки. Его имя связано с огромным числом математических и механических понятий, которые вошли во все учебники. Нельзя даже получить не только физико-математическое, но и инженерное образование, не ознакомившись с десятками формул Эйлера, теорем Эйлера, функций Эйлера, углов Эйлера, чисел Эйлера. Даже школьная тригонометрия приняла свой современный вид во «Введении в анализ бесконечно малых» Эйлера. Знаменитый символ  $i$  – корень из минус единицы – введен Эйлером. Столь же велик вклад

Эйлера в приложения математики. На первом месте в этом ряду – большой цикл работ по небесной механике, включающий две монографии по теории движения Луны, и два больших труда о движении Юпитера и Сатурна. В 30-е годы XVIII века Эйлер активно участвовал в работах по картографированию Российской Империи, завершившихся изданием превосходного для своего времени атласа страны. Практическое значение имели его труды по оптике, теории корабля, теории турбин, по определению долготы местности, по теории зацепления в машинах и механизмах. Один из участников упомянутого выше фильма И. Шадхана сравнивает Л. Эйлера с другим универсальным гением – его тезкой Леонардо да Винчи (на удивление, дни рождения обоих великих Леонардов совпадают, со дня рождения Леонардо да Винчи прошло 555 лет).

Выступая 27 октября 1983 года на открытии Ленинградской части торжеств, посвященных 275-летию со дня рождения Л. Эйлера, академик Л. Д. Фаддеев прибегнул к другому сравнению: «Если мне позволят привести музыкальное сравнение, то я бы сравнил Эйлера с Бахом, человеком, который изменил отношение к музыке, впервые ввел действительно современную музыку, внес вклад во все разделы музыки. Ровно так же Эйлер внес свой вклад во все разделы математики и ее приложений»<sup>1</sup>. Всякое сравнение, как известно, хромает, но «хромота» этого сравнения весьма примечательна. Дело в том, что И. С. Бах не пытался навести порядок в математике и механике, а вот Л. Эйлер не удержался от экспансии математики в музыку. Самым известным результатом этого вторжения является трактат под названием «Опыт новой теории музыки, ясно изложенной в соответствии с непреложными принципами гармонии». Это сочинение было написано на латинском языке и опубликовано в Петербурге в 1739 году. Настоящее издание содержит первый русский перевод «Опыта». Проект перевода теоретико-музыкального труда Л. Эйлера был поддержан Швейцарским центром в Петербурге (Международным центром научного и культурного сотрудничества «Helenika»), профинансировавшим и его издание. Пользуясь случаем, хочу выра-

---

<sup>1</sup> Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука / Сб. статей под ред. Н. Н. Боголюбова, Г. К. Михайлова, А. П. Юшкевича. М.: Наука, 1988. С. 13.

зитель этой организации глубокую благодарность Санкт-Петербургского научного центра РАН. Реализация данного проекта стала одним из важных элементов сотрудничества между швейцарской и российской сторонами в праздновании трехсотлетия Л. Эйлера. Перевод с латинского языка осуществлен кандидатом искусствоведения, филологом-классиком Н. А. Алмазовой, его редактирование принял на себя директор Института лингвистических исследований академик Н. Н. Казанский. В книгу включена статья известного историка науки, крупнейшей исследовательницы истории Академии наук Ю. Х. Копелевич «Леонард Эйлер – член Петербургской академии наук». Статус эйлеровского «Опыта» в истории и теории музыки подробно разъяснен в статье доктора искусствоведения Е. В. Герцмана «Musica Euleriana».

Идея перевести музыкально-теоретический труд Л. Эйлера была одобрена организаторами эйлеровских торжеств 2007 года, прежде всего, благодаря своей очевидной «междисциплинарности», необходимости привлечения специалистов различного профиля – филологов, музыковедов, историков, физиков, математиков. Начинать, конечно, надо было с библиотекарей и библиографов: Отдел редкой книги БАН (зав. отделом – кандидат исторических наук Е. А. Савельева) любезно предоставил свой экземпляр эйлеровского трактата для копирования и дальнейшей работы. С другой стороны, для инициаторов этого проекта был очевиден и определенный риск, связанный с ним. Дело в том, что теорию музыки, разработанную Л. Эйлером, принято считать одной из немногих неудач великого ученого. В опубликованной 25 лет назад статье Е. В. Герцман писал: «...на протяжении почти всей своей научной деятельности Эйлер много раз обращался к изучению музыки. Однако участь его музыкально-теоретических работ оказалась не столь блестящей, как судьба трудов по естественным наукам. Некоторые из них вовсе забыты, а другие известны узкому кругу специалистов лишь по названию или, в лучшем случае, по своим основным положениям»<sup>2</sup>. В статье, включенной в настоящее издание,

---

<sup>2</sup> Герцман Е. В. Леонард Эйлер и история одной музыкально-математической идеи // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука ... С. 321.

Е. В. Герцман, как может убедиться читатель, прибегает и к более сильным высказываниям: «Эйлер же, безоговорочно веривший во всемогущество математики, пытался перешагнуть границы ее возможностей и довел античный принцип до полного фиаско». Суждения такого рода порой мелькают в литературе и вызывают острый интерес: в чем же изменила Эйлеру его гениальная интуиция. И если это ошибка, то в чем она. У великого ученого и ошибки должны быть незаурядными, не менее поучительными, чем его достижения. С появлением настоящего перевода значительно более широкий круг читателей сможет разобраться в этом вопросе и выработать собственное мнение.

Центральный вопрос дискуссии, возникшей между Л. Эйлером и современными ему теоретиками музыки во главе с композитором Жаном-Филиппом Рамо, был вопрос о логарифмически равномерной двенадцатитоновой музыкальной шкале<sup>3</sup>. Ее предложил около 1700 года немецкий ученый и музыкант Андреас Веркмейстер, он же и изготовил фортепиано, настроенное в соответствии с ней. «Эйлер тоже понимал, что благодаря равенству всех тонов и всех полутонов при равномерной темперации “легко можно спеть всякую мелодию выше или ниже на полутон, тон или любой (другой) интервал”». Но он считал, что такая темперация неприемлема “из-за отсутствия рационального отношения между звуками, исключая октаву”», – пишет Е. В. Герцман. Эйлер был не одинок в своем неприятии равномерной шкалы, ее противником был, например, философ-энциклопедист Д. Дидро. Что касается несовместимости равномерной шкалы и «чистых» (или рациональных) интервалов, то это факт, устанавливаемый строгим математическим доказательством (в популярной брошюре<sup>4</sup> он доказан для интервала «чистая квинта»). «Таким образом, – констатирует Е. В. Герцман, – его работы шли “против течения”, и это не могло способствовать их популяризации»<sup>5</sup>.

---

<sup>3</sup> Шилов Г. Е. Простая гамма. Устройство музыкальной шкалы. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980 (Серия «Популярные лекции по математике»).

<sup>4</sup> Там же.

<sup>5</sup> Герцман Е. В. Леонард Эйлер и история одной музыкально-математической идеи ... С. 321.

Дальнейшие подробности читатель найдет в цитированных статьях Е. В. Герцмана или в статье С. С. Церлюк-Аскадской<sup>6</sup>, которая отнеслась к концепции Л. Эйлера с большей благосклонностью. Какую-то часть разногласий между Эйлером и школой Рамо можно отнести к языковым проблемам, а также к процессу разделения единой теории музыки на музыкальную акустику и собственно музыковедение («благозвучие», или «приятность»), которым был столь озабочен Л. Эйлер; это, безусловно, вопрос скорее музыкально-акустический или даже физиологический, нежели эстетический. Заметим кстати, что первая часть «Опыта...», посвященная как раз физической акустике и теории музыкальных инструментов, нигде не вызвала критики. Написанная до опубликования Даламбером уравнения колебаний струны (1749 г.), она выглядит так, как будто Эйлер видит это уравнение перед собой и анализирует его. Уравнение колебаний струны (как и уравнение акустики) уже было «дано» Эйлеру, просто «руки не дошли» его записать. Известная дискуссия между Эйлером и Даламбером по поводу начальных данных для этого уравнения имела далеко идущие последствия для математики, но к нашей теме эта дискуссия имеет только косвенное отношение.

Наконец, «метафизическая» гипотеза Эйлера, что понятие «степени приятности» может быть рассчитано для всего музыкального произведения, представляет собой слишком буквально понятую метафору о «музыке как скрытой математике». Извинить эту концепцию (родственную, между прочим, «утилитаризму» И. Бентама – этической концепции этого младшего современника Л. Эйлера) может только молодость науки в XVIII веке. Разрешил спор между Эйлером и Рамо... Иоганн Себастьян Бах, который «делом доказал жизнеспособность новой системы; он сочинил два тома музыкальных произведений под общим названием “Хорошо темперированный клавир” (1722–1744 гг.). Каждый из этих томов содержал по 24 пьесы (прелюдии и фуги): по одной на каждую из 12 мажорных и 12 минорных тональностей. Сочинения Баха составили эпоху в развитии

---

<sup>6</sup> Церлюк-Аскадская С. С. Музыкально-теоретические рукописи Леонарда Эйлера и становление его концепции теории музыки // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука... С. 333–344.

новой музыки; все последующие композиторы создавали свою музыку в той системе»<sup>7</sup>.

«Неудача» Л. Эйлера не удержала крупных математиков от попыток применить свою «всемогущую» науку к эстетическим проблемам. Геометрическая теория перспективы, разработанная Б. В. Раушенбахом<sup>8</sup>, хотя и «открыла новые возможности для искусствознания благодаря смелому и оригинальному подходу»<sup>9</sup>, не была воспринята искусствоведами как «коперниканский переворот» в их науке. Счастливей оказалась судьба стиховедческих работ гениального математика XX века А. Н. Колмогорова<sup>10</sup>, то ли из-за того, что проблема ритма в поэзии проще проблемы ритма в музыке, остающейся, по мнению Е. В. Герцмана, *terra incognita* для современного музыковедения, то ли из-за того, что Андрей Николаевич работал в традиции, основанной поэтом Андреем Белым и в сотрудничестве с профессиональными стиховедами А. В. Прохоровым и М. Л. Гаспаровым, ясно сознавая, что «математическое стиховедение» – интересная, но вспомогательная дисциплина<sup>11</sup>.

Пример Л. Эйлера, Б. В. Раушенбаха и А. Н. Колмогорова позволяет нам возразить Гуго Риману: математика может применяться и к «запретным» областям: музыковедению, искусствознанию, литературоведению, только эти приложения представляют собой очень трудную задачу. «Как по песку ползти».

Э. А. Тропп

---

<sup>7</sup> Шилов Г. Е. Простая гамма... С. 22.

<sup>8</sup> Раушенбах Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве. Общая теория перспективы. М., 1986; Раушенбах Б. В. Геометрия картины и зрительное восприятие. СПб.: Азбука-классика, 2001.

<sup>9</sup> Из аннотации к: Раушенбах Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве.

<sup>10</sup> См., например: Писаревский Б. М., Харин В. Т. Беседы о математике и математиках. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004; цитируемую там литературу.

<sup>11</sup> См., например, сборник: Проблемы теории стиха / Отв. ред. В. Е. Холшевников. Л.: Наука, 1984.

Леонард Эйлер

**ОПЫТ НОВОЙ ТЕОРИИ МУЗЫКИ,  
ЯСНО ИЗЛОЖЕННОЙ  
В СООТВЕТСТВИИ С НЕПРЕЛОЖНЫМИ  
ПРИНЦИПАМИ ГАРМОНИИ**







## *Предисловие*

Уже в то время, когда музыка впервые стала предметом ученых занятий, было замечено, что средства, с помощью которых она услаждает слух и наполняет души радостью, не зависят ни от усмотрения отдельных людей, ни от обычая. Ведь уже Пифагор, заложивший основы теории музыки, установил, что обоснование созвучий, услаждающих слух, кроется в пропорциях, которые можно распознать. Но ему еще не было известно, каким образом эти отношения воспринимаются слухом: он не уделил должного внимания истинным принципам гармонии, чрезмерно углубившись в свои пропорции, и не смог их надлежащим образом ограничить. За это его справедливо порицал Аристоксен. Однако, опровергая учение Пифагора, он сам впал в другую крайность, вообще не признавая за числами и их отношениями в музыке никакого значения. Между тем и Аристоксен не решился заявить, что удовольствие от хорошо сочиненной мелодии произвольно и лишено всякого основания, а отрицал лишь, что причина удовольствия коренится в пропорциях, установленных Пифагором. Полагая, что всякое суждение о созвучиях следует предоставить слуху, он предпочел отказаться от поиска первопричины, лишь бы не принять учение Пифагора, еще несовершенное и изобилующее ошибками.

В наше время есть, как кажется, еще больше причин усомниться, может ли вообще теория музыки объяснить, почему нам нравится или не нравится та или иная мелодия. Мы гнушаемся музыкой чужеземных племен, которая им самим, как ни удивительно, доставляет удовольствие, а они, в свою очередь, не находят в нашей музыке никакой приятности. Но если кто-то вздумал бы заключить отсюда, что нет вообще никакого разумного объяснения удовольствию, которое мы получаем от музыки, такое суждение было бы слишком опрометчиво. Поскольку в наше время музыкальные сочинения во всех отношениях усложнены бесчисленными элементами, нельзя судить ни о нашем одобрении, ни об отвращении чужеземцев прежде, чем эти элементы не будут внимательно рассмотрены и изучены по отдельности.

А начав рассмотрение с простейших консонансов,<sup>1</sup> из которых складывается вся музыка, как-то: октава, квинта, кварта, большая и малая терции и сексты, — мы не найдем никакого расхождения между народами: все единодушно находят эти интервалы более приятными на слух, чем диссонансы, то есть тритон, септимы, секунды и все остальные, какие только можно образовать. Поскольку такому единодушию не дается никакого объяснения, а приписать его одной лишь привычке нельзя, есть все основания искать его истинную причину. Далее, почти так же обстоит дело при рассмотрении двух или более созвучий, следующих одно за другим: без системы их последовательность не может вызывать удовольствия или неудовольствия. Требуется большее внимание и навык, чтобы получить наслаждение от нескольких следующих друг за другом созвучий, чем от одного. Ведь для того чтобы удовольствие доставляли отдельные созвучия, достаточно распознать их и осознать заключенный в них порядок. А если имеется последовательность из нескольких созвучий, то для получения удовольствия нужно, кроме того, понять еще и порядок, содержащийся в самой последовательности. Таким образом, если число так или иначе упорядоченных компонентов возрастает настолько, что воспринять их все может только самый искушенный слух, не приходится удивляться, что менее чувствительное ухо не испытывает вовсе ничего приятного. Итак, когда чужеземцы почти не получают удовольствия от нашей музыки, причина совсем не в том, что в ней и в самом деле нет ничего хорошего и что нам она нравится только по привычке. Скорее следует считать, что наша музыка настолько сложна по составу и таит в себе такое множество наслаждений, что лишь самая малая часть всего этого может быть воспринята чужеземными племенами. Здесь большое значение имеет навык — не для того чтобы внушить себе, что некое музыкальное произведение, которое не нравится другим, приятно, но для того чтобы разработать и обострить само чувство слуха настолько, чтобы с его помощью воспринимать всю сложную структуру такой музыки. Поэтому тем, кто еще не натренировал и не развил таким образом

---

<sup>1</sup> Словом *consonantia* Эйлер называет как любое созвучие, так и консонанс: см. ниже гл. III § 9; гл. IV § 1. — *Здесь и далее примечания переводчика.*

свои уши, следует предоставить самую простую музыку, у нас вызывающую отвращение своей крайней примитивностью, поскольку мы, приученные к более многоплановым сочинениям, ожидаем гораздо более сложного построения.

Итак, из упомянутых суждений, верных и неверных, явно следует, что возможно создать музыкальную теорию, способную исходя из достоверных и несомненных принципов объяснить, почему нам что-то нравится или не нравится. Потому-то я решил в настоящем труде изыскать эти принципы и на них построить теорию музыки. Хотя многие уже брались за этот труд, все они не продвинулись дальше учения о консонансах, и даже его не разработали так, чтобы оно могло найти применение в музыкальной практике. В какой мере – пусть даже не полностью – эта задача выполнена в нашей книге, предоставим судить другим. Однако правила, порожденные нашей теорией, настолько соответствуют лучшим музыкальным произведениям, что невозможно сомневаться в ее незыблемости и истинности. Ведь мы выстраивали ее преимущественно по законам физики и исследовали истинные причины удовольствия или неудовольствия, получаемого от музыки. Так что коль скоро теория согласуется с практикой, мы по праву считаем, что исполнили свою задачу как подобает.

Итак, прежде всего следовало вновь сформулировать учение о звуках, обратившись непосредственно к их первопричинам. Его мы изложили обстоятельнее, чем делалось до сих пор, и, что важнее всего, применили при установлении основ музыки. Мы показали, что всякий звук – это колебательное движение воздушных частиц, и объяснили, каким образом это движение воздействует на чувство слуха, порождая звуковосприятие. Так было установлено, что слышание простого звука – ничто иное как восприятие множества ударов, следующих друг за другом в равные промежутки времени, а различие между высокими и низкими звуками заключается в частоте этих ударов: чем больше ударов за одно и то же время достигнет ушей, тем выше кажется звук. Затем мы исследовали разные способы возникновения звуков, отнеся их к трем видам, и, исходя из предшествующих положений, определили скорость ударов, которые известный источник звука передает воздуху. Отсюда стало возможным определить также число ударов, производимых за одну секунду каждым отдельным звуком,

применяемым в музыке. Рассматривая все это, мы также создали совершенно новую теорию звуков, издаваемых духовыми инструментами, причем ее соответствие опыту таково, что ее правильность не вызывает сомнений. Кроме того, мы тщательно исследовали силу звука и обнаружили способ так изготавливать музыкальные инструменты, чтобы все звуки, сколь угодно различные по высоте, можно было извлекать с одинаковой силой. Очевидно, что из этого можно почерпнуть немалую пользу при производстве музыкальных инструментов.

Музыкальная теория покоится на двух основаниях. Первое из них – тщательное изучение звуков, что собственно относится к сфере естествознания и подробно изложено в первой главе. Второе основание следует скорее искать в области метафизики – именно оно определяет, по каким причинам совокупность звуков, воспринятых слухом как одновременно, так и последовательно, может нравиться или не нравиться. Изучив этот вопрос теоретически и практически, мы установили, что два и более звука вызывают удовольствие тогда, когда можно уяснить отношение между числом их колебаний за одно время; неудовольствие, напротив, возникает, если либо не ощущается никакого порядка, либо тот порядок, который, казалось, был, внезапно нарушается. Затем мы изложили, каким образом постигается порядок звуков, содержащийся в отношении колебаний, производимых одновременно или за равные промежутки времени. Отсюда можно было, далее, заключить, что одни отношения воспринимать легче, а другие труднее. Исследуя причину этого различия, мы выявили несколько степеней простоты восприятия, которые чрезвычайно важны не только в музыке, но могут принести огромную пользу и в других науках и искусствах, которым присуща привлекательность. Эти степени соответствуют простоте воспринимаемых отношений: к одной и той же степени принадлежат все отношения, которые могут быть восприняты с одинаковой простотой. Так, первой степени соответствует только одно отношение, простейшее из всех, – отношение тождества, везде, где бы оно ни появилось, воспринимаемое с наибольшей легкостью; его составляют два одинаковых звука. За ней следует вторая степень, к которой также можно причислить лишь одно отношение – двойное: его воспринимать легче, чем все остальные, исключая отношение тождества; в

музыке оно образует интервал, именуемый диapasон, или октава. К третьей степени мы сочли возможным приписать два отношения – тройное и четверное, поскольку они оба воспринимаются с одинаковой простотой. Таким же образом мы по порядку рассмотрели все степени, к каждой причисляя отношения, в равной мере простые для восприятия. Эти степени мы назвали **степенями приятности**:<sup>2</sup> они позволяют оценить, сколько приятности содержит в себе каждое созвучие, или, что то же самое, насколько простым является его восприятие. Отсюда можно понять, насколько одни отношения воспринимаются проще, чем другие, где бы они не возникали. Кроме того, станет очевидно, что названия, данные древними, не отражают этого различия между отношениями: пифагорейцы ошибались, считая, что кратные отношения<sup>3</sup> воспринимаются легче, чем сверхчастичные,<sup>4</sup> а те в свою очередь легче, чем сверхчастные.<sup>5</sup> Критерии следует брать из совершенно иного источника, из которого рождается гораздо более надежное знание и максимально соответствующее опыту суждение о созвучиях. На этих двух основаниях – физическом и метафизическом – мы и возвели всю теорию музыки.

---

<sup>2</sup> Перевод этого предложения основан на исправлении опечатки из первого издания: следует читать «*Ipsos vero hos gradus suavitatis appellamus*» вместо ошибочного «*Ipsos veros hos gradus suavitatis appellamus*». Перевод «степени благозвучия», предложенный С. С. Церлюк-Аскадской (Музыкально-теоретическое наследие Леонарда Эйлера в свете эволюции учения о звуковысотной организации. Автореф. дисс. ... канд. иск. Киев, 1987. С. 10 слл.), не позволяет применить эту категорию к другим наукам и искусствам: ср. выше с. 16 и ниже гл. II § 4; 35.

<sup>3</sup> Кратным (лат. *multiplex*) в пифагорейской теории считается такое отношение чисел  $a$  и  $b$ , при котором  $a$  кратно  $b$  (т. е.  $a = nb$ ), иначе  $a : b = n : 1$ . Под это соотношение, считавшееся наилучшим, подходит, например, октава (2 : 1) или двудецима (3 : 1).

<sup>4</sup> Сверхчастичным (или эпиморным, лат. *superparticularis*) называется отношение  $a$  и  $b$ , при котором  $a$  состоит из  $b$  и числа, которому кратно  $b$  (т. е.  $a = b + b : n$ ), иначе  $a : b = (n + 1) : n$ . Этому соотношению удовлетворяют, напр., кварта (4 : 3) и квинта (3 : 2).

<sup>5</sup> Сверхчастное (или эпимерное, лат. *superpartiens*) – отношение  $a$  и  $b$ , при котором  $a = b + \text{часть } b$ , на которую  $b$  не делится, например, 5 : 3.

Что касается самого порядка изложения, прежде всего нужно заметить, что я по возможности разделил две стороны музыки, из которых складывается ее прелесть и привлекательность. Одна сторона – это противопоставление звуков по высоте, другая – противопоставление по длительности. Конечно, в музыке наших дней ради наслаждения обычно широко применяется то и другое; впрочем, и сегодня можно наблюдать случаи, когда удовольствие обусловлено только чем-то одним. В этом трактате мы решили уделить преимущественное внимание приятности, основанной на различии между низкими и высокими звуками, поскольку вторую сторону объяснить не так трудно, особенно исходя из понимания первой. Для истолкования различия звуков по высоте до сих пор используются только те пропорции, которые состоят из чисел 2, 3 и 5,<sup>6</sup> между тем как в различии по длительности те, кто занимается музыкой, не дошли даже до этого уровня и выводят всю приятность этого рода только из чисел 2 и 3 – в последнем случае слух не способен постигать столь же сложные отношения, как в первом. Итак, объясняя непосредственно сочинение музыки только с точки зрения различия между звуками по высоте, мы начали с **созвучий**, то есть нескольких звуков, звучащих одновременно, причем не только перечислили все созвучия, какие только могут встретиться в музыке, но и распределили их по степеням приятности, позволяющим сразу видеть, насколько легче воспринимаются одни созвучия, чем другие. Затем мы перешли к последовательности из двух созвучий и показали, как следует создавать пары созвучий, чтобы и сама их последовательность получилась приятной для слуха. После этого мы распространили установленные нами закономерности на последовательности, состоящие из большего числа созвучий и тем самым – даже на любые музыкальные произведения (постольку, поскольку длительности звуков не анализируются). Всем своим суждениям по этим конкретным вопросам мы сообщили численное выражение – экспоненты, в которых заключена вся суть и природа как отдельных созвучий, так и последовательностей их пар или большего количества. Так появились сперва экспоненты простых созвучий, затем экспоненты последовательностей из двух созвучий, затем из

---

<sup>6</sup> То есть используются числа, кратные первым трем простым числам: 2, 3 и 5.

многих, — а этими тремя категориями охватывается вся музыка как таковая. Тем самым мы оказались перед необходимостью определить разновидности музыкальных сочинений, и первым появилось учение о родах<sup>7</sup> музыки, причем музыкальный род определен как сочетание разных звуков, пригодных для создания гармонии.<sup>8</sup> Изложение этого вопроса мы также свели к рассмотрению экспонентов. Были перечислены все роды музыки, от самых простых и до самых сложных, какие только может вынести слух. При этом рассмотрении перед нами вскоре предстали роды, бывшие в употреблении как в древние, так и в новые времена. Таковы род Меркурия (простейший из всех),<sup>9</sup> диатонический, хроматический и энгармонический род древних. Два первых в точности соответствовали тем, которые мы получили от самой гармонии; в остальных, то есть в хроматическом и энгармоническом роде, просматривается только сходство с нашими родами. Поскольку древние создали их, руководствуясь иногда одним слухом, а иногда превратными рассуждениями, не следует удивляться, что у них получилось лишь подобие истинной гармонии. Между тем очевидно, что уже сами они признавали несовершенство своих родов: они долго занимались диатоническим родом, прежде чем объявили его соответствующим истинной гармонии (это принято относить уже к Птолею). Наконец, наш 18-й род удивительно совпадает с тем, который сейчас более всего употребителен и обычно называется диатонико-хроматическим: он содержит в одной октаве 12 звуков, отстоящих друг от друга на почти равные интервалы — большие и малые полутоны и лиммы. Хотя этот род давно уже вошел в употребление, музыканты постоянно вносили всё новые усовершенствования, делавшие его приятнее для слуха, и достигли такого успеха, что расположение звуков, которое и сейчас выше всего ценится музыкантами, от истинной гармонии отличается всего одним звуком, обозначаемым В.<sup>10</sup>

---

<sup>7</sup> «Род» (*genus*) у Эйлера — «строй» в современном понимании. См. ниже гл. VIII § 9.

<sup>8</sup> Слово «гармония» (*harmonia*) надо понимать у Эйлера в античном смысле — как стройность и соразмерность целого.

<sup>9</sup> О роде Меркурия см. ниже гл. VIII § 17.

<sup>10</sup> Звуки большой октавы обозначены в трактате прописными буквами, малой — строчными, первой, второй и третьей — строч-

Столь близкого соответствия едва ли можно было бы достичь, полагаясь только на слух.

Итак, мы остановились наиболее обстоятельно на диатонико-хроматическом роде, наилучшим образом согласующемся с истинными принципами гармонии, и показали, насколько разнообразны способы композиции, для которых он пригоден. Тем не менее мы представили также некоторые более сложные роды, чтобы стало очевидно, насколько широки еще и сейчас возможности дальнейшего развития музыки. Затем, вернувшись к диатонико-хроматическому роду, мы перечислили все созвучия, какие могут в нем встретиться, и указали, как сделать каждое из них наиболее приятным. Наконец, мы обстоятельнее, чем это прежде было возможно, изложили учение о музыкальных ладах и подразделили отдельные лады на виды и системы, что должно пролить немало света на сочинение музыки. Все это мы считаем лишь основами, на которых следует выстроить полную теорию музыки, и предоставляем для дальнейшего развития и практического применения музыкантам-специалистам, нисколько не сомневаясь, что как музыкальная теория, так и практика сможет наконец, исходя из этих принципов, достичь вершин совершенства.

### **Оглавление**

- Глава 1. О звуке и слуховом восприятии
- Глава 2. О приятности и принципах гармонии
- Глава 3. О музыке как таковой
- Глава 4. О созвучиях
- Глава 5. О последовательности созвучий
- Глава 6. О рядах созвучий
- Глава 7. О принятых названиях различных интервалов
- Глава 8. О музыкальных родах
- Глава 9. О диатонико-хроматическом роде
- Глава 10. О других более сложных музыкальных родах
- Глава 11. О созвучиях в диатонико-хроматическом роде
- Глава 12. О ладах и системах в диатонико-хроматическом роде
- Глава 13. О способе композиции в данном ладу и данной системе
- Глава 14. О смене ладов и систем



## *Глава I*

### *О звуке и слуховом восприятии*

§ 1. Поскольку нам предстоит рассмотреть музыку как философскую дисциплину, в которой истинность каждого следующего построения доказывается только на основании всех предыдущих, прежде всего следует изложить учение о звуках и их восприятии: первые (звуки) – это материя музыки, второе (слуховое восприятие) – ее цель, состоящая в услаждении ушей. Ведь музыка учит издавать и умело соединять различные звуки таким образом, чтобы они сладостно воздействовали приятной гармонией на чувство слуха. Итак, наш замысел требует, чтобы мы рассмотрели природу, способы произведения и разновидности звуков; за удовлетворительными ответами на эти вопросы следует обратиться к физике и математике. Затем, рассмотрев к тому же специальные органы слуха, мы поймем, как осуществляется слышание и восприятие звуков. Каждому будет ясно, какую пользу это должно принести для установления и утверждения основ музыки: ведь приятность звуков зависит от способа восприятия, и ее следует объяснять исходя из него.

§ 2. Все – по крайней мере те, чьи сочинения правдоподобны, – полагают, что звук пребывает в воздухе и воздух служит для него словно бы средством передвижения, с помощью которого он распространяется во все стороны от источника. Иначе и не может быть, поскольку не существует ничего, что окружает наши уши и может вызывать в них изменения, кроме воздуха. Мне могут возразить, что механизм слышания, по-видимому, таков же, как механизм обоняния и зрения: эти чувства возбуждаются не воздухом, а эманациями, испускаемыми реальным предметом. Однако с помощью пневматического насоса можно показать, что если инструмент, издающий звуки, поместить в безвоздушное пространство, так чтобы он совершенно не приходил в соприкосновение с воздухом, то невозможно услышать звук, как бы близко мы ни подходили. Но стоит лишь впустить воздух, как звук слышен снова. Отсюда следует, что воздух и изменение, которое источник звука в нем производит, является истинной и непосредственной причиной звука.

§ 3. Чтобы стало понятно, каково это изменение воздуха, вызывающее ощущение звука, подобает рассмотреть,

каким образом издается звук в одном частном случае, и исследовать эффект, произведенный им в воздухе. Поэтому обратим внимание на натянутую струну, которая, если по ней ударить, издает звук. От удара начинается нечто иное, как колебательное движение струны, при котором она между своими концами чрезвычайно быстро выходит из состояния покоя то в одну, то в другую сторону. У более толстых струн это движение можно даже легко увидеть глазами, а у более тонких уловить невозможно, однако не следует сомневаться, что оно присуще и им. Кроме того, тот, кто хотя бы коснется рукой звучащего колокола, почувствует, что он весь сотрясается. Наконец, и на основании законов механики скоро будет показано, что как струна, так и колокол от удара может получить только колебательное движение, и поэтому нужно признать, что объяснение звука следует искать лишь в колебательном движении.

§ 4. Итак, поскольку изменение, которое в воздухе производит колеблющееся тело, непосредственно вызывает ощущение звука, следует выяснить, каким образом колеблющееся тело воздействует на воздух. Мы видим, что колебательное движение состоит в повторении следующих одна за другой вибраций. Эти отдельные вибрации ударяют по воздуху, окружающему колеблющееся тело, вызывая в нем подобные же вибрации, которые таким же образом передаются более отдаленным частицам воздуха. Так удары и вибрации распространяются во всем воздухе вокруг, и эта передача ударов по воздуху совершается при любой вибрации колеблющегося тела. Отсюда ясно, что отдельные частицы воздуха должны начать колебаться так же, как и само тело, но с той разницей, что удары становятся тем меньше и слабее, чем дальше они от источника, и наконец на слишком большом расстоянии они уже не воспринимаются.

§ 5. Таким образом, от источника звука до ушей доносятся одни лишь удары, распространяемые по воздуху. Поэтому необходимо сделать вывод, что сами эти удары, возбуждаемые в воздухе и достигающие органа слуха, вызывают ощущение звука. А вот каким образом это чувство осуществляется: внутри уха имеется натянутая перепонка, по сходству называемая барабанной, которая получает удар воздуха и передает его дальше, к слуховым нервам. При воздействии же на нервы ощущается звук. Итак, **звук** – это нечто иное, как восприятие в частицах воздуха, находя-

щихся вокруг органа слуха, следующих один за другим ударов. Соответственно, всякий предмет, способный производить в воздухе такие удары, способен также и издавать звук.

§ 6. Распространение звука в воздухе совершается не мгновенно – звук проходит известное расстояние за определенное время. Его движение равномерно и не зависит ни от силы звука, ни от его высоты. Как из экспериментов, так и из теоретических представлений о воздухе и природе ударов мы знаем, что всякий звук продвигается за секунду на расстояние в 1100 рейнских футов,<sup>1</sup> за две секунды – на 2200, за три – на 3300, и т. д. Мы повседневно наблюдаем это запаздывание звука: при взрыве далеко находящегося снаряда мы воспринимаем звук несколько позже, чем вспышку, а располагаясь ближе, замечаем то и другое одновременно. По той же причине мы слышим гром после молнии, а эхо – повторение возгласа, наблюдаемое в некоторых местах, – позже, чем сам крик.

§ 7. Итак, все, что способно приводить в движение мельчайшие частицы воздуха, так чтобы они воспроизводили такого рода колебательное движение, может производить также и звук. Для этого пригодны не только твердые тела, существуют еще два способа возникновения звука, так что с точки зрения причины звуки можно разделить на три вида. Первый вид – звуки, порожденные колеблющимся телом, как например звон струн и колоколов. Другой вид включает те, которые возникают, когда воздух, сильно сжатый, резко возвращается на свое место, как например звуки хлопков, взрывов, грома и розги, с большой скоростью рассекающей воздух. К третьему относятся звуки, издаваемые инструментами при вдувании воздуха, как-то звуки флейты, свирели и т. д.: ниже будет показано, что причина их заключена не в колебательном движении материала, из которого сделан инструмент.

§ 8. Из источников звука первого вида в первую очередь надо рассмотреть натянутые струны, сделанные из металла или внутренностей животных, которые начинают звучать при ударе или от трения. Ударом или щипком

---

<sup>1</sup> Рейнский, или прусский, фут составляет 0,31385 м. Таким образом, скорость звука в воздухе, по Эйлеру,  $\approx 345$  м/с. Фут делится на 12 дюймов.

воздействуют на струны также при игре на клавесинах, арфах и других инструментах такого рода, а трением – при игре на пандурах<sup>2</sup> и скрипках, посредством натянутых конских волос, которым сообщается шероховатость с помощью канифоли. И тем, и другим способом струне придается колебательное движение: сперва она выводится из свойственного ей состояния покоя, после чего стремится вернуться в него и действительно спешит обратно с ускорением. Но когда она приходит в естественное положение, то не может сразу же утратить большую скорость, ею развитую, и тем самым застыть в положении покоя. Поэтому ей приходится снова выходить из него и таким же образом возвращаться в него. И эти колебания длятся, пока не исчезнут постепенно из-за сопротивления.

§ 9. Сколько подобных колебаний за определенное время совершит струна, по которой ударили или иным способом привели в колебательное движение, можно вычислить по законам механики,<sup>3</sup> если учесть длину струны, ее вес и силу натяжения. При этом следует взять длину и вес не всей струны, а только той ее части, которая колеблется и производит звук и которая обычно выделяется на целой струне двумя опорами: с их помощью мы препятствуем тому, чтобы колебалась вся струна, и добиваемся, чтобы вибрировала только нужная нам часть. А чтобы узнать силу натяжения, удобнее всего, зафиксировав один конец струны, к другому подвесить груз, обеспечивающий натяжение. После этого, если длина струны составляет  $a$  тысячных долей рейнского фута, а вес груза относится к весу струны как  $n$  к 1, то число колебаний этой струны в секунду составляет  $\frac{355}{13} \sqrt{\frac{3166n}{a}}$ , где  $355 : 113$  обозначает отношение

---

<sup>2</sup> Непонятно, какой инструмент Эйлер обозначает словом *pandura*: инструменты сходной формы, которые можно было бы так назвать по-латыни (например, лютня), относятся к числу щипковых.

<sup>3</sup> Букв. «по законам движения» (*ex legibus motus*). Науку о движении Эйлер называет механикой, ср. название его трактата 1736 г.: «Механика, или наука о движении, изложенная аналитическим методом».

периметра круга к диаметру,<sup>4</sup> а 3166 тысячных долей фута – это длина такого маятника, который совершает одно колебание в секунду.<sup>5</sup>

§ 10. Эти колебания до самого конца являются изохронными, то есть каждое из них длится одно и то же время, вне зависимости от амплитуды<sup>6</sup> колебаний, разве только случайно, когда по струне ударят слишком сильно, колебания с самого начала оказываются быстрее. То есть устройство струн таково же, как и маятников, колебания которых, если они не слишком сильные, все равны по времени. Чтобы привести пример на правило, данное в предыдущем параграфе, я взял струну длиной 1510 тысячных долей рейнского фута, которая весила  $6\frac{1}{5}$  грана.<sup>7</sup> К ней я подвесил груз весом в 6 фунтов,<sup>8</sup> или 46080 гран. Согласно предыдущему параграфу,  $a = 1510$ ;  $n = 46080 : 6\frac{1}{5} = 7432$ . Поэтому число колебаний в секунду составляет  $\frac{355}{113} \sqrt{\frac{3166 \cdot 7432}{1510}}$ , то есть 392. Я заметил, что этому звуку на инструменте соответствует клавиша, обозначаемая как а.

§ 11. Если имеется несколько натянутых струн, отношение их колебаний друг к другу легко определить: на любой струне число колебаний за данное время составляет  $\sqrt{\frac{n}{a}}$ , то есть *квадратный корень из веса груза, разделенного на вес струны и на ее длину*. Следовательно, если струны будут одинаковой длины, то отношение числа их колебаний за одно и то же время будет таким же, как отношение *квадратных корней из веса грузов, разделенного на вес струн*. Если и длина, и вес струн будут одинаковы, отношение числа их колебаний составит отношение *квадратных*

<sup>4</sup> То есть число  $\pi$ . Символ  $\pi$  для этой константы употребляется с тех пор, как его принял Эйлер в 1737 г.

<sup>5</sup> Длина «секундного маятника» – известная физическая константа: 3166 тыс. долей рейнского фута  $\approx 1$  м на уровне моря на широте  $45^\circ$ .

<sup>6</sup> Букв. «величины» (*magnitudo*).

<sup>7</sup> 1 гран = 0,065 г.

<sup>8</sup> 1 старый немецкий фунт равен примерно 0,5 кг (458–558 г).

корней из веса грузов. А если вес грузов будет один и тот же и только длина струн различна, отношение числа их колебаний будет *обратно отношению квадратных корней из длины, умноженной на вес груза*, то есть *обратно отношению между длинами струн*, потому что вес груза пропорционален длине струны.

§ 12. От скорости<sup>9</sup> колебаний зависит деление звуков на низкие и высокие: мы называем звук тем более низким, чем меньше колебаний за единицу времени сообщается органу слуха, и тем более высоким, чем больше таких колебаний воспринимается за единицу времени. Правильность этого доказывается практикой: если к одной и той же струне поочередно подвешивать разные грузы, то производимые ею звуки будут выше при больших грузах и ниже при меньших. Из предшествующего очевидно, что чем больше груз, тем чаще колебания. Поэтому, так как в музыке особенное внимание уделяется различию звуков по высоте, мы будем измерять сами звуки числом колебаний, производимых в определенное время, то есть дадим звукам количественное выражение, взяв за единицу измерения число колебаний за данное время.

§ 13 Подобно тому, как прочим органам чувств доступны объекты не слишком большие и не слишком маленькие, так и для восприятия звуков требуется некая середина. Все слышимые звуки возникают в неких границах, а те чрезмерно низкие или высокие, которые за них выходят, вообще не достигают слуха. Эти границы с известной точностью можно определить: установлено, что звук, обозначаемый а, производит 392 колебания в секунду, тогда как звук С совершает 118 колебаний, а звук с<sup>'''</sup> – 1888. Если мы согласимся, что звуки выше и ниже на две октавы уже едва могут быть услышаны, то получим предельные ощутимые звуки, выражаемые числами 30 и 7520. Эти пределы достаточно обширны и допускают огромное разнообразие звуков: ведь в них содержится восемь интервалов, именуемых октавами.<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> Слова «частота» (*frequentia*) и «скорость» (*tarditas et celeritas*), говоря о колебаниях, Эйлер употребляет как синонимы.

<sup>10</sup> По данным современной акустики, мы воспринимаем звуки с частотами от 16 до 20000 колебаний в секунду; из них в музыке

§ 14. Установив различие между низкими и высокими звуками, следует рассмотреть силу и слабость звука. Громкость одного и того же звука различна в зависимости от положения слушателя: чем дальше он находится от струны, по которой ударили, тем более слабым ему кажется звук, потому что сила ударов при передаче их в воздухе, как и в случае с распространением света, постоянно ослабевает. Причина этого убывания в том, что на большем расстоянии распространение звука охватывает большее пространство: на двойном расстоянии от источника пространство, в пределах которого звук ощутим, вчетверо больше, чем на единичном. А так как общее количество всех ударов остается неизменным, то, следовательно, на двойной дистанции звук будет в четыре раза слабее. Таким же образом на тройной дистанции он должен быть в девять раз слабее, и так далее: сила звука уменьшается пропорционально квадрату расстояния.

§ 15. Так происходит, если звук распространяется во все стороны одинаково. Но если внешние условия вынуждают звук распространяться в одну сторону больше, чем в другие, то с этой стороны он и кажется более сильным, чем полагалось бы согласно правилу. Например, если кто-то кричит в трубу, тот, кто приложит ухо к другому концу трубы, услышит звук почти столь же громкий, как если бы ему кричали прямо в ухо. Таково же устройство рупоров, с помощью которых звук направляется больше в ту сторону, куда обращена труба, чем в другую, и поэтому выходит сильнее. Ведь и звуки, как лучи света, отражаются от ровной и твердой поверхности, и в результате изменяется направление лучей звуков, которые можно так называть по сходству с лучами света; поэтому в одном месте может скапливаться большее их количество.

§ 16. Когда струна, которой коснулись, при каждом колебании передает по воздуху удары, ее движения с необходимостью становятся все слабее, и звук поэтому ослабевает. В случае с колебанием струн это особенно наглядно: вначале звук наиболее сильный, затем постепенно становится все слабее, пока, наконец, не прекратится полностью. Однако колебания при этом остаются изохронными, и звук

---

используются только звуки с частотой от 16 (орган) до 4300 (флейта пикколо) колебаний в секунду.

сохраняет ту же высоту. Интенсивность колебаний на одной и той же струне с самого начала зависит от силы, с которой по ней ударили: чем она больше, тем громче выходит звук. Однако если удар будет слишком силен, а отклонение струны от естественного положения слишком велико, то в начале звук получится выше, чем впоследствии. И когда амплитуда колебаний становится слишком велика, в воздухе запечатлеваются не такие равномерные вибрации, а в результате издаются звуки менее приятные и менее отчетливые.

§ 17. Отсюда главным образом следует, что если струна слишком ослаблена и недостаточно натянута, то оказывается больше отклонений от нормы при колебаниях и получается неприятный звук с непостоянной высотой. Поэтому для того, чтобы извлекать сладостные звуки постоянной высоты, требуется, чтобы струны были натянуты как можно сильнее – надо брать наибольшие грузы, какие только струна способна выдержать и не порваться. А сила<sup>11</sup> струн, сделанных из одного и того же материала, пропорциональна их толщине, почему и вес груза, способного натянуть струну вплоть до обрыва, пропорционален толщине струны. Но толщина струн пропорциональна их весу, разделенному на длину, поэтому вес натягивающих грузов должен быть прямо пропорционален весу струн и обратно пропорционален их длинам. То есть, если взять вес струны  $q$  и длину  $a$ , то вес натягивающего груза  $p$  должен быть  $q : a$ , иначе говоря,  $ap : q$  должно быть величиной постоянной.

§ 18. Чтобы звуки выходили одинаковой силы, нужно кроме длины струны и веса натягивающего груза обращать внимание на силу удара. Следовало бы учитывать и место на струне, которое затрагивают щипком или ударом, но если мы предположим, что всех струн касаются посередине или просто в одном и том же месте, этот фактор можно не включать в вычисление. Отсюда следует, что чем больше сила удара, тем сильнее звук. Устройство музыкальных инструментов обычно позволяет одинаковым образом касаться всех струн, поэтому предположим, что сила удара всегда одна и та же. Далее, сила звука зависит от скорости, с

---

<sup>11</sup> Имеется в виду сила натяжения струн. Максимальная сила натяжения ограничивается прочностью струны и характеризуется силой обрыва.



какой частицы воздуха при любом колебании струны ударяют в ухо, а ее следует определять по максимальной скорости<sup>12</sup> струны. Эта скорость, в свою очередь, пропорциональна квадратному корню из веса груза, натягивающего струну, разделенного на ее длину. Следовательно, чтобы звуки были равной громкости, нужно, чтобы вес натягивающего груза всегда соответствовал длине струны.

§ 19. Итак, если сохранить вышеприведенные обозначения  $a$ ,  $p$  и  $q$ , отношение  $\frac{p}{a}$  всегда должно быть одной и той же величины. Но выше уже установлено, что  $\frac{ap}{q}$  должно быть константой, поэтому частное, получающееся при делении  $\frac{ap}{q}$  на  $\frac{p}{a}$ , то есть  $\frac{aa}{q}$ , должно быть постоянно, или, иначе говоря, отношение  $\frac{q}{a}$  к  $a$  во всех струнах должно быть одно и то же. Но  $\frac{q}{a}$  пропорционально толщине струны. Тем самым, толщина струны должна быть пропорциональна длине, и таким же образом длине должен быть пропорционален вес груза. Сам же издаваемый звук пропорционален  $\sqrt{\frac{p}{aq}}$ , а если подставить вместо  $p$  и  $q$  соответственно  $a$  и  $a^2$ , высота звука будет обратно пропорциональна длине струны. Поэтому следует, чтобы и вес натягивающего груза, и длина и вес струны были обратно пропорциональны самому издаваемому звуку, то есть числу колебаний, совершаемых за определенное время. Это правило при изготовлении музыкальных инструментов будет исключительно полезно.

§ 20. Мы уже говорили, что если струна не будет достаточно натянута, то звук окажется менее приятным, так как отклонения от нормы при вибрациях будут слишком значительными, и воздух от них скорее будет двигаться как при ветре, а не передавать колебания. Только если нанести по воздуху резкий удар с огромной скоростью, он сможет получить колебательное движение, какое требуется для звука. (А чем больше натянута струна, тем больше ее скорость сразу после удара.) К тому же, как уже было

---

<sup>12</sup> То есть частоте колебаний.

отмечено,<sup>13</sup> большие колебания не изохронны меньшим, из-за чего звук не остается прежним, а постепенно становится все ниже. Далее, легко может случиться, что вся струна колеблется не синхронно: одна ее часть быстрее достигает как максимальной скорости, так и покоя, другая медленнее, и поэтому получается неприятный звук неравномерной высоты.

§ 21. Кроме этих различий между звуками в музыке учитывается еще их длительность. Конечно, на многих инструментах нельзя длить звук сколько угодно, например на тех, струны которых приводятся в движение ударом или щипком. В них звуки постепенно стихают и вскоре совершенно прекращаются, так что использовать разницу в длительностях можно не столь широко, как на инструментах, в которых звуки все время, пока длятся, сохраняют одинаковую силу и могут тянуться сколь угодно долго. К последним относятся те инструменты, по струнам которых водят смычком, а также те, которые снабжены трубами и другими устройствами, приводимыми в движение ветром, как пневматический орган и многие другие. Их преимущество перед прочими в том, что можно сполна использовать всю прелесть, заключенную в длительности звуков. Длительность звука измеряется временем, прошедшим между его началом и концом.

§ 22. До сих пор мы рассматривали только звуки струн — то есть звуки первого вида, производимые колеблющимся телом; вместе с тем мы указали основные различия между звуками. Итак, прежде чем мы перейдем к прочим видам, следует рассмотреть другие инструменты, издающие звуки того же вида. Таковы колокола, которые от удара начинают вибрировать всем корпусом и издают звук. Конечно, было бы чрезвычайно трудно, зная форму и вес колокола, определить, какой звук он будет издавать. И все-таки, если колокола будут одинаковы и из одного материала, то легко понять, что отношение между звуками обратно пропорционально отношению весов, возведенных в куб, так что если взять колокол в 8 раз легче, он будет издавать звук, производя за одно и то же время вдвое больше колебаний, а

---

<sup>13</sup> См. § 16.

колокол, который в 27 раз легче, произведет колебания в три раза более частые.

§ 23. Кроме того, имеются инструменты с гибкими пластинами, сделанными из металла (с их помощью подражают звуку колоколов) или из достаточно твердого дерева. Если они имеют цилиндрическую или призматическую форму, судить о них легче, поскольку, как представляется, звуки зависят только от длины: надо считать, что каждое волокно, растянутое в длину, в отдельности совершает колебание. Высота звука, то есть число колебаний, произведенных за одно время, будет обратно пропорциональна квадрату длины пластины, если, конечно, пластины сделаны из одного материала. Ведь звуки призм, сделанных из разных материалов, зависят не только от соотношения тяжести<sup>14</sup> данных материалов, — чтобы теоретически определить звуки, нужно еще знать соотношение между плотностью и упругостью материалов.

§ 24. Ко второму классу звуков я отнес те, которые возникают либо при внезапном высвобождении значительной массы сильно сжатого воздуха, либо при особенно сильном ударе по воздуху. Второй способ практически тождествен первому: из-за чрезвычайно быстрого колебания воздух не может мгновенно отступить, и в результате часть воздуха, принимающая удар, сжимается, а как только воздействие прекратится, снова расширяется. Но, внезапно расширяясь, сжатый воздух с неизбежностью занимает пространство больше естественного и поэтому будет принужден снова сжаться, причем опять чрезмерно. Этими попеременными сжатиями и расширениями, подобными колебанию твердых тел, в окружающем воздухе порождается удар, а в органе слуха — звук.

§ 25. Хотя воздух, таким образом, из любого колебания приходит в свое естественное состояние, он все же не может удержаться в нем прежде, чем полностью утратит свое движение. Ведь из механики известно, что тело, стремительно достигающее своего состояния покоя, не может в нем остаться и должно, продолжая уже начатое движение, снова выйти из состояния покоя. Движущемуся телу так же

---

<sup>14</sup> «Тяжесть» (*gravitas*) — удельный вес в современной терминологии.

трудно вдруг остановиться, как и находящемуся в покое – вдруг прийти в движение; чтобы прекратить движение тела, нужна сила, равная той, какая его произвела. Поэтому не может остановиться, как мы видим, ни раскачивающийся маятник, оказавшись в вертикальном положении, ни вибрирующая струна, достигнув естественного состояния. Звуки, которые производятся вышеизложенным способом, могут длиться лишь краткое время, если только эхо или нечто резонирующее, воспроизводя звук, не будет его повторять и передавать дальше: воздух, распространяя движение в столь далеко отстоящие друг от друга места, с необходимостью тотчас теряет собственное колебательное движение.

§ 26. Итак, всё, что способно высвободить уже сжатый воздух или сжать воздух так, чтобы он мог резко высвободиться, – способно также издавать звук. Поэтому все достаточно быстрые движения тел в воздухе должны производить звуки: воздух из-за инерции не может совершенно свободно уступить место телам и потому под их воздействием сжимается, а стремление снова расшириться сообщает мельчайшим частицам воздуха колебательное движение. Отсюда берут начало звуки, которые производит с силой приведенная в движение розга и всякое стремительно движущееся в воздухе тело. Той же причиной определяется свист при дуновении и при ветре: движущийся воздух так же толкает и сжимает находящийся перед ним, как это делает твердое тело.

§ 27. Из звуков, порождаемых внезапным высвобождением с силой сжатого воздуха, самыми громкими без сомнения являются те, которые производит порох и гром. Ведь из различных экспериментов ясно, что в порохе содержится воздух, очень сильно сжатый, и при зажигании для него открывается выход, отчего с необходимостью возникают столь пугающие звуки. Сходным образом и при образовании туч, вероятнее всего, вместе с парами одновременно поднимается очень большое количество частиц селитры и серы, которые, соединившись в них и взорвавшись, могут произвести столь сильный грохот. Так как различие этих звуков по высоте труднее всего поддается пониманию, никакие звуки этого вида в музыке не применяются. Поэтому мы не будем рассматривать колебания, порождаемые мельчайшими частицами воздуха.

§ 28. К третьему виду звуков, согласно данному выше определению, относятся звуки духовых инструментов,<sup>15</sup> возбуждаемые вдуванием. Насколько труднодостижимо их объяснение, настолько же мало во все времена было усердие, с которым они исследовались. Так, некоторые утверждают, что сама трубка совершает колебательное движение, и, таким образом, относят звуки духовых к тому виду, который мы назвали первым, – но я не понимаю, как согласовать их мнение с известными свойствами этих инструментов. Ведь было замечено, что цилиндрические трубки равной длины издают одинаковые звуки, даже если различны их ширина, толщина и сам материал. Как же могли бы столь разные трубки вибрировать одинаково? Другие считают, что колеблется только внутренняя поверхность, – но, как кажется, одного различия материала достаточно, чтобы опровергнуть это мнение. Таким образом, причину возникновения звуков этого вида следует связывать лишь с длиной инструментов.

§ 29. Хотя для нашей задачи было бы достаточно только учесть свойства духовых инструментов, все же, поскольку любое знание становится совершенным при понимании причины, я взял на себя труд доискаться истинной причины. Тщательно исследовав строение флейт,<sup>16</sup> я составил следующее заключение: каждому известно, что блокфлейты – это трубки или каналы, к одному концу которых присоединен лабиум, получающий из уст или воздушного ящика воздух и выпускающий его в трубку через щель, которой заканчивается со стороны трубки его полость. Требуется, чтобы воздух, пробившись через щель, не врывался с силой в полость трубки, а подавался почти незаметно и лишь слегка касался внутренней поверхности. Поэтому мастера устраняют часть стенки трубки напротив щели,

---

<sup>15</sup> Слово *tibia*, в зависимости от контекста, обозначает у Эйлера как духовые инструменты в целом, так и только флейтовые. В связи с этим использованы следующие варианты его перевода: «духовые инструменты», «флейта», «блокфлейта» и – при сравнении со струной – «трубка». Слово *tubus* (переведенное всюду как «трубка») Эйлер применяет в значении «трубка», «канал», «сверление».

<sup>16</sup> В этом параграфе идет речь об устройстве флейтовых инструментов, таких как блокфлейта, а также простых органных труб.

чтобы стенка не примыкала к лабиуму, и заостряют ее, чтобы воздух, наталкиваясь на острие, как бы расщеплялся, с тем чтобы по трубке устремлялась более тонкая воздушная струя.

§ 30. Что устройство лабиума должно быть таким, показывает опыт, да мы и сами это видим, когда складываем «лабиум» из собственных губ. Ведь если в трубку, лишенную лабиума, мы так вдунем ртом воздух, чтобы он легко касался внутренней поверхности, звук получается такой же, как если бы трубка была снабжена лабиумом. Именно такой способ вдвухать воздух предполагает устройство различных инструментов, не имеющих лабиума, например, так называемых поперечных флейт и других подобных. Кроме того, чтобы при вхождении воздуха в трубку возникал звук, прежде всего требуется, чтобы внутренняя поверхность трубки была гладкой и не препятствовала внезапному движению воздуха; далее – чтобы стенки трубки были твердыми и не могли податься под натиском врывающегося воздуха; отсюда понятно, что, в-третьих, стенки трубки должны быть непроницаемы.

§ 31. Это и все остальное, что нужно учитывать при изготовлении инструментов, станет яснее, когда мы объясним сам способ возникновения звука во флейтах. Уже было доказано, что ни трубка целиком, ни ее внутренняя поверхность не совершают колебательного движения. Ведь воздух, устремляющийся в трубку, с необходимостью сжимает в длину тот столб воздуха, который там уже находился. Отсюда следует, что он снова расширяется, затем снова сжимается и таким образом, пока длится вдвухание, совершает колебания и производит звук. Теперь рассмотрим, в соответствии с законами механики, каково будет отношение высоты звука к длине трубки, и увидим, как замечательно предложенное объяснение соответствует данным опыта.

§ 32. Тело, которое совершает колебания и передает их окружающему воздуху, есть воздух, содержащийся в трубке. Его количество можно узнать по длине и ширине<sup>17</sup> трубки. Сила, побуждающая к колебаниям, есть, как мы видели, воздух, от вдвухания устремляющийся по внутренней поверх-

---

<sup>17</sup> Под «шириной» (*amplitudo*) трубки подразумевается площадь ее поперечного сечения.

ности трубки. А сила, которая выводит находящийся в трубке воздух из его естественного состояния, так что он стремится восстановиться и вынужден совершать определенное число колебаний в заданное время, — есть вес атмосферы, или сама сила сжатия этого воздуха, равная давлению располагающейся над ним атмосферы. Об этой силе следует судить по действию, какое она производит в Торричеллиевой трубке,<sup>18</sup> в которой ртуть удерживается на высоте 22–24 дюймов рейнского фута.

§ 33. Итак, колебания воздушного столба в трубке во всем подобны колебаниям, которые совершает натянутая струна: сама струна сравнима с воздухом, содержащимся в трубке флейты, а в роли груза, натягивающего струну, в этом случае выступает атмосферное давление. Несмотря на то, что эти процессы кажутся совершенно разными: струна от подвешенного к ней груза натягивается, а воздух атмосферой сжимается, — все-таки по своим результатам они полностью тождественны. Ведь способность того и другой формировать колебания происходит от силы, заставляющей их возвращаться в естественное состояние, которая сообщается смежному телу, а эта сила, проявляется ли она в сжатии воздуха в трубке или в натяжении струны, производит то же воздействие.

§ 34. Итак, поскольку воздух в трубке флейты производит колебания таким же образом, как натянутая струна, мы и здесь, как в случае с вибрирующими струнами, сможем определить число колебаний в данное время и таким образом — сам звук. Пусть длина трубки, выраженная в тысячных долях рейнского фута, будет  $a$ , ширина  $bb$ , тяжесть<sup>19</sup> воздуха пусть относится к тяжести ртути как  $m$  к  $n$ , а высота ртути в барометре пусть составляет  $k$  тысячных долей фута. Следовательно, мы получим струну длиной  $a$ , с весом  $mabb$ , которая натягивается весом, равным атмосферному давлению, а оно будет равно столбику ртути, основание которого  $bb$  (то есть ширина трубы), а высота  $k$ . Исходя из всего этого надо считать, что сила натяжения составляет  $nkbb$ . Отсюда получаем число колебаний в

<sup>18</sup> Барометр — изобретение Э. Торричелли (1643 г.).

<sup>19</sup> См. выше с. 31, прим. 14.

секунду  $\frac{355}{113} \sqrt{\frac{3166 \cdot n k b b}{a \cdot m a b b}} = \frac{355}{113 a} \sqrt{\frac{3166 n k}{m}}$ . Это число мы и решили считать численным выражением самого звука.

§ 35. Поскольку отношение  $m$  к  $n$  практически постоянно, а  $k$  изменяется незначительно в зависимости от погодных условий, высота звуков инструментов, имеющих цилиндрические или призматические трубки, будет обратно пропорциональна длине трубок: чем короче трубки, тем более высокие звуки они будут издавать, а более длинные трубки издают более низкие звуки. Полное соответствие этого вывода практике становится очевидным, если рассмотреть вышеупомянутые свойства флейт: качество звука не зависит ни от ширины трубки, ни от материала, из которого трубка сделана, а только от ее длины. Поэтому я нисколько не сомневаюсь, что предложенное объяснение звуков, издаваемых флейтами, подлинное и проистекает из самой природы явления.

§ 36. Мы получим дополнительное подтверждение этому объяснению, если не только рассмотрим причину таких звуков, но также исследуем, как они соотносятся со звуком заданной струны, натянутой соответствующим грузом. Ведь если опыт установит, что с данной струной созвучна та самая трубка, на которую указывает и теория, это будет решающее доказательство. Отношение  $\frac{n}{m}$ , если оно достигает максимума, что случается в самое жаркое время, составляет около 12000, а в самую холодную погоду — 10000. Точно так же, если ртуть в барометре поднимется на максимальную ступень, то  $k = 2460$ , а если ртуть максимально опустится,  $k = 2260$ . Так что когда барометр и термометр стоят на максимальной высоте, звук флейты выражается как  $\frac{960771}{a}$ , а когда на минимальной, то  $\frac{840714}{a}$ .

§ 37. Возьмем между ними среднее, составляющее  $\frac{900000}{a}$ . Столько колебаний в секунду произведет флейта длиной  $a$  в воздухе в умеренно теплую погоду. Следовательно, длина флейты, которая производит 100 колебаний в секунду, составляет 9000 тысячных долей фута, то есть 9 рейнских футов. А флейта, которая издает 118 колебаний и созвучна струне, производящей звук, обозначаемый на инструментах как С, должна иметь длину в 7627 тысячных



долей, или несколько больше 7 рейнских футов. Это довольно точно соответствует практике: обычно для получения звука С берется трубка длиной в 8 футов, а разницей примерно в полфута можно пренебречь, поскольку одна и та же флейта в разную погоду может издавать звуки, составляющие отношение 840714 к 960771, то есть 8 к 9, а эта разница соответствует различию в длине больше чем на полфута.

§ 38. И сама разница между звуками одной и той же флейты в разную погоду еще раз подтверждает правильность нашего объяснения. Музыканты, использующие струнные инструменты вместе с духовыми, знают по опыту, что духовые чрезвычайно изменчивы и что струны приходится то ослаблять, то подтягивать, чтобы они были созвучны с духовыми инструментами. Им известно также, что разница между самыми высокими и самыми низкими звуками одной и той же флейты составляет приблизительно целый тон, а это интервал между звуками, относящимися как 8 к 9. Кроме того, было замечено, что флейты звучат выше тогда, когда особенно ясно и тепло, а в самую бурную и холодную погоду, напротив, звуки флейт бывают ниже. Отсюда ясна причина, почему флейта вначале звучит ниже, чем когда в нее уже активно дуют: ведь от самого употребления и вдувания воздух, содержащийся в трубке, нагревается, и получается более высокий звук.

§ 39. Сила звуков, издаваемых флейтами, зависит как от силы, с которой в них дуют, так и от отношения ширины трубки к ее длине. Ведь то же наблюдается и у струнных инструментов: ширина трубок сравнима с толщиной струн. Нельзя получить все звуки на одной струне – для данного звука требуется соответствующая толщина струны; точно так же и трубку заданной длины нельзя сделать сколь угодно узкой или широкой – имеются пределы, за которыми инструмент вообще перестанет звучать. А чтобы несколько флейт издавали одинаковые и равно сильные звуки, требуется, чтобы ширина, то есть основание трубки, так же как и толщина струны, была пропорциональна длине. Отсюда же следует и другое требование, важное и для струнных, а именно чтобы атмосферное давление, которое пропорционально ширине трубки, имело такое же отношение к ее длине.

§ 40. Сила вдувания не может произвольно увеличиваться или уменьшаться. Если в блокфлейту подуть слишком слабо, она вообще не зазвучит; если подуть сильнее, чем надо, получится не тот звук, какой нужен, а выше на октаву;<sup>20</sup> если дуть еще сильнее, выйдет звук выше на дуодециму и далее на квиндециму и т. д. Чтобы раскрыть причину такого повышения звука, полезно будет учесть, что сила звука пропорциональна силе вдувания, и поэтому, пока высота звука остается постоянной, чем больше усиливается вдввание, тем более сильными – но не более частыми – должны становиться колебания воздуха, содержащегося в трубке. Но амплитуда колебаний определяется шириной трубки, так что нельзя перейти определенную границу; поэтому, если в блокфлейту подуть сильнее, чем требуется на этом уровне, она не сможет издать тот же звук.

§ 41. По поводу струн, которые следует считать подобными трубкам, как теоретически, так и практически доказано, что обе половины натянутой струны могут совершать свои колебания по отдельности, так что эта струна будет издавать не обычный звук, а выше на октаву; если же части не равны, этого быть не может. Подобным же образом струна, разделенная, хотя бы мысленно, на три равные части, может колебаться так, что все части совершают колебания по отдельности, как если бы они были разделены порожками, и получается звук более высокий, чем обычно, а именно на дуодециму. То же самое справедливо и для струны, разделенной на четыре и более равные части. Как этого можно достичь и подтвердить опытным путем, показал д-р Совер в «Записках Парижской академии наук» за 1701 г.<sup>21</sup>

§ 42. Итак, в применении к флейтам становится понятно, что обе половины трубки могут совершать колебания по отдельности и от этого она издает звук выше на октаву. В этом случае, поскольку колебания вдвое чаще, будет иметь

---

<sup>20</sup> Это явление в современной акустике называется передуванием.

<sup>21</sup> J. Sauveur. *Système général des intervalles des sons, et son application à tous les systèmes et à tous les instruments de musique // Mémoires de l'academie royal des sciences. 1701. См.: J. Sauveur. Collected Writings on Musical Acoustics (Paris 1700–1713) / ed. by R. Rasch. Utrecht, 1984. P. 99–162.*

место также и бóльшая сила вдувания. Следовательно, если вдувание усилится сверх определенной степени, то колебания к этому приспособятся и выйдет звук выше на октаву. Таким же образом, и здесь имеется уровень, превышать которого вдувание не должно, а если и он будет превышен, тогда трети воздуха, содержащегося в трубке, начнут колебаться по отдельности, из чего получится звук втрое, то есть на дуодециму, выше исходного. А если сила вдувания будет увеличиваться и дальше, тогда при колебании четырех частей мы услышим звук выше на две октавы, и так далее.

§ 43. Этим обосновывается также и природа труб и рогов<sup>22</sup> (хотя в остальных отношениях они устроены не так, как флейты), и в частности то их свойство, что их звуки определяются только интенсивностью вдувания. Из этих инструментов можно извлечь не все звуки, а только те, которые выражаются целыми числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 и т. д. Так, в нижней октаве, между 1 и 2, они не издают никакого промежуточного звука; в следующей, между 2 и 4, – только 3, составляющий с 2 квинту; в третьей октаве, между 4 и 8, они имеют три звука – 5, 6, 7; в четвертой – семь промежуточных. Устройство этих инструментов, как кажется, таково, что пределы вдувания у каждого звука весьма ограничены, и поэтому даже при небольшом усилении или ослаблении вдувания звук получается выше или ниже.

§ 44. Все выше сказанное о духовых инструментах относится по преимуществу к призматическим или цилиндрическим трубкам.<sup>23</sup> Сложнее определить, какие звуки издадут трубки сужающиеся, или расширяющиеся, или какой-нибудь иной формы. Однако такие вопросы всегда можно свести к изучению струн: какой бы ни была форма трубки, следует рассматривать такую же струну и исследовать, какой звук она издаст. После этого, если саму струну считать воздушной, а силу натяжения – равной атмосферному давлению, получится звук, который издает данная трубка. Если решать эту проблему для всех форм флейт в целом, тут же объяснится хорошо известное свойство призматических

---

<sup>22</sup> В этом параграфе описываются мундштучные духовые инструменты.

<sup>23</sup> Эйлер имеет в виду форму внутренней полости инструмента, то есть сверления.

флейт, которые, будучи закрыты с конца, издают звук на октаву ниже.

§ 45. Другие инструменты, которые, как кажется, в чем-то родственны флейтам, – это трубы, рога и т. д. Однако они звучат не только благодаря вдуванию, а требуют, чтобы из уст вместе с выдохом исходил звук, который они затем удивительным образом усиливают и делают громче, так же как рупоры усиливают голос. Лучше понять устройство этих инструментов позволит сравнение с механизмом, который используется для их имитации в пневматических органах. Они начинают звучать от одного вдувания, но в их лабиум встроены гибкие пластины,<sup>24</sup> которые воспринимают от вошедшего воздуха колебательное движение и издают некий слабый звук; проходя по присоединенной трубке, он получает от этого такую силу, что успешно подражает звукам труб или рогов.

---

<sup>24</sup> То есть трости.

## Глава II

### *О приятности и принципах гармонии*

§ 1. Решив в этой главе исследовать, почему одни явления, воздействующие на наши чувства, нам нравятся, а другие не нравятся, я не считаю необходимым предварительно доказывать, что вообще существуют основания, сообразно с которыми то, что нравится, услаждает наш разум не случайно. Поскольку в наше время большинство считает аксиомой, что ничто в мире не происходит без достаточных оснований, то не следует сомневаться и в наличии какого-то разумного обоснования для того, что нравится. Итак, признав это, мы отмечаем мнение, что музыка зависит только от суждения людей и только по привычке своя музыка нам нравится, а чужеземная, для нас непривычная, не нравится.

§ 2. Разумеется, я не отрицаю и ниже сам докажу, что при упражнении и частом слушании произведение, которое нам сначала не нравилось, может понравиться, и наоборот. Однако этим так называемый принцип достаточного основания не опровергается, ибо не только в самом предмете надо искать причины вызываемого им удовольствия или неудовольствия – надо учитывать и чувства, при посредстве которых отображение предмета предстает перед разумом, и главным образом – суждение, которое сам разум вырабатывает об отображенном предмете. Поскольку все это может происходить по-разному у разных людей, а также у одного человека в разное время, не приходится удивляться, что одно и то же может одним нравиться, а другим нет.

§ 3. Но я уже предвижу, какой аргумент против меня и моего замысла из этого будет выведен: последует возражение, что невозможно сформулировать принципы и правила гармонии, и потому усилия и наши, и всех тех, кто пытается заключить музыку в рамки законов, ошибочны и тщетны. Ведь если одним нравится одно, а другим – другое, и само то, что нравится, совершенно различно и противоположно, – как же можно составить наставления о способах сочетать звуки так, чтобы они представляли слуху сладостную гармонию? Но если даже какие-нибудь правила и будут выведены, они окажутся либо слишком общими, так что ими нельзя будет пользоваться, либо непостоянными и нарушаемыми, так что придется приспособливать их к усмотрению слуша-

телей; а это не только потребовало бы бесконечного труда, но совершенно лишило бы музыку любой определенности.

