# ГЛАВА 1

# ДО ЕВКЛИДА — ДОИСТОРИЧЕСКИЕ ВРЕМЕНА

Истинное начало этой истории теряется во мгле времен апокрифических.

Где, как и когда начиналась геометрия... Где, как и когда обрела она законченную форму и заслужила право называться наукой... Кто был тот неведомый, первый, предложивший аксиоматическое ее построение, мы не знаем и, вероятно, не узнаем.

Принято думать, что это сделали греки. Но, быть может, прославленные египетские жрецы, а может быть, и не менее прославленные халдейские маги и есть истинные отцы науки.

Как бы то ни было, геометрия в VII веке до н. э. приходит в Грецию.

И здесь греки, поклонники холодной логики и филигранного изящества чистого интеллекта, любовно оттачивают (или создают) одно из самых красивых и долговечных творений человеческой мысли — геометрию.

Насчет филигранного изящества — сказано красиво, но, по сути, конечно, все было хитрей и сложней. В первую очередь развитие геометрии, бесспорно, диктовалось нуждами практики.

Какое-то влияние на развитие логики (а следовательно, и геометрии) оказало увлечение греков юриспруденцией и орагорским искусством. Но в Египте, например, практикам также геометрия была весьма и весьма необходима, а уж что касается бесконечных тяжб и судебных процессов — тут греки вообще не могут конкурировать со страной фараонов.

Короче, серьезный анализ всего вопроса — дело тяжелое, и мы удовлетворимся фактом.

А чтобы не нарушать более торжественность начала, вернемся к высокому стилю.

Геометрия возникает. И тогда-то начинается азартная и драматическая игра в чистую логику, продолжающаяся два с половиной тысячелетия.

И таким же примерно сроком датируется история пятого постулата, история драматическая, поучительная, детективная и с неожиданным, но счастливым концом.

После анонса можно вернуться к истокам — ко мгле времен.

Геометрию, полагаем мы, начинала Ионийская школа. Точнее, сам ее основатель — Фалес Милетский, проживший что-то около сотни лет (то ли 640—540 до н. э., то ли 640—546 до н. э.).

Толком мы мало что знаем о нем.

Знаем точно, что имел он «титул» одного из семи мудрецов Греции, знаем, что по официозному счету идет он как первый философ, первый математик, первый астроном и вообще первый по всем наукам в Греции. Короче: он был то же для греков, что Ломоносов для России.

В молодости, вероятно, по торговым делам (а карьеру начинал он как купец) попал он в Египет, где фараон Псамметих только-только ликвидировал «железный занавес» и стал оформлять въездные визы для иностранцев.

В Египте Фалес застрял на много лет, изучая науки в Фивах и Мемфисе. Потом он вернулся домой и основал философскую школу, выступая, очевидно, не столько как самостоятельный мыслитель, сколько как популяризатор египетской мудрости.

Считается, что геометрию и астрономию привез он.

Во всяком случае, одному у него могут поучиться все философы — краткости. Полное собрание его сочинений (естественно, не дошедшее до нас), по преданию, составляло всего 200 стихов.

Что именно сделал он в геометрии, мы можем только гадать, хотя греческие авторы приписывали ему довольно много.

Например, Прокл Диадох (с этим именем мы еще встретимся) утверждает, что именно Фалес доказал теоремы:

а) вертикальные углы равны;

б) углы при основании равнобедренного треугольника равны;

в) диаметр делит круг пополам... И еще ряд других.

Допустив даже, что все историки писали сущую истину, мы уж совсем не знаем: самостоятельно пришел Фалес к этим теоремам либо же просто пересказывал идеи египтян.

Предсказание солнечного затмения 585 года до н. э., по-видимому, единственный бесспорный факт из научной деятельности Фалеса Милетского.

Но легенд о нем ходило множество. А само это уже свидетельствует, что ученый он был крупный.

Один из апокрифов столь приятно ласкает самолюбие людей науки, что его невозможно не процитировать. Рассказывает Аристотель:

«Когда Фалеса попрекали его бедностью, так как-де занятия философией никакого барыша не приносят, то говорят, что Фалес, предвидя на основании астрономических данных богатый урожай олив, еще до истечения зимы роздал накопленную им небольшую сумму денег в задаток владельцам всех маслобоен в Милете и на Хиосе. Маслобойни он законтрактовал дешево, так как никто с ним не конкурировал. Когда наступило время сбора олив, начался внезапный спрос одновременно со стороны многих лиц на маслобойни. Фалес стал тогда отдавать на откуп маслобойни за ту цену, за какую желал.

Набрав таким образом много денег, Фалес доказал тем самым, что и философам разбогатеть нетрудно, только не это дело составляет предмет их интересов».

Что Фалес сделал с деньгами, полученными в результате столь удачного практического применения астрономии, истории неизвестно. Будем надеяться, что истратил их он как истинный философ.

Ученики его и последователи, по-видимому, уделяли геометрии существенное внимание в своих философских занятиях. Однако центральная математическая школа в VI—V веках до н. э. была пифагорейская.

Достоверные биографические сведения о Пифагоре в основном сводятся к нескольким анекдотам. В этом он очень походит на Фалеса Милетского. Неясности начинаются уже с вопросом о его происхождении.

Бертран Рассел, суммируя имеющиеся данные, заключает: «Некоторые говорят, что он был сыном состоятельного гражданина по имени Мнесарх, другие же считают, что он был сыном бога Аполлона. Я предоставляю читателю выбирать между двумя этими противоположными версиями».

Далее полагают, что жил Пифагор столь же основательно, как и Фалес, — примерно сто лет (предположительно 569—470 до н. э.).

Опять же, как Фалес, он лет двадцать набирался мудрости в Египте, но потом (и здесь он превзошел Фалеса) еще лет десять жил в Вавилоне, где еще набирался мудрости.

Утверждают также, что он путешествовал по Индии, но никто этому не верит.

Наконец в каждой второй брошюре о боксе можно прочитать, что Пифагор был олимпийским чемпионом по кулачному бою, хотя первоисточник столь любопытных данных никогда не указывается, и мне он по меньшей мере неизвестен. Впрочем, как и в случае с Фалесом, привлекательна неожиданность сочетания: философ и математик одновременно оказался боксером экстра-класса.

Во всяком случае, если и не в бокс, то в политику Пифагор вмешивался весьма активно, хотя не очень удачно.

Граждане сицилийского города Кротона, где он основал по возвращении из дальних стран свою школу и попутно втравил весь город в тяжелую войну, в итоге попросили его убраться вместе со школой. Он это и сделал. И довольно поспешно, что было разумно и своевременно.

Математик и ученый он, очевидно, был очень сильный, тем не менее особых восторгов он не вызывает.

Его Пифагорейский орден философов и математиков слишком уж напоминает казарму, а сам Пифагор подозрительно смахивает на какого-то фюрера, хотя и несравненно более культурного, чем те, что имели успех в двадцатом столетии.

Именно сам Пифагор — очевидно, для пущего авторитета — распространял, популяризировал, холил и лелеял идею, что его любимый папа — светоносный и лучезарный Аполлон. Он же оказался истинным отцом популярного и ныне обычая — присваивать себе научные результаты своих учеников. Причем дело было поставлено вполне официально. Существовал некий декрет, по которому авторство всех математических работ школы приписывалось Пифагору.

Хотя можно повторить, что подобные вещи не такая уж редкость и в наши дни, но все же 25 столетий несколько смягчили и цивилизовали нравы. Суть осталась неизменной, но форма значительно облагородилась.

Впрочем, наш Пифагор вообще вне конкуренции на этой стезе, ибо он исхитрился устроить так, что верные ученики объявляли его автором работ, выполненных намного позже его кончины. Понятно, что при подобных нравах в пифагорейской школе наиболее безусловным и безоговорочным научным доводом считались ссылки на «самого».

Так и говорили на хорошем греческом языке — «сам сказал». После чего дискуссия была неуместна и несколько опасна.

«Он» же со своими милыми последователями засекречивал методы решения математических задач, а также составил для членов ордена подробный список табу, слегка напоминающий творчество сумасшедшего руководителя детского сада.

Опасаясь предстать голословным, я процитирую часть правил хорошего тона для джентльменов из Пифагорейского клуба.

«1. Воздерживайся от употребления в пищу бобов.

2. Не поднимай то, что упало.

3. Не прикасайся к белому петуху.

4. Не откусывай от целой булки.

5. Не ходи по большой дороге.

6. Вынимая горшок из огня, не оставляй следа его на золе, но помешай золу».

И далее... в том же духе.

И это-то сборище время от времени захватывало власть то в одном, то в другом греческом городе, устанавливая там культ Пифагора и соответственно требуя выполнения своего устава. Впрочем, как меланхолично замечает Бертран Рассел, «те, которые не были возрождены новой верой, жаждали бобов и рано или поздно восставали».

И наконец, говорят, он читал проповеди скотам, поскольку мало различал их и людей.

Впрочем, как геометрию, так и вообще математику пифагорейская школа весьма и весьма продвинула вперед. Все это вместе взятое — неплохая иллюстрация опасности идеализации представителей точных наук и интеллекта.

Впрочем, это нам Пифагор представляется в основном математиком.

Он же сам, как и его современники, впрочем, полагали, что истинная его профессия — пророк.

Им, пожалуй, было видней, а, как известно, каждый пророк обязан отчасти быть фокусником, отчасти демагогом, отчасти шарлатаном.

Всем этим Пифагор, видимо, владел в полном ассортименте. А ученики старались по мере сил. Рассказывали, что у него было золотое бедро; рассказывали, что достойные доверия люди видели его одновременно в двух разных местах; рассказывали также, что когда он однажды переходил вброд реку, последняя от восторга вышла из берегов, с радостью воскликцая: «Да здравствует Пифагор!»

На мой взгляд, речной бог выбрал не лучший способ прославления, ибо в первую очередь Пифагор должен был изрядно вымокнуть, но так рассказывали ученики.

Впрочем, среди греков было достаточное количество разумных людей.

Много бродивший по свету, довольно реалистичный, свободомыслящий и порядком ехидный философ и писатель Ксенофан писал о Пифагоре в несколько другом стиле. Одна из его эпиграмм такова.

Однажды, когда Пифагор увидел, как бьют собаку, он закричал: «Перестань, я по ее голосу узнал душу моего друга!»

Учение о переселении душ — один из основных элементов всей концепции Пифагора, и Ксенофан, как видите, не без яда прошелся по этому поводу.

Гераклит же определил Пифагора совсем сурово — «многознание без разума».

Расстанемся с Пифагором, процитировав на прощание забавнейшее место из его жизнеописания, составленного почтительным поклонником.

Вот, оказывается, какими извилистыми путями распространяется иногда наука.

Естественно, геометрия, как и остальные науки, тщательно скрывалась пифагорейцами от прочего народа. И кто знает, может быть, до наших дней геометрия осталась бы неизвестной всему человечеству (кроме пифагорейцев), если бы... Обратимся к легенде.

Вот как пифагорейцы объясняют, почему геометрия стала открыто распространяться. Это произошло по вине одного из них, который потерял деньги общины. После этого несчастья община позволила зарабатывать ему деньги, преподавая геометрию, и геометрия получила название «предание Пифагора».

Любопытно то, что, судя по всему, существовал учебник геометрии с таким названием.

Что же касается самой истории, то, если в ней есть зерно истины, я, хотя и не считаю себя злорадным человеком, был бы счастлив узнать, что растяпа пифагореец отнюдь не потерял деньги, а успешно прокутил их в ближайшем портовом кабачке, потягивая вино, наслаждаясь похлебкой из белого петуха с бобовой приправой, с удовольствием кусая от целой булки и распевая затем негармоничные песни на большой дороге.

Следующим великие заслуги перед геометрией имеет еще один малоприятный на мой вкус человек.

Это Платон (428—348 годы до н. э.).

Надо сказать, что и по своим взглядам, и по методам организации школы, и по любви к саморекламе Платон очень напоминает Пифагора. Но прежде чем объяснить свою нелюбовь к нему, я хочу сказать, в чем действительно заключался его существеннейший вклад в геометрию.

Он считается, и, возможно, справедливо, — я не специалист — одним из величайших философов Греции. Он действительно очень много сделал для развития математики и весьма ценил ее. На входе в его академию был даже высечен весьма категорический лозунг: «Да не войдет сюда тот, кто не знает геометрии!» Дело в том, что Платон полагал: «Изучение математики приближает к бессмертным богам» — и воспитывал в этом духе своих учеников, приплетая математику к месту и не к месту. Некоторые из них выросли в блестящих геометров. Учеников у Платона было множество, и они, естественно, распространили множество рассказов, восхвалявших учителя.

По-видимому, Платон первым четко потребовал: математика вообще, и геометрия в частности, должна быть построена дедуктивным образом. Иначе говоря, все утверждения (теоремы) должны строго логически выводиться из небольшого числа основных положений — аксиом.

Такая постановка — крупнейший шаг вперед.

Ко времени Платона геометрия уже была очень развита.

Было решено много весьма и весьма сложных задач, доказаны сложнейшие теоремы. Но ясной позиции в смысле общей схемы построения как будто не было. Как это очень часто бывает в науке, развитие геометрии очень стимулировалось тремя задачами, решение которых никак не удавалось отыскать.

Поскольку мы уж несколько углубились в историю, я приведу эти задачи.

Требовалось: при помощи циркуля и линейки, не привлекая никаких других геометрических инструментов...

1. Разделить данный угол на три равные части (трисекция угла).

2. Построить квадрат с площадью, равной площади данного круга (квадратура круга).

3. Построить куб с объемом, в два раза большим объема данного куба («Дельфийская задача»).

Только на исходе XIX века было доказано, что в такой постановке ни одна из задач не может быть решена, хотя все три задачи легко решаются, если использовать другие геометрические инструменты. Или, иначе, использовать при построении геометрические места точек, отличные от прямой, либо дуги окружности.

Однако правила игры у греков не позволяли при решении пользоваться чем-либо еще, кроме циркуля и линейки.

Платон даже обосновал это требование некоей ссылкой на авторитет богов.

Потому ни одна из проблем решена не была, но попутно, по ходу дела геометрия была весьма разработана. Я с великим сожалением опускаю все анекдоты, связанные с этими задачами. Историй много, и они прелестны, но нельзя слишком отвлекаться.

Вспомним лишь одно из преданий, чтобы продемонстрировать объективность в отношении Платона. В одном из вариантов этой истории он выступает довольно разумным человеком.

Однажды, рассказывает Эратосфен, на острове Делосе вспыхнула эпидемия чумы. Жители острова, естественно, обратились к Дельфийскому оракулу, который повелел удвоить объем золотого кубического жертвенника Аполлону, не изменяя его формы. За советом обратились тогда к Платону.

Платон задачи не решил, но зато истолковал оракула в том смысле, что боги гневаются на греков за нескончаемые междоусобные войны и желают, чтобы они, греки, вместо кровавых побоищ занимались бы науками и особенно геометрией.

Тогда чума исчезнет.

Но предания преданиями, а как философ и человек Платон крайне несимпатичен. Мало того, что он был защитник самого отчаянного идеализма и по всякому поводу апеллировал к богам.

Он еще создал некую теорию государства, взяв за образец имевшуюся под боком вполне фашистскую страну — Спарту. И основные положения его утопии вполне удовлетворяют требованиям нацистов.

Всю свою жизнь он яростно боролся против демократии в политической жизни и против материализма в духовной.

Философов-материалистов он не только абстрактно поносил в своих философских сочинениях, но, демонстрируя неплохую практическую хватку, нередко дискутировал в проверенном веками жанре политического доноса.

Кроме того, он, как рассказывают, скупал сочинения своего самого ярого врага Демокрита, с тем чтобы уничтожить их.

О Демокрите необходимо сказать особо.

Если считать, что истоки нашей современной физики надо искать у греков (а вероятно, так оно и есть), то срок набирается довольно основательный — без малого два тысячелетия. От Аристотеля до Ньютона. Четыре первичные стихии Аристотеля: воздух, вода, земля и огонь — одна из первых попыток определить понятие «элементарные частицы» в физике.

Правда, у греков физика еще не физика в четком смысле слова.

В основе не эксперимент, а умозрительные рассуждения, но сейчас это не очень существенно для нас.

Пожалуй, именно почти полное отсутствие эксперимента оттеняет совершенно поразительную догадку лукавого философа Демокрита из Абдеры.

Примерно за полстолетия до Аристотеля он предположил, что все вещества состоят из мельчайших неделимых частиц — атомов и различные их свойства определяются различным качеством этих самых атомов.

В данном же веществе все атомы тождественны и лишены индивидуальности.

Эти воззрения по духу своему столь близки к современным, что один из основателей квантовой механики, Эрвин Шредингер, в своих лекциях с удовольствием поражал слушателей изящным парадоксом: «Первым квантовым физиком был не Макс Планк, а Демокрит из Абдеры».

Сам Демокрит, вероятно, был бы изумлен более всех, услышав столь лестную характеристику, но, впрочем, надо согласиться, что и Шредингер имеет некоторые права рассуждать о квантовой теории.

Судьба воззрений Демокрита замечательна еще по меньшей мере двумя фактами. Во-первых, ни одной его работы не дошло до нас. То ли действительно преуспел Платон со своими милыми методами научной дискуссии, то ли просто растерялись его книги в веках, но, к сожалению, об идеях одного из первых материалистов мира мы можем судить лишь по отрывкам и по позднейшим пересказам.

Во-вторых (а популяризаторы науки, безусловно, не могут забыть об этом), первый известный нам научно-популярный трактат посвящен пропаганде его идей.

Мало того, в этой книге установлен непревзойденный до сих пор мировой рекорд, ибо это длиннейшая поэма. Я разумею, конечно, поэму «О природе вещей» Тита Лукреция Кара, написанную лет через триста с лишним после смерти Демокрита, две тысячи лет тому назад.

Впрочем, Демокриту еще сравнительно повезло, ибо следы многих других ученых (особенно материалистов) вообще бесследно затеряны. Например, до сих пор есть некоторые сомнения: существовал ли учитель Демокрита Левкипп. А уж в какой мере Левкипп соавтор (или автор) идей атомизма — совершенная загадка.

А по некоей версии вообще оказывается, что свое учение Демокрит заимствовал у неких халдейских магов, подаренных с барского плеча его отцу персидским царем Ксерксом.

И если позволены философские моралите, стоит заметить, что в науке всегда идеи несравненно долговечней, чем память об их авторах. Впрочем, подавляющее большинство ученых любого профиля в состоянии усвоить все, что угодно, кроме этой не слишком уж неожиданной мысли.

Однако кто бы ни был основателем атомистического течения — следует ли истоки квантовой механики искать у Демокрита или же у халдеев, — взгляды этой школы были примерно таковы.

Мир состоит из атомов и пустоты. Атомы едины и неделимы. Они просты и качественно неизменны. Атомы не поддаются никаким воздействиям, не возникают и не уничтожаются. Между атомами существуют первоначальные отличия, которые и определяют различные свойства всех вещей.

То, что мы сегодня понимаем под элементарными частицами, — объекты, мало похожие по своим свойствам на атомы Демокрита.

Они возникают и гибнут, они превращаются одна в другую, на них легко воздействовать — короче, надо признать, что в понятии элементарной частицы греки были несравненно логичней, чем физики XX века.

Есть авторитетное свидетельство самого Архимеда, позволяющее думать, что Демокрит был великолепным геометром. Как будто именно он вычислил объем конуса и пирамиды. Это блестящий результат, но подробности, увы, почти неизвестны. Тем не менее среди предтеч интегрального исчисления первым, видимо, надо считать Демокрита.

Дело еще в том, что едва ли не основной наш источник — книга Прокла Диадоха. А поскольку Прокл был последователь Платона, всех его научных противников он либо вообще не упоминает, либо очень скупо цедит отрывочные сведения.

Естественно, Демокрит, как враг № 1, был изгнан из истории в первую очередь.

Точно так же мы почти ничего не узнали о геометрических работах замечательного философа, одного из первых материалистов, Анаксагора. Известно лишь, что в темнице, где ему пришлось-таки сидеть за свои взгляды, он исследовал проблему квадратуры круга. А философские идеи его стоит помянуть добрым словом.

Впрочем, лучше всех это сделает Платон. В одном из его сочинений в диалоге жителя Афин (рупор самого Платона) и спартанца так расправляется он с Анаксагором.

Афинянин: «Когда мы, стремясь получить доказательства существования богов, ссылаемся на Солнце, Луну, звезды и Землю как на божественные существа, то ученики этих новых мудрецов возражают нам, что все это ведь только земля и камни и они (то есть камни) совершенно не в состоянии заботиться о людских делах».

Как видите, Анаксагор и его ученики просто порождение мрачного Тартара.

Спартанец молниеносно распознает ересь и возмущенно восклицает: «Какой же вред для семьи и государства проистекает от таких настроений у молодежи!»

Вот так и дискутировал Платон.

Я бы очень хотел, чтобы открылось, что его заслуги в развитии геометрии сильно раздуты.

Но на сей день надо признать: школа его дала ряд блестящих математиков, а первое упоминание об аксиоматическом методе мы находим у него.

В общем уже в IV—III веках до н. э. геометрия — вполне оформившаяся наука.

Есть традиции, есть детально разработанные методы решения задач, есть крупные достижения, есть уже несколько учебников, есть научные школы.

Рассказывать обо всех геометрах доевклидового периода и об их работах, естественно, невозможно.

Для солидности я приведу список крупнейших математиков доевклидовых времен с единственной целью — продемонстрировать, сколь внушителен этот реестр.

Фалес Милетский, Анаксимандр, Америст, Мандриат, Эонипид, Анаксимед, Демокрит, Анаксагор, Пифагор, Гиппий, Архит, Гиппократ Хиосский (не путать с врачом), Антифон, Платон, Теэтет, Евдокс Книдский (оба последних — крупнейшие фигуры. Пожалуй, особенно Евдокс (400—337 г. до н. э.). По совместительству он был еще астроном, врач, оратор, философ, географ).

Менехт, Леодат, Дейнострат, Аристай, Евдем, Теофраст, Леон, Тевдий... и еще десятка два имен.

А также Аристотель.

Аристотель, бесспорно, один из величайших ученых в истории человечества.

Правда, существуют некие подозрения, что в итоге вред, принесенный его трудами, чуть ли не перевешивает пользу. Сам Аристотель тут ни при чем, но в средние века, выхолощенные, очищенные от всего, что могло пробуждать научную мысль, работы его были, пожалуй, основным оружием реакции.

Но это, как и вообще какая-либо оценка его трудов, — история особая. Единственно, что нужно здесь сказать, — геометрией он интересовался очень. Причем особое внимание уделял теории параллельных.

Более того, в этой области ему принадлежат два весьма важных утверждения. Правда, в его работах, дошедших до нас, их нет, но зато все позднейшие математики в один голос приписывают эти утверждения Аристотелю.

Забегая вперед, заметим, что самые остроумные доказательства пятого постулата Евклида основаны как раз на «принципе» Аристотеля. Что именно говорил Аристотель о свойствах параллельных, мы скажем позже.

А сейчас...

# ГЛАВА 2

# ЕВКЛИД

Забудем о предтечах и начнем счет с Евклида.

Жил и работал он во время весьма любопытное.

В 323 году до н. э. то ли вследствие острой лихорадки, в результате ли неумеренного пьянства, или просто от доброй порции яда отправился на свидание к отцу своему Зевсу царь царей земных, изрядно уже потрепанный, хотя сравнительно молодой, тридцатитрехлетний мужчина — Александр Македонский.

Полубога не успели даже подобающим образом проводить, как перешли к очередным делам.

Надо было делить империю. А она была невероятна. Всего лишь за десять лет были завоеваны страны, в сотни раз превосходящие маленькую полунищую Македонию.

Как и почему могло все случиться, нас сейчас не очень волнует. Причин на то было много. Одна из них, как известно, та, что Александр Македонский был герой.

Так или иначе, но мир за десять лет стал другим. Видимые границы его расширились в четыре раза, а теперь предстояло переварить то, что было проглочено. Было ясно, что для одного — наследство непомерно. И отдавать все малолетнему сыну Александра, появившемуся на свет через несколько месяцев после смерти папы, или же второму наследнику — слабоумному сводному брату Александра, — было просто смешно. Посему империю полюбовно растащили те любимые полководцы, которых Александр не успел казнить.

Они заключили вечный мир, поклялись в столь же вечной дружбе, порядком выпили на радостях, обменялись суровыми мужскими пожатиями на прощание, после чего, естественно, началась резня и междоусобица.

Время было веселое. Цари возникали как грибы после дождя и столь же быстро ликвидировались. Ни в чем (кроме происхождения) не повинных законных наследников — придушили либо прирезали уже к началу второго десятилетия. А изводить людей в династических войнах продолжали с удвоенной энергией еще несколько десятков лет.

Так и начиналась интереснейшая эпоха эллинизма.

Во всей этой сваре более других повезло осмотрительному Птолемею, который при дележке отхватил себе Египет.

Он довольно успешно вмешивался в склоки диадохов (наследников), более или менее разумно попридерживал в родном уделе — Египте — своих отчаянных македонцев, мечами которых и держался. Не возражал против столь дорогого для местной интеллигенции поклонения черным котам и крокодилам и сам стал богом в соответствии со служебным положением (как-никак — фараон). Страну грабил, конечно, и грабил основательно Но тут уж египтян удивить было трудно Поощрял торговлю, немножко казнил недовольных, всячески холил бюрократический аппарат... и прижился-таки на берегах Нила, в городе, оригинально названном Александром, — Александрия.

Наследники его постепенно ассимилировались, а династия оказалась не только самой прочной и долговечной, но и прославилась еще тем, что, подарив миру Клеопатру, обеспечила сюжетом литературу на две тысячи лет.

И самый первый Птолемей I Сотер и все последующие Птолемеи славны тем, что были они покровители наук. Трудно сейчас сообразить, каковы были их мотивы, почему это вдруг науки так привлекли Птолемеев.

Может быть, это было некое интеллектуальное кокетство; возможно, пригревая математиков и философов, Птолемей I подражал Александру — как-никак Александр был ученик Аристотеля и ученых ценил (правда, в весьма своеобразных формах). Можно, наконец, допустить, что имелись в виду некие практические использования мудрецов. Впрочем, последняя версия довольно сомнительна.

Оставив все психологические изыскания в стороне, отметим факты.

Александрия в III—II веке до н. э. превратилась в основной научный центр эллинистического мира. И наиглавнейшим научным институтом был знаменитый Александрийский музей с знаменитейшей Александрийской библиотекой. К несчастью, ее разоряли много раз, и в итоге все 70 тысяч свитков были сожжены в VII веке неким арабским мерзавцем халифом. Впрочем, кажется, халифу зря «шьют» это дело.

Первым приложил руку великий Цезарь. Кай Юлий Цезарь — по совместительству неплохой прозаик, но главным образом полководец, политический демагог и отчаянный честолюбец. Далее имеются весьма веские данные, позволяющие думать, что в основном тут потрудилась ранняя (и уж тогда весьма веротерпимая) христианская церковь, опередившая простоватого халифа лет на двести с лишним. Халифу же осталось лишь подчищать остатки. Так или иначе, но самое благое дело Птолемеев ждала неудачная судьба.

Все же если уж и вспоминать Птолемеев добрым словом, то за их покровительство науке.

На счету истории человечества много царств. И еще больше царей. Возможно, историки проследят связь деяний того или иного сатрапа с последующей историей. Но непосредственно в живой памяти людей остается ничтожный процент из всего этого венценосного полчища. И то, надо сказать, что редко память бывает хорошей.

В смысле приметливости больше всего удача улыбается головорезам и авантюристам типа Тамерлана либо Наполеона.

Но прямая их роль в нашей сегодняшней жизни практически близка к нулю.

И поскольку я уж несколько завяз в лирических вариациях на древние-древние мотивы о бренности земных царств и всей славы их, я попытаюсь достойно закончить их довольно поучительной притчей.

За несколько десятков лет до вторжения испанцев в Мексику некий ацтекский вождь с абсолютно неудобопроизносимым для русского языка именем (обозначим его «X») объединил все племена в единое царство и в какой-то степени ликвидировал феодальную раздробленность. Естественно, предполагалось, что царство его и династия его будут благоденствовать долгие века. И сам «X» правил долго и счастливо.

Вскоре по Мексике прошли гангстеры Кортеса, и от ацтекской империи остались сейчас лишь затопленные джунглями развалины блестящих некогда городов. Но это лишь половина истории.

У царя (точнее, касика — сохраним колорит) «X», понятное дело, был гарем — «X» любил (и весьма) женщин.

Человек он был действительно незаурядный. И, помимо своей непосредственной деятельности, был блестящим лирическим поэтом и, естественно, писал стихи для своих многочисленных жен. И песни его можно услышать в деревнях Мексики и в наши дни. И можно лишний раз порадоваться, что истинные произведения искусства всегда оказываются долговечнее империй.

Теперь, пожалуй, стоило бы вспомнить имя поэта. Но, увы, я помню лишь, что оно очень сложно.

Итак, Птолемей I Сотер пригласил в Александрию Евклида. И там написал Евклид «Начала» — книгу для истории человека, бесспорно уникальную.

Снова должен я начать с традиционного уже признания. О самом Евклиде практически ничего не известно. Впрочем, пара апокрифов, конечно, имеется.

Рассказывают, что Птолемей поначалу сам захотел одолеть премудрости геометрии. Но довольно скоро обнаружил, что изучение математики — слишком тяжкое бремя для него, фараона. Тогда он призвал Евклида и попросил его, полагаю, как джентльмен джентльмена: «Нельзя ли постигнуть все тайны науки как-нибудь попроще?» На что Евклид гордо и невежливо ответил: «В геометрии нет царского пути». Остается неведомым, продолжал ли Птолемей занятие геометрией. Вероятней всего, он утешился в занятиях, более приличествующих царям (приемы, охота, пьянки и гарем).

Вторая история такова.

На этот раз изучать геометрию к Евклиду явился какой-то молодой прагматист. И первое, что спросил он: «Какова будет практическая польза от штудирования «Начал»?» Тогда Евклид, весьма и весьма задетый, призвал раба и сказал: «Дай ему грош, он ищет выгоды, а не знаний».

Надо, впрочем, сознаться, что обе истории столь традиционно характерны, учитывая представления греков о мудрецах и о математике, что особо доверять им не приходится.

Если первая новелла чрезвычайно симпатична и для людей нашего века, то вторая по меньшей мере стимулирует активные возражения. Но приходится учитывать, что греки мыслили... впрочем, я не берусь сказать, как именно мыслили греки. Боюсь, одни считали так, а другие этак. Мы знаем (точнее, думаем, что знаем), что они презирали всякое практическое применение математики, и вроде бы действительно в трудах философов тех веков (особенно у последователей Платона) находим этому подтверждения. И неоднократные. Все это так. Все это верно. Но самый гениальный математик древности — Архимед — был физик, причем экспериментатор, а не теоретик. Мало того. Он был еще и первокласснейший военный инженер, потративший много лет и массу труда на создание из своего родного города — Сиракуз — практически неприступной крепости.

Конечно, Плутарх, как бы считая необходимым оправдать Архимеда, стыдливо объясняет, что все это были, дескать, забавы — интеллектуальные игрушки для философа. Но не надо особой проницательности, чтобы сообразить: забавляясь, не спланируешь укрепленный район, снабженный притом оружием твоего же изобретения, — район, повторяю, абсолютно неприступный по тем временам. Кстати, позволю себе отвлечься, чтобы заметить: пример Архимеда прелестно показывает, что и в те далекие наивные времена физика и наука играли в войне едва ли меньшую роль, чем сейчас.

Ну, а каково же было истинное отношение в эллинистическом мире к практическому использованию математики, не слишком ясно.

Вообще иногда возникает невольное раздражение, когда встречаешь излишне категоричные суждения о той далекой эпохе. Слишком мало мы знаем, слишком обрывочны и случайны данные, чтобы уверенно судить о психике, нравах и обычаях людей тех времен. Впрочем, здесь я вступаю на очень скользкую дорожку и начинаю рассуждать о вещах, не очень мне знакомых. Но прежде чем мы вернемся к геометрии и Евклиду, я позволю себе лишь одно замечание, ибо самое соблазнительное — дилетантские разглагольствования.

При оценке древних очень часто конкурируют две крайние тенденции. Либо греки (эллинистический мир, в частности) предельно идеализируются, и сторонники этой версии горько сожалеют об упадке нравов за истекший период в 2500 лет и о невозвратно ушедших временах детства человечества, когда люди были чисты, наивны и бесхитростны. Эта линия почему-то весьма популярна у утонченной интеллигенции гуманитарного склада.

Сторонники другой партии, грубо говоря, полагают, что достаточно научиться включать пылесос и телевизор, чтобы осознать свое полное моральное превосходство над представителями любой ранней цивилизации.

Так иногда рассуждают инженеры, военные и другие представители «точных» профессий (я надеюсь, мне простится, что физиков я не в силах был включить в список).

Как это и бывает обычно, защитники противоположных позиций, по существу, едины в полном нежелании сколько-нибудь серьезно разобраться в сути и целиком доверяют своим случайным субъективным впечатлениям.

Далее имеются сторонники «скептической школы», полагающие, что всегда, во все века люди были одинаковы и интеллект и моральные качества не успели измениться за какие-то жалкие 2,5 тысячи лет.

В общем-то для автора эта позиция наиболее приемлема, хотя по всему, что он — автор — читал, можно все же полагать, что за эти самые 2,5 тысячи лет человечество медленно, но неизменно совершенствуется. Хотелось бы, конечно, чтобы движение это было несколько более активно, но это уже другой вопрос.

И вероятно, давно уже пора объяснить утомленным читателям, почему в книге о геометрии и теории относительности автор с переменным успехом рассуждает о чем угодно, кроме самой геометрии.

Я это и сделаю, а потом мы все же вернемся к Евклиду.

Прежде всего я умоляю хотя бы оценить мою жертву, потому что, когда автор начинает декларировать, это означает, что он расписывается в своей полной неспособности выразить обуревающие его высокие чувства художественными средствами.

Итак, нечто аналогичное предисловию.

Действительно, обмана нет; далее будет говориться и о неевклидовой геометрии и об общей теории относительности, возникновение которой без особой натяжки можно рассматривать как логическое завершение всей истории с пятым постулатом.

Но мне кажется, самое интересное во всем этом не геометрия и не теория относительности.

В конце концов весь роман о пятом постулате столько же свидетельствует о силе человеческой мысли, сколько и об удивительной, почти анекдотической ограниченности математиков. Недаром, кстати, Макс Планк позволил себе, может быть, излишне категоричное, но верное в общем высказывание, что «по сравнению с теорией относительности создание неевклидовой геометрии — не более чем детская игра». Не будем, однако, раздавать медали. Главное — другое.

Самое важное, поучительное и, если хотите, трогательное, что та история, за которой мы попытаемся проследить, символична, как иллюстрация одного из лучших качеств, отличающих людей от прочих приматов и объединяющих все расы в единый вид. Как догадывается проницательный читатель, автор воспевает бескорыстное стремление разобраться: в каком мире, собственно, мы живем, как устроена наша вселенная. И объединяющий людей такого сорта интернационализм, интернационализм эпох, стран и национальностей вечно противостоит столь же вечному братству мещанства, братству сатрапов, карьеристов, завоевателей, честолюбцев, стяжателей и худшей части футбольных болельщиков.

Если представить себе некую фантастическую картину, усадив в одной комнате за застольной беседой Евклида, Хаййама, Гаусса, Лобачевского и Эйнштейна, то маловероятно, что в какой-то момент Николай Иванович Лобачевский испытал бы необходимость искать общих знакомых или провозглашать за отсутствием тем разговора: «Ну, а теперь — анекдотики».

А с другой стороны, нужно с неохотой признать, что анекдоты времен Евклида (с легким изменением колорита, конечно) почти полностью исчерпывают духовный арсенал многих и многих наших современников.

Впрочем, идеализацией как науки, так и ее жрецов тоже не стоит излишне увлекаться. Можно найти сотни и сотни примеров блестящих ученых глубоко реакционных либо — еще проще — совершенно аморальных людей.

Наконец-то мы добрались до основного. Может быть, самое примечательное во всей нашей истории, что, если неевклидова геометрия логически завершается общей теорией относительности, то галерея математиков, как правило, не только замечательных по таланту, но и по-человечески интересных людей, замыкается Эйнштейном. А он представляется мне образцом человека.

Но вернемся же к Евклиду!

Для начала следует добавить несколько крепких выражений в адрес всех скотов, истреблявших Александрийскую библиотеку. Останься она цела, мы знали бы о греческом и римском мире в десятки раз больше, чем сейчас.

Вероятно, мы бы знали и об Евклиде. Но, к сожалению, на сей день едва ли не самый основательный источник по Евклиду Прокл Диадох Константинопольский — геометр, написавший детальнейший «Комментарий на первую книгу «Начал». И раз уж мы все время ссылаемся на источники, необходимо маленькое замечание.

Когда мы обращаемся к истории древнего мира, то невольно возникает тот же эффект, что при наблюдении горной цепи с самолета. Все сглаживается, расстояния кажутся малыми, детали исчезают полностью. Видна лишь общая картина.

И невольно все греческие математики представляются почти современниками. Поэтому нелишне, вероятно, вспомнить, что Прокл (412—485 г. н. э.) жил на семьсот лет позже, чем Евклид. Временной интервал куда больше, чем разделяющий нас, скажем, с Иваном Васильевичем Грозным. Посему не так уж странно, что сведения о жизни Евклида у Прокла отрывочны и случайны.

Есть еще один автор, живший несколькими десятилетиями раньше Прокла, александрийский математик Паппус. Он пишет о Евклиде как о мягком, скромном и вместе с тем независимом человеке. История с Птолемеем приводится как одним, так и другим. «Точные» же биографические данные практически основываются на заметках неизвестного арабского математика XII века: «Евклид, сын Наукрата, сына Зенарха, известный под именем Геометра, ученый старого времени, по своему происхождению грек, по местожительству сириец, родом из Тира...»

Все

Человек бесследно растворился в веках. Осталась его работа.

«Начала» — повторимся — книга уникальная. Более двух тысяч лет она была главным и практически единственным руководством по геометрии для ученых как западного, так и восточного мира. Еще в конце XIX столетия во многих английских школах геометрию изучали по адаптированному изданию «Начал», и вряд ли можно найти более выразительное свидетельство популярности. В этом смысле конкурировать с «Началами геометрии» могут разве что библия и евангелие Но в отличие от последних основа «Начал» — строгая и жесткая логика. Точнее — Евклид все время стремится к таковой.

Можно полагать, что Евклид был последователь Платона и Аристотеля. А Платон, как помните, требовал строго дедуктивного построения математики.

В фундаменте — аксиомы — основные положения, принимаемые без доказательства, а далее все должно быть безупречно логично выведено из этих аксиом.

Этот идеал и пытается осуществить Евклид. Пытается, потому что с современных позиций буквально вся его аксиоматика неудовлетворительна.

Но это легко заявлять сейчас, после 25-столетних исследований. А в свое время логика Евклида оставляла совершенно подавляющее впечатление.

Попытки рассказать геометрию на базе аксиоматического метода были до Евклида. И не плохие. Но уверенно можно заключить, что работа Евклида была наиболее удачной. Свидетельство — необычная популярность его книги уже в древнем мире; популярность, благодаря которой она дошла и до нас.

Можно говорить всякие обидные (и справедливые) слова в адрес аксиоматики Евклида. Но то, что сама схема стала с тех пор канонической для построения любого раздела математики, забывать не стоит. И, конечно, необходимо помнить, что «Начала» блестяще написаны, написаны мастером своего дела, тонким ученым и великолепным педагогом. Поэтому поголовное поклонение математиков Евклиду и его «Началам» и понятно и оправдано. Добавим еще, что эта книга обратила в «математическую веру» несколько десятков молодых людей, ставших впоследствии крупнейшими математиками мира.

Влияние Евклида было поразительно во все века, во всех краях света. Вот, например, в каких супервосхищенных тонах говорил об Евклиде один из виднейших математиков эпохи Возрождения, Кардан. Сам-то Кардан, кстати, был отчаянный авантюрист, чтобы не сказать проходимец, но математического таланта и культуры у него не отнимешь. Он пишет о «Началах»:

«Неоспоримая крепость их догматов и их совершенство настолько абсолютны, что никакое другое сочинение, по справедливости, нельзя с ними сравнить. Вследствие этого в них отражается такой свет истины, что, по-видимому, только тот способен отличать в сложных вопросах геометрии истинное от ложного, кто усвоил Евклида».

А вот слова одного крупного английского геометра. Это уже середина XIX века.

«Никогда не было системы геометрии, которая в существенных чертах отличалась бы от плана Евклида; и до тех пор, пока я не увижу этого собственными глазами, я не поверю, что такая система может существовать».

Надо, правда, сказать, что в середине XIX столетия автор мог бы мыслить более прогрессивно, и слова эти, помимо преклонения перед Евклидом, демонстрируют его собственную изрядную консервативность.

Можно сколь угодно увеличить реестр подобных цитат, но мы ограничимся эффектной концовкой. Может быть, самое яркое свидетельство влияния «Начал» буквально на все области мышления то, что один из известных в истории западного мира философов, Бенедикт Спиноза, весь план своего основного сочинения «Этика» целиком заимствовал у Евклида.

Возможно, авторитет Спинозы не слишком убеждает читателей, и поэтому для истинного финала своего воспевания «Начал» я приберег Исаака Ньютона.

Его основополагающая работа «Начала натуральной философии» копирует Евклида не только по заглавию, но и по схеме. В основе — аксиомы, из которых следует все. Сходство и в том, что аксиоматика Ньютона оказалась столь же эфемерна, как и Евклида.

И последняя справка. К 1880 году насчитывалось 460 изданий «Начал».

Вероятно, прежде чем идти дальше, необходимо несколько слов сказать о самом аксиоматическом методе.

Совершенно ясное и строгое понимание дедуктивных схем пришло лишь в начале XX столетия. В основном это заслуга великого немецкого математика — Гильберта.

В несколько огрубленной и упрощенной форме дело обстоит примерно так. Мы ограничимся дальше конкретным случаем геометрии, чтобы не слишком увлекаться абстракциями.

Этап № 1. Перечисление Основных Понятий.

Фундамент — Основные Понятия (либо Основные Элементы). Они — результат длительного экспериментального изучения природы, сложного, путаного, туманного и т. д. и т. д... пути.

В итоге, как некое абстрактное отражение реальности, возникают Основные Понятия. О них в аксиоматике не говорится ничего. Они как бы даны свыше.

Это естественно. Определять Основные Понятия можно лишь при помощи других новых понятий, те, в свою очередь, при помощи... и так далее до бесконечности. Надо же с чего-то начинать. Как говорят французы: «Чтобы сварить рагу из кролика, необходимо поймать хотя бы кошку».

Итак, Основные Понятия. Математики говорят прелестно: это элементарные объекты, которые не определяются, а лишь называются. Впрочем, маленькое добавление есть. В современной аксиоматике геометрии Основные Понятия делятся на две группы:

а) Основные Образы;

б) Основные Соотношения.

Вообще говоря, сейчас есть по меньшей мере две существенно различные аксиоматические схемы. Дальше мы будем пользоваться той, в которой Основные Образы таковы:

1) точка; 2) прямая; 3) плоскость.

Теперь посмотрим, что представляют собой Основные Соотношения. Они формулируются так:

1) принадлежать; 2) лежать между; 3) движение.

Основные Понятия установлены. Теперь можно перейти ко второму этапу.

### Этап № 2. Основные Аксиомы.

Для наших Основных Понятий мы высказываем целый набор утверждений, которые принимаем без каких-либо доказательств. Это аксиомы. Формально говоря, только аксиомы наполняют наши Основные Понятия живым содержанием. Только они дают им жизнь. Без аксиом Основные Понятия вообще лишены какого-либо содержания. Они — пустой звук. Аморфные призраки. Аксиомы определяют правила игры для этих «призраков». Устанавливают четкий логический порядок. И единственное, что может сказать математик о своих Основных Понятиях, — то, что они подчиняются таким-то и таким-то аксиомам. Это все. Все!

Потому что математик, собственно, не знает, о чем он говорит. Единственное, что он требует: выполнения своих аксиом.

Единственное.

Когда аксиоматический метод доведен до совершенства, геометрия, говоря формально, превращается в абстрактную логическую игру.

«Точка», «прямая», «плоскость», «движение» — под этим может скрываться все что угодно. Любые объекты.

Мы построим для них геометрию. И мы будем называть нашу геометрию геометрией Евклида, если будут выполняться аксиомы, установленные для «настоящей» геометрии Евклида.

Например: *через две различные точки проходит одна, и только одна, прямая.* Это аксиома, сформулированная на обычном языке.

Если строго придерживаться терминологии, введенной чуть ранее, надо было бы сказать так:

*двум различным точкам может принадлежать одна, и только одна, прямая.*

И далее в том же духе. Как хорошее упражнение рекомендую на основе этой аксиомы доказать теорему: «Две прямые имеют лишь одну общую точку».

Всего в евклидовой геометрии сейчас различают пять групп аксиом. Это:

1) аксиомы соединения;
2) аксиомы порядка;
3) аксиомы движения;
4) аксиома непрерывности;
5) аксиома о параллельных.

Вряд ли стоит сейчас перечислять все эти аксиомы, мы поместим их в приложении, памятуя слова Геродота, что ничто не придает книге такой вес и солидность, как приложения.

К аксиомам мы еще не раз вернемся, а пока укажем...

### Этап № 3. Перечисление Основных Определений.

При помощи Основных Понятий мы строим более сложные. Например: *угол — это фигура, образованная двумя полупрямыми (лучами), исходящими из одной точки.*

Если внимательно прочитать эту фразу, станет ясно, что в определении угла использовано одно сложное понятие, а именно: «луч» — полупрямая.

Очевидно, мы должны были раньше дать определение этого понятия при помощи Основных. Это довольно легко можно сделать. Читатели могут проверить, насколько они прониклись духом дедукции, и, вооружившись списком аксиом, попытаться решить эту задачу.

Если бы оказалось, что, используя Основные Понятия, невозможно определить, что такое луч, тогда пришлось бы это понятие отнести к Основным.

В общем все остальные понятия и определения вводятся при помощи Основных, а также (внимание!) тех аксиом, которые установлены нами для Основных Понятий.

Нам остался последний...

### Этап № 4. Формулировка теорем. Доказательство теорем.

Для наших понятий (Основных и неосновных) мы высказываем утверждения-теоремы, которые и доказываем.

Это, собственно, и есть предмет геометрии.

Я сейчас еще раз хотел бы повторить, что в такой постановке геометрия превращается в совершенно абстрактную игру наподобие шашек либо, еще лучше, шахмат.

Там также есть Основные Понятия — фигуры. Есть аксиомы — совокупность правил игры. И наконец, есть теоремы. Собственно, одна теорема: как поставить противнику мат.

Для решения этой «теоремы» игрок в ходе партии доказывает десятки лемм (вспомогательных теорем), выбирая всякий раз лучший, по его мнению, ход в данной позиции.

Впрочем, отличие игр от геометрии есть. Оно состоит в том, что очень часто партнерами принимаются неправильные «доказательства». В шахматах, скажем, не сформулированы (неизвестны) строгие логические критерии оценки каждого данного хода или позиции. В геометрии они есть. В ней всегда можно установить, что вновь сформулированная теорема противоречит предыдущим теоремам, а значит, противоречит и более ранним, а значит... Разматывая клубок до конца, мы приходим к двум возможностям. Или мы допустили ошибку в нашем рассуждении, или теорема, которую мы вновь сформулировали, ошибочна.

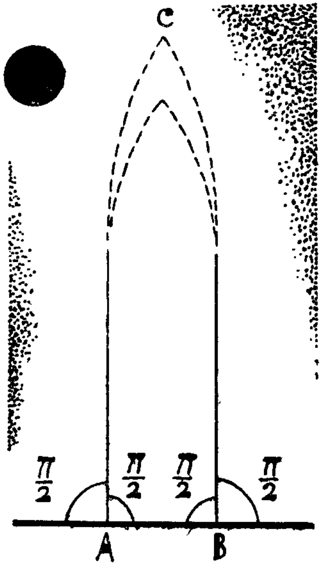
Первая возможность малоинтересна для науки; она показывает лишь то, что мы плохо владеем математикой.

Зато во второй содержится определенный и часто очень важный результат. Если мы убедились, что наша гипотеза (теорема) неверна, следовательно, верны другие теоремы, именно те, что противоречат нашей. Если таких противоречащих теорем лишь одна, то нашим рассуждением мы ее доказали.

Сейчас, возможно, в излишне туманной и абстрактной форме мы разобрали схему очень распространенного в геометрии (как и вообще в математике) метода «доказательства от противного». Или по-другому — метода «приведения к абсурду» (reductio ad absurdum).

Чтобы не слишком воспарять, проследим на конкретном примере одно такое доказательство.

Пусть к прямой восстановлены два перпендикуляра. Будем пользоваться радианной мерой измерения углов и вместо 90 градусов писать $\frac{\pi}{2}$.




Возможны два, и только два, варианта: они пересекаются в какой-то точке $C$; они не пересекаются вообще.

Докажем, что справедлива вторая теорема. Доказываем от противного.

Предположим, выполняется первое предположение: перпендикуляры пересеклись. Тогда образовался треугольник $ABC$*. Он замечателен тем, что внешний $\measuredangle B$ равен внутреннему $\measuredangle A$. И конечно, внешний $\measuredangle A$ равен внутреннему $\measuredangle B$.

Но существует теорема (ее истинность не будем сейчас подвергать сомнениям): «Внешний угол треугольника всегда больше любого внутреннего угла, не смежного с ним».

Наш треугольник теореме не удовлетворяет. Следовательно, такого треугольника быть не может. Следовательно, мы где-то ошиблись.

Проверяем рассуждение. Все правильно. Значит, ошибку мы сделали в самом начале, когда допустили, что перпендикуляры пересекаются.

Итак, перпендикуляры не пересекаются. Мы это доказали строго. Непересекающиеся прямые Евклид называл *параллельными*. И до поры до времени мы также будем придерживаться этой терминологии.

Подведем итог. Мы получили, что две прямые, перпендикулярные к общей прямой, параллельны. Вообще говоря, нам надо было бы еще доказать, что эти прямые не пересекутся и в нижней полуплоскости. Но это дословное повторение предыдущего доказательства, и время на него тратить не будем.

При доказательстве мы апеллировали к теореме о внешнем угле треугольника. Поскольку проницательный читатель,

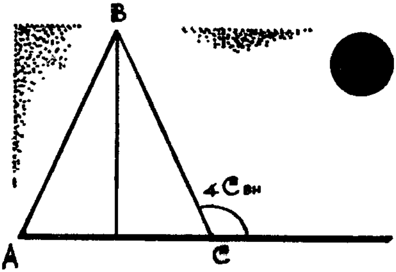
* Дальше в тексте вместо слова «треугольннк» мы будем часто использовать символ $\triangle$. А вместо слова «угол» — $\measuredangle$.

конечно, понял, что весь пример очень существен для дальнейшего, то без лишних разговоров докажем и эту теорему. Она предельно важна для нас. И вся история с пятым постулатом...

Прошу вас оценить детективный стиль рассказа — сам постулат еще никак не сформулирован.

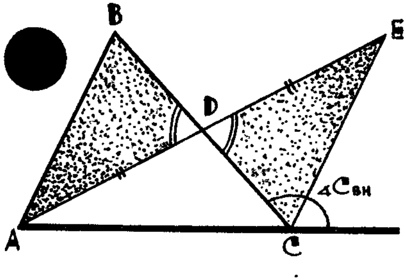
Так вот, вся история с пятым постулатом завязалась именно с этой теоремы.

Пусть есть $\triangle ABC$. Поглядите! Внешний $\measuredangle\ C_{вн}$ выделен на нем дужкой. Докажем, что он больше любого внутреннего угла, не смежного с ним, то есть больше $\measuredangle\ A$ и больше $\measuredangle\ B$. Сейчас мы проведем доказательство для $\measuredangle\ B$.




Разделим сторону $BC$ точкой $D$ пополам и проведем через $A$ и $D$ прямую.

На этой прямой отложим отрезок $DE$, равный $AD$, и соединим прямой точку $E$ с точкой $C$.



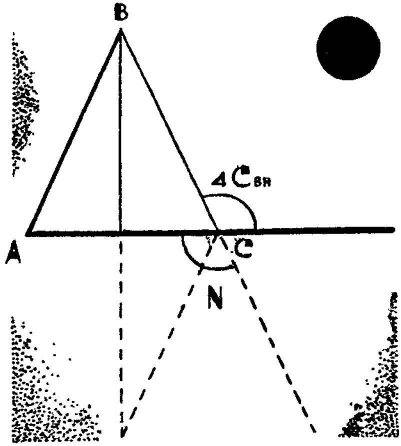

Треугольники $ABD$ и $DEC$ равны. Действительно, отрезки $AD = DE$ и $BD = DC$ по построению. Углы $CDE$ и $ADB$ равны как вертикальные.

Значит, треугольники равны по известному признаку.

Но тогда $\measuredangle\ B$ (или угол $ABC$) равен углу $BCE$! И о радость! Ведь $\measuredangle\ BCE$ лишь часть $\measuredangle C_{вн}$ .

Итак, весь $\measuredangle C_{вн}$ больше (конечно, больше; целое всегда больше своей части) $\measuredangle\ B$.

Остался под сомнением $\measuredangle\ A$. Сразу чувствуется, что наше построение не очень поможет с ним расправиться, так как на чертеже $\measuredangle\ A$ рассечен на две части. Хорошо бы его поставить в положение $\measuredangle\ B$. Может быть, провести прямую из вер-




шины $B$ и повторить и наше построение и доказательство? Но тогда $\measuredangle\ C_{вн}$ окажется расположенным по-другому.

Полная аналогия с предыдущим была бы, если бы еще продолжить сторону $BC$ и рассматривать новый угол $N$.

Угол $N$, конечно, больше $\measuredangle\ A$. Мы это уже только что доказали.

И здесь озарение! $\measuredangle\ N = \measuredangle\ C_{вн}$ как вертикальные.

Все.

Внешний угол треугольника больше любого внутреннего несмежного с ним. Мы доказали это, и теперь оговорку в скобке на странице 30 можно зачеркнуть.

Если внимательно и дотошно проанализировать весь путь... Если проверить, какие аксиомы мы использовали для доказательства теоремы о внешнем угле... А для этого надо, конечно, проверить и те аксиомы, что были использованы при доказательствах теорем о равенстве треугольников и равенстве вертикальных углов.

Если все это проделать, то окажется, что практически мы использовали почти все аксиомы.

Но нигде, нигде по пути мы не использовали ни самого понятия о непересекающихся (параллельных) прямых, ни (тем более!) теорем или аксиом о таких прямых.

В этом каждый может без труда убедиться, вооружившись списком аксиом и проанализировав все Понятия, необходимые для теоремы о внешнем угле, и всех вспомогательных теорем.

Наш экскурс уже затянулся; пора вернуться к аксиомам.

