

В.П. Дьяконов



СОВРЕМЕННЫЕ ЗАРУБЕЖНЫЕ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ



В. П. Дьяконов

**СОВРЕМЕННЫЕ
ЗАРУБЕЖНЫЕ
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ**

**Москва
СОЛОН-Р
2009**

Дьяконов В. П.

Современные зарубежные микрокалькуляторы / В. П. Дьяконов — М.: СОЛОН-Р, 2009. — 400 с.

ISBN 5-93455-148-5

Впервые в нашей литературе детально описано состояние разработок современных зарубежных микрокалькуляторов — от простых бухгалтерских до элитных графических калькуляторов с трехмерной и анимационной графикой и символьной (аналитической) математикой. Приведены данные о серийных калькуляторах ведущих фирм CITIZEN, Casio, Hewlett Packard и Texas Instrument. Для ряда наиболее типовых моделей дано их полное описание. Рассмотрены эксплуатация и ремонт калькуляторов, основы их программирования и техника проведения вычислений. Для всех пользователей этих массовых изделий, включая школьников, студентов, аспирантов, преподавателей вузов и университетов и научных работников.

*О книге в поговорках:
От простого к сложному.
Пуля дура, штык — молодец!
Лучшее — враг хорошего!
Тише едешь, дальше будешь!
Новое — давно забытое старое!
Чем дальше в лес, тем больше дров.
Компьютеры делают умных умнее,
а глупых — глупее.*

Вместо введения

Он умеет суммировать, вычитать, умножать и делить числа, вычислять проценты и, возможно, квадратные корни. И при этом помещается в кармане. Он, почти как пальцы человека, может постоянно находиться при себе. Что это такое? Конечно же это электронный микрокалькулятор или просто микрокалькулятор, скажете вы и будете абсолютно правы! Эти незамысловатые машинки сейчас можно встретить повсюду — в магазинах у продавцов и покупателей, в бухгалтериях предприятий и организаций, на полках и витринах чуть ли не в любой лавочке и магазинчике. Они повсеместно (а у нас почти повсеместно) вытеснили счеты, арифмометры и даже электромеханические счетные машины.

Забавно, что даже такими калькуляторами многие их пользователи, pardon, даже уважаемые, не умеют пользоваться без подсказки. Недавно автор этой книги, еще в 80-х годах ушедшего века написавший изданный тремя изданиями с тиражом в миллион экземпляров «Справочник по расчетам на микрокалькуляторах» [1], споткнулся на вычислении самых тривиальных процентов с помощью простейшего, но вполне современного бухгалтерского калькулятора фирмы CITIZEN. Два сидящих рядом доцента, один из которых прекрасный математик и заведующий кафедрой алгебры и геометрии педагогического университета, попробовали помочь — но, увы, тоже безуспешно.

Нет, конечно, без специальной клавиши [%] все мы прекрасно справились с этой задачей, помножив исходную цифирь на нужное число процентов, а затем поделив результат на 100. Но зачем нужна клавиша [%] в этом эксперементе, так и осталось загадкой. Равно как и клавиши с совсем «заумным» названием [Mark Up]. До тех пор, пока мы не заглянули в инструкцию и не убедились в том, что «все гениальное просто», что, увы, в жизни справедливо далеко не всегда.

Верно говорят физики: если прибор в третий или четвертый раз не включается и упорно не работает, значит, пора почитать его инструкцию или описание. Если, конечно, оно есть под рукой. А вот многие ли владельцы калькулятора имеют к нему описание? Чаще всего оно теряется в первые пару недель после покупки. Нередко калькулятор приобретается вообще без такового.

Иногда, правда, коротенькое описание приводится даже на задней крышке калькулятора — наподобие таблицы умножения в школьной тетрадке. Но, боже, что это за описание? Чаще всего в нем есть лишь маленькая доля ответов на вопросы о том, как и что можно считать на этом калькуляторе.

Бывает все и «с точностью наоборот» — описания некоторых современных научных калькуляторов — это фолианты объемом от 500 до более чем 1000 страниц, нашпигованные массой диаграмм, рисунков и пояснений, увы, лишь на английском или реже на немецком языке. Такие описания, как у нас говорят, «без поллитра не разберешь», а с ним и подавно! Отсюда первая задача этой книги — научить читателя правилам эксплуатации микрокалькуляторов и основам вычислений на калькуляторах различного типа. Но не на любых, а только на вполне современных и самых разных — от простых бухгалтерских до самых сложных научных и графических.

Если судить по нашей литературе, то начиная с 90-х годов микрокалькуляторы в странах бывшего СССР исчезли «как класс». Может, и впрямь эти маленькие машинки, достигнув определенного уровня развития, описанного в книгах давно прошедших лет [1—3], перестали развиваться и превратились во вполне рутинные изделия, которые повсеместно вытесняются появившимися персональными компьютерами и о которых уже и нечего писать, благо все уже написано и тысячу раз перечитано?

Но тогда попробуйте ответить на следующий каверзный вопрос. Оно (он, она) управляется с помощью оконных и выпадающих меню, вычисляет все мыслимые математические элементарные и специальные функции, решает чуть ли не все задачи линейной алгебры, задает матрицы и векторы в виде электронных таблиц, работает со списками различных по типу данных, вычисляет решения алгебраических, нелинейных и даже дифференциальных уравнений и систем с ними, работает с неравенствами и системами неравенств, вычислет производные, интегралы и ряды, позволяет задавать функции пользователя, выполняет заумные статистические расчеты (например, статистические тесты и кучу видов регрессии), может программироваться на языке, имеющем многие сотни инструкций.

Добавьте к этому, что очень многие вычисления оно (он, она) может выполнять как в численном, так и в аналитическом (формульном виде). К тому же оно (он, она) может строить массу графиков разного вида, например функций в декартовых и полярных системах координат, графики поверхностей, графики с разной окраской разных областей и даже анимационные («живые») графики, причем позволяет манипулировать ими с помощью удобного графического манипулятора. Множество решаемых задач это нечто хранит в памяти, к тому же сменной, на которую можно записывать и сотни своих задач. Его описание составляет более пятисот (а то и тысячу) страниц, плотно заполненных математическими формулами и рисунками. Оно подключается к компьютеру и может обновлять свои «потроха» (пардон, hardware) через Интернет.

Так что же это такое? Искушенный в компьютерных делах пользователь, скорее всего, ответит, что это его персональный компьютер на процессоре Pentium III или Pentium 4 с установленной на нем системой компьютерной математики, относящейся к новейшим системам компьютерной алгебры. Например, к таким, как Derive, Mathcad, Maple или Mathematica, под операционную систему Windows 95/98. Ибо все эти системы и впрямь умеют делать ЭТО. Неискушенный пользователь скажет, что написанное выше вообще бред и фантастика и что такие вычисления под силу только опытному математи-



Рис. В1. Корпорация Wolfram Research Inc. (США, г. Шампейн)

ку-аналитику, коих при отношении наших властей к науке уже и «днем с огнем» не отыщешь. Разве что в США, Германии или Израиле, куда сотни тысяч наших умов утекли в поисках своего достойного применения.

Но все эти ответы неверны, ибо речь идет всего лишь о новейших микрокалькуляторах знаменитой американской фирмы Texas Instruments типа TI-89, TI-92 и TI-92 Plus. Узнав о возможностях таких машинок, автор этой книги — большой любитель всего считающего — не мог отказать себе в удовольствии купить их, будучи на стажировке в США по приглашению крупного мирового центра компьютерной математики — корпорации Wolfram Research Inc. Эта корпорация расположена в городе Шампейн (рис. В1) недалеко от огромного Иллинойского университета. Она уже многие годы выпускает одну из самых мощных систем компьютерной математики — Mathematica 4/4.1. Программу, заслужившую репутацию лидера среди программ компьютерной алгебры и обладающую поистине неисчерпаемыми возможностями в решении математических задач.

Но купить такие калькуляторы оказалось совсем не просто, спрос на эти уникальные машинки оказался настолько велик, что TI-89 удалось приобрести только с третьего захода, узнав у продавца, когда же они будут в ближайшее время. А за TI-92 Plus пришлось охотиться больше месяца, подключив к поиску даже Интернет и новых американских коллег автора (рис. В2). Этому, как и сбору материалов для данной книги, помогла работа в корпорации Wolfram Research Inc., за что автор выражает глубокую признательность ее главе Стефану Вольфраму (S. Wolfram) и одному из ведущих специалистов корпорации, бывшему нашему соотечественнику Олегу Маричеву, опекавшему автора во время стажировки в этой корпорации.

В конце концов машинка, по виду и размерам напоминающая популярные в 80-х годах домашние компьютеры ZX-Spectrum, совершенно случайно обнаружилась в небольшом магазинчике для студентов Иллинойского университета (рис. В3). Как его найти, подсказал американский профессор, у которого автор приметил такой калькулятор. Позже выяснилось, что подобные



Рис. В2. Автор (в центре) с группой своих американских коллег в офисе корпорации Wolfram Research Inc.

калькуляторы — любимое хобби многих преподавателей университетов США. В обычных школах они даже запрещены, поскольку американские учителя (кстати, как и многие наши) опасаются, что эти машинки отучат учеников выполнять в уме многие вычисления. Зато для школ и классов и тем более университетов с математическим уклоном эти калькуляторы — желанное приобретение.

Современные микрокалькуляторы, как простейшие, так и научные и графические, — это прибыльная и массовая область производства за рубежом.



Рис. В3. Автор данной книги у памятника альма-матер Иллинойского университета

Только одна Texas Instruments еще к 2000 году выбросила на рынок более 20 миллионов (!) графических калькуляторов. Более простые из них используются во всех школах США, а более сложные (например, упомянутые выше) в школах с расширенной математической подготовкой и в вузах и университетах. И число таких школ и вузов исчисляется многими десятками, если не сотнями тысяч.

Итак, вторая важная задача этой книги чисто просветительская — познакомить читателя с самыми современными моделями зарубежных калькуляторов, в соответствии с принципами «от простого к сложному» или «чем дальше в лес, тем больше дров», положенными в основу данной книги. Начав с самых простых бухгалтерских калькуляторов, вы закончите чтение книги серьезным знакомством с самыми «крутыми», престижными и даже элитными моделями новейших научных графических калькуляторов, которые в нашей литературе пока вообще не описывались.

Начало 90-х годов в России сыграло роковую роль в развитии отечественной промышленности микрокалькуляторов. В былые советские времена они оказались в числе изделий ширпотреба — тех, разработка которых поощрялась в постановлениях компартии и правительства, но никак не на деле. Переход России к непривычной для нас рыночной экономике нанес сокрушительный удар по отечественной науке и технике. Хорошо обеспеченные профессора, доктора наук и даже академики вмиг превратились в объекты издевательской поговорки: «если вы такие умные, то почему вы такие бедные?».

И без того отставшая от Запада и привыкшая копировать чужие интегральные микросхемы, наша микроэлектронная промышленность практически рухнула. Разработчикам и производителям микроэлектронных изделий стало не до такой «мелочи», как калькуляторы. Да и не до своих ПК, неказистые модели которых, похоже, остались лишь в музеях и в наших запущенных сельских школах.

Однако это вовсе не повод откидывать калькуляторы как удобнее и современное средство индивидуальных вычислений, по своей эффективности (стоимости машинного времени и удобству работы) намного превосходящие даже ПК. Делать это явно рановато в наше время. Да и не собираются калькуляторы помирать и в будущем. Воспользовавшись нашими трудностями в перестройке экономики на рыночные рельсы, американские и японские микроэлектронные корпорации тут же забросали наш рынок несметным числом микрокалькуляторов, как правило, более привлекательных внешне, более надежных и более мощных и многофункциональных, чем последние модели отечественных изделий этого класса.

За рубежом эта техника продолжает интенсивно развиваться и все больше, сохраняя свои специфические достоинства, приближается к ПК по функциональным возможностям, нередко заметно обходя их по удобству эксплуатации и дешевизне. Это видно из анализа производства калькуляторов за рубежом и из издания там многих сотен книг по калькуляторам и технике и методике их применения. В этой связи кажется просто парадоксальным, что литература по калькуляторам у нас практически исчезла с полок книжных магазинов. Это явный просчет издателей нашей литературы по информаци-

онным технологиям и прикладной математике, похоже решивших, что с появлением ПК калькуляторы становятся ненужными.

К сожалению, автор признает в этом и свою долю вины. С начала 90-х годов автор этой книги подготовил и издал множество книг по информатике и, главным образом, по всем новейшим системам компьютерной математики, в том числе по Derive, Mathcad, Maple, Mathematica и MATLAB [4]. Это не в малой степени содействовало популярности этих и впрямь замечательных систем в России и странах СНГ.

Но всему свое место! И как говаривал великий полководец Суворов, «пуля дура, а штык — молодец». Вооруженный штыком-калькулятором вдумчивый пользователь, почитающий математику, способен сделать куда больше, чем незнайка, гордо водрузивший на свой ПК мощную систему компьютерной математики и не понимающий, что же с ней надо делать. Или еще того хуже — применяющий такую систему без долгих размышлений. С обычным калькулятором работать без размышлений просто невозможно — приходится контролировать, фиксировать на бумаге или в голове каждый шаг вычислений. Для обучения основам математики и особенно численным методам вычислений такой стиль работы наиболее благоприятен.

Многие читатели книг автора неоднократно обращались к нему с недоуменными вопросами: куда исчезли книги по калькуляторам, да и сами наши калькуляторы? С калькуляторами дело ясное — по-видимому, в ближайшее время нам придется считаться с тем фактом, что наших отечественных микрокалькуляторов в продаже уже не будет. Впрочем, как и «исконно русских» персональных компьютеров — на нашей элементной базе. Но зато нам стали вполне доступны чуть ли не любые зарубежные калькуляторы всех известных мировых корпораций, занятых их производством. Некоторых из них уже полным-полно в наших магазинах и лавках, другие еще стучатся в их двери, явно ожидая спроса со стороны пользователей, увы, даже не догадывающихся об их существовании и огромных возможностях и достоинствах. Отсюда третья сугубо прагматическая задача книги — ознакомить читателя с новейшими разработками микрокалькуляторов, особенно с инженерными, научными и графическими, и представить их описания в объеме, вполне достаточном для реального применения.

В общем, настало время и серьезно взяться за публикацию книг по современным зарубежным микрокалькуляторам и их применению. Вряд ли нормально, что за рубежом таких книг сотни, а на прилавках наших книжных магазинов хоть шаром покати. Отсюда и последняя, пожалуй, самая главная задача этой книги — вернуть интерес наших читателей к микрокалькуляторам как к самым массовым, удобным и дешевым вычислительным устройствам нашего времени.

Вот таковы соображения, которые были положены в основу подготовки этой книги. Когда-то нам верно говорили, что события в истории развиваются по спирали. И о том, что «новое, — это давно забытое старое». Данная книга подтверждает эти истины. Ее задача — познакомить наших читателей, как уже имеющих калькуляторы, так и собирающихся приобрести их новые, более современные модели, с нынешним состоянием разработок и применений микрокалькуляторов. Увы, только зарубежных. Возможно, со временем

это побудит нашу промышленность все же освоить производство этих полезных и массовых изделий. А нашим коммерсантам и деловым людям поможет в выборе типов микрокалькуляторов, которые нужно ввозить в нашу страну, пропагандировать и рекламировать.

Книга может служить пособием по эксплуатации ряда наиболее популярных моделей зарубежных калькуляторов. Но она не подменяет их инструкции по эксплуатации. Как уже отмечалось, по некоторым научным и графическим калькуляторам эти инструкции представляют собой фолианты объемом до 500—1000 страниц, так что повторить их материал буквально в данной книге было просто невозможно, да и не нужно ввиду иной методики преподнесения материала в этой книге.

Методически книга построена так, что приводимые в ней примеры можно использовать на многих калькуляторах того или иного типа. При этом неоднократно критикуемая методика использования калькуляторов, основанная на представлении вычислений указанием всех нажимаемых клавиш калькулятора, в данной книге использована только при описании расчетов на простейших калькуляторах. В дальнейшем (при описании инженерных, научных и графических калькуляторов) от нее удалось отойти, поскольку правила ввода чисел и выражений в таких калькуляторах и их редактирования почти ничем не отличаются от возможностей, реализованных в современных системах компьютерной математики и основанных на интуитивном и визуально прозрачном стиле работы с применением вполне современных меню и средств ввода и редактирования вычисляемых выражений.

Материал этой книги можно читать по-разному. Для получения достаточно полного знакомства с калькуляторами как с новым видом товаров и устройств желательно прочесть (или по крайней мере внимательно просмотреть) книгу от начала до конца. Она составлена так, что материалы более ранних глав содержат множество определений и даже примеров, которые полезны для чтения последующих глав и, как правило, в них не повторяются. Именно это позволило втиснуть в небольшую книгу описание целого ряда моделей калькуляторов — от самых простых и дешевых до самых сложных, дорогих, элитных и даже «экзотических». В то же время читатель, имеющий хотя бы некоторое знакомство с техникой вычислений на калькуляторах, может читать книгу с любого места, выбирая интересующие его материалы.

Учитывая массовое распространение у нас зарубежных моделей калькуляторов, автор надеется, что эта книга будет полезна всем пользователям этих замечательных машинок, разгружающих наши головы от примитивных, а порой и достаточно сложных, но тем не менее рутинных и повседневных расчетов. Однако помните, что для калькуляторов, как и для компьютеров, вполне справедливо высказывание о том, что они делают умных людей умнее, а глупых — глупее. Так что, господа «чайники», «носороги» и уже тем более «компьютерные идиоты», эта книга явно не для вас!

Часть 1. Простые калькуляторы

Глава 1. Основные типы современных микрокалькуляторов

История появления и развития

Считается, что первым естественным калькулятором у человека стали десять пальцев его рук. А потому он облюбывал именно десятичную систему исчисления как основную и получившую затем преимущественное развитие. Потом появился абак — первая механическая счетная машина, в которой для подсчета чисел использовались те или иные предметы, например камешки из известняка — *calx*. Отсюда пошло название калькулятор, т. е. вычислитель. Дожившие до наших дней счеты тоже разновидность абakov.

Тут уместно вспомнить курьезный случай из жизни автора этой книги. Однажды один коллега автора, профессор из Германии (дело было лет десять назад), приехал в институт, где работал автор этой книги. Профессора пришлось по делам пригласить к главбуху института. Войдя в ее кабинет, профессор-немец просто ошеломился, увидев на ее столе старенькие счеты, с которыми женщина (кстати, опытный бухгалтер) работала со скоростью пулемета. Будучи деловым человеком, профессор тут же выложил на стол бухгалтера новейший бухгалтерский калькулятор фирмы CITIZEN и предложил обменять его на этот реликт, что, после долгих уговоров, с привлечением даже начальства института, и состоялось. Позже дама все же раздобыла такие же счеты и работала с ними, параллельно осваивая премудрости калькулятора. И лишь через несколько лет окончательно перешла к работе только с ним.

В первой четверти XVII века появились логарифмические линейки, логарифмические таблицы и В. Шиккардом (другом Кеплера) была создана первая вычислительная машина, выполняющая четыре основных действия арифметики — сложение, вычитание, умножение и деление. Венцом механических калькуляторов стали арифмометры, созданные в 1879 году петербургским инженером В. Т. Ордером, известные у нас под гордым именем «железного Феликса». А уже в 1941 году немцем К. Цузе была построена первая электромеханическая релейная счетная машина.

После Второй мировой войны настал век электронных вычислительных машин. У нас под руководством советского академика С. А. Лебедева были созданы первые отечественные электронные вычислительные машины МЭСМ (1948—1951) и БЭСМ (1953). Вначале это были ламповые машины, но вскоре появились миниатюрные усилительные приборы — транзисторы и ламповые ЭВМ уступили место транзисторным ЭВМ. Некоторые из них имели уже настоящие габариты и назывались клавишными ЭВМ — ЭКВМ. Одна из первых таких 10-клавишных машин ЭДВМ-11 могла автоматически вычислять даже тригонометрические функции.

Однако подлинный расцвет в разработке ЭКВМ наступил после развития микроэлектронной промышленности в конце 50-х годов теперь уже прошлого столетия. Вначале интегральные, а позже большие интегральные схемы (БИС) и даже сверхбольшие (СБИС) позволили в сотни раз уменьшить габариты вычислительных машин и в миллионы раз снизить их энергопотребление. Появились настольные мини, а затем даже микро-ЭВМ и первые электронные микрокалькуляторы на интегральных микросхемах.

С середины 70-х и в начале 80-х годов разработка и производство электронных микрокалькуляторов развивались невиданными темпами. Если в 1970 году объем выпуска ЭКВМ составил чуть выше 1 млн экз., то уже в 1976 году он достиг 100 млн. Ассортимент резко расширился — появились калькуляторы для инженерных и научных расчетов и даже программируемые микрокалькуляторы. Они открыли тайны программирования многим миллионам людей. В СССР киевским НПО «Кристалл» была выпущена обширная серия программируемых микрокалькуляторов «Электроника» БЗ-21, БЗ-34, МК-61, МК-64, МК-52 и др. А центр нашей микроэлектроники (г. Зеленоград) освоил даже программируемые на языке Бейсик («Электроника» МК-85). Их характеристики соответствовали среднему уровню развития зарубежных калькуляторов того времени.

В 1982 году могучая корпорация IBM выпустила на рынок новое массовое изделие — первые персональные компьютеры IBM PC XT. Они мгновенно потеснили имеющиеся на рынке «домашние» компьютеры, в том числе лидирующей в этом секторе машин компании Apple. Впервые в руках индивидуума появилось такое мощное и многофункциональное устройство, как компьютер, по существу новейшая ЭВМ на СБИС. Предпосылкой к ее созданию стала разработка нового вида микроэлектронного изделия — микропроцессора, который мог заменить серию микросхем для калькуляторов. Прорыв в этой области осуществила молодая компания Intel, ныне ставшая лидером мировой микроэлектронной промышленности.

Однако персональные компьютеры (ПК) были дороги и велики по массе и размерам. Поэтому потребность в калькуляторах с появлением ПК во всем мире вовсе не уменьшилась и они продолжали развиваться бурными темпами. Свой вклад в разработку новых моделей внесли такие гиганты американской и японской электронной и компьютерной промышленности, как Hewlett Packard, Texas Instruments, Casio, Sharp, CITIZEN и многие другие. Надо полагать, что они лучше наших плановых служб знали пользу от выпуска этих массовых товаров.

В 80-е годы XX века, почти одновременно с созданием ПК, были созданы подлинные шедевры калькуляторной техники. К ним можно отнести карманный научный калькулятор корпорации Hewlett Packard HP-15C и калькулятор HP-41. Первый мог помещаться в карман рубашки, был способен выполнять все операции с комплексными числами, мог работать с матрицами размера до 8×8 (или комплексными 4×4), решать системы линейных уравнений, вычислять корни нелинейных уравнений, производные и интегралы. К тому же это был программируемый калькулятор, у которого число шагов программы чуть не дотягивало до 500. И еще одно уникальное свойство — калькулятор сохранял свое текущее состояние, все данные и програм-

мы при выключении и мог работать без смены батарей многие годы. А супер-калькулятор HP-41 по своим характеристикам вполне соперничал с серьезными микроЭВМ тех лет.

С этих микрокалькуляторов началась новейшая история калькуляторов, во времена которой они были вынуждены существовать и успешно развиваться наряду с персональными компьютерами. При этом каждый вид персональной вычислительной техники нашел свою нишу у производителей персональной вычислительной техники и в душах многих десятков, а то и сотен миллионов пользователей. Нередко один и тот же пользователь с успехом использовал ПК и калькулятор в зависимости от обстоятельств работы и сложности выполняемых расчетов.

Следом за инженерными и научными калькуляторами с расширенными возможностями появились первые образцы графических калькуляторов, еще больше стирающих границы между ними и ПК в части функциональных возможностей. В 90-х годах ушедшего XX века графические калькуляторы окончательно сформировались как новый класс мощных современных калькуляторов. Наибольших успехов в их разработке достигли крупнейшие электронные фирмы — Hewlett Packard (модели HP-38, 39, 48, 49), Casio (FX-6300 GH, FX-7400G, FX-7450G, FX-7700G и др.) и Texas Instruments (TI-73/80/82/83/83 Plus/85/86). Фирма Casio умудрилась создать даже графические калькуляторы с трехцветным дисплеем (CFX-9850/9950 GB PLUS).

Венцом развития калькуляторов стало появление в них возможностей трехмерной (в том числе анимационной) графики и элементов символьной математики (компьютерной алгебры), которая позволяет выполнять вычисления не только с числами, но и с аналитическими выражениями. К таким калькуляторам относятся последние модели ALGEBRA FX-2 корпорации Casio, HP-49 — Hewlett Packard и, наконец, самые мощные в этом классе модели графических калькуляторов корпорации Texas Instruments TI-89, TI-92 и TI-92 Plus с встроенной в них несколько упрощенной системой компьютерной математики Derive.

Различия между калькуляторами и ПК все чаще стали проявляться вовсе не в возможностях вычислений, а совсем в ином — калькуляторы были намного дешевле ПК, меньше по габаритам и удобнее в эксплуатации в условиях, когда пользователь не имеет доступа к силовой сети и нуждается в длительной работе от автономных источников электропитания. А это случается часто — во время уроков в школе или университете, на даче или на пляже, когда можно сочетать полезное с приятным (вычисления с отдыхом), в длительной поездке и т. д.

К сожалению, у нас, как всегда, все происходило совсем не так, как у всех. Конец существования могучего Советского Союза был отмечен всплеском разработок и производства современных по тем временам микрокалькуляторов и даже попытками создания своих (увы, уж больно некачественных, некачественных и ужасно дорогих) персональных ЭВМ, гордо именуемых «профессиональными ЭВМ». С развалом СССР изрядно отставшая от Запада наша микроэлектронная промышленность оказалась просто неспособной производить не только свои микропроцессоры, но и микросхемы для современных микрокалькуляторов. Кстати, лишь чуть-чуть более простые, чем микросхе-

мы микропроцессоров. Наше головное предприятие в этой отрасли — разработчик многих отечественных микрокалькуляторов ПО «Кристалл» осталось на Украине, и выпуск, по существу, полностью прекратился. Они исчезли с прилавков магазинов.

Российская научно-педагогическая общественность, увы, отреагировала на это в духе недавнего социалистического прошлого, как в песенке-шлягере: «отряд не заметил потери бойца». Почему так? Отчасти потому, что в магазинах появилась масса микрокалькуляторов зарубежных фирм, таких, как CITIZEN, Casio, Hewlett Packard, Sharp, Texas Instruments и других, причем более привлекательных по внешнему виду и более мощных в вычислениях.

Созданные в наших вузах учебные классы на базе наших калькуляторов быстро списали (благо эти калькуляторы вполне подходили к статье «малоценка»), и все поголовно принялись (по командам свыше о всеобщей компьютеризации нашей страны и образования) бахать «из пушек по воробьям», то бишь вычислять $2 + 2$ и все в этом роде только на персональных компьютерах. Так и бабахаем до сих пор, хотя далеко не каждый вуз России может похвастать современными компьютерными классами, а в большей части наших провинциальных и сельских школ персоналки видели только в кино или на экскурсиях в более преуспевающие столичные вузы и показательные школы. Увы, но даже позитивные сдвиги последнего времени (например, направление в школы 50 000 современных ПК) не решают эту проблему.

Но даже если откинуть эту явно ненормальную и просто трагикомическую ситуацию, то мы вынуждены будем признать, что далеко не всегда для вычислений, как простых, так и умеренно сложных, нужно применять персональные компьютеры. Вы ведь не возьмете свой настольный громоздкий и тяжелый ПК в командировку, в учебный класс школы или университета, на дачу или даже на пляж, где нет электросети, или даже в магазин. Во всех этих случаях миниатюрный калькулятор имеет массу преимуществ перед компьютером — длительное время работы от батарей, карманные размеры, отсутствие излучения дисплея, полная бесшумность в работе и т. д.

Как видно из сказанного выше, по функциональным возможностям самые мощные из калькуляторов сравнивались с ПК и даже с установленными на них мощными системами компьютерной математики. А что касается малогабаритных компьютеров — ноутбуков, то не стоит забывать, что их стоимость в десятки раз превышает стоимость самых дорогих калькуляторов. К тому же от аккумуляторов они могут работать лишь пару-другую часов. Впрочем, стоимость современных графических научных калькуляторов не так уж и мала — она доходит до 100—200 долларов США. Оно и понятно — за малые габариты и удобства в работе надо платить!

Классификация микрокалькуляторов

Итак, микрокалькулятор — миниатюрная клавишная электронная вычислительная машина (ЭКВМ), предназначенная, как правило, для индивидуального пользования. От современных персональных компьютеров (ПК) микрокалькуляторы отличаются меньшими габаритами и массой, меньшей стоимо-

стью и большими удобствами в работе. Большинство калькуляторов питаются от батарей, нередко от солнечных, потребляемая от них мощность ничтожна и обеспечивает нередко работу калькулятора без смены батарей в течение многих лет.

Микрокалькуляторы, даже самые сложные, менее универсальны, чем ПК. Однако разрыв между их функциональными возможностями и возможностями ПК непрерывно сокращается, причем по мере совершенствования калькуляторов. Похоже, что наиболее сложные калькуляторы превращаются в специализированные на вычисления миниатюрные компьютеры.

Понятие «современный микрокалькулятор» вовсе не относится только к сложным моделям таких устройств. Это понятие просто означает, что рассматриваемые в книге калькуляторы выпускаются в наши дни. Число калькуляторов во всем мире сейчас трудно подсчитать. Вероятно, их уже куда больше, чем людей на Земле. Ведь многие из нас имеют в своем распоряжении уже несколько микрокалькуляторов, например в электронных часах и будильниках, в письменных приборах, в радиоприемниках, на работе, в офисе и дома и т. д. и т. п. Одно время популярны были даже визитки в виде работающих сверхтонких микрокалькуляторов, на обороте которых можно было написать данные об их владельце.

Калькуляторы можно классифицировать по видам их применения:

- простые и бухгалтерские калькуляторы;
- инженерные и научные непрограммируемые микрокалькуляторы;
- инженерные и научные программируемые микрокалькуляторы;
- графические калькуляторы общего назначения;
- графические инженерные и научные калькуляторы;
- калькуляторы с расширенными математическими возможностями, включающими символьные (аналитические) вычисления;
- калькуляторы специального назначения (например, для подсчета калорий пищи, астрологического прогноза, астрономических вычислений и т. д. и т. п.).

Можно классифицировать калькуляторы и по их конструкции:

- настольные калькуляторы с увеличенными размерами дисплея (нередко многострочного);
- малогабаритные карманные калькуляторы;
- калькуляторы, встроенные в различные изделия (часы, авторучки, письменные приборы, будильники и др.);
- специальные калькуляторы с графическими манипуляторами, дисплеем для представления графики и математических формул и т. д.

Калькуляторы и стиль работы с ними так полюбились всем, что даже для пользователей могучих ПК были созданы программы-имитаторы калькуляторов. Нередко это виртуальные аналоги наиболее популярных серийных калькуляторов. Подобные программы есть даже в составе операционных систем для ПК, например, Windows 95/98. Зачастую в простых вычислениях их применять куда удобнее и проще, чем серьезные системы компьютерной математики, требующие много времени для знакомства с ними и стоящие (при легальном приобретении) сотни и тысячи долларов.

Простые (бухгалтерские) микрокалькуляторы

Простые микрокалькуляторы могут выполнять только 4 основных арифметических действия: сложение, вычитание, умножение и деление. Иногда к ним добавляется несколько простых функций, например вычисления квадрата числа, квадратного корня и обратной величины числа. Зато по разнообразию конструктивного оформления (и даже по его нерациональности) эти калькуляторы не имеют себе равных. Вы можете встретить часы с калькуляторами, кнопки которых невозможно (из-за их малости) нажимать пальцами, и для этого приходится использовать заостренные палочки или спички. Есть калькуляторы, встроенные в авторучки, писать которыми, естественно, при счете невозможно. Но большинство калькуляторов этого типа имеют стандартное оформление, настолько всем привычное, что едва ли стоит подробно его описывать.

На нашем рынке простых калькуляторов бесспорно лидирует корпорация CITIZEN. Эта корпорация имеет в российском Интернете свой русскоязычный сайт, страница которого, посвященная бухгалтерским микрокалькуляторами, показана на рис. 1.1.

На рис. 1.1 представлено лишь начало списка подобных калькуляторов, производимых корпорацией CITIZEN. Вторая часть этого списка представлена на рис. 1.2. Из приведенных данных можно составить представление как о богатстве ассортимента выпускаемых микрокалькуляторов, так и о их внешнем виде.



Рис. 1.1. Страница Интернет-сайта корпорации CITIZEN, посвященная бухгалтерским калькуляторам

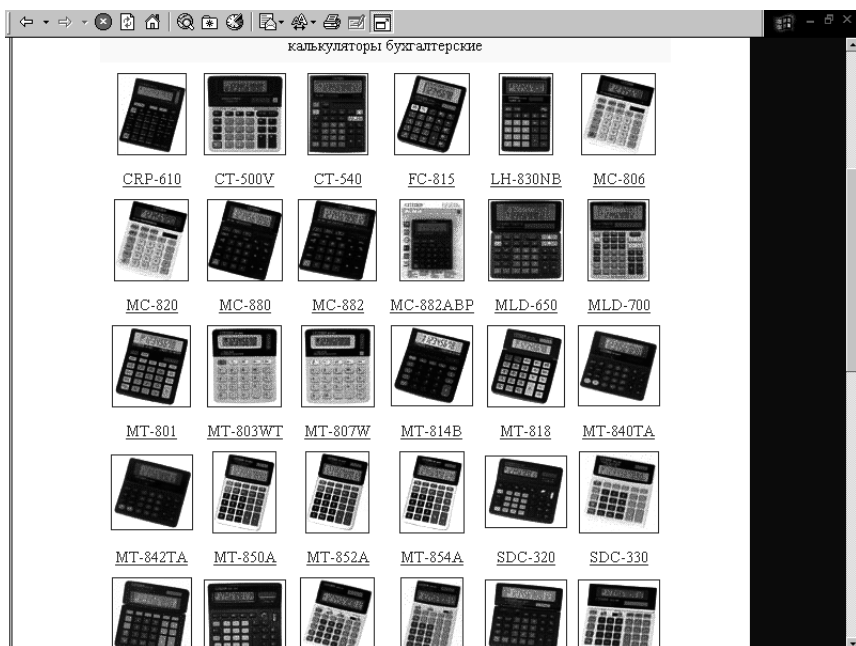


Рис. 1.2. Продолжение страницы со списком бухгалтерских калькуляторов, выпускаемых корпорацией CITIZEN



Рис. 1.3. Интернет-страница корпорации Casio, посвященная микрокалькуляторам

Из калькуляторов фирмы CITIZEN, пожалуй, больше всего известны большие настольные. Они имеют крупные клавиши, в которые можно тыкать пальцем почти не глядя на клавиатуру. А большой экран дисплея позволяет видеть вычисляемые числа без очков и издалека. Как правило, это довольно примитивные машинки, полюбившиеся работникам бухгалтерий, экономических отделов и офисов, — словом, всех тех, кого премудрости математики интересуют в пределах арифметических расчетов и вычисления процентов. Есть, впрочем, и более сложные модели с типовыми функциями статистических расчетов. Возможности калькуляторов этой группы ясны с первого взгляда на их клавиатуру.

Другой популярный у нас и в мире производитель микрокалькуляторов — японская корпорация Casio. Начальная страница ее Интернет-сайта, посвященная калькуляторам и показанная на рис. 1.3, дает представление о классах калькуляторов, выпускаемых этой корпорацией. Эту страницу украшает новейшая модель ALGEBRA FX-2.

В отличие от CITIZEN, Casio выпускает небольшую номенклатуру бухгалтерских настольных калькуляторов. С их внешним видом и основными характеристиками можно ознакомиться с помощью Интернет-страницы, посвященной калькуляторам этого типа (рис. 1.4). Из шести моделей три имеют встроенное печатающее устройство. У нас такие калькуляторы не очень популярны из-за особого формата распечаток. Индивидуальным пользователям эти распечатки обычно попросту не нужны, а при вычислениях в офисах учреждений и в магазинах для распечатки чеков используются чековые аппа-

The screenshot shows a web browser window titled "Tax & Currency Exchange - Microsoft Internet Explorer". The address bar shows "http://www.casio.com/calculators/section.cfm?section=141&market=0". The main content area displays a table of calculator models with the following data:

Product	Feature	Digit Display	Printing	Grand Total Function	Power
DM-1200TE	Square Root Key	12-digit		*	Solar Plus
JF-100TE	Quick Correction Key	10-digit		*	Solar Plus
FR-2650Plus	Mark up/down Key	12-digit	2 Colors	*	AC Adapter
DR-210HD	Independent Memory	12-digit	2 Colors	*	AC Adapter
DR-250HD	2 Color Display	12-digit	2 Colors	*	AC Adapter
DR-270HD	Professional Grade	12-digit	2 Colors	*	AC Adapter

On the left side of the page, there is a sidebar with the following text:

Need a Challenge?
Test your math skills. You could win Casio Educational Products.

PARTNERSHIPS

CASIO SUPPORT LINE
800-962-2746

ORDER BY PHONE
U.S. RESIDENTS
800-836-8580

CANADIAN RESIDENTS
800-370-9083 ext. 242

At the bottom of the page, there is a navigation bar with links: Help, Privacy, My Account, Corporate, Service & Support, Job Opportunities, Casio Links, Return Policy, Site Map. Below this, there is a secondary navigation bar with links: Calculators, Cameras, Cash Registers, Clocks, Music Instruments, Label Printers, Personal PCs, Printers, Portable TVs.

Рис. 1.4. Данные о характеристиках простых калькуляторов корпорации Casio

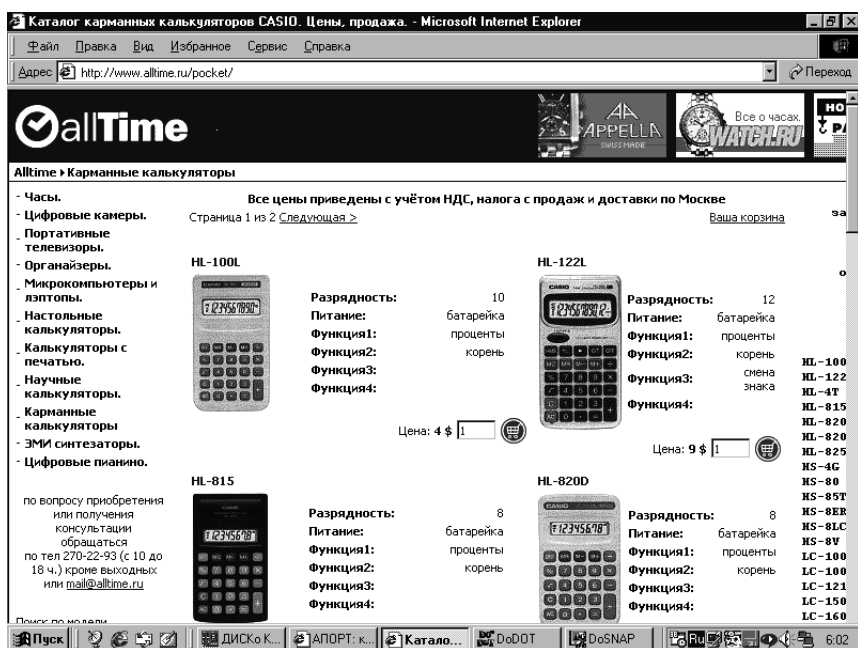


Рис. 1.5. Интернет-страница фирмы AllTime, посвященная карманным калькуляторам корпорации Casio

раты, приобретение которых у нас является обязательным и регламентированным законодательством. К тому же печатающие калькуляторы довольно дороги.

Обширная номенклатура калькуляторов Casio выставлена и на Интернет-сайте компании AllTime. Так, на рис. 1.5 показано начало страницы, посвященной карманным калькуляторам Casio. Нетрудно заметить, что стоимость простых карманных калькуляторов Casio составляет несколько долларов США, так что они общедоступны и пользуются большим спросом.

Сейчас в продаже можно встретить несметное число наименований простых калькуляторов малоизвестных фирм, в частности китайских. Нередко такие фирмы берут названия, явно напоминающее название какой-либо известной фирмы с одной-двумя измененными буквами. Конечно, такие калькуляторы менее надежны, чем ведущих в их производстве корпораций. Но они порой и намного дешевле. Их вполне можно покупать, в крайнем случае не жалко и выбросить, если подобная машинка забарахлит.

Инженерные и научные калькуляторы

Инженерные калькуляторы — еще один массовый тип. Они предназначены для выполнения несложных математических, статистических и научно-технических расчетов. Такие калькуляторы часто имеют вид простых каль-

куляторов, но содержат гораздо больше встроенных функций и клавиш для их использования. Нередко они имеют клавиши двойного и даже тройного действия, осуществляемого с помощью так называемых префиксных клавиш, как правило ярко выделенных цветом.

Инженерные калькуляторы едва ли нужны домохозяйке, работнику бухгалтерии или профессору-филологу. Нередко приобретая подобные калькуляторы, такие пользователи не пользуются подавляющим большинством их возможностей, ибо для их рода работы и деятельности инженерные и математические функции попросту ненужны. Их наличие лишь усложняет работу с такими калькуляторами. Однако студентам вузов, особенно технического профиля, большинству инженеров и многим научным работникам в сферах, не очень далеко вторгающихся в высшую математику, такие микрокалькуляторы крайне необходимы, ибо они автоматизируют выполнение массы рутинных повседневных расчетов и заменяют вечно теряющиеся таблицы логарифмов и значений математических функций. Эти калькуляторы обеспечивают быстрое вычисление элементарных математических функций, степенных, логарифмических, тригонометрических и обратных тригонометрических (а части и гиперболических) функций.

Для простых инженерных и научных калькуляторов трудно провести четкую границу между ними. Нередко научный калькулятор можно отличить от инженерного только по надписи Scientific Calculator на передней панели калькулятора, носящей скорее рекламный, чем функциональный характер. Небольшая часть таких калькуляторов выпускается с возможностями программирования. Иногда оно осуществляется просто путем кодировки последовательности нажатий клавиш, а иногда с помощью простого кодового языка программирования. В наиболее сложных и продвинутых моделях используется та или иная версия языка программирования BASIC.

Все корпорации — производители калькуляторов выпускают определенный ассортимент инженерных микрокалькуляторов. К примеру, несколько простых моделей таких калькуляторов выпускает уже упомянутая корпорация CITIZEN (рис. 1.6). Однако такие калькуляторы явно не главное «хобби» этой корпорации. А потому все они относятся к моделям без особых претензий. Это просто дешевые и добротные изделия. Модели калькуляторов SRP-145T, SRP-175 и SRP-45N программируемые (в кодах).

Большое число подобных изделий, также пользующихся обширным спросом (как во всем мире, так и у нас), выпускает и корпорация Casio (рис. 1.7). Обратите внимание на то, что на рис. 1.7 представлена таблица с основными параметрами таких калькуляторов. Все они имеют 10+2 — разрядный дисплей, что гарантирует достаточно высокую и приемлемую для большинства практических научно-технических расчетов погрешность вычислений.

Научные калькуляторы Casio отличаются в основном своими дополнительными возможностями: наличием функций для статистических расчетов (в том числе для регрессионного анализа), возможностями программирования, объемом памяти и др. Кроме приведенных в таблице на рис. 1.7, выпускается и ряд других подобных моделей. Так, можно отметить модели Casio fx-100 W и fx-570 W.

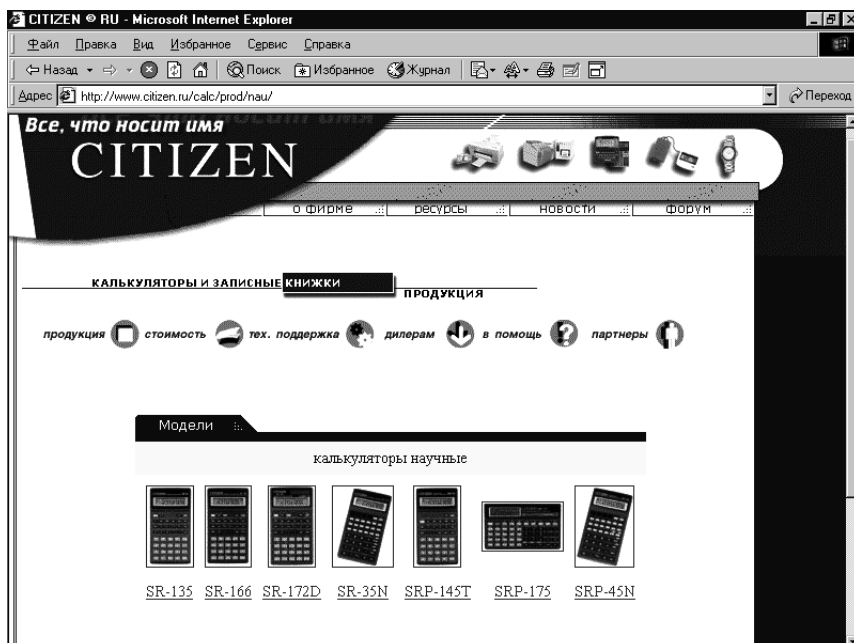


Рис. 1.6. Интернет-страница корпорации CITIZEN с данными об инженерных и научных калькуляторах

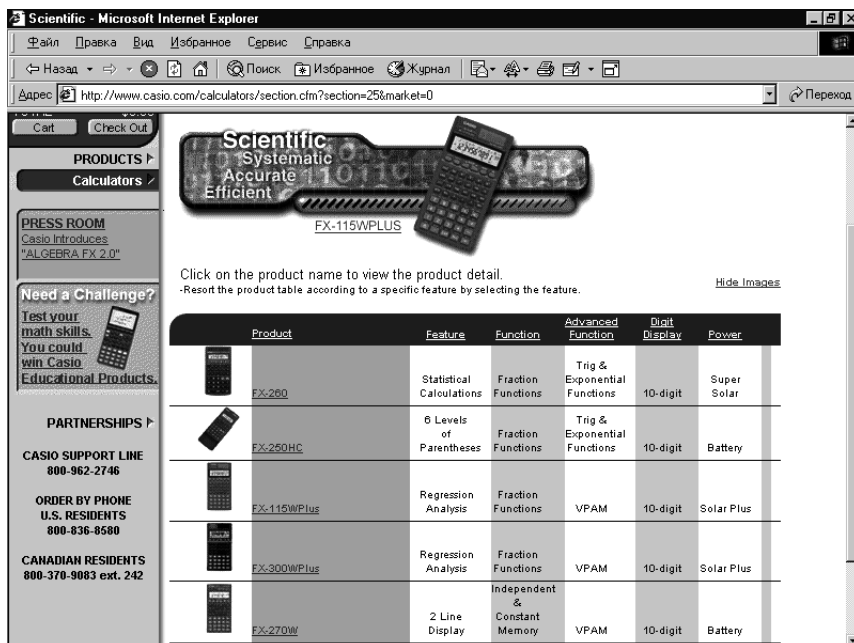


Рис. 1.7. Интернет-страница с данными о научных калькуляторах корпорации Casio

К среднему звену подобных изделий можно отнести модели, у которых число встроенных функций может достигать двух — пяти сотен и имеется ряд дополнительных возможностей, например, встроенные физические константы, формульное программирование с запоминанием формул и данных в памяти, система визуализации при алгебраической логике S-V.P.A.M и комбинированное питание. К таким моделям относится микрокалькулятор Casio fx-991W, имеющая двухстрочный дисплей с большими цифрами, 359 встроенных функций, системой S-V.P.A.M и питание от батарей и солнечных элементов. Это продлевает срок службы без смены батарей до трех лет и более. Потребляемая калькулятором мощность составляет 0,0001 Вт.

Инженерные и научные графические калькуляторы

Наиболее продвинутые научные калькуляторы имеют расширенный набор функций для научно-технических расчетов. Нередко их число доходит до многих сотен, а иногда достигает тысячи и более. Они способны выполнять не только простые вычисления, но и довольно сложные, в том числе статистические. Многие калькуляторы имеют функции, реализующие распространенные численные методы расчетов, например, решения нелинейных уравнений, численного дифференцирования и интегрирования, разложения функций в ряды Тейлора и т. д. Таким образом, имеет место сближение их возможностей с возможностями систем компьютерной математики, ориентированных на ПК.



Рис. 1.8. Интернет-страница корпорации Casio с данными о графических калькуляторах

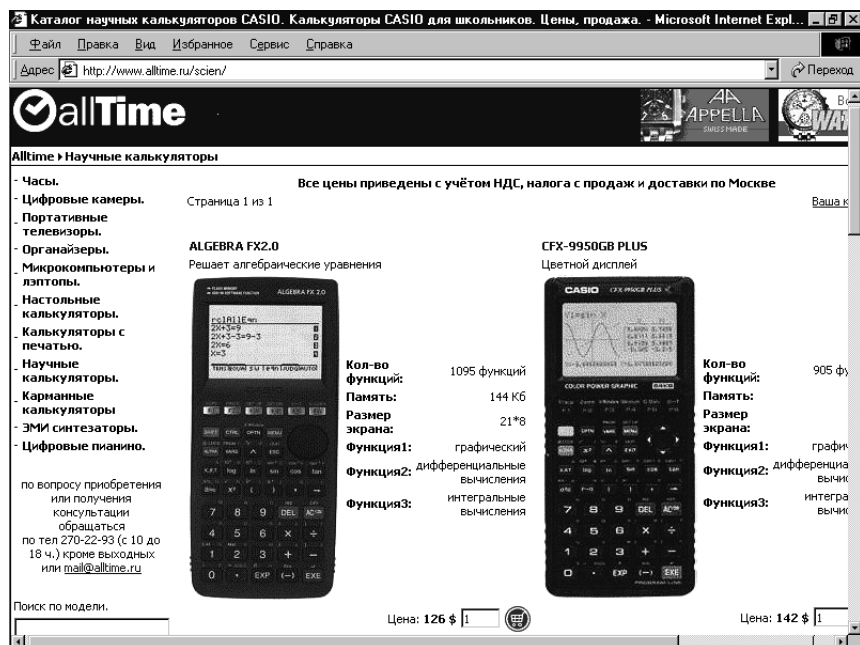


Рис. 1.9. Интернет-страница компании AllTime с данными о графических калькуляторах корпорации Casio

Принципиально новым видом микрокалькуляторов стали графические программируемые, практически стирающие разницу между ними и компьютерами в выполнении любых (в том числе достаточно сложных) вычислений. В мире выпущены многие десятки миллионов графических микрокалькуляторов, и они начинают проникать на рынок России. Среди таких моделей у нас наиболее известны калькуляторы корпорации Casio (рис. 1.8).

Подробные данные о графических микрокалькуляторах Casio можно найти на сайте компании AllTime. Так, на рис. 1.9 приведено начало страницы, посвященной таким калькуляторам. На ней даны данные о внешнем виде и характеристиках двух самых старших моделей графических программируемых калькуляторов ALGEBRA FX2.0 и CFX-9950GB PLUS. Обратите внимание на то, что стоимость у них довольно велика — 126 и 142 доллара США (на российском рынке).

Более подробно графические калькуляторы корпорации Casio рассматриваются в главе 6.

Графические калькуляторы с символьными вычислениями

В конце ушедшего XX века научная школа украинского академика Глушко создала одни из первых малых (настольных) инженерных ЭВМ «Мир», способных выполнять аналитические вычисления. То есть вычисления с результатами, имеющими вид не конкретных чисел, а аналитических зависи-

мостей или проще формул. Такие вычисления носят более глубокий и более общий характер, чем численные расчеты. Был создан и язык программирования для таких вычислений — АНАЛИТИК.

Но судьба этого нового и перспективного направления вычислительной техники у нас сложилась печально — оно было задавлено официально объявленным «главным направлением» развития вычислительной техники СССР — большими ЭВМ единой серии ЕС, по существу скопированными с американских ЭВМ серии IBM-360, уже к моменту копирования изрядно устаревших. Такой подход привел и к тому, что мы резко отстали в производстве появившегося нового класса ЭВМ — персональных компьютеров (ПК).

Отрицательную роль в развитии ЭВМ с символьными вычислениями сыграли и некоторые наши математики, пытающиеся и поныне доказать вредность автоматизации аналитических вычислений, как ранее доказывали вредность авторучек (портят почерк) и калькуляторов (не способствуют запоминанию таблицы умножения). В итоге направление, в котором мы одно время явно лидировали, замедлило темпы развития и резко отстало от западных работ, уверенно набиравших темпы и щедро финансируемых. В то время как там, «за бугром», создавались крупные научные школы и фирмы по разработке компьютерной математики (СКМ), у нас в России так и не было создано ни одной подобной системы, выпущенной на рынок. Некоторые наши математики перебрались в зарубежные страны и хоть таким образом участвовали в создании нового класса программ — СКМ.

Долгое время СКМ были сложнейшими программными системами, требующими для своей установки больших ЭВМ или ПК с большими аппаратными ресурсами. Широкое распространение получили такие СКМ, как Derive, Mathcad, Maple, Mathematica, MATLAB и др. Каждая из них имеет до миллиона и более только легальных пользователей, а сколько «нелегалов» применяют эти системы (в том числе в России), подсчитать невозможно. За рубежом по каждой СКМ выпущены сотни книг и многие тысячи статей. СКМ прорвались в науку и образование. В последние годы литература по СКМ стала популярна и у нас.

Популярность СКМ в наше время вполне понятна — эти системы давно вышли из «детских штанишек» и превратились в мощный математический инструмент для выполнения под контролем пользователя самых разнообразных расчетов — от самых простых до самых сложных. СКМ аккумулируют знания многих поколений математиков — как глубокой древности, так и современных математических школ, причем не только западных, но и наших советских и российских. СКМ предоставляют пользователю ресурсы и знания в области математики в самой современной электронной форме. Они позволяют готовить математические и научно-технические книги, статьи и отчеты на самом высоком полиграфическом уровне и незаменимы в учебном процессе университетов, вузов и школ.

Однако долгое время применение СКМ в миниатюрных калькуляторах казалось чистой фантастикой. Первые робкие попытки использовать символьные вычисления были реализованы в калькуляторах корпораций Hewlett Packard и Casio (см. выше). Но настоящий прорыв в этой области осуществила СКМ Derive, созданная небольшой американской фирмой Soft Warehouse

Inc. Она, благодаря реализации на изящном языке искусственного интеллекта LISP, всегда была одной из самых малых по размеру СКМ и в то же время достаточно мощной в решении аналитических задач математики. Первые версии Derive размещались на одном гибком диске с объемом памяти 360 Кбайт. Да и нынешняя Derive 5 одна из самых малых СКМ из известных программных продуктов такого рода. Маленькая — да удаленькая!

Благодаря этому ценному качеству СКМ Derive стала первой СКМ, элементы которой были реализованы в виде hardware (т. е. на аппаратном уровне в постоянном запоминающем устройстве — ПЗУ), в новейших микрокалькуляторах фирмы Texas Instruments типа TI-89 и TI-92/92 Plus [4]. Это случилось в результате перехода компании Soft Warehouse Inc. под крылышко промышленного гиганта — корпорации Texas Instruments, славящейся своим измерительным и электронным оборудованием, причем нередко уникальным. Кстати, Texas Instruments является одной из немногих компаний в мире, имеющей собственное производство микропроцессоров, как обычных для персональных компьютеров, так и специальных, таких, как цифровые звуковые процессоры. Эта компания — один из родоначальников индустрии калькуляторов мира.

Объективности ради надо отметить, что второй такой системой, причем более мощной, чем Derive, стала система Maple V канадской корпорации Waterloo Maple Inc. Она была аппаратно реализована в микроминиатюрных компьютерах Cassiopeia A22T фирмы Casio. Эти компьютеры, однако, стоят намного дороже микрокалькуляторов TI-89/92 (тоже, кстати, не слишком дешевых — их стоимость составляет 150—200 долларов). Но выпуск Cassiopeia с встроенной системой Maple пока довольно ограничен, и особой популярностью эти компьютеры не пользуются — в конце концов Maple можно установить на любой полноценный субноутбук.

TI-89 и TI-92/92 Plus — микрокалькуляторы нового поколения, рекомендуемые к применению в школах с расширенной математической подготовкой и в высших учебных заведениях. Обе модели имеют абсолютно идентичные возможности, и параметры отличаются только внешним оформлением и размерами экономичного жидкокристаллического экрана.

Калькулятор TI-89

Калькулятор TI-89 выполнен в стиле классического калькулятора (рис. 1.10). Экран его жидкокристаллического дисплея, с разрешением 160×100 точек (пикселей), расположен у верхней короткой стороны корпуса. Расположение клавиш характерно для микрокалькуляторов — оно удобно для ввода чисел и арифметических операторов, но неудобно для ввода текстов. В частности, клавиши с буквами расположены в алфавитном порядке.