§ 4. Однако музыканту нужно уподобиться архитектору, который пренебрегает превратными суждениями толпы о постройках и воздвигает здания, следуя достоверным и коренящимся в самой природе законам: даже если они не нравятся несведущим в этих вещах, все же, пока их одобряют понимающие, он удовлетворен. Ведь как в музыке, так и в архитектуре вкус разных народов столь различен, что одним нравится как раз то, что другие отвергают. Поэтому как во всем прочем, так и в музыке подобает следовать преимущественно за людьми с совершенным вкусом, чье суждение о предметах, воспринимаемых чувствами, свободно от всякого изъяна. Таковы те, кто от природы обладает острым и чистым слухом, но при этом взыскательно постигает всё явленное органу слуха, и, сравнивая, выносит непогрешимое суждение.

§ 5. Поскольку всякий звук, как показано в предыдущей главе, есть ничто иное, как определенный порядок следующих друг за другом ударов, произведенных в воздухе, мы четко воспринимаем звук, если заметим все удары, достигающие органа слуха, и распознаем их порядок, а кроме того – также и систему, определяющую силу отдельных ударов, в случае когда не все они одинаково сильные. Итак, для вынесения суждения о музыке требуются слушатели, наделенные как острым слухом, так и способностью понимать все частности, и обладающие таким уровнем понимания, что могут воспринять порядок, в каком удары воздушных частиц достигают органов слуха, и судить о нем. Как будет показано ниже, это необходимо, чтобы знать, есть ли на самом деле приятность в данном музыкальном произведении и в какой степени.

§ 6. Поэтому прежде всего постараемся в каждом случае определить, что именно вызывает наше удовольствие или неудовольствие и чем должно обладать всякое явление, чтобы мы им наслаждались. Ведь если это уяснить и установить, в чем заключается источник удовольствия и неудовольствия, то отсюда можно вывести истинные правила сочинения музыкальных произведений. Из этого источника следует выводить не только то, что относится к музыке, но и к любой другой сфере, где ставится та же цель – вызывать

удовольствие. И это применимо столь широко, что едва ли найдется объект, которому нельзя было бы, исходя из принципов, которые мы исследуем, сообщить бóльшую или вообще какую-нибудь степень приятности, даже если она покажется еле уловимой.

§ 7. Обратившись к мегафизикам, которым собственно и принадлежит эта область исследования, мы выяснили, что нам нравится все то, чему, на наш взгляд, присуще совершенство, и тем больше мы услаждаемся, чем больше совершенства замечаем; напротив, не нравится нам то, в чем мы видим недостаток совершенства или даже несовершенство. Ясно, что постижение совершенства порождает наслаждение, и всем душам свойственно наслаждаться, открывая и созерцая совершенство, а от всего того, в чем совершенства недостаточно или налицо несовершенство, отвращаться. Это будет ясно всякому, кто внимательно рассмотрит, что нравится ему самому: он признаёт, что нравящееся есть разновидность совершенства, а в том, что отвращает, ему недостает совершенства.

§ 8. Мы понимаем, что какой-либо вещи присуще совершенство, если обнаруживаем, что все в ее устройстве предназначено для достижения поставленной цели. Если же будет присутствовать что-то не относящееся к цели, мы признаем недостаток совершенства. Наконец, если замечено что-то мешающее остальному достигать цели, мы констатируем несовершенство. Итак, в первом случае данная вещь нам нравится, а в последнем – не нравится. Рассмотрим, например, часы, цель которых – показывать единицы и промежутки времени: они больше всего нам нравятся, если по их устройству мы понимаем, что все их части сделаны и соединены друг с другом ради точного указания времени.

§ 9. Отсюда следует, что где есть совершенство, там обязательно должен быть порядок. Ведь поскольку порядок – это расположение частей по определенному правилу, из которого можно узнать, почему каждая занимает данное место, а не иное, а в самом предмете, наделенном совершенством, все части должны быть упорядочены так, чтобы соответствовать достижению цели, – эта цель и будет правилом, согласно которому расположены части и которое указывает каждой из них свое место. В свою очередь, таким образом, понятно, что где порядок, там и совершенство, и

что закон порядка соответствует цели, создающей совершенство. Поэтому нам нравятся вещи, в которых мы постигаем порядок, а недостаток порядка не нравится.

§ 10. Порядок мы можем воспринять двумя способами: в одном случае закон или правило нам уже известно, и мы соотносим с ним данную вещь; в другом мы не знаем закона заранее и из самого расположения частей выясняем, каков был закон, породивший устройство вещи. Приведенный выше пример с часами относится к первому способу, ибо уже известна цель, она же закон расположения частей, — указание времени; таким образом, разглядывая часы, мы должны разобраться, соответствует ли их строение цели. Но если я рассматриваю некий ряд чисел, как например 1, 2, 3, 5, 8, 13 и т. д., не зная, по какому закону он строится, тогда, мало-помалу сопоставляя эти числа друг с другом, я понимаю, что каждое есть сумма двух предыдущих,<sup>1</sup> и утверждаю, что таков закон, определяющий их порядок.

§ 11. Второй способ восприятия порядка присущ особенно музыке: только слушая музыкальное произведение, мы понимаем порядок, которому подчинены издаваемые одновременно или последовательно звуки. Итак, музыкальное произведение нравится, если мы понимаем порядок звуков, его составляющих, а не нравится — когда не понимаем, почему звук находится на данном месте. Чувство неудовольствия будет тем сильнее, чем чаще мы обнаруживаем, что звуки отступают от порядка, который, по нашему мнению, они должны соблюдать. Итак, может статься, что одни замечают порядок, а другие нет, — вот почему одно и то же может одним нравиться, а другим нет. А могут заблуждаться и те и другие, поскольку на самом деле может присутствовать порядок, которого многие не распознают; часто некоторым кажется, что они распознают порядок там, где его нет, и в этом причина столь различных суждений о музыке.

§ 12. Итак, нравится то, в чем мы осознаём содержащийся там порядок. Еще больше мы наслаждаемся, обнаружив больше таких вещей, порядок которых понимаем. А величайшую степень приятности мы испытываем, если кроме того понимаем, в каком порядке выстраиваются сами

---

<sup>1</sup> Это т. н. числа Фибоначчи.



эти вещи. Отсюда ясно, что если мы в каких-либо из этих вещей не понимаем порядка, наслаждение оказывается меньше, а если мы вообще не замечаем никакого порядка, тогда и данная вещь нам не может нравиться. Но если мы не только не наблюдаем никакого порядка, но и улавливаем нечто за пределами всякого разумного основания, что разрушает порядок, присущий прочему, тогда мы испытываем при восприятии неудовольствие и едва ли не боль.

§ 13. Чем легче мы воспринимаем порядок, присущий данной вещи, тем более простым и совершенным его находим и поэтому испытываем радость и веселье. Напротив, если порядок распознается с трудом и кажется менее простым и очевидным, мы замечаем его словно бы с некоторой печалью. Однако в любом случае, пока мы чувствуем порядок, данная вещь нам нравится, и мы считаем, что ей свойственна приятность. Кажется, что в этом есть даже некое противоречие: нравиться и содержать в себе приятность может то самое, что склоняет душу к печали. Но если мы рассмотрим сами гармонические произведения и мелодии, то признаём, что все они приятны и должны нравиться; между тем, мы видим, что одни способны вызывать радость, а другие – печаль. Поэтому следует заключить, что существует два рода удовольствия: один делает души веселыми, другой – грустными.

§ 14. Так же обстоит и с комедиями и трагедиями: те и другие должны быть исполнены приятности, но одни при этом обязательно наполняют душу радостью, другие печалью. Отсюда понятно, что нравиться и вызывать радость – это не одно и то же, а нравиться и вызывать грусть – вещи не противоположные. Каким образом это происходит, мы уже отчасти изложили: нравится все, в чем мы усматриваем порядок, но радость вызывают вещи, которым присущ более простой и легко воспринимаемый порядок, а те, которые содержат порядок более сложный и с трудом понимаемый, делают души грустными.

§ 15. Эти соображения во многом соответствуют обычным представлениям философов о радости и печали: радость они описывают как чрезвычайную степень удовольствия; следовательно, для того, чтобы вызвать радость, требуется больше совершенства, чем для того только, чтобы доставить удовольствие. Конечно, определение печали на первый

взгляд сильно отличается от данного нами; но важно иметь в виду, что мы говорим не о той печали, которая обычно описывается среди аффектов и состоит в созерцании несовершенства. Печаль такого рода не является и не может быть целью музыки, цель которой – нравиться. Таким образом, мы понимаем под печалью только более сложное восприятие совершенства, то есть порядка, и поэтому от радости она отличается только степенью удовольствия.

§ 16. Могут быть упорядочены главным образом две характеристики звуков, а именно высота, от которой, как мы решили, зависит количественное выражение звуков, и длительность. С точки зрения первой, таким образом, музыкальное произведение доставляет удовольствие, если мы воспринимаем упорядоченность звуков по высоте; со второй – если мы понимаем порядок длительностей. Кроме этих двух характеристик, звуки можно упорядочить разве что по силе; но хотя и к ней музыканты обычно прибегают в своих произведениях, извлекая то более громкие, то более тихие звуки, все же они ищут приятность не в системе или упорядоченности степеней громкости, и по этой причине обычно не указывают, да и не могут количественно определить интенсивность.

§ 17. Поскольку порядок – это расположение частей по определенному закону, тот, кто в результате наблюдения познает этот закон, постигает тем самым и порядок, а сам процесс постижения будет ему приятен. В музыке же порядок составляют количества: рассмотрим ли мы высоту или длительность – обе имеют количественное выражение: первая выражается частотой ударов, производимых в воздухе, а вторая – временем, какое длится отдельный звук. Итак, воспринимающие отношение частоты ударов в звуках понимают порядок звуков и этим наслаждаются. Подобным же образом способные различать и сравнивать друг с другом длительности звуков также замечают порядок и поэтому испытывают удовольствие. А каким образом мы воспринимаем тот и другой порядок, надо изложить яснее и по отдельности.

§ 18. Когда даны два звука, мы воспринимаем их связь, если понимаем отношение, которое составляет количество ударов, произведенных за одно время: например, если один звук за то же время издает 3 удара, а другой 2, то их отно-

шение, а также порядок, мы узнаем, рассматривая отношение 3 : 2. Таким же образом мы поймем соотношение большего числа звуков, если узнаем отношение числа колебаний отдельных звуков за одно и то же время. Мы также получаем удовольствие от различных длительностей звуков, если воспринимаем отношения, в каких находятся длительности отдельных звуков. Отсюда следует, что все наслаждение музыкой происходит от постижения отношений, в которых находится несколько чисел, поскольку временные промежутки также можно выразить числами.

§ 19. При восприятии отношений звуков нам очень помогает то, что мы воспринимаем удары каждого звука по многу раз, так что неоднократно можем их сравнивать между собой. Поэтому гораздо легче различить на слух отношение двух звуков, чем глазами – такое же отношение двух линий. Отношение звуков и линий было бы сходным, если бы мы получали только два удара от отдельных звуков и были вынуждены судить о соотношениях их промежутков. Но поскольку не слишком краткие звуки производят за небольшое время очень много ударов (как можно видеть из предыдущей главы, где мы говорили о числе колебаний струны в секунду), распознать отношение звуков значительно легче. Поэтому в музыке можно пользоваться очень сложными отношениями, которые, если выразить их линиями, зрение едва ли распознало бы.

§ 20. Поскольку более низкие звуки за одно и то же время издают меньше ударов, чем высокие, очевидно, что отношение высоких звуков понять легче, чем низких, даже если они длятся одинаково долго. Таким образом, при прочих равных низкие звуки должны длиться дольше и медленнее следовать друг за другом, чем высокие, которые могут сменяться быстрее. Итак, установлено, что следует соблюдать такое правило: более низким звукам сообщается большая длительность, а более высоким меньшая. Понятно, что те и другие следует длить тем дольше, чем более сложны отношения между ними и чем труднее их воспринять. Следовательно, все-таки возможно, чтобы более высокие звуки сменялись медленнее, а более низкие – быстрее, если, разумеется, первые будут составлять чрезвычайно сложные, а вторые – простые отношения.

§ 21. Чтобы легче понять, как воспринимается порядок или отношение двух и более звуков, попытаемся представить взору, насколько возможно, аналогичный рисунок. Итак, сами удары, достигающие слуха, отобразим точками, расположенными по одной прямой; расстояния между ними будут соответствовать промежуткам между ударами. Несколько таких рисунков представляет Таблица I.

1 . . . . . рис. 1

2 . . . . . рис. 2

1 . . . . .

3 . . . . . рис. 3

1 . . . . .

4 . . . . . рис. 4

1 . . . . .

3 . . . . . рис. 5

2 . . . . .

4 . . . . . рис. 6

3 . . . . .

5 . . . . . рис. 7

4 . . . . .

5 . . . . . рис. 8

3 . . . . .

6 . . . . . рис. 9

5 . . . . .

4 . . . . .

Следовательно, по этой системе равномерный звук, то есть на всем протяжении сохраняющий одну высоту, будет изображаться последовательностью точек, отстоящих друг от друга на равные промежутки, как показано на рис. 1: без сомнения, порядок здесь постичь легче всего, поскольку на всем протяжении очевидно отношение тождества. Итак, один звук, или так называемый унисон, составит для нас первую и самую простую степень восприятия порядка,

которую мы назовем первой степенью приятности, и ее отражает численное отношение  $1 : 1$ .

§ 22. Возьмем теперь два звука, находящиеся в двойном отношении, — они будут отображены двумя последовательностями точек, в одной из которых промежутки между точками вдвое больше, чем в другой (рис. 2: верхняя последовательность изображает более высокий звук, нижняя — более низкий). Если рассматривать их вместе, порядок тоже легко воспринимается, что становится очевидным при взгляде на рисунок. Итак, это отношение, самое простое после унисона, сделаем второй степенью приятности. Сюда относятся числа с отношением  $1 : 2$ . Точно так же рис. 3 выражает отношение  $1 : 3$ , рис. 4 — отношение  $1 : 4$ , причем трудно сказать, которое из них воспринимается легче.  $1 : 3$  имеет то преимущество, что состоит из меньших чисел, а  $1 : 4$  воспринимается легче потому, что представляет собой удвоение двойного отношения, вследствие чего воспринимается не сложнее, чем само двойное. Поэтому отнесем оба к одной и той же степени, а именно — к третьей.

§ 23. Следовательно, подобно тому как отношение  $1 : 1$  имеет первую степень приятности,  $1 : 2$  вторую, а  $1 : 4$  третью, так к четвертой степени мы отнесем отношение  $1 : 8$ , а к пятой  $1 : 16$ , и так далее согласно геометрической прогрессии со знаменателем 2. Отсюда очевидно, что отношение  $1 : 2^n$  относится к степени, которая выражается числом  $n + 1$ . Я тем охотнее принял такое распределение степеней, что в них сложность восприятия прогрессирует равномерно: насколько, например, пятая степень воспринимается сложнее, чем четвертая, настолько же труднее четвертая, чем третья, а третья — чем вторая. Между ними я не делаю промежуточных степеней, при которых  $n$  окажется дробным числом, потому что в этом случае отношение будет иррациональным и совершенно не воспринимаемым.

§ 24. Отсюда ясно, что если число, которое относится к единице так же, как один звук к другому, не будет простым, то есть будет иметь делители, степень приятности оттого станет меньше. Например, мы видели, что отношение  $1 : 4$  следует считать не более сложным, чем  $1 : 3$ , хотя 4 больше, чем 3. Следовательно, очевидно, что степень приятности, напротив, надо оценивать по самой величине чисел, если они простые. Так, отношение  $1 : 5$  проще, чем  $1 : 7$ ,

хотя не проще, чем  $1 : 8$ . О простых числах можно будет делать вывод уже по индукции: ведь если  $1 : 1$  дает первую степень,  $1 : 2$  вторую,  $1 : 3$  третью, заключим, что  $1 : 5$  относится к пятой степени,  $1 : 7$  к седьмой и вообще  $1 : p$  (если  $p$ , конечно, простое число) – к степени  $p$ .

§ 25. Далее, из § 23 следует, что если отношение  $1 : p$  принадлежит к степени, которую обозначим  $m$ , то отношение  $1 : 2p$  принадлежит к степени  $m + 1$ , отношение  $1 : 4p$  – к степени  $m + 2$ , а  $1 : 2^n p$  – к степени  $m + n$ . Ведь если умножить  $p$  на 2, то для постижения отношения требуется помимо восприятия самого отношения  $1 : p$  деление на два или умножение на два, при этой операции как самой простой степень приятности изменяется на единицу. Таким же образом можно определить степень приятности отношения  $1 : pq$ , если  $p$  и  $q$  – простые числа: ведь отношение  $1 : pq$  настолько сложнее, чем  $1 : p$ , насколько  $1 : q$  сложнее, чем  $1 : 1$ . Следовательно, степень приятности отношения  $1 : pq$  должна составлять с  $p$ ,  $q$  и 1 арифметическую прогрессию, таким образом она будет равна  $p + q - 1$ .

§ 26. Тот же расчет остается в силе на все случаи: ведь если отношение  $1 : P$  относится к степени  $p$ , а отношение  $1 : Q$  к степени  $q$ , то по выше приведенным соображениям отношение  $1 : PQ$  будет относиться к степени  $p + q - 1$ . То есть степени приятности обеих частей пропорции надо складывать, а из суммы вычитать единицу. Итак, для отношения  $1 : pqr$  (при условии что  $p$ ,  $q$  и  $r$  простые числа), состоящего из  $1 : pq$  и  $1 : r$  со степенями  $p + q - 1$  и  $r$  соответственно, степень приятности будет  $p + q + r - 2$ . Точно так же степень отношения  $1 : pqrs$  будет  $p + q + r + s - 3$ . А степень отношения  $1 : PQRS$  будет  $p + q + r + s - 3$ , если, конечно, степени отношений  $1 : P$ ,  $1 : Q$ ,  $1 : R$  и  $1 : S$  будут  $p$ ,  $q$ ,  $r$  и  $s$  соответственно.

§ 27. Итак, отсюда понятно, что степень приятности отношения  $1 : p^2$  есть  $2p - 1$ , если  $p$  простое число, а степень отношения  $1 : p^3$  есть  $3p - 2$ , и в целом отношение  $1 : p^n$  принадлежит к степени  $np - n + 1$ . Следовательно, так как  $1 : q^m$  относится к степени  $mq - m + 1$ , то согласно правилу из предыдущего параграфа составленное из них отношение  $1 : p^n q^m$  надо отнести к степени  $np + mq - n - m + 1$ . И каково бы ни было число  $P$ , для того чтобы найти степень приятности отношения  $1 : P$ , надо разложить  $P$  на все его

простые сомножители, сложить их, а число сомножителей, уменьшенное на единицу, вычесть из суммы. Допустим, нужно найти степень приятности отношения  $1:72$ . Поскольку  $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ , сумма этих множителей 12, а количество 5, отнимаем 4 от 12, и получается степень приятности 8.

§ 28. Если дано отношение между тремя числами, например  $1:p:q$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа, то требуется внутри него воспринять и  $1:p$ , и  $1:q$ . А эти два отношения воспринимаются вместе столь же легко, как составленное из них  $1:pq$ . Следовательно, к какой степени принадлежит отношение  $1:p:q$ , надо узнавать по числу  $pq$ , пользуясь изложенным правилом. Таким же образом для отношения четырех чисел,  $1:p:q:r$ , где  $p$ ,  $q$  и  $r$  опять-таки простые числа, степень выводится из числа  $pqr$ . Так, если даны четыре звука, выраженные числами  $1:2:3:5$ , узнать, к какой степени принадлежит возможность воспринять создаваемый ими порядок, можно по числу 30, которое дает восьмую степень.

§ 29. Все эти простые числа должны быть неравными, иначе принятый нами способ вычисления не имеет силы. Ведь отношение  $1:p:p$  воспринимается так же легко, как и  $1:p$ , поскольку два последних числа, находящиеся в отношении тождества, могут считаться за одно, – и не следует думать, что это отношение тождественно отношению  $1:p^2$ . Так вычислять нельзя и в случае, если числа  $p$ ,  $q$ ,  $r$  и т. д. не являются простыми. Например, если надо воспринять отношение  $1:pr:qr:ps$ , где  $p$ ,  $q$ ,  $r$  и  $s$  простые числа, придется только узнать отношения  $1:p$ ,  $1:q$ ,  $1:r$  и  $1:s$ , и не придется отношения  $1:p$  и  $1:r$  учитывать дважды, хотя они повторяются. Так что степень приятности выяснится из отношения, составленного из простых чисел  $1:pqrs$ , то есть из числа  $pqrs$ .

§ 30. Если же мы будем рассматривать не только само число  $pqrs$ , но и способ его получения, то поймем, что это число – наименьшее общее кратное для чисел  $1$ ,  $pr$ ,  $qr$  и  $ps$ , то есть наименьшее число, которое можно разделить по отдельности на все те числа, отношение между которыми требовалось определить. Отсюда мы выводим общее правило для выяснения степени приятности при восприятии отношения нескольких чисел одновременно, а именно: нуж-

но найти для них всех наименьшее общее кратное и по этому числу определить степень приятности согласно правилу, сформулированному в § 27. Итак, я приложил нижеследующую таблицу, из которой видно, к какой степени относится каждое получаемое наименьшее общее кратное. Я продолжил ее только до шестнадцатой степени, поскольку числа, относящиеся к последующим степеням, встречаются редко.

§ 31. В этой таблице римскими цифрами обозначена степень приятности, а обычными цифрами – все наименьшие общие кратные, к ней относящиеся.

I	1
II	2
III	3; 4
IV	6; 8
V	5; 9; 12; 16
VI	10; 18; 24; 32
VII	7; 15; 20; 27; 36; 48; 64
VIII	14; 30; 40; 54; 72; 96; 128
IX	21; 25; 28; 45; 60; 80; 81; 108; 144; 192; 256
X	42; 50; 56; 90; 120; 160; 162; 216; 288; 384; 512
XI	11; 35; 63; 75; 84; 100; 112; 135; 180; 240; 243; 320; 324; 432; 576; 768; 1024
XII	22; 70; 126; 150; 168; 200; 224; 270; 360; 480; 486; 640; 648; 864; 1152; 1536; 2048
XIII	13; 33; 44; 49; 105; 125; 140; 189; 225; 252; 300; 336; 400; 405; 448; 540; 720; 729; 960; 972; 1280; 1296; 1728; 2304; 3072; 4096
XIV	26; 66; 88; 98; 210; 250; 280; 378; 450; 504; 600; 672; 800; 810; 896; 1080; 1440; 1458; 1920; 1944; 2560; 2592; 3456; 4608; 6144; 8192
XV	39; 52; 55; 99; 132; 147; 175; 176; 196; 315; 375; 420; 500; 560; 567; 675; 756; 900; 1008; 1200; 1215; 1344; 1600; 1620; 1792; 2160; 2187; 2880; 2916; 3840; 3888; 5120; 5184; 6912; 9216; 12288; 16384
XVI	78; 104; 110; 198; 264; 294; 350; 352; 392; 630; 750; 840; 1000; 1120; 1134; 1350; 1512; 1800; 2016; 2400; 2430; 2688; 3200; 3240; 3584; 4320; 4374; 5760; 5832; 7680; 7776; 10240; 10368; 13824; 18432; 24576; 32768

§ 32. Есть и другие способы находить наименьшее общее кратное, один из которых, самый полезный для нашей задачи, следует здесь изложить. Разложим данные числа по



отдельности на их простые множители и заметим, в какую наибольшую степень возводится каждый из этих множителей; затем перемножим эти максимальные степени, и получится наименьшее общее кратное для данных чисел. Например, если даны числа 72, 80, 100, 112, которые, будучи разложены на простые множители, дают  $2^3 \cdot 3^2$ ,  $2^4 \cdot 5$ ,  $2^2 \cdot 5^2$ ,  $2^4 \cdot 7$ , простые множители суть 2, 3, 5, 7. Первый из них, 2, имеет четвертую максимальную степень, у следующего, 3, максимальная степень вторая, как и у третьего – 5, а у четвертого, 7, встречается первая степень. Поэтому наименьшее общее кратное составляет  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$ , то есть 25200, и оно относится к двадцать третьей степени приятности.

§ 33. Таким образом, какие бы числа ни были даны, мы сможем по изложенным правилам узнать, легко или трудно постичь их соотношение и порядок, и в какой мере. Мы также сможем сравнивать между собой несколько случаев и судить, какой легче воспринимается. Но числа, составляющие данное отношение, должны быть рациональными, целыми и наименьшими. Первое из этих требований понять легче всего: в иррациональных числах нет такого рода порядка. Целыми же они должны быть потому, что нахождение наименьшего общего кратного не относится к дробям; если встретятся дроби, их по известным правилам можно превратить в целые числа, сохраняя между ними прежнее отношение. Кроме того, сами отношения должны быть выражены в наименьших числах так, чтобы не существовало числа, кроме единицы, на которые бы они все делились. Если же они не наименьшие, следует их предварительно разделить на наибольший общий делитель, какой у них есть.

§ 34. Итак, этим способом будут определяться и степени приятности не кратных отношений, которые мы рассмотрели в начале. Так, отношение  $2 : 3$ , у которого наименьшее общее кратное 6, относится к четвертой степени и воспринимается столь же легко, как  $1 : 6$  и  $1 : 8$  (рис. 5). Такое восприятие соответствует рассмотрению рисунка из точек, на котором, конечно, порядок воспринимается легко. Но по таким же рисункам понятно, насколько сложно воспринимать отношения, относящиеся к следующим степеням. Например, пусть будет дано отношение  $5 : 7$ , которое относится к одиннадцатой степени, – по его изображению на подобном рисунке порядок воспринять уже довольно трудно. Так же и в последующих степенях: по рисункам

такого рода ясно, что чем больше число, обозначающее степень приятности, тем труднее распознать порядок.

§ 35. Наконец, этот способ оценивать восприятие порядка применим не только к звукам, различающимся по высоте, а гораздо шире. Ведь его можно приложить и к звукам разных длительностей, если обозначить звуки числами, пропорциональными их длительности. Но к ним можно применять не столь продвинутые степени, как при противопоставлении по высоте, потому что в последнем случае удары следуют весьма часто, и поэтому их соотношение распознать легче. Восприятие же отношения нескольких звуков, различных по длительности, подобно рассмотрению линий, соотношение которых можно понять с первого взгляда. Кроме того, и во всех остальных сферах, где требуется порядок и красота, такой подход будет очень полезен – если, конечно, то, что упорядочено, можно свести к количеству и выразить числом: например в архитектуре, где красота состоит в том, чтобы все части здания были составлены в порядке, который можно распознать.

### *Глава III*

#### *О музыке как таковой*

§ 1. Можно подумать, что нет необходимости давать здесь определение музыки, раз каждому ясно, какая научная дисциплина обозначается этим названием. И все-таки я считаю, что определение, соответствующее нашей задаче, будет для нас очень полезно, чтобы составить план труда и выбрать способ изложения для каждой части. Итак, я даю следующее определение **музыки**: это наука так соединять разные звуки, чтобы они являли слуху сладостную гармонию. Поэтому уже в предыдущих главах я счел нужным более пространно изложить учение о звуках и о началах гармонии, чтобы легче было воспринять это определение и понять, какой метод изложения будет наиболее подходящим.

§ 2. Музыку в большинстве случаев разделяют на две части – теоретическую и практическую. По общему мнению, первая должна излагать правила музыкальной композиции, и она имеет свое название – гармоника; задача же практической части – учить воспроизведению предписанных звуков с помощью голоса или инструмента, и название «музыка» в обиходе применяется только к ней. Отсюда понятно, что теоретическая часть главная, тогда как другая без нее бессильна, однако и она без практической части не может достичь своей цели – услаждения. Но поскольку эта практическая часть есть ничто иное, как искусство игры на музыкальных инструментах, мы не будем ее касаться, предоставив ее рассмотрение другим.

§ 3. Выше мы уже показали, что приятность звукам можно сообщить двумя способами: исходя из высоты звуков и из их длительности. Внимательно рассмотрев современную музыку, можно убедиться, что вся присущая ей приятность происходит от изменения либо высоты, либо длительности звуков. Конечно, нельзя отрицать, что различная сила звуков, от которой они получаются то громче, то тише, прибавляет немало приятности. Но поскольку ее мера обычно не предписывается, а оставляется на усмотрение исполнителя, да слушатели и не могут достаточно четко ее различать, – мы не можем присоединить ее к тому же ряду, о котором говорили: к высоте и длительности. В целом же можно

отметить, что те звуки, которые надо несколько больше подчеркнуть, должны издаваться с большей силой.

§ 4. Далее, не меньшую приятность обычно приносит различие между музыкальными инструментами, и имеет большое значение, какой инструмент используется для исполнения мелодии. Одна требует лиры, другая скрипки, третья свирели или флейты, четвертая больше подходит для рогов и труб. Эти инструменты различаются не только тембром звуков – чуть ли не каждый имеет какое-нибудь преимущество, позволяющее легче и изящнее следовать предписанной последовательности звуков. Поэтому те, кто сочиняет гармонические музыкальные произведения и мелодии, должны тщательно учитывать природу инструментов, чтобы не внести ничего неизящного и неудобного для исполнения. В связи с этим по большей части музыканты указывают инструмент, самый подходящий для исполнения данной мелодии.

§ 5. Хотя к рассмотрению приняты только два принципа: различия звуков по высоте и длительности, – однако приятность можно сообщить совокупности звуков тремя способами. Во-первых, вся приятность может происходить только от различия высоты, если все длительности равны или длительность просто не учитывается. Во-вторых, даже если все звуки будут одинаково низкими или высокими, приятность все-таки достижима благодаря порядку, который выдержан в длительностях. В-третьих же – и это самая совершенная ее степень, – приятность получится при объединении того и другого, высоты и длительности звуков. Поэтому следует считать, что музыка достигает совершенства, если приятность увеличивается насколько возможно за счет как длительности звуков, так и их количественного выражения, которое отражает различия по высоте.

§ 6. К этой последней, третьей разновидности следует относить почти всю современную музыку. Ведь в ней ради наслаждения применяется не только высота звуков – чтобы максимально увеличить его, музыканты обычно пользуются и длительностью (отсюда ведет начало такт<sup>1</sup>). Между тем, и

---

<sup>1</sup> Здесь, как и ниже в § 13, Эйлер для обозначения такта приводит два синонима: *tactus sive plausus*. Подобрать синонимичные термины в русском языке не удается.

сейчас встречаются примеры первых двух разновидностей. При рассмотрении хоральной музыки и церковных гимнов можно заметить, что вся их приятность происходит только от высоты звуков и надлежащей последовательности созвучий. Барабаны же представляют образец второй разновидности: их звуки, собственно, не различаются по высоте, вся приятность преимущественно зависит от скорости ударов и поэтому достигается только разнообразием длительностей.

§ 7. Во всех этих разновидностях тот, кто решил сочинить гармоническое произведение или мелодию, должен помимо общих правил приятности в первую очередь учитывать, хочет ли он вызвать у слушателей радость или печаль. В предыдущей главе уже показано, как достичь того и другого. Особенно важно это соблюдать при сочинении мелодий на предложенный текст гимна: когда встречаются печальные слова или фразы, мелодию обычно пишут такую, чтобы порядок постичь было труднее. Для этого используют более сложные созвучия и их последовательности, которые сложнее для восприятия, и располагают длительности звуков таким образом, чтобы воспринять их отношения было труднее. Наоборот поступают, когда сам текст склоняет к веселости.

§ 8. Вообще музыкальное сочинение должно быть подобно речи оратора или стихотворению: в них недостаточно соединить изящные слова и фразы, но кроме того необходимо еще упорядочить изложение и выбрать подходящее содержание. Подобные задачи следует ставить и в музыке. Ведь не особенно приятно, когда созвучия набросаны одно за другим, даже если каждое из них в отдельности достаточно приятно, — требуется, чтобы в них самих был виден порядок, совершенно так же, как если бы ими выражалась некая речь. Особенно полезно учитывать при этом степень легкости или трудности, с какой воспринимается порядок, и, в зависимости от поставленной задачи, либо перемежать радость и печаль, либо усиливать и ослаблять что-то одно.

§ 9. Итак, рассмотрим наиболее подходящие способы применять каждую из этих разновидностей. Первая из них, где, как уже сказано, порядок длительностей либо отсутствует, либо не учитывается, целиком состоит в последовательности звуков разной высоты. В ней как правило изда-

ются несколько звуков одновременно. Звучание, которое отсюда рождается, называется **созвучием** (*consonantia*). Я не хочу здесь применять слово *consonantia* в общепринятом смысле, в котором оно противопоставлено диссонансу, а обозначаю этим словом просто одновременное звучание нескольких звуков. При таком понимании **простой звук** может рассматриваться как низшая и простейшая степень созвучий, подобно единице среди чисел. Итак, первую разновидность музыки составляет ряд из нескольких следующих друг за другом созвучий, которые образуют приятную гармонию.

§ 10. Следовательно, вначале нам понадобится разобрать созвучия, и прежде всего выяснить, какие звуки требуются для составления приятного созвучия, а затем – к какой степени приятности каждое из них принадлежит. Отсюда получатся бесчисленные разновидности созвучий, которые затем, в зависимости от задачи, можно применить на практике. После этого понадобится выяснить, каким образом надо составлять два созвучия, чтобы, следуя друг за другом, они создавали приятную последовательность. Наконец мы перейдем к изучению большего числа созвучий, причем рассмотрим, какими они должны быть по отдельности, чтобы приятно воздействовать на слух. Закончив исследование, можно будет судить о том, сколько приятности содержит любой данный ряд созвучий, рассматривая сперва каждое созвучие по отдельности, затем каждую последовательность и сплетение их всех в единое целое.

§ 11. В результате перед глазами предстанут бесчисленные способы составлять ряды созвучий, из которых те, что применяются музыкантами, представляют собой не более чем частный случай. А поскольку каждый из них требует определенных звуков, придется рассмотреть, какие звуки понадобятся при каждом способе составления, чтобы стало понятно, на какие именно звуки должны быть настроены музыкальные инструменты. За этим последует более полное рассуждение о музыкальных ладах, их смене и о других предметах, какими в значительной степени определяется и ограничивается музыкальная композиция. Наконец, анализу снова подвергнутся простые члены, то есть созвучия, и мы более обстоятельно рассмотрим разновидности, которые следует применять в каждом случае, и удобные способы перемежать их между собой и подставлять на их

место другие, их замещающие. Такая музыкальная композиция, которая ограничивается только этими предписаниями и не учитывает длительности звуков, обычно называется **простой** или свободной, потому что она в чем-то подобна прозаической речи, свободной от всякого метра.<sup>2</sup>

§ 12. Далее надо будет представить вторую разновидность музыки, которая, пренебрегая противопоставлением звуков по высоте, занимается исключительно достижением приятности с помощью длительностей. А эта цель, как показано во второй главе, будет достигнута, если станут понятны система и порядок, заключенные в длительности отдельных звуков. Итак, каждый звук должен будет иметь отмеренное и строго определенное время звучания, заданное так, чтобы их отношение можно было воспринять. Следовательно, начав с более простого, сперва необходимо исследовать, какой длительности должны быть два звука, чтобы их отношение могли распознать слушатели; при этом опять же будет очень полезно обозначить степень легкости, с которой такие отношения можно воспринять. Затем подобным же образом будут рассмотрены последовательности более чем из двух звуков.

§ 13. Разделение времени на равные части применяется повсюду и человеку кажется совершенно естественным – так же и в музыке все звуки обычно относят к равным промежуткам времени, даже если сами они имеют совсем не равные длительности. Поэтому, разделив время на равные части, отдельные звуки распределяют так, чтобы сумма их длительностей была равна такому отрезку времени. Итак, за одно и то же время иногда издают больше звуков, иногда меньше, в зависимости от того, короче они или длиннее. Такой отрезок времени, поскольку он по большей части отмечается ударом руки, называется тактом.<sup>3</sup> Итак, последовательность звуков в этой разновидности музыки разделяется на такты, которые различаются так же, как стопы и строки в поэзии.

---

<sup>2</sup> Лат. *compositio soluta* – «свободная композиция»; *oratio soluta* – «прозаическая речь».

<sup>3</sup> Ср. выше с. 56, прим. 1. Слово *tactus* буквально означает «касание», а *plausus* – «хлопок».

§ 14. У такта две характеристики: длительность и членение. В первом случае он оказывается медленным или быстрым, смотря по тому, дольше его время или короче. Во втором случае варианты чрезвычайно многочисленны, поскольку такт может подразделяться многими способами. Если он членится на две части (причем различие состоит уже в том, равные эти части или неравные), он будет одной природы, если на три – другой, если на четыре – третьей. Более того, сами эти части, в разных тактах по-разному, часто подвержены дальнейшему подразделению вплоть до отдельных звуков. Очевидно, что отсюда в этой разновидности музыки возникает величайшее разнообразие, так что перечислить варианты совершенно невозможно.

§ 15. Кроме того, такты часто сменяются иными по длительности или по членению: то после быстрого помещается медленный, то после медленного быстрый, а с точки зрения подразделения двудольные, трехдольные и прочие такты могут сменяться и объединяться друг с другом многими способами. Разнообразие значительно усиливается тем, что существует несколько разновидностей одного и того же такта с одинаковым членением, где дальнейшему разнообразному членению подвергаются уже его доли. Кроме того, если пользоваться тем и другим способом, то есть сменять такты не только по членению, но и по длительности, число изменений сразу неизмеримо возрастает. Правила, которые при этом необходимо соблюдать, следует извлечь из главы II.

§ 16. Такты и их части, как мы уже сказали, воспринимаются слушателями таким же образом, как строки, стопы и отдельные слоги стихотворения. В стихах едва ли можно заметить, что читающий вслух делает между стопами или слогами какие-то паузы, даже если на самом деле некий промежуток имеет место. Точно так же разделяются между собой такты и их части: в конце такта или какой-то его части вставляется чрезвычайно маленькая и почти незаметная задержка. Но для этого разделения очень существенна и различная сила звуков: первые, стоящие в начале такта и его частей, делают несколько более громкими. Отсюда понятно, что первые звуки в каждом такте и его частях должны быть также и главными, а остальные имеют меньшую силу и менее важны.



§ 17. Итак, если части тактов можно сравнить с отдельными слогами в поэзии, а сами такты — со стопами или строками, то несколько тактов составляют целую фразу, а несколько фраз — целый раздел речи. Поэтому и в музыке, и в ораторском искусстве следует соблюдать одни и те же правила: любой такт представляет собой некое подразделение мелодии, а несколько тактов, соответствуя периоду речи или стиху, должны содержать как бы законченный смысл мелодии. Следовательно, они должны увенчиваться клаузулами, составляющими подобающее завершение. И сами эти клаузулы должны быть различными, в зависимости от того, заканчивают ли они только часть периода, целый период или же всю речь.

§ 18. Последний звук каждого периода должен быть главным и, следовательно, первым в такте или в части такта. Поэтому ни музыкальная фраза, ни речь не может закончиться прямо в конце такта — конец такого рода должен занимать начало такта или его части. А продвижение и подготовка к концу выпадает на самый конец такта или его части, с тем чтобы следующий главный звук завершил фразу. Ведь второстепенные звуки допускаются единственно для того, чтобы соединять главные, поэтому они должны располагаться между главными и не могут ни начинать, ни заканчивать мелодию. Более подробно всё это должно быть изложено при рассмотрении третьей разновидности музыки.

§ 19. Наконец, нужно будет представить третью разновидность музыки, объединяющую обе первые. Итак, в ней будет больше всего приятности, поскольку звуки составляют постижимый порядок не только по принципу высоты, как в первой разновидности, но и по принципу длительности, как во второй. И поэтому музыка должна будет нравиться тем больше, чем больше порядка в том и другом. Очевидно, что в этой третьей разновидности добиться совершенства гораздо труднее, чем в двух предыдущих, ибо в ней объединяется совершенство того и другого рода. Поэтому сама природа исследуемой темы требует сосредоточиться на двух первых разновидностях, прежде чем рассматривать третью, поскольку если в обеих разновидностях по отдельности не удастся достичь приятности, то и в той, которая получается при их объединении, ничего приятного не выйдет. А поняв две первые разновидности, будет нетрудно объединить их и понять третью.

§ 20. Композиция в этой третьей разновидности оказывается чрезвычайно многообразной, поскольку в ней присутствуют все варианты обеих предыдущих вместе, а при парном сочетании число вариантов становится прямо-таки бесконечным. Иными словами, если  $m$  – число различных способов композиции в первой разновидности, а  $n$  – число различных тактов и способов ритмического членения форм во второй, то число вариантов в третьей разновидности составит  $mn$ . А если  $m$  и  $n$ , как мы показали, величины практически бесконечные, то число  $mn$  будет пугающе велико. Отсюда ясно, что все варианты в современной музыке, которая преимущественно занимается этой третьей разновидностью, вообще нельзя перечислить. Итак, эту науку невозможно когда-либо исчерпать: пока существует мир, всегда найдется место для множества новых изобретений, так что постоянно будут возникать новые роды монодических и гармонических музыкальных произведений.

§ 21. При рассмотрении третьей разновидности музыки будет удобно следовать разделению, принятому для второй разновидности, и для каждого рода тактов подобрать способ композиции в рамках первой разновидности. Прежде всего следует дать общие правила, как объединять две предыдущие разновидности музыки, указав самые подходящие созвучия для каждой части такта. Поскольку одни части такта более, другие менее важны, необходимо, чтобы это различие наблюдалось и в самих применяемых созвучиях. Далее, поскольку несколько тактов подобны фразе или иному разделу речи, следует также показать, какими созвучиями в каждом случае удобнее всего отражать это членение. Итак, в этом месте речь пойдет о клаузулах и их различиях, обусловленных способом членения.

§ 22. Перечислив разные роды тактов из второй разновидности музыки, необходимо будет указать, каким образом следует в каждом роде составлять музыкальные фразы, а из них слагать как бы целую речь. Это рассуждение будет чрезвычайно пространным, потому что роды тактов и способы композиции бесчисленны. Кроме того, добавится великое разнообразие стиля; ведь так же, как в риторике, надо говорить о стиле в музыке, который есть ничто иное, как определенный способ формировать фразы и объединять их. Наконец, сюда относятся и музыкальные фигуры, также подобные фигурам в ораторском искусстве, которые осо-

бенно украшают музыкальные «речи» и позволяют довести их до высшей степени совершенства.

§ 23. Из созвучий, которые таким образом составляют гармоническое музыкальное произведение, образуются разные так называемые голоса. При использовании человеческого голоса или такого инструмента, который не может издавать несколько звуков одновременно, для каждого созвучия требуется несколько голосов либо инструментов. Отсюда вытекает новый предмет исследования: как составить несколько голосов, чтобы, звуча вместе, они являли подходящий и приятный ряд звуков. Итак, сперва следует рассмотреть один голос, затем два, затем три, четыре и более. При такой системе все выработанные предписания будут максимально сообразны принятому способу композиции: ведь все музыкальные произведения состоят из некоторого числа голосов, каждый из которых составляет определенную мелодию, конечно, не самодостаточную, но когда все они звучат одновременно, создается сладостная гармония.

§ 24. Итак, законченное исследование музыки будет состоять из трех частей, в которых должны быть представлены три разновидности музыки. Понятно, как свести каждую из них к предписаниям гармонии, установленным в главе II. Итак, поскольку все должно выводиться из определенных принципов, истинность которых удовлетворительным образом доказана, используемый метод будет в полной мере философическим, то есть основанным на доказательствах. Насколько я знаю, этот метод никогда не применялся в рассуждениях о музыке. Ведь все, кто писал о музыке, чрезмерно пренебрегали либо теорией, либо практикой: одни без доказательств собрали предписания, относящиеся к композиции, другие же всецело погрузились в объяснение консонансов и диссонансов и на их основе исследовали способ настраивать музыкальные инструменты, но исходили из принципов либо недостаточных, либо ненадежных, не позволивших им продвинуться дальше.

## Глава IV

### О созвучиях

§ 1. Несколько простых звуков, звучащих одновременно, составляют **сложный звук**, который мы здесь будем называть **созвучием** (*consonantia*). Конечно, прочие применяют слово *consonantia* в более строгом смысле, подразумевая только такой сложный звук, который ласкает слух и заключает в себе много приятности: такой консонанс отличается от диссонанса, под которым понимают сложный звук, имеющий мало приятности или вообще никакой. Но, во-первых, трудно определить границы консонансов и диссонансов, а во-вторых – это различие не очень соответствует нашему способу рассуждения: ведь мы собираемся судить о сложных звуках по степеням приятности, описанным в главе II. Поэтому мы применяем название «созвучие» ко всем случаям, когда берутся нескольких простых звуков одновременно.

§ 2. Итак, чтобы получить удовольствие от созвучия, нужно воспринять отношения между простыми звуками, составляющими его. А поскольку длительность звуков здесь не рассматривается, это удовольствие будет обеспечено только восприятием их разнообразия по высоте. Поэтому, так как высоту звуков следует измерять числом ударов за одно время, очевидно, что тот, кто поймет соотношение этих чисел, должен почувствовать приятность созвучия.

§ 3. Выше мы уже решили измерять сами звуки количеством ударов, совершаемых за данное время, и таким образом давать им численное выражение с точки зрения их положения по высоте. Итак, чтобы данное созвучие нравилось, необходимо воспринять отношение, в котором находятся количественные характеристики простых звуков, то есть сами звуки, поскольку звуки мы рассматриваем как числа. Таким образом мы сводим восприятие созвучий к рассмотрению чисел по правилам, изложенным в главе II, из которых можно понять, как оценивать приятность каждого созвучия.

§ 4. Итак, будет несложно отнести любое созвучие к определенной степени приятности; в результате станет ясно, насколько легко или трудно воспринять данное созвучие. Кроме того, можно будет сравнивать между собой несколько

созвучий и судить, какое из них распознается легче, а какое труднее, а также определить, насколько одно воспринимается легче, чем другое. Поэтому, если дано созвучие, надо найти число, которое является наименьшим общим кратным для чисел, выражающих простые звуки, и выяснить, к какой степени оно относится. Таким образом выяснится, сколько понадобится усилий для восприятия созвучия.

§ 5. Итак, поскольку требуется наименьшее общее кратное простых звуков, нужно будет всегда выражать эти звуки целыми числами, причем наименьшими из тех, которые составляют одно и то же отношение (признаком послужит отсутствие у этих целых чисел общего делителя, кроме единицы). Завершив эту предварительную операцию, следует найти наименьшее общее кратное по правилам, изложенным в главе II. Наконец, по тем же правилам следует выяснить, к какой степени приятности относится это наименьшее общее кратное, — к той же степени мы отнесем и восприятие созвучия. До тех пор, пока наименьшее общее кратное не выходит за пределы шестнадцатой степени, в последней операции нет нужды, потому что все степени содержатся в приведенной выше таблице.<sup>1</sup>

§ 6. В дальнейшем мы будем называть наименьшее общее кратное простых звуков, составляющих созвучие, **экспонентом** созвучия: если оно известно, то тем самым проясняется природа самого созвучия. Как по данному экспоненту найти степень приятности, объяснено в § 27 главы II: экспонент следует разложить на все его простые множители, получить их сумму  $s$ ; если  $n$  — число этих множителей, то степень приятности, к которой относится данное созвучие, вычисляется по формуле  $s - n + 1$ ; итак, чем меньше это число, тем приятнее, то есть легче для восприятия, будет созвучие.

§ 7. Уместно также разделять созвучия по числу простых звуков, из которых они составлены: на двухзвучные, трехзвучные, многозвучные, в соответствии с тем, состоят ли они из двух, трех или более звуков. Итак, для двухзвучных обозначим два звука, из которых они состоят,  $a$  и  $b$ ; отношение между этими числами, конечно, соответствует отношению между самими звуками. Следовательно,  $a$

---

<sup>1</sup> См. выше гл. II § 31.

и  $b$  должны быть целыми и простыми числами. Поэтому их наименьшее общее кратное равняется  $ab$  – это число и будет экспонентом данного созвучия, указывающим степень приятности, к которой оно относится. Распределим такие созвучия по степеням приятности, чтобы их порядок сам показал, насколько каждое из них легче или труднее для восприятия.

§ 8. Чтобы составить такой перечень, понадобится извлечь все числа по порядку из таблицы, приведенной в главе II, и представить каждое из них как произведение двух чисел, не имеющих общих делителей (это обычно можно сделать несколькими способами). В результате каждая пара чисел обозначит звуки двухзвучного созвучия, а его экспонентом будет число, которое разложено на эти множители. Например, в пятой степени есть число 12, которое двумя способами можно разложить на множители, не имеющие общих делителей: 1, 12 и 3, 4. Таким образом, соответствующие звуки составят созвучия, относящиеся к пятой степени, с экспонентом 12.

§ 9. Итак, к первой степени, в которой находится единица, не относится ни одно созвучие из двух или более звуков. Ведь поскольку звуки, составляющие созвучие, должны быть различными, их наименьшим общим кратным, или экспонентом, никогда не будет единица. Поэтому самое простое созвучие относится ко второй степени, и его составляют звуки, находящиеся в отношении 1 : 2; следовательно, их экспонент 2 – то единственное число, которое принадлежит ко второй степени. Это созвучие музыканты называют диapasон, или октава, и считают самым простым и самым совершенным: его легче всего распознать на слух и отличить от других.

§ 10. К третьей степени мы отнесли два числа, 3 и 4; оба они разлагаются на два множителя, не имеющих иного общего делителя, кроме единицы: первое на 1, 3, второе на 1, 4. Итак, образуются два двухзвучных созвучия, относящиеся к третьей степени: одно из звуков, составляющих отношение 1 : 3, другое – 1 : 4. Первое называется октава с квинтой, второе – двойная октава, и не может быть сомнения, что они воспринимаются легче, чем последующие.

§ 11. Таким образом я составил следующую таблицу двухзвучных созвучий, в которой они расположены в

соответствии с описанными выше степенями приятности, вплоть до десятой степени.

Ст. II	Ст. III	Ст. IV	Ст. V	Ст. VI	Ст. VII	Ст. VIII	Ст. IX	Ст. X
1 : 2	1 : 3 1 : 4	1 : 6 2 : 3 1 : 8	1 : 5 1 : 9 1 : 12 3 : 4 1 : 16	1 : 10 2 : 5 1 : 18 2 : 9 1 : 24 3 : 8 1 : 32	1 : 7 1 : 15 3 : 5 1 : 20 4 : 5 1 : 27 1 : 36 4 : 9 1 : 48 3 : 16 1 : 64	1 : 14 2 : 7 1 : 30 2 : 15 3 : 10 5 : 6 1 : 40 5 : 8 1 : 54 2 : 27 1 : 72 8 : 9 1 : 96 3 : 32 1 : 128	1 : 21 3 : 7 1 : 25 1 : 28 4 : 7 1 : 45 5 : 9 1 : 60 3 : 20 4 : 15 5 : 12 1 : 80 5 : 16 1 : 81 1 : 108 4 : 27 1 : 144 9 : 16 1 : 192 3 : 64 1 : 256	1 : 42 3 : 14 6 : 7 1 : 50 2 : 25 1 : 56 7 : 8 1 : 90 2 : 45 5 : 18 9 : 10 1 : 120 3 : 40 5 : 24 8 : 15 1 : 160 5 : 32 1 : 162 2 : 81 1 : 216 8 : 27 1 : 288 9 : 32 1 : 384 3 : 128 1 : 512

§ 12. Из § 11 главы I понятно, каким образом должны быть натянуты две струны, чтобы издавать звуки, имеющие данное отношение. Следовательно, будет нетрудно воспроизвести эти созвучия на струнах и на опыте проверить, какое из них легче для восприятия, какое труднее. Выяснится, что экспериментальные данные превосходно согласуются с этой теорией. Я считаю, что изучающему музыку упражнять слух опытами такого рода не только очень полезно, но совершенно необходимо: ведь таким способом он запечатлеет в душе эти более простые созвучия, сопоставит их и окажется лучше подготовлен к самой музыкальной практике.

§ 13. Тому, кто занимается музыкой, необязательно четко представлять себе все перечисленные созвучия — достаточно, чтобы он как следует усвоил и запомнил только главные: таковы 1 : 2; 1 : 3 (или 2 : 3); 1 : 5 (или 2 : 5, или

4 : 5). Ведь тот, кто умеет не только отличать эти созвучия от остальных, но и сам воспроизводить их по слуху голосом или на струнах, сможет получать с помощью одного только слуха также и все прочие созвучия, экспоненты которых не имеют иных делителей, кроме 2, 3 и 5. Этого будет достаточно для современной музыки, и в частности для настройки музыкальных инструментов. В дальнейшем я собираюсь изложить это подробнее.

§ 14. Я уже упоминал, что объединяю здесь под названием «созвучия» и так называемые консонансы, и диссонансы. Между тем с помощью приведенной таблицы и нашего метода их можно, как кажется, определенным образом разграничить: ведь диссонансы относятся к более высоким степеням приятности, а консонансами считаются те, что относятся к более низким. Так, тон, который состоит из звуков с отношением 8 : 9 и отнесен к восьмой степени, причисляется к диссонансам, а дитон, или большая терция, содержащая отношение 4 : 5, которая относится к седьмой степени, – к консонансам. Однако отсюда нельзя заключить, что диссонансы начинаются с восьмой степени, поскольку в ней содержатся также отношения 5 : 6 и 5 : 8, которые не причисляют к диссонансам.

§ 15. Тому, кто тщательно это взвесит, станет ясно, что принцип разграничения диссонансов и консонансов коренится не только в легкости восприятия, но и во всей системе композиции. Ибо созвучия, которые не очень удобно применять в гармонических музыкальных произведениях, называются диссонансами, даже если они вдруг воспринимаются легче, чем другие, относимые к консонансам. Вот почему тон 8 : 9 причисляется к диссонансам, а другие гораздо более сложные созвучия считаются консонансами. Подобным же образом следует объяснять, почему кварту, или диатессарон, состоящую из звуков с отношением 3 : 4, музыканты относят скорее к диссонансам, чем к консонансам, хотя нет сомнения, что воспринять ее достаточно просто.

§ 16. Конечно, древние исследователи музыки, как явствует из их сочинений, рассматривали кварту как очень приятный консонанс.<sup>2</sup> Но они пользовались совершенно

---

<sup>2</sup> Эйлер, видимо, опирался в основном на изложение пифагорейской и аристоксеновой теории у Птолемея (его трактат был к



иными методами различения диссонансов и консонансов, которые не коренятся в самой природе исследуемого предмета и выведены из ошибочных принципов. Ведь пифагорейцы считали, что консонанс может состоять только из двух звуков, отношение между которыми кратное, сверхчастичное или кратно-сверхчастичное.<sup>3</sup> Диссонанс же, по их мнению, выходит, когда отношение этих двух звуков сверхчастное или кратно-сверхчастное.<sup>4</sup>

§ 17. Это положение пифагорейской теории опровергает Птолемей в «Гармонике»,<sup>5</sup> призывая в свидетели данные опыта: октава с квартой, составляющая отношение 3 : 8, является консонансом, хотя это отношение – двойное сверхдвухчастное<sup>6</sup> трех. Затем он отмечает, что даже сами пифагорейцы не придерживались этого правила скрупулезно: для получения консонансов они использовали исключительно отношения 2 : 1, 3 : 1, 4 : 1, 3 : 2 и 4 : 3, хотя имели бы не меньше оснований, следуя своему правилу, применять и бесчисленное множество других. В этих доводах Птолемея я не нахожу ничего заслуживающего порицания, поскольку и в самом деле необходимо обращать внимание не на виды отношений, а на простоту и на легкость восприятия.

§ 18. Однако принцип, которому следует в этом вопросе сам Птолемей, не более надежен. Ведь вслед за октавой и двойной октавой он принимает только два консонанса, которые охватываются сверхчастичными отношениями, почти равными и при объединении составляющими двойное

---

тому времени опубликован с латинским переводом: Claudii Ptolemaei Harmonicorum libri tres ex codd. MSS editi, nova versione Latine et notis illustrati // I. Wallis. Opera mathematica. Vol. III. Oxoniae, 1699), а также на Боэция (см. ниже с. 110 прим. 1).

<sup>3</sup> См. выше примечания на с. 17 прим. 3, 4, 5. Кратно-сверхчастичное (*multiplex superparticularis*) – отношение, когда  $a = mb + b : n$ , например, 7 : 3.

<sup>4</sup> Кратно-сверхчастное (*multiplex superpartiens*) – отношение, когда  $a = bn + \text{часть } b$ , на которую  $b$  не делится, например, 11 : 4, 13 : 5.

<sup>5</sup> Ptolemaeus, *Harmonica* I, 5–7. См. немецкий перевод: I. Düring. Ptolemaios und Porphyrios über die Musik. Göteborg, 1934.

<sup>6</sup> Двойное сверхдвухчастное (*duplex superbipartiens*) – частный случай кратно-сверхчастного: отношение, когда  $a = 2b + 2$ , например, 8 : 3.

отношение. Это отношения  $2 : 3$  и  $3 : 4$ , которые при объединении дают  $1 : 2$ . Первое порождает консонанс, называемый квинтой, а второе – квартой. Сверх того он устанавливает другой принцип: каждый консонанс, увеличенный на октаву, остается консонансом и не утрачивает ничего из своей приятности. Таким образом, он принимает в число консонансов следующие отношения:  $1 : 2$ ,  $1 : 4$ ,  $2 : 3$ ,  $1 : 3$ ,  $3 : 4$  и  $3 : 8$ .

§ 19. Тем не менее, Птолемей отдавал значительное предпочтение сверхчастичным отношениям перед сверхчастными: звуки, создающие все остальные сверхчастичные отношения, кроме  $2 : 3$  и  $3 : 4$ , он называет не диссонансами, а неким средним названием между консонансами и диссонансами – эммелическими. В то же время по поводу всех сверхчастных отношений, кроме  $3 : 8$ , он решительно настаивает, что они создают диссонансы. Нет необходимости опровергать этот способ измерения приятности консонансов, полностью ошибочный и возведенный на совершенно ненадежных принципах, так как истинность наших принципов была уже много раз показана и проистекает из самой природы рассматриваемого предмета. Следовало бы, конечно, чтобы я изложил еще учение об этом предмете другой школы древних исследователей музыки, основателем которой был Аристоксен, но они, с одной стороны, полностью отвергли отношения чисел, а с другой – судили о консонансах и диссонансах, руководствуясь одними только чувствами, так что не слишком далеко ушли от пифагорейцев.

§ 20. Трехзвучные и многозвучные созвучия распределяются по степеням приятности так же, как и двухзвучные, так что были бы излишними столь же подробные объяснения. Полезно только заметить, что самое простое трехзвучное созвучие относится к третьей степени приятности и состоит из звуков  $1 : 2 : 4$ , имея экспонентом 4. Отсюда понятно, что чем больше звуков составляют созвучие, тем выше степень приятности, к которой оно принадлежит, даже если в своей разновидности оно простейшее.

§ 21. Я не развиваю дальше классификацию созвучий по этому признаку, тем более что собираюсь ввести другую, гораздо более удобную и полезную: полные и неполные созвучия. **Полным** я называю созвучие, к которому нельзя добавить ни одного звука так, чтобы оно при этом не перешло сразу же в более высокую степень, то есть чтобы

его экспонент не стал более сложным. Таково созвучие, состоящее из звуков  $1 : 2 : 3 : 6$ , экспонент которого 6: с добавлением любого нового звука экспонент станет больше. Напротив, я считаю созвучие **неполным**, если к нему можно добавить один или более звуков из числа делителей экспонента. Так, экспонент созвучия  $1 : 2 : 3$  не станет больше, если добавить число 6, поэтому я называю его неполным.

§ 22. Из предшествующего понятно, что любое число, обозначающее простой звук, должно быть делителем экспонента созвучия. Поэтому если взять все делители экспонента и обозначить ими столько же простых звуков, получится полное созвучие с этим экспонентом: ведь не будет другого числа, кроме них, на которое делился бы этот экспонент. Так, созвучие, состоящее из звуков  $1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 12$ , будет полным, поскольку только эти числа являются делителями для его экспонента 12, и кроме них 12 ни на какое число не делится.

§ 23. Итак, всякий раз когда экспонент созвучия – простое число, полное созвучие будет двухзвучным,  $1 : a$ , если  $a$  обозначает простое число. При экспоненте  $a^m$  полное созвучие будет состоять из  $m + 1$  звуков, а именно  $1 : a : a^2 : a^3 - - - a^m$ . Если экспонент имеет вид  $ab$  (произведение двух простых чисел), созвучие окажется четырехзвучным,  $1 : a : b : ab$ , а при экспоненте  $a^m b^n$  полное созвучие будет иметь  $mn + m + n + 1$  звуков. И в общем, если экспонент  $a^m b^n c^p$ , то полное созвучие будет содержать  $(m + 1)(n + 1)(p + 1)$  звуков и, согласно правилу, приведенному в § 6, относиться к степени  $ma + nb + pc - m - n - p + 1$ , ведь  $ma + nb + pc$  – это сумма всех простых множителей экспонента, а число множителей есть  $m + n + p$ .

§ 24. Таков способ составления полных созвучий. Отсюда очевидно, что если в них один или более звуков пропустить, созвучие становится неполным. При этом следует заметить, что устранять нужно такие звуки, чтобы экспонент не стал проще: например, если из созвучия  $1 : 2 : 4$ , экспонент которого 4, удалить 1 или 4, выйдет созвучие  $1 : 2$  или  $2 : 4$ , экспонент которого уже не 4, а только 2. Но средний звук 2 можно удалить: ведь и тогда экспонент созвучия  $1 : 4$  останется 4, как у полного  $1 : 2 : 4$ .

§ 25. Если экспонент – простое число, очевидно, что созвучие не может быть неполным, поскольку состоит

только из двух звуков. Но все остальные созвучия могут стать неполными и, как следствие, двухзвучными, если опустить все звуки, кроме самого низкого и самого высокого: поскольку первый будет выражаться единицей, а второй – самым экспонентом, то экспонент этого двухзвучного созвучия не будет проще, чем полного. Например, если из созвучия  $1 : 2 : 3 : 6$  удалить звуки 2 и 3, экспонент созвучия  $1 : 6$  будет 6, как и исходного. Далее, у созвучий, экспонент которых имеет вид  $a^m$ , нельзя удалять ни самый низкий звук 1, ни самый высокий  $a^m$ , но во всех остальных созвучиях можно удалить и нижний, и верхний звук, и оба вместе.

§ 26. Если в каком-либо созвучии нельзя удалить ни одного звука так, чтобы само созвучие не оказалось проще и не стало относиться к более низкой степени, чем раньше, мы здесь будем называть его **чистым**. Таковы все двухзвучные созвучия, так как если удалить один звук, созвучия больше не будет. Чистыми являются, например, созвучия  $3 : 4 : 5$ ;  $4 : 5 : 6$ , а также  $1 : 6 : 12$ ;  $2 : 3 : 12$ , в которых нельзя удалить ни одного звука, не сделав их сразу более простыми. Итак, преимущество этих созвучий состоит в том, что число звуков уменьшается до предела, но так, что экспонент не становится меньше.

§ 27. Всякое созвучие при удалении одного или более звуков может сделаться проще двумя способами. В первом случае у остающихся звуков, то есть чисел, их заменяющих, наименьшее общее кратное получается меньше, чем у всех вместе: например, если из созвучия  $2 : 3 : 5 : 6$  удалить звук 5, наименьшее общее кратное оставшихся  $2 : 3 : 6$  будет 6, тогда как раньше было 30. Во втором случае остающиеся звуки имеют общий делитель – тогда их надо разделить на него прежде, чем находить наименьшее общее кратное, или экспонент: например, если из созвучия  $2 : 3 : 4 : 6$  удалить звук 3, то прочие, разделенные на 2, составляют созвучие  $1 : 2 : 3$ , экспонент которого 6, тогда как раньше был 12.

§ 28. Упрощение созвучия при удалении одного или более звуков может происходить также этими двумя способами одновременно, когда остающиеся звуки имеют и более простое наименьшее общее кратное, и к тому же общий делитель. Например, так произойдет в созвучии  $3 : 6 : 8 : 9 : 12$ , экспонент которого 72, если удалить звук 8: ведь у оставшихся  $3 : 6 : 9 : 12$  наименьшее общее кратное 36; а посколь-

ку каждое из этих чисел делится на три, следует считать, что итоговое созвучие состоит из звуков  $1 : 2 : 3 : 4$ , так что его экспонент 12. Итак, предложенное созвучие становится настолько более простым после удаления всего одного звука 8.

§ 29. Чтобы яснее понять, как сделать проще всякое данное созвучие, рассмотрим полное созвучие с экспонентом  $a^m P$ , где  $P$  представляет собой произведение любых простых чисел, за исключением  $a$ . Итак, если удалить все числа, представляющие собой  $a^m$  и его сомножители, останется более простое созвучие с экспонентом  $a^{m-1} P$ , причем это упрощение сделано первым способом. Вторым же способом созвучие упрощается, если пропустить все звуки, выраженные числами, которые не делятся на  $a$ : ведь тогда остальные звуки будут кратны  $a$ , и их экспонент составит  $a^{m-1} P$ . Отсюда понятно, как с помощью того и другого метода вместе созвучие делается проще.

§ 30. Различие, которое улавливает слух между полными и неполными созвучиями, состоит, как легко можно понять, в том, что полные воспринимаются более отчетливо, а неполные менее отчетливо: если все звуки вместе достигают органа слуха, чувство яснее определяет отношения отдельных звуков между собой, чем если бы экспонент надо было выводить из меньшего количества звуков. Так, для созвучия  $1 : 2 : 3 : 6$  экспонент, равный 6, распознается много отчетливее, чем только для двух звуков  $1 : 6$ . Но для этого требуется, чтобы все звуки как можно точнее соответствовали числам, которыми они выражены.

§ 31. Кажется уместным привести следующую таблицу всех полных созвучий, содержащихся в двенадцати первых степенях (римские цифры обозначают степень приятности, а арабские – сами созвучия, отнесенные каждое к своей степени).<sup>7</sup>

I	1
II	1 : 2
III	1 : 3 1 : 2 : 4
IV	1 : 2 : 3 : 6 1 : 2 : 4 : 8

<sup>7</sup> В угловые скобки заключены знаки, пропущенные или искаженные в первом издании.

V	<p>1 : 5  1 : 3 : 9  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 12  1 : 2 : 4 : 8 : 16</p>
VI	<p>1 : 2 : 5 : 10  1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 24  1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32</p>
VII	<p>1 : 7  1 : 3 : 5 : 15  1 : 2 : 4 : 5 : 10 : 20  1 : 3 : 10 : 27  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 36  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 48  1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64</p>
VIII	<p>1 : 2 : 7 : 14  1 : 2 : 3 : 5 : 6 : 10 : 15 : 30  1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 20 : 40  1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18 : 27 : 54  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : &lt;8&gt; : 9 : 12 : 18 : 24 : 36 : 72  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 96  1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128</p>
IX	<p>1 : 3 : 7 : 21  1 : 5 : 25  1 : 2 : 4 : 7 : 14 : 28  1 : 3 : 5 : 9 : 15 : 45  1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 10 : 12 : 15 : 20 : 30 : 60  1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 16 : 20 : 40 : 80  1 : 3 : 9 : 27 : 81  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54 : 108  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 36 : 48 : 72 : 144  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 64 : 96 : 192  1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256</p>
X	<p>1 : 2 : 3 : 6 : 7 : 14 : 21 : 42  1 : 2 : 5 : 10 : 25 : 50<sup>8</sup>  1 : 2 : 4 : 7 : 8 : 14 : 28 : 56  1 : 2 : 3 : 5 : 6 : 9 : 10 : 15 : 18 : 30 : 45 : 90  1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 8 : 10 : 12 : 15 : 20 : 24 : 30 : 40 : 60 : 120  1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 16 : 20 : 32 : 40 : 80 : 160  1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18 : 27 : 54 : 81 : 162  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 18 : 24 : 27 : 36 : 54 : 72 : 108 : 216  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : &lt;9&gt; : 12 : 16 : 18 : 24 : 32 : 36 : 48 : 72 : 96 : 144 : 288  1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 64 : 96 : 128 : 192 : 384  1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512</p>

<sup>8</sup> В первом издании две верхние строки, относящиеся к X степени приятности, переставлены местами.