Во-первых, установим, каким логическим требованиям они должны удовлетворять.

Требований всего два:

1) полнота;
2) независимость.

Первое означает, что аксиом должно быть достаточно, чтобы доказать или опровергнуть любое возможное утверждение о наших первичных Основных Понятиях или о более Сложных Понятиях, образованных из первичных.

Второе — что мы не переусердствовали с выбором аксиом. Их у нас ровно столько, сколько надо. И ни одна из этих наших аксиом не может быть доказана либо опровергнута с помощью других.

Оба эти требования можно сформулировать в одной фразе. Аксиом должно быть необходимо и достаточно.

Необходимость — это требование полноты.

Достаточность — требование независимости.

Теперь можно сделать очень важное уточнение.

Из независимости аксиом сразу следует их непротиворечивость. Действительно, если, развивая геометрию, на каком-то этапе мы получим теорему, противоречащую остальным, то это будет неприятным сигналом, что в фундаменте что-то неладно. Именно: одна (или несколько) аксиом противоречат остальным.

Но если противоречат — значит не независимы.

Все эти логические рассуждения, в сущности, предельно просты. Но с первого чтения они могут показаться затруднительными. Лучшее, что можно порекомендовать в этом случае, — прочесть еще раз.

А пока же еще раз подчеркнем, что требование независимости аксиом сильнее, жестче, чем требование непротиворечивости.

Аксиомы могут быть непротиворечивы, но из непротиворечивости еще не ясно, не есть ли какая-нибудь из них следствие остальных, не теорема ли она. И естественно, предлагая любую систему геометрических аксиом, математик обязан доказать их независимость! Здесь мы временно оборвем все наши рассуждения. И время и случай вернуться к ним у нас будут. И могу поручиться, мы не упустим случая и не потеряем время.

Хотя все, что написано чуть раньше, довольно просто, и, смею надеяться, читатели разделяют это мнение, но Евклид всего этого не знал. Вообще-то интуитивно он чувствовал все это, но оформить в четкую логическую схему не мог.

А строгая постановка проблемы независимости аксиом, или строгое введение Основных Понятий, вообще было недоступно не только грекам, но и математикам всех эпох и народов вплоть до XIX столетия.

И аксиоматика и доказательства Евклида на деле — довольно пестрая смесь интуиции и логических пробелов, если... оценивать с нынешних позиций.

Но, с другой стороны, Евклид так резко и значительно продвинулся на пути к строгой логике, что все остальные учебники, все прочие «начала», имевшие хождения в древности, бесповоротно и окончательно померкли перед «Началами».

И если, вспоминая Гомера, греки полагали лишним называть его имя, а говорили просто — «поэт», то Евклида называли «творец «Начал».

Все предшественники его на дедуктивном пути построения геометрии были забыты.

Были «Начала» и был их творец — Евклид.

И хотя тринадцать книг, написанные Евклидом, содержали, как полагают, в основном чужие результаты и потому иногда дебатируют — можно ли причислять его к величайшим математикам, — величайшим педагогом он был бесспорно. Добавим еще, что, как видно, был он исключительно увлекающимся своим делом и разносторонним ученым, ибо, помимо «Начал», он написал: «Начала музыки», «Оптику», «Катоптрику», «Данные», «Феномены» (это работа по астрономии), «Гармонические правила»; затем работы, дошедшие до нас и исчезнувшие: «Поризмы» (в трех книгах), «Конические сечения» (в четырех книгах), «Перспектива» (в двух книгах), «Места на поверхности», «О делении» и «О ложных представлениях».

Список весьма достойный.

Большинство книг, правда, неоригинальны по содержанию, но работа проделана колоссальная. Кстати, книгу «Данные» исключительно ценил сам Ньютон, а это довольно солидная рекомендация. Сам он, по-видимому, существенно продвинул сложнейший, интереснейший раздел греческой геометрии — учение о конических сечениях. Но не включил эти результаты в «Начала», поскольку существовало мнение, что эта область недостойна «чистой математики, цель которой — приблизить человека к божеству».

Почему именно теория конических сечений не приближала к божеству, установил все тот же Платон. Дело в том, что использование в геометрии каких-либо инструментов, кроме циркуля и линейки, или — что эквивалентно — использование геометрических мест точек, помимо окружности и прямой (а такие геометрические места требовались при изучении конических сечений), он полагал ересью. И со всей страстью он предавал анафеме великолепного геометра Менехма (своего друга, между прочим), который показал, что решение пресловутой задачи об удвоении куба, так же как трисекции угла, довольно просто найти, если использовать новые геометрические инструменты.

Платон утверждал, что все это «губит и разрушает благо геометрии, так как при этом она уходит от бестелесных и умопостигаемых вещей к чувственным и пользуется телами, нуждающимися в применении орудий пошлого ремесла».

Очевидно, такая отповедь устрашила беднягу Евклида, а его работа «О конических сечениях» бесследно исчезла для нас.

В «Началах» ему как будто принадлежит нечто в учении о правильных многогранниках. В XIII книге доказывается, что существует всего пять различных типов таких тел. Это классический результат.

Вообще-то в «Началах» рассказывается не только о геометрии. В них есть и элементы теории чисел и геометрическая теория иррациональных величин. Три последние книги посвящены стереометрии. И каждому разделу предшествуют аксиомы и постулаты.

Собственно, планиметрии отведено шесть первых книг. И самая первая начинается с аксиом и постулатов.

Историки математики до сих пор не могут окончательно договориться, как именно Евклид различал аксиомы и постулаты.

В общем у Евклида аксиомы (он сам называет их «общие достояния нашего ума») — истины, относящиеся к любым (а не только к геометрическим) объектам. Например, если $A$ равно $C$ и $B$ равно $C$, то $A$ равно $B$. Здесь $A$ и $B$ могут быть числа, отрезки, веса тел, треугольники...

Постулаты же — чисто геометрические аксиомы. Например, первый постулат Евклида: «От каждой точки ко всякой другой точке можно провести прямую линию».

Есть у Евклида и Основные Понятия.

Приводить всю его систему аксиом вряд ли стоит, потому что — мы уже раз десять говорили это — она совершенно неудовлетворительна. Собственно, аксиом планиметрии у Евклида шесть, и мы их опустим. Но постулаты процитируем. Вот первые четыре.

«Нужно потребовать:

I. Чтобы от каждой точки ко всякой другой точке можно было провести прямую линию.

II. Чтобы каждую ограниченную прямую можно было продолжить неограниченно.

III. Чтобы из любого центра можно было описать окружность любым радиусом.

IV. Чтобы все прямые углы были равны между собой».

Не будем пока подчеркивать плохое в этих постулатах Простим на время Евклиду и «Началам» все «первобытные недостатки» их, как выразился однажды Николай Иванович Лобачевский. Сейчас нам важно, что все четыре постулата очень элементарны по содержанию. Евклид постулирует здесь абсолютно естественные, понятные, неотъемлемые от нашего сознания, нашей интуиции истины. Все хорошо. И...

Следует пятый постулат.

●

## Глава 3

# Пятый постулат

Вот он, постулат V.

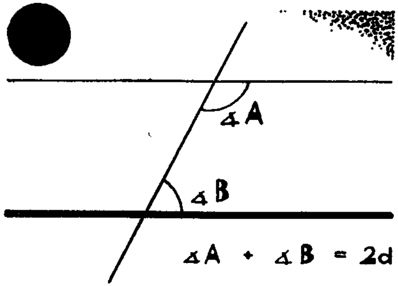
*Если при пересечении двух прямых, лежащих в одной плоскости, третьей сумма внутренних односторонних углов меньше 2d (180°), то эти прямые при достаточном продолжении пересекаются и притом с той стороны, с которой эта сумма меньше 2d.*

Чего стоит одна формулировка! Во-первых, масса слов. Во-вторых, сколько геометрических понятий. Человек, незнакомый с основами геометрии, вообще ничего не поймет. Постулат совершенно не похож на предыдущие. Он звучит как теорема. И не слишком простая. Он явно выглядит странно. И прежде чем мы пойдем дальше, позвольте преклониться перед Евклидом.

Хотя у автора, естественно, нет доказательств, он — автор — убежден: пятый постулат сознательно сформулирован в столь нехорошей форме. И в этом таится великая мудрость «творца «Начал».

Из всех возможных формулировок пятого постулата Евклид выбрал наисложнейшую, наинеуклюжейшую. Почему? Чтобы ответить, посмотрим, как строит геометрию Евклид.

После аксиом и постулатов он, естественно, доказывает теоремы. И 28 первых теорем он доказывает, игнорируя пя-




тый постулат. Для этих теорем он не нужен. Они — «28» — безразличны к пятому постулату. Они, как говорят, относятся к абсолютной геометрии.

Среди «28» — теорема о внешнем угле треугольника. У Евклида она идет за № 16. Заключают список, как, вероятно, догадались проницательные читатели, теоремы № 27 и № 28. Эти теоремы содержат так называемую «прямую теорию» параллельных линий. Докажем их, объединив в одну.

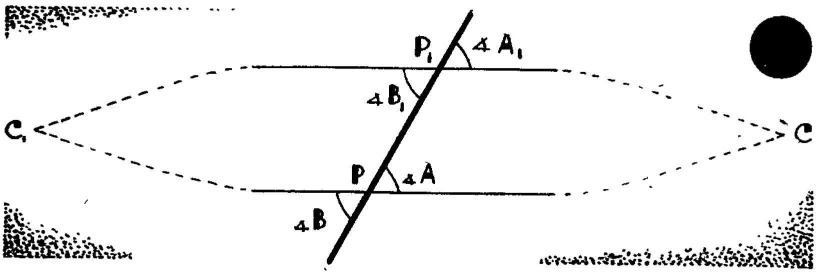
Пусть две прямые пересекаются третьей в точках $P$ и $P_1$. Утверждается: *если* $\measuredangle A = \measuredangle A_1$, *прямые параллельны.*

Доказываем от противного. Допустим сначала, что прямые пересеклись в точке $C$. Тогда возник $\triangle PP_1C$, у которого внешний $\measuredangle A_1$ равен внутреннему, не смежному с ним $\measuredangle A$. Но это невозможно. Теорема — «Внешний угол треугольника всегда больше любого внутреннего угла, не смежного с ним» — не допускает этого! Следовательно, прямые не могут пересечься при продолжении направо.

Есть вторая возможность. Прямые пересеклись в точке $C_1$. Тогда возникает $\triangle PP_1C_1$. Для него $\measuredangle B$ — внешний, а $\measuredangle B_1$ — внутренний, не смежный с $\measuredangle B$.

Но $\measuredangle B = \measuredangle A$; $\measuredangle B_1 = \measuredangle A_1$ как вертикальные. А $\measuredangle A = \measuredangle A_1$ — это дано в условии; значит, $\measuredangle B = \measuredangle B_1$.

И по существу, все закончено.



Для гипотетического треугольника $PP_1C_1$ $\measuredangle B$ внешний, а $\measuredangle B_1$ внутренний, не смежный с ним. И они равны. Но этого не может быть. Значит, $\triangle PP_1C_1$ существовать не может. И значит, прямые не пересекаются и в точке $C_1$.

Теорема доказана полностью.

Конечно, читателям ясно, что $\measuredangle B$ и $\measuredangle B_1$ были введены, чтобы для гипотетического $\triangle PP_1C_1$ полностью скопировать ситуацию, которая сразу возникла для $\triangle PP_1C$ (для первого треугольника).

Теперь, чтобы полностью повторить Евклида, введем в наш рисунок еще четыре угла. Какие — видно на чертеже.

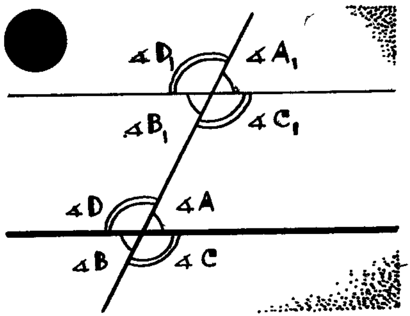
Из равенства $\measuredangle A = \measuredangle A_1$ немедленно следует целое семейство равенств.

1. $\measuredangle B = \measuredangle A_1$; $\measuredangle C = \measuredangle D_1$ — эти углы называются «внешними накрест лежащими».

2. $\measuredangle A = \measuredangle B_1$; $\measuredangle D = \measuredangle C_1$ — это «внутренние накрест лежащие».

3. $\measuredangle D = \measuredangle D_1$; $\measuredangle C = \measuredangle C_1$; $\measuredangle B = \measuredangle B_1$; и, само собой, $\measuredangle A = \measuredangle A_1$. Все эти углы называются соответственными.

$$\measuredangle D + \measuredangle B_1 = \pi;$$
$$\measuredangle A + \measuredangle C_1 = \pi;$$
$$\measuredangle C + \measuredangle A_1 = \pi;$$
$$\measuredangle B + \measuredangle D_1 = \pi.$$




Здесь выступают внутренние и внешние **односторонние** углы.

Подчиняясь общепринятому порядку, я привел все эти двенадцать равенств и несколько сожалею об этом. Обилие равенств может затуманить ясный вопрос. А вообще достаточно любого соотношения. Любого — на выбор. Одиннадцать остальных сразу получаются, если справедливо хоть одно. Мы «танцевали» от равенства $\measuredangle A = \measuredangle A_1$. Можно было идти от любого другого.

Мы доказали, что если выполняется любое из наших двенадцати равенств, прямые параллельны. Это и есть две теоремы Евклида: № 27 и № 28.

Кстати, теперь уместно вспомнить, что теорема о параллельности двух перпендикуляров к общей прямой — первая теорема, доказанная в этой книге, есть частный случай нашей теоремы о параллельных.

Доказав теорему, геометр всегда исследует обратную теорему. В обратной теореме данным считается то, что доказывалось в прямой, а доказывается, естественно, то, что в прямой считалось данным.

С прямыми и обратными теоремами связана одна из самых распространенных логических ошибок н а ч и н а ю щ и х. Часто невольно полагают, что из прямой теоремы автоматически следует обратная.

Как опровергающий пример я могу привести известное рассуждение капитана Врунгеля, которое бережно берег в памяти много лет на этот случай.

| П р я м а я т е о р е м а | О б р а т н а я т е о р е м а<br>(Теорема капитана Врунгеля) |
|---|---|
| Всякая селедка — рыба. | Всякая рыба — селедка. |

В некоторых традициях популярной литературы следовало бы еще добавить, что этот пример имеет шутливый характер. Но от этого я все же воздержусь.

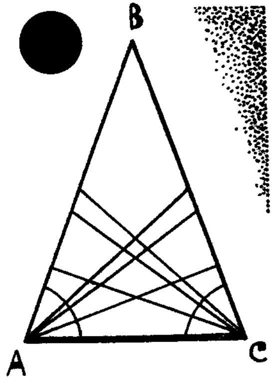
Примеры из геометрии (Евклидовой).

| П р я м ы е т е о р е м ы | О б р а т н ы е т е о р е м ы |
|---|---|
| I. Если в треугольниках $ABC$ и $A_1B_1C_1$ стороны $AB = A_1B_1$; $AC = A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$; то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. | I. Если $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то сторона $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$. |
| II. Два перпендикуляра к общей прямой — параллельны. | II. Если две параллельные прямые пересекаются третьей, то они перпендикулярны к ней. |
| III. Если $\triangle ABC$ подобен $\triangle A_1B_1C_1$, то $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$. | III. Если для треугольников $ABC$ и $A_1B_1C_1$ справедлива пропорция $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$, то треугольники подобны. |

В примере IV мы в честь номера объединим сразу четыре теоремы.

IV. Если $\triangle ABC$ равнобедренный ($AB = BC$), то
1) $\angle A = \angle C$;
2) высоты,
или медианы,
или биссектрисы
углов $A$ и $C$ — равны.

IV. Если в $\triangle ABC$
1) $\angle A = \angle C$;
2) высоты,
или медианы,
или биссектрисы углов $A$ и $C$ равны, то треугольник $ABC$ равнобедренный ($AB = BC$).




В этих примерах все прямые теоремы правильны. В каких случаях справедливы и обратные теоремы, читателям предоставляется возможность установить самостоятельно.

Любопытно, между прочим, что зачастую хотя обратная теорема совершенно правильна, но найти ее доказательство несравненно сложней, чем для прямой. Понятно, такой случай есть и в ваших примерах.

Теорема 2 из примера IV — равенство биссектрис в равнобедренном треугольнике — доказывается очень несложно. Обратная же (раскроем секрет — абсолютно верная теорема) — довольно хитрая геометрическая задача.

После доказанной нами теоремы о параллельных, естественно, проверить обратную теорему. Сформулируем ее.

Прямая теорема о параллельных прямых

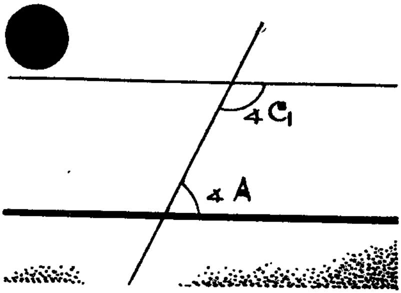
*Если при пересечении двух прямых третьей оказалось, что* $\angle A + \angle C_1 = \pi$

Обратная теорема о параллельных прямых

*Если две прямые параллельны, то при пересечении их третьей окажет-*

*(или выполняется любое из 12 равенств, приведенных раньше), прямые параллельны.*

*ся, что* $\measuredangle A + \measuredangle C_1 = \pi$ *(или выполнится любое из 12 равенств, приведенных раньше).*




Обратная теорема о параллельных взята Евклидом как постулат V. Если же придерживаться цитатной точности, то у Евклида пятый постулат записан в чуть отличном виде.

Напомним определение, открывающее эту главу. Оно стоит этого.

Постулат V. *Если при пересечении двух прямых третьей сумма внутренних односторонних углов* (то есть сумма $\measuredangle A + \measuredangle C_1$) *меньше* $2\pi$ *(180°), то эти прямые при достаточном продолжении пересекаются и притом с той стороны, с которой эта сумма меньше* $2\pi$.

И нарочито неуклюжий способ, которым Евклид ввел пятый постулат, и многозначительные 28 теорем, предшествующих ему, теорем, доказанных совершенно независимо от него, свидетельствуют о поразительной интуиции Евклида либо того неизвестного (если он существовал), у кого он заимствовал эту идею. Сейчас я попытаюсь обосновать свое утверждение. Это тем более приятное занятие, что опровергнуть меня невозможно. Фактов нет совершенно, и соответственно есть простор для историко-психологических экскурсов.

Посмотрим на исходные данные.

Ко времени написания «Начал» геометрия уже вполне сложившаяся, детально разработанная наука.

У нее есть и минимум трехсотлетняя история, и десятки сложнейших решенных проблем, и несколько «проклятых» задач типа дельфийской задачи об удвоении куба. Благодаря Платону и Аристотелю установлена, признана и царствует дедуктивная схема.

Историк геометрии может уже прославлять примерно четыре десятка талантливейших математиков. Называя это число, я говорю о тех, чьи имена дошли до нас. На каждого такого ученого, несомненно, причитается по меньшей мере десяток менее крупных и неизвестных нам геометров.

Что геометрию следует развивать на основе аксиом, согласны практически все. И очевидно, большинство согласно с Аристотелем в том, что аксиомы и основные понятия должны удовлетворять требованию очевидности. Формулировка же самих аксиом — утверждает Аристотель — дело слишком ответственное, чтобы доверять его математикам. Это задача высшая.

И естественно, допущены к ней могут быть лишь достойнейшие.

То есть философы.

Верят геометры Аристотелю или не верят, но принято с ним соглашаться.

Вне всяких сомнений, *обратную теорему о параллельных прямых* пробовали доказать до Евклида, и пробовали не раз. И, думаю, ко времени Евклида было ясно — есть два решения:

1. Доказать *обратную теорему о параллельных* на основе остальных постулатов геометрии. При этом по условиям игры никаких новых добавочных постулатов вводить не разрешается.

Сторонники этой школы должны были полагать, что «обратная теорема о параллельных» — не более чем сложная теорема и непременно следует из остальных постулатов.

2. Можно к нашим четырем постулатам добавить еще какой-нибудь такой, что *обратная теорема о параллельных* сразу будет получена с его помощью. Причем этот добавочный постулат можно формулировать так, что он будет выглядеть предельно естественным и очевидным.

Трудно поверить, что предшественники и современники Евклида — блестящие геометры эпохи расцвета науки — не могли додуматься до целого семейства эквивалентных и «очевидных» формулировок пятого постулата. Поверить в это трудно прежде всего потому, что некоторые из них напрашиваются сами.

На первом пути, естественно, успехов не было достигнуто ни тогда, ни еще две тысячи лет после Евклида. Сейчас-то благодаря Лобачевскому мы знаем: успеха и не могло быть. Но... это мы знаем сейчас.

Тем привлекательней должна была выглядеть вторая возможность: предложить эквивалентный, но простой и естественный постулат — смазать, затушевать неприятное пятно и успокоиться.

Масса комментаторов Евклида, возившихся с пятым постулатом, явно либо неявно действовала именно так.

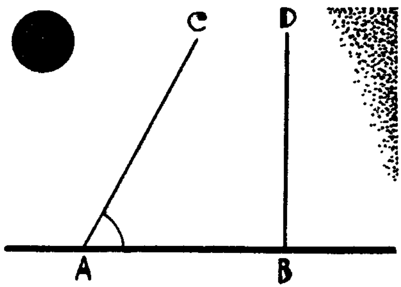
Невозможно предположить, чтобы столь крупный математик, как Евклид, серьезно занимавшийся проблемой пятого постулата (а то, что он уделял ей особое внимание, доказывает весь строй первой книги «Начал»), невозможно предположить — настаиваю я, — что он не набрел по пути на несколько эквивалентных и довольно естественных формулировок пятого постулата. Например, если объединить прямую теорему о параллельных и пятый постулат в Евклидовой форме, то немедленно следует:

Новая формулировка пятого постулата. *Через точку C, лежащую вне прямой AB, в плоскости ABC, можно провести только одну прямую, не встречающую прямую AB.*

Обычно эту формулировку приписывают английскому математику XVIII столетия Плейферу, но, естественно, ее предлагали многие и многие комментаторы Евклида за много столетий до Плейфера.

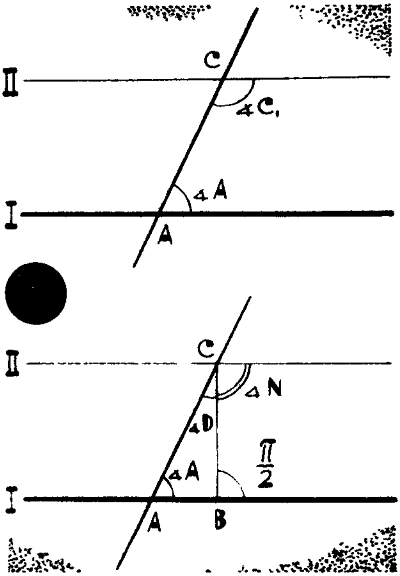
Не правда ли, «аксиома Плейфера» выглядит куда естественней и привлекательней, чем постулат Евклида.

Еще одна формулировка. Ее обычно приписывают Лежандру, хотя и ее использовали много раньше и европейские и восточные геометры.




Постулат Лежандра. *Перпендикуляр и наклонная к общей секущей AB, расположенные в одной плоскости, непременно пересекаются.* (Естественно, с той стороны секущей *AB*, где наклонная образует с секущей острый угол.)

Тоже весьма наглядное утверждение. Вместо постулата Евклида тут постулируется один его частный случай. Легко увидеть, что этого вполне достаточно, чтобы доказать пятый постулат в Евклидовой форме (*обратную теорему о параллельных*). Впрочем, для тех, кто только знакомится с геометрией, это достойная и довольно сложная задача, вполне заслуживающая внимания. Я приведу здесь некоторые указания, предоставляя желающим довести дело до конца.




Те, у кого это предложение не вызывает энтузиазма, могут спокойно пропустить всю математику. А мы примем постулат Лежандра — перпендикуляр и наклонная к общей секущей пересекаются. И будем доказывать постулат V в форме Евклида — *обратную теорему о параллельных прямых.*

Докажем сначала вспомогательную теорему — лемму.

Пусть при пересечении двух прямых $I$ и $II$ третьей оказалось, что $\measuredangle A < \frac{\pi}{2}$, а сумма $\measuredangle A + \measuredangle C_1 = \pi$. Тогда согласно «прямой теореме» мы знаем, что эти прямые не пересекаются — они параллельны.

Просмотрите снова доказательство «прямой теоремы».

Из точки $C$ опустим перпендикуляр на прямую $I$.

Это всегда можно сделать. Соответствующая теорема была доказана без всякого участия понятий о параллельных.

Докажите, что при принятом условии $\left(\measuredangle A < \frac{\pi}{2}\right)$ перпендикуляр $CB$ будет расположен так, как показано на чертеже.

Доказывайте от противного и используйте теорему о внешнем угле треугольника.

Далее имеем: $\measuredangle D + \measuredangle N = \measuredangle C_1$. Буква $N$ выбрана, чтобы напоминать о слове «неизвестный».

Далее имеем: $\sphericalangle A+\sphericalangle D+\sphericalangle N=\pi$.
(Вспомните условие!)
Рассмотрите теперь $\triangle ABC$.
Для суммы его углов есть три возможности.

$$\sphericalangle A+\sphericalangle D+\frac{\pi}{2}\gtreqless\pi.$$

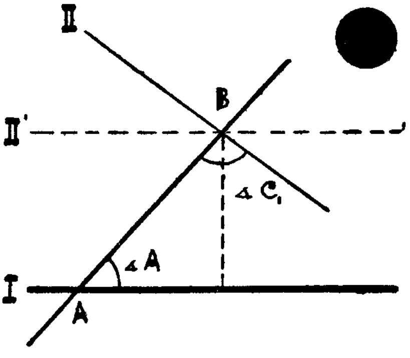
Обратите внимание! Нельзя пользоваться теоремой: сумма углов треугольника равна $\pi$. Эта теорема — следствие постулата о параллельных.

Рассмотрите сначала гипотезу: $\sphericalangle A+\sphericalangle D+\frac{\pi}{2}>\pi$.

Сравните это неравенство с равенством $\sphericalangle A+\sphericalangle D+\sphericalangle N=\pi$ и получите: $\sphericalangle N<\frac{\pi}{2}$.

Использовав теперь постулат Лежандра, вы получите, что прямые $I$ и $II$ пересекаются справа от точки $B$. А это противоречит условию. Следовательно, гипотеза ошибочна.

Рассмотрите теперь гипотезу $\sphericalangle A+\sphericalangle D+\sphericalangle N<\pi$.




Совершенно аналогично покажите, что в этом случае прямые $I$ и $II$ пересекутся слева от точки $B$; отбросьте и эту гипотезу.

Вы доказали сразу две важные теоремы:

1. Сумма углов $\triangle ABC$ равна $\pi$;

2. Угол $N$ равен 90°.

Теперь докажите «обратную теорему о параллельных», использовав следующее вспомогательное построение.

Дано: пусть при пересечении $I$ и $II$ третьей оказалось, что $\sphericalangle A+\sphericalangle C_1<\pi$, причем $\sphericalangle A<\frac{\pi}{2}$.

1. Опустите из точки $B$ перпендикуляр на прямую $I$.

2. Проведите через точку $B$ заведомо параллельную прямую $II$, то есть прямую, удовлетворяющую «прямой теореме

о параллельных». Докажите, что она пройдет так, как показано на чертеже.

Минуту подумайте теперь и снова, использовав постулат Лежандра, докажите, что прямая $II$ пересечет прямую $I$.

Тем самым вы «доказали» постулат Евклида. Но не забудьте, что воспользовались эквивалентным постулатом.

Если вы были несколько смущены условием $\angle A < \frac{\pi}{2}$, убедитесь, что оно не ограничивает общности рассуждения.

Проверьте теперь, нет ли в рассуждении ошибок.

Приведенное доказательство имеет по меньшей мере две примечательные особенности.

Во-первых, мы попутно доказали, что стоит принять постулат Лежандра — эквивалент постулата Евклида, как нашелся треугольник, сумма углов которого равна $\pi$.

Во-вторых, я нигде не читал этого доказательства, а придумал его за несколько минут. Пишу это отнюдь не из честолюбивой надежды, что читатель будет восхищен моим математическим талантом.

Эквивалентность постулатов Лежандра и Евклида можно доказать и проще и изящней, буквально в две строчки. Нужно только взять пятый постулат в форме аксиомы Плейфера («Через данную точку к данной прямой можно провести лишь одну параллельную»).

Так что, вообще говоря, теорема наша и неуклюжа и ненужна. Ее появление оправдано лишь тем, что она подсказывает другую и уже действительно важную теорему: *если сумма углов треугольника равна $\pi$, справедлив пятый постулат.* Кроме того, она полезна и для «разминки». А самое основное, мне кажется, подобные «исследования» показывают, как самые первые, самые наивные шаги сразу приводят к все новым и новым эквивалентам пятого постулата. И конечно, нет сомнений, что наша нехитрая ниточка рассуждений была протянута не одним и не двумя комментаторами Евклида.

Но, убедившись, как несложно упрощать формулировки пятого постулата, мы невольно должны задуматься: почему же не сделал этого сам Евклид?

Автор не может удержаться. Обстановка требует риторических вопросов. Вот и они.

Неужели Евклид не пытался доказывать свою теорему?

Неужели ученый такого масштаба, такой тонкий аналитик не смог получить несколько элементарных следствий и выбрать за постулат наиболее естественное и очевидное?

Неужели он — последователь Аристотеля и Платона — мог упустить такую возможность?

Неужели он мог погубить всю гармонию геометрии, вызвав тем самым гнев бессмертных олимпийских богов?

Неужели любой из великого скопища комментаторов глубже и лучше разбирался в проблеме, чем он?

Читатели, конечно, отлично понимают, что все эти лицемерные восклицания автор позволяет себе с единственной целью — подчеркнуть абсурдность подобных предположений. Говоря же серьезно, наиболее правдоподобная версия такова.

Евклид, как и его предшественники, безусловно, пытался свести пятый постулат в ранг теоремы — доказать его, не привлекая дополнительных предположений.

Учитывая исключительное положение пятого постулата в «Началах», а также пресловутые 28 теорем, предшествующие ему, можно уверенно заключить, что эта проблема волновала Евклида, что уделял он ей особое внимание.

Вспомнив, что все методы элементарной геометрии были полностью разработаны уже в те времена, вспомнив, что, например, исследования по теории конических сечений неизмеримо сложнее большинства рассуждений, связанных с пятым постулатом...

Вспомнив (еще раз), что пятый постулат в той форме, как приводит его Евклид, — это граничащий с издевкой вызов всем требованиям Платона и Аристотеля.

Вспомнив, что Евклид был, судя по всему, их верным последователем...

Вспомнив, наконец, что Евклид был блестящий геометр...

Мы приходим к единственному выводу.

В процессе тщетных попыток доказать пятый постулат Евклид, по-видимому, нашел несколько эквивалентных формулировок. Простых. И очевидных. Но Евклид оказался на высоте.

С одной стороны, он ясно понимал, что, не используя какого-либо эквивалентного предположения, доказать постулат не удается. А с другой—ни одна из эквивалентных форм пятого постулата не удовлетворяла на его вкус требованию очевидности. Поэтому он пришел к выводу, что положение очень печально и задача не решена. И, как честный геометр, он решил особо подчеркнуть: пятый постулат — отверженный, презренный, уродец в дружном семействе аксиом. А если так, то выбор самой сложной формы и целесообразен и полностью оправдан.

Евклид как бы нарочито подталкивает своих коллег. Не обольщайтесь, не ищите утешения в более приятных эквивалентах моего постулата, не пытайтесь скрыть изъян. Все равно вы не добьетесь той желанной самоочевидности, которая требуется от аксиом. Этот постулат — не что иное, как «обратная теорема о параллельных». Его надо доказать при помощи остальных постулатов. Или будет разрушена красота и гармония геометрии. Я не смог разжаловать этот постулат в ранг теоремы. Попробуйте вы.

Короче говоря, я полагаю, что Евклид разобрался в сути лучше и глубже, чем подавляющее большинство его комментаторов. Они либо попадали под гипноз собственных анализов и убеждали себя, что постулат доказан, либо пытались сформулировать какой-либо эквивалентный, «более естественный» постулат. Евклид же, очевидно, ясно понимал, что первой задачи ему решить не удалось, а искать «очевидные» формулировки — означает загонять болезнь вглубь.

Во всей этой довольно стройной версии есть, конечно, слабое место. Если были какие-то исследования, то непонятно, почему Евклид их не опубликовал. Это неясно и автору. Возможно, он считал неудобным публиковать теоремы, не приводящие к каким-то результатам. Может быть, он, как и многие крупные ученые, не любил публиковать незавершенных работ. Не напечатал же Гаусс свои исследования по неевклидовой геометрии! А быть может, какая-то рукопись и существовала.

Как видите, у меня есть очень удобная отговорка. Действительно, сведения наши очень скудны.

Практически наиболее солидный древний источник по истории пятого постулата — это комментарий Прокла к Евклиду. А это, как должен помнить читатель, уже V век нашей эры.

Здесь мы прощаемся с Евклидом. И, расставаясь, скажем ему несколько теплых слов.

Он был хороший, более того — блестящий математик.

и великий педагог. Невольно хочется верить, что он был столь же хороший человек, что прожил он долгую и счастливую жизнь в своей солнечной Александрии, распивая с друзьями в минуты отдыха сладкое хиосское либо терпкое кипрское — разбавленное, разумеется: пьянство — порок скифов, но не эллинов, — посмеиваясь над Птолемеем, поучая учеников, читая Гомера и непрестанно работая до конца дней. И будем верить, что каждодневно он возносил хвалу олимпийским богам за то, что они сделали его геометром.

Приятно думать так. И раз уж никто, за отсутствием данных, не сможет нас опровергнуть, так и будем считать.

На этом... Евклиду, сыну Наукрата, прощальный привет.

Задача поставлена.

Посмотрим, что происходило дальше.

## ОБЕЩАННОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

### Список аксиом планиметрии

Рассматривается шесть Основных Понятий. А именно. Три Основных Образа (объекта): точка, прямая, плоскость. Три Основных Соотношения: принадлежности (инцидентности), «лежать между» (для точек), движения или совмещения.

I. Аксиомы соединения (сочетания).

*1. Через две точки проходит одна, и только одна, прямая.*

*2. Всякая прямая содержит по крайней мере две точки.*

*3. Существуют по крайней мере три точки, не расположенные на одной прямой.*

II. Аксиомы порядка.

*1. Из трех точек, лежащих на одной прямой, одна, и только одна, лежит между двумя другими.*

*2. Если A и B — различные точки прямой, то существует по крайней мере одна точка C, лежащая между A и B.*

*3. Если прямая пересекает одну сторону треугольника (то есть содержит точку, расположенную между двумя вершинами), то она либо проходит через вершину противоположного угла, либо пересекает еще одну сторону треугольника.*

Используя аксиомы порядка, можно определить очень важные для дальнейшего понятия. А именно: понятия: «отрезок», «полупрямая» (луч), «угол».

III. Аксиомы движения.

Движение у математиков — понятие основное (первичное). Свойства этого математического движения и определяются аксиомами.

*1. При заданном преобразовании движения, обозначим его Д, любая точка A преобразуемой плоскости переходит в одну определенную точку A′.*

*2. При заданном преобразовании движения Д — в любую точку A′ нашей плоскости переходит некоторая ее точка A.*

*3. При заданном преобразовании движения Д — различные точки A и B переходят в различные точки A′ и B′.*

Эти три аксиомы и показывают, что движение — взаимнооднозначное преобразование плоскости в самое себя.

*4. Последовательное выполнение двух любых преобразований движения $Д_1$ и $Д_2$ также есть преобразование движения. Мы будем обозначать его $Д_2 \cdot Д_1$.*

*5. Всякое движения Д имеет обратное себе движение $Д^{-1}$, такое, что произведение $Д^{-1}Д$ есть движение, оставляющее все точки плоскости на месте, то есть так называемое тождественное преобразование.*

Ввиду аксиомы 4 очевидно, что тождественное преобразование (покой) следует рассматривать как частный случай преобразования движения.

Далее идут аксиомы, показывающие, что при движении не происходит «деформации» плоскости.

*6. Если движение преобразует концы отрезка AB в концы отрезка A′B′, то всякая внутренняя точка отрезка AB переходит при этом во внутреннюю точку отрезка A′B′.*

Теперь следует важнейшая аксиома. Без нее невозможно установить понятие равенства фигур.

*7. Если A, B и C — три точки некоторой фигуры, не лежащие на одной прямой, то эту фигуру можно переместить так, что:*

*а) точка A совместится с любой, заранее заданной точкой плоскости A′;*

*б) луч AB совместится с любым, заранее заданным лучом A′B′, исходящим из точки A′;*

*в) точка C совместится с некоторой точкой C′ в любой, заранее указанной полуплоскости, опирающейся на луч A′B′. (таких полуплоскостей, естественно, две). После этого дальнейшее движение фигуры невозможно.*

И наконец, аксиома, показывающая, что зеркальные отражения — частный случай преобразования движения.

*8. Существуют движения, переводящие отрезок AB в BA, а угол AOB в угол BOA.*

Эти восемь аксиом определяют все свойства движения, и теперь можно строго ввести понятие равенства или — учено — конгруентности фигур.

«Фигура $S$ называется равной фигуре $S'$, если ее можно совместить с фигурой $S'$ при помощи движения».

Теперь легко можно доказать такие теоремы:

1. Фигура $S$ — равна самой себе.
2. Если $S$ равна $S'$, то и $S'$ равна $S$.
3. Если $S$ равна $S'$, а $S'$ равна $S''$, то $S$ равна $S''$.

Аксиомы планиметрии почти исчерпаны.

Остались:

IV. Аксиома непрерывности (аксиома Дедекинда).

*Если все точки прямой разбить на два класса — I и II так, что любая точка класса II лежит правее любой точки класса I, то либо в классе I есть самая правая точка, и тогда в классе II нет самой левой, либо, наоборот, в классе II есть самая левая точка, и тогда в классе I нет самой правой.*

Грубо говоря, эта аксиома означает, что в прямой нет разрывов — «пустых мест».

Ее необходимо ввести, чтобы было возможно построить строгую теорию измерения отрезков.

И наконец:

V. Аксиома параллельности.

*Ко всякой прямой A через всякую точку, не лежащую на этой прямой, можно провести одну, и только одну, прямую, не пересекающую прямую A.*

Забегая вперед, можно сообщить, что аксиоматика геометрии Лобачевского отличается от евклидовой лишь последней аксиомой. Все остальные аксиомы обеих геометрий совпадают.

Глава 4

# ЭПОХА ДОКАЗАТЕЛЬСТВ. НАЧАЛО

Начнем с краткого списка имен. Проблему параллельных пробовали разрешить Аристотель, Посидоний, Птолемей, Прокл, Симплиций, Аганис — в античном мире; ал-Хазин, ат-Туси аш-Шанни, ан-Найризи, Омар Хаййам, Ибн ал-Хайсан, Насир эд-Дин — на Востоке.

Клавий, Валлис, Лейбниц, Декарт, Плейфер, Лагранж, Саккери, Лежандр, Ламберт, Бертран, Фурье, Ампер, Даламбер, Швейкарт, Тауринус, Якоби — в Европе. И еще несколько десятков известных и несколько тысяч безвестных математиков.

За счет проблемы пятого постулата можно было бы заполнить солидную психиатрическую клинику.

Это отнюдь не преувеличение. Многие люди тщетно тратили на попытки доказательства всю свою жизнь, приходя к мистическому ужасу либо к психическому заболеванию.

Одно из самых неожиданных свидетельств исключительной популярности этой проблемы — некое замечание Фомы Аквинского.

Фома был одним из крупнейших теологов христианского мира. В одном своем исследовании ему понадобилось почему-то решить сложнейшую проблему — «Что недоступно богу?».

Он указывает ряд вещей этого класса.

Бог не может, по Фоме Аквинскому, грубо нарушать основные законы природы. Пример: он не может превратить человека в осла. (Надо заметить, что многие каждодневно и самостоятельно решают эту проблему без помощи божественного промысла.)

Далее: бог не может уставать, гневаться, печалиться, лишить человека души и тому подобное.

В этом списке есть и такой пункт. Бог не может сделать сумму углов треугольника меньше двух прямых.

Я почти убежден, что пример этот не случаен. Фома Аквинский мог выбрать любую другую и значительно более очевидную теорему. Очень вероятно, что именно эту он взял потому, что были ему известны и тщетные попытки доказать пятый постулат и то, что утверждение: сумма углов треугольника равна двум прямым — эквивалентно пятому постулату.

Обычно полагают, что эта теорема стала известна в Европе в XVIII столетии. Фома Аквинский жил в XIII.

Но надо сказать, что арабские математики основательно исследовали задачу о параллельных и, в частности, получили и этот результат.

В раннем средневековье могли быть известны многие работы, бесследно затерянные позже.

В наше время трудно понять, сколь безнадежно запутанной представлялась вся теория параллельных до Лобачевского.

Сейчас любой хороший студент-математик максимум за две-три недели спокойной, нормальной работы докажет теорему: если сумма углов треугольника равна $\pi$, то справедлив пятый постулат.

Докажет, даже если практически совершенно не знаком с неевклидовой геометрией и, следовательно, формально находится в том же положении, что геометры прошлого.

Еще в XVIII веке эта теорема считалась, и действительно была, крупнейшим достижением науки. Я вовсе не хочу защищать бесспорно приятный тезис: «Люди стали умней, талантливей». Дело не в этом. Просто в научной работе уверенность в конечном результате, твердое знание, что ты на правильном пути, оказывается фактором почти решающим.

Кто-то из американских физиков в свое время заметил, что как только была взорвана атомная бомба, секрет ее производства перестал быть секретом. И если это замечание, возможно, несколько преувеличено, в принципе оно справедливо.

Впрочем, полагаю, любой читатель не раз замечал, насколько проще решать задачу либо доказывать теорему, если ее ответ известен заранее.

А во всей проблеме параллельных нужна лишь одна руководящая идея: «Пятый постулат Евклида независим от остальных». Стоит знать, что это так, и любой математик наших дней легко повторит большинство результатов Лобачевского за сравнительно небольшой срок. Но останется просто рядовым математиком. Просто он знает: «копать надо здесь». И это решает почти все.

В подтверждение я приведу один пример, убедительный, вероятно, для любого, умеющего играть в шахматы. В журналах очень часто печатают позиции из партий гроссмейстеров с предложением найти за белых выигрывающий ход. Обычно в такой позиции надо найти красивую комбинацию. Любой перворазрядник, напряженно продумав полчаса-час, решит не менее девяноста процентов задач этого сорта. Вместе с тем в девяноста случаях из ста он не заметил бы этой комбинации, случись она у него в практической партии.

Этими замечаниями я хотел бы предупредить возможность появления нелепого чувства превосходства перед математиками прошлых эпох. Действительно, подавляющее большинство теорем, связанных с доказательствами пятого постулата, совершенно элементарны по своей логике. Они доступны для учеников 8—9-го классов.

И логические ошибки авторов, полагавших, что они доказали пятый постулат, также часто очень элементарны. Но эта элементарность видна сейчас. Точно так же уже через двадцать лет некоторые из проблем, над которыми бьются ученые в наши дни, покажутся до смешного простыми и наивными. Особенно часто так бывает с физиками.

После изрядной дозы общих рассуждений пора вернуться к пятому постулату.

Я уже не раз говорил (и прошу прощения у читателей — еще не раз буду повторять), что все попытки доказательств стимулировались, по существу, единственной причиной: он не «смотрелся», как говорят художники.

Он возмущал эстетические чувства ученых своей сложностью. И в древней Греции, и в Персии, и в Европе реакция была единодушна.

Поглядите, как прелестно негодует один из величайших математиков арабского мира, Омар Хаййам.

«...Евклид считал, что причиной пересечения прямых является то, что два угла (внутренние односторонние углы. — *В. С.*) меньше двух прямых.

Считая так, он был прав, но это может быть доказано только при помощи дополнительных рассуждений. (Хаййам думал, что он доказал пятый постулат. — *В. С.*) ...Евклид же принимал эту предпосылку и основывался на ней без доказательства. Клянусь жизнью... здесь необходима помощь разума, и это его (то есть разума, а не Евклида. — *В. С.*) право...

Как Евклид позволил себе поместить это утверждение во введении (имеется в виду — выбрать как аксиому. — *В. С.*) в то время, как он доказывал гораздо более простые факты...»

Посмотрим же, как велась борьба с пятым постулатом. Было три канонических пути.

1. Открыто и явно предлагался какой-либо постулат, эквивалентный евклидову. Эти авторы образуют «скромное» или «пессимистическое» направление.

2. Доказательство от противного (reductio ad absurdum) — один из самых изящных и мощных логических методов решения математических задач. Здесь новых постулатов не вводили.

Формулировалась теорема, противоположная по своему смыслу пятому постулату либо какому-нибудь его эквиваленту, а далее начинали развивать разнообразные следствия в надежде, что рано или поздно придут к какому-нибудь противоречию. Если оно будет получено, то тем самым доказывается, что пятый постулат вытекает из остальных аксиом, — и задача решена.

Это направление «самонадеянное» или «оптимистическое».

3. Наконец, группа «эклектиков».

Они доказывали какую-либо теорему, эквивалентную пятому постулату. Доказывали, используя неявно и незаметно для себя какой-либо другой эквивалент постулата Евклида.

Тяжелее всех было «на направлении № 2» — «оптимистам». Они все дальше и дальше тянули цепочку своих теорем, все больше и больше запутывались в следствиях, так и не находя противоречия.

С сегодняшних наших позиций мы понимаем, что эта группа математиков, по существу, доказывала начальные теоремы неевклидовой геометрии, что они были на наиболее обнадеживающем пути, потому что только так можно было прийти к идее независимости Евклидова постулата от остальных. Но им-то от этого не было легче.

Как правило, в итоге они либо отчаивались, либо перекочевывали в лагерь «эклектиков».

Надо заметить, что многие из доказательств «эклектической группы» великолепны по своему остроумию.

Если чуть огрубить реальную историю, то можно сказать, что в основном пробовали доказывать две главные разновидности пятого постулата:

1. Перпендикуляр и наклонная пересекаются.

2. Сумма углов треугольника равна $\pi$.

На этих путях было найдено несколько очень наглядных эквивалентов пятого постулата. Иногда авторы понимали, что нашли эквивалент; иногда они, заблуждаясь, думали, что доказали пятый.

Вот несколько «эрзацев» *.

1. «Геометрическое место точек, равноудаленных от данной прямой, есть прямая».

2. Расстояние между двумя непересекающимися прямыми остается ограниченным **.

3. Существуют подобные фигуры.

4. Если расстояние между двумя прямыми сначала убывает при движении вдоль этих прямых в каком-то направлении, то оно не может начать увеличиваться до тех пор, пока прямые не пересекутся.

И так далее.

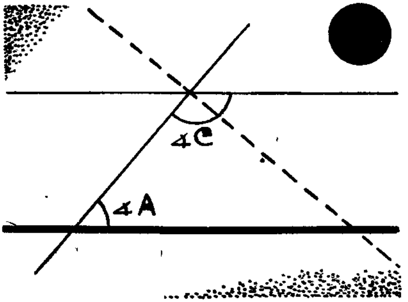
Всего насчитывают более 30 формулировок.

Для развлечения читателей я приведу несколько «доказательств» пятого постулата без каких-либо критических комментариев. Читатели могут (при желании, конечно) устано-

---

* Формулируя эквиваленты пятого постулата, я всегда буду подразумевать, что все происходит в одной плоскости, и не буду это специально оговаривать.

** Это менее жесткое требование, чем в № 1.




вить самостоятельно, какой постулат использовал тот или иной автор вместо пятого.

1. Доказательство Прокла. Одно из самых первых, одно из самых простых и самых остроумных.

Прокл берет за основу утверждение Аристотеля: *При продолжении двух прямых от точки пересечения расстояние между ними неограниченно возрастает.*

Он считает, что это аксиома.

На самом деле это теорема, причем теорема, совершенно независимая от пятого постулата. Так что этой теореме можно полностью доверять. Она принадлежит к «абсолютной геометрии» и, следовательно, как мы понимаем сегодня, справедлива и в геометрии Евклида и в геометрии Лобачевского. А постулат — эквивалент Прокла — другой.

Вот и доказательство. Точнее, его эскиз. (Ни здесь, ни в следующем доказательстве я не буду придерживаться строгой, формальной схемы.)

Проведем две заведомо параллельные прямые. То есть такие, что $\measuredangle A + \measuredangle C_1 = \pi$.

Проведем третью прямую. Как? Видно на чертеже, она показана пунктиром.

Расстояние между пунктирной прямой и верхней (при движении влево) неограниченно возрастает.

Следовательно, оно когда-нибудь превысит расстояние между параллельными.

Ну, а тогда ясно, что пунктирная прямая пересечет нижнюю.

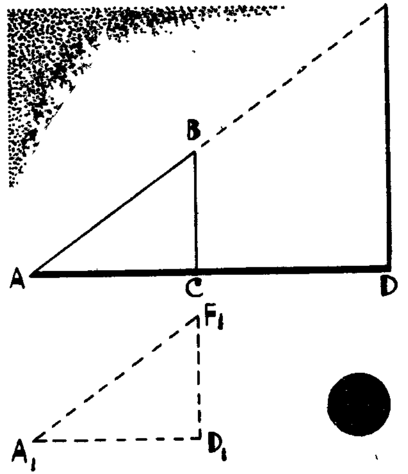
Предлагается сформулировать все вполне строго и указать, какой постулат неявно использовал Прокл.

2. Доказательство Валлиса.

Докажем, что перпендикуляр и наклонная к общей секущей пересекаются.

Опустим из точки $B$ перпендикуляр на секущую. Получим $\triangle ABC$. Возьмем подобный ему треугольник, такой, чтобы его сторона, соответствующая стороне $AC$, была равна отрезку $AD$.

Ввиду его значения выделим ему отдельный чертеж. Это $\triangle A_1D_1F_1$.




Наложим теперь этот пунктирный треугольник на наш $\triangle ABC$ так, чтобы сторона $A_1D_1$ легла на $AC$.

Тогда сторона $A_1F_1$ уляжется на нашу наклонную, а сторона $D_1F_1$ на наш перпендикуляр.

По существу, мы уже все доказали; осталось несколько формальностей. Я предоставляю их читателям.

Не будем особенно увлекаться примерами. Интереснее, пожалуй, вот что.

Десятки математиков, люди самых разных культур, люди, разделенные столетиями, часто, совершенно не зная друг о друге, мыслили почти идентично, почти дословно повторяли путь предшественников.

До XVIII столетия, доказывая пятый постулат от противного, не слишком далеко тянули цепь следствий, не слишком углублялись в анализ. В какой-то момент решали: ага, вот оно — противоречие. А на самом деле это противоречие, конечно, оказывалось эквивалентом пятого постулата.

Но поскольку шли не очень далеко, охотников оказалось больше, чем зайцев. Математиков, работавших над пятым постулатом, было больше, чем различных путей для доказательства. Пятым постулатом занимались почти все виднейшие математики мира. Об одном из них я хочу рассказать особо. Не потому, что его исследования по теории параллельных как-то резко выделяются по своему классу. Нет. Наиболее интересные его результаты относятся к алгебре. В теории параллельных он не ушел существенно дальше других. В этом смысле мы подарим ему неоправданно большое внимание. Более того, мы, по существу, ничего не будем говорить о его доказательстве пятого постулата. Правда, доказательство его весьма остроумно. Правда, в дальнейших работах восточных математиков явно чувствуется его влияние. Наконец, технический прием, использованный им, очень удачен и предвосхитил западных математиков лет на шестьсот. (Об этом чуть-чуть подробней будет сказано дальше.) Но в конце концов сам пятый постулат нас не так уж волнует в этой книге.

Интересен же этот человек тем, что на его примере хорошо видишь, сколь ничтожно малы различия между людьми всех наций и всех веков.

Итак, я хотел бы поговорить о математике, известном у нас под именем поэта Омара Хаййама.

●

Или — более привычное для слуха европейца — Омар Хаййам.

Восток, как всем известно, есть Восток. В отличие от Запада, который есть Запад.

Восток в сознании многих — это стандартный набор. Гаремы, султаны, ислам, шальвары, халифы, кальяны, муэдзины, эмиры, гурии, минареты, шахи, палящее солнце, фонтаны, баядерки, Чингис-хан и тень чинар. И лень, безмятежная, сонная лень в этой тени.

Во всяком случае, таков Восток в прошлом. Таким его представляют.

Действительно, все было на Востоке: и султаны, и шахи, и халифы, и эмиры, и прочее. Более того, в значительной части Востока сохранилось и сейчас.

Тем не менее Востока не было никогда.

Было и есть несколько десятков стран и более миллиарда людей. Более миллиарда. И я смею предполагать, что это довольно разные люди.

Можно думать также, что их внутренний мир тот же, что и у «жителей Запада».

Кстати, сам Киплинг — автор знаменитой формулы о Востоке и Западе — думал именно так. Эта мысль и защищается в его знаменитой балладе, из которой обычно

# 5 ГЛАВА

## ГИЙАС-АД-ДИН АБУ-Л-ФАТХ ОМАР ИБН ИБРАХИМ АЛ-ХАЙЙАМ АН-НАЙСАБУРИ

(увы, это удел даже блестящих поэтов) помнят лишь первую строку.

Раз уж в этой главе мы непрестанно будем находиться в «атмосфере поэзии», стоит процитировать и Киплинга. Тем более — стихи прекрасны.

О, Запад есть Запад, Восток есть Восток, и с мест они не сойдут,
Пока не предстанет Небо с Землей на Страшный господень суд.
Но нет Востока и Запада нет, что — племя, родина, род,
Если снльный с снльиым лицом к лицу у края землн встает.

Дальше можно не цитировать, ибо все до обидного плохо. Стихи великолепны по-прежнему, но сам сюжет и его решение пародийно напоминают рядовой голливудский «вестерн».

Редьярд Киплинг ограничился гимном в честь духовного единства воинов. Героев, сильных телом и духом. Воины эти, если судить непредвзято, некоторый прообраз облагороженных голливудских бандитов. Но если отвлечься от выбора героев, с Киплингом можно согласиться безоговорочно. Гангстеры всего мира довольно легко находят общий язык, ничуть не хуже ученых-гуманистов.

К сожалению, Киплинг воспел первых. И отдал на это весь свой поразительный талант поэта.

Все эти рассуждения, может быть, не совсем излишни, если вспомнить, что сейчас наш герой — Гийас ад-Дин Абу-л-Фатх Омар ибн Ибрахим ал-Хаййам ан-Найсабури.

Гийас ад-Дин означает: «помощь веры», и есть традиционный титул всех ученых, поскольку в те времена иерархическая лестница научных званий была, видимо, разработана слабовато. Абу-л-Фатх — отец Фатха.