Калькулятор TI-89 — основная модель в ряду новых микрокалькуляторов с встроенной системой компьютерной алгебры. Его удобно держать в ладони, и он размещается в кармане пиджака. Несмотря на свои фантастические возможности, TI-89 — типичный калькулятор как по виду, так и по правилам работы с ними.



Рис. 1.10. Внешний вид научного графического микрокалькулятора TI-89 с возможностью выполнения символьных операций

Калькуляторы TI-92/92 Plus

Калькулятор TI-92/92 Plus выполнен в стиле микрокомпьютера (рис. 1.11). У него QWERTY клавиатура, дисплей повышенного разрешения (240×128 пикселей) и размера и даже вполне современный встроенный графический манипулятор с 8 направлениями перемещения графического маркера. Наиболее важные клавиши продублированы, например, имеются три клавиши ввода Enter в наиболее удобных местах клавиатуры.

Этот калькулятор ориентирован на школьников классов с углубленной математической подготовкой, студентов вузов и университетов, инженеров и научных работников. Фактически TI-92/92 Plus это специализированный на

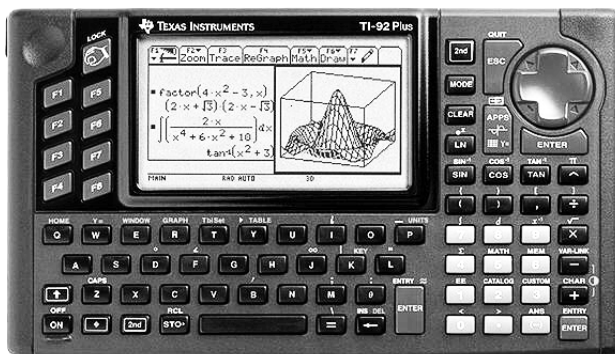


Рис. 1.11. Внешний вид калькулятора TI-92 Plus

персональные (и даже личные) вычисления вполне современный микрокомпьютер. Но одновременно он и калькулятор, ибо по своим возможностям он полностью аналогичен возможностям TI-89.

Возможности калькуляторов TI-89/92/92 Plus

Обе модели калькуляторов способны в командном режиме выполнять практически все встречающиеся на практике простые и умеренно сложные вычисления. Это арифметические действия, операции с действительными и комплексными числами и строками, решение систем линейных, нелинейных и даже дифференциальных уравнений (рис. 1.12), операции с векторами и матрицами, аналитические и численные вычисления производных и интегралов, вычислением пределов, нулей, минимумов и максимумов функций, разложение функций и выражений в ряд Тейлора и многие другие виды вычислений.

Калькуляторы имеют редакторы формул, текстовых комментариев, векторов, матриц и таблиц. Они могут выполнять самые распространенные статистические расчеты, проводить регрессию и вычислять множество статистических параметров для больших массивов данных, задаваемых в форме электронных таблиц. Большую часть таких вычислений они выполняют в ручном режиме, но имеют весьма мощные средства программирования на современной версии языка BASIC и большой объем памяти для хранения множества программ и даже библиотек программ, которые можно загрузить из Интернета.

Калькуляторы позволяют строить графики различных функций в декартовой и в полярной системе координат, а также графики трехмерных поверхностей и фигур различного типа (рис. 1.13).

Кажется почти невероятным, но они обеспечивают даже анимацию графиков и интерактивное управление углами обзора 3D-фигур путем их вращения в разные стороны с помощью графического манипулятора. Возможно разбиение экрана на два окна с выводом в каждое окно любой информации. Управление калькуляторами происходит с помощью многочисленных выпадающих меню и встроенного графического манипулятора. Наиболее часто используемые меню вызываются нажатием функциональных клавиш от F1 до F10. Широко используются и привычные для пользователей ПК окна (конечно, более скромные, чем в Windows 95/98/NT).

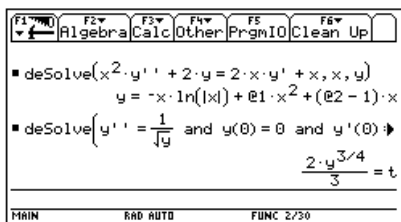


Рис. 1.12. Примеры решения дифференциальных уравнений второго порядка в аналитическом виде (копия экрана)

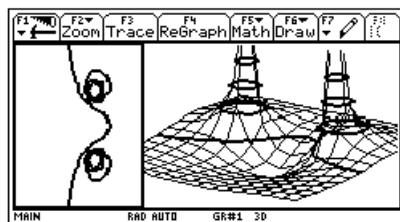


Рис. 1.13. Пример графической визуализации решения в виде контурного и трехмерного графиков (копия экрана)

Все это калькуляторы делают с удобствами, которые попросту отсутствуют у персональных компьютеров, даже с установленными на них мощными системами компьютерной математики. Например, для заданной пользователем функции можно почти мгновенно построить график и провести ее всесторонний анализ. Можно вычислить значение функции в заданной точке, уточнить ее корни, вычислить расстояние между любыми двумя точками графика функции или длину дуги, уточнить значения и места расположения экстремумов и т. д. и т. п. Можно также, задав пределы (как в виде чисел, так и курсором на графике), вычислить определенный интеграл от этой функции и наблюдать его геометрическую интерпретацию — заштрихованную площадь.

Стоят калькуляторы в несколько раз дешевле обычного компьютера (самый дорогой TI-92 Plus, к примеру, стоит около 200 долларов) и имеют перед ним явные эксплуатационные преимущества: меньшие габариты и вес, удобства работы, полная бесшумность, отсутствие вредных излучений, ничтожная потребляемая мощность, длительное время работы (десятки и сотни часов) от одного комплекта батарей. Эти калькуляторы можно взять с собой для работы в самолете и на поезде, на даче или на пляже, не беспокоясь об их электропитании при длительной работе.

Калькуляторы имеют расширенное математическое программное обеспечение, зашитое во флэш-память ПЗУ. Емкость памяти калькуляторов до 890 кбайт. Они программируются на мощной (свыше 400 инструкций) версии Бейсика [5] с расширенным набором графических функций и команд и функций для аналитических вычислений и преобразований. Любопытно, что Бейсик этих калькуляторов, включая многие функции системы Derive, намного превосходит эту систему в части возможностей программирования управляющих структур и операций ввода-вывода (это уже достижение корпорации Texas Instruments).

Помимо базового программного обеспечения, калькуляторы могут оснащаться пакетами расширения. Например, TI-92 Plus уже поставляется с пакетом расширения по геометрии, позволяющим строить самые различные геометрические объекты и фигуры с интерактивным управлением построениями. Пакет рассчитан на иллюстрацию геометрических построений при изучении курса геометрии в школах и вузах. Ряд пакетов расширения можно скачать с Интернет-сайта фирмы Texas Instruments. Среди них пакеты по статистическим расчетам и даже по машинному расчету электрических и электронных цепей и схем.

Калькуляторы питаются от двух батарей — литиевой для хранения данных и программ и обычных щелочных гальванических элементов для питания процессора, обычной памяти, дисплея и других узлов калькулятора. Смену литиевой батареи надо проводить раз в два года при заправленном отсеке щелочных батарей — это гарантирует сохранность данных при смене. Следует учесть, что для замены щелочных элементов в калькуляторе TI-92 Plus надо открыть специальный замок и снять нижнюю крышку калькулятора. Инструкция о том, как это делается, отштампована на нижней стенке корпуса.

В новые калькуляторы заложена возможность полного обновления программного обеспечения, вплоть до замены операционной системы и расширенного математического обеспечения в ПЗУ. Это достигается благодаря применению в ПЗУ электрически перепрограммируемой флэш-памяти. Смена программного обеспечения может выполняться с помощью специального модуля, от другого калькулятора с новым программным обеспечением и через Интернет. На Интернет-сайте (www.ti.com) фирмы Texas Instruments размещена подробная информация о калькуляторах и новейшее программное обеспечение для них.

Калькуляторы имеют миниатюрный штепсельный разъем, обеспечивающий связь с другими калькуляторами или персональными компьютерами по протоколу, принятому для стандартного последовательного интерфейса RS-232. Возможно объединение микрокалькуляторов в локальную сеть и подключение их к проектору изображения с экрана калькулятора на большой экран, например, в учебном классе.

Для осуществления указанных возможностей нужно приобрести интерфейсный кабель и CD-ROM с программным обеспечением TI GRAPH LINK (стоимостью около 20 долларов). Это программное обеспечение позволяет готовить программы для калькуляторов на ПК, используя наборы операторов и функций калькулятора и шаблоны программ. Такие программы затем можно загружать в калькулятор, отлаживать и использовать. Возможность хранения библиотек программ калькуляторов на компьютере, имеющем дисковую память большого объема, трудно переоценить. Компьютер можно также использовать для распечатки данных, программ и копий экрана калькуляторов.

Сказанное позволяет сделать вывод, что новые калькуляторы не столько являются альтернативой персональным компьютерам в выполнении массовых математических расчетов, сколько их полезным дополнением — своеобразной миниатюрной рабочей станцией для выполнения таких расчетов. Их совместное применение с компьютерами открывает новые возможности в комфортной работе их пользователей в сферах науки, образования и инженерной деятельности. Любопытно, что для этих калькуляторов созданы даже игровые программы и наборы шрифтов для текстовых документов.

Отражение калькуляторов серии TI в Интернете

Информацию о калькуляторах корпорации Texas Instruments (TI) можно получить из специально открытого Интернет-сайта **education.ti.com**, посвященного применению графических калькуляторов этой фирмы в образовании. Эта страница представлена на рис. 1.14. На ней показана организация учебного класса на основе графических калькуляторов, которые могут объединяться в локальную сеть и для которых создан ряд специальных периферийных устройств, например, дисплеи с большим экраном и даже видеопроекторы. Предусмотрено подключение графических калькуляторов и к обычным ПК.

Корпорация Texas Instruments в 2001 году выпускала 9 моделей графических калькуляторов. Сравнительная таблица их характеристик также размещена на указанном сайте. На рис. 1.15 дано начало этой таблицы.

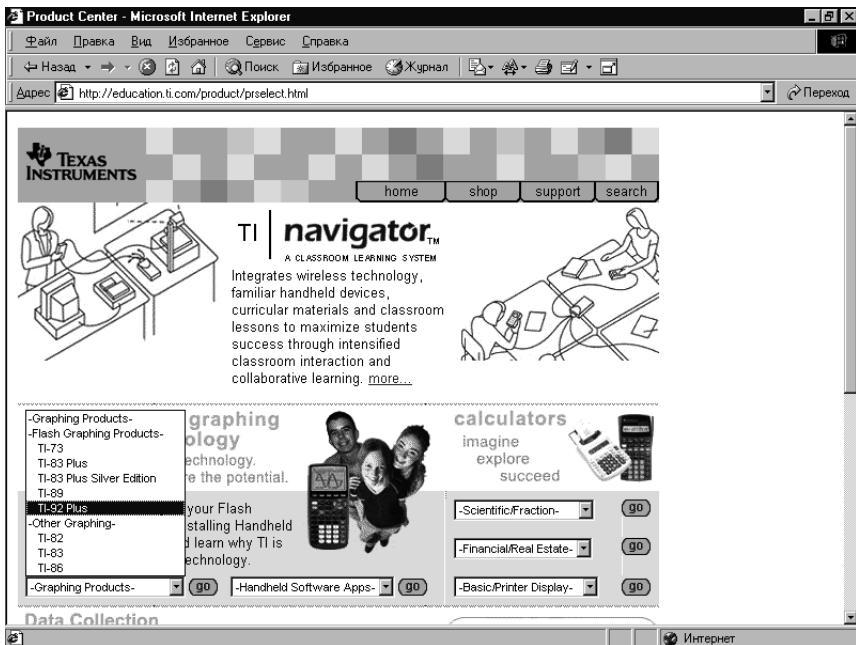


Рис. 1.14. Начальная страница корпорации TI, посвященная графическим калькуляторам в системе образования

Calculator Comparison Charts - Microsoft Internet Explorer

Адрес: http://education.ti.com/global/gmtrx.html

Graphing Calculator Comparison Chart

Graphing Calculators	TI-73	TI-80	TI-82	TI-83	TI-83 Plus	TI-85	TI-86	TI-89	TI-92 Plus
Features									
Display									
Display Size Pixels	64 by 96	48 by 64	64 by 96	64 by 96	64 by 96	64 by 128	64 by 128	100 by 160	128 by 240
Display Characters	8 by 16	8 by 16	8 by 16	8 by 16	8 by 16	8 by 21	8 by 21	varies	varies
Split Screen			X	X	X			X	X
Pretty Print								X	X
Scrollable Home Screen	X							X	X
Graphing									
Function / Parameter	X /	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X
Polar / Sequence			X / X	X / X	X / X	X /	X /	X / X	X / X
Diff Eq / Slope & Direction Fields						X /	X / X	X / X	X / X
PI, Euler, List of Initial Conditions							X	X	X
3D Surfaces / 3D Rotation							X / X	X / X	X / X
Multiple Graph Styles	X			X	X		X	X	X
Contour Plotting, Implicit Plotting								X	X
Zoom and Trace	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Friendly Window	X								
Table of Function Values	X	X	X	X	X		X	X	X
Symbolic Manipulation									
Symbolic Algebra, Calculus								X	X
Symbolic Units of Measure								X	X
Programming									
User-Defined Programs	X	X	X	X	X	X	X	X	X
User-Defined Functions							X	X	X
Assembly Programming				X	X		X	X	X
Memory									
User Available RAM	25K	7K	28K	27K	24K	28K	96K	188K	188K
User Available FLASH ROM	64K				160K			384K	384K
Mathematics									
Simultaneous Equations						Up to 30	Up to 30	X	X
Polynomial Root Finder						Up to 30th	Up to 30th	X	X
Fraction Operations	X	X							
Complex Numbers				X	X	X	X	X	X
Bin, Hex / Oct Operations						X / X	X / X	X /	X /
Logic Operators	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Interactive Equation Solver	X			X	X	X	X	X	X

Рис. 1.15. Начало таблицы с параметрами графических калькуляторов корпорации Texas Instruments

Interactive Geomtry										
Construct, Measure, Transform, Animate										X
Trigonometry										
Trig Functions / Hyperbolics	X /	X /	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X
Degrees, Radians	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Statistics										
List Length	999*	99*	99*	999*	999*	2000*	6000*	No Limit*	No Limit*	No Limit*
Number of Lists	No Limit*	6	6	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*
Stored Column Formulas	X			X	X	X	X	X	X	X
Named Lists	X			X	X	X	X	X	X	X
Traceable Scatter Plots & Histograms	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Regression Models	5	5	8	10	10	7	9	10	10	10
Manual Fit	X									
Logistic and Sine Regressions				X	X		X	X	X	X
Pie chart, Bar chart, Pictographs	X									
One & Two Variable Statistics	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Combinations, Permutations, Random Num	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Inferential Stat, Probability Distributions				X	X		via 1/n/1/n **			
Coin, Dice Toss	X									
Matrices										
Size (of equal number of elements)	None	None	50 by 50*	50 by 50*	50 by 50*	50 by 50*	80 by 80*	No Limit*	No Limit*	No Limit*
Number	None	None	Up to 5	Up to 10	Up to 10	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*	No Limit*
Eigenvalues, Eigenvectors						X /	X /	X /	X /	X /
LU Decom. / QR Decom.						X /	X /	X /	X /	X /
Calculus										
Numeric Differentiation / Integration		X /	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X
Symbolic Differentiation, Integration								X	X	X
Symbolic ODEs, 1st and 2nd Order								X	X	X
Max, Min / Inflection			X /	X /	X /	X / X	X / X	X / X	X / X	X / X
Science										
Physical Constants						X	X	X	X	X
Metric & English Conversions	X					X	X	X	X	X
Finance										
Interactive TVM Solver				X	X		via 1/n/1/n **			
Cash Flows, Amortizations				X	X		via 1/n/1/n **			
Other Specifications										
Prior Entry Recall	Up to 10*	Up to 10*	Up to 10*	Up to 10*	Up to 10*	1 prior	Up to 10*	Up to 99*	Up to 99*	Up to 99*
Catalog of Functions	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
I/O Port and Unit-to-Unit Cable	X		X	X	X	X	X	X	X	X
Power with APD (TMI)**	4 AAA	2 Lithium	4 AAA	4 AAA	4 AAA	4 AAA	4 AAA	4 AAA	4 AAA	4 AA
QWERTY Keyboard										X
Custom User-Defined Menus						X	X	X	X	X
Electronic Upgradability	X				X					X
Text Editor								X	X	X

Рис. 1.16. Конец таблицы с параметрами графических калькуляторов корпорации Texas Instruments

[Глав](#)
[Правка](#)
[Вид](#)
[Избранное](#)
[Справка](#)

[Назад](#)
[Поиск](#)
[Избранное](#)
[Журнал](#)

Адрес <http://www.ti.com/calc/docs/news/cg-515.htm>

TEXAS INSTRUMENTS

[Calculators & Educational Solutions - U.S. & Canada](#)
[Contents](#)
[Search](#)
[Feedback](#)

[Educational Resources](#)
[Product Information](#)
[Online Store](#)
[Customer Support and Services](#)
[Free Downloads](#)
[International Information](#)

News Release

Texas Instruments Celebrates Shipping More Than 20 Million Graphing Calculators

[TI Graphing Calculators](#)

Dallas -- September 6, 2000 -- Texas Instruments, leaders in classroom technology, announced today that they have shipped more than 20 million graphing calculators with this Back-to-School season. Since entering the graphing calculator market in 1990, TI has consistently led the graphing calculator segment and experienced firsthand, the growing trend of classroom technology.

While computers are increasingly used in schools, graphing calculators are the most pervasive form of technology in student's hands across the United States. Graphing calculator sales have been averaging about 10 percent growth for the last several years and are rapidly gaining favor in other countries.

Рис. 1.17. Пресс-релиз корпорации Texas Instruments с сообщением о выпуске более 20 миллионов графических микрокалькуляторов

Как видно из рис. 1.15, выпускаются графические калькуляторы на все вкусы. Они заметно отличаются друг от друга разрешением жидкокристаллического экрана и своими базовыми возможностями. Для пользователей, далеких от высшей математики, прекрасно подойдут младшие модели TI-73, 80 и 82. Калькуляторы TI-83 созданы специально для применения в системе образования, главным образом в школах. Это изящные машинки с разноцветными клавишами и довольно большими, хотя и обычными, возможностями. С ними неплохо конкурируют подобные калькуляторы корпорации Casio.

Для более полного суждения о возможностях графических калькуляторов серии TI на рис. 1.16 представлен конец таблицы с их сравнительными характеристиками. Нетрудно заметить, что старшие модели калькуляторов TI-86 и особенно TI-89 и TI-92/92 Plus отличаются резко повышенными математическими возможностями и по своим характеристикам больше напоминают миниатюрные ПК, чем привычные калькуляторы для научных расчетов прошлых лет.

На Интернет-сайте корпорации Texas Instruments можно найти пресс-релиз о выпуске этой корпорацией уже более 20 миллионов графических калькуляторов (на сентябрь 2000 года) (рис. 1.17). Выпуск такого огромного числа графических калькуляторов не просто впечатляет — он свидетельствует об огромном спросе на этот вид вычислительных устройств.

В разделе пресс-релизов есть и страница о знаменательном событии — вхождении фирмы Soft Warehouse под крылышко корпорации Texas Instruments. Это событие произошло 6 августа 1999 года. На Интернет-страницах корпорации TI можно найти и данные о примерно 40 издательствах, которые публикуют книги по системам Derive и калькуляторам TI-89/92/92 Plus.

Периферийные устройства для графических калькуляторов

Для применения в системе образования малые габариты графических калькуляторов и особенно экрана их дисплея оборачиваются недостатком. Для его преодоления был разработан специальный видеопроектор, позволяющий проецировать изображение с экрана калькулятора, который преподаватель может держать в руках, на большой экран. Внешний вид и характеристики этого проектора (называемого View Screen) показан на Интернет-странице, представленной на рис. 1.18.

На Интернет-сайте корпорации Texas Instruments можно найти данные и о другом периферийном оборудовании для микрокалькуляторов, например, о ряде вариантов интерфейса для связи с обычными ПК, оборудовании для объединения калькуляторов в локальные сети и даже о разноцветных пластиковых крышках для калькуляторов, позволяющих выделять калькуляторы, подготовленные для того или иного урока с разным установленным на них программным обеспечением. Через Интернет возможна также замена программного обеспечения, вплоть до обновления операционной системы таких калькуляторов и программ для выполнения символьных вычислений.

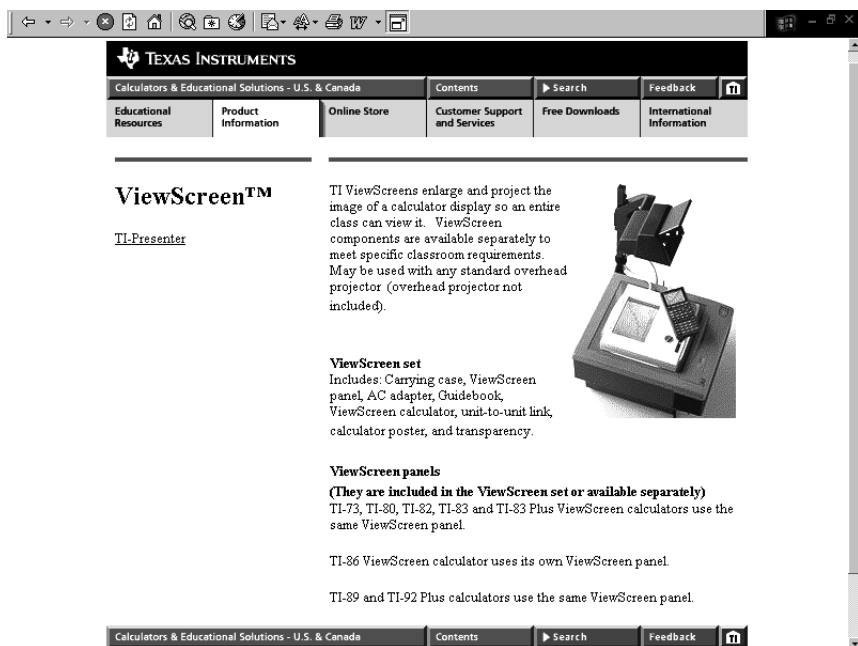


Рис. 1.18. Информация о проекторе для графических калькуляторов серии TI

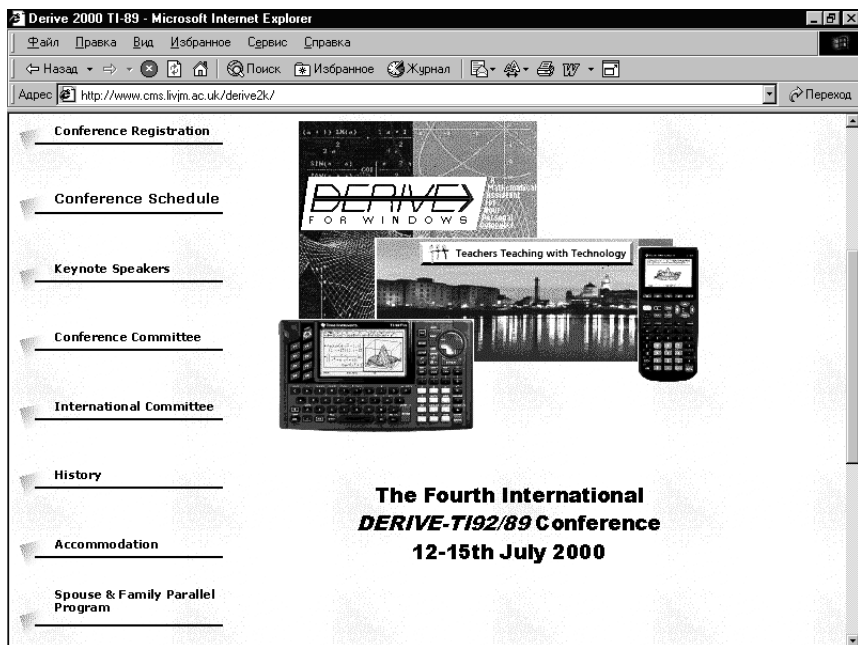


Рис. 1.19. Данные о IV Международной конференции «Derive-TI-89/92»

Информация о конференциях по Derive и калькуляторам TI-89/92/92 Plus

На Интернет-сайте, посвященном системе Derive [6] и использующем ее элементы калькуляторам TI-89/92, можно получить информацию о систематически проводимых международных конференциях по этой системе. На рис. 1.19 представлены данные о IV Международной конференции «Derive-TI-89/92».

Эти крупные конференции сыграли большое значение в популяризации системы Derive и новейших калькуляторов TI-89/92 (особенно в сфере образования). Во время написания этой книги шла интенсивная подготовка уже к V конференции «Derive-TI-89/92».

Из приведенных данных можно сделать вывод о хорошей поддержке всех версий системы Derive и графических калькуляторов серии TI в Интернете. Это, несомненно, способствует их популяризации и широкому применению во всем мире.

Калькуляторы корпорации Hewlett Packard

Современные калькуляторы серии HP

Одной из первых начала массовый выпуск микрокалькуляторов корпорация Hewlett Packard, также знаменитая своими измерительными приборами, а в наше время — высококачественными компьютерами. Эта корпорация одной из первых разработала массовые калькуляторы с обратной бескобочной логикой записи вычисляемых выражений, именуемой также обратной польской логикой (RPL). Между прочим, почти все отечественные программируемые микрокалькуляторы используют эту логику, так что она хорошо знакома нашим давним приверженцам программируемых микрокалькуляторов [1—3].

Hewlett Packard имеет свой русскоязычный Интернет-сайт: **www.hp.ru**. Однако информации о калькуляторах на нем нет, хотя недавно российская группа «Партия» приобрела большую номенклатуру калькуляторов этой фирмы и ими заполнены магазины этой торговой группы. Зато на основном англоязычном Интернет-сайте этой корпорации (**www.hp.com**) информация о калькуляторах есть и достаточно подробная (рис. 1.20).

Как видно из рис. 1.20, свои калькуляторы Hewlett Packard делит на три категории: графические, для бизнеса и научные. Лицом компании несомненно являются современные графические калькуляторы, представленные на Интернет-странице, показанной на рис. 1.21.

Все графические микрокалькуляторы корпорации Hewlett Packard являются достаточно сложными научными устройствами и имеют расширенный набор встроенных функций, характерный для инженерных и научных калькуляторов. Их общее число нередко переваливает за тысячу. В их числе числовые функции, степенные, алгебраические, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические, гиперболические и обратные гиперболические функции.

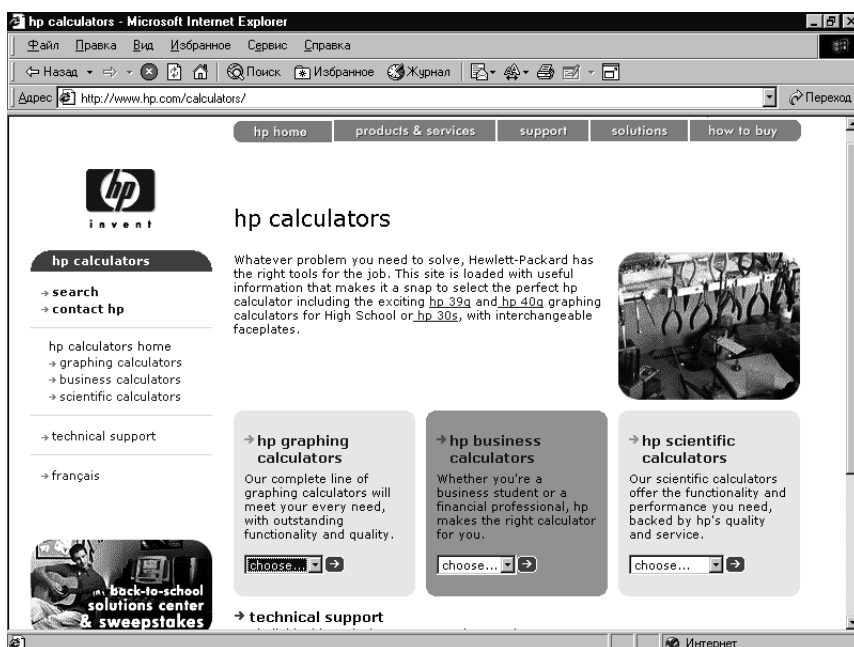


Рис. 1.20. Страница Интернет-сайта корпорации Hewlett Packard, посвященная калькуляторам

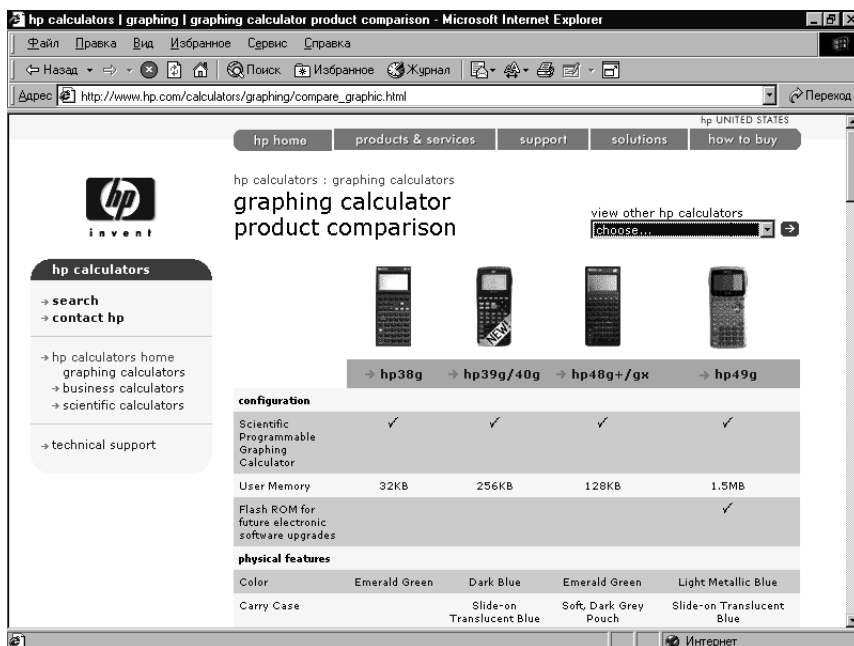


Рис. 1.21. Интернет-страница корпорации Hewlett Packard, посвященная графическим калькуляторам

Следует отметить, что калькуляторы Hewlett Packard рекордсмены по надежности и сроку службы. Поэтому на руках у пользователей имеется множество таких изделий, ныне уже не выпускаемых. К примеру, удивительно мощный, даже по нынешним временам, программируемый научный калькулятор HP-15C, проработавший у автора 18 лет, выглядит по-прежнему как новый и у него только один раз за это время поменялись три серебряно-цинковые батарейки, обеспечивающие многолетнюю работу этой удивительной машинки.

К сожалению, более сложные калькуляторы Hewlett Packard рассчитаны скорее на большого любителя считающей экзотики, чем на рядового пользователя. С ними надо постоянно работать, иначе навыки вычислений быстро теряются и возможности калькуляторов просто забываются.

Легко понять, почему так происходит, описание, к примеру, калькулятора HP-48 представлено объемной книгой примерно в тысячу страниц, причем написанных мелким почерком и имеющих массу иллюстраций и примеров. Среди них преобладают примеры с изображением последовательностей нажимаемых клавиш — приятно, что и «за бугром» среди пользователей все еще достаточно «компьютерных идиотов», «носорогов» и «чайников». Автор приносит извинения тем пользователям, которые относит себя к этим категориям, в этой книге принята иная методика изложения основ работы с калькуляторами, основанная на алгоритмическом описании вычислений без полной детализации последовательностей нажимаемых при этом клавиш. Автор, в частности, полагает, что разобраться с применением префиксных клавиш у любого калькулятора может любой пользователь, а потому указывать их в описании вычислений почти то же, что считать читающего не совсем в здравом уме.

В этом отношении графические калькуляторы корпорации Texas Instruments выглядят для многих пользователей куда более привлекательно, с ними нередко легко работать, хоть раз изучив инструкцию и используя новые средства графических меню и окон, подобных применяемым в программах для современных ПК. Зато простые научные калькуляторы Hewlett Packard мало чем отличаются от своих собратьев, производимых другими фирмами, за исключением постепенно теряемой приверженности к обратной польской логике вычислений.

Музей калькуляторов корпорации Hewlett Packard

Корпорация Hewlett Packard была (да и есть сейчас) одной из ведущих в выпуске калькуляторов. Отличительной чертой практически всех калькуляторов этой фирмы является ярко выраженный уникальный характер ее изделий. Это проявляется, в частности, в том, что даже модели 20—30-летней давности и сейчас поражают своими характеристиками, изысканным видом и исторической значимостью. Многие из них по сей день радуют своих владельцев (см. ремарку выше по калькулятору HP-15C, кстати подробно описанному (как и HP-11C) в справочнике [1] 1989 года издания).

Интересная информация об истории развития калькуляторов корпорации Hewlett Packard размещена в Интернет-музее этой корпорации по адресу www.hp.museum.org (рис. 1.22).



Рис. 1.22. Начальная страница музея калькуляторов корпорации Hewlett Packard

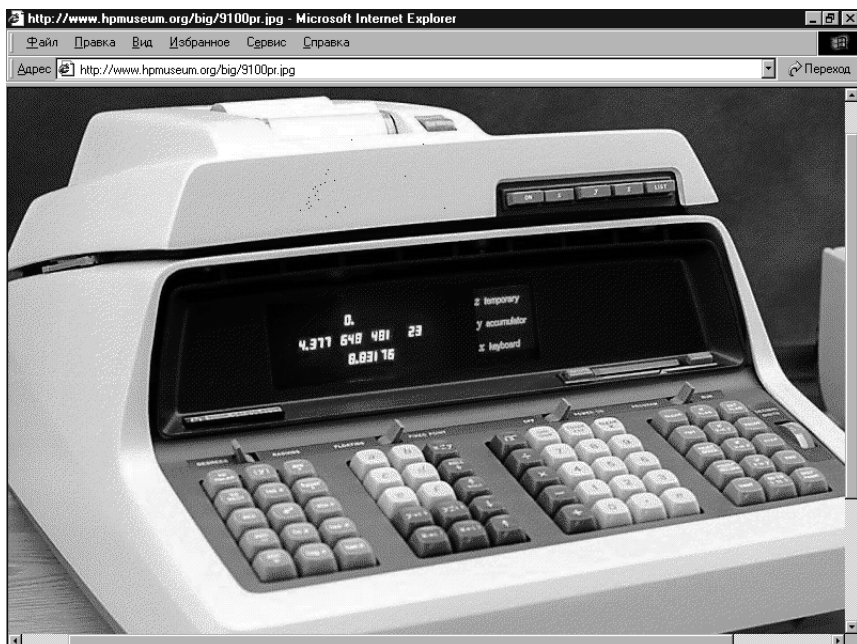


Рис. 1.23. Первый настольный калькулятор корпорации Hewlett Packard HP-9100A

На рис. 1.23 показана страница этого Интернет-музея, посвященная первому электронному калькулятору корпорации Hewlett Packard HP-9100A. Работа над ним началась в 1960 году, и окончательный вариант серийного устройства появился в 1968 году. Это был настольный аппарат размером с приличную пишущую машинку. Он выпускался как со встроенным сверху принтером, так и без него. Впервые в этой модели использовалась обратная бескобочная (польская) логика RPL, надолго полюбившаяся специалистам корпорации Hewlett Packard. Калькулятор имел всего 196 шагов программы и 16 регистров памяти.

Даже сейчас этот аппарат выглядит вовсе не как старый неказистый монстр, а как вполне элегантная настольная вычислительная машина. Он стоил 4900 долларов и широко использовался в космической программе США тех лет. Многие наработки архитектуры этого калькулятора перекочевали в последующие модели таких устройств, имеющие намного меньшие габариты и массу. Почти любой современный научный калькулятор корпорации Hewlett Packard многократно превосходит по возможностям эту модель, в сотни раз меньше ее по габаритам, в десятки раз дешевле и в тысячи раз экономичнее. Но зато она была первой!

Тем не менее и некоторые из более поздних калькуляторов корпорации Hewlett Packard до сих пор являются шедеврами в этом виде товаров. Например, уже пару раз упомянутый карманный научный калькулятор HP-15C (год разработки 1981-й) имеет 448 шагов программы, 67 регистров памяти

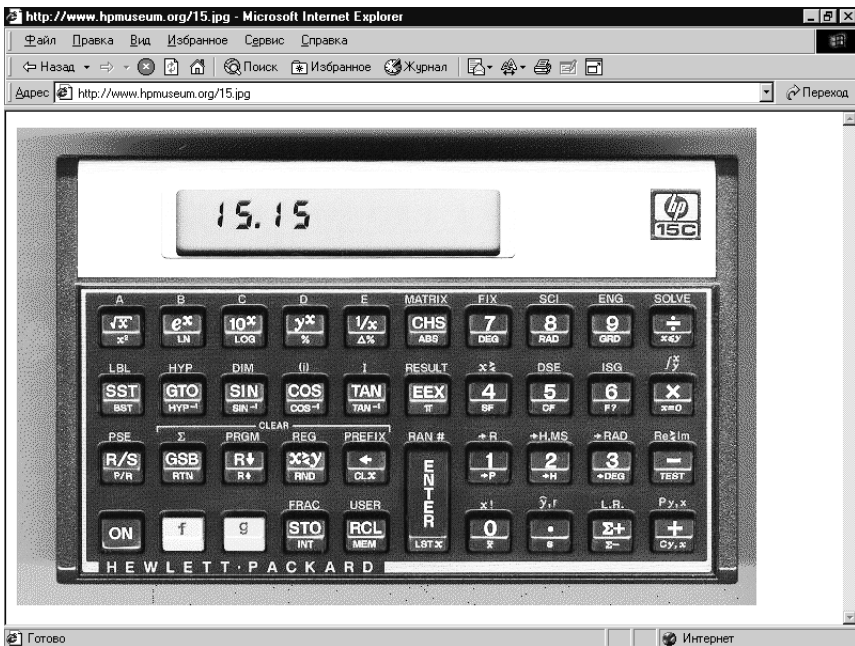


Рис. 1.24. Карманный программируемый микрокалькулятор для научных расчетов HP-15C корпорации Hewlett Packard



Рис. 1.25. Калькулятор — микроЭВМ HP-41

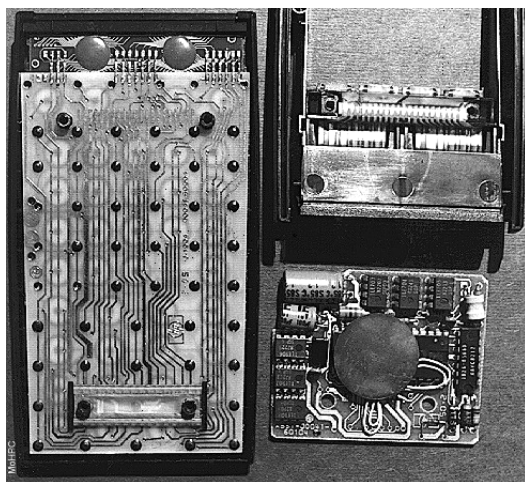


Рис. 1.26. Микрокалькулятор HP-41 в открытом виде

(сравните с данными HP-9100A) и массу встроенных функций матричной алгебры и высшей математики, включая функции решения нелинейных уравнений, решения систем линейных уравнений, численного дифференцирования и интегрирования и т. д. (рис. 1.24). В 1984 году автор приобрел этот ПК, отдав за него месячную заработную плату профессора.

Все эти сложные функции у HP-15C вычисляются за одно-два нажатия клавиш или за один-два шага программы. Последняя, кстати, может выполняться по шагам. Все вычисления он выполняет с действительными числами, с множеством форматов и с комплексными числами. А внешне очень похожие на HP-11C/15C финансовые калькуляторы HP-12C/16C пережили все мыслимые сроки производства, выпускаются по сей день и пользуются огромным спросом.

Одним из шедевров 80-х годов в мире калькуляторов и микроЭВМ стал программируемый микрокалькулятор HP-41 (рис. 1.25). Это была престижная модель суперкалькулятора, а по существу представляющего собой одну из лучших многофункциональных микро-ЭВМ с множеством разработанных под нее периферийных устройств и сменных библиотек программ. HP-41 был первым калькулятором с символьным (в оригинале ALPHA) программированием (не стоит путать его с символьными вычислениями). Он стал базовой моделью для научных калькуляторов экстра-класса, в том числе появившихся намного позже научных графических калькуляторов, представленных в табл. на стр. 40.

Этот калькулятор при малых габаритах ($14,4 \times 3,3 \times 3,3$ см) имел 320 регистров памяти, 2240 шагов программы и мощное микропрограммное обеспечение вычислений, как самых простых, так и сложных.

Благодаря применению специализированных БИС микрокалькуляторы корпорации Hewlett Packard, вобравшие в себя почти все новинки микроэлектронной вычислительной техники, были чрезвычайно простыми, а потому безотказными, надежными и сравнительно дешевыми приборами. На рис. 1.26 показан внешний вид открытого калькулятора HP-41. Это сложнее устройство изнутри выглядит даже проще, чем транзисторный радиоприемник того времени.

Калькуляторы корпорации Hewlett Packard отличаются безупречной отработкой клавиатуры. Ее клавиши нажимаются плавно, с мягким, но четким и беззвучным щелчком, их просто приятно нажимать. Строгие и аккуратные надписи действуют успокоительно и придают калькуляторам вид добротных и надежных изделий. Это находится в разительном контрасте с клавиатурой некоторых моделей калькуляторов малоизвестных фирм с их пестрыми и карикатурно выглядящими, а нередко просто перекошенными, залипающими и «дребезжащими» клавишами.

Итак, мы рассмотрели состояние производства современных микрокалькуляторов на ряде ведущих по этому направлению фирм. Разумеется, в мире можно найти многие десятки и сотни фирм, также выпускающих такие товары массового спроса, как калькуляторы. Однако они могут выжить в острейшей конкурентной борьбе только в том случае, если применяют стандартные БИС для микрокалькуляторов и, по существу, копируют архитектуру и структуру уже рассмотренных моделей ведущих производителей. Такое положение устраивает и большинство потребителей — они могут покупать более дешевые модели и просто выбрасывать их после появления неисправностей или морального старения. Тут, впрочем, впору вспомнить поговорку: «я не так богат, чтобы покупать дешевые вещи».

Выбор и приобретение калькуляторов

Выбор калькуляторов обычно производится исходя из их функционального назначения, цены, дополнительных возможностей и даже из соображений престижности покупки. Приведенная ниже таблица может помочь в таком выборе. Она дает представление о возможностях калькуляторов разных классов, их цене, типовых моделях и круге их пользователей. Обратите внимание на то, что возможности простых калькуляторов обычно входят в возможности более мощных и потому не повторяются в их описании.

Простые бухгалтерские	Простые инженерные и научные	Инженерные, научные и специальные среднего класса	Простые графические	Графические повышенной сложности	Элитные с 3D-графикой и символьной математикой
Арифметические вычисления, проценты, квадратные корни, один регистр памяти	Основные научные функции, разные форматы и основания чисел, элементы статистики	Множество функций, статистика и регрессия, физические константы, удобство в работе, программы в кодах	Графика, инженерные функции, переменные, графический манипулятор, подключение к ПК, сеть	Типовая 2D-графика, сотни функций, численные методы, расширенная статистика, программы в кодах, подключение к ПК, локальная сеть	3D-графика и анимация, до 1000 функций, символьные вычисления, решение диф- уравнений, программы на BASIC, подключение к ПК, локальная сеть, обновление с Интернета
5–20 долл.	8–40 долл.	20–100 долл.	30–80 долл.	60–50 долл.	100–300 долл.
CITIZEN MT-803, CS-785, SDC-875, Casio SL-450	CITIZEN SR-35N/135/166/172D, Casio fx-100/300/400	CITIZEN SRP 45N/145/175, Casio fx-115/570/991 W, fx-6300, HP-12C/25C	Casio fx-6300/7400/7450/7700, TI-73/80/82/83, HP-38 g	Casio CFX 9750/9850/9950 GB Plus, TI-85/86, HP 39/48 g	Casio ALGEBRA FX-2.0, TI-89/92/92 Plus, HP-49 g
Школьники, бухгалтеры, экономисты, руководители предприятий, продавцы, покупатели и все «простые смертные»	Инженеры и научные работники-практики, школьники, студенты и преподаватели многих вузов	Инженеры и научные работники, студенты и преподаватели университетов и вузов	Школьники, учителя школ, студенты и преподаватели педагогических вузов и университетов	Инженеры и научные работники высокой квалификации, учащиеся школ с математическим профилем, преподаватели вузов	Специалисты высокой квалификации, доценты и профессора вузов и университетов с расширенной математической подготовкой, любители экзотики

Эксплуатация и ремонт калькуляторов

Основные правила эксплуатации калькуляторов

При эксплуатации калькулятора надо соблюдать определенные меры предосторожности. Калькулятор надо беречь от холода и жары, нельзя, к примеру, держать его под солнечными лучами или работать с ним при сильном морозе. Разумеется, нельзя прилагать к калькулятору чрезмерных усилий, нельзя его ронять или размещать в заднем кармане брюк, рискуя сесть на

него и повредить. Не используемый калькулятор надо предохранять крышкой, одеваемой со стороны дисплея, а не клавиатуры. Не рекомендуется изгибать калькулятор и вообще подвергать его сильным механическим воздействиям.

Работа с калькулятором обычно начинается с установки батарей питания. В инструкциях зарубежных моделей этому процессу уделяется, пожалуй, даже излишне много внимания. Но наш пользователь привык делать эту операцию самостоятельно, тем более что ничего мудреного в ней нет. Обычно достаточно снять крышку с отсека батарей, вставить в него новые элементы с соблюдением полярности, после чего нажать кнопку включения — обычно ON. У некоторых моделей рекомендуется нажать особую потайную кнопку Р, Reset и т. д., которая очищает память калькулятора и приводит его в исходное рабочее состояние.

Рекомендуется следить за состоянием батарей. Даже когда срок работы калькулятора от комплекта батарей доходит до трех и более лет, не рекомендуется надолго оставлять батареи в отсеке калькулятора, поскольку у них может протекать электролит и вызывать коррозию элементов (она происходит даже от паров электролита). Если вы долго не используете калькулятор, лучше вынуть из него батареи и хранить их отдельно. Этого нельзя делать, однако, в отношении специальных литиевых батарей, используемых для подпитки запоминающих устройств калькуляторов, хранящих встроенное или загружаемое программное обеспечение. Такие батареи можно извлекать из корпуса только при наличии основной батареи.

Клавиши калькулятора надо нажимать плавно, чувствуя легкий (чаще всего неслышимый) щелчок, которым сопровождается нажатие клавиши. Не рекомендуется использовать для этого жесткие тонкие предметы, например кончики авторучек. Клавиатуру можно очищать только мягкой выжатой тряпкой, смоченной мыльным раствором. Нельзя применять такие летучие вещества, как бензин, ацетон и даже спирт, поскольку они могут стереть надписи и вызвать растворение корпуса, портящее внешний вид калькулятора.

Утилизация батарей и калькулятора

Использованные батареи следует быстро утилизировать, выбросив в специально предназначенные для этого урны. Правда, до установки таких урн у нас еще далеко. В любом случае не следует оставлять даже разряженные элементы открыто, особенно если дома есть дети. Они, найдя батарейки, могут попытаться закоротить их (что чревато воспламенением), разобрать (чревато ожогами от электролита) или даже подбросить в огонь (герметичные элементы взрываются и разбрасывают далеко осколки и искры пламени).

Увы, но рано или поздно наступит момент, когда вы решите, что отслуживший калькулятор пора выбросить в помойное ведро. А вот этого делать не стоит — все сказанное для батарей возможно и для калькулятора в целом (в нем, к примеру, есть электролитические конденсаторы, которые тоже могут взрываться). Лучшее место для отработанного калькулятора — в музее таких «игрушек» хозяина. В крайнем случае выбросите его туда, где нет до-

ступа для детей. Можно заслужить благодарность или даже бутылку «добротого» пива, сдав ненужный калькулятор в ремонтную мастерскую, — там его детали пойдут на запчасти.

Ремонт калькуляторов

Современный микрокалькулятор хотя и прост по конструкции, но требует навыков даже в его разборке. Порой надо точно знать, где нужно применить усилие для вскрытия калькулятора и какое оно. Это знают в ремонтных мастерских. Поэтому не рекомендуется самостоятельно разбирать калькулятор — это чревато его серьезной поломкой и порчей внешнего вида. Надо помнить, что всякое вскрытие калькулятора, если оно не оговорено в заводской инструкции, ведет к нарушению гарантийных обязательств фирм, выпускающих калькуляторы.

В ходе эксплуатации калькуляторов, как правило, в ремонте не нуждается. Достаточно вовремя менять его батареи и протирать клавиши от пыли и грязи. Разумеется, если треснул корпус калькулятора, вы можете попытаться склеить его подходящим клеем. Иногда требуется подогнуть контакты батарей, если они нарушаются. Опытные пользователи могут вскрыть калькулятор и устранить нарушение контактов у некоторых клавиш. Иногда для устранения плохого контакта клавиатуры достаточно нанести на контактные площадки слой графитовой токопроводящей пасты или даже заштриховать их жирным карандашным грифелем.

Вскрытый калькулятор полезно внимательно осмотреть. Современные калькуляторы потребляют ничтожную мощность от источника питания, поэтому подгоревшие детали в них встретить трудно. Однако часто причиной неисправности бывает нарушение пропайки и высыхание электролитических конденсаторов. Полезно пропаять все места пайки и заменить электролитические конденсаторы. Нередко уже одно это восстанавливает работоспособность калькулятора. Если обнаружено окисление контактов или нарушение дорожек печатной платы, то эти неисправности также легко устранимы.

К сожалению, бывает, что пользователь по неопытности уничтожил системное программное обеспечение калькулятора или загруженные в его память программы. Для простых устройств это обычно не страшно — потеря невелика, да и системное программное обеспечение восстанавливается автоматически. Однако для новых мощных калькуляторов это серьезная неисправность и для ее устранения нужно нести калькулятор в фирменный сервисный центр. Некоторые калькуляторы могут подключаться к компьютеру и их системное программное обеспечение можно даже скачать с Интернета. Обычно в инструкции калькулятора оговорены правила смены батарей, и их надо строго соблюдать. У некоторых современных калькуляторов для питания памяти обычно используется литиевая батарея с большим временем работы. О правилах ее замены уже говорилось.

Как правило, принципиальная схема современных калькуляторов не приводится. Так что серьезный ремонт калькулятора обычному пользователю не доступен. Рекомендуется пользоваться услугами профессионалов из фирмен-

ных центров — у них имеется необходимое для этого испытательное и тестовое оборудование, а также запчасти, нередко весьма дефицитные и уже не выпускаемые в обычном порядке.

Глава 2. Работа с простыми микрокалькуляторами

Конструкция простых калькуляторов

Простые микрокалькуляторы предназначены в основном для выполнения арифметических операций над числами с плавающей точкой. Это самый массовый вид микрокалькуляторов, но и с самыми скромными возможностями. У нас в России наиболее распространенными и известными калькуляторами такого типа стали изделия знаменитой фирмы CITIZEN — всемирно известного производителя часов и калькуляторов. Вид одного из таких калькуляторов модели MT-803 показан на рис. 2.1. Это калькулятор средних размеров, его можно удобно расположить на рабочем столе, сунуть в сумочку или даже карман. Есть варианты такого калькулятора с двумя регистрами памяти и переключателем форматов чисел, а также с клавишей заборя последней цифры → (например, CITIZEN SDC-875 весьма распространен в бухгалтериях наших организаций).

Еще один современный бухгалтерский калькулятор CITIZEN CS-785M показан на рис. 2.2. Он имеет немного большее число клавиш, но главное — многострочный дисплей, делающий считывание показаний более удобным. Как и в модели MT-803, в этом калькуляторе используется двойное питание — от батареи и солнечной батареи.

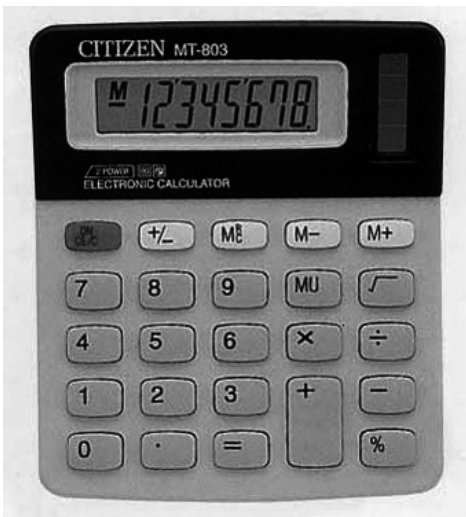


Рис. 2.1. Простой калькулятор для арифметических расчетов CITIZEN MT-803



Рис. 2.2. Простой бухгалтерский калькулятор CITIZEN CS-785M



Рис. 2.3. Простой калькулятор Casio SL-450

Как всегда, элегантные калькуляторы, в том числе самые простые, выпускает корпорация Casio. Один из них, Casio SL-450, показан на рис. 2.3. Калькулятор имеет защитную крышку, которую можно использовать как подставку. Набор функций этого калькулятора тот же, что и у калькуляторов корпорации CITIZEN.

Подобные калькуляторы — самый распространенный подарок работникам бухгалтерий и планово-экономических отделов предприятий любого уровня и характера. Выпускается масса моделей такого класса — от брелков для ключей и калькуляторов, встроенных в электронные часы, до больших калькуляторов с большими клавишами и с большой разрядностью, практически вытеснивших еще недавно используемые в наших бухгалтериях счеты. Если вам не нужны математические расчеты

сложнее, чем подсчет денег при покупке товаров или при оплате коммунальных платежей, то именно такой калькулятор вам и нужен.

Калькулятор устроен так, что никакого глубокого знакомства пользователя с его работой не требуется. Однако некоторые особенности устройства калькуляторов все же полезно знать. Большинство калькуляторов выполнено на одной, реже на нескольких интегральных микросхемах. Как и компьютер, микрокалькулятор имеет микропроцессор, но не в виде отдельной микросхемы, а входящий в большую специализированную интегральную схему (БИС). Такое решение упрощает конструкцию микрокалькулятора и удешевляет его.

Запоминающие устройства калькулятора выполнены как регистры. Основные из них — это регистр индикации РИ (его содержимое отражается на экране индикатора или дисплея калькулятора), регистр результата РР (его содержимое выводится в регистр индикации при нажатии клавиши [=]) и дополнительный регистр памяти РП. Арифметико-логическое устройство (АЛУ) калькулятора выполняет основные операции над числами.

Важное значение имеет индикатор или дисплей калькулятора. Распространенные в недавнем прошлом калькуляторы со светодиодными или электролюминесцентными индикаторами сейчас почти повсеместно вытеснены куда более экономичными калькуляторами с жидкокристаллическими индикаторами (ЖКИ). Чаще всего дисплей однострочный и содержит 8 и более знакомест для представления чисел и некоторых условных знаков (например, минуса, буквы М для индикации использования РП и т. д.). Некоторые дорогие калькуляторы имеют дисплей из нескольких строк.

Калькуляторы выполнены в пластмассовом или металлическом корпусе. Простые калькуляторы питаются от гальванических элементов — батарей,

причем время их непрерывной работы нередко составляет многие годы. Смена батарей, если они применяются, элементарно проста — открывается крышка (чаще всего на дне калькулятора), из отсека батарей извлекаются старые элементы и на их место вставляются новые с соблюдением полярности. Рекомендуются все же менять гальванические элементы, не дожидаясь разрушения их корпуса со временем и протекания электролита — оно смертельно опасно для калькуляторов, поскольку даже пары электролита разъедают проводники печатной платы.

Современные простые калькуляторы с ЖКИ потребляют так мало электроэнергии, что для их питания часто используются миниатюрные «солнечные» батареи. Слово «солнечные» взято в кавычки, поскольку такие калькуляторы обычно вполне работоспособны даже при освещении их маломощной электрической лампочкой, что характерно для не слишком освещенной комнаты в вечернее время. Однако некоторые калькуляторы могут перестать работать при малом освещении или при закрытии окна «солнечной» батареи. Это признак непродуманности их конструкции.

В более совершенных калькуляторах для временного питания в условиях отсутствия освещения используются высококачественные конденсаторы. При этом нередко возможна работа таких калькуляторов в полутьме в течение длительного времени (однако стоит помнить, что показания жидкокристаллических индикаторов таких калькуляторов требуют наличия хоть какого-то освещения). Для восстановления заряда накопительного конденсатора таких калькуляторов их надо просто поддержать на свету, разумеется избегая попадания на них прямого солнечного света.