XI	1 : 11
	1 : 5 : 7 : 35
	1 : 3 : 7 : 9 : 21 : 63
	1 : 3 : 5 : 15 : 25 : 75
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 7 : 12 : 14 : 21 : 28 : 42 : 84
	1 : 2 : 4 : 5 : 10 : 20 : 25 : 50 : 100
	1 : 2 : 4 : 7 : 8 : 14 : 16 : 28 : 56 : 112
	1 : 3 : 5 : 9 : 15 : 27 : 45 : 135
	1 : 2 : <3> : 4 : 5 : 6 : 9 : 10 : 12 : 15 : 18 : 20 : 30 : 36 : 45 : 60 : : 90 : 180
	1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 8 : 10 : 12 : 15 : 16 : 20 : 24 : 30 : 40 : 48 : : 60 : 80 : 120 : 240
	1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243
	1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 16 : 20 : 32 : 40 : 64 : 80 : 160 : 320
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54 : 81 : 108 : 162 : 324
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 27 : 36 : 48 : 54 : 72 : : 108 : 144 : 216 : 432
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 32 : 36 : 48 : 64 : 72 : : 96 : 144 : 192 : 288 : 576
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : 64 : 96 : 128 : 192 : : 256 : 384 : 768
	1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024
XII	1 : 2 : 11 : 22
	1 : 2 : 5 : 7 : 10 : 14 : 35 : 70
	1 : 2 : 3 : 6 : 7 : 9 : 14 : 18 : 21 : 42 : 63 : 126
	1 : 2 : 3 : 5 : 6 : 10 : 15 : 25 : 30 : 50 : 75 : 150
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 7 : 8 : 12 : 14 : 21 : 24 : 28 : 42 : 56 : 84 : 168
	1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 20 : 25 : 40 : 50 : 100 : 200
	1 : 2 : 4 : 7 : 8 : 14 : 16 : 28 : 32 : 56 : 112 : 224
	1 : 2 : 3 : 5 : 6 : 9 : 10 : 15 : 18 : 27 : 30 : 45 : 54 : 90 : 135 : 270
	1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 8 : <9> : 10 : 12 : 15 : 18 : 20 : 24 : 30 : : 36 : 40 : 45 : 60 : 72 : <9>0 : 120 : 180 : 360
	1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 8 : 10 : 12 : 15 : 16 : 20 : 24 : 30 : 32 : 40 : : 48 : 60 : 80 : 96 : 120 : <160> : 240 : 480
	1 : 2 : 3 : 6 : 9 : 18 : 27 : 54 : 81 : 162 : 243 : 486
	1 : 2 : 4 : 5 : 8 : 10 : 16 : 20 : 32 : 40 : 64 : 80 : 128 : 160 : 320 : : 640
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 18 : 24 : 27 : 36 : 54 : 72 : 81 : 108 : : 162 : 216 : 324 : 648
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 27 : 32 : 36 : 48 : 54 : : 72 : 96 : 108 : 144 : <216> : 288 : 432 : 864
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 9 : 12 : 16 : 18 : 24 : 32 : 36 : 48 : 64 : 72 : : 96 : 128 : 144 : 192 : 288 : 384 : 5<7>6 : 1152
	1 : 2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48 : <64> : 96 : 128 : 192 : : 256 : <3>84 : 512 : 768 : 1536
	1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048

§ 32. Хотя полные созвучия воспринимаются слухом гораздо отчетливее, чем неполные, однако применяются только достаточно простые полные созвучия. Ведь, во-пер-

вых, такое большое число звуков, если музыкальные инструменты не самым тщательным образом настроены на них (чего никак нельзя достичь), отдается в ушах скорее неясным шумом, чем четкой гармонией. Во-вторых, есть слишком много звуков, которые, как чрезмерно высокие или низкие, даже невозможно воспринять: в первой главе уже показано, что звук, производящий менее 30 или более 7500 ударов в секунду, слух не улавливает. Отсюда очевидно, что всякий раз, когда отношение между крайними звуками созвучия превосходит 250 : 1, все его звуки даже нельзя услышать.

§ 33. К учению о созвучиях следует отнести то, что говорят музыковеды о звуковых интервалах. **Интервалом** же называется расстояние, наблюдаемое между двумя звуками, один из которых выше, а другой ниже. Итак, интервал тем больше, чем больше различие между звуками по высоте, то есть чем больше отношение верхнего к нижнему. Так, интервал между звуками 1 : 3 больше, чем между звуками 1 : 2, а между одинаковыми звуками 1 : 1 нет никакого интервала, поскольку от одного до другого нет никакого расстояния. Отсюда становится понятным, что для определения интервала нужна мера различия между более высоким и более низким звуком.

§ 34. Возьмем три звука  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , из которых  $c$  – верхний,  $a$  – нижний,  $b$  находится где-то посередине. Из приведенного выше определения интервала очевидно, что интервал между звуками  $a$  и  $c$  есть совокупность интервалов между  $a$  и  $b$  и между  $b$  и  $c$ . Поэтому если эти два интервала, между  $a$  и  $b$  и между  $b$  и  $c$ , равны, то есть  $a : b = b : c$ , то интервал  $a : c$  будет вдвое больше, чем  $a : b$  или  $b : c$ . Отсюда понятно, что интервал 1 : 4 вдвое больше интервала 1 : 2, так что, поскольку отношение 1 : 2 соответствует октаве, отношение 1 : 4 будет включать две октавы.

§ 35. При внимательном рассмотрении легко понять, что интервалы следует выражать мерами отношений, которые составляют звуки. Отношения же измеряются логарифмами дробей, числитель которых обозначает более высокий звук, а знаменатель – более низкий. Соответственно, интервал между звуками  $a : b$  будет выражен с помощью логарифма дроби  $\frac{b}{a}$ , что обычно обозначается



$\log \frac{b}{a}$  или, что то же самое,  $\log b - \log a$ . Интервал между звуками  $a : a$  равен нулю, как мы уже заметили, что и выражается  $\log a - \log a = 0$ .

§ 36. Итак, интервал, называемый октавой, а по-гречески диapasон, образуемый звуками, состоящими в отношении  $1 : 2$ , выражается  $\log 2$ , а интервал между звуками  $2 : 3$ , именуемый квинта, или диapенте, будет  $\log \frac{3}{2}$ , или  $\log 3 - \log 2$ . Отсюда понятно, что эти интервалы вообще между собой несоизмеримы: ведь никак нельзя обозначить отношение числа  $\log 2$  к числу  $\log \frac{3}{2}$ , и поэтому нет интервала, сколь угодно малого, с помощью которого можно было бы разделить на сколько-то равных частей сразу и квинту, и октаву. Таково же отношение всех остальных интервалов, которые выражаются несравнимыми логарифмами, например  $\log \frac{3}{2}$  и  $\log \frac{5}{4}$ . Напротив, те интервалы, которые выражаются логарифмами чисел — степеней того же основания, можно сравнивать между собой. Например, интервал между звуками  $27 : 8$  относится к интервалу между звуками  $9 : 4$  как  $3 : 2$ , ведь  $\log \frac{27}{8} = 3 \log \frac{3}{2}$ , а  $\log \frac{9}{4} = 2 \log \frac{3}{2}$ .

§ 37. Отсюда также легко можно понять, какие интервалы возникают при сложении или вычитании нескольких интервалов: надо произвести соответствующие действия с логарифмами, являющимися мерами интервалов, после чего полученный логарифм будет выражать итоговый интервал. Например, если требуется найти интервал, который получится, если от октавы отнять квинту, понадобится вычесть  $\log \frac{3}{2}$ , или  $\log 3 - \log 2$ , из  $\log 2$ , и разность будет  $\log 2 - \log 3 + \log 2$ , то есть  $2 \log 2 - \log 3$ . Но  $2 \log 2 = \log 4$ , значит, получится интервал  $\log 4 - \log 3$ , или  $\log \frac{4}{3}$ , который называется диатессарон, или кварта; в соединении с квинтой он составляет целую октаву.

§ 38. Хотя логарифмы разных чисел нельзя сравнить между собой, если числа не будут степенями того же основания, однако с помощью логарифмических таблиц можно определить их отношение, близкое к истинному, и

таким образом соотнести между собой различные интервалы максимально точно. Итак, поскольку мера октавы  $\log 2$ , что по таблицам равняется 0,3010300, а мера квинты  $\log 3 - \log 2 = 0,1760913$ , то интервал октавы к интервалу квинты будет относиться примерно как 3010300 к 1760913. Это отношение, сведенное к меньшим числами, преобразуется в отношение  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}}$  к 1,<sup>9</sup> и из него получаются следующие

простые отношения: 2 : 1, 3 : 2, 5 : 3, 7 : 4, 12 : 7, 17 : 10, 29 : 17, 41 : 24, 53 : 31, последнее из которых максимально близко к истинному.

§ 39. Таким же образом интервалы можно делить на сколько угодно одинаковых частей и обозначать звуки, максимально близкие к истинным, которые отстоят друг от друга на интервал, составляющий такую часть. Надо разделить логарифм данного интервала на столько же частей и взять в таблице соответствующее число для одной части, которое будет иметь нужное отношение к единице. Допустим, требуется найти интервал, вдвое меньший, чем октава; его логарифм 0,1003433 будет, конечно, третьей частью  $\log 2$ , и ему соответствует отношение 126 : 100, то есть 63 : 50, а менее точно – 29 : 23 или 5 : 4; этим последним обозначается большая терция, которую и люди не самые сведущие считают третьей частью октавы.

---

<sup>9</sup> Ср. труд Эйлера «О непрерывных дробях» («De fractionibus continuis», 1737).

## Глава V

### О последовательности<sup>1</sup> созвучий

§ 1. В предыдущей главе достаточно сказано о том, как надо подбирать несколько звуков, чтобы, доносясь одновременно, они воздействовали на чувство слуха сладостной гармонией. Итак, порядок требует, чтобы в этой главе мы исследовали, как сделать приятными на слух два звука или два созвучия, следующие друг за другом и звучащие последовательно. Ведь для приятной последовательности недостаточно, чтобы приятным было каждое созвучие само по себе, — они должны кроме того оказывать друг на друга обоюдное воздействие, чтобы и сама последовательность услаждала уши и ласкала слух.

§ 2. На основании общих правил достижения приятности, изложенных в главе II, установлено, что последовательность двух созвучий доставляет удовольствие, если воспринимается порядок, образуемый простыми частями, то есть отдельными звуками того и другого. Итак, для того чтобы узнать, насколько легко душа постигнет последовательность двух созвучий, следует выразить отдельные звуки обоих созвучий соответствующими числами и определить наименьшее общее кратное этих чисел. Найденное в таблице степеней приятности, оно покажет, сколько пронизательности потребуется для восприятия данной последовательности.

§ 3. Итак, оба созвучия в последовательности необходимо рассматривать словно звучащие одновременно. Экспонент этого сложного созвучия покажет, насколько приятна и легка для восприятия сама последовательность, поскольку экспонент представляет собой наименьшее общее кратное всех звуков, содержащихся в обоих созвучиях. А по нему следует судить о приятности последовательности созвучий. Поэтому это число будет для нас **экспонентом последовательности**: экспонент последовательности двух

---

<sup>1</sup> Словом «последовательность» (*successio*) без дополнительных уточнений Эйлер называет следующие друг за другом два созвучия; если их больше, применяется термин «ряд» (*series*) или «последовательность более двух созвучий» (*consonantiarum plurius successio*), см. ниже гл. VI.

созвучий – это наименьшее общее кратное всех звуков, содержащихся в обоих созвучиях.

§ 4. Этот принцип помогает понять, что те звуки, которые доставляют удовольствие, звуча одновременно, должны быть приятными и если издавать их последовательно. Но в самой степени приятности двух звуков, когда они звучат вместе или поочередно, есть некоторое различие. Два созвучия, достаточно приятные на слух, когда они звучат поочередно, иногда раздражают уши, звуча вместе. Так, два звука с отношением 9 : 8, взятые вместе, воспринимаются без удовольствия, но их поочередное звучание слушать гораздо приятнее.

§ 5. Подобно тому как простейшее трехзвучное созвучие сложнее, чем простейшее двухзвучное, так и далее: чем больше звуков в созвучии, тем оно сложнее, даже если является простейшим среди себе подобных. Однако это не мешает нам получать от многозвучных созвучий такое же и даже большее наслаждение, чем от простого звука или от созвучий, состоящих только из двух звуков. Ведь чем больше звуков, тем больше возможностей для упорядочивания, что повышает удовольствие. Нельзя, впрочем, чрезмерно увеличивать число звуков в созвучии, иначе столь разнообразные и многочисленные объекты восприятия, одновременно достигая слуха, скорее приведут чувства в смятение, чем усадят.

§ 6. Но сама природа требует, чтобы в последовательностях двух созвучий экспоненты были более сложными, чем в отдельных созвучиях. Поэтому приятности не вредит, когда мы располагаем поочередно созвучия, которые не вызывали бы удовольствия, звуча вместе. Подобно тому как в многозвучных созвучиях более сложный экспонент не уменьшает приятности (что произошло бы, однако, если бы в созвучии было меньше звуков), так же позволительно, чтобы экспоненты последовательностей были сложнее, чем экспоненты созвучий, без всякого ущерба для приятности.

§ 7. Между тем нельзя отрицать, что чем проще экспонент последовательности двух созвучий, тем легче воспринять и саму последовательность, и содержащийся в ней порядок. Ведь изложенные выше правила о простоте восприятия применяются очень широко и не знают исключений. Но если мы захотим использовать слишком простые последо-

вательности, от этого совершенно пропадет разнообразие, столь приветствуемое в музыке. Ведь потребовались бы созвучия гораздо более простые и почти все – одинаковые. Отсюда понятно, что можно применять и более сложные экспоненты последовательностей – такие, которые нарушили бы всю гармонию, если бы обозначали простые созвучия.

§ 8. Чтобы два созвучия, звучащие последовательно, воспринимались с удовольствием, следует, во-первых, чтобы оба они были приятны сами по себе, а во-вторых – чтобы последовательность как таковая радовала слух. О первом можно судить по экспонентам созвучий, как показано в предыдущей главе, а о втором – по экспоненту последовательности. При этом для последовательности допустимы более высокие степени приятности, чем для самих созвучий, потому что ее экспонент может быть более сложным.

§ 9. Чтобы определить экспонент последовательности двух созвучий, недостаточно рассмотреть каждое созвучие само по себе – необходимо взглянуть и на соотношение звуков, которые в этих созвучиях выражаются одними и теми же числами. Ведь одно и то же созвучие можно выразить бесчисленными способами, в связи с тем, что образующие его звуки могут располагаться выше или ниже, сохраняя между собой определенное отношение. А в последовательности двух созвучий требуется обращать внимание кроме самих созвучий на их конкретную высоту. Для этого удобнее всего сравнить основания созвучий: если они относятся к разным звукам, то экспонентом последовательности будет не наименьшее общее кратное экспонентов созвучий – в вычисление следует ввести еще и отношение их оснований.

§ 10. Итак, если данный звук принять как основание, то октаву образуют не только звуки 1 и 2 – то же созвучие, экспонент которого 2, будут выражать также 2 и 4, 3 и 6, вообще  $a$  и  $2a$ . Природу этого созвучия, если смотреть на него отдельно, можно определить по экспоненту 2 и пренебречь множителем  $a$ ; однако если его объединить с другими созвучиями, то надо учитывать и число  $a$ . Предположим, что за ним следует созвучие из звуков  $2b$  и  $3b$  (то есть квинта, имеющая экспонент 6), – тогда из одних только экспонентов 2 и 6 нельзя вывести экспонент последовательности, тре-

буется кроме того знать отношение чисел  $a$  и  $b$ , поскольку экспонентом последовательности будет наименьшее общее кратное чисел  $a$ ,  $2a$ ,  $2b$  и  $3b$ .

§ 11. Подобно тому как экспонентом каждого простого звука является 1, но при сравнении нескольких таких звуков надо рассматривать числа, выражающие их отношение, так и при сравнении нескольких созвучий необходимо кроме их экспонентов рассматривать еще и их соотношение. Поэтому, в то время как основание созвучия, рассматриваемого отдельно, обозначается единицей, при сравнении нескольких созвучий основание каждого из них должно быть выражено таким числом, которое подходит для звука основания по отношению ко всем звукам. Отсюда ясно, что при сравнении нескольких созвучий каждое следует обозначать двумя числами: во-первых — его экспонентом, а во-вторых — **индексом**, который обозначает основание по отношению к другим основаниям.

§ 12. Мы всегда будем присоединять к экспоненту индекс созвучия, заключив его в скобки, чтобы отличить от экспонента, — например,  $6(2)$ , где 6 — экспонент созвучия, которое, следовательно, состоит из звуков, имеющих отношение  $1 : 2 : 3 : 6$ , а индекс 2 надо соотносить с другим созвучием (скажем, следующим): индекс показывает, что основание данного созвучия, которое при изолированном рассмотрении составляет 1, в этом соотношении должно быть 2. Таким образом, звуки этого созвучия, с учетом следующего, должны выражаться числами  $2 : 4 : 6 : 12$ .

§ 13. Как мы знаем, одно и то же созвучие может выражаться бесконечным количеством чисел, лишь бы они составляли одинаковое отношение, и экспонент созвучий  $2 : 3$ ,  $4 : 6$ ,  $6 : 9$  и т. д. один и тот же, хотя сами звуки и различны. Индекс созвучия обозначает, какими числами из этого бесконечного множества следует выразить данное созвучие, — что и требуется для сравнения нескольких созвучий. Очевидно, что числа, извлекаемые из экспонента, надо по отдельности умножить на индекс, ибо таким образом основание созвучия станет равным индексу, а все звуки сохранят между собой прежнее соотношение.

§ 14. Отсюда также ясно, как найти экспонент и индекс созвучия по известным звукам, выраженным заданными числами. Чтобы найти экспонент, все числа делят на

наибольший общий делитель, и для частных ищут наименьшее общее кратное. Индексом же является тот самый наибольший общий делитель, на который можно разделить данные числа. Так, для созвучия  $3 : 6 : 9 : 15$  индекс будет 3, а экспонент 30, то есть наименьшее общее кратное чисел  $1 : 2 : 3 : 5$ . Таким образом, мы обозначим это созвучие  $30(3)$ .

§ 15. Возьмем созвучие с экспонентом  $A$ , индексом  $a$ , делители экспонента  $A$  пусть будут  $1, \alpha, \beta, \gamma, \delta$  и т. д. Звуки этого созвучия составят отношение  $1 : \alpha : \beta : \gamma : \delta$  и т. д., причем их наименьшее общее кратное – это  $A$ . Но если добавить индекс  $a$ , звуки созвучия  $A(a)$  надо выражать следующими числами:  $a : aa : \beta a : \gamma a : \delta a$  и т. д., а их наименьшее общее кратное будет  $Aa$ , поскольку  $a$  – наибольший общий делитель. При определении же приятности созвучия числом  $a$  следует пренебречь, приятность оценивается только по экспоненту  $A$ .

§ 16. Пусть за созвучием  $A(a)$  следует  $B(b)$ , причем делители экспонента  $B$  будут  $1 : \eta : \theta : \iota : \kappa$  и т. д., а числа, обозначающие звуки, –  $b : \eta b : \theta b : \iota b : \kappa b$  и т. д. Итак, поскольку приятность последовательности сводится к приятности созвучия, составленного из них обоих, то экспонентом последовательности будет наименьшее общее кратное чисел  $a : aa : \beta a : \gamma a : \delta a : b : \eta b : \theta b : \iota b : \kappa b$ , ведь если бы мы слышали эти два созвучия одновременно, в них участвовали бы именно эти звуки. А так как наименьшее общее кратное для чисел  $a : aa : \beta a : \gamma a : \delta a$  – это  $Aa$ , а для чисел  $b : \eta b : \theta b : \iota b : \kappa b$  – это  $Bb$ , экспонентом последовательности будет наименьшее общее кратное чисел  $Aa$  и  $Bb$ .

§ 17. Поскольку неверно судить о приятности созвучия по наименьшему общему кратному чисел, обозначающих звуки, если эти числа не наименьшие, а имеют общий делитель, то и для последовательности двух созвучий надо придерживаться того же правила. Поэтому, если звуки  $a : aa : \beta a : \gamma a : \delta a : b : \eta b : \theta b : \iota b : \kappa b$  имеют общий делитель, каждое из них надо предварительно на него разделить и заменить на частное. Это получится, только если индексы  $a$  и  $b$  будут числами, имеющими общий делитель. Поэтому всякий раз когда индексы двух созвучий имеют общий делитель, следует разделить на него индексы, прежде чем искать экспонент последовательности.

§ 18. Итак, пусть у созвучий  $Aa$  и  $Bb$  индексы  $a$  и  $b$  не имеют общего делителя. Экспонентом этой последовательности будет наименьшее общее кратное чисел  $Aa$  и  $Bb$ . Чтобы его узнать, необходимо прежде найти наибольший общий делитель; обозначим его  $D$ . Найдя его, разделим то и другое число на  $D$ , а каждое частное умножим на второе число; результат  $ABab : D$  будет наименьшим общим кратным чисел  $Aa$  и  $Bb$  и в то же время – экспонентом последовательности данных созвучий, по которому мы и узнаем приятность последовательности.

§ 19. Поскольку мы взяли числа  $a$  и  $b$ , не имеющие общего делителя, сами числа  $Aa$  и  $Bb$  будут иметь общий делитель, если таковой окажется у  $A$  и  $B$ , у  $A$  и  $b$  или у  $B$  и  $a$ . И чем больше найдется таких делителей, тем больше будет наибольший общий делитель чисел  $Aa$  и  $Bb$ . Но чем сложнее будет этот наибольший общий делитель, тем меньше наименьшее общее кратное и тем приятнее последовательность созвучий. А поскольку экспонент последовательности – это  $ABab : D$ , то чем больше наибольший общий делитель  $D$ , тем проще частное  $ABab : D$  и тем проще степень приятности, к которой оно относится.

§ 20. Пусть число  $A$  относится к степени приятности  $p$ , число  $B$  – к степени  $q$ ,  $a$  – к степени  $r$ ,  $b$  – к степени  $s$ , а наибольший общий делитель  $D$  – к степени  $t$ . При этом число  $ABab : D$  относится к степени  $p + q + r + s - t - 2$ , как показано выше.<sup>2</sup> Следовательно, если даны числа  $A$ ,  $B$ ,  $a$ ,  $b$  и  $D$ , будет известна степень приятности, к которой относится последовательность созвучий  $A(a)$  и  $B(b)$ , а именно степень  $p + q + r + s - t - 2$ . Чем это число меньше, тем приятнее должна быть последовательность.

§ 21. Пусть за созвучием  $120(2)$ , состоящим из звуков  $2 : 4 : 6 : 8 : 10 : 12 : 16$ , следует созвучие  $60(3)$ , состоящее из звуков  $3 : 6 : 9 : 12 : 15$ ; первое из них относится к десятой степени, второе к девятой. Поэтому о последовательности нужно судить по наименьшему общему кратному чисел  $240$  и  $180$ , у которых есть наибольший общий делитель  $60$ , относящийся к девятой степени. Итак, поскольку  $A = 120$ ,  $a = 2$ ,  $B = 60$ ,  $b = 3$ ,  $D = 60$ , то  $p = 10$ ,  $q = 9$ ,  $r = 2$ ,  $s = 3$ ,  $t = 9$ , поэтому  $p + q + r + s - t - 2 = 13$ . Значит, экспонент последо-

<sup>2</sup> См. гл II, §§ 25–26.



вательности относится к тринадцатой степени, и такова степень приятности последовательности.

§ 22. Если даны экспоненты обоих созвучий, можно определить такие индексы, чтобы последовательность получилась как можно более приятной. Пусть у экспонентов  $A$  и  $B$  будет наименьшее общее кратное  $M$ ; очевидно, что экспонент последовательности  $ABab : D$  либо равен самому  $M$ , либо больше его, — ведь меньше он быть не может. Следовательно, последовательность будет наиболее приятной, если  $ABab : D = M$ , а меньшую степень приятности последовательность будет иметь, если  $ABab : D$  составит  $2M$ ,  $3M$ ,  $4M$ , и т. д. Поэтому если  $ABab = nDM$ , то индексы  $a$  и  $b$  отражают тем более приятную последовательность, чем меньше число  $n$ .

§ 23. Если наименьшее общее кратное чисел  $Aa$  и  $Bb$  равно самому  $M$ , то есть наименьшему общему кратному чисел  $A$  и  $B$ , назовем такую последовательность **последовательностью первой очереди**. Последовательностью второй очереди назовем ту, экспонент которой  $2M$ . Далее, последовательностью третьей очереди будет у нас та, экспонент которой либо  $3M$ , либо  $4M$ , потому что числа 3 и 4 относятся к третьей степени приятности. И в целом последовательность с экспонентом  $nM$  будет последовательностью той очереди, какова степень приятности числа  $n$ . При этом надо стараться не спутать очередь последовательности со степенью приятности: ведь последовательностью первой очереди мы называем ту, проща которой не может быть при тех же экспонентах созвучий, даже если сама последовательность относится к гораздо более отдаленной степени приятности.

§ 24. Итак, очевидно, что последовательность созвучий  $A$  и  $B$  будет последовательностью первой очереди, если  $a$  и  $b$  выражены единицей, поскольку у чисел  $A1$  и  $B1$  наименьшее общее кратное  $M$ . Однако, кроме того, последовательность созвучий  $A(a)$  и  $B(b)$  может быть последовательностью первой очереди, даже если  $a$  не равно  $b$ . Это случится, если на  $b$  в  $Bb$  приходится либо такое же, либо меньшее число одинаковых сомножителей, чем на  $A$ ,<sup>3</sup> и в то же время на  $a$  в  $Aa$  приходится либо столько же, либо

---

<sup>3</sup> Т. е. или  $b = A$ , или  $b$  состоит только из делителей  $A$ .

меньше одинаковых сомножителей, чем на  $B$ : при этом  $M$  будет наименьшим общим кратным для чисел  $Aa$  и  $Bb$ .

§ 25. Пусть наибольшим общим делителем экспонентов  $A$  и  $B$  будет  $d$ ,  $A = dE$  и  $B = dF$ , числа  $E$  и  $F$  не имеют общих делителей. Кроме того, пусть  $e$  будет делителем числа  $E$ , а  $f$  – делителем числа  $F$ . Тогда последовательность созвучий  $dE(f)$  и  $dF(e)$  будет последовательностью первой очереди. Ведь у чисел  $dEf$  и  $dFe$  наименьшее общее кратное  $dEF$ , то же, что у чисел  $A$  и  $B$ , то есть у  $dE$  и  $dF$ . Так что если  $A = 15$ ,  $B = 18$ , то  $d = 3$ ,  $E = 5$ ,  $F = 6$ . Поэтому  $e$  может быть 1 или 5, а  $f$  – либо 1, либо 2, либо 3, либо 6. Следовательно, мы получим последовательность первой очереди, если  $A(a)$  будет 15(1), 15(2), 15(3) или 15(6), а  $B(b)$  – 18(1) или 18(5).

§ 26. Далее, отсюда легко понять, какие индексы надо взять, чтобы экспонент последовательности был  $2M$ , или  $2dEF$ , – в этом случае получится последовательность второй очереди. Подобным же образом можно при определении индексов добиться, чтобы экспонент последовательности был  $ndEF$ , то есть чтобы сама последовательность была определенной очереди; этого можно добиться многими способами, перечислять которые было бы трудно и бессмысленно. При экспонентах созвучий 15 и 18 получится последовательность второй очереди, в случае если первое созвучие – 15(1) или 15(3), а второе – 18(2) или 18(10), а также если первое – 15(4) или 15(12), а второе – 18(1) или 18(5).

§ 27. Если экспоненты созвучий равны, то есть  $B = A$ , последовательность первой очереди получится в единственном случае: если  $a = b = 1$ , следовательно, если созвучия будут  $A(1)$  и  $A(1)$ . Последовательностей второй очереди получится две,  $A(1) : A(2)$  и  $A(2) : A(1)$ , с экспонентом  $2A$ . Последовательностей третьей очереди будет четыре, а именно  $A(1) : A(3)$  и  $A(1) : A(4)$  и обратные им. Последовательностей четвертой очереди будет шесть:  $A(1) : A(6)$ ;  $A(2) : A(3)$ ;  $A(1) : A(8)$  и три обратные им. И всякая подобная последовательность будет той очереди, какова степень приятности произведения индексов.

§ 28. Если экспонент одного созвучия вдвое больше, чем другого, то есть  $B = 2A$ , то получатся две последовательности первой очереди,  $A(1) : 2A(1)$  и  $2A(1) : A(2)$ , ибо их экспонент  $2A$ , тот же что и самих экспонентов  $A$  и  $2A$ . Экспонент последовательностей второй очереди  $4A$ ; следо-

вательно, таковы будут последовательности  $A(1) : 2A(2)$  и  $A(4) : 2A(1)$  и обратные им. Таким же образом получаются последовательности любой очереди, если  $B = 3A$  и в целом если  $B = nA$ ; среди них легко найти более простые последовательности, которые можно использовать.

§ 29. Следовательно, если экспоненты созвучий равны между собой, то последовательности первой, второй, третьей и далее до шестой очереди будут следующими (римскими цифрами обозначена очередь последовательности,  $A$  – экспонент каждого из созвучий):

- I.  $A(1) : A(1)$ .
- II.  $A(2) : A(1)$ .
- III.  $A(3) : A(1); A(4) : A(1)$ .
- IV.  $A(6) : A(1); A(3) : A(2); A(8) : A(1)$ .
- V.  $A(5) : A(1); A(9) : A(1); A(12) : A(1); A(4) : A(3);$   
 $A(16) : A(1)$ .
- VI.  $A(10) : A(1); A(5) : A(2); A(18) : A(1); A(9) : A(2);$   
 $A(24) : A(1); A(8) : A(3); A(32) : A(1)$ .

Если же экспоненты созвучий  $A$  и  $2A$ , то последовательности первой очереди и последующих будут таковы:

- I.  $2A(1) : A(1); 2A(1) : A(2)$ .
- II.  $2A(1) : A(4); 2A(2) : A(1)$ .
- III.  $2A(1) : A(6); 2A(1) : A(3); 2A(3) : A(1); 2A(3) : A(2);$   
 $2A(1) : A(8); 2A(4) : A(1)$ .
- IV.  $2A(1) : A(12); 2A(2) : A(3); 2A(3) : A(4); 2A(1) : A(16);$   
 $2A(8) : A(1)$ .
- V.  $2A(1) : A(10); 2A(1) : A(5); 2A(5) : A(1); 2A(5) : A(2);$   
 $2A(1) : A(18); 2A(1) : A(9); 2A(9) : A(1); 2A(9) : A(2);$   
 $2A(1) : A(24); 2A(3) : A(8); 2A(4) : A(3); 2A(1) : A(32);$   
 $2A(16) : A(1)$ .

Если экспоненты следующих друг за другом созвучий  $A$  и  $3A$ , то последовательности соответствующих очередей будут таковы:

- I.  $3A(1) : A(1); 3A(1) : A(3)$ .
- II.  $3A(1) : A(6); 3A(1) : A(2); 3A(2) : A(1); 3A(2) : A(3)$ .
- III.  $3A(1) : A(9); 3A(3) : A(1); 3A(1) : A(12); 3A(1) : A(4);$   
 $3A(4) : A(1); 3A(4) : A(3)$ .
- IV.  $3A(1) : A(18); 3A(3) : A(2); 3A(2) : A(9); 3A(1) : A(24);$   
 $3A(1) : A(8); 3A(8) : A(1); 3A(8) : A(3)$ .

При экспонентах  $A$  и  $4A$  последовательности таковы:

- I.  $4A(1) : A(1); 4A(1) : A(2); 4A(1) : A(4).$
- II.  $4A(1) : A(8); 4A(2) : A(1).$
- III.  $4A(1) : A(12); 4A(1) : A(6); 4A(1) : A(3); 4A(3) : A(1);$   
 $4A(3) : A(2); 4A(3) : A(4); 4A(1) : A(16); 4A(4) : A(1).$
- IV.  $4A(1) : A(24); 4A(2) : A(3); 4A(3) : A(8); 4A(6) : A(1);$   
 $4A(1) : A(32); 4A(8) : A(1).$

При экспонентах  $A$  и  $6A$  последовательности таковы:

- I.  $6A(1) : A(1); 6A(1) : A(2); 6A(1) : A(3); 6A(1) : A(6).$
- II.  $6A(1) : A(12); 6A(1) : A(4); 6A(2) : A(1); 6A(2) : A(3).$
- III.  $6A(1) : A(18); 6A(1) : A(9); 6A(3) : A(1); 6A(3) : A(2);$   
 $6A(1) : A(24); 6A(1) : A(8); 6A(4) : A(1); 6A(4) : A(3).$

При экспонентах  $2A$  и  $3A$  последовательности таковы:

- I.  $3A(1) : 2A(1); 3A(2) : 2A(1); 3A(1) : 2A(3); 3A(2) : 2A(3).$
- II.  $3A(1) : 2A(2); 3A(1) : 2A(6); 3A(4) : 2A(1); 3A(4) : 2A(3).$
- III.  $3A(1) : 2A(9); 3A(3) : 2A(1); 3A(6) : 2A(1); 3A(2) : 2A(9);$   
 $3A(1) : 2A(12); 3A(1) : 2A(4); 3A(8) : 2A(1); 3A(8) : 2A(3).$

При экспонентах  $A$  и  $8A$  последовательности таковы:

- I.  $8A(1) : A(1); 8A(1) : A(2); 8A(1) : A(4); 8A(1) : A(8).$
- II.  $8A(1) : A(16); 8A(2) : A(1).$
- III.  $8A(1) : A(24); 8A(1) : A(12); 8A(1) : A(6); 8A(1) : A(3);$   
 $8A(3) : A(1); 8A(3) : A(2); 8A(3) : A(4); 8A(3) : A(8);$   
 $8A(1) : A(32); 8A(4) : A(1).$

При экспонентах  $A$  и  $5A$  последовательности таковы:

- I.  $5A(1) : A(1); 5A(1) : A(5).$
- II.  $5A(1) : A(10); 5A(1) : A(2); 5A(2) : A(1); 5A(2) : A(5).$

При экспонентах  $A$  и  $9A$  последовательности таковы:

- I.  $9A(1) : A(1); 9A(1) : A(3); 9A(1) : A(9).$
- II.  $9A(1) : A(18); 9A(1) : A(6); 9A(1) : A(2); 9A(2) : A(1);$   
 $9A(2) : A(3); 9A(2) : A(9).$

При экспонентах  $A$  и  $12A$  последовательности таковы:

- I.  $12A(1) : A(1); 12A(1) : A(2); 12A(1) : A(3); 12A(1) : A(4);$   
 $12A(1) : A(6); 12A(1) : A(12).$
- II.  $12A(1) : A(24); 12A(1) : A(8); 12A(2) : A(1); 12A(2) : A(3).$

При экспонентах  $3A$  и  $4A$  последовательности таковы:

- I.  $4A(1) : 3A(1); 4A(1) : 3A(2); 4A(1) : 3A(4); 4A(3) : 3A(1);$   
 $4A(3) : 3A(2); 4A(3) : 3A(4).$
- II.  $4A(1) : 3A(8); 4A(2) : 3A(1); 4A(3) : 3A(8); 4A(6) : 3A(1).$

При экспонентах  $A$  и  $16A$  последовательности таковы:

- I.  $16A(1) : A(1); 16A(1) : A(2); 16A(1) : A(4); 16A(1) : A(8);$   
 $16A(1) : A(16).$   
II.  $16A(1) : A(32); 16A(2) : A(1).$

§ 30. Итак, отсюда вполне понятно, как определить у данной последовательности созвучий экспонент последовательности, а также очередь; зная это, легко судить, с какой степенью приятности данная последовательность будет восприниматься на слух. Кроме того, если дано любое созвучие, можно найти другое, относящееся к той же разновидности, которое, следуя за ним, составит последовательность определенной очереди: первой, второй, третьей и т. д. В большинстве случаев это достижимо несколькими способами, как видно из изложенных здесь правил, а также из таблицы.

§ 31. Из сказанного также понятно, что обычно существует очень много способов составить последовательность из двух созвучий так, чтобы экспонент последовательности был один и тот же. Чтобы это стало яснее, возьмем экспонент последовательности  $E$  и два его делителя  $M$  и  $N$ , для которых  $E$  – наименьшее общее кратное. Разложим эти делители, в свою очередь, на множители:  $M = Aa$ ,  $N = Bb$ , причем у  $a$  и  $b$  не будет общих делителей. Получив их, мы выстроим последовательность созвучий  $A(a) : B(b)$ , с экспонентом последовательности  $E$ .

## *Глава VI*

### *О рядах созвучий*

§ 1. В двух предыдущих главах подробно рассказано, как создавать созвучия и последовательности из двух созвучий, чтобы они ласкали ухо сладостной гармонией. Но этих двух навыков вовсе не достаточно, чтобы создать музыкальное произведение, доставляющее удовольствие. Ведь для того, чтобы созвучия числом более двух и их последовательности воспринимались с удовольствием, помимо уже изложенного требуется, чтобы душа постигала также и порядок, в котором следуют друг за другом все созвучия, и чтобы из него рождалась цель, к которой мы стремимся, то есть наслаждение.

§ 2. Итак, подобно тому как созвучия, пусть очень приятные сами по себе, но объединенные без системы, не создают гармонии, так и их последовательности необходимо приводить в систему, потому что, даже если каждая последовательность двух созвучий устроена по установленным законам, но не соблюдены особые правила, до слуха дойдет только неприятный шум. Поэтому в настоящей главе мы изложим законы, которые следует соблюдать при сочетании более двух созвучий.

§ 3. Тот раздел науки о музыке, который учит объединять более двух созвучий так, чтобы они составляли приятное гармоническое музыкальное произведение, обычно называется **простой композицией**: ведь под композицией обычно понимают сочинение любого музыкального произведения. Следовательно, чтобы изложить простую композицию, которая является основой для всякой другой, прежде всего надо знать, в чем состоит приятность нескольких следующих друг за другом созвучий, то есть целого гармонического произведения. Затем из этого принципа следует вывести правила, которые надо соблюдать в простой композиции.

§ 4. Приятность, содержащаяся в последовательности более двух созвучий, коренится в том же, в чем, как было показано, состоит приятность отдельных созвучий и их пар. Поэтому, чтобы воспринять гармонию более чем двух созвучий, следующих друг за другом, требуется распознать

порядок, который соблюдают отдельные элементы, то есть звуки и созвучия, как по отдельности, так и вместе.

§ 5. Итак, подобно тому как гармония, или приятность, всякого созвучия или пары созвучий воспринимается, если распознать экспонент отдельных звуков и всех, содержащихся в одном и в обоих созвучиях, – так же очевидно, что гармонию *более двух следующих друг за другом созвучий* можно понять, если уловить экспонент всех звуков, составляющих этот **ряд** созвучий. Отсюда понятно: чтобы воспринять приятность более двух следующих друг за другом созвучий, требуется узнать экспонент всех звуков и составленных из них созвучий.

§ 6. Экспонент же всех звуков, из которых состоят следующие друг за другом созвучия, есть наименьшее кратное чисел, обозначающих звуки. Таким образом, если дан ряд созвучий, то по числу, представляющему собой наименьшее общее кратное всех встречающихся в них звуков, с помощью приведенной таблицы и изложенных правил можно определить, с какой степенью легкости воспринимается весь ряд созвучий. А по степени приятности, которую указывают как таблица, так и правила, можно понять, насколько приятным и приемлемым для слуха будет любой данный ряд созвучий.

§ 7. Итак, поскольку **экспонентом ряда** созвучий, по которому надлежит судить о гармонии, является наименьшее общее кратное всех чисел, обозначающих отдельные представленные звуки, очевидно, что это число будет кратно экспонентам как простых созвучий, так и последовательностей их пар. Таким образом, если распознать экспонент всего ряда созвучий, обязательно будут также восприняты простые созвучия и последовательности их пар. Следуя этой системе, можно будет понять все сплетение.

§ 8. Следовательно, по экспоненту ряда созвучий, если он либо был известен заранее, либо получен только из нескольких созвучий, понятно, какие звуки и какие созвучия могут встретиться. Итак, этот экспонент определяет границы, или, как обычно говорят музыканты, **амбитус** музыкального произведения и включает все подходящие звуки, а несоответствующие исключает. Такое ограничение называется также музыкальным **ладом**: **лад** – это совокупность определенных звуков, которые только и подобает использовать в

музыкальном произведении, а вводить другие, кроме них, нельзя.

§ 9. Итак, поскольку музыкальный лад определяется экспонентом всех звуков, которые данный лад составляют, этот экспонент мы в дальнейшем будем называть **экспонентом лада**. Так что если представлено полное созвучие, экспонент которого будет и экспонентом лада, оно включает все звуки, какие можно использовать в этом ладу. Следовательно, узнав этот экспонент, мы сразу сможем судить, соблюден ли лад в данном музыкальном произведении или допущена погрешность против лада – а это происходит, если используются звуки, не содержащиеся в экспоненте лада.

§ 10. Мы сказали, что выход за пределы лада – погрешность, но это надо понимать только с оговоркой: пока сохраняется этот лад. Ведь перемена лада и переход из одного лада в другой вполне позволительны и бывают чрезвычайно приятны, причем не только в пределах музыкального произведения, но и в рамках одной его части. Для смены, или последовательности, ладов действуют те же предписания, что и для последовательности созвучий.

§ 11. Итак, подобно тому как мы назначаем свой экспонент каждому созвучию и каждой последовательности двух созвучий, свой определенный **экспонент** будет иметь и любой раздел или **период** музыкального произведения, в котором сохраняется один и тот же лад, а также и **последовательность** двух таких периодов. Наконец, **экспонент** всего **музыкального произведения** будет охватывать все предыдущие экспоненты, то есть вообще все звуки, которые применены во всех частях.

§ 12. Итак, чтобы музыкальное произведение доставляло удовольствие, требуется распознать сперва экспоненты отдельных созвучий; затем экспоненты последовательностей пар созвучий; в-третьих, экспоненты отдельных периодов; в-четвертых, экспоненты последовательностей пар периодов, то есть смены ладов; наконец, в-пятых, экспонент всех периодов, то есть всего музыкального произведения. Следовательно, только тот, кто все это понимает, в совершенстве познаёт музыкальное произведение и может верно судить о нем.



§ 13. Я не сомневаюсь, что такое восприятие музыкального произведения покажется в высшей степени трудным и даже превосходящим возможности человеческого разума, поскольку экспонент всего музыкального произведения – настолько сложное число, что душа вообще неспособна его постичь. Но каким бы трудным это постижение ни казалось – по мере того как разум преодолевает ступень за ступенью, ему удивительным образом становится все легче. Ведь экспонент последовательности двух созвучий нетрудно понять, когда распознаны экспоненты созвучий, даже если он весьма сложный и едва ли мог быть узнан сам по себе, – точно так же, если последовательно понять более простые экспоненты, постижение более сложных не окажется после этого слишком трудным.

§ 14. Подобно тому как оценивать восприятие экспонента последовательности двух созвучий надо не по самому экспоненту, или степени приятности, к которой она относится, а по очереди последовательности, – так и экспонент лада, или одного периода, становится проще, когда известны экспоненты как созвучий, так и последовательностей. А постижение экспонентов ладов словно ведет за руку к познанию экспонентов последовательностей ладов. Наконец, когда они ясны, понимание экспонента всего музыкального произведения оказывается достаточно простым.

§ 15. Итак, чтобы музыкальное произведение слушали с наслаждением, следует, чтобы экспоненты последовательностей двух созвучий не были намного сложнее, чем экспоненты самих созвучий; далее, чтобы экспоненты ладов не намного превосходили экспоненты последовательностей; наконец, чтобы экспонент всего музыкального произведения ненамного превышал эти экспоненты по простоте восприятия. В таком восприятии и познании, постепенно восходящем от более простого к более сложному, и заключено истинное удовольствие и наслаждение, которое слух может черпать в музыке, как подробно показано в главе II на основании подлинных принципов гармонии.

§ 16. Итак, отсюда достаточно очевидно, как надо создавать музыкальное произведение, чтобы оно нравилось понимающим слушателям. Понятно также, что музыкальные произведения, в которых допускаются погрешности против этих правил, должны вызывать неудовольствие у таких взыс-

кательных слушателей, какие нам нужны. Почему менее понимающие слушатели принимают несовершенные произведения, тоже легко можно понять: бывает, что они не замечают несовершенства и погрешности против предписаний гармонии, в то же время замечая и воспринимая то, что сделано подобающим образом.

§ 17. Итак, поскольку экспонент нескольких созвучий есть экспонент всех звуков, которые содержатся в этих созвучиях, он будет представлять собой наименьшее общее кратное чисел, обозначающих отдельные звуки. Удобнее будет найти его по экспонентам созвучий, соединенных с индексами, тем же способом, как в предыдущей главе предложено находить экспонент последовательности. Те же предписания, которые касаются двух созвучий, имеют силу и для трех и более, то есть экспонент ряда нескольких созвучий есть ничто иное, как наименьшее общее кратное экспонентов отдельных созвучий.

§ 18. Рассмотрим сперва несколько простых звуков, издаваемых последовательно, соотношение которых выражается числами  $a : b : c : d : e$ , и найдем экспонент ряда этих звуков. Поскольку простой звук есть созвучие первой степени приятности и его экспонент, если его не сравнивать с другими, — это единица, то буквы  $a, b, c, d, e$  будут обозначать индексы этих простых звуков, так как охватывают соотношение между данными звуками, рассматриваемыми как созвучия. Итак, на манер созвучий эти звуки следует выразить так:  $1(a) : 1(b) : 1(c) : 1(d) : 1(e)$ .

§ 19. Экспонент у этого ряда простых звуков тот же, что и у созвучия, состоящего из этих звуков. А экспонент созвучия  $a : b : c : d : e$  есть наименьшее общее кратное чисел  $a, b, c, d, e$ , которое обозначим  $D$ . Поэтому, если рассматривать эти следующие друг за другом звуки как созвучия, экспонент у ряда созвучий  $1(a) : 1(b) : 1(c) : 1(d) : 1(e)$  будет тоже  $D$ , то есть наименьшее общее кратное индексов  $a, b, c, d, e$ , причем сами экспоненты все равны единице. По степени приятности, к которой относится число  $D$ , надо судить, насколько приятной для слуха будет эта последовательность звуков.

§ 20. Теперь пусть  $A, B, C, D, E$  будут экспонентами созвучий, следующих друг за другом, а  $a, b, c, d, e$  соответственно — их индексами, выражающими отношение основа-

ний этих созвучий, тогда этот ряд созвучий следует представить как  $A(a) : B(b) : C(c) : D(d) : E(e)$ . Предположим, что в этом ряду индексы  $a, b, c, d, e$  не имеют общего делителя, кроме единицы, поскольку если бы у них был общий делитель, их следовало бы разделить на него, прежде чем искать экспонент ряда.

§ 21. Звуки, содержащиеся в созвучии  $A(a)$ , являются делителями экспонента  $A$ , умноженными на  $a$ . Поэтому их наименьшее общее кратное – это  $Aa$ . Точно так же у звуков, составляющих созвучия  $B(b), C(c), D(d), E(e)$ , наименьшими общими кратными будут соответственно  $Bb, Cc, Dd, Ee$ . Таким образом, наименьшим общим кратным для всех звуков, содержащихся в этих следующих друг за другом созвучиях, будет наименьшее общее кратное чисел  $Aa, Bb, Cc, Dd, Ee$ . И это наименьшее общее кратное будет тем экспонентом данного ряда созвучий, который мы искали.

§ 22. Например, даны созвучия:

$$\begin{aligned} 8 : 12 : 16 : 24 : 32 : 48; \\ 8 : 12 : 20 : 24 : 40 : 60; \\ 9 : 12 : 18 : 27 : 36 : 54; \\ 10 : 15 : 20 : 30 : 45 : 60; \\ 9 : 15 : 30 : 36 : 45 : 60. \end{aligned}$$

Разделим в каждом из них звуки на наибольший общий делитель, а потом для частных найдем наименьшее общее кратное; оно будет экспонентом созвучия, а наибольший общий делитель – индексом. В результате всех этих действий созвучия выражаются так:  $24(4) : 30(4) : 36(3) : 36(5) : 60(3)$ . Найдем экспонент данного ряда созвучий, равный 4320; это число относится к XVI степени.

§ 23. Тем самым как из изложенных правил, так и из приведенного примера понятно, каким образом для любого данного ряда созвучий следует находить их экспонент, по которому можно судить о взаимном соответствии этих созвучий. А именно, экспонент каждого созвучия надо умножить на его индекс и для всех найденных таким образом произведений определить наименьшее общее кратное – это и будет экспонент данного ряда созвучий.

§ 24. Если в законченном музыкальном произведении объединяются два или более ряда созвучий, экспоненты которых уже найдены в соответствии с изложенными

предписаниями, а именно  $M, N, P, Q$ , то прежде всего надо посмотреть, обозначает ли единица один и тот же звук в каждом из этих экспонентов или разные. В последнем случае отношение между звуками отдельных рядов, обозначаемыми единицей, должно быть обозначено наименьшими числами. Эти числа (обозначим их  $m, n, p, q$  и т. д.) будут индексами, которые надо соединить с экспонентами, так что объединяемые ряды с помощью экспонентов и индексов обозначаются  $M(m) : N(n) : P(p) : Q(q)$  и т. д.

§ 25. Итак, поскольку такой ряд созвучий, выраженный экспонентом, становится музыкальным ладом, понятно, каким образом следует судить о переходе из одного лада в другой, а также о соединении более двух ладов. А именно, если выразить последовательно соединенные лады через экспоненты и индексы:  $M(m) : N(n) : P(p) : Q(q)$  и т. д., — то экспонент, а через него природа и характер всего музыкального произведения, составленного из этих ладов, получится, если найти наименьшее общее кратное чисел  $Mm, Nn, Pp, Qq$  и т. д.: это и будет экспонент всего данного произведения.

§ 26. Таким образом, чтобы правильно судить о данном музыкальном произведении, надо прежде всего исследовать по отдельности созвучия и найти их экспоненты; во-вторых, рассмотреть последовательности всех пар созвучий; в-третьих, проанализировать вместе несколько созвучий, охватывающих лад; в-четвертых, рассмотреть последовательность двух ладов, то есть переход одного лада в другой; наконец, в-пятых, исследовать расположение всех ладов, объединенных в музыкальном произведении. Каким образом достичь каждой из этих целей с помощью экспонентов, сказано достаточно.

§ 27. Следовательно, в этой главе нам остается, насколько на данный момент возможно, показать, как надо составлять ряд созвучий и тем самым целое музыкальное произведение, которое ласкало бы слух сладостной гармонией. Решая эту задачу, мы по известному экспоненту лада, или ряда созвучий, получим экспоненты отдельных созвучий. Итак, поскольку можно взять весьма большое число экспонентов и из любого из них вывести бесконечные ряды созвучий, границы этой науки крайне широки, и она посто-

янно сможет пополняться не только новыми произведениями, но и новыми ладами.

§ 28. В наше время, когда занятия музыкой достигли такой степени совершенства, весьма достойно удивления, что все сведущие в музыке заняты только сочинением новых произведений и совершенно не заботятся о том, чтобы увеличивать число ладов, которое достаточно малó и досталось нам от отдаленных времен. Причина этого, как кажется, в том, что истинные принципы гармонии доселе были неизвестны, и из-за этого недостаток изучение музыки совершенствовалось лишь с помощью практики и навыка.

§ 29. Поскольку экспонент ряда созвучий – это наименьшее общее кратное экспонентов отдельных созвучий, умноженных на их индекс, все произведения экспонентов и индексов отдельных созвучий являются делителями для экспонента ряда созвучий. Поэтому если известен экспонент ряда созвучий, допустим  $M$ , то чтобы найти сами созвучия, надо взять любые делители  $M$ , а это будут  $Aa$ ,  $Bb$ ,  $Cc$ ,  $Dd$  и т. д. Найдя их, ряд созвучий с данным экспонентом  $M$  можно представить как  $A(a) : B(b) : C(c) : D(d)$  и т. д.

§ 30. Определяя эти делители, надо следить, чтобы они исчерпывали данный экспонент  $M$ , то есть не имели меньшего, чем  $M$ , наименьшего общего кратного. Это будет соблюдено, если с самого начала взять несколько созвучий, экспоненты которых исчерпывают данное число  $M$ . При соблюдении этого условия появится дополнительное преимущество: услышав с самого начала несколько созвучий, можно будет воспринять экспонент всего ряда созвучий, а узнав его, легче судить о гармонии всего ряда. Подробнее об этом будет сказано ниже.

## Глава VII

### О принятых названиях различных интервалов

§ 1. Изложив общие гармонические правила, которые следует соблюдать как в созвучиях, так и при их сочетании, нужно перейти к отдельным разновидностям музыки и подробнее рассказать, как применять данные правила в каждой из них. Но прежде чем должным образом перечислить и представить разновидности музыки, необходимо объяснить употребительные для них названия, чтобы в дальнейшем рассуждать об этих предметах в принятых терминах. Эти термины – обозначения, некогда присвоенные многим музыкальным интервалам и так давно применяемые, что их следует пояснить как ради удобства, так и по необходимости.

§ 2. Хотя объяснение этих названий можно найти везде, однако их определения, недостаточно соответствующие природе, совершенно не подходят для нашего замысла. Интервалы, получившие конкретные названия, обычно описываются скорее исходя из самой практики и опыта, чем из природы звуков. Мы же, придерживаясь метода логарифмического измерения интервалов, выведем для каждого из них как отношения, так и логарифмы, и таким образом можно будет вернее судить о количественных характеристиках любого интервала.

§ 3. Выше уже было показано, что интервал – это различие между двумя звуками по высоте, так что чем больше разница между верхним и нижним звуком, тем большим считается интервал. Следовательно, если звуки одинаковы, между ними нет никакого различия. Нет интервала между звуками, составляющими отношения тождества  $1 : 1$ , – логарифм этого отношения равен 0 (мы уже решили измерять интервалы логарифмами отношений, которые составляют звуки). Такой исчезающий интервал между двумя одинаковыми звуками называется **унисон**.

§ 4. Мы, конечно, могли бы, выражая логарифмы отношений, пользоваться любой системой логарифмов, в которой логарифм единицы выражается нулем. Но удобнее всего использовать систему, где единицей обозначается логарифм двух: число 2 очень часто встречается при выражении созвучий и имеет большое значение в музыке, так что при этом условии вычисление будет намного проще. Итак,

вот логарифмическая таблица, которая подходит для нашего замысла:

$$\log 1 = 0,000000$$

$$\log 2 = 1,000000$$

$$\log 3 = 1,584962$$

$$\log 4 = 2,000000$$

$$\log 5 = 2,321928$$

$$\log 6 = 2,584962$$

$$\log 7 = 2,807356$$

$$\log 8 = 3,000000$$

§ 5. После интервала между одинаковыми звуками, называемого унисоном, рассмотрению подлежит интервал между звуками 2 : 1, состоящими в двойном отношении, который греческими учеными назван **диапасон** («через все»), поскольку интервал из любых двух звуков при удвоении одного из них так мало меняется, что его можно считать почти тождественным, и поэтому полагают, что в интервале диапасон содержатся все другие интервалы. Полатыни же этот интервал называется **октава** — название связано с диатоническим музыкальным родом, который мы ниже опишем подробнее. Следовательно, численное выражение интервала, называемого диапасон или октава, есть  $\log 2 - \log 1$ , то есть  $\log 2 = 1,000000$ .

§ 6. Далее, поскольку интервал между звуками с отношением 4 : 1 составляет 2,000000, то есть вдвое больше, чем октава, этот интервал называют дисдиапасон, или двойная октава. Кроме того, интервал между звуками 8 : 1, поскольку это 3,000000, то есть втрое больше октавы, называется тройной октавой. Точно так же интервал между звуками 16 : 1, численное выражение которого 4,000000, называется четверной октавой, между звуками 32 : 1 — пятикратной октавой, и т. д. Поскольку обозначения больших интервалов даются по числу содержащихся в них октав, отсюда понятно, по каким соображениям мы приняли за единицу  $\log 2$ : характеристика логарифма, обозначающего интервал, указывает, сколько октав содержится в этом интервале.

§ 7. Далее, **диапенте** по-гречески, или **квинта** поллатыни, называется интервал между звуками, отношение которых 3 : 2, и происхождение этого названия также связано с диатоническим родом. Численное выражение этого

интервала  $\log 3 - \log 2 = 0,584962$ . Следовательно, он меньше, чем диатесарон, а в каком отношении находятся эти интервалы между собой, числами выразить невозможно. Приблизительно диатесарон и диапенте соотносятся как 5 : 3, 7 : 4, 12 : 7, 17 : 10, 29 : 17, 41 : 24, 53 : 31, причем меньшими числами выразить более точные отношения нельзя.

§ 8. Далее, так как численное выражение интервала между звуками 3 : 1 составляет 1,584962, а это сумма численных выражений октавы и квинты, – этот интервал называют октава с квинтой. Точно так же интервал 6 : 1 – это двойная октава с квинтой, так что его численное выражение есть 2,584962. Равным образом интервал 12 : 1 называется тройной октавой с квинтой, а 24 : 1 – четверной октавой с квинтой. Отсюда очевидно, что если получается десятичная дробь ...584962, то интервал состоит из квинты и столько же октав, сколько обозначает характеристика логарифма.

§ 9. От диапенте, или квинты, ненамного отличается интервал **диатессарон**, или **кварта**, между звуками с отношением 4 : 3, следовательно, его численное выражение 0,415037. Отсюда ясно, что эти два интервала, квинта и кварта, при объединении составляют октаву, поскольку сумма их численных выражений 1,000000. Таким же образом интервал 8 : 3, численное выражение которого 1,415037, называется октава с квартой; 16 : 3, с численным выражением 2,415037, называется двойная октава с квартой, и т. д.

§ 10. Подобно тому как кварта и квинта, будучи меньше октавы, получают более простые названия, а интервалы, которые получаются в результате их присоединения к двум или более октавам, обозначаются сложными названиями, так и все интервалы меньше октавы обычно называют **простыми**, а больше октавы – **сложными**. Итак, численное выражение простых интервалов меньше единицы, и характеристика логарифмов, исчисляющих их, есть 0. Логарифмы же сложных интервалов больше единицы, то есть их характеристики больше нуля. Отсюда очевидно, что все простые интервалы заключены в пределах октавы, и по этой причине октава также называется диатесарон.

§ 11. Итак, поскольку названия сложных интервалов складываются из числа октав, которые в них содержатся, и названия остатка, представляющего собой простой интервал, достаточно будет перечислить простые интервалы, принятые



у музыкантов и получившие особые названия. Ради большей четкости начнем с наименьших из употребительных интервалов, каковы комма, диеса и диасхизма. **Наименьшими** они называются потому, что их едва можно воспринять слухом, и если их прибавить или отнять от больших интервалов, изменения настолько незначительны, что большие интервалы, увеличенные или уменьшенные на наименьшие, даже считаются теми же самими. Конечно, последнее бывает только при неутонченном слухе – в совершенной гармонии это вовсе не так.

§ 12. **Комма** состоит из интервала между двумя звуками с отношением  $81 : 80$ , так что численное выражение коммы  $\log 81 - \log 80 = 0,017920$ , и октаву составляют примерно 56 комм. **Диеса** – это интервал между звуками с отношением  $128 : 125$ , следовательно, его численное выражение 0,034215. Итак, диеса почти вдвое больше коммы, и в октаве содержится приблизительно 29 диес. Наконец, **диасхизма** – это интервал между звуками  $2048 : 2025$ , и ее численное выражение 0,016295, следовательно, октаву составляет приблизительно 61 диасхизма. Итак, очевидно, что диасхизма – это разность между диесой и коммой.

§ 13. Конечно, в привычной для нас музыке не встречаются столь малые интервалы и не используются звуки, так незначительно отстоящие друг от друга. Однако при этом между большими интервалами в музыке обнаруживаются столь незначительные различия, что для их выражения пришлось вводить эти наименьшие. А самые малые интервалы, которые в музыке на самом деле применяются и выражаются звуками, – это большие и малые полутоны, а также большие и малые лиммы; эти интервалы, поскольку они мало отличаются друг от друга, неискушенные люди считают одинаковыми и называют «**полутон**».

§ 14. **Большой полутон** – это интервал звуков с отношением  $16 : 15$ , следовательно, его численное выражение 0,093109. **Малый же полутон** содержится между звуками  $25 : 24$  – он меньше большого на отношение  $128 : 125$ , выражающее диесу. Следовательно, численное выражение малого полутона 0,058894, а если к нему прибавить диесу, получится большой полутон. Итак, октаву составляют приблизительно 10 больших полутонов и 2 диесы, или примерно 17 малых полутонов.

§ 15. **Большая лимма**, составляемая звуками с отношением  $27 : 25$ , на комму больше, чем большой полутон, и ее собственное численное выражение 0,111029. **Малая же лимма** – это интервал между звуками  $135 : 128$ , так что она тоже превосходит на комму малый полутон, а если вычесть ее из большой лиммы, останется диеса. Численное выражение малой лиммы, следовательно, 0,076814. Таким образом, октаву составляют примерно 9 больших лимм, а малых лимм, чтобы составить октаву, требуется 13.

§ 16. Эти четыре разновидности интервалов, как я уже сказал, все без различия называются полутонами. Их называют также **малыми секундами** – это название, как и у квинты и кварты, обусловлено диатоническим родом. Интервалы же, которые требуются, чтобы дополнить их до октавы, выражаемые отношениями  $15 : 8$ ,  $48 : 25$ ,  $50 : 27$  и  $256 : 135$ , называются **большими септимами** – это название имеет то же происхождение. Их численные выражения составляют 0,906890; 0,941105; 0,888970 и 0,923185; из употребительных интервалов, которые меньше октавы, это наибольшие.

§ 17. За полутонами в порядке возрастания следуют интервалы, которые обычно называют **тонами**, или **большими секундами**. Тонов же существует три разновидности: первая, с отношением  $9 : 8$ , называется большой тон, его численное выражение 0,169924; шесть таких тонов вместе превышают октаву более чем на комму. Малый тон составляет отношение  $9 : 10$ , он на комму меньше, чем большой тон, так что его численное выражение 0,152004. К тонам относится и третий интервал, составляемый звуками  $256 : 225$ , который больше большого тона на диасхизму, а малого – на диесу. Интервалы, дополняющие эти тоны до октавы, называются **малыми септимами**.

§ 18. Тон содержит два полутона в широком смысле. Ведь большой тон – это и сумма большого полутона и малой лиммы, и сумма малого полутона и большой лиммы. Малый же тон – это сумма большого и малого полутонов. Наконец, самый большой тон с отношением  $256 : 225$  – это сумма двух больших полутонов. Таким же образом последующие интервалы получаются при прибавлении полутонов.

§ 19. Если увеличить тоны на полутон, получаются интервалы, которые именуют **малой терцией**, хотя, точнее говоря, этого названия заслуживает только интервал, обра-

зуемый звуками с отношением  $6 : 5$ . Ведь те интервалы, которые отличаются от этого отношения на комму, диасхизму или диесу, по общему мнению считаются малой терцией – это довольно приятное созвучие. (То же касается и прочих интервалов, которые являются приятными созвучиями.) Интервал, дополняющий малую терцию до октавы, называется **большая секста**, с отношением  $5 : 3$ . Численное выражение малой терции 0,263034, а большой сексты – 0,736965.

§ 20. Малую терцию на малый полутон превосходит **большая терция**, то есть та, которая составляет приятное созвучие, и это интервал между звуками с отношением  $5 : 4$ . Следовательно, его численное выражение 0,321928; таким образом, ясно, что большая терция состоит из большого и малого тона. Интервал же, дополняющий большую терцию до октавы, называется **малая секста**, которая, следовательно, состоит из звуков с отношением  $8 : 5$ , и ее численное выражение 0,678071. Секста также называется по-гречески **гексахорд**, так что большая секста – это то же, что большой гексахорд, а малая секста – то же, что малый гексахорд.

§ 21. Если к большой терции с отношением  $5 : 4$  прибавить большой полутон с отношением  $16 : 15$ , то при сложении получится отношение  $4 : 3$ , которым обозначается интервал диатессарон, или кварта. Интервал, дополняющий его до октавы, – это диапенте, или квинта с отношением  $3 : 2$  – об этих интервалах уже сказано выше. Остается только заметить, что разность между квинтой и квартой – это большой тон с отношением  $9 : 8$ ; именно эта разность у древних лежит в основе представления о большом тоне.

§ 22. Поскольку все остальные соседние интервалы отличаются друг от друга на полутон, то и между квинтой и квартой музыканты поместили средний звук, отличный от той и другой на полутон. Этот интервал называется **трисон**, потому что он состоит из трех тонов, иначе – также увеличенная кварта, а еще уменьшенная квинта, или ложная квинта. В соответствии с четырьмя разновидностями полутона имеется четыре разновидности тритона. Первая из них – это кварта с большим полутонном, с отношением  $64 : 45$ . Вторая разновидность – квинта без большого полутона, с отношением  $45 : 32$ . Третья разновидность – кварта с малым полутонном, а четвертая – квинта без малого полутона; третья обра-

зуется отношением 18 : 25, а четвертая – отношением 25 : 36, причем последняя является также удвоенной малой терцией.

§ 23. Подобно тому как эти интервалы получили свое название от чисел<sup>1</sup> и называются секунда, терция, кварта, квинта и так далее до октавы, такие же термины используются для составных, или больших, чем октава, интервалов. А именно, октава с большой или малой секундой называется большой или малой **ноной**; равным образом октава с терцией называется **децимой**, октава с квартой – **ундецимой**, и так далее – все время с прибавлением семи к названиям простых интервалов. Так, **дуодецима** – это октава с квинтой, **квиндецима** – двойная октава; на этих примерах названия такого рода становятся достаточно понятными.

§ 24. Чтобы все эти интервалы со своими названиями было легче окинуть одним взглядом и сравнить между собой, я решил ввести следующую таблицу: в первой графе помещены названия простых интервалов; во второй – представленные числами отношения звуков; в третьей – численное выражение интервалов с помощью логарифмов, избранных для нашей задачи; в четвертой – степень приятности, с которой воспринимается каждый интервал, – по ней сразу можно судить, насколько одни интервалы приятнее на слух, чем другие.

Название интервала	Отношение звуков	Численное выражение	Степень приятности
Диасхизма	2048 : 2025	0,016295	XXVIII
Комма	81 : 80	0,017920	XVII
Диеза	128 : 125	0,034215	XX
Малый полутон	25 : 24	0,058894	XIV
Малая лимма	135 : 128	0,076814	XVIII
Большой полутон	16 : 15	0,093109	XI
Большая лимма	27 : 25	0,111029	XV

<sup>1</sup> Названия *secunda*, *tertia*, *quarta*, *quinta* и т. д. – это латинские порядковые числительные «вторая», «третья», «четвертая», «пятая» и т. д.

Малый тон	10 : 9	0,152004	X
Большой тон	9 : 8	0,169924	VIII
Малая терция	6 : 5	0,263034	VIII
Большая терция	5 : 4	0,321928	VII
Кварта	4 : 3	0,415037	V
Тритон	25 : 18	0,473931	XIV
	45 : 32	0,491851	XIV
	64 : 45	0,508148	XV
	36 : 25	0,526068	XV
Квинта	3 : 2	0,584962	IV
Малая секста	8 : 5	0,678071	VIII
Большая секста	5 : 3	0,736965	VII
Малая септима	16 : 9	0,830075	IX
	9 : 5	0,847995	IX
Большая септима	50 : 27	0,888970	XVI
	15 : 8	0,906890	X
	256 : 135	0,923185	XIX
	48 : 25	0,941105	XV
Октава	2 : 1	1,000000	II

Следовательно, по степеням приятности эти интервалы располагаются так: октава; квинта; кварта; большая терция и большая секста; большой тон, малая терция и малая секста; обе малые септимы; малый тон и одна большая септима, отличающаяся от октавы на большой полутон; прочие полутоны и большие септимы.

## *Глава VIII*

### *О музыкальных родах*

§ 1. До сих пор мы объясняли природу звуков как таковых и излагали предписания, как формировать из них гармонию, тогда как приводить специальные правила музыкальной композиции было преждевременно. Прежде чем связать эти правила с практикой, следует рассмотреть музыкальные инструменты и способ их настройки. Поскольку звуки, используемые при исполнении музыки, доносятся до слуха с помощью либо голоса, либо инструментов, прежде всего следует сделать как голос, так и инструменты пригодными для воспроизведения всех звуков, необходимых при исполнении музыкальных произведений.

§ 2. Итак, поскольку экспонент музыкального произведения включает все необходимые звуки, то по самому этому экспоненту видно, сколько и каких звуков должны охватывать музыкальные инструменты. Следовательно, устройство инструментов зависит от экспонента музыкальных произведений, которые с их помощью должны доноситься до слуха, так что если мы захотим исполнить произведения с другими экспонентами, то понадобятся другие инструменты, соответствующие этим экспонентам.

§ 3. Таким образом, если дан экспонент музыкального произведения, то инструменты должны быть устроены так, чтобы из них извлекались все звуки, которые включает в себе этот экспонент. Исключение составляют разве что некоторые слишком низкие или слишком высокие звуки, которые нельзя воспринять на слух, — их спокойно можно пропустить как избыточные. Звуки же, которые содержит в себе данный экспонент, выясняются из его делителей; в связи с этим музыкальные инструменты надо делать так, чтобы они охватывали все воспринимаемые звуки, выражаемые делителем этого экспонента. И наоборот, по данному инструменту можно понять, для исполнения каких музыкальных произведений он пригоден.

§ 4. Звуки, издаваемые музыкальным инструментом, также очень удобно выражать **экспонентом**, который, как мы к настоящему моменту установили, есть наименьшее общее кратное всех звуков, охватываемых этим инструментом. Следовательно, по экспоненту музыкального инстру-

мента можно понять, для исполнения каких произведений он предназначен: на таком инструменте можно сыграть только те музыкальные произведения, экспонент которых является делителем для экспонента инструмента. Для этого требуется, чтобы в инструменте заключались все звуки, выводимые из делителей его экспонента, а если одного из них не будет, инструмент окажется ущербным и недостаточно пригодным к употреблению.

§ 5. Следовательно, чтобы музыкальный инструмент был хорошо устроен, надо выбрать подходящий экспонент, в котором заключены все экспоненты музыкальных произведений, на нем исполняемых. Затем надо найти все делители этого экспонента и заложить в устройство инструмента звуки, выражаемые каждым из этих делителей (за исключением тех, которые недоступны для восприятия как чрезмерно высокие или низкие). К этим звукам удобно ради единообразия добавить и другие, так чтобы звуки, содержащиеся в каждой октаве, были равны по числу. Это широко распространенная практика, позволяющая делать инструменты более совершенными — пригодными для исполнения большего количества музыкальных произведений.