Ан-Найсабури — показывает, что Хаййам был родом из Нишапура, одного из главных городов славного Хорасана.

Хаййам — то, что мы приняли за фамилию, — означает «палаточный мастер». Вероятно, отец его либо дед промышляли этим достойным занятием.

Ибн Ибрахим — сын Ибрахима. В русифицированном варианте: Ибрахимович.

Наконец, Омар — имя, данное ему при рождении.

Итак, коротко — Омар Хаййам.

Он завоевал Запад в XIX веке, и завоевал его как поэт.

Впервые он был переведен на английский и переиздан в прошлом веке 25 раз. В Англии и Америке повальное увлечение Хаййамом приняло характер эпидемии, его цитировали, восхваляли и создавали клубы его имени. Волей-неволей нам придется заниматься литературоведением, и поэтому я хотел бы сразу сообщить, что хотя стихи Хаййама прекрасны, но столь исключительная его популярность связана, возможно, с некоторым «удивительным откровением». Оказалось, что тысячу лет назад где-то, не то в Турции, не то в Индии, человеку были доступны те же мысли и сомнения, что волнуют людей и в наш просвещенный век (то есть XIX). Мало того, он сформулировал эти сомнения в великолепных стихах, а это было уже совершенно поразительно.

В родных краях, впрочем, как поэта Хаййама почти не знали.

Так возникло два Хаййама.

На Западе — поэт.

На Востоке — математик, астроном, философ. О, Запад — есть Запад, и Восток есть Восток...

Позволим себе риторический вопрос и воскликнем в недоумении: кто же он был?

Поскольку автор больше симпатизирует «восточной версии», начнем спокойный и медлительный рассказ, оживляя его по мере скромных наших сил традиционным колоритом о досточтимом мудреце и имаме Гийас ад-Дине Омаре ал-Хаййаме ан-Найсабури, да освятит аллах его драгоценную душу.

«Во имя аллаха милостивого, милосердного. Хвала аллаху, господину миров, и благословение всем его пророкам».

Так, скованный суровой и жестокой традиционной формой, начинает Хаййам свой самый замечательный труд: «Трактат о доказательствах задач алгебры и алмукабалы» — работу, в которой математика Запада была опережена примерно лет на пятьсот.

Этот труд «величайшего геометра Востока», как писал позднее о нем замечательнейший энциклопедист восточного мира араб Ибн-Халдун, содержит первую систематическую теорию алгебраических уравнений третьей степени. Он был широко известен среди арабских математиков и, несомненно, оказал огромное влияние на развитие математики Востока. А в Европе первое и очень смутное упоминание о нем относится к 1742 году.

Историк, собственно, указывает только: вроде бы по заглавию рукописи, хранящейся в Лейденском музее, можно подозревать, что там есть нечто об уравнениях третьей степени, но... «Весьма жаль, что никто из знающих арабский не имеет вкуса к математике и никто из владеющих математикой не имеет вкуса к арабской литературе».

Когда трактат Хаййама, наконец, прочли, оказалось, что его результаты повторил (и превзошел его во многом) не кто иной, как Декарт. Впрочем, возможно, в еще одном окончательно уже исчезнувшем трактате и сам Хаййам пошел значительно дальше. Кто знает...

Но нам интересен здесь другой трактат Хаййама, а именно: «Комментарии к трудностям во введениях книги Евклида» — в трех книгах. Сочинение славнейшего шейха, имама, Доказательства истины, Абу-л-Фатха Омара ибн Ибрахима ал-Хаййама.

Этот трактат начинается также не слишком оригинально: «Во имя аллаха милостивого, милосердного. Хвала аллаху, господину милости и милосердия, мир избранным его рабам и в особенности государю пророков Мухаммеду и всему его чистому роду».

Но непосредственно строчкой дальше сразу и неожиданно прорывается: «Изучение наук и постижение их с помощью истинных доказательств необходимо для того, кто добивается спасения и вечного счастья».

Стоп! Тот, кто должен был понять, понял. Сказано уже слишком много. И дальше плывет распевный душеспасительный речитатив.

«В особенности (ну, конечно, конечно!) это относится к общим понятиям и законам, к которым прибегают для изучения загробной жизни, доказательства существования души и ее вечности, постижения качеств, необходимых для существования всевышнего и его величия (Хаййама просто безумно волнует величие аллаха), ангелов, порядка творения и доказательства пророчеств государя, пророка (то есть Мухаммеда), повелениям и запрещениям которого повинуются все творения (кстати, в свое время в уделе его — Медине — Мухаммед навел-таки весьма жесткий порядок, и лучшие из творений аллаха ходили у него по струнке) в соответствии с соизволением всевышнего аллаха и силой человека».

Придраться невозможно, кажется.

Увы, нет!

Весь этот абзац — ересь, и ересь довольно опасная для правоверных исповедователей ислама.

И пусть этот поклонник Аристотеля прикрывается лицемерно-благочестивыми фразами, его поймут не только единомышленники.

Счастье еще Хаййама, что в среднем ислам более веротерпимая религия, чем христианство. В среднем. На костер, пожалуй, не отправят. Но профессионально точный удар кинжала заработать можно. Очень можно. Даже за не слишком явную ересь. Впрочем, можно и избежать.

Далее идет сам трактат (о нем мы еще вспомним, конечно), ну, а по дороге усердно возносится хвала всевышнему аллаху, его лучшему творению — Мухаммеду, всему чистому роду Мухаммеда, прекрасной помощи аллаха и еще чему-то.

Хвала аллаху!

Сколь легко и весело было жить его творениям. Я разумею — мыслящим творениям. Повторим, однако, что милосердные служители милосердного Христа заведомо оттеснили милосердного аллаха с пьедестала почета, и снова начнем «во имя аллаха милостивого и милосердного».

Биография Омара Хаййама известна нам очень и очень... короче, почти неизвестна. Сведения о нем скудны и отрывочны. Путем довольно сложных «астрономических» выкладок на основе косвенных данных даты его жизни предположительно фиксируются 1048—1131. Либо 1040—1122. Либо 1048—1122.

Родился он в Нишапуре. Город этот тогда входил в Хорасанский эмират, теперь Нишапур на территории Ирана. Стихи Хаййам писал на литературном персидском языке, а работы — по-арабски. Поскольку, как объясняют языковеды, и современный персидский и таджикский развились из средневекового персидского, сейчас можно свободно объявлять Хаййама и персидским и таджикским поэтом.

За несколько лет до рождения Хаййама его район «сонного и спокойного» Востока был ареной ожесточеннейших сражений, и предводители кочевого племени сельджуков (туркмен), разгромив предыдущих султанов, быстро организовали колоссальную империю и свеженькую династию сельджукских султанов.

Далее все развивалось по стандартной схеме. Борьба за престол между претендентами. Борьба султанов с феодалами и отчаянное стремление феодалов поцарствовать хоть в малом краю, но самостоятельно. Лет через сто двадцать империя распалась окончательно, но этот срок, ничтожный для историка, вполне достаточен для жизни одного человека.

Хаййам жил в империи сельджуков и долгое время жил спокойно, ибо у него был покровитель. Сильный покровитель.

Великий визирь Низам ал-Мулк.

Низам ал-Мулк был покорен идеей сильного государства. И он создавал его всячески. Очевидно, он полагал, что культура и науки будут способствовать укреплению империи, и так же, как милые наши Птолемеи, всячески покровительствовал ученым.

Он и сам не чуждался литературы и написал весьма неглупый, основательный и очень интересный для историков труд «Книгу о правлении» — некое настольное руководство для султанов, которых ох как надо было образовывать. К этой популяризаторской работе он привлекал и своих ученых, в частности Хаййама.

Но прежде чем Хаййам попал под крылышко к Низам ал-Мулку, ему пришлось изрядно помыкаться. Когда султаны организуют империю, жителям страны бывает не слишком сладко.

Сведения о годах юности Хаййама совсем уж скудны. Вероятно, он учился в Нишапуре.

Пишут, что «в семнадцать лет он достиг глубоких знаний во всех областях философии».

Пишут, что был он «глубокий знаток языковедения, мусульманского права и истории» и был последователь Авиценны (Абу-Али Ибн-Сина).

Рассказывают, что память его была необыкновенна и однажды он выучил книгу наизусть, прочитав ее семь раз.

Говорят также, что был он «мудрец, сведущий во всех областях философии, особенно в математике».

Короче — все источники (так же как и творчество Хаййама) показывают, что был он энциклопедически образованным человеком исключительного дарования и ясного ума.

Но все это не столько помогало ему поначалу, сколько портило жизнь. Из Хорасана пришлось уехать, и мы встречаем Хаййама в Самарканде.

Естественно, покровитель необходим. Хаййам находит его. Мы не знаем как. Это «славный и несравненный господин судья судей имам господин Абу-Тахир, да продолжит аллах его возвышение и повергнет тех, кто питает против него зависть и вражду».

Попросту говоря, это главный судья Самарканда. Чиновник значительный. Но один аллах ведает, обладал ли он хоть крупицей тех достоинств, которые так старательно и сладкоречиво описывает Хаййам в своем алгебраическом трактате. А чуть раньше, во введении к тому же трактату, Хаййам пишет глухо и горько:

«...Я был лишен возможности систематически заниматься этим делом (алгеброй. — *В. С.*) и даже не мог сосредоточиться на размышлениях о нем из-за мешавших мне превратностей судьбы.

Мы были свидетелями гибели ученых, от которых осталась малочисленная, но многострадальная кучка людей. Суровости судьбы в эти времена препятствуют им всецело отдаться совершенствованию и углублению своей науки.

Большая часть из тех, кто в наше время имеет вид ученых, одевает истину ложью, не выходя в науке за пределы подделки и притворяясь знающими.

Тот запас знаний, которым они обладают, они используют для низменных плотских целей. И если они встречают человека, отличающегося тем, что он ищет истину и любит правду, старается отвергнуть ложь и лицемерие и отказаться от хвастовства и обмана, они делают его предметом своего презрения и насмешек».

Когда читаешь этот отрывок, как-то пропадает охота рассказывать историю Хаййама в спокойном, чуть ироничном тоне объективного наблюдателя. Тут уже не рассуждения о великом и милосердном аллахе. Здесь жизнь, невеселая и жестокая жизнь, и пишет эти горькие слова совсем еще молодой человек, почти юноша. Ему в это время никак не более двадцати пяти лет. Эта охота пропадает тем более, что через четыре века почти то же самое напишет Галилей, а еще через пять столетий — Эйнштейн.

И не знаю, что хотел сказать сам Хаййам, но следующая фраза: «Аллах помогает нам во всех случаях, он наше прибежище» и потом длинный-предлинный абзац восхвалений почтенного самаркандского судьи воспринимаются как жесткая, злая и тонкая издевка.

Но не будем увлекаться.

Все же Хаййаму повезло. Покровитель отыскался. Причем такой, что «...его присутствие расширило мою грудь, его общество возвысило мою славу, мое дело выросло от его света и моя спина укрепилась от его благодеяний».

Видите, как все благополучно. Но это лишь начало. Аллах не скупится на щедроты.

Далее Хаййам удостоен (слава аллаху!) дружбы самого Бухарского хакана. Что точно значит этот титул, я не очень знаю, да и не старался узнать. Во всяком случае, это был какой-то царек. И историк (современник Хаййама) с понятным оттенком зависти сообщает, что «...хакан Шамс ал-Мулк крайне возвеличивал его и сажал имама Омара на свой трон».

Но поистине благодеяния аллаха неисчерпаемы. И в 1074 году сам Малик-шах (а хакан всего лишь его вассал) зовет Хаййама к своему двору в Исфахань и — радуйтесь же, правоверные! — делает его своим надимом.

Вы хотите узнать, что такое надим?

Это несколько странная должность.

Султану нужны собеседники, наперсники по совместительству, телохранители. Это и есть обязанности надима. Надим участвует в трапезе правителя, беседует с ним, развлекает его. Выдумывает, как бы убить время. И конечно, восхищается. Восхищается повелителем. Его мудростью. Его отвагой. Его красотой. Его поэтическим даром. Его конями. И соколами. И наложницами. Не знаю, правда, показывали ли надимам цветы гарема. И...

Впрочем, к чему дилетантские рассуждения. Дадим слово сиятельному покровителю Хаййама Низам ал-Мулку.

Цитируем «Книгу о правлении» — «Сиасет-Наме».

«От надима несколько польз: одна та, что он бывает близким другом государя, другая та, что, находясь с государем день и ночь, он бывает вместо телохранителя, и в случае необходимости еще та польза — удали ее аллах, — если предстоит какая-нибудь опасность, он жертвует своим телом, заменяет своим телом щит против той опасности, четвертая та, что тысячу родов слов можно сказать с надимом, чем с теми, кто является исполняющими должность амилей и чиновников государя, пятая та, что они сообщают ему о делах царей, как и лазутчики, шестая та, что они ведут всякого рода разговоры без принуждения о добром и плохом, в пьяном и трезвом виде, в чем много полезного и целесообразного».

Как видите, целых шесть различных польз. Но далеко не всякий может быть на этом почетном посту. Безусловно, не всякий.

«Надо, чтобы надим был от природы даровит, добродетелен, пригож, чист верой, хранитель тайн, благонравен, он должен быть рассказчиком, чтецом веселого и серьезного, помнить много преданий, всегда быть добрословом, сообщителем приятных новостей, игроком в нарды и шахматы, если он может играть на каком-либо музыкальном инструменте и владеть оружием, еще лучше. Надим должен быть согласен с государем. На все, что произойдет или скажет государь, он должен отвечать: «Отлично, прекрасно», он не должен поучать государя: «Сделай это, не делай того; почему поступил так?»; он не должен так говорить, а то государю станет тягостно и произойдет отвращение. Надимам приличествует устраивать все, что имеет отношение к вину, развлечениям, зрелищам, дружеским собраниям, охоте, игре в чоуган и тому подобному, так как они для того и нужны».

Все.

Так поучает Низам ал-Мулк, по представительству которого Хаййам и попал в надимы к Малик-шаху.

Должность, бесспорно, поразительно приятная.

Историки несколько утешают нас. Одна группа считает вообще маловероятным, что Хаййам был удостоен столь высокой чести, и полагают, что биограф преувеличил. Быть может, он хотел максимально возвеличить собрата ученого в глазах читателей и малость прихвастнул. Другие же полагают, что надимом Хаййам, бесспорно, был, но, так сказать, несколько другого сорта.

Ведь пишет же далее Низам ал-Мулк: «Многие государи делали своими надимами врачей и астрологов, чтобы знать, каково мнение каждого из них, что следует им, что следует государю, что надо делать, чтобы беречь природу и здоровье государя... Астрологи же наблюдают за временем и часом; для всякого дела, которое будет принято, они дают уведомление и выбирают благоприятный час».

В общем есть слабая надежда, что устраивать пьянки для Малик-шаха и подбирать ему невольниц Хаййаму не приходилось. Но кто знает? Можно быть уверенным в одном: он должен был делать все, что бы ни пришло в голову повелителю.

Во всяком случае, астрологией-то он занимался бесспорно, хотя считал столь же бесспорно, что это вздор.

Как астролог, Хаййам пользовался непререкаемым авторитетом, но как он добился этого, осталось его тайной.

А как профессионально умело нужно было гнуть спину при восточных дворах!

И перед сколькими!

В общем вся эта жизнь, весьма приятная, впрочем, для многих, Хаййаму не то что не могла доставить удовольствия, но была, вероятно, невыносимо отвратительна.

Кое-что, однако, он имел взамен.

Во-первых, придворный мудрец Малик-шаха, его доверенное лицо, чуть ли не приятель, недосягаем для всех служителей корана. А они были бы очень не прочь призвать Хаййама к порядку.

Во-вторых, обеспеченное существование. Семьи у Хаййама, правда, не было, но положение ученого в те времена столь непрочно, что без покровителей прожить просто невозможно. Так лучше уж шах, чем мелкая сошка.

В-третьих, и, можно думать, главное — возможность работать. Хаййам получил в свое распоряжение первоклассную по тем временам Исфаханскую обсерваторию. И, вероятно, шах резонно полагал, что мудрецу надо давать некоторое время на размышления. Во всяком случае, за годы пребывания при дворе Хаййам сделал много. И уже через три года после прибытия ко двору он закончил свою работу «Комментарии к трудностям во введениях книги Евклида», где он, помимо прочих поправок, доказал, как он думал, пятый постулат.

В обсерватории он работал много и добился первоклассных результатов. По существу, он и был создателем обсерватории, выпрашивая постоянно у Малик-шаха деньги на строительство.

И снова ситуация стандартна.

Его астрономические работы практически никого не волновали. Он составил великолепный по своей точности календарь, но календарь принят не был. А действительно и безусловно ценными полагались его астрологические работы.

Через несколько веков Кеплер, который так же ценил астрологию, как Хаййам, повторит его путь. Лишь занятия астрологией дали ему общественное положение, средства к жизни и возможность заниматься научной работой.

В астрологию Хаййам не верил. Какова была его вера — историки не решили до сих пор. Ясен по крайней мере один и, пожалуй, главный символ его веры: человек должен заниматься наукой, постигать, как устроен мир. Но и тут все несколько усложняется. И сейчас полезно вернуться к стихам. Вообще говоря, будь точно известно, какие именно стихи написал действительно Хаййам, они были бы весьма серьезным документом.

Поэтом он себя не считал. Писал, вероятно, в основном для себя и таился, естественно, меньше, чем в своих философских трактатах. Там-то ему приходилось все время быть предельно внимательным, и малейшие отклонения от ортодоксальных идей протаскивать очень, очень, очень осторожно. Но по поводу подлинности тех или иных стихов продолжаются отчаянные битвы литературоведов.

Каноническим считается текст, в котором 252 четверостишия (рубаи). Но и тут идут споры. Всего же Хаййаму приписывают около 1000 рубаи.

Поверим, что стихи подлинны! Тем не менее точно определить философское мировоззрение Хаййама по-прежнему довольно трудно. Даже специалисты не могут прийти к единому мнению, что, впрочем, довольно обычное дело.

Некоторые из стихов великолепны даже в переводах; говорят, в подлиннике они еще лучше. Тематика Хаййама, правда, довольно ограничена, и если говорить откровенно — два-три десятка стихов полностью исчерпывают все, что хотел сказать Хаййам.

Чтобы читатели могли несколько отдохнуть на хорошей прозе, а затем на хороших стихах, я приведу сначала один не очень распространенный анализ творчества Хаййама, а потом несколько рубаи.

О'Генри, вероятно, крайне раздраженный истерической модой на Хаййама, расправился с ним на первый взгляд весьма жестоко.

Главный герой его рассказа «Справочник Гименея» бравый ковбой Сандерсон Пратт был заперт снежной бурей на зиму в тесной хижине вместе с не менее бравым ковбоем Айдахо. Очевидно, это был случай психологической несовместимости, и дело чуть-чуть не дошло до трагедии, но, на счастье, они отыскали две книги.

Одна — статистический справочник, другая — Омар Хаййам.

Книги разыграли в карты, Айдахо выбрал Хаййама, герой получил универсальный справочник. Бедняги мирно штудировали книги — каждый свою — долгие недели заточения.

После освобождения оба стали отчаянно ухаживать за некоей пленительной и состоятельной вдовой, блистая вновь обретенной культурой и призывая на подмогу своих кумиров. Естественно, поэтический руководитель Айдахо — Омар Хаййам — был разбит, уничтожен и истреблен справочником, и счастливый брак Сандерсона Пратта был достойной наградой знаменосцу здравого смысла.

А теперь дадим слово Сандерсону Пратту.

«Я сидел и читал эту книгу четыре часа. В ней были спрессованы все чудеса просвещения. Я забыл про снег и про наш разлад с Айдахо. Он тихо сидел на табуретке, и какое-то нежное и загадочное выражение просвечивало сквозь его рыже-бурую бороду.

— Айдахо, — говорю я, — тебе какая книга досталась?

Айдахо, видно, тоже забыл про старые счеты, потому что ответил умеренным тоном, без всякой брани и злости.

— Мне-то? — говорит он. — По всей видимости, это Омар Ха-Эм.

— Омар Х. М., а дальше? — спросил я.

— Ничего дальше, Омар Ха-Эм, и все, — говорит он.

— Врешь, — говорю я, немного задетый тем, что Айдахо хочет втереть мне очки. — Какой дурак станет подписывать книжку инициалами. Если это Омар Х. М. Спупендайк, или Омар Х. М. Мак-Суини, или Омар Х. М. Джонс, так и скажи по-человечески, а не жуй конец фразы, как теленок подол рубахи, вывешенной на просушку.

— Я сказал тебе все как есть, Санди, — говорит Айдахо спокойно. — Это стихотворная книга, автор Омар Ха-Эм. Сначала я не мог понять, в чем тут соль, но покопался и вижу, что жила есть. Я не променял бы эту книгу на пару красных одеял».

Далее новообращенный Айдахо анализирует творчество Омара Ха-Эм.

«— Он, похоже, что-то вроде агента по продаже вин. Его дежурный тост: «Все трын-трава». По-видимому, он страдает избытком желчи, но в таких дозах разбавляет ее спиртом, что самая беспардонная его брань звучит как приглашение раздавить бутылочку. Да, это поэзия, и я презираю твою кредитную лавочку, где мудрость меряют на футы и дюймы.

А если понадобится объяснить философическую первопричину тайн естества, то старикашка Ха-Эм забьет твоего парня по всем статьям — вплоть до объема груди и средней годовой нормы дождевых осадков».

Но не таков был Сандерсон Пратт, чтобы дать сбить себя с толку.

«Этот Омар Х. М., судя по тому, что просачивалось из его книжонки через посредство Айдахо, представлялся мне чем-то вроде собаки, которая смотрит на жизнь как на консервную банку, привязанную к ее хвосту. Набегается до полусмерти, усядется, высунет язык, посмотрит на банку и скажет: «Ну, раз мы не можем от нее избавиться, пойдем в кабачок на углу и наполним ее за мой счет».

К тому же, кажется, он был персом. А я ни разу не слышал, чтобы Персия производила что-нибудь достойное упоминания, кроме турецких ковров и мальтийских кошек».

К великому возмущению всех любителей Хаййама, надо признать, что основную тему оба ковбоя уловили довольно точно.

Но у О'Генри никогда точно не знаешь, что именно он хотел сказать.

Не исключено, что, как истый поклонник Хаййама, он просто-напросто иллюстрировал древний и скорбный мотив: хочешь добиться успеха у очаровательной женщины, забудь о поэзии. Забудь — или оставь надежды.

Особенно если эта дама владелица двухэтажного домика в захолустном американском городишке.

Посмотрим теперь стихи Хаййама. Все их, грубо говоря, можно рассортировать на три группы:

1) «винно-любовный цикл»;

2) «философский цикл»;

3) «гражданская лирика» — четверостишия, где Хайям более или менее прямо высказывает свое отношение к окружающим.

Поскольку автор этой книги непрерывно балансирует на скользкой дорожке решения психологических ребусов, то попробуем и на этот раз разобраться, в какой степени стихи передают истинный образ Хайяма.

Пожалуй, в этом смысле наиболее содержательны стихи третьего цикла: раздраженные, желчные, откровенно злые.

Из всех 252 рубаи не найдешь ни одного, где было бы сказано что-либо приличное о мыслящих творениях аллаха. Достается всем. Но особую «любовь» Хайям испытывает к духовенству.

Рабы застывших формул осмыслить жизнь хотят.
Их споры мертвечиной и плесенью разят.
Ты пей вино: оставь им незрелый виноград,
Оскомину суждений, сухой изюм цитат.

С той горсточкой невежд, что нашим миром правят
И выше всех людей себя по званью ставят,
Не ссорься. Ведь того, кто не осел, тотчас
Они крамольником, еретиком ославят.

От духовенства совершенно естествен переход к милосердному аллаху. В стихах Хайям как-то хуже ладит с господом, чем в трактатах.

У мертвых и живых один владыка — ты;
Кто небо завертел над нами дико? Ты.
Я тварь греховная, а ты создатель мира;
Из нас виновен кто? Сам рассуди-ка ты!

Жизнь сотворивши, смерть ты создал вслед за тем,
Назначил гибель ты своим созданьям всем,
Ты плохо их слепил? Но кто ж тому виною?
А если хорошо, ломаешь их зачем?

Впрочем, сильных мира сего он тоже не оставляет своим вниманием.

Чтоб угодить судьбе, глушить полезно ропот.
Чтоб людям угодить, полезен льстивый шепот.
Пытался часто я лукавить и хитрить,
Но всякий раз судьба мой посрамляла опыт.

И, наконец, обобщающие высказывания по поводу человеческой глупости. Тут он пишет со вкусом, даже с некоторым удовольствием.

Один Телец висит высоко в небесах,
Другой своим хребтом поддерживает прах.
А меж обоими тельцами, — поглядите, —
Какое множество ослов пасет аллах!

Общаясь с дураком, не оберешься срама.
Поэтому совет ты выслушай Хаййама:
Яд, мудрецом тебе предложенный, прими,
Из рук же дурака не принимай бальзама.

Весь этот цикл весьма логично можно завершить четверостишиями, в которых Хайям объясняет, в какой обстановке он осужден жить и работать.

То не моя вина, что наложить печать
Я должен на свою заветную тетрадь:
Мне чернь ученая достаточно знакома,
Чтоб тайн своей души пред ней не разглашать.

Естественно, автор столь «жизнерадостных» стихов — человек не слишком оптимистического склада ума. Полное духовное одиночество, и никаких просветов. И в рубаи «философского цикла» Хайям вроде бы обобщает свой жизненный опыт.

Что миру до тебя? Ты перед ним ничто:
Существование твое лишь дым, ничто.
Две бездны с двух сторон небытием зияют,
И между ними ты, подобно им, — ничто,

Ученью не один мы посвятили год,
Потом других учить пришел и нам черед.
Какие ж выводы из этой всей науки?
Из праха мы пришли, нас ветер унесет.

Меня философом враги мои зовут,
Однако, видит бог, ошибочен их суд.
Ничтожней много я: ведь мне ничто не ясно,
Не ясно даже то, зачем и кто я тут.

Снова ни одного проблеска, ни единого хоть отчасти обнадеживающего намека. Некие рецепты, как следует наладить жизнь, вроде бы есть в первом цикле. Герои О'Генри (могу повторить еще раз) довольно точно уловили суть. Кстати, в первом английском переводе Фицджеральда особое и исключительное внимание было отдано именно этому направлению.

Мы в этот мир пришли вкусить короткий сон:
Кто мудр, из кабака тот не выходит вон.
Потоками вина туши огонь страданий,
Пока ты ветром в прах навеки не снесен.

Умом ощупал я все мирозданья звенья,
Постиг высокие людской души паренья
И, несмотря на то, уверенно скажу:
Нет состояния блаженней опьяненья.

Хочу упиться так,
чтоб из моей могилы,
Когда в нее сойду,
шел винный запах милый,
Чтоб вас он опьянял и замертво валил,
Мимо идущие товарищи — кутилы.

Особо жизнерадостными эти стихи также не назовешь. Какая уж тут жизнерадостность!

Поверим за неимением других гипотез, что автор всех цитированных рубаи действительно Хайям.

Ну хотя бы половины. Достаточно и этого.

Образ человека, написавшего эти стихи, как будто достаточно ясен. Умный, исключительно одаренный, скептик и мизантроп. При бесспорной культуре — полное отсутствие каких-либо интеллектуальных интересов. Дни и ночи он проводит с наложницами за чашей вина, в компании пьяных гуляк, а в редкие трезвые минуты отводит душу, создавая чудесные, но глубоко пессимистичные стихи. Он не ценит ничто в этом мире, кроме возможности хорошенько гульнуть, и, естественно, выполняет свою программу по мере сил и финансов.

В общем некая неудобоваримая смесь байронического героя, римского патриция самого низкого пошиба, гётевского Мефистофеля, русского купчика второй гильдии и французских аристократов эпохи упадка.

Идеи Хайяма не так уж новы.

Скептиков и пессимистов хватало во все эпохи, и восторгаться его мировоззрением особо не приходится.

Вроде бы иногда он близок к стихийному материализму. Во всяком случае, аллаха он честит изрядно. Но, во-первых, здесь многое неясно — есть достаточно рубаи явно полумистического характера, а во-вторых, чем тут особенно восхищаться?

Во все века и во все эпохи материалистические идеи увлекали многих и многих.

Не надо только каких-либо скидок.

Не стоит свысока похлопывать по плечу прошедшие столетия. Но если говорить «на равных» и судить по одним стихам, образ Хаййама-мыслителя заметно тускнеет. Остается великолепный поэт, но не слишком глубокий и симпатичный человек. Его можно понять, оправдать, но согласиться с ним нельзя.

Литературоведы не пишут столь откровенно, быть может, потому, что поэзия Хаййама навечно занесена в золотые фонды мировой культуры и соответственно сам Хаййам фигура иконописная.

Тем не менее знай я Хаййама только как поэта, после понятного периода увлечения его пессимизмом, который неотразимо привлекателен в возрасте 15—25 лет, — знай я его после этого периода, я бы в общем солидаризовался с О'Генри, отдавая, конечно, должное великолепному мастерству поэта.

Но вся прелесть в том, что гипотетический наш образ не более чем карикатура. И довольно односторонняя.

Во-первых, Хаййам не поэт-профессионал. Он ученый. Его дело — наука. Стихи? Не более чем разрядка. Отдых от работы.

Гурии и вино? Если бы Хаййам выпил сотую долю того вина, что разлито в его стихах...

Если бы его гарем вместил в себя десятую долю воспетых им красавиц... То ему просто физически не хватило бы сил на что-либо еще.

А все современники — и благожелательные и неблагожелательные — единодушны: Ходжа имам Омар был одним из величайших научных гениев Востока.

Посмотрим же, кто он.

Он...

Математик. Возможно, крупнейший во всей истории Востока. По крайней мере так полагают многие историки математики. Алгебраические работы Хаййама — можно повториться — блестящи. И он детально изучил математическое наследие греков. А это труд немалый. Работа — не одного года.

Астроном. Как помните, многие годы он создавал Исфаханскую обсерваторию, сам вел длительные и непрерывные астрономические наблюдения, провел реформу календаря и разработал новое летосчисление.

Отчасти физик. У него имеется очень любопытный трактат, посвященный знаменитой задаче Архимеда о короне Гиерона. Той самой задаче, в результате которой появился не только закон Архимеда, но и «фирменная марка» научно-популярных книг издательства «Молодая гвардия».

Философ. Из его работ видно, что он блестяще знает не только арабскую, но и греческую философию, особенно философию Аристотеля. Аристотелем Хаййам восхищался даже слишком откровенно. Может быть, лучше всего об этом говорит стиль ссылок: Хаййам пишет коротко и сухо. Вместо его имени он всегда ставит — философ.

Философ — и никаких восточных комплиментов. А Хаййам умел их говорить когда надо. Но не здесь. Он не хочет, чтобы пышные слова, инфляцию которых он чувствует лучше всех окружающих, чтобы эти проституированные сладкие фразы прилипали к тем именам, которые действительно дороги ему.

Философ — этого довольно.

Вообще, как только Хаййам начинает обсуждать существо дела, то поэтический, придворный, восточно-пышный стиль исчезает бесследно. Между традиционными реверансами аллаху, Мухаммеду и очередному покровителю в начале и конце заключен сухой, сдержанный текст.

Ссылки, рассуждения, чертежи, формулы. Евклид — просто Евклид, а не царь математиков или светоч знаний. Аполлоний — просто Аполлоний. Птолемей — Птолемей. Чуть-чуть отредактируйте текст, и перед вами стиль XX века. А Аристотель — философ.

Но мы несколько отвлеклись. Сейчас интересно несколько другое. Вспомним, «философ» писал столь путано и тяжело, что стиль его вошел в пословицу. Детальное изучение его работ сама по себе исключительно трудоемкая задача. Полагаю, что в наши дни среди специалистов по истории философии найдется очень немного скрупулезно проштудировавших все наследие Аристотеля в оригинале. Разве что несколько узких специалистов — «аристотелеведов». Хаййам же, бесспорно, изучил все работы философа. Но Аристотель — лишь малая часть того философского наследия Запада и Востока, что проработал Хаййам. Ссылки на десятки самых разнообразных капитальных трудов великолепно свидетельствуют за это.

Если мерять по объему переработанной литературы, Хаййаму может позавидовать любой доктор философских наук.

Философия далеко не исчерпывает Хаййама. Помимо этого, он знаток корана и мусульманской юриспруденции.

Но и это не все. Он еще и астролог. Мы уже говорили, что Хаййам прекрасно знает ей цену, но чтобы постичь ее правила, необходимо все же поглотить достаточно изрядную информацию.

Кстати, один из рассказов об астрологических подвигах Хаййама заставляет предположить, что он был знаком и с основами метеорологии.

Вспоминает ан-Низами ас-Самарканди:

«...султан послал в Мерв к великому ходже (далее следует длиннейшее имя ходжи), чтобы он попросил имама Омара предсказать: если они поедут на охоту, не будет ли в эти дни снега и дождя».

Хаййам думал два дня, указал время, «отправился и усадил султана верхом».

Дальше действие у ан-Низами развивается как у хорошего драматурга. Конечно, только-только султан выехал... «над землей распространились тучи, поднялся ветер, пошел снег, и все покрылось туманом. Все засмеялись. Султан хотел вернуться. Но ходжа имам (то есть Хаййам) сказал, чтобы султан не беспокоился, так как пять дней не будет влаги. Султан отправился на охоту, и тучи рассеялись, и пять дней не было влаги, и никто не видел туч».

А под конец рассказчик добавляет, что Хаййам, насколько ему известно, астрологии совершенно не доверял. Но предсказывать погоду должен был неплохо — это одно из стандартных требований султанов к своим мудрецам. Следовательно, в какой-то степени он владел метеорологией. (И здесь автор с великим трудом удерживается от дурного тона сопоставления восточных мудрецов с современным бюро прогнозов.)

Итак, приплюсуем метеорологию.

Наконец он был врачом. Об этом не раз упоминают биографы.

И помимо этого, Хаййам еще занимался теорией музыки.

И помимо этого, переводил с арабского на персидский.

И последнее. Вспомним, что ему приходилось выполнять различные каждодневные мелкие поручения шаха — типа предсказания погоды или толкования снов.

Да! Мы забыли еще, с чего начался весь разговор. Он еще и поэт. И поэт блестящий.

Спрашивается: когда же он ухитрялся пьянствовать с красавицами?

Впрочем, не знаю, как в красавицах, но в вине Хаййам, бесспорно, знал толк.

Об этом свидетельствует весьма профессиональный анализ свойств различных вин, анализ, который он проводит в трактате «Науруз-Наме».

Но если вспомнить все его обязанности, волей-неволей приходится предположить, что поклонением Бахусу он особо не злоупотреблял. Грешил, конечно. Тут, вероятно, сомнений нет. Грешил. Но вряд ли излишествовал.

И уж, во всяком случае, интересы его неизмеримо шире, чем можно было бы думать, ориентируясь только на рубаи.

Но поразительно, что о науке в стихах Хаййама нет ни слова. Человек пишет свою лирическую автобиографию. Так сказать, исповедь. И начисто умалчивает об истинно главном в своей жизни.

Можно думать, что такая тематика не в традициях восточной поэзии. Но, во-первых, мудрость и мудрецов как раз очень охотно воспевали, а во-вторых, в стихах Хаййам не слишком считался с традициями, раз так нехорошо обходился с великим и милосердным аллахом. Единственное, что можно отнести к научной теме в его стихах, — скептические замечания по поводу попыток познать смысл бытия. Мировоззрение Хаййама отнюдь не столь беспросветно мрачно.

Увязать все можно, только предположив, что отчасти Хаййам кокетничал перед собой, отвергая все и вся и не найдя ни одного доброго слова хотя бы о математике. Такое кокетство встречается куда чаще, чем обычно думают. И особенно у поэтов. И к его скепсису слишком доверчиво относиться не стоит.

А наиболее доверять можно, пожалуй, третьему циклу — «гражданской лирике». Кажется, Хайям действительно был человек с довольно раздражительным характером. И весьма невысоко ценил окружающих. Но попробуйте не быть раздражительным, если вас окружают мерзавцы, шарлатаны, стяжатели... Если каждый божий день вы должны дрожать за свое будущее. Если только ваше положение во дворце удерживает свору тупых схоластов, готовых сожрать вас в любую минуту. Если само это положение может исчезнуть в любой момент от одной случайной вашей обмолвки, от одной неуместной улыбки.

Попробуйте сохранить радостное настроение, уважение к людям, если вы не знаете каждое утро, чем кончится день, если вы не можете уподобиться всем тем, кто вас окружает, если вы должны лгать каждую минуту, каждую секунду и видеть, как остальные делают то же самое с увлечением и почти с наслаждением. Попробуйте все это и учтите еще, что вы не можете ни с кем поделиться своими горестями, потому что доверять подобные мысли — почти равносильно добровольному изгнанию — в самом наилучшем варианте. Попробуйте!

И если у вас есть талант поэта, посмотрим, как будут звучать ваши стихи.

Но если, ясно сознавая все, вы сможете продолжать напряженную работу, останетесь пессимистом, циником и пьяницей лишь в стихах, а в реальной жизни будете расходовать время, силы и нервы, чтобы создавать обсерваторию, исследовать уравнения третьей степени, комментировать Евклида, трудиться над Аристотелем и работать с учениками... Если вы способны на все это, то я с наслаждением прочитаю ваши стихи. Особенно если они будут написаны на старости лет и если после вас останутся влюбленные в вас ученики.

В жизни Омара Хайяма с 1092 года начался неудачный, тяжелый период.

Низам ал-Мулк — его основной покровитель — был убит в этом году.

Вероятно, это устроили феодалы. Убийца был членом одной из самых мрачных, фанатичных и странных сект в истории человечества: исмаилит. Я вспоминаю об этом потому, что существует очень любопытная, но, очевидно, недостоверная легенда, что Хаййам, Низам ал-Мулк и основатель секты исмаилитов Хасан Сабах учились в одной школе и были друзьями детства.

В этом же году умер и Малик-шах, с которым Хаййам вроде бы сжился.

При наследниках сначала было совсем плохо, потом как-то удалось устроиться. Деньги на обсерваторию требовались немалые, а субсидии прекратились. Их надо было выпрашивать и так и этак.

Пришлось даже написать историко-дидактический трактат — «Науруз-Наме», где среди многих анекдотов, рассуждений о соколах, красивых лицах, конях и вине настойчивым рефреном явно и неявно звучит один мотив: «А Малик-шах давал деньги на обсерваторию. И покровительствовал ученым».

Потом, повторяем, как-то все утряслось. Визирями были сначала сын, потом племянник Низам ал-Мулка. Видимо, по старой памяти они поддерживали Хаййама.

Но духовенство непрестанно держит Хаййама на прицеле. То, что он далек, очень и очень далек от правоверного ислама, давно уже ясно. Иногда глухая вражда затихает на время, но неизменно разгорается снова. Приходится отписываться полублагонамеренными трактатами, но помогает это не слишком.

Иногда он нетерпим. Когда надо бы промолчать — ввязывается в дискуссии и не стесняется в лицо высказать шейхам и имамам, что именно он о них думает. Характер у него к старости портится, он порядком резок, и все же, несмотря на свою славу и высоких покровителей, он вынужден совершить паломничество в Мекку — хадж. «И вернулся он из хаджа своего в свой город, посещая утром и вечером место поклонения и скрывая тайны свои, которые неизбежно откроются. Не было равного ему в астрономии и философии, в этих областях приводили его в пословицу. О, если бы дарована была ему способность избегать неповиновения богу».

Так сожалеюще сообщает благонамеренный мусульманин Джамал ад-Дин ибн ал-Кифти в своей «Истории Мудрецов».

Говорят также, что под старость перестал он брать учеников и был «скуп на написание книг».

Последние десять-пятнадцать лет он не живет уже при дворе. Он не угодил чем-то новому султану, и ему то ли дали сравнительно почетную отставку, то ли попросту выгнали. А может, он удалился сам, не дожидаясь, пока его попросят. Семьи у него нет. Старик одинок. Большая часть самых мрачных его стихов, по-видимому, написана именно в это время.

Ученики были бы по-прежнему рады его видеть, но как будто он не очень охотно допускает их к себе.

Ко всему надо добавить, что, вероятно, Хаййам всегда был изрядно самолюбив, самолюбие с годами перешло в самомнение, а для людей такого сорта старость, особенно неудачную, всегда переносить тяжело.

То, что был он о себе весьма высокого мнения, говорят и биографы. Можно это прочитать и в его трактатах. Даже по восточным нормам он, пожалуй, перебирает в восхвалении собственной персоны.

Вот, например, начало одного из его трактатов. «Это — лучи, исходящие от престола царя философов, и всезатопляющий чистый свет мудрости просвещенного, искусного, выдающегося, высокого, мудрого, великого, небесного, славного, достойного, господина доказательства истины и убеждения, победителя философии и веры, философа обоих миров, господина мудреца обоих востоков Абу-л-Фатха Омара ибн Ибрахима ал-Хаййами...»

В этом абзаце четырнадцать эпитетов. И после этого начало другого трактата выглядит как образец скромности, граничащей с самоуничижением. «...досточтимый господин, доказательство истины, философ, ученый, оплот веры, царь философов Востока и Запада»...

Неплохо он характеризует себя и в начале трактата «Науруз-Наме», написанного, как помните, для преемников Малик-шаха.

«...ученый ходжа, философ века, глава исследователей, царь ученых»...

Впрочем, любопытное обстоятельство: все «специальные» — математические и физические — трактаты Хаййам начинает сухо и сдержанно.

Славословие появляется в трактатах общего характера. Так что, возможно, дело отчасти и в том, что сознавая: «без паблисити нет просперити», — он создавал себе рекламу в тех случаях, когда трактат могли прочесть сильные мира сего. Естественно, подобные ухищрения добавляют еще одно унижение к длинному списку тех, что пришлось испытать Хайяму. И тем неприятней ему должна была быть самореклама. И последняя неудача. Под конец он испытывает существенные материальные затруднения.

Сомнительно, что он в буквальном смысле страдал от бедности, как иногда пишут современные биографы. Как-никак много лет он занимал очень высокое положение, и, вероятно, какие-то средства остались. Да и до конца дней он при всех нападках духовенства оставался признанным «царем ученых». К тому же многочисленные его ученики могли бы поддержать его в случае острой необходимости.

Так что, думаю, с голоду Хайям не умирал и вообще жил, вероятно, не хуже, чем какой-нибудь мелкий торговец. Но сократить расходы пришлось, видимо, резко. Во всяком случае, в нескольких рубаи он сетует и на бедность и вообще на жизнь:

Мне, боже, надоела жизнь моя.
Сыт нищетой и горьким горем я,
Из бытия небытие творишь ты,
Тогда избавь меня от бытия.

Старик доживает свой век, и, видно, мало, что радует его.

Единственное, что осталось, — книги. Сообщают, что и умер он с книгой любимого своего Абу-Али Ибн-Сины в руках.

Не надо, конечно, полагать, что все время он тосковал и вздыхал; но человек сломлен. Последние лет двадцать он, видимо, уже не работает. То ли нет сил. То ли охоты. Жизнь закончена.

Он умер в 1128 году, и даже эту дату мы узнали случайно, только благодаря рассказу его ученика ан-Низами ас-Самарканди. Я приведу его полностью, потому что для понимания Хайяма-человека рассказ этот важнее всех домыслов современников.

Ан-Низами ас-Самарканди рассказывает:

«В 506 г. (1112/13 г. н. э.) Ходжа имам Хайям и Ходжа Музаффар Исфазари были во дворце Эмира Абу-Са'да в квартале работорговцев в Балхе. Я был с ними в веселом собрании. Там я слышал, как доказательство истины Омар сказал: «Моя могила будет в таком месте, где два раза в году северный ветер будет осыпать надо мною цветы».

Мне эти слова показались невозможными, но я знал, что такой человек не будет говорить пустых слов.

Когда в 530 г. (1135/36 г. н. э.) я прибыл в Нишапур, уже прошло несколько лет, как тот великий муж прикрыл лицо завесой из праха и мир лишился его. Он был моим учителем. В пятницу я отправился на его могилу и взял человека, чтобы он показал мне ее. Он привел меня на кладбище Хайра. Я повернул налево и у подножья садовой стены увидел могилу. Абрикосовые и грушевые деревья из сада протянули ветви через стену и осыпали свои цветы на могилу так щедро, что земля была совершенно скрыта под ними. Тогда я вспомнил те слова, что слышал от него в Балхе, и заплакал, ибо нигде во всем мире, от края до края, я не видел равного ему».

Можно почти гарантировать, что писал ан-Низами абсолютно искренне. Вряд ли, так вспоминая Хаййама, он повышал свою репутацию перед служителями ислама. Но когда о человеке так вспоминают его ученики, то веришь, что это был хороший человек. Это, видимо, было главное. И верить надо ан-Низами. Потому что из всех рассказов о Хаййаме этот — свидетельство друга. И только отсюда можем мы судить, как относились к нему близкие по духу люди.

Вообще по характеру, темпераменту, взглядам, по многим жизненным обстоятельствам Хаййам поразительно напоминает Галилея.

Как будто двое близких родственников жили на разных краях мира с интервалом в 500 лет.

Я не буду особо обосновывать эту параллель. Прочитав биографические материалы, каждый может сам решать, так ли это. Но, по-моему, они близки, близки во всем. И, следуя Киплингу, кончим той фразой, с которой мы начали.

Восток, как известно, есть Восток.

В отличие от Запада, который есть Запад...

# Глава 6

# Эпоха доказательств. Продолжение

Их было много. Очень много. Не меньше тысячи.

Так или иначе, раньше или позже, судьба сталкивала их с пятым постулатом, и они погружались в манящий лабиринт теорем.

Выхода не находил никто.

Иные запутывались в самом начале, иные проходили дальше, но итог был неизменно постоянен.

Некоторые отдавали этой безнадежной задаче всю жизнь, другие вовремя отступали.

Иные доходили до нервного потрясения, мистицизма и отчаяния, иные же философски спокойно бросали в корзину листки своих выкладок. Но итог был неизменен.

Некоторым улыбался мираж, и они пребывали в счастливой уверенности, что выбрались наружу. Но итог оставался неизменен.

Они повторяли пути предшественников, не зная, что идут уже проверенным и отброшенным путем, часто им светила надежда, и казалось, что нужно лишь одно решительное усилие. Но итог всегда бывал один.

Дилетанты, профессионалы, наивные посредственности и талантливейшие математики; греки, арабы, персы, европейцы — те, кто запутывался на первых шагах, и те, кто сражался долго, упорно и изобретательно — более двух тысяч лет, — всех их ждал один конец.

Пятый постулат был неприступен. Он относился, казалось, к тем задачам, что никогда не будут решены при помощи человеческого ума.

Но раз уж мы пленились возвышенным стилем, то можно сказать, что математики точно следовали девизу, высеченному на могиле капитана Скотта:

«Бороться и искать,
Найти и не сдаваться».

И подобно бескрайним снегам, пятый постулат поглощал одного за другим.

Большинство не оставили после себя каких-либо следов. Они исчезли бесследно. Но некоторые гибли достойно, оставив по себе добрую память.

На кладбище жертв «пятого» одно из самых почетных мест по праву принадлежит Анри Лежандру.

Лежандр был, возможно, наиболее крупным математиком среди тех, кто попал под гипноз пятого постулата. Он занимался им долгие годы, подступал к чудовищу то с одной, то с другой стороны. Находил и опровергал, предлагал одно доказательство за другим, переходил от уверенности в успехе к полному разочарованию, снова надеялся на удачу, но под конец все же сам заключил, что точного решения не найдено. Признание содержится уже в самом названии резюмирующей работы, опубликованной им в последние годы жизни (1833 г.), «Размышления о различных способах доказательства теории параллельных линий или теоремы о сумме углов треугольника».

Как часто бывает в науке, это осторожное, обширное и в итоге пессимистическое исследование появилось тогда, когда уже было найдено решение и в «Вестнике Казанского университета» была напечатана первая работа Лобачевского.

Впрочем, тут удивляться не приходится. Но вот то, что ровно через двадцать лет наш русский академик В. Я. Буняковский, который уж, во всяком случае, обязан был знать работы Лобачевского, опубликовал аналогичное исследование, — это грустный факт. Еще раз обращаю ваше внимание на поразительный, почти анекдотический характер этого события. Впрочем, разговор о нем еще впереди.

В своих многолетних попытках доказать пятый постулат Лежандр проявил и настойчивость и замечательную изобретательность.

Во-первых, он очень изящно доказал несколько теорем «абсолютной геометрии». Во-вторых, доказывая «пятый» от противного, он, по существу, нашел ряд теорем геометрии Лобачевского. Доказывал он не непосредственно «пятый», а его эквивалент — «сумма углов треугольника равна $\pi$».

Прежде всего он доказывает эквивалентность.

Уже по нашей доморощенной теореме, когда на эквивалентность с «пятым» исследовался постулат: «перпендикуляр и наклонная пересекаются», можно было почувствовать, как тесно связан «пятый» с теоремой о сумме углов треугольника.

Но, конечно, доказательства эквивалентности этой теоремы и пятого постулата мы не дали.

Полное доказательство эквивалентности любых двух утверждений содержит две части.

1. Доказывается: «Если принять утверждение $A$, то из него следует утверждение $B$».

2. Доказывается обратная теорема: «Если принять утверждение $B$, то из него вытекает утверждение $A$».

В нашем случае надо доказать:

1. Если справедлив «пятый» — сумма углов треугольника равна $\pi$.

Эта первая часть доказательства — известная теорема и приводится во всех школьных учебниках геометрии. Вторую половину задачи решает Лежандр, и решает безукоризненно. Посмотрим, как он действовал.

Во-первых, он доказывает:

«Сумма углов треугольника не может быть больше $\pi$».

Доказывает безукоризненно строго. Конечно, не используя пятый постулат. И даже дает два варианта доказательства. Оба правильные. Метод доказательства — испытанное оружие «reductio ad absurdum». Предполагается, что существует треугольник, сумма углов которого равна $(\pi + \alpha)$, и показывается, что в этом случае мы непременно придем к противоречию. Доказательства довольно просты.

Я не повторяю их потому, что для любителей геометрии весьма привлекательно получить этот результат самостоятельно.

Далее идут несколько вспомогательных теорем, и он доказывает очень важное утверждение:

*если сумма углов в каком-либо одном треугольнике равна π, то она равна и во всяком другом треугольнике.*

Все доказывается без привлечения пятого постулата. Средствами абсолютной геометрии.

Теперь все подготовлено для последней теоремы этого цикла — доказательства эквивалентности:

*Если сумма углов треугольника равна π, справедлив постулат Евклида.* Вообще говоря, если принять первые два утверждения, то эквивалентность сразу можно доказать с помощью «нашей» теоремы. Предоставляю читателям самостоятельно проверить это утверждение. Кстати, можно признаться, что примерно так и доказывал Лежандр. Остается получить только одно:

*Сумма углов треугольника не может быть меньше π.*

Только это! И пятый постулат доказан.

И Лежандр решает эту задачу.

Доказательство Лежандра великолепно.

Оно изящно. Просто. Неожиданно.

В нем есть все, что восхищает нас в математике. Кроме одного.

Оно неверно.

Но внимания оно заслуживает.

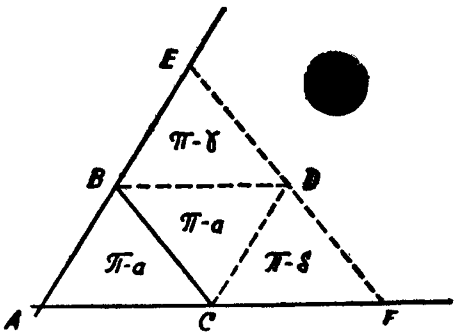
Метод — снова доказательство от противного. Перед нами $\triangle ABC$. С него мы начинаем. Он главный. И сумма его углов по предположению равна $(\pi - \alpha)$.

Стороны угла $A$ мы продолжим до бесконечности. Это понадобится в дальнейшем.

Теперь — вспомогательное построение.

На стороне $BC$ строим еще один точно такой же треугольник. Он виден на чертеже — это $\triangle BCD$.

Построили мы его так,



что сторона $BD = AC$, а сторона $CD = AB$. Легко убедиться, что сделать это всегда возможно. И теория параллельных пока никак не вмешивается в наши рассуждения. Теперь из точки $D$ проведем какую-либо прямую. К ней предъявляется единственное требование. *Она должна пересечь обе стороны угла $A$.* Вроде бы очевидно, что можно найти не одну, а много прямых, удовлетворяющих этому условию.

Остановимся.

Все. Задача решена. Пятый постулат уже доказан. Остальное дело очень несложной техники. Посмотрите на чертеж. Сумма углов в треугольниках $CDF$ и $BED$ непременно меньше $\pi$. Это, как помните, Лежандр доказал раньше. Насколько меньше, нам совершенно неважно. Более того, на самом деле нам нужно только одно: сумма углов в этих треугольниках не должна превышать $\pi$. Теперь остались мелочи. Посмотрим на большой $\triangle AEF$. И найдем сумму его углов. Проделаем это несколько окольным путем.

Всего у нас четыре маленьких треугольника. Сумма всех их углов равна: $2(\pi - \alpha) + (\pi - \gamma) + (\pi - \delta) = 4\pi - 2\alpha - \gamma - \delta$.

Теперь обратим внимание на то, что эту же сумму можно записать несколько по-другому. Из углов наших маленьких треугольников у точек $C$, $B$ и $D$ организуются три угла, равные $\pi$. Остаются еще углы у вершин $A$, $E$ и $F$. Но сумма этих углов и есть сумма углов $\triangle AEF$.

Итак:

сумма углов $\triangle AEF + 3\pi = 4\pi - 2\alpha - \gamma - \delta$.

И потому:

сумма углов $\triangle AEF + 3\pi = 4\pi - 2\alpha - \gamma - \delta$.

Теперь начинается цепная реакция. Дословно повторив все наше построение для $\triangle AEF$, построим треугольник с суммой углов меньше, чем $(\pi - 4\alpha)$. Далее, построим треугольник с суммой углов меньше, чем $(\pi - 8\alpha)$. Короче, как бы ни было мало $\alpha$, мы сможем построить такой треугольник, что сумма его углов отрицательна. Но это явный абсурд. Наше предположение привело к нелепости. Теорема доказана. Сумма углов треугольника не может быть меньше $\pi$. Доказательство действительно прекрасно. Для профессионала его можно записать на трех строчках. В дополнительных построениях всего две операции.

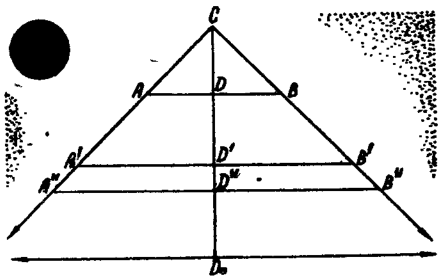
Но... предположить, что через точку внутри угла всегда можно провести прямую, встречающую обе его стороны, озна чает, что вместо пятого постулата мы вводим его эквивалент. И Лежандр понимает это. Но от столь красивого решения отказываться жаль. И уже совсем по-человечески он несколько жалобно объясняет, что за $\measuredangle A$ выбран тот из углов, что меньше $60° \left(\frac{\pi}{3}\right)$. Тогда легче поверить в его предпосылку. Поверить действительно легче. Но дела это не меняет. Доказать это утверждение без помощи пятого постулата нельзя. И в итоге Лежандр отказался от своего доказательства.