Встречаются и калькуляторы с комбинированным питанием — от гальванических элементов (или даже аккумуляторов) и солнечных батарей. Такие калькуляторы готовы к работе в любое время и в любом месте, разве только не под водой. Если при скудном освещении калькулятор перестает работать или контрастность цифр на его дисплее резко ухудшается, это значит, что батарея разрядилась и ее надо заменить.

Основные параметры простых калькуляторов

Простые калькуляторы имеют ряд параметров (технических характеристик). Основные из них следующие:

- разрядность калькулятора (число отображаемых цифр результата);
- размер индикатора (чаще всего высота цифр);
- набор выполняемых операций;
- тип электропитания (от батарей, от солнечных элементов или комбинированный);
- габаритные размеры и масса.

Для подобных калькуляторов созданы типовые БИС — большие интегральные схемы. Поэтому, несмотря на существование многих тысяч типов таких калькуляторов, во всем мире их возможности практически идентичны вне зависимости от того, какие фирмы их производят. В данной главе мы будем рассматривать самые массовые типы таких изделий, характерные для нашего рынка, это калькуляторы фирмы CITIZEN.

Основные операции простых микрокалькуляторов

Простые калькуляторы имеют достаточно скромные (с позиций пользователя нашего времени) возможности. Они включают в себя выполнение следующих операций:

- включение и выключение калькулятора [On/Off];
- набор чисел, имеющих целую и дробную части с разделительной точкой [.] (или запятой);
- сброс числа [CE/C];
- сложение [+], вычитание [-], умножение [×] и деление [÷];
- вычисление процентов [%];
- вычисление квадратного корня [$\sqrt{}$];
- фиксация результата вычислений [=];
- операции «повышения цены» MU (Murk Up);
- сложение [M+] и вычитание [M-] чисел в памяти;
- вызов числа из памяти и очистка памяти [M^R_C].

Здесь в квадратных скобках даны обозначения клавиш, используемых для ввода соответствующей операции.

Некоторые калькуляторы имеют непринципиальные отличия в надписях на клавишах. Например, могут иметь отдельные клавиши включения [On] и выключения [Off]. Многие калькуляторы вообще не имеют клавиши Off — они автоматически отключаются спустя некоторое время (например, через 10 минут). Некоторые (в основном старые) модели калькуляторов не допускают сложения и вычитания в регистрах памяти — у них нет клавиш [M+] и [M-], но есть клавиши записи чисел в память [MW] и считывания из памяти [MR]. Напротив, есть модели с возможностью деления содержимого регистра памяти [M÷] и умножения в нем [M×]. У многих калькуляторов вместо обозначения M (от слова Memory — память) используются обозначения STO (запись в регистр памяти) и RCL (считывание из регистра памяти).

Подавляющее большинство простых калькуляторов использует алгебраическую запись вычисляемых выражений. Даже корпорация Hewlett Packard, известная своими моделями калькуляторов с обратной бесскобочной (польской) записью вычисляемых выражений, постепенно перешла на выпуск простых калькуляторов с алгебраической записью выражений, более привычной подавляющему большинству пользователей. Что поделаешь, переделать логику вычислений калькуляторов все же куда проще, чем логику людей.

Арифметические операции

Виды чисел и их ввод

Простые калькуляторы работают только с тремя видами чисел:

- целые положительные и отрицательные числа, например;
- положительные и отрицательные числа с фиксированной точкой;
- положительные и отрицательные числа с естественно заданной точкой;
- положительные и отрицательные числа с плавающей точкой.

Целые числа вводятся просто нажатием соответствующих клавиш, например:

Число	Ввод	Показание дисплея
12	[1] [2]	12
-34	[3] [4] [+/-]	- 34
1234	[1] [2] [3] [4]	1234
-127	[1] [2] [7] [+/-]	- 127

Обратите внимание на то, что знак «минус» вводится после набора соответствующего положительного числа и на то, что положительные числа указываются без знака «плюса». Это связано с тем, что знаки «+» и «-» используются как арифметические операторы сложения и вычитания. Для указания знака «-» перед числом используется клавиша [+/-] смены знака у числа.

Числа с фиксированной точкой характерны тем, что на дробную часть числа отводится строго заданное число позиций. Одно время они были широко распространены в бухгалтерских вычислениях, поскольку такая форма представления чисел характерна для рублей с сотыми их долями — копейками. Например, 1.25 означает один рубль с двадцатью пятью копейками, а 100.10 — сто рублей с десятью копейками. В настоящее время такие числа как отдельный класс чисел в калькуляторах, как правило, не используются. В некоторых калькуляторах тысячи, миллионы и т. д. отделяются символом апострофа, например, как в числе 1'234'567.89.

Числа с естественным положением разделительной точки (или запятой) означают, что ее положение задается пользователем. Например, это такие числа, как 123.4, 12.34 или 0.1234. Если целая часть числа 0, то вводить ноль не обязательно, можно начать ввод с разделительной точки.

Итак, ввод чисел вполне очевиден:

Число	Ввод	Показание дисплея
.125	[.] [1] [2] [5]	0.125
1.25	[1] [.] [2] [5]	1.25
-123.456	[1] [2] [3] [.] [4] [5] [8] [+/-]	- 34

Числа с плавающей запятой в простых калькуляторах не используются, и их определение мы рассмотрим при описании инженерных и научных калькуляторов.

Операции элементарной арифметики

Простейшие арифметические операции выполняются путем нажатия клавиш в том порядке, как это задается вычисляемым выражением. Например:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений
On	0
123.456 + 78.9 =	202.356
123.456 - 78.9 =	44.556
4 × 56 =	224
4 ÷ 56 =	0.0714285
CE/C	0

Обратите внимание на то, что здесь мы опустили квадратные скобки при указании нажимаемой клавиши. Результат операции фиксируется нажатием клавиши [=].

Обычно после нажатия клавиши [On] калькулятор включается и на его дисплее в крайней правой позиции высвечивается 0. Однако есть некоторые виды калькуляторов, которые могут хранить последний результат операций после выключения питания. В таких калькуляторах оперативное запоминающее устройство имеет очень малую потребляемую мощность и питается от батареи или заряженного конденсатора достаточно большой емкости. Клавиша [CE/C] обычно позволяет сбросить результат вычислений на 0. Иногда применяются отдельные клавиши сброса [CE] и [C].

Использование унарного минуса

Калькуляторы могут выполнять действия с отрицательными числами. Знак минус перед числом называют унарным минусом. Как уже отмечалось, его надо отличать от бинарного минуса, который задается оператором вычитания и использует два операнда. Для перемены знака числа используется клавиша +/-, например:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений	Комментарий
5 +/-	- 5	Смена знака у числа 5
-5 +/-	5	Знак «+» у числа не показывается
123.456 + 78.9 +/- =	44.556	Вычисление 123.456 + (-78.9)

Характерно, что у многих калькуляторов знак унарного минуса часто оторван от числа, поскольку размещен в первом знакоместе, что не совсем обычно для математической записи отрицательных чисел (к примеру, число «минус пять» записывается в математике как -5). Обратите внимание и на то, что здесь мы вновь опустили квадратные скобки при указании нажимаемой клавиши.

Внимание

В данной книге нажимаемые клавиши задаются своей надписью, заключенной в квадратные скобки, или просто своей надписью. Скобки используются в том случае, когда важно подчеркнуть точный порядок нажатия клавиш и обратить на это особое внимание. В то же время введение любого элемента обозначения (например, квадратных скобок или прямоугольников для клавиш) способно вызвать у отдельных пользователей недоумение. Например, такие пользователи при указании клавиши [5] (не путайте с ссылкой на литературу) будут долго искать на клавиатуре клавиши с квадратными скобками. Во избежание этого везде, где это возможно, какие-либо иные обозначения на клавишах, кроме надписей на них, будут опускаться.

Вычисление процентов

Вычисление b процентов от числа a выполняются по формуле процентов:

c = a × b/100 = a × b%.

Даже опытные пользователи часто путаются с использованием клавиши [%] для вычисления процентов. Поэтому внимательно изучите приведенную выше формулу — она обычно и является записью порядка нажатия клавиш: вводится число a , нажимается клавиша операции умножения $\times$, вводится число b и нажимается клавиша [%]. Этот прием может быть распространен и на другие операции:

$c = a + a \times b/100 = a + (a \times b\%)$ — добавление к a значения b процентов от a ;

$c = a - a \times b/100 = a - (a \times b\%)$ — отнимание от значения b процентов от a ;

$c = a \div (a \times b/100) = a \div (a \times b\%)$ — деление a на значение b процентов от a .

Эти правила иллюстрируются следующими примерами:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений
CE/C	0
123 $\times$ 10 %	12.3
123 + 10 %	135.3
123 – 10 %	110.7
123 $\div$ 10 %	1230

Из них видно, что, прежде чем вводить число процентов, надо задать вид операции с ними. При простом вычислении процентов это операция умножения, но вы можете задавать суммирование и вычитание процентов данного числа от него самого или даже выполнять операцию деления на проценты от данного числа. Например, второй из приведенных примеров означает, что вы к числу 123 прибавляете еще 10% от этого числа, т. е., по существу, вычисляете $123 + 123 \times 10/100 = 123 + 12.3 = 135.3$. Из этого примера вполне очевидно, что применение клавиши [%] существенно уменьшает число нажатий клавиш калькулятора, нужное для реализации процентных вычислений.

Внимание

Проценты задают сотые доли от числа, проценты от которого вычисляют-ся. Например, 12.5% от числа 1000 можно вычислить как $1000 \times 12.5\%$ или как $1000 \times 0.125 =$. В обоих случаях результат будет число 125.

Ошибки при работе с простыми калькуляторами

Ошибки, связанные с машинным нулем

Простые калькуляторы используют числа с фиксированной или плавающей запятой. Если результат вычислений становится меньше, чем погрешность машинных расчетов, то он будет нулевым. Например:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений
0.000045 $\times$ 0.000123 =	0
0.0000045 $\div$ 12345 =	0

В этих примерах результат вычислений — грубая ошибка с позиций математики, поскольку ясно, что результат отличен от нуля. Машинным нулем называется наименьшее значение числа, которое калькулятор способен обра-

ботать. Оно определяется разрядностью калькулятора. Например, если калькулятор восьмиразрядный, то наименьшее число будет равно 0.00000001. Любое меньшее число будет восприниматься как 0.

Ошибки при переполнении разрядной сетки

Если результат вычислений превосходит максимальное число, допустимое разрядной сеткой калькулятора, то выводится тот или иной символ переполнения, чаще всего буква E (от слова Error — ошибка). Примеры:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений
1 ÷ 0 =	E 0
123456 × 789456 =	E 974.63079
CE/C	0

В данном случае появление на индикаторе символа ошибки E указывает на то, что результат вычислений ошибочен и что ошибка связана с переполнением разрядной сетки калькулятора. Сброс такого результата осуществляется клавишей CE/C.

Максимальное число задается также разрядностью калькулятора. Его можно представить как число из девяток с количеством, заданным разрядностью калькулятора. Например, для восьмиразрядного калькулятора это число будет равно 99999999 (восемь девяток). Любое число больше этого по модулю (т. е. без учета знака) будет усекаться максимальным значением.

Внимание

Разрядность калькулятора определяет погрешность его вычислений, которая равна минимально возможному числу для заданной разрядной сетки калькулятора. Очевидно, что, чем выше разрядность калькулятора, тем меньше погрешность вычислений и больше максимальное значение чисел, с которыми может работать калькулятор. Именно поэтому более дорогие бухгалтерские калькуляторы имеют повышенную разрядность, например 12 или 16.

Прочие ошибки

Последний разряд результата вычислений у простых калькуляторов может оказаться неточным вследствие различного округления чисел. Однако такая ошибка способна породить погрешность в пределах ±1 последнего разряда. К сожалению, при вычислениях эта погрешность может накапливаться и приводить к существенно большим погрешностям. Примеры этого даны ниже:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений
1 ÷ 7 = × 7 =	0.9999997
1 ÷ 753 = × 753 =	0.999984
1 ÷ 7531 = × 7531 =	0.9993637

Из этих примеров видно, что операции деления и умножения особенно критичны к ошибкам, которые в условиях ограничения разрядной сетки могут достигать больших значений. Во всех приведенных выше примерах точный результат должен был равняться 1.

Специальные операции

Вычисление чисел с целыми степенями

Некоторые калькуляторы (например, взятый за основу простой CITIZEN MT-803) не имеют клавиш вычисления обратной величины [$1/x$], квадрата [x^2] и целой степени [x^n]. Так ли уж это смертельно? Конечно нет. Следующие примеры показывают технику вычислений чисел с целыми отрицательными и положительными степенями:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений	Комментарий
6 ÷ =	0.1666666	Вычисление $1/x = x^{-1}$ для $x = 6$
6 ÷ = =	0.0277777	Вычисление $1/x^2 = x^{-2}$ для $x = 6$
4 × = =	64	Вычисление x^3 для $x = 4$
4 × = × = =	4096	Вычисление $(4^2)^3$

Степень -1 числа x соответствует вычислению $1/x$, т. е. обратной величины числа x . Если вы работаете с неизвестным вам калькулятором, то надо проверить, выполняет ли он эти вычисления.

Арифметические операции с константами

Иногда бывает нужно выполнить подряд несколько арифметических операций с некоторой константой — числом, которое можно многократно использовать. Большинство простых калькуляторов используют константную логику благодаря тому, что они имеют (помимо дополнительного регистра памяти) два основных регистра — результата РР и индикации ИИ.

К сожалению, константная логика различна у разных моделей калькуляторов. Есть такие, у которых константой является второй операнд любого арифметического выражения. У других калькуляторов такая логика действует только для операции суммирования или части арифметических операций. Наконец, встречаются калькуляторы, у которых при умножении константой становится первый оператор, а при делении — второй.

Таким образом, возникает необходимость исследования константной логики каждого конкретного калькулятора. Возьмем, к примеру, наш CITIZEN MT-803. Выполним следующие вычисления:

$$\begin{array}{r}
 2 + 3 = 5 \\
 + 10 = 13 \\
 + 20 = 33 \\
 \times 4 = 48
 \end{array}$$

$5 - 2 = \underline{3}$
 $-1 = \underline{2}$
 $-5 = \underline{-3}$
 $2 \times 3 = \underline{6}$
 $\times 4 = \underline{24}$
 $\times 2 = \underline{48}$
 $100 \div 50 = \underline{2}$
 $\div 2 = \underline{1}$
 $\div 3 = \underline{0.3333333}$
 $\times 3 = \underline{0.9999999}$

В этих примерах число, ставшее константой для следующей операции, подчеркнуто нами (не калькулятором) снизу. Нетрудно подметить различие в константной логике для разных арифметических операций. Приведем еще несколько примеров:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений	Комментарий
+123 + 58 =	181	Вычисляется $123 + 58 = 181$
2 =	60	Вычисляется $2 + 58 = 60$
4 +/- =	54	Вычисляется $-4 + 58 = 54$
12 ÷ 3 =	4	Вычисляется $12/3 = 4$
15 =	5	Вычисляется $15/3 = 5$
1 =	0.3333333	Вычисляется $1/3 = 0.3333333$

Константная логика работы калькулятора, описанная выше, применяется в большинстве простых современных калькуляторов. Но не во всех. Поэтому, если вы заполучили неизвестный вам калькулятор, протестируйте его на подобных примерах и выясните, с какой логикой и на каких операциях он работает. Не забудьте зафиксировать ваши «открытия».

Операции с регистром памяти

Даже простейшие калькуляторы нашего времени имеют дополнительный регистр памяти М (от слова Memory — память). В большинстве случаев этот регистр позволяет выполнять операции со сложением (клавиша [M+]) и вычитания (клавиша [M-]). К примеру, такими возможностями обладает большинство простых калькуляторов фирмы CITIZEN (см. рис. 1.1). Некоторые калькуляторы имеют еще и клавиши [M×] умножений в регистре, [M÷] для деления в регистре и даже [M+x²] для суммирования в регистре квадратов чисел. Клавиша служит для вызова содержимого регистра при ее однократном нажатии и сброса его на 0 при двухкратном нажатии. Если содержимое регистра памяти отлично от 0, то в левой части экрана дисплея выводится символ «М».

Дополнительный регистр особенно удобен для хранения констант без размышлений о том, какова константная логика того или иного калькулятора. Приведем примеры применения дополнительного регистра.

Пример 1: поместить число 12 в регистр памяти и найти значения $12+2$, $12+3$ и $12+4.75$. Ниже представлено выполнение этого примера:

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея
12 M+	м 12
2 + =	м 14
3 + =	м 15
4.75 + M^R_C =	м 16.75
M^R_C M^R_C	м 12

Пример 2: вычислить в регистре памяти $12 + 3.4 - 4.25 + 6.75$.

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея
12 M+ 3.4 M+ 4.25 M- 6.75 M+	м 17.9

Внимание

У простых калькуляторов только один регистр памяти, так что кнопки [M+] и [M-] относятся к одному и тому же регистру.

Комбинированные вычисления

О комбинированных вычислениях на простых микрокалькуляторах можно написать целый трактат. Но это не задача данной книги. Поэтому мы ограничимся несколькими примерами. Читателю, любящему подобные вычисления, стоит завести тетрадку и записывать в неелюбившиеся приемы. Со временем это войдет в норму вашего поведения и вы будете иметь массулюбопытных примеров таких вычислений. Многими из них можно похвалиться перед друзьями или даже написать об этом брошюру или целый трактат по технике вычислений.

При выполнении комбинированных вычислений особенно важно четко представлять себе, с какой логикой работает калькулятор и где хранятся результаты вычислений, как конечные, так и промежуточные.

Пример: вычислить сумму чисел -15 , 27 , 14 , -3.2 , 4 и -7.5 , но так, чтобы при этом были вычислены суммы отдельно отрицательных и положительных чисел. Один из вариантов решения такой задачи вполне очевиден — для суммирования отрицательных чисел используем регистр памяти, а для суммирования положительных чисел — регистр индикации:

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея	Комментарий
15 M- 3.2 M- 7.5 M-	7.5	Ввод отрицательных чисел в РП
27 + 14 + 4 =	45	Сумма положительных чисел в РИ
+ M^R_C	- 25.7	Вызов суммы отрицательных чисел из РП
=	19.3	Окончательный результат вычислений

Итак, мы получили сумму отрицательных чисел -25.7 , сумму положительных чисел 45 и окончательную сумму всех чисел 19.3 . При этом отрицательные числа вводились без ввода знака «минус», что уменьшает число нажа-

тий клавиш. Однако выбранный нами алгоритм имеет недостаток — нам пришлось вводить числа не подряд, а отбирая только отрицательные из них и только положительные. Вы можете попробовать сами поискать алгоритм, который решает эту задачу при последовательном вводе всех чисел подряд. При этом надо учитывать, что одни калькуляторы заносят числа в дополнительный регистр из регистра результата, а другие — из регистра индикации.

Возможности простых калькуляторов в проведении комбинированных вычислений весьма ограничены. Поэтому важное значение приобретает предварительная подготовка данных к вычислениям, направленная на исключение повторного ввода отдельных чисел. Хорошо знающие технику арифметических вычислений пользователи могут найти множество примеров таких преобразований. Например, формула параллельного соединения двух резисторов

$$R_0 = (R_1 \times R_2) / (R_1 + R_2)$$

неудобна тем, что после умножения R_1 на R_2 записать результат дополнительный регистр, а затем снова ввести R_1 и R_2 для сложения и последующего деления. Между тем можно воспользоваться общей формулой параллельного соединения резисторов:

$$1/R_0 = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots + 1/R_n,$$

что позволяет вычислять R_0 вообще без запоминания промежуточных результатов. Например, пусть $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 5$ Ом и $R_3 = 8$ Ом. Найдем R_0 :

$$2 \div = M+ \quad 5 \div = M+ \quad 8 \div = M+ \quad M_c^R \div = \quad 1.2121212$$

Обратите внимание на то, что здесь операции $1/x$ выполнены при отсутствии в калькуляторе клавиши вычисления обратной величины. Наличие такой клавиши еще больше упростит вычисления для этого характерного примера.

Отсутствие приоритета операций

К сожалению, простые калькуляторы лишены свойства учета приоритета, т. е. порядка выполнения определенных видов операций. Все операции у таких калькуляторов имеют одинаковый приоритет, а потому они выполняются в строго последовательном порядке — слева направо. Например, при вычислении $5 + 2 \times 7$ вначале будет вычислено $(5 + 2) = 7$ и результат будет умножен на 7, что и даст ответ 49. Если мы хотим вычислить 5 плюс (2×7) , что даст 19, то придется сменить порядок вычислений, задав его в виде $2 \times 7 + 5$, учтя правило «при перестановке слагаемых сумма не изменяется». Проверим эти вычисления:

Нажимаемые клавиши

$$5 + 2 \times 7 =$$

$$2 \times 7 + 5 =$$

Показания дисплея

49

19

Забегая вперед, отметим, что если бы калькулятор имел приоритет операции умножения перед операцией сложения, то обе операции $5 + 2 \times 7$ и

$2 \times 7 + 5$ были бы абсолютно идентичными и дали бы результат 19. Однако операции приоритета вводятся в более сложных калькуляторах, например, в инженерных и научных. В них возможно изменение приоритета операций с помощью скобок, например задав в нашем примере выражение $(5 + 2) \times 7$, дало бы результат 49 даже при наличии приоритета операции умножения перед операцией сложения, поскольку выражение $(5 + 2)$ будет принудительно вычислено вначале и затем умножено на 7.

Работа с дополнительными переключателями и клавишей MU

Некоторые калькуляторы, например популярные настольные модели CITIZEN SDC-435, имеют дополнительные органы управления. К ним относится специальный рычажный переключатель с позициями A 0 2 4 6 F. Этот переключатель используется для изменения положения знака в десятичной дроби. Есть также переключатель $\uparrow 5/4 \downarrow$, устанавливающий различные виды округления при выполнении арифметических операций.

В положении F первого переключателя действует константная логика арифметических операций:

Операции	Комментарий
4 [×] 5 [=] 2	$4 * 5 = 20$ запоминается $4*$
6 [=] 24	Вычисляется $4*6 = 247$
5 [÷] 4 1.25	Вычисляется $5/4 = 1.25$
6 [÷] 4 1.5	Вычисляется $6/4 = 1.5$

Клавиша MU или MurkUp, имеющаяся у ряда калькуляторов, служит для осуществления операций пересчета стоимости товаров при повышении или понижении цены, например:

Операции	Комментарий
2000 [+] 20 [MU] 2'500	Вычисляется $2000 + (P \times 20\%)$ или $P = 2000 / (1 - 20\%)$
[MU] 500	Вычисляется $P - 2000 = 500$
1250 [+] 25 [+/-] [MU] 1'000	Вычисляется $1250 - (P \times 25\%) = P$ или $P = 1250 / (1 - 25\%)$
[MU] 2500	Вычисляется $1250 - P = 250$

Здесь P — конечная цена (после операции повышения или понижения цены).

Реализация некоторых численных методов

Вычисление факториала

Факториал числа N задается как $N! = 1 \times 2 \times 3 \dots \times (N - 1) \times N$ при $0! = 1$. Следующий пример показывает, как реализуется этот алгоритм для $N = 6$:

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея
1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 =	720

Внимание

Поскольку факториал часто используется в разложениях в ряд, то полезно составить табличку значений факториала, например: $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$, $5! = 120$ и т. д. Как ее составить, ясно из описанного выше. Инженерные и научные калькуляторы, как правило, имеют операцию $x!$ вычисления факториала.

Вычисление числа пи

Число пи (или π) задает отношение длины окружности L к ее диаметру D . У простых калькуляторов клавиша для вычисления пи отсутствует. Неужели в результате этой «мелочи» мы лишены возможности выполнять вычисления, связанные с окружностями? Например, мы хотим вычислить площадь листа железа, с помощью которого можно сделать трубу сваркой встык диаметром 15 см и длиной 1,75 м. Нетрудно понять, что площадь листа равна $\pi \times 0,15 \times 1,75$ кв. м. С подобными расчетами можно столкнуться при вычислении площади окружности ($S = \pi D^2/4$), при расчете сечения трубы или площади металла под бочку заданного диаметра и т. д.

Существует множество формул для расчета π , чуть ли не с любым количеством точных знаков. Однако почти все из них крайне сложны для расчета на простых калькуляторах. Для последних самый простой способ вычислить π — представить это число отношением двух целых чисел, т. е. в форме рационального числа. Если вам хватит шести верных знаков, то можно считать, что π равно $355/113$. Итак, реализуем наши примеры:

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея	Комментарий
$355 \div 113 =$	3.1415929	Вычислено число пи
$355 \div 113 \times .15 \times 1.75 =$	0.824668	Вычислена площадь листа для трубы
$355 \div 113 \times .15 \times .15 \div 4 =$	0.0176714	Вычислено сечение трубы

В последнем примере для возведения диаметра трубы $D=0,15$ м в квадрат мы просто умножили 0,15 на 0,15. Разумеется, человек, имеющий элементарные навыки вычислений, сразу прикинул бы в уме, что 0,15 в квадрате есть 0,225.

Внимание

Есть масса способов запомнить особые числа. Андриан Антониус в конце XVI века предложил такой способ запомнить рациональное приближение числа пи: возьмем три первых сдвоенных нечетных числа ряда натуральных чисел, т. е. 113355, после чего поделим вторую половину этого числа на первую, получим $355/113$. Вот уж поистине «математическое мышление»! Любители подобной «числовой романтики» могут записать число пи, вспомнив и следующий стишок из старых школьных учебников:

Кто и шутя и скоро пожелаеть
Пи узнать — число уж знает.

В самом деле, посчитав число букв во всех словах этого «шедевра стихоплетства», получим

3.1415926525

Тут уже число верных знака числа π составляет добрый десяток, что вполне удовлетворит наших физиков и лириков, но только не математиков (для них порой и тысяча точных знаков этого магического числа явно недостаточна). Инженерные и научные калькуляторы имеют встроенную константу π , так что мучиться с ее вычислением на них уже не приходится.

Вычисления по схеме Горнера

Во многих математических вычислениях встречаются степенные многочлены (полиномы) вида

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0.$$

Неопытный пользователь калькулятором начнет вычислять такое выражение почленно, спотыкаясь на необходимости вычисления целых степеней переменной x . Однако есть существенно более точный и быстрый алгоритм вычисления такого выражения, именуемый схемой Горнера. Она реализуется следующим соотношением:

$$((\dots(a_n \times x + a_{n-1}) \times x + a_{n-2}) \times x + \dots + a_3) \times x + a_2) \times x + a_1) \times x + a_0.$$

Эту схему легко реализовать, занеся x в регистр памяти. Операции возведения в степень в этой схеме заменяются операциями сложения и умножения. Пример: вычислить $5x^3 + 4x^2 + 2x + 1$ для $x = 2.5$:

Нажимаемые клавиши	Показания дисплея
2.5 M+	^M 2.5
× 5 + 4 × M_c^R + 2 × M_c^R + 1	^M 109.125

Перевод градусов в радианы и обратно

Одной из широко распространенных вычислительных операций является перевод углов, выраженных в градусах, в углы, выраженные в радианах, и наоборот. Этот перевод выполняется по формулам:

$$\text{рад} = \text{град} \times \pi/180 \quad \text{и} \quad \text{град} = \text{рад} \times 180/\pi.$$

Поскольку вычисление числа π уже описывалось, то применение этих формул трудностей не вызывает. Часто углы задаются в градусах, минутах (1/60 часть градуса) и секундах (1/60 часть минуты). Перевод таких углов просто в градусы или в радианы тоже не представляет трудностей, хотя и более громоздок. Например, если угол задан как $g^\circ m's''$, то для перевода угла в градусы можно использовать соотношение $(s/60 + m)/60 + g$. Например, если угол равен $15^\circ 27' 32''$, то вычисления его в градусах и радианах реализуются следующим образом:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений	Комментарий
32 ÷ 60 + 27 ÷ 60 + 15 =	15.458888	Вычисление угла в градусах
× 355 ÷ 113 ÷ 180 =	0.2698085	Вычисление угла в радианах

Читателю рекомендуется опробовать свои силы в подобных вычислениях, разумеется, если они им нужны. Вообще же говоря, такие вычисления рекомендуется выполнять на инженерных и научных калькуляторах, имеющих специальные функции для реализации подобных вычислений без всяких «выкрутасов».

Вычисление корней произвольной целой степени

Самый распространенный квадратный корень из некоторого числа вычисляется подавляющим большинством простых калькуляторов с помощью клавиши $[\sqrt{\quad}]$:

Нажимаемые клавиши	Результат вычислений	Комментарий
16 $\sqrt{\quad}$	4	Вычисление $\sqrt{16}$
123 $\sqrt{\quad}$	11.090536	Вычисление $\sqrt{123}$
123 $\sqrt{\sqrt{\quad}}$	3.3302456	Вычисление $\sqrt{\sqrt{123}} = \sqrt[4]{123}$

А как быть, если учитель физики предложил вам вычислить амплитуду напряжения в сети переменного тока с эффективным значением 220 В? Той самой сети, от которой питаются лампочки в вашем доме. Вы помните, что она вроде бы в корень квадратный из двух больше этого злополучного «эффективного значения». Но вот незадача — свой настольный калькулятор вы забыли дома, а калькулятор в ваших часах или авторучке не имеет, как на-зло, клавиши вычисления квадратного корня $[\sqrt{\quad}]$.

Придется вспомнить о том, что великий физик и математик Ньютон, тот самый, что открыл закон тяготения, благодаря шишке на его лбу от упавшего с дерева яблока (так, по крайней мере, «свидетельствует» давняя история), уже давно придумал так называемую **рекуррентную формулу**

$$a_{i+1} = (a_i + x/a_i)/2,$$

где $i = 0, 1, 2, 3, \dots$

Эта формула при известном x и некотором нулевом приближении к нему a_0 дает цепочку чисел, быстро приближающихся к квадратному корню из x . При этом каждое очередное число вычисляется по его предыдущему значению. Возьмем, к примеру, $x = 2$ и $a_0 = 1,5$. Формула Ньютона так проста, что можно попытаться использовать ее на самом простейшем калькуляторе. Вот что из этого получится:

$$a_0 = 1.5$$

$$a_1 = (1.5 + 2/1.5)/2 = 1.4166666$$

$$a_2 = (a_1 + 2/a_1)/2 = 1,4142156$$

$$a_3 = (a_2 + 2/a_2)/2 = 1.4142135$$

$$a_4 = (a_3 + 2/a_3)/2 = 1.4142135$$

Как говорят математики, ряд чисел $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ явно сходится, причем к нужному нам значению $\sqrt{2} = 1.41421135$. Уже после третьей итерации (приближения) результаты вычислений на 8-разрядном калькуляторе начинают просто повторяться. Теперь мы можем с гордостью предъявить физику полученный результат: амплитуда $= \sqrt{2} \times 220 = 311,12697$ В.

Вы надеялись, что физик вас похвалит? Как бы не так, он пробурчит, что незачем с такой точностью вычислять корень из двух, что лучше бы вы запомнили на всю оставшуюся жизнь, что этот корень равен примерно 1,41 или 1,414 и что лучше бы вы обходились без своего «вшивого» калькулятора. А коль уж решили пользоваться такой игрушкой, то купили бы себе нормальный инженерный или научный.

И все же наш поучительный эксперимент не прошел даром. Вы, вероятно, догадались, как именно калькулятор с клавишей квадратного корня вычисляет этот самый корень. Он просто выполняет автоматически по программе описанный цикл вычислений и останавливается, как только результаты начинают повторяться или отличаются на некоторую малую величину — заданную погрешность вычислений. Нам остается упомянуть, что корень произвольной целой степени $N - \sqrt[N]{X}$ тоже можно найти, используя более сложную рекуррентную формулу:

$$a_{i+1} = (x / a_i^{N-1} + (N-1)a_i) / N.$$

К примеру, для $N = 3$ получим

$$a_{i+1} = (x / a_i^2 + 2a_i) / 3.$$

Вы легко справитесь с получением рекуррентных формул и для других N , а также с вычислениями по ним.

Простой калькулятор операционных систем Windows 95/98

Калькуляторы стали настолько привычными для проведения простых вычислений, что даже при работе с мощными ПК целесообразно иметь «под рукой» программу, имитирующую работу калькулятора. Такая программа, порождающая виртуальный калькулятор, встроена в массовые операционные системы Windows 95/98 (рис. 2.4). Есть даже масса других подобных программ.

Может возникнуть вопрос: зачем работать хотя и с красочным, но довольно примитивным калькулятором, коль под Windows 95/98 разработан уже целый ряд мощных математических систем, например описанных в [4]? Од-

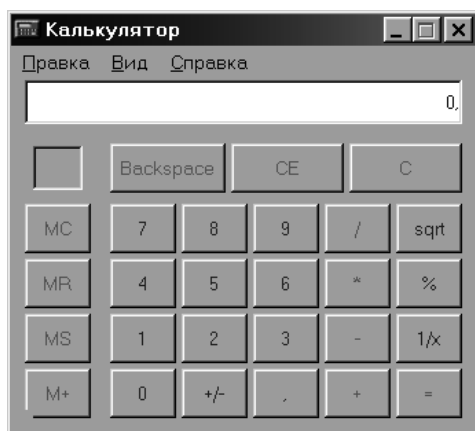


Рис. 2.4. Калькулятор Windows 98 в виде простого калькулятора стандартного вида

нако, как показывает опыт, именно при работе с такими системами нередко возникает нужда в подручном калькуляторе для проведения простейших вычислений, например, по ходу ввода данных или при обработке отдельных результатов. Поэтому можно лишь поблагодарить разработчиков Windows из Microsoft Inc. за то, что они встроили в свою операционную систему простейший, но полезный калькулятор.

Работа с калькулятором отражает еще одну важную особенность Windows 98 — обмен данными между отдельными приложениями. Он позволяет резко повысить производительность труда пользователя. Числа с экрана калькулятора можно скопировать в буфер и переслать, например, в текстовый редактор WordPad. А можно поступить и наоборот. Таким образом, уже в таком калькуляторе реализована идея интеграции математических систем с другими программами.

Windows-калькулятор может использоваться в двух формах — в форме стандартного и научного калькуляторов. В стандартной форме калькулятор внешне (на рабочем столе Windows) очень похож на типичного представителя этого считающего братства. Для переключения вида калькулятора используется позиция **Вид** меню окна калькулятора. Она содержит две опции с указанными названиями калькуляторов. Они видны на выпадающем подменю этой позиции главного меню калькулятора.

Простейший калькулятор выполняет арифметические операции, вычисляет проценты, квадратные корни и обратные величины. Калькулятор оперирует с 13-разрядными числами в режиме с фиксированной точкой. Он имеет одну ячейку памяти для хранения результатов промежуточных вычислений. Если в эту ячейку введено число, то в пустом окошке сверху столбца с клавишами управления памятью появляется буква «М».

Для ввода чисел и выполнения всех операций можно использовать мышь или клавиатуру. Необходимые для выполнения различных действий клавиши показаны в нижеследующей таблице:

Клавиши калькулятора	Клавиши клавиатуры	Выполняемые калькулятором действия
1, 2 ... 9, 0 + - * / 1/x +/- sqrt , = % Back C CE M+ MC MR MS	1, 2 ... 9, 0 + - * / R F9 @ , или . = или Enter % Backspace Esc Del Ctrl+P Ctrl+L Ctrl+R Ctrl+M	ввод соответствующей цифры числа сложение вычитание умножение деление вычисление обратной величины смена знака числа на противоположный вычисление квадратного корня отделение от целой части числа десятичной получение результата, повтор последнего действия вычисление процентов удаление последнего символа очистка калькулятора очистка индикатора добавление к содержимому регистра памяти очистка регистра памяти извлечение числа из регистра памяти запись числа в регистр памяти

Работа с простым калькулятором несложна и ее можно освоить за несколько минут. Для получения справки о назначении любой клавиши калькулятора достаточно указать ее курсором мышки и нажать ее правую клавишу. В ответ на появление бирки с запросом нажмите левую клавишу мышки — получите окошко с короткой справкой о назначении команды. Разумеется, можно воспользоваться и справкой по этому приложению.

Пример 1. Резистор 4,2 Ома подключен к источнику напряжения в 12,5 В. Вычислить мощность, рассеиваемую на нем:

Нажимаемая клавиша	Показания дисплея	Комментарий
1	1,	Ввод напряжения U=12,5
2	12,	
,	12,	
5	12,5	
MS	12,5	Запоминание U в регистре памяти
*	12,5	Задание умножения
MR	12,5	Вызов U из регистра памяти
=	156,25	Вычисление квадрата U как U*U
/	156,25	Задание деления
4	4,	Ввод R=4,2
,	4,	
2	4,2	
=	37,202...	Вычисление P=U*U/R (в ваттах)

Как и положено стандартному калькулятору, он не слишком интеллектуален. Калькулятор не понимает роли скобок (их у него просто нет) и имеет крайне ограниченный набор функций. Не понятен ему и приоритет операций — все они для калькулятора одинаковы.

Часть 2. Инженерные и научные калькуляторы

Глава 3. Инженерные и научные калькуляторы с алгебраической логикой

Виды инженерных калькуляторов с алгебраической логикой

Начало работы с инженерными калькуляторами

Простые инженерные и научные калькуляторы без развитых средств графической визуализации делятся на два основных класса:

- калькуляторы с алгебраической логикой работы;
- калькуляторы с обратной бесскобочной (польской) логикой.

Принадлежность калькуляторов к алгебраической логике легко установить по наличию клавиши [=] и по наличию скобок. У таких калькуляторов вычисляемые выражения записываются с соответствием с привычными нам правилами, например, у арифметических операций используется оператор, размещаемый между двумя операндами с фиксацией вычислений операцией «=», например, $2 + 3 = 5$.

И напротив, принадлежность с обратной бесскобочной логикой работы можно установить по отсутствию клавиши со знаком равенства [=], клавиш круглых скобок [(] и [)] и иногда по наличию характерной стрелки на клавише ввода ENTER (см. рис. 1.22 в центре). Эти признаки сразу бросаются в глаза при рассмотрении внешнего вида таких калькуляторов (см., например, рис. 1.24 и 1.25). И напротив, наличие клавиши [=] и клавиш с круглыми скобками [(] и [)] сразу выдает принадлежность калькулятора к алгебраической логике.

Различия в логике работы калькуляторов настолько существенны, что калькуляторы с разной логикой работы целесообразно рассматривать отдельно. Мы начнем такое рассмотрение с более распространенных калькуляторов с алгебраической логикой работы.

Кроме того, инженерные и научные калькуляторы принято делить на непрограммируемые и программируемые. И те и другие имеют расширенный набор клавиш, в котором можно подметить клавиши с названиями наиболее распространенных элементарных математических функций, например степенных, логарифмических, тригонометрических, обратных тригонометрических, гиперболических, обратных гиперболических и др. Чем больше функций содержит калькулятор, тем шире класс решаемых им задач.

Однако даже очень большое число функций (у некоторых престижных моделей оно доходит до 1000) не гарантирует того, что пользователю не потре-

буется какая-либо новая функция или новый алгоритм решения его задачи. Поэтому наиболее сложные инженерные и научные калькуляторы имеют средства программирования. Мы рассмотрим их в главе 5.

Особенности инженерных и научных калькуляторов

Инженерные и научные калькуляторы имеют ряд особенностей, отличающих их от простых бухгалтерских:

- они имеют существенно большее число функций;
- некоторые клавиши калькуляторов имеют двойное и даже тройное действие;
- функции таких клавиш задаются дополнительными префиксными клавишами, имеющими различное обозначение (например, 2nd, F и т. д.) и нередко различный цвет;
- имеется клавиша [π] для вызова значения константы $\pi = 3.1415926525$;
- имеются клавиши для вычисления встроенных степенных, алгебраических, тригонометрических, обратных тригонометрических, гиперболических и обратных гиперболических функций;
- имеются клавиши или переключатель изменения меры измерения углов (в радианах, градусах и градах) и встроенные функции преобразования углов;
- у ряда калькуляторов имеется возможность задания разных форматов чисел и редактирования их (как простого путем сброса и удаления последней цифры, так и строчного редактирования всего числа с возможностью изменения любой цифры);
- имеются функции представления чисел не только с десятичным, но и двоичным, восьмеричным и даже шестнадцатеричным основанием;
- калькуляторы могут иметь несколько дополнительных адресуемых регистров памяти (для их использования применяются команды STO N и RLC N, где N — номер или адрес регистра).

Эти особенности (и особенно наличие средств программирования) существенно повышают функциональные возможности инженерных и научных калькуляторов в проведении наиболее массовых математических и научно-технических вычислений.

Вид инженерных и простых научных калькуляторов

Простым и надежным научным калькулятором с алгебраической логикой является карманный калькулятор CITIZEN SR-135 (рис. 3.1). Он имеет батарейное питание с ничтожной потребляемой мощностью.

Более продвинутой и дорогой моделью калькулятора CITIZEN SR-172D имеет двойное питание — от обычных и солнечных батарей. В этом калькуляторе немного расширен набор функций. Оба калькулятора 10-разрядные. Калькуляторы такого типа стоят примерно полтора десятка долларов США и их можно встретить повсюду.

Примером простого программируемого калькулятора служит модель CITIZEN SRP-145D (рис. 3.3). Признаком программирования служит надпись «Programmable scientific calculator». Простые модели обычно программируются в кодах, более сложные используют символьные команды.

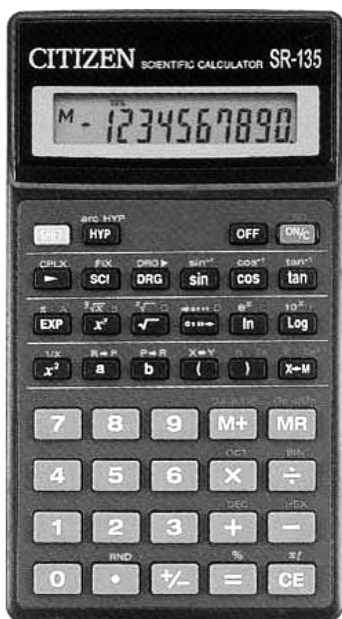


Рис. 3.1. Дешевый научный калькулятор CITIZEN SR-135

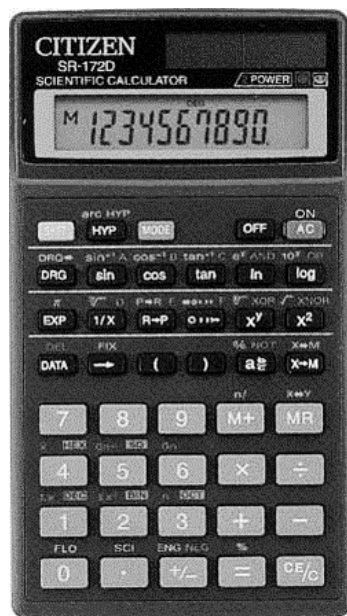


Рис. 3.2. Научный калькулятор CITIZEN SR-172D с двойным питанием

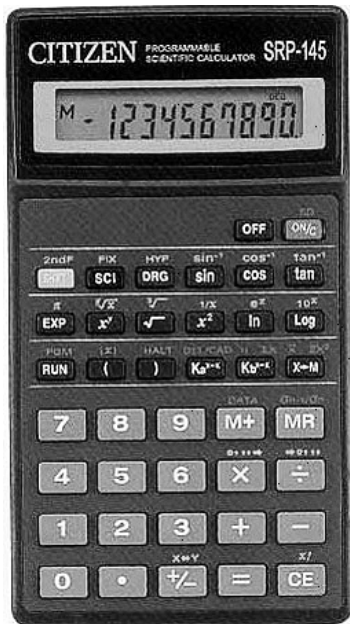


Рис. 3.3. Научный программируемый калькулятор CITIZEN SRP-145D

Для создания программ нужен ряд новых команд и функций, например, для организации условных выражений, задания циклов и подпрограмм и т. д. Поскольку слишком увеличивать число клавиш неудобно, то программируемые микрокалькуляторы имеют нередко меньше встроенных функций, чем непрограммируемые калькуляторы. Это снижает оперативность ряда массовых вычислений (например, статистических), которые приносятся в жертву обеспечения возможности программирования. Поэтому оба типа калькуляторов — программируемые и непрограммируемые — развиваются без особой конкуренции.

Для увеличения размера дисплея его иногда размещают вдоль длинной стороны корпуса. Такое решение принято для программируемых микрокалькуляторов CITIZEN SR-175 (рис. 3.4). Такие калькуляторы выглядят явно более серьезно, но

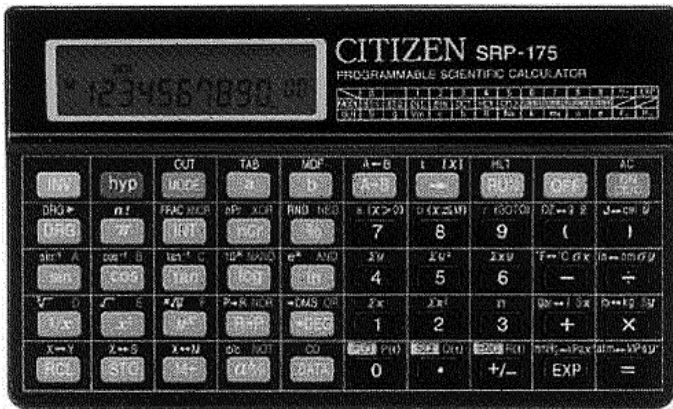


Рис. 3.4. Научный программируемый калькулятор CITIZEN SR-175 с размещением дисплея по длинной стороне корпуса



Рис. 3.5. Массовый дешевый инженерный калькулятор Karce Kc-109

это только видимость, как правило, параметры у них ничем не отличаются от параметров их «классических собратьев».

Дисплей большинства простых инженерных и научных калькуляторов допускает представление чисел как в формате с фиксированной или плавающей запятой, так и в экспоненциальном формате (включая научный и инженерный форматы). Число строк дисплея составляет 1 — 4, чаще всего используется однострочный дисплей.

Ниже в этой главе мы рассмотрим возможности простых, дешевых и общедоступных инженерных и научных калькуляторов. Следует отметить, что такие калькуляторы сейчас выпускаются не только крупными корпора-

циями, такими, как CITIZEN и Casio, но и многими малоизвестными компаниями, например Karce, Sunway и др. Для примера на рис. 3.5 показан типичный инженерный калькулятор Karce Кс-109, получивший массовое распространение в нашей привокзальной торговле.

Функционально такие калькуляторы ничем не отличаются от подобных моделей более известных фирм, но их цена порой просто бросовая. Пожалуй, это так и надо понимать — его не жаль выбросить, если калькулятор преждевременно сломается или наступит пора заменить его на более престижный. А до сих пор он может служить и порой неплохо.

Числа и числовые константы

Системы счисления

Как уже отмечалось, простейшие калькуляторы работают с ограниченным количеством видов чисел. В этом отношении возможности инженерных и научных калькуляторов намного выше. В связи с этим особенности задания и использования чисел разного типа следует обсудить более подробно [4].

Существуют различные способы представления чисел — **системы счисления**: позиционные и непозиционные. При **позиционной системе** значение каждой цифры зависит от ее положения — **разряда**. Количество значений p каждого разряда задается **основанием** числа.

Любое число в позиционной системе исчисления можно представить в виде

$$a_{m-1}p^{m-1} + a_{m-2}p^{m-2} + \dots + a_1p^1 + a_0p^0 + a_{-1}p^{-1} + a_{-2}p^{-2} + \dots + a_{-s}p^{-s}$$

Здесь a_i задает **вес** каждого разряда и его положение: положительные значения i относятся к целой части числа с m разрядами, а отрицательные к порядку с s разрядами. Чаще всего используются десятичные числа с основанием 10. Непозиционные системы счисления (например, римская) применяются только в специальных калькуляторах, например астрологических и календарях.

Как уже отмечалось, научные и инженерные калькуляторы имеют встроенные константы, например, константу $\pi = 3.1415926525$, константы $180/\pi$ и $\pi/180$ и иногда и другие константы. Константа e — основание натурального логарифма — обычно не задается, так как может вычисляться как $\exp(1) = 2.718281828$.

Натуральные, отрицательные и простые числа

Натуральными называют целые положительные числа ряда 1, 2, 3, 4 ... Эти числа возникли исходя из потребностей счета отдельных и неразделимых предметов. Они могут быть простыми и составными. Ряд натуральных чисел бесконечен, поскольку к каждому «последнему» числу всегда можно добавить единицу и получить следующее число.

Со временем появилось понятие **отрицательных чисел**, причем знак «-» обычно означает недостаток предметов при счете, например, число 8 можно представить как 10 за вычетом двух предметов, т. е. $8 = 10 + (-2)$. Здесь -2

означает недостающие два предмета. К натуральным числам относят и **простые числа** — это такие числа (за исключением 1), которые делятся только на себя. Все они нечетные, за исключением единственного простого четного числа 2. Многие математические системы имеют реализацию алгоритмов для поиска простых чисел и разложения натуральных чисел на простые множители.

Целые числа

Целые числа — это такие числа (тип **integer**), которые могут быть представлены в виде разности натуральных чисел. Они задаются набором только цифр и, возможно, знака перед таким набором. Примеры целых чисел: 0, 1, 123, -456 и т. д. Таким образом, целые числа могут быть положительными и отрицательными. Пока речь идет о числах с основанием 10.

Знак «-» перед числом рассматривается как **унарный минус**, если перед ним нет другого числа, в этом случае знак является оператором вычитания. Например, -4 означает минус четыре, а $6 - 2$ даст результат 4. Можно использовать скобки для уточнения роли этого знака, например, $6 - (-2)$ даст 8. По-другому два знака «минус», т. е. символ «--», как правило, использовать нельзя.

Набор возможных целых чисел ограничен минимальным (отрицательным) числом и максимальным (положительным) числом, конкретные значения которых определяются длиной машинного слова (числом двоичных разрядов), используемого для записи целых чисел.

Некоторые калькуляторы имеют формат задания целых чисел INT (от слова integers — целые). Для целых чисел определен ряд специальных функций, например, разложение на простые множители, нахождение общего делителя, вычисление факториала и т. д. Для целых чисел характерна дискретность значений. Они широко применяются для задания индексов для данных сложных типов, например векторов и матриц.

Числа двоичные, восьмеричные и шестнадцатеричные

Некоторые научные калькуляторы могут работать с числами, имеющими произвольное основание. По умолчанию используются **десятичные числа (decimal)** с основанием 10. Достаточно широкое применение имеют и числа с основаниями 2 (**binary** — бинарные или **двоичные числа**), 8 (**octal** — **восьмеричные числа**) и 16 (**hexadecimal** или сокращенно **hex** — **шестнадцатеричные числа**). Числовые знаки (в системе ниже десятичной — цифры) имеют следующие значения:

b binary	0 1
o octal	0 1 2 3 4 5 6 7
d decimal	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
h hex	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Здесь перед названием типа числа указан его отличительный символ (обычно может использоваться как строчная, так и заглавная буква, например, h или H для шестнадцатеричного числа). Этот символ используется после числа, например 11001b, 1234o или A2CDH. Буквенные числовые знаки в последней строке имеют следующие десятичные значения: A = 10, B = 11,

$C = 12$, $D = 13$, $E = 14$, $F = 15$. Недesimalные числа в математических расчетах используются редко. Но их применяют при описании вычислительных систем.

Как известно, минимальной единицей информации в компьютерной технике является **бит (bit)**. Он равен той информации, которую можно записать с помощью только двух равновероятно употребляемых символов. Общеизвестными являются 0 и 1, удобные для реализации простейшими электронными схемами с двумя состояниями электрического равновесия (например, триггерами или конденсаторными ячейками памяти). Именно с битами работает микропроцессор на своем нижнем уровне операций. Биты задают и состояние элементарных ячеек оперативного запоминающего устройства (ОЗУ), упрощенно именуемого памятью. Какой бы сложной ни казалась нам информация, она распадается на отдельные биты в микропроцессоре и в памяти компьютера.

Однако бит слишком мелкая единица, не очень удобная в обращении. К тому же мы привыкли к куда более удобным и наглядным для нас элементам представления информации, таким, как буквы, цифры, знаки арифметических операций, спецзнаки и символы псевдографики. Стандартный набор символов используемых для представления обычной текстовой и цифровой информации, содержит до 256 элементов, например, код ASCII (American Standard Code for Information Interchange — Американский стандартный код для обмена информацией). Каждый из символов в компьютере представляется числом от 0 до 255. Для задания таких кодов достаточно 8 бит ($2^8=256$), которые и образуют наиболее распространенную единицу представления информации — **байт (byte)**. 1024 байта образуют килобайт (кбайт), 1024 кбайта дают 1 мегабайт (Мбайт) и т. д.

Шестнадцатеричные числа применяются для указания **адресов** ячеек памяти ОЗУ. Используя указанные значения разрядов, можно легко представлять значения чисел с любым основанием. К примеру, число B5 есть $16 * 11 + 5 = 181$. В целом числа с основанием, отличным от 10, в математических и научно-технических расчетах встречаются крайне редко. Калькуляторы, допускающие использование чисел с различными основаниями, имеют, как правило, специальные функции для преобразования числа с одним основанием в число с другим основанием. Чаще всего используются функции, вводимые клавишами с обозначениями:

→ BIN — преобразование текущего числа в бинарную форму;

→ OCT — преобразование текущего числа в восьмеричную форму;

→ HEX — преобразование текущего числа в шестнадцатеричную форму;

→ DEC — преобразование текущего числа в десятичную форму.

Следующие примеры поясняют применение этих функций, нередко вводимых префиксной клавишей (например, 2^{nd}):

123	123
→ BIN	1111011
→ OCT	173
→ HEX	7b
→ DEC	123

Ввиду очевидности эти примеры в комментариях не нуждаются. Некоторые калькуляторы допускают применение чисел любого формата в качестве аргументов функций и возвращают результат в соответствующем формате.

Рациональные числа

Рациональные числа (их определяют типом **rational**) задаются отношением целых чисел, например, $7/9$, $-123/127$ и т. д. Рациональные числа широко применяются для представления с определенной точностью числовых констант, таких, как π или e . С помощью рациональных чисел возможно проведение действий с любой точностью. Результаты арифметических операций над рациональными числами всегда являются также рациональными числами. Мы уже приводили пример представления числа π с помощью рационального числа.

Вещественные (действительные) числа

Вещественные числа возникли из-за ограничений рациональных чисел в представлении непрерывно изменяющихся (аналоговых) величин. Оказалось, например, что диагональ квадрата со стороной, выраженной рациональным числом, нельзя представить в виде рационального числа. Вещественные числа являются мерой непрерывных величин. Они задаются в виде мантиссы и порядка

$$[-]iii.ddddd \cdot 10^{[-]p} \quad \text{или} \quad [-]iii.ddddd \cdot E[-]p,$$

где $[-]$ — обязательный унарный минус, если само число и (или) его порядок отрицателен; $iii.ddddd$ — мантисса числа с разделительной десятичной точкой; iii — целая часть мантиссы; $dddd$ — дробная часть мантиссы; p — порядок числа (в виде целого числа, включая 0).

Примеры задания вещественных чисел: $1.23 \cdot 10^{-5}$, $1.23E5$, $123.4567E-10$. Некоторый разнобой в их задании (порядок может задаваться как степень числа 10 или степень E и т. д.) не слишком затрудняет использование математических систем, поскольку быстро распознается — неверная форма задания числа ведет к появлению сообщения об ошибке.

Вещественные числа с фиксированной и плавающей точкой

В практике математических расчетов используются различные формы записи вещественных чисел. Рассмотрим основные из них.

Десятичные числа с фиксированной запятой (или точкой) обычно используются в финансово-экономических и некоторых иных видах расчетов. К примеру, любая сумма денег может быть представлена в виде суммы рублей (Р) и копеек (К), будучи записанной в виде Р,К (например, 95,34 рубля, что означает 95 рублей и 34 копейки) или Р.К.

В нашей стране при записи чисел принято использовать разделительную запятую, тогда как в большинстве западных стран обычно разделителем выступает точка. Поэтому понятия чисел с фиксированной точкой и с фиксированной запятой идентичны. Мы будем далее говорить о таких числах, как о числах с **фиксированной точкой**. Недостаток таких чисел — малый диапазон

представляемых ими значений. Поэтому числа в таком формате применяются относительно редко.

Десятичные числа с плавающей точкой (их часто определяют опцией **float**) отличаются возможностью изменения положения разделительной точки. Например, $1.23456 \cdot 10^5$, $12.3456 \cdot 10^4$, $123.456 \cdot 10^3$ и $1234560 \cdot 10^{-1}$ представляют одно и то же число 123456 в форме чисел с плавающей точкой.