§ 6. Итак, звуку инструмента должен соответствовать не только каждый делитель избранного экспонента, но и число, превосходящее делитель вдвое, вчетверо, в восемь раз и т. д., а также его половина, четверть, восьмая часть и т. д. При этом условии все октавы заполняются одинаковым количеством звуков и одинаково подразделяются. Преимущество еще и в том, что при правильной настройке одной октавы на ее основе легко образовать прочие, более низкие и более высокие: для этого нужно каждый из звуков, содержащихся в одной октаве, сделать выше или ниже на одну или несколько октав.

§ 7. Если экспонент инструмента  $A$ , а его делители  $1, a, b, c, d, e$  и т. д., то помимо звуков, обозначаемых этими делителями, в устройство инструмента необходимо заложить и звуки  $2, 2a, 2b, 2c, 2d, 2e$  и т. д., а также  $4, 4a, 4b, 4c, 4d, 4e$  и т. д., затем также  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}a, \frac{1}{2}b, \frac{1}{2}c, \frac{1}{2}d, \frac{1}{2}e$  и т. д. и  $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}a, \frac{1}{4}b, \frac{1}{4}c, \frac{1}{4}d, \frac{1}{4}e$  и т. д. Если при помощи умножения устранить дроби, инструмент будет охватывать звуки  $2^n, 2^na, 2^nb, 2^nc, 2^nd, \dots, 2^nA$ , где  $n$  обозначает любое целое число. Следовательно, экспонент инструмента, устроенного

таким образом, будет уже не  $A$ , а  $2^m A$ , где  $m$  обозначает неопределенное число, как малое, так и большое, вплоть до которого звуки доступны для восприятия.

§ 8. Инструмент, сделанный таким образом, подходит не только для исполнения музыкальных произведений, экспоненты которых содержатся в  $A$ , но и для таких произведений, экспоненты которых входят в  $2^m A$ . Отсюда понятно, что если все октавы одинаково заполнены звуками, музыкальный инструмент достигает большего совершенства и годится для большего числа произведений. К тому же преимущество для начинающих состоит в том, что, зная звуки в одной октаве, они тут же легко распознают звуки прочих октав.

§ 9. Следовательно, в дальнейшем для экспонентов музыкальных произведений мы примем форму  $2^m A$  и исследуем, сколько и какие звуки должна содержать каждая октава. Но в качестве  $A$  следует брать только нечетные звуки: четные брать избыточно, поскольку число 2 содержится уже в  $2^m$ . Следовательно, любой экспонент  $2^m A$  даст свое членение октавы по количеству звуков со своими интервалами между ними. Такое членение октавы музыканты называют музыкальным **родом**; с давних времен известно три таких рода – диатонический, хроматический и энгармонический.

§ 10. Если в октаве, разделение которой происходит в соответствии с данным экспонентом  $2^m A$ , нижний звук будет  $E$ , то верхний составит  $2E$ , а все остальные будут располагаться в пределах между  $E$  и  $2E$ . Поэтому следует умножить все делители  $A$  на степени числа 2 так, чтобы произведение было больше  $E$ , но меньше  $2E$ , и все эти произведения дадут звуки, содержащиеся в октаве. Отсюда очевидно, что в октаве должно заключаться столько звуков, сколько делителей у  $A$ , поскольку каждый делитель  $A$  вносит звук в каждую октаву.

§ 11. Следовательно, если экспонент инструмента, который мы отныне будем называть **экспонентом рода**, будет  $2^m a^p$ , причем  $a$  – простое число, то одна октава будет содержать  $p + 1$  звук, потому что столько делителей у  $a^p$ . Если же экспонент будет  $2^m a^p b^q$ , то число звуков в октаве будет  $(p + 1)(q + 1)$ , то есть  $pq + p + q + 1$ ; именно столько и не более делителей имеет число  $a^p b^q$ , если, конечно,  $a$  и  $b$  –



простые и нечетные числа. Таким же образом при экспоненте рода  $2^m a^p b^q c^r$  количество звуков в пределах одной октавы будет  $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$ . Следовательно, по экспоненту рода сразу можно судить, сколько звуков содержится в пределах октавы.

§ 12. Какие именно звуки будут в пределах каждой октавы, покажут сами делители  $A$ : их надо по одному умножить на такие степени двух, чтобы отношение наибольшего к наименьшему было меньше, чем  $2 : 1$ . Это удобнее показать с использованием принятой нами системы логарифмов: поскольку логарифм двух есть 1, сразу станет очевидным, на какую степень двух надо умножить каждый делитель, чтобы логарифмы всех звуков не отличались друг от друга более чем на единицу.

§ 13. Итак, мы рассмотрим роды, от самых простых до самых сложных, какие только можно использовать, как известные, так и неизвестные, и о каждом заметим, для каких музыкальных произведений он годится. Самый простой род – без сомнения,  $2^m$ , который получается, если  $A = 1$ . Следовательно, в интервале октавы содержится единственный звук 1, за которым непосредственно следует звук 2, выше на целую октаву. Таким образом, все звуки, которые должен издавать музыкальный инструмент, – это  $1 : 2 : 4 : 8 : 16$ , потому что инструмент редко охватывает более четырех октав. Но этот род из-за излишней простоты непригоден для какой бы то ни было гармонии.

§ 14. Экспонент  $2^m A$  даст следующий по порядку музыкальный род, если взять  $A = 3$ , делители которого 1 и 3; октаву составят звуки  $2 : 3 : 4$ . Итак, в этом роде октава делится на две части, одна из которых – квинта, а другая – кварта. Если за нижний звук принять 3, эта октава может быть также представлена в виде  $3 : 4 : 6$ , где нижний интервал – кварта, а верхний – квинта. Все звуки инструмента, согласно экспоненту  $2^m 3$ , получатся  $2 : 3 : 4 : 6 : 8 : 12 : 16 : 24 : 32$ . Впрочем, этот род слишком прост и никогда не употреблялся.

§ 15. В музыке вплоть до наших дней приняты лишь те созвучия, экспоненты которых делятся только на простые числа 2, 3 и 5, так что музыканты, создавая созвучия, не продвигаются далее числа 5. Поэтому и здесь в начале я не буду брать других  $A$ , кроме 3 и 5 и их степеней. Но изложив,

какие музыкальные роды могут возникнуть отсюда, попытаемся ввести также 7, и на этой основе, возможно, когда-нибудь удастся формировать новые музыкальные роды и создавать новые, доселе неслыханные музыкальные произведения.

§ 16. Итак, третий музыкальный род – это  $2^m 5$ , в котором звуки, содержащиеся в октаве, –  $4 : 5 : 8$ . Нижний из этих двух интервалов представляет собой большую терцию, верхний – малую сексту. Но этот род нельзя использовать – как потому, что он слишком прост, так и потому, что содержит число 5, пропустив 3, и поэтому включает в себя более сложные созвучия, пропустив более простые. Ведь было бы несообразно вводить в созвучия большие простые числа, пренебрегая меньшими, потому что таким образом гармония получилась бы запутанной сверх необходимости и недостаточно воспринимаемой.

§ 17. В двух этих родах 3 или 5 в составе А выступают только в первой степени. Итак, теперь возьмем вторую степень. Пусть экспонентом четвертого рода будет  $2^m \cdot 3^2$ , в котором делителями А, или  $3^2$ , являются  $1 : 3 : 9$ . Следовательно, октава будет содержать звуки  $8 : 9 : 12 : 16$  и состоять из трех интервалов: один – большой тон, два других – кварты. Это первый род, который, как утверждают, был в употреблении; его создателем был Меркурий,<sup>1</sup> изобретатель музыки в Греции, который отразил эти четыре звука таким же количеством струн, вследствие чего инструмент был назван тетрахордом. В честь этого инструмента последующие музыканты, чтобы проявить почтение к Меркурию, свои более сложные роды обычно делили на тетра хорды.

§ 18. Это первый род музыки, который удивительно соответствует законам гармонии, поэтому он вызвал величайшее восхищение у слушателей, до тех пор не знавших гармонии. Однако в нем не было иных приятных для слуха интервалов, кроме квинты, кварты, большого тона и октавы. И даже позже вплоть до времени Птолемея оставался неизвестным интервал, именуемый терцией, который ввел в музыку именно Птолемей.

---

<sup>1</sup> Boetius, De institutione musica I, 20. В числе важнейших открытий, сделанных богами, Гермесу греческая мифология приписывает изобретение лиры.

§ 19. Экспонент пятого рода музыки будет  $2^m \cdot 3 \cdot 5$ . В соответствии с делителями числа  $3 \cdot 5$ , то есть  $1 : 3 : 5 : 15$ , этот род будет в одной октаве содержать звуки  $8 : 10 : 12 : 15 : 16$ . Итак, он включает чрезвычайно приятные интервалы: большую и малую терции, большой полутон и большую септиму. Между тем не известно, чтобы этот род когда-либо употреблялся, хотя в нем достижимо большее разнообразие, чем в предшествующем роде Меркурия. Причина, несомненно, в том, что как большую, так и малую терцию из-за числа 5 вплоть до Птолемея не знали, и только он ввел более сложный род.

§ 20. Шестой род образует экспонент  $2^m \cdot 5^2$ , в октаве которого, в соответствии с делителями числа  $5^2$ , то есть  $1 : 5 : 25$ , содержатся звуки, составляющие отношение  $16 : 20 : 25 : 32$ ; октава разделяется ими на три интервала, из которых два первых – большие терции, а последний – большая терция с диесой. Неудивительно, что этот род никогда не употреблялся, так как, с одной стороны, в древнейшие времена терций не знали, а с другой – созвучия, содержащиеся в этом роде, не слишком приятны, и к тому же нет наиболее приятных интервалов – квинты и кварты.

§ 21. Седьмым будет у нас род, экспонент которого  $2^m \cdot 3^3$ . Делители числа  $3^3$  – это  $1 : 3 : 9 : 27$ , из чего следует, что октава состоит из  $16 : 18 : 24 : 27 : 32$ ; неизвестно, чтобы он когда-либо употреблялся. Экспонент восьмого рода –  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$ , его шесть нечетных делителей – это  $1 : 3 : 5 : 9 : 15 : 45$ , исходя из чего октаву составляют звуки  $32 : 36 : 40 : 45 : 48 : 60 : 64$ . Этот род содержит величайшую прелесть и заслуживал бы применения, если бы его не охватывали другие, употребительные роды. Девятый род имеет экспонент  $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$  и содержит в октаве звуки  $64 : 75 : 80 : 96 : 100 : 120 : 128$ . Десятый же род с экспонентом  $2^m \cdot 5^2$  будет иметь в октаве звуки  $64 : 80 : 100 : 125 : 128$ .

§ 22. Одиннадцатый род будет иметь экспонент  $2^m \cdot 3^4$  и содержать в октаве звуки  $64 : 72 : 81 : 96 : 108 : 128$ . По поводу этого и предыдущего рода надо заметить, что в них содержатся интервалы и созвучия, отсутствующие в роде, принятом в наше время, и поэтому род, который применяется сейчас и называется диатонико-хроматическим, не включает в себя эти два последних рода, а все предшествующие охватывает, так что род, ныне употребительный,

пригоден для всех музыкальных произведений, для которых служат роды с первого по девятый.

§ 23. Двенадцатый род определяется экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$ , следовательно, в октаве содержатся восемь звуков – 128 : 135 : 144 : 160 : 180 : 192 : 216 : 240 : 256. Этот род ближе всего соответствует диатоническому роду древних, хотя древние размещали в пределах октавы только семь звуков. Ведь если пропустить звук 135, этот род в точности совпадает с диатоническим напряженным родом Птолемея, в котором октава разделяется на два тетрахорда, каждый объемлет интервал диатессарон и разделяется на три интервала: нижний являет собой большой полутон, следующий – большой тон, а третий – малый тон.

§ 24. Именно такое разделение демонстрирует и наш двенадцатый род, если опустить звук 135: ведь если начать октаву со звука 120, он будет иметь вид

$$120 : 128 : 144 : 160 \mid 180 : 192 : 216 : 240,$$

причем каждая из этих двух частей составляет интервал диатессарон, разделенный таким образом, что нижние интервалы 120 : 128 и 180 : 192 – это большие полутоны, средние 128 : 144 и 192 : 216 – это большие тоны, а верхние 144 : 160 и 216 : 240 – это малые тоны. Следовательно, род Птолемея обладал чрезвычайной приятностью, как вполне убедительно показывает и опыт: этот род употребляется и сейчас, тогда как прочими родами древних пренебрегают как мало приятными или совсем неприятными.

§ 25. Поскольку диатонический род древних не включает звука 135, который, однако, относится к октаве точно так же, как и остальные, его нельзя считать вполне совершенным. Но поскольку совпадение между ним и нашим двенадцатым родом столь велико, назовем последний исправленным диатоническим. Отсюда понятно, как упрямо древние музыканты цеплялись за первый род, изобретенный Меркурием: музыкальные инструменты они разделяли на тетрахорды, а каждый тетрахорд на три части. Правда, в диатоническом роде это установление вполне согласовалось с гармонией, но в прочих было причиной дисгармонии.

§ 26. Кроме напряженного диатонического рода Птолемея древние применяли еще несколько разновидностей диатонического рода со следующими интервалами в рамках тетрахордов:

Диадонический Пифагоров	243 : 256; 8 : 9; 8 : 9.
Диадонический мягкий	20 : 21; 9 : 10; 7 : 8.
Диадонический тоновый	27 : 28; 7 : 8; 8 : 9.
Диадонический ровный	11 : 12; 10 : 11; 9 : 10.

Устройство всех их таково, что первый интервал является приблизительно полутонотом, а два других – примерно тонами, вместе же они составляют диатессарон. Легко понять, сколь несовершенны и абсурдны эти роды, так что неудивительно, что они полностью исчезли.

§ 27. Подобно тому как в наше время музыкальные инструменты разделяются по октавам, а все октавы делятся одинаково, так древние предпочитали разделять свои инструменты по квартам, а кварты одинаково расчленять на три интервала, следуя больше тетрахорду Меркурия, чем самой гармонии. В частности пифагорейские музыкальные теоретики производили деление с помощью условных чисел, не обращая никакого внимания на гармонию, как вполне очевидно из приведенных примеров; этими числами они нанесли музыке немалый ущерб, так что по заслугам осуждались Аристоксеном и его последователями.

§ 28. Диадонический напряженный род Птолемея, по счастью появившийся из этого превратного способа толковать музыку, еще и сейчас заслуженно применяется и учитывается при изготовлении клавесинов, клавикордов и других инструментов с двумя типами клавиш, из которых более длинные и ниже расположенные издают звуки диатонического напряженного рода. Эти клавиши принято обозначать буквами, и теми же буквами будет удобно обозначить сами звуки. Итак, звук 192 будет обозначаться С, следующий 216 – D, 240 – E, 256 – F, 288 – G, 320 – A, 360 – H, 384 – с.

§ 29. Теми же буквами, но строчными, обозначаются звуки выше на октаву, то есть выражаемые вдвое большими числами; те же строчные буквы с одной или более чертой обозначают звуки выше еще на одну или несколько октав.<sup>2</sup> Так, поскольку 320 – это А, 640 соответствует а, 1280 – а', 2560 – а", 5120 – а"', и т. д. Таким прописным или строчным

---

<sup>2</sup> В первом издании пропущены слова – очевидно, следует читать: *haecque minusculae litterae cum una pluribusque <lineis sonos una pluribusque> octavis acutiores indicant.*

буквам будут соответствовать и звуки, выраженные следующими числами. А именно, С обозначает все числа, содержащиеся в формуле  $2^n \cdot 3$ ; D – звуки, содержащиеся в  $2^n \cdot 3^3$ ; E – в  $2^n \cdot 3 \cdot 5$ ; F – в  $2^n$ ; G – в  $2^n \cdot 3^2$ ; A – в  $2^n \cdot 5$ ; H – в  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$ . Звук  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ , отсутствующий в применяемом роде, называется Fs, то есть F с полутоном.

§ 30. Тринадцатый род образует экспонент  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$ , следовательно, его октаву заполняют девять звуков – 128 : 144 : 150 : 160 : 180 : 192 : 200 : 225 : 240 : 256. К нему, по-видимому, стремились древние, создавая свой хроматический род, если, конечно, они видели в нем какую-либо гармонию. Ведь в тетра хорде этого рода они поместили сначала два полутона, а после них малую терцию, точнее сказать – интервал, дополняющий два полутона до кварты. В нашем же роде присутствуют дважды по два полутона, за которыми, если пропустить несколько звуков, следуют малые терции. Но хроматический род древних не мог не быть очень несовершенным, поэтому наш тринадцатый род будет правильно назвать хроматическим исправленным.

§ 31. У древних было три основных разновидности хроматического рода, которые они разделяли на два тетра хорда, а тетра хорд – на три интервала, которые в этих трех разновидностях выглядят так:

Хроматический древний	243 : 256; 67 : 76; 4864 : 5427.
Хроматический мягкий	27 : 28; 14 : 15; 5 : 6.
Хроматический напряженный	21 : 22; 11 : 12; 6 : 7.

Легко заметить, насколько эти разновидности хроматического рода противоречат истинным принципам гармонии. Наш же хроматический род, если сохранить разделение на тетра хорды, то есть пропустить звуки 225 и 150, они могли бы употреблять, приняв в пределах октавы такие звуки:

120 : 128 : 144 : 160 | 180 : 192 : 200 : 240.

Разделение первого тетра хорда – напряженное диатоническое, а второго – исконное хроматическое.

§ 32. Четырнадцатый род, экспонент которого  $2^m \cdot 3 \cdot 5^3$ , будет содержать в октаве звуки 256 : 300 : 320 : 375 : 384 : 400 : 480 : 500 : 512. Этот род мы назовем энгармоническим исправленным, поскольку он, как кажется, отчасти соответствует энгармоническому роду древних.

Древние оставили следующие деления тетрахорда этого рода:

Энгармонический древний  $125 : 128; 243 : 250; 64 : 81$ .

Энгармонический Птолемея  $45 : 46; 23 : 24; 4 : 5$ .

Ни один из них невозможно сопоставить с гармонией. Древние могли бы вместо энгармонического рода использовать такое деление октавы на тетрахорды и тетрахордов:

$$240 : 250 : 256 : 320 \mid 375 : 384 : 400 : 480,$$

а именно без звука 300; но при его отсутствии род следует считать несовершенным.

§ 33. Пятнадцатый род заключен в экспоненте  $2^m \cdot 5^4$  и имеет в октаве звуки  $512 : 625 : 640 : 800 : 1000 : 1024$ . Этот род нельзя применять из-за слишком грубых интервалов и нехватки приятных созвучий, выражаемых числом 3. Шестнадцатый род образует экспонент  $2^m \cdot 3^5$ , и в его октаве будут звуки  $128 : 144 : 162 : 192 : 216 : 243 : 256$ ; этому роду из-за недостатка созвучий, происходящих из 5, не хватает разнообразия. Семнадцатый род, выраженный экспонентом  $2^m \cdot 3^4 \cdot 5$ , кажется наиболее приемлемым, потому что его можно употреблять. Ведь любая его октава будет содержать звуки, следующие в таком порядке:  $256 : 270 : 288 : 320 : 324 : 360 : 384 : 405 : 432 : 480 : 512$ . Против этого рода можно выдвинуть только одно возражение: в нем будут встречаться слишком малые интервалы, едва различимые слухом, такие как комма.

§ 34. Далее следовало бы описать восемнадцатый род, экспонент которого  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ . Но поскольку это и есть **диатонико-хроматический род**, в настоящее время применяемый всеми музыкантами, он заслуживает рассмотрения в отдельной главе. Что касается описанных выше родов, я решил, чтобы представить их вместе с экспонентами яснее и нагляднее, ввести следующую таблицу, где приведены экспоненты каждого рода, звуки, содержащиеся в каждой октаве, а также интервалы между всеми соседними звуками. Я включил также принятые обозначения звуков, а звуки малоизвестные отметил наиболее близкой буквой со звездочкой.

Таблица музыкальных родов

Обозначения звуков	Звуки	Интервалы	Названия интервалов
--------------------	-------	-----------	---------------------

Род I. Экспонент  $2^m$

F	1	1 : 2	диапасон, или октава
f	2		

Род II. Экспонент  $2^m \cdot 3$

F	2	2 : 3	диапенте, или квинта
c	3		
f	4	3 : 4	диатессарон, или кварта

Род III. Экспонент  $2^m \cdot 5$

F	4	4 : 5	большая терция
A	5		
f	8	5 : 8	малая секста

Род IV. Экспонент  $2^m \cdot 3^2$

(древнейший род Меркурия)

F	8	8 : 9	большой тон
G	9		
c	12	3 : 4	кварта
f	16	3 : 4	кварта

Род V. Экспонент  $2^m \cdot 3 \cdot 5$

F	8	4 : 5	большая терция
A	10		
c	12	5 : 6	малая терция
e	15	4 : 5	большая терция
f	16	15 : 16	большой полутон



Род VI. Экспонент  $2^m \cdot 5^2$

F	16	4 : 5	большая терция
A	20	4 : 5	большая терция
cs	25	25 : 32	большая терция с диесой
f	32		

Род VII. Экспонент  $2^m \cdot 3^3$

F	16	8 : 9	большой тон
G	18	3 : 4	кварта
c	24	8 : 9	большой тон
d	27	27 : 32	малая терция без коммы
f	32		

Род VIII. Экспонент  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$

F	32	8 : 9	большой тон
G	36	9 : 10	малый тон
A	40	8 : 9	большой тон
H	45	15 : 16	большой полутон
c	48	4 : 5	большая терция
e	60	15 : 16	большой полутон
f	64		

Род IX. Экспонент  $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$

F	64	64 : 75	малая терция без диесы
Gs	75	15 : 16	большой полутон
A	80	5 : 6	малая терция
c	96	24 : 25	малый полутон
cs	100	5 : 6	малая терция
e	120	15 : 16	большой полутон
f	128		

Род X. Экспонент  $2^m \cdot 5^3$

F	64		
A	80	4 : 5	большая терция
cs	100	4 : 5	большая терция
f*	125	4 : 5	большая терция
f	128	125 : 128	энгармоническая диеза

Род XI. Экспонент  $2^m \cdot 3^4$

F	64		
G	72	8 : 9	большой тон
A*	81	8 : 9	большой тон
c	96	27 : 32	малая терция без коммы
d	108	8 : 9	большой тон
f	128	27 : 32	малая терция без коммы

Род XII. Экспонент  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$   
(диатонический род древних исправленный)

F	128		
Fs	135	128 : 135	малая лимма
G	144	15 : 16	большой полутон
A	160	9 : 10	малый тон
H	180	8 : 9	большой тон
c	192	15 : 16	большой полутон
d	216	8 : 9	большой тон
e	240	9 : 10	малый тон
f	256	15 : 16	большой полутон

Род XIII. Экспонент  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$   
(хроматический род древних исправленный)

F	128	8 : 9	большой тон
G	144	24 : 25	малый полутон
Gs	150	15 : 16	большой полутон
A	160	8 : 9	большой тон
H	180	15 : 16	большой полутон
c	192	24 : 25	малый полутон
cs	200	8 : 9	большой тон
ds	225	15 : 16	большой полутон
e	240	15 : 16	большой полутон
f	256		

Род XIV. Экспонент  $2^m \cdot 3 \cdot 5^3$   
(энгармонический род древних исправленный)

F	256	64 : 75	малая терция без диесы
Gs	300	15 : 16	большой полутон
A	320	64 : 75	малая терция без диесы
H*	375	125 : 128	энгармоническая диеса
g	384	24 : 25	малый полутон
cs	400	5 : 6	малая терция
e	480	24 : 25	малый полутон
f*	500	125 : 128	энгармоническая диеса
f	512		

Род XV. Экспонент  $2^m \cdot 5^4$

F	512	512 : 625	большая терция без диесы
A*	625		

Глава 8. О музыкальных родах

A*	625	125 : 128	энгармоническая диеза
A	640	4 : 5	большая терция
cs	800	4 : 5	большая терция
f*	1000	125 : 128	энгармоническая диеза
f	1024		

Род XVI. Экспонент  $2^m \cdot 3^5$

F	128	8 : 9	большой тон
G	144	8 : 9	большой тон
A*	162	27 : 32	малая терция без коммы
c	192	8 : 9	большой тон
d	216	8 : 9	большой тон
e*	243	243 : 256	пифагорейская лимма
f	250		

Род XVII. Экспонент  $2^m \cdot 3^4 \cdot 5$

F	256	128 : 135	малая лимма
Fs	270	15 : 16	большой полутон
G	288	9 : 10	малый тон
A	320	80 : 81	комма
A*	324	9 : 10	малый тон
H	360	15 : 16	большой полутон
c	384	128 : 135	малая лимма
cs*	405	15 : 16	большой полутон
d	432	9 : 10	малый тон
e	480	15 : 16	большой полутон
f	512		

## Глава IX

### О диатонико-хроматическом роде

§ 1. Причина, по которой мы называем восемнадцатый род диатонико-хроматическим, становится ясна при взгляде на сам экспонент  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ : он представляет собой наименьшее общее кратное для экспонентов диатонического ( $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$ ) и хроматического рода ( $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$ ) и поэтому выражает их в совокупности. Отсюда сразу можно предположить, что этот наш род будет соответствовать роду, принятому сейчас музыкантами, если, конечно, музыканты тоже составили его из хроматического и диатонического рода древних.

§ 2. Итак, прежде всего исследуем звуки, которые должны присутствовать в каждой октаве нашего рода. Поэтому возьмем все делители числа  $3^3 \cdot 5^2$ . Они таковы: 1; 3; 5;  $3^2$ ;  $3 \cdot 5$ ;  $5^2$ ;  $3^3$ ;  $3^2 \cdot 5$ ;  $3 \cdot 5^2$ ;  $3^3 \cdot 5$ ;  $3^2 \cdot 5^2$ ;  $3^3 \cdot 5^2$ , то есть в обычных числах: 1; 3; 5; 9; 15; 25; 27; 45; 75; 135; 335; 675. Поскольку наибольший из них 675, прочие надо умножить на такие степени двух, чтобы все они не превышали отношения 2 : 1, то есть помещались в интервал диасон. Эти числа, расположенные в порядке возрастания, дадут следующие звуки одной октавы: 512 : 540 : 576 : 600 : 640 : 675 : 720 : 768 : 800 : 864 : 900 : 960 : 1024.

§ 3. Итак, в одной октаве нашего рода содержатся 12 звуков – это число соответствует числу звуков в принятом диатонико-хроматическом роде. Содержатся ли в том и другом одни и те же звуки, покажут интервалы. А именно, в нашем роде интервалы между всеми соседними звуками идут в такой последовательности:

512	малая лимма	720	большой полутон
540	большой полутон	768	малый полутон
576	малый полутон	800	большая лимма
600	большой полутон	864	малый полутон
640	малая лимма	900	большой полутон
675	большой полутон	960	большой полутон
720		1024	

Посмотрим, как эти интервалы соответствуют принятому делению октавы.

§ 4. Хотя и в наше время музыканты не имеют единой точки зрения по поводу деления октавы, так что употребляют несколько разных ладов, тем не менее я выделил в сочинениях музыкантов один род, который они, как кажется, предпочитают. В нем интервалы, начиная со звука F, идут в таком порядке:

F	малая лимма	H	большой полутон
Fs	большой полутон	c	малый полутон
G	малый полутон	cs	большая лимма
Gs	большой полутон	d	малый полутон
A	большая лимма	ds	большой полутон
B	малый полутон	e	большой полутон
H		f	

Эти интервалы взяты из книги Маттезона под названием «Школа генерал-баса».<sup>1</sup>

§ 5. Этот способ деления октавы представляется сравнительно новым, поскольку прежде музыканты много лет пользовались другим способом. Но коль скоро они пришли к приведенному способу, они несомненно по опыту заметили, что он больше подходит для создания гармонии. Итак, поскольку этот принятый способ столь мало отличается от подлинного гармонического рода (в них не совпадают только два интервала и различен только звук B), истинность наших принципов, достаточно доказанная и другими аргументами, замечательно подтверждается этим столь строгим совпадением нашей теории с длительной практикой.

§ 6. Итак, принятый способ деления октавы за счет одного лишь опыта усовершенствован настолько, что для полноты совершенства требуется всего одно исправление: сделать звук, обозначаемый B, ниже лишь на диесу, то есть на разность между большой и малой лиммой. После приня-

---

<sup>1</sup> J. Mattheson. Grosse General-Bass-Schule, oder Der exemplarischen Organisten-Probe. 1731; zweite, verbesserte und vermehrte Auflage: Fac-simile. Hamburg, 1968.

тия этой поправки получится совершеннейший музыкальный род, наиболее подходящий для создания гармонии. Что касается числа звуков, этот род содержит их именно столько, сколько требует гармония, не больше и не меньше. Кроме того, все звуки находятся между собой именно в отношениях, определяемых законами гармонии.

§ 7. Звуки диатонико-хроматического рода и интервалы между ними, принятые на практике, но подправленные теорией, будут выглядеть так, как показывает следующая таблица. Она оформлена привычным для музыкантов способом: начинается со звука С и доходит до с, а численное выражение звуков мы привели в двух вариантах: числа целиком и разложенные на множители, чтобы легче было судить об их соотношениях и интервалах.

Род XVIII. Экспонент  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$   
(современный диатонико-хроматический исправленный)

Обозн. звуков	Звуки		Интервалы	Названия интервалов
C	$2^7 \cdot 3$	384	24 : 25	малый полутон
Cs	$2^4 \cdot 5^2$	400	25 : 27	большая лимма
D	$2^4 \cdot 3^3$	432	24 : 25	малый полутон
Ds	$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	450	15 : 16	большой полутон
E	$2^5 \cdot 3 \cdot 5$	480	15 : 16	большой полутон
F	$2^9$	512	128 : 135	малая лимма
Fs	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	540	15 : 16	большой полутон
G	$2^6 \cdot 3^2$	576	24 : 25	малый полутон
Gs	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	600	15 : 16	большой полутон
A	$2^7 \cdot 5$	640	128 : 135	малая лимма
B	$3^3 \cdot 5^2$	675	15 : 16	большой полутон
H	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	720	15 : 16	большой полутон
c	$2^8 \cdot 3$	768		

Эта таблица – продолжение приведенной в предыдущей главе таблицы музыкальных родов.

§ 8. Из нее сразу понятно, в каком отношении находится любой звук к любому другому. А чтобы сделать эти отношения нагляднее, я решил включить следующую таблицу, в которой содержатся все простые интервалы между каждой парой звуков.

Звуки	Интервалы	Названия интервалов
C : Cs	24 : 25	малый полутон
C : D	8 : 9	большой тон
C : Ds	64 : 75	малая терция без диесы
C : E	4 : 5	большая терция
C : F	3 : 4	кварта
C : Fs	32 : 45	тритон
C : G	2 : 3	квинта
C : Gs	16 : 25	малая секста без диесы
C : A	3 : 5	большая секста
C : B	128 : 225	малая септима
C : H	8 : 15	большая септима
C : c	1 : 2	октава
Cs : D	25 : 27	большая лимма
Cs : Ds	8 : 9	большой тон
Cs : E	5 : 6	малая терция
Cs : F	25 : 32	большая терция с диесой
Cs : Fs	20 : 27	кварта с коммой
Cs : G	25 : 36	тритон
Cs : Gs	2 : 3	квинта
Cs : A	5 : 8	малая секста
Cs : B	16 : 27	большая секста с коммой
Cs : H	5 : 9	малая септима
Cs : c	25 : 48	большая септима
Cs : cs	1 : 2	октава
D : Ds	24 : 25	малый полутон
D : E	9 : 10	малый тон
D : F	27 : 32	малая терция без коммы
D : Fs	4 : 5	большая терция
D : G	3 : 4	кварта
D : Gs	18 : 25	тритон
D : A	27 : 40	квинта без коммы
D : B	16 : 25	малая секста без диесы
D : H	3 : 5	большая секста
D : c	9 : 16	малая септима
D : cs	27 : 50	большая септима
D : d	1 : 2	октава



Звуки	Интервалы	Названия интервалов
Ds : E	15 : 16	большой полутон
Ds : F	225 : 256	большой тон с диасхизмой
Ds : Fs	5 : 6	малая терция
Ds : G	25 : 32	большая терция с диесой
Ds : Gs	3 : 4	кварта
Ds : A	45 : 64	тритон
Ds : B	2 : 3	квинта
Ds : H	5 : 8	малая секста
Ds : c	75 : 128	большая секста с диесой
Ds : cs	9 : 16	малая септима
Ds : d	25 : 48	большая септима
Ds : ds	1 : 2	октава
E : F	15 : 16	большой полутон
E : Fs	8 : 9	большой тон
E : G	5 : 6	малая терция
E : Gs	4 : 5	большая терция
E : A	3 : 4	кварта
E : B	32 : 45	тритон
E : H	2 : 3	квинта
E : c	5 : 8	малая секста
E : cs	3 : 5	большая секста
E : d	5 : 9	малая септима
E : ds	8 : 15	большая септима
E : e	1 : 2	октава
F : Fs	128 : 135	малая лимма
F : G	8 : 9	большой тон
F : Gs	64 : 75	малая терция без диесы
F : A	4 : 5	большая терция
F : B	512 : 675	кварта без диасхизмы
F : H	32 : 45	тритон
F : c	2 : 3	квинта
F : cs	16 : 25	малая секста без диесы
F : d	16 : 27	большая секста с коммой
F : ds	128 : 225	малая септима
F : e	8 : 15	большая септима
F : f	1 : 2	октава

Звуки	Интервалы	Названия интервалов
Fs : G	15 : 16	большой полутон
Fs : Gs	9 : 10	малый тон
Fs : A	27 : 32	малая терция без коммы
Fs : B	4 : 5	большая терция
Fs : H	3 : 4	кварта
Fs : c	45 : 64	тритон
Fs : cs	27 : 40	квинта без коммы
Fs : d	5 : 8	малая секста
Fs : ds	3 : 5	большая секста
Fs : e	9 : 16	малая септима
Fs : f	135 : 256	большая септима
Fs : fs	1 : 2	октава
G : Gs	24 : 25	малый полутон
G : A	9 : 10	малый тон
G : B	64 : 75	малая терция без диесы
G : H	4 : 5	большая терция
G : c	3 : 4	кварта
G : cs	18 : 25	тритон
G : d	2 : 3	квинта
G : ds	16 : 25	малая секста без диесы
G : e	3 : 5	большая секста
G : f	9 : 16	малая септима
G : fs	8 : 15	большая септима
G : g	1 : 2	октава
Gs : A	15 : 16	большой полутон
Gs : B	8 : 9	большой тон
Gs : H	5 : 6	малая терция
Gs : c	25 : 32	большая терция с диесой
Gs : cs	3 : 4	кварта
Gs : d	25 : 36	тритон
Gs : ds	2 : 3	квинта
Gs : e	5 : 8	малая секста
Gs : f	75 : 128	большая секста с диесой
Gs : fs	5 : 9	малая септима
Gs : g	25 : 48	большая септима
Gs : gs	1 : 2	октава

Звуки	Интервалы	Названия интервалов
A : B	128 : 135	малая лимма
A : H	8 : 9	большой тон
A : c	5 : 6	малая терция
A : cs	4 : 5	большая терция
A : d	20 : 27	кварта с коммой
A : ds	32 : 45	тритон
A : e	2 : 3	квинта
A : f	5 : 8	малая секста
A : fs	16 : 27	большая секста с коммой
A : g	5 : 9	малая септима
A : gs	8 : 15	большая септима
A : a	1 : 2	октава
B : H	15 : 16	большой полутон
B : c	225 : 256	большой тон с диасхизмой
B : cs	27 : 32	малая терция без коммы
B : d	25 : 32	большая терция с диесой
B : ds	3 : 4	кварта
B : e	45 : 64	тритон
B : f	675 : 1024	квинта с диасхизмой
B : fs	5 : 8	малая секста
B : g	75 : 128	большая секста с диесой
B : gs	9 : 16	малая септима
B : a	135 : 156	большая септима
B : b	1 : 2	октава
H : c	15 : 16	большой полутон
H : cs	9 : 10	малый тон
H : d	5 : 6	малая терция
H : ds	4 : 5	большая терция
H : e	3 : 4	кварта
H : f	45 : 64	тритон
H : fs	2 : 3	квинта
H : g	5 : 8	малая секста
H : gs	3 : 5	большая секста
H : a	9 : 16	малая септима
H : b	8 : 15	большая септима
H : h	1 : 2	октава

§ 8 bis.<sup>2</sup> Итак, все интервалы в этом роде либо представляют собой те самые созвучия, которые носят данные названия, либо отличаются от них на наименьшие интер-

<sup>2</sup> В первом издании ошибочно § 8 дважды.

валы, воспринимаемые лишь самым тонким слухом. Поскольку и музыканты изо всех сил стараются, чтобы ни один интервал не отличался от имеющего название более чем на наименьший интервал, то есть на комму, диесу или диасхизму, сами музыканты-практики должны признать, что наша поправка сделана с полным основанием. Ведь если звук В брать, как хотят музыканты, на диесу выше, то интервал Cs : В будет малой секстой с коммой и диесой, а эти два интервала хотя и наименьшие, однако вместе образуют почти малый полутон, так что в принятом роде интервал Cs : В следует, пожалуй, считать скорее малой септимой, чем большой секстой. Таким же образом интервал В : cs был бы малой терцией без коммы и диесы, то есть похож больше на тон, чем на малую терцию.

§ 9. На основе предыдущей таблицы мы составили следующую, в которой можно видеть одинаковые интервалы, расставленные по порядку.

Малые секунды

24 : 25	малый полутон	C : Cs D : Ds G : Gs
128 : 135	малая лимма	F : Fs A : B
15 : 16	большой полутон	Ds : E E : F Fs : G Gs : A B : H H : c
25 : 27	большая лимма	Cs : D

Большие секунды

9 : 10	малый тон	D : E Fs : Gs G : A H : cs
8 : 9	большой тон	C : D Cs : Ds E : Fs F : G Gs : B A : H
225 : 256	большой тон с диасхизмой	Ds : F B : c

Малые терции

64 : 75	малая терция без диесы	C : Ds F : Gs G : B
27 : 32	малая терция без коммы	D : F Fs : A B : cs
5 : 6	совершенная малая терция	Cs : E Ds : Fs E : G Gs : H A : c H : d

Большие терции

4 : 5	совершенная большая терция	C : E D : Fs E : Gs F : A Fs : B G : H A : cs H : ds
25 : 32	большая терция с диесой	Cs : F Ds : G Gs : c B : d

Кварты

512 : 675	кварта без диасхизмы	F : B
3 : 4	совершенная кварта	C : F D : G Ds : Gs E : A Fs : H G : c Gs : cs B : ds H : e
20 : 27	кварта с коммой	Cs : Fs A : d

Тритоны

18 : 25	кварта с малым полутоном	D : Gs G : cs
32 : 45	квинта без большого полутона	C : Fs E : B F : H A : ds
45 : 64	кварта с большим полутоном	Ds : A Fs : c B : e H : f
25 : 36	квинта без малого полутона	Cs : G Gs : d

Квинты

27 : 40	квинта без коммы	D : A Fs : cs
2 : 3	совершенная квинта	C : G Cs : Gs Ds : B E : H F : c G : d Gs : ds A : e H : fs
675 : 1024	квинта с диасхизмой	B : f

Малые сексты

16 : 25	малая секста без диесы	C : Gs D : B F : cs G : ds
5 : 8	совершенная малая секста	Cs : A Ds : H E : c Fs : d Gs : e A : f B : fs H : g

Большие сексты

3 : 5	совершенная большая секста	C : A D : H E : cs Fs : ds G : e H : gs
16 : 27	большая секста с коммой	Gs : B F : d A : fs
75 : 128	большая секста с диесой	Ds : c Gs : f B : g

Малые септимы

128 : 225	большая секста с малой лиммой	C : B F : ds
9 : 16	октава без большого тона	D : c Ds : cs Fs : e G : f B : gs H : a
5 : 9	октава без малого тона	Cs : H E : d Gs : fs A : g

Большие септимы

27 : 50	октава без большой лиммы	D : cs
8 : 15	октава без большого полутона	C : H E : ds F : e G : fs A : gs H : b
135 : 256	октава без малой лиммы	Fs : f B : a
25 : 48	октава без малого полутона	Cs : c Ds : d Gs : g

§ 10. Итак, из этой таблицы сразу видны интервалы между любыми двумя звуками в пределах октавы. Видна

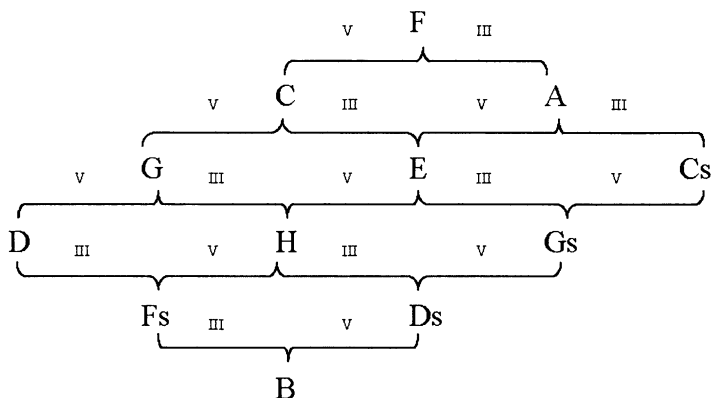
также и огромная разница между одноименными интервалами, которые люди не самые опытные считают одинаковыми. А именно, существует четыре разновидности полутонов, три – тонов, столько же – малых терций, и т. д., как можно понять из таблицы. Но все октавы имеют лишь одно – совершенное – обличие, с отношением  $1 : 2$ . Этот интервал в силу своего совершенства едва ли может претерпеть отклонение от отношения  $1 : 2$  без того, чтобы слух немедленно не испытал величайшего раздражения. Чем интервал совершеннее и легче для восприятия, тем заметнее даже небольшая погрешность, тогда как в менее совершенных интервалах небольшое отклонение менее заметно.

§ 11. Музыкальные инструменты можно легко настроить на диатонико-хроматический род с помощью монохорда, а именно разделяя монохорд в таких пропорциях, в которых должны находиться звуки (как это сделать, мы объяснили в первой главе). Тот же, кто захочет так настроить инструменты с помощью одного только слуха, должен соответствовать следующим трем условиям: требуется, чтобы он мог различать и по слуху образовывать, во-первых, интервал октавы; во-вторых, квинту с отношением  $2 : 3$ ; наконец, в-третьих – чтобы он был способен, натягивая или ослабляя струны, точно воспроизвести большую терцию.

§ 12. Итак, тот, кто обладает такой изощренностью слуха, пусть берется за настройку музыкального инструмента в следующем порядке. Сперва пусть зафиксирует звук F, сообразно с обстоятельствами, и получит с его помощью все звуки, обозначаемые той же буквой. Затем пусть образует от него квинту c, большую терцию A и получит все звуки, обозначаемые теми же буквами, как в первом случае. В-третьих, пусть от звука C образует его квинту G и большую терцию E (этот звук E также является квинтой звука A), а от A пусть также образует его большую терцию cs. В-четвертых, пусть от G образует квинту d и большую терцию H; от E – также большую терцию Gs (этот звук составит также квинту от Cs). В-пятых, пусть от H образует квинту fs и большую терцию ds (он сможет образовать ds также от Gs). Наконец, квинта от Ds даст звук B, и если таким образом собрать все октавы, весь инструмент будет верно настроен.



§ 13. Весь этот процесс настройки можно точнее описать с помощью следующей схемы:



Поскольку звуки E, H, Gs, Fs, Ds и B можно найти двумя способами – образуя как квинты, так и терции, – это существенно помогает при настройке инструментов: ошибку, которая, возможно, допущена, можно сразу же заметить и исправить.

§ 14. Хотя современная музыка, в основном по опыту, пришла к совершенному музыкальному роду, что наглядно показывает ее преимущество, однако этим достижением она во многом обязана и удаче. Заметив, что в диатоническом роде содержатся как тоны, так и полутоны, музыканты решили, что создадут более совершенный род, если отдельные тоны разделят на две части и внутри каждого интервала размером в тон введут новые звуки, благодаря чему все соседние звуки будут отстоять на полутон – конечно, в широком смысле слова.

§ 15. Действуя так, они следовали не только своей фантазии, но и гармонии: решив заменить такие звуки, которые не вполне соответствовали гармонии, они создали достаточно совершенный род музыки. Итак, это изобретение, столь удачное, они должны приписать скорее везению, чем истинному познанию гармонии: ведь случайно оказалось, что диатонико-хроматический род от природы устроен так, что в нем содержатся 12 звуков и все отстоят друг от друга на полутон.

§ 16. Это тем очевиднее, что большинство музыкантов считает истинную музыку состоящей в равенстве интервалов, а не в их простоте. Итак, скорее потакая самим себе, чем сообразуясь с гармонией, они не усомнились разделить интервал диатонический на двенадцать равных частей и установить 12 общепринятых звуков согласно этому разделению. Они тем упорнее этого придерживались, что таким образом все интервалы получаются равными, и поэтому любое музыкальное произведение без всяких изменений можно исполнять во всех так называемых ладах и из исходного лада транспонировать в любой другой. В этом они, правда, не ошибаются, но они не заметили, что таким способом устраняют гармонию из всякого лада.

§ 17. Чтобы это стало яснее, мы приведем все звуки как нашего диатонико-хроматического рода, так и этого выравненного, выразив их логарифмами – отсюда сразу можно судить о разнице между интервалами. Логарифм звука F приравнен к нулю.

Звуки	Исконный род	Выравненный род	Разность
F	0,000000	0,000000	0,000000
Fs	0,076815	0,083333	+ 0,006518
G	0,169924	0,166666	– 0,003258
Gs	0,228819	0,250000	+ 0,021180
A	0,321928	0,333333	+ 0,011405
B	0,398743	0,416666	+ 0,017923
H	0,491852	0,500000	+ 0,008148
c	0,584962	0,583333	– 0,001629
cs	0,643856	0,666666	+ 0,022810
d	0,754886	0,750000	– 0,004886
ds	0,813781	0,833333	+ 0,019552
e	0,906891	0,916666	+ 0,009775
f	1,000000	1,000000	0,000000

Итак, очевидно, что между одними и теми же звуками обоих родов в ряде случаев различие превышает комму, и этим значительно нарушается гармония. Квинты и кварты мало отличаются от природных, едва-едва на десятую долю диасхизмы, что неудивительно. Но большие и малые терции допускают гораздо большую погрешность, а ведь это не менее важные составляющие гармонии, чем квинты и кварты. Наконец, поскольку ни один интервал, кроме

октавы, не выражается рациональной дробью, следует заключить, что этот род в высшей степени противен гармонии, даже если неразвитый слух едва замечает расхождение.

§ 18. Другие музыканты, сохранив без изменения звуки диатонического рода, не усомнились определить остальные, именуемые хроматическими, по своему усмотрению, совершенно не считаясь с гармонией. Такой музыкальный род не так давно появился в Англии: в нем как большой, так и малый тон разделены на две почти равные части, однако нижняя больше верхней и обе определяются сверхчастичным отношением. В этом они, по-видимому, следуют за Пифагором, который считал, что только сверхчастичные отношения допустимы в музыке для создания гармонии: так, между звуками, отстоящими друг от друга на большой тон, он вставил звук, составляющий с нижним отношение  $17 : 16$ , а с верхним —  $17 : 18$ . Но из сказанного выше ясно, сколь мало такое деление соответствует гармонии.

§ 19. Итак, мы представили восемнадцатый род, именуемый диатонико-хроматическим, настолько употребительный в наше время, что вся без исключения музыка создается в нем. Этот род имеет то важное преимущество перед прочими, что все заключенные в нем интервалы кажутся почти одинаковыми. Поэтому весьма удобно исполнять любые мелодии как выше, так и ниже на полутон, тон или любой другой интервал, что невозможно в роде, где разница между интервалами больше. Прежде чем связать общие правила композиции с этим родом, рассмотрим другие роды, продолжая перечень уже рассмотренных в том же порядке.

## Глава X

### О других более сложных музыкальных родах

§ 1. Описав восемнадцать первых родов, в пределах которых заключена как древняя, так и современная музыка, будет весьма уместно проследить роды несколько более сложные, которые либо тесно связаны с уже названными, либо могут быть с пользой введены в употребление ради большего совершенства музыки. Итак, при описании последующих родов мы не будем, как вначале, двигаться шаг за шагом и разбирать все подробности, – этот труд был бы бесконечным и бесполезным, – а объясним только то, что кажется существенным для нашей теории.

§ 2. Рассмотрим род с экспонентом  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ , который по заслугам следует называть хроматико-энгармоническим, так как этот экспонент составлен из экспонентов хроматического и энгармонического рода и является наименьшим общим кратным для этих экспонентов. Следовательно, в октаве этого рода будут содержаться  $3 \cdot 4 = 12$  звуков, как и в диатонико-хроматическом роде; они извлекаются из делителей числа  $3^2 \cdot 5^3$  и будут следующими:

$$\begin{aligned}
 &2^{10} : 3^2 \cdot 5^3 : 2^7 \cdot 3^2 : 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2 : 2^8 \cdot 5 : 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 : 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 : \\
 &1024 : 1125 : 1152 : 1200 : 1280 : 1440 : 1500 : \\
 &: 2^9 \cdot 3 : 2^6 \cdot 5^2 : 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 : 2^7 \cdot 3 \cdot 5 : 2^4 \cdot 5^3 : 2^{11} : \\
 &: 1536 : 1600 : 1800 : 1920 : 2000 : 2048.
 \end{aligned}$$

§ 3. Каковы звуки этого хроматико-энгармонического рода и какие интервалы они составляют, видно из следующей таблицы:

Обозн. звуков	Звуки		Интервалы	Названия интервалов
C	$2^8 \cdot 3$	768	24 : 25	малый полутон
Cs	$2^5 \cdot 5^2$	800	8 : 9	большой тон
Ds	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	900	15 : 16	большой полутон
E	$2^6 \cdot 3 \cdot 5$	960	24 : 25	малый полутон
F*	$2^3 \cdot 5^3$	1000	125 : 128	энгармоническая диеса
F	$2^{10}$	1024	1024 : 1125	большой тон без диесы
G*	$3^2 \cdot 5^3$	1125	125 : 128	энгармоническая диеса

G	$2^7 \cdot 3^2$	1152	24 : 25	малый полутон
Gs	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	1200	15 : 16	большой полутон
A	$2^8 \cdot 5$	1280	8 : 9	большой тон
H	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	1440	24 : 25	малый полутон
c*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$	1500	125 : 128	энгармоническая диеза
c	$2^9 \cdot 3$	1536		

§ 4. Таким образом, в хроматико-энгармоническом роде интервалы между соседними звуками совершенно не равны: это большие тоны, полутоны и диезы, так что мелодию, сочиненную в этом роде, нельзя транспонировать ни на какую другую высоту. Отсюда еще более очевидно преимущество диатонико-хроматического рода, представленного в предыдущей главе, в котором все интервалы представляются слуху практически равными; в то же время понятно, что это равенство получилось случайно и не является абсолютно необходимым для получения гармонии, хотя многим так и кажется.

§ 5. В этом роде присутствуют три звука, которые не встречаются в диатонико-хроматическом. Их я обозначил буквами F\*, G\*, c\* со звездочками, потому что больше всего они похожи на звуки, в общепринятом роде обозначаемые этими буквами, отличаясь от них только на диезу. Столь малое различие невозможно воспринять на слух, поэтому на инструментах, обычным способом настроенных на диатонико-хроматический род, приемлемо будет даже исполнение музыкальных произведений, относящихся к роду  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ , если брать вместо звуков F\*, G\*, c\* обычные F, G, c: это отклонение практически незаметно для слуха.

§ 6. Использование диатонико-хроматического рода для произведений с экспонентом  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ , во всяком случае, более оправданно, чем то, что часто делают музыканты: мелодию, составленную из определенных звуков, они переносят на другие звуки, причем нередко на месте малого полутона используют большой полутон или даже большую лимму, допуская разницу больше полутона. Кроме того, даже инструменты, приспособленные к хроматико-энгармоническому роду, если только они не настроены точнейшим образом (а это едва ли возможно), не достигли бы большей приятности, чем обычные инструменты.

§ 7. Итак, возможности диатонико-хроматического рода шире, чем указывает его экспонент  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , поскольку он вполне пригоден для музыкальных произведений с экспонентом  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^3$ , и отсюда совершенно очевидно преимущество общепринятого музыкального рода. Однако его можно использовать еще шире, для более сложных родов: если в них звуки, отличные от диатонико-хроматического рода, максимально приближаются к звукам этого рода, то последние можно безбоязненно подставлять на место первых. Изложим подробнее, каковы те роды, которым удовлетворяет диатонико-хроматический род.

§ 8. Если объединить экспоненты всех трех родов древних, получится диатонико-энгармонический род с экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^3$ . В нем содержатся и диатонический, и хроматический, и энгармонический роды (исправленные нами). Таким образом, одна октава этого рода будет содержать 16 звуков: 12 звуков диатонико-хроматического рода и кроме того 4 новых, которые, однако, столь мало от них отличаются, что их явно можно опустить без существенного ущерба для гармонии, как и в случае с предыдущим родом. 16 звуков одной октавы будут следующие:

Обозн. звуков	Звуки		Интервалы	Названия интервалов
C	$2^{10} \cdot 3$	3072	24 : 25	малый полутон
Cs	$2^7 \cdot 5^2$	3200	128 : 135	малая лимма
D*	$3^3 \cdot 5^3$	3375	125 : 128	диеса
D	$2^7 \cdot 3^3$	3456	24 : 25	малый полутон
Ds	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	3600	15 : 16	большой полутон
E	$2^8 \cdot 3 \cdot 5$	3840	24 : 25	малый полутон
F*	$2^5 \cdot 5^3$	4000	125 : 128	диеса
F	$2^{12}$	4096	128 : 135	малая лимма
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	4320	24 : 25	малый полутон
G*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	4500	125 : 128	диеса
G	$2^9 \cdot 3^2$	4608	24 : 25	малый полутон
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	4800	15 : 16	большой полутон
A	$2^{10} \cdot 5$	5120	128 : 135	малая лимма
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	5400	15 : 16	большой полутон
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	5760	24 : 25	малый полутон
c*	$2^4 \cdot 3 \cdot 5^3$	6000	125 : 128	диеса
c	$2^{11} \cdot 3$	6144		

Следовательно, вместо чуждых звуков D\*, F\*, G\*, c\*, которые отличаются от первичных D, F, G, с только на

диесу, достаточно спокойно можно будет использовать эти последние.

§ 9. Даже если кому-либо эта разница на диесу покажется слишком велика, чтобы можно было использовать вместо чуждых звуков первичные (ведь диеса – самый большой среди наименьших интервалов), такой человек, однако, несомненно согласится допустить погрешность не больше коммы. А в пределах коммы чуждые звуки от первичных отличаются в тех родах, экспоненты которых заключены в  $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ , если  $n > 3$ . Октавы этих родов, при  $n < 8$ , можно видеть в прилагаемой таблице:

Экспонент рода  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$

Обозн. звуков	Звуки	Лог. звуков	Интервалы	Названия интервалов
F	$2^{15}$	15,00000		
Fs	$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	15,07682	0,07682	малая лимма
Fs*	$2^4 \cdot 3^7$	15,09475	0,01792	комма
G*	$2 \cdot 3^6 \cdot 5^2$	15,15363	0,05888	малый полутон
G	$2^{12} \cdot 3^2$	15,16993	0,01628	диасхизма
Gs	$2^9 \cdot 3 \cdot 5^2$	15,22882	0,05888	малый полутон
Gs*	$2^5 \cdot 3^5 \cdot 5$	15,24675	0,01792	комма
A	$2^{13} \cdot 5$	15,32193	0,07517	м. полутон с диасхизмой
A*	$2^9 \cdot 3^4$	15,33986	0,01792	комма
B	$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	15,39874	0,05888	малый полутон
B*	$2^3 \cdot 3^7 \cdot 5$	15,41668	0,01792	комма
H	$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5$	15,49185	0,07517	м. полутон с диасхизмой
H*	$2^6 \cdot 3^6$	15,50978	0,01792	комма
c*	$2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^2$	15,56867	0,05888	малый полутон
c	$2^{14} \cdot 3$	15,58496	0,01628	диасхизма
cs	$2^{11} \cdot 5^2$	15,64385	0,05888	малый полутон
cs*	$2^7 \cdot 3^4 \cdot 5$	15,66178	0,01792	комма
d*	$3^7 \cdot 5^2$	15,73860	0,07681	малая лимма
d	$2^{11} \cdot 3^3$	15,75489	0,01628	диасхизма
ds	$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	15,81377	0,05888	малый полутон
ds*	$2^4 \cdot 3^6 \cdot 5$	15,83171	0,01792	комма
e	$2^{12} \cdot 3 \cdot 5$	15,90689	0,07517	м. полутон с диасхизмой
e*	$2^8 \cdot 3^5$	15,92482	0,01792	комма
f*	$2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$	15,98371	0,05888	малый полутон
f	$2^{16}$	16,00000	0,01628	диасхизма

Следовательно, в этом роде к 12 звукам диатонико-хроматического рода прибавляются 12 новых звуков, отличающихся от них на комму или на диасхизму. Поскольку такая разница практически незаметна на слух, легко можно

будет опустить эти новые звуки и на их место подставить обычные. Таким образом, диатонико-хроматический род применим столь широко, что его можно приравнять к роду с экспонентом  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ .

§ 10. Итак, диатонико-хроматический род, хотя его экспонент всего лишь  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , вполне подходит для музыкальных произведений, экспоненты которых намного сложнее и заключаются в  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ . Для таких произведений октава будет строиться с удвоенным количеством звуков, как требует экспонент, однако при столь малой разнице едва ли можно заметить какое-либо различие в гармонии при применении полного или неполного рода. Таким же образом можно продвинуться и дальше  $3^7$ , так чтобы род музыки, принятый сегодня, служил в целом для экспонента  $2^m \cdot 3^n \cdot 5^2$ , сколь бы велико ни было число  $n$ .

§ 11. О том, что это так и возможности диатонико-хроматического рода чрезвычайно широки, с исчерпывающей убедительностью ежедневно свидетельствуют сочинения музыкантов. Едва ли можно найти какое-нибудь современное музыкальное произведение, экспонент которого не являлся бы более сложным, чем экспонент диатонико-хроматического рода  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ . А между тем даже сами музыканты вынуждены признать, что, если рассматривать проблему со всей строгостью, принятых звуков недостаточно, но считают меньшей ошибкой использовать только эти звуки, чем, вводя новые, делать музыку более сложной для исполнения.

§ 12. Менее удачна попытка еще больше расширить применение диатонико-хроматического рода, увеличивая экспонент числа 5. При увеличении степени пяти в дополнение к привычным звукам появляются звуки такого рода, которые по большей части отличаются от привычных более чем на комму, а именно на диесу; поскольку диеса — это почти половина полутона, такая погрешность может быть заметна. Тем не менее, чтобы сделать это нагляднее, мы добавили род октавы, экспонент которого  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ .



Обозн. звуков	Звуки	Лог. звуков	Интервалы	Названия интервалов
F	$2^{16}$	16,00000		
Fs*	$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^4$	16,04259	0,04259	м. полутон б. диасхизмы
Fs	$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	16,07682	0,03422	диеса
G*	$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$	16,13571	0,05890	малый полутон
G	$2^{13} \cdot 3^2$	16,16992	0,03422	диеса
Gs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^5$	16,19460	0,02468	м. полутон без диесы
Gs	$2^{10} \cdot 3 \cdot 5^2$	16,22882	0,03422	диеса
A*	$2^7 \cdot 5^4$	16,28771	0,05890	малый полутон
A	$2^{14} \cdot 5$	16,32193	0,03422	диеса
B*	$3^3 \cdot 5^5$	16,36453	0,04260	м. полутон б. диасхизмы
B	$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	16,39874	0,03422	диеса
H*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^4$	16,45763	0,05890	малый полутон
H	$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5$	16,49185	0,03422	диеса
c*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^3$	16,55075	0,05890	малый полутон
c	$2^{15} \cdot 3$	16,58496	0,03422	диеса
cs*	$2^5 \cdot 5^5$	16,60964	0,02468	м. полутон без диесы
cs	$2^{12} \cdot 5^2$	16,64386	0,03422	диеса
d*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3$	16,72067	0,07681	малая лимма
d	$2^{12} \cdot 3^3$	16,75488	0,03422	диеса
ds*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^5$	16,77956	0,02468	м. полутон без диесы
ds	$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	16,81378	0,03422	диеса
e*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^4$	16,87267	0,05890	малый полутон
e	$2^{13} \cdot 3 \cdot 5$	16,90689	0,03422	диеса
f*	$2^{10} \cdot 5^3$	16,96578	0,05890	малый полутон
f	$2^{17}$	17,00000	0,03422	диеса

§ 13. Итак, в этом роде вновь появившиеся звуки чередуются с привычными, и каждый из них отстоит от своего первичного на диесу; эта разница, поскольку она заметна, не позволяет отказаться от чуждых звуков. Кроме того, некоторые из этих звуков ближе к предшествующим первичным звукам, чем к последующим, обозначениями которых мы воспользовались, снабдив звездочкой. Так, звук Gs\* ближе к G, чем к Gs, так что вместо него скорее следовало бы употреблять G, но это тоже вызывает большое затруднение, поскольку звук G должен использоваться вместо G\*, а различные звуки G\* и Gs\* нельзя выражать одним звуком. Следовательно, для такой музыки следовало бы скорее разделять октаву на 24 интервала – преимущество этого рода еще и в том, что все интервалы были бы почти равны друг другу.

§ 14. Этот новый музыкальный род, в котором число звуков таким образом удвоено, нашел бы очень широкое применение. Ведь его можно было бы адаптировать не только к родам с экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^5$ , но и с экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^p$ , где  $p > 5$ . Он подходил бы даже для универсального рода  $2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$ , если, что вполне очевидно,  $n$  и  $p$  не будут слишком большими числами, — а подставлять на место  $n$  и  $p$  чрезвычайно большие числа не позволяет сама гармония.

§ 15. Итак, для диатонико-хроматического рода, экспонент которого  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , недопустимо без ущерба для гармонии более широкое применение, чем к музыкальным произведениям с экспонентом  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ . Ведь хотя 3 можно было бы на законном основании возвести в степень больше седьмой, однако законы самой гармонии не позволяют создавать произведения, экспонент которых более сложен. По этой причине неприемлемо расширять использование общепринятого рода за пределы музыкальных произведений с экспонентом  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , да и современные музыканты обычно не преступают эту границу.

§ 16. Чтобы общепринятый музыкальный род с экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$  соответствовал более сложному экспоненту  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , за каждой клавишей инструмента закрепляются два звука, как видно из схемы рода, приведенной в § 9. Например, клавиши, обозначенные Н, будут выражать как звуки, содержащиеся в экспоненте  $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$ , так и в экспоненте  $2^m \cdot 3^6$ . Поэтому мы привели следующую таблицу, из которой сразу понятно, какой клавише должен соответствовать каждый звук, содержащийся в экспоненте  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , если первичный звук F выразить через  $2^n$ , где  $n$  обозначает постоянное число, произвольно выбранное.

Клавиши	Первичные звуки	Вторичные звуки
C	$2^{n-2} \cdot 3$	$2^{n-13} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
Cs	$2^{n-5} \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5$
D	$2^{n-5} \cdot 3^3$	$2^{n-16} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
Ds	$2^{n-8} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5$
E	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^5$
F	$2^n$	$2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
Fs	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-11} \cdot 3^7$
G	$2^{n-3} \cdot 3^2$	$2^{n-14} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
Gs	$2^{n-6} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^5 \cdot 5$

A	$2^{n-2} \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^4$
B	$2^{n-9} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-12} \cdot 3^7 \cdot 5$
H	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^6$
c	$2^{n-1} \cdot 3$	$2^{n-12} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
cs	$2^{n-4} \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5$
d	$2^{n-4} \cdot 3^3$	$2^{n-15} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
ds	$2^{n-7} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5$
e	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^5$
f	$2^{n+1}$	$2^{n-10} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
fs	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-10} \cdot 3^7$
g	$2^{n-2} \cdot 3^2$	$2^{n-13} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
gs	$2^{n-5} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^5 \cdot 5$
a	$2^{n-1} \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^4$
b	$2^{n-8} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-11} \cdot 3^7 \cdot 5$
h	$2^{n-4} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^6$
c'	$2^n \cdot 3$	$2^{n-11} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
cs'	$2^{n-3} \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^4 \cdot 5$
d'	$2^{n-3} \cdot 3^3$	$2^{n-14} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
ds'	$2^{n-6} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^6 \cdot 5$
e'	$2^{n-2} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^5$
f'	$2^{n+2}$	$2^{n-9} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
f's	$2^{n-5} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-9} \cdot 3^7$
g'	$2^{n-1} \cdot 3^2$	$2^{n-12} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
gs'	$2^{n-4} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-8} \cdot 3^5 \cdot 5$
a'	$2^n \cdot 5$	$2^{n-4} \cdot 3^4$
b'	$2^{n-7} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-10} \cdot 3^7 \cdot 5$
h'	$2^{n-3} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-7} \cdot 3^6$
c''	$2^{n+1} \cdot 3$	$2^{n-10} \cdot 3^5 \cdot 5^2$
cs''	$2^{n-2} \cdot 5^2$	$2^{n-6} \cdot 3^4 \cdot 5$
d''	$2^{n-2} \cdot 3^3$	$2^{n-13} \cdot 3^7 \cdot 5^2$
ds''	$2^{n-5} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^6 \cdot 5$
e''	$2^{n-1} \cdot 3 \cdot 5$	$2^{n-5} \cdot 3^5$
f''	$2^{n+3}$	$2^{n-8} \cdot 3^4 \cdot 5^2$
fs''	$2^{n-4} \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^{n-8} \cdot 3^7$
g''	$2^n \cdot 3^2$	$2^{n-11} \cdot 3^6 \cdot 5^2$
gs''	$2^{n-3} \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^{n-7} \cdot 3^5 \cdot 5$
a''	$2^{n+1} \cdot 5$	$2^{n-3} \cdot 3^4$
b''	$2^{n-6} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^{n-9} \cdot 3^7 \cdot 5$
h''	$2^{n-2} \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^{n-6} \cdot 3^6$
c'''	$2^{n+2} \cdot 3$	$2^{n-9} \cdot 3^5 \cdot 5^2$

§ 17. Итак, в этой таблице представлено, для каких звуков, первичных и вторичных, предназначена каждая клавиша. Первичными, конечно, являются звуки, выведенные из экспонента рода  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , на которые, соответственно, клавиши должны быть настроены как можно точнее. Вторичные же звуки, строго говоря, нельзя издать с помощью тех же самых клавиш, но поскольку они столь немного отличаются от первичных, для них позволительно использовать эти клавиши без заметного ущерба для гармонии. Ведь даже если особенно чуткое ухо способно различить интервалы коммы или диасхизмы, на которые вторичные звуки отстоят от первичных, все же, поскольку вторичные звуки не могут смешиваться с первичными ни в одном и том же созвучии, ни в последовательности из двух созвучий, отклонение не сможет заметить даже самый тонкий слух. Например, если в первом созвучии клавишу F использовать для воспроизведения звука  $2^n$ , то в сто первом созвучии ею же без риска можно выразить звук  $2^{n-11} \cdot 3^4 \cdot 5^2$ .

§ 18. Если в виде чисел представлен ряд звуков или созвучий, из таблицы также сразу понятно, какими клавишами следует выражать этот ряд. Для этого надо взять такое число  $n$ , чтобы все данные числа можно было найти в таблице, при условии, что наименьшее содержится в наибольшем не более 16 раз. Поэтому число  $n$  следует определять либо по наибольшему из данных чисел, либо по наименьшему. После этого для прочих звуков легко найдутся нужные клавиши, если, конечно, как мы условились, наименьшее общее кратное данных чисел содержится в  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ .

§ 19. Итак, все музыкальные произведения, к которым приспособлен наш диатонико-хроматический род, содержатся в экспоненте  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , так что на инструментах, настроенных согласно этому роду, нельзя играть произведения с другим экспонентом. Поэтому экспоненты всех музыкальных произведений надо составлять только из трех чисел 2, 3, 5 и их степеней, и кроме того степень пяти не должна превышать 2, а степень трех – 7, так что Лейбниц был совершенно прав, сказав, что в музыке до сих пор больше чем до пяти не считают.

§ 20. И действительно, трудно было бы ввести в музыку помимо этих трех чисел другое – скажем, 7, – поскольку

созвучия, экспоненты которых включали бы 7, звучали бы слишком грубо и нарушали гармонию. Ведь созвучия с экспонентами, делящимися только на 7 и 2, едва ли можно было бы принять из-за отсутствия в них более приятных интервалов, происходящих из 3 и 5. Если же 7 соединить с 3 и 5, чтобы получился экспонент созвучия  $2^m \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ , созвучие вышло бы настолько сложным, что не могло бы усладить слух. Тем не менее, продемонстрируем звуки, содержащиеся в октаве для рода с экспонентом  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$ .