Более того.

Пусть $\measuredangle A$ произвольно мал. Меньше любого наперед заданного числа. Меньше, например, $10^{-10^{-10}}$ секунды. Даже в этом случае нельзя доказать предположение Лежандра. Если бы это было возможно, сразу был бы доказан пятый постулат. Для точек внутри угла, достаточно близких к вершине, гипотезу Лежандра, конечно, можно доказать строго. Но только для близких. А при нашем построении, чтобы получить противоречие, надо все дальше уходить от вершины.

Если продолжить анализ на пути Лежандра, то на свет выплывает много забавных эквивалентов пятого постулата.

По существу, на этом пути можно получить много теорем неевклидовой геометрии. Для развлечения можно предложить такую задачу. Анализируя предпосылку Лежандра, показать: пусть $\measuredangle C$ — угол при вершине семейства равнобедренных треугольников: $ACB$, $A'CB'$, $A''CB''$ и т. д.

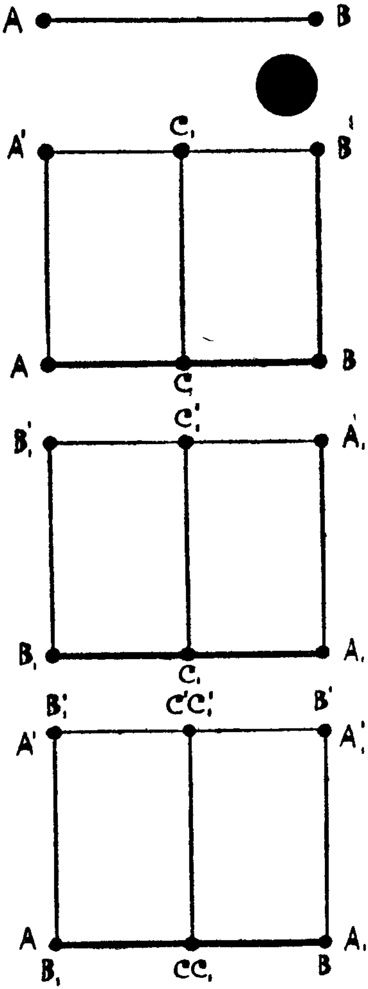



*Допустив, что в этом семействе всегда найдется треугольник с высотой, большей любого наперед заданного числа, мы докажем пятый постулат.* Не правда ли, это довольно неожиданный, очень естественный на вид эквивалент «пятого»! Он довольно просто находится при анализе доказательства Лежандра. Несколько забегая вперед, отметим, что в геометрии Лобачевского правильна противоположная теорема.

Большинство прочих авторов не шли так далеко, как Лежандр. Они запутывались в самом начале.

Но были и более интересные работы.

В 1889 году итальянский геометр Бельтрами обнаружил забытую работу своего соотечественника иезуита Иеронима Саккери, который еще в 1733 году предвосхитил и превзошел все результаты Лежандра.



До этого времени считалось, что именно Лежандр показал:

1. Не прибегая к пятому постулату Евклида, при помощи остальных аксиом можно доказать, что сумма углов треугольника не может быть больше двух прямых, больше 180° ($>\pi$).

2. Если справедлив пятый постулат, то сумма углов во всех треугольниках точно равна 180° (равна $\pi$).

Отсюда следовал вывод:

Если несправедлив пятый постулат, то сумма углов во всех треугольниках меньше 180° ($<\pi$).

Лежандру хотелось верить, что он опроверг и эту возможность, но... впрочем, мы уже говорили об этом.

Так вот оказалось, что Саккери выяснил все это значительно раньше. Более того, его исследование, цепочка его теорем тянется значительно дальше, чем у Лежандра. Правда, отправной пункт у него несколько другой. Он идет не от треугольника, а от четырехугольника, так же как несколько столетий ранее Хаййам.

Построение его таково.

1. Возьмем отрезок $AB$.

2. Из крайних точек $A$ и $B$

восстановим перпендикуляры и отложим на них отрезки $AA'$ и $BB'$ равной длины.

3. Соединим $A'$ и $B'$ прямой. Получим четырехугольник.

4. Возьмем середины оснований $C$ и $C^1$ и соединим их прямой.

5. Возьмем «второй тождественный экземпляр» четырехугольника $AA'BB'$ четырехугольник $A_1A_1'B_1B_1'$ и наложим его на первый так, чтобы сторона $B_1B_1'$ легла на сторону $AA'$.

Тогда легко доказать, что угол $A'$ равен углу $B'$, а прямая $CC'$ перпендикулярна к обоим основаниям. Читатели сами могут докончить строгое доказательство этой теоремы, могут также получить этот результат и несколько по-другому, использовав соображения симметрии.

Для углов $A'$ и $B'$ есть три возможности:

1. Они равны 90° $\left(=\frac{\pi}{2}\right)$.

2. Они острые, то есть меньше 90° $\left(<\frac{\pi}{2}\right)$.

3. Они тупые, то есть больше 90° $\left(>\frac{\pi}{2}\right)$.

Саккери показывает прежде всего, что если любая возможность осуществилась в одном каком-то четырехугольнике, то она осуществится и во всех возможных четырехугольниках такого типа.

Далее он доказывает, что:

1. Если справедлива «гипотеза тупого угла», то сумма углов любого треугольника больше $\pi$.

2. Если справедлива «гипотеза прямого угла», то сумма углов треугольника равна $\pi$.

3. Если справедлива «гипотеза острого угла», то сумма углов треугольника меньше $\pi$.

Далее он доказывает, что «гипотеза прямого угла» эквивалентна постулату Евклида.

Следовательно, чтобы доказать пятый постулат, нужно отвергнуть две другие гипотезы.

С «гипотезой тупого угла» Саккери расправляется весьма быстро и абсолютно строго.

Остается «гипотеза острого угла». И здесь оказывается, что все предыдущее только присказка, сказка впереди.

Почти на ста страницах Саккери разбирает следствия этой поистине сатанинской «гипотезы острого угла».

Он получает теоремы одна страннее другой, но отлично понимает до поры до времени, что внутреннего противоречия в них нет. Но вдруг ему мерещится: он нашел. И он объявляет решительно и безоговорочно: вот доказательство, вот божественная искра, испепеляющая эту гипотезу.

«Гипотеза острого угла совершенно ложна, ибо противоречит природе прямой линии».

И здесь враг рода человеческого улавливает Иеронима Саккери. Он ошибается. Грубо ошибается.

Но нет, не будем спешить с выводами. Саккери еще не успокоен, он смутно чувствует какой-то подвох и заявляет:

«На этом я мог бы спокойно остановиться, но я не хочу отказаться от попытки доказать, что эта упорная гипотеза острого угла, которую я вырвал уже с корнем, противоречит сама себе».

И игра начинается снова.

Саккери вновь ищет доказательство, но уже на ином пути.

Он доказывает, что если принять «гипотезу острого угла», то оказывается, что «геометрическое место точек, равноудаленных от данной прямой линии, есть кривая линия».

Все это строго.

Обратите внимание, вывод, казалось бы, так нелеп, что можно остановиться.

Нет, Саккери отлично понимает, что этого еще недостаточно.

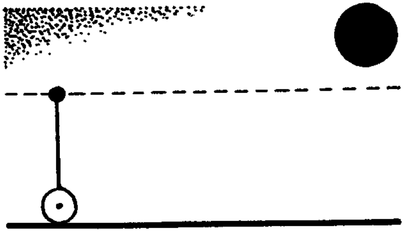
И здесь на секунду забудем о Саккери и вспомним о нашем досточтимом Гийас ад-Дине Абу-л-Фатх Омар ибн Ибрахиме ал-Хаййам ан-Найсабури.

Пора выполнить наш долг и рассказать, что именно сделал он, доказывая пятый постулат.

Свое доказательство пятого постулата Хаййам начинает (как, впрочем, и все) с критики предшественников.

Он опровергает доказательства Герона, Евтокия, ал-Хазина, аш-Шанни ан-Найризи. Опровергает он также и Абу Али Ибн-ал-Хайсама, который шел весьма любопытным и оригинальным путем.

Али Ибн-ал-Хайсам начинает с гипотезы, что линия, описываемая верхним концом перпендикуляра данной длины при движении нижнего конца его по данной прямой, также есть прямая. (На чертеже изображены палочка с роликом и пунктирная прямая. Таким образом, автор пытается наглядно изобразить постулат Абу Али Ибн-ал-Хайсама.)



Сам Абу Али Ибн-ал-Хайсам пытался обосновать это утверждение, рассуждая о свойствах движения.

Как раз это и вызывает некоторое негодование Хаййама. Он атакует Абу Али за то, что тот вводит в геометрию движение. Тут Хаййам не прав.

Но и Абу Али тоже ошибался. Фактически он в своем доказательстве использовал постулат, эквивалентный евклидову. А именно, его гипотеза эквивалентна постулату, уже известному нам: «геометрическое место точек, равноудаленных от прямой, — тоже прямая». Но он-то надеялся, что не постулировал, а доказал это.

Но и Хаййама аллах тоже покарал за гордыню. В итоге он запутался как раз в этом вопросе. Неявно он тоже использовал тот же самый эквивалент пятого постулата, что и Абу Али. Мы не будем анализировать доказательство Хаййама, поскольку оно довольно рядовое среди других. Заметим только, что все это говорилось, чтобы позволить себе некоторое лирическое отступление: все же математики думают неплохо. В Греции ли, в Хорасане или в Италии... Призывают ли они на помощь Зевса, аллаха или Иисуса Христа, они стремятся к безукоризненной логике и если ошибаются, то на довольно высоком уровне. И многие из них отлично понимали: утверждение, что геометрическое место равноудаленных от прямой точек есть прямая, надо доказывать.

Пусть противоположная версия кажется странной, но внутренних противоречий в ней не видно. А гипотеза будет опровергнута лишь тогда, когда ее следствием будет абсурд.

И Саккери продолжает борьбу.

Он анализирует эту «кривую равных расстояний», анализирует тщательно и совершенно строго, пока в какой-то момент лукавый опять не сбивает его с пути истинного — он находит доказательство. Это прямая. И... попадает в очередную западню носителя зла. Снова ошибка. Но Саккери-то ее не видит. Он уверен: он доказал.

Кажется, все. Работа закончена. Пятый постулат доказан. Можно издавать книгу.

И он издает ее, точнее, она появляется на свет божий через несколько месяцев после его смерти (1733 г.). Заглавие достаточно сенсационное. «Евклид, освобожденный от всех пятен, или опыт, устанавливающий самые первые принципы универсальной геометрии».

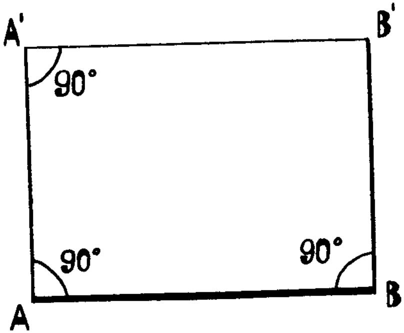
Но совесть ученого, видно, все же не очень спокойна. В заключение он пишет: «Не могу не указать здесь разницы между приведенными опровержениями обеих гипотез. При гипотезе тупого угла дело ясно, как свет божий... Между тем гипотезу острого угла мне не удается опровергнуть иначе, как доказав...»

В общем Саккери не удовлетворен. Это ясно чувствуется.

А дьявол шутит с ним свою последнюю и совсем уж злобную шутку. Работа его остается практически неизвестна до 1889 года, когда она стала иметь лишь чисто историческое значение.

По существу, Иероним Саккери блестяще доказал несколько десятков теорем неевклидовой геометрии, но его погубили исходные позиции; он все время был уверен, что вот-вот докажет пятый постулат.

Не зная о работе Саккери, еще дальше него пошел немецкий математик Ламберт (1728—1777 гг.). Он уже по праву может считаться прямым предтечей неевклидовой геометрии.




Ламберт начинает анализ, используя несколько другой четырехугольник. Вот он. В нем три прямых угла — $A$, $A'$ и $B$. Относительно угла $B'$ снова могут быть три гипотезы.

Он:

1. Острый.

2. Прямой.

3. Тупой.

Ламберт также довольно просто истребляет «гипотезу тупого угла».

Как именно, мы умолчим за недостатком времени.

Но мало того. Ламберт понимает и говорит, что «гипотеза тупого угла» оправдывается на сфере, если присвоить окружностям большого круга роль прямых линий. Это чрезвычайно интересное и глубокое наблюдение.

Дело в том, что и Саккери и Ламберт опровергали «гипотезу тупого угла», строго доказывая, что стоит ее принять, и будет получено: прямые $AA'$ и $BB'$ пересекаются в двух точках.

Но это противоречит известной аксиоме: через две различные точки проходит одна, и только одна, прямая.

Впрочем, достаточно даже доказать, что $AA'$ и $BB'$ пересекаются в одной точке, чтобы отбросить «гипотезу тупого угла».

Читатели могут развлечь себя проверкой последнего утверждения.

На сфере же, где дуги большого круга пересекаются в двух точках, «гипотеза тупого угла» справедлива.

После этого небольшого отступления Ламберт возвращается к плоскости.

Он показывает, что «гипотеза прямого угла» эквивалентна постулату Евклида.

Снова остается проверить и опровергнуть «гипотезу острого угла».

Ламберт начинает анализ, надеясь прийти к абсурду, и протягивает цепь своих теорем еще дальше, чем Саккери.

Он доказывает, между прочим, одну из самых замечательных и странных на привычный взгляд теорем геометрии Лобачевского:

*Площадь любого треугольника пропорциональна разности между 180° и суммой его углов:*

$$S = A \cdot (\pi - \Sigma).$$

$A$ — постоянное число, оно одно и то же для всех треугольников;

$\Sigma$ — сумма углов треугольника.

Отсюда немедленно следует, что площадь любого треугольника не может превышать:

$$S_{\text{max}} = A \cdot \pi.$$

Это наивыгоднейший для нас случай, когда сумма углов треугольника равна нулю.

Отсюда, в свою очередь, немедленно вытекает, что стоит допустить существование треугольника сколь угодно большой площади — и мы докажем постулат Евклида.

Далее сразу ясно, что при «гипотезе острого угла», или, говоря попросту, в геометрии Лобачевского, отсутствуют подобные треугольники, ибо не может быть двух неравных треугольников с равными углами.

Так что теорему, доказанную Ламбертом, можно использовать, чтобы предложить две новые формулировки пятого постулата.

1. *Существует треугольник, площадь которого больше любого указанного заранее числа.*

Или:

2. *Существуют хотя бы два подобных треугольника, то есть такие треугольники, площади которых различны, а все углы соответственно равны.* (Правда, как помните, этот эквивалент пятого постулата использовали значительно раньше.)

Обе формулировки предельно естественны, предельно очевидны.

Вне сомнений, что элементарные следствия теоремы о площадях были ясны Ламберту. Но он не поддается лукавому и обманчивому очарованию очевидности. Напротив. Он даже увлекается этой неподатливой «гипотезой острого угла».

«Я склонен даже думать, что третья гипотеза («гипотеза острого угла». — *В. С.*) справедлива на какой-нибудь мнимой сфере. Должна же быть причина, вследствие которой она на плоскости далеко не столь легко поддается опровержению, как это можно было сделать со второй гипотезой».

Сказано абсолютно точно. Действительно, считая, что геометрия Евклида справедлива на плоскости, можно указать такие поверхности, на которых будет выполняться планиметрия Лобачевского.

Это так называемые псевдосферические поверхности. Впервые их открыл все тот же Бельтрами.

Вот как симпатично выглядят некоторые из них.

(К поверхностям этим мы еще вернемся, а пока посмотрим, что еще говорил Ламберт.)

Основная его задача — доказать, что на плоскости выполняется геометрия Евклида. Замечание о псевдосферах — побочный вывод.

И Ламберт — можно еще раз восхититься логикой этого человека — ясно понимает: он ничего не доказал.

«Доказательства Евклидова постулата могут быть доведены столь далеко, что остается, по-видимому, ничтожная мелочь. Но при тщательном анализе оказывается, что в этой кажущейся мелочи и заключается вся суть вопроса. Обыкновенно она содержит либо доказываемое предложение, либо эквивалентный ему постулат».

Вот его вывод. Вывод безукоризненный и точный.

Безусловно, он разобрался в проблеме лучше всех предшественников, он провел анализ дальше всех, перечислил ряд нелепых, с точки зрения нашей «евклидовой» интуиции, выводов, к которым приводит «гипотеза острого угла», но он не нашел логически безупречного доказательства.

А «аргументы, вызываемые любовью и недоброжелательством», как он их квалифицирует, — не аргументы для геометра.

Более того, в глубине души Ламберт смутно подозревает, что, быть может, пятый постулат вообще нельзя доказать. Он обсуждает возможную справедливость «гипотезы острого угла».

Увлекаясь невольно цепью своих теорем, он даже нарушает сдержанный академический стиль:

«В этом есть нечто восхитительное, что вызывает даже желание, чтобы третья гипотеза была справедлива.

И все же я желал бы, несмотря на это преимущество, чтобы это было не так, потому что это было бы сопряжено с целым рядом других неудобств.

Тригонометрические таблицы стали бы бесконечно пространными, подобие и пропорциональность фигур не существовали бы вовсе, ни одна фигура не могла бы быть представлена иначе, как в абсолютной своей величине, и астрономии пришлось бы плохо».

Слова «несмотря на это преимущество» относятся к замечательному выводу неевклидовой геометрии — существованию абсолютной единицы длины.

Ламберт, как видим, владел и этим понятием. (Об абсолютной единице длины мы вспомним еще чуть позже.) К сожалению, работа Ламберта также оказалась вне внимания ученых, и Лобачевский не знал о ней до конца дней своих.

Впрочем, неясно, стоит ли сожалеть об этом. Работа Ламберта, знай ее Лобачевский, могла бы, конечно, сэкономить ему пару лет работы, но могла бы и погасить интерес к проблеме, убедив, что все его начальные результаты уже давно известны.

Так или иначе, он ее не знал.

Ламберту оставалось совсем немного, чтобы стать автором неевклидовой геометрии. По сути — лишь одно.

Надо было твердо заявить: «гипотеза острого угла» равноправна с пятым постулатом.

Ни пятый постулат, ни противоположное ему утверждение («гипотеза острого угла» — в терминологии Ламберта) не вытекает из остальных аксиом. Они совершенно независимы. Какое именно выполняется в нашей вселенной — вопрос опыта.

Стоило ясно сформулировать себе эти очень вроде бы простые мысли, стоило поверить, что все так оно и есть. И... остальное было дело техники.

Математик такого дарования, как Ламберт, сравнительно просто мог доказать еще несколько десятков теорем, мог и без особого труда систематизировать эти теоремы, — мог построить всю систему неевклидовой геометрии.

А теперь остановимся на мгновение.

Законы научного творчества — вещь смутная. Иногда к открытию приходят одним путем, иногда совсем отличным; бывает, приходят почти случайно, бывает, что открытие венчает десятилетия проклятого напряженного труда. Бывает всякое. Но один закон непреложен.

Лет через пятьдесят (от силы сто) любое супергениальное провидение — непонятное, запутанное, странное и поразительное для современников — кажется естественным, простым и едва ли не тривиальным.

Чтобы оценить значение той или иной работы, надо попытаться отбросить весь комплекс знаний, накопленных со времени ее появления, и мысленно представить себя в той эпохе.

Попробуем же вообразить себя геометром конца XVIII, начала XIX столетия, исследующим пятый постулат.

С ранних лет нас учат, что геометрия Евклида — самое совершенное создание человеческого разума. Нас не только учат, мы сами с годами все больше подчиняемся завораживающей логике доказательств, погружаемся в холодную красоту чертежей, лемм, теорем — в призрачное царство логики и интеллекта.

Мы живем в этом замкнутом мире, и единственные законы, управляющие нашим сознанием, — законы этого мира.

Геометрия давно уже не представляется нам тем, чем она была когда-то в дряхлой древности, «наукой об измерении земли — землемерием». Вопрос о ее реальности, о ее практическом осуществлении в нашем мире решен столь давно, что сейчас он никого не заботит.

Геометрия давно уже воспарила от грешной земли к горным высотам идеальной абстракции.

Сама мысль, что геометрию все еще можно и должно проверять опытом, что геометрия, по существу, один из разделов физики, не может прийти нам на ум, потому что еще в самые первые дни обучения мы узнали, что геометрия верно служит уже несколько тысяч лет.

Да, в последнее время вся система аксиом подвергается некоторой критике.

Да, пресловутый пятый постулат шокирует, и довольно серьезно, наши эстетические чувства.

Но не более.

Никаких сомнений в справедливости пятого постулата у нас нет и быть не может. Мы сомневаемся лишь в том, что это постулат. Мы лишь подозреваем, что в аксиомы затесалась теорема.

Ставить под сомнение пятый постулат вообще — означает усомниться в геометрии. А если так, то столько же оснований усомниться, например, в аксиоме: «Через две точки проходит одна, и только одна, прямая».

Или в любой другой. Можно подвергнуть ревизии и понятие линии. И арифметические аксиомы. Можно все идеальное, античных пропорций здание превратить в бесформенное нагромождение обломков. Можно. Но это работа варвара, гунна, а отнюдь не математика.

Нет ничего более совершенного в мире, нежели геометрия, и лишь один небольшой изъян слегка смущает нас — пятый постулат.

Что касается других аксиом — они настолько очевидны, что сколь-нибудь серьезных вопросов с ними не может быть связано. Легкие изменения, более отточенные формулировки — да, это возможно. Но малоинтересно в конце концов. Так мы думаем. Так думали математики всех стран 25 веков до нас. Отказаться от нашей веры — означает отказаться от всего.

Мы стремимся к красоте и гармонии в нашей евклидовой геометрии, к окончательной отделке здания. Но менее всего думаем о разрушении.

И мы убеждены: допустить, что в геометрии Евклида можно изменить хоть одну аксиому, не придя при этом к ужасной нелепости, — значит подорвать все.

Нужна одна мысль, одна фраза, но мысль, совершенно меняющая все мировоззрение.

●

# 7 ГЛАВА

# НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ. РЕШЕНИЕ

На 1911 год библиография по неевклидовой геометрии составляла список в 4200 работ. Сейчас это число, можно думать, приближается к 20—25 тысячам.

Из них не меньше тысячи трудов историко-биографического характера.

К сожалению, я не нашел точных цифр, но оценки, приведенные выше, основаны на столь жестких гипотезах, что реальные цифры должны быть существенно выше.

Примем за основу тысячу.

Вероятно, не менее двухсот книг и статей посвящены исключительно Лобачевскому.

Спрашивается: зачем же еще?

И автор должен признаться, что трагический вопрос этот не раз и не два возникал во всем своем грозном величии до начала работы, в ее процессе и после ее окончания.

Можно, конечно, утешаться тем, что проблемы подобного сорта неизменно возникают, о чем бы ты ни взялся писать.

И они не слишком оригинальны.

Примерно в 1966 году до н. э. неведомый древнеегипетский пессимист и скептик уныло сетовал: «О если бы я мог сказать нечто такое, что уже многократно не говорилось бы до меня!»

Но утешение это малое. Тем более что за четыре тысячи лет поток печатных строк почти затопил человечество, хотя, если верить классикам, истинно великая книга создается раз в столетие. Однако подобными категориями разумному человеку средних лет (примерно таким представляет себя автор) мыслить не приходится.

И тогда волей-неволей нужно ответить самому себе: «Зачем?»

Что могу добавить я — автор этой книги — ко многим и многим томам, посвященным истории геометрии вообще, неевклидовой геометрии и общей теории относительности в частности?

Во-первых, поставим довольно неприятную точку над «и». Эта книга поверхностна. Предельно поверхностна. Она и не может быть иной.

Даже отбросив чисто специальные вопросы, нужно было бы затратить года два напряженного каждодневного труда, чтобы перерыть и просмотреть главнейшие биографические источники. Но этого, безусловно, недостаточно. Добросовестный и серьезный биограф должен внимательно изучить все работы тех людей, о которых идет разговор, должен кропотливо исследовать реакцию их научных собратьев, должен... бог его знает, что он еще должен.

Кстати, у Лобачевского такой биограф есть.

Академик В. Ф. Каган написал великолепную и серьезную биографию Лобачевского. Правда, быть может, слишком серьезную. Она написана не очень доступно.

Как дилетант в математике (а также по многим другим причинам), я понимал, что не смогу конкурировать в смысле серьезности и квалификаци с В. Ф. Каганом. А также с многими другими биографами и исследователями как Лобачевского, так и других ученых, о которых идет здесь речь.

Так зачем все же я пишу?

Знать это было совершенно необходимо. Иначе все эти листы не были бы написаны. (Возможно, это и был наилучший вариант.)

Но я утешил себя тем, что никто еще не писал обо всех героях этой истории как о людях. Не как о величайших, гениальнейших... и т. п. математиках, а как о нормальных (точнее — почти нормальных) людях.

И конечно, я пытался написать так... чтобы передать все... что... Короче, как вы видите, от полноты чувств автор не в состоянии продолжать.

Вот обо всем этом «он» и пытался написать здесь.

И о работе.

О настоящей работе настоящих мужчин.

Как автор-популяризатор, я не могу упустить возможность использовать заслуженную и проверенную (особенно для молодежной литературы) терминологию.

Сильные мужчины уверенно идут по экранам и страницам.

Сильные мужчины бьют морды нехорошим негодяям и покоряют очаровательных девушек с тонкими спортивными фигурками и тонким неспортивным интеллектом.

Сильные мужчины приезжают из глухих деревень в столицу и покоряют ее, как и девушек.

Сильные мужчины уезжают из столицы в провинцию и покоряют ее так же, как... (см. выше).

Сильные мужчины скрывают сильные чувства под маской незначительных внешне слов.

Сильные мужчины порой сильно выпивают в крайне тяжелую минуту; это обязательно, но нехарактерно.

Сильные мужчины покорили всех и вся, и посему автор тоже обуреваем стремлением писать о настоящих мужчинах.

Настоящих. А не о героях, скажем, Эриха Марии Ремарка, которого, да простится мне, я недолюбливаю и полагаю несколько дамским писателем. Пишет, впрочем, он свободно и увлекательно, а «На Западном фронте без перемен» — просто прекрасная книга.

Я еще раз прошу прощения, что отдаю дань моде и ввязываюсь в литературные дискуссии, но, честно признаюсь, довольно утомительны сильные разочарованные герои, кочующие по искусству уже несколько тысяч лет.

Действительно, прародитель этой когорты, пожалуй, вавилонский Гильгамеш.

Итак, о работе.

И о людях. Все это уже я вроде бы объяснял раньше. Но ничего, можно повториться. Именно о людях, а не о гениях.

«Гениев» я тоже не слишком люблю.

Но существует закоренелая, неистребимая традиция. Когда начинают писать о Лобачевском, Эйнштейне, Гауссе, то со страниц так и светит тот самый голубой, преданный блеск глаз, что вспыхивал в глазах Кисы Воробьянинова при общении с Остапом Бендером.

Преклонение это в общем продиктовано хорошими чувствами, и, бесспорно, люди эти, как правило, заслужили его.

Наконец — спешу оправдаться — я и не думаю сопоставлять О. Бендера с Гауссом, например.

Тем не менее подобный стиль унижает и автора, и читателя, и ученых.

А если эти ученые (вспомним старика Пифагора) нуждаются в подобных биографиях, то пусть их пишет кто-нибудь еще. У меня нет к ним ни уважения, ни симпатии.

Я рискну высказать предельно оригинальную мысль.

В первую очередь человек должен быть человеком. И даже такая мелочь, как тяжелый и вздорный характер ученого, может погубить всю симпатию к нему.

Так я сам не могу понять, какие чувства вызывает у меня Янош Бояи *. Поэтому начнем с него.

Дарование его поразительно. Необъяснимо. Оно блещет во всем. Один только стиль его работы показывает — это математик «милостью божией». В начале XX века примерно так будут писать работы по математической логике. Ни одного лишнего слова. Предельная сжатость. Безукоризненная логика. Исключительная ясность мысли. В центральном для всей проблемы вопросе, в вопросе о непротиворечивости неевклидовой геометрии, он ушел дальше и Гаусса и Лобачевского. По существу, он очень близок к основной идее доказательства. Он не нашел его, но зато ясно понимает, как, на каком пути надо искать.

Здесь он превосходит всех.

---

* Я выбрал эту транскрипцию фамилии, повинуясь моде Последние годы обычно пишут Бояи. Вообще же в этом случае, очевидно, трудно на русском языке точно передать венгерское звучание. Поэтому транскрипций тьма. Чуть раньше наиболее употребительно было написание Больаи Далее встречаются: Болиаи, Болиай, Больай, Больяи, Бойяи и, наконец, в XIX веке, не мудрствуя, писали попросту Иван Болей.

Вполне возможно, что для себя идеи неевклидовой геометрии он сформулировал раньше, чем Лобачевский. Примерно в 1823 году.

Правда, в печати его работа появилась на два года позже, чем первая работа Лобачевского (1831 г.).

Но вообще говоря, подобные изыскания можно предоставить любителям приоритетных споров.

В конце концов еще раньше немецкий юрист (одно время профессор права Харьковского университета) Фердинанд Швейкарт владел основными элементарными представлениями неевклидовой геометрии. Он, правда, вообще ничего не публиковал, но его племянник Тауринус, которого он соблазнил этой проблемой, даже напечатал брошюру.

Тауринус, хотя и был несравненно более слабый математик, чем главные персонажи этой пьесы, очень близко подошел к решению. Он развил неевклидову геометрию довольно подробно, решил много тонких задач, но ясного понимания у него все же не было. Под конец он приходит к обычному итогу для исследователей пятого постулата — пытается доказать его, а значит, и справедливость евклидовой геометрии.

Это удивительно, потому что одновременно он как будто отлично понимает непротиворечивость своих неевклидовых построений, но...

Раньше мы уже говорили, что, по сути, для создания неевклидовой геометрии нужна была единственная идея, только одна мысль. А к теоремам неевклидовой геометрии неизбежно приходил всякий, кто начинал доказывать пятый постулат «от противного». Например, сам Лобачевский писал о Лежандре:

«Нахожу, что Лежандр несколько раз попадал на ту дорогу, которую я выбрал столь удачно».

Но как раз основной идеи у Лежандра не было. Этой единственной мысли у математиков вообще не было более двух тысяч лет.

Она впервые как неосознанное еще сомнение проскальзывает у Ламберта, она смутно звучит у Швейкарта и Тауринуса, к ней давно уже молча склоняется Гаусс... но только у Бояи и Лобачевского она формулируется ясно и четко.

И по строгости и глубине первая (и единственная) работа Бояи превосходит всех.

Позже, напряженно работая, Лобачевский исследует неевклидову геометрию несравненно более широко и подробно, но если сравнивать первые работы, более яркое впечатление оставляет Бояи.

Блеск дарования виден во всем.

Он не только гениальный математик. Он исключительно одаренный музыкант. В десять лет он уже автор собственных композиций. Позже — великолепный скрипач высокого профессионального уровня.

Но таланты Бояи еще не исчерпаны. Он был, видимо, один из лучших фехтовальщиков страны. Это далеко не просто в любой стране, а в Венгрии особенно.

Наконец, по своим общественным взглядам Бояи несравненно ближе нам, чем остальные действующие лица.

Враг всякого национализма, горячий сторонник венгерской революции 1848 года, много и напряженно размышляющий над проблемами общественного устройства, он был очень близок к идеям утопического коммунизма. К концу жизни он задумал построить математическую теорию идеального государства, рассчитывая, что найдет безошибочный рецепт всеобщего счастья.

«Теория» так и называлась: «Учение о всеобщем благе».

А в математике он сочетал холодный расчет фехтовальщика с поэзией и вдохновением музыканта.

Но одно бесповоротно портит этот пленительный образ.

Видимо, основное личное качество Бояи — тяжелое, ревнивое, болезненное, эгоистичное честолюбие. Оно определяет все в его жизни. И оно в конце концов губит его.

Я, правда, боюсь судить безапелляционно в подобных случаях, а для оценки его работы это, естественно, вообще не имеет никакого значения, но для отношения к человеку все это важно. А Бояи, как мне кажется, был из тех людей, что подходят к себе и к остальному миру с существенно разными мерками. И потому он не очень приятен мне.

Но мне очень хотелось бы узнать, что в своей оценке я ошибаюсь.

А в истории математики место Бояи ясно. Вместе с Лобачевским он с полным правом считается творцом неевклидовой геометрии.

Правда, был еще и третий.

И здесь мы оказываемся на подступах к давней приоритетной тяжбе. Хотя подобные вопросы, на мой взгляд, не заслуживают и сотой доли того внимания, что им обычно уделяют, но история с неевклидовой геометрией исключительно интересна с чисто человеческой стороны. Только поэтому о ней стоит говорить.

Раньше всех к идеям неевклидовой геометрии пришел «геттингенский гений», «король математиков», «колосс», «титан», «первый математик мира» — Карл Фридрих Гаусс (1777—1855).

Я перечислил здесь лишь часть тех титулов, что он получил при жизни, и — ничего не скажешь — все они заслуженны.

Гаусс — личность уникального таланта. Как математик он, бесспорно, несравненно выше и Бояи и Лобачевского. Он ученый другого ранга.

Так вот Гаусс неоднократно писал, что основные идеи неевклидовой геометрии были ясны для него уже в конце XVIII столетия.

И — уверен — писал он чистую правду. Но не опубликовал своих результатов ни тогда, ни позже.

Результаты, полученные Гауссом, можно угадывать только из его писем и дневников, опубликованных после его смерти.

Почему он не публиковал этих исследований? Причина как будто известна. Он сам ее неоднократно приводит.

Вот, например, отрывок из письма к крупному немецкому математику Бесселю. Это написано уже после того, как Лобачевский напечатал свою работу. Правда, Гаусс еще не знает о ней.

«Вероятно, я еще не скоро смогу обработать свои пространные исследования по этому вопросу, чтобы их можно было опубликовать. Возможно даже, что я не решусь на это, ибо боюсь крика беотийцев, который поднимется, когда я выскажу свои воззрения».

Итак, Карл Фридрих Гаусс боялся «крика беотийцев».

Классицизмы в наше время требуют расшифровки.

Не знаю, справедливо ли, нет ли, но жители Беотии считались в древней Греции наиболее тупыми и ограниченными, а в век Гаусса и Лобачевского, век увлечения классицизмом, цитаты из античности были весьма модны.

Меня всегда не очень удовлетворяло объяснение Гаусса.

Несомненно, он называл одну из причин. Допустим даже, одну из основных. Но, бесспорно, были и другие.

Не таков был Гаусс, чтобы только из боязни рискнуть своим авторитетом он умолчал бы об открытии исключительного, неповторимого значения. Тем более что он-то как раз рисковал немногим. Авторитет его в мире математиков был столь велик, что появись мемуар Лобачевского за его подписью, все «беотийцы» признали бы и воспели неевклидову геометрию, почтительно склонившись еще раз перед гением Гаусса.

Кстати, нечто подобное и произошло. На работы Лобачевского обратили внимание только тогда, когда после смерти Гаусса выяснилось его отношение к неевклидовой геометрии. Ее идеи мгновенно стали понятны и популярны. И появись работа за подписью Гаусса — никаких сомнений бы не было.

Гаусс же, судя по всему, отнюдь не страдал непониманием или недооценкой своего положения в мире математиков. И, смею думать, он понимал и то, что сможет, как истый законный король, призвать к порядку своих вассалов, коль скоро они посмеют роптать. Так что пресловутый «крик беотийцев» сам по себе вряд ли так уж безумно страшил Гаусса.

Дело в другом.

Хорош ли был Карл Фридрих Гаусс как человек или плох (биографы уже доброе столетие спорят на сей предмет), но одно бесспорно. Всю свою жизнь Гаусс отдал математике.

Математика была всем.

Решать задачи ему было столь же необходимо, как дышать, есть, пить. Это было инстинктом. Для него не существовало непривлекательных проблем.

Он мог тратить месяцы на скучнейшую монотонную вычислительную работу, неделями заниматься составлением таблиц, с наслаждением выполнять работу, которую в наш просвещенный век поручают лаборантам; выписывать унылые столбцы цифр, которые жили, вероятно, для него своей неповторимой пленительной жизнью.

Нет такого раздела математики, где ему не принадлежали бы крупнейшие основополагающие результаты. Простое перечисление заняло бы несколько страниц.

По складу, типу характера, по образу жизни он поразительно напоминает Исаака Ньютона, и не случайно Ньютон был любимый его герой.

И так же, как Ньютон, Гаусс исключительно честолюбив. Но это не совсем то честолюбие, что сжигало (и сожгло в конце концов) Яноша Бояи.

Прежде всего он должен сам оценить свой труд. Он сам должен быть уверен. Сам должен сказать себе: «Это хорошо, Гаусс».

И многие работы десятки лет ждут опубликования, ждут, потому что они не закончены, а дела много. Из жизни выключено все, что может отвлечь, рассеять. Гаусс молится в храме жестокого бога, верит фанатично, и, как всякий фанатик, он ограничен.

Он жесток и суров к людям, хотя со своих позиций он справедлив. Но эта ледяная снисходительность вполне обоснованно воспринимается как безразличие, граничащее с грубостью. Он принадлежит к сложному и тяжелому типу людей. Они могут вызывать восхищение, поклонение, но любви они не вызывают никогда.

Абель, Якоби — список блестящих математиков, жестоко обиженных Гауссом, можно значительно увеличить.

Но он вовсе не стремится обидеть. И зря пишут, что он законченный эгоист, что он страдает, когда другой получает великолепные результаты. Это неверно. Это злая клевета. Он всегда отдает дань гению собратьев. Но не его вина, что их результаты часто, очень часто совпадают с тем, что сделал он сам, но еще не опубликовал. Не опубликовал, потому что он-то знает, что еще многое надо бы сделать, что работа не завершена.

Его упрекают, зло упрекают за отзыв на работы Абеля. Почему?

Он написал: «Работы Абеля выше моих похвал, потому что они выше моих работ».

Что же, в мире думают, что он, Карл Фридрих Гаусс, просто лжет? Что он не занимался никогда сходными проблемами и не получал сходных результатов? Или «они» хотят, чтобы он разыгрывал роль благородного отца семейства? Разве мало того, что несколько десятков важнейших теорем, которые он, Гаусс, доказал, но не печатал по тем или иным причинам, опубликованы другими и славу открытия приходится делить!

И Гаусс не читает работ, присылаемых ему на отзыв, и запрещает друзьям давать ему чужие мемуары.

Он хочет так служить своему божеству, чтобы никто (а в первую очередь он сам) не мог заподозрить, что в его проповедях есть чужие фразы.

Его любовь к математике неразделима с ревностью. Это любовь мужчины. Более того — любовь мусульманина. И он жестоко переживает, если одна из его многочисленных наложниц улыбнется кому-либо другому.

Но он знает: в его гарем проникают лишь достойные. Это утешает его отчасти. И он всегда готов первый признать достоинства соперников. Но радости... Радости он не испытывает.

Так и живет внешне размеренно, покойно и однообразно этот человек. А в мозгу его непрерывно возникают и гибнут удивительные вселенные, неизмеримо более прекрасные на его вкус, чем та, где он существует.

Можно повторить: Гаусс заслуживает преклонения, но полюбить его трудно. Впрочем, не будь Архимеда и Эйнштейна, можно было бы поверить, что гениальный математик не может быть иным.

Лет сто назад, кажется, Эмерсон сказал очень любопытные слова, ставшие теперь пословицей: «Пусть каждый возьмет то, что ему хочется, и заплатит за это полной ценой».

Цена Гаусса и Ньютона была весьма высока. Эйнштейн и, насколько мы можем судить, Архимед получили все, что имели эти двое, и ухитрились избежать платы.

Человеком того же склада, что они, был и Николай Иванович Лобачевский, и хотя при всем своем блестящем таланте он ученый другого класса, чем эта четверка, он несравненно ближе и приятней мне, чем Гаусс.

Но, повторяю, я поверил бы, что Гаусс высшее существо, человек будущего или потомок мудрых марсиан, если бы не было Эйнштейна.

Одна из возлюбленных Гаусса (как трудно отвязаться от полюбившегося сравнения!) — неевклидова геометрия.

Что же не удовлетворяло Гаусса, почему он не печатал своих работ?

Мы опять вступаем на весьма скользкую стезю психологическо-детективных изысканий, но отступать уже поздно Прежде всего, как и положено детективам, посмотрим факты.

1. Гаусс писал в частных письмах, и, безусловно, писал правду, что основные идеи неевклидовой геометрии были ясны ему еще в конце XVIII столетия. Лобачевский в это время еще не поступил в гимназию, а Бояи вообще еще не родился.

2. Исключительное значение самой проблемы очевидно. Немыслимо, чтобы Гаусс ее недооценивал

3. Известно, мы еще вспомним об этом, что Гаусс предпринимал попытки измерить сумму углов треугольника, образованного вершинами трех гор. Следовательно, он допускал возможность, что в природе осуществляется неевклидова геометрия.

4. В архиве Гаусса после его смерти нашли лишь довольно скудные наброски; никакого сколько-нибудь систематического рассмотрения неевклидовой геометрии не было.

5. Гаусс, прочитав работы Лобачевского и Бояи, в обоих случаях подчеркивал, что, по существу, ничего нового для себя не нашел.

Здесь, правда, некоторая сложность. Дело в том, что Лобачевский несравненно шире рассматривает возможные следствия неевклидовой геометрии, чем это сделал Бояи. В этом смысле их работы несравнимы.

Лобачевский, например, довел свои исследования до стадии, когда необходимо привлечение аппарата математического анализа. Одна из его работ специально посвящена применению «воображаемой геометрии к вычислению определенных интегралов».

В фрагментах, оставшихся после Гаусса, нет и намеков, что он добрался до подобных вопросов. Тем не менее можно думать, что Гаусс был совершенно искренен в своих письмах. Если он и не развил неевклидову геометрию столь подробно, как Лобачевский, то, вне всяких сомнений, мог бы очень легко сделать это... если бы захотел.

В принципе все «выходы» неевклидовой геометрии в анализ он, конечно, предвидел. И, вероятно, без особого труда он развил бы схему неевклидовой геометрии куда глубже и подробней, потому что по гению и математической культуре равных ему не было.

Последний тезис вне сомнений.

6. Гаусс, однако, так и не придал своим идеям сколько-нибудь законченную форму и не опубликовал сво-

их работ. Только по письмам видно, что он владел довольно многим.

Попытаемся же понять —

Почему?

Объяснение самого Гаусса мы отбросим. Оно примерно так же убедительно, как заявление командира линейного корабля, что он не выполнил важнейшего боевого задания, испугавшись возможной недоброжелательной реакции нескольких рыбацких лодочек, которые могли оказаться за горизонтом.

Правда, я несколько увлекаюсь. Один призрак действительно мог мерещиться Гауссу. Обвинить его в безграмотности, в бездарности, как это выпало на долю Лобачевского, не посмел бы, конечно, никто. Но вот подозрение, что Гаусс, попросту говоря, помешался, такое подозрение могло кое у кого появиться. Ибо консервативность математиков (как и вообще ученых) недооценивать нельзя.

История с неевклидовой геометрией — лучший тому пример.

Еще в семидесятые годы XIX столетия, когда уже все было ясно, когда была доказана непротиворечивость неевклидовой геометрии, когда ее идеи получили блестящее развитие, когда эти идеи были поддержаны и укреплены авторитетом всех крупнейших математиков мира, еще в эти годы многие математики-профессионалы, математики с рангом академиков предлагали все новые и новые доказательства пятого постулата, и даже не желали серьезно и объективно задуматься над геометрией Лобачевского.

Кстати, одним из самых последовательных и непримиримых врагов новых идей был тот самый Буняковский, что в 1853 году совершенно игнорировал работы Лобачевского.

Но консерватизм математиков не нужно и преувеличивать.

Гаусс великолепно понимал, что передовая группа ученых, и в первую очередь молодежь, поймет и оценит новые идеи.

Да и не таков был его характер, чтобы отступать перед возможными неприятностями.

Во-первых, пожалуй, основная черта его характера — суровая, требовательная гордость, едва ли не гордыня.

А во-вторых, математику он не предавал. Ей он поклонялся с ледяной страстностью пуританина и для нее пошел бы на все. Так что никакие призраки не остановили бы его.

Второе предположение: «Гаусс не считал проблему столь уж существенной, и у него попросту «не доходили руки» до неевклидовой геометрии» — столь же нелепо.

Это означало бы, что Гаусс не более чем весьма ограниченный математик без настоящей математической культуры.

К тому же в многочисленных письмах Гаусса, где он пишет о неевклидовой геометрии, непрестанно слышишь — это проблема первого ранга; проблема центральная для математики.

Снова остро необходимы риторические вопросы.

Какова же истинная причина?

Почему же Гаусс не обратил к этой теме всю силу и энергию своего поразительного, беспрецедентного таланта? Почему он не исчерпал проблему? Почему он молчал многие годы и в итоге позволил и Лобачевскому и Бояи опередить себя?

Полагаю: доза детектива вполне достаточна, и читатели заинтригованы. Поэтому без лишних слов рассмотрим единственное мыслимое объяснение.

Начнем с некоторого напоминания. Чтобы оно было убедительно, нам необходимо четко представлять постановку всей проблемы «неевклидовой геометрии».

Как помните, говоря об аксиомах, аксиоматике, мы условились, что к аксиомам любой математической теории предъявляются лишь два требования — полнота и независимость.

Полнота аксиом означает, что любое мыслимое утверждение относительно первичных понятий может быть доказано с их помощью.

Аксиомы позволяют исследовать всё. Чтобы не слишком увлекаться абстрактной логикой, перейдем к конкретным примерам.

Представьте, что двое шахматистов научились игре по учебнику, где по случайности ничего не сказано о ситуации, когда один из игроков при своей очереди хода не может сделать ход, не нарушив правила. При этом его король не атакован вражеской фигурой («королю нет шаха»).

Как видите, понадобилось довольно много слов, чтобы строго определить понятие, известное любому начинающему, — «пат».

Наши игроки окажутся в затруднении и просто будут обязаны ввести какое-то добавочное правило — какую-то аксиому. Если они играли до этого в шашки или «Волки и овцы», то, возможно, рассуждая по аналогии, они условятся, что в этом случае необходимо засчитывать поражение шахматисту, которому поставлен пат *.

Но какую-то аксиому они обязаны выбрать.

Их система оказалась неполной.

Она не предусматривала все возможные ситуации.

В другой популярной игре основные понятия (объекты) — футболисты и мяч. Строго говоря, десять полевых игроков, вратарь, судья, боковые судьи, ворота, футбольное поле со всеми его линиями и мяч.

Аксиомы (правила игры) снова должны предусмотреть любую возможную ситуацию для элементарных объектов и позволят высказать о ней свое суждение.

То, что в дворовых матчах обычно не очень ясно представляют полный свод футбольного кодекса, порождает неисчислимое множество драк, что, в свою очередь, убедительно демонстрирует опасность забвения аксиоматики. Хотя, как правило, команды и договариваются перед началом игры о необходимой модификации правил применительно к условиям двора, но полная аксиоматика, даже в такой простой игре, как футбол, — дело довольно хитрое. Отсюда все трагедии.

Наконец любой уголовный кодекс в принципе должен быть полной системой аксиом, предусматривающей все возможные опасные для общества ситуации.

Как будто намечен ясный путь проверки системы аксиом на «требование полноты».

О, если бы все было так просто, как я только что рассказывал! Математики были бы счастливы.

Позволим себе на мгновение роскошь говорить наивно.

Итак:

Система аксиом для данной группы основных (первичных) понятий полна, если: для любого общего суждения $A$ (любой теоремы), относящегося к данным первичным понятиям, мы на основе этих аксиом можем разрешить вопрос: «Истинно $A$ или ложно?»

---

* В шахматах при пате партия считается закончившейся вничью.

Теперь подумайте, что сейчас сказано. Для проверки полноты аксиом мы должны ни много, ни мало как доказать или опровергнуть *любую мыслимую теорему.* Если это проделать, то любая математическая дисциплина будет исчерпана до конца. Исчерпана так же, как игра в «крестики-нолики».

Очевидно, наше требование нереально.

Даже в такой сравнительно простой системе, как шашки, мы не можем точно исследовать основную теорему и ответить на вопрос: каков должен быть результат партии при идеальной игре партнеров?

Тем более мы не знаем, как обстоит дело в шахматах.

И тем более мы не можем предусмотреть и проанализировать все теоремы геометрии, арифметики или вообще любой математической дисциплины.

Посему всю проблему полноты аксиом необходимо формулировать совершенно иначе.

Здесь мы не в состоянии погружаться в глубины высшей математической логики, и поэтому о проблеме полноты «во всей ее полноте» мы ничего не скажем.

Я могу лишь привести красивую и непонятную фразу: система аксиом полна, если любые две ее интерпретации, имеющие реальное содержание, изоморфны.

Причем в порядке рекламы можно добавить, что за красивыми звуками скрыт еще более красивый смысл.

Идея изоморфизма, введенная Гильбертом, одна из самых изящных находок начала XX столетия.

Но что-либо говорить об изоморфизме мы не будем.

Простой же пример, когда было ясно видно, что система аксиом неполна, уже был приведен, и, вероятно, читатели без труда смогут придумать еще несколько аналогичных примеров.

Яснее на первый взгляд положение с требованием независимости (или непротиворечивости) *.

---

* В третьей главе мы уже писали, что требование непротиворечивости аксиом — частный случай требования независимости. Во многих учебниках можно прочитать, однако, что система аксиом должна удовлетворять и требованию непротиворечивости и требованию независимости.

Дело в том, что практически необходима непротиворечивость аксиом. Иногда бывает даже удобно выбрать некоторые аксиомы зависимыми. Поэтому требования непротиворечивости и независимости часто разделяют.

Снова сформулируем требования независимости совершенно строго.

Пусть у нас есть какая-то группа аксиом — $\Sigma$ (эта буква обычно используется для обозначения суммы).

Пусть есть какое-то утверждение $A$.

И противоположное утверждение $\bar{A}$ *.

Тогда $A$ независимо от группы аксиом $\Sigma$, если ни само $A$, ни противоположное утверждение $\bar{A}$ им не противоречит.

Иначе говоря, с группой аксиом $\Sigma$ совместимо как суждение $A$, так и противоположное суждение $\bar{A}$.

Все это очень элементарная логика. Но она, вероятно, непривычна. И потому может показаться очень сложной.

Поэтому поясним все на примере с пятым постулатом.

Мы хотим доказать его независимость от остальных аксиом геометрии Евклида («пятый постулат» сейчас — пример нашего суждения $A$). Мы высказываем утверждение, противоположное пятому постулату («суждение $\bar{A}$»). Например, мы утверждаем: через данную точку к данной прямой можно провести по крайней мере две параллельные прямые. (Для «популярности» постулат, противоположный пятому, будем записывать вверх ногами «ʇɐʁʎʇɔоu Λ»

Далее мы доказываем, что «ʇɐʁʎʇɔоu Λ» не противоречит остальным аксиомам геометрии.

Это значит, что как бы далеко и широко мы ни развили возможные следствия, мы никогда не придем к логическому противоречию.

Теперь — внимание! До сих пор все очень ясно.

Но, спрашивается, как убедиться, что мы никогда не сможем прийти к противоречию?

Пусть мы доказали двадцать непротиворечивых теорем.

Это не гарантирует нам, что противоречие не выскочит в двадцать первой.

Доказав сто, можно ожидать подвоха в сто первой...

Доказав тысячу... Короче: ясно, что на этом пути никакого строгого доказательства непротиворечивости получить нельзя. Получить же его необходимо. Без этого задача не решена. Но как будто это абсолютно безнадежная задача.

---

* Черточка сверху — обычный у математиков символ противоположного утверждения.

Не видно даже других мыслимых путей, кроме того, что мы описывали. А наш путь заведомо и абсолютно безнадежен.

И здесь остановимся и еще раз потребуем внимания.

Во второй половине XIX века, примерно через 20 лет после смерти Лобачевского и Гаусса, был предложен строгий путь доказательства непротиворечивости неевклидовой геометрии. Путь неожиданный и невероятный.

Мы расскажем о нем позже.

Но ни Лобачевский, ни Гаусс не подозревали о возможностях такого сорта. Запомним, сама возможность принципиально новых идей, с помощью которых можно доказать непротиворечивость неевклидовой геометрии, в то время почти столь же невероятна, как возможность определения химического состава звезд.

Столь же немыслима, как опровержение механики Ньютона.

Столь же непредставляема, как термоядерная реакция.

Еще нет ясного представления об аксиоматике. Еще во всех определениях и аксиомах геометрии полный беспорядок, оставшийся в наследство от Евклида.

Почти все из того, что было написано выше, математики еще не сформулировали для себя.

Лишь гениальный Бояи нащупывает правильный путь. Но, боюсь, даже Гаусс не воспринимает полностью его идеи.

Есть только полуинтуитивное представление о понятиях независимости и непротиворечивости.

Но тогда...

Тогда ясно, что логически доказать «независимость пятого постулата» вообще невозможно. Как далеко ни протянется непротиворечивая цепочка теорем, полученных при помощи «V постулат», всегда останется возможность, что противоречие скрыто глубже. Останется ощущение, что мы не добрались до него.

Можно, конечно, «с отчаяния» прибегнуть к «чуждому» для математики пути — подглядеть, что дает эксперимент. Окажись, что во вселенной осуществляется «неевклидова геометрия», — вопрос о непротиворечивости отпал бы сам по себе.

Как помните, Гаусс пытался проверить, чему равна сумма углов треугольника. Независимо от него Лобачевский попросил провести подобные же измерения. У Лобачевского объект был выбран даже более удачно. По его просьбе в Казанской обсерватории измерили углы треугольника, вершинами которого были взяты три звезды. Но в обоих случаях сумма углов оказалась равной $\pi$ в пределах ошибок эксперимента.

Этот результат ничего не опровергал потому, что даже если евклидова геометрия не осуществлялась в нашем мире, отклонение от $\pi$ могло быть очень мало.

Но уж тем более он ничего не доказывал.

Итак? Итак, рассуждая строго логически, оставалось одно. Заключить, что вопрос открыт. И, вероятно, останется таким навечно. В этом духе и высказался однажды Гаусс. (Разумеется, снова в частном письме.) «Я все более склоняюсь к убеждению, что необходимость нашей геометрии не может быть строго доказана. По крайней мере человеческим умом для человеческого ума».