В общем случае такие числа содержат мантиссу M и порядок p и записываются в виде

$$N = \pm M \cdot p^{\pm p}.$$

Десятичные числа с нормализованной мантиссой. У таких чисел мантисса нормализуется, так что до разделительной точки может быть только одна цифра (от 0 до 9). Так, число 123 в этом случае будет представлено в виде $1.23 \cdot 10^2$, а число 123456 как $1.23456 \cdot 10^5$. Еще чаще задается $|M| < 1$, так что число 123456 будет представлено как $.123456 \cdot 10^6$.

Главное достоинство такой формы представления чисел — большой диапазон их значений, поэтому такой формат чисел применяется наиболее часто в научно-технических расчетах.

Вещественные числа всегда имеют некоторую погрешность представления результатов из-за неизбежного округления их и существования так называемого **машинного нуля** — наименьшего числа, которое воспринимается как ноль. В терминах математических систем часто говорят о приближении числовых данных как об их аппроксимации, хотя в отечественной литературе под аппроксимацией чаще подразумевают приближенное описание некоторой зависимости.

Инженерная форма записи отличается тем, что порядок чисел равен 0 или кратен 3. Они часто применяются и в физических расчетах, где часто размерные величины имеют кратность порядка, равную трем (например, 1 г — это тысячная доля килограмма, 1 мс — это тысячная доля секунды, 1 мл — это тысячная доля одного литра и т. д.). Так, число 1234 в такой нотации будет иметь вид $1.234 \cdot 10^3$, а 12345 как $12.345 \cdot 10^3$. Нетрудно заметить, что в данном случае положение десятичной точки в мантиссе не фиксировано.

Практически все инженерные и научные калькуляторы допускают ввод вещественных чисел в указанных форматах. А многие имеют специальные клавиши для задания этих форматов для чисел, отображаемых на экране дисплея (N — число знаков дробной части мантиссы, примеры даны для $N = 5$):

FIX N — фиксированный формат (пример $100 \times \pi = 314.15927$);

SCI N — научный формат (пример $100 \times \pi = 3.14159E02$);

ENG N — инженерный формат (пример $100 \times \pi = 314.159E00$).

У некоторых калькуляторов символ E разделения мантиссы и порядка может отсутствовать (он заменяется пробелами). Есть калькуляторы, у которых предусмотрен переход от фиксированного к научному (экспоненциальному) формату нажатием клавиши $[F \leftrightarrow E]$, например:

12 n! 479001600
F⇔E 4.790016 08

Вычисление факториала 12 в фиксированном формате
Переход к научному (экспоненциальному) формату

У таких калькуляторов команда EXP N задает вывод N знаков числа в научном формате (в приведенном выше примере N = 6).

Случайные числа

Некоторые калькуляторы имеют функцию генерации случайных чисел — RND. При каждом ее исполнении (например, нажатии клавиш, входящих эту функцию) появляется случайное число — обычно с равномерным распределением в интервале от 0 до 1. Случайные числа используются для моделирования поведения объектов при случайных воздействиях. Такие методы получили обобщенное название метода Монте-Карло. Существующие методы генерации случайных чисел на самом деле порождают квазислучайные числовые последовательности, повторяющиеся с весьма большим периодом.

Комплексные числа и преобразования координат

Комплексные числа. Уже при решении квадратных уравнений возникает необходимость использовать комплексные числа, отличающиеся от действительных чисел наличием мнимой единицы, определяемой как величина, квадрат которой равен минус единице (−1).

Алгебраическая форма задания комплексного числа следующая:

$$Z = \text{Re}(Z) + i \cdot \text{Im}(Z) = a + bi.$$

В этой форме числа содержат действительную $\text{Re}(Z)=a$ и мнимую $\text{Im}(Z)=b$ части. Сами по себе значения $\text{Re}(Z)$ и $\text{Im}(Z)$ могут иметь целые или действительные значения. Здесь i (или j) — мнимая единица — $\sqrt{-1}$. У некоторых калькуляторов для ввода действительной и мнимой частей комплексного числа используются регистры X и Y или a и b. Значения a и b задают некоторую точку комплексной плоскости в Декартовой системе координат.

Экспоненциальная форма комплексного числа имеет вид Me^{iq} , где $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ — модуль комплексного числа Z, а θ — его аргумент или фаза. Комплексное число в такой форме задает на комплексной плоскости радиус-вектор с длиной r и углом θ . Конец этого вектора является точкой с такими координатами в полярной системе координат.

Тригонометрическая форма комплексного числа $r \cdot \cos(\theta) + i \cdot r \cdot \sin(\theta)$ также находит применение.

В экспоненциальной форме комплексные числа особенно часто встречаются в электро- и радиотехнических расчетах, поскольку удачно описывают гармонические колебания. Как известно, они также характеризуются амплитудой (модулем) и фазой (а также частотой). Пример ввода комплексного числа и вычисления модуля и фазы его дан ниже:

CPLX
3 a 4 b

0 Включение режима вычислений с комплексными числами
4 Ввод комплексного числа 3+4i

→ $r\theta$	5	Вычисление модуля и фазы комплексного числа
a	5	Вывод модуля
b	0.927295218	Вывод фазы (в радианах)

Следующий пример показывает преобразование координат точки с $r = 1$ и $\theta = 30^\circ$ в полярной системе координат в координаты x и y этой точки в декартовой системе координат:

CPLX	0	Включение режима вычислений с комплексными числами
1 a 30 b	30	Ввод параметров точки r и θ в полярной системе координат
→ x y	0.866025403	Вычисление декартовых координат x и y точки
a	0.866025403	Вывод координаты x
b	0.5	Вывод координаты y

Есть калькуляторы (например, HP-15C, TI-89/92 и др.), которые способны выполнять очень многие операции с комплексными числами. Но многие более простые модели могут выполнять такие операции для ограниченного набора функций. Поэтому рекомендуется уточнять возможности комплексных вычислений для каждой конкретной модели калькулятора.

Характерные правила ввода и вывода чисел

Ввод и вывод чисел в калькуляторах имеет следующие особенности:

- для отделения целой части мантиссы от дробной используется разделительная точка;
- нулевая мантисса не отображается (число начинается с разделительной точки);
- мантисса отделяется от порядка знаком умножения или пробелом, который рассматривается как знак умножения;
- мантисса отрицательного числа задается унитарным знаком минус перед ней;
- признаком ввода порядка являются символы E или e, либо число 10, либо пробелы;
- порядок задается как целое число после знаков E или e либо как степень 10 и может иметь унарный знак минус;
- мнимая часть комплексных чисел задается умножением ее на символ мнимой единицы i (или I , j и J);
- при выводе комплексного числа знак умножения на символ мнимой единицы может заменяться пробелом;
- представление чисел задается их установленным форматом;
- переполнение разрядной сетки индицируется знаком E или ERROR, миганием результата или иными признаками.

У ряда калькуляторов десятичная точка в числах имеет особый статус — указание ее в любом месте числа, в том числе в конце, делает число вещественным и ведет к переводу вычислений в режим работы с вещественными числами. При этом числом выводимых после десятичной точки цифр можно управлять, задавая значение соответствующей системной переменной.

Основные вычисления на инженерных калькуляторах

Приоритет операций и скобки

В отличие от простейших, инженерные калькуляторы с алгебраической логикой имеют две новые особенности:

- определенный приоритет в выполнении операции;
- наличие открывающих и закрывающих скобок, позволяющих менять приоритет операций.

Приоритет операций обычно указывается в порядке его убывания:

- операции в скобках;
- логические операции;
- операции возведения в степень и логарифмирования;
- операции по встроенным математическим функциям;
- операции умножения и деления;
- операции сложения и вычитания;
- операция завершения ввода — клавиши [=] или EXE.

В отдельных моделях калькуляторов могут быть нюансы в реализации приоритета вычислений. Поэтому необходимо разобраться с ними по инструкции или просто путем простых экспериментов. Проведем и мы такие эксперименты, начав с уже обсуждавшихся простых примеров на вычисление выражений $5 + 2 \times 7$ и $2 \times 7 + 5$. На инженерном калькуляторе эти вычисления будут выглядеть так:

$5 + 2 \times 7$ EXE	19
$2 \times 7 + 5$ EXE	19

Итак, в данном случае оба выражения дают одинаковый результат. Это связано с тем, что в данном случае вначале обеспечивается умножение (2×7), а затем сложение. А как будет выглядеть результат такой операции $\sin 1 + 2$? Это даст $\sin(1) + 2$ или $\sin(1 + 2) = \sin(3)$? Очевидно, что если приоритет вычисления синуса более высокий, то результат будет соответствовать выражению $\sin(1) + 2$:

$\sin 1 + 2$ EXE	2.841470985
$\sin 1$ EXE	0.841470985

Для изменения приоритета операций используются скобки. Они могут иметь различный уровень вложенности. В некоторых калькуляторах используются круглые (), квадратные [] и даже фигурные {} скобки. Но чаще используются только круглые скобки с заданным максимальным уровнем вложенности. В самых сложных калькуляторах уровень вложенности не ограничивается, точнее говоря, он ограничивается оперативной памятью калькулятора, в которой создается специальная структура — стек, используемая при работе со скобками.

Если мы хотим вычислить все же $\sin(1+2)$, то так и задайте вычисление:

$\sin (1+2)$ EXE	0.1411200081

В данном случае вначале вычисляется выражение в скобках $(1 + 2) = 3$ и лишь затем синус трех.

Вычисления по встроенным математическим функциям

Функции задания единиц измерения и преобразования углов и времени

Перед использованием встроенных тригонометрических и обратных тригонометрических функций нужно уточнить, в каких единицах используются углы. Обычно применяют следующие единицы:

RAD — радианы (окружность имеет 2π радиан);

DEG — градусы (прямой угол делится на 90° , окружность на 360°);

GRAD — грады (прямой угол делится на 100 градусов, окружность на 400 градусов).

Для установки соответствующих величин используется специальный переключатель, клавиши с именами **RAD**, **DEG** и **GRAD** или клавиша **DRG**. При задании чисел в виде градусов (часов) **d** с минутами **mm** и секундами **ss** используется следующий формат чисел: **d.mmss**. Для преобразования угла в обычной форме числа с плавающей точкой в форму **d.mmss** используется функция преобразования $\rightarrow$ **D.MS**, а для обратного преобразования функция $\rightarrow$ **DEG**. Примеры применения этих функций для преобразования угла 25.275° :

25.275 $\rightarrow$ D.MS 25.163 $\rightarrow$ DEG 25.275

Эти же функции могут применяться для преобразования времени. Например, пусть время равно 2.451 часа. Тогда время в часах, минутах и секундах будет равно

2.451 $\rightarrow$ D.MS 2.27036 (2 часа, 27 минут и 3.6 секунды)

2.27036 $\rightarrow$ DEG 2.451 (2.451 часа)

Инженерные калькуляторы обычно позволяют рассчитывать все хорошо известные степенные и логарифмические функции. Примеры таких вычислений представлены ниже:

1.5 10^x 3.16227766

1.5 e^x 4.48168907

1.5 $1/x$ 0.666666666

1.5 x^2 2.25

1.5 $\sqrt{}$ 1.224744871

1.5 $\sqrt[3]{}$ 1.144714243

2 $\ln$ 0.69314718

2 $\log$ 0.301029995

Для вычисления этих функций используется один операнд (параметр), после которого задать исполнение соответствующей функции (возможно с при-

менением префиксной клавиши). Следующие операции используют два операнда:

$$2 \text{ y}^x 3 [=] 8$$

$$2 \sqrt[x]{y} 3 [=] 1.25992105$$

Тригонометрические и обратные тригонометрические функции

Вычисление тригонометрических и обратных тригонометрических функций с помощью инженерных калькуляторов вполне очевидно:

$$1 \sin \text{ EXE} \quad 0.8414709848$$

$$1 \cos \text{ EXE} \quad 0.5403023059$$

$$1 \tan \text{ EXE} \quad 1.557407725$$

$$0.5 \sin^{-1} \text{ EXE} \quad 0.5235987756$$

$$0.5 \cos^{-1} \text{ EXE} \quad 0.047197551$$

$$0.5 \tan^{-1} \text{ EXE} \quad 0.463647609$$

Приведенные примеры даны для углов, заданных в радианах. У большинства инженерных и научных калькуляторов возможно задание углов в градусах и градах.

Гиперболические и обратные гиперболические функции

Гиперболические и обратные гиперболические функции вычисляются встроенными функциями $\sinh$, $\cosh$, $\tanh$ и $\sinh^{-1}$, $\cosh^{-1}$, $\tanh^{-1}$. Однако у многих калькуляторов для их вычисления используется префиксная клавиша [hyp], после чего задается соответствующая тригонометрическая функция. Например, [hyp] sin задает вычисление $\sinh$, а [hyp] $\tan^{-1}$ — вычисление $\tanh^{-1}$.

Примеры вычисления этих функций представлены ниже:

$$1 \sinh \quad 1.175201194$$

$$1 \cosh \quad 1.543080635$$

$$1 \tanh \quad 0.761594156$$

$$1 \sinh^{-1} \quad 0.881373587$$

$$5 \cosh^{-1} \quad 2.29243167$$

$$0.5 \tanh^{-1} \quad 0.549306144$$

Есть калькуляторы с префиксной функцией arc hyp для вычисления обратных тригонометрических функций. Например, последовательное нажатие клавиш [arc hyp] и [sin] вводит функцию $\sinh^{-1}$.

Статистические вычисления на инженерных калькуляторах

В инженерных калькуляторах часто предусматривается несколько функций для проведения простых вычислений, как правило, над одномерным массивом чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$. Для перехода к статистическим вычислениям

используется соответствующая команда (клавиша), чаще всего STAT. После этого можно вводить обрабатываемые числа. Многие калькуляторы по мере ввода чисел индицируют их текущий номер i и имеют команды для стирания последнего или даже любого числа. Кроме того, имеется следующий типовый набор статистических функций, нередко вводимый с применением тех или иных префиксных клавиш:

n — количество введенных чисел;

$\bar{X}$ — среднее значение $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$;

Σx — сумма чисел $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$;

Σx^2 — сумма квадратов чисел $(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$;

s — стандартное среднеквадратическое отклонение;

σ — среднеквадратическое отклонение.

Ниже дан пример подобных вычислений (без указания префиксных клавиш):

STAT	0
5 M+	1
5.2 M+	2
6.1 M+	3
7.05 M+	4
6.7 M+	5
n	5
$\bar{X}$	6.01
Σx	30.05
Σx^2	183.8425
s	0.900277734
σ	0.805232885

С помощью описанных средств можно решать простые задачи статистического анализа, а при знании статистических методов даже решать задачи умеренной сложности, например на вычисление параметров регрессии заданного вида. Однако прямо скажем, что инженерный калькулятор не очень удобен для решения таких задач из-за ограниченных возможностей ввода чисел, редких сбоев клавиш, отсутствия полного редактирования введенных данных и т. д. Поэтому решение статистических задач целесообразно на калькуляторах с расширенными возможностями по вводу, обработке и редактированию данных. В частности, это современные графические научные калькуляторы, которые описываются в последующих главах.

Научные калькуляторы с расширенными возможностями

Калькуляторы Casio fx-100/115/570/991 W

К научным калькуляторам с расширенными возможностями относятся популярные модели серии Casio fx-100/115/570/991 W и подобные им других

фирм. Ниже представлено описание самой мощной модели этой серии — калькулятора Casio fx-991 W. Внешний вид калькулятора показан на рис. 3.6.

Эта модель имеет двойное питание от солнечной и от обычной батареи, которую достаточно менять раз в три года. Большой индикатор имеет две строки — строку ввода с возможностью строчного редактирования введенного выражения и строку вывода с большими по размеру цифрами результата. Это наряду с легким доступом к основным функциям калькулятора делает работу с ним простой и удобной. Калькулятор обладает обширным набором встроенных функций — их у него 359. С калькулятором поставляется описание на ряде языков, в том числе на русском.

Этот калькулятор (как и модель fx-570W) особенно удобен для физиков и специалистов научно-технического профиля. В частности, потому, что он имеет функцию вычисления определенного интеграла, набор девяти десятичных приставок, набор из 40 наиболее распространенных функций преобразования величин и 40 физических констант, а также расширенные функции статистических вычислений, в частности, проведения шести видов регрессии.

Калькулятор выполнен в тонком прочном корпусе и закрывается съемной крышкой для защиты клавиатуры и дисплея. Открытую крышку можно закрепить на обратной стороне калькулятора и использовать ее как подставку. Ввиду установки батарей она осуществляется на заводе и требует для осуществления вскрытия калькулятора (6 винтов снизу).

Клавиатура калькулятора Casio fx-991 W

Клавиатура калькулятора вполне обычная, не считая шести выделяющихся кнопок сверху: префиксных клавиш с желтой надписью SHIFT (ввод ряда операций, обозначенных желтыми буквами) и с красной надписью ALPHA (ввод символов, обозначенных красными буквами), группа REPLAY из двух клавиш редактирования (треугольники с острым углом влево и вправо), кнопка задания режимов калькулятора MODE и кнопка включения ON. Выключается калькулятор автоматически. Для задания гиперболических и обратных гиперболических функций имеется кнопка hyp.

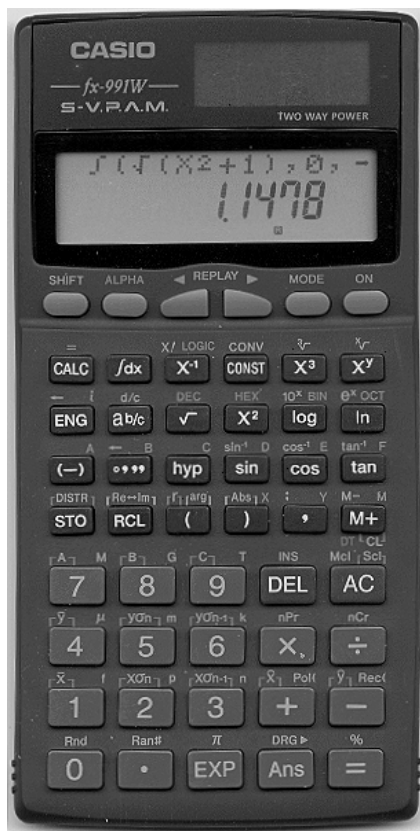


Рис. 3.6. Внешний вид научного калькулятора Casio fx-991 W с расширенными возможностями

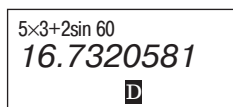
Большинство кнопок имеет двойное, тройное и даже четверное действие. Так, к примеру, используется кнопка $[\sin]$:

Вводится кнопкой SHIFT	$\sin^{-1}$	Вводится кнопкой ALPHA
	sin	Основная функция
	sinh	При использовании префиксной клавиши H

В данном случае клавиша имеет четверное действие. Очевидно, что наличие таких многофункциональных клавиш позволяет сохранить общее число клавиш калькулятора на достаточно низком уровне — в калькуляторе fx-991W используется 50 клавиш, с помощью которых можно реализовать 359 различных операций.

Алгебраический метод с повышенной визуализацией S-V.P.F.M

Калькуляторы реализуют алгебраический метод с повышенной визуализацией, в оригинале названный S-V.P.F.M (Super Visually Perfect Algebraic Method). Это означает, что на экране дисплея можно видеть выражение (формулу), по которому ведутся вычисления и результат вычислений. Для этого дисплей калькуляторов имеет две рабочие строки. Его типичный вид следующий:



5×3+2sin 60
16.7320581
D

В первой строке содержится вычисляемое выражение, а во второй — результат вычисления, получаемый после нажатия клавиши [=] (аналогична клавише [EXE] слова EXEcute — исполнение в других калькуляторах). Фактически на экране есть и третья строка — служебная. В ней располагается информация о начальных установках калькулятора, обычно представленная белыми знаками на фоне темного знакоместа. Так, знак **D** означает, что углы при вычислениях задаются в градусах (degree).

Для сокращения записи вычислений в дальнейшем мы будем использовать запись строк ввода и вывода в одну строку, например:

$$5 \times 3 + 2\sin 60 [=] \quad 16.7320581$$

При этом вывод выделяется более крупным наклонным шрифтом — как этот — и имеет место при представлении вычислений на экране дисплея. Клавиша [=] указывается, если она нужна для получения результата вычислений.

Начальные установки калькулятора

При выполнении вычислений на таких сложных калькуляторах порой можно получить неожиданные результаты. Это чаще всего бывает из-за неправильных начальных установок, особенно если калькулятором пользуется неопытный человек. Грубые ошибки, к примеру, могут возникать из-за того,

что вместо десятичных чисел пользователь задал работу с восьмеричными или иными числами, из-за того, что измерения углов вместо градусов заданы в радианах (и наоборот) и т. д.

В связи с этим перед началом работы с калькулятором полезно проверить его начальные установки и разобраться в их назначении. Для контроля начальных установок и их коррекции надо нажать клавишу [MODE] верхнего ряда. Появится изображение вида

COMP CMLPX

1 2

Для задания режима COMP надо нажать клавишу [1], а для режима CMLPX — клавишу [2]. Если эти режимы не меняются, надо снова нажать клавишу [MODE]. Появится новая «порция» установок:

SD REG BASE

1 2 3

Например, для установки основания чисел надо нажать клавишу [3] и затем клавишу с нужным основанием (DEC, HEX, BIN или OCT). Будет установлено основание 10, 16, 2 или 8, что будет индифицироваться в конце строки результата буквами d, h, b или o соответственно.

Полный перечень начальных установок представлен в таблице.

Примечание	Наименование	Индикация
Режимы вычислений		
Обычные вычисления	COMP	
Вычисления с комплексными числами	CMLPX	CMLPX
Вычисления стандартных отклонений	SD	SD
Проведение регрессий разного вида	REG	REG
Задание чисел с разным основанием	BASE-N	b(2), o (8), d (10), h (16)
Единицы измерения углов		
Градусы	DEG	D
Радианы	RAD	R
Десятичные градусы (грады)	GRAD	G
Режимы представления чисел		
Экспоненциальное представление (отменяется фиксированное и научное)	NORM1 NORM2	
С фиксированной точкой (ее место задается)	FIX	Fix
В научной нотации (задается число цифр)	SCI	Sci
В инженерной нотации (задается интервал экспоненциального представления)	ENG	ENG

Примечания:

- Индикаторы режима появляются в нижней части дисплея, за исключением режима BASE-N, который задает вид экспоненциальной части числа.
 - Выбор режима ENG невозможен для BASE-N и CMPLX.
 - Задание единиц измерения углов невозможно в режиме BASE-N.
 - Режимы COMP, CMPLX, SD и REG могут использоваться совместно с режимами установки единиц измерения углов.
 - Перед началом вычислений следует проверить, какой режим вычислений (COMP, CMPLX, SD и REG) и какие единицы измерения углов (DEG, RAD, GRAD) установлены.
 - При экспоненциальном представлении чисел можно установить две нормы: NORM1 — экспоненциальная форма используется для целых и десятичных чисел, имеющих более 10 знаков с двумя знаками после запятой; NORM 2 — экспоненциальная форма используется для целых и десятичных чисел, имеющих более 10 знаков с девятью знаками после запятой.
-

Приемы оперативной работы

После осуществления или коррекции начальных установок калькулятор полностью готов к вычислениям. При выполнении полезно знать некоторые приемы оперативной работы с данным типом калькуляторов.

Вычисляемое выражение вводится в строку ввода нажатием соответствующих клавиш по правилам, описанным выше для простых инженерных и научных калькуляторов. Однако есть дополнительные особенности работы:

- максимальная длина вычисляемого выражения 79 шагов (знакомест);
- при достижении 73 шага курсор меняет вид с мигающей черточки _ на темный прямоугольник ■, что служит предупреждением о близком исчерпании допустимой длины выражения;
- если выражение не помещается в строке ввода, его надо разбить на две или более частей, вычисляемых отдельно;
- возможно строчное редактирование выражения с помощью перемещения маркера клавишами группы REPLAY и применения операций стирания (клавиша [DEL]) и вставки INS ([DEL] с [SHIFT]);
- после вычисления выражения его можно вызвать на повторное вычисление и редактирование нажатием любой из клавиш группы REPLAY;
- клавиша [AC] удаляет все выражение в строке ввода, но в памяти оно сохраняется и может быть выведено на повторное исполнение (см. пункт выше);
- сохраненное в памяти текущее вычисляемое выражение теряется при задании нового выражения, смене начальных установок и при выключении питания;
- в случае наличия ошибок в вычисляемом выражении счет останавливается и выводится сообщение об ошибке;
- нажатие любой клавиши группы REPLAY выводит на экран выражение, в котором маркер ввода устанавливается на место ошибки, что позволяет скорректировать выражение и пустить его вновь на исполнение клавишей [=] .

Учет приоритета операций

В калькуляторах данной группы принят следующий приоритет выполнения операций (в порядке его убывания):

- функции преобразования координат, высшей математики, операций с рядами, векторами и матрицами, решения уравнений, статистики;
- функции класса A, для которых аргумент вводится перед указанием функции: x^2 , x^{-1} , $x!$, $^{\circ}$, ENG symbols;
- функции power/root, $\wedge(x^y)$, $\sqrt[y]{x}$;
- рациональное представление чисел a b/c;
- сокращенный формат умножения (2π, 5A, X min, F Start и т. д.);
- функции B-типа, для которых аргумент вводится после их указания (это большинство математических и других функций, кроме относящихся к группе A);
- сокращенный формат умножения для выражений с функциями класса B (например, $A \log 2$, $3\sqrt{2}$ и т. д.);
- функции комбинаторики nPr и nCr ;
- операции умножения $\times$ и деления $\div$;
- операции сложения $+$ и вычитания $-$.

Примечания:

- действия в круглых скобках выполняются в первую очередь;
- операции с одинаковым приоритетом выполняются справа налево, остальные операции слева направо.

Примеры операций, демонстрирующих действие правил приоритета операций:

$$2 + (3 + 4(5 + 6)) = 49.$$

$$2 \times \sin(1 - \pi \div 4) = 0.42591683$$

$$5! - 123^2 + .456^{-1} = 15246.80702$$

Стеки калькулятора

Когда вычисляется сложное выражение, калькулятор размещает последовательно встречающиеся отложенные числа в так называемый стек чисел. Кроме того, в другом стеке команд хранятся используемые в выражении отложенные команды и открывающие скобки (точнее, их коды). Стек можно уподобить стопке тарелок, в которой очередную тарелку размещают сверху (на вершину стека) и удаляют первой. Таким образом, стек подчиняется логике: первый пришел — последний ушел (или последний пришел, первый ушел).

Работу стеков можно пояснить на примере вычисления выражения

1	2	3	4	5	6		Стек чисел														
2	×	(	3	+	4	×	(	5	+	4	)	÷	3	)	÷	5	)	+	8	EXE	Вычисляемое выражение
1	2	3	4	5	6	7		Стек команд													

Стек чисел		Стек команд	
1	2	1	×
2	3	2	(
3	4	3	(
4	5	4	+
5	4	5	×
6	...	6	(
7	...	7	+
...	...	...	...

Стек чисел данного калькулятора 10-уровневый, а стек команд — 24-уровневый. Ограничения на уровни стеков означают, что возможности калькулятора в вычислении сложных выражений ограничены. Если эти ограничения достигнуты, калькулятор сообщает об ошибке — сообщение «Stk ERROR».

Ошибки и их устранение

Калькуляторы данного типа имеют довольно развитую диагностику ошибок. Если возникает ошибка, калькулятор прекращает счет и на экране появляется соответствующее сообщение. Для разблокирования ошибки нажмите клавишу AC или одну из клавиш REPLAY. В последнем случае возобновится индикация дисплея, а в месте ошибки введенного выражения будет расположен мигающий маркер ввода в виде горизонтальной строки. Чаще всего это позволяет сразу устранить ошибку средствами строчного редактирования выражений.

Калькулятор выдает следующие сообщения об ошибках:

Ma ERROR (ошибка вычислений):

- переполнения разрядной сетки (диапазона чисел) калькулятора;
- вычислении значения функции, выходящего за допустимые пределы;
- попытке выполнить недопустимые операции, например, деление на 0, ошибке логики вычислений и т. д.

Ошибка устраняется уточнением значений чисел или параметров функций. Рекомендуется уточнить значения величин, размещаемых в памяти калькулятора.

Stk ERROR (переполнение стеков):

возникает при превышении емкости (числа регистров) стека — числового или операторного. Устраняется упрощением выражений или разбивкой их на две или более части.

Syn ERROR (синтаксическая ошибка):

возникает при наличии синтаксической ошибки в вычисляемых выражениях. Для устранения таких ошибок надо нажать одну из клавиш REPLAY и исправить ошибку, место которой в строке ввода указывается маркером ввода.

Arg ERROR (ошибка аргумента):

возникает при неправильном задании аргумента. Устраняется также с помощью клавиш группы **REPLAY**.

При получении неожиданных результатов следует выполнить некоторые действия:

- установить режим **COMP**, нажав клавиши **[MODE] 1**;
- задать режим градусной меры **DEG**, нажав клавиши **[MODE] [MODE] [MODE] 1**;
- установить норму представления чисел **NORM 1**, нажав клавиши **[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] 3 1**;
- проверить правильность используемой формулы;
- использовать правильные режимы вычисления.

Если этими мерами восстановить работоспособность калькулятора не удастся, то надо выполнить общий сброс, связанный с потерей всех данных и восстановлением исходных (при выпуске с завода) настроек. Эта операция различна для разных типов микрокалькуляторов.

fx-570/100 W — нажмите кнопку **P** на задней крышке калькулятора над отсеком батарей;

fx-991/115 W — нажмите клавишу **On**.

Рекомендуется сохранять данные о вычислениях, в том числе и промежуточных, в письменном виде, поскольку они могут быть уничтожены полностью или частично при возникновении и устранении ошибок вычислений или даже при автоматическом выключении калькуляторов.

Арифметические операции

Простейшие вычисления

Простейшие (арифметические) операции на калькуляторах рассматриваемого типа не имеют каких-либо принципиальных особенностей по сравнению с такими же вычислениями на простых инженерных калькуляторах. Однако они выполняются с большим комфортом за счет применения двухстрочного дисплея, возможности редактирования вычисляемого выражения в строке ввода и запоминанию последнего выражения как после его вычисления, так и в случае обнаружения ошибки. В последнем случае для сброса сообщения об ошибке и выявления ее места используется любая из клавиш **REPLAY**.

Для упрощения вычислений можно использовать то обстоятельство, что знак умножения перед скобками можно опустить, например:

$$\begin{array}{ll} 2 + 3 \times (4 + 5 \times (6 + 7)) [=] & 209. \\ 2 + 3(4 + 5(6 + 7)) [=] & 209. \end{array}$$

Оба результата идентичны. Знак умножения можно опускать и перед функциями и константой π , например:

$$\begin{array}{ll} 2\pi [=] & 6.283185307 \\ 2\ln 2 & 1.3866294361 \end{array}$$

Системная переменная запоминания результата вычислений Ans

В калькулятор встроена специальная системная переменная Ans, значение которой задается результатом последней операции, заданной нажатием клавиши [=]. Эта переменная вызывается автоматически, как только после нажатия клавиши [=] задается очередная арифметическая операция. Следующий пример иллюстрирует применение данной возможности для накопления ряда чисел:

$$2 [=] \quad 2.$$

$$\text{Ans} + 3 [=] \quad 5.$$

$$\text{Ans} + 4 [=] \quad 9.$$

и т. д.

Переменную Ans можно также вызвать нажатием клавиши Ans, что иллюстрирует следующий пример:

$$2 + 3 [=] \quad 5.$$

$$4 \times \text{Ans} [=] \quad 20.$$

$$\text{Ans} \div 10 \quad 2.$$

Таким образом, системная переменная Ans облегчает проведение цепочечных вычислений.

Вычисления с процентами

Вычисления с процентами лучше всего пояснить на конкретных примерах. Операция % вводится нажатием клавиш [SHIFT] и [=].

Пример 1. От числа 450 найти 15%.

$$450 \times 15\% \quad 67.5$$

Пример 2. Найти, сколько процентов от 450 составит 67.5.

$$67.5 \div 450\% \quad 15$$

Пример 3. Найти, сколько будет составлять 450 плюс 15% от этого числа.

$$450 \times 15\% + \quad 517.5$$

Пример 4. Найти, сколько будет составлять 450 за вычетом 15% от этого числа.

$$450 \times 15\% \quad 382.5$$

Пример 5. До скольких процентов увеличится 450, если к этому значению прибавить 67.5.

$$67.5 + 450\% \quad 115$$

Пример 6. На сколько процентов увеличилось число, если оно изменилось с 450 до 500?

$$500 - 450\% \quad 11.11111111$$

Вычисления с дробями

Вычисления с дробями выполняются в режиме COMP, вводимом нажатием клавиш [MODE] и 1. Для отделения дробной части числа в рациональной форме от целой в режиме ввода используется клавиша [a b/c]. Пример: вычислить $(2 \cdot 3.5 + 1.7)$:

$$2 [a b/c] 3 [a b/c] 5 + 1.7 [=] 2 \downarrow 3 \downarrow 5 + 1.7 [=] 4.3$$

Операция d/c позволяет преобразовать число с отдельной целой и дробной частями в рациональное число в виде отношения двух целых чисел. А клавиша [a b/c] позволяет перевести это число в обычное десятичное представление. Пример:

$$2 [a b/c] 3 [a b/c] 5 [=] 2 \downarrow 3 \downarrow 5 \text{ d/c } 13 \downarrow 5 [a b/c] 2.6$$

Изменение формата десятичных чисел

Часто приходится иметь дело с разными форматами десятичных чисел — фиксированным, научным и инженерным. Для изменения формата чисел надо нажать клавишу MODE 4 раза, что выводит меню возможных форматов десятичных чисел:

Fix	Sci	Norm
1	2	3

Нажав соответствующую клавишу, можно перейти в тот или иной формат представления десятичных чисел. Рассмотрим, к примеру, представление числа 100π.

$$100\pi [=] \quad 314.1592654$$

Выбрав (см. выше) формат Fix (десятичные числа с фиксированной точкой), получим запрос

Fix 0-9?

о нужном числе цифр после десятичной точки. Укажем 3 и получим

$$100\pi \quad 314.189$$

$$10 \div 3 [=] \quad 3.333$$

$$2\pi [=] \quad 6.283$$

Как нетрудно заметить, после изменения формата представление чисел происходит с новым форматом. Однако следует помнить, что внутреннее пред-

ставление чисел в калькуляторе соответствует научному (экспоненциальному формату). Поэтому для последнего примера, задав формат Sci, получим запрос

Sci 0-9?

Ответив 9, получим

2π [=]

6.28318531⁰⁰

200π

6.28318531⁰²

Для отображения чисел можно установить две нормы:

- NORM1 — экспоненциальная форма используется для целых и десятичных чисел, имеющих более 10 знаков с двумя знаками после запятой;
- NORM 2 — экспоненциальная форма используется для целых и десятичных чисел, имеющих более 10 знаков с девятью знаками после запятой.

При задании формата Norm появляется запрос

Norm 1-2?

Указанием числа 1 или 2 можно задать соответствующую норму. Различие в нормах можно выявить, рассматривая результат деления 1 на 700:

1 ÷ 700 [=]

1.428571429 -03 Норма 1

0.001428571 Норма 2

Это часто используется для отказа от того или иного формата. Например, для отказа от формата с фиксированной точкой или от научного формата достаточно указать норму 1. Установки форматов и норм запоминаются и не меняются при отключении калькулятора.

Округление чисел

Округление чисел обеспечивает операция Rnd (клавиши SHIFT и 0). Эта операция срабатывает невидимо в случае работы с числами с фиксированной точкой. Допустим, мы делим число 200 на 7 при формате FIX 3, а затем умножаем результат на 7:

[MODE] [MODE] [MODE] [MODE] 1 3

200 ÷ 7 [=] 28.571

× 7 [=] 200.000

В данном случае округления нет и результат вычисляется точно, поскольку, несмотря на выбранный формат, все промежуточные вычисления выполняются с максимальной точностью. А теперь выполним вычисления чуть иначе — перед умножением на 7 задав операцию Rnd:

200 ÷ 7 [=] 28.571

Rnd × 7 [=] 199.997

На этот раз умножение выполнено приближенно из-за введенной операции округления и потому результат не повторяет исходное число 200.

Инженерные вычисления

Генерация случайных чисел

Для генерации случайных чисел, нередко используемых в инженерных приложениях, используется команда-функция **Ran#** (клавиши [SHIFT] и [.]):

Ran# [=] 0.624
 Ran# [=] 0.354
 Ran# [=] 0.155
 Ran# [=] 0.574

Случайные числа генерируются с равномерным распределением.

Факториал, перестановки и сочетания

Факториал вычисляется оператором **x!** (клавиши [SHIFT] и [x^{-1}]):

10! [=] 3629900
 50! [=] 3.04140932⁶⁴
 100! [=] Ma ERROR

В последнем случае ошибка вызвана переполнением разрядной сетки калькулятора.

Перестановки (символ на экране дисплея **P**) вводятся операцией **nPr** (клавиши [SHIFT] и [$\times$]). Пример, найти число перестановок для $n = 6$ и $r = 4$:

6 P 4 [=] 360

Сочетания (символ на экране дисплея **C**) находятся с помощью операции **nCr** (клавиши [SHIFT] и [$\div$]):

6 C 4 [=] 15

Работа с двоичными, восьмеричными и шестнадцатеричными числами

В информатике широко используются двоичные, восьмеричные и шестнадцатеричные числа. Для арифметических операций можно установить режимы калькулятора для работы с такими числами. Для этого надо дважды нажать клавишу [MODE] и выбрать из появившегося меню позицию 3 (Base). Теперь будут доступны указанные синей краской над клавишами третьего сверху ряда установки:

DEC d — формат десятичных чисел (основание 10);
 HEX h — формат шестнадцатеричных чисел (основание 16);
 BIN b — формат бинарных чисел (основание 2);
 OCT o — формат восьмеричных чисел (основание 8).

Эти установки задают формат представления чисел на экране дисплея глобально, т. е. для всех возможных операций, что позволяет легко конвертировать числа с одним основанием в числа с другим основанием и выполнять с ними арифметические операции.

Пример 1. Преобразование числа.

11110011 [=]	10010011. ^b	Задано бинарное число
	243. ^d	Получено десятичное число
	F3. ^h	Получено шестнадцатеричное число
	363. ^o	Получено восьмеричное число

Пример 2. Арифметические операции с двоичными числами.

10011 + 101 + 11 [=]	11011 ^b
1111 - 1100 [=]	11 ^b
1010 × 1100 [=]	1111000 ^b
11111 ÷ 101 [=]	110 ^b

Работа с бинарными, восьмеричными и шестнадцатеричными числами имеет ряд ограничений:

- десятичные числа с порядком вводить нельзя, при вводе порядка он усекается;
- нельзя использовать научные функции;
- допустимые значения чисел следующие:

двоичная	1000000000<=x<=1111111111, 0<=x<=0111111111
восьмеричная	4000000000<=x<=7777777777, 0<=x<=3777777777
десятичная	-2147483648<=x<=2147483647
шестнадцатеричная	80000000<=x<=FFFFFFFF, 0<=x<=7FFFFFFFFF

Операция LOGIC выводит меню с целым набором логических операций, которые могут использоваться локально:

LOGIC	LOGIC LOGIC	LOGIC LOGIC LOGIC
And Or Xnor	Xor Not Neg	d h b o
1 2 3	1 2 3	1 2 3 4

Назначение этих операций следующее:

- And — логическое произведение (И);
- Or — логическая сумма (ИЛИ)
- Xnor — логическое отрицание исключающей логической суммы;
- Xor — исключающая логическая сумма;
- Not — логическое отрицание;
- Neg — минус;
- d — признак десятичного числа;
- h — признак шестнадцатеричного числа;
- b — признак двоичного (бинарного) числа;
- o — признак восьмеричного числа.

С помощью этих меню можно выполнять комбинированные операции с числами, имеющими разное основание, и проводить логические операции.

Пример 3. Найти сумму $11001_2 + 12ABC_{16}$ и представить ее в форме десятичного числа. Установив формат десятичных чисел, выполним следующие операции:

Операции	Комментарий
LOGIC LOGIC LOGIC 3	Задание формата BIN
b11001 +	Ввод числа 11001_2 +
LOGIC LOGIC LOGIC 2	Задание формата HEX
h12ABC	Ввод числа $12ABC_{16}$
[=] <i>457. d</i>	Результат в формате DEC

Пример 4. Вычислить $110012 \text{ And } 12ABC_{16}$ и представить результат в форме десятичного числа.

LOGIC LOGIC LOGIC 3	Задание формата BIN
b11001 LOGIC 1 and	Ввод числа 11001_2 и оператора +
LOGIC LOGIC LOGIC 2	Задание формата HEX
h12ABC	Ввод числа $12ABC_{16}$
[=] <i>16. d</i>	Результат в формате DEC

Работа с десятичными приставками

В инженерных и научных расчетах принято десятичные приставки обозначать специальными именами (см. табл. ниже).

Десятичные приставки

Символ (название)	Значение	Клавиши
k (кило)	10^3	[SHIFT] [6]
M (мега)	10^6	[SHIFT] [7]
G (гига)	10^9	[SHIFT] [8]
T (тера)	10^{12}	[SHIFT] [9]
m (милли)	10^{-3}	[SHIFT] [5]
μ (микро)	10^{-6}	[SHIFT] [4]
n (нано)	10^{-9}	[SHIFT] [3]
p (пико)	10^{-12}	[SHIFT] [2]
f (фемто)	10^{-15}	[SHIFT] [1]

Пример 1. Частота радиосигнала равна 1,27 МГц. Каким числом герц она характеризуется?

1.27M [=] 1240000.

Пример 2. Толщина слоев микропроцессора Pentium 4 равна 0,13 микрометра. Сколько это будет в метрах?

0.13μ [=] 0.00000013

Применение десятичных приставок упрощает задание типовых данных в общепринятых инженерных форматах.

Вычисления научных функций

Вычисление логарифмов, степенных функций и корней

К научным относятся функции вычисления логарифмов и антилогарифмов. Ввиду очевидности вычисления ограничимся примерами, представленными ниже:

$\log 2.1$ [=] 0.322219294

$\ln 2.1$ [=] 0.741937344

$\sqrt{10}$ [=] 3.16227766

$\sqrt[3]{10}$ [=] 2.15443469

π^2 [=] 9.869604401

π^3 [=] 31.00627668

7^{-1} [=] 0.142857142

e^{-2} [=] 0.1355335282

10π [=] 1385.455731

$\sqrt[4]{256}$ [=] 4.

Здесь полезно обратить внимание на то, что часть функций задается своим именем (учтите, что в некоторых случаях для этого надо использовать префиксную клавишу SHIFT) перед операндом-аргументом (функции типа A), а другая — именем после аргумента (функции типа B). А последняя функция имеет два операнда.

Вычисление тригонометрических и обратных тригонометрических функций

Тригонометрические функции имеют соответствующие клавиши. Ниже представлены примеры их вычисления для режима задания углов в радианах:

$\sin 1$ [=] 0.841470984

$\cos 1$ [=] 0.540302305

$\tan 1$ [=] 1.557407725

Обратные тригонометрические функции вычисляются заданием их имени с применением префиксной клавиши SHIFT:

$\sin^{-1} 0.5 [=]$	<i>0.523598775</i>
$\cos^{-1} 0.5 [=]$	<i>1.047197551</i>
$\tan^{-1} 1.2 [=]$	<i>0.87605805</i>

Результат вычисления обратных тригонометрических функций зависит от установленной меры измерения углов (примеры даны в радианах).

Вычисление гиперболических и обратных гиперболических функций

Гиперболические и обратные гиперболические функции задаются теми же клавишами, что и тригонометрические и обратные тригонометрические функции. Но перед этим используется префиксная клавиша [hyp].

$\sinh .5 [=]$	<i>0.521095305</i>
$\cosh .5 [=]$	<i>1.888423877</i>
$\tanh 1.0 [=]$	<i>0.761594156</i>

Для вычисления обратных гиперболических функций используются клавиши обратных тригонометрических также после нажатия префиксной клавиши hyp, например:

$\sinh^{-1} .5 [=]$	<i>0.481211825</i>
$\cosh^{-1} 1.5 [=]$	<i>0.96242365</i>
$\tanh^{-1} 0.5 [=]$	<i>0.549306144</i>

Работа с градусами, минутами и секундами

Клавиша [°"] используется для преобразования числа в градусах с десятичными долями в регистре результата в число градусов с минутами и секундами с десятичными долями. Пример: введем число 30,351 в регистр результата и преобразуем его:

$30.251 [=]$	<i>30.251</i>
$[^{\circ}"] 20^{\circ}21^{\circ}$	<i>3.6</i>

Обратите внимание на то, что символы минут и секунд в результате не приводятся, а разделителем его на них служит только знак «°». Клавишу [°"] можно также использовать для отдельного ввода градусов, минут и секунд с десятичными долями, например:

$30 [^{\circ}"] 21 [^{\circ}"] 3.6 [^{\circ}"] \times 2.1 [=]$ *63°44'13.56*

Операции с комплексными числами

Для проведения операций с комплексными числами надо установить режим CMPLX, нажав клавиши [MODE] и 2. Комплексные числа вида $a + bi$ вводятся с применением для мнимой части символа i — основная клави-

ша [ENG]. Любопытно, что при этом никакие префиксные клавиши для ввода i не используются. Операция $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$ (вводится клавишами [SHIFT] и [RCL]) служит для изменения вывода с действительной части результата на мнимую его часть и наоборот.

С комплексными числами можно использовать все арифметические операции и простейшие степенные функции:

$(2+3i)+(4+5i)$ [=]	6 Re $\leftrightarrow$ Im 8.i
$(2+3i)-(4+5i)$ [=]	-2 Re $\leftrightarrow$ Im -2.i
$(2+3i) \times (4+5i)$ [=]	-7 Re $\leftrightarrow$ Im 22.i
$(2+3i) \div (4+5i)$ [=]	0.560975609 Re $\leftrightarrow$ Im 0.048780487
$(2+3i)^2$ [=]	-5 Re $\leftrightarrow$ Im 12.i
$(2+3i)^3$ [=]	-46 Re $\leftrightarrow$ Im 9.i
$(2+3i)^{-1}$ [=]	0.153846153 Re $\leftrightarrow$ Im -0.23076923i

Для вычисления модуля и аргумента комплексного числа используются функции Abs и arg:

Abs [=] $(2+3i)$	3.605551275
arg [=] $(2+3i)$	0.982793723

Другие функции, в частности все элементарные математические функции, в данном калькуляторе с комплексными числами не работают. По этому показателю калькуляторы данной группы намного уступают, к примеру, калькуляторам HP-15C, которые обеспечивают любые вычисления с комплексными числами. И более того, сохраняют все настройки при выключении питания (и даже при смене батарей).

Преобразование координат точки

Операции Res(и Pol(, вводимые клавишами [SHIFT] [-] и [SHIFT] [+], соответственно позволяют преобразовывать координаты точек. Операция Res(r, θ) преобразует длину радиус-вектора r и угол θ в координаты точки (x, y) в декартовой системе координат. А операция Pol(x, y) преобразует координаты точки (x, y) в декартовой системе координат в длину радиус-вектора r и угол θ точки в полярной системе координат. При задании угла θ и при его вычислении надо обращать внимание на установленную единицу измерения углов (радианы, градусы или грады). Результаты этих преобразований присваиваются переменным E и F.

Пример 1. Найти полярные координаты точки с декартовыми координатами $x = 2$ и $y = 1$. Угол вычислить в градусах.

[MODE] [MODE] [MODE] 1	
Pol(2,1) [=]	2.236067978
E [=]	2.236067978
F [=]	26.56505117

Пример 2. Найти декартовы координаты точки, которая в полярной системе координат имеет $r = 1$ и $\theta = \pi/6$.

[MODE] [MODE] [MODE] 2
 Rec(1, $\pi/6$) [=] 0.866025404
 E [=] 0.866025404
 F [=] 0.500000000

Преобразование метрических величин

Калькуляторы fx-991/570 W обеспечивают преобразования метрических величин в соответствии со стандартом ISO (1992) и материалами, опубликованными в журнале CODATA Bulletin 63 (1986). Таблица, содержащая 40 преобразований, представлена ниже.

Номер	Преобразование	Номер	Преобразование	Номер	Преобразование	Номер	Преобразование
01	in→cm	11	acre→m ²	21	oz→g	31	kgf/cm ² →Pa
02	cm→in	12	m ² →acre	22	g→oz	32	Pa→ kgf/cm ²
03	ft→m	13	gal(US)→l	23	lb→kg	33	kgf·m →J
04	m→ft	14	l→ gal(US)	24	kg→lb	34	J→ kgf·m
05	yd→m	15	gal(UK)→l	25	atm→Pa	35	lbf/in ² →kPa
06	m→yd	16	l→ gal(UK)	26	Pa→atm	36	kPa→ lbf/in ²
07	mile→km	17	pc→km	27	mmHg →Pa	37	°F→°C
08	km→mile	18	km→pc	28	Pa→ mmHg	38	°C→° F
09	n mile→m	19	km/h→m/s	29	hp→kW	39	J→cal
10	m→n mile	20	m/s→km/h	30	kW→hp	40	cal→J

Для применения этих преобразований используется операция CONV (клавиши [SHIFT] и [CONST]. Операции преобразования поясняются приведенными ниже примерами.

Пример 1. Найти, сколько градусов по Фореягану соответствует температуре в 25° по Цельсию (номер преобразования 38).

25 CONV 38 25°C→° F
 0.
 [=]
 77.

Пример 2. Судно движется со скоростью 21 миль/ч. Сколько километров в час оно проходит (преобразование номер 07)? Находим:

21 CONV 07 21mile→km
 0.
 [=]
 33.796224

Приведенная выше таблица имеется на специальной вкладке, размещенной в съемной защитной крышке калькулятора.

Вывод научных констант

Калькуляторы fx-991/570 W позволяют с помощью операции CONST_ и клавиши [CONST] задавать числовые значения 40 научных (в основном физических и химических) констант. Двухзначные номера констант и их имена представлены в таблице, приведенной ниже.

Номер	Полное наименование константы	Обозначение
01	масса протона	m_p
02	масса нейрона	m_n
03	масса электрона	m_e
04	масса мю-мезона	m_μ
05	радиус Бора	a_0
06	постоянная Планка	h
07	ядерный магнетон	μ_N
08	магнетон Бора	μ_B
09	постоянная Планка в рациональном виде	$\hbar$
10	постоянная тонкой структуры	α
11	классический радиус электрона	r_e
12	длина волны Комптона для электрона	λ_c
13	гиромангнитный коэффициент протона	λ_p
14	длина волны Комптона для протона	λ_{cp}
15	длина волны Комптона для электрона	λ_{cn}
16	постоянная Ридберга	R_∞
17	атомная единица массы	u
18	магнитный момент протона	μ_p
19	магнитный момент электрона	μ_e
20	магнитный момент нейрона	μ_n
21	магнитный момент мю-мезона	μ_μ
22	постоянная Фарадея	F
23	элементарный заряд	e
24	число Авогадро	N_A
25	постоянная Больцмана	k
26	молярный объем идеального газа	V_m
27	молярная газовая постоянная	R
28	скорость света в вакууме	C_0
29	первая константа излучения	C_1
30	вторая константа излучения	C_2
31	постоянная Стефана – Больцмана	σ

Номер	Полное наименование константы	Обозначение
32	диэлектрическая проницаемость вакуума	ϵ_0
33	магнитная проницаемость вакуума	μ_0
34	квант магнитного потока	ϕ_0
35	стандартное ускорение свободного падения	g
36	астрономическая единица	AU
37	парсек	pc
38	температура по Цельсию	t
39	гравитационная постоянная Ньютона	G
40	стандартная атмосфера	atm

Применение научных констант показывает следующий пример. Чему равна общая энергия $E = mc^2$ человека с массой 62 kg (константа C_0 для скорости света имеет номер 28)? Решение имеет вид:

$$\begin{aligned} &62 \text{ CONST } 28 \text{ } 62C_0 \\ &\quad 0 \\ &[x^2] \text{ } 62C_0^2 [=] \\ &\quad 5.572282108^{18} \end{aligned}$$

Таблица научных констант имеется на специальной вкладке, размещенной в съемной защитной крышке калькулятора.

Операции, связанные с памятью

Переменные в памяти

В памяти калькулятора могут храниться значения 9 переменных с зарезервированными под них именами A, B, C, D, E, F, X, Y, M. Последняя переменная представляет накапливающий регистр памяти, так что при его применении ее нельзя использовать как обычную переменную. Присвоение переменной значения x осуществляется командой

x STO Name,

а вызов значения переменной — указанием ее имени или командой RCL Name. Любопытно, что для задания имени переменной не нужно использовать префиксную клавишу ALPHA. Например, имеется клавиша

A
[(-)]

с основной операцией (-) и префиксной — символом A. Было бы естественно задать переменную A нажатием клавиш [ALPHA] и [(-)]. Однако калькулятор понимает, что при использовании команды STO операция (-) — смена знака бесполезна и не имеет смысла. А потому нажатие клавиши [(-)] приве-

дет к реализации присвоения заданного значения переменной A, как в следующем примере:

2 [STO] [(-)] даст $A = 2$.

Соответственно

3 [STO] [(°''')] даст $B = 3$.

3 [STO] [hyp] даст $C = 4$.

Присваивание с помощью операции Name = x тоже допустимо, при этом знак «=» вводится клавишами [ALPHA] и [CALC]. Например:

A =
[ALPHA] [(-)] [ALPHA] [CALC] [2] [=]

что даст

A = 2

2.

Теперь с переменными можно выполнять различные вычисления:

A + B + C =

9.

A + B × C =

14.

A + B² + ln C

14.47664925

Для стирания значения переменной ей присваивается нулевое значение, например, как A = 0. Стирание разом всех переменных обеспечивается командой Mcl (вводится клавишами [SHIFT] и [=]). Значения переменных сохраняются в памяти при выключении калькулятора.

Работа с накапливающим регистром

Калькулятор имеет накапливающий регистр памяти с именем M. Запись в него осуществляется командой STO M, прибавление числа командой M+, вычитание M-, считывание командой RCL M. Очистка регистра памяти обеспечивается занесением в него нулевого значения, т. е. командой 0 [STO] M. Операции с регистром подробно описывались в главе 2, и вы можете проверить примеры из этой главы.

Формула в памяти

Калькулятор позволяет также, к сожалению только временно, хранить в памяти формулу, имеющую длину до 79 знакомест. Формула задается выражением вида

Y = Тело_формулы,

где знак «=» вводится нажатием клавиш [SHIFT] и [CALC].

Тело формулы может содержать переменные, значения которых будут запрашиваться при нажатии клавиши [CALC]. Если переменные были определены ранее, то будут последовательно выводиться их значения и запросы на

ввод новых значений переменных. Для сохранения прежних значений достаточно подтвердить их, просто нажав клавишу [=]. После ввода значений всех переменных будет вычислено значение Y. При изменении настроек калькулятора и его отключении формула теряется.

Пример: вычислить значения $Y = A + B \times x^2$ для ранее уже заданных $A = 2$ и $B = 3$ для $x = 0.25, 0.5$ и 0.75 . Имеем:

$$Y = A + B \times x^2$$

0.

[CALC] A?

2.

[=] [CALC] B?

3.

[=] [CALC] X? .25 [=]

$$Y = A + B \times x^2$$

2.1875

[CALC] A?

2.

[=] [CALC] B?

3.

[=] [CALC] X? .5 [=]

$$Y = A + B \times x^2$$

2.75

[CALC] A?

2.

[=] [CALC] B?

3.

[=] [CALC] X? .75 [=]

$$Y = A + B \times x^2$$

3.6875

Таким образом, по введенной формуле могут вычисляться значения функций ряда переменных и можно легко осуществлять табуляцию формул. Заметим, что если (как в приведенном примере) значения переменных $A = 2$ и $B = 3$ не нужно менять, то формулу будет удобно задать в виде $Y = 2 + 3 \times x^2$. В этом случае при каждом нажатии клавиши [CALC] будет следовать запрос только на значение переменной X.

К сожалению, в данном калькуляторе не предусмотрена возможность задания нескольких формул и их длительного сохранения в памяти. При задании новой формулы, смене исходных настроек и отключении микрокалькулятора заданная формула теряется.

Решение с помощью формулы в памяти трансцендентных уравнений

Несмотря на определенные ограничения, возможность задания формулы в памяти позволяет решать некоторые специальные задачи. К примеру, в инструкции к калькулятору не оговорено, можно ли задавать формулу в рекур-

рентном виде, например, $x_n = f(x_{n-1})$. Оказывается, можно и это позволяет реализовать численные методы решения трансцендентных уравнений. Например, нужно вычислить значение x , удовлетворяющее решению уравнения $x - 0.25 - \sin(x) = 0$. Возьмем за основу метод простых итераций и представим данное уравнение в виде $x = 0.25 + \sin(x)$. Составим формулу этого уравнения и вычислим первое приближение для $X = 1.2$ (нулевое приближение):

$$X = 0.25 + \sin X$$

[CALC] X? 1.2 [=]

1.182039086

Далее, нажимая каждый раз только клавиши [CALC] и [=], получим ряд последующих приближений:

1.175380828

1.172836597

1.171853595

1.171472199

1.171323981

1.171266344

1.171243926

1.171235205

1.171231812

Нетрудно заметить, что этот ряд чисел явно сходится и значение 1.171 мы получаем уже после четвертой и пятой итераций, а 1.1712 — после седьмой и восьмой итераций. После десяти итераций мы имеем решение 1.17123 с шестью верными знаками, что очень недурно. Заодно мы просмотрели динамику схождения результата к корню данного уравнения, которая порой говорит вдумчивому читателю куда больше, чем окончательный результат решения уравнения.