Обозн. звуков	Звуки	Лог. звуков	Интервалы	
F	$2^{12}$	12,00000		
Fs*	$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,03617	0,03617	512 : 525
Fs	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	12,07681	0,04064	35 : 36
G*	$2^7 \cdot 5 \cdot 7$	12,12928	0,05247	27 : 28
G	$2^9 \cdot 3^2$	12,16992	0,04064	35 : 36
Gs*	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,20610	0,03618	512 : 525
Gs	$2^6 \cdot 3 \cdot 5^5$	12,22882	0,02272	63 : 64
A*	$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$	12,29921	0,07039	20 : 21
A	$2^{10} \cdot 5$	12,32193	0,02272	63 : 64
B*	$2^8 \cdot 3 \cdot 7$	12,39232	0,07039	20 : 21
B	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	12,39874	0,00642	224 : 225
H*	$2^5 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,45121	0,05247	27 : 28
H	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	12,49185	0,04064	35 : 36
c*	$2^5 \cdot 3^3 \cdot 7$	12,56224	0,07039	20 : 21
c	$2^{11} \cdot 3$	12,58496	0,02272	63 : 64
cs*	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$	12,62114	0,03618	512 : 525
cs	$2^8 \cdot 5^2$	12,64386	0,02272	63 : 64
d*	$2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	12,71425	0,07039	20 : 21
d	$2^8 \cdot 3^3$	12,75489	0,04064	35 : 36
ds*	$2^{10} \cdot 7$	12,80736	0,05247	27 : 28
ds	$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	12,81378	0,00642	224 : 225
e*	$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$	12,88417	0,07039	20 : 21
e	$2^9 \cdot 3 \cdot 5$	12,90689	0,02272	63 : 64
f*	$2^7 \cdot 3^2 \cdot 7$	12,97728	0,07039	20 : 21
f	$2^{13}$	13,00000	0,02272	63 : 64

## Глава XI

### О созвучиях в диатонико-хроматическом роде

§ 1. Какие именно звуки содержит диатонико-хроматический род, ясно показано в § 16 предыдущей главы: там определены не только звуки, обозначаемые клавишами инструментов как таковыми, но и вторичные звуки, которые достаточно удобно представлять теми же клавишами. Итак, теперь перейдем к созвучиям и покажем, какие созвучия можно создать в диатонико-хроматическом роде и какими клавишами их следует отражать.

§ 2. Поскольку 2 повышает или понижает звуки на октаву, а звуки, различающиеся на октаву или октавы, считаются если не идентичными, то подобными, – по тому же принципу созвучия, экспоненты которых отличаются только степенью двух, следует считать подобными. Итак, такую совокупность подобных созвучий назовем **видом** созвучий. Так, например,  $2^m \cdot 3 \cdot 5$  выражает некий вид созвучий, и если подставлять на место  $m$  конкретные числа, получатся отдельные созвучия, составляющие этот вид.<sup>1</sup>

§ 3. Итак, виды созвучий мы здесь будем выражать как  $2^m \cdot A$ , где  $m$  обозначает переменное число, а  $A$  – постоянное нечетное. Сами же созвучия, входящие в этот вид, будут определяться экспонентами  $A$ ,  $2A$ ,  $2^2A$ ,  $2^3A$ ,  $2^4A$ , и т. д. Ведь звуки, составляющие каждое из этих созвучий, будут выражаться одними и теми же буквами, а различие заключено только в октавах, на которые звуки этих созвучий будут отличаться друг от друга. Это различие не особенно изменит природу созвучия.

§ 4. Между тем созвучия, собранные в один вид, не следует считать всецело тождественными: во всяком случае, они различаются степенью приятности, с какой воспринимаются на слух. Так, если созвучие с экспонентом  $A$  относится к степени приятности  $n$ , то созвучие  $2A$  будет относиться к степени  $n + 1$ , созвучие  $2^2A$  – к степени  $n + 2$ ,

---

<sup>1</sup> Далее, в гл. XIII § 16–17, Эйлер называет совокупность созвучий, чьи экспоненты отличаются только степенью двух, **родом** (*genus*), а под **видом** (*species*) созвучия (по аналогии с видом лада) понимает, напротив, те созвучия, которые получаются при подстановке конкретных чисел на место неопределенной степени двух.

созвучие  $2^3A$  — к степени  $n + 3$ , и т. д. Поэтому из созвучий одного и того же вида самое простое и легкое для восприятия — то, что имеет экспонент  $A$ , за ним в порядке приятности следует созвучие  $2A$ , за ним —  $2^2A$ , и т. д.

§ 5. Следовательно, чем больше число  $m$ , подставленное в экспонент вида созвучий  $2^mA$ , тем более сложным и трудным для восприятия будет созвучие. Итак, поскольку наша способность к восприятию не простирается дальше определенной степени, надо установить предельную степень приятности; преступать этот предел, образуя более сложные созвучия, нельзя. Такой предел можно установить только по опыту: известно, что музыканты крайне редко используют созвучия более сложные, чем относящиеся к XII степени, а если и используют, результат представляется неудовлетворительным. Итак, установим этот предел, а превышающие его созвучия будем считать недопустимыми и исключать из гармонии.

§ 6. Чтобы перечислить и пояснить созвучия, образуемые в нашем диатонико-хроматическом роде, следует принять для них такие экспоненты, которые содержатся в экспоненте рода  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ . Ведь несмотря на то, что этот род соответствует также экспоненту  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , по уже приведенной причине нельзя применять созвучия, не содержащиеся в  $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ . Таким образом, мы получаем следующие 12 видов созвучий:

I. $2^m$	V. $2^m \cdot 3 \cdot 5$	IX. $2^m \cdot 3 \cdot 5^2$
II. $2^m \cdot 3$	VI. $2^m \cdot 5^2$	X. $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$
III. $2^m \cdot 5$	VII. $2^m \cdot 3^3$	XI. $2^m \cdot 3^2 \cdot 5^2$
IV. $2^m \cdot 3^2$	VIII. $2^m \cdot 3^2 \cdot 5$	XII. $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$

§ 7. Конечно, эти виды созвучий, если к экспонентам добавить индексы, могут встретиться в разных формах. Ведь любой экспонент вида  $2^m \cdot A$  может определяться любым индексом  $B$ , так что вид будет выражаться как  $2^mA(B)$ , причем число  $2^mAB$  будет делителем для  $2^m \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , если, конечно, допустить для диатонико-хроматического рода этот более широкий охват. А так как основанием каждого созвучия будет звук, обозначенный единицей, то основанием созвучия  $2^mA(B)$  будет  $B$ , так что, как бы ни изменять индекс  $B$ , созвучия, выражаемые с помощью  $2^mA(B)$ , будут отличаться только отношением оснований.

§ 8. Поскольку мы задались целью исследовать только созвучия сами по себе, а они от индексов не меняются, пренебрежем здесь индексами – точнее говоря, возьмем за индекс единицу. Ведь созвучие, описанное таким образом, легко можно преобразовать для любого индекса, подставляя вместо звука, обозначенного единицей, звук, выраженный индексом, а на места всех прочих – звуки, отстоящие от основания на те же интервалы. Итак, поскольку 1 дает звук, обозначаемый буквой F или отстоящий от звука F на сколько-либо целых октав, основанием в этой главе постоянно будет либо F, либо звук на несколько октав ниже, чем F.

§ 9. Итак, во всех созвучиях, которые мы здесь представим, звук или клавиша F будет обозначен либо единицей, либо двойкой, либо степенью двух, смотря по обстоятельствам. Ведь все созвучия мы решили представить в интервале трех октав, пренебрегая звуками ниже F или выше f'. Поскольку при этом условии мы редко сможем показать полное созвучие, будем обозначать клавишу F то 1, то 2, то 4 и т. д., чтобы в заданном интервале трех октав рассмотреть все формы, в каких может проявляться то или иное созвучие.

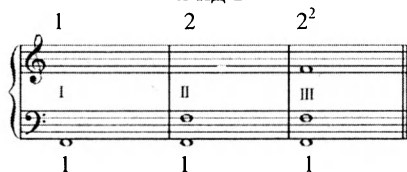
§ 10. Для обозначения этих звуков воспользуемся парами обычных пятилинейных нотных станков, один из которых снабжен дискантовым ключом,<sup>2</sup> другой басовым, и представим на них созвучия принятым образом так, чтобы все ноты содержались в пределах этих нотоносцев. Вот еще одна причина, почему мы не собираемся использовать звуки ни ниже F, ни выше f'. Ведь если взять более широкий промежуток, то в дальнейшем на место F надо будет подставлять другие звуки так, что для многих последующих созвучий потребуется интервал более чем в 4 октавы.

---

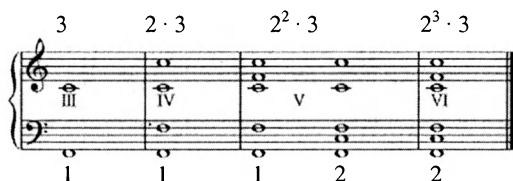
<sup>2</sup> Дискантовый, или сопрановый, ключ обозначает «до» на первой линейке. В настоящем издании вместо дискантового ключа использован скрипичный.



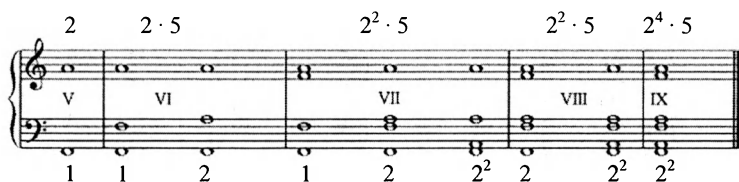
Вид I



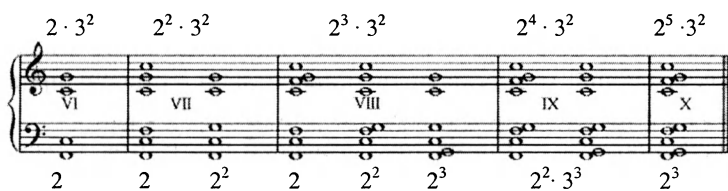
Вид II



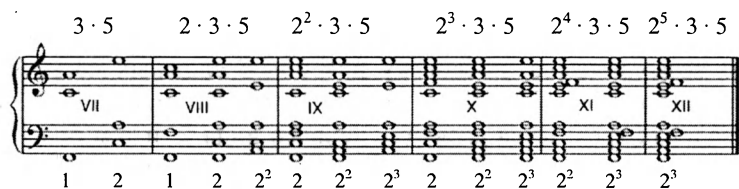
Вид III



Вид IV



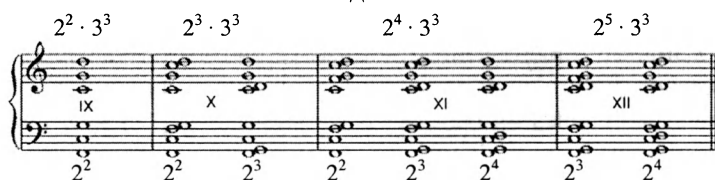
Вид V



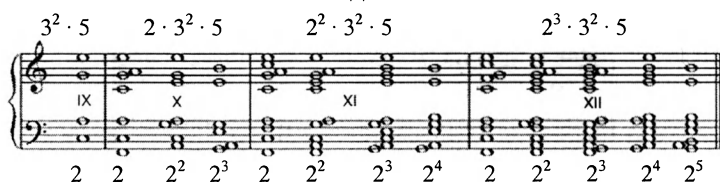
Вид VI



Вид VII



Вид VIII



Вид IX



Вид X



§ 11. Таким образом, мы с помощью принятой нотации описали созвучия каждого вида, расположив их по степеням приятности. А именно: сверху помещен экспонент описанных созвучий, между пятилинейных станков – степень приятности, а внизу – число, которым для каждого созвучия обозначается звук F. Кроме того, в первой части этой таблицы мы привели созвучия только до XII степени, как чаще употребляемые; однако ниже вплоть до XV степени продолжаютсЯ созвучия, которые поистине надо считать диссонансами. Большинство видов, конечно, нельзя было довести до этого предела, поскольку для более сложных созвучий интервал слишком узок. Так, невозможно представить в пределах трех октав созвучие первого вида  $2^3$  и тем более – последующие созвучия, поэтому они также пропущены.

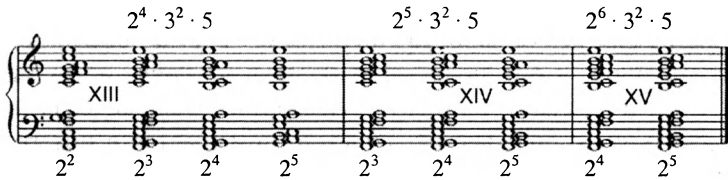
Вид VI



Вид VII



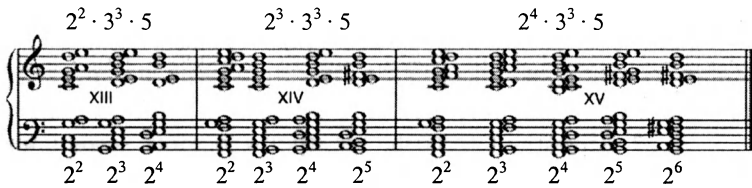
Вид VIII



Вид IX



Вид X



Вид XI



Вид XII



§ 12. Итак, эта таблица начинается с унисона, или простого звука, – простейшего из созвучий. За ним следует созвучие, именуемое октавой: составляющие его два звука отстоят друг от друга на интервал октавы; это простейшее

созвучие после унисона, которое воспринимается очень легко и для воспроизведения которого две струны без труда можно настроить просто по слуху. Третье созвучие – трехзвучное, и его звуки отстоят друг от друга на октаву, почему и создают приятную гармонию. Таковы созвучия первого вида; большее их число не помещается в интервал трех октав.

§ 13. Второй вид охватывает те созвучия, в которых кроме октавы встречаются интервалы кварта и квинта. Что касается квинты, очевидно, что ее можно сделать наиболее простой для восприятия, увеличив на октаву: октава с квинтой не только звучит приятнее для слуха, чем простая квинта, но и с большим успехом применяется при настройке инструментов. А именно: когда зафиксирован звук F, от него гораздо легче образовать с', чем с. Поэтому тот, кто захочет только по слуху настраивать музыкальные инструменты, значительно облегчит свою задачу, образуя не простые квинты, а октавы с квинтами. Прочие созвучия этого вида часто встречаются и достаточно приемлемы для слуха.

§ 14. Простейшее созвучие третьего вида – двойная октава с большой терцией: этот интервал значительно приятнее на слух, чем просто большая терция или октава с большой терцией. Поэтому для того, чтобы хорошо настраивать музыкальные инструменты, удобнее образовывать двойные октавы с большими терциями, чем просто большие терции. Если же эти звуки кажутся слишком отдаленными, можно применить по крайней мере октаву с большой терцией. Благодаря этому приему настройка музыкальных инструментов по изложенным выше правилам<sup>3</sup> станет и легче, и точнее.

§ 15. Итак, это три самых простых вида, в первом из которых встречается только один звук, а в остальных – только два, если, конечно, звуки, различающиеся на одну или несколько октав, считать тождественными. При такой простоте они употребляются редко, разве что в двухголосии. Последующие же виды содержат большее количество звуков, так что их удобно применять и в многоголосии. Таков четвертый вид, в созвучиях которого встречаются три звука: F, C и G. Музыканты довольно часто пользуются этим видом, присоединяя к басу квинту с секундой или септиму с

---

<sup>3</sup> См. выше гл. IX § 12–13.

квартой. Эти созвучия музыканты, конечно, называют диссонансами: не потому даже, что они недостаточно приятны, но потому что консонансами они привыкли называть только следующий вид и три предыдущих.

§ 16. Далее следует пятый вид, доставляющий музыкантам как все более сложные консонансы, так и многие диссонансы. Таких консонансов в основном два – те, что встречаются прямо в начале этого вида: первый состоит из звуков F, A, C, а второй – из звуков A, C, E. И эти два консонанса, в каком бы порядке не располагались звуки, обычно называются **гармоническими трезвучиями**. **Главными** трезвучия называются, если звуки расположены так, что от нижнего один отстоит на большую или малую терцию, а другой на квинту. Из тех же самых главных трезвучий получаются **второстепенные**, если звуки расположить в ином порядке.

§ 17. Далее, **мажорным** называется гармоническое трезвучие, в котором с квинтой объединена большая терция, а **минорным** – в котором с квинтой объединяется малая терция: таким образом, мажорное – это трезвучие F, A, C, а минорное – A, C, E. Из таблицы понятно, как наиболее приятным образом выразить в звуках то и другое трезвучие; она же показывает, сколько приятности утратится, если звуки расположить в другом порядке. А о наиболее подходящем способе выразить каждое созвучие, или **аккорд**, как говорят музыканты, будет подробнее сказано ниже.

§ 18. Кроме двух этих трезвучий тот же самый пятый вид содержит несколько так называемых диссонансов, которые можно видеть в обеих частях таблицы. Музыканты в своих сочинениях обычно используют в качестве консонансов только мажорное или минорное трезвучие и заполняют ими большую часть произведений, а все прочие созвучия, которые лишь подмешивают к ним, считают вторичными и называют диссонансами, несмотря на то, что они часто столь же или даже более приятны, чем трезвучия, на которые принято опираться.

§ 19. Созвучия шестого вида весьма грубы, поскольку простейшее из тех, что умещаются в интервале трех октав, достигает одиннадцатой степени. Поэтому он крайне редко используется музыкантами и редко бывает уместен. Созвучия седьмого и восьмого вида более сносны и могут с боль-

шой приятностью добавляться к более простым созвучиям. Девятый же и десятый вид из-за излишней грубости можно использовать лишь с предельной осторожностью. В остальных двух видах нельзя назвать ни одного созвучия, которое не превышало бы двенадцатой степени; таким образом, созвучия, а точнее сказать — диссонансы этих видов следует искать во второй части таблицы.

§ 20. Отсюда можно вывести полезные правила для того, чтобы как можно более приятным сделать басо континуо. При его расстановке принято, приписывая числа к нижнему звуку издаваемого созвучия, указывать, какие более высокие звуки следует взять вместе с ним. Звуки эти задаются числами, выведенными из принятых названий интервалов: 6 означает, что с басом надо соединить сексту, 7 — что септиму, и т. д. Эти числа обозначают и простые интервалы, и увеличенные на одну или несколько октав, в зависимости от ситуации; в том, следует ли пользоваться простыми или сложными интервалами, полагаются на опытность музыканта.

§ 21. Итак, чтобы изложить правила такого рода, начнем с простых интервалов, в которых к басу надо добавить только один звук. Прежде всего, если обозначена октава, приятнее, конечно, будет добавить простую октаву, чем двойную или тройную. Если предписано присоединить квинту, совершенную или несовершенную (несовершенные квинты в этом задании приравниваются к совершенным), то удобно прибавлять не просто квинту, а октаву с квинтой. Напротив, простая кварта приятнее на слух, чем увеличенная на одну или несколько октав, и поэтому, если обстоятельства не позволяют применить простую кварту, она должна как можно меньше отстоять от баса.

§ 22. Если предписана большая терция, то следует использовать не простую, а увеличенную на две октавы; малая же терция, напротив, приятнее на слух, если она простая или, по крайней мере, минимально удалена от баса. Далее, сексты, как большая, так и малая, тем приятнее, чем меньше они отстоят от баса. Таким же образом малая септима, ближайшая к басу, то есть простая, предпочтительнее более отдаленных. Большая же септима тем приятнее, чем больше интервал от нее до баса. Большая секунда, состоящая из большого тона, должна отстоять от баса как

можно менее. Точно так же малая секунда тем приятнее, чем ближе берется к басу. Наконец, чем дальше от баса берется тритон, тем меньше он нарушает приятность.

§ 23. Такие правила следует соблюдать, если к басу надо добавить один звук, что, впрочем, применяется крайне редко. Между тем, эти предписания остаются в силе, когда с басом необходимо сочетать несколько звуков: для каждого действуют те же правила, которые надо было бы соблюдать, будь он один. Какой способ выражения звуков наиболее приятен, если к басу приписаны несколько чисел, можно видеть из прилагаемой таблицы, которая основана на предыдущей, с пропуском нескольких самых низких звуков, чтобы каждый звук баса можно было представить.

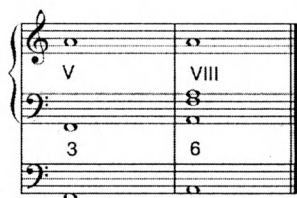
§ 24. Чтобы четко это отобразить, потребовались три нотоносца, на нижнем из которых представлены только ноты баса с надписанными сверху числами, как это обычно для басса континуо, или генерал-баса. На двух других нотных станах расположено все созвучие, которым лучше и приятнее всего выражаются приписанные к басу числа. Мы воспользовались здесь ключом  $C^4$ , но будет легко, транспонировав эту таблицу, применить ее к любому другому ключу и к другим звукам. Мы, как прежде, выделяем степень приятности, а, кроме того, указываем, к какому виду принадлежит каждое созвучие. Эта таблица также состоит из двух частей, в первой из которых перечислены созвучия вплоть до десятого вида, а во второй – двух последних видов.

Часть I

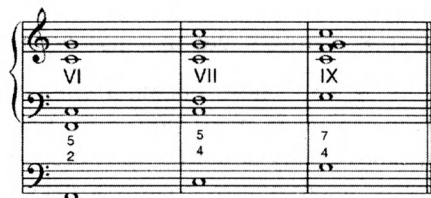


<sup>4</sup> См. выше с. 148, прим. 2.

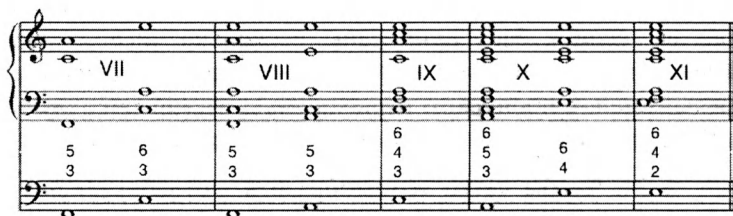
Вид III



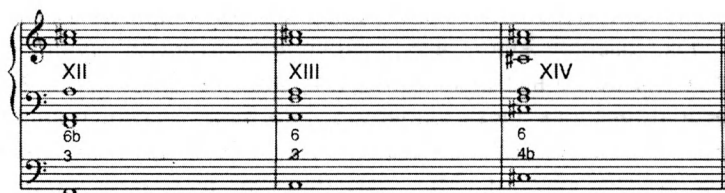
Вид IV



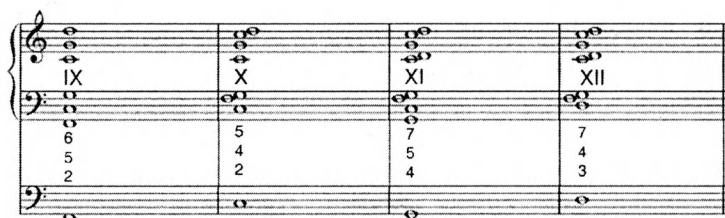
Вид V



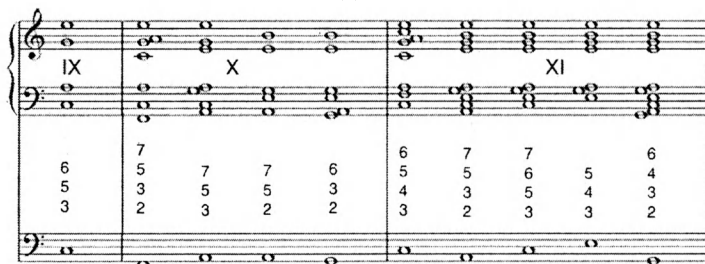
Вид VI



Вид VII



Вид VIII





System 1 (XII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3]  
 Fingering: 7 5 6 / 6 4 5 / 5 3 4 / 3 2 3

System 2 (XIII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5] [F#5] [A#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3] [F#3] [A#3]  
 Fingering: 7 7 7 6 7 / 6 6 6 5 7 / 4 5 5 4 6 / 3 3 4 3 4 / 2 2 3 2 2

System 3 (XV):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3]  
 Fingering: 7 6 5b 4 2

Вид IX

System 1 (XII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3]  
 Fingering: 3 6 / 3 3 / 5 2b

System 2 (XIII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3]  
 Fingering: 7 6b 5 3

System 3 (XIV):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5] [F#5] [A#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3] [F#3] [A#3]  
 Fingering: 6 6 5 4 / 3 3 2b / 6 4

System 1 (XV):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5] [F#5] [A#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3] [F#3] [A#3]  
 Fingering: 6b 7 6 7 6 / 5 5 6 6 6 / 4 3 3 3 4 / 2 3b 3 2b 3

Вид X

System 1 (XI):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3]  
 Fingering: 7 5 4 3

System 2 (XII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5] [F#5] [A#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3] [F#3] [A#3]  
 Fingering: 7 6 6 7 / 5 5 5 6 / 4 3 3 4 / 3 2 2 2

System 3 (XIII):  
 Treble: [F#4] [A#4] [C#5] [F#5] [A#5]  
 Bass: [F#2] [A#2] [C#3] [F#3] [A#3]  
 Fingering: 7 6 7 7 / 6 5 5 6 / 5 4 4 5 / 3 3 3 3 / 2 2 2 2

XIV

7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      6 5 4 3 2      7 6 5 4 3      7 6 5 4 3      7 6 5 4 2

XV

7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2

Часть 2

Вид XI

XIII XIV XV

7 6 5 4 3      7 6 5 4 3 2      6 5 4 3 2b      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2      7 6 5 4 3 2

Вид XII

XV

7 6 5 4 3      7 6 5 4 3      7 6 5 4 3      7 6 5 4 3

## Глава XII

### О ладах и системах в диатонико-хроматическом роде

§ 1. После созвучий диатонико-хроматического рода следовало бы рассказать о последовательностях созвучий. Но так как последовательность созвучий должна соответствовать музыкальному ладу, кажется более осмотнительным перечислить и представить лады прежде, чем излагать правила, по которым следует сочетать созвучия в каждом ладу. Ведь если определить границы, в которых мы должны оставаться при сочетании созвучий, станет проще объяснить правила композиции и создать гармоническое музыкальное произведение.

§ 2. Так как музыкальный **лад** есть ничто иное как экспонент ряда созвучий, а экспонент лада содержит в себе экспоненты отдельных созвучий, очевидно, что экспонент лада не может быть слишком простым — иначе в созвучиях будет недостаточно разнообразия. Поэтому отбросим экспоненты  $2^n$ ;  $2^n \cdot 3$ ;  $2^n \cdot 3^2$ ;  $2^n \cdot 3 \cdot 5$ ;  $2^n \cdot 5^2$  как бесполезные для обозначения ладов и начнем изложение с более сложных.

§ 3. Поскольку экспонент лада должен содержаться в диатонико-хроматическом роде, экспонент которого  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , мы получим шесть ладов со следующими экспонентами:

I. $2^n \cdot 3^3$	IV. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$
II. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	V. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$
III. $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	VI. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$

Ведь хотя диатонико-хроматический род простирается за пределы экспонента  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , однако лад не может быть более сложным, чтобы не оказаться невоспринимаемым, а также чтобы в одном и том же ладу одна клавиша не использовалась для выражения двух разных звуков, — это было бы недопустимо.

§ 4. Когда же в целом музыкальном произведении лады многократно меняются и совершается переход из одних ладов в другие, тогда экспонент всего произведения, включающий экспоненты всех ладов, может без ущерба для гармонии быть сложнее, чем  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , и доходить даже до  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ . Поэтому применительно к сочинению целых музыкальных произведений следует утвердить следующий закон: каждый лад должен содержаться в экспоненте

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , а экспонент всего произведения не может превышать  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ .

§ 5. Из шести перечисленных ладов три первых слишком просты, и возможность их применения в современной музыке ограничена, поскольку они не допускают того разнообразия, какое желательно в музыке в наше время. Однако для несложных гармонических сочинений и мелодий их можно использовать и сейчас – кроме первого, в котором нет даже терций и секст. Второй же лад вполне подходит для простой и веселой музыки, состоящей из более простых созвучий, и в самом деле чаще употребляется музыкантами. Третий лад встречается крайне редко, но его также весьма удобно применять для такой простой музыки.

§ 6. Три следующих лада охватывают всю современную музыку. Ведь лады, используемые музыкантами, все заключены в этих трех как виды. А именно, лад, который музыканты называют мажором, соответствует нашему четвертому, а минор – нашему пятому. Но главным образом современные музыканты применяют в своих сочинениях лад, состоящий из мажора и минора, который следует относить к нашему шестому ладу. Он больше всего представлен в нынешних произведениях.

§ 7. Эти лады, поскольку мы выразили их без индексов, все в качестве основания имеют звук F, обозначаемый единицей или степенью двух. Каждый лад можно транспонировать, перенеся основание на другой звук, от чего, однако, природа лада не изменится. Итак, эти транспозиции ладов, которые очень часто встречаются в музыке, мы назовем **вариантами** ладов и обозначим при помощи индексов, соединенных с экспонентами: индекс будет обозначать основание, к которому относится лад. Так, если взять индекс 3, основанием лада будет звук C, а при индексе 5 основанием будет A, в соответствии с изложенным выше.

§ 8.. Далее, мы назовем вариант **чистым**, если экспонент лада вместе с индексом заключен в исходном экспоненте диатонико-хроматического рода, то есть в  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ . Если экспонент рода с индексом сложнее, чем  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , однако в пределах  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , такой вариант будет у нас называться **нечистым**, потому что звуки музыкального рода соответствуют диатонико-хроматическому роду не точно, а лишь приблизительно. Тот же вариант, который не заклю-

чается даже в экспоненте  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , по праву следует считать недопустимым и противным гармонии.

§ 9. Итак, первый лад, экспонент которого  $2^n \cdot 3^3$ , будет иметь три чистых варианта, а именно  $2^n \cdot 3^3(1)$ ,  $2^n \cdot 3^3(5)$ ,  $2^n \cdot 3^3(5^2)$ , с основаниями F; A; C. Нечистых вариантов он допускает 12; со своими основаниями они будут следующими:

$2^n \cdot 3^3(3)$ ; C	$2^n \cdot 3^3(3^2)$ ; G	$2^n \cdot 3^3(3^3)$ ; D	$2^n \cdot 3^3(3^4)$ ; A
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5)$ ; E	$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5)$ ; H	$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5)$ ; Fs	$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5)$ ; Cs
$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5^2)$ ; Gs	$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5^2)$ ; Ds	$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5^2)$ ; B	$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5^2)$ ; F

Вторичные звуки A, Cs, F выражены курсивом.

§ 10. В следующей таблице мы представили все варианты отдельных ладов, как чистые, так и нечистые, и для каждого варианта указали клавишу, которой обозначается основание. А поскольку все созвучия тоже допускают такие варианты и о них также полезно узнать, какие варианты чистые, а какие нечистые, нам показалось правильным наглядно представить в таблице варианты не только ладов, но и всех созвучий.<sup>1</sup>

Лад	Чистые варианты		Нечистые варианты	
$2^n \cdot 3$	$2^n \cdot 3(1)$	F	$2^n \cdot 3(3^3)$	D
	$2^n \cdot 3(3)$	C	$2^n \cdot 3(3^4)$	A
	$2^n \cdot 3(5)$	A	$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5)$	Fs
	$2^n \cdot 3(3^2)$	G	$2^n \cdot 3(3^5)$	E
	$2^n \cdot 3(3 \cdot 5)$	E	$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5)$	Cs
	$2^n \cdot 3(5^2)$	Cs	$2^n \cdot 3(3^3 \cdot 5^2)$	B
	$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	H	$2^n \cdot 3(3^6)$	H
	$2^n \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	Gs	$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5)$	Gs
	$2^n \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	Ds	$2^n \cdot 3(3^4 \cdot 5^2)$	F
			$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5)$	Ds
			$2^n \cdot 3(3^5 \cdot 5^2)$	C
			$2^n \cdot 3(3^6 \cdot 5^2)$	G

<sup>1</sup> В первой части таблицы приводятся лады, отвечаемые в гл. XII § 2 как слишком простые (в гл. XI § 6 такие же экспоненты характеризуют I, II и IV–VI виды созвучий в диатонико-хроматическом роде), а во второй – лады, перечисленные в гл. XII § 3. В угловые скобки заключены знаки, пропущенные или искаженные в первом издании.

Лад	Чистые варианты		Нечистые варианты	
$2^n \cdot 5$	$2^n \cdot 5(1)$	F	$2^n \cdot 5(3^4)$	A
	$2^n \cdot 5(3)$	C	$2^n \cdot 5(3^5)$	E
	$2^n \cdot 5(5)$	A	$2^n \cdot 5(3^4 \cdot 5)$	Cs
	$2^n \cdot 5(3^2)$	G	$2^n \cdot 5(3^6)$	H
	$2^n \cdot 5(3 \cdot 5)$	E	$<2^n \cdot 5(3^5 \cdot 5)>$	Gs
	$2^n \cdot 5(3^3)$	D	$2^n \cdot 5(3^7)$	$<Fs>$
	$2^n \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H	$2^n \cdot 5(3^6 \cdot 5)$	Ds
	$2^n \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	Fs	$2^n \cdot 5(3^7 \cdot 5)$	B
$2^n \cdot 3^2$	$2^n \cdot 3^2(1)$	F	$2^n \cdot 3^2(3^2)$	G
	$2^n \cdot 3^2(3)$	C	$2^n \cdot 3^2(3^3)$	D
	$2^n \cdot 3^2(5)$	A	$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5)$	H
	$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	E	$2^n \cdot 3^2(3^4)$	A
	$2^n \cdot 3^2(5^2)$	Cs	$2^n \cdot 3^2(3^3 \cdot 5)$	Fs
	$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs	$2^n \cdot 3^2(3^2 \cdot 5^2)$	Ds
			$2^n \cdot 3^2(3^5)$	E
			$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5)$	Cs
			$2^n \cdot 3^2(3^3 \cdot 5^2)$	B
			$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5)$	Gs
			$2^n \cdot 3^2(3^4 \cdot 5^2)$	F
			$2^n \cdot 3^2(3^5 \cdot 5^2)$	C
$2^n \cdot 3 \cdot 5$	$2^n \cdot 3 \cdot 5(1)$	F	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3)$	D
	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3)$	C	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	Fs
	$2^n \cdot 3 \cdot 5(5)$	A	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4)$	A
	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$	Cs
	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	E	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5)$	E
	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H	$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^5 < \cdot 5 >)$	Gs
			$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6)$	H
			$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^6 \cdot 5)$	Ds
$2^n \cdot 5^2$	$2^n \cdot 5^2(1)$	F	$2^n \cdot 5^2(3^4)$	A
	$2^n \cdot 5^2(3)$	C	$2^n \cdot 5^2(3^5)$	E
	$2^n \cdot 5^2(3^2)$	G	$2^n \cdot 5^2(3^6)$	H
	$2^n \cdot 5^2(3^3)$	D	$2^n \cdot 5^2(3^7)$	Fs
Лад I: $2^n \cdot 3^3$	$2^n \cdot 3^3(1)$	F	$2^n \cdot 3^3(3)$	C
	$2^n \cdot 3^3(5)$	A	$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5)$	E
	$2^n \cdot 3^3(5^2)$	Cs	$2^n \cdot 3^3(3 \cdot 5^2)$	Gs
			$2^n \cdot 3^3(3^2)$	G
			$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5)$	H
			$2^n \cdot 3^3(3^2 \cdot 5^2)$	Ds
			$2^n \cdot 3^3(3^3)$	D
			$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5)$	Fs
			$2^n \cdot 3^3(3^3 \cdot 5^2)$	B
			$2^n \cdot 3^3(3^4)$	A
			$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5)$	Cs
			$2^n \cdot 3^3(3^4 \cdot 5^2)$	F

Лад	Чистые варианты		Нечистые варианты	
Лад II: $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^2)$	G
	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H
	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(5)$	A	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^3)$	D
	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	E	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	<F> <sub>s</sub>
			$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^4)$	A
			$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^4 \cdot 5)$	C <sub>s</sub>
			$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3^5)$	E
Лад III: $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	F	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^3)$	D
	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	C	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^4)$	A
	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	G	$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^5)$	E
			$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^6)$	H
Лад IV: $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	F	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3)$	C
	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	A	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	E
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^2)$	G
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	H
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^3)$	D
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	F <sub>s</sub>
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(3^4)$	A
Лад V: $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(1)$	F	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^2)$	G
	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3)$	C	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^3)$	D
			$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^4)$	A
			$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(3^5)$	E
Лад VI: $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(1)$	F	$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3)$	C
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^2)$	G
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^3)$	D
			$2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2(3^4)$	A

§ 11. Итак, из этой таблицы понятно, сколько вариантов, как чистых, так и нечистых, допускает каждое созвучие и каждый лад на правильно настроенном инструменте. Так, очевидно, что гармоническое трезвучие, содержащееся в экспоненте  $2^n \cdot 3 \cdot 5$ , имеет 6 чистых вариантов и 8 нечистых. Однако три из нечистых соответствуют чистым, поскольку вторичные основания A, E, и H встречаются у чистых как первичные, так что считать надо только 5 нечистых с основаниями D, F<sub>s</sub>, C<sub>s</sub>, D<sub>s</sub> и G<sub>s</sub>. Далее, по этой таблице определяются также транспозиции ладов, как чистые, так и нечистые: если транспонировать данный музыкальный пассаж на какой-либо интервал, сразу видно, останется ли он чистым, станет нечистым или окажется недопустимым. Таким образом, все, что говорится об одном

варианте какого-нибудь лада, легко перенести и на все прочие.

§ 12. После вариантов ладов следует рассмотреть разные **виды** каждого лада, которые возникают, если на место неопределенной степени двух в экспонент лада подставлять определенные степени. Так, виды лада  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$  будут выражаться экспонентами  $3^3 \cdot 5$ ;  $2 \cdot 3^3 \cdot 5$ ;  $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$ ;  $2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$ ;  $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$  и т. д.: на место  $n$  мы подставляем последовательно целые положительные 0, 1, 2, 3, 4 и т. д. Любой вид лада имеет те же самые варианты, чистые и нечистые, что и сам лад, поскольку варианты определяет не степень двух, стоящая в экспоненте лада, а только числа-индексы 3 и 5, которые в видах не изменяются.

§ 13. Виды одного лада отличаются друг от друга степенями приятности, к которым относятся: вид любого лада тем проще, чем меньшее число ставится на место  $n$ . Так, простейший вид любого лада получится, если  $n = 0$ ; сложнее на одну степень, если  $n = 1$ ; на две степени, если  $n = 2$ , и т. д. Это можно понять из сказанного выше о том, как находить степень приятности, к которой относится каждый определенный экспонент.

§ 14. Конечно, число видов каждого лада само по себе было бы бесконечно, в соответствии с бесчисленным количеством определенных значений, которые можно присвоить  $n$ . Но помимо этого, поскольку все охватываемое чувством не приемлет бесконечности, в каждом ладу интервал, установленный между самым нижним и самым верхним звуком, определяет число видов. Ведь каждый лад содержит в себе данное число исходных звуков, которые при увеличении числа  $n$  повторяются в разных октавах, так что если один и тот же звук уже встречается во всех октавах, дальнейшее увеличение числа  $n$  не может внести большего разнообразия.

§ 15. Чтобы это стало яснее, следует заметить, что каждый лад имеет свои исходные звуки, выражаемые нечетными числами, а из них, при умножении на 2 или на степени двух, возникают прочие, производные. Итак, чем больше степень двух, на которую умножают, тем больше производных звуков получится из одного и того же исходного, и наконец определенное количество октав так заполнится этими звуками, что даже если увеличить степень двух, найти



место для еще большего количества звуков не удастся. Это будет ясно видно из нижеследующих таблиц.

§ 16. Третий вариант любого лада и любого вида создается приспособлением к системе звуков, принятой для музыкальных инструментов: она обычно содержит четыре октавы, нижний звук которых обозначается знаком  $C$ , а верхний —  $c'''$ . В этих пределах и должны быть заключены звуки любого лада и вида — те, конечно, которые требуется извлекать из инструмента, — а звуки ниже  $C$  и выше  $c'''$  следует отбросить как бесполезные. Совокупность звуков любого вида, содержащихся в указанных пределах, мы будем называть **системой** данного вида.

§ 17. Один и тот же вид по большей части можно включить в пределы названного интервала несколькими способами, в зависимости от того, какой степенью двух выражается звук  $F$ . Ведь если  $F = 1$ , надо отбросить все звуки, выраженные числами больше двенадцати, а если  $F = 2$ , отобразить можно только те звуки, которые находятся между 2 и 24. Далее, если  $F = 4$ , подходящие звуки будут находиться в пределах от 3 до 48, а если  $F = 8$ , границами будут 6 и 96. Таким же образом, будут существовать пределы для других степеней двух, которыми выражается клавиша  $F$ .

§ 18. Следовательно, система каждого вида ладов определяется заданной степенью двух, взятой для обозначения клавиши  $F$ . При этом один и тот же вид часто будет иметь несколько систем, состоящих из разных совокупностей звуков. Такую систему звуков, которые содержит данный вид, определенный данным ладом, музыканты называют **амбитус**: он в диатонико-хроматическом роде определяет те клавиши, которые надо использовать для данной музыки. Конечно, музыканты признают только один амбитус для каждого лада, но из дальнейшего будет очевидно, что не только всякий лад, но и всякий вид лада допускает несколько систем, или амбитусов, с помощью которых музыка еще сможет достигнуть удивительного разнообразия.

§ 19. Итак, чтобы получить полное представление обо всех видах и системах любого лада, я добавил следующую таблицу, в которой раскрыл все описанные выше лады, перечислив для каждого экспонента клавиши  $F$  отдельные виды данного лада с их системами. Следовательно, в этой

таблице присутствуют не только все виды каждого лада (конечно, те, что входят в интервал четырех октав), но и все системы, в которых клавиши обозначены принятыми знаками.<sup>2</sup>

Виды	Системы
Лад $2^n \cdot 3^3$	
При F = 4	
$2^2 \cdot 3^3$	C:F:c:g:c':g':d":g"
$2^3 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c':g':c":d":g"
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c':f':g':c":d":g":c"
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:c:f:g:c':f':g':d":f":g":c"
При F = 8	
$2^3 \cdot 3^3$	C:F:G:c:g:c':d':g':d":g"
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c':d':g':c":d":g"
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c':d':f':g':c":d":g":c"
$2^6 \cdot 3^3$	C:F:G:c:f:g:c':d':f':g':c":d":f":g":c"
При F = 16	
$2^4 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:g:c':d':g':d":g"
$2^5 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c':d':g':c":d":g"
$2^6 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c':d':f':g':c":d":g":c"
$2^7 \cdot 3^3$	C:F:G:c:d:f:g:c':d':f':g':c":d":f":g":c"
При F = 32	
$2^5 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:g:c':d':g':d":g"
$2^6 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c':d':g':c":d":g"
$2^7 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c':d':f':g':c":d":g":c"
$2^8 \cdot 3^3$	C:D:F:G:c:d:f:g:c':d':f':g':c":d":f":g":c"
Лад $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$	
При F = 1	
$3^2 \cdot 5$	F:c'a':g"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c'a':c":g":a"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c':f':a':c":g":a":c"
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:f:c':f':a':c":f":g":a":c"
При F = 2	
$3^2 \cdot 5$	c:a:g'e"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:a:c':g':a':e":g"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c':g':a':c":e":g":a"
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c':f':g':a':c":e":g":a":c"
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	F:c:f:a:c':f':g':a':c":e":f":g":a":c"
При F = 4	
$3^2 \cdot 5$	C:A:g'e':h"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:A:c:g:a:e':g':e":h"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:g:a:c':e':g':a':e":g":h"

<sup>2</sup> В фигурные скобки заключены лишние знаки, ошибочно напечатанные в первом издании, в угловые – пропущенные в первом издании.

$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':g'a':c'':e'':g'':a'':h''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':f:g'a':c'':e'':g'':a'':h'':c'''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':f:g'a':c'':e'':f'':g'':a'':h'':c'''
При F = 8	
$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:G:A:e:g:e'h':h''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:G:A:c:e:g:a:e':g'h':e'':h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:g:a:c'e':g'a':h'e'':g'':h''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'e':g'a':h'':<c'':>e'':g'':a'':h''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':g'':a'':h'':c'''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':f'':g'':a'':h'':c'''
При F = 16	
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:e:g:h'e':h'':h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:c:e:g:a:h'e':g'h':e'':h''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:g:a:h:c'e':g'a':h'e'':g'':h''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c'e':g'a':h'':c'':e'':g'':a'':h''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':g'':a'':h'':c'''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:e:f:g:a:h:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':f'':g'':a'':h'':c'''
При F = 32	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:H:e:g:h'e':h'':h''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:G:A:H:c:e:g:a:h'e':g'h':e'':h''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:{f'}g'a:h:c'e':g'a':h'e'':g'':h''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c'e':g'a':h'':c'':e'':g'':a'':h''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':g'':a'':h'':<c'':>
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5$	C:E:F:G:A:H:c:e:f:g:a:h:c'e':f:g'a':h'':c'':e'':f'':g'':a'':h'':c'''
Лад $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$	
При F = 4	
$3 \cdot 5^2$	C:A:e':cs''
$2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:c:a:e':cs'':e''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:a:c'e':a':cs'':e''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c'e':a':c'':cs'':e'':a''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c'e':f'a':c'':cs'':e'':a'':c'''
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:a:c'e':f'a':c'':cs'':e'':f'':a'':c'''
При F = 8	
$2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:e:cs':e':cs'':gs''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:A:c:e:a:cs':e':cs'':e'':gs''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:a:c'cs':e':a'cs'':e'':gs''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c'cs':e':a'c'':cs'':e'':gs'':a''
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c'cs':e':f'a'c'':cs'':e'':gs'':a'':c'''
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:e:f:a:c'cs':e':f'a'c'':cs'':e'':f'':gs'':a'':c'''
При F = 16	
$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:A:cs:e:cs':e':gs':cs'':gs''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:A:c:cs:e:a:cs':e':gs':cs'':e'':gs''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:a:c'cs':e':gs':a'cs'':e'':gs''
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c'cs':e':gs':a'c'':cs'':e'':gs'':a''
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c'cs':e':f:gs':a'c'':cs'':e'':gs'':a'':c'''
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:E:F:A:c:cs:e:f:a:c'cs':e':f:gs':a'c'':cs'':e'':f'':gs'':a'':c'''

При F = 32	
$2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:A:c:s:e:g:s:c's':e':g's':c's":g's"
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:A:c:c:s:e:g:s:a:c's':e':g's':c's":e":g's"
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:A:c:c:s:e:g:s:a:c':c's':e':g's':a':c's":e":g's"
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':g's':a':c":c's":e":g's":a"
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':f':g's':a':c":c's":e":g's":a":c'"
$2^8 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':f':g's':a':c":c's":e":f":g's":a":c'"
При F = 64	
$2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:G:s:A:c:s:e:g:s:c's':e':g's':c's":g's"
$2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:G:s:A:c:c:s:e:g:s:a:c's':e':g's':c's":e":g's"
$2^6 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:G:s:A:c:c:s:e:g:s:a:c':c's':e':g's':a':c's":e":g's"
$2^7 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:G:s:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':g's':a':c":c's":e":g's":a"
$2^8 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:G:s:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':f':g's':a':c":c's":e":g's":a":c'"
$2^9 \cdot 3 \cdot 5^2$	C:C:s:E:F:G:s:A:c:c:s:e:f:g:s:a:c':c's':e':f':g's':a':c":c's":e":f":g's":a":c'"
Лад $2'' \cdot 3^3 \cdot 5$	
При F = 4	
$3^3 \cdot 5$	C:A:g:e'd":h"
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:A:c:g:a:e'g'd":e":h"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:g:a:c'e'g'a'd":e":g":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e'g'a':c":d":e":g":a":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e'f'g'a':c":d":e":g":a":h":c'"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:A:c:f:g:a:c'e'f'g'a':c":d":e":f":g":a":h":c'"
При F = 8	
$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:G:A:e:g:d'e'h'd":h"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:G:A:c:e:g:a:d'e'g'h":d":e":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:g:a:c'd'e'g'a'h'd":e":g":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'd'e'g'a'h':c":d":e":g":a":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'd'e'f'g'a'h':c":d":e":g":a":h":c'"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'd'e'f'g'a'h':c":d":e":f":g":a":h":c'"
При F = 16	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:G:A:d:e:g:h:d'e'h'd":f's":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:G:A:c:d:e:g:a:h'd'e'g'h'd":e":f's":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:g:a:h:c'd'e'g'a'h'd":e":f's":g":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e'g'a'h':c":d":e":f's":g":a":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e'f'g'a'h':c":d":e":f's":g":a":h":c'"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:E:F:G:A:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e'f'g'a'h':c":d":e":f":f's":g":a":h":c'"
При F = 32	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:d:e:g:h'd'e'f's'h'd":f's":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:c:d:e:g:a:h:d'e'f's'g'h'd":e":f's":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:g:a:h:c'd'e'f's'g'a'h'd":e":f's":g":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e'f's'g'a'h':c":d":e":f's":g":a":h":c'"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e'f'f's'g'a'h':c":d":e":f":f's":g":a":h":c'"

$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:g:a:h:c'd'e':f:fs':g':a'h':c":d"e":f": :fs":g":a":h":c"" При F = 64
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:d:e:fs:g:h:d'e':fs'h':d":fs":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:d'e':fs':g'h':d"e":fs":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:c'd'e':fs':g'a'h':d"e":fs":g":h"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':fs':g'a'h':c":d"e":fs": :g":a":h"
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':f:fs':g'a'h':c":d"e": :fs":g":a":h":c""
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':f:fs':g'a'h':c":d"e":f": :fs":g":a":h":c""
	При F = 128
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:d:e:fs:g:h:d'e':fs'h':d":fs":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:Fs:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:d'e':fs':g'h':d"e":fs":h"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:fs:g:a:h:c'd'e':fs':g'a'h':d"e":fs": :g":h"
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':fs':g'a'h':c":d"e": :fs":g":a":h"
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':f:fs':g'a'h':c":d"e": :fs":g":a":h":c""
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5$	C:D:E:F:Fs:G:A:H:c:d:e:f:fs:g:a:h:c'd'e':f:fs':g'a'h':c":d"e": :f':fs":g":a":h":c""
Лад $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$	
	При F = 4
$3^2 \cdot 5^2$	C:A:g:e'cs":h"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:A:c:g:a:e':g'cs":e":h"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:g:a:c'e':g'a'cs":e":g":h"
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':g'a'c":cs":e":g":a":h"
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':f:g'a'c":cs":e":g":a":h":c""
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':f:g'a'c":cs":e":f":g":a":h":c""
	При F = 8
$3^2 \cdot 5^2$	G:e:cs'h':gs"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:G:A:e:g:cs'e'h':cs":gs":h"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:G:A:c:e:g:a:cs'e':g'h':cs":e":gs":h"
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:g:a:c'cs'e':g'a'h':cs":e":g":gs":h"
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'cs'e':g'a'h':c":cs":e":g":gs":a":h"
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'cs'e':f:g'a'h':c":cs":e":g":gs":a":h":c""
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c'cs'e':f:g'a'h':c":cs":e":f":g":gs":a":h":c""
	При F = 16
$3^2 \cdot 5^2$	E:G:cs:e:h:cs':gs'h':gs"
$2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:G:A:cs:e:g:a:h:cs'e':gs'h':cs":gs":h"
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:G:A:c:cs:e:g:a:h:cs'e':g':gs'h':cs":e":gs":h"
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:g:a:h:c'cs'e':g':gs'a'h':cs":e":g":gs":h"
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c'cs'e':g':gs'a'h':c":cs":e":g":gs": :a":h"
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	

$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c':cs':e':f':g':gs':a':h':c'':cs'':e'':g'': :gs'':a'':h'':c'''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:e:f:g:a:h:c':cs':e':f':g':gs':a':h':c'':cs'':e'':f'':g'': :gs'':a'':h'':c'''
При F = 32	
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:H:cs:e:gs:h:cs':gs':h':ds'':g'':s
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:A:H:cs:e:g:gs:h:cs':e':gs':h':cs'':ds'':gs'':h''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:cs':e':g':gs':h':cs'':ds'':e'':gs'':h''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c':cs':e':g':gs':a':h':cs'':ds'':e'':g'': :gs'':h''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':e':g':gs':a':h':c'':cs'':ds'': :e'':g'':gs'':a'':h''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':e':f':g':gs':a':h':c'':cs'':ds'': :e'':g'':gs'':a'':h'':c'''
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:F:G:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':e':f':g':gs':a':h':c'':cs'':ds'': :e'':f'':g'':gs'':a'':h'':c'''
При F = 64	
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:Gs:H:cs:e:gs:h:cs':ds':gs':h':ds'':gs''
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:e:g:gs:h:cs':ds':e':gs':h':cs'':ds'':gs'':h''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:<a>h:cs':ds':e':g':gs':h':cs'':ds'': :e'':gs'':h''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs':a':h':cs'': :ds'':e'':g'':gs'':h''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs':a':h':c'': :cs'':ds'':e'':g'':gs'':a'':h''
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g':gs':a':h': :c'':cs'':ds'':e'':g'':gs'':a'':h'':c'''
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g':gs':a':h': :c'':cs'':ds'':e'':f'':g'':gs'':a'':h'':c'''
При F = 128	
$2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs':ds':gs':h':ds'':gs''
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:cs:ds:e:g:gs:h:cs':ds':e':gs':h':cs'':ds'':gs'':h''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs':ds':e':g':gs':h':cs'':ds'': :e'':gs'':h''
$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs':a':h': :cs'':ds'':e'':g'':gs'':h''
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs':a':h': :c'':cs'':ds'':e'':g'':gs'':a'':h''
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g':gs':a': :h':c'':cs'':ds'':e'':g'':gs'':a'':h'':c'''
$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g':gs':a': :h':c'':cs'':ds'':e'':f'':g'':gs'':a'':h'':c'''
При F = 256	
$2^5 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	Cs:Ds:E:G:Gs:H:cs:ds:e:gs:h:cs':ds':gs':h':ds'':gs''
$2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:{c}cs:ds:e:g:gs:h:cs':ds':e':gs':h':cs'': :ds'':gs'':h''

$2^7 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:cs':ds':e':g':gs':h':cs": :ds":e":gs":h"
$2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs':a': :h':cs":ds":e":g":gs":h"
$2^9 \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':g':gs': :a':h':c":cs":ds":e":g":gs":a":h"
$2^{10} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g': :gs':a':h':c":cs":ds":e":g":gs":a":h":c"
$2^{11} \cdot 3^2 \cdot 5^2$	C:Cs:Ds:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:ds:e:f:g:gs:a:h:c':cs':ds':e':f':g': :gs':a':h':c":cs":ds":f":e":g":gs":a":h":c"
Лад $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$	
При F = 4	
$3^3 \cdot 5^2$	C:A:g:e':cs":d":h"
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:A:c:g:a:e':g':cs":d":e":h"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:g:a:c':e':g':a':cs":d":e":g":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c':e':g':a':c":cs":d":e":g":a":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c':e':f':g':a':c":cs":d":e":g":a":h":c"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:A:c:f:g:a:c':e':f':g':a':c":cs":d":e":f":g":a":h":c"
При F = 8	
$3^3 \cdot 5^2$	G:e:cs':d':h':gs"
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:G:A:e:g:cs':d':e':h':cs":d":gs":h"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:G:A:c:e:g:a:cs':d':e':g':h':cs":d":e":gs":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:g:a:c':cs':d':e':g':a':h':cs":d":e":g":gs":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c':cs':d':e':g':a':h':c":cs":d":e":g":gs":a":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c':cs':d':e':f':g':a':h':c":cs":d":e":g":gs":a": :h":c"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:F:G:A:c:e:f:g:a:c':cs':d':e':f':g':a':h':c":cs":d":e":f":g":gs":a": :h":c"
При F = 16	
$3^3 \cdot 5^2$	E:cs:d:h:gs':fs"
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	E:G:cs:d:e:h:cs':d':gs':h':fs":gs"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:cs:d:e:g:h:cs':d':e':gs':h':cs":d":fs":gs":h"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:G:A:c:cs:d:e:g:a:h:cs':d':e':g':gs':h':cs":d":e":fs":gs":h"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:g:a:h:c':cs':d':e':g':gs':a':h':cs":d":e":fs":g": :gs":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:f:g:a:h:c':cs':d':e':g':gs':a':h':c":cs":d":e": :fs":g":gs":a":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:f:g:a:h:c':cs':d':e':f':g':gs':a':h':c":cs":d":e": :fs":g":gs":a":h":c"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:E:F:G:A:c:cs:d:e:f:g:a:h:c':cs':d':e':f':g':gs':a':h':c":cs":d":e": :f":fs":g":gs":a":h":c"
При F = 32	
$3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:H:gs:fs':ds"
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:H:cs:d:gs:h:fs':gs':ds":fs"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:G:H:cs:d:e:gs:h:cs':d':fs':gs':h':ds":fs":gs"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:cs:d:e:g:gs:h:cs':d':e':fs':gs':h':cs":d":ds":fs": :gs":h"

$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:A:H:c:cs:d:e:g:gs:a:h:cs':d':e':fs':g':gs':h':cs":d": :ds":e":fs":gs":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:g:gs:a:h:c':cs':d':e':fs':g':gs':a':h': :cs":d":ds":e":fs":g":gs":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:f:g:gs:a:h:c':cs':d':e':fs':g':gs':a':h': :c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":h"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:f:g:gs:a:h:c':cs':d':e':f':fs':g':gs':a': :h':c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":h":c"
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:A:H:c:cs:d:e:f:g:gs:a:h:c':cs':d':e':f':fs':g':gs':a': :h':c":cs":d":ds":e":f":fs":g":gs":a":h":c"
При F = 64	
$2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Gs:H:fs:gs:ds':fs':ds":b"
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:Gs:H:cs:d:fs:gs:h:ds':fs':gs':ds":fs":b"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:G:Gs:H:cs:d:e:fs:gs:h:cs':d':ds':fs':gs':h':ds":fs":gs":b"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:Gs:A:H:cs:d:e:fs:g:gs:h:cs':d':ds':e':fs':gs':h':cs": :d":ds":fs":gs":b":h"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:G:Gs:A:H:c:cs:d:e:fs:g:gs:a:h:cs':d':ds':e':fs':g':gs': :h':cs":d":ds":e":fs":gs":b":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:d:e:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds':e':fs':g': :gs':a':h':cs":d":ds":e":fs":g":gs":b":h"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds':e':fs': :g':gs':a':h':c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":b":h"
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds':e':f': :fs':g':gs':a':h':c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":b":h":c"
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:G:Gs:A:H:c:cs:d:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds':e':f': :fs':g':gs':a':h':c":cs":d":ds":e":f":fs":g":gs":a":b":h":c"
При F = 128	
$2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:F:Gs:H:ds:fs:gs:ds':fs':b':ds":b"
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:F:Gs:H:cs:d:ds:fs:gs:h:ds':fs':gs':b':ds":fs":b"
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:E:F:G:Gs:H:cs:d:ds:e:fs:gs:h:cs':d':ds':fs':gs':b':h':ds": :fs":gs":b"
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:cs:d:ds:e:fs:g:gs:h:cs':d':ds':e':fs':gs': :b':h':cs":d":ds":e":fs":gs":b":h"
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:h:cs':d':ds':e':fs': :g':gs':b':h':cs":d":ds":e":fs":gs":b":h"
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds': :e':fs':g':gs':a':b':h':cs":d":ds":e":fs":g":gs":b":h"
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds': :e':fs':g':gs':a':b':h':c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":b":h"
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds': :e':f':fs':g':gs':a':b':h':c":cs":d":ds":e":fs":g":gs":a":b": :h":c"
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:E:F:Fs:G:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:g:gs:a:h:c':cs':d':ds': :e':f':fs':g':gs':a':b':h':c":cs":d":ds":e":f":fs":g":gs":a":b": :h":c"



При F = 256	
$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:Ffs:Gs:H:ds:fs:gs:b:ds':fs':b':ds'':b''
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:H:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds':fs':gs':b':ds'':fs'':b''
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs':d':ds':fs':gs':b':h': :ds'':fs'':gs'':b''
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs':d':ds':e': :fs':gs':b':h':cs'':d'':ds'':fs'':gs'':b'':h''
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs':d':ds': :e':fs':g':gs':b':h':cs'':d'':ds'':e'':fs'':gs'':b'':h''
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c':cs': :d':ds':e':fs':g':gs':a':b':h':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'':b'':h''
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c':cs': :d':ds':e':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'':a'': :b'':h''
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c':cs': :d':ds':e':f':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'':a'': :b'':h'':c'''
$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c':cs': :d':ds':e':f':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':f':fs'':g'':gs'':a'': :b'':h'':c'''
При F = 512	
$2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:Ffs:Gs:B:H:ds:fs:gs:b:ds':fs':b':ds'':b''
$2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:B:H:cs:d:ds:fs:gs:b:h:ds':fs':gs':b':ds'':fs'':b''
$2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:B:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs':d':ds':fs':gs':b': :h':ds'':fs'':gs'':b''
$2^7 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:cs:d:ds:e:fs:gs:b:h:cs':d':ds':e': :fs':gs':b':h':cs'':d'':ds'':fs'':gs'':b'':h''
$2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:cs':d': :ds':e':fs':g':gs':b':h':cs'':d'':ds'':e'':fs'':gs'':b'':h''
$2^9 \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:fs:gs:a:b:h:c':cs': :d':ds':e':fs':g':gs':a':b':h':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'':b'':h''
$2^{10} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c': :cs':d':ds':e':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'':a'': :b'':h''
$2^{11} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c': :cs':d':ds':e':f':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':fs'':g'':gs'': :a'':b'':h'':c'''
$2^{12} \cdot 3^3 \cdot 5^2$	C:Cs:D:Ds:E:Ffs:Gs:A:B:H:c:cs:d:ds:e:f:fs:gs:a:b:h:c': :cs':d':ds':e':f':fs':g':gs':a':b':h':c'':cs'':d'':ds'':e'':f':fs'':g'': :gs'':a'':b'':h'':c'''

§ 20. По поводу музыкальной композиции здесь надо в общих чертах отметить следующее. Прежде всего, выбрав лад, надо избрать определенный вид и систему, в которой сочиняется музыка. А с определением системы определяются все звуки, которые могут встретиться в этом сочинении, так что, оставаясь в рамках данной системы, можно

использовать только указанные звуки и никаких других. Разве что в случае, когда музыкальный инструмент охватывает звуки ниже С или выше с<sup>'''</sup>, могут применяться и они – если, конечно, такие звуки содержатся в экспоненте вида (что легко понять по самому экспоненту).

§ 21. Итак, первым в этой таблице предстает лад с экспонентом  $2^n \cdot 3^3$ . Установление его пределов связано с необходимостью присутствия звука, выраженного  $3^3$ , то есть 27. Итак, для  $F = 1$  и для  $F = 2$  не существует системы этого лада, поскольку в этих случаях звук 27 превышает крайний предел с<sup>'''</sup>. Поэтому присвоим  $F$  сразу значение 4; при этом звук  $3^3$  выражается клавишей d<sup>''</sup>. Кроме этого звука, нужен также звук, выраженный единицей или степенью двух, а он попадет в данный интервал, только если  $n = 2$ . Следовательно, первая система этого рода имеет экспонент  $2^2 \cdot 3^3$ , при  $F = 4$ .

§ 22. До тех пор пока  $F = 4$ , этот лад допускает 4 системы, экспонентами которых будут  $2^2 \cdot 3^3$ ,  $2^3 \cdot 3^3$ ,  $2^4 \cdot 3^3$  и  $2^5 \cdot 3^3$ , и никаких других в интервале четырех октав быть не может: даже если взять экспонент  $2^6 \cdot 3^3$ , появятся те же самые звуки, которые соответствовали экспоненту  $2^5 \cdot 3^3$ , так что иной системы не получится. Таким же образом, 4 системы образуются, если взять  $F = 8$ , столько же – при  $F = 16$  и  $F = 32$ , где опять достигается предел: в последней системе, экспонент которой  $2^8 \cdot 3^3$ , в каждой октаве уже присутствуют все первичные звуки, так что более сложная система не возникнет.

§ 23. Следовательно, существует всего 16 систем первого лада, экспонент которого  $2^n \cdot 3^3$ , а второй лад, с экспонентом  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$ , имеет 33 системы. Далее, у третьего лада с экспонентом  $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$  число систем 30. За ним следует четвертый лад с экспонентом  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ , наиболее употребительный у современных музыкантов, в котором присутствуют 36 различных систем. В пятом ладу, который также очень часто применяется и имеет экспонент  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ , содержатся 48 систем. Наконец, шестой лад, сложный и самый распространенный у современных музыкантов, включает 66 различных систем. Таким образом, вместе все эти шесть ладов охватывают 229 различных систем.

§ 24. Тот, кто достаточно внимательно рассмотрит, как выглядят все эти системы, заметит, что в каждой из них

отдельные октавы заполнены звуками по-разному, за исключением последней системы каждого лада, в которой каждая октава содержит все первичные звуки данного лада и заполнена равным количеством звуков. Одни системы больше заполнены звуками в нижней октаве, другие в средней, третьи в верхней, в связи с чем можно выбрать наиболее подходящую систему для определенного произведения. Тот, кто пожелает уделить басу главную роль в своей музыке, будет нуждаться в системе, где звуки наиболее густо расположены в нижних октавах. Напротив, использовать систему, в которой звуков больше всего в верхних октавах, будет тот, кто стремится придать наибольшее разнообразие дисканту. Наконец, и тот, кто основное значение придает средним голосам, также найдет систему, соответствующую его задаче. Это основное различие между ладами нынешние музыканты уже, как кажется, отчасти заметили – скорее по опыту, чем на основании теории. Поэтому наш перечень окажет им немалую помощь: из него они ясно поймут то, о чем прежде только смутно подозревали.

## *Глава XIII*

### *О способе композиции в данном ладу и данной системе*

§ 1. Экспонент целого музыкального произведения чаще всего бывает настолько сложен, что его вообще нельзя воспринять иначе как шаг за шагом. Поэтому надо разделить произведение на несколько частей, у каждой из которых будет более простой и легче воспринимаемый экспонент. Следовательно, для сочинения музыкального произведения необходимо прежде объяснить правила сочинения частей, при соединении которых получится законченное произведение. Экспонент же такой части есть ничто иное, как музыкальный *лад*, в связи с чем, говоря о музыкальной композиции, нам нужно, прежде чем переходить к составлению целого, изложить способ композиции в данном ладу. Лишь после этого следует объяснить, как соединять между собой отдельные части и как создать из них целое музыкальное произведение.

§ 2. В предыдущей главе учение о ладах изложено не только подробнее, но и точнее, чем обычно, и каждый лад разложен на свои виды и системы, поэтому необходимо выбрать кроме самого лада также определенную его систему, в которой будет происходить сочинение. Варианты ладов здесь, конечно, не рассматриваются, поскольку они получаются просто при транспозиции, и от них соотношение звуков, встречающихся в каждой системе, не изменяется. Поэтому во всех системах основание, то есть звук, выражаемый единицей, будет F или другой звук, ниже его на сколько-то октав.

§ 3. Итак, выбрав соответствующий задаче лад, следует найти его подходящий вид и систему. Хотя это зависит от решения композитора, однако сама задача до известной степени определяет систему, как мы уже заметили в предыдущей главе: в зависимости от того, какой октаве композитор пожелает придать большее значение, он изберет систему, в которой именно эта октава больше заполнена звуками. Но для этого достаточно обратиться к приведенной выше таблице, так что излишне говорить об этом далее.

§ 4. Когда определена система данного лада и данного его вида, приведенная выше таблица покажет все звуки, применение которых допустимо: по ней звуки, относящиеся

к этой системе, можно будет отличить от других. Наиболее искусные музыканты всегда соблюдают такие же ограничения, если сличить их композиции с нормой наших систем. Так, очевидно, что верхний голос одного и того же музыкального произведения может, не нарушая правил гармонии, прибегать к мажорным звукам, а нижний — к минорным. Рассмотрим в ладу с экспонентом  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$  вид  $2^6 \cdot 3^3 \cdot 5$  при системе  $F = 32$ : в две нижние октавы включены звуки  $F$  и  $f$ , а в две верхние —  $fs'$  и  $fs''$ , что людям недостаточно сведущим может показаться огромным изъясном. Таким же образом многие другие композиции, которые музыканты-практики могут счесть парадоксальными, даже если не будет сомнений в их приятности, получают подтверждение в этой таблице систем и будут соответствовать истинной гармонии: совершенно невозможно, чтобы какая-то музыка оказалась приятной, не соответствуя при этом нашим принципам гармонии.

§ 5. Внутри принятой системы сама композиция допускает любое разнообразие. Поскольку композиция создается расположением нескольких созвучий в ряд, как порядок созвучий, так и их природа порождает величайшее, практически бесконечное многообразие. Что касается самих созвучий, то либо они все берутся из одного вида, либо из разных, и при этом получается или простая композиция, или смешанная. Иными словами, **простой** мы здесь называем композицию, которая состоит из созвучий одного вида, то есть выражаемых одним экспонентом, а **смешанной** — ту, в которой содержатся созвучия разных видов.

§ 6. Итак, сперва рассмотрим тот вид простой композиции, который состоит из одних простых звуков, или, что то же самое, из созвучий, выражаемых экспонентом 1. Такую композицию называют одноголосной, потому что никогда не звучит больше одного звука в одно время; она часто применяется и в сложных произведениях, когда вся гармония внезапно сводится к одному голосу.

§ 7. Композиция, состоящая из одних простых звуков, практически не вызывает никаких сложностей. Если выбрать произвольно систему из приведенной выше таблицы, с первого взгляда можно увидеть все звуки, применимые в данной композиции. Итак, звуки избранной системы каждый сможет по своему усмотрению смешивать между собой и

слагать из них подходящую мелодию. При этом нужно будет следить единственно за тем, чтобы избегать слишком грубых последовательностей звуков, если, конечно, экспонент выбранной системы будет достаточно сложным (в более простых системах звуки, последовательность которых была бы слишком неприятной, вообще отсутствуют).

§ 8. Итак, выбрав систему, будет удобно сразу отметить те последовательности звуков, которые труднее для восприятия, и либо никогда их не использовать, либо по крайней мере вводить только тогда, когда необходимо возбудить скорбные чувства. Кроме того, к гармонии добавится немало прелести, если звуки, свойственные данной системе, но еще не встречавшиеся в предыдущих более простых, применять экономно, а чаще употреблять общие для данной системы и для более простых.