Эту фразу можно прочесть и так. Я не представляю никакой мыслимой возможности доказать, что постулат, обратный пятому ( «V постулат» ), не противоречит прочим аксиомам геометрии. И хотя интуиция, конечно, подсказывает Гауссу правильный ответ: неевклидова геометрия столь же непротиворечива, как Евклидова, но доказательства нет. Задача не решена.

Но если так, то совершенно в духе Гаусса не публиковать своих результатов. Он не может рисковать своей репутацией и печатать работу, в которой он не уверен на сто процентов. А идеи, позволяющей рассечь узел, идеи, решающей все, — такой идеи у него нет. А дальше? Дальше вступают в игру факторы, не связанные с чистой наукой непосредственно.

То один, то другой корреспондент (Швейкарт, Тауринус, Бояи) присылает ему письма, в которых более или менее явно высказывает предположение: *доказать пятый постулат нельзя, и противоположный постулат не противоречит остальным аксиомам Евклида.*

При этом по крайней мере для Швейкарта и Тауринуса эта идея куда более смутна, куда более неуклюже оформлена, чем видит все он — Карл Фридрих Гаусс.

Представьте себя на секунду Гауссом. Не так уж просто ответить совершенно прямо и честно. Не так просто подарить свои идеи какому-то Швейкарту, полностью отказаться от затаенной надежды решить когда-нибудь эту проклятую задачу до конца, объяснить положение, посоветовать — развивайте ваши соображения как можно тщательней, как можно полней, чем больше самых разнообразных следствий и теорем вы получите, опираясь на «V постулат», тем крепче будет внутренняя вера в его непротиворечивость. Рассмотрите неевклидову тригонометрию, попробуйте вычислять длины кривых в неевклидовой геометрии. Получи́те, например, выражение для длины окружности.

Гаусс-то знал, какова будет длина окружности в неевклидовой геометрии. Он приводит эту формулу в одном из своих писем.

Но наш «идеальный Гаусс», конечно, не напишет об этом своему корреспонденту.

Он вообще промолчит о своих собственных результатах. Он наметит обширную программу необходимых исследований, поддержит и ободрит младшего коллегу и заключит:

«Мне самому эта идея кажется очень привлекательной. Но, увы, сколько бы вы ни развивали ваши теоремы, в конечном счете вопрос о непротиворечивости «неевклидовой геометрии» — это вопрос веры. Строгое доказательство получить невозможно. Можно лишь довериться интуиции.

Вероятность ошибки всегда останется. Вы молоды. Ваше имя не канонизировано, вы можете позволить себе печатать глупости. Я настоятельно рекомендую вам посвятить все свои силы этой проблеме. Жду ваших писем».

Не правда ли, мы требуем довольно много от Гаусса?

Много. Но не слишком.

В науке были и подобные люди и подобные случаи. И фраза: «Вы достаточно молоды, чтобы позволить себе печатать глупости» — не придумана. Именно эти слова сказал замечательный человек, педагог и физик Эренфест двум молодым ребятам Уленбеку и Гаудсмиту, когда те хотели забрать из журнала свою работу. Впоследствии эта работа и оказалась главным, что они сделали в науке. Кстати, им же совершенно бескорыстно отдал важнейшие соображения Эйнштейн, не очень заботясь о своем приоритете.

Но Гаусс не являл идеал научного бескорыстия. Хотя, и это необходимо сказать, он никогда не позволял себе некорректных поступков. Всегда был безукоризненно честен.

Впрочем, если уж судить совершенно придирчиво, — почти всегда.

Потому что в истории с неевклидовой геометрией он никогда не высказался до конца, не объяснил истинную причину, по которой не опубликовал свою работу.

И во всех письмах он настойчиво, по-детски настойчиво объясняет, как он боится несчастных шумливых «беотийцев».

Эти «беотийцы» так или иначе, как спасительные иконы, появляются почти в каждом его письме, где говорится о неевклидовой геометрии.

Я допускаю даже, что сам Гаусс в конце концов искрен не поверил в собственный вымысел.

Но что это меняет? Ровно ничего.

Один из самых тонких, убедительных и распространенных видов лжи — ложь, в которую поверил сам.

Вера необходима автору, и именно она убеждает других

Неевклидова геометрия — тоже порождение веры.

Бояи и Лобачевский поверили.

Строго говоря, в основном, решающем вопросе они мыслили как поэты, а не как поклонники строгой логики.

«Это правильно, потому что красиво» — по существу, это главный их довод.

Здесь автор испытывает настоятельную необходимость несколько порассуждать.

Только что были написаны слова «мыслили как поэты». Точнее, лучше и правильней было бы сказать: «как математики». А совсем точно: «как люди творческой мысли».

Природа творческого процесса в основных решающих чертах едина.

Математики, физики, поэты, художники, инженеры, музыканты отличаются друг от друга значительно меньше, чем это почему-то принято считать в наш век.

Кстати, в этом вопросе древние греки думали значительно точнее. Они почти не разграничивали природу самых разных видов творчества.

Возможно, они и впадали в некоторые преувеличения, считая, что для музыканта необходимо профессиональное изучение философии и математики. Но это преувеличение возникло на более здоровой основе, чем противоположная позиция.

Надо, правда, заметить, что резкое разграничение точных наук и искусства нельзя безоговорочно считать позицией нашего столетия. Это просто очень распространенный взгляд, причем в основном он популярен у тех, кто вообще не имеет и не имел отношения к любому виду творчества.

Объяснять этим людям природу творческого процесса, естественно, весьма трудно и тем трудней, чем солидней их официальное положение. Это столь же трудно, как объяснить поклоннику балета, что великолепный футболист не менее достоин восхищения, чем блестящая прима-балерина. Если же еще добавить, что в главном творчество нашего центра нападения и примы очень сходно, едино и по своей сути, и по цели, и по результатам, интеллигентный балетоман, вероятно, просто прекратит разговор. Впрочем, обратившись с подобными разговорами к иному футбольному болельщику, вы услышите в ответ: «Футбол не балет», плюс подтверждение этого тезиса вариациями из русского фольклора. И тем более необходимо истреблять унылую застывшую ограниченность, что она весьма распространена.

Успешно пофилософствовав, вернемся к геометрии. Один из главных критериев любого искусства, как известно, красота.

Через всю историю пятого постулата, начиная с Евклида и кончая Лобачевским, проходит единый стержень — стремление к красоте.

Уродливость евклидова постулата предопределила тщетные двухтысячелетние попытки доказать его.

Изящество построений неевклидовой геометрии покорило Ламберта, почти убедило Гаусса и заставило Бояи и Лобачевского сказать: это столь красиво, что имеет такое же право на жизнь, как геометрия Евклида.

В смысле веры и увлеченности первое место, вне сомнений, принадлежит Бояи. Его работа с весьма скромным названием

«Приложение,
Содержащее науку о пространстве,
Абсолютно истинную,
Не зависящую от истинности или ложности
XI аксиомы Евклида,
Что a priori никогда решено быть не может...»

написана наиболее безоговорочно.

Кстати, история забавно подшутила над Бояи с несколько пышным заглавием.

Свою работу он опубликовал как приложение к учебнику геометрии, написанному его отцом Фаркашем Бояи. Естественно, все было написано на классической латыни — языке ученых и философов. «Приложение» по-латыни — «Аппендикс». И при всем бесспорном и заслуженном уважении к Бояи, цитируя его работу, математики, как правило, сохраняют лишь первое слово заглавия «Аппендикс». Так этот труд и вошел в историю.

Чрезвычайно любопытно, быть может, даже символично, что, так сказать, «у колыбели» неевклидовой геометрии столкнулись три человеческих и научных темперамента. Три типа научного мышления.

На противоположных позициях Гаусс и Бояи.

Карл Фридрих Гаусс. Гаусс осторожный реалист. Он, бесспорно, наиболее логичен из всех трех. Наиболее академичен. Для него задача не решена до конца, а позволить себе роскошь последовать интуиции — поверить, а не доказать — нет, этого он не может. Он все понимает и знает, при желании он, вероятно, превзошел бы и Бояи и Лобачевского. Он знает, но слишком мало верит. И он проигрывает.

Неважно, что потом будут говорить историки. Неважно, что во всех своих письмах он будет настойчиво повторять: «Я знаю это уже сорок лет». Наедине с собой Гаусс знает — его опередили. Более того, он достаточно честен и строг к себе, чтобы почти безоговорочно признать это. Он проиграл.

Янош Бояи. Бояи — романтик. Он покорен красотой, изяществом. Он увлечен и собственным талантом. Ведь все это сделал он, Янош Бояи. И его вера вознаграждается. Она движет его вперед. Сразу, в первой работе он понял и охватил проблему глубже всех. Впрочем, в дальнейшем он не продвинется в своих результатах. Возможно, отчасти потому, что для него все уже решено. Может быть, подсознательно, но решено.

Он добился своего. Он гений. Он доказал это.

Николай Иванович Лобачевский. Он в этой истории близок к идеалу ученого. Смешайте в равной доле научный энтузиазм Бояи и скептическую осторожность

Гаусса, добавьте еще настойчивость, граничащую с упрямством, почти инстинктивную внутреннюю убежденность в безукоризненной справедливости своих идей... Потребуйте, чтобы эта научная цельность не поколебалась в результате двадцати лет полного непонимания коллег, непонимания, проявляющегося порой в прямом издевательстве, и вы получите приблизительное представление о позициях Лобачевского в деле создания неевклидовой геометрии.

Он и верил и проверял.

И вполне справедливо, что во всем мире ту неевклидову геометрию, о которой сейчас идет речь, называют геометрией Лобачевского. Ко всем мы еще вернемся.

Снова начнем с Бояи.

Несколько раньше я написал, что Бояи не очень мне приятен, и не отказываюсь от своих слов. При этом за скобками остается тот тривиальный факт, что он математик блестящего дарования. Это он великолепно доказал, и тут говорить не о чем. Но, видимо, человек Бояи был весьма тяжелый.

Он из породы «гениев».

В каждой школе вы найдете двух-трех «ньютонов», очень способных, ярких, резко превосходящих по развитию своих сверстников, с острым и быстрым интеллектом.

И слишком часто сознание своего интеллектуального превосходства приводит юношей этого типа к некоему «ницшеанству».

Они капризны, нетерпимы, привыкают доверять лишь себе, считаться лишь со своими стремлениями, привыкают рассматривать окружающих как серую массу, толпу, удел которой вести героя на пьедестал.

Вне сомнений, порой из какого-то каприза они могут оказаться добры, отзывчивы, очень часто они одарены пленительным обаянием, но бессознательная (а позже и сознательная) их философия — философия «вождей» и «массы». Этот вариант развития одаренных ребят печален, но естествен, возможно, потому, что воспитание внутренней человеческой культуры — более длительный, сложный и тонкий процесс, чем даже раскрытие таланта. И конфликт этот между дарованием и культурой бывает тем острей и бескомпромиссней, чем раньше проявится их превосходство. Если позволено некоторое философствование, то можно думать, что, видимо, большая часть бед всего человечества связана с самодовольством — увы, почти неотъемлемой чертой подавляющего большинства людей. А если человек одарен и к его самомнению добавляется еще честолюбие, тогда либо тяжело жить ему, либо окружающим, либо, наконец, и ему и тем, кто с ним связан.

Для Бояи судьба уготовила третий вариант. Талант его проявился рано и проявился разносторонне. Он был предельно выразительным представителем того типа и темперамента, который почему-то принято обозначать как «художественную», «поэтическую» натуру. Изящный, нервный, неожиданный.

Лучшая характеристика его математического таланта и интуиции то, что в 21—23 года он уже владел основами неевклидовой геометрии и, главное, видимо, твердо был убежден в полной правомочности своих идей. Узнав, что восемнадцатилетний мальчик увлекся теорией параллельных линий, его отец Фаркаш — крупный венгерский математик и, между прочим, друг по студенческим временам Гаусса — написал сыну отчаянное письмо, где патетически уговаривал его отказаться от безумной затеи.

Письмо это написано в столь экспансивном стиле, что у людей нашей эпохи может вызвать некоторое раздражение и сомнение в искренности автора. Примечательно оно, на мой взгляд, тем, что очень хорошо раскрывает стиль человеческих взаимоотношений в семье Бояи.

«Молю тебя, не делай только и ты попыток сделать теорию параллельных линий: ты затратишь на это все свое время, а предложения этого вы не докажете все вместе. Не пытайся одолеть теорию параллельных линий ни тем способом, который ты сообщаешь мне, ни каким-либо другим. Я изучил все пути до конца: я не встретил ни одной идеи, которой бы я не разрабатывал. Я прошел весь беспросветный мрак этой ночи, и всякий светоч, всякую радость жизни я в ней похоронил. Ради бога, молю тебя, оставь эту материю, страшись ее не меньше, нежели чувственных увлечений, потому что и она может лишить тебя всего твоего времени, здоровья, покоя, всего счастья твоей жизни. Этот беспросветный мрак может потопить тысячи ньютоновских башен. Он никогда не прояснится на земле, и никогда несчастный род человеческий не будет владеть чем-либо совершенным даже в геометрии. Эта большая и вечная рана в моей душе...»

Впрочем, Фаркаш действительно в молодости немного занимался теорией параллельных и даже пару раз посылал Гауссу «доказательства» пятого постулата. Безусловно, отец искренне беспокоился об Яноше. И странным образом при неверных предпосылках он верно предугадал конечный результат: теория параллельных действительно оказалась проклятием жизни Яноша Бояи, хотя и совсем по другим причинам, чем предполагал отец.

Когда есть дьявольское наваждение, должен присутствовать и злой дух.

Черным гением Яноша Бояи с юных лет и почти до конца дней был Гаусс.

Хотя субъективно Гаусс не виноват почти ни в чем.

Все началось с того, что отец затаил честолюбивую мечту послать талантливого мальчика в Геттинген, где под руководством Гаусса он мог бы получить современное математическое образование. Фаркаш написал старому доброму другу письмо с просьбой взять сына к себе. Разумеется, расходы он готов оплатить.

Ответом было молчание.

Вообще говоря, у Гаусса могли быть самые различные и веские причины для отказа, и его можно упрекнуть лишь в нетактичности по отношению к Фаркашу.

Надо, правда, сказать, что судить их дело хитрое.

В письме Фаркаша тоже достаточно бестактностей. Нельзя сказать, чтобы он задавал слишком неразумные вопросы. Но то, что они могут не понравиться адресату, понять можно. Он живо и непосредственно интересовался, например: «Представляет ли ваша супруга исключение из всего женского пола?.. не меняется ли подобно флюгеру ее настроение?» Ведь Яношу предстоит жить у нее, и надо знать, можно ли с ней ладить. Гаусса могло, конечно, передернуть от столь милой непосредственности.

Но в этой истории меня не интересует ни Гаусс, ни Фаркаш Бояи. Насколько можно представить себе Гаусса, он не взял бы к себе чужого мальчика, будь даже это несчастное письмо написано с дипломатическим изяществом Талейрана. И это его право. Вся эта сплетня примечательна лишь тем, что лишний раз показывает, как мало и плохо взрослые понимают детей. И в этой истории нет оправдания обоим мужчинам.

Представьте себе нервного четырнадцатилетнего мальчика, которого, безусловно, обнадежил экспансивный отец. Он не очень в курсе взаимоотношений Гаусса и отца. Он не знает, что может и что не может обидеть Гаусса.

Он знает только — а можно быть уверенным, об этом отец вспоминает несколько раз на день, — что в студенческие годы отец был ближайшим другом великого Гаусса и они даже торжественно поклялись в вечной дружбе.

И конечно, отец убежден, что Карл ответит в первый же день. А в четырнадцать лет отцам верят. Особенно если отец еще и твой учитель, талантливый, разносторонний и интересный человек. А надо сказать, что Фаркаш Бояи был одаренный и глубокий математик. В его учебнике геометрии впервые ясно сформулировано требование независимости аксиом. Бесспорно, есть и его заслуга в том, что уже в двадцать лет Янош так глубоко разбирался в проблемах аксиоматики.

В эти годы мальчик не мог не уважать отца.

И он уверен. Он ждет.

Мальчик из глухой провинции Европы, который уже видел себя учеником и, кто знает, быть может, со временем и соратником Гаусса, который несколько месяцев с дрожью ожидал каждой новой почты, считал и выверял дни, необходимые для того, чтобы пришло ответное письмо Гаусса, набавлял сроки, придумывал все новые и новые объяснения, оправдывающие отсутствие вестей, снова ждал почты и снова надеялся, надеялся еще и тогда, когда отец повез его в Вену в военно-инженерную академию, когда было ясно, что все уже кончено, что Гаусс просто не захотел ответить, но все же таилась где-то мысль, что, быть может, за ними по пятам скачет, торопится неведомый вестник с запоздавшим письмом... Этот мальчик письма не получил.

Должен сказать, что хотя у меня нет абсолютно никаких данных и я не знаю, как отразилась вся эта история на Яноше, но я очень понимаю, что полтора-два месяца такой жизни в четырнадцать лет могут бесповоротно искалечить нервную систему. Особенно если это одаренный, увлекающийся, тонко чувствующий юноша.

Но Гаусса тоже не будем судить строго. Он тоже мог обидеться. А размышлять о покое и нервах какого-то неизвестного мальчишки, как это сейчас делаем мы... Не будем требовать слишком много.

Годы учебы, а особенно службы в глухих гарнизонах Венгрии — это годы угрюмого одиночества для Яноша Бояи.

В академии у него, правда, есть пара товарищей. Их связывает любовь к математике. Не больше. Потом не остается никого.

Я не склонен полагать, что провинциальное офицерство было подходящей компанией для него. Но, видимо, он не только не скрывал, но и подчеркивал свое высокомерное презрение ко всей этой братии. Результат — непрерывные скандалы и дуэли. Выручало мастерство его клинка. В общем в своем отношении к «коллегам» он, вероятно, был прав. Но то, что за все годы он мог найти нескольких, пусть необразованных и не слишком интеллигентных, но по-простому хороших ребят, — тоже сомнений не вызывает. Очевидно, он полагал, что это ему не нужно. И ошибался. Не ошибался он зато в теории параллельных. До выхода в отставку (тоже в результате какого-то скандала) он оформил свои исследования в знаменитый «Аппендикс».

Написана его работа крайне сжато, и читать ее тяжело.

Надо сказать, что неевклидовой геометрии вообще не повезло в этом смысле. Работы Лобачевского написаны очень смутно и, если судить с позиций научного редактора, откровенно плохо.

Многие простые, в сущности, вещи запутаны до крайности. Но на сей счет у математиков давно популярен афоризм: «Репутация математика определяется числом неуклюжих доказательств, придуманных им в своей жизни».

Суть в том, что первооткрыватели, как правило, не находят наиболее простого и изящного пути. Они прорубают дорогу. Им нужно пройти. Красоту, лоск наводят те, кто идет следом.

Исключения из этого правила бывают, но это действительно исключения. Они редки.

Как бы то ни было, Фаркаш Бояи совершенно не понял работы сына. Поскольку предполагалось, что она будет напечатана как приложение к учебнику геометрии, написанному Фаркашем, конфликт достиг предельного напряжения.

И тут после пятнадцатилетнего перерыва Фаркаш снова обращается к Гауссу с просьбой выступить третейским судьей. (Идет 1832 год.) «Мой сын ставит на твой отзыв более, чем на мнение всей Европы», — пишет он.

На этот раз Гаусс ответил. Правда, через месяц. Но работу Яноша прочел сразу и прочел внимательно и благожелательно. Ибо каков бы он ни был, но талант ценил. Ценил и в других. Чуть ли не на следующий день он напишет одному своему другу:

«На днях я получил из Венгрии небольшое сочинение по неевклидовой геометрии; я нашел в нем все свои собственные результаты, выведенные с большим изяществом».

Ну что же. Он пишет то, что есть. Почти то, что есть. Осуждать его не за что. Почти не за что.

Но вот отец и сын получают ответ. Обычная вводная часть, обычные общие слова, и вот:

«Теперь кое-что о работе твоего сына. Если я начну с того, что я эту работу не должен хвалить, то ты, конечно, на минуту поразишься, но иначе не могу; хвалить ее — значило бы хвалить самого себя: все содержание сочинения, путь, по которому твой сын пошел, и результаты, которые он получил, почти сплошь совпадают с моими собственными достижениями, которые частично имеют уже давность в 35 лет. Я действительно этим в высшей степени поражен. Моим намерением было о моей собственной работе, которая, впрочем, до настоящего времени очень мало нанесена на бумагу, при жизни ничего не публиковать. Большинство людей не имеет правильных воззрений на те вопросы, о которых здесь идет речь: я нашел лишь мало людей, которые с особым интересом отнеслись к тому, что я им сообщал по этому предмету. Чтобы быть в состоянии это усвоить, нужно прежде всего весьма живо прочувствовать то, чего здесь, собственно, не хватает; а это большинству людей совершенно не ясно. Однако я имел намерение со временем изложить все это на бумаге в такой форме, чтобы эти идеи по крайней мере не погибли со мной. Таким образом, я чрезвычайно поражен тем, что эта работа с меня снимается, и я в высшей степени рад, что именно сын моего старого друга меня предупредил таким замечательным образом».

Сказать, что Янош Бояи огорчен, — значит не сказать ничего. Он взбешен, уничтожен, подавлен. Он убежден, что все в письме Гаусса — ложь с первого до последнего слова.

Ложь, единственная цель которой — присвоить ѐго гениальную идею.

Этот второй удар со стороны Гаусса еще тяжелее первого. Он, Янош Боян, добился своего. Он стал математиком. Он понял то, чего не могли понять сотни крупнейших геометров две тысячи с лишним лет. Он один во всей вселенной, кто знает ответ (ему ведь неизвестно, что где-то «на границе Азии» уже опубликована работа Лобачевского). И вот этот дерзкий старик хочет вырвать у него дело его жизнн, его славу, похоронить его гений.

Но Гаусса-то не стоит особо строго судить. Он напнсал правду. Почтн правду. Кривит душой он тогда, когда объясняет, почему он сам воздерживается от обработки и публикации своих результатов. И бесспорно, грех Гаусса и перед математикой, и перед Боян, и перед самнм собой, что он ннкак не высказался в печати по поводу работы Яноша. Уж тут-то он не рнсковал ни своим добрым именем, ни вообще ннчем. Здесь сработала (сознательно либо бессознательно) логика честолюбца. И Янош, конечно, при всем своем гневе, несправедлнвом во многом, очень точно чувствует, что Гаусс в чем-то хитрнт, что есть нехорошая, фальшивая нота во всех его рассуждениях.

Сохранились заметки, характернзующие его реакцию, и со всем текстом можно согласиться безоговорочно. Это правнльные хорошне слова о науке и об этике ученого. И тут все его обвинения против Гаусса стопроцентно справедливы.

«По моему мнению н, как я убежден, по мнению всякого непредубежденного человека, все доводы, приводнмые Гауссом в объяснение того, почему он при жнзни совершенно не желает ничего опублнковать нз своих собственных работ, относящихся к этому вопросу, совершенно бессильны и ннчтожны. Ведь в науке, как н в повседневной жизни, задача заключается именно в том, чтобы необходимые, общеполезные вещи, в особенностн еще не вполне ясные, достаточно осветнть и всемерно будить еще недостаточное нли даже дремлющее сознание нстины. Понимание математикн, к общему вреду и неблагополучию, присуще, к сожалению, лншь очень немногнм; и ведь по такому основанию н под такнм предлогом Гаусс мог бы сохранить про себя еще значительную часть своих превосходных работ... Пронзводнт крайне неприятное впечатление, что Гаусс, вместо того чтобы высказать относительно «Аппендикса» и всего «Тентамена» прямое, честное признание их высокой ценности... чтобы подумать о тех средствах, которые проложили бы хорошему делу широкий путь, — что Гаусс вместо всего этого старается избегать прямого пути и спешит излиться в благочестивых пожеланиях, в выражениях сожаления по поводу недостаточного образования людей. Не в этом, конечно, заключается жизнь...»

Но наедине с собой Бояи не так широко мыслит. Его мучает желание славы, признания. Ему необходимо признание, необходимо, чтобы весь мир знал: Янош Бояи — «гений первого ранга» (так определил его Гаусс в одном из своих писем, но... не в письме к Бояи и не на страницах журналов).

И практический результат письма Гаусса — нервное расстройство у Яноша Бояи. Он даже подозревает в предательстве отца.

Не скажу, чтобы реакция Яноша вызывала у меня особый восторг. Можно и его, конечно, понять. Но согласиться с ним и оправдать его трудно. Если бы он сам больше следовал собственным словам о науке, то поведение его и дальнейшая жизнь были бы иными. Сейчас Бояи уже не мальчик — ему тридцать, и он мог бы воспринять все как мужчина. Мог бы. Но не будем судить и Бояи. Он еще не сломлен. Он продолжает работу, решает ту же задачу, что за несколько тысяч километров делает сейчас Лобачевский. Строит всю геометрию на новых основах.

Но интенсивность работы уже не та. Впрочем, он еще живо интересуется самыми разнообразными проблемами. Вместе с отцом мечтает создать универсальный язык; пробует работать в других разделах математики; пробует что-то еще, но все это скорее не нормальная серьезная работа, а болезненное стремление сделать нечто из ряда вон выходящее. Доказать миру свою безусловную гениальность.

С отцом по ходу дела отношения крайне испортились. Очевидно, быть соавтором Бояи-младший не способен. Правда, Бояи-старший тоже далеко не образец мудрости и благожелательности. Взаимная научная ревность и прочие неурядицы приведут к прелестному итогу. В один прекрасный день почтительный сын вызовет отца на дуэль. А еще позже

Янош окажется уже в полном смысле клинически нервнобольным.

Решающий удар нанесет все тот же проклятый Гаусс.

В 1841 году по совету Гаусса Фаркаш Бояи выписывает брошюру Лобачевского, изданную на немецком языке, «Геометрические исследования по теории параллельных». Вспомнив в связи с работой Лобачевского о Яноше, Гаусс, возможно, искупал и свое давнее невнимание и, бесспорно, руководствовался самыми лучшими побуждениями.

Но болезненное сознание Яноша воспринимает все это как дьявольскую макиавеллевскую интригу. Он убежден, что этот мифический русский псевдоним скрывает кого-то из клевретов Гаусса, если не его самого.

Тщательно, пунктуально,— недоброжелательно-придирчиво, подробнейшим образом Янош Бояи анализирует каждую запятую этого небольшого сочинения.

Он достаточно ученый, чтобы оценить работу, но он рад каждому упущению и в общем-то относится к автору как к личному врагу.

Ему суждено прожить еще двадцать лет.

Сейчас ему тридцать девять. Годы расцвета — так, кажется, их принято называть.

Но Янош Бояи уже окончательно сломлен.

У него тяжелая форма нервного заболевания. И навязчивая идея. Теория параллельных. Эти двадцать лет тяжелы и для него и для его близких. С отцом он окончательно разошелся Они только переписываются на научные темы. Переписываются. Хотя живут в одном городке. И математика ссорит их окончательно. Последний раз капитан в отставке Янош Бояи оживает в 1848 году. В Венгрии революция. Душой он всецело с ней. Но он болен, с одной стороны, а с другой — он не хочет быть рядовым участником. Он хочет руководить. Кстати, можно верить, что он смог бы быть прекрасным военачальником. Но его не знают. И он остается дома. Поражение революции — новый моральный удар. Болезни все больше мучают Бояи. Он уже не работает.

За все оставшиеся годы он практически не сделал ничего и возится с утопическими идеями. И замечательно, что яркий, неожиданный талант виден и в этих порождениях уже пораженного мозга. Одно из последних увлечений Бояи — надежда создать идеальную математическую теорию государства и тем привести человечество к общему благу. Сделать что-либо реальное он не смог, конечно, но сама мысль очень близка к современным идеям кибернетиков.

А в общем ему очень плохо.

Он мрачен, подозрителен, и если он и любит человечество в целом, зато близких он едва переносит. Жену он оставил. Дети тоже не очень его волнуют. Последний раз он ссорится с умирающим уже стариком отцом. Но сейчас он и сам в 54 года глубокий старик.

Он был бы счастливей, если бы умер раньше.

Он был блестящий математик — это бесспорно. Но ценил он в первую очередь не науку, а себя в науке.

И как это ни жестоко говорить, боюсь, он сам был творцом своей судьбы.

# ГЛАВА 8

# НИКОЛАЙ ИВАНОВИЧ ЛОБАЧЕВСКИЙ

Уже к первым годам нашего столетия Николай Иванович Лобачевский был канонизирован.

Он гордость русской науки. Он величайший в истории математики гений, не понятый и презираемый окружающими. Он жертва закоснелой бюрократической, чиновничьей и академической клики. Он страдал всю свою жизнь и так и умер непонятым гением, едва ли не в нищете.

Эти несколько тезисов определяют строение той порядком дешевой мелодрамы, что столь часто разыгрывается на страницах популярных статей и книг. Самое любопытное, что в основе все это довольно верно, хотя изрядно преувеличено.

Одно же справедливо без всяких оговорок.

Лобачевский действительно гордость русской науки.

Впрочем, есть великолепная подробная и серьезная биография Лобачевского. Это работа В. Ф. Кагана, и можно лишь настойчиво порекомендовать ее читателям. Мы же бегло просмотрим основные даты его жизни.

Ближняя окраина Российской империи — Казань. Февраль одна тысяча восемьсот пятьдесят шестого года.

Двенадцатого числа скончался здесь после продолжительной болезни, в недавнее только время за расстроенным здоровьем оставивший должность помощника попечителя Казанского учебного округа, многие годы бессменный ректор императорского университета; заслуженный профессор чистой математики; Геттингенского королевского общества член-корреспондент; императорских Московского и Казанского университетов, а также многих ученых обществ почетный член; действительный статский советник и орденов св. Станислава 3-й и 1-й степени, св. Анны 2-й степени, императорской короной украшенного, св. Анны 1-й степени и св. равноапостольного князя Владимира 4-й и 3-й степени кавалер, высочайшим монаршим благоволением за отлично-ревностную службу и особые труды неоднократно взысканный, потомственный дворянин

Николай Иванович Лобачевский.

Вся культурная Казань шла за гробом покойного. Похороны были торжественны и красивы. Его любили и чтили в городе. «Его благородная жизнь была живой летописью университета, его надежд и стремлений, его возрастания и развития», — сказал оратор.

И в университетской церкви при стечении народа проводили дорогого усопшего в последний путь.

В сдержанно-торжественном стиле, с приличной случаю скорбью дают краткий некролог «Казанские губернские ведомости».

О мертвых — «либо хорошо, либо ничего».

Это и гимназисту небезызвестно.

И после недлинного перечня достоинств:

«Труды и заслуги его в области науки, составляющие достояние летописей ученого мира, без сомнения, не замедлят найти достойного ценителя. Мы же считаем себя счастливыми, что можем украсить эти немногие строки воспоминанием о покойном, помещая здесь предгробное прощальное приветствие красноречивого профессора».

О мертвых — «либо хорошо, либо ничего».

Автор некролога, вероятно, искренне поздравлял себя за искусную риторическую фигуру, с помощью которой он столь удачно миновал самое опасное место.

Каждый в Казани был наслышан, что знатоки и авторитетные критики почитают работы Лобачевского порождением разума болезненного. И уже много лет повелось, что на вопрос какого-либо восторженного студента: «Не есть ли наш ректор первый математик России?» — единственным ответом бывало профессорское молчание.

Неловкое и смущенно-угрюмое у доброжелателей.

Саркастическое у недругов.

Покойный, несомненно, был самый достойный гражданин Казани. Отменный администратор. Отечески строгий со студентами, дружественный с коллегами, умелый дипломат с сильными мира, высокочтимый педагог, культурнейший математик; рачительный хозяин университета, его создатель и его гордость.

Но было и пятно. Его нелепые работы, чудовищная многолетняя приверженность к сумасбродным своим идеям. И об этом должно было тактично умолчать.

А для знающего в некрологе может открыться даже некоторая тонкая и весьма затаенная двусмысленность:

«...без сомнения, не замедлят найти достойного ценителя»

Хотел ли автор, нет ли, но можно усмотреть здесь и намек. И не совсем доброжелательный. Ибо кто же не знает, какова цена трудов покойного. И ценители были весьма достойные. Академики.

Нет, к сожалению, необходимо признать, что совсем гладко неприятный риф миновать не удалось.

Правда, и Н. Н. Булич, произнесший краткую надгробную речь, тоже не слишком удачно миновал скользкий поворот. Профессор филологии, он, говоря о работах покойного, с полным правом ограничился лишь одной обтекаемой фразой:

«...Не нам говорить здесь о его самостоятельных ученых трудах по математике, давших ему известность и славу...»

Все остальное интеллигентный, просвещенный, искренне доброжелательный оратор сказал тепло, просто и хорошо. И кончил речь возвышенно и трогательно, даже с некоторым поэтическим пафосом.

Но здесь, как ни поверни, опять же получается двусмысленность. Даже неприятная двусмысленность.

Известность-то ведь научная была со скандальчиком, со смешочком. От такой известности и славы сохрани господь.

Положительно Николай Иванович задал друзьям трудную задачу. И не сказать нельзя (все-таки математик, а не просто благополучный чиновник) и сказать — никак не скажешь.

А Н. Н. Буличу с речью вообще не повезло. Диковинным образом, верхним каким-то чутьем усмотрел протоиерей в надгробном слове его преступление против цензуры и даже против нравственности, а попросту — атеизм.

Как усмотрел, непонятно. Вероятно, возмутился, что ни о божественном промысле, ни об имени божьем ничего не было.

И конечно, тут же был донос, и дошел донос до весьма высоких сфер. И писал Булич друзьям, и просил помочь, и уверял, что, «кроме правды по отношению к покойному, уважения к мысли и науке, столь естественному в наше время, и неизбежных риторических фигур», ничего противозаконного он не произнес.

Хорошо, нашлись в Петербурге благодетели и дело замяли.

Так в зиму 1856 года, говоря словами Булича, «в пустынную дорогу вечности» провожала Казань свою гордость, своего великого гражданина.

И только через год с лишком ученик покойного А. Ф. Попов написал некролог, где и нашел, пожалуй, лучшее решение трудной задачи.

Об истинном деле его жизни — снова одна-единственная округлая фраза: «чтения для избранной аудитории, в которых Лобачевский развивал свои *новые начала геометрии*, должно назвать по справедливости глубокомысленными».

Ничего не сказано, но зато и никаких намеков.

И, пожалуй, о трагедии жизни Лобачевского теперь можно больше не распространяться. Обстановка его похорон и некрологи в его память объясняют все лучше любого сонмища восклицательных знаков и трагических периодов

Забудем на время, что он был гениальный математик. Подойдем к исходным и конечным данным с обычными, если хотите — непритязательно-мещанскими мерками.

Николай Лобачевский родился 20 ноября 1792 года в бедной разночинной семье коллежского регистратора И. М. Лобачевского.

> Коллежский регистратор.
> Почтовой станции диктатор.
>
> (Князь Вяземский)

Как известно, это двустишие — эпиграф к повести «Станционный смотритель». И, собственно, о значении (и соответственно о достатке) коллежского регистратора, вероятно, можно дальше не говорить. Добавим лишь, что по табели о рангах Российской империи чин этот был приравнен подпоручику. «Бедность и недостатки окружали колыбель Лобачевского», — с романтической, весьма модной тогда грустью пишет один из современников.

В семье было трое мальчиков; и когда в 1797 году кормилец Иван Максимович умирает, совсем еще молоденькая двадцатичетырехлетняя малограмотная мещаночка Прасковья Александровна остается одна на грани катастрофы.

Как, каким образом ухитрилась она подготовить и определить всех троих в Казанскую гимназию, да еще и на казенный кошт, чего ей это стоило, каких слез и кривых путей, мы никогда не узнаем.

Сохранилось лишь прошение ее, написанное то ли неведомой доброй душой, то ли за стаканчик пенной каким-либо кабацким адвокатом, каких всегда хватало на святой Руси.

Там все по форме, видно, диктовал опытный человек.

Достойная бедность, решпект, аккурат, сдержанная скорбь обездоленной вдовы, верноподданнейшие чувства к государю и подпись

«Милостивый государь!

покорная Ваша слуга

Прасковья Лобачевская».

А подпись в две строки знаменовала вежливость и глубочайшее уважение.

Но что и кто была Прасковья Александровна, как и чем она жила — неизвестно.

Как бы то ни было — 17 ноября 1802 года — Александр (11 лет), Николай (9 лет) и Алексей (7 лет) Лобачевские были зачислены «в гимназию для обучения на казенное разночинское содержание».

В этот день наметилась для Лобачевских чуть-чуть приметная дорожка дальнейшей карьеры, или, как говаривали в те времена, «открылся карьер».

Вернемся теперь на похороны.

В империи Российской редко и мало кто добивался того в жизни, чего достиг Н. И. Лобачевский.

Были, конечно, карьеры не в пример блестящей. В постелях кротчайшей Елизаветы либо «ражей семипудовой бабищи Анны»* здоровенные крестьянские и мещанские молодцы (здесь родословная была не обязательна — ценились личные достоинства) зарабатывали и «действительных тайных», и «канцлера», и имения на десятки тысяч душ.

Про «матушку» Екатерину вообще вспоминать не приходится. Для счастья всей жизни надо было лишь хорошо потрудиться в «случае». И при ее шалом сыне императоре Павле тоже было можно взлететь в единый счастливый момент из камердинера в графы.

Но для человека науки административная карьера Лобачевского если и не беспримерна, то весьма и весьма выдающаяся. Если же добавить, что шел он чистыми путями, мало кривил, особенно не «искал ни в ком», почти не угодничал и не слишком добивался чинов, то он предстает на редкость удачливым баловнем судьбы.

Конечно, не был Лобачевский ангелом во плоти. Он был передовой человек своего века, но не более. И за ним были поступки, которых он сам стыдился, и тяжело было остаться морально безупречным по тем временам, коли уж служишь. Он прожил сложную жизнь и получил полной мерой все, что выдано людям в этот мир.

И беззаботную в общем молодость, но и тяжелые утраты в ней. И радость первых успехов, и восторг творчества, и опасные неприятности в студенческие годы. И счастливую, безоблачную поначалу научную карьеру. И злобные, издевательские и остроумные нападки врагов и интенсивную административную и общественную деятельность. И интриги коллег, и восторженные похвалы как администратору, и уколы самолюбия по службе, и слова признания от самого Гаусса, и приятное тщеславие наград, и горечь обид, и любовь, и счастливую семейную жизнь.

А под конец на старость приберегла ему судьба неурядицы по службе, смерть любимого сына, нервное заболевание жены, болезни, слепоту... и до последних дней несравненную радость работы.

---

* Честно признаюсь, эта характеристика императрицы Анны заимствована у академика А. Н. Крылова.

Перейдем к хронологии.

1802—1804 годы. Учеба в гимназии.

Программа — ученики обязаны были изучить:

Русскую грамматику, Словесность, Историю и Географию.

Арифметику, Алгебру, Геометрию, Тригонометрию, Механику, Физику, Химию, Гидравлику, Землемерие, Гражданскую архитектуру.

Логику. Практическую философию.

Иностранные языки: немецкий, французский, греческий, непременная латынь плюс татарский.

Военное дело, в кое входили тактика, артиллерийская наука и фортификация.

Не были забыты и гражданские знания. В курс входило Юридическое законодательство.

А также дисциплины, дающие светские навыки:

Фехтование, Рисование, Искусство танца и Начала Музыки.

Этот курс рассчитан не на десять лет. На три года. Выдерживали не все. Лобачевские выдержали. Видно, хорошо понимали, что другого пути нет. К тому же было им легче. Все же трое братьев вместе.

Николай был «шалун». Учился хорошо. Обычный способный мальчик. Разве что разночинная жесткая практическая хватка — взрослое сознание необходимости успеха отличало его от более нежных дворянских увальней.

Среди учителей были культурные, одаренные люди, по тем временам просто выдающиеся. Прекрасный, яркий математик Карташевский.

Январь 1807 года.

После разных мелких неприятностей с латынью он принят в университет. Ему 14 лет.

Июль 1807 года.

Первый тяжелый удар. Утонул любимый старший брат Александр.

Результат для Николая — нервное потрясение, больница, твердое решение: он будет врачом.

Два года с лишним он занимается медициной. Он, правда, первый математик университета, но есть волевое решение — математика не его путь. Мальчик путается между «долгом» и призванием; ему всего лишь пятнадцать-шестнадцать лет, он крайне угнетен смертью брата, и, видно, характер у него в это время строптивый и довольно тяжелый. Но он совершенно нормальный подросток. Очень порядочный. Сурово следующий студенческому кодексу чести. Увлекающийся всем, чем положено увлекаться студенту. Есть и маскарады, и театр, и драки. И просто дурашливые шалости. Например, знаменитый въезд в университет верхом на корове, тот самый, что вызывает невиданное умиление у доброй половины биографов, усматривающих, что лц, в этом стихийный протест против реакции.

В эти годы в университете действительно портится обстановка, а жизнь Лобачевскому персонально отравляет иекий довольно иеприятный тип — способный и беспринципный карьерист Кондырев.

Но и Лобачевский, надо сказать, порой проявлял заурядную мальчишескую глупость, такую же и так же, как сотни тысяч обычных мальчишек, раздраженных, заносчивых, запальчивых и где-то в глубине души уверенных, что все сойдет им с рук.

Кондырев, однако, чуть-чуть не погубил его. Хорошо, что иностранные профессора Бартельс, Литтров и Броннер, приглашенные в университет, отстояли талантливого юношу.

А вопрос стоял ни много, ни мало как о сдаче в солдаты. И в лучших традициях людей подобного сорта Кондырев обвинял Лобачевского в безбожии и чуть ли не в подрыве устоев. Неясио, был ли Николай атеистом. Но то, что фарисейство и попов он не любил всю свою жизнь, — факт безусловный.

Вообще, вероятно, и в то время и позже Лобачевский был, что называется, «умеренный прогрессист», близкий, но совсем не тождественный по мировоззрению к взглядам гуманистов.

Чтобы все закончилось благополучно, все же пришлось покаяться. Произнести благонамеренную речь. Признать и осудить ошибки свои. И обещать, что впредь...

Но дурашливость дурашливостью, а за эти годы Лобачевский окоичательно решил свою судьбу в пользу математики и очень успел в этой области. Он безоговорочно первый математик Казанского университета, и Бартельс все время рад подчеркнуть и его успехи и дарование.

Да и попечитель округа (фигура на административной лестнице весьма крупная) ценит талантливую молодежь.

Если вспомнить, что на всю Россию было тогда несколько тысяч студентов, — не так страшно, что уже тогда Лобачевский личность довольно заметная в масштабах не только округа, но всей Российской империи.

Чтобы понять тогдашнее значение Казанского университета для России, лучше всего подобрать ему эквивалент в сегодняшних днях. Тогда напрашивается довольно точная аналогия с Сибирским филиалом АН СССР. А Лобачевский самый обещающий молодой ученый в этом филиале.

Учеба заканчивается благополучно.

Август 1811 года.

Он в числе лучших получает звание магистра. Ему 18 лет. Это уже успех. Не слишком значительный, но несомненный. Начинаются неплохие годы в жизни Лобачевского. Он много и хорошо работает. Но не чужд и развлечений. Принят в «лучшем обществе» Казани. Вполне светский интересный юноша. Кавалер. Даже по нашим понятиям — явный «стиляга». Одеться умел и любил.

Война с Наполеоном почти не коснулась его. Пытался удрать в действующую армию младший брат Алексей, но его вернули. Правда, напугал своим исчезновением так, что Николай заболел. Вообще надо сказать, что родственные чувства у Лобачевского всегда были очень сильны.

Нравственный кодекс его в общем уже сформировался. Это кодекс порядочного человека. Порядочного — в смысле понятий того времени.

Бартельс — очень хороший культурный педагог, хотя средний математик, — заставляет его изучать классиков науки. Единственный серьезный недостаток Лобачевского, вероятно, излишняя вспыльчивость и, пожалуй, самомнение в общении с окружающими. Как писали в отзыве: «излишне о себе мечтателен». Но самомнение и не могло не появиться, а с другой стороны, Лобачевский очень хорошо и трезво видит, как далеко ему еще до крупнейших математиков века.

Март 1814 года.

Утвержден адъюнктом (некий аналог нынешнего доцента) физико-математических наук.

Начал самостоятельное чтение лекций.

Июль 1816 года.

Утвержден экстраординарным профессором. Ему 24 года. Это уже несомненная карьера. В эти годы в университете многое изменялось, и не один раз. Идет закулисная борьба. Интриги. Временно торжествуют реакционеры. Потом берут реванш «прогрессисты». Меняются попечители. Словом, идет «обычная нормальная» жизнь.

У Лобачевского есть враги в реакционной партии, есть и сильные покровители.

В эти годы он начинает интересоваться проблемой параллельных.

Начало стандартное. Попытки найти доказательство. В 1815 году он даже на лекциях рассказывает студентам доказательство, найденное им. Но, очевидно, скоро сам обнаруживает ошибку. Довольно элементарную, кстати.

1819 год.

Реакция, процветающая в России в этот период, затронула и Казань. Приходит новый попечитель — умный, совершенно беспринципный, жесткий и холодный карьерист — Магницкий.

Он из тех людей, которым абсолютно безразлично, какими путями делать карьеру. Лишь бы выплыть наверх. Надо проводить реформы — можно реформы. Нужен крайний обскурантизм — будет самый крайний обскурантизм. Но, повторяю, человек он довольно умный, с административной хваткой. Поначалу он явился как ревизор и как итог ревизии предложил закрыть Казанский университет за вольтерьянство и общий нравственный разврат.

Александр I, однако, порешил не уничтожать, но исправлять. Исправлять было дано Магницкому.

Для университета начались тяжелые годы, но к Лобачевскому поначалу Магницкий благоволил. И, возможно, подумывал сделать его одной из своих креатур.

В 1819—1821 годах карьера Лобачевского продолжает развиваться. Он избирается деканом. Он глава библиотеки, член строительного комитета. Неуклонно набегают и чины.

Февраль 1822 года.

Избран ординарным профессором. В эти годы и покривил он душой. Но с таким человеком, как Магницкий, поладить частными уступками, не идти с ним в угодничестве до конца невозможно.

А характер у Лобачевского и самостоятельный и изрядно вспыльчивый, прямо сказать — довольно тяжелый. И по убеждениям своим он весьма далек от Магницкого. Далек при теперешней ситуации, потому что окажись вдруг взгляды Лобачевского одобренными сверху, апробированными сильными мира сего, и... завтра же Магницкий оказался бы весьма прогрессивным джентльменом. Короче — уже в 1822—1823 годах от былой симпатии Магницкого мало что осталось.

1823 год.

Первая серьезная неприятность по работе. Написанный им учебник «Геометрия» забракован академиком Фуссом. Возможно, Фусс в целом был не прав, хотя все серьезные исследователи сходятся на том, что в книге действительно были существенные недостатки и некоторые замечания Фусса совершенно справедливы. Лобачевский же все воспринял довольно болезненно и не пожелал ни отвечать на замечания Фусса, ни исправлять недостатки, ни даже забрать себе рукопись обратно. Надо сказать, что грех гордыни иногда его путал. Но он очень напряженно работает все время. В эти годы у него уже сложилось убеждение в невозможности «доказать» пятый постулат в полном равноправии неевклидовой системы.

1825—1826 годы.

Сразу несколько приятных событий. Лобачевского назначают начальником строительного комитета университета. Избирают библиотекарем университета. Существенно возросла зарплата. Периодами он получает четыре тысячи рублей в год. Это очень солидные деньги.

Снимают Магницкого. Пострадал он, как ни смешно, 14 декабря 1825 года. Не угадал ситуации после смерти Александра. Рискнул. Рискнул азартно, решил выдвинуться резко. Понимал, что момент подходящий. Но не угадал. Сделал ставку на Константина. И крупную. Банк же сорвал Николай. А тут еще всплыла давняя записка, где жаловался он ни много, ни мало — подобный парадокс мог случиться только в России — как на либерализм Николая Павловича — тогда великого князя.

Естественно, после этого срочно была назначена ревизия. Появились на свет божий некие суммы, которые вроде бы были и тут же как бы и не были. Казарменный режим университета не то чтобы был чужд духу Николая, но уж очень перебрал Магницкий, а главное, не угадал он в декабре 1825-го. И пропал человек. Уволили от должности, назначили дополнительное следствие о суммах и выслали покуда в Ревель.

Для всего университета и, конечно, для Лобачевского это была большая радость.

А теперь остановимся.

23 февраля 1826 года.

Покуда мы следили за карьерой даровитого, интересного, приятного, хотя и не без серьезных недостатков, провинциального математика. Следили благожелательно, без особого волнения, без особых восторгов. Карьера очень неплохая, видно, что продвижение по службе небезразлично для нашего героя, видно, как постепенно с годами набирается житейский опыт, забываются отчаянные выходки юности, нелепое фрондерство. Постепенно, крупицами приходит тот самый здравый смысл, который присущ всем преуспевающим. Приходит истинная светскость, барственность даже. Ему уже тридцать четыре. Дальнейший «карьер» обещает еще больше. Еще год, и он будет утвержден ректором (30 июня 1827 г.)...

Начиная с 23 февраля 1826 года становится ясно, что все это не более как мелочи жизни. Существенные. Даже весьма. Но уж, конечно, не определяющие.

В этот день гениальный математик читает свой доклад о неевклидовой геометрии ничего не понимающей, скучающей и априорно равнодушной аудитории. Конечно, появись в тот момент ангел божий, яви знамение и возвести, аки Понтий Пилат во время оно: «Се человек!», конечно, тогда все бы изменилось. Тогда, возможно, забыли бы и о том, что два дня назад начали ревизовать университет. Но сейчас последнее, что может волновать аудиторию, — рассуждения несомненно весьма уважаемого Николая Ивановича о теории параллельных.

И один Лобачевский понимает в этот момент, что сейчас миг его триумфа.

Доклад посылается на отзыв комиссии на предмет возможности напечатания. Комиссия ничего не поняла и, видимо, никак не высказалась. То ли не хотели ставить под удар коллегу, то ли еще по какой причине. Работа так и не была напечатана.

1827 год.

Новый попечитель, тоже порядочный самодур и невежа, — Мусин-Пушкин. Но с Лобачевским его связывает давнее знакомство. И Лобачевский по всем данным очень подходящая личность, чтобы восстановить университет, приведенный в упадок Магницким.

По представлению Мусина-Пушкина Лобачевского избирают ректором. На этом посту он бессменно остается до 1846 года.

Его переизбирали шесть раз. Сначала небольшим, а дальше подавляющим большинством голосов. Если учитывать атмосферу непрерывных внутриуниверситетских интриг, это говорит о многом. Ректор он, бесспорно, был великолепный, в дело вкладывал огромную энергию и любовь, был передовым и исключительно умелым администратором. По существу, он создал университет. Профессионально руководил строительством, организовал библиотеку, упорядочил режим студентов, наладил как-то отношения между русской и немецкой группировками профессуры.

Когда при всем колоссальном объеме административной работы он успевал еще заниматься наукой — непонятно. Между тем все основные его научные результаты получены и оформлены именно в годы ректорства.

1829 год.

В «Казанском вестнике» напечатан мемуар «О началах геометрии» — первое систематическое изложение неевклидовой геометрии.

1830 год.

В этот год Лобачевский стал героем Казани.

В городе появилась холера. Эта была та самая страшная эпидемия, что прошла по всей России и по поводу которой запертый в Болдине Пушкин и написал «Пир во время чумы». Позднее Александр Сергеевич честно признавался, что не очень различал тогда холеру и чуму. Эпидемия была крайне тяжелой, и к тому же в те времена были самые смутные представления о способах предохранения от заразы. Основные упования широкие массы возлагали на «укус трех разбойников».

Лобачевский принял полномочия диктатора. Весь персонал университета с семьями был собран и изолирован от прочего мира в университетском городке, тщательно был организован подвоз продуктов, заболевшие (из 560 человек заболело 12) мгновенно изолировались. И в итоге чуть более 2 процентов заболевших — результат блестящий.

1832 год.

Он женится на молоденькой девушке Варе Моисеевой. Женится по взаимной, хотя со своей стороны чуть слишком спокойной и несколько рассудочной любви. Во всяком случае, он счастлив довольно изрядно с ней первые годы.

Внешне эти годы, 1827—1834, годы зрелости, исключительно удачны для Лобачевского. Фортуна вроде бы даже слишком щедра. Ему везет буквально во всем, удается все.

Его деятельность во время эпидемии отмечена чинами высшими и даже государем. Лобачевский хоть и статский, но проявил расторопность и хватку почти военного человека, а это Николай ценил.

До́лжно было отличить.

И «высочайшее его императорского величества благоволение» за усердие не замедлило.

Всемилостивейше пожалован бриллиантовый перстень. Чин статского. Орден св. Станислава за отлично-усердную службу, и при сем изъявлена совершенная благодарность монарха. Все отменно хорошо. Формулярный список ныне уже статского советника Н. И. Лобачевского блестящ и радостен.

В 1832 году математик Лобачевский переживает первый и очень тяжелый удар.

Казанский университет направляет мемуар «О началах геометрии» на отзыв Академии наук. Отзыв словесный постановлено поручить академику Остроградскому. Последний промедлил немного. Суть такова: «То, что верно, — не ново. То, что ново, — не верно. Внимания Академии мемуар не заслуживает».

С этого момента Остроградский станет искренним злым и непримиримым научным врагом Лобачевского. Еще не раз он будет давать уничтожающие Лобачевского отзывы.

Потому что отныне ему ясно все: Лобачевский — провинциальный шарлатан и из науки его следует изгнать немедля.

Остроградский был по-настоящему крупный математик, хотя его заслуги порядком раздуты. Он не может, конечно, идти в сравнение с такими русскими математиками XIX столетия, как Чебышев, Марков, не говоря уже о самом Лобачевском. Но при большом желании разобраться в мемуаре Лобачевского он, конечно, мог. Отчасти, правда, виноват сам Лобачевский. Работа написана так, что при самом благожелательном внимании разобрать ее трудно. Стиль не только предельно краток, но и изрядно нечеток. Впрочем, основную мысль Остроградский мог бы уловить. Он однако не понял, был взбешен и устным отзывом не ограничился.

В 1834-м в известном журнале Фаддея Булгарина «Сын Отечества» появилась статья, где полностью уничтожались и работа Лобачевского и сам он как ученый. Сейчас, кажется, твердо установлено, что эта «рецензия» была инспирирована Остроградским. Но статья эта, мне кажется, имеет самостоятельное и весьма поучительное значение. Она заслуживает пристального и особого внимания.

Весь ужас в том, что для непрофессионала и даже для профессионала она звучит весьма убедительно. Трудно выбрать лучший пример дьявольской мощи демагогии, силы убеждения не логикой, не доводами, но интонацией, софистикой, нечестными приемами риторики.

Грубый, доходчивый, дешевый юмор убеждает, действует на подсознание, заставляет поверить, что этот Лобачевский невежественное, самодовольное ничтожество. Эта мысль чуть ли не прямо и высказывается автором. Написана эта статья, бесспорно, способным журналистом, и, повторяю, трудно найти более яркий пример полного торжества самоуверенного верхоглядства и пустой болтовни над гением.