Вычисление определенных интегралов

Для вычисления определенного интеграла

$$\int_a^b f(x)dx$$

служит команда, вводимая клавишей [$\int dx$], которая имеет следующий формат:

$$\int dx (f(x), a, b) \quad \text{или} \quad \int dx (f(x), a, b, n),$$

где во второй форме n — число разбиений интервала интегрирования от 1 до 9. При большом числе разбиений время вычислений может оказаться значительным. При вычислении интеграла на дисплее ничего не индицируется, для сброса режима вычислений надо использовать клавишу AC. Клавиши группы REPLAY восстанавливают выражение для вычисляемого интеграла, и его можно корректировать.

Примеры вычисления интегралов представлены ниже:

$$\int dx (1 \div (1+x^2), 0, 1) [=]$$

0.7854

$$\int dx (1 \div (1+x^2), 0, 1, 6) [=]$$

0.785398163

$$\int dx (x^2+2x+3, 0, 10) [=]$$

463.3333333

В первых двух примерах показано влияние параметра n на погрешность вычисления интеграла. Чем больше n , тем меньше (хотя и не всегда) погрешность вычисления.

Иногда полезно выполнить интегрирование по частям. Пусть надо вычислить суммарную площадь двух полупериодов синусоиды. В этом случае результат интегрирования выглядит сомнительным:

$$\int dx (\sin x, 0, 2\pi, 6) [=]$$

3.⁻¹²

Он, с учетом погрешности вычисления интеграла, близок к 0, поскольку при интегрировании второго полупериода площадь считается отрицательной и вычитается из положительной площади положительного полупериода. Для раздельного нахождения площадей полупериодов можно применить следующие вычисления:

$$\int dx (\sin x, 0, \pi, 6) [=]$$

2

$$\int dx (\sin x, \pi, 2\pi, 6) [=]$$

-2

Теперь получены площади обоих полупериодов и ясно, что их сумма 0. Эти два примера иллюстрируют технику интегрирования по частям.

Едва ли стоит полагаться на вычисление сложных интегралов с помощью этой функции, нередко калькулятор в этом случае надолго заикливается. Тем не менее операция численного интегрирования одна из важнейших. В частности, потому, что позволяет выполнять расчет многих специальных функций, используя их интегральные представления.

Пример: выполнить интегральный синус $\text{Si}(a)$ для значений $a = 0.2$ и 1 (здесь мы используем переменную a с тем, чтобы оставить x как переменную внутри интеграла. Воспользуемся интегральным представлением этой специальной функции:

$$\text{Si}(a) = \int_0^a \frac{\sin(x)}{x} dx.$$

Здесь нижний предел брать нулевым нельзя, так как возникнет ошибка вычисления подынтегрального выражения. Поэтому возьмем этот предел равным 10^{-50} :

$$\int dx (\sin x + x, 10^{-50}, 0.2) [=]$$

0.19955609

$$\int dx (\sin x + x, 10^{-50}, 1) [=]$$

0.94608

Аналогичным образом можно по интегральному выражению вычислять множество специальных математических функций.

Статистические вычисления

Вычисление стандартного отклонения для массива чисел

Статистическая обработка массива чисел выполняется обычно для вычисления стандартного смещенного и несмещенного отклонения [8]. Для этого используется режим SD, вводимый нажатием клавиш [MODE] [MODE] 1. После этого выполняется подготовка к вводу данных заданием команды очистки всех регистров памяти Scl [=]. Данные вводятся в виде последовательности чисел, разделяемых нажатием клавиши [M+] — в режиме статистических операций это соответствует операции DT.

По ходу этих вычислений в режиме накопления вычисляются наиболее важные статистические параметры массива:

[RCL] A $\sum x^2$	[SHIFT] $\bar{X}$
[RCL] B $\sum x$	[SHIFT] $X\sigma_n$
[RCL] C n	[SHIFT] $X\sigma_{n-1}$

Переменные A, B и C в данном виде расчетов обычные. Поэтому их значения можно вызывать так же, как A [=], B [=] и C [=]. Полезно обратить внимание на то, что некоторые статистические операции на клавиатуре выделены синими уголками [$X\sigma_n$].

Полезны специальные приемы статистических вычислений:

- двойным нажатием клавиши [DT] можно ввести подряд два одинаковых числа;
- командой $x ; n$ можно вводить подряд n чисел x ;
- стирание данных осуществляется вводом операции CL;
- вызов результатов вычислений возможен в произвольном порядке.

Пример 1. Найти статистические параметры массива чисел: 9, 8, 10, 9 и 11.

[MODE] [MODE] 1 0

Scl [=] 0

9 [DT] 8 [DT] 10 [DT] 9 [DT] 11 [DT] 11

[RCL] A $\sum x^2 = 447$

[RCL] B $\sum x = 47$

[RCL] C n = 5

$\bar{X}$ [=] 9.4

$X\sigma_n$ [=] 1.019803903

$X\sigma_{n-1}$ [=] 1.140175425

Полученные значения статистических параметров массива чисел сохраняются в памяти калькулятора после его автоматического выключения.

Вычисление нормального распределения вероятностей

Для вычисления функций нормального распределения вероятности

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt; \quad Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt$$

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{+\infty} e^{-t^2/2} dt; \quad t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma^n}.$$

используется режим DISTR (клавиши [SHIFT] и [STO]). При этом выводится меню операций:

P(Q(R(→t
1 2 3 4

Следует отметить, что вычисление этих параметров происходит для тех данных, которые получаются из описанных выше расчетов. Например, вычислим P(0.5), Q(0.5) и R(0.5) и найдем t для 10:

DISTR P(.5) [=] 0.69146

DISTR Q(.5) [=] 0.19146

DISTR R(.5) [=] 0.308854

10 DISTR 4 10→t [=] 0.588348405

Регрессия разного вида

Для парных зависимостей (xi, yi) калькулятор также может найти множество статистических параметров, в том числе регрессию для шести видов приближения точек. Для перехода в этот режим надо нажать клавиши [MODE] [MODE] 2. Появится меню вида:

Lin Log Exp Правая Pwr Inv Quad
1 2 3 клавиша REPLAY 1 2 3

Таким образом, реализуются следующие шесть видов регрессии.

Тип регрессии	Название	Уравнение регрессии
Lin	линейная	$Y = A + Bx$
Log	логарифмическая	$Y = A + B \ln(x)$

Тип регрессии	Название	Уравнение регрессии
Exp	экспоненциальная	$Y = Ae^{Bx}$
Pwr	степенная	$Y = Ax^B$
Inv	обратная	$Y = 1/(A + Bx)$
Quad	квадратичная	$Y = A + Bx + Cx^2$

Коэффициенты линейной регрессии $y(x) = A + Bx$ при исполнении операции L.R.:

$$A = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}; \quad B = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

Коэффициент корреляции r

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}.$$

Для очистки используемых регистров памяти следует исполнить операцию Scl. Каждая пара данных вводится по схеме

x_i , y_i DT (клавиша M+)

По мере ввода индицируется значение x_i . Коэффициенты регрессии и другие сопутствующие параметры вычисляются по мере ввода и заносятся в регистры памяти в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Клавиши	Параметр	Клавиши	Параметр
[RCL] A	$\sum x^2$	[SHIFT] 3	$X\sigma_{n-1}$
[RCL] B	$\sum x$	[SHIFT] 4	
[RCL] C	n	[SHIFT] 5	$Y\sigma_n$
[RCL] D	$\sum y^2$	[SHIFT] 6	$Y\sigma_{n-1}$
[RCL] E	$\sum y$	[SHIFT] A	коэффициент регрессии A
[RCL] F	$\sum xy$	[SHIFT] B	коэффициент регрессии B
[RCL] M	$\sum x^3$	[SHIFT] C	коэффициент регрессии C
[RCL] X	$\sum x^2 y$	[SHIFT] (	коэффициент корреляции r
[RCL] Y	$\sum x^4$	[SHIFT] +	$\bar{X}$
[SHIFT] 1	$\bar{X}$	[SHIFT] -	$\bar{Y}$
[SHIFT] 2	$X\sigma_n$	-	-

Средние значения вычисляются по формулам:

$$\bar{x} = \sum x / n \quad \bar{y} = \sum y / n ,$$

а стандартные отклонения:

$$\chi\sigma_n = \sqrt{\frac{n\sum x^2 - (\sum x)^2}{n(n-1)}} \quad \gamma\sigma_n = \sqrt{\frac{n\sum y^2 - (\sum y)^2}{n(n-1)}}.$$

Надписи для приведенных выше статистических параметров расположены в основном над цифровыми клавишами и для удобства обнаружения заключены в синие уголки, например $\lceil A \rceil$. Полезны специальные приемы статистических вычислений:

- двойным вводом DT можно ввести подряд две пары данных числа;
- командой x,y ; n можно вводить подряд n пар (x,y);
- стирание данных осуществляется вводом операции CL;
- вызов результатов вычислений возможен в произвольном порядке.

Пример 2. Выполнить линейную регрессию для следующих пар (x_i, y_i) : (2,5.5), (4,6.3), (6,7.2), (8,8) и (10,8.6).

[MODE] [MODE] 2 1 0

Выбор линейной регрессии

Scl [=] 0

Очистка регистров памяти

2, 5.5 DT 4, 6.3 DT 6, 7.2 DT 8, 8 DT 10, 8.6 10

Ввод данных

[SHIFT] [7] A 4.75

Вызов коэффициента A

[SHIFT] [8] B 0.395

Вызов коэффициента B

3 [SHIFT] [-] [=] 5.945

Вычисление $y(3)$

6 [SHIFT] [+] [=] 3.164556962

Вычисление x для $y = 6$

Виртуальный инженерный Windows-калькулятор

Как уже отмечалось, в состав операционных систем для ПК Windows 95/98 включен виртуальный калькулятор в двух формах — простого и научного. Нетрудно заметить, что научный калькулятор (рис. 3.7) несколько сложнее в общении, чем стандартный. Он позволяет вычислять типовые математические функции и выполнять достаточно сложные расчеты, например статистические. Калькулятор очень похож на обычные непрограммируемые микрокалькуляторы для инженерных расчетов. В отличие от простого калькулятора, он уже понимает работу со скобками, выполняет ряд операций с учетом их приоритета, имеет типичный и достаточный для простых инженерных вычислений набор функций.

Под индикатором инженерного калькулятора расположено три группы переключения режимов работы:

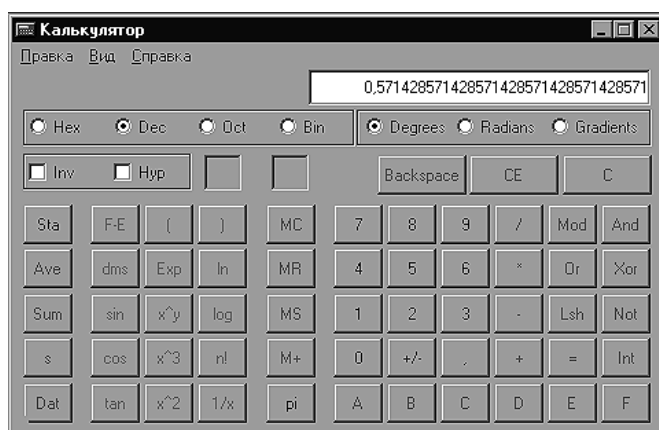


Рис. 3.7. Виртуальный научный Windows-калькулятор

Переключение форматов задания чисел:

Bin	F8	переключение в двоичный формат
Dec	F6	переключение в десятичный формат
Hex	F5	переключение в шестнадцатеричный формат
Oct	F7	переключение в восьмеричный формат

Переключение меры задания углов:

Deg	F2	задание углов в градусах
Grad	F4	задание углов в градах
Rad	F3	задание углов в радианах

Ввод обратных функций (автоматически сбрасывается после применения):

Inv	i	инвертирование функций
Нур	h	переход к гиперболическим функциям

Все указанные переключения можно выполнить с помощью мышки, щелкнув по окошку или клавише калькулятора с соответствующим обозначением.

Основные функции других клавиш научного калькулятора перечислены ниже:

Клавиши калькулятора	Клавиши клавиатуры	Выполняемые калькулятором действия
()		ввод скобок (до 25 уровней вложения)
A, B, C, D, E, F		ввод символьных значений шестнадцатеричных чисел
And, Or, Not, Xor, Lsh	&, , ~, ^, <	ввод типовых логических операций
Ave	Ctrl+A	функция вычисления среднеквадратического значения
sin	s	вычисление тригонометрических функций синуса,
cos	o	косинуса и тангенса (при использовании
tan	T	совместно с клавишей Inv – вычисление соответствующих обратных тригонометрических функций арксинуса, арккосинуса и арктангенса)

Клавиши калькулятора	Клавиши клавиатуры	Выполняемые калькулятором действия
Dat	Ins	фиксация набора списка чисел (данных)
dms	M	преобразование угла в градусы — минуты — секунды
Exp	X	ввод числа в экспоненциальной форме
F-E	V	преобразование индикации чисел из фиксированного формата в экспоненциальный и наоборот
Int	;	выделение целой части числа
ln	n	вычисление натурального логарифма с основанием e
log	L	вычисление десятичного логарифма с основанием 10
Mod	%	вычисление остатка (Modulus) от деления
n!	!	вычисление факториала
PI	P	ввод числа пи — 3.141...
s	Ctrl_D	вычисление стандартного отклонения для (n-1) чисел, а при использовании клавиши lnV для n чисел
Sta	Ctrl+S	использование при статистических вычислениях
Sum	Ctrl+t	вычисление суммы введенных данных (чисел)
x^2	@	возведение числа в квадрат (извлечение квадратного корня при использовании lnV)
x^3	#	возведение числа в куб (извлечение кубического корня при использовании lnV)
x^y	y	возведение числа x в степень y (извлечение из x корня y-й степени при использовании lnV)

Поясним возможности научного калькулятора на нескольких характерных примерах.

Пример 1. Вычислить гиперболический синус числа 0,5:

- вводим число 0,5, нажимая клавиши 0 , 5;
- задаем флаг Нур, нажав соответствующую клавишу;
- нажимаем клавишу нужной функции — sin;
- нажимаем клавишу = (получим $\sinh(0,5) = 0,521...$).

Пример 2. Вычислить стандартное отклонение для данных 10, 12, 9,14:

- нажмем клавишу CE для очистки памяти калькулятора;
- нажмем клавишу Stat для перехода к статистическим вычислениям;
- появившееся окошко статистики выведем в удобное место;
- введем данные, завершая ввод каждого данного нажатием клавиши Dat (по мере ввода каждое число появляется в окошке статистики);
- нажмем клавишу Stat для завершения ввода блока данных;
- нажмем клавишу s;
- нажмем клавишу = (получим результат $s = 2.21735...$).

Таким образом, научный калькулятор может выполнять простейшие статистические вычисления. Для этого он имеет окошко данных, которое мы не приводим ввиду его простоты, окошко содержит лишь табло для чисел, кнопку для закрытия и четыре управляющие клавиши:

RET — возврат к обычным (не статистическим) вычислениям;

LOAD — копирование чисел в индикатор калькулятора;

CD — стирание выделенного числа;

CAD — стирание всех чисел.

Здесь мы ограничимся этими примерами. Более подробную информацию о порядке работы с подобного рода калькуляторами можно в представленном выше описании работы с обычными калькуляторами.

Глава 4. Калькуляторы с обратной бесскобочной (польской) логикой

Основы обратной бесскобочной (польской) логики

Основные идеи обратной бесскобочной (польской) логики

Большинство людей привыкло к алгебраической логике арифметических операций, при которой оператор операции размещается между двумя операндами, например, $2 + 3 =$. Эта запись может быть расширена на несколько операций, например, $2 + 3 - 4 + 9 =$. Знак равенства указывает, что на этом месте вычисления завершаются и нужно выдать результат.

Однако польский математик Я. Лукашевич предложил иной способ записи математических выражений — вначале вводятся операнды, а затем оператор. Например, вычисление $2 + 3$ в этом случае выглядит так: $2\ 3\ +$. При этом вроде бы не требуется оператора завершения вычисления. Однако на практике набор подряд двух чисел 2 и 3 будет воспринят как ввод одного числа 23. Поэтому надо продумать вопрос о том, где будут храниться два числа и как их разделить.

Для хранения чисел используется набор соответствующих регистров, объединенных в стек. А для перевода чисел по мере их ввода в регистры стека используется специальная операция, обозначаемая как ENTER (ввод), $\text{ENTER}\uparrow$ или $\uparrow$. В дальнейшем мы будем использовать обозначение $\uparrow$ как самое короткое и понятное, даже если на конкретном калькуляторе эта операция указывается иным обозначением. Главное, что среди клавиш калькуляторов с польской логикой нет клавиши $=$. Иногда она все же встречается либо в калькуляторах, имеющих оба типа логики, либо в программируемых микрокалькуляторах для обозначения логической операции сравнения.

Описанная выше логика работы получила название польской или обратной бесскобочной логики. Может показаться, что в таком случае применение польской логики лишь усложняет запись операций и не дает особых преимуществ перед алгебраической логикой. Доля правды в этом есть — не случайно число типов калькуляторов с польской логикой уменьшается, а с алгебраической логикой растёт. Преимущества алгебраической логики усиливаются при использовании понятия приоритета операций, константной логики и возможности задания умножения в неявном виде, например, 2π , $2(3 + 2)$ и т. д.

Тем не менее отвергать польскую логику явно рановато. Как мы убедимся ниже, в случае сложных, особенно цепочечных, выражений она позволяет заметно уменьшить число операций и нажимаемых клавиш. Это особенно важно для научных и программируемых калькуляторов, где сокращение чис-

ла шагов программы обычно остро необходимо. Пользователи таких калькуляторов быстро осваивают приемы польской логики и находят их, как правило, довольно привлекательными.

Операционный стек калькуляторов с польской логикой

Итак, калькуляторы с обратной бесскобочной (польской) логикой имеют характерное устройство — операционный стек. Скрытые стеки есть и у калькуляторов с алгебраической логикой, но для работы с ними знать особенности работы стеков просто не нужно. В отличие от них, работу со стеком калькуляторов с обратной бесскобочной (польской) логикой надо знать «как свои пять пальцев», иначе невозможно выполнить даже самые простейшие вычисления.

Наиболее часто применяется стек, состоящий из четырех в исходном состоянии очищенных регистров X, Y, Z и T. Совместно с ним используется регистр восстановления результата X1. Таким образом, структура операционных регистров калькулятора имеет следующий вид:

T	0
Z	0
Y	0
X	0
X1	0

Кроме того, калькуляторы имеют ряд регистров памяти, имеющих номера N. Операция STO N заносит содержимое регистра X в регистр памяти N, оставляя его в регистре X. А операция RCL N заносит число из регистра памяти N в регистр стека X (см. ниже).

Ввод чисел в стек и их перемещения

Первое из используемых в вычислениях чисел, например a, вводится в регистр стека X путем набора всех знаков, образующих число. Числа могут иметь уже знакомые нам форматы FIX — с фиксированной десятичной точкой, SCI — в научном экспоненциальном формате и ENG — в инженерном формате. В двух последних форматах задается мантисса и порядок числа. Для смены знака операций используется (клавиша) CHS.

Используя характерную для таких калькуляторов клавишу [$\uparrow$] или [ENTER], можно перевести число a вверх, т. е. разместить его в регистре Y стека, после чего можно ввести в регистр X новое число b:

T	0
Z	0
Y	a = 2
X	b = 3
X1	0

Очевидно, что таким образом в стеке можно разместить до четырех чисел. Всякий раз, когда новое число заносится в регистр X стека (например, в

результате операции RCL N вызова числа из регистра памяти N, вызова константы π и т. д.), происходит обмен содержимого регистров стека по схеме $X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow T$. Если число введенных чисел становится больше четырех, то первые из них безвозвратно теряются и в стеке остаются только 4 последних числа.

Простейшие вычисления

После этого можно задать любую операцию с двумя операндами. Ее результат поступит в регистр X стека, а регистр Y очистится. Одновременно результат двуместной операции поступает в регистр восстановления результата X1. Например, для операции сложения $2 + 3$ получим:

T	0
Z	0
Y	0
X	5
X1	5

Обычно эту операцию записывают в виде

$$a \uparrow b +$$

Для операции $a * (b + c)$ у калькулятора с классической алгебраической логикой требуется нажатие как минимум восьми клавиш: $a \times (b + c) =$. Калькулятор с польской логикой требует нажатие семи клавиш:

$$a \uparrow b \uparrow c + \times$$

Нетрудно сообразить, что эти операции заключаются в следующем:

a — число a набирается в регистре X;

$\uparrow$ — число a переносится в регистр Y и остается в регистре X;

b — число b вводится в регистр X;

$\uparrow$ — число b переносится в регистр Y и остается в регистре X, а число a из регистра Y переносится в регистр Z;

c — число c вводится в регистр X;

$+$ — складывается содержимое регистров X и Y, т. е. вычисляется $(b + c)$, результат оказывается в регистре X, а в регистр Y опускается неиспользованное число a ;

$\times$ — перемножается содержимое регистров X и Y, т. е. вычисляется $a \times (b + c)$, регистр Y очищается.

В данном примере можно было бы выполнить вычисления и по схеме: $c \uparrow b + a \times$. Этот вариант учитывает то обстоятельство, что при вводе числа a результат $(b + c)$ автоматически перемещается в регистр Y. В результате выигрыш в числе нажатий клавиш возрастает до двух даже для столь простого примера. При этом используются только регистры X и Y. Одновременно становится понятным понятие «обратная логика» — операции выполняются в порядке с конца выражения к его началу.

Примеры вычислений в общем виде

Для вычисления функций с одним оператором, например $\sin(x)$, достаточно ввести x в регистр X и нажать клавишу $[\sin]$, т. е. задать $x \sin$. Результат операции поступит в регистр X и в регистр $X1$. Таким образом, для одноместных операций операнд в регистре X стека замещается результатом операции.

Приведем примеры вычислений на калькуляторах с польской логикой в общем виде:

$(a \times b) + (c \times d)$	$a \uparrow b \times c \uparrow d \times +$
$(a - b)/(c + d)$	$a \uparrow b - c \uparrow d + \div$
$a \times \ln((b + c)/d)$	$b \uparrow c + d \div \ln a \times$

В последнем примере вместо 12 минимально необходимых нажатий клавиш при алгебраической логике достаточно использовать только 9 при обратной бескобочной логике. При более сложных вычислениях выигрыш по числу нажатий клавиш может оказаться еще больше.

Основные операции со стеком

Возможности в упрощении вычислений расширяются благодаря применению некоторых вполне очевидных операций со стеком:

CLX очистка регистра X ;

CHS смена знака у числа в регистре X ;

LST x в регистр X поступает результат последней операции из регистра $X1$;

$x \leftrightarrow y$ обмен содержимым между регистрами X и Y ;

$R \downarrow$ кольцевое перемещение чисел в стеке вниз;

$R \uparrow$ кольцевое перемещение чисел в стеке вверх;

RCL N вызов в регистр X содержимого регистра памяти N .

Эти операции не меняют содержимое регистра восстановления результата предыдущей операции $X1$. Операция $x \leftrightarrow y$ может у некоторых калькуляторов иметь несколько иное обозначение, столь же очевидное.

Модели калькуляторов с польской логикой работы

Советские калькуляторы

Хотя эта книга посвящена только зарубежным моделям, мы отдадим дань уважения целому поколению отечественных (советских) микрокалькуляторов с польской логикой [1, 3]. Многие и по сей день служат своим хозяевам — тем пользователям, которые обращались с этими замечательными машинками нашего прошлого с должным уважением и трепетом. Многие люди именно на них освоили основы программирования и могут по достоинству оценить новые возможности современных калькуляторов и ПК.

Таблица 4.1
Параметры советских программируемых микрокалькуляторов
с польской логикой работы

Параметр	БЗ-21	МК-46	БЗ-34	МК-56	МК-54	МК-61	МК-52*
Число разрядов мантиссы/по- рядка	7,8/2	7,8/2	8/2	8/2	8/2	8/2	8/2
Число регистров стека	2	2	4	4	4	4	4
Регистр восстановления	–	–	+	+	+	+	+
Число добавочных регистров	6	6	14	14	14	15	15
Функции $1/x$, x^2 , $\sqrt{x}$, $\exp$, $\ln x$, $\sin x$, $\cos x$	+	+	+	+	+	+	+
Функции $\tan x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$	–	–	+	+	+	+	+
Представление углов: r – ра- дианы, d – градусы, g – градусы	r	r	r/d	$r/d/g$	$r/d/g$	$r/d/g$	$r/d/g$
Число шагов программы	60	66	98	98	98	105	105
Адресация: p – прямая, k – косвенная	p	p	p/k	p/k	p/k	p/k	p/k
Габариты, мм	$185 \times 100 \times 48$	$280 \times 240 \times 90$	$185 \times 100 \times 48$	$208 \times 205 \times 60$	$167 \times 78 \times 36$	$167 \times 78 \times 36$	$212 \times 78 \times 34,5$
Масса, кг	0,39	2,5	0,39	1,3	0,25	0,25	0,25
Питание: сет – сетевое, ун – универсальное	ун	сет	ун	сет	ун	ун	ун
Оборудование: наст – настоль- ное, пер – переносное	пер	наст	пер	наст	пер	пер	пер

* Калькулятор имеет перепрограммируемое ПЗУ и сменные модули программ.

Из простых калькуляторов этого класса у нас наиболее распространенным был инженерный калькулятор БЗ-19М. Он имел стек из трех регистров X, Y и Z и универсальное питание. Большинство отечественных калькуляторов с польской логикой работы выпускались в виде программируемых микрокалькуляторов. Их параметры приведены в табл. 4.1. Подробное описание работы этих калькуляторов и множество программ для них можно найти в книгах [1 — 3]. Алгоритмы, а порой и тексты этих программ с небольшой, разумеется, доработкой можно использовать для подготовки программ для более современных калькуляторов этого класса.

Научные калькуляторы Hewlett Packard

Родоначальником калькуляторов с польской логикой стала корпорация Hewlett Packard. Она первой разработала поистине массовые калькуляторы этого типа и буквально закидала весь мир своими надежными, неприхотливыми и красивыми машинками этого класса. Поскольку в главе 1 мы ссылались на музей калькуляторов корпорации Hewlett Packard, то, оставив заинтересованным историей читателей возможность познакомиться с экспонатами этого музея через Интернет, рассмотрим только современные модели калькуляторов, появившиеся с начала 80-х годов и использующие специализированные СБИС.

В книге [1] приведены данные о первом поколении научных калькуляторов корпорации Hewlett Packard. Мы не будем рассматривать их подробно, поскольку многие из этих моделей уже серийно не выпускаются, хотя до сих пор верой и правдой служат своим владельцам. Остановимся лишь на уникальном калькуляторе этого класса — HP-15C. Приведенное ниже описание этих калькуляторов не претендует на исчерпывающую полноту (инструкция по их применению содержит около 300 страниц), но вполне достаточно (с учетом уже известных читателю общих положений) для полноценного применения.

Научные калькуляторы HP-15C были первыми программируемыми калькуляторами корпорации Hewlett Packard, которые появились вслед за появлением ПК. Конструкторам из Hewlett Packard пришлось по ходу разработки учитывать это обстоятельство. Таким образом, с HP-15C начинается родословная калькуляторов, которые в данной книге обозначены как «современные». Обозначения клавиш этого калькулятора представлено на рис. 4.1.

Надо отдать должное разработчикам HP-15C — они быстро поняли угрозу калькуляторам со стороны ПК и наделили эту модель поистине недюжинными возможностями. За основу был взят вполне «средненький» научный калькулятор HP-11C, который ничем особенно не выделялся, за исключением своего изящного малого корпуса, который легко помещался в кармашке рубашки руководителя проекта, ничтожного потребления энергии от таблеточных батареек и способности хранить все использованные данные при выключении. Свойства безусловно весьма полезные, но не затрагивающие функциональных возможностей калькуляторов для научных расчетов.

Для HP-15C было принято решение сразу предусмотреть работу с комплексными числами $Z = \operatorname{Re}(Z) + i \cdot \operatorname{Im}(Z)$ при выполнении всех операций, ка-

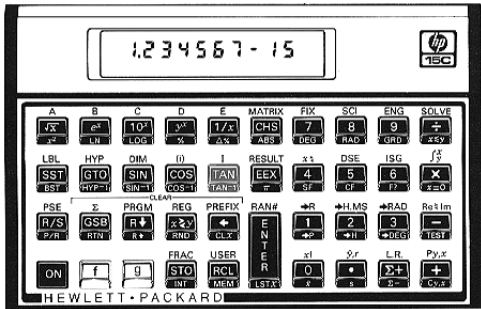


Рис. 4.1. Клавиатура калькуляторов HP-15C (выделенная клавиша TAN имеет код 25, поскольку расположена во второй строке и в пятом столбце матрицы клавиш)

кие только с ними возможны, включая вычисления функций с комплексным аргументом. Лишь спустя с десяток лет такая возможность появилась в СКМ для ПК. Для реализации этой возможности в калькуляторе HP-15C был создан двойной стек:

Основной стек		Дополнительный стек	
T	0	T	0
Z	0	Z	0
Y	0	Y	0
X	Re(Z)	X	Im(Z)
X1	0	X1	0

Рис. 4.2. Организация сдвоенного стека у калькулятора HP-15C

В этом стеке все операции с комплексными числами выполняются с хранением одновременно их действительных и мнимых частей. Операция $Re \leftrightarrow Im$ обеспечивала возможность обмена между индицируемой действительной и мнимой частями результатов вычислений.

Далее в калькуляторы был введен целый ряд необычных (в то время) возможностей:

- перераспределение памяти между регистрами калькулятора и программными кодами;
- выполнение операций с матрицами (MATRIX), причем как с действительным размером до 8×8 , так и с комплексными вдвое меньшего размера;
- решение систем линейных уравнений (до 8 с действительными коэффициентами и до 4 с комплексными);
- решение нелинейных уравнений итерационным методом (функция SOLVE);
- вычисление определенных интегралов (операция $\int_y^x$);
- возможность программирования в символах с удивительно простой и наглядной пошаговой отладкой.

В результате появился калькулятор, который без каких-либо натяжек можно и сейчас называть калькулятором для научных расчетов. Почти одновременно с HP-15C появился «микрокалькулятор» HP-41C с его огромными вычислительными способностями и непривычным для калькуляторов большим объемом памяти и числом регистров. Однако эту модель назвать калькулятором можно с большой натяжкой — по своей стоимости, возможностям программного обеспечения и периферии HP-41C правильнее отнести к миниатюрным микро-ЭВМ.

Типовые вычисления на калькуляторах с польской логикой

Общие положения

Калькуляторы включаются и выключаются клавишей [ON] (у некоторых моделей для выключения есть операция OFF). Как правило, предусмотрено автоматическое выключение после нескольких минут бездействия. Калькуляторы HP-11C и HP-15C способны интенсивно работать от батарей несколько месяцев, а при эпизодическом использовании — несколько лет. Даже при вынутых батареях они могут работать несколько недель, а при работе по программе — больше часа. Источником энергии при этом служит ранее заряженный конденсатор. Рекомендуются, однако, по возможности быстро установить новую батарею, уменьшив риск потери данных и программ.

Клавиатура калькуляторов с польской логикой построена по общепринятым принципам. Многие клавиши имеют двойное и тройное назначение, меняемое с помощью префиксных клавиш. Например, у калькуляторов HP-11C, HP-15C и других имеется две префиксные клавиши (см. рис. 1.24): *f* — желтого цвета, *g* — синего цвета. Этими цветами обозначены надписи операций, вводимых этими клавишами:

MATRIX матричные операции — вводится после нажатия клавиши *f*;

[CHS] основная операция — смена знака;

ABS вычисление абсолютного значения числа — вводится после нажатия клавиши *g*.

В приведенных ниже примерах мы будем указывать только имя операции или команды, опуская указание на префиксную клавишу, поскольку оно ясно из расположения и места надписи операции, а также ее цвета. Например, для вычисления абсолютного значения числа надо использовать операцию ABS. Поскольку она расположена внизу клавиши и имеет синий цвет, то ясно, что для ее ввода надо вначале нажать клавишу *g*. Можно было бы записать ввод этой операции буквально как [*g*] и [CHS], но это лишь засоряет запись операции и не позволяет судить о конкретном характере операции. В инструкции к калькуляторам применяется запись вида *g* ABS, но в этом случае неверно говорить о нажатии клавиши ABS, поскольку на самом деле это клавиша [CHS]. Если речь идет о клавишах, то они будут, как и ранее, обозначаться в квадратных скобках (или без них, когда вводится основная операция, написанная на клавише белым цветом).

Назначение операций, вводимых при прямом нажатии на клавишу и при нажатии предварительно префиксной клавиши [f] для первых пяти клавиш верхнего ряда, можно поменять, введя операцию USER. Она вводит режим USER, который полезен в ряде вычислений, например, при операциях с матрицами. Ниже показано назначение клавиш при отключенном и включенном режиме USER. На действие других клавиш этот режим не влияет.

Режим USER не включен

A	B	C	D	E
$\sqrt{x}$	e^x	10^x	y^x	$1/x$
x^2	LN	LOG	%	$\Delta\%$

Режим USER включен

$\sqrt{x}$	e^x	10^x	y^x	$1/x$
A	B	C	D	E
x^2	LN	LOG	%	$\Delta\%$

Для проведения теста на полную работоспособность калькуляторов HP-11C и HP-15C надо нажать одновременно клавиши [ON] и [×], затем отпустить вначале [ON], а затем [×]. Появится мигающая надпись «running», а затем -8,8,8,8,8,8,8,8,8, с рядом надписей под этой строкой. Это означает, что калькулятор исправен.

Группа операций под именем CLEAR служит для выполнения операции очистки:

Σ — очистка регистров статистических расчетов;

PRGM — стирание программы;

REG — очистка регистров памяти;

PREFIX — сброс ошибочно нажатой префиксной клавиши и префиксных операций.

Для полной очистки памяти калькулятора надо его выключить и нажать клавиши ON и —, затем отпустить клавишу ON. После этого нажатием клавиш [g] и [RCL] (операция MEM) с удержанием клавиши [RCL] нужно считать информацию о распределении памяти:

19 46 0-0

Первое число — количество регистров данных, второе — количество регистров, которые можно занять под программу. Запись 0-0 означает, что пока под программу занято 0 регистров и что в последнем регистре есть свободных 0 байт. При вводе программы, разумеется, приведенные цифры изменятся. Операцией DIM N можно отвести под регистры данных N регистров, остальные можно будет использовать под программу.

Некоторые операции и режимы работы калькулятора устанавливаются с помощью специальных флагов. У HP-11C имеется два флага с номерами 0 и 1, а у HP-15C их 10 с номерами от 0 до 9. Имеется ряд команд по управлению флагами:

SFn — подъем флага (Set Flag) с номером n;

CFn — спуск флага (Clear Flag) с номером n;

F?n — контроль состояния флага (см. ниже материал по программированию).

Флаги HP-15C с номерами от 0 до 7 находятся в распоряжении пользователя, флаг 8 задает или отменяет режим вычислений с комплексными числами, а флаг 9 задает или отменяет мигание дисплея. Более подробно работа с флагами будет описана при описании основ программирования.

Работа с числами

Ниже мы рассмотрим типовые вычисления на калькуляторах с польской логикой. Конкретно они выполнены на калькуляторе HP-15C, но, как правило, могут использоваться и при работе с другими калькуляторами этого класса.

Начнем с работы с числами. Для ввода числа вручную клавиша [CHS] используется для смены знака мантиссы или порядка, а клавиша [EEX] для ввода порядка, например, для ввода $1.23456 \cdot 10^{-3}$ надо нажать следующие клавиши:

1 . 2 3 4 5 6	1.23456	
EEX	1.23456	00
3	1.23456	03
CHS	1.23456	-03

Для сброса числа используется операция CLx, а клавиша (операция) [←] используется для стирания последнего знака числа. Теперь вызовем на индикацию число π и сменим его знак клавишей [CHS], вычислим абсолютное значение числа и опробуем изменение формата представления числа:

π	3.141592654
CHS	-3.141592654
ABS	3.141592654
FIX 3	3.142
FIX 5	3.14159
SCI 5	3.14159 00
$10 \times$	3.14159 01
ENG 5	31.4159 00
FIX 9	31.41592654

В микрокалькуляторах HP-11C и HP-15C можно задать представление чисел как с разделительной точкой, так и с разделительной запятой. Если используется разделительная точка, то запятые будут отделять каждые три цифры числа (и наоборот). Переключение достигается, если при выключенном калькуляторе одновременно нажать и удерживать клавиши [ON] и [.] . Затем надо отпустить [ON] и затем [.] . Эта операция обозначается как ON/.

1,234,567.89	ON
ON/. 1.234.567,890	ON
ON/. 1,234,567.890	

В дальнейшем мы будем использовать представление чисел с разделительной точкой. Можно сбросить все разделители, используя операцию PREFIX с задержкой:

1,234,567.890
PREFIX 1234567890
(задержать)
1,234,567.890
(отпустить)

Использование PREFIX с задержкой полезно для просмотра всех 10 знаков мантиссы числа, даже в том случае, когда установлены форматы чисел с ограниченным числом знаков.

Арифметические операции

После описания правил ввода чисел и манипуляций в стеке выполнение арифметических операций достаточно пояснить несколькими характерными примерами (режим FIX 4):

$(2 + 3) \times 4 - 6$	$2 \uparrow 3 + 4 \times 6 -$	14.0000
$(2 + 3) \div (4 + 5)$	$2 \uparrow 3 + 4 \uparrow 5 + \div$	0.5556
$(2/3 + 4/5 - 6/7)$	$2 \uparrow 3 \div 4 \uparrow 6 \div + 6 \uparrow 7 \div -$	0.4762
$2 + 3(4 + 5(6 + 7))$	$6 \uparrow 7 + 5 \times 4 + 3 \times 2 +$	209.0000

В этих примерах хорошо видна суть обратной бесскобочной логики — вычисления можно вести с конца к началу и при этом можно обойтись вообще без скобок. В ряде случаев полезно применение операции вызова последнего числа, которое вводилось в регистр X. Например, надо вычислить $(a + b) \times b$, не вводя снова b при операции умножения. Это делается так: $a \uparrow b + \text{LST}x \times$. Пример: $(2 + 7) \times 7$:

$2 \uparrow 7 + \text{LST}x \times 63.0000$

Регистры памяти и операции с ними

Для хранения чисел калькуляторы имеют регистры памяти. Они характеризуются своим адресом. У калькулятора HP-11C 21 регистр памяти, которые обозначены номерами RN от 0 до 9 и от .0 до .9. Имеется также индексный регистр I. У HP-15C 67 регистров. Это индексный регистр I, регистры от 0 до 9, .0...9, 20...65. Команда STO RN записывает число из регистра X в регистр RN, а команда RCL RN вызывает число из регистра RN в регистр X. Операция $x \leftrightarrow \text{RN}$ позволяет обмениваться числами, которые имеются в регистрах X стека и RN.

С регистрами можно выполнять операции вида $\text{RCL} * \text{RN}$, где $*$ — операция $+$, $-$, $\times$, $\div$. Результат операции поступает в регистр X. Пример (с числом 12, занесенным в регистр R1):

12 STO 1 12.000 CLS 0.000
5 RCL + 1 17.0000 RCL + 1 29.0000

Операция $STO * RN$ берет числа из регистров X и RN , выполняет операцию $*$ (+, −, ×, ÷) и заносит результат в регистр RN .

Индексный регистр I служит для организации косвенной адресации к регистрам памяти. Эти операции особенно полезны в программном режиме работы и будут рассмотрены позже.

Вычисление встроенных функций

Встроенные функции можно разделить на два класса — функции с одним аргументом и функции с двумя аргументами. К функциям с одним аргументом относятся следующие, уже рассмотренные в предшествующих главах функции:

- степенные функции x^2 , e^x , 10^x , x^{-1} ;
- квадратный корень $\sqrt{x}$;
- вычисление натурального LN и десятичного LOG логарифма;
- вычисление факториала $x!$ и гамма-функции;
- тригонометрические функции SIN , COS , TAN ;
- обратные тригонометрические функции SIN^{-1} , COS^{-1} , TAN^{-1} ;
- гиперболические функции $HYP SIN$, $HYP COS$, $HYP TAN$;
- обратные гиперболические функции $HYP^{-1} SIN$, $HYP^{-1} COS$, $HYP^{-1} TAN$.

Для всех таких функций вначале в регистре X стека вводится аргумент (число), а затем операция заданной функции (с использованием, где это нужно, префиксных клавиш). Например (режим $FIX 4$, углы в радианах):

$2 x^2$	4.0000
$3.1 e^x$	22.1980
$2\sqrt{x}$	1.4142
$1 SIN$	0.8415
$.5 SIN^{-1}$	0.5236
$1 HYP SIN$	1.1752
$2 HYP^{-1} TAN$	0.5493

Ряд функций с одним аргументом служит для обработки чисел:

- вычисление целой части числа INT ;
- вычисление дробной части числа $FRAC$;
- вычисление абсолютного значения числа ABS ;
- округление числа RND .

Примеры применения этих функций:

```
π 3.1416 INT 3.0000
π 3.1416 FRAC 0.1416
123 CHS −123 ABS 123.0000
1.23456789 CHS RND −1.2346
```

К функциям с одним аргументом относятся также функции преобразования. Так, операции $\rightarrow DEG$ и $\rightarrow RAD$ переключают меру изменения углов (в градусах и радианах):

```
90 →RAD 1.507 → DEG 90.0000
```

Операция $\rightarrow H.MS$ переводит время в часах во время в часах, минутах (два знака после разделительной точки) и секундах или угол в градусах в угол в градусах, минутах и секундах. Обратное преобразование обеспечивает операция $\rightarrow H$:

1.52 $\rightarrow H.MS$ 1.3112 $\rightarrow H$ 1.5200

Функция $x!$ вычисляет факториал, а при задании вместо x значения $x - 1$ даже гамма-функцию:

9!	362,880.0000	факториал 9
-4.2	0.6891	$\Gamma(-3.2)$

Другая небольшая группа функций требует использования двух аргументов, но возвращает результат в виде одного числа:

- функция возведения y в степень $x - y^x$;
- вычисление числа перестановок $P_{y,x} = y!/(y-x)!;$
- вычисление числа сочетаний $C_{y,x} = y!/(x!(y-x)!);$
- вычисление процентов $\%$ ($x\%$ от числа y);
- вычисление приращения процентов $\Delta\%$ (насколько процентов x отличается от y).

Работа с ними вполне очевидна — один операнд вводится первым и операцией $\uparrow$ заносится в регистр Y стека, затем вводится второй операнд в регистр X и указывается нужная операция. Результат поступает в регистр X , а исходные числа из стека удаляются. Примеры:

2 $\uparrow$ 3 y^x 8.000
10 $\uparrow$ 3 $P_{y,x}$ 720.0000
10 $\uparrow$ 3 $C_{y,x}$ 120.0000
12 $\uparrow$ 250 $\%$ 30.0000
100 $\uparrow$ 125 $\Delta\%$ 25.0000

Функции преобразования координат также относятся к функциям двух аргументов, но они дают результат в виде двух чисел. Функция $\rightarrow R$ преобразует координаты x и y в Декартовых координатах, размещенные в регистрах X и Y в длину радиус-вектора r и его угол θ , которые поступают в регистры X и Y стека, при этом x поступает в регистр $X1$. Обратное преобразование задается операцией $\rightarrow R$ (в $X1$ поступает r). Примеры (углы в градусах):

1 $\uparrow$ 1 $\rightarrow R$ 1.4142 $X \leftrightarrow Y$ 45.0000 (исходные данные $x = 1$ и $y = 1$)
30 $\uparrow$ 1 $\rightarrow R$ 0.8660 $X \leftrightarrow Y$ 0.5000 (исходные данные $r = 1$ и $\theta = 30^\circ$)

Операции с комплексными числами

Для перехода в режим вычислений с комплексными числами достаточно:

- установить специальный флаг 8 с помощью команды 8 SF;
- хоть раз воспользоваться операцией ввода мнимой единицы I или операцией $Re \leftrightarrow Im$.

При этом из памяти изымается 5 регистров и из них образуется второй стек (рис. 4.2). В нижней части экрана появится строчная буква s , означающая установку режима вычислений с комплексными числами. Устанавлива-

ется мера измерения углов в радианах. Для выхода из этого режима надо опустить флаг 8, введя команду 8 CF.

В двойном стеке левая половина используется для действительных частей комплексных чисел $z = a + bi$, а правая половина — для мнимых частей. Для обмена их служит команда $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$, что позволяет вывести на индикацию мнимую часть. Это можно сделать и иначе — введя с задержкой операцию (i) — клавиши [f] и [COS].

Для ввода комплексных чисел $z = a + bi$ можно:

ввести a , нажать $\uparrow$ (ENTER), ввести b и задать i (клавиши [f] и [TAN]);
ввести b , исполнить операцию $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$, нажать клавишу $\leftarrow$ и ввести a .

Проще всего вычисляются функции комплексного аргумента с одним аргументом:

3 $\uparrow$ 2 I SIN 0.5309 $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$ -3.5906
2 $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$ $\leftarrow$ 3 SIN 0.5309 $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$ -3.5906
3 $\uparrow$ 2 I $\sqrt{x}$ 1.8174 (i) 0.5503

Двуместные операции выполняются после ввода вначале первого комплексного числа, а затем второго. Пусть для $A = 1.2 + 4.7i$ и $B = 2.7 + 3.2i$ надо вычислить $\sqrt{A/B} = 1.0491 + 0.2406i$. Имеем

1.2 $\uparrow$ 4.7 I 2.7 $\uparrow$ 3.2 I $\div$ $\sqrt{x}$ 1.0491 (i) 0.2406

Рассмотрим еще один пример — вычисление значения выражения:

$$\frac{(5 - 3i)(3 + 2i)}{(5 + 3i)(2 - 4i)} + (0.5 + 1i) = 1.1588 + 1.4647i.$$

Ниже дан порядок вычисления этого выражения:

5 $\uparrow$ 3 CHS I 3 $\uparrow$ 2 I $\times$ 5 $\uparrow$ 3 I $\div$ 2 $\uparrow$ 4 CHS I $\div$.5 $\uparrow$ 1 I + 1.1588 $\text{Re} \leftrightarrow \text{Im}$ 1.4657

Матричные операции в HP-15C

Понятие о матрицах и векторах

Калькулятор HP-15C один из первых массовых калькуляторов, позволивших выполнять матричные операции. Максимальное число элементов для таких операций с матрицами, имеющими действительные элементы, не должно превышать 64, так что размер квадратных матриц может доходить до 8×8 .

Матрица, как известно [9], представляет собой двумерный поименованный массив элементов, имеющий m строк и n столбцов. Например, матрица с именем A может быть представлена в виде

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & a_{m,n} \end{bmatrix}$$

Произведение $m \times n$ определяет размер матрицы. Матрицы, имеющие $m = n$, называются квадратными. Матрица с $n = 1$ называется вектором-столбцом, а матрица с $m = 1$ — вектором-строкой.

Задание матриц

У калькуляторов HP-15C можно задать до пяти матриц с именами A, B, C, D и E. Для этого используется оператор DIM:

$m \uparrow n \text{ DIM } M$

где M — имя матрицы. Если опустить ввод n, то будет принято $n = m$ и будет задана квадратная матрица. Матрица, в которую заносятся результаты вычислений, задается оператором RESULT M.

Оператор DIM лишь резервирует память под матрицу и создает нулевую матрицу, все элементы которой равны 0. Для задания матриц с заданными элементами нужно вначале задать начальный индекс в регистры R0 и R1, которые используются для индексирования элементов матриц по строкам и столбцам. Например, если элементы будут отсчитываться от 1, то надо внести 1 в R0 и R1. Это можно сделать и командой MATRIX 1. Если элементы должны вводиться вручную, то надо исполнить команду USER. В этом случае ввод элементов матрицы осуществляется слева направо и сверху вниз, т. е. построчно.

Пример: ввести вручную элементы матрицы

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 8 & 8 & 8 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для этого выполним следующие действия:

CF 8	0.0000	Сброс флага комплексных вычислений
3 $\uparrow$ DIM A	3.0000	Задание матрицы A размера 3 $\times$ 3
1 STO 0 STO 1	1.0000	Занесение 1 в регистры R0 и R1
4 STO A	A 1,1	Индикация ввода элемента $a_{1,1}$ при задержке отпущкания
	4.0000	Индикация значения $a_{1,1}$ при отпущкании клавиши
8 STO A	8.0000	Индикация значения $a_{1,2}$
0 STO A	0.0000	Индикация значения $a_{1,3}$
8 STO A	8.0000	Индикация значения $a_{2,1}$
8 STO A	8.0000	Индикация значения $a_{2,2}$
8 STO A	8.0000	Индикация значения $a_{2,3}$
2 STO A	2.0000	Индикация значения $a_{3,1}$
0 STO A	0.0000	Индикация значения $a_{3,2}$
1 STO A	1.0000	Индикация значения $a_{3,3}$

С помощью команды RCL A можно последовательно просмотреть значения элементов матрицы A:

RCL A	A	1,1	4.0000
RCL A	A	1,2	8.0000
RCL A	A	1,3	0.0000
RCL A	A	2,1	8.0000 и т. д.

Основные операции с матрицами

С матрицами можно выполнять различные операции как с обычными переменными. Обычно для этого нужно вызвать в регистр X стека дескриптор (описатель) матрицы, выполнив команду RCL MARIX M и затем нужную операцию. Ряд важных операций для матриц с действительными элементами задаются командой MATRIX N, где $N = 0, 1, 4, 5, \dots, 9$ (имена матриц указаны именами регистров, в которых они размещаются):

MATRIX 0 — установка нулевого размера всех матриц, т. е. их удаление из памяти;

MATRIX 1 — задание 1 в регистр R0 счетчика строк и регистр R1 счетчика столбцов;

MATRIX 4 — транспонирование матрицы Y с результатом YT и спецификацией матрицы (см. ниже) в регистре X;

MATRIX 5 — умножение транспонированной матрицы YT на матрицу X со спецификацией первой в регистре Y и второй в регистре X;

MATRIX 6 — вычисление остатка (residual) матрицы $\text{Res} = R - Y \cdot X$

MATRIX 7 — вычисление наибольшей суммы всех элементов для строк матрицы X (норма строк);

MATRIX 8 — вычисление квадратного корня из суммы квадратов всех элементов матрицы X;

MATRIX 9 — вычисление определителя матрицы X.

С матрицами, как и с обычными числами, можно выполнять множество и других операций:

DIM M — вызов дескриптора матрицы M;

RCL M — вызов элемента $m_{j,i}$ матрицы M при j, хранящего в регистре R0 и i в регистре R1;

$j \uparrow i$ RCL M — вызов элемента $m_{j,i}$ матрицы M;

RCL RESULT — вызов дескриптора матрицы результата;

RESULT M — задание матрицы M как матрицы результатов вычислений;

STO M — запись элемента $m_{j,i}$ матрицы M при j, хранящемся в регистре R0 и i в регистре R1;

$m_{j,i}$ $j \uparrow i$ STO M — запись элемента $m_{j,i}$ матрицы M;

STO MATRIX M — запись всей матрицы с дескриптором в регистре X в матрицу M;

$1/x$ — инвертирование матрицы, описатель которой находится в регистре X;

+, −, × и ÷ — арифметические операции с матрицами, дескрипторы которых находятся в регистрах X и Y.

Примеры матричных вычислений

Приведем несколько типовых примеров на матричные вычисления.

Пример 1. Некоторые вычисления для ранее введенной матрицы A:

RCL MATRIX	A	3 3	выдан дескриптор (описатель) матрицы A
MATRIX 7		24.0000	вычислена норма строк матрицы A

RCL MATRIX A	3 3	выдан дескриптор (описатель) матрицы A
MATRIX 8	16.6433	вычислен корень квадратный из суммы элементов
RCL MATRIX A	3 3	выдан дескриптор (описатель) матрицы A
MATRIX 9	96.0000	вычислен определитель матрицы A

Над матрицей (точнее, ее дескриптором) можно выполнять различные операции. При этом надо помнить, что ввод режима USER означает смену назначения операций, вводимых прямо и с помощью префиксной клавиши [f].

Пример 2. Выполнить операцию инвертирования (обращения) ранее введенной квадратной матрицы A с помощью операции $1/x$ вводимой с применением клавиши [f]:

```
RESULT B
RCL MATRIX A 1/x b 3 3
```

Здесь полезно обратить внимание на то, что, пока выполняется заданная матричная операция на экране дисплея, появляется мигающая надпись «gunning». В данном примере калькулятор поместил инвертированную матрицу в матрицу результата B, о чем свидетельствует дескриптор b 3 3 (числа означают, что матрица B имеет размер 3×3). Теперь можно просмотреть ее элементы:

```
RCL MATRIX B b 3 3
RCL B b 1,1 0.0833
RCL B b 1,2 -0.0833
RCL B b 1,3 0.0667
RCL B b 2,1 0.0833
RCL B b 2,2 0.0417 и т. д.
```

Пример 3. Решить три системы линейных уравнений с одинаковой матрицей коэффициентов и разными векторами свободных членов:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.24 & 0.86 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 274 & 233 & 331 \\ 120.32 & 112.96 & 151.36 \end{bmatrix}$$

Самый простой способ заключается в нахождении обратной матрицы для матрицы коэффициентов (первая матрица слева) и затем векторов решений $X = B \cdot A^{-1}$, где векторы-столбцы B надо брать как столбцы матрицы в правой части приведенного выражения. Практически это реализуется следующими операциями:

2 ↑ DIM A 2 ↑ 1 DIM B	RESULT A MATRIX 1 USER	подготовка к вычислениям
1 STO A 1 STO A 0.24 STO A .86 STO A		ввод элементов матрицы A
RCL MATRIX A 1/x RESULT C		обращение матрицы A
274 STO B 120 STO B		задание первого вектора B
RCL MATRIX A × RCL MATRIX B C 2 1		решение первой системы
RCL C 186.0000		значение x1 для первой системы
RCL C 88.0000		значение x2 для первой системы

233 STO B 112.96 STO B	задание второго вектора B
RCL MATRIX A × RCL MATRIX B C 2 1	решение второй системы
RCL C 141.0000	значение x1 для второй системы
RCL C 92.0000	значение x2 для второй системы
331 STO B 151.36 STO B	задание третьего вектора B
RCL MATRIX A × RCL MATRIX B C 2 1	решение третьей системы
RCL C 215.0000	значение x1 для третьей системы
RCL C 116.0000	значение x2 для третьей системы

Пример 4 (для самостоятельного выполнения). Решить тройную систему уравнений $A \cdot D = B$, представленную в виде

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.24 & 0.86 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 274 & 233 & 331 \\ 120.32 & 112.96 & 151.36 \end{bmatrix}$$

Для этого зададим матрицы A и B размера 22 и 23 соответственно, введем их элементы и отведем под результаты матрицу D. Для решения нужно исполнить операции

RCL MATRIX B RCL MATRIX A ÷

Результатом будет матрица $D = \begin{bmatrix} 186 & 141 & 215 \\ 88 & 92 & 116 \end{bmatrix}$

Несмотря на то что решение задач в области матричных вычислений кажется достаточно громоздким и сложным, оно содержит часто повторяющиеся действия и достаточно подконтрольно пользователю, привыкшему решать такие задачи на калькуляторах. Разумеется, применяя современные СКМ, можно решать куда более сложные и объемные задачи с использованием больших матриц и применением специальных методов матричных вычислений. Особенно в этом преуспевает матричная лаборатория MATLAB. Однако то, что обыденно для ПК с установленной на нем дорогой СКМ вызывает восторги, когда реализуется на карманном микрокалькуляторе.

Представления матриц с комплексными элементами

Матричные вычисления с комплексными матрицами особенно порадуют специалистов в области электро- и радиотехнических линейных цепей, где такие матричные вычисления широко распространены. Калькуляторы HP-15C уникальны тем, что позволяют выполнять такие вычисления для квадратных матриц размером не более 4×4 .