§ 9. Когда же в известной системе требуется составить ряд созвучий одного или разных видов, тогда прежде всего необходимо показать, каким образом и какими звуками в этой системе следует выражать каждое созвучие. Конечно, созвучия по отношению к другим обозначаются у нас с помощью экспонентов и индексов, по которым видны звуки, их составляющие. Но для каждой системы сверх того важно, каким числом выражается клавиша  $F$ . Поэтому, чтобы выразить данное созвучие должными звуками, нужно кроме экспонента и индекса учесть еще ту степень двух, которой обозначается в принятой системе клавиша  $F$ .

§ 10. С этой целью я включил следующую таблицу, из которой сразу понятно, какими звуками выражать каждое созвучие соответственно данному значению клавиши  $F$ . А именно, во втором столбце надо найти экспонент и индекс созвучия, в третьем – значение  $F$  для данной системы; при этом третий столбец покажет, в какой форме предстанет созвучие. Так, если надо выразить созвучие  $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$  в системе, где  $F = 32$ , таблица покажет, что оно должно состоять из звуков  $D:G:H:d:g:h:d':fs':g':b':d'':fs'':h''$ , из которых можно будет выбрать те, что соответствуют задаче.

Созвучия  $2^n$

Вариант	Вид	Форма
$2''(1)$	1(1)	F
	2(1)	F:f
	$2^2(1)$	F:f:f
	$2^3(1)$	F:f:f:f
$2''(3)$	1(3)	с'
	2(3)	с':с''
	1(3)	с
	2(3)	с:с'
	$2^2(3)$	с:с':с''
	1(3)	С
	2(3)	С:с
	$2^2(3)$	С:с:с'
	$2^3(3)$	С:с:с':с''
	1(5)	а'
	2(5)	а':а''
	1(5)	а
	2(5)	а:а'
	$2^2(5)$	а:а':а''
	1(5)	А
	2(5)	А:а
	$2^2(5)$	А:а:а'
	$2^3(5)$	А:а:а':а''
$2''(3^2)$	1(3 <sup>2</sup> )	g''
	1(3 <sup>2</sup> )	g'
	2(3 <sup>2</sup> )	g':g''
	1(3 <sup>2</sup> )	g
	2(3 <sup>2</sup> )	g:g'
	$2^2(3^2)$	g:g':g''
	1(3 <sup>2</sup> )	G
	2(3 <sup>2</sup> )	G:g
	$2^2(3^2)$	G:g:g'
	$2^3(3^2)$	G:g:g':g''

Вариант	Вид	Форма
$2^n(3 \cdot 5)$	$1(3 \cdot 5)$	$e''$ При F = 2
	$1(3 \cdot 5)$	$e'$ При F = 4
	$2(3 \cdot 5)$	$e':e''$ При F = 8
	$1(3 \cdot 5)$	$e$
	$2(3 \cdot 5)$	$e:e'$
	$2^2(3 \cdot 5)$	$e:e':e''$ При F = 16
	$1(3 \cdot 5)$	$E$
	$2(3 \cdot 5)$	$E:e$
	$2^2(3 \cdot 5)$	$E:e:e'$
	$2^3(3 \cdot 5)$	$E:e:e':e''$
$2^n(5^2)$	$1(5^2)$	$cs''$ При F = 4
	$1(5^2)$	$cs'$ При F = 8
	$2(5^2)$	$cs':cs''$ При F = 16
	$1(5^2)$	$cs$
	$2(5^2)$	$cs:cs'$
	$2^2(5^2)$	$cs:cs':cs''$ При F = 32
	$1(5^2)$	$Cs$
	$2(5^2)$	$Cs:cs$
	$2^2(5^2)$	$Cs:cs:cs'$
	$2^3(5^2)$	$Cs:cs:cs':cs''$
$2^n(3^3)$	$1(3^3)$	$d''$ При F = 4
	$1(3^3)$	$d'$ При F = 8
	$2(3^3)$	$d':d''$ При F = 16
	$1(3^3)$	$d$
	$2(3^3)$	$d:d'$
	$2^2(3^3)$	$d:d':d''$ При F = 32
	$1(3^3)$	$D$
	$2(3^3)$	$D:d$
	$2^2(3^3)$	$D:d:d'$
	$2^3(3^3)$	$D:d:d':d''$



Вариант	Вид	Форма
$2^n(3^2 \cdot 5)$	$1(3^2 \cdot 5)$	$h''$ При $F = 4$
	$1(3^2 \cdot 5)$	$h'$ При $F = 8$
	$2(3^2 \cdot 5)$	$h':h''$ При $F = 16$
	$1(3^2 \cdot 5)$	$h$
	$2(3^2 \cdot 5)$	$h:h'$
	$2^2(3^2 \cdot 5)$	$h:h':h''$ При $F = 32$
	$1(3^2 \cdot 5)$	$H$
	$2(3^2 \cdot 5)$	$H:h$
$2^n(3 \cdot 5^2)$	$1(3 \cdot 5^2)$	$gs''$ При $F = 8$
	$1(3 \cdot 5^2)$	$gs'$ При $F = 16$
	$2(3 \cdot 5^2)$	$gs':gs''$ При $F = 32$
	$1(3 \cdot 5^2)$	$gs$
	$2(3 \cdot 5^2)$	$gs:gs'$
	$2^2(3 \cdot 5^2)$	$gs:gs':gs''$ При $F = 64$
	$1(3 \cdot 5^2)$	$Gs$
	$2(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs$
$2^n(3^3 \cdot 5)$	$2^2(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:gs'$
	$2^3(3 \cdot 5^2)$	$Gs:gs:gs':gs''$
	$1(3^3 \cdot 5)$	$fs''$ При $F = 16$
	$1(3^3 \cdot 5)$	$fs'$ При $F = 32$
	$2(3^3 \cdot 5)$	$fs':fs''$ При $F = 64$
	$1(3^3 \cdot 5)$	$fs$
	$2(3^3 \cdot 5)$	$fs:fs'$
	$2^2(3^3 \cdot 5)$	$fs:fs':fs''$ При $F = 128$
$2^3(3^3 \cdot 5)$	$1(3^3 \cdot 5)$	$Fs$
	$2(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs$
	$2^2(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs:fs'$
	$2^3(3^3 \cdot 5)$	$Fs:fs:fs':fs''$

Вариант	Вид	Форма
$2^n(3^2 \cdot 5^2)$	$1(3^2 \cdot 5^2)$	ds" При F = 32
	$1(3^2 \cdot 5^2)$	ds' При F = 64
	$2(3^2 \cdot 5^2)$	ds':ds" При F = 128
	$1(3^2 \cdot 5^2)$ $2(3^2 \cdot 5^2)$ $2^2(3^2 \cdot 5^2)$	ds ds:ds' ds:ds':ds" При F = 256
	$1(3^2 \cdot 5^2)$ $2(3^2 \cdot 5^2)$ $2^2(3^2 \cdot 5^2)$ $2^3(3^2 \cdot 5^2)$	Ds Ds:ds Ds:ds:ds' Ds:ds:ds':ds"
$2^n(3^3 \cdot 5^2)$	$1(3^3 \cdot 5^2)$	b" При F = 16
	$1(3^3 \cdot 5^2)$	b' При F = 32
	$2(3^3 \cdot 5^2)$	b':b" При F = 64
	$1(3^3 \cdot 5^2)$ $2(3^3 \cdot 5^2)$ $2^2(3^3 \cdot 5^2)$	b b:b' b:b':b" При F = 128
	$1(3^3 \cdot 5^2)$ $2(3^3 \cdot 5^2)$ $2^2(3^3 \cdot 5^2)$ $2^3(3^3 \cdot 5^2)$	B B:b B:b:b' B:b:b':b"

Созвучия  $2^n \cdot 3$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3(1)$	$3(1)$	F:c' При F = 1
	$2 \cdot 3(1)$	F:f:c':c"
	$2^2 \cdot 3(1)$	F:f:c':f':c":c'''
	$2^3 \cdot 3(1)$	F:f:c':f':c":f":c''' При F = 2
	$2 \cdot 3(1)$	F:c:c'
	$2^2 \cdot 3(1)$	F:c:f:c':c"
	$2^3 \cdot 3(1)$	F:c:f:c':f':c":c'''
	$2^4 \cdot 3(1)$	F:c:f:c':f':c":f":c''' При F = 4
	$2^2 \cdot 3(1)$	C:F:c:c'
	$2^3 \cdot 3(1)$	C:F:c:f:c':c"
	$2^4 \cdot 3(1)$	C:F:c:f:c':f':c":c'''
	$2^5 \cdot 3(1)$	C:F:c:f:c':f':c":f":c'''

$2^n \cdot 3(3)$	$3(3)$ $2 \cdot 3(3)$ $2^2 \cdot 3(3)$  $3(3)$ $2 \cdot 3(3)$ $2^2 \cdot 3(3)$ $2^3 \cdot 3(3)$  $3(3)$ $2 \cdot 3(3)$ $2^2 \cdot 3(3)$ $2^3 \cdot 3(3)$ $2^4 \cdot 3(3)$  $2 \cdot 3(3)$ $2^2 \cdot 3(3)$ $2^3 \cdot 3(3)$ $2^4 \cdot 3(3)$ $2^5 \cdot 3(3)$	<p>При F = 1</p> $c'g''$ $c':c'':g''$ $c':c'':g'':c'''$  <p>При F = 2</p> $c:g'$ $c:c':g':g''$ $c:c':g':c'':g''$ $c:c':g':c'':g'':c'''$  <p>При F = 4</p> $C:g$ $C:c:g:g'$ $C:c:g:c':g':g''$ $C:c:g:c':g':c'':g''$ $C:c:g:c':g':c'':g'':c'''$  <p>При F = 8</p> $C:G:g$ $C:G:c:g:g'$ $C:G:c:g:c':g':g''$ $C:G:c:g:c':g':c'':g''$ $C:G:c:g:c':g':c'':g'':c'''$
$2^n \cdot 3(5)$	$3(5)$ $2 \cdot 3(5)$ $2^2 \cdot 3(5)$  $3(5)$ $2 \cdot 3(5)$ $2^2 \cdot 3(5)$ $2^3 \cdot 3(5)$  $2 \cdot 3(5)$ $2^2 \cdot 3(5)$ $2^3 \cdot 3(5)$ $2^4 \cdot 3(5)$  $2^2 \cdot 3(5)$ $2^3 \cdot 3(5)$ $2^4 \cdot 3(5)$ $2^5 \cdot 3(5)$	<p>При F = 2</p> $a:e''$ $a:a':e''$ $a:a':e'':a''$  <p>При F = 4</p> $A:e'$ $A:a:e':e''$ $A:a:e':a':e''$ $A:a:e':a':e'':a''$  <p>При F = 8</p> $A:e:e'$ $A:e:a:e':e''$ $A:e:a:e':a':e''$ $A:e:a:e':a':e'':a''$  <p>При F = 16</p> $E:A:e:e'$ $E:A:e:a:e':e''$ $E:A:e:a:e':a':e''$ $E:A:e:a:e':a':e'':a''$
$2^n \cdot 3(3^2)$	$3(3^2)$ $2 \cdot 3(3^2)$ $2^2 \cdot 3(3^2)$  $3(3^2)$ $2 \cdot 3(3^2)$	<p>При F = 4</p> $g:d''$ $g:g':d''$ $g:g':d'':g''$  <p>При F = 8</p> $G:d'$ $G:g:d':d''$

	$2^2 \cdot 3(3^2)$ $2^3 \cdot 3(3^2)$  $2 \cdot 3(3^2)$ $2^2 \cdot 3(3^2)$ $2^3 \cdot 3(3^2)$ $2^4 \cdot 3(3^2)$  $2^2 \cdot 3(3^2)$ $2^3 \cdot 3(3^2)$ $2^4 \cdot 3(3^2)$ $2^5 \cdot 3(3^2)$	$G:g:d':g':d''$ $G:g:d':g':d'':g''$ При F = 16  $G:d:d'$ $G:d:g:d':d''$ $G:d:g:d':g':d''$ $G:d:g:d':g':d'':g''$ При F = 32  $D:G:d:d'$ $D:G:d:g:d':d''$ $D:G:d:g:d':g':d''$ $D:G:d:g:d':g':d'':g''$
$2^n \cdot 3(3 \cdot 5)$	$3(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3(3 \cdot 5)$  $3(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$  $3(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3(3 \cdot 5)$  $2 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3(3 \cdot 5)$	При F = 4  $e':h''$ $e':e'':h''$ При F = 8  $e:h'$ $e:e':h':h''$ $e:e':h':e'':h''$ При F = 16  $E:h$ $E:e:h:h'$ $E:e:h:e':h':h''$ $E:e:h:e':h':e'':h''$ При F = 32  $E:H:h$ $E:H:e:h:h'$ $E:H:e:h:e':h':h''$ $E:H:e:h:e':h':e'':h''$
$2^n \cdot 3(5^2)$	$3(5^2)$ $2 \cdot 3(5^2)$  $3(5^2)$ $2 \cdot 3(5^2)$ $2^2 \cdot 3(5^2)$  $3(5^2)$ $2 \cdot 3(5^2)$ $2^2 \cdot 3(5^2)$ $2^3 \cdot 3(5^2)$  $2 \cdot 3(5^2)$ $2^2 \cdot 3(5^2)$ $2^3 \cdot 3(5^2)$ $2^4 \cdot 3(5^2)$	При F = 8  $cs':gs''$ $cs':cs'':gs''$ При F = 16  $cs:gs'$ $cs:cs':gs':gs''$ $cs:cs':gs':cs'':gs''$ При F = 32  $Cs:gs:$ $Cs:cs:gs:gs'$ $Cs:cs:gs:cs':gs':gs''$ $Cs:cs:gs:cs':gs':cs'':gs''$ При F = 64  $Cs:Gs:gs$ $Cs:Gs:cs:gs:gs'$ $Cs:Gs:cs:gs:cs':gs':gs''$ $Cs:Gs:cs:gs:cs':gs':cs'':gs''$

$3(3^2 \cdot 5)$	$2'' \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	При F = 16 h:fs" h:h':fs" h:h':fs":h"
	$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	При F = 32 H:fs' H:h:fs':fs" H:h:fs':h':fs" H:h:fs':h':fs":h"
	$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	При F = 64 H:fs:fs' H:fs:h:fs':fs" H:fs:h:fs':h':fs" H:fs:h:fs':h':fs":h"
	$2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	При F = 128 Fs:H:fs:fs' Fs:H:fs:h:fs':fs" Fs:H:fs:h:fs':h':fs" Fs:H:fs:h:fs':h':fs":h"
	$2^4 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	
	$2^5 \cdot 3(3^2 \cdot 5)$	
$2'' \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	$3(3 \cdot 5^2)$	При F = 32 gs:ds" gs:gs':ds" gs:gs':ds":gs"
	$2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	При F = 64 Gs:ds' Gs:gs:ds':ds" Gs:gs:ds':gs':ds" Gs:gs:ds':gs':ds":gs"
	$2^2 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	При F = 128 Gs:ds:ds' Gs:ds:gs:ds':ds" Gs:ds:gs:ds':gs':ds" Gs:ds:gs:ds':gs':ds":gs"
	$2^3 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	При F = 256 Ds:Gs:ds:ds' Ds:Gs:ds:gs:ds':ds" Ds:Gs:ds:gs:ds':gs':ds" Ds:Gs:ds:gs:ds':gs':ds":gs"
	$2^4 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	
	$2^5 \cdot 3(3 \cdot 5^2)$	
$2'' \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	$3(3^2 \cdot 5^2)$	При F = 64 ds':b" ds':ds":b"
	$2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	При F = 128 ds:b' ds:ds':b':b" ds:ds':b':ds":b"
	$2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	

	$3(3^2 \cdot 5^2) \cdot$ $2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$ $2^2 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$ $2^3 \cdot 3(3^2 \cdot 5^2)$	<p>При F = 256</p> <p>Ds:b  Ds:ds:b'b'  Ds:ds:b:ds':b':b"  Ds:ds:b:ds':b':ds'':b"</p> <p>При F = 512</p> <p>Ds:B:b  Ds:B:ds:b:b'  Ds:B:ds:b:ds':b':b"  Ds:B:ds:b:ds':b':ds'':b"</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Созвучия  $2^n : 5$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 5(1)$		При F = 1
	5(1)	F:a'
	$2 \cdot 5(1)$	F:f:a':a"
	$2^2 \cdot 5(1)$	F:f:f':a':a"
	$2^3 \cdot 5(1)$	F:f:f':a':f'':a"
		При F = 2
	$2 \cdot 5(1)$	F:a:a'
	$2^2 \cdot 5(1)$	F:f:a:a':a"
	$2^3 \cdot 5(1)$	F:f:a:f':a':a"
	$2^4 \cdot 5(1)$	F:f:a:f':a':f'':a"
		При F = 4
	$2^2 \cdot 5(1)$	F:A:a:a'
	$2^3 \cdot 5(1)$	F:A:f:a:a':a"
	$2^4 \cdot 5(1)$	F:A:f:a:f':a':a"
	$2^5 \cdot 5(1)$	F:A:f:a:f':a':f'':a"
$2^n \cdot 5(3)$		При F = 2
	5(3)	c:e"
	$2 \cdot 5(3)$	c:c':e"
	$2^2 \cdot 5(3)$	c:c':c'':e"
		При F = 4
	5(3)	C:e'
	$2 \cdot 5(3)$	C:c:e':e"
	$2^2 \cdot 5(3)$	C:c:c':e':e"
	$2^3 \cdot 5(3)$	C:c:c':e':c'':e"
		При F = 8
	$2 \cdot 5(3)$	C:e:e'
	$2^2 \cdot 5(3)$	C:c:e:e':e"
	$2^3 \cdot 5(3)$	C:c:e:c':e':e"
	$2^4 \cdot 5(3)$	C:c:e:c':e':c'':e"
		При F = 16
	$2^2 \cdot 5(3)$	C:E:e:e'
	$2^3 \cdot 5(3)$	C:E:c:e:e':e"
	$2^4 \cdot 5(3)$	C:E:c:c':e':e':e"
	$2^5 \cdot 5(3)$	C:E:c:c':e':c'':e':e"

$2^n \cdot 5(5)$	$5(5)$	При F = 4 A:cs"
	$2 \cdot 5(5)$	A:a:cs"
	$2^2 \cdot 5(5)$	A:a:a':cs"
	$2^3 \cdot 5(5)$	A:a:a':cs":a" При F = 8
	$2 \cdot 5(5)$	A:cs':cs"
	$2^2 \cdot 5(5)$	A:a:cs':cs"
	$2^3 \cdot 5(5)$	A:a:cs':a':cs"
	$2^4 \cdot 5(5)$	A:a:cs':a':cs":a" При F = 16
	$2^2 \cdot 5(5)$	A:cs:cs':cs"
	$2^3 \cdot 5(5)$	A:cs:a:cs':cs"
	$2^4 \cdot 5(5)$	A:cs:a:cs':a':cs"
	$2^5 \cdot 5(5)$	A:cs:a:cs':a':cs":a" При F = 32
	$2^3 \cdot 5(5)$	Cs:A:cs:cs':cs"
	$2^4 \cdot 5(5)$	Cs:A:cs:a:cs':cs"
	$2^5 \cdot 5(5)$	Cs:A:cs:a:cs':a':cs"
	$2^6 \cdot 5(5)$	Cs:A:cs:a:cs':a':cs":a"
$2^n \cdot 5(3^2)$	$5(3^2)$	При F = 4 g:h"
	$2 \cdot 5(3^2)$	g:g':h"
	$2^2 \cdot 5(3^2)$	g:g':g":h" При F = 8
	$5(3^2)$	G:h'
	$2 \cdot 5(3^2)$	G:g:h':h"
	$2^2 \cdot 5(3^2)$	G:g:g':h':h"
	$2^3 \cdot 5(3^2)$	G:g:g':h':g":h" При F = 16
	$2 \cdot 5(3^2)$	G:h:h'
	$2^2 \cdot 5(3^2)$	G:g:h:h':h"
	$2^3 \cdot 5(3^2)$	G:g:h:g':h':h"
	$2^4 \cdot 5(3^2)$	G:g:h:g':h':g":h" При F = 32
	$2^2 \cdot 5(3^2)$	G:H:h:h'
	$2^3 \cdot 5(3^2)$	G:H:g:h:h':h"
	$2^4 \cdot 5(3^2)$	G:H:g:h:g':h':h"
	$2^5 \cdot 5(3^2)$	G:H:g:h:g':h':g":h"

$2^n \cdot 5 (3 \cdot 5)$	$5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 8</p> <p>e:gs" e:e':gs" e:e':e'':gs"</p>
	$5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 16</p> <p>E:gs' E:e:gs':gs" E:e:e':gs':gs" E:e:e':gs':e'':gs"</p>
	$2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 32</p> <p>E:gs:gs' E:e:gs:gs':gs" E:e:gs:e':gs':gs" E:e:gs:e':gs':e'':gs"</p>
	$2^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 64</p> <p>E:Gs:gs:gs' E:Gs:e:gs:gs':gs" E:Gs:e:gs:e':gs':gs" E:Gs:e:gs:e':gs':e'':gs" H:h:ds':h':ds" H:h:ds':h':ds'':h"</p>
$2^n \cdot 5 (3^2)$	$5(3^2)$ $2 \cdot 5(3^2)$ $2^2 \cdot 5(3^2)$	<p>При F = 16</p> <p>d:fs" d:d':fs" d:d':d'':fs"</p>
	$5(3^2)$ $2 \cdot 5(3^2)$ $2^2 \cdot 5(3^2)$ $2^3 \cdot 5(3^2)$	<p>При F = 32</p> <p>D:fs' D:d:fs':fs" D:d:d':fs':fs" D:d:d':fs':d'':fs"</p>
	$2 \cdot 5(3^2)$ $2^2 \cdot 5(3^2)$ $2^3 \cdot 5(3^2)$ $2^4 \cdot 5(3^2)$	<p>При F = 64</p> <p>D:fs:fs' D:d:fs:fs':fs" D:d:fs:d':fs':fs" D:d:fs:d':fs':d'':fs"</p>
	$2^2 \cdot 5(3^2)$ $2^3 \cdot 5(3^2)$ $2^4 \cdot 5(3^2)$ $2^5 \cdot 5(3^2)$	<p>При F = 128</p> <p>D:F:s:fs:fs' D:F:s:d:fs:fs':fs" D:F:s:d:fs:d':fs':fs" D:F:s:d:fs:d':fs':d'':fs"</p>
$2^n \cdot 5 (3^2 \cdot 5)$	$5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	<p>При F = 32</p> <p>H:ds" H:h:ds" H:h:h':ds" H:h:h':ds'':h"</p>



	$2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$  $2^2 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$  $2^3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^6 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	<p>При F = 64</p> <p>H:ds':ds"</p> <p>H:h:ds':ds"</p> <p>При F = 128</p> <p>H:ds:ds':ds"</p> <p>H:ds:h:ds':ds"</p> <p>H:ds:h:ds':h':ds"</p> <p>H:ds:h:ds':h':ds":h"</p> <p>При F = 256</p> <p>Ds:H:ds:ds':ds"</p> <p>Ds:H:ds:h:ds':ds"</p> <p>Ds:H:ds:h:ds':h':ds"</p> <p>Ds:H:ds:h:ds':h':ds":h"</p>
$2^n \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	$5(3^3 \cdot 5)$ $2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$  $5(3^3 \cdot 5)$ $2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$  $2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$  $2^2 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$	<p>При F = 64</p> <p>fs:b"</p> <p>fs:fs':b"</p> <p>fs:fs':fs":b"</p> <p>При F = 128</p> <p>Fs:b'</p> <p>Fs:fs:b':b"</p> <p>Fs:fs:fs':b':b"</p> <p>Fs:fs:fs':b':fs":b"</p> <p>При F = 256</p> <p>Fs:b:b'</p> <p>Fs:fs:b:b':b"</p> <p>Fs:fs:b:fs':b':b"</p> <p>Fs:fs:b:fs':b':fs":b"</p> <p>При F = 512</p> <p>Fs:B:b:b'</p> <p>Fs:B:fs:b:b':b"</p> <p>Fs:B:fs:b:fs':b':b"</p> <p>Fs:B:fs:b:fs':b':fs":b"</p>

Созвучия  $2^n \cdot 3^2$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3^2(1)$	$3^2(1)$ $2 \cdot 3^2(1)$ $2^2 \cdot 3^2(1)$ $2^3 \cdot 3^2(1)$  $2 \cdot 3^2(1)$ $2^2 \cdot 3^2(1)$ $2^3 \cdot 3^2(1)$	<p>При F = 1</p> <p>F:c':g"</p> <p>F:f:c':c":g"</p> <p>F:f:c':f':c":g":c"</p> <p>F:f:c':f':c":f':g":c"</p> <p>При F = 2</p> <p>F:c:c':g':g"</p> <p>F:c:f:c':g':c":g"</p> <p>F:c:f:c':f':g':c":g":c"</p>

	$2^4 \cdot 3^2(1)$ $2^2 \cdot 3^2(1)$ $2^3 \cdot 3^2(1)$ $2^4 \cdot 3^2(1)$ $2^5 \cdot 3^2(1)$ $2^3 \cdot 3^2(1)$ $2^4 \cdot 3^2(1)$ $2^5 \cdot 3^2(1)$ $2^6 \cdot 3^2(1)$	$F:c:f:c':f:g':c'':f'':g'':c'''$  При F = 4 $C:F:c:g:c':g':g''$ $C:F:c:f:g:c':g':c'':g''$ $C:F:c:f:g:c':f:g':c'':g'':c'''$ $C:F:c:f:g:c':f:g':c'':f'':g'':c'''$ При F = 8 $C:F:G:c:g:c':g':g''$ $C:F:G:c:f:g:c':g':c'':g''$ $C:F:G:c:f:g:c':f:g':c'':g'':c'''$ $C:F:G:c:f:g:c':f:g':c'':f'':g'':c'''$
$2^n \cdot 3^2(3)$	$3^2(3)$ $2 \cdot 3^2(3)$ $2^2 \cdot 3^2(3)$ $2^3 \cdot 3^2(3)$  $2 \cdot 3^2(3)$ $2^2 \cdot 3^2(3)$ $2^3 \cdot 3^2(3)$ $2^4 \cdot 3^2(3)$  $2^2 \cdot 3^2(3)$ $2^3 \cdot 3^2(3)$ $2^4 \cdot 3^2(3)$ $2^5 \cdot 3^2(3)$  $2^3 \cdot 3^2(3)$ $2^4 \cdot 3^2(3)$ $2^5 \cdot 3^2(3)$ $2^6 \cdot 3^2(3)$	 При F = 4 $C:g:d''$ $C:c:g:g':d''$ $C:c:g:c':g':d'':g''$ $C:c:g:c':g':c'':d'':g''$ При F = 8 $C:G:\{c\}g:d':d''$ $C:G:c:g:d':g':d''$ $C:G:c:g:c':d':g':d'':g''$ $C:G:c:g:c':d':g':c'':d'':g''$ При F = 16 $C:G:d:g:d':d''$ $C:G:c:d:g:d':g':d''$ $C:G:c:d:g:c':d':g':d'':g''$ $C:G:c:d:g:c':d':g':c'':d'':g''$ При F = 32 $C:D:G:d:g:d':d''$ $C:D:G:c:d:g:d':g':d''$ $C:D:G:c:d:g:c':d':g':d'':g''$ $C:D:G:c:d:g:c':d':g':c'':d'':g''$
$2^n \cdot 3^2(5)$	$3^2(5)$ $2 \cdot 3^2(5)$ $2^2 \cdot 3^2(5)$ $2^3 \cdot 3^2(5)$  $2 \cdot 3^2(5)$ $2^2 \cdot 3^2(5)$ $2^3 \cdot 3^2(5)$ $2^4 \cdot 3^2(5)$  $2^2 \cdot 3^2(5)$ $2^3 \cdot 3^2(5)$ $2^4 \cdot 3^2(5)$ $2^5 \cdot 3^2(5)$	 При F = 4 $A:e':h''$ $A:a:e':e'':h''$ $A:a:e':a':e'':h''$ $A:a:e':a':e'':a'':h''$ При F = 8 $A:e:e':h':h''$ $A:e:a:e':h':e'':h''$ $A:e:a:e':a':h':e'':h''$ $A:e:a:e':a':h':e'':a'':h''$ При F = 16 $E:A:e:h:e':h':h''$ $E:A:e:a:h:e':h':e'':h''$ $E:A:e:a:h:e':a':h':e'':h''$ $E:A:e:a:h:e':a':h':e'':a'':h''$

	$2^3 \cdot 3^2(5)$ $2^4 \cdot 3^2(5)$ $2^5 \cdot 3^2(5)$ $2^6 \cdot 3^2(5)$	<p>При F = 32</p> <p>E:A:H:e:h:e':h':h"</p> <p>E:A:H:e:a:h:e':h':e":h"</p> <p>E:A:H:e:a:h:e':a'h':e":h"</p> <p>E:A:H:e:a:h:e':a'h':e":a":h"</p>
$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	$3^2(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$  $2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$  $2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$  $2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$ $2^6 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$	<p>При F = 16</p> <p>E:h:fs"</p> <p>E:e:h:h':fs"</p> <p>E:e:h:e':h':fs":h"</p> <p>E:e:h:e':h':e":fs":h"</p> <p>При F = 32</p> <p>E:H:h:fs':fs"</p> <p>E:H:e:h:fs':h':fs"</p> <p>E:H:e:h:e':fs':h':fs":h"</p> <p>E:H:e:h:e':fs':h':e":fs":h"</p> <p>При F = 64</p> <p>E:H:fs:h:fs':fs"</p> <p>E:H:e:fs:h:fs':h':fs"</p> <p>E:H:e:fs:h:e':fs':h':fs":h"</p> <p>E:H:e:fs:h:e':fs':h':e":fs":h"</p> <p>При F = 128</p> <p>E:F:s:H:fs:h:fs':fs"</p> <p>E:F:s:H:e:fs:h:fs':h':fs"</p> <p>E:F:s:H:e:fs:h:e':fs':h':fs":h"</p> <p>E:F:s:H:e:fs:h:e':fs':h':e":fs":h"</p>
$2^n \cdot 3^2(5^2)$	$3^2(5^2)$ $2 \cdot 3^2(5^2)$ $2^2 \cdot 3^2(5^2)$ $2^3 \cdot 3^2(5^2)$  $2 \cdot 3^2(5^2)$ $2^2 \cdot 3^2(5^2)$ $2^3 \cdot 3^2(5^2)$ $2^4 \cdot 3^2(5^2)$  $2^2 \cdot 3^2(5^2)$ $2^3 \cdot 3^2(5^2)$ $2^4 \cdot 3^2(5^2)$ $2^5 \cdot 3^2(5^2)$  $2^3 \cdot 3^2(5^2)$ $2^4 \cdot 3^2(5^2)$ $2^5 \cdot 3^2(5^2)$ $2^6 \cdot 3^2(5^2)$	<p>При F = 32</p> <p>Cs:gs:ds"</p> <p>Cs:cs:gs:gs':ds"</p> <p>Cs:cs:gs:cs':gs':ds":gs"</p> <p>Cs:cs:gs:cs':gs':cs":ds":gs"</p> <p>При F = 64</p> <p>Cs:Gs:gs:ds':ds"</p> <p>Cs:Gs:cs:gs:ds':gs':ds"</p> <p>Cs:Gs:cs:gs:cs':ds':gs':ds":gs"</p> <p>Cs:Gs:cs:gs:cs':ds':gs':cs":ds":gs"</p> <p>При F = 128</p> <p>Cs:Gs:ds:gs:ds':ds"</p> <p>Cs:Gs:cs:ds:gs:ds':gs':ds"</p> <p>Cs:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':ds":gs"</p> <p>Cs:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':cs":ds":gs"</p> <p>При F = 256</p> <p>Cs:Ds:Gs:ds:gs:ds':ds"</p> <p>Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:ds':gs':ds"</p> <p>Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':ds":gs"</p> <p>Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':cs":ds":gs"</p>

$2^n \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	$3^2(3 \cdot 5^2)$	При F = 64 Gs:ds':b"
	$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds':ds'':b"
	$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds':gs':ds'':b"
	$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:gs:ds':gs':ds'':gs'':b"
		При F = 128
	$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:ds':b':b"
	$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds':b':ds'':b"
	$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds':gs':b':ds'':b"
	$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Gs:ds:gs:ds':gs':b':ds'':gs'':b"
		При F = 256
	$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:b:ds':b':b"
	$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds':b':ds'':b"
	$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds':gs':b':ds'':b"
	$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:ds:gs:b:ds':gs':b':ds'':gs'':b"
		При F = 512
	$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:b:ds':b':b"
	$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds':b':ds'':b"
	$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds':gs':b':ds'':b"
	$2^6 \cdot 3^2(3 \cdot 5^2)$	Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds':gs':b':ds'':gs'':b"

Созвучия  $2^n \cdot 3 \cdot 5$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3 \cdot 5(1)$		При F = 1
	$3 \cdot 5(1)$	F:c':a'
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:f:c':a':c'':a"
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:f:c':f:a':c'':a'<c'''>
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:f:c':f:a':c'':f':a'':c'''
		При F = 2
	$3 \cdot 5(1)$	c:a:e"
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:c:a:c':a':e"
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c':a':c'':e'':a"
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c':f:a':c'':e'':a'':c'''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c':f:a':c'':e'':f':a'':c'''
		При F = 4
	$3 \cdot 5(1)$	C:A:e'
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:c:a:e'e"
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:a:c':e':a'e"
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:f:a:c':e':a':c'':e'':a"
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:f:a:c':e':f'a':c'':e'':a'':c'''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:f:a:c':e':f'a':c'':e'':f':a'':c'''
		При F = 8
	$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:e:e'
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:c:e:a:e'e"
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:a:c':e':a'e"

	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:f:a:c':e':a':c'':e'':a" C:F:A:c:e:f:a:c':e':f'a':c'':e'':a'':c''' При F = 16 C:E:A:e:e' C:E:A:c:e:a:e':e" C:E:F:A:c:e:a:c':e':a':e" C:E:F:A:c:e:f:a:c':e':a':c'':e'':a"
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3)$	$3 \cdot 5(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $3 \cdot 5(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $3 \cdot 5(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3)$	При F = 2 c:g':e" c:c':g':e'':g" c:c':g':c'':e'':g" При F = 4 C:g:e':h" C:c:g:e':g':e'':h" C:c:g:c':e':g':e'':g'':h" C:c:g:c':e':g':c'':e'':g'':h" При F = 8 G:e:h' C:G:e:g:e':h':h" C:G:c:e:g:e':g':h':e'':h" C:G:c:e:g:c':e':g':h':e'':g'':h" C:G:c:e:g:c':e':g':h':c'':e'':g'':h" При F = 16 E:G:e:h:h' C:E:G:e:g:h:e':h':h" C:E:G:c:e:g:h:e':g':h':e'':h" C:E:G:c:e:g:h:c':e':g':h':e'':g'':h" C:E:G:c:e:g:h:c':e':g':h':c'':e'':g'':h" При F = 32 E:G:H:e:h:h' C:E:G:H:e:g:h:e':h':h" C:E:G:H:c:e:g:h:e':g':h':e'':h" C:E:G:H:c:e:g:h:c':e':g':h':e'':g'':h"
$2^n \cdot 3 \cdot 5(5)$	$3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$ $3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	При F = 4 A:e':cs" A:a:e':cs'':e" A:a:e':a':cs'':e" A:a:e':a':cs'':e'':a" При F = 8 e:cs':gs" A:e:cs':e':cs'':gs" A:e:a:cs':e':cs'':e'':gs" A:e:a:cs':e':a':cs'':e'':gs" A:e:a:cs':e':a':cs'':e'':gs'':a" При F = 16 E:cs:gs' E:cs:e:cs':gs':gs"

	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:cs':e':gs':cs'':gs''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs':e':gs':cs'':e'':gs''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs':e':gs':a':cs'':e'':gs''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	E:A:cs:e:a:cs':e':gs':a':cs'':e'':gs'':a''
		При F = 32
	$2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:cs:gs:gs'
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:cs:e:gs:cs':gs':gs''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:cs':e':gs':cs'':gs''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:a:cs':e':gs':cs'':e'':gs''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:A:cs:e:gs:a:cs':e':gs':a':cs'':e'':gs''
		При F = 64
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:cs:gs:gs'
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:cs:e:gs:cs':gs':gs''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:cs':e':gs':<cs'':>gs''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(5)$	Cs:E:Gs:A:cs:e:gs:a:cs':e':gs':cs'':e'':gs''
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2)$		При F = 4
	$3 \cdot 5(3^2)$	g:d'':h''
	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	g:g':d'':h''
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	g:g':d'':g'':h''
		При F = 8
	$3 \cdot 5(3^2)$	G:d':h'
	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':h':d'':h''
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':g':h':d'':h''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':g':h':d'':g'':h''
		При F = 16
	$3 \cdot 5(3^2)$	d:h:fs''
	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:d:h:d':h':fs''
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:d:g:h:d':h':d'':fs'':h''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:d:g:h:d':g':h':d'':fs'':h''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:d:g:h:d':g':h':d'':fs'':g'':h''
		При F = 32
	$3 \cdot 5(3^2)$	D:H:fs'
	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:H:d:h:fs':fs''
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:h:d':fs':h':fs''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:g:h:d':fs':h':d'':fs'':h''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:g:h:d':fs':g':h':d'':fs'':h''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:g:h:d':fs':g':h':d'':fs'':g'':h''
		При F = 64
	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:H:fs:fs'
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:H:d:fs:h:fs':fs''
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:fs:h:d':fs':h':fs''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:fs:g:h:d':fs':h':d'':fs'':h''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:G:H:d:fs:g:h:d':fs':g':h':d'':fs'':h''
		При F = 128
	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:F:s:H:fs:fs'
	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:F:s:H:d:fs:h:fs':fs''
	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:F:s:G:H:d:fs:h:d':fs':h':fs''
	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	D:F:s:G:H:d:fs:g:h:d':fs':h':d'':fs'':h''

$2^n \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 8</p> <p>e:h'gs"  e:e'h'gs":h"  e:e'h'e":gs":h"</p> <p>При F = 16</p> <p>E:h:gs'  E:e:h:gs':h':gs"  E:e:h:e':gs':h':gs":h"  E:e:h:e':gs':h'e":gs":h"</p> <p>При F = 32</p> <p>H:gs:ds"  E:H:gs:h:gs':ds"  E:H:e:gs:h:gs':h':ds":gs"  E:H:e:gs:h:e':gs':h':ds":gs":h"  E:H:e:gs:h:e':gs':h':ds":e":gs":h"</p> <p>При F = 64</p> <p>Gs:H:gs:ds':ds"  E:Gs:H:gs:h:ds':gs':ds"  E:Gs:H:e:gs:h:ds':gs':h':ds":gs"  E:Gs:H:e:gs:h:ds':e':gs':h':ds":gs":h"  E:Gs:H:e:gs:h:ds':e':gs':h':ds":e":gs":h"</p> <p>При F = 128</p> <p>Gs:H:ds:gs:ds':ds"  E:Gs:H:ds:gs:h:ds':gs':ds"  E:Gs:H:ds:e:gs:h:ds':gs':h':ds":gs"  E:Gs:H:ds:e:gs:h:ds':e':gs':h':ds":gs":h"</p> <p>При F = 256</p> <p>Ds:Gs:H:ds:gs:ds':ds"  Ds:E:Gs:H:ds:gs:h:ds':gs':ds"  Ds:E:Gs:H:ds:e:gs:h:ds':gs':h':ds":gs"</p>
$2^n \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	$3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	<p>При F = 32</p> <p>H:f':s:ds"  H:h:f':s:ds":fs"  H:h:f':s:h':ds":fs"  H:h:f':s:h':ds":fs":h"</p> <p>При F = 64</p> <p>fs:ds':b"  H:fs:ds':fs':ds":b"  H:fs:h:ds':fs':ds":fs":b"  H:fs:h:ds':fs':h':ds":fs":b"  H:fs:h:ds':fs':h':ds":fs":b":h"</p> <p>При F = 128</p> <p>Fs:ds:b'  Fs:ds:fs:ds':b':b"  Fs:H:ds:fs:ds':fs':b':ds":b"  Fs:H:ds:fs:h:ds':fs':b':ds":fs":b"  Fs:H:ds:fs:h:ds':fs':b':h':ds":fs":b"  Fs:H:ds:fs:h:ds':fs':b':h':ds":fs":b":h"</p>

	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$ $2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$	<p>При F = 256</p> <p>Ds:F:s:ds:b:b'</p> <p>Ds:F:s:ds:fs:b:ds':b':b''</p> <p>Ds:F:s:H:ds:fs:b:ds':fs':b':ds'':b''</p> <p>Ds:F:s:H:ds:fs:b:h:ds':fs':b':ds'':fs'':b''</p> <p>Ds:F:s:H:ds:fs:b:h:ds':fs':b':h':ds'':fs'':b''</p> <p>При F = 512</p> <p>Ds:F:s:B:ds:b:b'</p> <p>Ds:F:s:B:ds:fs:b:ds':b':b''</p> <p>Ds:F:s:B:H:ds:fs:b:ds':fs':b':ds'':b''</p> <p>Ds:F:s:B:H:ds:fs:b:h:ds':fs':b':ds'':fs'':b''</p>
--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Созвучия  $2^n \cdot 5^2$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 5^2(1)$		При F = 4
	$2^2 \cdot 5^2(1)$	F:A:a:a':cs''
	$2^3 \cdot 5^2(1)$	F:A:f:a:a':cs'':a''
	$2^3 \cdot 5^2(1)$	При F = 8
	$2^3 \cdot 5^2(1)$	F:A:a:cs':a':cs''
$2^n \cdot 5^2(3)$		При F = 8
	$2 \cdot 5^2(3)$	C:e:e':gs''
	$2^2 \cdot 5^2(3)$	C:c:e:e':e'':gs''
	$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:{E:}c:e:c':e':e'':gs''
	$2^2 \cdot 5^2(3)$	При F = 16
	$2^2 \cdot 5^2(3)$	C:E:e:e':gs':gs''
	$2^3 \cdot 5^2(3)$	При F = 32
	$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:E:c:e:e':gs':e'':gs''
	$2^3 \cdot 5^2(3)$	C:E:e:gs:e':gs':gs''
$2^n \cdot 5^2(3^2)$		При F = 32
	$2^2 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:h:h':ds''
	$2^3 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:g:h:h':ds'':h''
	$2^3 \cdot 5^2(3^2)$	При F = 64
	$2^3 \cdot 5^2(3^2)$	G:H:h:h':ds'':h''
$2^n \cdot 5^2(3^3)$		При F = 64
	$2 \cdot 5^2(3^3)$	D:fs:fs':b''
	$2^2 \cdot 5^2(3^3)$	D:d:fs:fs':fs'':b''
	$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:d:fs:d':fs':fs'':b''
	$2^2 \cdot 5^2(3^3)$	При F = 128
	$2^2 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:s:fs:fs':b':b''
	$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:s:d:fs:fs':b':fs'':b''
	$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	При F = 256
	$2^3 \cdot 5^2(3^3)$	D:F:s:fs:b:fs':b':b''



Созвучия  $2^n \cdot 3^3$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3^3(1)$		При F = 4
	$2^2 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:g:c':<g':>d":g"
	$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c':g':c":d":g"
	$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c':f':g':c":d":g":c"
	$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:c:f:g:c':f':g':c":d":f":g":c"
		При F = 8
	$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:g:c':d':g':d":g"
	$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c':d':g':c":d":g"
	$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c':d':f':g':c":d":g":c"
		При F = 16
	$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:d:g:c':d':g':d":g"
	$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:d:f:g:c':d':g':c":d":g"
		При F = 32
	$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:D:F:G:c:d:g:c':d':g':d":g"
$2^n \cdot 3^3(5)$		При F = 16
	$2^2 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:h:e':h':fs":h"
	$2^3 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e':h':e":fs":h"
	$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e':a':h':e":fs":h"
	$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:e:a:h:e':a':h':e":fs":a":h"
		При F = 32
	$2^3 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:h:e':fs':h':fs":h"
	$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:a:h:e':fs':h':e":fs":h"
	$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:a:h:e':fs':a':h':e":fs":h"
		При F = 64
	$2^4 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:fs:h:e':fs':h':fs":h"
	$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:A:H:e:fs:a:h:e':fs':h':e":fs":h"
		При F = 128
	$2^5 \cdot 3^3(5)$	E:Fs:A:H:e:fs:h:e':fs':h':fs":h"
$2^n \cdot 3^3(5^2)$		При F = 64
	$2 \cdot 3(5^2)$	Cs:Gs:gs:ds':ds":b"
	$2^2 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:ds':gs':ds":b"
	$2^3 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs':ds':gs':ds":gs":b"
	$2^4 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:gs:cs':ds':gs':cs":ds":gs":b"
		При F = 128
	$2^2 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:ds:gs:ds':b':ds":b"
	$2^3 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:ds':gs':b':ds":b"
	$2^4 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':b':ds":gs":b"
	$2^5 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Gs:cs:ds:gs:cs':ds':gs':b':cs":ds":gs":b"
		При F = 256
	$2^3 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Ds:Gs:ds:gs:b:ds':b':ds":b"
	$2^4 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:ds':gs':b':ds":b"
	$2^5 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Ds:Gs:cs:ds:gs:b:<cs':>ds':gs':b':ds":gs":b"
		При F = 512
	$2^4 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Ds:Gs:B:ds:gs:b:ds':b':ds":b"
	$2^5 \cdot 3^3(5^2)$	Cs:Ds:Gs:B:cs:ds:gs:b:ds':gs':b':ds":b"

Созвучия  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(1)$		При F = 1
	$3^2 \cdot 5(1)$	F:c'a:g"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c'a':c":g":a"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c':f:a':c":g":a":c"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:f:c':f:a':c":f":g":a":c"
		При F = 2
	$3^2 \cdot 5(1)$	c:a:g'e"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:a:c':g'a'e":g"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c':g'a':c":e":g":a"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	F:c:f:a:c':f:g'a':c":e":g":a":c"
		При F = 4
	$3^2 \cdot 5(1)$	C:A:g:e'h"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:A:c:g:a:e':g'e":h"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:g:a:c':e':g'a':e":g":h"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:f:g:a:c':e':g'a':c":e":g":a":h"
		При F = 8
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:e'h':h"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:c:e:g:a:e':g'h':e":h"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:G:A:c:e:g:a:c':e':g'a'h':e":g":h"
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3)$		При F = 4
	$3^2 \cdot 5(3)$	C:g:e'd":h"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:e':g':d":e":h"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:c':e':g':d":e":g":h"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:c:g:c':e':g':c":d":e":g":h"
		При F = 8
	$3^2 \cdot 5(3)$	G:e:d':h'
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:e:g:d':e'h':d":h"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:d':e':g'h':d":e":h"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c':d':e':g'h':d":e":g":h"
		При F = 16
	$3^2 \cdot 5(3)$	E:d:h:fs"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	E:G:d:e:h:d':h':fs"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:E:G:d:e:g:h:d':e'h':d":fs":h"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:E:G:c:d:e:g:h:d':e':g'h':d":e":fs":h"
		При F = 32
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:H:d:h:fs':fs"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	D:E:G:H:d:e:h:d':fs'h':fs"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:D:E:G:H:d:e:g:h:d':e':fs'h':d":fs":h"

	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	<p>При F = 64</p> <p>D:E:H:d:fs:h:fs':fs"</p> <p>D:E:G:H:d:e:fs:h:d':fs':h':fs"</p> <p>При F = 128</p> <p>D:E:Fs:H:d:fs:h:fs':fs"</p>
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(5)$	$3^2 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $3^2 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $3^2 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $3^2 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $3^2 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$  $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(5)$	<p>При F = 4</p> <p>A:e':cs":h"</p> <p>A:a:e':cs":e":h"</p> <p>A:a:e':a':cs":e":h"</p> <p>A:a:e':a':cs":e":a":h"</p> <p>При F = 8</p> <p>e:cs':h':gs"</p> <p>A:e:cs':e':h':cs":gs":h"</p> <p>A:e:a:cs':e':h':cs":e":gs":h"</p> <p>A:e:a:cs':e':a':h':cs":e":gs":h"</p> <p>При F = 16</p> <p>E:cs:e:h:gs'</p> <p>E:cs:e:h:cs':gs':h':gs"</p> <p>E:A:cs:e:h:cs':e':gs':h':cs":gs":h"</p> <p>E:A:cs:e:a:h:cs':e':gs':h':cs":e":gs":h"</p> <p>При F = 32</p> <p>Cs:H:gs:ds"</p> <p>Cs:E:H:cs:gs:h:gs':ds"</p> <p>Cs:E:H:cs:e:gs:h:cs':gs':h':ds":gs"</p> <p>Cs:E:&lt;A:&gt;H:cs:e:gs:h:cs':e':gs':h':cs":ds":gs":h"</p> <p>При F = 64</p> <p>Cs:Gs:H:gs:ds':ds"</p> <p>Cs:E:Gs:H:cs:gs:h:ds':gs':ds"</p> <p>Cs:E:Gs:H:cs:e:gs:h:cs':ds':gs':h':ds":gs"</p> <p>При F = 128</p> <p>Cs:Gs:H:ds:gs:ds':ds"</p> <p>Cs:E:Gs:H:cs:ds:gs:h:ds':gs':ds"</p> <p>При F = 256</p> <p>Cs:Ds:Gs:H:ds:gs:ds':gs"</p>
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$  $3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 16</p> <p>E:h:gs':fs"</p> <p>E:e:h:gs':h':fs":gs"</p> <p>E:e:h:e':gs':h':fs":gs":h"</p> <p>E:e:h:e':gs':h':e":fs":gs":h"</p> <p>При F = 32</p> <p>H:gs:fs':ds"</p> <p>E:H:gs:h:fs':gs':ds":fs"</p> <p>E:H:e:gs:h:fs':gs':h':ds":fs":gs"</p> <p>E:H:e:gs:h:e':fs':gs':h':ds":fs":gs":h"</p>

	$3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 64</p> Gs:fs:ds':b" Gs:H:fs:gs:ds':fs':ds'':b" E:Gs:H:fs:gs:h:ds':fs':gs':ds'':fs'':b" E:Gs:H:e:fs:gs:h:ds':fs':gs':h':ds'':fs'':gs'':b"
	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 128</p> Fs:Gs:ds:fs:ds':b':b" Fs:Gs:H:ds:fs:gs:ds':fs':b':ds'':b" E:F:s:Gs:H:ds:fs:gs:h:ds':fs':gs':b':ds'':fs'':b"
	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$ $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 256</p> Ds:F:s:Gs:ds:fs:b:ds':b':b" Ds:F:s:Gs:H:ds:fs:gs:b:ds':fs':b':ds'':b"
	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3 \cdot 5)$	<p>При F = 512</p> Ds:Fs:Gs:B:ds:fs:b:ds':b':b"

Созвучия  $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	$3 \cdot 5^2(1)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(1)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(1)$	<p>При F = 4</p> C:A:e':cs" C:A:c:a:e':cs'':e" <p>При F = 8</p> C:A:e:cs':e':cs'':gs"
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	$3 \cdot 5^2(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(3)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(3)$	<p>При F = 8</p> G:e:h':gs" C:G:e:g:e':h':gs'':h" <p>При F = 16</p> E:G:e:h:gs':h':gs"
$2^n \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	$3 \cdot 5^2(3^2)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$ $2 \cdot 3 \cdot 5^2(3^2)$	<p>При F = 32</p> D:H:fs':ds" D:H:d:h:fs':ds'':fs" <p>При F = 64</p> D:H:fs:ds':fs':ds'':b"

Созвучия  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$

Вариант	Вид	Форма
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	$3^3 \cdot 5(1)$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	<p>При F = 4</p> C:A:g:e':d'':h" C:A:c:g:a:e':g':d'':e'':h" <p>При F = 8</p> C:G:A:e:g:d':e':h':d'':h"
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	$3^3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$ $3^3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$ $2 \cdot 3^3 \cdot 5(5)$	<p>При F = 16</p> E:cs:h:gs':fs" E:cs:e:h:cs':gs':h':fs'':gs" <p>При F = 32</p> Cs:H:gs:fs':ds" Cs:E:H:cs:gs:h:fs':gs':ds'':fs" <p>При F = 64</p> Cs:Gs:H:fs:gs:ds':fs':ds'':b">

§ 11. Таким образом, по этой таблице можно в известной системе выразить все созвучия, не превышающие двенадцатой степени приятности. Я пропустил более сложные созвучия, поскольку и у музыкантов они встречаются нечасто, и гармония от них скорее нарушается, а не совершенствуется. Кроме того, среди представленных в таблице созвучий разнообразие так велико, включая и множество диссонансов, как называют их музыканты, что было бы не просто излишне, но даже вредно для гармонии использовать другие, более сложные.

§ 12. Таблица из § 10 могла бы показаться неполной, потому что с экспонентами сочетаются только нечетные индексы. Тем не менее, с помощью этой таблицы можно выразить даже такие созвучия, у которых индексы четные. Допустим, требуется представить созвучие  $E(2i)$  в системе  $F = 2n$ , где  $E$  обозначает экспонент, а  $i$  – нечетное число. Для этого надо найти форму созвучия  $E(i)$  в системе  $F = 2n$  и взять все звуки выше на одну октаву, или, что то же самое, надо найти форму созвучия  $E(i)$  в системе  $F = 2^{n-1}$ .

§ 13. Сходным образом, если надо выразить созвучие  $E(4i)$  при  $F = 2^n$ , тогда либо нужно найти в таблице созвучие  $E(i)$  при  $F = 2^n$  и все звуки взять на две октавы выше, либо можно удовлетворить условию, взяв созвучие  $E(i)$  в системе  $F = 2^{n-2}$ . Совершенно так же с помощью таблицы можно выразить созвучие  $E(2^m i)$  при  $F = 2^n$ , если взять из таблицы созвучие  $E(i)$  при  $F = 2^{n-m}$ , а если случая  $F = 2^{n-m}$  в таблице нет, берется созвучие  $E(i)$  в системе  $F = 2^n$  и все звуки транспонируются на  $m$  октав вверх.

§ 14. Следовательно, всякий раз как надо выразить созвучие, индекс которого – четное число, индекс делится на такую степень двух, чтобы частное вышло нечетным. Затем значение  $F$  в заданной системе делится на ту же степень двух, и в получившейся системе выражается созвучие с нечетным индексом, который представляет собой результат деления прежнего четного. Так, если в системе, где  $F = 32$ , требуется созвучие  $2^3 \cdot 3 \cdot 5(12)$ , я делю 12 и 32 на 4, а частные 3 и 8 подставляю на место 12 и 32 соответственно, так что искомое созвучие получится, если искать при  $F = 8$  созвучие  $2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$ . Согласно таблице, оно будет выглядеть как C:G:c:e:g:c':e':g':h'e":g":h".

§ 15. Если же в таблице экспоненту созвучия с индексом не соответствует значение  $F$  в системе, в которой задумано сочинение, тогда это созвучие вообще нельзя использовать из-за звуков, слишком низких для инструмента. Однако, чтобы выразить по крайней мере похожее созвучие, следует умножать индекс на 2 или другую степень двух до тех пор, пока значение  $F$  в заданной системе, разделенное на ту же степень двух, не найдется в таблице. Например, если  $F = 64$ , то созвучие  $2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$  нельзя выразить принятыми звуками, поэтому его можно заменить на созвучие  $2^3 \cdot 3 \cdot 5(4)$ , которое соответствует созвучию  $2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$  в системе  $F = 16$ , то есть  $C:E:A:c:e:a:e':e''$ .

§ 16. Обсудив образование созвучий, следует перейти непосредственно к способу композиции в данной системе. Подобно тому как экспонент системы обозначает все простые звуки, которые находятся в этой системе, так же он определяет и все созвучия, к ней относящиеся. Ведь могут встретиться только те созвучия, экспоненты которых, умноженные на индексы, содержатся в экспоненте системы, то есть являются делителями для экспонента системы. Поэтому легко будет отметить все созвучия, входящие в данную систему.

§ 17. Прежде всего необходимо определить, следует ли пользоваться одним родом созвучий или разными, чтобы легче было перечислить все созвучия, встречающиеся в данной системе. Имеются следующие десять **родов** созвучий:<sup>1</sup>

I. $2^n$	VI. $2^n \cdot 5^2$
II. $2^n \cdot 3$	VII. $2^n \cdot 3^3$
III. $2^n \cdot 5$	VIII. $2^n \cdot 3^2 \cdot 5$
IV. $2^n \cdot 3^2$	IX. $2^n \cdot 3 \cdot 5^2$
V. $2^n \cdot 3 \cdot 5$	X. $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$

Остальные два рода, а именно  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$  и  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$ , исключаются, потому что в них нет таких созвучий, которые не превышали бы двенадцатую степень.

<sup>1</sup> Ср. выше гл. XI § 1, 6.

§ 18. Итак, выбрав один или несколько из этих родов, надо исследовать, сколько их видов и сколько вариантов содержится в экспоненте системы. **Виды** каждого рода определяются конкретной степенью, подставленной на место неопределенного  $2^n$ ; **варианты** же определяются индексами в сочетании с экспонентами. Таким образом, чтобы получить перечень, сперва экспонент системы делят на экспоненты отдельных видов созвучий, а для полученных частных находят все делители; затем эти делители последовательно подставляют в качестве индексов.

§ 19. Музыканты в многоголосных сочинениях преимущественно пользуются пятым родом, экспонент которого  $2^n \cdot 3 \cdot 5$ : в нем содержатся не только все гармонические трезвучия, но и многие так называемые диссонансы. А кроме того в качестве диссонансов часто используются также консонансы из родов IV, VIII и X. Но едва ли употребляются роды VI, VII и IX. Более простые роды, а именно I, II и III, служат только в двух- и трехголосии, поскольку прочие в этих случаях по большей части непригодны из-за слишком большого числа звуков, которые должны входить в созвучия.

§ 20. Чтобы показать это на примере, рассмотрим систему с экспонентом  $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$  при  $F = 8$ . В этом экспоненте содержатся следующие виды и варианты пятого рода:

$3 \cdot 5(1)$	$3 \cdot 5(3)$	$3 \cdot 5(3^2)$
$3 \cdot 5(2)$	$3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$
$3 \cdot 5(2^2)$	$3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$3 \cdot 5(2^2 \cdot 3^2)$
$3 \cdot 5(2^3)$	$3 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$3 \cdot 5(2^3 \cdot 3^2)$
$3 \cdot 5(2^4)$	$3 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$3 \cdot 5(2^4 \cdot 3^2)$
$3 \cdot 5(2^5)$	$3 \cdot 5(2^5 \cdot 3)$	$3 \cdot 5(2^5 \cdot 3^2)$
$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$
$2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3^2)$
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^3 \cdot 3^2)$
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^4)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$2 \cdot 3 \cdot 5(2^4 \cdot 3^2)$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3^2)$
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^3 \cdot 3^2)$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3^2)$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(2)$	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2^4 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3)$	$2^5 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$

§ 21. Из четвертого рода в эту систему входят следующие созвучия, которые музыканты могут использовать как диссонансы:

$3^2(1)$	$3^2(3)$	$3^2(5)$	$3^2(3 \cdot 5)$
$3^2(2)$	$3^2(2 \cdot 3)$	$3^2(2 \cdot 5)$	$3^2(2 \cdot 3 \cdot 5)$
$3^2(2^2)$	$3^2(2^2 \cdot 3)$	$3^2(2^2 \cdot 5)$	$3^2(2^2 \cdot 3 \cdot 5)$
$3^2(2^3)$	$3^2(2^3 \cdot 3)$	$3^2(2^3 \cdot 5)$	$3^2(2^3 \cdot 3 \cdot 5)$
$3^2(2^4)$	$3^2(2^4 \cdot 3)$	$3^2(2^4 \cdot 5)$	$3^2(2^4 \cdot 3 \cdot 5)$
$3^2(2^5)$	$3^2(2^5 \cdot 3)$	$3^2(2^5 \cdot 5)$	$3^2(2^5 \cdot 3 \cdot 5)$
$2 \cdot 3^2(1)$	$2 \cdot 3^2(3)$	$2 \cdot 3^2(5)$	$2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$
$2 \cdot 3^2(2)$	$2 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2(2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2 \cdot 3^2(2^2)$	$2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2 \cdot 3^2(2^3)$	$2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 3 \cdot 5)$
$2 \cdot 3^2(2^4)$	$2 \cdot 3^2(2^4 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^2(2^4 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2(2^4 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^2 \cdot 3^2(1)$	$2^2 \cdot 3^2(3)$	$2^2 \cdot 3^2(5)$	$2^2 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$
$2^2 \cdot 3^2(2)$	$2^2 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2(2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^2 \cdot 3^2(2^2)$	$2^2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^2 \cdot 3^2(2^3)$	$2^2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 3)$	$2^2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2(2^3 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^3 \cdot 3^2(1)$	$2^3 \cdot 3^2(3)$	$2^3 \cdot 3^2(5)$	$2^3 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$
$2^3 \cdot 3^2(2)$	$2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	$2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	$2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^3 \cdot 3^2(2^2)$	$2^3 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3)$	$2^3 \cdot 3^2(2^2 \cdot 5)$	$2^3 \cdot 3^2(2^2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^4 \cdot 3^2(1)$	$2^4 \cdot 3^2(3)$	$2^4 \cdot 3^2(5)$	$2^4 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$
$2^4 \cdot 3^2(2)$	$2^4 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	$2^4 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	$2^4 \cdot 3^2(2 \cdot 3 \cdot 5)$
$2^5 \cdot 3^2(1)$	$2^5 \cdot 3^2(3)$	$2^5 \cdot 3^2(5)$	$2^5 \cdot 3^2(3 \cdot 5)$

§ 22. Далее, из родов VII, VIII и X применяются следующие созвучия:

VII		VIII		IX
$3^3(1)$	$3^3(5)$	$3^2 \cdot 5(1)$	$3^2 \cdot 5(3)$	$3^3 \cdot 5(1)$
$3^3(2)$	$3^3(2 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2)$	$3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2)$
$3^3(2^2)$	$3^3(2^2 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^2)$	$3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^2)$
$3^3(2^3)$	$3^3(2^3 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^3)$	$3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^3)$
$3^3(2^4)$	$3^3(2^4 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^4)$	$3^2 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^4)$
$3^3(2^5)$	$3^3(2^5 \cdot 5)$	$3^2 \cdot 5(2^5)$	$3^2 \cdot 5(2^5 \cdot 3)$	$3^3 \cdot 5(2^5)$
$2 \cdot 3^3(1)$	$2 \cdot 3^3(5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$
$2 \cdot 3^3(2)$	$2 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2)$
$2 \cdot 3^3(2^2)$	$2 \cdot 3^3(2^2 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^2)$
$2 \cdot 3^3(2^3)$	$2 \cdot 3^3(2^3 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^3)$
$2 \cdot 3^3(2^4)$	$2 \cdot 3^3(2^4 \cdot 5)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^4)$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^4 \cdot 3)$	$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2^4)$
$2^2 \cdot 3^3(1)$	$2^2 \cdot 3^3(5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2)$	$2^2 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2^2)$	$2^2 \cdot 3^3(2^2 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	
$2^2 \cdot 3^3(2^3)$	$2^2 \cdot 3^3(2^3 \cdot 5)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3 \cdot 3)$	
$2^3 \cdot 3^3(1)$	$2^3 \cdot 3^3(5)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	
$2^3 \cdot 3^3(2)$	$2^3 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	
$2^3 \cdot 3^3(2^2)$	$2^3 \cdot 3^3(2^2 \cdot 5)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	
$2^4 \cdot 3^3(1)$	$2^4 \cdot 3^3(5)$			
$2^4 \cdot 3^3(2)$	$2^4 \cdot 3^3(2 \cdot 5)$			
$2^5 \cdot 3^3(1)$	$2^5 \cdot 3^3(5)$			



§ 23. Теперь, если взять из таблицы созвучий все эти созвучия при  $F = 8$  (конечно, сколько можно выразить), получится следующий набор консонансов и диссонансов:

$3 \cdot 5(2)$	C:A:e'
$3 \cdot 5(2^2)$	c:a:e''
$3 \cdot 5(2^3)$	F:c':a'
$3 \cdot 5(2^4)$	f:c'':a''
$2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:e:e'
$2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:A:c:a:e'e''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:a:c':a'e''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	F:f:c':a':c'':a''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^4)$	f:f:c'':a''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:A:c:e:a:e'e''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:a:c':e':a'e''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c':a':c'':e'':a''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^3)$	F:f:c':f':a':c'':a''<c'''>
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:a:c':e':a'e''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:a:c':e':a':c'':e'':a''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c':f':a':c'':e'':a'':c'''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:f:a:c':e':a':c'':e'':a''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:a:c':e':f':a':c'':e'':a'':c'''
$2^5 \cdot 3 \cdot 5(1)$	C:F:A:c:e:f:a:c':e':f':a':c'':e'':a'':c'''
$3 \cdot 5(3)$	G:E:h'
$3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:g:e':h''
$3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	c:g':e''
$2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	C:G:e:g:e':h':h''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:e':g':e'':h''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	c:c':g':e'':g''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:e':g':h':e'':h''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':e':g':e'':g'':h''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2^2 \cdot 3)$	c:c':g':<c'''>e'':g''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c':e':g':h':e'':g':h''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':e':g':c'':e'':g'':h''
$2^4 \cdot 3 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c':e':g':h':c'':e'':g':h''
$3 \cdot 5(3^2)$	G:d':h'
$3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$	g:d'':h''
$2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':h':d'':h''
$2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$	g:g':d':h''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':g':h':d'':h''
$2^2 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3^2)$	g:g':d'':g'':h''
$2^3 \cdot 3 \cdot 5(3^2)$	G:g:d':g':h':d'':g'':h''
$3^2(2^3)$	F:c':g''
$2 \cdot 3^2(2^2)$	F:c:c':g':g''
$2 \cdot 3^2(2^3)$	F:f:c':c'':g''
$2^2 \cdot 3^2(2)$	C:F:c:g:c':g':g''
$2^2 \cdot 3^2(2^2)$	F:c:f:c':g':c'':g''

$2^2 \cdot 3^2(2^3)$	F:f:c':f':c'':g'':c'''
$2^3 \cdot 3^2(1)$	C:F:G:c:g:c':g':g''
$2^3 \cdot 3^2(2)$	C:F:c:f:g:c':g':c'':g''
$2^3 \cdot 3^2(2^2)$	F:c:f:c':f':g':c'':g'':c'''
$2^4 \cdot 3^2(1)$	C:F:G:c:f:g:c':g':c'':g''
$2^4 \cdot 3^2(2)$	C:F:c:f:g:c':f':g':c'':g'':c'''
$2^5 \cdot 3^2(1)$	C:F:G:c:f:g:c':f':g':c'':g'':c'''
$3^2(2 \cdot 3)$	C:g:d''
$2 \cdot 3^2(3)$	C:G:<c:>g:d':d''
$2 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	C:c:g:g':d''
$2^2 \cdot 3^2(3)$	C:G:c:g:d':g':d''
$2^2 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':g':d'':g''
$2^3 \cdot 3^2(3)$	C:G:c:g:c':d':g':d'':g''
$2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':g':c'':d'':g''
$2^4 \cdot 3^2(3)$	C:G:c:g:c':d':g':c'':d'':g''
$3^2(2 \cdot 5)$	A:e':h''
$2 \cdot 3^2(5)$	A:e:e':h'h''
$2 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	A:a:e':e'':h''
$2^2 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:e':h':e'':h''
$2^2 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	A:a:e':a'e':h''
$2^3 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:e':a'h':e'':h''
$2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 5)$	A:a:e':a'e':a'':h''
$2^4 \cdot 3^2(5)$	A:e:a:e':a'h':e'':a'':h''
$2^2 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:g:c':g':d'':g''
$2^3 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:g:c':d':g':d'':g''
$2^3 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:f:g:c':g':c'':d'':g''
$2^4 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c':d':g':c'':d'':g''
$2^4 \cdot 3^3(2)$	C:F:c:f:g:c':f':g':c'':d'':g'':c'''
$2^5 \cdot 3^3(1)$	C:F:G:c:f:g:c':d':f':g':c'':d'':g'':c'''
$3^2 \cdot 5(2)$	C:A:g:e':h''
$3^2 \cdot 5(2^2)$	c:a:g':e''
$3^2 \cdot 5(2^3)$	F:c'a':g''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:e'h':h''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:A:c:g:a:e':g':e'':h''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:a:c':g'a':e'':g''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	F:f:c'a':c'':g'':a''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:G:A:c:e:g:a:e':g'h':e'':h''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:g:a:c'e':g'a':e'':g'':h''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c':g'a':c'':e'':g'':a''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2^3)$	F:f:c':f'a':c'':g'':a'':c'''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(1)$	C:F:G:A:c:e:g:a:c'e':g'a'h':e'':g'':h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2)$	C:F:A:c:f:g:a:c'e':g'a':c'':e'':g'':a'h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2^2)$	F:c:f:a:c':f':g'a':c'':e'':g'a'':c'''
$3^2 \cdot 5(3)$	G:e:d':h'
$3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:g:e':d'':h''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:e:g:d'e'h':d'':h''
$2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:e':g':d'':e'':h''

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:d':e':g':h':d'':e'':h''
$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':e':g':d'':e'':g'':h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(3)$	C:G:c:e:g:c':d':e':g':h':d'':e'':g'':h''
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5(2 \cdot 3)$	C:c:g:c':e':g':c'':d'':e'':g'':h''
$3^3 \cdot 5(2)$	C:A:g:e':d'':h''
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(1)$	C:G:A:e:g:d':e':h':d'':h''
$2 \cdot 3^3 \cdot 5(2)$	C:A:c:g:a:e':g':d'':e'':h''

§ 24. Итак, вот то огромное множество консонансов и диссонансов, как говорят музыканты, которое можно использовать в одной только этой системе. Число созвучий будет еще значительно больше, если использовать также созвучия трех первых родов, которые мы в этом перечне опустили. Отсюда вполне понятно, сколь многочисленные способы композиции применимы в одной только системе. Еще большее разнообразие представлено в более сложных системах, то есть имеющих более сложные экспоненты, как легко поймет всякий, кто даст столь же развернутое описание остальных систем.