Начало даже несколько эпическое:

«Есть люди, которые, прочитав книгу, говорят: она слишком проста, слишком обыкновенна, в ней не о чем и подумать. Таким любителям думанья советую прочесть Геометрию г. Лобачевского. Вот уж подлинно есть о чем подумать. Многие из первоклассных наших математиков читали ее, думали и ничего не поняли. После сего уже не считаю нужным упоминать, что и я, продумав над сею книгой несколько времени, ничего не придумал, т. е. не понял почти ни одной мысли. Даже трудно было бы понять и то, каким образом г. Лобачевский из самой легкой и самой ясной в математике главы, какова геометрия, мог сделать такое тяжелое, такое темное и непроницаемое учение, если бы сам он отчасти не надоумил нас, сказав, что его Геометрия отлична от *употребительной*, которой все мы учились и которой, вероятно, уже разучиться не можем, а есть только *воображаемая*. Да, теперь все очень понятно.

Чего не может представить воображение, особливо живое и вместе уродливое! Почему не вообразить, например, черное — белым, круглое — четырехугольным, сумму всех углов в прямолинейном треугольнике меньше двух прямых и один и тот же определенный интеграл равным то $\pi/4$, то это $\infty$? Очень, очень можно, хотя для разума все это и непонятно».

Не правда ли, написано по-журналистски хлестко, профессионально, ярко? «Воображение живое и вместе с тем уродливое» — это же очень неплохой образ! Но это лишь преамбула, так сказать, интродукция. Выход на боевые рубежи. Разведка боем. Далее начинается обстрел. Естественно, бой завязывается с помощью заслуженного приема — риторического вопроса.

«Но спросят, для чего же писать, да еще и печатать такие нелепые фантазии? Признаюсь, на этот вопрос отвечать трудно. Автор нигде не намекнул на то, с какой целью он напечатал сие сочинение, и мы должны, следовательно, прибегнуть к догадкам. Правда, в одном месте он ясно говорит что будто бы недостатки, замеченные им в употребляемой доселе геометрии, заставили его сочинить и издать эту новую геометрию; но это, очевидно, несправедливо, и, по всей вероятности, сказано для того, чтобы еще более скрыть настоящую цель сего сочинения».

После этой солидной артподготовки, после всех убийственных залпов иронии читатель уже подготовлен к прямой штыковой атаке. Она следует немедленно.

«При том же, да позволено нам будет несколько коснуться личности. Как можно подумать, чтобы г. Лобачевский, ординарный профессор математики, написал с какой-нибудь серьезной целью книгу, которая немного принесла бы чести и последнему приходскому учителю? Если не ученость, то по крайней мере здравый смысл должен иметь каждый учитель; а в новой Геометрии недостает и сего последнего. Соображая все сие, с большой вероятностью заключаю, что истинная цель, для которой г. Лобачевский сочинил и издал свою Геометрию, есть просто шутка или, лучше, сатира на ученых математиков, а может быть и вообще на ученых сочинителей настоящего времени. За сим, и не с вероятностью только, а с совершенной уверенностью полагаю, что безумная страсть писать каким-то странным и невразумительным образом, весьма заметная с некоторого времени во многих из наших писателей, и безрассудное желание открывать новое при талантах, едва достаточных для того, чтобы надлежащим образом постигать старое, суть два недостатка, которые автор в своем сочинении намерен был изображать и изобразил как нельзя лучше».

Ей-богу, этот анонимный писака неплохо действовал. Вполне в стиле и традициях своего принципала Фаддея Булгарина, отчаянного и лихого «гангстера пера». Но слишком перебирать нельзя. Необходимо проявить видимость научного подхода. Нельзя допускать, чтобы у читателя появились сомнения в решающий момент боя. Операция начинается с несколько рискованного признания. Но опытный боец, видимо, уверен в себе.

«Во-вторых, новая Геометрия, как я уже упомянул о том выше, написана так, что никто из читавших ее почти ничего не понял. Желая покороче познакомить вас с нею, я собирал в одну точку все мое внимание, приковывая его к каждому периоду и каждому слову, и даже к каждой букве, и при всем том так мало успел прояснить мрак, кругом облегающий это сочинение, что едва в состоянии рассказать вам то, о чем в нем говорится, не говоря ни слова о том, что говорится»...

Это лишь кажущееся отступление. Но необходимо немедленно предупредить естественный вопрос: «Если не понял, чего же берешься судить?» Нет! Он-то сам все понял, он лишь сделал маневр, чтобы показать своим соратникам-читателям, как безнадежно, уродливо все построение врага. И подчеркнуть свою объективность. Глядите! «Угодно вам прочесть в подлиннике?» И далее идет большая цитата из мемуара Лобачевского. Автор знает, что это точный военный маневр.

Не говоря уж о том, что мемуар написан очень сложно и тяжело, чтобы понять идеи Лобачевского, необходима еще для того времени высочайшая математическая культура, пристальное и непредвзятое внимание. К тому же по любой цитате невозможно судить о научной работе. А отдельный отрывок, да еще после такой психологической подготовки, может совершенно обескуражить. И это точный ход для завоевания победы. А теперь можно заканчивать операцию. Еще небольшое усилие.

«Но, извините, я не могу выписать до слова то, что ниже излагается, потому что уже и так много выписал; а рассказать в коротких словах не умею, ибо отсюда-то и начинается самое непонятное. Кажется, что после нескольких определений, с таким же искусством и с такою же точностью составленных, как и предыдущие, автор говорит что-то о треугольниках, о зависимости в них углов от сторон, чем главным образом и отличается его геометрия от нашей, потом предлагает новую теорию параллельных, которая, по собственному его признанию, находится или нет в природе, никто доказать не в состоянии; наконец, следует рассмотрение того, каким образом в этой воображаемой геометрии определяется величина кривых линий, площадей, кривых поверхностей и объемов тел, — и все это, еще раз повторяю, написано так, что ничего и понять невозможно...»

Забавно, что хотя заглавия теорем Лобачевского аноним усвоил, но понять, что геометрия Лобачевского «отличается от нашей» *только теорией параллельных*, оказался уже не в состоянии. Впрочем, к чему понимать? Противник уже разбит, отступает в панике, и надо лишь закрепить успех.

«...Хвала г. Лобачевскому, принявшему на себя труд объяснить, с одной стороны, наглость и бесстыдство ложных новоизобретателей, а с другой стороны, простодушное невежество почитателей их новоизобретений. Но, сознавая всю цену сочинения г. Лобачевского, я не могу, однако же, не попенять ему за то, что он, не дав своей книге надлежащего заглавия, заставил нас долго думать понапрасну. Почему бы вместо заглавия «О началах геометрии» не написать, например, сатира на геометрию, карикатура на геометрию или что-нибудь подобное? Тогда бы всякий с первого взгляда видел бы, что это за книга, и автор избежал бы множества невыгодных для него толков и суждений. Хорошо, что мне удалось проникнуть в настоящую цель, с которой написана эта книга, а то бог знает что бы об ней и об ее авторе думали. Теперь же я думаю и даже уверен, что почтенный автор почтет себя весьма мне обязанным за то, что я показал истинную точку зрения, с которой должно смотреть на его сочинение...»

Пасквиль этот более или менее подробно цитируют в каждой биографии Лобачевского. Но, возмущаясь, сетуя и всячески понося автора, обычно забывают главное: памфлет действительно впечатляет. Меня совершенно не интересует автор (либо авторы), теоретически можно допустить, что он искренне боролся за чистоту науки.

Но можно понять и какова была реакция окружающих и чего стоила Лобачевскому эта статья.

После таких отзывов люди стреляются, заболевают, бросают работу навсегда.

На фоне этого памфлета письмо Гаусса к Бояи выглядит посланием нежного, любящего, заботливого отца. Тауринус — еще одна «жертва» Гаусса — сжег свою работу только потому, что Гаусс, обидевшись, прекратил переписку.

Внешне эта история как будто не коснулась Лобачевского. Он реагировал даже как-то поразительно вяло. Были сделаны кой-какие интерпелляции, поместил он через год в записках университета очень спокойный и сдержанный ответ. Послал также поразительно сдержанный ответ в «Сын отечества». Фаддей, конечно, ответ не напечатал. Не напечатал. А Лобачевский особо настаивать не стал. И все.

Ошибочно было бы думать, что он вообще не был человек действия.

Вся его жизнь, его беспрерывное девятнадцатилетнее ректорство доказывают обратное. Но в данном случае он, видимо, считал ниже своего достоинства ввязываться в дискуссию. Вообще он удивительно мало заботился о популяризации своих идей. И это некоторый психологический ребус, потому что в остальном он был весьма практический человек.

А возможность заткнуть рот недругам, заткнуть раз и навсегда — у него была.

В 1840 году он издал одну из своих работ на немецком языке.

А уже в 1842 году по представлению самого Гаусса его избирают членом-корреспондентом Геттингенского королевского общества.

Гаусс, прочитав работу Лобачевского, очень им увлекся. Увлекся, правда, в своей манере. Восхищенные отзывы в письмах к друзьям; очень резкие отзывы по поводу некоей рецензии теперь уже в немецком журнале на работу Лобачевского. По смыслу рецензия эта не отличалась от памфлета в «Сыне Отечества», и Гаусс весьма сурово охарактеризовал рецензента. Наконец, в письмах к русским корреспондентам он непрестанно интересуется Лобачевским, просит даже передать ему привет.

Но ни слова в печати, ни единого письма к самому Лобачевскому, кроме сугубо официальной переписки в связи с избранием. Собирался он, правда, написать и попросить оттиски его трудов. Собирался! Но не написал.

Ну хорошо, у Гаусса были свои соображения. Но чем объяснить молчание Лобачевского?

После избрания его членом-корреспондентом ему, конечно, абсолютно ясно: Гаусс прочитал и одобрил его работу. И, безусловно, это признание было крайне важно, крайне радостно для него. Казалось бы, самое естественное — самому послать Гауссу свои работы или уж по крайней мере написать письмо с просьбой дать оценку его идей.

Я уж не говорю о том, что получи Лобачевский такое письмо, не только казанская профессура, но и вся Академия наук немедленно открестилась бы от своих прежних нападок и радостно признала бы Лобачевского крупнейшим математиком России.

Допустим, он был совершенно равнодушен к мнению окружающих, хотя допустить это трудно. Но самому-то ему должна быть интересна детальная оценка его работы Гауссом.

Такого письма Гауссу он не написал до конца жизни.

Что было причиной? Скромность? Гордость? Боязнь показаться навязчивым? Не знаю.

Быть может, глубоко скрытая обида на Гаусса? Мог ведь он написать члену-корреспонденту Геттингенского общества несколько теплых слов по поводу его исследований? Быть может...

Никакой сколько-нибудь удовлетворительной версии у меня нет. И единственно, что можно сказать: эта загадочная история показывает, насколько сложным, нестандартным человеком был Лобачевский. Потому что с ноября 1842 года он, бесспорно, должен понимать: признание его на родине как математика может прийти в тот момент, когда он этого за-хочет. Он не пишет. Когда речь идет о деле его жизни, он как-то целомудренно сдержан. Математик Лобачевский совсем другой человек, чем ректор Лобачевский. Здесь он непрактичный, замкнутый, философски спокойный человек.

Он очень напряженно работает все эти годы, он пытается найти строгое доказательство непротиворечивости.

Своим чередом идут служба и семейная жизнь. Свои радости, свои невзгоды. Характер у супруги оказался довольно серьезный. Сцены — а попросту говоря, скандалы — не столь редкий гость в доме. Он воспринимает все в лучших традициях стоиков. «Эх, матушка Варвара Алексеевна...» — и скрывается в свою крепость — в кабинет. Либо молчит и покуривает трубку.

Детей в семье много. К дочерям он как будто порядком безразличен, но сыновей любит, любит ревнивой, суровой, придирчивой любовью. Особенно первенца Алексея. Способного, очень напоминающего его самого в молодости.

Административной работы все время тьма. И он великолепно ведет университет. Ведет в сложную пору того времени.

Правительство и государь довольны.

Высочайшие его императорского величества благоволения за отлично-усердную службу все более украшают формулярный список ныне уже его превосходительства действительного статского советника.

Где-то впереди уже начинает светить чин тайного.

Несколько расстроены денежные дела, но он еще не стар, еще полон сил.

Интриги и кляузы коллег присутствуют непременно. Но это обычно. Это в порядке вещей. Он стал суров, молчалив, педантично размерен. Но и это довольно обычно с приближением старости. Обычно все. Обычны и его привычки. Его превосходительство — хлебосол, более того — знаток кулинарии.

Порой он поигрывает в преферанс в клубе.

Чаще для отдыха переводит с греческого и латыни.

Он любит свой университет, и студенты любят его. Работа очень занимает его.

Все как у всех в России. Брат Алексей пьет горькую. Родич жены — игрок, просадил очень крупную сумму его денег.

Сыновья выросли. Они уже студенты. Любимец старший радует. Второй — огорчает. Он явственно не математик. Очень явственно.

Что он думает? Чем живет? Что дает ему силы непрестанно исследовать свою Геометрию? Как он смог через всю жизнь, через все заботы и мелочи пронести свою Геометрию, как не превратился в ординарного действительного статского? Как находил в себе волю, что поддерживало его? Что думал он, запираясь в своем кабинете? О чем мечтал? И на что надеялся?

Никто и никогда не ответит на все это.

И мне кажется, Н. И. Лобачевский, быть может, самый загадочный человек в истории мировой науки.

Благополучный в общем и уважаемый чиновник; он же «выживающий из ума чудак», «известный казанский сумасшедший», по мнению многих и весьма культурных людей той эпохи.

Конечно, его истинная жизнь начиналась за дверями его кабинета. Коиечно. Но что держало его, какой сгусток воли, какая сила его вела? Что им руководило — любовь, ненависть, надежда, высокомерие или просто многолетняя привычка, привычка, ставшая инстинктом, — я не берусь сказать.

И боюсь, никто уже не скажет это. Потому что все богатство архивных материалов ничего не добавит нам о той второй и главной его жизни, что начиналась за дверями его кабинета, когда он оставался наедине со своими выкладками. Лишь одно, быть может, чуть открывает нам его.

В 1853 году умер его любимец Алексей. И за несколько месяцев Николай Иванович Лобачевский превратился в дряхлого, больного старика. Он начал слепнуть, и болезнь прогрессировала быстро и неуклонно.

Ему осталось жизни три года; по заведенному порядку он еще пытался сохранить привычный уклад, пытался еще что-то делать по службе, но жизнь уже ушла.

И, вспоминая, как заставлял он сына штудировать математику, как обычно сдержанный и спокойный, криком и простыми словами поносил его, когда тот бездельничал; как величаво радостно появлялся на мгновение в дверях его комнаты, где сын праздновал с друзьями удачный экзамен: «Продолжайте, господа, не буду вам мешать», — вспоминая все, я думаю, этого замкнутого, сурового человека поддерживала одна лишь романтическая мечта: сын продолжит его Геометрию.

И смерть сына означала и его собственную смерть. А беда никогда не приходит одна. И эти последние три года одна за другой приходят беды к Лобачевскому.

Но, вероятно, он уж не слишком видит их. Все уже кончено. И единственное, что еще осталось, — его Геометрия.

Слепой, он закончил диктовать последний свой труд, когда почти уже не оставалось дней его.

# ГЛАВА 9

## НЕЕВКЛИДОВА ГЕОМЕТРИЯ. ИЛЛЮСТРАЦИИ

Сейчас мы чуть-чуть заглянем в некий музей «курьезов». Курьезов лишь потому, что наша интуиция, воспитанная на евклидовой геометрии, все время противится восприятию геометрии Лобачевского.

Для того чтобы наши чувства высказались за полное теоретическое равноправие обеих геометрий, необходимо очень основательно и долго изучать геометрию Лобачевского.

И тогда то, что на первый поверхностный взгляд представлялось нелепым и парадоксальным, начинает светиться спокойной, холодной красотой логики и истины.

Между прочим, коль скоро все время говорится о красоте, можно заметить, что полностью аналогичные вещи часто бывают и в искусстве.

Те самые картины импрессионистов, которые сейчас, видимо, восхищают подавляющее большинство зрителей, у посетителей художественных салонов конца прошлого столетия вызывали насмешливый хохот. Реакция той же природы, что отношение современников к работам Лобачевского. Вообще надо заметить, что, к великому сожалению, не слишком сложная мысль «прежде чем судить, постарайся понять» — еще до сих пор откровение для многих.

Клочки искаженной, исковерканной информации, случайно залетевшие в сознание, слишком часто принимаются за достаточное основание для авторитетных суждений. Неважно — благожелательных или уничтожающих. Кстати, геометрии Лобачевского в этом смысле забавным образом не повезло еще один раз.

Еще много лет назад в статьях некоего весьма уважаемого писателя мне встретилась фраза: «Лобачевский доказал, что линии, параллельные у Евклида, пересекаются в бесконечности». Затем в связи с этим шли какие-то вполне умные, широкие и обобщающие рассуждения. Не помню уже о чем. Чуть ли не о том же, о чем пишу сейчас я.

По только что отмеченной склонности к поверхностным суждениям я решил, что этот автор вообще ничего не слышал о геометрии Лобачевского. Но эта же самая фраза столь настойчиво повторялась в статьях и книгах других литераторов, что в один прекрасный день меня озарило. Речь идет о параллельных в смысле Лобачевского... «А то, что эти линии совсем не «евклидовы параллельные», мы увидим полстраницей позже. Между ними такое же примерно соотношение, как между пилотом в средневековье (штурман корабля) и пилотом в современном понимании. Единый термин, используемый для обозначения разных понятий, породил эту чехарду в представлениях далеких от математики людей. Быть может, очень строгого суда они и не заслуживают, но уж и поощрения, бесспорно, тоже.

Чтобы закончить притчу, я могу сообщить, что потом отыскался и видимый первоисточник «литературного варианта геометрии Лобачевского».

Оказывается, грешен сам Федор Михайлович Достоевский. А писал он вещи весьма примечательные. В «Братьях Карамазовых» Иван Федорович, объясняя Алеше свое морально-философское кредо, в частности, говорит:

«Но вот, что, однако, надо отметить: если бог действительно есть и если он действительно создал землю, то, как нам совершенно известно, создал он ее по евклидовой геометрии, а ум человеческий с понятием лишь о трех измерениях пространства. Между тем находились и находятся даже и теперь геометры и философы, и даже из замечательнейших, которые сомневаются, чтобы вся вселенная или, еще обширнее — все бытие — было создано лишь по евклидовой геометрии, осмеливаются даже мечтать, что две параллельные линии, которые по Евклиду ни за что не могут сойтись на земле, может быть, и сошлись бы где-нибудь в бесконечности. Я, голубчик, решил так, что если я даже этого не могу понять, то где же про бога понять. Я смиренно сознаюсь, что у меня нет никаких способностей разрешать подобные вопросы, у меня ум евклидовский, земной, а потому где нам решать, что не от мира сего».

Я не думаю отождествлять здесь самого Достоевского и Ивана Карамазова, и сейчас можно вообще отбросить обсуждение проблемы бытия божия. Но о геометрии-то пишет сам Достоевский. Это его представления. И то, что написано великолепно, показывает, как неглубокая, поверхностная интуиция поверхностного дилетанта невольно возводится в абсолют. Во всей фразе, если разбирать строго, нет буквально ни одной верной мысли. Это тем интереснее, что великолепный, чисто аналитический ум автора тоже чувствуется в каждом слове.

Далее Иван Федорович доводит свое интеллектуальное самодурство по поводу геометрии до логического предела, распространяя его даже на физику:

«Пусть даже параллельные линии сойдутся, и я сам это увижу; увижу и скажу, что сошлись, а все-таки не приму».

Надеюсь, понятно, что по этому отрывку я не собираюсь делать какие-либо малейшие выводы о творчестве Достоевского вообще. И надо иметь в виду, что геометрия Ивана Карамазова совсем не интересует. Для него это лишь случайный пример — иллюстрация его идей.

Но для нас это иллюстрация и искаженного представления о науке, и легкомысленных рассуждений о непонятных вещах, и довольно-таки явного обскурантизма Ивана Карамазова.

Впрочем, можно оправдать самого Достоевского по крайней мере в том смысле, что фактической ошибки он-то, быть может, и не допускал.

Имена геометров не названы, и потому можно надеяться, что Иван пересказывал представления римановой либо проективной геометрии.

Но поскольку с одной стороны слова «неевклидова геометрия» ассоциируются с именем Лобачевского, а с другой — все культурные литераторы, безусловно, внимательно читали

Достоевского, то слова Ивана в дальнейшем неизменно экстраполировались к Лобачевскому.

Все эти литературно-психологические изыскания, помимо общих идей дидактически-назидательного характера, возможно, полезны тем, что на таких примерах становится понятней интеллектуальная смелость Бояи и Лобачевского.

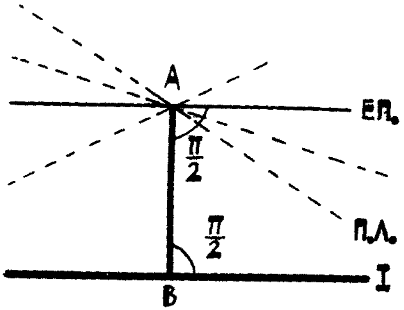
А теперь, успокоив душу, вернемся в наш музей.

Естественно, мы ограничимся лишь несколькими теоремами и совсем не будем говорить о стереометрии. Поэтому дальше нигде не будем оговариваться, что все происходит в одной плоскости.

Сначала, конечно, постулат Бояи — Лобачевского — антагонист «евклидова пятого».

*«Через данную точку к данной прямой, кроме «евклидовой параллельной», можно провести по крайней мере еще одну прямую, не встречающую данную».*

Отсюда немедленно следует, что можно провести и бесконечное число таких прямых.

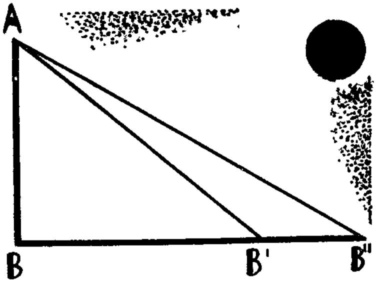



Посмотрим на чертеж. Из точки *А* опущен перпендикуляр на прямую I. Евклидова параллельная — прямая *Е. П.*, — естественно, перпендикулярна этому перпендикуляру.

Пунктиром обозначена непересекающаяся с *I* прямая Лобачевского *(П. Л.)*.

Из соображений симметрии (перегнуть чертеж вдоль перпендикуляра *АВ!)* ясно, что будет существовать другая, точно такая же, прямая. Она также обозначена пунктиром. Далее ясно, что любая из бесконечного числа прямых, проведенных через точку *А* внутри этого угла, тоже не пересекают прямую *I*. Итак: *«Через данную точку можно провести бесконечное число прямых, не встречающих данную».*

Но естественно, можно провести и бесконечное число прямых, встречающих данную. Их можно провести в любую сколь угодно удаленную от основания точку прямой. Действительно,




возьмем любую точку $B'$ и соединим ее с $A$ прямой. Это всегда можно сделать благодаря известной аксиоме.

Вот и получена прямая, проходящая через $A$ и $B'$.

Но ввиду непрерывности пучка прямых должна быть граничная прямая, разделяющая оба класса.

Это либо последняя «встречающая», либо первая «невстречающая». Легко видеть, что последней «пересекающей» быть не может. Действительно, предположим, что она существует. Пусть, например, это прямая $AB'$ на нашем чертеже. Но тогда, взяв точку $B''$ за точкой $B'$ и соединив ее с точкой $A$, получим новую прямую, лежащую за $B'$ и встречающую (пересекающую) прямую $I$.

Следовательно, граничная прямая — первая не встречающая прямую $I$.

Естественно, таких прямых две — для каждого направления своя. Внутри угла, образованного этими прямыми, можно провести бесчисленное множество прямых, не встречающих прямую $I$, в том числе среди них будет и параллель Евклида.

Вот эти крайние невстречающие прямые Лобачевский назвал параллельными.

Как видите, они не имеют никакого отношения к параллельной в смысле Евклида.

И о них с некоторой натяжкой можно сказать, что они как бы пересекают прямую $A$ в бесконечно удаленных точках.

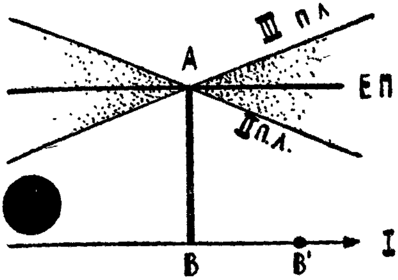
Правда, в этой фразе совершенно неясно, что такое «бесконечно удаленная точка», так что лучше ее вообще не произносить.

В терминах Лобачевского все прямые внутри угла «расходятся» с прямой $I$.

Итак, по отношению к данной прямой есть три типа прямых, которые можно провести через любую точку.

1. *Сходящиеся* (пересекающие); число их бесконечно.

2. *Параллельные*. Их две. Про каждую еще гово-




рят: параллельная $II$ параллельна прямой $I$ в сторону $BB'$; параллельная $III$ параллельна $I$ в сторону $B'B$. Смысл этих слов понятен из чертежа.

3. *Расходящиеся* прямые. Это все бесконечное скопище внутри пучка. В частности, и «Евклидова параллель».

Пока были термины.

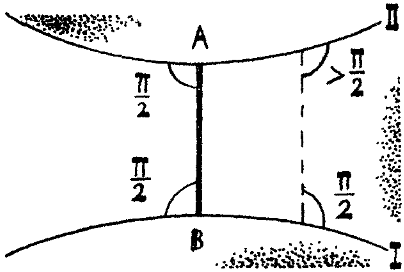
Посмотрим теперь теоремы.

Для «параллельных» Лобачевский доказал, что они неограниченно приближаются к данной прямой (никогда не пересекая ее) и неограниченно удаляются в другую сторону.

Этот результат еще не столь странен.

Но вот следующий уже поражает.

Две расходящиеся прямые всегда имеют общий перпендикуляр, который и есть кратчайшее расстояние между ними. По обе стороны от перпендикуляра они неограниченно удаляются. Естественно, это справедливо и для частного случая «Евклидовых параллелей».




Таким образом, перпендикуляр, опущенный из любой точки прямой $II$ к прямой $I$, во-первых, больше взаимного перпендикуляра $AB$, а во-вторых, с прямой $II$ не составляет уже прямой угол.

Это действительно странно. Но доказывается безукоризненно.

Соответственно геометрическое место точек, равноудаленных от прямой, оказывается кривой линией.

Все это самые первые шаги.

Далее Лобачевский вводит новое и очень важное понятие *угла параллельности.*

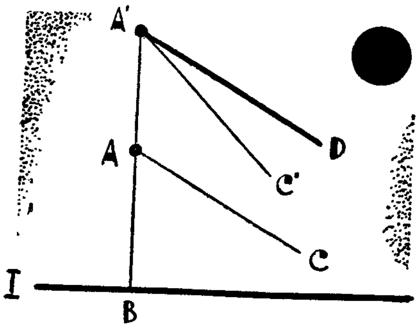
Это острый угол между прямой, параллельной $I$ и проведенной через точку $A$, и перпендикуляром $AB$, опущенным из этой точки на прямую $l$. То есть угол параллельности — $CAB$. По Евклиду, он, естественно, всегда равен $\frac{\pi}{2}$.

Сразу можно увидеть, что этот угол зависит от расстояния от точки $A$ до прямой $l$, причем уменьшается с ростом расстояния.

Действительно, возьмем на продолжении перпендикуляра $AB$ точку $A'$ и проведем из этой точки «Евклидову параллель» к прямой $AC$. Она пересечет перпендикуляр $AB$ под тем же углом, что и прямая $AC$.

$$\measuredangle DA'B = \measuredangle CAB.$$

Но мы знаем, что из точки $A'$ можно еще провести прямую $A'C'$, параллельную $AC$ в смысле Лобачевского.




И угол $C'A'B$, очевидно, меньше, чем угол $DA'B$.

Очевидно, что если прямая $A'C'$ не пересекает $AC$, то тем более она не пересечет прямую $l$. Она либо расходится с ней, либо параллельна. (Начиная с этого момента, я перестаю оговаривать: «в смысле определения Лобачевского». Всюду дальше в этой главе мы будем придерживаться его геометрии и его определений.)

На самом деле Лобачевский доказал теорему:

*«Если две прямые параллельны третьей в одну сторону, то они параллельны между собой в ту же сторону»*. Так что угол $C'A'B'$ есть угол параллельности к прямой $l$ в точке $A'$.

Угол параллельности есть функция расстояния до прямой. Лобачевский обозначил эту функцию $\Pi\ (x)$; $x$ — здесь расстояние — то есть отрезок AB.

Мы убедились уже, что эта функция убывает с ростом $x$. Лобачевский исследовал, как она ведет себя с уменьшением расстояния $x$, и показал, что угол параллельности $\Pi(x)$ неограниченно стремится при этом к прямому углу. Учено это выглядит так: $\lim\limits_{x\to 0} \Pi(x) = \frac{\pi}{2}$. Но если вспомнить, что прямой угол параллельности соответствует геометрии Евклида, то ясно, что на малых расстояниях геометрия Лобачевского практически неотличима от геометрии Евклида.

Это-то ясно. Неясно покуда, что означают слова «малые расстояния».

Слова «малый» или «большой» приобретают смысл, только если указано, по сравнению с чем. Без этого они лишены всякого содержания. Очевидно, должна существовать какая-то длина — некий эталон, с которым можно сравнивать все остальные.

Каким же образом этот эталон появляется? И здесь снова уместно вспомнить Лежандра. В своих исследованиях он также обнаружил, что угол параллельности зависит от расстояния. Собственно, для этого достаточно (как мы уже упоминали) чуть-чуть проанализировать его доказательство относительно суммы углов треугольника. И то, что появляется такая зависимость, казалось Лежандру столь нелепым, что одно время он и объявлял это желанным абсурдом, доказывающим пятый постулат. Рассуждал Лежандр очень остроумно, скорее как физик, чем как математик.

По сути, он использовал очень сильный метод качественного анализа физических задач — метод размеренности. Чуть модернизованно схема его рассуждений выглядит так.

Мы видим, что угол параллельности есть функция единственного отрезка — расстояния до прямой. Никакие другие линейные размеры в задачу не входят. Запишем: $\varphi = \Pi(x)$.

А теперь посмотрим, что мы написали. Любой угол $\varphi$ — величина безразмерная. (В радианной мере угол — это отношение дуги единичной окружности к радиусу.)

Слева у нас безразмерная величина. Какой бы масштаб измерения ни был выбран — сантиметры, метры, дюймы, она останется неизменной.

Справа же функция от размерного аргумента. Неважно, какой она имеет вид. Важно, что какой бы она ни была, ее численные значения будут изменяться при изменении масштаба. Если, скажем, $\Pi(x) = \frac{1}{x^2}$, то при $x = 1\,м$, $\Pi(x) = 1$ м$^{-2}$.

Но при выборе за единицу масштаба 1 *см*.

$$П(x) = \frac{1}{100^2 \, см^2} = 10^{-4} см^{-2}.$$

Очевидно, мы пришли к нелепости. Зависимость, предположенная нами, невозможна. Следовательно, пятый постулат доказан.

Все рассуждение абсолютно верно. Кроме вывода. Вывод же должен быть другим. Из тех же соображений размерности ясно, что в нашей формуле справа в аргументе функции должна стоять безразмерная величина. Уравнение должно быть таким:

$$\varphi \doteq П\left(\frac{x}{k}\right),$$

где *к* — какой-то неизвестный нам пока отрезок. Но возникает вопрос: откуда его взять, этот отрезок *к*? Ведь весь анализ показывает, что угол параллельности φ зависит только от единственного расстояния — расстояния точки до прямой.

Нам остается лишь один выход. Надо допустить, что в новой геометрии существует как бы заранее самой природой заданный постоянный масштаб.

Существует некая постоянная длина, определяющая все остальные длины.

Это странно, но совсем не абсурдно. Например, в двумерной евклидовой геометрии сферы такая выделенная длина есть. Это радиус сферической поверхности.

И, используя для геодезических съемок Марса формулы обычной евклидовой сферической геометрии, мы должны будем помнить, что некоторые «постоянные» в наших земных таблицах существенно изменятся.

Лобачевский не был смущен кажущимся парадоксом и ввел постоянный отрезок *к* и нашел уравнение для угла параллельности. Оно столь просто, что можно его привести:

$\operatorname{ctg}\frac{1}{2}\varphi = e^{\frac{x}{k}}$, где *e* — основание натуральных логарифмов.

Из этого уравнения сразу видно, что когда $\frac{x}{k} \longrightarrow 0$, то:

$\operatorname{ctg}\frac{1}{2}\varphi \approx e^0 = 1$, или $\frac{1}{2}\varphi \approx \frac{\pi}{4}$ и $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$.

Когда $\varphi = 90°$, с высокой степенью точности выполняется геометрия Евклида.

Но $\frac{x}{k}$ близко к нулю, когда $x \ll к$.

Теперь наши слова о малых отрезках, сказанные чуть раньше, получили точный смысл.

Если расстояние от точки, через которую мы к данной прямой проводим параллельную, много меньше постоянного отрезка $к$ — приближенно выполняется геометрия Евклида.

В предельном случае, когда $к = \infty$, геометрия Евклида выполняется всегда и совершенно точно.

Естественно, первый вопрос, возникший у Лобачевского, был: как найти отрезок $к$?

И здесь оказывается, что его геометрия в определенном смысле «лучше» Евклидовой.

Никакие теоретические рассуждения не помогут определить $к$. Он то́, что у физиков называется «константа теории». Найти его можно только опытным путем, только призывая на помощь конкретные физические измерения.

Угол параллельности, конечно, не измерить непосредственно, но можно, например, измерить сумму углов треугольника. «Дефект суммы» у данного треугольника зависит от значения $к$.

Как помните, и Лобачевский и Гаусс стимулировали подобные измерения, но ничего не выяснили.

Вообще сам Лобачевский никогда уверенно не утверждал, что именно его геометрия описывает мир. Напротив, он склонялся к мысли, что в нашем мире осуществляется геометрия Евклида.

Но это не так важно. Замечательно, что с самых первых шагов новая геометрия теснейшим образом связана с физикой, что ее немыслимо оторвать от эксперимента.

Естественно, что это непосредственно наталкивает мышление на важнейший вопрос о связи геометрии вообще с реальным миром. О возможности различных геометрий этого мира.

Вопрос, который, как мы уже говорили, не то что́ не предлагался, но вообще представлялся пустым и нелепым математикам в течение двух с лишним тысяч лет.

Волей-неволей появление неевклидовой геометрии возрождает проблему эксперимента. Действительно ли нам так совершенно известно, что «господь бог создал землю по законам евклидовой геометрии», как это полагал Иван Карамазов?

Это всегда очень красиво, когда абстрактные формулы вдруг наталкивают на совершенно неожиданные идеи, идеи, о которых и не подозревал автор при выводе этих формул.

Все эти выводы так пленительно изящны, что можно понять Бояи и Лобачевского, поверивших в логическую безупречность своей системы.

Причем сейчас мы обсудили лишь один из выводов самой первой работы Лобачевского — доклада в 1826 году.

Свою схему он сразу развил значительно глубже, а остальные результаты были не менее красивы. Однако в математике вопросы веры не являются решающими.

Гарантии, что где-то в дальнейшем не встретится логическое противоречие, не было.

И все остальные годы Лобачевский настойчиво пытается найти это доказательство.

Он стремится строго показать: его система безупречна. И по пути он разрабатывает самые разные, самые неожиданные следствия своей геометрии, все более и более углубляется в ее дебри.

Здесь он, вне всяких сомнений, выше своих соперников. Ни Бояи, ни Гаусс не прошли того пути, что проделал он.

Доказательства он не нашел. Хотя и был довольно близок к основной идее.

Но с чисто человеческой стороны его настойчивый, неизменный, подчиненный единственной цели труд вызывает чувство восхищения.

# 10 ГЛАВА

## НОВЫЕ ИДЕИ — РИМАН. ИТОГ — НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬ

Будь я склонен к рекламе, я начал бы с того, что в этой главе речь пойдет о поразительных по своей красоте вещах.

Но вместо этого я честно уведомляю читателей, что по крайней мере первая половина этой главы — довольно сухая математика.

Итак, сначала о теории поверхностей.

Прародителем ее был все тот же Гаусс. Чтобы сохранить все же какую-то видимость популярного рассказа, сформулируем интересующие нас вопросы так.

Пусть на какой-то прихотливо изогнутой поверхности обитают некие разумные двумерные существа. Какова будет их геометрия, во-первых? Как смогут они (если смогут) заметить, что их поверхность искривлена, во-вторых?

Вероятно, второй вопрос на первый взгляд представляется совершенно наивным. И возможно, читателям сразу вспоминаются доказательства шарообразности Земли, приводимые в учебниках географии для четвертого класса. Но если чуть-чуть внимательней подумать о доказательствах этого сорта, становится ясно: в них используется тот факт, что мы — трехмерные существа, живущие на двумерной поверхности.

И чтобы иллюзия наивности исчезла, достаточно задуматься: как можно обнаружить, искривлен ли наш трехмерный мир, а также что вообще означает эта столь часто употребляемая фраза?

Но о трех- и четырехмерном мире — чуть позже, а пока вернемся к поверхностям.

Гаусс начал с того, что ввел замечательную величину, определяющую геометрию поверхности. Это гауссова кривизна.

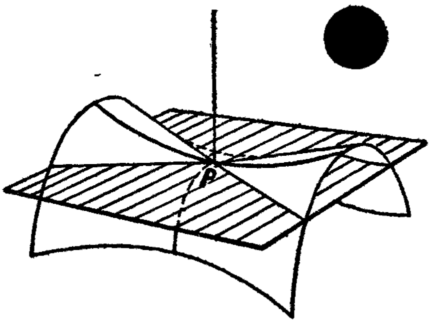
Прежде всего анонсируем важнейшее свойство гауссовой кривизны.

Гауссова кривизна остается постоянна при любом изгибании поверхности, если только не происходит растяжения.

Что именно означает отсутствие растяжения, интуитивно ясно, а строго это формулируется так: если при изгибе поверхности отсутствует растяжение, то, во-первых, остаются неизменны длины любых кривых, проведенных на поверхности, а во-вторых, углы между ними.

Это же самое можно сформулировать несколько по-другому. Возьмите лист бумаги. Изогните его. И измерьте в какой-нибудь точке гауссову кривизну. Теперь можно проделывать с этим листом все, что угодно (только не растягивать и не рвать!), изгибать самым прихотливым образом. Значение гауссовой кривизны в данной точке не изменится.

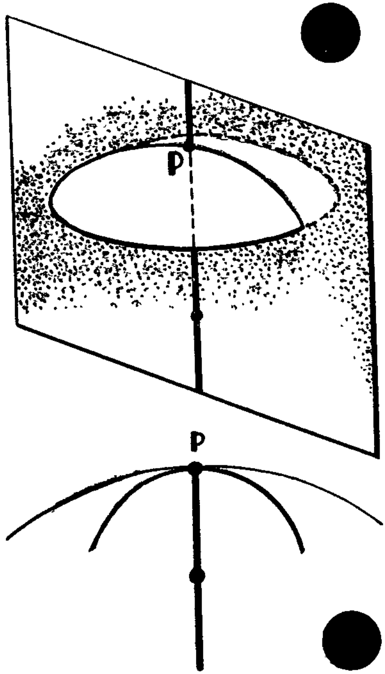
Чтобы очень важное для нас понятие гауссовой кривизны определить более строго, придется выяснить, что такое радиусы кривизны в данной точке поверхности.




Рассмотрим какую-нибудь точку поверхности и проведем к ней нормаль.

Теперь, очевидно, нужно сказать, что такое нормаль. Для этого понадобится еще одно дополнительное понятие — касательная плоскость. Приведем почти строгое определение. Рассмотрим все возможные кривые линии, расположенные на поверхности и проходящие через точку $P$.

Оказывается, что касательные ко всем этим кривым лежат в одной плоскости. Сразу это не видно, но может быть строго доказано. Все множество касательных и образует касательную плоскость.



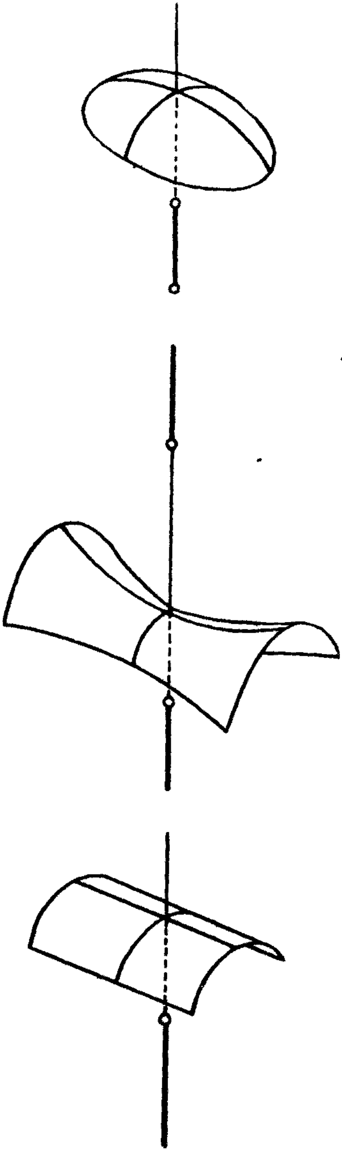

Для случая, показанного на верхнем рисунке на стр. 172, довольно очевидно, как будет расположена касательная плоскость. Но иногда касательная плоскость более хитро расположена относительно поверхности (см. рис. на стр. 170).

Теперь строго определим понятие нормали. Нормаль — прямая, перпендикулярная к касательной плоскости. После этого можно приступить к определению понятия главных радиусов кривизны. Проведем через нормаль какую-либо плоскость.

Ясно, что их можно провести бесконечное число. Но мы выберем для начала любую. При пересечении плоскости и поверхности образуется плоская кривая.

Всегда можно подобрать такую окружность, которая очень хорошо прилегает к этой кривой вблизи точки $P$. Точный смысл этих слов объяснять не будем, понадеявшись, что интуиция подскажет нужный образ.

Радиус этой прилегающей (соприкасающейся) окружности $R$ называется радиусом кривизны плоской кривой. Так как через нормаль можно провести бесчисленное множество плоскостей, то мы получим бесконечное число радиусов кривизны. Среди них есть наибольший и наименьший по абсолютной величине. Можно доказать, что плоские кривые, которым соответствуют наименьший и наибольший радиусы,



взаимно перпендикулярны в точке $P$. Эти два радиуса $R_1$ и $R_2$ и называются главными радиусами кривизны нашей поверхности в точке $P$.

Можно также доказать, что центры окружностей всегда расположены на нормали.

Если центры кривизны лежат по одну сторону от поверхности, точка $P$ называется эллиптической. Если по разные — гиперболической. В этом случае один из главных радиусов следует считать отрицательным.

Наконец, есть еще и параболические точки. Это точки, где один из главных радиусов кривизны равен бесконечности. Гауссова кривизна в любой точке поверхности определяется так:

$$K = \frac{1}{R_1 R_2}.$$

Теперь можно составить табличку:

| | |
|---|---|
| В эллиптической точке | $K>0$ |
| В гиперболической точке | $K<0$ |
| В параболической точке | $K=0$ |

Посмотрим, какими свойствами может обладать поверхность в целом. Представим какую-нибудь поверхность. Попробуем покрыть ее плотно прилегающим куском материи.

Условия игры таковы. Нашу

материю (естественно, первоначально это был плоский кусок) нельзя:

а) разрезать,

б) растягивать,

в) она должна покрывать поверхность без складок.

Если бы какая-нибудь дама предъявила подобные требования к своему портному, он, вероятно, выгнал бы ее без дальнейших разговоров. И был бы прав.

А прежде чем идти дальше, я призываю читателей на секунду прервать чтение и самостоятельно представить, какими свойствами должна обладать фигура нашей гипотетической модницы, чтобы можно было удовлетворить ее требование.

После тех сведений о гауссовой кривизне, что мы имеем, ответ довольно прост.

Первоначально кусок был плоским. Это значит, что кривизна его в каждой точке была равна нулю. При изгибании без растяжения кривизна не меняется. Значит, плоский кусок материи можно изогнуть только на такую поверхность, кривизна которой в каждой точке строго равна нулю.

Например, на цилиндр. Легко можно сообразить, что на боковой поверхности цилиндра гауссова кривизна строго равна нулю. Или, иначе, каждая точка поверхности параболическая. Если вы усвоили понятие кривизны, то легко убедитесь, что второй пример подходящей поверхности конус.

Но вот на шар невозможно изогнуть плоскость так, как мы этого требуем.

Кривизна шара постоянна и положительна. Именно это обстоятельство и вызывает все мучения картографов.

Несколько запоздало надо добавить, что и раньше и позже мы все время будем иметь в виду «хорошие» поверхности. Строго объяснять, что это значит, я не буду, а грубо говоря, «хорошими» мы будем считать поверхности без острых ребер и остриев. Вершина конуса, например, «нехорошая» точка.

Далее надо иметь в виду, что когда мы говорим об изгибании одной поверхности на другую, то, строго говоря, мы всегда подразумеваем возможность изгибания достаточно большого куска, а не всей замкнутой поверхности. Например, целиком развернуть боковую поверхность конуса на плоскость можно, только проделав хотя бы один разрез по образующей. Теперь последнее необходимое нам понятие — понятие геодезической линии. Геодезическая — это такая кривая линия, проведенная на поверхности между двумя точками, что любая другая кривая окажется длиннее. Вообще-то это определение из числа «почти строгих», но я утешаюсь тем, что те, кто достаточно хорошо знает математику, вообще не будут читать эту главу, и уличить меня, таким образом, некому.

Воображаемые двумерные существа, живущие на данной поверхности, скажут, что геодезическая — кратчайшее расстояние между двумя точками. Впрочем, то же самое скажут и трехмерные существа, если поставить им условие не покидать поверхность.

Для нас, жителей сферы, кратчайшие расстояния между двумя точками Земли дуги большого круга. И именно по дуге большого круга должен направлять штурман свой корабль, чтобы возможно быстрее прибыть из одного порта в другой. А теперь обсудим весьма любопытный вопрос. Мы договорились, что плоскость можно изогнуть на поверхность, кривизна которой постоянна и равна нулю. Или — что то же самое — такую поверхность можно развернуть на плоскость. Любая фигура, нарисованная на плоскости, превратится в аналогичную фигуру на нашей поверхности. Углы между линиями при изгибании не меняются. Кратчайшие линии на плоскости — прямые линии — перейдут в геодезические линии на поверхности. Поэтому для цилиндрического треугольника, например (его стороны, понятно, образованы кривыми линиями), сумма углов останется той же, что была у плоского треугольника. В том же духе можно рассуждать и далее. Каждому геометрическому понятию на плоскости можно сопоставить соответственный образ на поверхности.

И довольно легко представить, что все теоремы, имевшие место на плоскости, переносятся без изменений на поверхность.

Надо только помнить, что теперь эти теоремы справедливы для «образов». Если на плоскости осуществлялась евклидова геометрия, то она будет осуществляться и для «образов» на цилиндре.

По существу, мы сейчас соприкоснулись с одной из самых замечательных и красивых сторон математики. Пока мы не интересуемся практическим приложением, нам совершенно все равно, о чем именно говорят наши теоремы. Лишь бы они удовлетворяли требованиям логики. Более того, мы даже не знаем, о чем мы, собственно, говорим. Физику же необходимо знать, что происходит «на самом деле». Каков его мир.

Для физики прямая — это луч света. Для математики это одно из основных неопределяемых понятий. Прямые на евклидовой плоскости и геодезические линии на поверхности цилиндра невозможно различить, если сравнивать их только с точки зрения аксиоматики.

Представим себе некую фантастическую картину. Два двумерных мира. Один плоский. Другой на поверхности цилиндра. В обоих живут разумные существа. Допустим, они каким-то образом наладили связь.

Двумерный «плоский» и двумерный «цилиндрический» математики с удовольствием бы констатировали, что у них одна геометрия.

Окажись система аксиом противоречивой на евклидовой плоскости, мы сразу бы знали: она противоречива и на цилиндре.

Один мог бы объяснять другому теоремы, которые он доказал, и второй принимал бы их без всяких изменений. Они могли бы работать вместе без малейших разногласий. Вот у «плоского» и «цилиндрического» физиков такого тесного контакта не было бы. Они с самого начала заявили бы, что в их мирах законы природы различны.

Впрочем, если бы в «цилиндрическом» мире луч света распространялся по геодезической линии, они тоже не сразу бы обнаружили отличия.

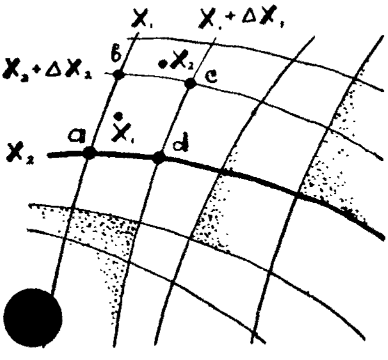
Читатели понимают, конечно, что сейчас мы находимся где-то очень близко от проблемы непротиворечивости неевклидовой геометрии. Если бы в обычном евклидовом пространстве удалось найти также поверхности, на которых осуществляется геометрия Лобачевского. Если бы эти поверхности можно было сделать такими, что на них отображалась бы вся плоскость Лобачевского... Тогда задача была бы решена.

Первое «Если...» удовлетворяется. Такие поверхности (псевдосферы) существуют. Это поверхности с постоянной отрицательной кривизной. Но вот второе условие нас губит. Вся поверхность псевдосферы соответствует лишь кусочку плоскости Лобачевского. Забудем на время непротиворечивость и хоть и вскользь, но скажем о Римане. Этот болезненно застенчивый юноша в 1854 году открывает математикам новые перспективы. Сейчас нам придется снова вернуться к гауссовой кривизне, но теперь уж на совсем математическом языке. Рассмотрим два произвольных семейства кривых на поверхности. Семейства, повторим, могут быть совершенно произвольны. Эти два семейства образуют координатную сетку. Пусть теперь мы хотим найти расстояние между двумя очень близкими, а в остальном совершенно произвольно выбранными точками $x_1$ и $x_2$.

Гаусс рассмотрел следующее выражение:
$\Delta s_{12} = g_{11}(x_1x_2)\Delta x_1^2 + 2g_{12}(x_1x_2)\Delta x_1\Delta x_2 + g_{22}(x_1x_2)\Delta x_2^2$. Его называют *основной метрической формой*. Для тех, кто не очень знаком с математикой, эта формула, естественно, довольно неприятно выглядит. Но мы и не будем особенно ею пользоваться. Сделаем лишь два замечания.

1. «Физический» смысл этого выражения очень прост. Это квадрат расстояния между точками $x_1$ и $x_2$.

2. $g_{11}(x_1x_2)$, $g_{12}(x_1x_2)$ и $g_{22}(x_1x_2)$, естественно, меняются при переходе от одной точки поверхности к другой. Мы писали в скобках $x_1$ и $x_2$, чтобы показать: все выражения $g_{11}$, $g_{12}$ и $g_{22}$ зависят от места на поверхности.




Нам существен сейчас один результат Гаусса. Он показал, что кривизна поверхности полностью определяется числами $g_{11}(x_1x_2)$, $g_{12}(x_1x_2)$, $g_{22}(x_1x_2)$. Но этого мало. Он доказал, что какую бы ни выбрать систему координат, кривизна не изменится. Это совсем не очевидно. Действительно, все числа $g_{11}$, $g_{12}$, $g_{22}$, вообще говоря, изменятся при выборе новой координатной сетки. Но гауссова кривизна так комбинируется из этих чисел, что останется неизменна. То есть гауссова кривизна совершенно не зависит от способа описания.

Она — внутреннее свойство поверхности. Итак, для плоских поверхностей вся геометрия определяется одним только соотношением — основной метрической формой. Эта форма зависела от двух переменных. И, зная коэффициенты, мы могли вычислить в любой точке гауссову кривизну поверхности.

Идею Римана можно передать буквально в двух словах. Давайте чисто формально рассматривать подобные выражения от трех, четырех и $n$ переменных. И скажем, что эти метрические формы определяют геометрию трех-, четырех-, $n$-мерного мира. Формально мы сможем вычислить гауссову кривизну для таких миров. Сможем сказать о том, какая именно геометрия будет в них осуществляться.

Если кривизна отлична от нуля, мы скажем, что такой мир искривлен. И заметим это, не выходя из одной точки. Нам достаточно узнать кривизну в этой точке.

Геометрия «мира» может быть любой. Какой именно, даже не очень важно сейчас. Теория Римана предусматривает все мыслимые случаи.

Вот и все, грубо говоря.

Просто обобщение гауссовой теории поверхностей на случай многих переменных. А в начале XX столетия оказалось, что для описания нашего реального мира нужно использовать геометрию Римана. Причем не для трех, а для четырех измерений. Четвертым оказалось время.

На этом расстанемся с Риманом.

Сейчас основная моя задача — воздерживаться по мере сил от восторженных восклицаний.

Действительно, вряд ли во всей математике отыщешь еще десяток идей, равных по своей красоте доказательству непротиворечивости геометрии Лобачевского.

Все построено на том, что математику совершенно безразлично, что именно скрывается под его Основными Понятиями. Лишь бы удовлетворялись аксиомы.

До поры до времени геометрия не более, чем логическая игра. «Прямая», «точка», «плоскость», «движение» — фигурки в этой игре; и единственное, что знает о них математик, — это его аксиомы — правила игры с этими фигурами.

На этом этапе геометрия, вообще говоря, столь же бесполезна для физика, как шахматы или домино. Лишь тогда, когда он — физик — экспериментально установит, что его реальные прямые, точки и т. д. очень точно описываются математическими абстракциями. Лишь тогда, когда он увидит, что аксиомы математики действительно описывают поведение его вполне реальных прямых, точек, плоскостей... Лишь тогда геометрия превращается в одну из глав физики — науки, исследующей окружающий нас мир. До этого момента геометрия — логическая игра.

Но как раз такая неожиданная позиция дает возможность доказать непротиворечивость геометрии Лобачевского.

Задача выглядит так.

Есть две игры: геометрия Евклида и геометрия Лобачевского.

Попробуем доказать, что если в правилах одной из них скрыто внутреннее противоречие, то оно непременно есть и в правилах другой.

Правила игры — напомним еще раз — это список аксиом.

Как видите, мы несколько изменили постановку вопроса.

Мы понимаем, что прямо, в лоб, строго решить проблему непротиворечивости — задача безнадежная.

Сколько бы сотен миллионов теорем мы ни доказали, не может быть уверенности, что в следующей теореме мы не наткнемся на противоречие.

А теперь мы хотим доказать: если противоречива геометрия Лобачевского, то непременно противоречива и геометрия Евклида.

Однако на первый взгляд и здесь не видно ясного пути.