На самом деле специальных операций для комплексных матриц нет и применяются известные методы сведения таких матриц к расширенным матрицам с действительными элементами. Например, комплексная матрица $Z = X + iY$ с комплексными элементами, имеющая размер $m \times n$, может быть представлена отдельными матрицами того же размера X для действительных частей всех элементов и Y для мнимых частей всех элементов. В результате общее число элементов вдвоенной матрицы составит $2m \times n$.

Калькуляторы HP-15C допускают две формы представления матрицы с комплексными элементами. Мы их рассмотрим на примере матрицы Z размера 2×2 :

$$\begin{bmatrix} x_{1,1} + iy_{1,1} & x_{1,2} + ix_{1,2} \\ x_{2,1} + iy_{2,1} & x_{2,2} + iy_{2,2} \end{bmatrix}$$

Эти формы, разумеется, пригодны и для представления матриц больших размеров. Первая форма просто повторяет расположение коэффициентов:

$$Z^C = \begin{bmatrix} x_{1,1} + y_{1,1} & x_{1,2} + x_{1,2} \\ x_{2,1} + y_{2,1} & x_{2,2} + y_{2,2} \end{bmatrix}$$

Вторая форма является расширенной матрицей, в которой элементы мнимой части матрицы Z расположены под элементами действительной части:

$$Z^P = \begin{bmatrix} X \\ \dots \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} \\ x_{2,1} & x_{2,2} \\ \dots & \dots \\ y_{1,1} & y_{1,2} \\ y_{2,1} & y_{2,2} \end{bmatrix}$$

В режиме матричных вычислений возможны следующие преобразования:

Преобразование	Исходная матрица	Полученная матрица
$P_{x,y}$	Z^C	Z^P
$C_{y,x}$	Z^P	Z^C

В теории матричных вычислений с комплексными матрицами важная роль принадлежит матрице

$$\tilde{Z} = \begin{bmatrix} X & -Y \\ Y & X \end{bmatrix}$$

Преобразование матрицы Z^P в матрицу $\tilde{Z}$ обеспечивает операция MATRIX 2, а обратное преобразование матрицы $\tilde{Z}$ в матрицу Z^P — операция MATRIX 3.

Операции над матрицами с комплексными элементами

Ниже представлены реализации основных матричных операций, которые позволяют работать с матрицами, имеющими комплексные элементы. Хотя эти реализации даны применительно к калькуляторам HP-15C, их область применения намного шире. В частности используя их, можно решать системы линейных уравнений с комплексными коэффициентами на любых вычислительных средствах, имеющих операции над матрицами только с действительными элементами.

Пример 1. Матрицу с комплексными элементами

$$Z = \begin{bmatrix} 4+3i & 7-2i \\ 1+5i & 5+8i \end{bmatrix}$$

представить в форме Z^P .

Выполним следующие операции:

```
CF 8 MATRIX 0 2 ↑ 4 DIM A
MATRIX 1 USER
4 STO A 3 STO A 7 STO A 2 CHS STO A
1 STO A 5 STO A 5 STO A 8 STO A
RCL MATRIX A A 2 4
f Py,x A 4 2
RCL A 4.0000
RCL A 7.0000
RCL A 1.0000 и т. д.
```

В итоге получим матрицу

$$Z^P = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 3 \\ \dots\dots\dots & \\ 3 & -2 \\ 5 & 8 \end{bmatrix}$$

Используя матрицу в форме Z^P и преобразовав ее в матрицу $\tilde{Z}$, нетрудно обратить ее с помощью операции $1/x$. Можно также после таких преобразований двух матриц обеспечить их перемножение. Это позволяет решить главную задачу — решение систем линейных уравнений с комплексными элементами.

Примером может служить расчет токов в параллельном LC-контуре, подключенном через резистор R к источнику переменного напряжения E . Пусть цепь описывается системой уравнений:

$$\begin{bmatrix} 10+200i & -200i \\ -200i & 70i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Решим эту систему уравнений. Для этого зададим форму Z^P для матриц A и B :

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots\dots\dots & \\ 200 & -200 \\ -200 & 170 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Теперь приступим к решению:

```
CF 8 f MATRIX 0 4 ↑ 2 f DIM A
f MATRIX 1 f USER
10 STO A 0 STO A STO A STO A
200 STO A 200 CHS STO A STO A 170 STO A
4 ↑ 1 f DIM B 0 STO MATRIX B 5 ↑ 1 ↑ STO g B
RCL MATRIX B B 4 1
RCL MATRIX A A 4 2
f MATRIX 2 A 4 4
f RESULT C ÷ C 4 1
g Cy,x C 2 2
```

Нажимая клавиши RCL C, получим данные, соответствующие следующему решению:

$$C^C = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0372 + 0.1311i \\ 0.0437 + 0.1543i \end{bmatrix}$$

Эти примеры помогут заинтересованному читателю разобраться с техникой матричных вычислений для матриц с комплексными элементами. В книгах [1, 5] можно найти множество дополнительных примеров на эту тему.

Основы программирования калькуляторов HP-15C

Распределение памяти и коды программы

Калькуляторы HP-15C имеют память 448 байт, распределенную между регистрами памяти и шагами программы. Максимальное число шагов программы 448 при минимально необходимом числе регистров — это регистры 0 и 1, а также индексный регистр I. Каждый дополнительный регистр занимает 7 байт. Изначально распределение памяти соответствует наличию 21 регистра памяти (с номерами I, 0, 1, ..., 9, .1, ..., 9) и 332 линиями программы. Команды калькулятора имеют длину в 1 или 2 байта — 2 байта имеют двухшаговые команды, например LBL N, GTO N, STO M и др. Большинство команд одношаговые.

Для очистки программной области выполняется команда CLEAR PRGM. Программа вводится нажатием тех же клавиш, что приходилось бы нажимать для выполнения вычислений в ручном режиме. При этом эти нажатия превращаются в коды, которые соответствуют расположению клавиш калькулятора (рис. 4.1). Например, первая клавиша первого (сверху) ряда имеет код 11, вторая 12 и т. д. Но есть три исключения:

- цифровые клавиши вводят коды, соответствующие цифрам на них;
- длинная клавиша ENTER (с принятым упрощенным обозначением ↑) как в третьем, так и в четвертом ряду порождает код 36;
- последний столбец клавиш имеет коды круглых десятков.

Таким образом, таблица кодов имеет вид:

11	12	13	14	15	16	7	8	9	10
21	22	23	24	25	26	4	5	6	20
31	32	33	34	35	36	1	2	3	30
41	42	43	44	45	36	0	48	49	40

При вводе каждой линии программы индицируется номер ее шага и код нажимаемой клавиши. Номер шага 000 — инструкций не содержит. Он служит меткой начала программной области. При небольшом навыке по коду клавиши сразу угадывается символ вводимой операции. Таким образом, хотя программирование и является типично кодовым, в калькуляторах HP-15C удалось изящно решить задачу представления по кодам соответствующих символов операций, команд и функций программы. Пример:

Код	Клавиши с надписями	Оператор
1	1	1
42.21.5	f LBL 5	LBL 5
44.40.3	STO + 3	STO + 3
12	e ^x	e ^x
43.12	g LN	LN

Коды нужны лишь для контроля программы, занесенной в память. Запись программы в форме листинга обычно содержит только последовательность нажимаемых клавиш. Например, для приведенного фрагмента программы его листинг будет иметь вид

1 LBL 5 STO + 3 e^x LN

Некоторые команды (в основном ручного управления работой программы, например P/R, CLEAR PRGM, SST, BST, GTO nnn, MEM и др.) не имеют кодов и в программу не вводятся.

Пример подготовки и пуска простой программы

Программа должна начинаться с метки LBLM и заканчиваться оператором возврата RTN. Составим простую программу вычисления значения выражения

$$y = (\sin \pi n f t) / (\pi n f t)$$

со следующим распределением регистров памяти: n=R8, f=R9 и t=RX. Наша программа будет иметь вид

LBLA π $\times$ RCL8 $\times$ RCL9 $\times$ SIN LSTx $\div$ RTN

Для занесения программы в память надо нажать клавиши [g] и [P/R]. Появится номер шага 000- и в конце строки дисплея снизу надпись PRGM. Ка-

001-42,21,11

Продолжая набор, введем все шаги программы, тщательно проверяя использование нужных префиксных клавиш. По завершении ввода надо нажать клавиш [g] и [P/R] вернуться в обычный режим работы калькулятора. Программа останется в памяти калькулятора.

Перед пуском программы установим меру измерения углов в радианах (клавиши [g] и [8]). Введем данные в регистры n=2 (2 STO 8), f = 1000 (1000 STO 9) и затем значение $t = 1.2 \times 10^{-4}$ в регистр X. Теперь пустим программу, нажав клавиши f и $\sqrt{x}$ (пуск по метке A) или R/S (пуск с начала текущей программы), получим ответ 0.907908797. Теперь можно ввести новое значение t и снова пустить программу и т. д.

Программу легко проверить по шагам. Для этого нажатием клавиш [g] и [RTN] переведем калькулятор на нулевой шаг программы. Это же можно сделать, исполнив GTO 000. Далее, нажимая клавишу пошагового исполнения [SST] (с задержкой для считывания кодов программы), будем получать следующие данные (формат чисел FIX 5, углы в радианах):

Оператор	Показания дисплея		Индикация результатов
LBLA	001	42,21,11	0.00012
π	002	43 26	3.14159
$\times$	003	20	0.00038
R8	004	45 8	2.00000
$\times$	005	20	0.00075
R9	006	45.9	1000
$\times$	007	20	0.75398
SIN	008	23	0.68455
LSTx	009	43 36	0.75398
$\div$	010	10	0.90791
RTN	011	43 32	0.90791

С помощью операции [BST] можно просматривать программу по шагам в обратном порядке. При обнаружении неточно заданной команды надо ее исправить, удалив командой $\leftarrow$ ошибочную команду и вставив новую. Пропущенную инструкцию можно вставить, просто набрав ее. Она станет следующей после шага, на котором был начат набор новой инструкции.

Для создания разветвляющихся программ служат операторы безусловного и условного переходов. Оператор безусловного перехода имеет вид GTON (от GO TO N) и при исполнении дает переход к метке LBLN. Номер метки N

может указываться цифрой (от 0 до 9 или от .0 до .9) или буквой A, B, C, D или E. Таким образом можно задать до 25 меток.

Условный переход задается условием. Если оно выполняется, то будет выполняться следующая за условием команда, иначе она игнорируется. Только два условия $x \leq y$ и $x = 0$ можно вводить явно. Для остальных используется операция **TESTN**:

TEST0	$x \neq 0$	TEST5	$x = y$
TEST1	$x > 0$	TEST6	$x \neq y$
TEST2	$x < 0$	TEST7	$x > y$
TEST3	$x \geq 0$	TEST8	$x < y$
TEST4	$x \leq 0$	TEST9	$x \geq y$

Поясним применение условного перехода. Наша программа при вводе $t=0$ после пуска даст сообщение Error 0 вследствие наступившего деления на 0. Между тем известно, что $(\sin \pi n t) / (\pi n t) = 1$ при $t = 0$. Это и можно учесть, введя в начале программы условный переход:

x≠0	GTO1	1	RTN	LBL1	π	R8	R9	×	×
×	SIN	LST _x	÷	RTN					

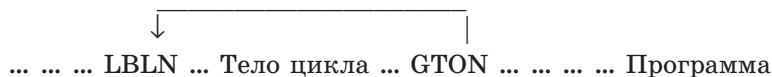
Теперь если условие $x \neq 0$ выполняется, то идет переход к метке LBL1 и далее выполняется фрагмент программы, вычисляющей заданное выражение. Иначе, то есть при $x = 0$, команда GTO1 игнорируется, вызывается число 1 и происходит (командой RTN) возврат к началу программы.

Условные переходы можно организовать и по состоянию флагов. Для этого служит инструкция F?S. Если $S = 1$ (флаг поднят), то выполняется следующий оператор, иначе он не выполняется. Как отмечалось, подъем флага FN осуществляется операцией SFN, а сброс флага — операцией CFN.

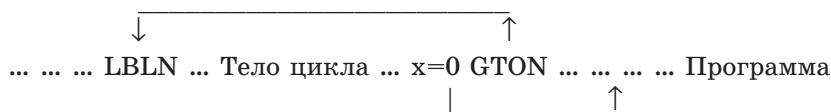
Циклы

Многие алгоритмы вычислений основаны на использовании циклически повторяющихся фрагментов программы — циклов. Циклы могут быть бесконечными, повторяющимися заданное число и повторяющимися до соблюдения (или, напротив, несоблюдения) какого-либо условия.

Бесконечный цикл может быть создан операторами LBLN и CTON:



Ниже представлен пример цикла с выходом по условию $x=0$:

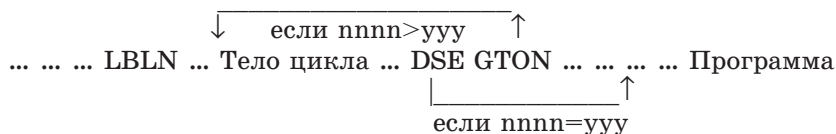
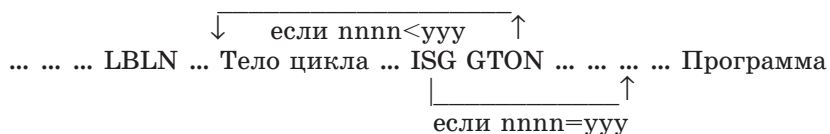


Для организации циклов может использоваться также специальный индексный регистр I (он же регистр косвенной адресации). Содержимое регистра I в общем случае задается в виде

$$I = \pm nnnn.xxxxуу$$

Левая часть содержимого nnnn — модифицируемое целое число. Увеличение (инкремент) его достигается операцией ISG с положительным приращением уу, а уменьшение (декремент) достигается операцией DSE с приращением уу. Число xxx задает критическое значение для nnnn, при котором пропускается один шаг программы. Это позволяет создавать структуры программ с гибкими переходами и циклами с помощью операций GTOI (переход к метке, заданной содержимым регистра индикации) и GSBI (обращение к подпрограмме, заданной содержимым регистра индикации).

Ниже представлены структуры циклов, использующие индексный регистр:



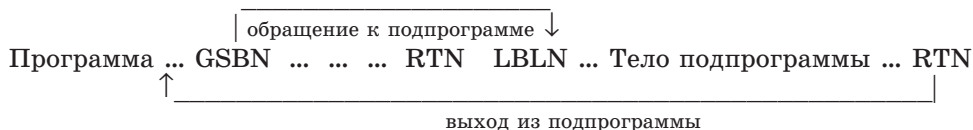
Циклы быть вложенными, при этом внутренние циклы должны быть полностью определены во внешних, относительно их, других циклах. Наличие одного индексного регистра усложняет задачу построения вложенных циклов на основе этого удобного средства. Однако эта задача может решаться использованием дополнительных индексных регистров, построенных на обычных регистрах. При этом полезна операция обмена данными между регистром X и индексным регистром $x \leftrightarrow I$. Для организации сложных циклических алгоритмов полезны также операции выделения целой INT и дробной FRAC частей содержимого индексного регистра.

Подпрограммы

Подпрограммы — классическое средство программирования калькуляторов. Было замечено, что в сложных программах некоторые фрагменты повторяются неоднократно. Для сокращения записи программ такие фрагменты оформляются подпрограммами (subroutines). Подпрограмма начинается с метки LBLN и завершается оператором возврата RTN (Return). Между ними может быть любое тело подпрограммы.

Обращение к подпрограмме осуществляется специальным оператором GSBN (Go Subroutine N). При этом происходит переход к метке начала подпрограммы и выполняется ее тело. Затем оператор RTN возвращает управле-

ние к тому шагу программы, которые следует за обращением к ней. Таким образом, структура подпрограммы выглядит следующим образом:



Чуть позже мы рассмотрим подготовку подпрограмм для операций интегрирования и решения нелинейных уравнений. Здесь же отметим, что из одной подпрограммы можно обращаться к другой и т. д. Таким образом, подпрограммы могут быть многоуровневыми.

Косвенная адресация

В HP-15C наряду с прямой адресацией (явным указанием адресов регистров, меток, подпрограмм и т. д.) возможна косвенная адресация с помощью индексного регистра I. Этот регистр можно использовать как обычный, но основное его назначение — организация косвенной адресации.

Если nnnn целое положительное, то возможны следующие операции: косвенной адресации с регистрами:

STO(i) — запись числа в регистр Ri;

RCL(i) — вызов числа из регистра Ri;

STO*(i) — арифметическая операция с числами, хранящимися в регистрах Ri и X с записью результата в регистр Ri;

RCL*(i) — арифметическая операция с числами, хранящимися в регистрах X и Ri с записью результата в регистр X;

x↔(i) — обмен числами между регистрами Ri и X.

Например, для записи чисел подряд в несколько регистров обычно используют команды

STO1 R/N STO2 R/N STO3 R/N и т. д.

С помощью косвенной адресации это делается более короткой командой, длина которой не зависит от числа регистров для ввода:

STO(i) DSE RTN ...

Этот фрагмент программы выполняется после введения в регистр I номера старшего регистра N. Операция DSE обеспечивает уменьшение на 1 содержимого регистра I, таким образом, данные будут заноситься вначале в регистр N, затем N-1 и т. д. до 0.

Косвенная адресация чрезвычайно мощное средство программирования. Но на практике она используется крайне редко из-за сложности алгоритма работы программ, использующих такую адресацию. Сотни программ для советских калькуляторов и десятки для HP-11C и HP-15C приведены в справочнике [1]. А множество программ, описанных в книге «HP-15C Advanced Function Handbook», показывает на поистине неисчерпаемые возможности

калькуляторов HP-15C в выполнении самых сложных и запутанных вычислений. Впрочем, объективности ради надо отметить, что такие расчеты все же целесообразно выполнять уже на калькуляторах нового поколения — графических и, конечно, на ПК с СКМ.

Другие возможности HP-15C

Вычисление определенных интегралов

Калькуляторы HP11-C и HP-15C имеют встроенную функцию численного интегрирования. Она реализует следующую операцию:

$$\int_a^b f(x) dx$$

Для реализации этой операции надо оформить вычисление подынтегральной функции подпрограммой с любой допустимой меткой LBLM. Подпрограмма должна завершаться оператором RTN. Затем надо ввести a в регистр Y, b в регистр X и задать исполнение операции интегрирования $\int_y^x$.

При использовании этой операции полезно знать некоторые особенности ее реализации. Перед вызовом подпрограммы операция засылает во все регистры стека C, Y, Z и T значение x , что облегчает составление подпрограмм вычисления $f(x)$. По завершении операции интегрирования в регистрах стека хранится следующая информация:

X — значение интеграла I;

Y — абсолютная погрешность вычисления интеграла Δ ;

Z — верхний предел интегрирования b ;

T — нижний предел интегрирования a .

Пример: вычислить значение интеграла

$$I = \int_0^1 \sqrt{2x + 1} dx.$$

Вначале подготовим подпрограмму вычисления подынтегрального выражения:

CLEAR PRGM

Очистка программной области

LBL0 2 $\times$ 1 + $\sqrt{x}$ RTN

Занесение подпрограммы

MEM 19 45 1-0

Проверка распределения памяти

Теперь приступим к вычислению интеграла:

P/R 0 $\uparrow$ 1

Ввод пределов интегрирования

$\int_y^x$ 0 1.3987

Вычисление интеграла и вывод его значения

R $\downarrow$ 0.0001

Погрешность Δ

R $\downarrow$ 1.0000

Верхний предел интегрирования

R $\downarrow$ 0.0000

Нижний предел интегрирования

Успех в вычислении определенных интегралов во многом зависит от вида подынтегральной функции, в частности, от наличия у нее особенностей, которые могут вызвать трудности в интегрировании, например, заметных осцилляций, разрывов и др. Функции без таких особенностей, например монотонные, интегрируются легко. Даже для простых функций интегралы вычисляются медленно — для нашего примера около 20 секунд. Так что рассчитывать на вычисления серьезных интегралов едва ли стоит.

Решение уравнений вида $f(x) = 0$

Еще одна новинка, которая была внедрена в калькуляторы HP-11C и HP-15C, — это вычисление корней нелинейных уравнений вида $f(x) = 0$, т. е. значений x , при которых функция $f(x)$ равна 0. Реализуется эта операция SOLVE (клавиши [f] и [+]) хорошо известными методами секущих и хорд.

Для нахождения корня $f(x)$ эту функцию надо оформить подпрограммой по правилам, описанным для операции интегрирования. Затем в регистры Y и X надо ввести два первых приближения x_0 и x_1 . Они могут, например, задавать пределы изоляции корня, что полезно в случае поиска нескольких корней одного уравнения. После этого исполняется команда SOLVEM, где M — метка начала подпрограммы вычисления $f(x)$. Результатами вычислений являются:

X — x_n — значение x на последней итерации;

Y — x_{n-1} — значение x на предпоследней итерации;

Z — значение функции $F(x_n)$.

Пример: вычислить корень трансцендентного уравнения

$$f(x) = x - \sin(x) - 0.25 = 0.$$

Подготовим подпрограмму вычисления данной функции:

RAD	Установка углов в радианах
CLEAR PRGM	Очистка программной области
LBL1 SIN - .25 - RTN	Занесение подпрограммы
MEM 19 43 3-6	Проверка распределения памяти

Нахождение корня в пределах от 1 до 1.2:

1 1.2 SOLVE1	1.1712	Получение x_n
R↓	1.1712	Получение x_{n-1}
R↓	-3.0000 -10	Получение $F(x_n)$

По результатам анализа полученных результатов опытный пользователь может судить о том, каков характер функции, корни которой вычисляются, есть ли у нее разрывы и асимптоты, минимумы и максимумы. Однако надо прямо признать, что подобные задачи на более современных калькуляторах, особенно графических, решаются гораздо проще, удобнее и быстрее, чем на калькуляторах рассматриваемого типа.

Статистические вычисления

Калькуляторы HP-11C и HP-15C обеспечивают типовые для инженерных калькуляторов статистические вычисления: статистические параметры для одномерного и двумерного массивов данных и линейную регрессию.

К простейшим статистическим вычислениям относятся факториалы, перестановки и сочетания — средства их вычисления уже были рассмотрены выше. Для генерации случайных чисел также есть операция RAN#. Она вводится нажатием клавиш [f] и [↑] (ENTER). Например: 0.1018, 0.7365, 0.3248 и т. д. Случайные числа имеют равномерное распределение.

В начале статистических вычислений очищаются регистры памяти статистики вводом операции CLEAR Σ. Затем вводятся числа y_i и x_i по схеме

$$y_i \uparrow x_i \Sigma +$$

После обработки каждой пары чисел выводится индекс i . В статистических расчетах задействовано 6 регистров памяти, в которые заносятся следующие параметры:

$$n \rightarrow R0 \quad \Sigma x \rightarrow R1 \quad \Sigma x^2 \rightarrow R2 \quad \Sigma y \rightarrow R3 \quad \Sigma y^2 \rightarrow R4 \quad \Sigma xy \rightarrow R5$$

Эти регистры задействованы в калькуляторах HP-11C. У калькуляторов HP-15C распределение регистров иное:

$$n \rightarrow R2 \quad \Sigma x \rightarrow R3 \quad \Sigma x^2 \rightarrow R4 \quad \Sigma y \rightarrow R5 \quad \Sigma y^2 \rightarrow R6 \quad \Sigma xy \rightarrow R7$$

Кроме того, можно получить следующие статистические параметры: Средние значения при исполнении операции $\bar{x}$ (клавиши [g] и 0):

$$\bar{x} = \Sigma x / n \rightarrow RX \quad \bar{y} = \Sigma y / n \rightarrow RY$$

Стандартные отклонения при исполнении операции S:

$$S_x = \sqrt{\frac{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2}{n(n-1)}} \rightarrow RX \quad S_y = \sqrt{\frac{n \Sigma y^2 - (\Sigma y)^2}{n(n-1)}} \rightarrow RY$$

Коэффициенты линейной регрессии $y(x) = A + Bx$ при исполнении операции L.R.:

$$A = \frac{n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \rightarrow RY \quad B = \frac{\Sigma y \Sigma x^2 - \Sigma x \Sigma xy}{n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2} \rightarrow RX$$

Коэффициент корреляции r

$$r = \frac{n \Sigma xy - \Sigma x \Sigma y}{\sqrt{[n \Sigma x^2 - (\Sigma x)^2] \cdot [n \Sigma y^2 - (\Sigma y)^2]}} \rightarrow RY.$$

и значение $y(x) = A + Bx \rightarrow RX$ при $x = RX$.

Пример: найти статистические параметры для массива чисел $y_i(x_i)$: 5.5(2), 6.3(4), 7.2(6), 8(8) и 8.6(10). Порядок вычислений следующий:

CLR Σ	
5.5 $\uparrow$ 2 $\Sigma+$	1.0000
6.3 $\uparrow$ 4 $\Sigma+$	2.0000
7.2 $\uparrow$ 6 $\Sigma+$	3.0000
8 $\uparrow$ 8 $\Sigma+$	4.0000
8.6 $\uparrow$ 10 $\Sigma+$	5.0000
RCL 2	5.0000
RCL 3	30.0000
RCL 4	220.0000
RCL 5	35.6000
RCL 6	259.7400
RCL 7	229.4000
$\bar{x}$	6.0000
$X \leftrightarrow Y$	7.1200
S	3.1623
$X \leftrightarrow Y$	1.2518
L.R.	4.7500
$X \leftrightarrow Y$	0.3950
5 $\hat{y}$, r	6.7250
$X \leftrightarrow Y$	0.9978

Общие замечания по программированию калькуляторов класса HP-11C/HP-15C

Как показывает выполненное выше описание техники программирования калькуляторов HP-11C/15C, она доведена до высокой степени совершенства, какая только возможна при работе с примитивным жидкокристаллическим однострочным дисплеем. Даже в этом случае ввод и редактирование программ достаточно наглядны. Возможности символьно-кодowego языка программирования включают в себя все традиционные средства классического программирования — микропрограммное вычисление множества функций, безусловные и условные переходы, различные типы циклов, подпрограммы и флаги. Разве что нет традиционных процедур. Зато есть уникальные и, увы, обычно не затребованные средства косвенной индексации.

Однако возможности программирования микрокалькуляторов определяются еще и возможностью включения в программы новых и непривычных для калькуляторов операторов и функций комплексных и матричных вычислений, решения нелинейных уравнений, численного интегрирования и статистических вычислений. Все это позволяет строить достаточно сложные и серьезные программы, что и видно из книги «HP-15C Advanced Function Handbook». Впрочем, нередко такие операции требуют применения множества регистров памяти, так что вопрос оптимизации программ остается весьма актуальным.

И тем не менее ясно, что эра подобных калькуляторов уже заканчивается. Прежде всего, потому, что символьно-кодowego программирование остается

сложным и нудным делом, а отладка программ для калькуляторов удел явно не слабонервных пользователей. Даже при всех достоинствах таких калькуляторов, как НР-15С, надежность разработки программ оставляет желать лучшего, а невозможность записать их на внешний носитель во многом обесценивает такие программы и мешает их широкому распространению.

Немаловажным обстоятельством является и низкая скорость работы калькуляторов подобного типа. Большинство операций в них выполняется за доли секунды, но когда таких операций сотни и тысячи, время вычислений становится недопустимо большим.

Все эти обстоятельства и привели к появлению нового поколения калькуляторов — с многострочными алфавитно-цифровыми дисплеями, обширными графическими возможностями и программированием на языке высокого уровня. В некоторых моделях появились даже достаточно серьезные возможности решения задач в символьном виде. Такие калькуляторы описаны в четвертой части этой книги. В то же время нельзя не отметить, что экономические соображения по-прежнему толкают разработчиков калькуляторов к выпуску достаточно простых моделей, похожих на рассмотренные в первой части книги. Спрос на них еще долгое время будет устойчивым и большим.

Часть 3. Графические калькуляторы

Глава 5. Графические калькуляторы серии HP

Общие сведения о графических калькуляторах

В конце 80-х — начале 90-х годов корпорация Hewlett Packard, наряду с разработкой самых современных персональных компьютеров, приступила к развертыванию производства новейших научных калькуляторов массового спроса — графических. К настоящему времени разработано и серийно выпускается несколько моделей таких калькуляторов. Основные параметры их представлены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Основные параметры современных научных графических калькуляторов корпорации Hewlett Packard

Тип калькулятора	HP38g	HP39g/HP40g	HP48g+/gx	HP49g
Объем ПЗУ, кбайт	32	256	128	1500
Сменная флэш-память	—	—	—	+
Логика работы	Alg	Alg	RPN	Alg/RPN
Размер, см	18.1 × 8.1 × 2.9	18.7 × 8.9 × 2.8	18 × 8.1 × 2.9	18.7 × 8.9 × 2.8
Масса с батареями, г	264	264	264	264
Число клавиш	47	51	49	51
Разрешение дисплея	131 × 64	131 × 64	131 × 64	131 × 64
Разъем RS-232, конт.	10	10	4	10
Инфракрасный порт	+	+	+	—
Каталог функций	+	+	—	+
Операции с буфером	+	+	—	+
Решение дифференц. уравнений	—	—	+	+
Пошаговое решение	—	—	+	+
Ряды Тейлора	—	—	+	+
Встроенные библиотеки	—	—	+	+
Финансовые расчеты	—	—	+	+
Графика 2D и 3D	—	—	+	+
Язык программирования	HP BASIC	HP BASIC	RPL	RPL, Assembler, HP BASIC

При разработке серии новых калькуляторов был учтен опыт разработки суперкалькуляторов предшествующих времен HP-41 и других научных калькуляторов корпорации Hewlett Packard. При этом особое внимание уделялось удешевлению новых моделей при одновременном увеличении их функциональных возможностей, ибо это гарантировало выживание таких супер-калькуляторов в конкурентной борьбе за рынок с ПК и с графическими калькуляторами других фирм (прежде всего Casio и Texas Instruments). Одновременно стал проявляться отход от польской логики, начавшийся в моделях класса HP-48 и отчетливо заметный в младших моделях HP-38/39/40. Что касается Hi-End модели калькуляторов HP-49, то она имеет полноценную двойную логику, что позволяет при необходимости выжать из калькулятора все его возможности.

Как нетрудно заметить, новые графические калькуляторы по существу, являются специализированными на вычисления микроЭВМ, у которых обширные функциональные возможности (в том числе графические) сочетаются с программированием на языке высокого уровня — либо символьном RPL, либо на довольно мощном языке HP BASIC, являющемся существенным расширением известного и популярного Бейсика. Число функций у таких калькуляторов вполне сравнимо с числом функций у новейших СКМ [4], к примеру, у СКМ Mathematica 4/4.1 оно достигает двух тысяч, а у Maple 6/7 — трех тысяч, а у калькуляторов HP-48 — 2300.

Полное описание любого из представленных в табл. 5.1 графических калькуляторов корпорации Hewlett Packard занимает больше места, чем вся эта книга. Поэтому мы ограничимся обзорным описанием лишь одной наиболее характерной модели графических калькуляторов — HP-48. Новейшая модель HP-49 у нас пока мало известна и она дорога, а работу с менее мощными калькуляторами HP-38/39/40 несложно освоить, прочитав описание работы HP-48.

Внешний вид и клавиатура калькуляторов HP-48C

Графические калькуляторы серии HP-48 появились еще в начале 90-х годов и были созданы на основе моделей суперкалькуляторов HP-41. В них были учтены возможности и удачные решения, использованные в научных калькуляторах серий HP-11/15C, детально описанных выше. Калькуляторы HP-48 выпускались и выпускаются сейчас в виде ряда моделей, отличающихся объемом памяти и внешними устройствами. К примеру, более дешевые и более массовые модели без сменного библиотечного модуля программ имеют в названии буквы S (рис. 5.1).

К новым возможностям калькуляторов серии HP-48 можно отнести:

- до 2300 встроенных операций (у новых моделей HP-48g+/gx);
- широкое использование меню, управляемых верхним рядом белых функциональных клавиш A, B, C, D, E и F;
- графический дисплей достаточно большого размера с возможностью отображения 8 строк по 22 символа в каждой, математических выражений (формул) и графиков с разрешением 131×64 пикселя;

- наличие графического манипулятора, используемого и как средство редактирования данных и программ;
- возможность задания и вычисления выражений в алгебраической форме;
- заметно расширенное микропрограммное обеспечение для сложных научных и инженерных расчетов;
- применение символьных средств для решения уравнений, заданных в символьном виде;
- достаточно обширные возможности двумерной графики (3D-графика появилась в самых последних моделях);
- существенно улучшенные средства программирования, в частности использующие управляющие конструкции в формах, характерных для современных языков программирования высокого уровня;
- интерфейс RS-232 для подключения к ПК и к локальной сети.

Несмотря на эти серьезные достижения, калькуляторы серии HP-48 подтверждают нашу известную поговорку: «лучшее — враг хорошего». Использование их без объемного руководства, имеющего под тысячу страниц обычного формата, практически невозможно. Пользователю легко запутаться в десятках меню и подменю, сокращенные обозначения операций в которых не всегда наглядны и понятны, а потому их интуитивное применение почти исключено. В сущности, HP-48 это уже не калькулятор, а мощная универсальная микро-ЭВМ, конструктивно выполненная в виде микрокалькулятора и имеющая свой язык общения с пользователем и язык программирования с огромным множеством операторов, функций и иных инструкций. Для того чтобы эффективно использовать такой калькулятор, с ним надо постоянно работать.

По этим причинам графические калькуляторы корпорации Hewlett Packard получили преимущественное применение в США, где их информационное обеспечение поставлено на широкую ногу и где пользователям нетрудно обратиться в многочисленные отделения корпорации Hewlett Packard за необходимыми разъяснениями. Нет проблем и с различной литературой по этим мощным машинкам.

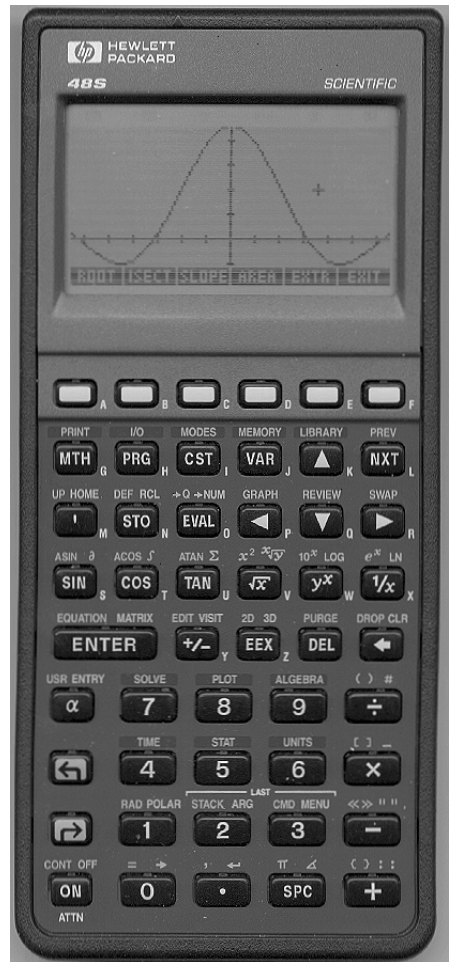


Рис. 5.1. Внешний вид калькулятора HP-48S

У нас подобные модели (как и другие графические калькуляторы Hewlett Paskard) широкого распространения не получили. Им трудно конкурировать с более популярными и распространенными на нашем рынке графическими калькуляторами корпорации Casio, пусть порою и менее мощными, но с более простыми и удобными меню, интуитивно понятной работой и с более простой алгебраической логикой.

Символьная математика у HP-48 представлена на элементарном уровне. Даже новейшие калькуляторы HP-49 в части возможностей символьной математики заметно уступают калькуляторам TI-90/92/92 PLUS корпорации Texas Instruments. Последние можно считать третьим поколением современных научных микрокалькуляторов — с встроенными системами компьютерной математики. И им посвящена четвертая часть этой книги.

Дисплей и клавиатура калькуляторов HP-48

Калькуляторы HP-48 имеют операционный стек, подобный применяемому в калькуляторах HP-11C/HP-15C. Однако регистры стека имеют не буквенные, а цифровые обозначения 1:, 2:, 3: и 4:. Со стеком этих калькуляторов можно выполнять множество манипуляций, хорошо известным пользователям языка программирования ФОРТ.

Экран дисплея калькулятора после его включения кнопкой ON имеет вид, представленный на рис. 5.2.

В нижней части окна дисплея видно меню математических и матричных операций MTH, вводимое клавишей [MTH]. Прямо под нижней строкой экрана расположена группа из шести функциональных клавиш с именами A, B, C, D, E и F. Каждая из них активизирует позицию меню снизу дисплея, например, клавиша D открывает меню матричных операций MATR.

После включения калькулятор сразу готов к работе. Текущее состояние калькулятора запоминается, так что при следующем включении он будет находиться в том состоянии, в котором был в момент выключения (операция OFF). Это важное достоинство данных моделей.



Рис. 5.2. Блок дисплея и функциональных клавиш калькулятора HP-48

Клавиатура калькуляторов имеет две префиксные клавиши — золотистого и голубого цвета. Соответствующий цвет имеют и надписи операций, вводимых этими клавишами. Общее число клавиш пульта составляет 63, при этом клавиша ENTER (по-прежнему для упрощения записей оставим за ней условное обозначение [↑] или просто ↑) расположена горизонтально и имеет двойную ширину.

Несмотря на большое число кнопок пульта, с его помощью прямой доступ обеспечен только к наиболее важным операциям, имена которых нанесены на клавиши или на переднюю панель вокруг них. Остальные операции доступны с помощью тех или иных меню, что, прямо скажем, не очень удобно для оперативной работы. По-видимому, разработчики данного калькулятора посчитали, что серьезные расчеты на нем должны вестись в программном режиме и в этом случае некоторое усложнение ввода многих операций оправданно, поскольку делается только на стадии ввода программы, а в дальнейшем такие операции используются редко.

Основные меню калькуляторов HP-48

Большинство операций в калькуляторах HP-48 вызываются на исполнение или запись в программу из меню. Самые важные из меню вызываются клавишами с их названиями:

MTH — математические и матричные операции и функции;

PRG — средства программирования;

VAR — список всех переменных.

Следующие меню вызываются с применением золотистой префиксной клавиши:

MODES — режимы работы и форматы данных;

MEMORY — средства работы с памятью и контроля за ней;

LIBRARY — средства работы с библиотеками расширения;

GRAPH — средства работы с графиками;

PLOT — средства построения графиков;

ALGEBRA — средства работы с алгебраическими выражениями;

TIME — средства работы с часами, будильником и календарем;

UNITS — единицы измерения различных величин.

Некоторые меню вызываются с применением голубой префиксной клавиши:

MATRIX — средства задания и редактирования матриц в форме электронных таблиц;

MENU — пользовательское меню (изначально пустое).

Каждое меню может содержать операции, вводимые расположенной под надписью операции (на темном фоне) функциональной клавишей — от A до F. Если позиция меню имитирует изображение папки, то открывается папка и появляется новое меню. Если в том или ином меню позиций больше чем 6, то клавишей NXT его можно перелистать.

Начало работы с калькуляторами HP-48

Обычные вычисления

Обычные вычисления на калькуляторе выполняются так же, как и на других калькуляторах с польской логикой. Например, для вычисления выражения $(2 + 3) \times \sin(1)$ в режиме FIX 4 обеспечивается вводом трех чисел

2 ↑ 3 + 1 SIN × 4.2074

Вообще же калькулятор обеспечивает получение до 12 разрядов десятичного числа. Естественно, можно задавать любые форматы представления чисел и работать с числами, имеющими различные основания. В процессе ввода вычисляемых выражений работает строчный редактор выражений, позволяющий перемещать маркер ввода (жирную короткую стрелку) по выражению вправо и влево, вставлять новые символы и удалять их клавишей [←] по одному справа налево или клавишей DEL для текущего символа. Команда CLR (голубая префиксная клавиша и клавиша [←]) стирает все выражение в строке ввода и очищает стек.

Как отмечалось, для вычисления некоторых функций их имена приходится выбирать из меню. Например, при вычислении

2 ↑ 3 + SINH 74.2032

имя функции SINH гиперболического синуса придется взять из меню MTH, нажав клавиши C и A. Почему именно эти, становится ясным из рассмотренной структуры этого меню:

PARTS	PROB	HYP	MATR	VECTR	BASE
A	B	C	D	E	F

Таким образом, для вызова группы гиперболических функций надо нажать клавишу под меню [C]. Появится новое, двухстрочное меню HYP:

SINH	ASINH	COSH	ACOSH	TANH	ATANH
EXPM	LNP1				
A	B	C	D	E	F

Начало меню
Конец меню (после нажатия [NXT])

Отсюда ясно, что для выбора функции SINH надо нажать клавишу под меню A. Обратите внимание на то, что часто меню содержат более 6 имен. Для продолжения просмотра меню используется клавиша NXT (Next). Операция PREV дает просмотр предыдущей «страницы» меню.

Объекты и их применение

Одним из центральных понятий работы с калькуляторами HP-48 является понятие объектов. Ниже представлены основные объекты языка программирования данных калькуляторов.

Объект	Признак объекта	Пример задания объекта
Число обычное	Нет	12.346
Число комплексное	()	(2.4 oder 3.1)

Объект	Признак объекта	Пример задания объекта
Текст	" "	"Hello"
Вектор	[]	[1, -3, 5.2, 6]
Соединение	—	12.34 ft
Программа	« »	«√ DUP NEG»
Алгебраическое выражение	' '	'A-B*C'
Список	{ }	{7, 5 9 «FOUR»}
Операция	Имя	FIX
Имя	Имя oder	VOL oder
	' '	'VOL'

Для каждой группы объектов имеется множество операций, причем большинство из них доступно из того или иного меню.

Пример 1. Вычислить в алгебраической форме выражение $(2 + 3) * \sin(1)$, ранее вычисленное в польской записи. Используя клавишу $[']$, операции $()$ и $\sin()$, запишем заданное выражение в апострофах как алгебраический объект и операцией $\uparrow$ отправим его в нижний регистр стека:

$'(2+3)*\sin(1)'\uparrow$

Теперь, нажав клавишу $[EVAL]$, найдем значение этого выражения 4.2074. Операция $\rightarrow NUM$ (клавиша $[EVAL]$ с голубой префиксной клавишей) также может быть использована для вычислений в численном виде:

$'2*\pi'\uparrow$ $'2*\pi'$
 $\rightarrow NUM$ 6.2832

Пример 2. Вычислить определитель квадратной матрицы

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Матрица относится к объектам типа вектора и задается как два вектора в общих квадратных скобках. Используя операции $[n]$, клавишу пробела SPC и клавиши перемещения графического манипулятора по горизонтали, введите выражение для матрицы и операцией $\uparrow$ отправьте его в стек:

$[[1\ 2][3\ 4]]\uparrow$

После этого матрица в стеке примет вид

1: [[1.0000 2.0000]
[3.0000 4.0000]]

Теперь надо дать команду вычисления определителя, нажав клавишу D меню MTH и далее клавишу E меню $MATRIX$. Будет получен результат – 2.0000. Это и есть детерминант данной матрицы.

На примере матрицы можно заметить, что калькуляторы HP-48 имеют полноэкранный редактор выражений. С помощью графического манипулятора можно перемещать маркер ввода как по вертикали, так и по горизонтали, вставлять объекты выражения и стирать их клавишами DEL и $\leftarrow$.

Задание, редактирование и удаление переменных

До сих пор для хранения данных — чисел в калькуляторах мы использовали регистры памяти. Это понятие далеко от математического, поскольку в математике объекты, принимающие различные значения, общепринято называть переменными. Они имеют имена, состоящие из букв и цифр, причем первым знаком в имени переменных указывается буква. В HP-48 имя переменной может содержать до 127 символов, но только первые 5 символов отображаются в списке переменных, выводимом в меню VAR.

Переменные — важный объект и для калькуляторов класса HP-48, у которых регистры памяти уже упрятаны от пользователя. Присвоение переменным определенных значений выполняется операцией присваивания. При этом переменные могут иметь самый различный тип — от простых целочисленных переменных до программ. Задание глобальной переменной, действующей и могущей менять значения в любом месте программы или сессии вычислений, осуществляется по схеме

Объект_значение_переменной 'Имя_переменной' STO

Пусть надо задать переменную $A = [1\ 2\ 3]$, имеющую значение вектора с тремя элементами. Для этого надо ввести вектор $[1\ 2\ 3]$. Затем нажать клавишу $[]$ и ввести имя переменной, нажав клавиши $[\alpha]$ и $[A]$. После этого надо нажать клавиши STO. Переменной будет присвоено заданное значение и в меню VAR (появляется в строке меню при нажатии клавиши $[VAR]$) появится ее имя **A**.

Можно также задать переменной нужное значение, используя явное выражение в виде алгебраического объекта и задав операцию DEF. Например, для создания переменной $B = 1$ можно так и задать 'B=1' и исполнить операцию DEF (применяя префиксную золотистую клавишу с клавишей $[STO]$). При этом переменная **B** также появится в меню переменных VAR.

Пример: ранее введенным переменным A и B присвоить новые значения 2 и 3, а затем вычислить сумму $A + B$ в польской логике:

```
2 ↑ ['] [α] A [STO]
3 ↑ ['] [α] B [STO]
[α] A ↑ [α] B +      5.0000
```

Можно также вычислить произведение этих переменных в алгебраической логике как

```
'A=B' ↑ [EVAL]      6.0000
```

A вот еще один пример — на вычисление выражения $A \cdot \sin(B)$:

```
'A*sin(B)' ↑ [EVAL]  0.2822
```

Можно создавать переменные, у которых вводимые числа будут взаимодействовать с уже имеющимся значением переменной. Все, что для этого надо, — использовать операции STO+, STO−, STO* и STO÷.

Для просмотра всех переменных в меню VAR достаточно ввести операцию REVIEW. Она выводит список переменных и их значений, например, в нашем случае этот список будет иметь вид

B: 3.0000
A: 2.0000

Задание программ и функций пользователя

В HP-48 программы задаются очень просто. Тело программ набирается в двойных угловых скобках. Например, ниже задана программа ADD3, которая выполняет подряд три операции сложения:

« + + + » ↑ 'ADD3' STO

Если перейти в меню VAR, то в нижней строке можно увидеть:

ADD3 В A и т. д.

Теперь в списке две ранее созданные переменные A и B и новая переменная — программа. Она может вызываться именем после ввода нужных данных в стек — четырех чисел. Например:

1 ↑ 2 ↑ 3 ↑ 4 ↑ ADD3 10.0000

Можно также создать функции пользователя, что выполняется следующим образом:

'Имя(Список_параметров)=Тело функции' DEF

Пример: создать функцию пользователя PARAB(x,y)=x²+y².

'PARAB(x,y)=x²+y²' DEF

Введя команду VAR, можно увидеть, что имя данной **PARAB** функции попало в список функций меню VAR. Теперь можно проверить данную функцию в работе:

'PARAB(3,4)' ENTER EVAL 25.0000

Редактирование и удаление переменных, программ и функций пользователя

Командой 'Имя переменной' VISIT (голубая префиксная клавиша и клавиша [+/-]) можно открыть окно редактирования переменной для изменения ее значения. Например, для переменной-программы 'ADD3' в этом окне листинг программы

« + + +
»

Его можно отредактировать средствами экранного редактора, заменив, например, на такой:

« 3 +
»

Нажав клавишу [$\uparrow$] (ENTER), мы получим новую программу ADD3 — теперь она будет прибавлять число 3 к содержимому нижнего регистра стека. Проверим это:

2 $\uparrow$ ADD3 5.0000

Простота задания и редактирования программ в HP-48 является, безусловно, ценным качеством этого мощного калькулятора.

Для удаления переменной из списка переменных в меню VAR используется операция PURGE (нажимается золотистая префиксная клавиша и клавиша [DEL]). Имя удаляемой переменной надо набрать явно в апострофах (клавиша ['']) или взять в апострофы из меню VAR. После этого выполняется операция PURGE. Например, 'ADD3' PURGE удалит программу-переменную ADD3. При этом она исчезнет из списка в меню переменных.

Для удаления разом всех переменных можно открыть меню памяти MEMORY (золотистая префиксная клавиша и клавиша VAR). Активизируя позицию этого меню **VARs**, можно вызвать список переменных в фигурных скобках. Исполнив операцию PURGE, можно очистить этот список — он примет вид { }, а все переменные будут уничтожены. Будьте бдительны при использовании этой операции, поскольку она может мгновенно уничтожить результаты вашей предшествующей работы.

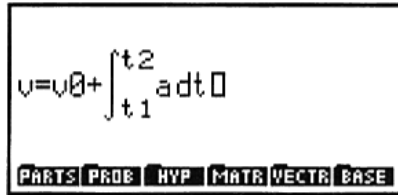
Аналитические вычисления

Создание и редактирование алгебраических выражений

Калькуляторы HP-48 наряду с обратной польской логикой имеют параллельную и вполне полноценную алгебраическую логику. Как уже отмечалось, любое алгебраическое выражение можно создать в одиночных кавычках и исполнить (получить решение в численном виде) с помощью операций EVAL (или в численном виде $\rightarrow$ NUM). Пара одиночных кавычек вводится клавишей ['].

Для удобства подготовки алгебраических выражений (уравнений) имеется специальный редактор уравнений. Он вводится командой EQUATION (золотистая префиксная клавиша и клавиша ENTER). При этом экран дисплея очищается и в нем появляется маркер ввода в виде прямоугольника. Он может перемещаться вправо и влево, а также вверх и вниз с помощью клавиш графического манипулятора. На место маркера можно вставлять любые объекты, определенные клавишами пульта, например, буквы с помощью префиксной клавиши [α], арифметические операторы, математические функции и т. д. (рис. 5.3). В ряде случаев редактор сам обеспечивает ввод завершающих символов при нажатии клавиши «вправо» графического манипулятора.

Таким образом, имеется возможность ввода математических выражений в виде привычных математикам формул с применением средств полноэкранного набора и редактирования. Их набор интуитивно понятен и не нуждается в специальном описании (хотя в фирменной инструкции этому посвящена целая глава). Введенное выражение операцией EDIT (золотистая префиксная



$$v=v_0+\int_{t_1}^{t_2} a dt$$

PARTS PROB HYP MATH VECTR BASE

Рис. 5.3. Пример набора математической формулы в редакторе алгебраических выражений

клавиша и клавиша $[+/-]$ может вызываться для обычного строчного редактирования, которое в ряде случаев даже удобнее полноэкранного:

$$'v=v_0+\int(t_1,t_2,a,X)' \leftarrow$$

Символ $\leftarrow$ (жирная стрелка) в данном случае является маркером строчного редактора. Нажатие клавиши ENTER возвращает редактирование в окно редактора алгебраических выражений (рис. 5.3). После ввода и коррекции (если нужно) формулы нажимается клавиша ENTER и выражение поступает в нижний регистр стека как окончательно созданный алгебраический объект.

Решатель HP-Solver

Решатель HP-Solver — это средство, позволяющее из некоторого уравнения получить значение той или иной переменной при заданных других переменных. При этом не требуется разрешения заданного уравнения относительно неизвестного переменного. В качестве примера возьмем уравнение, описывающее мощность $P = E^2/R$, рассеиваемую в резисторе R , подключенном к источнику напряжения E . Зададим, например, в редакторе алгебраических выражений уравнение

$$P = \frac{E^2}{R}$$

и, нажав клавишу ENTER, введем это уравнение в стек:

$$1: 'P=E^2/R'$$

Теперь нужно оформить данное уравнение как уравнение с заданным именем, входящим в каталог уравнений. Для этого исполним операцию SOLVE (золотистая префиксная клавиша и клавиша 7). Откроется меню решателя, а в верхней части окна появится сообщение:

$$\text{Current equation:}$$

$$'P=E^2/R'$$

В меню решателя нужно исполнить команду NEW, ввести по запросу имя уравнения (например, POW) и нажать клавишу ENTER. Теперь уравнение будет занесено в каталог уравнений под именем POW. Позиция меню SAT выводит каталог всех уравнений, заданных подобным образом.

Позиция меню SOLVR выводит меню с именами всех переменных P, E и R, а также позициюпозицию **EXPR=**. Теперь можно задать значения переменных, введя значение соответствующей переменной и активизировав позицию меню с ее именем. Пример диалога для вычисления мощности представлен ниже:

100 E 12 R

Для нахождения значения переменной P надо нажать золотистую префиксную клавишу и указать из меню имя переменной P. Получим

P: 833.33333

Это и есть найденная мощность. Теперь, активизируя позицию меню **EXPR=** можно посмотреть вычисленные значения левой и правой части уравнения:

2: LEFT: 833.333

1: RIGHT: 833.333

А теперь вычислим, какое напряжение E должно быть, чтобы в резисторе R = 12 Ом рассеивалась мощность P = 1000 Вт. Введем 1000 P, а затем (после нажатия золотистой префиксной клавиши) E. Получим E: 109.5445.

А чему должно быть равно значение R, чтобы при E = 50 В на резисторе рассеивалась мощность P = 300 Вт. По аналогии с описанным вводим 50 E 300 P и для R вычисляем R: 8.3333.

Работа с уравнениями (их просмотр, удаление, редактирование и др.) происходит по тем же правилам, что и работа с переменными и программами.

Меню ALGEBRA

Появление в калькуляторах средств символьной математики (компьютерной алгебры) означает новый важный этап в их развитии и сближении с ПК. Однако в калькуляторах HP-48, созданных в середине 90-х годов, когда только начинали развиваться СКМ, средства символьной математики представлены достаточно скромно и даже примитивно. Прежде всего, это средства алгебраических преобразований, представленные в меню ALGEBRA.

Подвергаемые преобразованиям выражения можно вводить, как обычно, в режиме строчного редактирования или, что чаще удобнее, воспользоваться редактором уравнений. Он вводится операцией EQUATION (см. выше).

Средства алгебраических преобразований размещены в меню ALGEBRA (золотистая префиксная клавиша и клавиша 9). Команды этого меню выполняют алгебраические преобразования над уравнениями и неизвестными, размещаемыми в стеке. Уравнение можно выбрать из списка уравнений.

Разрешение уравнения относительно заданной переменной

Операция ISOL служит для разрешения уравнения относительно заданной переменной. Пример:

'P=E²/R'

'R' ISOL 'R=E²/P'

'E' ISOL 'E=s1*√(R*P)'

Тут взято ранее подготовленное уравнение POW, из него вычислено значение R, а затем из полученного уравнения вычислено значение E. В последнем присутствует особая переменная s1 (s от слова sign — знак), которая указывает на то, что здесь есть два решения: для $s1 = +1$ и $s1 = -1$.

Решение квадратных уравнений

Команда QUAD служит для решения квадратных уравнений. Перед ее исполнением в стек заносится исходное уравнение в апострофах (или только его левая часть, если правая 0) и также в апострофах указывается имя неизвестного:

```
'2*X^2-5*X-10'  
'X' QUAD  
'X=(5+s1*10.2470)/4'
```

Для получения решения в обычном виде надо присвоить переменной s1 (малое s вводится через золотистую префиксную клавишу) вначале значение +1, а затем -1 и использовать для полученного выражения операцию EVAL:

```
1 's1' STO ↑ EVAL  
      'X = 3.8117'  
-1 's1' STO SWAP EVAL  
      'X = -1.3117'
```

Итак, в данном случае заданное квадратное уравнение $2x^2 - 5x - 10 = 0$ имеет два действительных корня. Операция SWAP в примере меняет содержимое двух нижних ячеек стека, с тем чтобы перед операцией EVAL в нижней ячейке стека было решение $'X=(5+s1*10.2470)/4'$ для его повторного уточнения.

Теперь решим квадратное уравнение $x^2 + 2x + 15 = 0$, задав его в виде $x^2 + 2x = -15$:

```
'X^2+2*X=-15'  
'X' QUAD  
      'X = -2+s1*(0.0000,7.4833))/2'
```

Здесь выражение (0.0000,7.4833) является комплексным числом 0+i7.4833. Оно указывает на то, что корни в данном случае будут комплексными:

```
1 's1' STO ↑ EVAL  
      'X = (-1.0000,3.7417)'  
-1 's1' STO SWAP EVAL  
      'X = (-1.0000,-3.7417)'
```

Итак, корни данного уравнения есть $-1+i3.7417$ и $-1-i3.7417$, т. е. они представлены комплексными сопряженными числами.

Итак, решение квадратного уравнения в HP-48 выполняется достаточно просто, хотя и не без явных «излишеств». Несколько непродуманно выглядит необходимость подстановки значений +1 и -1 для переменной s1 и применение команды EVAL. В большинстве современных калькуляторов корни

квадратного уравнения выдаются сразу как действительные или комплексные сопряженные числа.

Команду QUAD можно использовать также для нахождения решения уравнений с линейными левыми и правыми частями, например, вида $3(X - 2) = 5(X - 6)$. Проверьте сами, что приведенное уравнение имеет решение ' $X = 18$ '.