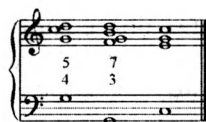
§ 25. Имея такой перечень консонансов и диссонансов в заданной системе, будет нетрудно представить композицию в этой системе, сочетая по своему усмотрению консонансы и диссонансы. Приятности будет чрезвычайно способствовать отсутствие слишком грубых последовательностей созвучий — а именно таких, экспонент которых немногим проще экспонента самой системы. Особенно важно это учитывать в тех системах, экспоненты которых достаточно сложны.

§ 26. Поскольку в музыке очень приветствуется разнообразие, будет уместно максимально варьировать созвучия и не помещать друг за другом несколько родственных — таковы те, экспоненты и индексы которых различаются только степенью двух. Чтобы соблюсти это условие, нельзя ставить подряд три и более созвучий, у которых экспонент последовательности сильно отличается от экспонента системы. Того же требует и сама природа системы: если бы экспонент всей системы не содержался в каждой части сочинения, легко могло бы показаться, что композиция перешла в более простую систему.

§ 27. Хотя эти рекомендации справедливы для любой части сочинения, особенно важно соблюдать их в первой части, чтобы слушатель уже по первой части распознал

экспонент системы. Следовательно, в самом начале необходимо ставить такие созвучия, совокупным экспонентом которых будет исчерпываться экспонент системы. Это же правило надо особенно тщательно соблюдать и в последней части сочинения, чтобы по концовке было понятно, в какой системе создано сочинение.

§ 28. Это правило всегда тщательно соблюдают в своих произведениях и современные музыканты: клаузулы они выстраивают так, чтобы по ним можно было понять экспонент всей системы – по крайней мере той, которую они использовали в последней части. Чтобы представить это нагляднее, уместно рассмотреть клаузулу в подробно описанной выше системе с экспонентом  $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$  при  $F = 8$  (она относится у музыкантов к ладу C dur), записав ее принятым образом.



Очевидно, что если бы во втором созвучии не было звука  $f'$ , составляющего септиму с басом  $G$ , то экспоненты этих трех следующих друг за другом созвучий были бы  $2^3 \cdot 3^2(2 \cdot 3)$ :  $: 2^2 \cdot 3 \cdot 5(3^2) : 2^3 \cdot 3 \cdot 5(2 \cdot 3)$ . Поскольку все индексы делятся на три, общий экспонент этих созвучий был бы  $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ , так что он много проще экспонента системы  $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$ . Поэтому, в соответствии с правилом, добавляется звук  $f'$ , экспонент которого  $2^5$ , с тем чтобы получился экспонент всей клаузулы  $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$  и чтобы слух с помощью этой клаузулы воспринял свойства и природу всей системы.

§ 29. Между тем эта вольность, которую допускают музыканты, может показаться слишком смелой и противоречащей установленным выше основам гармонии, так как экспонент одного только среднего созвучия, если добавить звук  $f'$ , составит  $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5$  и достигнет 16-й степени приятности, что едва ли допустимо. Однако существует помимо уже названного и еще один резон, который учитывается музыкантами применительно к диссонансам, а нами пока не затронут. До сих пор мы рассуждали только о главных созвучиях, каждое из которых рассматривается само по себе, а вспомогательных еще не касались.

§ 30. Это различие коренится главным образом в природе такта, одни части которого считаются главными,

другие менее важными; эти последние заполняются вспомогательными созвучиями. Такие созвучия могут на много степеней приятности превышать главные без всякого урона для гармонии, лишь бы они применялись осмысленно: оценивается не столько степень их приятности, сколько их роль в соединении главных созвучий.

§ 31. Попарное соединение главных созвучий происходит за счет вставки промежуточных: например, между звуками  $g'$  и  $e'$  вставляется средний  $f'$ , и тем самым созвучие соединяется с предыдущим, как это и было сделано в приведенном примере. Такие вставки звуков, которые собственно не принадлежат к созвучиям, делаются ради перехода и потому допускаются. Также и при уменьшении длительностей нот часто употребляются звуки, не содержащиеся в созвучиях, которые, однако, не нарушают гармонии.

§ 32. Хотя появление таких звуков относится к «связанной» и «расцвеченной» композиции, однако здесь полезно мимоходом заметить, что такие вставные звуки присутствуют в системе и должны применяться в менее важных местах такта. Гармонию при этом они не нарушают потому, что содержатся в системе, и благодаря им представление о системе при непрерывном слушании оказывается полнее, чем благодаря отдельным созвучиям. Сами же правила, которые при этом следует соблюдать, подробно изложены музыкантами.

## Глава XIV

### О смене ладов и систем

§ 1. Сколь бы велико ни было разнообразие в данной системе, однако если слишком долго не менять систему, она неизбежно вызовет скорее пресыщение, чем наслаждение. Поскольку музыка стремится как к разнообразию, так и к приятности звуков и созвучий, надо почаще менять объект восприятия. Итак, если с помощью правил композиции, изложенных в предыдущей главе, слуху предъявлен экспонент системы, то, когда он уже достаточно понятен, надо перейти к другой системе.

§ 2. Эту смену можно произвести многими способами. Во-первых, одна и та же система допускает разные изменения, при которых остаются неизменными лад и его вид. Далее, изменение будет более заметным, если произойдет переход в другой вид лада или даже в другой лад; такие изменения можно в изобилии почерпнуть из представленной выше таблицы ладов и систем. Кроме того, сами лады и даже отдельные их виды и системы допускают дополнительные варианты, не приведенные в таблице, которые возникают при соединении экспонентов с индексами. Это сообщает музыке величайшее разнообразие.

§ 3. Подобно тому как сравнение двух созвучий происходит не только по экспонентам, но и по индексам, так один и тот же лад, если присоединять разные индексы, облекается в разные формы (не указанные в таблице из предыдущей главы, где индексы неизменны). Итак, здесь, где наша задача – сравнить разные лады и системы и показать переход из одних в другие, мы будем добавлять к экспоненту каждого лада и системы индекс.

§ 4. Чтобы было понятно, как сочинять в системе, экспонент которой соединен с индексом, начнем с индексов, представляющих собой степени двух. Итак, пусть экспонент системы будет  $E(2^n)$  при  $F = 2^m$ . Очевидно, что можно создать композицию с экспонентом  $E$ , а затем перенести ее на  $n$  октав выше. А поскольку это сопряжено со многими неудобствами, представим композицию в системе с экспонентом  $E$  при значении  $F = 2^{m-n}$ , которая также будет относиться к заданной системе.

§ 5. Если же индекс является не степенью двух, а любым другим числом  $p$ , композиция будет создана в системе с экспонентом  $E(p)$  для случая  $F = 2^m$ , если сочинять в системе с экспонентом  $E$ , а затем повысить каждый звук на интервал  $1 : p$ . Однако таким способом обычно приходят к слишком высоким звукам, поэтому следует взять степень двух, ближайшую к  $p$  (обозначим ее  $2^k$ ), и создать композицию в системе с экспонентом  $E(2^k)$ , как в предыдущем случае, после чего транспонировать всю композицию на интервал  $2^k : p$ . Таким способом можно получить музыкальную композицию согласно предписаниям предыдущей главы в любой системе, экспонент которой соединен с индексом.

§ 6. Итак, если музыкальное произведение состоит из нескольких частей, каждая из которых относится к своей системе, тогда прежде всего необходимо смотреть на экспонент всего музыкального произведения, то есть на наименьшее общее кратное всех экспонентов используемых систем. Из этого экспонента, взятого произвольно, выводятся по очереди системы и их экспоненты, таким же образом, как прежде из экспонента системы были выведены экспоненты отдельных созвучий.

§ 7. Выбрав по своему усмотрению экспонент, охватывающий все музыкальное произведение, вместе с тем следует определить степень двух, обозначающую звук  $F$ ; она должна оставаться неизменной во всех системах. Однако в этом произведении уместны не только те системы, в которых  $F$  обозначается той же степенью двух, но и все те, в которых значение  $F$  меньше. Это получается из-за индексов, соединенных с экспонентами систем: если они равны, то сводятся к системам, где звук  $F$  выражают меньшие степени двух, как показывает рассмотренный выше способ композиции в системах, экспоненты которых соединены с индексами.

§ 8. Прежде чем определить сами системы, содержащиеся в экспоненте музыкального произведения, уместно перечислить лады, содержащиеся в этом экспоненте. Надо привести не только лады сами по себе, насколько они представлены экспонентами, но и отдельные варианты одного и того же лада, указанные индексом. Далее из ладов следует вывести виды, которые в то же время, в соответствии с данным значением  $F$ , представляют системы, и начать композицию в любой из них, как указано выше.

§ 9. Ладь, если исключить более простые, в основном выражаются двумя экспонентами:  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$  и  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ , а лад с экспонентом  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$  надо считать составленным из этих двух. Первый из них,  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5$ , музыканты называют **мажорным** ладом, а второй,  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2$ , **минорным**; в своих произведениях они используют практически только эти два. Каждый из этих ладов, если добавить индексы, охватывает несколько видов, получивших у музыкантов свои обозначения — их можно видеть в приложенной таблице.

Мажорные лады		Минорные лады	
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	C dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	A moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	G dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	E moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	E dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	H moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2)$	D dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^3)$	Fs moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	H dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^4)$	Cs moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3)$	A dur	$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^5)$	Gs moll
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^2 \cdot 5)$	Fs dur		
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4)$	E dur		
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^3 \cdot 5)$	Cs dur		
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3^4 \cdot 5)$	Gs dur		

§ 10. Здесь мы представили только варианты ладов, содержащиеся в экспоненте  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , для которого, как мы уже замечали, достаточно удобно и без заметного ущерба для гармонии можно применять диатонико-хроматический род, употребительный в настоящее время. Приведенные названия мы присвоили этим вариантам ладов потому, что очень многие системы каждого из этих ладов включают в себя именно те звуки, которые, как считают музыканты, составляют амбитус названных ладов. Так, рассматривая многочисленные системы лада  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$ , представленные в таблице, можно заметить, что они составляют амбитус лада, называемого у музыкантов C dur; равным образом лад  $2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$  соответствует амбитусу лада A moll.

§ 11. Чтобы было ясно, какие варианты этих двух ладов уместны в музыкальном произведении, рассмотрим экспоненты, которые можно взять для выражения всего произведения. Мы уже показали выше, что эти экспоненты не должны превышать  $2^n \cdot 3^7 \cdot 5^2$ , экспонента диатонико-хроматического рода в широком смысле слова. Итак, возьмем  $2^n \cdot 3^3 \cdot 5^2$  — самый простой экспонент, при котором можно создавать сочинения со сменой ладов. Он будет охватывать следующие четыре лада:



$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	C dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	E dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	A moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	E moll

Все виды этих ладов и их варианты получатся, если на место  $n$  и  $m$  последовательно подставлять целые числа, причем сумма  $m + n$  не должна превышать  $k$ .

§ 12. Итак, в музыкальных произведениях этого рода уже заложено предельное разнообразие при смене систем, так что, кажется, едва ли нужно требовать произведений с более сложными экспонентами. Ведь в самом экспоненте содержится достаточно разнообразия, а к тому же для всех таких произведений точно подходит диатонико-хроматический род, без всяких отклонений, что недостижимо в более сложных произведениях. Современные музыканты часто прибегают к смене этих ладов: в их произведениях общеприняты переходы из E dur в E moll, оттуда в C dur и A moll и обратно.

§ 13. Поскольку этот род музыкальных произведений проще всего применять, он по праву может считаться самым совершенным. За ним следует род с экспонентом  $2^k \cdot 3^4 \cdot 5^2$ , в котором заложены все смены ладов и систем, преимущественно применяемые музыкантами, так что этот экспонент охватывает практически все музыкальные произведения, если, конечно, перенести их в должный лад. Ведь тот, кто захочет исследовать соответствие музыкальных произведений этому образцу, будет рассматривать не сами лады, сменяющие друг друга, а их соотношение, и сравнивать его с соотношением ладов, здесь представленных.

§ 14. Этот экспонент охватывает следующие варианты мажорного и минорного ладов:

$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m)$	C dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3)$	G dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5)$	E dur
$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5)$	H dur
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m)$	A moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3)$	E moll
$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2)$	H moll

Если теперь рассмотреть, какое множество видов и систем содержится в этих ладах, придется не только удивиться величайшему разнообразию в данном роде, но и признать, что других изменений ладов музыканты вообще не применяют, так что излишне рассматривать более сложные экспоненты.

§ 15. Перечислив различные лады и системы, которые можно использовать при сочинении целого музыкального произведения, надо объяснить, какие лады удобнее всего сменяют друг друга и как должен происходить переход из одного лада в другой. Ведь подобно тому как в одном и том же ладу нельзя соединять все относящиеся к нему созвучия без разбора, но лишь те, которые родственны между собой и создают приятные последовательности, таким же образом при соединении разных ладов переход между ними должен быть приятным.

§ 16. Отсюда понятно, что следует создавать пары ладов, следующих друг за другом, так, чтобы у них было одно или несколько общих созвучий. Таким созвучием, общим для обоих ладов, удобно будет закончить первый лад и начать второй, не ощутив при этом недопустимого скачка или бреши. Кроме того, новый лад можно начать, когда вставлена пауза, то есть закончена значимая часть произведения: в этом случае пауза считается заменяющей общее созвучие.

§ 17. Итак, поскольку музыканты предпочитают в первую очередь гармонические трезвучия, содержащиеся в экспоненте  $2^n \cdot 3 \cdot 5$ , — из их последовательности состоят музыкальные произведения, — то нужно посмотреть, какие лады имеют общие созвучия такого рода, а какие нет, чтобы стало понятно, в какие лады возможен переход из данного лада. Для краткости мы пренебрежем в этом исследовании степенями двух, как в экспонентах, так и в индексах, поскольку от них изменяется только вид.

$$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m) \quad C \text{ dur}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(1) : 3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2)$$

$$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3) \quad G \text{ dur}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3^3)$$

$$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 5) \quad \text{E dur}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(5) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$$

$$2^n \cdot 3^3 \cdot 5(2^m \cdot 3 \cdot 5) \quad \text{H dur}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$$

$$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m) \quad \text{A moll}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(1) : 3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(5) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5)$$

$$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3) \quad \text{E moll}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(3) : 3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5)$$

$$2^n \cdot 3^2 \cdot 5^2(2^m \cdot 3^2) \quad \text{H moll}$$

Гармонические трезвучия:

$$3 \cdot 5(3^2) : 3 \cdot 5(3^3) : 3 \cdot 5(3^2 \cdot 5) : 3 \cdot 5(3^3 \cdot 5)$$

§ 18. Если сравнить их между собой, становится ясно, что, во-первых, легко перейти из C dur в G dur и наоборот, так как они имеют два общих трезвучия, а именно  $3 \cdot 5(3)$  и  $3 \cdot 5(3^2)$ . Во-вторых, из C dur нет перехода ни в E dur, ни в H dur и наоборот, ибо у них нет общих созвучий. В-третьих, легко перейти также из C dur в A moll, ибо у них два общих созвучия:  $3 \cdot 5(1)$  и  $3 \cdot 5(3)$ . В-четвертых, легко перейти из C dur в E moll, потому что у них тоже два общих созвучия:  $3 \cdot 5(3)$  и  $3 \cdot 5(3^2)$ . Наконец, понятно, что переход из C dur в H moll более труден, поскольку у них всего одно общее созвучие, а именно  $3 \cdot 5(3^2)$ .

§ 19. Таким же образом для лада G dur очевидно, во-первых, что не существует перехода ни в E dur, ни в H dur, так как нет общих созвучий. Во-вторых, труден переход из G dur в A moll, так как есть всего одно общее созвучие  $3 \cdot 5(3)$ . В-третьих, переход из G dur в E moll и H moll оказывается легким, так как у них по два общих созвучия. Далее, из E dur легко перейти в H dur, равно как и в A moll и E moll, так как у них у всех по два общих созвучия, но трудно перейти из E dur в H moll, так как общее созвучие только одно.

§ 20. Из Н dur достаточно трудно перейти в А moll, как потому что общее созвучие всего лишь одно, так и потому что системы слишком различны (их отношения будут изложены подробнее). Но в Е moll и Н moll из Н dur перейти легче, поскольку есть два общих созвучия. Далее, легко перейти из А moll в Е moll, но вообще нельзя в Н moll. Наконец, перейти из Е moll в Н moll легко. Всё это можно сразу увидеть в следующей таблице:

	С dur	G dur	Е dur	Н dur	А moll	Е moll	Н moll
С dur	—	легко	никак	никак	легко	легко	трудно
G dur	легко	—	никак	никак	трудно	легко	легко
Е dur	никак	никак	—	легко	легко	легко	трудно
Н dur	никак	никак	легко	—	трудно	легко	легко
А moll	легко	трудно	легко	трудно	—	легко	никак
Е moll	легко	легко	легко	легко	легко	—	легко
Н moll	трудно	легко	трудно	легко	никак	легко	—

Таким образом, из лада Е moll переход легок во все остальные.

§ 21. Отсюда наконец понятно, сколько общих вариантов созвучий одного и того же рода будет у пары ладов, что позволит достаточно уверенно судить о переходах из одного лада в другой. Правда, приведенный способ рассуждения не имеет силы, если два лада хотя и включают общие роды созвучий, но не допускают общих видов. Поэтому, чтобы выяснить, есть ли в ладах совпадающие созвучия, следует рассматривать не только сами лады, как это сделано здесь, но также их виды и системы. Только после этого можно заключить, какой переход позволителен и каким образом.

§ 22. Кто сочтет нужным соотнести все изложенное со способом композиции, принятым у современных музыкантов, и с их произведениями, заметит тем больше соответствий, чем усерднее будет сравнивать. Поэтому я не сомневаюсь, что наша теория музыки даст искусным творцам возможность вознести эту науку к еще большей степени совершенства с помощью истинной теории, сегодня еще не известной.

КОНЕЦ

## От переводчика

Перевод сделан на основе первого издания трактата: *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiis dilucide expositae auctore Leonhardo Eulero. Petropoli: ex typographia Academiae Scientiarum, MDCCXXXIX.*

В ходе работы учитывались переводы предшественников:

1) *Œuvres complètes en français de L. Euler / Par MM. Dubois et Drapiez, examinateurs permanents à l'École Militaire de Belgique; Moreau, Weiler et Steichen, professeurs à la même école, et Ph. Vandermaelen, fondateur de l'établissement géographique de Bruxelles; par M. Madou, Professeur de Dessin à l'École Militaire. Essai d'une nouvelle théorie de la musique. Bruxelles: Établissement géographique près la Porte de Flandre, 1839;*

2) *Leonard Eulers' Tentamen novae theoriae musicae / A translation and commentary by Ch. S. Smith. Submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in the Graduate School. Indiana University, 1960;*

3) Л. Эйлер. Опыт новой теории музыки. Фрагменты трактата<sup>1</sup> / Пер. Р. А. Насонова // Музыкальная академия. 1995. № 1. С. 140–147.

В соответствии с традициями отечественной филологии<sup>2</sup> сделана попытка представить внятный русский текст, по возможности точно передающий мысль и слог Эйлера, избегая буквализмов и воспроизведения латинских конструкций, однако соблюдая верность принятой в трактате терминологии.

Исправление наиболее явных замеченных опечаток из первого издания особо не оговаривается; в более сложных случаях исправления отмечены в примечаниях. Ряд опечаток

---

<sup>1</sup> Переведены с купюрами предисловие, главы II и III.

<sup>2</sup> Об этих традициях см., например: Федоров А. В. Основы общей теории перевода. М.: Высшая школа, 1983. Наиболее ярким примером может служить подготовленное к 250-летию юбилею М. В. Ломоносова собрание его сочинений, в котором переводы с латинского языка осуществляли Я. М. Боровский, А. И. Доватур и др. (М. В. Ломоносов. Полное собрание сочинений / Гл. ред. С. И. Вавилов. Т. 1–10. М.: Наука, 1950–1957).

в таблицах исправлен по изданию: L. Euler. Tentamen novae theoriae musicae... // Leonhardi Euleri opera omnia / Sub ausp. Acad. sci. naturalium Helveticae. Ser. 3. T. 1. Lipsiae: Teubner, 1926.

Полужирным шрифтом выделены термины, определения которых приведены в тексте (см. указатель на с. 271).

Приношу самую искреннюю благодарность моим консультантам: А. Ю. Алексееву, В. С. Алмазовой, Е. В. Герцману, В. А. Дымшицу, Л. Я. Жмудю, В. В. Кошелеву, С. Н. Лебедеву, Р. А. Насонову, М. И. Рейниш, В. И. Тарханову, – а также Н. Н. Казанскому и А. П. Сытову за необыкновенно внимательное прочтение рукописи и С. Е. Энглину за помощь в воспроизведении нотных таблиц.

Н. Алмазова

## *Леонард Эйлер – член Петербургской Академии наук*

Каждый раз, когда научная общественность отмечает юбилей великого Эйлера, это становится особым событием для петербургского академического сообщества. Так и сегодня: трехсотлетие со дня рождения Леонарда Эйлера (1707–1783) – это и двухсотвосемидесятилетие начала его деятельности в Петербурге.

Об Эйлере, которого называли «солнцем всех математиков XVIII в.», трудно сказать лучше, чем сказал о нем как о математике известный историк науки А. П. Юшкевич: «Среди знаменитых ученых всех времен вряд ли есть хоть один, кто чаще упоминается в современных курсах математических наук, чем Леонард Эйлер. В дифференциальном исчислении имя Эйлера носит теорема об однородных функциях; в интегральном исчислении – постановки, служащие для рационализации квадратичных иррациональностей и “эйлеровы интегралы 1-го и 2-го рода”; в теории обыкновенных дифференциальных уравнений – два класса линейных уравнений с переменными коэффициентами, а также метод приближенного интегрирования, ставший отправным пунктом известной теоремы Коши о существовании решения; в вариационном исчислении – дифференциальное уравнение, служащее для нахождения функции, сообщающей экстремальное значение данному функционалу, и один из «прямых» методов в исчислении конечных разностей – формула суммирования Маклорена–Эйлера; в теории аналитических функций – формула Коутса–Эйлера, связывающая показательную и тригонометрические функции, а также уравнения Даламбера–Эйлера, обычно называемые уравнениями Коши–Римана; в теории бесконечных рядов – один из методов суммирования расходящихся рядов и улучшения сходимости рядов сходящихся; в дифференциальной геометрии – формула кривизны нормального сечения поверхности; в топологии – основная характеристика топологического комплекса. Это перечисление далеко от полноты... все эти формулы, теоремы, методы и символы частично отражают огромный вклад Эйлера в одну лишь математику. Я оставляю, как правило, в стороне механику, астрономию,

физику, географию, технику, которые все обязаны ему огромными достижениями»<sup>1</sup>.

Заметим, что автор этого высказывания, перечисляя огромные достижения Эйлера, не указывает, получены ли они во время пребывания ученого в России или в Германии, и это, вероятно, не случайно и не из экономии времени речи. Дело скорее в том, что исследования Эйлера подчас не имели четкой локализации и временных границ, иногда он их начинал в России, потом оставлял и продолжал или завершал через много лет в Германии, или наоборот. Недаром исследователи и по сей день находят истоки его поздних сочинений в записных книжках раннего петербургского периода. Поэтому расположить в библиографии печатные труды Эйлера в хронологическом порядке – а их более 800 – дело трудоемкое, однако выполнимое, но определить для каждого время его замысла, написания, доработки – это подчас большой исследовательский труд.

Первый вопрос, который возникает у человека, впервые осознавшего, какой огромный вклад внес Эйлер в физико-математические науки за годы его работы в России, естественно должен был быть таким: каким образом, каким путем этот интеллектуальный уникум оказался в России, на русской службе?

Эмиль Фельман, директор эйлеровского архива в Базеле, один из самых осведомленных эйлероведов нашего времени, в изданной недавно небольшой популярной книжке об Эйлере (как он сам в предисловии отмечает – книжке «без единой формулы»), пишет: «Эйлер был не только бесспорно самый плодовитый математик в истории человечества, но также один из величайших ученых всех времен. Космополит в самом истинном смысле этого слова, он трудился более 30 лет в Петербурге и четверть века в Берлине и, как лишь немногие ученые, достиг популярности и знаменитости, по которым его можно сравнить с Галилеем, Ньютоном или Эйнштейном»<sup>2</sup>.

В его характере, – астрологи сказали бы, что он «дитя Солнца», – современники и биографы отмечали открытость,

---

<sup>1</sup> Юшкевич А. П. Леонард Эйлер. Жизнь и творчество // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. М., 1988. С. 1.

<sup>2</sup> Fellman E. Leonhard Euler. Rowohlts monographien. Reimbekbei Hamburg, 1995. S. 9.



простоту, юмор и общительность. «Хотя во второй половине жизни он был обеспечен, почти богат, в материальном смысле он был скромен, чужд всякого чванства, всякого злопамятства, но при этом самоуверен. Иногда он мог легко вспылить, чтобы вскоре успокоиться и самому посмеяться над своей вспышкой... Также всяческие притязания на научную собственность были ему чужды, он не имел, в отличие от большинства ученых всех времен, никаких споров о приоритетах, наоборот, он иногда щедро раздаривал научные открытия и идеи. В своих сочинениях он ничего не скрывал, раскладывал карты открытыми на столе и представлял читателю равные предпосылки и шансы найти новое, ибо он часто подводил его вплотную к открытию и оставлял ему радость открытия»<sup>3</sup>.

Фельман подчеркивает также известные особенности Эйлера: его уникальную память, позволявшую ему и в старости цитировать с любого места «Энеиду» Вергилия и десятилетиями помнить текст протоколов академической Конференции, его сосредоточенность, при которой никакой окружающий шум и суматоха не могли мешать его мыслительной работе.

И вот такой уникальный, поистине «солнечный человек» стал членом молодой Петербургской Академии наук. Было ли это чистой случайностью? Конечно, и случайность здесь имела место. Но главную роль сыграла особенность новой Академии наук, которая стала общеизвестной еще до ее основания по публикациям сокращенного петровского «Проекта» в европейских журналах. Известно, что европейские университеты в то время готовили гораздо больше специалистов, чем было мест для них в своей стране, да и в других европейских странах. Притом, если на такие профессии, как юристы и врачи, еще был, хоть и небольшой, спрос, то на математиков, физиков он был минимальный, кстати, и факультетов соответствующих не было, а изучались эти науки, как правило, на философских факультетах. Эта ситуация и определила тот факт, что, несмотря на долгие и очень активные поиски ученых для будущей Академии, найти маститых и авторитетных специалистов в университетской среде оказалось делом трудным. Гораздо успешнее удавался набор молодых, которые только здесь могли учиться у стар-

---

<sup>3</sup> Fellman E. Leonhard Euler... S. 9–10.

ших и в будущем их заменить. Такие перспективы привлекли в Академию двух сыновей знаменитого швейцарского математика Иоганна Бернулли, после смерти Ньютона считавшегося первым математиком Европы, – Николая и Даниила, которые, как и их младший товарищ Леонард Эйлер, не нашли себе места в родном Базеле и оказались «на примете» у искателей кандидатов для Петербургской Академии.

Внезапная смерть Петра I 28 января 1725 г. внесла в эти поиски некоторое смятение, но ненадолго. Новая императрица Екатерина I разослала дипломатам указы с заверениями в том, что она намерена «все дела, зачатые трудами Е. В., а особливо оное, яко зело надобное дело, в пользу государственную на том же основании действительно исполнить»<sup>4</sup>.

Весной 1725 г., хотя переговоры еще продолжались, уже оживился процесс заключения контрактов. Среди ученых, заключивших контракты в январе–марте 1725 г., были математик Якоб Герман, физик Георг Бернгард Бюльфингер, профессор красноречия и церковной истории Иоганн Христовор Кольт.

Подходя близко к сюжету о приглашении в Петербург братьев Бернулли, который ведет нас непосредственно к появлению в Петербурге Леонарда Эйлера, мы должны упомянуть еще об одном персонаже – Христиане Гольдбахе, который позднее стал конференц-секретарем Петербургской Академии наук, но в описываемое нами время еще никакого отношения к ней не имел. Уроженец Кенигсберга и питомец тамошнего университета, Гольдбах избрал себе судьбу «ученого странника», объездил крупные или чем-нибудь примечательные города Европы, знакомился с научными учреждениями, библиотеками, музеями, предметами искусства, а главное – с людьми науки и искусств, с которыми благодаря широчайшей эрудиции и совершенному знанию главных европейских языков легко сходилась, а со многими, расставаясь, заводил переписку, которая иногда длилась до конца жизни. Он был близко знаком с Лейбницем, встречался с ним и переписывался. Его главным увлечением была математика, но он не искал себе карьеры в этой области, предпочитая обмениваться со своими корреспондентами мыс-

---

<sup>4</sup> Именной указ от 2 декабря 1725 г. История Академии наук СССР. М.; Л., 1958. Т. 1. С. 435.

лями, а иногда и открытиями. В их число попали и молодые Бернулли: в 1712 г. в Оксфорде он познакомился с Николаем I Бернулли, двоюродным братом Николая II и Даниила Бернулли, с 1721 г. он начал переписываться с Николаем II Бернулли, а с 1723 – с Даниилом. Одним из его активных корреспондентов был механик из Нюрнберга И. Г. Доппельмейер. Из их переписки за вторую половину 1724 г. видно, что идея рекомендовать молодых Бернулли в Петербургскую Академию впервые появилась именно у Гольдбаха, а уже потом ее подхватили Доппельмейер и Вольф<sup>5</sup>.

Пополнение состава продолжалось. Велась большая работа по подготовке к приему и обустройству новых сотрудников, ремонтировался дом осужденного вице-канцлера П. П. Шафирова на Петербургской стороне, где должна была расположиться сама Академия и комнаты для холостых сотрудников, нанимались поблизости дома для семейных, готовились условия для организации их питания, по крайней мере на первое время. Приводились в порядок Библиотека и Кунсткамера. О том, какое благоприятное впечатление произвели на приехавших ученых созданные для них условия, красноречиво говорят дошедшие до нас отдельные письма, которые они направляли из Петербурга своим родным и друзьям. Казалось, все это предвещает Академии прекрасное будущее.

В сентябре начались первые научные заседания<sup>6</sup>. Их протоколы вел Гольдбах. К сожалению, эту свою обязан-

---

<sup>5</sup> Копелевич Ю. Х. Основание Петербургской Академии наук. Л., 1977. С. 74–75. О связях Гольдбаха с Николаем и Даниилом Бернулли см.: Юшкевич А. П., Копелевич Ю. Х. Христиан Гольдбах. М., 1983. Письмо Гольдбаха, где содержалась эта идея, не сохранилось, но содержание его видно из ответного письма Доппельмейера от 22 июля 1724 г., в котором Доппельмейер пишет: «Оно (письмо Гольдбаха) побудило меня написать несколько дней назад письмо в Петербург к Блюментросту и по твоему совету рекомендовать Николая Бернулли». РГАДА, ф. 181, оп. 16, д. 1413, ч. 2, л. 100–101. Доппельмейер действительно написал об этом Блюментросту 22 июля 1724 г. ПФА РАН, ф. 1, оп. 3, д. 8, л. 164–165 об.

<sup>6</sup> Первое научное заседание Конференции проходило 2/13 ноября 1725 г. (протоколы в первые годы вел Гольдбах, а он обычно обозначал даты по новому стилю). Но в записных книжках

ность он исполнял без особого к ней интереса. Записи, чрезвычайно краткие, сводились почти исключительно к имени докладчика и теме доклада. Никаких вопросов – и тем более обсуждений – не зафиксировано. И хотя в первые годы часто звучали доклады по философии и истории, но преобладали физико-математические, и в этом уже просматривался главный профиль деятельности Академии, как это, впрочем, уже было видно по петровскому «Проекту». Знаменательно в этом отношении заседание Конференции 5/16 ноября 1725 г. Прослушав доклад Х. Ф. Гросса «О разных эффектах человеческого воображения», Конференция вынесла решение – сочинений на философские темы в своем журнале не печатать<sup>7</sup>. Надо заметить, однако, что это решение не распространялось на гуманитарные науки вообще; сочинений по истории, особенно по древней истории России и по востоковедению, печаталось немало.

Не будет преувеличением сказать, что первые три года были для Академии счастливыми. Императрица Екатерина I проявляла к ней всяческую заботу и благосклонность. Состав Академии, в котором главную силу представляли Я. Герман, Ж. Н. Делиль, Д. Бернулли, Х. Гольдбах, дополнили историк Г. З. Байер, механик И. Г. Лейтман, анатом И. Г. Дювернуа и несколько талантливых молодых людей (статус которых сначала был неопределенным, но с 1727 г. их стали называть адъюнктами) – Г. Ф. Миллер, И. Вейтбрехт, Г. В. Крафт. К этой компании следует отнести и И. Г. Гмелина, который прибыл 18-летним юношей в 1727 г. и работал в Кунсткамере, показав себя способным химиком и естествоиспытателем.

В сентябре 1725 г. была сделана попытка создать регламент Академии. Его авторы и история его создания неизвестны. 27 сентября русский перевод Регламента был передан в Сенат, но он так и не вошел в силу, однако представляет интерес тем, что показывает, какие изменения академики хотели внести в сравнении с петровским «Проектом»,

---

Гольдбаха, хранящихся в РГАДА, описано заседание 17/28 сентября того же года. См. о нем: *Летопись Российской Академии наук*. СПб., 2000. Т. 1. С. 42. (Далее: *Летопись...*).

<sup>7</sup> *Летопись...* С. 43.

и еще тем, что некоторые его положения вошли в практику Академии и соблюдались до принятия Регламента 1747 г.<sup>8</sup>

В «Проекте» ничего не сказано о типографии; по Регламенту (§ 5) «Академия должна иметь свою собственную Типографию», и она ее действительно создала за короткое время. В 1747 г. академическая типография указом Сената стала единственным в стране издателем не только научной, но вообще всякого рода литературы, кроме церковной. Параграф 37 Регламента позволял наиболее отличившимся студентам присваивать звание экстраординарного профессора. Это положение было введено в практику. Можно назвать еще ряд полезных новшеств, введенных Регламентом, хотя и неутвержденным. Это еще один добрый след, оставленный в работе Академии недолгим царствованием Екатерины I.

За всеми новостями из Петербурга внимательно следил юный Леонард Эйлер, родившийся в Базеле 15 апреля 1707 г., в семье пастора Пауля Эйлера. Его отец, выпускник богословского факультета Базельского университета, в молодые годы увлекался математикой и слушал математические лекции. Годовалым ребенком Леонарда увезли в пригородное местечко Риген, где его отец получил приход. Начальным обучением мальчика занимался отец, затем его отправили в Базель. Здесь он жил у бабушки и посещал школу, где можно было научиться только языкам, латинскому и – факультативно – греческому. В 1720–1722 гг. юноша обучался на философском факультете – это была первая ступень университетского образования в Базеле. В университетской библиотеке хранятся шесть небольших сочинений разнообразной тематики, из них три написаны им как оппонентом по защищавшимся диссертациям. 9 июня 1722 г. Эйлеру была присвоена низшая ученая степень философского факультета – степень бакалавра. В 1723 г. он окончил философские классы, сдал экзамены и на годичном акте произнес на латинском языке речь о сравнении картезианской и ньютоновской философий; эта речь, к сожалению, не сохранилась. Философский факультет присвоил ему степень магистра. По желанию отца он записался на старший, богословский, факультет.

---

<sup>8</sup> Материалы для истории Имп. Академии наук. СПб., 1885. Т. I. С. 297–324.

Все университетские годы Эйлера не покидает интерес к математике. Знаменитый Иоганн Бернулли, отказавший юноше в частных уроках, предложил ему самостоятельно изучать трудные книги и приходить к нему по субботам для разбора непонятных мест. Эйлер сохранил на всю жизнь благодарное воспоминание о таком плодотворном методе обучения.

В доме своего учителя Эйлер знакомится с его сыновьями. С младшим, Иоганном, он учился вместе в университете. Старшие, Николай (которого принято называть Николаем II Бернулли в отличие от его старшего двоюродного брата, тоже Николая (I) и тоже математика) и Даниил, уже после университета находились в поисках подходящего места службы. Оба брата жили в Базеле, в доме отца, и Эйлер знал о переговорах и их возможном переезде в Россию. Он загорелся желанием поехать вместе с ними, но для этого надо было иметь из Петербурга приглашение, а такового у него не было. В переговорной суете его имя даже не упоминалось, видимо, из-за его молодости.

После отъезда своих старших друзей Эйлер продолжает упорно трудиться в области математики, и в 1726 и 1727 гг. две его небольшие статьи (одна об изохронных линиях в любой сопротивляющейся среде, другая – о способе нахождения возвратных алгебраических траекторий) появляются в авторитетнейшем общеевропейском журнале «Труды ученых» («Acta eruditorum»).

Статьи молодого Эйлера по тематике примыкали к трудам того времени самого Иоганна Бернулли, который в этой связи писал в конце своей последней статьи: «Тот, кто захочет немного дальше продвинуться по этой теме, идя по указанному здесь следу, сможет испробовать свои силы, прослеживая другие возвратные траектории из следующих друг за другом линий. Что это небезнадёжно, можно заключить из того, чего достиг молодой человек Леонард Эйлер, обладающий счастливыми дарованиями. От его смысленности и остроумия мы ждем самых больших достижений, после того как мы увидели, с какой легкостью и находчивостью он под нашим руководством проникал в самые потаенные области высшей математики»<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Fellman E. Leonhard Euler... S. 23.

Эту цитату приводит Э. Фельман в упомянутой выше книжке об Эйлере и при этом указывает, что ее надо воспринимать как удивительную, с учетом характера И. Бернулли, который ревниво оценивал труды почти всех своих современников, в том числе и собственных сыновей.

Интересно проследить, как в последующее время в переписке Бернулли с Эйлером менялась форма обращения старого учителя к своему ученику: в первом письме от 9 января 1728 г. – «Ученейшему и гениальнейшему юноше», 18 апреля 1729 г. – «Славнейшему и ученейшему мужу», 11 августа 1731 г. – «Славнейший и ученейший господин профессор», 2 апреля 1737 г. – «Славнейшему мужу и остроумнейшему математику», 6 ноября 1737 г. – «Мужу знаменитейшему и превосходному», 12 июля 1738 г. – «Знаменитейшему мужу и остроумнейшему гению», 23 сентября 1745 г. – «Несравненному мужу и властелину математиков» (повторяющиеся обращения мы пропускали).

А в 1726–1727 гг. Эйлер был еще «не у дел». Занятия на богословском факультете его явно не увлекали, и он искал приложения своих сил в более близкой своим интересам области. Такой случай представился, когда Парижская академия наук объявила конкурс на сочинение по теме о наиболее целесообразной оснастке кораблей мачтами. Эйлер решил попробовать свои силы в этом конкурсе, хотя, живя в Базеле, он ни разу никуда не выезжал и не видел ни одного корабля и никакого более сложного водного транспорта, чем грузовые баржи и небольшие лодки на Рейне. Опыты он проводил в домашних условиях. Но для него в данном конкретном случае первенствующим был не опыт, а вера в неопровержимые законы механики. Премию получил уже известный тогда парижский физик и гидрограф Пьер Буге, а работа Эйлера была одной из двух, получивших «Accessit», что означало признание и возможность публикации вместе с премированной, и это было равноценно получению второй премии. Кстати сказать, Эйлер впоследствии был одним из самых активных получателей парижских премий, они присуждались ему 12 раз. Данная его работа была опубликована в Париже в 1728 г.

И последняя базельская публикация Эйлера – «Диссертация о звуке» была им написана в связи с его участием в объявленном в его родном университете в 1727 г. конкурсе на появившуюся вакансию профессора физики. Процедура подобных конкурсов в Базеле была сложной в целях дости-

жения большей объективности отбора. Предварительно отбирались кандидаты, а затем между тремя, наиболее успешно прошедшими этот отбор, разыгрывался жребий. Эйлер даже не попал в число этих троих, видимо из-за своего юного возраста. Э. Фельман по этому поводу написал: «Эта неудача с точки зрения ее дальнейших последствий была большим счастьем, ибо только благодаря ей Эйлер мог достичь того, что его учителю осталось недоступным до конца жизни – получить поле деятельности, соответствующее его гению и его порывам, и именно это он нашел в устремленном ввысь городе Петра I – в “Северной Венеции”»<sup>10</sup>.

При неудавшейся попытке Эйлера получить профессию в родном университете как нельзя лучше ко времени пришлось решение Петербургской Академии пригласить его в качестве «элева», то есть ученика. Для молодых помощников, приезжавших по приглашению Академии, в первые годы не было специального названия, их называли то студентами, то магистрами, то просто «молодыми людьми». Для Эйлера почему-то было избрано название «элев», бытовавшее в Парижской академии наук до того, как там появилось в 1716 г. название «адъюнкт». В Петербургской Академии молодежь стали называть адъюнктами с 1727 г.

История приглашения Эйлера и его переезд описаны очень обстоятельно в статье Г. К. Михайлова<sup>11</sup>, где приведена вся сохранившаяся переписка по этому делу на языке оригиналов и в русском переводе. Так как этот материал для желающих доступен, мы здесь ограничимся лишь кратким пересказом.

В конце осени 1726 г. Д. Бернулли написал Эйлеру в Базель (письмо, посланное несколькими месяцами раньше, видимо, не дошло) о распоряжении президента Академии принять Эйлера адъюнктом с жалованием 200 рублей в год и советовал ему не медлить с переездом, но если он все же решит переждать зиму, то Бернулли рекомендует ему почитать книги по анатомии, «в которых физиология рассматривается на основании принципов геометрии». Из этих слов ясно, что Эйлеру предназначалось место адъюнкта по

---

<sup>10</sup> Fellman E. Leonhard Euler... S. 10.

<sup>11</sup> Михайлов Г. К. К переезду Леонарда Эйлера в Петербург. (По материалам ранней переписки с Д. Бернулли и другим источникам) // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. 1957. № 3. С. 3–37.



физиологии, т. е. при академике Д. Бернулли. В приложенной записке от президента Академии Л. Блюментроста было указано более высокое жалование – 300 рублей и перспектива прибавки через пять лет в случае дальнейших успехов в науках. Эйлер ответил благодарственным письмом и сообщил, что намерен отправиться скорее всего в марте.

Заметим, что начало переписки Эйлера с Петербургом относится к лету 1726 г., а история с освободившейся в Базеле вакансией и с попыткой Эйлера ее занять – к весне 1727 г. Причина этого несоответствия неясна. Возможно, его не очень привлекала перспектива заниматься физиологией, а физика все же была ему ближе. Но тут уж поистине жребий решил в пользу Петербурга.

5 апреля 1727 г. Эйлер отправился в далекий путь, сначала по Рейну до Майнца, затем почтовыми через Франкфурт-на-Майне, Гиссен, Марбург. В Марбурге он по просьбе своего учителя посетил знаменитого Христиана Вольфа, последователя Лейбница. Вольф активно участвовал в создании Петербургской Академии наук и был одним из первых ее почетных членов. Из-за краткости встречи они не могли вдоволь поговорить, хотя петербургские дела, конечно, очень интересовали Вольфа. Он дал Эйлеру с собой небольшое напутственное письмо, в котором были слова: «Ты едешь в рай для ученых». Так представлял себе Вольф в тот момент дела Петербургской Академии наук и жизнь ее членов.

Из Марбурга Эйлер дальше проезжает через Ганновер, Гамбург, Любек, затем на корабле, страдая морской болезнью, через Росток до Ревеля (ныне Таллинн), оттуда на другом корабле до Кронштадта и, наконец, на лодке и пешком добирается до Петербурга 12 мая 1727 г.

В своей короткой автобиографии<sup>12</sup>, которую он писал сорок лет спустя, Эйлер указал, что он появился в Петербурге в день смерти императрицы Екатерины I. Эйлер ошибся: Екатерина I умерла неделей раньше, но Эйлеру, видимо, запомнился глубокий траур, царивший в городе. Как бы то ни было, это событие было потрясением для петровской

---

<sup>12</sup> Русский перевод автобиографии Эйлера, записанной под его диктовку 1 декабря 1767 г., см.: Копелевич Ю. Х. Материалы к биографии Леонарда Эйлера // Историко-математические исследования. М., 1957. Вып. 10. С. 13–17.

России вообще и для «рая для ученых», в частности, но последствия его сказались не сразу.

Дальнейшее описание жизни и трудов Эйлера в Петербурге мы предварим словами нынешнего президента Российской Академии наук академика Ю. С. Осипова, сказанные им в речи на торжественном заседании в Большом Кремлевском дворце 4 июня 1999 г., посвященном 275-летию РАН: «Деятельность Академии с самого начала позволила ей занять почетное место среди крупнейших научных учреждений Европы. Этому способствовала широкая известность таких корифеев науки, как Л. Эйлер и М. В. Ломоносов.

Плодотворная, поистине титаническая научная деятельность великого ученого Леонарда Эйлера началась в Петербургской Академии наук. Математические исследования Л. Эйлера знаменовали важнейший, после Ньютона и Лейбница, этап в развитии математического анализа и его приложений. Л. Эйлер заложил основы комплексного анализа, вариационного исчисления, аналитической механики, получил глубокие результаты в теории чисел и вместе с Даниилом Бернулли – в гидродинамике. Его математические исследования были тесно связаны с практическими проблемами механики, баллистики, картографии, кораблестроения, навигации. Эйлер воспитал первых российских математиков, ставших членами Академии»<sup>13</sup>.

Возвращаемся к 1727 году. Новым императором России становится 12-летний внук Петра Великого, сын замужнего Алексея Петровича – Петр II Алексеевич. Уже 25 мая академики поздравляли его и М. А. Меншикову (дочь А. Д. Меншикова) с помолвкой. Но в короткой династической борьбе верх взяли представители старой аристократии – Голицыны и Долгорукие, и 8 сентября 1727 г. Меншиков был арестован, лишен всего своего огромного имущества и со всей семьей отправлен в ссылку в Березов. Так Академия лишилась одного из своих влиятельнейших покровителей. Но работа ее шла своим чередом. 23 августа на загородном пустыре проводился один важный опыт – наблюдение вертикального полета пушечных ядер. Среди присутствующих были иностранные гости, академики и с ними единственный из адъюнктов Л. Эйлер. Это один из

---

<sup>13</sup> Осипов Ю. С. Академия наук в истории российского государства. М., 1999. С. 25–26.

эпизодов, который показывает, что Эйлера с самого начала стали выделять из среды его сверстников. Уже 25 июля он читал в Конференции свою статью: «Об истечении воды из цилиндрических труб, произвольно наклоненных и изогнутых». 15 сентября он читал «Опыт разъяснения воздушных явлений».

4 октября 1727 г. было отмечено событием, очень важным для всей дальнейшей истории Академии: Верховный тайный совет издал именной указ «О бытии в Санкт-Петербурге типографиям только при Сенате и при Академии», последняя предназначена «для печатанья исторических книг, которые на российский язык переведены и в Синоде апробованы будут»<sup>14</sup>. Вспомним, что в петровском «Проекте» вообще не было упоминания о типографии. Она появилась только в неутвержденном Регламенте времени правления Екатерины I, фактически же ее начали создавать в самом начале основания Академии. Указ от 4 октября 1727 г. при всей его несообразности (будто речь идет только о переводных исторических книгах) имел огромное значение для культурной жизни России, он означал ликвидацию влачившей убогое существование Петербургской типографии, передачу ее штата и оборудования в Академию наук и создание при Академии типографии для ее потребностей, точнее, для издания не только научной, но и всей в стране художественной и прочей литературы, кроме церковной.

Эйлер не мог предполагать тогда, что этот указ откроем ему, в частности, фактически неограниченные возможности публикации своих трудов.

В 1728 г. дворцовые перемены стали сказываться на жизни Академии наук, правда, поначалу чисто внешне. Президент Блюментрост, который в годы создания Академии и первые пять лет ее работы был очень ей предан и внимал в ее дела повседневно, в первых числах января 1728 г. был вынужден как лейб-медик уехать вместе со двором в Москву, куда новые властители решили перевезти молодого императора, чтобы удалить его от людей из окружения Петра I и увлечь его царскими увеселениями и охотой. С Блюментростом уехал и Гольдбах, которого Екатерина I, уже больная, уговорила взять на себя наблюдение за обучением наследника. Словом, президент дальше руководил Акаде-

---

<sup>14</sup> Летопись... С. 62.

мией через послания, а на месте главным администратором остался библиотекарь И. Д. Шумахер, который, кажется, только того и ждал. Он прежде всего набрал себе помощников и образовал Канцелярию, сделавшись ее управляющим, или шефом. А момент этот в жизни Академии был тяжелым, прежде всего из-за переезда на Васильевский остров, где Библиотека и Канцелярия разместились в здании Кунсткамеры, а зал Конференции, ее Архив, другие рабочие комнаты – в бывшем доме царицы Прасковьи Федоровны. Здесь же, в нижнем этаже была оборудована типография.

Заседания Конференции Эйлер не только регулярно посещал, но был официально включен в число докладчиков. 13 января было принято решение о регламенте проведения собраний: время проведения устанавливалось с 10 до 12 часов дня, доклады представлялись за 8 дней и читались в следующей очередности: Г. З. Байер, Г. Б. Бюльфингер, Д. Бернулли, Я. Герман, И. Г. Дювернуа, Л. Эйлер, Ж. Н. Делиль, И. Г. Лейтман или Ф. Х. Майер. Примечательно, что Эйлер был единственным из адъюнктов в этом списке, хотя прибыл в Академию только полгода назад. Видимо, тут сказалось впечатление от двух докладов, прочитанных им в июле и сентябре. Забегая вперед, скажем, что за 14 лет своего первого пребывания в России Эйлер по активности выступлений в Конференции далеко превосходил всех других сотрудников: так, он выступал в среднем 10 раз в году, остальные – от одного до пяти раз. Во второй половине 1735 г. собиралась так называемая Математическая конференция, где заслушивались почти исключительно доклады и отзывы Эйлера (на 21 из 23 заседаний).

27 июля 1730 г. на внеочередном заседании Конференции впервые коллегиально решался вопрос о продвижении адъюнктов на профессорские должности – И. Г. Гмелина по химии и естествознанию, Л. Эйлера по физике, Г. В. Крафта по математике, И. Вейтбрехта по физиологии и Г. Ф. Миллера по истории. Последний получил эту должность «досрочно», так как в июле 1730 г. отбывал на два года в страны Европы. В 1733 г. Эйлер становится также профессором высшей математики в связи с отъездом Д. Бернулли, возвратившегося в Швейцарию. Еще в 1730 г. покинули Академию Герман и Бюльфингер, дорожившие своей научной репутацией и не смирившиеся с диктаторскими замашками Шумахера.

Надо отметить, что акцию июля 1730 г. – единовременное продвижение пяти адъюнктов в профессора – активно поощрял Шумахер: не получив признания у старших, он искал расположения молодых, хотя и они не все отнеслись к нему наилучшим образом. Но Эйлер в силу своего характера очень редко ввязывался в конфликтные ситуации.

После отъездов в 1730 г. наиболее значительным для Эйлера стало общение с Ж. Н. Делилем, опытным наблюдателем и глубоким теоретиком, возглавившим в 1735 г. созданный при Академии Географический департамент. Делиль является основателем петербургской астрономической школы, и именно ему Эйлер многим обязан в строгой формулировке сферической тригонометрии, новейшей концепции небесной механики и основ математической картографии<sup>15</sup>.

Человеком, близким Эйлеру по духу, оставался Христиан Гольдбах, хотя впоследствии их пути навсегда разошлись: Эйлер летом 1741 г. уехал в Германию, а Гольдбах в начале следующего года покинул Академию и перешел на службу в Коллегию иностранных дел, где он ведал шифровальным делом. Их переписка, начавшаяся еще в конце 1720-х гг., когда Гольдбах временно переехал в Москву, продолжалась до конца жизни Гольдбаха. Последнее письмо Эйлера ему датировано 6/17 марта 1764 г., а 20 ноября/1 декабря того же года Гольдбах скончался в Петербурге в своем доме. О Гольдбахе известно, что он не любил ни преподавать, ни писать труды для печати. Свои математические размышления он предпочитал выражать в письмах, как бы при этом «видя собеседника». Его переписка с Эйлером охватывает 196 писем. Они были впервые изданы без купюр в Берлине в 1965 г.

Эта переписка, по выражению Э. Фельмана, представляет собой «сокровище истории науки XVIII века, показывающее Гольдбаха как инициативного математика первого ранга»<sup>16</sup>.

1730-е гг. в жизни Эйлера – время высокого взлета и напряженнейшей работы. За этот период он создал и большей частью опубликовал в академическом ежегоднике

---

<sup>15</sup> Невская Н. И. Петербургская астрономическая школа XVIII в. Л., 1984. С. 14, 15, 17, 36, 68–70, 108, 118 и др.

<sup>16</sup> Fellman E. Leonhard Euler... S. 38.

«Комментарии Петербургской Императорской Академии наук» более 40 работ по теории чисел, различным разделам математического анализа, механики и астрономии. Различные запросы и экспертизы, связанные с практикой, наталкивали его на исследования по ранее неизвестным ему прикладным направлениям. Это исследования различных весов, в том числе при работавшей в конце 30-х годов Комиссии о весах и мерах, и изучение разных присылавшихся в Академию проектов и изобретений.

Представляется вполне вероятным, что кораблестроение и в целом «морская наука», ставшие уже в 1730-е гг. одной из главенствующих тем Эйлера, также вошли в сферу интересов ученого неслучайно. Вспомним его опыты в Базеле, которые он производил дома в посудине с водой. В Петербурге, особенно после переселения Академии на Васильевский остров, Эйлер каждый день ходил мимо строящихся кораблей. Но с теорией корабельного дела его могли познакомить только книги. 19 октября 1731 г. Конференция поручила Эйлеру изучить присланную на отзыв рукопись трактата по навигации лейтенанта флота С. Г. Малыгина и дать на нее отзыв. Возможно, это была первая книга по данному предмету, которую Эйлер изучал (кстати, рукопись была на русском языке). Положительный отзыв был напечатан в конце книги. Другой подобный случай – присланная из Парижа в 1735 г. книга генерального комиссара французского флота де Ла Круа о механизме движения плавающих тел. Математическая конференция, проходившая в сентябре 1735 г., трижды обсуждала эту книгу. В своем критическом отзыве Эйлер потребовал более глубокого проникновения в тему<sup>17</sup>.

С воцарением Анны Иоанновны (1730 г.) и возвращением двора в Петербург в начале 1732 г. в Академии мало что изменилось. Денег катастрофически не хватало. Часть их тратилась на непредусмотренную бюджетом и «раздуваемую» Шумахером Академию художеств, значительная сумма была затрачена на дооборудование зданий на Васильевском острове и переезд туда Академии, а также на создание типографии. Пошла серия запросов Сената и ответов-жалоб профессоров на разные непорядки и на неуплату жалования в течение целого года. Только совместный ответ Эйлера и

---

<sup>17</sup> Летопись... С. 160, 176, 177.

Крафта состоял не из жалоб, а из предложений, как исправить дело. Среди некоторых профессоров усилилась тяга к отъезду из России. Но 1733 г. принес в Академию непредвиденные перемены; в июне произошло событие, неожиданно отразившееся на ее судьбе: умирает одна из сестер императрицы, дочь царя Ивана Алексеевича, Екатерина Иванова. Блюментрост как ее лейб-медик теряет доверие императрицы и отстраняется от президентства в Академии. На эту должность назначается курляндский барон Карл фон Кейзерлинг.

Но президентство его оказалось недолгим. В декабре того же года он был отправлен посланником в Польшу, а Академия перешла на «самоуправление»: директорство в Конференции должны были исполнять поочередно пять старейших профессоров, по одному месяцу, а дела решаться большинством голосов. Эта комиссия распоряжалась и всеми издательскими делами. Однако предложенная система оказалась никуда не годной. Члены «пятерки» один за другим под разными предлогами отказывались директорствовать. Никто не следил за порядком, посещаемость заседаний Конференции иногда снижалась до нулевой. Много раз возникал спор о том, нужен ли университету матрикул, так ни к чему и не пришли. Спорили и по разным второстепенным вещам. Итак, время самоуправления внесло в работу Академии мало положительного, но необходимо отметить, что Эйлер все же прочитал за эти девять месяцев в Конференции пять математических сочинений. 11 февраля 1734 г. он вместе с Делилем взял для просмотра три географические карты, присланные из Сената, и с этого момента началась его многолетняя работа над картами. В начале августа 1733 г. Академия отправляет в далекую Сибирскую, или Вторую Камчатскую, экспедицию большой отряд в составе трех профессоров – И. Г. Гмелина, Л. Делиля де ла Кройера, пяти студентов, четырех геодезистов, переводчика и двух живописцев и снабжает их большим набором инструкций. На протяжении 10 лет, пока длилась эта экспедиция, Эйлер поддерживал связь с коллегами.

Участие Академии в Камчатской экспедиции привело к вступлению ее в деловые отношения с разными государственными учреждениями, которые Академия поддерживала через свою Канцелярию, что еще более повышало роль последней в Академии и лично Шумахера. Поэтому академики с радостью встретили объявленное в Конференции

7 октября 1734 г. назначение нового президента И. А. Корфа, камергера императрицы. В Академии его знали как человека образованного, большого книголюбца. Даниил Бернулли, узнав об этом назначении, написал Эйлеру 18 декабря 1734 г.: «Академии посчастливилось получить директором человека, который сам владеет науками. Хороший генерал должен быть и хорошим солдатом»<sup>18</sup>.

Для Эйлера приход нового президента совпал со счастливым периодом его личной жизни. По предложению барона Миниха, шефа Кадетского корпуса, он получил лекции в Корпусе и надзор за преподаванием с жалованием в 400 рублей. Эта прибавка позволила ему задуматься о женитьбе. Его избранницей стала Катарина Гзелль, дочь академического художника Георга Гзелля, также швейцарца. Свадьба отпразднована 27 декабря 1733 г. Семья переселилась в собственный дом на 10-й линии Васильевского острова, недалеко от набережной. 16 ноября 1734 г. родился сын, названный Иоганном Альбрехтом, в честь Корфа, который был его крестным отцом, вторым крестным был Христиан Гольдбах. Эта деталь подчеркивает тот авторитет, который Эйлер к тому времени приобрел в Академии.

1730-е гг. можно считать расцветом его творчества. Именно в этот период кроме большого числа разнообразных физико-математических статей, опубликованных в «Комментариях», были созданы две фундаментальные монографии, которые одни могли бы обессмертить его имя.

Это, прежде всего, вышедшая в 1736 г. «Механика, или наука о движении, изложенная аналитическим методом» в двух томах – первый большой труд по науке, которая впредь занимает ведущее место в творчестве Эйлера. По подсчетам Г. К. Михайлова, опубликованные труды Эйлера по механике, включая небесную механику, составили 31-томное «Полное собрание сочинений» («Opera omnia»), содержащее свыше 11 000 страниц. Первой монографии предшествовали подробные планы по этой тематике, сохранившиеся в его записных книжках. Из общего объема его работ за 1726–1735 годы механике посвящено почти две трети и только одна четверть – высшей математике.

---

<sup>18</sup> Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres. Vol. 2. P. 415.



К моменту выхода «Механики» Эйлера эта наука находилась на переломе своего развития. «Математические начала натуральной философии» Ньютона подвели итог установлению основных законов движения и разработке динамики точки. «Начала» были построены на геометрическом методе древних, недостаточном для разработки механики системы твердого тела и сплошной среды. Для этого было необходимо внедрение в механику аналитического метода, робкие элементы которого появились в начале XVIII в. в работах П. Вариньона, в «Мемуарах» Парижской академии наук и в «Форономии» Я. Германа. Эйлер был первым, кто изложил всю динамику точки языком математического анализа. Об этом сам Эйлер писал: «Однако если анализ где-либо и необходим, так это особенно относится к механике. Хотя читатель и убеждается в истине выставленных предложений, но он не получает достаточно ясного и точного их понимания, так что если чуть-чуть изменить те же самые вопросы, он едва ли будет в состоянии разрешить их самостоятельно, если не прибегнет сам к анализу и те же предложения не разрешит аналитическим методом. Это как раз случилось со мной, когда я начал знакомиться с “Началами” Ньютона и “Форономией” Германа; хотя мне казалось, что я достаточно ясно понял решение многих задач, однако задач, чуть отступающих от них, я уже решить не мог. И вот тогда-то я попытался, насколько умел, выделить анализ из этого синтетического метода и те же предложения для собственной пользы проработать аналитически; благодаря этому я значительно лучше понял суть вопроса. Затем таким же образом я исследовал и другие работы, относящиеся к этой науке, разбросанные по многим местам, и лично для себя я изложил их планомерным и единообразным методом и привел их в удобный порядок. При этих занятиях я не только встретился с целым рядом вопросов, ранее совершенно не затронутых, которые я удачно разрешил, но я нашел много новых методов, благодаря которым не только механика, но и самый анализ, по-видимому, в значительной степени обогатился. Таким образом и возникло это сочинение о движении, в котором я изложил аналитическим методом и в удобном порядке как

то, что я нашел у других в их работах о движении тел, так и то, что я получил в результате своих размышлений»<sup>19</sup>.

Г. К. Михайлов и Л. И. Седов, в статью которых включена эта большая цитата из Эйлера, подчеркнули важность слов Эйлера о том, что он в своем трактате по механике одновременно развивает и новые методы математического анализа<sup>20</sup>.

Н. Н. Поляхов свою небольшую статью «Исследования Эйлера по механике первого петербургского периода»<sup>21</sup> заканчивает словами: «Эйлер наравне с Ньютоном является одним из создателей классической механики, придавшим ей такую форму, благодаря которой она сделалась мощным инструментом современного естествознания, причем основным, начальным сочинением явилась его “Механика”, написанная в Петербурге».

Такое утверждение бесспорно, но при этом уместно обратить внимание на то, что труд ученого, творившего много лет, не всегда можно отчетливо разделить на периоды. Подчас замыслы, зародившиеся в юности, реализовались в зрелом и даже в пожилом возрасте. Можно отметить, что среди буквально потока рукописей, присылавшихся Эйлером в Петербург из Берлина для публикации (подсчитано, что за берлинский период статей Эйлера, напечатанных в Петербурге и в Берлине, почти одинаковое количество), больше 25 относится к различным разделам механики; определить каждую из них, где и когда она была первоначально написана, не всегда возможно, даже путем тщательного анализа. Можно лишь суммарно утверждать, что в первый петербургский период Эйлер в основном разрабатывал механику точки, в берлинский и второй петербургский – механику твердого и жидких тел. Таков был его план, намеченный еще при написании его первой «Механики». И он его в основном реализовал, хотя, видимо, никогда не предполагал такого размаха своих исследований по гидродинамике и небесной механике.

---

<sup>19</sup> Эйлер Л. Основы динамики точки. М.; Л., 1938. С. 33–34.

<sup>20</sup> Михайлов Г. К., Седов Л. И. Основы механики и гидродинамики в трудах Л. Эйлера // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука... С. 166–179.

<sup>21</sup> Там же. С. 229–232.

В 1740 г. после смерти Анны Иоанновны политическая ситуация в стране и обстановка в Академии стала тревожной и непредсказуемой. В 1741 году Эйлер принял приглашение Фридриха II и переехал в Берлин. Здесь на основе старого Научного общества создавалась Академия наук, в которой Л. Эйлер стал директором математического класса. Он сохранил самые теплые воспоминания о своем пребывании в Петербурге. В письме Шумахеру 18 ноября 1749 года Л. Эйлер заявил, что если бы судьба не привела его в Петербургскую Академию, он, видимо, должен был бы заниматься другим делом, как «крохобор».

Все 25 лет пребывания в Берлине (1741–1766) Л. Эйлер поддерживал самые тесные профессиональные контакты с Петербургской Академией наук, работая одновременно и для нее. Л. Эйлер остался для Петербургской Академии главным консультантом по физико-математическим вопросам, главным арбитром в спорных ситуациях. Его постоянно привлекали к оценке сочинений, присылавшихся на конкурсы, которые Академия начала объявлять с 1749 г. Он помогал Академии в подборе ученых (преимущественно молодых) на освободившиеся вакансии, предъявляя к ним самые высокие требования. Именно он редактировал математический раздел «Комментариев», выполнял различные поручения по покупке, заказу книг и инструментов и стал одним из ведущих организаторов европейских научных связей Петербургской Академии наук, что позволило ей, несмотря на отъезд Эйлера, сохранить престиж одного из ведущих физико-математических центров Европы.

В начале 1760-х гг. осложнились отношения Эйлера с Фридрихом II, сблизившимся с чуждой ученому «французской партией». Великий швейцарец многократно получал из России предложения возвратиться в Петербург, и не желавший отпускать его монарх вынужден был согласиться, опасаясь конфликта с русским правительством. 28 июня 1766 г. Эйлер с семьей возвратился в Петербург. Он получил аудиенцию у Екатерины II, которая благосклонно выслушала замечания великого ученого об улучшении деятельности Академии. 14 августа 1766 г. он купил обширный каменный двухэтажный дом на Васильевском острове на набережной Большой Невы близ 10-й линии.

Но вскоре Л. Эйлер пережил два страшных удара судьбы. Уже в день покупки дома ученый впервые ощутил угрозу потери зрения: через несколько часов после подписания

бумаг он уже не отличал чистого листа от исписанного. Осенью 1766 года, после недолгой болезни Л. Эйлер почти полностью потерял зрение левого глаза. Не помогла и сделанная операция. Теперь ученый видел только крупные буквы на черной доске стола. Ему помогали ученики: его сын, академик по физике Иоганн-Альбрехт; физик Л. Ю. Крафт; математик академик А. И. Лексель; адъюнкт математик М. Е. Головин и приехавший из Базеля Н. Фусс – ученик Даниила Бернулли, ставший позднее зятем И. А. Эйлера.

В 1771 г. на Эйлера обрушилось второе несчастье – пожар на огромной территории острова, в котором сам ученый едва не погиб, уничтожил его дом и библиотеку. К счастью, уцелели бесценные рукописи. Екатерина II приказала выделить Л. Эйлеру соседний с его прежним домом участок, а также выдать 3000 рублей на строительство нового дома (ныне дом № 15 по наб. Лейтенанта Шмидта, сохранившийся в перестроенном виде).

Даже в эти тяжелые для него годы Л. Эйлер продолжал плодотворно работать. С помощью своих учеников он опубликовал более 200 статей и несколько монографий. Среди них – многотомные труды: «Интегральное исчисление» (Т. I, II, III); «Письма к немецкой принцессе...» (Ч. I, II, III); «Диоптрика...» (Ч. I, II, III); «Теория движения Луны...»; «Полное умозрение строения и вождения кораблей» и другие.

Около 330 работ великого ученого, оставшиеся после его внезапной смерти 7 сентября 1783 г., издавались Петербургской Академией до 1868 г., а некоторые публикуются впервые только в настоящее время.

Л. Эйлер был торжественно погребен на Смоленском кладбище. В 1837 г. Академия наук заменила обветшавшую надгробную плиту новым гранитным надгробием, на лицевой стороне которого высечена надпись: «Leonhardo Eulero – Academia Petropolitana» (Леонарду Эйлеру – Петербургская Академия). В 1957 г. прах Эйлера был перенесен в Некрополь Александро-Невской Лавры на избранное для памятника место – близ могилы великого русского ученого М. В. Ломоносова.

Заключить сказанное хотелось бы утверждением, что встреча Эйлера с Петербургской Академией наук была счастливой для обеих сторон.

Как написал С. И. Вавилов: «Вместе с Петром I и Ломоносовым Эйлер стал добрым гением нашей Академии, определившим ее славу, ее крепость, ее продуктивность»<sup>22</sup>.

---

<sup>22</sup> Вавилов С. И. Очерк развития физики в Академии наук СССР за 220 лет // 220 лет Академии наук Союза ССР: Очерки по истории Академии наук. Физико-математические науки. М.; Л., 1945. С. 7.

## MUSICA EULERIANA<sup>1</sup>

Читатель! Ты держишь в своих руках первый русский перевод знаменитого сочинения выдающегося математика Нового Времени Леонарда Эйлера (1707–1783) *Tentamen novae theoriae musicae ex certissimis harmoniae principiiis dilucide expositae* – «Опыт новой теории музыки, ясно изложенной в соответствии с непреложными принципами гармонии», который был опубликован в Петербурге в 1739 году. Уже только один этот факт должен свидетельствовать о знаменательности момента. Ведь речь идет о труде выдающегося ученого и о сочинении, чья тематика, по современным представлениям, весьма отдаленно связана со сферой точных математических наук. Поэтому, прежде всего, должен возникнуть ряд вопросов. Может ли музыкальное искусство, всегда ассоциирующееся с эмоциональным восприятием каждого человека, быть доступно анализу точных наук? Каким образом это эмоциональное восприятие, зависящее от тысячи самых разнообразных причин (начиная от физиологического состояния в момент контакта с художественным произведением и кончая общим уровнем культуры), может быть выражено математическим аппаратом? И, наконец, как музыка оказалась в сфере интересов одного из самых выдающихся математиков Европы?

Но это еще не всё.

Дело в том, что «Опыту...» Эйлера суждено было завершить поистине громадную эпоху, длившуюся в европейской культуре со времен пифагорейцев. Более того, его трактат о музыке стал *кульминацией и итогом* целого научного направления, в сфере которого трудились бесчисленные поколения ученых.

Таким образом, перед нами сочинение, не только *освещенное* гением великого математика, но и *освященное* многовековой исторической традицией.