Правила игры (аксиомы) различны. Правда, отличаются геометрии лишь одной аксиомой — аксиомой о параллельных, но в принципе дело это не меняет.

Игры разные. И совершенно неясно, как вообще можно перекинуть связующий мост между ними.

Тем не менее это оказалось возможно.

Боюсь, что различные аналогии, призванные пояснять, лишь затуманят суть, и потому прямо перейду к доказательству. Автор его — один из крупнейших математиков XIX века Феликс Клейн. О нем, конечно, стоило бы рассказать. Был он интересный и сложный человек, но, к сожалению, нам невозможно слишком увлекаться историей. Я хочу только привести один поразивший меня в свое время факт.

Клейн прожил долгую жизнь. И если взять только те его работы, что были им выполнены после 30—35 лет, то по любым меркам — перед нами великолепный разносторонний ученый. Активный, тонкий, плодовитый математик, блестящий знаток прошлого своей науки, один из лучших педагогов за всю историю математики.

Сам он жестко и безапелляционно написал, что после 30 лет в результате нервного переутомления, вызванного исследованием одной математической проблемы, он никогда больше не был способен к творческой деятельности. Он не кокетничал. Он действительно думал именно так. И признаюсь, меня подкупают люди такого склада. Другой вопрос — облегчает ли им жизнь такая беспощадность к себе?

Итак, доказательство.

Сначала мы «играем» в евклидову геометрию. Рассмотрим обычный круг. Проведем в нем хорду. Возьмем какую-нибудь точку, не лежащую на этой хорде. Ясно, что через эту точку можно провести бесчисленное число других хорд, не пересекающих нашу. Это все хорды, уместившиеся между двумя, пересекающими нашу в ее крайних точках; там, где она пересекается с окружностью.

Пока все до наивности ясно. Неясно только, какое отношение этот круг может иметь к геометрии Лобачевского.

И сейчас произойдет удивительное.

Идея Клейна в том, что он превращает этот тривиальный круг в модель плоскости Лобачевского.

Вот как это происходит.

Повторим старое заклинание.

Математику все равно, что такое его Основные Понятия. Лишь бы удовлетворялись аксиомы.

И начинается двойная игра.

Мы называем:

круг — плоскостью Лобачевского;

любую хорду в круге — прямой Лобачевского;

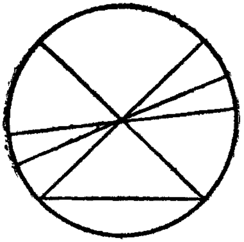
точку — точкой Лобачевского.

Естественно, мы должны добавить новые понятия: «соотношения», «лежать между», «принадлежать» и «движение».

Добавим их. А после этого попробуем сыграть с этими евклидовыми элементами в «геометрию Лобачевского».

Чтобы проделать это, надо будет обратиться к списку аксиом и проверить, удовлетворяют ли наши элементы аксиомам геометрии Лобачевского.

Сравнительно легко можно убедиться, что с большинством аксиом все в порядке.



Все великолепно и с аксиомой о параллельных — единственной, отличающей геометрию Лобачевского от геометрии Евклида: «Через данную точку к данной «прямой» можно провести бесчисленное множество непересекающих ее «прямых».

Пока из чувства перестраховки я ставлю кавычки у слова «прямая». Но стоит доказать, что для наших понятий выполняются все аксиомы геометрии Лобачевского, — и кавычки можно будет смело убрать.

Не забывайте только — идет двойная игра. Мы все время должны «переводить» с языка евклидовой геометрии на язык геометрии Лобачевского. И наоборот.

С понятиями «принадлежать» и «лежать между» все хорошо. На обоих языках они одинаковы. Трудности начинаются, когда мы переходим к движению.

Понятие «движение» должно удовлетворять всей группе аксиом движения.

Мы заявили, что наш круг — плоскость Лобачевского. Очень хорошо. Мы можем определить движение в этой плоскости Лобачевского. Это движение обязано удовлетворять всем положенным ему аксиомам. (Их стоит сейчас посмотреть в приложении к третьей главе.)

Тоже хорошо. Но неясно, можно ли сформулировать это понятие движения неевклидовой плоскости на языке евклидовой геометрии.

Неевклидова плоскость в нашем случае на евклидовом языке — круг. Движение, вспоминаем мы, это взаимно однозначное преобразование плоскости самой в себя. Значит, на евклидовом языке мы должны найти какое-то преобразование круга самого в себя.

Один класс таких преобразований сразу назойливо напрашивается. Это простые повороты круга относительно его центра. Однако легко убедиться, что эти преобразования не годятся как кандидаты в «неевклидово движение».

При поворотах невозможно перевести любую заданную точку круга в любую другую заданную заранее точку. Ну, например, центр круга. При таких преобразованиях он всегда неподвижная точка. Он переходит сам в себя. А аксиомы, определяющие движеие, требуют, чтобы при движении любую данную точку можно было перевести в любую другую. Поэтому повороты не могут нас удовлетворить.

Однако необходимые нам преобразования круга есть. Есть!

И это центральный и радостный момент в схеме Клейна.

Он указал бесчисленное множество таких преобразований круга (их называют проективные преобразоваиия), которые переводят круг в точно такой же «новый круг». Любую внутреннюю точку «старого круга» во внутреннюю точку «нового круга». Любую точку контура «старого круга» оставляют на контуре «нового круга».

А хорды «старого круга» переходят в хорды «нового круга».

Эти преобразования круга (на евклидовом языке—проективные преобразования) на неевклидовом языке удовлетворяют всем аксиомам движения.

Например, преобразование хорд на неевклидовом языке означает, что прямые переходят в прямые и т. д.

А теперь можно сделать последний, решающий шаг. И мы его делаем.

Мы объявляем эти преобразования «движением плоскости Лобачевского».

Подведем итог.

Вот она, модель Клейна.

| На языке геометрии Евклида | На языке геометрии Лобачевского |
|---|---|
| Круг | Вся плоскость |
| Хорда | Прямая |
| Точка | Точка |
| «Принадлежать» | «Принадлежать» |
| «Лежать между» | «Лежать между» |
| «Проективное преобразоваиие круга самого в себя» | «Движение» |

Все свойства проективных преобразований, конечно, известны, но, вообще говоря, нам не нужно их знать. Достаточно принять на веру, что такие преобразования существуют.

И — вот она, минута торжества! Если можно объявить круг плоскостью Лобачевского... А это можно, мы доказали это... Если так... Задача решена.

Действительно, пусть, доказывая какую-то теорему в геометрии Лобачевского, мы пришли к противоречию. Допустим это. Но каждая теорема геометрии Лобачевского означает теперь одновременно какую-то теорему геометрии Евклида для нашего круга, его хорд и для проективных преобразований. Каждую теорему мы можем сформулировать на двух языках. И, получив противоречие в геометрии Лобачевского, мы одновременно получим противоречие в евклидовой геометрии.

Конечно, на евклидовом языке это противоречие будет выглядеть по-другому, оно откроется в другой теореме, но это-то совершенно неважно. Важно то, что если в одной геометрии скрыто логическое противоречие, оно скрыто и в другой.

Геометрии равноправны.

И тем самым доказана независимость пятого постулата от остальных аксиом геометрии Евклида.

Все!

Но, как в сказках Шехерезады, в науке конец любой истории — это начало следующей.

И доказательство непротиворечивости геометрии Лобачевского означало для математиков начало колоссального цикла работ по исследованию проблем аксиоматики, по созданию сложнейшего, идеально строгого и абсолютно абстрактного аппарата — математической логики; аппарата, бесконечно далекого от малейших практических приложений, пока не оказалось, что электронно-вычислительные машины... Впрочем, трудно найти более удобный момент для конца наших рассуждений.

И лучше вернемся к модели Клейна, чтобы отметить одно забавное место.

Возьмем две точки внутри нашего круга. Проведем через них хорду. На евклидовом языке расстояние между этими точками равно длине отрезка хорды. Каково оно на неевклидовом языке?

Уже интуитивно ясно, что, во всяком случае, оно не может быть равно длине этого отрезка. Действительно, расстояния между двумя точками на бесконечной плоскости Лобачевского могут быть сколь угодно велики. А «евклидовы расстояния» между точками нашего круга ограничены его диаметром. Ясно, что «неевклидово расстояние» надо определить как-то по-другому. Но как? Ответ легко находится, если вспомнить, как вообще вводится понятие длины в геометрию.

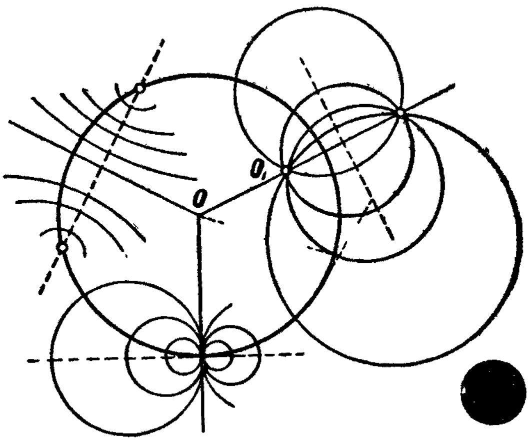
Грубо говоря, это делают так.

Берется масштабный отрезок и посредством преобразования движения совмещается с измеряемым. Длина измеряемого отрезка определяется тем, сколько раз на нем можно отложить масштабный.

Не будем сейчас задерживаться на тонкостях. Нам важно лишь то, что определение равенства отрезков (а следовательно, и понятие длины), как, впрочем, и равенство любых геометрических фигур, определяется при помощи понятия движения.

Так обстоит дело и в геометрии Евклида и в геометрии Лобачевского.

Но в нашей модели движение в плоскости Лобачевского на евклидовом языке — проективное преобразование круга. Следовательно, на языке геометрии Лобачевского оказывается, что два отрезка равны, если один переходит в другой при проективном преобразовании. Вспомнив еще, что длина не должна меняться при преобразовании движения, мы понимаем, что «неевклидова длина» должна оставаться неизменной при проективном преобразовании. Как говорят в математике, быть инвариантом преобразования. Такая величина, естественно, известна для проективных преобразований круга. Если учесть еще, что длина суммы двух отрезков должна быть равна сумме длин этих отрезков, то оказывается, что «неевклидово расстояние» определяется однозначно. И конечно, оно ведет



себя так, как надо, то есть обращается в бесконечность, когда одна из точек оказывается на контуре круга.

Контур круга соответствует бесконечно удаленным точкам плоскости Лобачевского.

Конечно, несколько экстравагантный характер «неевклидова движения» в модели Клейна сказывается и в том, что величина «неевклидова угла» между двумя прямыми совсем не то, что величина между двумя хордами на евклидовом языке. Но это все уже детали. Важные, но детали. Главное уже сказано раньше.

И последнее.

Чтобы доказать непротиворечивость стереометрии Лобачевского, достаточно круг Клейна превратить в шар.

Через несколько лет после Клейна французский математик Пуанкаре предложил другую модель геометрии Лобачевского. Тоже на шаре. Она, быть может, еще более замечательна. Более того, Пуанкаре даже примыслил удивительный по своим физическим свойствам мир существ, которые, с евклидовой точки зрения, жили бы в ограниченном круге Пуанкаре, а со своих позиций утверждали бы, что они в бесконечной плоскости Лобачевского.

В этом мире «прямые Лобачевского» на евклидовом языке — дуги окружностей, перпендикулярных к поверхности шара. На предыдущей странице читатель может полюбоваться моделью Пуанкаре.

Но, как ни привлекательна «сфера Пуанкаре», нам следует остановиться.

И в лучших традициях детектива снова прервем рассказ в самый интригующий момент.

# Глава 11

# НЕОЖИДАННЫЙ ФИНАЛ — ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

На этот раз мы попали в совсем тяжелое положение. До геометрии Римана, чтобы понять текст книги, говоря формально, требовались сведения в объеме семи-восьми классов средней школы.

Еще можно было как-то пытаться более или менее связно передать суть доказательства непротиворечивости геометрии Лобачевского, а также идеи Римана. Теперь дело совсем плохо. Для того чтобы реально, на деле почувствовать содержание общей теории относительности, необходимо достаточно ясно представлять себе специальную теорию. А автор не имеет морального права требовать столь высокой культуры от читателей и не имеет возможности подробно обсуждать специальную теорию.

Вообще говоря, самым честным выходом в подобной ситуации было бы — просто не писать ничего. И соблазн, как вы понимаете, был весьма велик.

Но в этом случае от всей «симфонии» пятого постулата был бы отброшен торжественный, чисто бетховенский финал.

Я надеюсь, что столь эффектная фраза убедила читателей: подобное решение невозможно. Поэтому, честно предупредив, что дальнейшее еще более поверхностно и конспективно, чем предыдущее, перейдем к сути дела.

На идее «неевклидовости» пространства непосредственно строится общая теория относительности. И она наиболее интересна для нас. Поэтому постараемся совершенно не касаться содержания специальной теории относительности и вообще ни слова не говорить о ней... разве что кроме нескольких.

Геометрия после 1905 года. ...Уже специальная теория относительности существенно изменила наши взгляды на геометрию. Начнем с того, что попытаемся уяснить связь геометрии и физики вообще, а также посмотреть, что изменилось в геометрии в результате создания специальной теории относительности.

До Эйнштейна существовала всеобщая и твердая уверенность, что в нашей реальной вселенной безраздельно царствует евклидова геометрия. Не было никаких оснований думать иначе. Теоретическая возможность: наш мир описывается какой-либо неевклидовой геометрией — оставалась чисто теоретической, а подозрения Лобачевского и Римана — не более чем умозрительными подозрениями. Положение было аналогично тому, как если бы вы заявили: «Формальной логике совершенно не противоречит предположение, что некто «X» марсианин».

«Допустим, — услышали бы вы в ответ, — но все эксперименты показывают, что «X» — житель Земли».

Так вот, после создания специальной теории появились первые реальные сомнения, что «проблема происхождения джентльмена «X» не так уж кристально ясна».

Прежде чем говорить что-либо о существе изменений в позиции физиков, необходимо забыть о том, что на протяжении долгого времени мы были в лагере математиков, и перекочуем в стойбище физиков.

Посмотрим, что такое геометрия для математиков и физиков.

Для математика, мы уже не раз заявляли это раньше, геометрия, по существу, являлась формальной игрой с Основными Понятиями и Аксиомами, выбранными для этих Основных Понятий. Ему необходимо, чтобы эта «игра» удовлетворяла правилам формальной логики, и на этом этапе ему безразлично, может ли его геометрия претендовать на связь с тем реальным миром, где все мы живем, или нет.

Конечно, все были безоговорочно убеждены, что евклидова геометрия отражает свойства нашей вселенной. Но это считалось и само собой разумеющимся. Неким естественным свойством человеческого разума. Об опытном фундаменте геометрии как-то забыли. Более того, до работ Лобачевского две тысячи лет геометрию последовательно ограждали, очищали от связи с опытом, от «эмпирической основы».

Эйнштейн несколько ехидно, но очень точно заметил, что с Аксиомами и Основными Понятиями происходил процесс, аналогичный превращению героев древности в богов. Вместо реальной основы возник «миф о геометрии» — некое смутное представление об аксиомах как о чем-то «неотъемлемо присущем человеческому сознанию, интуиции, духу». Понять смысл последних слов довольно трудно, возможно, потому, что он отсутствует. Но надо сказать, что гипноз абстрагирования был столь велик, что заворожил многих достаточно разумных людей. Среди них были и физики. Можно даже найти имена ученых, явно не лишенных некоторых способностей. Например, Исаак Ньютон.

Его Основные Понятия, открывающие «Начала натуральной философии», — принципиально ненаблюдаемые, непознаваемые.

«Абсолютное пространство» и «Абсолютное время» у Ньютона нечто «неотъемлемо присущее человеческому (а быть может, божественному) сознанию». В этой фразе нет и тени иронии. Она совершенно точно передает содержание понятий «абсолютное пространство» и «абсолютное время».

Так что превращение «героев в богов» не миновало и физику. Но если уж тянуть божественную аналогию дальше, то надо заметить, что ввиду своей некоторой «безалаберности» физики, теоретически признавая и исповедуя религию «абсолюта», практически не обращали на нее никакого внимания. Не делали никаких реальных выводов.

Первым пример подал сам Ньютон.

Сформулировав все свои законы механики для «абсолютов», он использовал их для решения совершенно конкретных реальных задач. Поскольку «аксиоматика» практически не мешала, на нее, по существу, не обращали внимания.

В этом смысле математики оказались значительно последовательней. Они уже полностью разобрались у себя со всей проблемой аксиоматики, когда физики только-только начали серьезно интересоваться основами своей науки — основами своих представлений о пространстве и времени.

Но зато они сразу продвинулись значительно дальше. Здесь заслуга почти безраздельно принадлежит одному человеку — Эйнштейну.

И примерно в это же время четко оформилось отношение физиков к геометрии. Бессознательно, интуитивно они считали всегда, что вся проблема взаимоотношений геометрии и физики довольно надуманна.

Теперь же позиция была обоснована совершенно строго.

Суть ее в следующем.

Основные Понятия геометрии — абстракция нашего представления о реальных физических предметах. Например: «Твердые тела со сделанными на них отметками при соблюдении некоторых предосторожностей реализуют геометрическое понятие отрезка, лучи света реализуют прямую линию».

Я процитировал сейчас Эйнштейна. Чуть дальше он пишет, что, не придерживаясь этой позиции практически, невозможно было бы подойти к теории относительности.

Но если так, то геометрия — просто одна из глав физики! Первая ее глава!

Пока от того, что мы сейчас сказали, мало что изменилось практически. Мы сбросили Аксиомы и Основные Понятия с пьедестала, свели геометрию к обобщению физических экспериментов, поняли, что справедливость либо несправедливость геометрии — вопрос опыта, но все конкретные утверждения остались неизменны.

А мы помним, что, по существу, и Гаусс, и Лобачевский, и Риман думали как-то похоже. Защищали позиции физика-практика.

Однако, если последовательно развивать наши взгляды, то окажется, что мы уже сказали кое-что. И новое, и важное. Более того, наши взгляды неожиданно приводят к некоторым сомнениям в реальной осуществляемости геометрии. На этот раз атака развивается с совершенно новых позиций. Вот с каких.

Одна из основных глав любой геометрии — геометрическая теория измерения. Чтобы развивать геометрию, необходимо математически строго определить понятие длины. Это, естественно, было сделано геометрами. Их определение понятия длины основывается на двух «совершенно разных китах». Последние слова не только правильно передают суть, но и пленяют своей нелепостью, за что и удостоены кавычек.

Итак:

1. Необходим масштабный отрезок, длину которого принимают равной единице.

2. Нужен рецепт измерения, который в геометрии, грубо говоря, сводится к следующему. Надо прикладывать масштабный отрезок к измеряемому и смотреть, сколько раз он уложится. Полученное дробное число «раз» (случайно оно может оказаться и целым) и есть длина измеряемого отрезка.

Так можно измерить, скажем, длину сторон какого-нибудь треугольника. *При этом мы молчаливо допускаем, что покоится этот треугольник относительно «масштабного отрезка» или же движется — результат не изменится.* Но если мы сказали, что все геометрические объекты есть идеализация реальных физических тел, то слова, сказанные выше, перестают казаться столь ясными.

Если измеряемый треугольник движется относительно масштабного отрезка, наш рецепт измерения совершенно не годится. Если, находясь на платформе станции, мы пожелаем измерить ширину дверей проносящейся мимо электрички, мы не сможем «приложить к ним масштабный метр». Чтобы сделать это, нужно бежать с той же скоростью, что сама электричка (конечно, с масштабным метром в руках). Но в этом случае «масштаб» и «измеряемый объект» будут покоиться друг относительно друга, и мы вернемся к уже рассмотренному случаю.

А для измерения движущихся тел, очевидно, необходим какой-то новый рецепт.

Но если рецепт новый (неважно даже какой — лишь бы новый), то мы совершенно не гарантированы, что наша новая «длина» (в кавычках) совпадает с прежней.

Ведь, по существу, мы вводим совершенно новое понятие. С позиций формальной логики нет оснований ожидать, что оно совпадет с прежним.

Решить может только опыт.

Остановимся на мгновение.

Если вдуматься, то мы уже сказали очень неприятные для аксиом геометрии слова.

Мы утверждаем, что наши геометрические Понятия, вообще говоря, могут измениться, если реальные тела, геометрические свойства которых мы исследуем, движутся относительно нас.

«Что-то может измениться при этом», — говорим мы. И тем самым мы уже требуем, чтобы геометрическая система аксиом была пополнена новыми аксиомами чисто физической природы.

Последовательно углубляя наши взгляды, мы убедимся, что таких аксиом должно быть довольно много. Действительно: все наши отрезки (в том числе, конечно, и масштабный) — абстракция реальных твердых тел. Но тела, как известно, расширяются при нагревании, длина их меняется. Измеряя «холодным» и «горячим» масштабным отрезком, мы получим разные результаты.

Следовательно, для идеальной строгости (а мы ведь стремимся к ней) мы должны, например, ввести в геометрию и «постоянную температуру масштабного отрезка».

Однако на физические свойства влияет не только температура. Значит, необходимо оговорить все физические условия. И выходит, что только при соблюдении всех предосторожностей мы сможем надеяться, что аксиомы «чистой геометрии» правильно описывают нашу вселенную.

А сейчас нас волнует только это.

Вообще говоря, эта работа во всех деталях не проделана до сих пор. Вероятно, она не слишком нужна, хотя возможно, что она остро необходима. По крайней мере два раза оказалось, что уточнение физических условий, в которых строится геометрия мира, полностью изменило наше представление о природе.

Первый раз это было при появлении специальной теории относительности. Оказалось, что «длина» движущегося отрезка совсем не то, что длина покоящегося.

Сейчас мы не будем подробно анализировать, как все это вышло. Мы удовлетворимся только общими замечаниями.

1. Нас не шокирует, что «длина» движущегося отрезка оказалась отличной от длины покоящегося отрезка. Мы по-

нимаем, что определение длины движущихся тел связано с новым рецептом измерения, а значит, строго говоря, это новое понятие. И оно не обязано совпадать со старым.

Мы понимаем также, что так или иначе, но понятие это вводить надо. Ибо сейчас мы не просто играем в логическую игру, а создаем инструмент для исследования реального мира. Наши понятия должны хорошо и полно описывать этот мир. Они лишь для этого и существуют.

И появляются они как результат исследования реального «физического» мира. Но в мире существуют движущиеся тела. Надо уметь их описывать.

2. Оказалось, что логично и хорошо определить «длину движущегося тела», не использовав понятия Времени, — невозможно.

Это несколько настораживает нас.

Настораживает в первую очередь потому, что в геометрию проникает новое важнейшее понятие — Время. До сих пор геометрия была связана только с Пространством.

«Впрочем, — продолжаем мы рассуждать, — быть может, все обойдется хорошо. Если «длина» движущихся отрезков точно совпадет с длиной покоящихся, то, по существу, ничего не изменится.

Тогда реально, на деле, понятие Времени никак не будет связано с понятием Пространства.

Вот если эксперимент покажет, что «длина» движущегося отрезка — другая, если окажется, что она зависит от скорости «масштабного отрезка», например, сокращается по закону: $l_{\text{движ}} = \dfrac{l_{\text{покоя}}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$, где $v$ — скорость «движущегося отрезка», а $c$ — скорость света... Если скорость, а через нее и время, войдут в геометрию... тогда нам придется сказать: *время и пространство связаны.* Тогда в геометрии нельзя будет изучать пространство независимо от времени.

Проницательные читатели, вероятно, уже привыкли к тому, что детективно предположительные рассуждения автор проводит каждый раз, когда то, что подается под соусом гипотезы, есть истина.

Действительно, Эйнштейн показал, что все наши многозначительные «если» сбылись.

Длина движущихся тел действительно зависела от скорости; *время вошло в геометрию, свойства времени оказались зависимы от свойств пространства,* и все наши старые представления о вселенной и геометрии оказались на поверку лишь довольно наивным приближением. Только если мы ограничиваемся изучением тех случаев, когда относительные скорости объектов невелики, лишь тогда старые наши представления работают хорошо, и мы можем рассматривать пространство независимо от времени, а время независимо от пространства.

В этом случае для исследования пространства без всяких изменений прекрасно подходит старая, верная геометрия Евклида. И только в этом случае можно считать, что свойства пространства не зависят от времени.

Эта идеология возникла в 1905 году как результат появления специальной теории относительности.

Теория Эйнштейна, помимо всего прочего, так поражала своей внутренней логикой, своим изяществом, что уже через три-четыре года все ведущие физики-теоретики стали ее преданными энтузиастами-поклонниками. Тогда-то (в 1909 году) Макс Планк и восклицал: «Едва ли надо говорить, что новый — эйнштейновский — подход к понятию времени требует от физика высочайшей способности к абстракции и огромной силы воображения.

По своей смелости эта теория превосходит все, что было достигнуто до сего времени...

По сравнению с ней неевклидова геометрия — просто детская игра. Тем не менее в противоположность неевклидовой геометрии, применения которой до сих пор могут серьезно рассматриваться лишь в чистой математике, принцип относительности имеет все основания претендовать на реальное физическое значение.

По своей глубине и последствиям переворот, вызванный принципом относительности... можно сравнить только с тем переворотом, который был произведен... Коперником».

Планк писал правильно, но он не знал, что это только начало.

Итак, вместе со специальной теорией относительности возникает и входит в физику понятие четырехмерного пространства — времени. Но трехмерное пространство по-прежнему описывается геометрией Евклида. Правда, в том же 1909 году был обнаружен очень занятный факт. Выяснилось, что закон сложения скоростей в специальной теории относительности в точности совпадает с законом сложения векторов в пространстве Лобачевского.

То есть формальное пространство релятивистских скоростей есть пространство Лобачевского. Но это было как будто чисто формальное совпадение. Ни тогда, ни сейчас в этой аналогии не был вскрыт глубокий физический смысл.

Дальше же были еще более сенсационные и неожиданные события.

Физика и геометрия (после 1916 года). Планка винить и не следует. Потому что, если нужен пример наиболее неожиданного открытия в истории науки, то это общая теория относительности.

Триста лет основы теории гравитации пребывали в состоянии абсолютного покоя. Ньютон дал закон. И это было все. По существу, в фундаменте всех расчетов движения небесных тел — всех бесчисленных томов тонких, изящных и великолепных исследований по небесной механике была одна формула:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

То есть сила притяжения двух любых тел во вселенной пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

А $\gamma$ — размерная постоянная величина, равная $6{,}66 \cdot 10^{-8}$ *дин см*$^2$ *г*$^{-2}$.

Я с великим трудом удерживаюсь от соблазна более основательно порассуждать о законе всемирного тяготения. Это очень приятно. Но пусть восторжествует сдержанность.

Необходимо заметить только, что нет более нелепого занятия, чем воспевать «простоту» идей Ньютона.

Простота — лишь в аналитической форме закона. Но эта «наивная» формула суммирует несколько совершенно неочевидных тонких и — более того — на первый взгляд странных физических предположений. Поэтому нужен был Ньютон, чтобы она появилась. И прошло более ста лет, прежде чем закон тяготения был принят безоговорочно. Причем протестовали не какие-нибудь невежи и темные обскуранты, но крупнейшие и талантливейшие ученые того времени. Так что слова о «простоте» можно лишь с некоторым основанием отнести к великолепной гармоничности природы. К красоте и изяществу основных ее законов.

Ньютон сказал, *как* действует тяготение.

*Почему* оно проявляет себя *именно так* — не было сказано ни слова.

К началу XX столетия внутренне с этим почти примирились. Точно так же, глядя на отполированную годами лакированную мебель, трудно представить, что в сердцевине скрыта грубая, неотделанная древесина.

Впрочем, попытки дать какой-либо механизм закона тяготения бывали, но все они неизменно и быстро заканчивались полной неудачей.

К тому же у физиков в периоды расцвета науки всегда хватало конкретных первоочередных задач, а в периоды упадка и затишья не хватало энтузиазма и моральной энергии, чтобы рисковать исследовать столь кардинальную и почти заведомо безнадежную проблему.

И если для начала нужен был Ньютон, то для продолжения был необходим интеллект, возможно, большего масштаба.

Короче, следует, вероятно, согласиться с самим Эйнштейном, что без него теория тяготения не была бы создана, быть может, до наших дней.

В науке (как, впрочем, и в искусстве) роль гениального человека, пожалуй, больше, чем в других областях. Один человек может сделать больше, чем сотни мощных исследовательских коллективов. Решает не количество, а качество.

Итак, с 1905 по 1916 год Эйнштейн исследовал проблему тяготения. В 1916 году работа была окончательно оформлена. Он занимался еще в эти годы многими другими вещами и как-то, мимоходом, получил фундаментальнейшие результаты в теории твердых тел. Но на первом месте для него все это время была общая теория относительности. Да и дальше, до самой смерти, она оставалась задачей его жизни.

Конечно, прежде чем что-то говорить о самой теории относительности, мы, следуя уже выработанной традиции, начнем с общих рассуждений и заодно вспомним несколько анекдотов. Когда речь идет об Эйнштейне и его работах, это почти необходимо, потому что... Впрочем, не будем забегать вперед.

Если позволено, я начну со статьи одного змеелова в журнале «Охота», которая недавно бог весть как попала мне на глаза.

Как, вероятно, сделал бы всякий, я с живейшим интересом начал читать, хотя вряд ли пошел бы дальше заглавия, иди речь об отлове сусликов. Автор, на счету которого около 1500 змей, сообщал, в частности, в самом начале, что ни разу змея не нападала первой и атакующей стороной всегда был он.

Это было поразительно, и я прочитал все. Это была культурная, серьезная и профессионально хорошая статья. Змеелов анализировал различные специальные проблемы, подчеркивал всячески значение добычи змеиного яда для хозяйства нашей страны, резко критиковал положение в настоящее время, и, что особенно интересно, чувствовалось, что относится он ко всем разновидностям ядовитых зверей как к очень полезным и едва ли не симпатичным божьим созданиям.

Проблема повышения удоя яда у среднеазиатской кобры или какого-нибудь Палласова щитомордика обсуждалась так же, как если бы речь шла о холмогорских коровах. По аналогии приходится вспомнить блестящую характеристику замечательного индусского математика, специалиста в области теории чисел, — «каждое положительное число было его личным другом». Надеюсь, параллель не будет распространена на целые числа и пресмыкающихся.

Начиналась же статья утверждением, что сенсационные заметки, непрерывно появляющиеся в печати, приносят значительно больше вреда, чем пользы. Он приводил несколько анекдотических ошибок журналистов. Он был совершенно справедливо, насколько я понял, обижен за свое дело. И он очень хотел, чтобы вместо «романтических ужасов» люди получили реальное представление о довольно сложной, утомительной и, вероятно, порой скучной профессии змеелова.

Я вспомнил эту историю не только, чтобы развлечь читателей.

На самом себе я убедился тогда, насколько искаженные и нереальные представления иногда создаем мы обо всем, с чем не соприкасаемся непосредственно.

И, к сожалению, очень часто специфика профессии ученого (особенно физика) воспринимается совершенно адекватно работе змеелова.

Хотя надо сказать, что несколько опасливый, но благожелательный в общем интерес к науке продиктован, как правило, хорошими чувствами.

И более всех от сенсаций претерпела теория относительности и, конечно, сам Эйнштейн.

Его счастье, что он мог относиться к непрестанной шумихе вокруг своего имени — шумихе, которая не оставляла его с 1919 года, — со спокойной и безразличной иронией. И можно лишь возносить благодарственные молитвы, что вся эта реклама практически никак не повлияла на его характер.

Но вокруг теории относительности, как общей, так и специальной, было нагромождено столько нелепостей, что становится даже несколько неловко.

Впрочем, в одном виноваты и физики.

Много лет, даже в профессиональных кругах, считалось, да, пожалуй, считается и сейчас, что идеи теории относительности очень сложны.

Особенно если речь идет об общей теории.

Это было совершенно естественно в первые годы после появления работ Эйнштейна. Иначе не бывает. На протяжении этой книги можно было, я надеюсь, увидеть, с каким исключительным, невероятным напряжением воспринимали поначалу совершенно элементарную, если судить непредвзято, идею Лобачевского.

Но прошло уже сорок лет со времени создания общей и шестьдесят с появления специальной теории относительности. Давно уже пора поставить все на свои места и признать, что основы механики Ньютона, во всяком случае, более туманны, а возможно, и более сложны, чем основы теории относительности.

Кстати, из самых общих соображений ясно, что иного положения вообще не могло быть. И тут и там речь идет об одном и том же — об основополагающих идеях относительно пространства и времени.

А чем дальше мы проникаем в суть, тем яснее, проще и стройней наши представления.

При создании общей теории Эйнштейн шел, как он сам говорил, от одного «детского» и «наивного» вопроса, который занимал его, начиная со школьных лет.

«Что происходит в падающем лифте?»

После этого понадобилось одиннадцать лет напряженной работы, несколько десятков ошибочных вариантов, обещавших вначале успех, несколько первых нащупывающих ответ работ и к 1916 году — решение.

Но тогда не было получено полностью исчерпывающего, завершающего проблему результата, как, скажем, закон Ньютона. Работа далеко не была завершена. Но основы действительно были созданы.

Примерно так обстояло дело.

А вот как выглядит внешняя сторона в представлении двух людей, которых невозможно заподозрить ни в малейшем желании исказить правду.

Цитирую воспоминания Чаплина.

«Вечером за столом миссис Эйнштейн рассказала мне о том памятном утре, когда родилась идея теории относительности.

— Профессор, как обычно, спустился к завтраку в халате, но почти не прикоснулся к еде. Я подумала, что он плохо себя чувствует, и спросила, в чем дело.

«Дорогая моя, — сказал он, — у меня явилась замечательная мысль». Выпив кофе, он сел за рояль и начал играть. Время от времени он прекращал игру, делал несколько заметок на бумаге и снова повторял: «Это замечательная, великолепная мысль!»

«Ради бога, скажи, в чем дело», — взмолилась я.

«Это очень сложно, — ответил он, — мне необходимо все продумать». Профессор еще с полчаса продолжал играть и делать заметки, — рассказывала миссис Эйнштейн, — затем поднялся к себе, попросив, чтобы его не беспокоили, и две недели не покидал кабинета. Я даже еду посылала ему наверх. Только по вечерам он ненадолго выходил погулять и снова возвращался к работе. Наконец, очень побледневший за эти дни, он спустился в гостиную. «Вот», — сказал он мне устало, кладя на стол два исписанных листка. Это была его теория относительности».

Вероятно, что-то очень похожее на весь этот эпизод имело место в действительности. Возможно, он точен буквально.

И Чаплин, конечно, писал так, как он все воспринял. Но это ничего не меняет. Если это правда, то лишь крохотная ее частица.

Бессознательно, вероятно, даже независимо от сознания, Чаплин воспринял весь рассказ как кинорежиссер. И вот перед нами набросок, бесспорио, очень эффектного, но, увы, неглубокого сценария.

А теперь я займусь тем самым, что столь сурово и усердно предавал анафеме.

Очень поверхностно и потому неизбежно искаженно буду рассказывать об общей теории относительности и ее взаимоотношениях с геометрией.

Руководящих идей у Эйнштейна было две. Одна на первый взгляд вообще не имеет отношения к геометрии. Это вопрос о лифте. Или, иначе, вопрос о равенстве инертной и гравитационной масс. И это единственный экспериментальный факт, на основе которого была создана вся теория.

Ничего более поразительного история науки не знает.

Приходится пояснить, что такое инертная и гравитационная массы.

Второй закон Ньютона известен всем.

Я, правда, подозреваю, что истинное понимание и этого, и остальных законов, и вообще основ классической механики отсутствует у большинства читателей. К сожалению, школьные программы таковы, что, кроме нескольких чисто формальных манипуляций с законами Ньютона, от учеников ничего не требуется.

Между тем — это я готов повторять до бесконечности — до конца понять основы классической физики — означает одновременно почти полностью подготовить себя к восприятию, например, теории относительности. Потому что, как только понятия пространства, времени, силы и массы перестанут существовать как туманные, чисто интуитивно ощущаемые объекты, как только станет ясен их точный смысл, та или иная физическая теория предстанет как следствие определенной системы аксиом. Выбор же аксиом определяется экспериментом.

Автор должен признаться, что сейчас затронуто его больное место, и если уж здесь для нас невозможен сколько-нибудь ясный анализ основных понятий физики, настоятельно рекомендует найти его в соответствующих книгах.

А сейчас предположим, что второй закон Ньютона не только известен, но и понятен всем.

Коэффициент пропорциональности между силой и ускорением $m$ — масса определяет инертность данного тела. Мы и будем далее обозначать ее масса инертная — $m_{инерт}$.

Закон всемирного тяготения Ньютона относится к гравитационному взаимодействию тел.

Заранее, априори, нет абсолютно никаких оснований, нет ни малейшего намека, что формула, определяющая силу взаимодействия, должна как-то зависеть от инертной массы. Для классической физики это куда более неожиданный и необъяснимый факт, чем, например, зависимость числа свадеб во Владивостоке от погоды у берегов Антарктики.

Во втором случае легко протянуть логическую цепочку: на Владивосток базируется китобойная флотилия.

В случае же тяжелой и инертной массы ясности не было до Эйнштейна.

Был удивительный экспериментальный факт. Все, и первым Ньютон, конечно, отмечают удивительное совпадение. И до начала XX столетия было поставлено много экспериментов. Последние из них — опыты Этвеша поразительны по своей точности. Идея всех опытов предельно проста, и мы сейчас ее разберем. Запишем закон тяготения.

Из осторожности массы будем писать так — $m_{тяж}$ — масса тяжелая.

Потому что мы не знаем, есть ли эти массы то же, что и $m_{инерт}$. Мы хотим найти, каким опытом можно это проверить. Итак:

$$F=\gamma\frac{m_{1тяж}\cdot m_{2тяж}}{r^2}.$$

Рассмотрим теперь конкретный случай свободного падения тела на Землю.

Сила, заставляющая тело падать, — сила гравитационного взаимодействия — сила тяготения.

С другой стороны, если нам известно ускорение и инертная масса падающего тела, например маленького шарика, мы можем найти эту силу при помощи второго закона Ньютона. Итак, есть два равенства:

$$1)\ F=\gamma\frac{m_{тяж}\cdot M_{тяж}}{r^2}.$$

$M_{тяж}$ — здесь «тяжелая» масса Земли, а $r_{12}$ — расстояние от нашего шарика до центра Земли. Еще Ньютон установил: массивный шар притягивает с такой силой, как если бы вся его масса была сосредоточена в центре. Это была уже чисто математическая задача.

2) $F = m_{инерт} \cdot g$, где $g$ — ускорение свободного падения. Объединяя их, получаем:

$$g \frac{m_{инерт}}{m_{тяж}} = \gamma \frac{M_{тяж}}{r^2}.$$

Если $m_{инерт} = m_{тяж}$ для всех мыслимых тел; если они равны у стали, у дерева, у газов, у жидкостей, у радиоактивных элементов, у полимеров, вообще у всего, что можно вообразить, то

$$g = \gamma \frac{M}{r^2}.$$

Иначе говоря, ускорение земного тяготения одинаково для всех тел.

Первым это установил еще Галилей. И равенство инертной и тяжелой массы, как мы уже говорили, было твердо установлено десятками опытов.

После появления специальной теории, когда стало ясно, что всякая энергия обладает инертной массой, были специально поставлены опыты с радиоактивными веществами.

Оказалось, что равенство инертной и тяжелой массы выполняется и для них. То есть энергия обладает и тяжелой массой, точно такой же, как инертная. Короче, тождественное равенство инертной и тяжелой массы было точно установлено опытами. Но одно дело знать, а другое понимать. Ответить: почему они равны? — и хотел Эйнштейн.

Вероятно, пока что не очень ясно, какое отношение все это может иметь к геометрии.

Тем не менее единственный этот экспериментальный факт плюс специальная теория относительности, плюс еще одно требование чисто теоретического характера привели Эйнштейна к полному изменению наших представлений о геометрии вселенной — к общей теории.

Мы глухо упомянули о каком-то еще одном требовании. Можно даже сформулировать его. Это как говорят: «требование общей ковариантности законов природы» — или, по-другому, — «требование физической эквивалентности всех систем отсчета».

Но я отчетливо сознаю, что эти слова ровно ничего не прояснили, и привожу их лишь для некоего успокоения собственной совести.

Проследить сколько-нибудь серьезно, как создавалась общая теория относительности, — задача, непосильная для нас сейчас просто из-за недостатка времени. Создавать же видимость объяснения (это, кстати, всегда сделать легко) довольно недостойно. Я прошу только поверить на слово, что «эквивалентность систем отсчета» — требование, продиктованное в значительной степени эстетикой. Внутренняя логика, красота физической теории вообще были для Эйнштейна одним из самых серьезных доводов в ее пользу.

Возможно, он порой даже переоценивал удельный вес подобных доводов. Но он полагал, что законы вселенной в принципе должны быть очень естественны и логичны, а теоретики ча́сто уродливо искажают их, воспринимая то, что есть на самом деле, как бы в кривом зеркале. Можно, конечно, критиковать его образ мыслей. Вообще нет таких вещей, у которых нельзя было бы найти слабых мест; но то, что для него подобный стиль мышления был хорош, доказывает его результаты. Итак:

«Теория гравитационных полей, построенная на основе теории относительности, носит название общей теории относительности. Она была создана Эйнштейном (и окончательно сформулирована им в 1916 году) и является, пожалуй, самой красивой из существующих физических теорий. Замечательно, что она была построена Эйнштейном чисто дедуктивным путем и лишь в дальнейшем была подтверждена астрономическими наблюдениями». Эта фраза взята из лучшего в современной мировой литературе капитального курса теоретической физики Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица — и это единственное место из всех шести томов, где авторы открыто проявляют эмоции.

Мне кажется, этот факт достаточно красноречив, но при желании можно найти много аналогичных.

Пора вернуться к апокрифам.

На вопрос девятилетнего сына: «Папа, почему, собственно, ты так знаменит?» — Эйнштейн вполне серьезно объяснил: «Видишь ли, когда слепой жук ползет по поверхности шара, он не замечает, что пройденный им путь изогнут. Я же, напротив, имел счастье это заметить».

Эту фразу часто цитируют. Не следует, естественно, полагать, что она исчерпывает содержание общей теории.

Но, очевидно, сам Эйнштейн считал, что основной результат его работы — коренное изменение наших представлений о геометрии вселенной.

Уже говорилось, что после появления специальной теории погибло представление о независимости геометрических свойств пространства от времени.

Время вошло в геометрию.

Но свойства времени влияли лишь на геометрию движущихся тел.

Для тел, находящихся в покое, оставалась справедливой геометрия Евклида.

В общей теории относительности появился новый физический фактор, определяющий геометрию.

Старый результат — перепутывание и взаимная зависимость свойств пространства и времени, естественно, сохранился. Но этого мало. Оказалось, что геометрические свойства мира в данной точке в данный момент времени определяются гравитационным полем в этой точке.

Очевидно, предыдущая фраза мало что прояснила. Попробуем поэтому сначала сказать несколько более строгих слов, а потом привести предельно грубую, но проясняющую нечто аналогию.

В общей теории относительности мир описывается геометрией Римана.

При этом, когда говорится о «мире» и о его «геометрии», все время подразумевается четырехмерный мир. Время неразрывно запутано с геометрическими свойствами пространства.

Как помните, у Гаусса и Римана определяющей характеристикой была кривизна пространства в данной точке.

А также другая «внутренняя характеристика пространства» — свойства кратчайших (геодезических) линий.

Эти линии физически определяются траекторией, по которой будет двигаться материальная точка, свободная от действия сил.

Согласно Эйнштейну, и кривизна в данной точке и свойства геодезических линий определяются тем, каково гравитационное поле. Тяготение в общей теории относительности занимает исключительное место.

Можно грубо сказать: оно «самое главное» из всех взаимодействий.

Оно определяет геометрию вселенной.

Впрочем, можно сказать и по-другому. Тяготение определяется геометрией.

Как ни говорить, оказалось, что *геометрические свойства мира определяются распределением тяготеющих масс.*

Еще раз повторим, что, говоря о геометрических свойствах, мы все время подразумеваем четырехмерный мир. Так что на «обычном языке» надо было бы сказать так:

*Геометрические свойства и свойства времени полностью определяются распределением масс во вселенной.*

И подобно тому как для малых участков двумерной искривленной поверхности приближенно выполнялась геометрия плоскости, малые участки четырехмерного мира можно приближенно рассматривать как области, где кривизна равна нулю.

Это означает физически, что в малых пространственно-временных областях можно исключить гравитационное поле и перейти к специальной теории относительности.

По Эйнштейну, геометрические свойства у пространства и времени появляются лишь тогда, когда во вселенной есть материальные тела.

Вот очень грубый и неизбежно искаженный слепок идей общей теории относительности.

Во всей истории ее возникновения замечательны по меньшей мере два обстоятельства.

1. Эйнштейн поначалу даже не был знаком с идеями Римана. Он хотел объяснить равенство инертной и тяжелой массы, а по пути выяснил, что геометрия Римана — необходимая математическая форма для описания его чисто физических соображений.

2. Общая теория — единственный, вероятно, пример физической теории, созданной чисто умозрительно. В основе всей теории был лишь один экспериментальный факт.

Сейчас общая теория имеет уже несколько экспериментальных подтверждений, причем совсем недавно удалось ее проверить в лабораторных условиях.

Теперь — обещанная аналогия.

Представьте себе туго натянутое полотно. Это плоскость. Геодезические линии на ней — прямые. Кривизна равна нулю. Свободная материальная точка будет на такой поверхности двигаться по прямой. Для нас это аналог пространства-времени специальной теории относительности. Бросим теперь в середину камень. Вблизи него полотно продавится. Форма исказится. Геодезические линии уже не будут прямыми. Материальная точка при движении на такой поверхности даже при отсутствии сил будет отклоняться от прямой.

Впрочем, чем дальше от камня, тем меньше искривление. И на бесконечности наше полотно снова плоское. Вот это искривленное полотно и есть грубая модель пространства-времени в присутствии тяготеющих масс.

И теперь последний вопрос. Какова же реальная геометрия нашего мира?

Эксперимент показывает, что по крайней мере в нашей части вселенной кривизна пространства-времени положительна.

Впрочем, это снова очень грубая фраза. Вопрос об истинной геометрии вселенной — вопрос весьма и весьма ядовитый. И здесь физики неизбежно вынуждены фантазировать. Это область, где царствуют гипотезы.

Формально же говоря, вся проблема заключается всего лишь в определении коэффициентов в формуле, определяющей квадрат расстояния в четырехмерном мире: пространство + + время. Всего лишь!

На сегодняшний день придумано даже несколько моделей миров. Несколько гипотетических вселенных.

Но в какой мы живем на самом деле, пока неизвестно. Слишком ничтожен (каких-то жалких десять миллиардов световых лет) тот участок вселенной, что доступен нашим телескопам.

Причем локальная геометрия пространства-времени, конечно, меняется от точки к точке. Меняется весьма прихотливо вблизи гравитационных масс.

Привлекая неизбежную аналогию, можно сопоставить наше положение с жителем горного района Земли, пытающегося при помощи геодезических наблюдений установить, что поверхность всей Земли — сфера. При этом область его наблюдений очень и очень ограничена. Каких-нибудь несколько километров. Очевидно, наш физик окажется в малоприятном положении.

Если даже он сможет установить по своим измерениям, что в среднем радиус кривизны его участка поверхности 6400 километров (примерный радиус Земли), у него не будет стопроцентной уверенности, что в других недоступных ему участках поверхность планеты имеет ту же кривизну. И неизбежно он окажется на том самом пути, который столь усердно предавал анафеме Исаак Ньютон. Он начнет выдвигать гипотезы.

Это и есть удел реальных физиков, когда их спрашивают о геометрии мира в целом.

Здесь я снова предпочитаю остановиться, потому что более интересное и интригующее место найти невозможно.

Сейчас мы оказались перед проблемами, при мысли о которых у каждого думающего человека невольно возникает холодок на коже. И о таких вещах стоит говорить со вкусом и подробно. Либо же не говорить вовсе.

А нам, пожалуй, пора подвести некоторые итоги, а также выполнить неприятное: сообщить по крайней мере об одном главном недостатке всей этой книги.

Два главнейших итога были непосредственным следствием неевклидовой геометрии.

Первое — создание аксиоматики и в дальнейшем математической логики. Это было сделано Гильбертом — мы уже называли его имя. У нас о ней рассказано очень грубо и неточно. Особенно это относится к проблеме полноты аксиом. Сделать лучше можно было, но, к сожалению, лишь существенно затянув наш разговор. Во всяком случае, когда писалась книга, автор не представлял, как можно коротко, точно и понятно рассказать об аксиоматике.

Итак, об аксиоматике было сказано очень мало. И неточно. Единственное, что мне остается в утешение, — небольшая реклама.

Весь круг вопросов, связанных с аксиоматикой, поражает своим изяществом. Даже сама постановка многих проблем порой неожиданна до невероятности. Особенно это относится к проблеме полноты.

Я снова ничего не буду говорить по существу, но для иллюстрации просто сообщу об одном результате. Уже в тридцатые годы нашего века была доказана следующая теорема.

Пусть у вас имеется некоторая логическая система. Базис ее — Основные Понятия и аксиомы. Например, евклидова геометрия. Если эта логическая система «достаточно мощная» (что это значит — мы, естественно, уточнять не будем), то всегда могут быть сформулированы такие теоремы, которые в рамках этой системы нельзя ни доказать, ни опровергнуть.

На первый взгляд кажется, что дело в нехватке аксиом. Но суть не в этом. Сколько бы аксиом ни брать в основу, как бы ни дополнять нашу систему, странные утверждения, о которых нельзя высказать ничего определенного, все равно останутся.

После того как была доказана эта удивительная теорема, вся проблема непротиворечивости стала выглядеть по-иному.

Но обо всем этом мы умолчали. Так же как и о совершенно уж неожиданном применении математической логики в практике. Имеются в виду, конечно, электронно-вычислительные машины.

Чуть больше, хотя тоже, конечно, очень мало, мы говорили о второй линии развития. О линии, которая проходит через риманову геометрию к общей теории относительности.

И тут совершенно необходимо добавить лишь одно. Вся история развития неевклидовой геометрии, быть может, наиболее яркий пример неожиданных поворотов в развитии науки.

Казалось бы, предельно абстрактные, умозрительные, сугубо теоретические размышления математиков удивительным образом оказались исключительно важны не только для физиков, но и для инженеров.

# Глава 12
# ЭЙНШТЕЙН

Сущность, природа любого исключительного дарования загадочны.

Это утверждение достаточно банально.

Мы должны с горечью констатировать, что, по существу, и механизм работы и даже, более того, грубая блок-схема изумительного счетно-решающего устройства — нашего мозга — остаются тайной науки. Мы совершенно не представляем, как именно, по какой гениальной схеме эволюция объединила примерно 14—17 миллиардов нейронов — элементарных ячеек этого устройства.

Мы не можем толково ответить даже на такой напрашивающийся вопрос: «Чем именно различаются мозг человека и мозг какого-либо животного?», и вынуждены отделываться либо общими феноменологическими рассуждениями — это епархия биологов, либо блестящими и остроумными, но, увы, бессодержательными парадоксами — это удел писателей.

И, уж безусловно, мы не в состоянии сказать, чем именно отличается мозг гениального (или даже проще — талантливого) человека от мозга рядового жителя Земли. Более того, мы не имеем даже оснований утверждать, что какие-либо органические отличия подобного рода существуют.

Возможно, почти в каждом гибнет какой-то неведомый миру исключительный талант. Эта идея — весьма привлекательная и утешительная для нашего самолюбия — в свое время была с наслаждением развита Марком Твеном.

Она, безусловно, крайне подозрительна. Но объективных данных, показывающих, что все это нелепость, нет.

И трудно, пожалуй, лучше проиллюстрировать уровень наших сведений о механизме и биологии мышления.

Мы не знаем почти ничего и способны лишь отмечать чисто внешние характеристики таланта.

Широко распространенный тезис: талант — это труд, как раз и определяет одну из таких характеристик. Иногда по недоразумению полагают, что эти слова что-то объясняют; считают тем охотней, что сами мастера иногда из показной скромности, отдавая дань традиции, а иногда вполне искренне недооценивая себя, ссылаются на труд, как на основной источник своих исключительных достижений.

Высказываний такого рода существуют десятки. В них только часть (и малая!) правды.

Паганини объяснял свое мастерство только изнурительным, выматывающим душу трудом, благодаря которому он смог постичь все возможности своего инструмента.

И конечно, ошибался.

Лев Николаевич Толстой любил говорить, что его дар писателя совсем не так уж значителен и вообще не так существен, а действительно важны и действительно ценны те нравственные идеи, которые он проповедует и которые так естественны и очень-очень просты.

И, смею думать, Толстой кривил душой.

Сам Эйнштейн о своей гениальности сказал как-то совершенно замечательно, и мы еще вернемся к этой его фразе, но он-то, как мне кажется, говорил совсем о другом и просто был вынужден обстоятельствами ( в лице энергичных репортеров) бросить кость публике.

Итак, в этом вопросе верить гениям, вероятно, не следует. И вечное скорбное негодование пушкинского Сальери (кстати, человека талантливого) точнее и лучше показывает, что же такое гениальность.

Это нечто непостигаемое.

Сталкиваясь с дарованием обычного масштаба, можно еще кое-что понять, проанализировать, расшифровать. Тогда более или менее отчетливо проступают приемы, опыт, вкус — все то, что действительно дается в награду за изнуряющий тяжелый труд.

Например, у Бальзака почти всегда понятно, что хорошо и что плохо в его книгах.

Но когда вас незаметно завораживают бесконечные, изрядно корявые, а иногда (о ужас!) просто довольно неграмотные фразы Толстого; когда перестаешь следить за стилем, за техникой, за образами — и только слушаешь, как жил и умер пегий мерин Холстомер; и сколько и какие лошади были в табуне его последнего хозяина... Когда можно найти десятки более или менее подходящих объяснений — почему и зачем был написан каждый абзац и какую литературно-художественную нагрузку он несет и т. д., но невозможно понять только, как могло прийти в голову человеку написать все так, как было написано, и почему у тебя осталась эта необъяснимая убежденность, что сказать все нужно было именно так...

Тогда мы оказываемся перед некоторой аномалией, которую можем фиксировать, но... не объяснять.

И любопытно, что сравнительно часто гениальность человека в какой-то одной определенной области вовсе не подразумевает его гармоничной одаренности.

Тому можно привести достаточно парадоксальных примеров и, может быть, лучший — тот же Толстой. Толстой-философ ограниченный, односторонний, пристрастный и капризный.

Чтобы благополучно закончить все эти рассуждения, надо добавить, что и само представление о гениальности порядком расплывчато и субъективно, особенно когда речь идет об искусстве, где объективные критерии вообще недостаточно четки.

В науке в конечном итоге определяют те же критерии, что и в искусстве (точнее, их отсутствие), и поэтому весьма часто яркая звезда сегодняшнего дня завтра заметно и бесповоротно тускнеет.