Операции преобразования выражений

В меню ALGEBRA присутствует несколько типовых для СКМ функций символьных преобразований алгебраических выражений:

ISOLV — вычисление обратного решения, т. е. нахождение X для выражения $Y=f(X)$, с вариантами решения, зависящими от установки SF или снятия CF флага;

COLCT — выполнить комплектование выражения по степеням (например, $2 + X + 3$ дает $5 + X$, $X + 2 * X + Y + 3 * X$ дает $6 * X + Y$, $X^2 * Y * X^3 * Y$ дает $X^5 * Y^2$ и т. д.);

EXPA — расширить выражение (например, $A*(B + C)$ дает $A*B + A*C$, $(X + Y)^2$ дает $X^2 + 2*X*Y + Y^2$ и т. д.);

SHOW — показать выражение в окне редактора алгебраических выражений.

Нажав клавишу NXT, можно получить доступ к еще шести функциям алгебраических преобразований, которые мы рассматривать не будем. Это функции подстановки и приложения, действие которых нетрудно разобрать самостоятельно на примере выражений, представленных (с помощью функции SHOW или прямо) в окне редактора алгебраических выражений. В целом, как отмечалось, эти средства носят рудиментарный характер и в более полном виде реализованы в современных СКМ.

Разложение функции в ряд Тейлора

Особо надо отметить функцию TAYLR — разложение выражение в ряд Тейлора. Такое разложение широко используется в практике математических вычислений. HP-48 неплохо справляется с разложением простых выражений в ряд Тейлора. Для этого надо последовательно ввести в стек разлагаемое выражение, переменную, по которой идет разложение и число членов разложения. Приведем пример разложения в ряд функции e^x :

```
'EXP(X)' ↑  
'X' ↑  
5 ↑  
TAYLR  
'1+X+0.5000*X^2+1/3  
!*X^3+1/4!*X^4+1/5!  
*X^5'
```

Таким образом, разложение e^x имеет вид:

$$1 + X + (1/2)X^2 + (1/3!)X^3 + (1/4!)X^4 + (1/5!)X^5.$$

Символьное дифференцирование

Для символьного дифференцирования надо в стек ввести дифференцируемое выражение и имя переменной, по которой ведется дифференцирование. После этого указывается функция ∂ . Примеры дифференцирования функций X^N и $\sin(T)$:

```
'X^N' ↑ 'X' ↑ ∂ ↑
               'N*X^(N-1)'
'sin(T)' ↑ 'T' ↑ ∂ ↑
               'cos(T)'
```

Следует отметить, что иногда при дифференцировании выдаются промежуточные результаты, также содержащие производные. В этом случае надо нажимать клавишу [EVAL] до тех пор, пока не будет получен окончательный вариант решения. К сожалению, ядро символьных вычислений производных довольно скудно, поэтому рассчитывать на получение аналитических результатов во всех случаях не стоит.

Символьное вычисление определенных интегралов

Для вычисления неопределенного интеграла в символьном виде надо задать нужный интеграл в редакторе алгебраических выражений или набрать его в виде

$$\int(a,b,f(x),x)$$

и затем исполнить операцию EVAL. Пример:

```
'∫(0,1,x^2,x)' ↑ [EVAL]
'X^(2+1)/((2+1)*∫X(
X))|(X=1)-(X^2+1)/
((2+1)*∫X(0)|(X=0)
)'
[EVAL]
```

0.3333

Итак, даже в этом весьма простом примере толку от полученного символьного значения определенного интеграла довольно мало. Хорошо хоть, что при повторном применении команды EVAL вычислено численное значение интеграла. Данный пример показывает, что интегрирование в аналитическом виде у калькуляторов HP-48 пока явно не доведено до практически полезного действия.

Суммирование рядов

Для вычисления суммы членов некоторого ряда удобно также набрать нужную сумму в редакторе алгебраических выражений. Например, вычислим значение следующей суммы:

$$\sum_{i=1}^{10} i^2$$

Набрав ее в редакторе и нажав клавишу [$\uparrow$], получим:

```
1: 'Σ(I=1,10,I^2)'
[EVAL]      385.0000
```

Итак, в этом примере результат получен в численном виде. К сожалению, аналитических результатов для сумм, даже когда они существуют, калькуляторы HP-48 не выдают. Это еще раз подчеркивает ограниченные возможности данных калькуляторов в аналитических вычислениях.

Графика калькуляторов HP-48

Организация графики и меню PLOT

Поскольку калькуляторы HP-48 являются графическими, они имеют обширные и легко доступные средства построения графиков самого различного типа. Некоторые из них, например математическая обработка функций, представленных их графиками, стали де-факто мировым стандартом для графических калькуляторов.

Основные графические возможности калькуляторов сосредоточены в двух меню графики PLOT и GRAPH, активизируемых с применением золотистой префиксной клавиши. Меню PLOT содержит следующие позиции:

PLOTR — вывод меню операций графики в прямоугольной системе координат;

PType — вывод меню типов графики (см. ниже);

NEW — задание имени графической функции и ввод ее в каталог;

EDEQ — вызов графической функции (уравнения) на редактирование;

STEQ — установка текущего выражения в качестве графической функции EQ;

CAT — выводит каталог графических функций и уравнений в фигурных скобках.

Основные типы графиков задаются в подменю позиции PType меню PLOT:

FUNC — графики функций в прямоугольной системе координат (тип по умолчанию);

CONIC — графики функций, задаваемых уравнениями (окружности, эллипса, параболы, гиперболы и т. д.);

POLAR — графики в полярной системе координат;

PARA — графики функций, заданных параметрическими уравнениями;

TRUTH — графики закрашенных областей, заданных неравенствами и логическими условиями;

BAR — графики типа столбиковой диаграммы;

HIST — графики типа гистограмм;

SCATT — графики, представленные точками.

Возможно наложение графиков одного типа на графики другого типа. Например, можно построить график ряда точек и кривой (или прямой) их регрессии.

Построение графических объектов — меню GRAPH

Иногда, например при создании уроков по геометрии, необходимо построение в графическом окне различных графических объектов, например точек, отрезков линий, прямоугольников, окружностей и др. Для этого используются средства меню GRAPH:

ZOOM — установка параметров масштаба графика;

Z-BOX — установка параметров масштаба по выделенному прямоугольнику;

CENT — установка центра координатных осей;

COORD — вывод координат перемещаемого графическим манипулятором маркера (+);

LABEL — установка масштаба у координатных осей;

FCN — вычисление параметров графической функции;

DOT+ — включение режима рисования с помощью маркера;

DOT- — выключение режима рисования с помощью маркера;

LINE — построение отрезка прямой по двум намеченным точкам;

TLINE — перемещение маркера с возможностью отключения отображения;

BOX — построение прямоугольника;

CIRC — построение окружности с радиусом, заданным смещением TLINE;

MARK — отметка текущего положения маркера знаком «×»;

REPL — помещает графический объект в стек;

SUP — извлекает графический объект из стека и помещает его по месту расположения графического маркера;

DEL — стирание последней графической операции;

+/- — управление показом и скрытием графического маркера;

KEYS — убирает/показывает строку меню в графическом окне и переводит управление графическим маркером к клавиатуре.

Ряд графических команд имеется также в подменю DSPL меню программных средств PRG. Это уже упомянутые команды LINE, TLINE, BOX, ARC — построение дуги, PIXON — включение видимости пикселя, PIXOF — выключение видимости пикселя, PIX? — контроль видимого пикселя, PX→C — преобразования пиксельных координат в обычные и C→PX. Там же можно найти и ряд более специфических команд для работы с графикой. Командой STO можно разместить график в стек в виде графического объекта.

Переменная PPAR

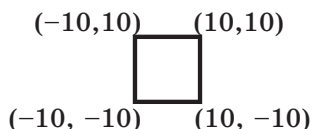
Работа графической системы калькулятора сопровождается организацией специальной системной переменной PPAR (Plot Parameter). Полезно знать формат этой переменной:

{(Xmin,Xmax)(Ymin,Ymax) indep res A ptype depend

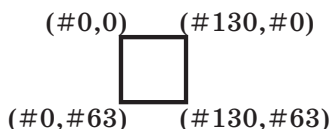
где Xmin и Xmax — область значений независимой переменной indep, Ymin и Ymax — область значений зависимой переменной depend, res — разре-

шение графика (0 — в пикселях), A — положение центра координатных осей, по умолчанию равной (0,0), рtype — тип графика (по умолчанию FUNCTION).

Параметры Xmin, Xmax, Ymin и Ymax могут задаваться в форме обычных десятичных чисел. Например, если их задать Xmin=-10, Xmax=10, Ymin=-10 и Ymax=10, то график будет размещен в следующей области



Пиксельные координаты указываются со знаком #:



Для преобразования координат используются операции: PX→C (пиксельные координаты в обычные) и C→PX (обычные координаты в пиксельные). Эти операции можно найти в меню PRG и подменю DSPL.

В некоторых случаях возможны ошибки в построении отдельных типов графиков из-за использования переменной PPAR, определенной ранее для других типов графиков. Ошибки индицируются звуковым сигналом — гудком и сообщением в служебных верхних строках экрана дисплея. В подобных случаях надо или откорректировать значение этой переменной или стереть ее перед построением новых графиков.

Построение графиков функций

Возможно построение графиков функций, заданных следующим образом:

- в виде одного выражения 'y(x)', например, '5*x+2';
- в виде уравнения 'y=f(c)', например, 'y=5*x+2';
- в виде равенства 'y1(x)=y2(x)', что строит два графика — y1(x) и y2(x);
- в виде программы, задающей выражение, например, «5 X * 2 +»

Простейший способ построения графиков функций заключается в задании в апострофах их выражения, исполнении операции STEQ и применением команды DRAW или AUTO. Однако, чтобы график функции не наложился на уже существующий, надо исполнить операцию очистки графического окна RESET.

Пример: построить график функции $X/(X^2 - 6) - 1$. Введем 'X/(X^2 - 6) - 1' и исполним команду STEQ, а затем PLOT R RESET. Сверху экрана появятся сообщения:

Plot type: FUNCTION

EQ: 'X/(X^2-6)-1'

Indep: 'X'

x: -6.5000 6.5000

y: -3.1000 3.1000

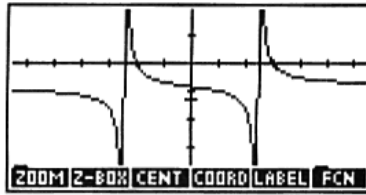


Рис. 5.4. Построение графика функции $X/(X^2 - 6) - 1$

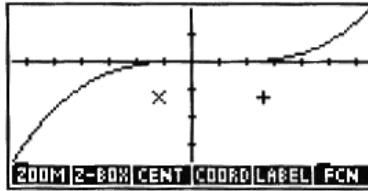


Рис. 5.5. Построение графика функции $X^3 - 2X^2 - X + 2$

В двух последних строках задан масштаб по осям X и Y , принятый по умолчанию после операции очистки графического окна **RESET**. Теперь, введя операцию **AUTO**, можно наблюдать построение графика, представленное на рис. 5.4.

Операция **AUTO** меняет масштаб по оси Y так, чтобы график по вертикали имел максимальные размеры. С помощью операции **REVIEW** можно уточнить настройки при построении графика:

Plot type: **FUNCTION**

EQ: ' $X/(X^2-6)-1$ '

Indep: ' X '

x: -6.5000 6.5000

y: -5.447368 2.4210526

Нетрудно заметить, что в данном случае масштаб по оси Y изменился.

Для примера зададим построение графика еще одной функции ($X^3 - 2X^2 - 2X + 2$) с автоматическим выбором масштаба:

' X^3-2X^2-X+2 ' STEQ **RESET AUTO**

График функции показан на рис. 5.5. Его средняя пологая часть вызывает подозрение. Поэтому воспользуемся возможностью построения заданной области графика — операция **Z-BOX**. Для этого разместим графический маркер слева от интересующей нас области и операцией **MARK** (либо клавишей $[X]$) зафиксируем положение курсора — он приобретет вид наклонного крестика « $\times$ ». Далее переместим маркер к правой границе интересующей нас области (см. рис. 5.5), где в конечном положении маркер имеет вид прямого крестика « $+$ ».

Теперь, выполнив операцию **Z-BOX**, можно построить график намеченной части исходного графика (рис. 5.6). Как видно из рис. 5.6, в средней части графика действительно есть целый ряд особенностей — отсутствует пересече-

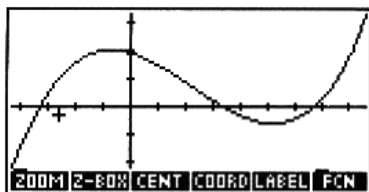


Рис. 5.6. Построение графика функции $X^3 - 2X^2 - X + 2$ в области пересечения осей

ние графиком центра координат, есть три корня, при которых функция обращается в 0, и два экстремума.

Итак, даже такая простая функция имеет ряд особенностей, которые полезно исследовать. Этим мы займемся ниже. А пока отметим, что кроме обсужденных возможностей изменения масштаба графиков есть ряд и других возможностей, в частности, установка отдельно масштабов графиков по осям X и Y . Ввиду их очевидности пользователь может легко освоить это самостоятельно.

Оперативная математическая обработка графиков функций

Для оперативного анализа функций служит позиция FCN меню GRAPH. Оно выводит подменю, имеющее следующие позиции:

ROOT — поиск пересечения графика функции с осью координат;

ISECT — нахождение точек пересечения графиков двух функций;

SLOPE — вычисление наклона кривой в заданной точке;

AREA — вычисление площади между кривой и осью координат в заданных пределах;

EXTR — поиск экстремумов функции вблизи указанной точки;

EXIT — выход из меню FCN;

F(X) — вычисление значения функции по заданному графическим маркером значению X ;

F' — построение графика производной вместе с графиком исходной функции;

NXEQ — выводит запись уравнения для функции.

Для большинства этих функций (кроме AREA, F' и EXIT) искомая точка графика приближенно указывается графическим маркером, имеющим вид крестика «+». Затем из подменю FCN выбирается нужная команда и нажимается соответствующая ей клавиша. Калькулятор вычисляет нужный параметр (в процессе вычислений высвечивается темный прямоугольник в правом верхнем углу экрана) и помещает маркер в ту точку, которая искалась.

В качестве примера остановимся на ранее полученном графике (рис. 5.6). Разместим курсор в виде «+» около левого корня функции — у точки пересечения графиком функции оси координат. Исполнив в подменю FCN команду ROOT, можно заметить, что курсор автоматически переместится в точку пересечения функций оси координат, а снизу появится сообщение ROOT: -1.00 (рис. 5.7).

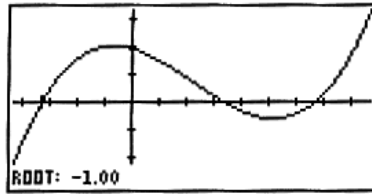


Рис. 5.7. Вычисление одного из корней функции $X^3 - 2X^2 - X + 2$

Проверка: для $x = -1$ имеем $-1 - 2 + 1 + 2 = 0$, т. е. -1 действительно является корнем выражения, использованного для построения графика.

Выполнив, к примеру, операцию **SLOPE**, получим внизу экрана сообщение **SLOPE: 6.00**. Таким образом, найден наклон графика функции в точке $X = -1$. Переместив графический маркер в начало координат ($X = 0$) и исполнив операцию **F(X)**, найдем значение $F(X)$ примерно в этой точке: $F(X)$: 2.01. Заметим, что в этом случае положение маркера может оказаться чуть неточным, поскольку он перемещается на глазок.

Аналогичным образом можно найти положение экстремумов функции. Переместив, к примеру, графический маркер к правому экстремуму и исполнив операцию **EXTR**, получим под графиком сообщение **EXTRM: (1.55, -0.63)**. Числа в скобках представляют собой координаты точки экстремума. Нажав дважды клавишу **ATTN**, можно выйти из окна графика и наблюдать полученные результаты анализа в окне вычислений:

{HOME}

```

4:      Root: -1.08
3:      Slope: 6.00
2:      F(x): 2.01
1: Extrm (1.55,-0.63)
    
```

Для вычисления площади фигуры нужно маркер поместить вначале в одну точку (ее координата задает левую границу площади), а затем в другую точку (координата правой границы). После этого вычисляется и рассчитывается площадь, к сожалению, на экране она не штрихуется, что снижает наглядность этой операции. Операция **F'** строит график производной функции, а затем и график исходной функции. Оба графика размещены в одном окне и показаны на рис. 5.8. Подведя курсор к точке пересечения графиков и испол-

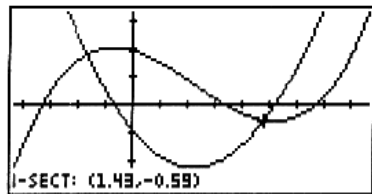


Рис. 5.8. Пример построения графиков исходной функции и ее производной и нахождения правой точки пересечения двух графиков

нив операцию ISECT из подменю FCN, можно найти координаты точки пересечения — они указаны внизу графика рис. 5.8.

В целом надо отметить, что у использованных калькуляторов HP-48S анализ графиков функций не доведен до логического конца, как это сделано у калькуляторов высокого класса корпораций Casio и Texas Instruments. Отсутствие построения касательной к заданной точке функции (кстати, и перпендикуляра — нормали) и штриховки площади при исполнении операции AREA несколько снижает степень визуализации графических построений.

Построение графических объектов

Как уже отмечалось, в меню GRAPH имеется ряд операций (команд) для построения различных графических (геометрических) объектов, параметры которых задаются графическим маркером. К примеру, выполним построение отрезка горизонтальной прямой, исполнив операции ERASE и DOT+. Теперь, нажав и удерживая клавишу перемещения графического маркера влево, можно наблюдать построение отрезка горизонтальной прямой по мере перемещения маркера. А используя команду TLINE, можно протянуть другой отрезок прямой вверх и, исполнив еще раз TLINE, сделать этот отрезок невидимым. При этом начало вертикального отрезка будет отмечено символом «×», а конец — символом «+». Если теперь исполнить команду CIRC, то будет по-

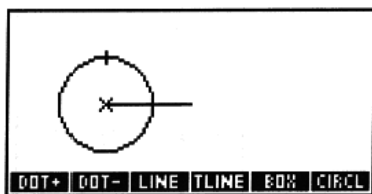


Рис. 5.9. Пример построения геометрических объектов — отрезков прямой и окружности

строена окружность с центром в точке «×» и радиусом, определяемым длиной указанного отрезка. Конечный итог этих построений представлен на рис. 5.9.

Аналогичным образом можно построить и другие геометрические объекты.

Построение графиков специального типа

Подобно описанному построению графиков функций в прямоугольной системе координат, возможно построение графиков и различных других типов. Прежде всего отметим интересную возможность построения графиков для левой и правой частей выражения вида $y_1(x) = y_2(x)$. Пример построения такого графика для выражения $X^2 = 2X + 7$ представлен на рис. 5.10. Установки для этого графика подобны уже описанным.

В полярной системе координат график функции представляет собой зависимость положения точки — конца радиус-вектора r от угла θ , который меняется в пределах от 0 до 2π . Возможно построение графиков, задаваемых четырьмя типами уравнений: $f(\theta)$, $r = f(\theta)$, $\theta = \text{const}$ и $f(\theta) = g(\theta)$. К примеру,

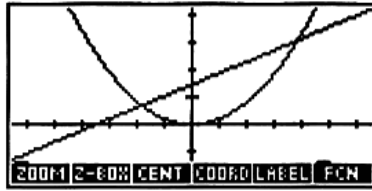


Рис. 5.10. Графики левой и правой частей уравнения $X^2 = 2X + 7$

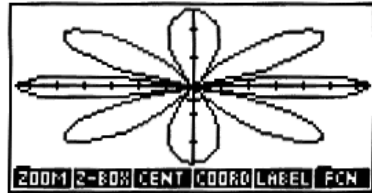


Рис. 5.11. Пример построения графика в полярной системе координат

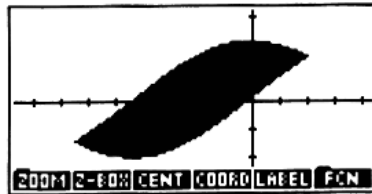


Рис. 5.12. График области, ограниченной кривыми $\cos(X)$ и $\sin(X)$

построим график для функции $r = 2\cos(4\theta)$. Для этого (проверив установку углов в радианах) введем

```
'R=2×COS 4×θ' NEW POL [ ]
PYPE POLAR PLOT 'θ INDEP AUTO
```

В результате исполнения этих команд получим график, представленный на рис. 5.11.

При параметрическом задании функции она обычно описывается двумя уравнениями от параметра T , меняющегося в заданных пределах. Особый вид графиков у калькуляторов HP-48 задается операцией TRUTH. Этот вид графика строит закрашенную замкнутую область, ограниченную двумя кривыми. К примеру, задание выражения

```
'Y<COS(X) AND Y>SIN(X)'
```

означает, что строится закрашенная область слева ограниченная кривой $\cos(X)$ и справа кривой $\sin(X)$. Задав это выражение и исполнив команды STEQ и TRUTH, можно построить график, представленный на рис. 5.12.

С другими возможностями графики калькуляторов типа HP-48 читатель легко может ознакомиться самостоятельно.

Матричные операции и линейная алгебра

Ввод и редактирование матриц

Матрицы и векторы у калькуляторов HP-48 задаются с помощью квадратных скобок, например:

$[1 \ 2 \ 3]$ — вектор, $[[2 \ -2 \ 0]$
 $[1 \ 0 \ 3]$ — матрица размера 3×3 .
 $[-3 \ 5 \ 1]]$

Скобки вводятся попарно. В качестве разделителей между элементами векторов и матриц могут использоваться пробелы (клавиша SPC) и запятые. Элементами матриц могут быть числа любого формата. Элементы комплексных чисел вводятся как (Re Z, Im Z), т. е. в круглых скобках. Для ввода и редактирования матриц имеется специальный редактор матриц. Он вводится операцией MATRIX — клавиша ENTER после нажатия голубой префиксной клавиши. При этом открывается пустое окно редактора матриц, показанное на рис. 5.13.

Редактор построен по типу электронных таблиц. В левом верхнем углу отражается размер матрицы — вначале $0 \cdot 0$, поскольку матрица пуста. Столбцы и строки последовательно нумеруются начиная с 1. Один из элементов ($1 \cdot 1$ в исходном состоянии) выделен и готов к занесению в него нужного значения. Для этого достаточно ввести это значение в нижней строке и нажать клавишу ENTER. Можно через клавишу SPC ввести все элементы строки и, нажав клавишу ENTER, ввести ее всю. Можно аналогично набрать весь столбец и ввести его в таблицу, используя операцию GO↓. На рис. 5.14 показано окно редактора после ввода в него матрицы нажатием клавиши ENTER.



Рис. 5.13. Окно редактора матриц в начале ввода



Рис. 5.14. Окно редактора с введенной матрицей

Ввод чисел в ячейки можно проводить вручную, задавая выделенную ячейку клавишами графического манипулятора. Ввод облегчается благодаря автоматическому перемещению выделения и возможности разом ввести ряд чисел в строку или в столбец. После заполнения всех ячеек матрицы нажатие клавиши ENTER вводит матрицу (или вектор) в нижний регистр (1:) стека.

Окно редактора матриц имеет свое меню с командами редактирования матриц. Отметим основные из них:

EDIT — вывод выделенной ячейки на редактирование;

←WID<N>— уменьшение размера ячейки электронной таблицы;

WID→ — увеличение размера ячейки электронной таблицы;

VEC — задание вектора,;

GO→ — задание направление ввода в строку;

GO↓ — задание направления ввода в столбец;

+ROW — добавление строки;

-ROW — удаление строки;

+COL — добавление столбца;

-COL — удаление столбца;

→STK — копирование в стек числа из выделенной ячейки;

↑STK — выход в окно вычислений с сохранением таблицы и возвратом к ней нажатием клавиши ENTER.

Многие операции после исполнения помечаются знаком ■, который подтверждает действие операции. Например, операция GO→ после исполнения отображается как GO→■, что означает ее включение и перемещение выделения ячейки по строке.

Операции с векторами

С матрицами и векторами, размещенными в стеке, можно выполнять различные операции. Операция EDIT выводит вектор или матрицу в виде списка на редактирование. В меню MATH имеются подменю MATR матричных и VECT векторных операций. Для векторов возможны следующие основные операции:

+, -, × и ÷ — сложение, вычитание, умножение и деление векторов;

DOT — точечное умножение векторов;

CROSS — кросс-умножение векторов;

ABS — вычисление абсолютного значения вектора.

Ниже представлены примеры на некоторые из этих операций:

```
[1 2 3 4] [↑] [↑]
CROS          30.0000
[1 2 3 4] [↑]
[5 6 7 8] [↑]
```


DOT 70.0000
 [1 2 3] [↑] [4 5 6] [↑] +
 [5.0000 7.0000 9.0000]
 ABS 12.4499

Калькулятор позволяет также выполнять целый ряд векторных операций с векторами, расположенными на плоскости и в пространстве, причем как в сферической, так и в цилиндрической системе координат с возможностью их преобразования.

Операции с матрицами

Для матриц также возможен ряд операций, доступных из подменю MATRIX:

+, −, × и ÷ — сложение, вычитание, умножение и деление матриц;

× — умножение матрицы на скаляр;

1/x — обращение квадратной матрицы;

ABS<N> — вычисление абсолютного значения матрицы (нормы Фробениуса);

CNRM — вычисление максимальной суммы столбца;

CON — конкатенация;

DET — вычисление определителя (детерминанта) матрицы;

IDN — создание единичной матрицы;

RDN — сокращение размера матрицы;

RNRM — вычисление максимальной суммы строки;

TRN — транспонирование матрицы.

В следующем примере задана матрица M, затем задана единичная матрица E, получена обратная матрица $M^{-1} = E/M$, а затем ее обращением операцией 1/x получена вновь исходная матрица M, после чего она транспонирована и вычислен детерминант матрицы:

[[1 2][3 4]] [↑] задана матрица M размера 2 × 2
 1: [[1.0000 2.0000][3.0000 4.0000]] [−]
 2 IDN задана единичная матрица E размера 2 × 2
 2: [[1.0000 2.0000][3.0000 4.0000]] [−]
 1: [1.0000 0.0000][0.0000 1.0000]]
 SWAP ÷ вычислена обратная матрица E/M
 1: [[−2.0000 1.0000][1.5000 −0.5000]]
 1/x вычислена обратная матрица
 1: [[1.0000 2.0000][3.0000 4.0000]]
 TRN выполнено транспонирование матрицы
 1: [[1.0000 3.0000][2.0000 4.0000]]
 DET вычислен детерминант матрицы
 1: −2.0000

Применяя матричную операцию обращения, нетрудно решить систему линейных уравнений вида $AX = B$ — решение будет $X = BA^{-1}$. Решим, к примеру, следующую систему из трех уравнений:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Введем в редакторе матриц матрицу коэффициентов и обратим ее, исполнив операцию $1/x$. Затем введем вектор свободных членов $[8 \ 9 \ -5 \ 0]$ и операцию умножения $\times$. Получим результат:

1: $[3.0000 \ -4.0000 \ -1 \ 1]$

Для детального просмотра результата надо исполнить команду EDIT, и результат со всеми знаками чисел полученного решения будет выведен в нижнюю строку экрана, где область просмотра можно перемещать клавишами «влево» и «вправо» графического манипулятора.

Таким образом, матричные операции на HP-48 решаются просто и изящно.

Статистические вычисления

Ввод данных для статистических расчетов

Статистические вычисления сосредоточены в меню STAT (золотистая префиксная клавиша и клавиша 5). Статистические данные задаются в общем случае как матрицы, состоящие из m переменных столбцов, имеющих n ячеек. Для очистки регистров статистических расчетов и инициализации последних следует использовать операцию CLΣ. При этом в верхней части экрана появится сообщение:

No current data. Enter
data point, press Σ+

Теперь надо вводить данные построчно, разделяя каждое число пробелом, вводимым клавишей SPC и фиксируя конец ввода строки нажатием Σ+. При этом при вводе каждой строки в верхней части дисплея отображается надпись ΣDAT(i)=[Список_данных_строки], где i — номер строки массива статистических данных. В качестве примера можно ввести следующие данные (массив с именем ST1):

9.1	9.2	8.5
5.8	4.6	7.7
6.5	6.1	7.0
7.6	7.8	6.0
11.5	19.3	5.8

Для удобства представления результатов можно перейти в режим представления чисел в формате с фиксированной десятичной точкой (2 FIX в дальнейшем).

Основные вычисления в меню STAT

Основные вычисления сосредоточены в меню STAT. Это меню содержит 5 страниц, в каждой из которых имеется 6 операций (команд). Операции выполняются для столбцов массива статистических данных, так что если их несколько, то результатом операций будет список. Рассмотрим их более подробно.

Страница 1 (подготовка к вычислениям и ввод данных):

$\Sigma+$ — ввод данных (построчно с разделителем SPC);

CL Σ — очистка регистров памяти статистики;

NEW — задание нового массива статистических данных;

EDIT Σ — вызов данных на редактирование;

STO Σ — запись (с золотистой префиксной клавишей дает RCL Σ);

CAT — вывод каталога с именами массивов статистических данных.

Страница 2 (типовые статистические вычисления):

TOT — вычисление общей суммы;

MEAN — вычисление среднего;

SDEY — вычисление стандартного среднеквадратического отклонения;

MAX Σ — вычисление данного с максимальным значением;

MIN Σ — вычисление данного с минимальным значением;

BINS — осуществляет бинарную сортировку;

Страница 3 (статистическая графика):

XCOL — установка числа столбцов для массива X;

YCOL — установка числа столбцов для массива Y;

BARPL — построение столбиковых диаграмм;

HISTP — построение гистограмм;

SCATP — построение точечных графиков данных;

Σ LINE — вывод уравнения линии регрессии.

Страница 4 (регрессионный анализ):

LR — линейная регрессия;

PREDX — вычисление X для заданного Y;

PREDY — вычисление Y для заданного X;

CORR — вычисление корреляции;

COV — вычисление ковариации;

MODL — выбор модели регрессии (LIN — линейная, LOG — логарифмическая, EXP — экспоненциальная, PWR — степенная, BEST — наилучшая).

Страница 5 (типовые вспомогательные вычисления):

ΣX — вычисление суммы X_i ;

ΣY — вычисление суммы Y_i ;

ΣX^2 — вычисление суммы квадратов X_i ;

ΣY^2 — вычисление суммы квадратов Y_i ;

$\Sigma X*Y$ — вычисление суммы произведений X_i*Y_i ;

NE — вычисление числа элементов в столбцах массива данных.

Примеры статистических вычислений (модель линейной регрессии, массив данных ST1):

TOT	[40.50 47.00 35.00]
MEAN	[8.10 9.40 7.00]
SDEV	[2.27 5.80 1.14]
MAX Σ	[11.50 19.30 8.50]
MIN Σ	[5.80 4.60 5.80]
Σ LINE	'-10.43+2.45*X'
5 PREDY	1.81
2 PREDX	5.08
ΣX	40.50
ΣY^2	576.34
N Σ	5.00

Дополнительные операции статистики

В подменю CAT основного меню статистики STAT (страница 1) имеются следующие операции:

1-VAR — одномерная статистика;

PLOT — средства статистической графики;

2-VAR — двумерная статистика;

EDIT — редактирование статистических данных;

→STK — ввод массива статистических данных в стек;

VIEW — просмотр статистических данных;

ORDER — установка порядка;

PURG — стирание выбираемой из каталога переменной (массива данных).

Для выполнения статистических тестов в меню математических операций MTH имеется подменю PROB. В нем имеются операции для выполнения следующих статистических тестов:

UTPC — χ^2 -распределение;

UTPF — F-распределение;

UTPN — нормальное распределение;

UTPT — t-распределение.

Пример:

10 [$\uparrow$] 2 x^2
 8 UTPN 0.84

В целом, несмотря на обилие вычисляемых статистических параметров, статистические расчеты на калькуляторах HP-48 отличаются простотой и наглядностью.

Основы программирования калькуляторов HP-48

Обзор меню программных средств PRGM

Как уже отмечалось, в простейшем случае программа есть имеющий имя набор инструкций, помещенных в двойные угловые скобки «...». Набор средств для задания программ размещен в меню PRGM. Оно имеет ряд подменю:

STK — операции для работы со стеком (11 операций);

OBJ — операции работы с программами как с объектами (всего 22 операции);

DSPL — операции управления выводом на экран дисплея (24 операции);

CTRL — операции задания диалога, работы с программами и их редактирования (18 операций);

BRCH — средства задания операторов условных выражений и циклов (16 операторов);

TEST — логические операторы и функции (18 операторов и функций).

Многие из операций повторяют описанные для ручного режима вычислений. Повторение их в меню PROG означает, что эти операции допустимы для автоматических вычислений по программе. В связи с этим во избежание повторов мы рассмотрим только те операции, которые в программном режиме работы являются новыми и требуют пояснений.

Язык программирования калькуляторов HP-48 бескомпромиссно ориентирован на структурное программирование. Поэтому в нем нет операторов безусловных переходов GOTO и даже меток типа LABEL M, оставленных в языках программирования большинства других программируемых микрокалькуляторов. Нет и нумерации строк, столь привычной пользователям калькуляторов HP-41 и старых версий Бейсика [5]. Если нужно организовать вычисление какого-либо фрагмента, например повторяющегося, то для этого он строится как отдельная программа со своим именем с возможным применением аппарата задания локальных переменных.

Взаимодействие программ со стеком

Позиция STK меню PRGM открывает доступ к 11 операциям работы со стеком. Они подобны таким операциям языка программирования ФОРТ [7], основанного на использовании стековых операций и обратной польской логики вычислений. В числе этих операций имеются операции дублирования данных в стеке DUP, двойного DUB2 и N-го DUPN дублирования, вращения данных в стеке ROT и ROLL и др. Наиболее часто используемая операция обмена данными в двух нижних ячейках стека SWAP вводится с клавишного пульта через золотистую префиксную клавишу. Хотя применение стековых операций и позволяет существенно снизить объем программ, наглядность их восприятия снижается.

В табл. 5.2 приведены некоторые, наиболее характерные примеры взаимодействия исполняемых программ со стеком.

Таблица 5.2
Примеры взаимодействия исполняемых программ со стеком

Программа	Результат выполнения
«2 3»	2:2 1:3
«"Hello!" {A B C}»	2: "Hello!" 1: {A B C}
«'2+3'»	1:'2+3'
«'2+2' →NUM»	1:5
««2 3 +»»	1: «2 3 +»
««2 3 +» EVAL»	1:5

Принципиально важно отметить, что в стек могут заноситься не только числа, но и различные другие объекты — строки, алгебраические выражения, списки и т. д. Опытному программисту это дает огромные возможности в написании как чрезвычайно простых, так и самых сложных программ.

Пожалуй, главным достоинством стековой архитектуры калькуляторов является то, что в стеке могут располагаться данные, которые при исполнении программы передаются в ее тело, выполняя ту же роль, что и переменные-параметры в процедурах. Именно это позволяет строить модули программ — подпрограммы, ничем не отличающиеся от основной и вызывающей их программы и имеющие полностью заверченный характер. Другими словами, программные средства калькуляторов полностью удовлетворяют требованиям структурного программирования.

Задание локальных переменных

Одним из самых серьезных недостатков рассмотренных до сих пор программ является использование глобальных переменных, т. е. таких переменных, значения которых могут меняться как вне программы, так и внутри программы. Это может привести к самым неожиданным последствиям из-за плохо контролируемого изменения значений переменных внутри программы. Ситуация усугубляется при использовании программ с подпрограммами и противоречит концепциям структурного программирования.

Уже давно известен механизм устранения этого недостатка — он заключается в введении аппарата локальных переменных, которые используются только в программных конструкциях и в функциях пользователя. При этом имена таких переменных могут совпадать с именами локальных переменных, но в этом случае при выходе из программы эти переменные сохраняют те значения, которые были перед исполнением программы или функции пользователя.

Для придания переменным статуса локальных и их применения в программах используются следующие конструкции:

```
«→ v1, v2, ..., vn ‘Алгебраический объект’ ...»
«→ v1, v2, ..., vn «Программный объект»...»
```

Знак локализации переменных → со списком переменных v1, v2, ..., vn означает, что переменные этого списка приобретают статус локальных переменных.

Приведем примеры программ разного вида на примере вычисления выражения $\sqrt{a^2 + b^2}$:

Программа	Тип программы
« SQ SWAP SQ + √ »	с применением стековых операций
«→ a b «a SQ b SQ + √»»	с применением программного объекта
«→ a b ‘√ (a^2+b^2)’»	с применением алгебраического объекта

Мы продолжим обсуждение правил подготовки программ чуть ниже.

Применение подпрограмм

Благодаря стековой архитектуре калькулятора возможно создание независимых модулей, которые могут использоваться как самостоятельные программы, так и как подпрограммы (субмодули), применяемые в других программах. Проще всего это пояснить на следующем примере. Пусть имеется тор (геометрический объект вида бублика), имеющий внутренний диаметр a и внешний b. Тогда площадь поперечного сечения тора A и занимаемый им объем V равны

$$A = \pi^2 (b^2 - a^2), \qquad V = \frac{1}{4} \pi^2 (b^2 - a^2)(b - a)$$

Нетрудно заметить, что выражение для площади не только имеет самостоятельный интерес, но и входит полностью в выражение для объема. Таким образом, оно может быть подпрограммой внутри программы, вычисляющей объем.

Подготовим и запишем в виде строки команд программу, вычисляющую площадь A с именем TORA (напоминаем, что для ввода строчных букв после клавиши [α] надо нажать золотистую префиксную клавишу):

```
«→ a b ‘π^2*(b^2-a^2)’ →NUM»
‘TORA’ STO
```

Содержимое стека будет следующим:

Ввод	Результат
1: a	1: A
2: b	

Теперь подготовим и запишем программу, вычисляющую объем тора V с именем TORV:

```
«→ a b «a b TORA b a - * 4 /»»
‘TORV’ STO
```

Эта программа (ее запись сделана в одну строку) упрощена за счет того, что выражение, определяющее площадь A , заново не вычисляется, а используется модуль TORA в теле программы. Обратите также внимание на иной стиль записи данной программы — вычисления в ней организованы с использованием возможностей стека. Содержимое его в этом случае:

Ввод	Результат
1: a	1: V
2: b	

Теперь можно опробовать созданные программы в действии (имена созданных выше программ доступны из меню VAR):

```
6 [↑] 8 [↑] TORA 276.35
6 [↑] 8 [↑] TORV 138.17
a [↑]      ‘a’
b [↑]      ‘b’
```

Обратите внимание на то, что, хотя внутри программы переменные a и b принимали значения 6 и 8 соответственно, при выходе из программы они опознаются как неопознанные (чистые) переменные. Это хорошее правило является следствием того, что в программах данные переменные были объявлены как локальные.

Средства отладки программ

Любая маломальски сложная программа почти никогда не выдает нужный результат без ее предварительной отладки. Приведем некоторые общие рекомендации по отладке программ:

- программы надо разбивать на небольшие и понятные модули, каждый из которых подвергается проверке (тестированию) на надежных входных данных;
- алгоритмы вычислений или их узловые моменты рекомендуется отладить в режиме ручных вычислений и уже затем оформлять в виде программных модулей;
- в программы нужно вставлять контрольные точки останова или выдачи результатов промежуточных вычислений, которые можно после тестирования убрать;
- надо широко использовать встроенные в калькуляторы средства отладки, в частности, пошагового выполнения программ;

- надо внимательно следить за внутренней диагностикой программ и вовремя устранять обнаруженные ошибки, в частности синтаксические;
- следует помнить, что ошибки в синтаксически правильных записях алгоритмов невозможно обнаружить никакими отладочными средствами и только автор программы несет ответственность за ее корректную работу.

У калькуляторов HP-48 (да и у большинства других программируемых калькуляторов) основным средством отладки является отладчик программ, допускающий их пошаговое выполнение с контролем промежуточных результатов вычислений. При этом надо помнить, что алгебраические объекты (в апострофах) воспринимаются как единое вычисляемое выражение и пошаговой проверки их не производится. Средства отладчика сосредоточены в подменю CTRL, входящем в основное меню программных средств PRGM. Эти средства содержат следующие команды:

DEBUG — включение отладчика программ и переход в режим отладки программ;

SST — выполнение одного текущего шага программы;

SST↓ — пошаговое исполнение программы с раскрытием внутренних алгебраических выражений;

NEXT — выполнение следующего шага;

HALT — приостановка выполнения (продолжение CONT);

KILL — пропуск шага.

Для проведения отладки программы нужно ввести в стек исходные данные и указать имя отлаживаемой программы в апострофах. Затем следует в меню PRGM открыть подменю CTRL и исполнить операцию DEBUG. Далее следует применять описанные выше команды отладки, например SST для просмотра каждого шага программы. Например, для программы TORV, введя команды

6 [↑] 8 [↑] 'TORV' DEBUG

можно наблюдать сверху экрана надпись HALT (остановка). Теперь, выполняя команды SST, будем видеть следующее:

	Операция (шаг)	Содержимое стека 1:
SST	→ a b	
SST	«	
SST	a	6.00
SST	b	8.00
SST	TORA	276.35
...		
SST	»	138.17

Итак, в данном случае по шагам просматриваются фрагменты программы и содержимое стека на каждом шаге. Обратите внимание на то, что подпрограмма TORA в этом случае исполнена как один шаг (команда SST↓ позволяет раскрыть ее действие).

Иногда желателен вызов той или иной программы в окно ее редактирования для внесения изменений в программу или просто для ее просмотра. Для этого надо ввести апострофы нажатием клавиши ['], перейти в меню VAR и активизировать в нем имя программы — оно будет помещено в апострофы. Разумеется, можно просто ввести имя программы в апострофы, если вы его знаете. Затем надо исполнить операцию VISIT — посещение программы (голубая префиксная клавиша и клавиша [+/-]). Вот так, к примеру, будет выглядеть окно редактирования программ при посещении программы TORV:

PRGM
<pre> {HOME} _____ « → a b « a b TORA b a – * 4 / » » </pre>

Как нетрудно заметить, запись программ выводится в структурированном виде с отступами у отдельных частей. Однако при переносе длинной строки переносимая часть выражения начинается без отступа. Вы, разумеется, можете его ввести вводом пробелов клавишей SPC. В окне редактирования действуют все средства оконного редактора, в том числе операции перемещения маркера ввода графическим манипулятором, замены и стирания символов, вставки и т. д. По завершении редактирования или просмотра программы достаточно нажать клавишу ENTER — программа будет размещена в памяти под своим именем.

Флаги и контроль за их состоянием

Состояние программной системы калькуляторов контролируется с помощью специальных флагов. Они имеют номера от 1 до 64 и от -1 до -64. Флаги с положительными номерами пользователь может использовать в своей программе, а флаги с отрицательными номерами являются системными флагами и отражают настройки программной системы калькулятора. Каждый флаг имеет два состояния: флаг опущен — 0 и флаг поднят — 1. Действия при том или ином состоянии флагов могут быть изменены с помощью управляющих структур, например, операторов условных выражений типа IF-THEN-ELSE.

Имеются следующие операции с флагами:

SF (Set Flag) — подъем флага;

CF (Clear Flag) — спуск (удаление) флага;

FS? и FS?C — контроль за установленным флагом;

FC? и FC?C — контроль за сброшенным флагом.

Перед использованием данных функций аргумент — номер флага вводится в нижнюю ячейку стека. Описание назначения системных флагов имеется во вкладке, вставляемой в отсек футляра для калькуляторов (а также в его полной инструкции). В подавляющем большинстве программ особого смысла использовать флаги нет — это скорее средство для подготовки системных программ для калькуляторов, чем обычных программ, которые составляет пользователь для своего калькулятора.

Управляющие структуры программ и средства диалога

Конструкции условных выражений IF-THEN-ELSE и IFTE

Для подготовки многих программ необходимы управляющие структуры, позволяющие выполнять различные ветви программ или отдельные циклы в зависимости от заданного алгоритма вычислений и изменения данных в ходе вычислений. Управляющие структуры в языке программирования калькуляторов HP-48 подразделяются на условные выражения и циклы. Их конструкции явно заимствованы из расширенных вариантов языка программирования BASIC и позволяют реализовать все известные возможности создания программ с разветвленной структурой.

Популярная конструкция условных выражений IF-THEN реализована в двух формах. В первой форме

IF Условие THEN Выражение END

если выполняется Условие, то выполняется Выражение. Иначе Выражение не выполняется. Во второй, более полной форме

IF Условия THEN Выражение_1 ELSE Выражение_2 END

если выполняется Условие, то выполняется Выражение_1, иначе выполняется Выражение_2.

Для записи условий в этих выражениях используются стандартные операторы отношения (<, >, ≤, ≥, ==, ≠) и логические функции AND, OR, XOR и NOT. Доступ к ним имеется из подменю BRCH. Примеры применения их можно найти практически в любой книге по программированию на языке Бейсик.

Для сокращенной записи последней конструкции можно использовать функцию IFTE:

IFTE(Условие, Выражение_1, Выражение_2)

Она в случае выполнения Условия возвращает результат выполнения Выражения_1, иначе — результат выполнения Выражения_2.

Примеры вычисления функции $\sin(X)/X$ с учетом особого случая с помощью описанных конструкций:

«IF 'X=0' THEN 1 ELSE X sin X ÷ END»

«IFTE('X=0', 1, 'sin(X)/X')»

Конструкция переключателя CASE-END

Если нужно осуществить множественные условные вычисления, то используется конструкция переключателя CASE-END:

CASE

Условие_1 THEN Выражение_1 End

Условие_2 THEN Выражение_2 End

.....

Условие_N THEN Выражение_N End

END

Действие этой конструкции вполне очевидно: если выполняется Условие_1, то выполняется Выражение_1, если выполняется Условие_2, то выполняется Выражение_2 и т. д. до выполнения Выражения_N при выполнении Условия_N.

Конструкции циклов START-NEXT и START-STEP

Для создания циклов с заданным числом циклических операций используется конструкция:

«...Begin End START Тело_цикла NEXT...»

Пример — обнулить три ячейки стека:

«1 3 START 0 NEXT»

Для циклов с заданным шагом используется вариант этой конструкции:

«...Begin End START Тело_цикла Step STEP...»

В этих конструкциях Begin, End и Step — начальное значение, конечное значение и шаг изменения внутренней управляющей переменной. Обе эти конструкции используются редко, поскольку управляющая переменная в них скрыта и нередко ее действие приходится дублировать в теле цикла.

Циклы типа FOR-NEXT и FOR-STEP

Более универсальной является конструкция цикла типа FOR-NEXT:

«...Begin End FOR Var Тело_цикла NEXT...»

«...Begin End FOR Var Тело_цикла Step STEP...»

Здесь управляющая переменная Var объявляется после слова FOR и ее можно использовать в теле цикла. Этот вид цикла удобен для организации циклов с заданным числом повторений.

Пример: занести в 4 ячейки стека выражения 2π , $3\pi/2$, π и $\pi/2$. Составим программу с управляющей переменной I и запишем ее под именем SF:

```
«.5 2 FOR I I  $\pi \times .5$  STEP»  
'SF' STO  
SF      4:      '0.50* $\pi$ '  
        3:      ' $\pi$ '  
        2:      '1.5* $\pi$ '  
        1:      '2* $\pi$ '
```

Если нужно занести в ячейки стека численные значения выражений, то после операции умножения нужно вставить операцию $\rightarrow$ NUM.

Циклы типа DO-UNTIL-END и WHILE-REPEAT-END

При программировании часто возникает необходимость в создании циклов, выполнение которых зависит от некоторых условий. Конструкция циклов DO-UNTIL-END обеспечивает выполнение тела цикла до тех пор, пока выполняется условие в конце цикла:

```
«...DO Тело_цикла UNTIL Условие END...»
```

Конструкция цикла WHILE-REPEAT-END обеспечивает выполнение тела цикла до тех пор, пока выполняется условие в начале цикла:

```
«...WHILE Условие REPEAT Тело_цикла END...»
```

Средства диалога

Для организации диалога язык программирования калькуляторов HP-48 представляет несколько операторов, доступных из подменю CTRL меню PRGM. Оператор PROMPT (PROM в подменю CTRL), используемый в виде

```
«...“Строка” PROMPT...»
```

выводит строку в верхнюю часть дисплея и приостанавливает вычисления до исполнения операции CONT (золотистая префиксная клавиша и клавиша ON). Этот оператор может использоваться для организации ввода с комментарием. Пример: программа PTORA

```
«“ENTER a,b IN ORDER:” PROMPT TORA»
```

будет выводить запрос

```
ENTER a,b IN ORDER:
```

и ждать ввода, например,

```
6 ENTER 8
```

При этом в верхней части дисплея будет индицироваться надпись HALT и после ввода команды CONT вычисления будут завершены выдачей значения

276.35

Конструкция вида

«“Строка▪Строка▪...” CLLCD S DISP E FREEZE HALT»

используется для очистки экрана дисплея и вывода сверху вниз строк, разделенных знаком «▪», начиная с номера S и кончая номером E. Например, фрагмент программы

«“HELLO▪MY▪FRIEND!” CLLCD 1 DISP 3 FREEZE HALT ...»

выведет сверху экрана

HELLO
MY
FRIEND!

и приостановит вычисления с индикацией в служебной области экрана надписи HALT. После ввода команды CONT вычисления будут продолжены.

Обычный для языка программирования Бейсик оператор ввода INPUT также есть в составе языка программирования микрокалькуляторов HP-48. Он реализован в конструкциях:

«... “Строка_1” “Строка_2” INPUT OBJ→...»

«... “Строка_1” {Строка_2} INPUT OBJ→...»

При этом Строка_1 дает комментарий сверху рабочего окна дисплея, а Строка_2 — снизу. Например, следующий фрагмент программы

«... “Variable name?” “:VAR:” INPUT...»

выведет сверху окна запрос

Variable name?

а снизу

:VAR: ◀

При этом калькулятор ожидает обычного ввода, который должен завершаться нажатием клавиши ENTER. Знак ◀ указывает на то, что в ходе ввода действует строчный редактор.

Приведем еще один пример — программы ITORA:

«“Key in a, b” {“:a: ▪:b:” {1 0} V

INPUT OBJ→ TOR A

»

Она задает диалог вида:

Key in a, b

:a: ◀

:b:

При вводе значений маркер ввода можно перемещать по вертикали (для ввода а или b), а также по горизонтали. Другими словами, реализуется экранированное редактирование для вводимых значений а и b.

Функция KEY служит для приостановки вычислений и считывания кода нажимаемой клавиши. Это позволяет создавать меню с позициями вида «Для того-то нажмите клавишу такую-то». Средства языка программирования HP-48, в частности операция MENU, позволяют создавать и меню по типу применяемых в калькуляторе — в нижней части экрана дисплея. Для этого создается список имен позиций меню и сообщений вида:

```
{
  {“POS1” «“Сообщение_1”...»}
  {“POS2” «“Сообщение_2”...»}
  .....
}
‘List_Menu’ [STO]
« List_menu TMENU»
[ENTER] ‘Name_Menu’ [STO]
```

Полученное меню можно увидеть в меню VAR. Для организации диалога полезны также операторы остановки HALT, ожидания WAIT и генерации звука с заданной в герцах частотой BEEP.

Системные сообщения и их обработка

При выполнении операций по программе возможны ошибки и ситуации, на которые калькулятор отвечает выводом сообщений. Таких сообщений около 300, и полный их перечень имеется в фирменном описании. Приведем несколько наиболее характерных сообщений с их кодами, заданными шестнадцатеричными числами:

Код	Сообщение	Перевод сообщения на русский язык
#202	Bad Argument type	Неверный тип аргумента
#203	Bad Argument Value	Неверно значение аргумента
#60D	Empty catalog	Каталог пуст
#305	Infinity Result	Бесконечный результат
#A03	Interrupted	Прерывание работы
#502	Invalid Array Element	Неверный элемент массива
#D01	Invalid Date	Неверное задание данных
#501	Invalid Dimension	Неверная размерность (массива)
#103	Invalid User Function	Неверная функция пользователя
#C14	Low Battery	Напряжение батареи ниже нормы
#005	Memory Clear	Память очищена
#12F	Non-Real Result	Результат не вещественный

В профессионально выполненных программах обычно создаются специальные обработчики ошибок — средства, выявляющие (по кодам) характер ошибок и организующие вычисления соответствующим образом. Язык про-

граммирования калькуляторов HP-48 имеет ряд функций для создания обработчиков ошибок (DOERR, ERRN, ERM и ERR0), а также конструкции

```
IFERR ... THEN ... END
IFERR ... THEN ... ELSE ... END
```

которые в случае возникновения ошибок позволяют передать управление на модуль программы, устраняющий возникшую ошибку или детально ее описывающий.

Глава 6. Графические калькуляторы корпорации Casio

Обзор графических калькуляторов корпорации Casio

Основные характеристики графических микрокалькуляторов Casio

Графические калькуляторы корпорации Casio хорошо известны в России и продаются в магазинах многих городов. Они рекомендованы для применения в нашей системе образования. В табл. 6.1 представлены данные о младших моделях графических калькуляторов фирмы Casio. Они имеют число встроенных функций, достигающее полутысячи. Однако многие из них тщательно отобраны и оптимизированы, что делает ненужными многие сотни упрощенных функций, которыми изобилуют калькуляторы HP-48 и им подобные.

Таблица 6.1

Данные младших моделей графических калькуляторов корпорации Casio

Тип калькулятора	FX-7700GH	FX-7450G	FX-7400G	FX-6300G
Число функций	475	396	363	262
Память, кбайт	4	20	7	0.4
Размер экрана, знаков	18 × 8	13 × 6	13 × 6	—
Графика	+	+	+	+
Дифференцирование	+	+	+	—
Интегрирование	+	—	—	—
Цветной дисплей	—	—	—	—
Цена, \$ (США)	79	61	52	42

Параметры графических калькуляторов Casio высшей сложности представлены в табл. 6.2. Число функций у них превышает шесть сотен, а у новейшей модели ALGEBRA FX 2.0 даже превышает тысячу. Эти калькуляторы вобрали в себя все возможности младших моделей калькуляторов.

Таблица 6.2
Параметры графических калькуляторов Casio высшей сложности

Тип калькулятора	ALGEBRA FX 2.0	GFX-9950GB PLUS	CFX-9850 GB PLUS	FX-9750 GB PLUS	FX-9700 GH
Число функций	1095	905	763	759	616
Память, кбайт	144	60	28	26	24
Размер экрана, знаков	21 × 8	21 × 8	21 × 8	21 × 8	21 × 8
Графика	+	+	+	+	+
Дифференцирование	+	+	+	+	+
Интегрирование	+	+	+	+	+
Цветной дисплей	–	+	+	–	–
Цена, \$ (США)	126	142	121	92	100

На рис. 6.1 представлен вид модели калькулятора Casio FX-9700 GH. Эта модель является несколько упрощенным вариантом модели Casio FX-9750 GH. Одной из последних моделей является калькулятор ALGEBRA FX 2.0 (рис. 6.2). Этот калькулятор имеет монохромный дисплей и 12-позиционное начальное графическое меню. В нем есть позиция CAS, реализующая элемен-



Рис. 6.1. Модель калькулятора Casio FX-9700 GH

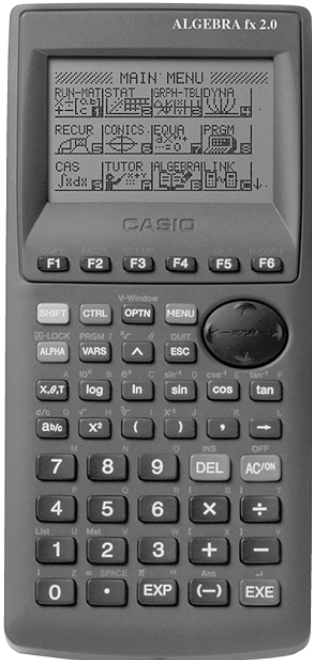


Рис. 6.2. Модель калькулятора ALGEBRA FX 2.0 с расширенными математическими возможностями

ты символьных алгебраических вычислений, но лишь на начальном уровне. Позиция меню TUTOR открывает доступ к простейшей обучающей программе по математике, которая может представлять интерес для школ, хотя и весьма спорный из-за ограниченных возможностей учебника и отрицания полезности подобных простых обучающих программ учителями математики в школах. Для такого отрицания есть серьезные основания — учебные материалы и особенно уровень их визуального отображения быстро совершенствуются и «намертво зашиты» в ПЗУ учебник в калькуляторах быстро устаревают.

В числе символьных функций есть функции вычисления интегралов и производных, разложения функций в ряд Тейлора, упрощения (simplify), подстановок и др. Однако число этих функций весьма незначительно, а ограниченный объем ядра символьных вычислений не позволяет соперничать этим калькуляторам с калькуляторами корпорации Texas Instruments TI-89/92/92 Plus, описанными в части 3 данной книги.