Как известно, еще в глубокой древности была установлена связь между звуком и числом. К этому открытию привели обычные наблюдения как над отличающимся звучанием струн разной длины и толщины, так и над простейшими духовыми инструментами различной величины, изда-

---

<sup>1</sup> Статья помещается в авторской редакции.

вавшими звуки неодинаковой высоты. Ну а пифагорейская школа заложила научные основы анализа звучащих объектов. Поскольку самыми доступными для экспериментов с ними были инструменты, то музыкальное искусство также попало в сферу научных интересов пифагорейцев. В этой области они добились выдающихся успехов, и самые главные их принципы познания звучащего материала сохранились вплоть до XVIII века, то есть до времен Эйлера.

Поэтому сейчас, вводя читателя в орбиту проблем, излагаемых в «Опыте...», нельзя не коснуться (хотя бы в самых общих чертах) магистральных линий того направления, которое в средние века получило наименование *musica speculativa*. Это поможет не только лучше разобраться в основных положениях трактата Эйлера, но и почувствовать весь драматизм ситуации, связанный с появлением «Опыта...» в европейской науке, с его негативной оценкой современниками и, в конечном счете, с финалом многовековой жизни *musica speculativa*.

Все началось со стремления найти рациональные методы объяснения звука, который нельзя увидеть, нельзя потрогать или понюхать. Изучение таких объектов всегда с трудом давалось науке, а музыкальное искусство целиком построено на столь загадочном феномене. Но оно производило на слушателей сильное впечатление (свидетельством тому является вся античная литература), что еще больше заставляло пытаться проникнуть в его тайны. Однако на этом пути всегда возникало одно непреодолимое препятствие, так как с древнейших времен музыкальное искусство выступало в двух ипостасях — как художественный и как акустический феномен. Отношение к ним было в корне различное.

Почему музыка производит столь сильное впечатление? Почему многие мелодии не забываются, сопровождая человека всю жизнь? Таких и подобных вопросов было бесконечно много, и в различные времена ответы на них были неодинаковыми. Например, язычники искренне верили, что любое художественное мастерство (в том числе композиторское и исполнительское) — следствие милости тех богов, которые «ответственны» за творчество. Платон («Ion» 534 с) писал, что «каждый способен делать прекрасно только то, на что [его] подвигнула Муза» (τοῦτο μόνον οἷός

τεῖκατος ποιεῖν καλῶς ἐφ' ὃ ἡ Μοῦσα αὐτὸν ὤρμησεν)<sup>2</sup>. Он же (Ibid. 534 d–e) рассказывает, как некий халкидонец Тинних, не создавший за свою жизнь ничего путного, однажды сочинил замечательный *пэан*, и поэтому новый гимн представлялся «неким изобретением муз» (ἐὕρημά τι Μοισᾶν), а не самого Тинниха. Таково было отношение к художественной стороне каждого произведения: это – дело богов, и человек не вправе входить в эту область. Он даже не должен даже стремиться понять механизмы, благодаря которым музыкальное искусство способно столь сильно воздействовать на человека, поскольку в любом случае этот механизм останется недоступным для его разумения.

Таково было отношение не только к музыкальному творчеству. Язычник, попадавший в храм Фидия, был уверен, что сами боги научили великого зодчего, как возвести храм, и только поэтому созданное строение производит на смертных столь неповторимое впечатление. Человек в состоянии определить лишь материал, из которого воздвигнуто величественное здание, высоту колонн, расстояние между ними и т. д., то есть он способен освоить *лишь технические, а не художественные стороны произведения*. Так и в случае с музыкальным произведением. Не человеческое дело стремиться понять, почему великие творения кифарода<sup>3</sup> Терпандра и авлета Олимпа производят столь удивительное впечатление. Можно осмыслить только элементы музыкального здания: звуки, их высотную и временную взаимосвязь, интервалы и их разновидности, звуковые системы и их координацию и т. д.<sup>4</sup>. Существовала искренняя вера в то, что

---

<sup>2</sup> Все переводы, приведенные в данной статье, выполнены ее автором.

<sup>3</sup> Существующая в русскоязычных переводах традиция давать этот термин как «кифаред» – ошибочна. Об этом уже неоднократно упоминалось. См.: Герцман Е. Тайны истории древней музыки. СПб., 2004. С. 15; см. также: Герцман Е. Парафразы Евгения Вулгариса о музыке. М., 2002. С. 153.

<sup>4</sup> Как известно, античное учение о гармонике (ἡ ἀρμονική) состояло из 7 «частей»: о звуках, об интервалах, о системах, о ладах, о тональностях, о модуляциях и о мелопее. Если первые шесть частей в античных музыкально-теоретических источниках излагаются тщательно и довольно пространно, то раздел о мелопее, т. е. о художественном произведении как таковом, либо просто опускается, либо излагается весьма кратко. Вот что пишется на этот счет,



все эти категории, претворяясь по-разному в различных произведениях и в неодинаковых стилях, каждый раз образуют новую по устройству музыкальную ткань. А причины ее эмоционального и духовного воздействия не поддаются человеческому разуму.

Такое мировоззрение призвало на помощь издавна понятую связь между звучанием и числом, которая помогла пифагорейцам сформулировать удивительно красивую (но, к сожалению, не во всем соответствующую реальности) теорию о пропорциональном выражении интервалов. Отвергая «суждение чувств», как недостоверное, они сосредоточили свое внимание на самом точном и абсолютно достоверном математическом воплощении всякого простейшего звукового соотношения – на делении струны. Изобретение такого «лабораторного» инструмента, как *канон* (его иногда именовали и *монохордом*), помогло пифагорейцам наглядно продемонстрировать математические «лики» интервалов. Сопоставление между звучанием «пустой» (т. е. неделимой) струны и соответствующим образом поделенной той же струны дало возможность выявить пропорциональные выражения интервалов (2 : 1 – октава, 4 : 3 – квинта, 3 : 2 – кварта и т. д.). Такая теория, отражавшая физическую (а не художественную) реальность, вынуждена была привлечь для своего изложения достаточно разнообразный математический аппарат, использовавшийся при демонстрации пропорций различного типа (кратных, сверхчастных, сверхразделенных и т. д.)<sup>5</sup>. В результате сформировавшаяся дисциплина еще со времен глубокой древности оказалась в ряду точных наук, которые на рубеже античности и средневековья, с легкой руки Бозция, получили наименование *quadrivium* – «четырехлутие». Квадривиум включал в себя арифметику, музыку, геометрию и астрономию. Следовательно, античное музыкознание, начиная с пифа-

---

например, в трактате «Введение в гармонику» (Εἰσαγωγή ἀρμονικῇ – § 1), который сейчас обычно приписывается некому Клеониду (время жизни его неизвестно, хотя по непонятным причинам это сочинение относят ко II в.): Μελοποιία δέ ἐστὶ χρῆσις τῶν ὑποκειμένων τῇ ἀρμονικῇ πραγματεία πρὸς τὸ οἰκεῖον ἐκάστης ὑποθέσεως («Мелопея же – это применение того, что установлено в гармоническом учении по отношению к особенности каждого сочинения»). И всё!

<sup>5</sup> Подробнее об этом см.: Герцман Е. Пифагорейское музыкознание. Начала древнеэллинической науки о музыке. СПб., 2003.

горейцев, все свои усилия направило на изучение собственно акустических, а не музыкально-художественных параметров музыки<sup>6</sup>, постоянно используя обширный математический аппарат.

Христианские ученые средневековья (и на Западе, и на Востоке) почти всегда следовали такой традиции. Новое время также не внесло существенных изменений: самые выдающиеся ученые, оставившие след в этой области – Марин Мерсенн (1588–1648), Пьер Гассенди (1592–1655), Христиан Гюйгенс (1629–1695), Жозеф Совер (1653–1716) – исследовали лишь акустические стороны звучащего музыкального материала.

Однако со второй половины XVII века в среде музыкантов стали появляться «свои» теоретики, стремившиеся найти логику в системе *собственно музыкальных средств выразительности*. Это не означает, что они начисто отказались от учета акустических единиц, использовавшихся в музыкальной практике. Как раз наоборот, они строго следовали сложившейся традиции, и интервалика всегда описывалась ими прежде всего по ее физическим характеристикам. Ведь, в конечном счете, само существование музыкального искусства связано с акустическими формами, вне которых оно невозможно. Поэтому акустика продолжала занимать важное место в музыкально-теоретических работах. Развитие музыкознания требовало, учитывая физико-акустическую сторону, найти то, что преобразует разнообразие звуков в художественное искусство. Поэтому, не покидая «акустической орбиты», постепенно и очень робко, теоретики рубежа XVII–XVIII столетий, самым тесным образом связанные с художественной практикой (многие из них были композиторами и исполнителями), начали поиск внеакустических «событий», происходивших и в каждом отдельном произведении, и в музыке в целом. Это был очень медленный и крайне сложный процесс. Ведь предстояло найти закономерности, свидетельствовавшие об автономной

---

<sup>6</sup> Конечно, это не означает, что античное музыкознание даже не начало обсуждать собственно музыкальную проблематику. Ученик Аристотеля и пифагорейцев Аристоксен из Тарента изложил в своих «Гармонических элементах» (Ἁρμονικὰ στοιχεῖα) важнейшие ладофункциональные категории музыкальной системы древности. Но это был один-единственный опыт подобного рода, оставшийся тогда без продолжения.

работе музыкального мышления как системы, и обнаружить факты, проявляющие смысловую организацию таких важнейших его категорий, как лад, тональность, мелодия, гармония, музыкальная форма, фактура и т. д.

Период поисков длился весьма долго и далеко не всегда был результативен. Начавшись со времен Джозефо Царлино (1517–1590), он растянулся на несколько столетий (строго говоря, этот процесс продолжается и по сегодняшний день). Подлинные «открытия» случались весьма редко. Но к началу XVIII века были достигнуты весьма существенные результаты, особенно в области осмысления гармонических закономерностей музыкального материала, а через них – и тонально-ладовых<sup>7</sup>. В связи с этим следует назвать таких теоретиков музыки как Иоганн Маттезон (1681–1764), Фридрих Вильгельм Марпург (1718–1764), Иоганн Филипп Кирнбергер (1721–1783) и другие. Постепенно в их среде формировалась новое направление музыкознания, когда акустические методы анализа если еще и не отходили на второй план, то, во всяком случае, они постепенно теряли свое первенство<sup>8</sup>. В результате значительно меньше стал

---

<sup>7</sup> Теперь уже ясно, что процесс познания шел словно «ретроспективно»: не от лада к гармонии, как требует логика музыкального мышления (поскольку всякое гармоническое образование является следствием определенных тонально-ладовых условий), а, наоборот, через гармонию осмысливались ладотональные параметры музыкального языка. Впоследствии такая «ракоходная методика» создаст много недоразумений, но тогда об этом никто не думал. Сложные гармонические построения европейской музыки предклассического и классического периодов не только притягивали к себе все внимание, но и вынуждали искать объяснение своей природы.

<sup>8</sup> Следует подчеркнуть, что постепенное переключение внимания на собственно музыкальные аспекты художественного материала было обусловлено стремлением выявить автономные и объективные закономерности музыкального мышления. Именно это оправдывало тогда изменение ориентиров в науке о музыке. Однако впоследствии такая тенденция не только усилилась, но и привела к тому, что с начала XX века теория музыки почти полностью исключила описание акустических феноменов. В результате музыкальная акустика стала рассматриваться как самостоятельная и, самое главное, отделенная от теории область знания. Вряд ли такое положение плодотворно. Вся история развития художественного творчества показывает, что музыкальные и акустические формы

употребляться и математический аппарат, всегда бывший их естественным спутником.

И как раз именно в это время, когда в европейском музыкознании наметилось такое направление, привлекавшее к себе все больше и больше сторонников, из печати выходит «Опыт...» Эйлера, который всем своим содержанием явно противоречил распространяющейся тенденции. Сей труд не только основан на традиционной методологии, ставящей во главу угла акустическую сторону музыкального материала, но в нем утверждается, что даже *эстетическое восприятие* музыки целиком и полностью зависит не от собственно музыкальных явлений, а от акустических форм их реализации. Поэтому использование в трактате математического аппарата доведено до такого уровня, на каком он до сих пор никогда не появлялся на страницах трудов, посвященных музыке. Хотя абсолютное большинство музыкально-теоретических работ XVI – начала XVIII вв. буквально переполнено различными математическими выражениями интервалов, они не идут ни в какое сравнение с книгой Эйлера, в которой сама суть музыкального искусства и особенности художественного восприятия объясняются математическими методами.

В свете описанных выше новых тенденций теоретического музыкознания такие идеи не могли быть восприняты положительно. Но прежде чем рассказать о том, как был встречен «Опыт...» в Европе, следует вернуться к тому времени, когда Эйлер лишь задумывал свой труд.

Получив образование на факультете свободных искусств Базельского университета (1720–1723), Эйлер поступает на богословский факультет того же университета, но вскоре оставляет его и всецело посвящает себя научной

---

выражения самым тесным образом взаимосвязаны, поскольку любые изменения в музыкальном мышлении всегда влекут за собой и изменение акустических форм. Я убежден, что такая связь предопределена *законом*: **музыкальные средства художественной выразительности для своего наилучшего воплощения требуют и соответствующих акустических условий.** Ведь как раз действием этого закона было вызвано применение в различные исторические периоды неоднотипных акустических строев и разных темпаций. Поэтому музыкальная теория и музыкальная акустика обречены на постоянный союз. Их отторжение друг от друга чревато самыми негативными последствиями для знания.

работе. Он публикует многочисленные исследования по математике и получает блестящие отзывы. Однако, несмотря на это, долгое время ему не удается найти постоянную и достойную его работу. Наконец, в 1726 году, благодаря рекомендациям академиков Санкт-Петербургской Академии наук Николая II Бернулли (1695–1726) и Даниила Бернулли (1700–1782), Эйлер получает приглашение в Петербург, и с 24 мая 1727 года он начинает работать в городе на Неве. С тех пор его жизнь и деятельность связаны с Россией и этим городом. Достаточно сказать, что из 76 лет своей жизни Эйлер 31 год работал в Петербурге и 25 лет в Берлине<sup>9</sup>.

Факты говорят о том, что Эйлер как музыкальный теоретик сформировался именно в Петербурге. Для такого заключения есть достаточно серьезные основания. Как можно судить по плану, сохранившемуся в записной книжке ученого за 1726 год<sup>10</sup> (т. е. за год до приезда в Россию), он задумал большую работу «Система музыкальной теории» (*Musices theoriae systema*). Судя по всему, 19-летний исследователь предполагал написать чисто подражательный

---

<sup>9</sup> Благоприятные условия для работы в Петербурге позволили Эйлеру за 14 лет опубликовать здесь объемную серию исследований по самым различным областям знаний. Однако после смерти императрицы Анны Иоанновны в российской столице сложилась неустойчивая политическая ситуация, связанная с борьбой за власть различных дворцовых группировок. Она отрицательно сказалась и на деятельности Академии Наук. И когда летом 1740 г. Эйлер получил приглашение от Фридриха Великого переехать в Берлин для работы в организуемой там Прусской Академии наук, то ученый принял это приглашение. Однако он все время сохранял связь с Россией (известно около 800 писем, составляющих переписку Эйлера с Петербургской Академией наук в берлинский период его жизни). В 1760 г., в результате разногласий с Фридрихом, Эйлер потребовал своей отставки и, воспользовавшись частным приглашением из России, вновь вернулся в Петербург, где и трудился до самой своей кончины.

<sup>10</sup> Enström G. Verzeichnis der Schriften Leonard Eulers. Leipzig, 1910. Busch H. R. Leonhard Eulers Beiträg zur Musiktheorie (= Kölner Beiträg zur Musikforschung. Bd. 58). Regensburg, 1970. S. 7–12. См. также: Церлюк-Аскадская С. С. Музыкально-теоретические рукописи Леонарда Эйлера и становление его концепции теории музыки // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. Сборник статей. Под ред. Н. Н. Боголюбова, Г. К. Михайлова, А. П. Юшкевича. М., «Наука», 1988. С. 333–344.

опус, принципиально ничем не отличающийся от распространенных в то время сочинений на подобную тему. Первую часть он планировал посвятить обсуждению вопросов, связанных с подразделением звуков на музыкальные и немusикальные («De distributione sonorum») и с дифференциацией музыкального материала по ладовым наклонениям («De divisione cantus in durum, mollem et neutrum»). Вторая часть должна была излагать основные правила гармонии («De distributione harmoniarum», «De insecutione harmoniarum» и т. д.)<sup>11</sup>. Третья же часть предназначалась для описания основ ритмики («De temporibus eorumque divisione») и характерных черт таких инструментальных жанров, как сарабанда, куранта, менуэт, жига, чакона, прелюдия и т. д. Иными словами, Эйлер не намеревался отходить от традиций.

Опубликованный же в Петербурге спустя 13 лет «Опыт...» не имел ничего общего с первоначальным ученическим планом. Это было фундаментальное исследование, не только излагавшее много новых и оригинальных идей, но и предлагавшее *новую концепцию научного освоения музыки* (хотя и традиционным методом). Во второй свой приезд в Петербург Эйлер написал сочинение «Об истинных принципах гармонии...»<sup>12</sup>. Вся же musica euleriana, кроме перечисленных двух трудов, включает еще две статьи: «Предположение о причинах некоторых диссонансов...»<sup>13</sup> и «О подлинном характере современной музыки»<sup>14</sup>. Сюда же следует отнести и некоторые письма из знаменитых «Писем

---

<sup>11</sup> В записной книжке главы этой части от 5 до 11 даны без названий.

<sup>12</sup> Euler L. De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis // Novi commentarii Academiae Scientiarum Petropolitanae, 18 (1773), 1774. P. 330–353.

<sup>13</sup> Euler L. Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique // Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, 20 (1764), 1766. P. 165–173.

<sup>14</sup> Euler L. Du véritable caractère de la musique moderne // Ibid. P. 174–199. Последние три работы в настоящей статье приводятся по изд.: Euleri L. Opera omnia. Serie III. Vol. I. Leipzig; Berlin, 1926. P. 568–586.

к немецкой принцессе»<sup>15</sup> (письма II–VIII излагают учение о звуках и аккордах).

Даты публикации этих сочинений показывают, что на протяжении почти всей своей научной деятельности параллельно с занятиями математикой, физикой, механикой, астрономией и оптикой Эйлер периодически обращался к изучению музыки.

Насколько великий математик сам был причастен к музыкальному искусству? Противники Эйлера почти никогда (за редчайшими исключениями) открыто не утверждали, что основная причина уязвимости его музыкально-теоретической концепции предопределена оторванностью математика от практической музыки. Эта мысль, даже не высказывавшаяся открыто, всегда незримо присутствовала в публикациях оппонентов Эйлера как нечто само собою разумеющееся.

Действительно, имеющиеся сведения о прямых его контактах с музыкальной практикой до предела ограничены и фрагментарны. Известно, что Эйлер был близок к семье маркграфов Бранденбургских, имевших собственную капеллу, и часто посещал их берлинский замок. Иногда приводится полуанекдотическое сообщение о том, как однажды, в присутствии гостей маркграфа, Эйлер утверждал, что нетрудно сочинить менуэт, теоретически зная определенную «схему». Затем якобы он сыграл на клавире инструментальное воплощение этой «схемы». После этого присутствовавший там известный композитор К. Г. Граун (1701–1759) сыграл собственный менуэт, который больше понравился слушателям, чем эйлеровский<sup>16</sup>. Еще одно весьма расплывчатое сообщение исходит от Николая Фуса, ассистента Эйлера с 1773 г.: «Главное отдохновение Эйлер полагал в музыке, но и тут присоединял он геометрический дух. Вдаваясь приятному чувству созвучия, углублялся он в исследования причин оного и во время самой игры

---

<sup>15</sup> Последнее издание: Euler L. *Lettres à une Princesse d'Allemagne* // *Euleri Opera omnia. Serie III. Vol. 11–12.* Zürich, 1960. Русский перевод: Л. Эйлер. Письма к немецкой принцессе о разных физических и философских материях. Издание подготовили М. А. Бобович, О. С. Заботкина, М. А. Зубков, Ю. Х. Копелевич, Н. И. Невская, Е. П. Ожигова, Я. А. Смородинский / Отв. ред. Н. И. Невская. СПб.: Наука, 2002.

<sup>16</sup> См.: Speisser A. *Einleitung zu den "Lettres à une Princesse d'Allemagne"* // *Ibid.* S. IX.

вычислял соразмерность звуков, и можно сказать, что *Опыт новой теории музыки*, в 1739 году им изданный, был плод его отдохновений»<sup>17</sup>. Особый интерес представляет нотная рукопись Эйлера, которая до сих пор хранится в его бумагах в Петербургском филиале Архива Российской Академии наук (фонд 136, опись 1, ед. хран. 108)<sup>18</sup>. Она представляет собой basso continuo с цифровой, принятой для обозначения соответствующих аккордов в эпоху генерал-баса. К сожалению, любая, даже очень точная «расшифровка» каждого такого произведения не в состоянии дать полного представления о нем, поскольку «цифрованный бас» предполагает активную импровизацию в верхних голосах.

Такие свидетельства подтверждают, что Эйлер не был чужд музыкальной практике. Конечно, остается неясным, насколько глубоки были его навыки в этой области и можно ли их определить как профессиональные. Но имел ли значение уровень его, так сказать, «музыкально-практической» подготовки при создании «Опыта...» и других музыкально-теоретических работ?

---

<sup>17</sup> Fuss N. Lobrede auf Herrn Leonhard Euler // Euleri Opera omnia. Series I. Vol. I. Leipzig, Berlin, 1911. S. LIX. На русском языке впервые этот текст был опубликован в самом начале XIX в.: [Фус Н.] Похвальная речь покойному Леонгарду Эйлеру, сочиненная на французском языке и читанная в собрании Академии октября 23 дня Николаем Фусом. Перевод С. Я. Румовского // Академические сочинения, выбранные для первого тома Деяний Императорской Академии наук. СПб., 1801. С. 97–167). Впоследствии она была перепечатана (с поправками на современную орфографию) в 1988 г. в сб.: Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука... С. 353–378. Приведенную в русском варианте цитату я стремился приблизить к первоначальному авторскому тексту.

<sup>18</sup> Подробнее об этом см.: Герцман Е. Неизвестная нотная рукопись Леонарда Эйлера // Памятники культуры. Новые открытия. Письменность. Искусство. Археология. Ежегодник за 1988 г. М.: Наука, 1989. С. 155–159. Эта рукопись была в свое время обнаружена известным отечественным историком математики и наследия Эйлера – Адольфом Павловичем Юшкевичем, который, зная мой интерес к музыкально-теоретическим работам великого математика, любезно сообщил мне о ней. В указанной выше статье приводится фотокопия этой рукописи, а также репродукция другой эйлеровской музыкальной рукописи из того же Архива (фонд 136, опись 1, ед. хран. 129) с черновыми набросками анализа ритмических единиц.



Чтобы правильно ответить на этот вопрос, следует вспомнить, что все античное музыкознание было создано не музыкантами-практиками, а учеными: это – пифагореец Архит, математики Евклид и Теон из Смирны, астроном и математик Клавдий Птолемей, философ Порфирий и многие другие. Все они по роду своей деятельности не имели никакого отношения к музыкальной практике. Даже об Аристоксене, который по праву считается основоположником античной науки о музыке, история не сохранила никаких свидетельств, способных подтвердить, что он хотя бы играл на каком-то музыкальном инструменте. А если в источниках он именуется *μουσικός* или *musicus*, то из этого не следует, что Аристоксен был «музыкантом», поскольку под этим термином подразумевался «тот, кто сведущ в науке о музыке» – той науке, которая исследовала акустическое пространство музыки с помощью математического выражения интервалов<sup>19</sup>. Авторами трактатов по средневековой *musica speculativa*, подлинной наследницы античной науки о музыке, также были ученые. Например, в Византии в этой области работали историк Георгий Пахимер и философ Никифор Григора<sup>20</sup>. То же самое происходило на Западе, как в Средние века<sup>21</sup>, так и в Новое время (достаточно вспомнить хотя бы уже упоминавшихся Мерсенна, Гассенди и Гюйгенса). Следовательно, многовековое развитие *musica speculativa* со всей очевидностью демонстрирует, что она была сферой интересов не музыкантов, а ученых<sup>22</sup>. Значит, музыкально-

---

<sup>19</sup> Непонимание этого может приводить ко всякого рода казусам. Например, даже такой выдающийся ученый, как Алексей Федорович Лосев, который дал блестящую русскую версию трактата Секста Эмпирика *Πρὸς μαθηματικούς*, заглавие 6-й книги *Πρὸς μουσικούς* перевел как «Против музыкантов» (см.: Секст Эмпирик. Сочинения в двух томах. Том II. М.: Мысль, 1976. С. 192). И это несмотря на то, что в тексте книги критикуются не музыканты, а музыкально-теоретические представления античности.

<sup>20</sup> См. об этом: Герцман Е. Музыкальная культура поздней Византии // Культура Византии. Т. III: XIII – первая половина XV вв. М., 1991. С. 528–550.

<sup>21</sup> См., например, Münxelhaus B. *Pythagoras musicus. Zur Rezeption der pythagoreischen Musiktheorie als quadrivieraler Wissenschaft im lateinischen Mittelalter.* Bonn; Bad Godesberg, 1976.

<sup>22</sup> Противоположно этому, в *musica practica*, которая представляла собой теорию, занимающуюся научным освоением явлений

практическая подготовка Эйлера не имела существенного значения для создания «Опыта...».

Каковы же главные задачи, решению которых Эйлер посвятил свой основной труд о музыке? Каковы методы, использующиеся в его сочинении?

Прежде всего, нужно учитывать основное музыкально-эстетическое кредо Эйлера. Он верил, что целью музыки является «наслаждение слуха» (*delectatio aurium* – I, 1)<sup>23</sup> и не более! К этому можно относиться по-разному, и скорее всего – как к чему-то наивному и бесконечно далекому от истинного назначения музыкального искусства. Более того, ученый считал, что все развитие музыки – ничто иное, как стремление доставлять все больше и больше приятности слуху. Как бы это ни выглядело с точки зрения нынешнего научного знания, не следует забывать, что речь идет о первой половине XVIII века. Подобный взгляд ничем радикально не противоречит бытовавшим тогда воззрениям (например, знаменитым музыкально-эстетическим взглядам Ж.-Ж. Руссо [1712–1778]). Находясь на таких позициях, Эйлер хотел сформулировать теорию, которая объяснила бы, почему одна музыка нравится, а другая – нет (*Ibid.*). Следуя принятому в «Опыте...» ракурсу, нужно было сформулировать правила, согласно которым одна музыка приятна для слуха, а другая – неприятна.

Вторая важнейшая эйлеровская идея заключается в том, что музыка, представляет собой некий «порядок» (*ordo*): «Произведение нравится, если мы воспринимаем *порядок* установленных в нем звуков» (*Concentus igitur musicus placebit, si ordinem sonorum eum percipimus* – II, 11). Причем порядок – это характерный признак не только музыки, но и всего совершенного. В музыке же подразумевается следующий порядок (II, 16):

Sunt autem in sonis duae res praecipue, quae ordinem continere possunt, eorum scilicet gravitas vel acumen, in quibus quantitatem sonorum posuimus, et duratio.	В звуках существуют две важные вещи, которые могут содержать порядок: а именно, их низина и высота, в которых мы установили количество звуков, и длительность.
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

---

музыкальной практики (например, нотации), всегда работали музыканты-профессионалы.

<sup>23</sup> При ссылках на «Опыт...» всегда указывается цитирующийся раздел (римскими цифрами – номер главы, а арабскими – параграфа).

Другими словами, этот порядок заключен в двух аспектах музыкального материала – в высотном и временном. Нужно отдать должное стремлению Эйлера проанализировать «порядок» двух важнейших категорий музыкального пространства, так как именно они определяют суть любого художественного произведения. Но, к сожалению, весь «Опыт...» направлен на освоение только звуковысотного порядка, тогда как временной – почти полностью опущен. И это не вина, а беда Эйлера. Причем не только его, а всего европейского музыкознания. С древнейших времен было хорошо известно, что музыка выражается высотным положением звуков и их длительностью. Поэтому уже с самых первых шагов развития науки о музыке внимание было сосредоточено на изучении этих двух пластов музыкального материала. Но если первый из них с трудом, но все же поддавался исследованию, то второй продолжал оставаться тайной. Еще на заре музыкознания Аристоксен попытался древнюю теорию поэтических метра и ритма приспособить к музыке. Но по сохранившимся 36 параграфам его трактата «Элементы ритмики» совершенно очевидно, что это механическое приспособление норм одного искусства к другому не способно дать никаких плодотворных результатов (за исключением, конечно, гениальной идеи о *χρόνιος πρῶτος*)<sup>24</sup>. После Аристоксена бесчисленные поколения исследователей пытались распознать систему музыкального ритма, но она всегда ускользала от них. И даже теперь, когда музыкальная наука обладает довольно развернутыми учениями о ладотональности, гармонии, форме, фактуре, оркестровке и т. д., музыкальный ритм почти во всем продолжает оставаться *terra incognita*. Поэтому не стоит удивляться тому, что Эйлер, провозгласив в качестве важнейших объектов своего исследования звуковысотные и временные аспекты музыкального материала, ограничился только первым. А жаль! Было бы интересно узнать, каким образом он соединил бы в одно целое критерии оценки звуковысотного и временного «порядков», которые совершенно различны по своей природе.

---

<sup>24</sup> Последнее издание текста: Aristoxeni Elementa rhythmica. The Fragment of Book II and the additional evidence for Aristoxenean Rhythmic Theory. Texts edited with introduction, translation, and commentary by Lionel Pearson. Oxford, 1990.

Как бы там ни было, но все свое внимание ученый сосредоточил на «порядке», заключенном в высоких и низких звуках.

Теперь нужно понять, каким образом, по мнению Эйлера, воспринимается этот «порядок», являющийся источником приятных ощущений. Он был убежден, что «причину, почему [музыка] нравится или не нравится, нужно искать не только в самом [звучащем] объекте, нужно смотреть и на чувства, посредством которых мышлением воспроизводится изображение объекта» (*non solum enim in ipso obiecto ratio, cur placeat vel displiceat, est quaerenda, sed ad sensus, per quos obiecti imago menti repraesentatur, quoque est respiciendum* – II, 2).

Свой главный постулат, касающийся восприятия, Эйлер излагает в самом начале сочинения – во вступлении, утверждая, что, если слух различает пропорции звучащих интервалов, то музыка приятна, в противном же случае – неприятна. Следовательно, речь идет о способности мышления слушателя производить некий математический анализ каждого звучащего образования и выявлять его пропорциональное выражение. По мнению ученого, «слышание простого звука – ничто иное как восприятие многих колебаний, следующих одно за другим в равные промежутки времени» (*auditionem soni simplicis nil aliud esse, nisi perceptionem plurium pulsuum aequalibus temporis intervallis se invicem insequentium* – Praefatio).

Пусть сегодня эта мысль выглядит фантастической, но Эйлер не единственный приверженец подобного взгляда. Вспомним хотя бы знаменитое выражение Г.-В. Лейбница (1646–1716): *musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi*<sup>25</sup> («музыка – это скрытое упражнение в арифметике не умеющей считать души»). Поэтому нет ничего удивительного в том, что Эйлер примкнул к этому воззрению, поскольку оно как нельзя лучше соответствовало его собственной точке зрения (II, 18):

*Duobus sonis propositis percipiemus eorum relationem, si intelligamus rationem, quam pulsuum eodem tempore editorum numeri inter se habent. ... Ex quo apparet omnem in musica*

При двух данных звуках мы воспринимаем их отношение, если мы познаем пропорцию, которую имеют между собой числа вибраций, издающихся в одно и то же время. ... Из чего следует,

<sup>25</sup> Leibnitz G. W. v. *Epistolae ad diversos*. Vol. I. Leipzig, 1734. P. 241.

voluptatem oriri ex perceptione rationum, quas plures numeri inter se tenent, quia etiam durationum tempora numeris exprimi possunt.

что все удовольствие в музыке происходит от восприятия пропорций, которые имеют между собой несколько чисел, потому что времена длительностей также могут выражаться в числах.

Действительно, если суть музыкального порядка заключена в пропорциях физических колебаний, то восприятие звучаний обязано освоить отношение этих вибраций как по «вертикали» (звуки различной высоты), так и по «горизонтали» (их длительности). Ведь «слуху ничего не передается, кроме распространяемых в воздухе вибраций от звучащего тела» (*praeter pulsus per aërum promotos a corpore sonante ad aures nihil deferri* – I, 5). Если же слушатель не поймет этих пропорций, то музыкальный материал окажется для него неприятным. Эйлер искренне верил, что примитивные народы не могут понять «нашу» музыку, так как не могут «схватить» ее «столь сложный порядок» (*tam multiplicem ordinem* – *Praefatio*). Иначе говоря, его мысль предполагала, что эти народы не слышат «пропорций вибраций» европейской музыки, тогда как в своей национальной музыке они хорошо их различают.

Нужно думать, что изложенная концепция стала следствием стремления оперировать объективными критериями<sup>26</sup>. Для ученых эпохи Эйлера (да и многих предыдущих поколений) из всех компонентов, составляющих музыкально-художественное целое, акустическая природа звучащего комплекса представлялась единственным объективным фактором, не зависящим от различия многочисленных композиторских и исполнительских индивидуальностей. Она рассматривалась как тот феномен, анализ которого способен показать подлинные основы музыкального искусства, «незатуманенные» специфическими особенностями восприятия каждого отдельного слушателя. А так как в XVII–XVIII вв. были сделаны важные открытия в области музыкальной акустики, то это еще больше способствовало утверждению указанного принципа. В акустической «конструкции» звука и интервала ученые видели рациональную основу для возведения здания музыкальной теории. Действительно, работы

---

<sup>26</sup> Это напоминает стремления пифагорейцев, которые изобрели для определения интервалов специальный инструмент – канон, чтобы не прибегать к помощи часто ошибающегося слуха.

М. Мерсенна (1588–1648), Ж.-Ф. Рамо (1683–1764), Дж. Тартини (1692–1770) и других недвусмысленно свидетельствуют об этом. Эйлер здесь не был исключением (*Ibid.* II, 17):

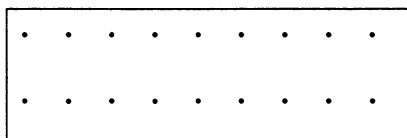
In musica vero ordinem quantitates constituunt: nam sive gravitatem et acumen sive durationem respiciamus, utrumque quantitativis determinatur; illud scilicet pulsum in aëre productorum celeritate; hoc vero tempore per quod sonus quisque producitur.

В музыке же порядок устанавливают количества: действительно, если мы наблюдаем либо низину и высоту [звуков] либо [их] длительность, то и то и другое определяется количествами; первое, разумеется, [зависит] от скорости вибраций, производящихся в воздухе, а второе – от времени, в течение которого каждый звук производится.

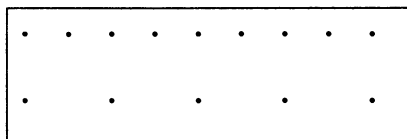
Но Эйлер прекрасно понимал, что в музыкальном искусстве используется достаточно много звуков и еще больше звуковых соединений – интервалов и многозвучных аккордов. Более того, все они исполняются в определенный промежуток времени и, самое главное, на конкретных участках музыкальной формы, каждый из которых имеет особые размеры. Поэтому первая стоявшая перед ученым задача заключалась в том, чтобы установить способы математически-слуховой оценки всех этих многочисленных явлений, от самых простейших (одионый звук или интервал) до самых сложных (длительная последовательность мелодии, сопровождаемая многочисленными аккордами, изложенными в рамках целого раздела музыкальной формы). Даже искренне веря в то, что при восприятии музыки слуховое сознание занимается «скрытым упражнением в арифметике», становилось ясно, что подобное «упражнение», с точки зрения Эйлера, нужно было осуществлять с каждым из многочисленных смысловых уровней звучащего комплекса. Это подразумевало мысленно-слуховые вычисления целой серии математических выражений, «представляющих» различные уровни музыкального целого: от самого простого до самого сложного. Затем же каким-то образом предстояло сводить все столь «бессознательные вычисления» к единому итогу, от которого в конечном счете и зависела всеобщая слуховая оценка конкретного произведения. Задача не из легких.

Для ее реализации Эйлер предложил метод, целью которого было установление «степени приятности» или «ступени приятности» (*gradus suavitatis*) каждого из смысловых уровней звучащей музыкальной ткани. Основываясь на идее, согласно которой при увеличении разницы вибрационных движений звуков, составляющих любое созвучие,

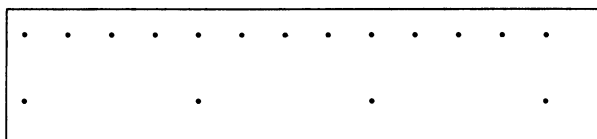
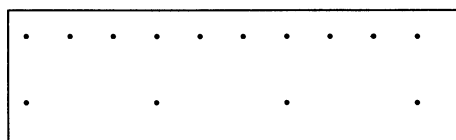
его «степень приятности» уменьшается, он пришел к заключению, что простейшим и самым приятным созвучием является унисон, так как оба его звука имеют одинаковое число колебаний (1 : 1). Схематически Эйлер представлял унисон двумя рядами точек, расположенных друг против друга:



Отсюда он заключил, что унисон – «первая и простейшая для нас степень порядка» (*primum et simplicissimum nobis gradum ordinis*), а, следовательно, это звучание имеет 1-ю «степень приятности». На том же основании октава (2 : 1) имеет 2-ю «степень приятности»:



Затем следовала дуодецима (3 : 1) и двойная октава (4 : 1), которым придавалась одна общая 3-я «степень приятности»:



Свою позицию в этом вопросе Эйлер аргументировал следующим образом. Отношение 3 : 1 очень простое, так как выражено «меньшими числами», а о пропорции 4 : 1 он писал: «очевидно, что четверное [отношение] воспринимается легче, поскольку состоит из удвоенного двойного отношения и поэтому узнается не намного труднее, чем само двойное» (*haec vero quadruplo ideo facilius percipi videtur, quod sit rationis duplae dupla hincque non multo difficilius discernatur quam dupla ipsa* – II, 22). Судя по фразе Эйлера «*in utramque partem potest disputari*» («можно говорить за и против»), он

понимал спорность своего аргумента, однако не отказался от него. Вслед за дуодецимой (3 : 1) и двойной октавой (4 : 1) показатели (exponentes) «степени приятности» получают квинта (3 : 2), кварта (4 : 3), терция (5 : 4) и т. д.

Знакомясь с этими материалами, следует знать, что мысль о «степени приятности» не является изобретением Эйлера. Этой идее много столетий. Так, Боэций (принято считать, что он жил приблизительно с 480 по 524 гг.) в своем трактате *De institutione musica* (II, 18–20) описывает несколько методов подразделения созвучий (*consonantiae*), призванных выявить «лучшие» и «худшие» из них. Эта операция именуется у Боэция «порядком созвучий» (*ordo consonantiarum*).

Один из таких методов приписывается пифагорейцам (*secundum Pythagoricos*), без указания конкретных имен. В его основе лежит известная пифагорейская установка, согласно которой симфонные интервалы (*συμφωνίαι*), выражающиеся кратными пропорциями (*multiplices* = *πολλαπλάσιοι*), являются наилучшими. За ними следуют интервалы, определяющиеся эпиморными отношениями (*superparticulares* = *ἐπιμόριοι*, в русском варианте – *сверхчастные*)<sup>27</sup>. Причем и среди кратных, и среди эпиморных существует особый порядок: «место» интервала зависит от того, сколько раз меньший член содержится в большем. В результате возникает такая последовательность из трех кратных пропорций и двух сверхчастных<sup>28</sup>:

- |                           |                   |
|---------------------------|-------------------|
| 1) 2 : 1 – октава         | 4) 3 : 2 – квинта |
| 2) 3 : 1 – дуодецима      | 5) 4 : 3 – кварта |
| 3) 4 : 1 – двойная октава |                   |

Другую *ordo consonantiarum* Боэций (*Ibid.* II, 19) связывает с именами пифагорейцев Евбула из Мессены и Гиппаса из Метапонта. Они несколько перестраивают первую последовательность, основываясь на том, что «увеличение кратности должно соответствовать уменьшению сверхчастности» (*multiplicitatis augmenta superparticularitatis diminutione... respondere*):

<sup>27</sup> Подробнее о «симфонных» и «диафонных» интервалах, а также о типах этих пропорций см.: Герцман Е. Пифагорейское музыкознание. С. 135–145.

<sup>28</sup> См. Герцман Е. Музыкальная боэциана. СПб., 1995. С. 247–248.



- |                      |                           |
|----------------------|---------------------------|
| 1) 2 : 1 – октава    | 4) 4 : 3 – кварта         |
| 2) 3 : 2 – квинта    | 5) 4 : 1 – двойная октава |
| 3) 3 : 1 – дуодецима |                           |

По утверждению Боэция (Ibid. II, 19), Никомах из Гера-сы (живший, согласно современным историкам, во II в.) предложил некую парную классификацию созвучий по принципу «противоположного расположения» (*contraria positio*), и возглавляет эту последовательность октава<sup>29</sup>:

	2 : 1	
	октава	
3 : 1		3 : 2
дуодецима		квинта
4 : 1		4 : 3
двойная октава		кварта

Из этого следует, что эйлеровская «степень приятности» – только некое возрождение древней идеи<sup>30</sup>, но, конечно, расширенной и распространенной на почти все доступные для нее параметры отдельного музыкального произведения. Действительно, если в древности она применялась только для осмысления разницы интервалов (и лишь «созвучных», по терминологии новоевропейской традиционной теории – «чистых»), то Эйлер проецирует ее на самые разные смысловые уровни произведения, на различные по сложности объекты звучания («Опыт...» VI, 12):

<sup>29</sup> В дошедшем до нас тексте трактата Никомаха «Гармоническое руководство» (Ἁρμονικὸν ἐγχειρίδιον) эта система отсутствует, см.: Nicomachi Pythagorei Geraseni Enchiridion harmonikon // Jan K. v. Musici scriptores graeci. Leipzig, 1895. P. 209–265.

<sup>30</sup> Об общности и отличиях эйлеровской «степени приятности» и аналогичных древних воззрений см.: Герцман Е. В. Леонард Эйлер и история одной музыкально-математической идеи // Развитие идей Эйлера и современная наука... С. 321–332.

Quo ergo opus musicum placeat requiritur, ut primo singularum consonantiarum exponentes percipiantur; deinde ut binarum consonantiarum successio- num exponentes cognoscantur. Tertio, ut singularum periodorum exponentes animadvertantur. Quarto ut successionum binarum periodorum exponentes, seu modorum mutationes percipiantur. Quinto denique ut omnium periodorum hoc est totius operis musici exponens intelligatur. Qui ergo haec omnia perspicit, is demum opus musicum perfecte cognoscit, de eoque recte iudicare potest.

Чтобы музыкальное произведение нравилось, требуется, во-первых, чтобы были известны показатели отдельных созвучий; во-вторых, – показатели последовательностей созвучий. В третьих, чтобы были определены показатели отдельных периодов. В четвертых, – чтобы принимались во внимание показатели двух последовательных периодов или изменения ладов. В пятых, чтобы был известен показатель всех периодов, т. е. всего музыкального произведения. Итак, кто знает все это, только тот в совершенстве познаёт музыкальное произведение и может судить о нем верно.

Таким образом, для Эйлера всякое музыкальное произведение после соответствующего анализа превращается в систему коэффициентов, выражающих «степень приятности» музыкального материала, изложенного в различных частях формы («периодов»). Интересно, что даже лад (*modus*) для него представляется «ничем иным, как показателем ряда созвучий» (*nil aliud sit nisi exponens seriei consonantiarum*). Знакомясь с текстом «Опыта...», читатель имеет возможность понять, как великий математик предлагает препарировать музыкальное произведение ради одной единственной цели – вычислить, насколько оно «приятно».

Стоит ли говорить о том, что подобные вычисления не имеют никакого отношения ни к музыке, ни к искусству вообще, или, как говорил уже упоминавшийся ассистент Эйлера Николай Фус, передававший, очевидно, воззрения противников своего наставника, «не во власти геометра чувствования души подвергнуть исчислению»<sup>31</sup>. Действительно, конфликт между установками метода Эйлера и художественно-эстетическим восприятием музыкального произведения очевиден.

В связи с этим целесообразно напомнить о том, что в древности, когда зарождался метод, принятый Эйлером, его использовали только в крайне ограниченных рамках.

---

<sup>31</sup> [Фус Н.] Похвальная речь покойному Леонгарду Эйлеру. С. 358.

Адепты метода давали себе отчет в невозможности проникнуть в тайны творчества. Эйлер же, безоговорочно веривший во всемогущество математики, пытался перешагнуть границы ее возможностей и довел античный принцип до полного фиаско.

С этой точки зрения интересно обратить внимание на то, что еще в античные времена самые дальновидные ученые осознавали дефект подобного метода и его несоответствие художественной практике. Казус, происшедший с пифагорейцами, изгнавшими «чистую» ундециму из разряда «симфонных» интервалов, со всей очевидностью продемонстрировал уязвимость метода. Как известно, ундецима тогда «поплатилась» за то, что ее пропорциональное выражение (8 : 3) противоречило установленным принципам *ordo consonantiarum*<sup>32</sup>. На это несоответствие между пифагорейским методом и реальной художественной практикой указал еще Клавдий Птолемей (*Harmonika* I, 5)<sup>33</sup>. Но, как мы видим, спустя много столетий Эйлер, вооруженный верой в безграничные возможности математики, продолжил пифагорейскую традицию и, даже не желая того, невольно продемонстрировал ее полную несостоятельность в применении к *музыкальному искусству*.

Вместе с тем, отдельные фрагменты текста «Опыта...» позволяют нам утверждать, что Эйлер, во-первых, рассчитывал на активное развитие своих идей в будущем, а во-вторых, он искренне верил, что его идеи окажут влияние не только на теорию музыки, но и на *художественную практику*. Завершая *Praefatio*, ученый писал:

Haec autem omnia tanquam primum tantum fundamenta, quibus completa musicae theoriae sit superstruenda, proponimus, atque ulteriorem evolutionem et ad praxin accommodationem expertis musicis committimus, minime dubitantes, quin tam musica theoretica quam practica ex his principiis tandem ad

Все это мы представляем лишь как первые принципы, на которых должна быть выстроена полная теория музыки, и мы предлагаем ее дальнейшее развитие и применение в практике компетентным музыкантам, нисколько не сомневаясь, что с помощью этих принципов

<sup>32</sup> Подробнее об этом см.: Герцман Е. Пифагорейское музыкознание. С. 166–171.

<sup>33</sup> Ptolemaios. Die Harmonielehre des Klaudios Ptolemaios / hrsg. I. Düring. Göteborg, 1930 (= Göteborgs Högskolas Årsskrift, 36/1). P. 11, 1 – 12, 7.

summum perfectionis perducí как теоретическая, так и  
possit. практическая музыка, в конце  
концов, может быть доведена  
до совершенства.

Историческая заслуга Эйлера, скорее всего, состоит именно в том, что после публикации его «Опыта...» со всей очевидностью проявилась ограниченность возможности математики для познания художественного творчества. Конечно, не последнюю роль в этом сыграли музыкальные теоретики – современники Эйлера. Они своим упорным трудом начали возводить новое здание науки о музыке, фундамент которой основывался на собственно музыкальных категориях. В такой конструкции математическому аппарату отводилось достойное место только при описании акустических сторон музыкального материала. Поэтому нет ничего удивительного в том, что новые теоретики музыки не приняли концепцию Эйлера, рассматривая ее как рецидив далекого прошлого, пусть и талантливо выполненный.

Знаменитый Иоганн Маттезон, обсуждая «Опыт...», выступал против использования всякого математического аппарата при обсуждении вопросов музыки<sup>34</sup>. Критиковал Эйлера и издатель «Музыкальной библиотеки» Лоренц Мицлер (1711–1778)<sup>35</sup>. Иоганн Шейбе (1708–1776), негативно относясь к любым числовым теориям в музыке, саркастически заметил, что «аккорды великого Эйлера ... никогда не смогли бы тронуть и взволновать сердца слушателей»<sup>36</sup>. Правда, Николай Фус (и, очевидно, сам Эйлер) трактовал все эти высказывания иначе: «Сие глубокомысленное и новыми или новым образом предложенными мыслями наполненное сочинение не имело желаемого успеха, может быть для того, что содержит в себе много геометрии для упражняющихся в музыке или много музыки для геометра»<sup>37</sup>. Но это было далеко не так. Против Эйлера

---

<sup>34</sup> Mattheson J. Die neue Zahl-Theorie, 1739 // Plus ultra. T. 3. Hamburg, 1755. S. 539.

<sup>35</sup> Mizler L. Musikalische Bibliothek. Bd. III. Teil 2. Leipzig, 1746. S. 328.

<sup>36</sup> Scheibe J. Ueber die Musikalische Composition. Erster Theil. Leipzig, 1773. S. XVIII.

<sup>37</sup> [Фус Н.] Похвальная речь покойному Леонгарду Эйлеру. С. 358.

выступили чуть ли не самые видные европейские музыковеды, которые, в соответствии с нормами музыкально-теоретической подготовки того времени, достаточно хорошо были знакомы с математическим аппаратом, использовавшимся в «Опыте...». В этом можно убедиться даже при самом беглом обзоре их трудов. Следовательно, противостояние между ними и Эйлером было обусловлено более серьезными основаниями.

Кроме указанных выше, существовали еще две причины, не способствовавшие принятию эйлеровской теории в кругах музыкантов: активное внедрение в европейское музыкально-теоретическое мышление равномерной темперации и всеобщее распространение концепции Ж.-Ф. Рамо. Эти два события стали важными явлениями европейской музыкальной культуры первой половины XVIII века. Темперация была востребована самой эволюцией музыкального мышления, а теория Ж.-Ф. Рамо оказалась серьезным шагом музыкально-теоретической мысли, стремящейся вырваться из многовекового «акустического плена». В последней уже вполне отчетливо заявили о себе установки, связанные с собственно музыкальными (ладотональными) категориями гармонического языка. Однако у Эйлера было свое отношение к этим тенденциям современного ему музыкознания.

Он понимал, что благодаря равенству всех тонов и полутонов при равномерной темперации «легко можно исполнить всякую мелодию (*non incommode quaevis melodiae ... cantari possint*) выше и ниже на полутон или любой [другой] интервал» («Опыт...» IX, 19). Однако Эйлер считал, что такая темперация неприемлема «из-за отсутствия рационального отношения между звуками, исключая октаву» (*ob nullam sonorum rationem rationalem praeter octavas* – Ibid. IX, 17). Судя по воззрениям Эйлера, он не мог согласиться с темперацией, так как она унифицировала интервальные величины и одновременно с некоторыми удобствами обедняла интонационное разнообразие музицирования<sup>38</sup>. Поэтому ученый строил свою систему, не принимая во внимание равномерную темперацию.

---

<sup>38</sup> Следовательно, утверждение, что эйлеровский «Опыт» представляет собой «как бы математический аккомпанемент к «Хорошо темперированному клавиру» И. С. Баха» (см.: Юшкевич А. П. Леонард Эйлер. М., 1982. С. 14), является очевидным недоумением.

Кроме того, взгляды Эйлера во многом отличались от точки зрения Рамо, теория которого начала в то время свое победное шествие по Европе. В некоторых же случаях музыкант Рамо и математик Эйлер разговаривали на разных языках, и это также не способствовало их взаимопониманию. Так, например, Рамо мог оценивать звуки октавы только как музыкально (т. е. ладотонально) идентичные. Конечно, Эйлер прекрасно знал, что «в музыке подобными считаются звуки, отличающиеся одной или многими октавами» (*in musica soni una pluribusve octavis discrepantes pro similibus habeantur*)<sup>39</sup>. Однако все звуки, в том числе и находившиеся на расстоянии октавы друг от друга, он рассматривал лишь как акустические точки, размещенные на различных высотных уровнях, а потому выражавшиеся различными числовыми пропорциями. Столь противоположный подход к одному и тому же явлению и вызвал критическую отповедь Ж.-Ф. Рамо – «Извлечение из ответа господину Эйлеру...», которая появилась в печати уже после смерти математика<sup>40</sup>.

Все эти обстоятельства сыграли свою роль в судьбе музыкально-теоретического наследия Эйлера. Уже на рубеже XIX–XX столетий Гуго Риман (1849–1919) писал, что основной труд Эйлера доказал «несостоятельность математики для обоснования музыки»<sup>41</sup>, и рассматривал теорию Эйлера как «чрезвычайно вычурное построение»<sup>42</sup>, называя ее «предостерегающим примером для всех времен»<sup>43</sup>. Такой же точки зрения придерживался и известный в свое время историк музыки К. Штумпф (1848–1893)<sup>44</sup>. Положительные оценки в адрес Эйлера звучали только из «лагеря физиков», работавших в области музыкальной акустики. Так, к теории Эйлера благосклонно относился Генрих Гельмгольц (1821–

---

<sup>39</sup> Euler L. *De harmoniae veris principiis per speculum musicum repraesentatis*. P. 570 (§ 4).

<sup>40</sup> Rameau J.-Ph. *Extrait d'une reponse à M. Euler sur l'identité des octaves* // *Mercure de France*. Paris, 1753. P. 1–14.

<sup>41</sup> Риман Г. *Музыкальный словарь*. М., 1902. С. 1473.

<sup>42</sup> Riemann H. *Musikalische Syntaxis*. Leipzig, 1877. S. 10.

<sup>43</sup> Riemann H. *Grundriss der Musikwissenschaft*. Leipzig, 1908. S. 69.

<sup>44</sup> Stumpf C. *Konsonanz und Dissonanz* // *Beiträge zur Akustik und Musikwissenschaft*, 1898. Bd. I. S. 22.

1894), считая, что в ней «множество частных выводит поразительно верно». Немецкий ученый полагал, что его собственные изыскания «дополняют в известном смысле то, чего недоставало в исследованиях Эйлера»<sup>45</sup>.

Однако последующее развитие музыкознания показало, что критики Эйлера были правы не во всем. Конечно, наука о музыке должна иметь в своем распоряжении собственные средства для решения самых разнообразных задач. Но привлечение математических методов анализа никогда не вредило, а лишь способствовало лучшему обоснованию музыкально-теоретических положений, ясности и строгости их изложения. Главное заключается в том, чтобы объект анализа был способен оцениваться математически, например, когда требуется сопоставление различных акустических систем, неоднотипных форм ладово-акустической практики и, в конечном счете, сравнение различных величин одних и тех же интервалов. Подтверждение этому обнаруживается в работах многих исследователей неевропейских культур или музыковедов, работающих в области сравнительного музыкознания. Плодотворность применения математики может также продемонстрировать любое музыкально-теоретическое исследование, в котором многообразие звуковысотных отношений художественной практики не заменено схоластическими температурными величинами. Поэтому не все музыкально-теоретические идеи Эйлера следует оценивать как несостоятельные.

К таким идеям нужно отнести, например, ту, которую условно можно назвать «теорией замены». Эйлер считал: «необходимо отличать отношения, которые в данный момент замечает наш слух, от тех отношений, которые заключаются в звуках выражаемых числами» (*il faut bien distinguer les proportions que nos oreilles apperçoivent actuellement de celles que les sons exprimés en nombres renferment*)<sup>46</sup>. По этому поводу он писал, что при равномерной темперации, например, квинта может выражаться различными иррациональными пропорциями (даже  $\sqrt[2]{2^7}$ ), незначительно отли-

---

<sup>45</sup> Гельмгольц Г. Учение о слуховых ощущениях как физиологическая основа для теории музыки. Пер. с нем. М. Петухова. СПб., 1875. С. 326, 327.

<sup>46</sup> Euler L. Conjecture sur la raison de quelques dissonances généralement reçues dans la musique. P. 511 (§ 7).

чающимися от простейшей квинтовой пропорции 3 : 2. И хотя инструмент настроен по равномерной темперации, слух все равно воспринимает этот интервал как соответствующий пропорции 3 : 2. Эйлер был убежден:

... la proportion apperçue par les sens est souvent différente de celle qui subsiste actuellement entre les sons. Toutes les fois que cela arrive, la proportion apperçue est plus simple que la réelle et la différence est si petite qu'elle échappe à la perception; l'organe de l'ouïe est accoutumé de prendre pour une proportion simple toutes les proportions qui n'en diffèrent que fort peu, de sorte que la différence soit quasi imperceptible<sup>47</sup>.

...воспринимаемая чувствами пропорция зачастую отличается от той, которая действительно существует между звуками. Всякий раз как это происходит, оказывается, что воспринимаемая пропорция проще, чем действительная, и разница их настолько мала, что не воспринимается; орган слуха привык принимать за простую пропорцию все пропорции, имеющие незначительные различия, разница между которыми почти незаметна.

Невозможно не заметить, что подобная точка зрения серьезно дискредитирует мнение о музыке как о «скрытом упражнении в арифметике». Ведь, согласно «теории замены», одно математическое выражение звучащего созвучия наш слух «самовольно» заменяет другим, и это дает возможность объяснить восприятие постоянно обновляющейся интервалики. Не является ли «теория замены» предвосхищением идеи о «зонной природе слуха», обнародованной почти два столетия спустя?<sup>48</sup> В самом деле, обе концепции предполагают наличие конкретных разновидностей одних и тех же интервалов, которые, в конечном счете, воспринимаются слухом как одна и та же интервальная единица. Уверен, что для выявления вклада Эйлера в музыкознание это сопоставление достаточно знаменательно.

Историкам музыкальной педагогики еще предстоит по достоинству оценить практические рекомендации Эйлера по сольфеджированию нетемперированного звукоряда, подробно изложенные в статье «О подлинном характере современной музыки».

---

<sup>47</sup> Ibid. P. 512 (§ 9).

<sup>48</sup> Гарбузов Н. А. Зонная природа звуковысотного слуха. М.; Л., 1948. Его же: Внутризонный интонационный слух и методы его развития. М.; Л., 1951.



Нельзя также забывать, что Эйлер был в первом ряду тех немногих теоретиков, которые признавали необходимость внедрения в музыкальную практику интервалов, выражавшихся числом 7. Как известно, впервые в пользу «септимальных» интервалов высказался Марин Мерсенн. Затем эта мысль прозвучала у Рене Декарта (1596–1650) и Г.-В. Лейбница. Христиан Гюйгенс разработал 31-звуковую темперацию, содержащую такие интервалы<sup>49</sup>. Эти ученые предвидели расширение средств музыкальной выразительности и способствовали активизации теории в их изучении. В XVIII веке первым к ним присоединился Эйлер, писавший («Опыт...» VIII, 15.):

In musica ad hunc usque diem aliae consonantiae non sunt receptae, nisi quorum exponentes constant numeris primis solis 2, 3 et 5 ... tentabimus quoque 7 introducere.

До сегодняшнего дня в музыке не применялись другие созвучия кроме тех, показатели которых состоят только из простых чисел 2, 3 и 5 ... Мы же попытаемся ввести также [интервалы, в показатели которых входит число] 7.

Позднее примеру Эйлера последовали Дж. Тартини, Ж. Серр (род. 1704), Ж.-Ж. Руссо и другие. Таким образом, среди ученых XVIII в. Эйлер был пионером в этом вопросе и вывел много ладовых звукорядов с такими интервалами. Все эти стороны его исследований не могли не привлечь внимание современников. В Италии идеями Эйлера интересовались падре Мартини (1706–1784) и известный теоретик Франческо Валлоти (1697–1789)<sup>50</sup>. В Германии его активным приверженцем был такой знаменитый композитор и теоретик, как Иоганн Кирнбергер (1721–1783). Впоследствии, уже в XIX в. Ф. Фетис (1784–1871) высоко оценил теоретические изыскания Эйлера<sup>51</sup>. В то же время «Опыт...» был переведен на французский язык<sup>52</sup>, т. е. спустя целое

<sup>49</sup> Подробнее об этом см.: Vogel M. Die Zahl Sieben in der spekulativen Musiktheorie. Phil. Diss. Bonn, 1955.

<sup>50</sup> См.: Martini G. Carteggio inedite del P. Giambattista Martini coi piu celebri musicisti del suo tempo. Ed. C. Parisini. Bologna, 1888. P. 110.

<sup>51</sup> Fetis F. Esquisse de l'histoire de l'harmonie. Paris, 1840 (s. v. Euler).

<sup>52</sup> Euler L. Essai d'une nouvelle théorie de la musique, par M. Mádou. Bruxelles, 1839 (Oeuvres complètes en français de L. Euler.

столетие после его первого выхода в свет. Настоящий же русский перевод предпринимается почти через 170 лет. Но теперь, когда страсти об идеях «Опыта...» улеглись и стали достоянием истории, этот трактат воспринимается как *памятник науки*.

Музыкально-теоретическое наследие Эйлера, как и все выдающееся, имеет свои «свет» и «тьнь». Представляя собой одну из многочисленных ступеней на историческом пути научного осмысления такого сложного феномена, каким является музыкальное искусство, оно уже в который раз продемонстрировало, сколь труден и извилист этот путь.

*Определения терминов в тексте Эйлера  
(указатель страниц)*

- Аккорд (*accoortum*) с. 154 гл. XI § 17; см. созвучие
- Амбитус (*ambitus*) с. 91 гл. VI § 8; с. 166 гл. XII § 18; см. также система
- Вариант (*variatio*) лада с. 161 гл. XII § 7; вариант созвучия см. созвучие
- Вид (*species*) лада с. 165 гл. XII § 12; вид созвучий см. созвучие
- Гексахорд (*hexachordon*) большой/малый см. секста большая/малая
- Децима (*decima*) с. 104 гл. VII § 23
- Диапасон (*diapason*) с. 99 гл. VII § 5
- Диапенте (*diapente*) с. 99 гл. VII § 7; с. 103 гл. VII § 21
- Диасхизма (*diaschisma*) с. 101 гл. VII § 12
- Диатессарон (*diatessaron*) с. 100 гл. VII § 9; с. 103 гл. VII § 21
- Диеза (*diesis*) с. 101 гл. VII § 12
- Дуодецима (*duodecima*) с. 104 гл. VII § 23
- Звук (*sonus*) с. 22 гл. I § 5; простой (*simplex*) с. 58 гл. III § 9; сложный (*compositus*) с. 64 гл. IV § 1
- Индекс (*index*) с. 82 гл. V § 11
- Интервал (*intervallum*) с. 76 гл. IV § 33; простой/сложный (*simplex/compositus*) с. 100 гл. VII § 10; наименьший (*minimum*) с. 101 гл. VII § 11
- Кварта (*quarta*) см. диатессарон
- Квиндецима (*quindecima*) с. 104 гл. VII § 23
- Квинта (*quinta*) см. диапенте
- Комма (*comma*) с. 101 гл. VII § 12
- Композиция (*compositio*) простая (*simplex*) с. 58–59 гл. III § 11; с. 90 гл. VI § 3; с. 178 гл. XIII § 5; смешанная (*mixta*) с. 178 гл. XIII § 5
- Лад (*modus*) с. 91 гл. VI § 8; с. 160 гл. XII § 2; с. 177 гл. XIII § 1; см. также ряд; чистый/нечистый (*purum/impurum*) с. 161 гл. XII § 8; мажорный (*durus*) с. 212 гл. XIV § 9, минорный (*mollis*) с. 212 гл. XIV § 9
- Лимма (*limma*) большая/малая (*maior/minor*) с. 102 гл. VII § 15
- Музыка (*musica*) с. 55 гл. III § 1
- Нона (*nona*) с. 104 гл. VII § 23
- Октава (*octava*) см. диапасон
- Полутон (*hemitonium*) с. 101 гл. VII § 13; см. также лимма; большой/малый (*maius/minus*) с. 101 гл. VII § 14
- Последовательность первой, второй, ... очереди (*successio ordinis primi, secundi, ...*) с. 85 гл. V § 23

- Род (*genus*) с. 19 предисловие; с. 108 гл. VIII § 9; табл. с. 116–120 гл. VIII § 34; диатонико-хроматический (18-й, *diatonico-chromaticum*) с. 115 гл. VIII § 34; с. 121 гл. IX § 1–2; диатонический (12-й, *diatonicum*) с. 112 гл. VIII § 23 слл.; Меркурия (4-й, *Mercurii*) с. 110 гл. VIII § 17; хроматический (13-й, *chromaticum*) с. 114 гл. VIII § 30–31; энгармонический (14-й, *enharmonicum*) с. 114–115 гл. VIII § 32; род созвучий см. созвучие
- Ряд (*series*) с. 91 гл. VI § 5; см. также лад
- Секста (*sexta*) большая (*maior*) с. 103 гл. VII § 19; малая (*minor*) с. 103 гл. VII § 20
- Секунда (*secunda*) большая (*maior*) с. 102 гл. VII § 17; малая (*minor*) с. 102 гл. VII § 16
- Септима (*septima*) большая (*maior*) с. 102 гл. VII § 16; малая (*minor*) с. 102 гл. VII § 17
- Система (*systhema*) с. 166 гл. XII § 16
- Созвучие (*consonantia*) с. 18 предисловие; с. 57 гл. III § 9; с. 64 гл. IV § 1; полное/неполное (*completa/incompleta*) с. 70–71 гл. IV § 21; чистое (*pura*) с. 72 гл. IV § 26; род (*genus*) созвучий с. 205 гл. XIII § 17; вид (*species*) созвучий (а) в том же значении, что «род» с. 146 гл. XI § 2; (б) с. 204 гл. XIII § 18; вариант (*variatio*) созвучия с. 204 гл. XIII § 18.
- Степень приятности (*gradus suavitatis*) с. 17 предисловие; способ определения с. 50 гл. II § 27; с. 65 гл. IV § 6
- Терция (*tertia*) большая (*maior*) с. 103 гл. VII § 20; малая (*minor*) с. 102 гл. VII § 19
- Тон (*tonus*) с. 102 гл. VII § 17; см. также секунда большая
- Трезвучие гармоническое (*trias harmonica*) с. 153 гл. XI § 16; главное/второстепенное (*principalis/minus principalis*) с. 153 гл. XI § 16; мажорное/минорное (*durum/molle*) с. 153 гл. XI § 17
- Тритон (*tritonus*) с. 103 гл. VII § 22
- Ундецима (*undecima*) с. 104 гл. VII § 23
- Унисон (*unisonus*) с. 98 гл. VII § 3
- Экспонент (*exponens*) созвучия с. 65 гл. IV § 6; последовательности созвучий с. 79 гл. V § 3; ряда созвучий с. 91, гл. VI § 7; лада с. 91 гл. VI § 9; периода с. 92 гл. VI § 11; последовательности периодов с. 92 гл. VI § 11; музыкального произведения с. 91 гл. VI § 11; музыкального инструмента с. 106 гл. VIII § 4; рода с. 108 гл. VIII § 11

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие – Э. А. Троицк.....	5
Опыт новой теории музыки Леонарда Эйлера.....	11
Предисловие.....	13
Глава I.    О звуке и слуховом восприятии.....	21
Глава II.    О приятности и принципах гармонии.....	41
Глава III.   О музыке как таковой.....	55
Глава IV.   О созвучиях.....	64
Глава V.    О последовательности созвучий.....	79
Глава VI.   О рядах созвучий.....	90
Глава VII.  О принятых названиях различных интервалов.....	98
Глава VIII. О музыкальных родах.....	106
Глава IX.   О диатонико-хроматическом роде.....	121
Глава X.    О других более сложных музыкаль- ных родах.....	136
Глава XI.   О созвучиях в диатонико-хромати- ческом роде.....	146
Глава XII.  О ладах и системах в диатонико- хроматическом роде.....	159
Глава XIII. О способе композиции в данном ладу и данной системе.....	176
Глава XIV.  О смене ладов и систем.....	210
От переводчика – Н. А. Алмазова.....	217
Леонард Эйлер – член Петербургской Академии наук – Ю. Х. Копелевич.....	219
Musica Euleriana – Е. В. Герцман.....	242
Определения терминов в тексте Л. Эйлера (указатель страниц) – Н. А. Алмазова.....	271

Подписано в печать 01.05.2007. Формат 58×100 1/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Times.  
Уч.-изд. л. 17. Тираж 300 экз. Заказ № 553.

Издательство «Нестор-История»  
197110 СПб., Петрозаводская ул., д. 7

Отпечатано в типографии «Нестор-История»  
СПб., ул. Розенштейна, д. 21  
тел./факс: (812)622-01-23  
e-mail: manager\_nestor@list.ru





15 апреля 2007 г. исполнилось 300 лет со дня рождения одного из величайших ученых всех времен, математика, механика, астронома, физика Леонарда Эйлера. Деятельность Л. Эйлера на протяжении более полувека была тесно связана с Петербургской академией наук. Академия приобрела всемирную известность в первые десятилетия своего существования в большой мере благодаря его работам. Его имя связано с огромным числом математических и механических понятий, которые вошли во все учебники. Столь же велик вклад Эйлера в приложения математики. На первом месте в этом ряду большой цикл работ по небесной механике. В 30-е годы XVIII века Эйлер активно участвовал в работах по картографированию Российской Империи, завершившихся изданием превосходного для своего времени атласа страны. Практическое значение имели его труды по оптике, теории корабля, теории турбин, по определению долготы местности, по теории зацепления в машинах и механизмах. Особняком стоит труд Л. Эйлера «Опыт новой теории музыки, ясно изложенной в соответствии с непреложными принципами гармонии». Это сочинение было написано на латинском языке и опубликовано в Петербурге в 1739 году. Настоящее издание содержит первый русский перевод «Опыта».

## ОПЫТ НОВОЙ ТЕОРИИ МУЗЫКИ

РАН  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
НАУЧНЫЙ  
ЦЕНТР

ЛЕОНАРД  
ЭЙЛЕР

ОПЫТ  
НОВОЙ  
ТЕОРИИ  
МУЗЫКИ