Впрочем, бывают случаи бесспорные.

Один из таких — Альберт Эйнштейн.

Насколько можно судить по воспоминаниям, в детские годы ничто не давало оснований полагать, что Эйнштейн будет Эйнштейном.

Он был тихим и молчаливым ребенком.

Да, обычно дети жизнерадостны и энергичны. Они шумливы. Они спешат, очень спешат заявить миру о своем «я».

Но на каждый десяток найдется один-два тихих ребенка. Они почти не участвуют в играх. Сторонятся сверстников. Их как будто больше занимает свой внутренний, а не внешиий мир. А может быть, что-то породило недоверие в их сознании и они просто опасливо сторонятся окружающих, инстинктивно полагая, что так надежней. Таких детей не очень любят в довольно-таки беспощадной стране детства. Их дразнят.

«Тихоня», «пай-мальчик», «маменькин сынок» — интернациональные определения, в свой срок приносящие владельцу, пожалуй, больше неприятностей, чем плохой отзыв начальства в дальнейшем, и, уж во всяком случае, оставляющие в жизни более глубокий след.

Эйнштейн был тихоней.

«Его называли пай-мальчиком за болезненную любовь к правде и справедливости...» — вспоминали родные.

И он не любил солдат.

Ни настоящих красивых солдат в блестящих мундирах и касках, уверенно отбивавших шаг по тихим городкам фатерланда, ни столь же красивых оловянных солдатиков всех родов войск в красивых коробках.

Ну что же! «Болезненная любовь к правде и справедливости» — не столь редкое качество у детей. Вопрос скорее в том, в каком возрасте оно обычно теряется.

Вот инстинктивная нелюбовь к военным — это, пожалуй, странно.

Таких детей совсем немного, и, пожалуй, можно заподозрить в ребенке нечто необычное. Но нет как будто ни малейшего повода полагать, что это «нечто» через пятнадцать лет раскроется в виде теории относительности.

И сейчас Эйнштейна волнует другое.

Я не знаю, заметили ли окружающие, что уже в возрасте лет десяти-одиннадцати мальчик из обеспеченной добропорядочной семьи переживал очень существенную внутреннюю драму, во многом определившую всю его дальнейшую жизнь.

Так или иначе, сам Эйнштейн помнил и писал об этом на 68-м году жизни.

«Еще будучи довольно скороспелым мальчиком, я живо осознал ничтожество тех надежд и стремлений, которые гонят сквозь жизнь большинство людей, не давая им отдыха. Скоро я увидел и жестокость этой гонки, которая, впрочем, в то время прикрывалась тщательнее, чем теперь, лицемерием и красивыми словами. Каждый вынуждался существованием своего желудка к участию в этой гонке. Участие это могло привести к удовлетворению желудка, но никак не к удовлетворению всего человека как мыслящего и чувствующего существа. Выход отсюда указывался прежде всего религией, которая ведь насаждается всем детям традиционной машиной воспитания.

Таким путем я, хотя и был сыном совсем нерелигиозных (еврейских) родителей, пришел к глубокой религиозности, которая, однако, уже в возрасте 12 лет резко оборвалась. Чтение научно-популярных книжек привело меня вскоре к убеждению, что в библейских рассказах многое не может быть верным. Следствием этого было прямо-таки фанатическое свободомыслие, соединенное с выводом, что молодежь умышленно обманывается государством: это был потрясающий вывод. Такие переживания породили недоверие ко всякого рода авторитетам и скептическое отношение к верованиям и убеждениям, жившим в окружавшей меня тогда социальной среде. Этот скептицизм никогда меня уже не оставлял, хотя и потерял свою остроту впоследствии, когда я лучше разобрался в причинной связи явлений».

Этот несколько тяжеловесный отрывок не следует пробегать глазами. Он заслуживает внимательнейшего анализа.

Прежде всего зафиксируем: свою автобиографию Эйнштейн пишет как ученый, пытаясь предельно добросовестно отобрать в своей внутренней жизни только то, что, на его взгляд, заслуживает этого. Он отлично сознает, как это трудно сделать сейчас — на пороге 70-летия. Он и называет свою автобиографию с хорошей академической осторожностью — «Нечто автобиографическое». И пишет в основном о том, что он считал единственно интересным в своей жизни — о формировании научного мировоззрения. О своей работе.

В его автонекрологе нет места ни для чего другого. Нет и стремления казаться лучше, совершенно нет рисовки. По существу, это научная статья. И за каждой строчкой видно стремление предельно правдиво и объективно сообщить о том, как он — Эйнштейн — думал.

И раз уж он начинает свою автобиографию с цитированного отрывка, можно верить, что нечто очень близкое к сказанному переживал тихий и молчаливый десятилетний мальчик, возвращаясь домой сначала из начальной школы, а потом из гимназии. Школа не слишком радует его.

«Учителя в начальной школе казались мне сержантами, а в гимназии — лейтенантами», — говорил он потом.

И здесь мы сталкиваемся с первой загадкой Эйнштейна. Нередко встречаются люди, которые независимо от их культуры и образования никогда не подымаются до мысли, что человеку требуется еще «нечто», кроме внешнего благополучия. Некоторые приходят к такому выводу в зрелом возрасте, как принято говорить, на склоне лет.

В какой-то степени стремление к этому загадочному «нечто» есть почти у всех ребят, но это стремление обычно очень интуитивно и неосознанно.

Эйнштейн же мыслит строго логически. И в результате приходит к вполне объяснимой в его условиях религиозности.

Впрочем, пока еще все довольно обычно.

Но вот поразительное. Прочитав несколько научно-популярных книг, мальчик совершенно самостоятельно проводит чисто логический анализ, резко отбрасывает религию, как совершенно неудовлетворительную доктрину, и более того — идет дальше. Он делает для себя очень четкий вывод социального характера: «молодежь сознательно обманывается государством».

В это время ему 12 лет.

И эта жизненная концепция сохранится у него на всю жизнь

Но если так, то в чем же его — Альберта Эйнштейна — «нечто»?

Очень, очень осторожно, боясь в чем-то исказить истину, он пишет, что наполовину сознательно, наполовину бессознательно пришел к выводу: для него — Альберта Эйнштейна — жизнь будет счастливой, если он будет заниматься наукой.

«Дорога к этому раю была не так удобна и завлекательна, как дорога к религиозному раю, но она оказалась надежной, и я никогда не жалел, что по ней пошел».

И можно поверить ему: он действительно был одним из самых счастливых людей нашего времени. Причем, пожалуй, он был бы счастлив в такой же мере, если даже предположить, что его работы не были бы поняты и признаны и ему пришлось бы умереть безвестным и чудаковатым инженером патентного бюро в Берне, где он двадцатипятилетним юношей создал теорию относительности. Кстати, в каком-то смысле в конце жизни он переживал нечто подобное

Не в смысле известности, конечно. О нет! Он был самым наипризнанным, самым популярным ученым мира. Он был почти так же известен, как Мерилин Монро или Ди-Стефано. Его имя стало своеобразным символом человеческого интеллекта.

Но физики мало интересовались его работами последних лет жизни. А только их мнение и имело какой-то вес для Эйнштейна.

Впрочем, не слишком большой. Решающим для него всегда было мнение Альберта Эйнштейна.

Кто объяснит, почему он выбрал науку?

Может быть, не посоветуй ему студент-медик Макс Талмей почитать популярную литературу, вместо гениального физика был бы хороший музыкант. Ведь с шести лет он играл на скрипке и всю жизнь искренне и серьезно любил музыку. А может быть, другое его увлечение-причуда — изобретательство завладело бы им целиком.

Так это или не так... Подобные рассуждения немного стоят.

Кстати, сам Эйнштейн уже в зрелом возрасте всегда утверждал, что если уж человек рожден быть физиком, если это у него в крови, то он будет им, как бы ни сложилась его внешняя судьба.

Не знаю. Вероятно, он мерил по себе. Впрочем, как-то раз он, вспоминая молодость, высказался в прямо противоположном духе.

Во всяком случае, существование всей научно-популярной литературы всех веков и народов оправдывалось бы уже тем одним фактом, что она имела какое-то влияние на задумчивого двенадцатилетнего мальчика, прогуливавшегося в 1891 году в живописных окрестностях провинциального швабского города Ульма.

А по улицам Ульма маршировали солдаты. Наследники победоносных воинов Мольтке, 20 лет назад разгромивших Францию.

Впрочем, военные традиции Ульма уходили несколько глубже. В 1805 году — Ульм был по тем временам первоклассной крепостью — здесь фактически без боя самым скандальным образом сдалась Наполеону великолепно снаряженная австрийская армия.

Но, во-первых, армия была австрийская, следовательно, говоря формально, не совсем немецкая, а значит, совсем не немецкая.

А во-вторых, солдаты не помнят о поражениях. Их память перегружена победами.

Поражения — досадные случайности. Не более.

Они маршируют.

И вероятно, как раз в эти детские годы к Эйнштейну приходит ненависть.

Очень сдержанная, спокойная, притушенная, несколько рассудочная и холодноватая; неизменная, прошедшая через всю его жизнь, ненависть к милитаризму, войне и убийству — как к высшему концентрированному выявлению человеческой тупости.

Это стало ясно для него в те же годы, и решения своего он не менял.

Итак, 1891 год. Фашизма еще нет. Крематории Освенцима и Майданека еще не построены.

Это будет чуть позднее.

У Германии впереди еще план Шлиффена. Первая мировая. Марширующие полки. Восторженно рыдающие женщины, бросающие цветы мужьям и возлюбленным. Бесконечные эшелоны. Эрзац-продукты. Те же женщины, рыдающие уже не столь восторженно над бесконечными похоронными с Восточного и Западного фронтов. Разгром. Свержение кайзера. Версальский мир. Инфляция. Разорение, голод и эпидемия гриппа — все это еще предстоит немцам, прежде чем к власти придет фюрер.

Но кое-что уже есть. Есть блестящие мундиры и прусский генеральный штаб. Есть антисемитизм. Есть патриотическивоенные марши. Есть бурщество. Есть (и это, может быть, главное) беспрекословное уважение к чинам.

Все равно к каким — статским или военным.

«Герр тайный советник!.. О!..»

Сам великий олимпиец, сам Гёте (а томик Гёте, конечно, дремлет в каждой добропорядочной семье)... Так вот, сам Гёте, дамы и господа, гордился министерским постом в паршивом веймарском княжестве, пожалуй, не меньше, чем своей поэзией.

А Гегель? Великий «тайный советник» Гегель и его доктрина прусской монархии?

Короче говоря, немецкое государство последовательно стремилось истребить способность к самостоятельному (а следовательно, и критическому) мышлению, присущую каждому нормальному человеку, заменив ее четкими штампованными общепринятыми лозунгами, правилами и традициями.

А делалось это, надо признать, хорошо. Система отшлифовывалась мастерами умело и любовно.

И «Wacht am Rhein», и чувствительные «Lieder» голубоглазых девушек, и оперы Вагнера, и уроки гимнастики в школе, и сказания о древних нордических героях на уроках истории, и традиционный клозетный юмор дешевых изданий, и прививаемая с детства педантичная аккуратность, и беспрекословное уважение главы мельчайшей государственной ячейки — семьи. «О, фатер сказал...»

И наконец, бесконечно разнообразная официальная, полуофициальная и неофициальная иерархия чинов.

Иерархия родовая, военная, бюрократическая; иерархия бесчисленных ферейнов, товариществ, объединений — спортивных, производственных, музыкальных, художественных, научных, литературных, религиозных; союзов любителей охоты, любителей певчих птиц, союза пчеловодов, союза яхтсменов и т. д. и т. п.

Все это создавало и лелеяло мещанство — самодовольное и одновременно приниженное, создавало людей, забывших о возможности мыслить; людей, для которых диктатура представлялась естественнейшим образом власти, потому что каждый из них внутренне был диктатором в микромасштабе.

А бесконечная ядовитость всей этой дьявольской машины в первую очередь была в том, что как затравка использовались действительно очень хорошие чувства и стремления.

Потому что и патриотизм, и уважение к старшим, и спорт... трудно возразить что-либо...

А народ?

Ни в начале XV, ни в начале XX века, ни даже в годы фашизма он ничем не отличался от остальных. Сотню тысяч потенциальных негодяев, бесспорно, можно найти в любой большой стране. Историческая обстановка в Германии в конце 20-х годов нашего века оказалась такой, что именно эта группа пришла к власти. Возможно, в значительной степени здесь сыграли роль случайные обстоятельства.

Предпосылки для этой случайности были, конечно, подготовлены заранее. Впрочем, я не скажу ничего нового или оригинального, если добавлю, что примерно такие же предпосылки имелись в любом крупном империалистическом государстве. Об этом говорилось уже много раз. Например, Синклер Льюис и Герберт Уэллс довольно убедительно рассказали, как может прийти фашизм в Америку и Англию (естественно, в фантастических романах). И, может быть, главная опасность демагогии фашизма в том, что она не представляет собой чего-либо нового либо исключительного.

Если фашизм — болезнь человечества, то болезнь старая. Государства фашистского типа существовали во все века. Египет, Спарта, Рим — во всех этих весьма древних государствах исповедовали в общем ту же идеологию, что нацисты. Так что Гитлеру мало что понадобилось выдумывать. Разве что он добавил изрядную долю социальной демагогии, без которой обходились в Египте, но которая уже оказалась необходима в древнем Риме.

И одной из основных аксиом системы, конечно, был взят национализм.

Особой оригинальностью здесь снова не блеснули. С времен доисторических было известно, что лесть, пусть даже самая грубая, фельдфебельски-жандармского образца, в общем безошибочно привлекает сердца представителей человеческого рода. Приятно услышать, что ты в чем-то лучше других.

Приятно вдвойне, когда внутренне сомневаешься в этом.

Но если льстят достаточно часто и упорно, просто немыслимо не поверить.

И каждое империалистическое государство, начиная все с тех же фараонов Египта, пускало в ход национализм как средство привлечения, объединения народа.

Идея проста. Наивна.

Она стала азбучной.

Римские императоры, Чингис-хан, Наполеон, Гитлер — все они пользовались одним и тем же избитым приемом, вероятно, столь же старым, как рекомендация не скупиться на комплименты женщине, которую вы хотите обольстить.

«Но люди мало чему учатся на уроках истории, — мрачновато заметил в конце жизни Эйнштейн, — ибо каждая новая глупость представляется им в новом свете».

А то, что такая система, к сожалению, дает результаты и в наш «просвещенный» век, однозначно показала вторая мировая война. Но необходимо повторить: из того факта, что большинство немецкого народа в той или иной форме принимало фашизм, конечно, не следует, что немцы как таковые менее восприимчивы к общечеловеческим моральным нормам, чем русские или французы.

И если уж ставить вопрос об ответственности немецкого народа в целом за фашизм, то почти с тем же основанием этот вопрос можно адресовать капиталистическим государствам нашей планеты, сравнительно спокойно наблюдавшим путь Гитлера от пивного путча в Баварии к печам концлагерей и массовым расстрелам в России, Польше, Югославии...

Логика «невмешательства» была та же...

А сейчас, через двадцать лет после конца войны, сейчас, когда можно судить сравнительно объективно, вряд ли стоит взваливать весь жуткий груз на немецкий народ.

Тем более что заплатил он тоже достаточно дорогой ценой. И к счету жертв нацистов можно приписать и тех берлинских мальчишек, что в последние апрельские дни сорок пятого года плакали от страха, но с фауст-патронами шли на наши танки, искренне полагая, что они сражаются и гибнут за родину.

Эти соображения, вероятно, столь же справедливы, как и то, что активных эсэсовцев, инициативных и «творческих» сотрудников карательных отрядов и лагерей уничтожения, следует судить и расстреливать и сейчас, двадцать лет спустя; расстреливать спокойно и с чистой совестью, «без гнева и пристрастия», точно из тех же соображений, что и профессиональных убийц и рецидивистов.

И можно вспомнить, что в свои времена кто-то из этих людей догадался написать на воротах бухенвальдского концлагеря «Jedem das seine», что, как известно, означает — каждому свое.

Почему стоит здесь писать обо всем этом?

Потому что мне кажется, что так или примерно так думал Эйнштейн, а фашизм был главной ненавистью его жизни.

И гуманизм и прославленная доброта Эйнштейна не очень вяжутся с сентиментальным всепрощением, которое, как правило, диктуется равнодушием и прекрасно соседствует с холодным себялюбием.

Очень умно и, как мне кажется, точно написал об этом в своих воспоминаниях Леопольд Инфельд. Вместо того чтобы пересказывать его мысли, лучше всего привести этот отрывок.

К сожалению, очень часто в воспоминаниях и биографиях Эйнштейн предстает неким благостным чудаком, излучавшим бесконечную доброту и бесконечно далеким от представлений, что в обычном житейском мире существуют подлость, обман, злобность.

Такого рода опусы вызывают большее или меньшее раздражение, потому что, желая этого или нет, авторы прямо обвиняют Эйнштейна в неоригинальной глупости.

Послушаем лучше Инфельда:

«Я многому научился у Эйнштейна в области физики. Но больше всего я ценю то, чему научился у него помимо физики. Эйнштейн был — я знаю, как банально это звучит, — самым лучшим человеком в мире. Впрочем, и это определение не так просто, как кажется, и требует некоторых пояснений.

Сочувствие — это вообще источник людской доброты. Сочувствие к другим, сочувствие к нужде, к человеческому несчастью — вот источники доброты, действующие через резонанс симпатии. Привязанность к жизни и людям через наши связи с внешним миром будит отзвук в наших чувствах, когда мы смотрим на борьбу и страдания других.

Но есть и совершенно другой источник доброты. Он заключается в чувстве долга, опирающемся на одиночное ясное мышление. Добрая ясная мысль ведет человека к доброте, к лояльности, потому что эти качества делают жизнь более простой, полной, богатой...

Надлежащая позиция в общественных делах, помощь, дружба, доброта могут вытекать из обоих названных источников, если мы выразимся анатомически — из сердца или из головы. С годами я учился все сильнее ценить второй род доброты — тот, который вытекает из ясного мышления. Много раз приходилось мне видеть, как разрушительны чувства, не поддерживаемые ясным рассудком».

Честно признаюсь, мне несколько досадно, что эти слова написал не я.

Без сантиментов и страстей, без мелодрам, трагедий и раздирающего душу самоанализа, со спокойной четкостью физика Инфельд формулирует здесь, может быть, то лучшее, к чему стоит стремиться каждому.

Давно известно, однако, что дорога в ад вымощена благими намерениями. Стремиться — еще не значит осуществить.

А теперь — внимание. Обратимся снова к Инфельду.

«И тут снова Эйнштейн являет собой крайний пример.

Никогда в жизни мне не приходилось видеть столько доброты, совершенно оторванной от каких-либо чувств. Хотя только физика и законы природы вызывали у Эйнштейна подлинные эмоции, он никогда не отказывал в помощи, если находил, что нужно помочь, и считал, что эта помощь будет эффективной. Он писал тысячи рекомендательных писем, давал советы сотням людей, часами беседовал с сумасшедшим, семья которого написала Эйнштейну, что он один может помочь больному. Он был добр, мил, разговорчив, улыбался, но с необычайным, хотя и тайным, нетерпением ожидал минуты, когда, наконец, останется один и сможет вернуться к работе».

Трудно предположить, что Эйнштейну доставляла удовольствие упомянутая Инфельдом беседа с психически ненормальным человеком. Так же наивно думать, что Эйнштейн рассчитывал: результатом будет немедленное выздоровление его собеседника. Но, вероятно, взвесив и проанализировав, он допустил некую малую вероятность возможного временного и ничтожного эффекта на состояние больного, а тем самым и облегчения жизни его семьи. А ради такой, пусть сугубо гипотетической возможности он считал необходимым отрываться от работы — единственной своей богини.

А когда Эйнштейн внутренне приходит к какому-то заключению, он не оставляет его некой теоретической умозрительной догмой, для него мысль в первую очередь означает действие, согласованное с этой мыслью.

Вот я сейчас пишу некоторое подобие биографии, и все время в памяти у меня спокойное замечание Эйнштейна, что он сам в своей автобиографии не очень рассчитывает совершенно точно передать свои мысли, свой внутренний мир. Естественно, что любой биограф еще менее может претендовать на это.

Даже если речь идет об обычном, не выделяющемся из общей массы человеке — это задача непосильная. Она становится абсолютно неразрешимой, когда пишешь о человеке масштаба Эйнштейна.

Причем собственные высказывания Эйнштейна, естественно, очень часто противоречивы, а биографии неизбежно субъективны.

Однако в случае Эйнштейна парадоксальным образом кое-что оказывается (или кажется) проще, чем даже в биографии, скажем, какого-либо всеми забытого члена Французской академии «бессмертных».

Связано это, вероятно, снова с тем, что и в своей эмоциональной жизни Эйнштейн с чисто немецкой педантичностью следовал тем четким логическим критериям последовательного и реалистичного гуманиста, которые он выработал для себя в годы детства и юности.

И в этих принципах поколебать его было труднее, чем в основах общей теории относительности, хотя он сам отнюдь не переоценивал своих добродетелей.

Спокойный, грустноватый скепсис мягкого, умного и доброго ученого начисто и безоговорочно уничтожил в нем очень возможное у людей такого склада ограниченное самодовольство праведника, познавшего истину и вещающего ее заблудшему миру.

Незадолго до смерти он писал Максу Борну:

«Что должен делать каждый человек — это давать пример чистоты и иметь мужество серьезно сохранять этические убеждения в обществе циников. С давних пор я стремлюсь поступать таким образом — с переменным успехом».

И эти печальные и усталые слова, произнесенные человеком, который по единогласным отзывам всегда поражал какой-то естественной внутренней и непоборимой жизнерадостностью, позволяют предположить, что Эйнштейн всю свою сознательную жизнь ощущал тяжелую внутреннюю неловкость. Его непрестанно беспокоило, что он сам, Альберт Эйнштейн, слишком умозрительно и пассивно борется с той подлостью и нелепостью, что имеет еще слишком большой вес в окружающем мире. Причем, вероятно, в первую очередь его подавляла и угнетала именно нелепость происходящего.

Почему и как Эйнштейн решил, что социальная деятельность не есть его прямое дело, я не знаю.

Может быть, он не видел реальных путей. Быть может, просто решили «эмоции», «чувства». В какой-то степени бессознательно, «повинуясь зову сердца», как принято говорить в романах, он нашел свое «я» в физике.

Может быть, некую роль сыграла внутренняя замкнутость и индивидуальность его мышления. А когда выбор был сделан, все остальное было подавлено и отодвинуто на более далекий план главной страстью его жизни.

Но окружающий мир ни на мгновение не отключался от его сознания. В реальной жизни ему все время приходилось сталкиваться и с политическими интригами, и с человеческой злобностью, и с человеческими страстями, а олимпийски отстраняться от всего этого он не мог.

Потому что он, Альберт Эйнштейн, ясно и твердо понял когда-то: на это человек не имеет права.

Эта мысль — лишь повторение слов, сказанных чуть выше, и там же были написаны, вероятно, резковато прозвучавшие слова о «немецком педантизме» Эйнштейна. Дело, конечно, не в определении, и вряд ли стоит объяснять, что «педантизм» в данном случае подразумевал цельность и предельную логичность его характера.

Поскольку принято считать, что эти черты более присущи национальному характеру немцев, было использовано прилагательное «немецкий».

Но в общем я не склонен оправдываться за свое определение, потому что — и об этом, мне кажется, стоит сказать, — еврей по рождению, американский гражданин по паспорту, последовательный и безоговорочный интернационалист по своим убеждениям, интернационалист и «разумом» и «сердцем», — Альберт Эйнштейн всю свою жизнь был и оставался немцем, немцем по языку, культуре, по склонностям, по тем неуловимым привязанностям, привычкам и мелочам, что и определяют в конечном счете нацию, патриотизм и любовь к родине.

Он был немцем и по своему порой несколько тяжеловесному (особенно в молодости), академически суховатому юмору. С годами тяжеловесность почти пропадает, его высказывания отточены и афористичны, но это по-прежнему юмор скорее Гейне, а не Твена либо Щедрина.

Он был немцем и по несколько созерцательной любви к спокойной природе, к яхте и туристским прогулкам; в домашних привычках, и в увлечении Моцартом, и в склонности к анализу философских вопросов, и в любви к своему языку.

Последние слова его были сказаны на языке его детства, языке его страны — по-немецки, и они остались не понятыми медсестрой, бывшей в это время в палате.

За двадцать лет жизни в Америке (трудно представить что-либо более парадоксальное) он только-только дошел до стадии «вполне удовлетворительного владения английским языком» (свидетельство одного историка физики).

Но и в последние годы своей жизни он предпочитал говорить по-немецки, если только собеседник знал этот язык.

И тяга к родине жила в Альберте Эйнштейне и проявлялась точно так же, как у какого-либо доброго недалекого бюргера, заброшенного в Америку из фатерланда по своим торговым делам, да так и осевшего там на всю жизнь. Потому что — и это, кстати сказать, составляло кредо самого Эйнштейна — есть вещи и понятия, общие для всех людей независимо от их интеллекта и культуры. А в морали, в плане норм человеческого поведения Эйнштейн был законченным и убежденным демократом, признавая и на словах и на деле полное априорное равноправие.

Слегка отвлекаясь, я не могу не вспомнить некую историю, которая, несмотря на внешнюю анекдотическую канву, на самом деле очень точно характеризует позицию и стиль Эйнштейна в его отношении к людям.

Как-то к нему последовательно явились четыре человека, просивших рекомендации на какую-то должность.

Всем четырем Эйнштейн дал рекомендательные письма.

На удивленные вопросы друзей, последовавшие затем, он спокойно объяснил, что не видит в своем поступке ничего странного или экстравагантного, потому что в каждом случае он мотивировал свою рекомендацию различными соображениями и уж делом нанимателей было решать, какой именно кандидат наиболее им подходит.

...Вернемся в 1891 год. В городе Ульме двенадцатилетний мальчик переживает чудо. Это чудо даровано ему книжонкой по евклидовой геометрии на плоскости. Евклид потрясает Эйнштейна, и это чувство тоже сохранится на всю жизнь. Уже незадолго до смерти он говорил:

«Если труд Евклида не смог воспламенить ваш юношеский энтузиазм — вы не рождены быть теоретиком».

Для него это откровение.

А упоминание об этом чуде на четвертой или пятой странице его автобиографии — едва ли не последиее чисто биографическое воспоминание.

Дальше следует еще несколько слов о начале образования в Цюрихском политехникуме, пара брошенных вскользь замечаний о системе преподавания и... примерно пятьдесят страниц соображений Эйнштейна о путях мышления, гносеологии и, конечно, как всегда, прежде всего — о физике.

Но не надо полагать, что этот метод построения автобиографии — очередная милая нелепая рассеянность оторванного от мира и жизни схимника. Упаси нас бог вместо Альберта Эйнштейна представлять себе некоего Жака Паганеля от физики.

Несколькими страницами далее он сам спокойно и четко дает объяснение своей несколько экстравагантной манеры, которое, он понимает это, все же необходимо.

«И это некролог? — может спросить удивленный читатель. По сути дела да, хотелось бы мне ответить. Потому что главное в жизни человека моего склада заключается в том, что он думает и как он думает, а не в том, что он делает или испытывает».

Поэтому он, Эйнштейн, считает необходимым сообщить о чуде, «чуде удивления» геометрией, и позволяет себе совершенно опустить упоминание о Нобелевской премии.

А идея «удивления», или, как выражался он сам, «акта удивления», когда человеческое сознание сталкивается с чем-то, что противоречит установившемуся комплексу понятий, очень настойчиво повторялась Эйнштейном всю его жизнь.

Однажды, полушутливо отвечая некоему репортеру на в высшей степени тактичный и содержательный вопрос: «Как он сам, Эйнштейн, объясняет, что именно он, а не кто-либо другой открыл специальную теорию относительности?», Эйнштейн заметил, что он вообще умственно развивался очень медленно и потому еще к 20—25 годам сохранил восприятие ребенка. Поэтому когда он непредвзято задумался над положением вещей в физике, то, естественно, удивился, как удивился бы всякий нормальный ребенок, а поскольку ему было в это время лет двадцать, и его интеллект был более развит (это он все же признал), чем у нормального десятилетнего мальчишки, ему и удалось получить результаты, составившие специальную теорию относительности.

Если отбросить здесь все анекдотическое оформление, останется действительно важная и существенная мысль — ученый должен непрестанно испытывать чувство удивления, должен к каждому явлению природы подходить непредвзято, должен отбросить все догмы и все авторитеты... Короче — должен мыслить, а не цитировать. Но мысль эту слишком неожиданной не назовешь. Еще Платон чеканно и изящно сформулировал: «Удивление — мать науки».

Сейчас эта идея так затаскана, что уважающий себя журналист, пишущий очерк об ученом, пожалуй, даже не станет ее повторять, а второго Эйнштейна что-то не появляется. Очевидно, дело в чем-то еще, и здесь в какой-то степени мы, как ни печально в этом сознаться, оказываемся в положении евнуха, которому объясняют, что такое любовь.

Короче говоря, мальчик переживает одно чудо за другим. С 12 до 16 лет он открывает для себя математику, и чисто эмоциональное впечатление, которое производит на него этот новый мир, мир гравированной логики и безудержной фантазии, — исключительно.

Но уж где-то в это же время с Эйнштейном происходит еще одно «чудо», на этот раз чисто психологического свойства.

Он почувствовал, по его собственным словам, что математика столь многообразна, делится на такое количество специальных разделов, что занятие любым из них может занять всю, к сожалению, слишком короткую жизнь.

С другой стороны, осознанно или неосознанно, он понял, что его интуиция в области чистой математики недостаточна, чтобы определить главное — то, чем действительно стоит заниматься.

Он не был в состоянии «уверенно отличить основное и важное от остальной учености, без которой еще можно обойтись».

Что же касается физики, то там он «очень скоро научился выискивать то, что может повести в глубину и отбрасывать все остальное, все, что перегружает ум и отвлекает от существенного». Поэтому он и выбирает физику и даже чуть излишне забрасывает математику, о чем придется несколько пожалеть в дальнейшем.

Все это поразительно.

Причем не очень существенно: формулировал ли это Эйнштейн совершенно четко для себя в те годы (16—20 лет), или же его решение было в какой-то степени неосознанно.

Поражает это потому, что такая зрелость выбора, такое четкое критическое мышление вообще очень редки у людей, а в возрасте 16—18 лет это почти невероятно.

Действительно, посмотрим на исходные данные. Перед нами 16-летний юноша, исключительно увлеченный математикой. Понятие интеграла, основы аналитической геометрии доставляют ему исключительное наслаждение, дают столь полную радость жизни, что с ней не может сравниться ничто другое. Конечно, он видит, что он талантлив, понимает, что его дарование резко выделяется на общем уровне.

У него (и это существенно) есть полная возможность свободного выбора, никакие жизненные случайности не определяют его выбор. Более того — если думать о возможных внешних влияниях, все скорее за математику. В Цюрихском политехникуме преподают блестящие математики — первый из них Минковский. Крупных физиков среди профессуры нет. Сам Эйнштейн позже говорил, что до 30 лет он не видел ни одного живого физика-теоретика.

При всех этих предпосылках почти исключено, чтобы юноша сменил математику на родственную ей теоретическую физику.

Переход от математики к поэзии или, например, музыке был бы психологически куда более понятен или обычен.

Мне кажется, во многом определила этот вопрос одна поразительная черта Эйнштейна, очевидно, полностью определившаяся уже в те годы, — совершенное отсутствие интеллектуальной самовлюбленности, столь естественной и частой у одаренных юношей.

Он всегда трезво и спокойно оценивал и свои возможности и свои результаты. Он никогда не юродствовал показной скромностью и знал, и заявлял это открыто, что его работы — крупнейший результат науки XX века.

Но точно так же он знал (или думал, что знал), что выдающимся математиком он не станет.

И математика была брошена.

Вообще с математикой у Эйнштейна всю жизнь были довольно сложные взаимоотношения. С одной стороны, в зрелые годы он не раз жалел о юношеском самоуверенном своем заключении: для физики достаточно знать основы, а все более тонкие вещи можно оставить математикам-профессионалам. В своей ошибке он убедился, когда начал работать над созданием общей теории относительности. И на первых порах для математического оформления была необходима помощь его друга Марселя Гроссмана.

С годами взгляды Эйнштейна изменились. Его основные работы — по крайней мере внешне — это труды математика.

Тем не менее по стилю, по характеру мышления, по принципу подхода к проблеме он всегда оставался физиком.

Я не рискую погружаться в дебри дискуссии о сходстве и различиях физика-теоретика и чистого математика.

Можно лишь заметить: разница есть. И довольно существенная. Забавное свидетельство этого некий заочный диалог Эйнштейна и Гильберта.

В 1915 году Гильберт несколько увлекся теорией относительности и решил попробовать себя в физике, считая, что без математиков существенного прогресса не будет.

«В сущности, физика слишком трудна для физиков», — без излишней скромности, но довольно остроумно объяснял он в то время. Работа его, выполненная, естественно, на предельно высоком математическом уровне, оказалась бессодержательной по физическому существу.

И в письме к Эренфесту Эйнштейн довольно ехидно ответил за физиков, характеризуя труд Гильберта как «плутни сверхчеловека». А уже в конце жизни он как-то заметил: «Математика — это единственный совершенный метод водить самого себя за нос».

Не будем заключать все это какой-либо сентенцией и просто повторим: как бы ни были математичны работы Эйнштейна, он всегда оставался физиком.

Теперь пора сделать одно важное замечание. Хотя Эйнштейн неоднократно говорил, что общественный резонанс — признание его работ со стороны коллег — чрезвычайно важен для него, и это, конечно, соответствовало истине, необходимо твердо сказать, что решали для него всегда внутренние оценки.

До конца своих дней он не мог примириться с основными идеями квантовой механики (которую он относил в разряд физики одного дня) и, хотя оставался в одиночестве, мнения своего не менял.

Точно так же он один из всех физиков мира без всяких внешних предпосылок, уже завоевав известность и признание, десять лет (1905—1916) работал над проблемой гравитационного поля.

Находясь совершенно в стороне от интересов физики того времени, он создал общую теорию относительности.

В силу, может быть, случайных обстоятельств он оказался самым знаменитым ученым мира. Спокойно и слегка насмешливо выдержал ливень почестей, дипломов, медалей и отличий (среди них, например, были и такие опереточные, как звание и костюм почетного вождя некоего племени североамериканских индейцев). И в течение еще 35 лет упорно и напряженно работал над развитием общей теории относительности, оставаясь практически в одиночестве, не имея, по существу, ни признания, ни моральной поддержки и представляясь в какой-то степени для молодых и изрядно самоуверенных теоретиков 30—50-х годов в чем-то пережившим себя памятником.

Сам он, впрочем, как-то говорил своей жене, что результаты, полученные им в 40-е годы, представляются ему самым крупным из того, что он сделал.

Кто знает, прав ли он был, как почти всегда, когда речь шла о физике, или ошибался. Единственное, что можно отметить, это все возрастающий интерес к общей теории относительности и, в частности, к исследованиям Эйнштейна в последние годы жизни.

Но, может быть, и это каприз моды, которой физики следуют не менее послушно, но только более завуалированно, чем женщины? Возможно, это просто выражение известного разочарования, кризиса в теоретической физике наших дней.

А быть может, действительно основы физики будущего уже созданы и их просто надо отыскать в работах Эйнштейна по единой теории поля.

Во всяком случае, безусловно одно: научный путь Эйнштейна, начиная с работы над общей теорией относительности — беспрецедентно аномальное явление в истории науки.

И если говорить о чисто человеческой стороне вопроса, то вся эта история и поражает и вызывает уважение большее, чем чисто математическая одаренность Эйнштейна, которая в конце концов прямо не связана с человеческими качествами.

Надо, правда, заметить, что попутно, между делом, даже считая с 1920 года, Эйнштейн выполнил ряд работ, совершенно не связанных с теорией относительности, но в общем вполне достаточных, чтобы, поделив их между различными авторами, заполнить пять-шесть вакансий на выборах в Академию наук.

Можно сказать и то, что его результаты по теории броуновского движения и теории фотоэффекта (это 1905 год) сами по себе обеспечивают автору исключительное место в истории физики.

Можно вспомнить, что самое модное и перспективное сейчас направление в квантовой статистике ведет свое начало от теории теплоемкости кристаллов, между делом предложенной Эйнштейном в 1908 году.

Наконец эйнштейновское непонимание квантовой механики — его парадоксы — дало для прояснения ее основ столько, что уже сами по себе могут считаться очень крупными научными работами. Да и непосредственно в разных разделах квантовой теории он получил уже после 1916 года ряд важнейших результатов.

Но для него все это представлялось более или менее изящными поделками, развлечением, отдыхом, игрой ума, приятным отвлечением от главного своего — единой теории поля.

...Итак, Эйнштейн учится в Цюрихском политехникуме, увлекается физическим практикумом и преиебрегает математикой.

Он даже пропускает лекции. Пропускает, а не прогуливает, потому что это время не проходит даром. Прежде чем он попал в Цюрих вместе с семьей, он побывал в Милане, пережил разные мелкие неприятности — ему предложили покинуть гимназию в Мюнхене за нехороший скептицизм, он успел провалиться один раз на экзаменах по зоологии и ботанике в Цюрихском политехническом институте.

Но эти события, которые для судьбы другого человека могли бы оказаться решающими, для Эйнштейна не более чем неприятные и докучливые мелочи.

Все уже решено, а природная неукротимая жизнерадостность и ясная, спокойная голова приводят к тому, что эти, да и другие жизненные передряги Эйнштейн просто не очень замечает.

«Я веселый зяблик и не способен предаваться меланхолическим настроениям, если только у меня не расстроен желудок...»

И по своим письмам, как и по воспоминаниям близких, Эйнштейн 20—25 лет — веселый, крепкий, жизнерадостный юноша; он увлекается музыкой, живописью, литературой, туризмом. Он очень любит шутить и делает это охотно, хотя, говоря честно, не всегда слишком удачно.

Да, он несколько экстравагантен. После свадебного обеда может оказаться, что он забыл ключи от квартиры, куда должен повезти молодую жену, или он может явиться в гости, надев в качестве шарфа дорожку с комода. Но экстравагантность его естественна и неутомительна. Она продиктована желанием как можно большей внутренней свободы, хотя, и это надо подчеркнуть, нигде нет ни малейших намеков, чтобы это постоянное стремление к внутренней независимости перерастало в эгоизм — в нежелание считаться с окружающими. Это исключалось врожденной, внутренней интеллигентностью и сознательно выработанной мягкостью Эйнштейна.

В общем он очень милый интеллигентный юноша. В нем нет ни ограниченности, ни самодовольства, ни болезненной рефлексии, и есть все данные полагать, что с годами из него выйдет по-настоящему культурный и интересный директор какой-либо школы или эксперт первого класса того патентного бюро, где пока что он имеет лишь третий.

Можно полагать, что с годами он еще более увлечется музыкой и литературой.

Можно допустить, что коллективные чтения Софокла, Расина, Сервантеса, обсуждение философских трактатов Спинозы и Юма, которыми он и сейчас грешит с двумя-тремя друзьями, войдут у него в привычку.

Можно мысленно увидеть Эйнштейна в сопровождении группы молодежи на горной прогулке, умно и довольно увлекательно рассуждающего о Моцарте, Александре Македонском, Эсхиле, Бетховене, Канте, Архимеде, Клеопатре, Ньютоне, Кювье, Конфуции, Франсе...

Можно вообразить его как автора безусловно неглупых и прогрессивных статей по истории науки, музыки или, скажем, по теории педагогики...

Короче говоря, и воспоминания и его письма того периода производят очень милое, симпатичное и несколько обескураживающее впечатление обычности.

Трудно предположить, читая эти заметки, что перед нами Эйнштейн, а не очень приятный, культурный, умный и в общем рядовой интеллигент.

Разве что упоминание о свойстве Эйнштейна полностью отключаться от всего внешнего, когда завязывается философская или физическая дискуссия. Но нет, и это не столь уж необычная черта.

На деле же в это самое время готовится взрыв.

Он происходит в 1905 году.

Повторяю, любая из трех работ Эйнштейна, появившихся в этом году, — теория броуновского движения, теория фотоэффекта и, наконец, теория относительности, — возводит автора в ранг теоретика экстра-класса.

И остается психологической загадкой: сознавал ли ясно или же нет сам Эйнштейн, что именно он сделал?

Если предположить, что «да, понимал», а весь облик Эйнштейна и его поздние высказывания говорят за это, тогда приходится допустить, что интеллектуально он был порядком одинок в то время, а окружавшие его милые и приятные люди, собственно, не понимали, с кем их столкнула судьба. Эйнштейн же со свойственным ему тактом всеми силами старался не очень выделяться, не слишком подавлять своих товарищей, которых он просто по-человечески любил. Иначе нельзя объяснить, например, его письмо к Габихту (другу бернского периода).

Это единственное в своем роде послание начинается так:

«Милый Габихт! Между нами сейчас — священное молчание, и то, что я его прерываю малозначительной болтовней, покажется профанацией».

Далее Эйнштейн пишет в тяжеловесном, старомодно-игривом тоне, нарекая Габихта «замороженным китом» и витиевато поругивая его за то, что он, Габихт, не присылает ему, Эйнштейну, своей диссертации, которую он, Эйнштейн, очень ждет и прочтет ее «с удовольствием и интересом».

Но лучшая, замечательнейшая шутка, шутка, достойная Генриха Гейне, скрыта уже в начале письма. Потому что дальше в рубрику малозначительной болтовни попадает вот какое сообщение:

«Я вам за это (за диссертацию Габихта. — *В. С.*) обещаю четыре работы, причем первую пришлю скоро, так как жду авторские экземпляры.

Она посвящена излучению и энергии света и очень революционна, как вы сами увидите, если сначала пришлете мне свою работу.

Вторая работа содержит определение истинной величины атомов с помощью изучения диффузии и внутреннего трения в жидких растворах.

Третья доказывает, что согласно молекулярной теории тепла взвешенные в жидкости тела величиной порядка $10^{-3}$ мм испытывают видимое беспорядочное движение, обязанное тепловому движению молекул. Такое движение взвешенных тел уже действительно наблюдали биологи — они назвали его броуновским молекуляриым движением.

Четвертая работа исходит из понятий электродинамики движущихся тел и видоизменяет учение о пространстве и времени; чисто кинематическая часть этой работы представит для вас интерес...»

Как видно, Габихт не слишком прогадывал на предложенной ему обменной операции.

Что здесь наигранно и что — нет?

Я смею думать, что нарочитая скромность обращения к Габихту, как к равному ученому, безусловно, либо надумана, либо дань традиции, вежливости и т. п. Невозможно ведь серьезно воспринимать вскользь и достаточно робко выраженную надежду, что в работе, где «так, между прочим», изменяются наши представления о пространстве и времени, кое-что может вызвать интерес Габихта. И тут образ Эйнштейна невольно ассоциируется с известным анекдотическим типом деревенского простачка.

Но зато — и это показывают и дальнейшие письма, да и вообще вся жизнь Эйнштейна — искреннее сознание, уверенность, убежденность — как угодно, — что Габихт — человек, личность и имеет такую же ценность, как он, Альберт Эйнштейн, и равен ему пред любым законом. И в первую очередь перед тем внутренним законом, которому в юности, зрелости и старости неизменно следовал он — Альберт Эйнштейн.

Вероятно, и впечатление об известной ординарности личности Эйнштейна (я сознательно говорю о его юности, когда собеседникам еще не было известно, что с ними находится величайший физик мира) во многом обусловлено законченным демократизмом Эйнштейна, демократизмом столь же естественным для него, сколь стремление заниматься теоретической физикой.

Я писал уже об этом, но возвращаюсь потому, что нам, людям XX века, может быть, наиболее дорога именно эта черта в выдающейся личности, наиболее симпатично, когда человек, поставленный в исключительное положение благодаря ли собственным заслугам или более или менее случайному стечению обстоятельств, остается демократом и гуманистом не по форме, а по существу.

А надо заметить, что у ученого масштаба Эйнштейна имеется не меньше, а пожалуй, больше предпосылок, оснований и условий, чтобы оказаться, по крайней мере в кругу учеников, более неограниченным и жестким диктатором в сфере интеллекта, чем любой реальный диктатор в области общественной жизни.

И самоуверенность, перерастающая в капризность, нетерпимость, самовлюбленность, к сожалению, часто сопутствуют выдающимся (и невыдающимся) ученым, которые в этом плане уступают, пожалуй, лишь поэтам и примадоннам.

Об этом обычно не пишут в книгах и воспоминаниях, но тем не менее это так.

Правда, об Эйнштейне я могу судить тоже лишь по биографическим материалам, но этот случай кажется совершенно ясным: ни одного из упомянутых качеств у Эйнштейна не было ни в малейшей степени.

И это еще одна и далеко не последняя по значению психологическая загадка, связанная с Альбертом Эйнштейном.

Он выдержал, используя банальный период, испытание славой так же легко и непринужденно, пожалуй, даже не заметив его, как неудачу на экзаменах в Цюрихский политехнический институт.

Вот, пожалуй, примерно таким представляется мне Эйнштейн.

Остается еще одно, но важное.

Это вопрос об отношении Эйнштейна к насилию и войне.

Волей-неволей примерно с 20-х годов, когда он получил мировую известность, а националистическая, антисемитская и фашиствующая сволочь в Германии начала травлю его и его работ, и до конца жизни он был существенно и тесно связан с политической жизнью человечества.

И нельзя сказать, что он старался уклониться, избежать всего, что относится к политике.

Он ясно понимал, что, во-первых, это невыполнимо (нравится это ему или нет — другая сторона проблемы), а во-вторых, он и не считал себя вправе избегать вмешательства там, где он полагал, что может быть полезен.

Но тут он оказывался в области, в которой, с его точки зрения, большое число явлений был непредсказуемо, неконтролируемо и необъяснимо.

Потому что Эйнштейн мог понять многое, он мог, вероятно, представить и объяснить даже психологию офицеров прусского генерального штаба, но понять, как человеческое существо может рассуждать и действовать подобно комендантам лагерей смерти, участникам карательных отрядов и сотням и сотням тысяч эсэсовцев, понять и представить, как может оказаться, что и руководители многих государств по своему и моральному и интеллектуальному уровню ничем не отличаются от этих самых эсэсовцев, этого сделать Эйнштейн не был в состоянии. Ибо он всегда невольно переоценивал человеческий интеллект.

А в 30-е годы он, убежденный и последовательный пацифист, должен был сказать: «Сейчас не время отстаивать пацифистские идеи». Потому что (и этот естественный вывод он, конечно, очень быстро сделал) единственная возможность прекратить распространение фашизма — военная сила.

А дальше он оказался свидетелем сложной, неумной и грязной политической игры; он увидел, что политики XX века придерживаются старомодных и наивных критериев гуманизма примерно в той же мере, что Чингис-хан; он был свидетелем и второй мировой войны и того, как после нее, сразу же, без малейшего перерыва, человечество очутилось перед угрозой новой войны, и он оказался в какой-то мере ответственным за создание атомной бомбы, написав известное письмо Рузвельту.

В воспоминаниях об Эйнштейне часто говорят о переживаниях его в связи с этим письмом, о так называемой «Эйнштейновской трагедии атомной бомбы».

Мне кажется, дело здесь не в бомбе.

С точки зрения разума, логики (а в общем эти доводы всегда были решающими для Эйнштейна) он был безупречен.

Он написал это письмо в августе 1939 года, когда существовала прямая и непосредственная опасность создания бомбы у Гитлера и когда единственным разумным решением было: предупредить фашизм.

Умом он отлично понимал, что к холодному и бессмысленному убийству десятков тысяч жителей Хиросимы и Нагасаки он не имеет никакого отношения, тем более что в 1945 году он направил Рузвельту письмо с требованием не допускать военного применения бомбы.

Но для него атомная бомбардировка этих городов была как бы последним свидетельством торжества человеческого варварства, последним доводом безысходности положения ученого, нелепости общественного устройства, безоговорочной анормальности людей, управляющих государствами.

Конечно, этот сам по себе достаточно невеселый вывод чисто эмоционально отягчался сознанием, что он, Альберт Эйнштейн, пусть очень косвенно, но все же связан со взрывом. Но это уже побочный, случайный факт. Несравненно тяжелей то, что в эти годы он порой теряет веру в возможность социального и морального прогресса. А это опрокидывало все то, во что он, Эйнштейн, верил. Но и теперь он остается верен себе, своей манере внешне бесстрастного, спокойного анализа.

О взрыве он услыхал по радио. Это было заявление Трумена. Вероятно, ни один самый изощренный сатирик, стремясь как можно более злобно опорочить склад мышления американского обывателя, все же не нашел бы ту поразительную по цинизму фразу, что заключала сообщение Трумена.

«В самой крупной в мировой истории азартной научной игре мы поставили на карту 2 миллиарда долларов и выиграли». Первая реакция Эйнштейна — понятное чувство подавленности и горя. Но он великолепно понимает — трагедия отнюдь не в факте открытия цепной реакции.

И констатирует:

«Открытие деления урана угрожает цивилизации и людям не более, чем изобретение спички. Дальнейшее развитие человечества зависит от его моральных устоев, а не от уровня технических достижений».

Эта мысль повторяется им неоднократно.

«Наш мир стоит перед кризисом, все значение которого не постигли еще те, кому дана власть выбирать между добром и злом. Освобожденная от оков атомная энергия все изменила; неизменным остался лишь наш образ мыслей...»

И далее...

«Решение этой проблемы — в сердцах людей».

Но оттого, что он все ясно понимает, не легче. И к концу жизни запасы его природной жизнерадостности начинают иссякать. А тяжелое настроение только обостряет беспощадное критическое чувство, скрупулезную придирчивость в оценке самого себя, своих работ.

«Нет ни одной идеи, в которой я был бы уверен: она выдержит испытание временем; порой меня охватывают сомнения — вообще на правильном ли я пути. Современники же видят во мне сразу и мятежника и реакционера, который, образно выражаясь, пережил себя. Это, конечно, вызвано веянием мод и близорукостью, однако чувство неудовлетворенности идет изнутри».

В дни, когда он пишет это письмо своему давнему другу, отмечается его семидесятилетие. Но почести никогда его не трогали, а сейчас... сейчас особенно. И он грустно заключает:

«Лучшее, что дано в жизни, это несколько настоящих друзей, умных, сердечных людей, понимающих друг друга, как мы с тобой».

За год до смерти, отклоняя приглашение присутствовать на пятидесятилетнем юбилее создания специальной теории отиосительности, он пишет в том же духе:

«Старость и болезнь не дают мне возможности участвовать в подобных торжествах. И должен сознаться, что отчасти я благодарен судьбе: все хоть сколько-нибудь связанное с культом личности всегда было для меия мучением... За свою долгую жизнь я понял, что мы гораздо дальше от подлинного понимания процессов, происходящих в природе, чем представляет себе большинство современников».

Возможно, в другие моменты его оценки бывали и более оптимистичны, но в общем в последние годы он настроен грустно. Он продолжает работать тем не менее. И если ему изменила жизнерадостность, то ясный аналитический ум работает до конца. Он ни в чем не изменил ни своих взглядов, ни убеждений. Только теперь все окрашено в более мрачные тона.

Он по-прежнему готов откликнуться на любое письмо, по-прежнему всегда готов защищать свои идеалы, но все чаще приходится слышать от него: «люди сошли с ума», «мир идет к катастрофе». В эти годы, годы разгара «холодной войны», обстановка в Америке тяжелая. Как всегда в подобные времена, всплывают наверх экстремисты. Активно действует пресловутая комиссия по расследованию. Любое отклонение от официальных политических взглядов — опасно. Естественно, интеллигенция, как наиболее мыслящая часть народа, оказывается под подозрением в первую очередь.

В письмах и выступлениях Эйнштейна в эти времена все больше виден горький, но по-прежнему мужественный стоицизм. И ни капли сентиментальности. Он не любил ее в молодости. Не любит и теперь.

И по-прежнему он бесконечно далек от самоуспокаивающего всепрощения.

Отвечая на вопрос одного американского учителя, он пишет: «По правде я вижу только один путь — революционный путь неповиновения в духе Ганди. Каждый интеллигент.. должен жертвовать своим благополучием в интересах страны. Если достаточное количество людей вступит на этот тяжелый путь, он приведет к успеху. Если нет — интеллигенция этой страны не заслуживает ничего лучшего, чем рабство».

Последняя фраза по мысли почти точно повторяет спокойную английскую пословицу: «Каждый народ имеет то правительство, какое он заслуживает».

Письма приходят к нему отовсюду. И что бы он ни думал, каково бы ни было его настроение, он считает себя обязанным поддержать хоть словом тех, кто нуждается в нем. От этого, конечно, страдает работа, но что делать.

«...Время для размышлений и работы мне приходится буквально красть, как профессиональному вору», — иронизирует он над собой за год до смерти. И как бы то ни было — разочарован ли он в человечестве или в уровне наших знаний, — он работает до конца.

Сейчас я отчетливо вижу, как плохо удалось мне рассказать о нем. Не говоря уже об остальном, я понимаю, что Эйнштейн предстает неправдоподобно, хрестоматийно хорошим человеком.

Но, видимо, он таким и был.

Пожалуй, самая серьезная его слабость — несколько жестокая ирония.

Он очень остро видел слабые стороны людей и порой злоупотреблял своим юмором. Он не был, конечно, святым и иногда раздражался по чисто личным мотивам. Вероятно, иногда зря. Особенно в молодости.

Он не стыдился (более того, любил) писать к случаю ужасные стихи и рассылать их своим знакомым. Он довольно охотно давал концерты, хотя играл далеко не блестяще. Наконец — это, правда, не более чем подозрение на основе «косвенных улик»; ведь о «таких вещах» не пишут — я думаю, он всегда был склонен старомодно, неуклюже поухаживать за женщинами. Вот, пожалуй, весь список его «грехов».

А определяющим его качеством было то, что в своей личной жизни он строго следовал тем прекрасным принципам, которые исповедовал публично. Такие люди встречаются, возможно, чаще, чем это обычно полагают, но все же и не слишком часто и тем реже, чем крупнее сам человек.

Естественно, лучше всего проверяется человек в острой, опасной ситуации, особенно перед лицом смерти.

С 1948 года Эйнштейн знал, что в любой момент он может ждать смертельного приступа. Он не раз говорил до этого, что смерть не страшит его, что ожидание смерти ничего не изменило бы в его жизни, а теперь доказал это.

Он действительно ничего не изменил. Разве что соблюдал диету. И точно так же, как тридцать лет назад, спокойно иронизировал по поводу своего возможного перехода в лучший из миров. А когда в апреле 1955 года пришло его время, он остался таким же, как был всегда. Умирал он тяжело, его почти не оставляли мучительные боли. И он знал, что должен умереть. Но как только ему становилось легче, он возвращался к своей излюбленной иронии и стойко, без какой-либо тени позерства ждал развития событий.

Умер он во сне.

Вероятно, он был одним из самых привлекательных людей в истории человечества.

## ОГЛАВЛЕНИЕ