Все калькуляторы Casio имеют много общих черт, так что достаточно рассмотреть одну характерную модель калькуляторов этой фирмы. Ниже рассмотрен калькулятор CFX-9850GB Plus (рис. 6.3). Он принадлежит к элитному ряду графических калькуляторов как по числу встроенных функций (их 763), так и по наличию уникального трехцветного дисплея и удобной системе меню. При этом он имеет 16 разделов меню, тогда как ALGEBRA FX 2.0 всего 12 (некоторые режимы работы в нем объединены).

Калькуляторы CFX-9950GB Plus отличаются от этой модели только увеличенным до 64 кбайт объемом ОЗУ, а CFX-9750GB Plus — отсутствием цветного дисплея.

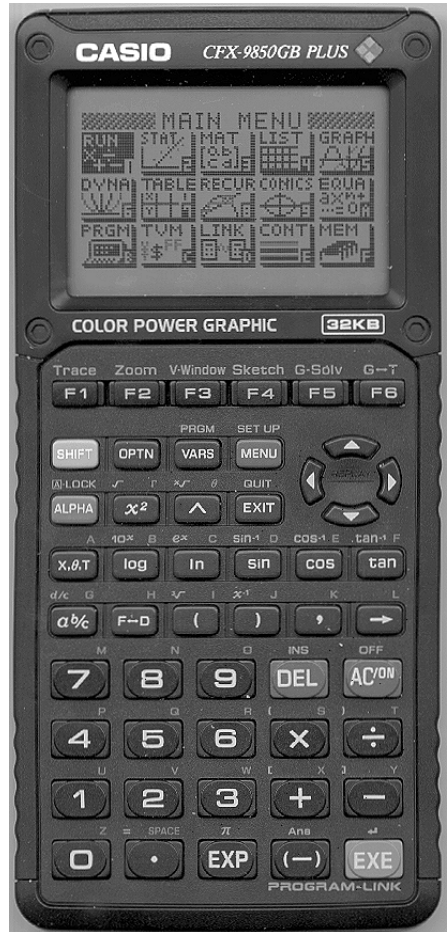


Рис. 6.3. Модель калькулятора Casio CFX-9850GB Plus

Достоинства и недостатки графических калькуляторов Casio

Графические калькуляторы корпорации Casio имеют ряд достоинств:

- тщательно сбалансированный подбор средств, ориентированных на решение типовых задач пользователя, на которого рассчитана та или иная модель;
- удобный и интуитивно понятный пользовательский интерфейс, основанный на использовании меню;

- уникальный цветной дисплей у некоторых моделей;
- малое потребление электроэнергии и длительный срок работы от батарей;
- описание на русском языке для калькуляторов, поступающих в продажу в Российской Федерации.

В то же время нельзя не отметить и некоторые недостатки этих калькуляторов:

- отсутствие средств решения дифференциальных уравнений;
- отсутствие средств трехмерной графики;
- отсутствие средств символьной математики (у модели Algebra fx-2 они появились, но пока в зачаточном уровне);
- отсутствие блокировки автоматического выключения и частичная потеря информации при выключении.

Первые два недостатка частично можно устранить подготовкой программ, дающих эти средства. А вот два вторых недостатка более принципиальны. И если отсутствие символьной математики для многих пользователей заметно, то потеря информации (в частности, текущей) при автоматическом выключении очень неудобна. Стоит вам задуматься над своей задачей, как вы обнаружите, что к концу размышлений калькулятор выключился и ваши данные частично оказались потерянными. Правда, это не относится к введенным переменным, уравнениям и программам, которые сохраняются.

Калькуляторы CFX-9850GB/CFX-9950GB Plus

Клавиатура калькуляторов и принципы работы

Расположение клавиш калькуляторов CFX-9850/9950GB Plus крупным планом представлено на рис. 6.4. Кроме большого дисплея, бросается в глаза графический манипулятор из четырех кнопок с жирными стрелками-треугольниками, указывающими на направление перемещения маркера или выделения в меню.

Сразу отметим, что калькулятор включается клавишей AC/ON, а выключается комбинацией клавиш Shift и Off. Если с калькулятором не работали свыше шести минут, он автоматически отключается.

С помощью клавиш калькулятора возможен доступ к множеству выполняемых им операций. Однако для ряда из них нужно использовать префиксные клавиши. Префиксная клавиша Shift желтого цвета, и вводимые ею команды имеют надписи также желтого цвета, расположенные над клавишей слева. Есть также префиксная красная клавиша ALPHA для ввода алфавитных символов, заданных красным цветом и расположенных над клавишей справа. Команда A-LOCK блокирует отключение набора алфавитных символов, что позволяет набирать длинные тексты просто набором символов алфавита. Нажатие клавиши ALPFA позволяет вернуться к обычному режиму работы — с вводом символов поодиночке после нажатия клавиши ALPHA.

Пример тройного использования клавиши дан ниже:

С клавишей SHIFT → **sin-1 D** ← С клавишей ALPHA

Основная функция → [sin]

В дальнейшем мы будем указывать только используемую реально функцию, опуская указание префиксной клавиши. Так, для описанной клавиши возможны операции:

Операция	Клавиши	Комментарий
$\sin$	[sin]	Основная операция — вычисление функции синуса
$\sin^{-1}$	[SHIFT] [sin]	Вычисление арксинуса
D	[ALPHA] [sin]	Ввод символа D

На клавиатуре калькулятора в явном виде показаны лишь наиболее характерные для инженерных и научных калькуляторов команды, операции и функции. Доступ к ряду расширенных средств достигается с помощью системы меню. С клавиатуры можно воспользоваться возможностями следующих меню:

MENU — основное меню режимов работы калькулятора;

OPTN — меню опций (расширенных операций);

VARS — меню переменных;

PRGM — меню средств программирования;

SET UP — меню начальных установок.

Два последних меню вводятся через нажатие префиксной клавиши SHIFT. Некоторые из меню — оконные (например, SET UP). Выборка позиций в них осуществляется кнопками «вниз» и «вверх» графического манипулятора. Шесть функциональных клавиш прямо под дисплеем F1, F2, ..., F6 имеют контекстнозависимое значение — оно разное для разных меню. В этом случае выборка производится соответствующей функциональной клавишей. Для удаления меню с экрана дисплея используется клавиша EXIT.

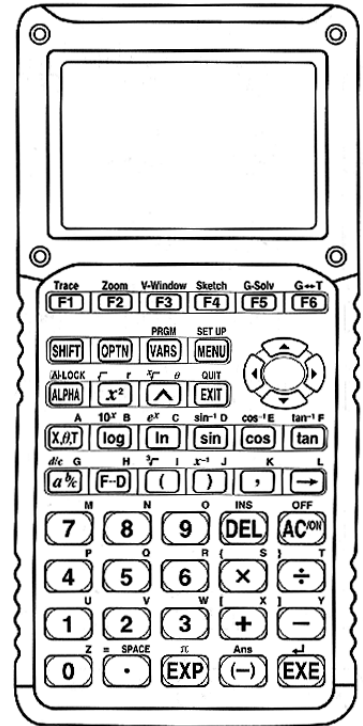


Рис. 6.4. Клавиатура калькулятора CFX-9850GB Plus

Меню режимов работы MENU

В связи с огромным числом операций, выполняемых калькулятором, они разбиты на 15 разделов, каждый из которых соответствует одной из пиктограмм оконного меню, появляющегося сразу после включения калькулятора (рис. 6.5).

Для перемещения по пиктограммам меню можно использовать клавиши графического манипулятора. Направление перемещения указывается острием треугольника, нарисованного на каждой клавише манипулятора. Фиксируется выбор, как и в других операциях, нажатием голубой клавиши EXE.



Рис. 6.5. Графическое меню калькулятора

Каждая пиктограмма графического меню содержит в левом верхнем углу краткое наименование соответствующего пункта. Ниже представлены эти названия в полном и кратком (заданном прописными буквами) виде:

RUN — арифметические операции, вычисления функций и работа с числами разных форматов, включая бинарные, восьмеричные и шестнадцатеричные;

STATistic — проведение статистических вычислений, включая регрессию разного вида;

MATtix — ввод и редактирование матриц;

LIST — ввод и редактирование массивов числовых данных;

GRAPH — построение и обработка графиков функций одной переменной;

DYNAmic graph — построение анимационных графиков;

TABLE — работа с табличными данными и их визуализация;

RECURSsion — работа с рекурсивными формулами;

CONICS — построение графиков имплекативного типа;

EQUation — решение систем линейных уравнений, квадратного и кубического алгебраических уравнений;

PROGraM — ввод, редактирование, запись и считывание программ;

Time Value of Money — работа с финансовыми функциями и их визуализация;

LINK — установка связи между калькуляторами и персональным компьютером;

CONTrast — установка контраста цветов и общего контраста;

MEMory — контроль и очистка памяти.

Меню опций OPTN

Меню опций, вводимое клавишей OPTN, дает доступ к множеству опций калькулятора. Это меню имеет ряд разделов со следующими средствами:

LIST — работы со списками;

MAT — матричных операций;

CPLX — операций с комплексными числами;

CALC — функционального анализа;

STAT — статистических вычислений;

COLR — цветной графики;
 HYP — работы с гиперболическими функциями;
 PROB — задания распределений вероятности;
 NUM — численных вычислений;
 ANGL — задания мер измерения углов;
 ESYM — инженерной символики;
 PICT — записи и считывания графиков;
 FMEM — использования функций памяти;
 LOGIC — использования логических операторов.

Состав средств, вводимых каждой позицией этого меню мы рассмотрим по мере описания возможностей калькулятора.

Меню переменных VARS

Переменные — важные объекты научных калькуляторов. Особое значение имеют так называемые системные переменные, которые задают параметры ряда операций и устанавливают для них соответствующие имена. Меню VARS имеет ряд пунктов для установки следующих видов переменных:

V-WIN — обозначений осей графиков и геометрических параметров окна;
 FACT — факторов увеличения/редукции;
 STAT — статистических вычислений;
 GRPH — графики;
 DYNA — динамической графики;
 TABL — таблиц и установок графики;
 RECR — операций рекурсии;
 EQUA — уравнений и систем уравнений;
 TVM — финансовых функций.

Рекомендуется обращаться к этому меню не только с целью изменения значений тех или иных переменных, но и для справки по их обозначениям. Пример: выяснить, какие системные переменные используются при построении графиков. Выбрав пункт меню GRPH, получим (внизу указаны соответствующие функциональные клавиши)

Y	r	Xt	Yt	X
F1	F2	F3	F4	F5

Первые две переменные используются для графиков в декартовой и полярной системе координат, две другие для графиков, заданных параметрически, и последняя определяет константу функции графиков. Позже мы рассмотрим их более подробно.

Меню средств программирования PRGM

Меню PRGM содержит набор команд и символов, обычно используемых при составлении программ для микрокалькуляторов. Все они доступны через ассоциированные с ними функциональными клавишами. Полный набор команд и символов этого меню мы рассмотрим позже в разделе программирования. Здесь же отметим, что с помощью этого меню можно получить доступ к некоторым символам, которых нет на клавиатуре. Например, это символ треугольника, задающий отключение вывода (при этом, кстати, автоматическое выключение калькулятора задается примерно через час работы, а не через 6 минут, как обычно). Полезен также символ двоеточия для разделения выражений в одной строке ввода, а также символ вопросительного знака.

Начальные установки калькулятора

Установка и смена батарей

Работу с новым калькулятором надо начинать с установки батарей. Калькулятор питается от двух батарей — литиевой CR2032 для хранения встроенных программ и батареи из 4 элементов типа LR03 (AM4) или R03 (UM-4). Литиевая батарея устанавливается изготовителем и чаще всего служит весь срок работы калькулятора. Тем не менее для гарантии сохранения встроенного микропрограммного обеспечения рекомендуется ее замена раз в два-три года непременно при установленной сменяемой батарее (она берет на себя функции запоминания на время смены литиевой батареи). Нарушение этого правила чревато потерей ряда возможностей калькулятора, восстановление которых возможно только в фирменном сервисном центре.

Установка обычной батареи выполняется вполне обычно — снимается крышка отсека батарей на задней стенке калькулятора (снизу) и гальванические элементы устанавливаются в предназначенные для них гнезда с соблюдением полярности. После этого крышка закрывается и калькулятор готов к работе. Батарей с элементами LR03 хватает примерно на 240 часов непрерывной работы, а R03 — на 150 часов. При выключенном калькуляторе батареи могут работать примерно два года.

Если батареи выработали свой срок службы, то после включения калькулятора на экране его дисплея появляется сообщение:

```
*****
*                                     *
*                                     *
*      Low battery!                  *
*                                     *
*                                     *
*****
```

Это сообщение является сигналом к смене батарей в самое ближайшее время.

Настройка дисплея — меню CONT

Если вы впервые приступили к работе с калькулятором, то прежде всего выделите пиктограмму меню CONT и нажмите клавишу EXE. Появится окно настройки контрастности дисплея. Окно имеет четыре регулятора контрастности — для трех цветов ORANGE (оранжевый), BLUE (синий) и GREEN (зеленый) и общего контраста Contrast. Надо настроить цвета так, чтобы они были действительно оранжевым, синим и зеленым. Общую контрастность надо выбрать такой, при которой едва заметна засветка дисплея серым фоном.

Вы можете также задать настройку INIT по умолчанию, нажав клавишу F1, и сохранить свои настройки, введя команду IN-A нажатием клавиши F2.

Контроль памяти — меню MEM

Для контроля содержимого памяти активизируйте позицию MEM меню. Появится список объектов (переменных, уравнений, программ и т. д.), а также команда Reset для очистки памяти. Перемещение по списку осуществляется клавишами графического манипулятора, фиксация команды — клавишей EXE. Ниже представлен список объектов памяти:

Program — данные программ;

Statistics — данные статистических вычислений и их графики;

Matrix — память матриц и векторов;

List File — список файлов;

Y= — функции, по которым строятся графики;

Draw Memory — параметры графических построений;

Graph Memory — данные графических построений;

View Window — данные окна;

Picture — рисунки (скрины);

Dynamic Graph — данные динамической графики;

Table — табличные данные;

Recursion — данные рекурсивных вычислений;

Equation — память уравнений;

Alpha Memory — память алфавитных символов;

Function Mem — память функций;

Financial — память финансовых вычислений.

Обычно анализ памяти требуется, если на калькуляторе выполнялось много вычислений, что привело к исчерпанию памяти. В этом случае может потребоваться чистка памяти путем удаления из нее ставших уже ненужными объектов. Общая очистка памяти выполняется командой Reset. Пользоваться ею надо осторожно, поскольку при такой команде будут уничтожены все объекты памяти, заданные пользователем.

Аппаратный сброс памяти

Если вы приобрели чей-то калькулятор, то, скорее всего, все данные и программы в нем от бывшего владельца вам не нужны. В этом случае полезно осуществить аппаратный сброс (очистку памяти) с помощью потайной кнопки Р над отсеком батареи. Нажимать на нее надо кончиком шариковой ручки, спичкой, выпрямленной скрепкой и т. д.

Аппаратный сброс полезен и новичкам, которые в процессе изучения калькулятора довели его до такой степени, что разобраться с его многочисленными начальными настройками становится невозможно. После аппаратного сброса памяти вы получаете калькулятор в том виде, в котором поступает с завода.

Исходные установки — меню SET UP

Калькулятор имеет множество исходных установок, таких, как форматы чисел, типы функций и т. д. Для их изменения, нажав клавиши Shift и Menu, введите команду SET UP. Появится меню исходных установок.

Установка по умолчанию	Возможные значения	Комментарий
Mode :Comp	Comp Dec Hex Bin Oct	
Установка видов чисел		
Func Type :Y=	Y= r= Parm X=c Y> Y< Y≥ Y≤	Установка видов уравнений
Draw Type :Connect	Con Plot	Установка типа графика
Derivative :Off	On Off	Включение/Выключение производной
Angle :Rad	Deg Rad Gra	Установка меры измерения углов
Coord :On	On Off	Включение/Выключение
Grid :Off	On Off	Включение/Выключение
Axes :On	On Off	Включение/Выключение
Label :Off	On Off	Включение/Выключение
Display :Norm	Fix Sci Norm Eng	Установка формата отображения чисел
Integration :Gaus	Gaus Simp	Установка метода интегрирования

С этими установками мы разберемся по мере освоения работы с калькулятором.

Работа с числами

Смена типов чисел и форматов их представления

Первый же пункт меню SET UP — Mode позволяет установить тип чисел, с которыми работает микрокалькулятор:

F1 Comp — комплексные (например, $2+3i$);

F2 Dec — десятичные (по умолчанию, например, 1234567890);

F3 Hex — шестнадцатеричные (например, hAB100);

F4 Bin — двоичные (например, b101101);

F5 Oct — восьмеричные (например, 6781).

В большинстве случаев в научных расчетах используются десятичные числа. Их форматы задаются в пункте Display меню SETUP (n — параметр выбираемый функциональными клавишами):

FIX n — числа с фиксированной точкой;

Sci n — числа в научной нотации;

Norm — числа в обычной (экспоненциальной) нотации;

Eng n — числа в инженерной нотации с приставками (см. табл. ниже).

Символ	Единица	Значение	Символ	Единица	Значение
E	Exa	10^{18}	m	milli	10^{-3}
P	Peta	10^{15}	μ	micro	10^{-6}
T	Tera	10^{12}	n	nano	10^{-9}
G	Giga	10^9	p	pico	10^{-12}
M	Mega	10^6	f	femto	10^{-15}
k	kilo	10^3			

Пример 1: задать представления чисел в научной нотации с числом цифр после запятой, равным 3. Зададим:

SET UP Display Sci 3 EXIT

1 ÷ 3 [EXE] 3.33E-01

1278 ÷ 7 [EXE] 1.830E+02

Пример 2: вернуться к нормальному представлению:

SET UP Display Norm EXIT

1/3 [EXE] 0.333333333

1278 ÷ 7 [EXE] 182.5714286

Пример 3: задать числа 123456 и e^{20} в инженерном формате:

SET UP Display Eng EXIT

123456 [EXE] 123.456k

ex 20 [EXE] 485.1651954M

Работа с рациональными числами

Для ввода рациональных чисел с целой а и дробной b/c частями используется клавиша $a \frac{b}{c}$, которая вводит разделительный знак в виде уголка $\frac{\_}{\_}$. Операция d/c преобразует рациональное число с целой и дробной частями в отношение двух целых чисел d и c, а операция (клавиша) $F \leftrightarrow D$ преобразует рациональное число в десятичное.

Пусть надо вычислить $12 \frac{3}{7} + 3 \frac{2}{5}$ и преобразовать результат в отношение двух целых чисел и в десятичное число. Это выполняется следующим образом:

```
12 ab/c 3 ab/c 7 + 3 ab/c 2 ab/c 5 [EXE]
15  $\frac{1}{29}$  35 d/c 554  $\frac{1}{39}$  F $\leftrightarrow$ D 15.82857143
```

Полученный результат равен $15 \frac{29}{35}$, $553/39$ и 15.82867143.

Работа с числами с разным основанием и с логическими операторами

Средства для работы с числами с разным основанием сосредоточены в меню SETUP. В нем можно найти установки представления чисел с разным основанием на экране дисплея: Dec — десятичные числа с основанием 10, Hex — шестнадцатеричные числа с основанием 16, Bin — двоичные числа с основанием 2 и Oct — восьмеричные числа с основанием 8. После выбора основания для чисел, представляющих результаты вычислений, становятся доступными средства ввода чисел с разным основанием. Таким образом, легко осуществить преобразование чисел из одного основания в другое как в процессе их ввода, так и при выводе.

Пример: сложить шестнадцатеричное число A123E с двоичным числом 101001 и результат представить в форме десятичного числа. Для этого вызовем меню SET UP:

SET UP Dec [EXE]	Установка вывода в формате десятичных чисел
d-o hA123E	Ввод шестнадцатеричного числа
+ b b101001	Прибавление двоичного числа
[EXE] 660071	Результат в форме десятичного числа

Нажав клавишу EXIT, вернуться к меню основных операций с этими числами и с логическими операциями. Активизировав позицию LOG этого меню, можно вывести меню логических операций: Neg, Not, And, or, xor и xnor. Работа с ними уже описывалась, так что приведем несколько примеров:

1or0	1
1And0	0
123And456	72
Neg 1	-1
1xor1	0

Работа с комплексными числами

Средства для работы с комплексными числами вида $z = \text{Re}(z) + i\text{Im}(z)$ сосредоточены в позиции CPLX меню OPTN:

i — вызов мнимой единицы;

Abs — вычисление модуля комплексного числа;

Arg — вычисление аргумента комплексного числа;

Conj — вычисление сопряженного комплексного числа;

ReP — вычисление действительной части комплексного числа;

ImP — вычисление мнимой части комплексного числа.

Примеры выполнения операций с комплексными числами представлены ниже:

$\sqrt{2+4i}$	1.674149228
	+0.8959774761i
Abs (2+3i)	3.605551275
Arg (2+3i)	0.9827937232
Conj (2+3i)	2-3i
ReP (2+3i)	2
ImP (2+3i)	3

К сожалению, у калькуляторов этого типа набор функций, которые могут иметь комплексный аргумент, ограничен. Это только следующие функции: $\sqrt{}$, x^2 , x^{-1} , Int, Frac, Rnd, Intg, a b/c, d/c, $F \Leftrightarrow D$ и $\circ^\circ$. Допустимы также операции Fix, Sci и ENG. В целом по возможностям работы с комплексными числами калькуляторы Casio заметно уступают калькуляторам серии HP, даже малому HP-15C.

Основные вычисления

Арифметические операции

Позиция RUN меню вводит калькулятор в режим основных вычислений. Экран при этом очищается и в его верхнем углу виден маркер ввода в виде мигающей горизонтальной черты $\_$. Теперь можно вводить математические выражения, как в обычных инженерных и научных калькуляторах, используя числа, константы, встроенные функции и т. д. Например:

2+3 [EXE]	5
1÷3 [EXE]	0.3333333333
2+(3×2+9) ln 2 [EXE]	12.39720771

Правила вычислений были подобны описанным для инженерных и научных калькуляторов, поэтому мы их опускаем ввиду очевидности. Отметим лишь, что в ряде случаев (когда множителем является константа или имя функции) знак умножения можно опустить. Важным достоинством калькуляторов рассматриваемого типа является возможность редактирования вводимых выражений в строке с применением графического манипулятора. При этом возможны режимы удаления текущего символа (клавиша и операция DEL) и вставки символа (операция Ins, вводимая клавишами [SHIFT] и [DEL]).

В дальнейшем для сокращения записи примеров вычислений мы будем представлять исходные выражения и результаты вычислений в одной строке. Например, так:

2+3 [EXE]	5
1÷3 [EXE]	0.333333333
2+(3×2+9) ln 2 [EXE]	12.39720771

Функция ans и блокировка вывода

При выполнении многих вычислений может оказаться полезной функция ans — вводится нажатием клавиш SHIFT и (–). По существу, эта функция представлена системной переменной ans, которой присваивается результат последней операции. Пример:

2+3 [EXE]	5
123 × Ans [EXE]	615

Ans автоматически вставляется при попытке продолжить вычисления. Так, если после приведенного примера ввести — 500 EXE, то получим

Ans – 500 [EXE]	115

Для блокировки вывода в конце выражения можно установить особый символ — темный треугольник. Он вводится из меню PRGM при нажатии клавиши F5. При исполнении выражения появляется результат и сообщение — Disp –. Для выхода из меню PRGM надо использовать клавишу EXIT.

Приоритет операций с расширенным их набором

Поскольку число операций в калькуляторах данного типа значительно, важно учитывать их приоритет. Ниже он представлен в порядке убывания:

- функции преобразования координат, высшей математики, операций с рядами, векторами и матрицами, решения уравнений, статистики;
- функции класса A, для которых аргумент вводится перед указанием функции: x^2 , x^{-1} , $x!$, $^{\circ}$, ENG symbols;
- функции power/root, $\wedge$, (x^y) , $\sqrt{x}$;
- рациональное представление чисел $a\frac{b}{c}$;
- аббревиатура умножения (2π, 5A, X min, F Start и т. д.);

- функции В-типа, для которых аргумент вводится после их указания (это большинство математически и других функций, кроме относящихся к группе А);
- аббревиатура для умножения с функциями класса В (например, $A \log 2$, $3 \sqrt{2}$ и т. д.);
- функции комбинаторики nPr и nCr ;
- операции умножения $\times$ и деления $\div$;
- операции сложения $+$ и вычитания $-$;
- операции отношения $=$, $\neq$, $>$, $<$, $\geq$, $\leq$;
- операции логические And и and;
- операции логические Or, or, xor, xnor.

Для изменения приоритета операций, как обычно, используются скобки. Выражения в скобках выполняются в первую очередь. Обеспечение выполнения операций с учетом их приоритета возложено на стеки чисел и команд (см. разд. «Стеки калькулятора» в гл. 3).

Стек чисел данного калькулятора 10-уровневый, а стек команд 26-уровневый. Забегая вперед, отметим, что калькулятор имеет также 10-уровневый стек подпрограмм (subroutines). Ограничения на уровни стеков означают, что возможности калькулятора в вычислении сложных выражений ограничены. Если эти ограничения достигнуты, калькулятор сообщает об ошибке.

Сообщения об ошибках

При работе с калькулятором возможны различные ошибки. При их возникновении появляются сообщения об ошибках:

Ma ERROR — превышение максимального значения чисел ($\pm 9.999999999 \times 10^{99}$), превышение максимально возможного значения аргумента функций, превышение значений статистических параметров;

Stk ERROR — переполнение стеков;

Syn ERROR — синтаксическая ошибка (например, подряд два арифметических оператора);

Mem ERROR — переполнение памяти калькулятора;

Arg ERROR — ошибки при задании аргумента;

Dim ERROR — превышение размерности при матричных операциях.

При возникновении сообщения об ошибке вычисления останавливаются. Можно сбросить сообщение об ошибке нажатием клавиши AC, после чего средствами строчного редактирования выражений нужно устранить ошибку.

Переменные и функции пользователя

Память калькулятора служит для хранения данных и программ. В частности, калькуляторы имеют 26 зарезервированных переменных с именами от A до Z (вводятся после нажатия префиксной клавиши [ALPHA]). Переменная — это объект, имеющий некоторое имя, которому можно присвоить определенное значение. Для присваивания переменным значений служит операция $\rightarrow$ (клавиша $[\rightarrow]$). При этом используется конструкция

Значение_переменной → Имя_переменной EXE

Пример:

2 → A [EXE]	2
3 → B [EXE]	3
4 → C [EXE]	4
Alog (B+C) [EXE]	1.69019608

С помощью символа ~ можно присвоить некоторое значение сразу многим переменным. Например, ввод **5→A-F** присвоит значение 5 переменным от A до F. Для удаления переменной из памяти ей присваивается нулевое значение, например **0 → A**. Пример удаления сразу 6 переменных **0→A-F**.

Помимо переменных, в память калькулятора можно занести функции пользователя. Для этого надо активизировать позицию FMEM меню OPTN. Эта позиция задает команды:

STO — запись введенного выражения как функции;

RCL — вызов тела заданной функции (например, RCL f1);

fn — задает вызов любой функции из меню имен (от f1 до f2);

SEE — обзор списка функций, размещенных в памяти.

Пример: создать функцию $f(x) = \sin(x)/x$. Набрав $\sin x \div x$ (х удобно набирать с помощью клавиши [X,θ,T], «знающей», имя какой переменной используется), надо исполнить команду STO и из появившегося внизу списка функций f1, f2, ... выбрать нужную. Например:

$\sin x \div x$ STO f1

При этом экран дисплея будет отображать следующую информацию:

```
= = Function Memory ==
f1:sin x÷x
f2:
f3:
f4:
f5:
STO RCL fn SEE
```

Таким образом, функция f1 оказалась занесенной в память. Аналогично можно ввести до 20 функций.

Использование в строке нескольких выражений

В некоторых случаях желательно в одной строке ввода задавать несколько выражений. Для этого можно использовать знак разделителя — двоеточие. Однако доступ к этому знаку возможен из программного окна после нажатия клавиш SHIFT VARS (PRGM) и затем F6 (знак двоеточия вводится функциональной клавишей F5). Не рекомендуется слепо запоминать порядок нажимаемых клавиш, чем сильно грешит фирменное руководство калькулятором.

Достаточно запомнить, что данный символ есть в окне PRGM в составе операций, вводимых функциональными клавишами.

Теперь наш пример на задание переменных можно модифицировать следующим образом:

2 → A: 3 → B: 4 → C [EXE]	4
Alog (B+C) → D [EXE]	1.69019608
D [EXE]	1.69019608
0 → A: 0 → B: 0 → C: 0 → D [EXE]	0
A [EXE]	0
B [EXE]	0
C [EXE]	0

Как видно из этого примера, в строке с несколькими выражениями после ее ввода выводится вычисленное значение только последнего выражения. Во второй строке этого примера показано задание переменной D значения, определяемого выражением. В третьей строке показан вывод значения переменной D, а последующие строки показывают удаление переменных, точнее, присвоение им нулевых значений.

Работа со стандартными функциями

Прямо с клавиатуры доступны следующие операторы и функции для вычисления элементарных функций: x^2 , $\hat{}$, $\log$, $\ln$, $\sin$, $\cos$ и $\tan$. С помощью желтой префиксной клавиши SFIFT доступны также $\sqrt{}$, $\sqrt[n]{}$, $\sqrt[3]{10x}$, e^x , x^{-1} , $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ и константа π .

В позиции HYP меню OPTION имеются гиперболические функции $\sinh$, $\cosh$ и $\tanh$, а также обратные гиперболические функции $\sinh^{-1}$, $\cosh^{-1}$ и $\tanh^{-1}$. В позиции NUM того же меню имеются функции вычисления абсолютного значения Abs, выделения целой Int и дробной Frac частей чисел, округления Rnd и нахождения наибольшего целого, не превышающего заданное значение Intg. Для работы с углами служат функции позиции ANGLE: переключения единицы измерения углов $^\circ$ (градусы)/r (радианы)/g (грады), $^\circ \gg$, преобразования координат Pol(и Rec(. В позиции ESYM имеются инженерные символы (десятичные приставки), а в позиции LOGIC — логические операторы And, Or и Not.

Работа этими функциями довольно подробно рассматривалась при описании инженерных и научных калькуляторов Casio. Поэтому ограничимся лишь несколькими примерами (операции нажатия префиксных клавиш и выбора позиций меню опущены ввиду их очевидности и отсутствия принципиальной необходимости в указании):

$\sqrt{2}\sin 2$	1.285940753	
$2^2 \times 3^{\wedge} 3 \times 4^{\wedge} 4 \ln 2$		19164.13325
5100	2.511886432	
101.25	17.7827941	
$2(4\log 5 + 2\pi)(3^2 - 1)$		145.2690452

Следует обратить внимание на не совсем удачные представления некоторых степенных функций на экране дисплея (например, **101.25** означает $10^{1.25}$). Знак умножения может опускаться перед именами функций, константой π и перед открывающей скобкой. Не очень удачны и записи сложных выражений, использующих тонкости приоритета различных операций — подтверждается справедливость поговорки о том, что «лучшее — враг хорошего».

Численные методы анализа функций

Общие замечания по реализации численных методов

Позиция CALC меню OPTION открывает доступ к функциям реализации ряда численных методов. Всего в калькуляторе реализовано 7 таких функций, которые рассмотрены ниже. При их применении действуют некоторые ограничения:

- независимая переменная функции $f(x)$ может обозначаться только как X;
- другие переменные рассматриваются как константы;
- в теле функции $f(x)$ не могут быть функции данной группы;
- при использовании тригонометрических функций угол надо задавать в радианах.

Рекомендуется задавать расчетные выражения в виде формул, что облегчается средствами редактирования входных выражений. Поэтому далее реальная последовательность нажатия клавиш при вводе формул не приводится. Следует обратить внимание на то, что возможны три пути применения реализованных численных методов:

- прямое использование формул;
- автоматический вызов реализаций методов при математической обработке графической функции;
- использование в программах.

При длительном выполнении вычислений индикатором их является появление черного мигающего квадратика (■) в правом верхнем углу экрана дисплея. Применение численных методов для анализа функций существенно повышает возможности калькуляторов в проведении инженерных и научных расчетов.

Решение нелинейных уравнений

Функция Solve($f(x), n, a, b$) ищет корень выражения $f(x)=0$ в интервале $[a, b]$ при инициации решения с помощью параметра n . Используется метод Ньютона (касательных). Примеры:

Solve(sin x-1/4,0,0,1)	0.2526802551
Solve(x²-x-1,1.0,3)	1.618033989

Не рекомендуется применять эту функцию для решения квадратных и кубических уравнений (для них есть специальные функции). Надо также соблюдать осторожность при использовании периодических функций.

Вычисление первой и второй производных

Для нахождения первой производной $f(x)$ используются функции:

$$\frac{d}{dx}(f(x), a, \Delta x) \rightarrow \frac{d}{dx} f(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \approx \frac{f(a+\Delta x) - f(a-\Delta x)}{2\Delta x}.$$

В ней a — значение x , при котором вычисляется первая производная, Δx — малое приращение x . Для расчета используется формула дифференцирования по центральной точке, при которой производная вычисляется как полусумма наклонов отрезков прямых, проведенных через точки на кривой $f(x)$ с координатами $(a-\Delta x, a)$ и $(a+\Delta x)$.

Для вычисления второй производной примеряется другая функция:

$$\frac{d^2}{dx^2}(f(x), a, n) \rightarrow \frac{d^2}{dx^2} f(a) \approx \frac{-f(x-2h) + 16f(x-h) - 30f(x) + 16f(x+h) + f(x+2h)}{12h^2}.$$

При реализации этой функции используется метод Ньютона, позволяющий задать число верных знаков результата $n = 1 - 15$. Метод реализуется по приведенной формуле итерационно. Для этого вычисляется $h = 1/5^m$, где $m = 1, 2, 3, \dots$ Результаты на каждой итерации сравниваются до совпадения нужного числа цифр результата. Рекомендуется брать умеренные значения n , поскольку при больших n время вычислений может оказаться значительным. Примеры:

$d/dx(x^2-x+3, 1, 0.0001)$	1
$d/dx(\sin x, 0, 0.0001)$	0.9999999983
$d^2/dx^2(x^2-x+3, 5)$	2
$d^2/dx^2(\sin x, 5)$	0.9589242749

Вычисление определенных интегралов

Вычисление определенного интеграла производится одним из двух методов — Гаусса — Кронрода или Симпсона. Переключение на тот или иной метод описывалось при описании меню SET UP. Для вычисления интеграла служит функция

$$\int (f(x), a, b, p) = \int_a^b f(x) dx,$$

где необязательный параметр $p = \text{tol}$ (погрешность) при методе Гаусса — Кронрода $p = n$ (параметр, задающий число интервалов $N = 2^n$ в методе Симпсона). Выбор малых tol и больших n (допустимо $n = 1 \dots 9$) может привести к заметному увеличению времени вычислений. Примеры:

$\int (\sqrt{1+x^2}, 0, 1)$	1.147793575
$\int (\sqrt{1+x^2}, 0, 1, 0.001)$	1.147793575

При интегрировании некоторых функций, например $\sin(x)$, результирующая площадь может оказаться нулевой, что порой дает результаты, которые можно посчитать сомнительными:

$$\int(\sin x, 0, 2\pi) \quad 5.780205204E-15$$

В этом случае полезно использовать прием интегрирования по частям. Например, для функции $\sin(x)$ это иллюстрирует следующий пример:

$$\begin{aligned} \int(\sin x, 0, \pi) & \quad 2 \\ \int(\sin x, \pi, 2\pi) & \quad -2 \end{aligned}$$

Здесь вычислена отдельно площадь верхнего полупериода синусоиды и площадь нижнего полупериода. Общая площадь в данном случае точно равна 0.

Вычисление минимумов и максимумов функций

Для вычисления минимума и максимума функции $f(x)$ в интервале от a до b с числом верных знаков результата n (от 1 до 9) используются функции

$$Fmin(f(x), a, b, n) \quad \text{и} \quad Fmax(f(x), a, b, n)$$

Примеры:

$$\begin{aligned} Fmin(\sin x, \pi, 2\pi, 4) & \\ 1 \quad 4.7123 & \\ 2 \quad 1 & \\ Fmax(Xe^{-X}, 0, 10, 5) \text{ Ans} & \\ 1 \quad 1 & \\ 2 \quad 0.3678 & \end{aligned}$$

Обратите внимание на то, что в данном случае выдается два результата — значение x в точке экстремума и значение самой функции в этой точке. Один из результатов выделен, и выделение можно перемещать кнопками графического манипулятора «вверх» и «вниз». При этом внизу экрана появляется значение с полным числом цифр.

Вычисление сумм

Для вычисления сумм служит функция

$$\Sigma(a_k, \alpha, \beta, n) \rightarrow \sum_{k=\alpha}^{\beta} a_k = a_{\alpha} + a_{\alpha+1} + a_{\alpha+2} + \dots + a_{\beta}.$$

В этой функции n задает шаг изменения k , например, если $n = 1$, то k меняется от α до β с шагом 1. Примеры:

$$\begin{aligned} \Sigma(K^2, K, 1, 5, 1) & \quad 55 \\ \Sigma(\sin K, K, 1, 6, 1) & \quad -0.1032538485 \end{aligned}$$

В отличие от других функций, в данной переменной K может иметь и любое другое имя.

Матричные вычисления

Создание, редактирование и стирание матриц

Для создания матриц активизируйте позицию МАТ основного меню. Появится список первоначально пустых матриц:

Marix	
Mat B:	None
Mat C:	None
Mat D:	None
Mat E:	None
Mat F:	None

Строка матрицы А выделена, и это выделение можно перемещать клавишами «вверх» и «вниз» графического манипулятора. Таким образом, можно выбрать матрицу для задания значений ее элементам. Всего можно задать 21 матрицу с именами от А до Z, а также матрицу ответов Ans. Внизу экрана расположены две команды: DEL — уничтожение выделенной матрицы, DEL-A — уничтожение всех матриц. В памяти каждый элемент матрицы содержит 10 байт.

Чтобы задать матрицу, надо выделить ее, например, как матрицу А, что показано выше, и ввести данные о размере матрицы в виде m [EXE] n [EXE], где m — число строк матрицы, а n — число ее столбцов. На месте описателя None появится надпись $m \times n$. Пример: задать матрицу 2×2 :

Marix	
Mat A:	2×2
Mat B:	None
Mat C:	None
Mat D:	None
Mat E:	None
Mat F:	None
DEL	DEL-A

Теперь экран сменит вид и появится заготовка матрицы А в виде, показанном вверху следующей страницы.

В этой заготовке элементы первоначально имеют нулевые значения и один элемент (крайний слева и сверху) выделен. Вместо нуля можно ввести любое нужное значение, затем, выделив графическим манипулятором другой элемент матрицы, ввести его значение и т. д. Ниже представлен пример задания матрицы с элементами 1, 2, 3 и 4.

A	1	2
	0	0
	0	0
R-OP	ROW	COL

A	1	2
	1	2
	3	4
R-OP	ROW	COL

4

Манипуляции со строками и столбцами матриц

Внизу теперь расположено меню матричных операций: **R-OP** — открытие подменю операций со строками, **ROW** — открытие подменю работы со строками и **COL** — открытие подменю работы со столбцами. Со строками и столбцами можно выполнять следующие операции: **DEL** — стирание, **INS** — вставка и **ADD** — добавление. Таким образом, есть возможность модернизировать уже введенную матрицу. Разумеется, есть возможность изменить и введенное ранее значение выделенного элемента. Для этого достаточно набрать его и нажать клавишу [↑] (ENTER).

Нажатие клавиши **EXIT** возвращает калькулятор в основной режим матричных операций. Его подменю **R-OP** имеет следующие операции: **Swar** — обмен двух строк (с вводом их номеров), **×Rw** — умножение введенного скалярного значения на строку с заданным номером, **×Rw+** — умножение на скаляр строки с добавлением результата в другую строку, **Rw+** — сложение строк с добавлением результата в указанную строку.

Операции с матрицами

Для выполнения операций с уже готовыми матрицами надо активизировать меню **RUN** и затем меню **OPTN**. В его позиции **MAT** имеются следующие матричные операции:

Mat — задание спецификации матрицы (например, **Mat A**):

M-L — преобразование матрицы в список;

Aug — объединение двух матриц;

Iden — задание единичной матрицы;

Dim — проверка размера матрицы;

Fill — идентификация значений элементов матрицы.

Операция Mat (не путать с подменю MAT) может использоваться для присваивания значения заданному элементу заданной матрицы, например:

2 → Mat A[2,1]

означает, что значение 2 напрямую присваивается элементу $a_{2,1}$ матрицы A. Этот прием можно использовать и для извлечения значения заданного элемента матрицы, например,

Mat A[2,1] + 1

даст значение $a_{2,1} + 1$.

Для создания матрицы без редактора матриц можно использовать конструкцию, подобную приведенной ниже для матрицы B:

[[10,20][30,40]] → Mat B [EXE]

Это приведет к появлению на экране дисплея следующей информации:

B	1	2
	10	20
	30	40

40

Создание единичной матрицы осуществляется операцией Ident:

Ident 3 → Mat C [↑]

A	1	2	3
	1	0	0
	0	1	0
	0	0	1

1

Проверка размера матрицы осуществляется операцией Dim:

Dim Mat B [EXE]

Ans

1	2
2	2

Вычисление детерминанта матрицы осуществляется операцией Det, например:

$$\text{Det Mat A [EXE]} \\ -2$$

Аналогично выполняются и другие операции, например:

Mat A aop MAT B [EXE] — арифметическая aop операция (+, −, ×) с двумя матрицами;

k Mat A [EXE] — умножение матрицы на скаляр;

Trn Mat A [EXE] — транспонирование матрицы;

Mat A x^{-1} [EXE] — обращение матрицы;

Mat A x^2 [EXE] — возведение матрицы в квадрат;

Mat A x^k [EXE] — возведение матрицы в k-ю степень;

op Mat A [EXE] — выполнение одной из операций op: Abs, Frac, Int и Intg.

Поскольку выполнение этих операций вполне очевидно, ограничимся примером обращения матрица A:

$$\text{Mat A } x^{-1} \text{ [EXE]} \\ \text{Ans} \\ \begin{matrix} 1 & \begin{bmatrix} & -2 & 1 \end{bmatrix} \\ 2 & \begin{bmatrix} & 1.5 & -0.5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Решение уравнений и систем уравнений — меню EQUA

Средства решения систем линейных уравнений, квадратных и кубических полиномиальных уравнений и вычисления одного неизвестного выражения по заданным другим переменным имеются в позиции EQUA меню MENU. Активизируя эту позицию, получим следующее диалоговое окно:

Equation

Select Type

F1: Simultaneous Решение систем линейных уравнений

F2: Polynomial Решение квадратного и кубического уравнений

F3: Solver Вычисление одного неизвестного уравнения по заданным другим

SIML POLY SOLV

Решение систем линейных уравнений

Системы линейных уравнений (СЛУ), представленных в матричном виде $AX=B$, можно решать, например используя обращение матрицы A, т. е. $X=A^{-1}B$. Однако в описываемых калькуляторах есть более удобное средство для решения

СЛЮ с числом их от 2 до 6. Для доступа к нему нажмите клавишу F1. Появится сообщение

**Simultaneous
No Data In Memory**

Number Of Unknowns?

под которым будет меню выбора числа уравнений в виде цифр 2, 3, 4, 5 и 6. Дальнейшая работа настолько проста, что достаточно ограничиться примером решения какой-либо системы уравнений, например следующей:

$$\begin{aligned} 4x + 0.24y - 0.08z &= 8 \\ 0.09x + 3y - 0.15z &= 9 \\ 0.04 - 0.08y + 4z &= 20 \end{aligned}$$

Для решения укажем число уравнений 3. Получим на экране шаблон расширенной матрицы системы с размером 3×4 и нулевыми элементами этой матрицы. Теперь введем построчно все коэффициенты (как матрицы коэффициентов, так и свободных членов, фиксируя ввод каждого числа (с учетом его знака) нажатием клавиши ENTER. В итоге получим расширенную матрицу, представленную ниже:

	anX+bnY+CnZ=dn			
1	4	0.24	-0.08	8
2	0.09	3	-0.15	9
3	0.04	-0.08	4	20

20

SOLV DEL CLR

Нажав клавишу F1, т. е. исполнив команду SOLV, получим решение в следующей форме:

anX+bnY+CnZ=dn	
X	1.9091
Y	3.1849
Z	5.0448

1.909198281

REPT

Здесь полезно обратить внимание на ряд обстоятельств:

- под таблицей решения дается уточненное (10 знаков мантиссы плюс 2 знака порядка, если задан инженерный или научный формат вывода) значение выделенного решения;

- на внутреннем уровне решение выполняется с 15 верными знаками;
- можно вернуться к редактированию расширенной матрицы системы, исполнив команду REPT (клавиша F1);
- в окне редактирования расширенной матрицы команда DEL используется (с подтверждением YES или NO) для уничтожения матрицы;
- там же команда CLR используется для обнуления всех коэффициентов расширенной матрицы.

Решение квадратных и кубических уравнений

Для решения квадратных и кубических уравнений достаточно активизировать позицию POLY меню EQUA из меню в нижней строке выбрать степень (Degree) полинома 2 для квадратного и 3 для кубического уравнения. После этого надо ввести коэффициенты уравнения — см. пример ниже при решении квадратного уравнения $x^2 + 2x + 15 = 0$:

$$\begin{array}{c} aX^2+bX+c=0 \\ X \\ \hline \begin{array}{l} 1 \left[\begin{array}{c} -1+3.7416i \\ -1-3.7416i \end{array} \right] \\ 2 \left[\begin{array}{c} -1-3.7416i \end{array} \right] \end{array} \\ \\ -1.+3.741657387i \\ \\ \hline \text{REPT} \end{array}$$

Следующий пример показывает решение кубического уравнения $x^3 - 6x^2 + 21x - 52 = 0$:

$$\begin{array}{c} aX^3+bX^2+cX+d=0 \\ X \\ \hline \begin{array}{l} 1 \left[\begin{array}{c} -1+3.4641i \\ -1-3.4641i \\ 4 \end{array} \right] \\ 2 \left[\begin{array}{c} -1-3.4641i \end{array} \right] \\ 3 \left[\begin{array}{c} 4 \end{array} \right] \end{array} \\ \\ -1.+3.464101615i \\ \\ \hline \text{REPT} \end{array}$$

Следует обратить внимание на то, что корни полиномиальных (алгебраических) уравнений могут быть как действительными, так и комплексными. Комплексные корни являются сопряженными комплексными числами.

Применение решателя уравнений

Решатель уравнений калькуляторов Casio аналогичен HP-решателю. То есть это средство, позволяющее по заданному уравнению и значениям всех его переменных, кроме искомого, найти значение искомой переменной. Фактически решатель есть просто иной способ использования ранее описанной функции Solve. Для доступа к решателю достаточно в меню EQUA активизировать позицию SOLV (F3). Затем надо ввести уравнение и задать значения переменных. Ниже дан пример этого для уравнения $P = E^2/R$ для вычисления мощности, рассеиваемой в резисторе $R = 12 \text{ Ом}$, подключенном к источнику напряжения $E = 100 \text{ В}$:

Eq: $P=E^2 \div R$	
P=1000	
E=100	
R=12.5	
RCL DEL	SOLV

Здесь искомое выделенное значение P взято равным 1000 — в общем случае это первое приближение к решению. Нажав клавишу F6 (позиция меню SOLV), получим результат решения в виде

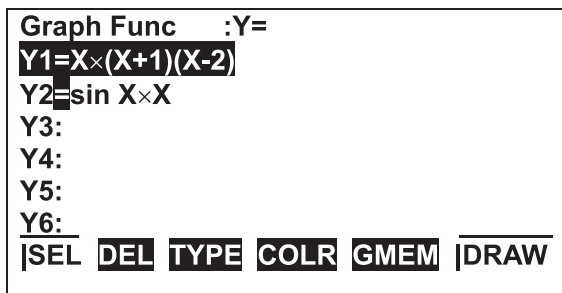
Eq: $P=E^2 \div R$	
P=800	
Lft=800	
Rgt=800	
REPT	

Итак, вычислено значение P, а также левая и правая части исходного уравнения. Их равенство свидетельствует о корректности решения. Выделив любую другую переменную, можно найти и ее значения при заданных значениях других переменных.

Построение графиков

Меню графических операций GRAPH и запись функций

Доступ ко многим средствам графики открывает меню GRAPH. При активизации пиктограммы этого меню появляется список функций, графики которых могут быть построены, и под ним — меню графических операций:



Вид списка может зависеть от типа графика, пока мы рассматриваем графики функций в декартовой системе координат. Две такие функции представлены выше. Перемещая с помощью графического манипулятора выделение всей строки вверх или вниз, можно поместить его на свободную строку и ввести новые функции. При этом вид уравнения в строке зависит от типа графика, выбираемого с помощью меню TYPE.

Отметим функции графического меню снизу экрана:

SEL — помечает график для построения (знак равенства или неравенства в уравнениях становится инверсным);

DEL — удаляет определение выделенной функции по запросу YES (NO — отказ от удаления);

TYPE — задает тип графика и вид описывающего его уравнения (см. ниже);

COLR — задает цвет графика выделенным уравнением (Blue — синий, Orng — оранжевый и Grn — зеленый);

GMEM — вызывает меню команд записи STO в память и считывания RCL параметров графиков (до 6 наборов);

DRAW — строит графики выделенных функций.

Итак, меню GRAPH позволяет записать функции, причем разные для разных типов графиков, по которым можно построить графики. С помощью меню TYPE возможно построение графиков следующих типов:

Y= — график функции вида $Y = f(X)$, например, $Y1 = 3X^2 + 2$;

r= — график функции в полярной системе координат, например, $r2 = 2\sin 3\theta$;

Parm — график параметрически заданной функции, например, $Xt3 = 2 \sin 2T$ и $Yt3 = 2 \cos 3T$;

X = c — график константы, например, $X1 = 5$;

Y> — график неравенства, например, $Y2 > 2x^2 + 3x - 4$ (возможны неравенства типа $Y>$, $Y<$, $Y\geq$ и $Y\leq$).

Всего можно задать до 20 уравнений для графиков разного типа и наблюдать в окне эти уравнения. Отмечая их командой DRAW, можно построить заданные графики. В процессе построения сверху экрана временно появляется уравнение (или неравенство) графика и знак «■», показывающий, что идут вычисления.

Обратите внимание, что в меню начальных установок SET UP также есть ряд важных установок, влияющих на вид графика. Это установка построения графиков с соединением их точек Draw Type Connect и без соединения Draw Type Plot, задание видимости координатных осей Goord, сетки Grid, наименования осей Label и др. Кроме того, доступ к некоторым графическим средствам, порою достаточно специфическим, возможен и из других разделов меню MENU.

Построение графиков функций в декартовой системе координат

Выделив одну или несколько функций, можно построить их графики, нажав кнопку F6 (DRAW). Так, для функций, представленных выше, эти графики будут иметь вид, показанный на рис. 6.6. Меню под графиком появляется при исполнении операции Zoom (F2).

При необходимости каждую линию графика можно отметить своим цве-

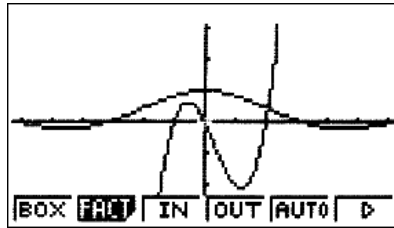


Рис. 6.6. Графики двух функций в декартовой системе координат

том — одним из трех: Blue — синим, Orng — оранжевым и Grn — зеленым. Для выбора цветов в процессе отметки уравнений графиков надо использовать меню COLR.

Параметры окна графики и их сохранение

Нередко масштаб графика не удовлетворяет пользователя. Однако с помощью меню Zoom можно провести форматирование графиков. Это меню имеет следующие позиции:

BOX — построение графика, помещенного в прямоугольную область;

FACT — задание факторов умножения по осям;

IN — сжатие окна графика;

OUT — растяжение окна графика;

AUTO — автоматическое масштабирование графиков по видимости всех участков графика в пределах выбранного интервала изменения X;

ORIG — масштаб оригинала;

SQR — одинаковый масштаб по осям X и Y;

RND — построение графиков с округлением масштабов по осям;

INTG — округление приращений по осям до значений $\Delta x = (X_{\max} - X_{\min})/126$ и $\Delta y = (Y_{\max} - Y_{\min})/62$;

PRE — возврат к предшествующей установке масштаба графиков.

Из этих установок, пожалуй, наиболее интересная BOX. При ней графическим манипулятором можно наметить (подвижным маркером-крестиком) один угол прямоугольника и, нажав клавишу ENTER, наметить второй угол. При этом строится прямоугольник, который и ограничивает область графика, который будет построен при повторном нажатии клавиши ENTER. Этот способ удобен для построения во весь экран небольших частей графиков.

Для контроля параметров окна служит меню V-Window. Оно содержит следующие установки:

View Window	
Xmin	:-6.3
max	:6.3
scale	:1
Ymin	:-3.1
max	:3.1
scale	:1
 INIT TRIG STD STO RCL 	

Данные установки соответствуют начальным установкам, вводимым активизацией позиции INIT меню внизу экрана. Возможны также установки для графиков тригонометрических функций и так называемые стандартные установки, получаемые при активизации позиции STD:

View Window	
Xmin	:-10
max	:10
scale	:1
Ymin	:-10
max	:10
scale	:1
 INIT TRIG STD STO RCL 	

Если активизировать позицию STO, то можно записать параметры окна, которые были изменены пользователем. В этом случае снизу экрана появляется меню следующего вида:

|V-W1| |V-W2| |V-W3| |V-W4| |V-W5| |V-W6|

С помощью этого меню можно записать до 6 установок окна. Команда RCL порождает такое же меню и позволяет считать одну из установок для изменения масштаба графика.

Ручное построение графиков

Из меню ручных вычислений RUN также возможен доступ к графическим средствам. Для этого можно ввести команду Sketch (клавиши SHIFT и F4). В открывшемся снизу окна меню можно заметить уже знакомые типы графиков, но есть и новые. Например, весьма интересно построение графика функции с одновременным вычислением интеграла от нее в заданных пределах и закрашиванием областей функции в области интегрирования — команда G∫dx. Пусть надо проиллюстрировать вычисление следующего интеграла:

$$\int_{-2}^2 (x+2)(x-1)dx$$

с погрешностью $\text{tol} = 10^{-4}$. Для этого введем команды

Sketch Cls [EXE] G∫dx
∫(X+2)(X-1)(X-3),-2,2,1E-4 [EXE]

Получим график, представленный на рис. 6.7.

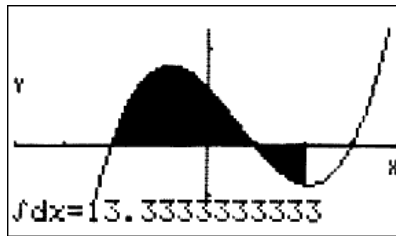


Рис. 6.7. График заданной функции с иллюстрацией вычисления определенного интеграла

Этот график построен при $X_{\min} = -4$, $X_{\max} = 4$, $X_{\text{scale}} = 1$, $Y_{\min} = -8$, $Y_{\max} = 12$ и $Y_{\text{scale}} = 5$. Здесь надо обратить внимание на то, что интеграл вычисляется как разность «положительной» и «отрицательной» (над осью X и под ней) площадей, тогда заштрихованная на рис. 6.7 площадь является суммарной площадью фигуры.

Меню дополнительных графических объектов Sketch

Часто на рисунок нужно нанести какие-то иные графические объекты, помимо графиков кривых. Это позволяет делать графическое меню Sketch. Оно вводит внизу окна следующие графические команды:

Cls — очистка графического окна;

Tang — построение касательной к заданной точке;

Norm — построение перпендикуляра к заданной точке кривой;

Inv — построение функции, инверсной к заданной;

PLOT — открытие меню построения точек;

LINE — открытие меню построения линий;

Crcl — построение окружности с интерактивной установкой центра и радиуса;

Vert — построение вертикальной линии;

Hznt — построение горизонтальной линии;

Pen — нанесение линий графическим карандашом;

Text — нанесение на график текстовых надписей.

Рис. 6.8 показывает построение касательной к точке графика с указанными под ним координатами. Координаты задаются перемещением по кривой (кнопками «влево» — «вправо» графического манипулятора) маркера в виде крестика. После нажатия клавиши ENTER строится касательная линия.

Аналогичным образом строится перпендикуляр к заданной точке графика (рис. 6.9). Однако надо учесть, что подобные построения критичны к выбору масштаба по осям графиков. Желательно выбирать масштаб командой SQR в меню Zoom — она обеспечивает отсутствие искажений масштаба. В частности, в этом случае перпендикуляр будет расположен под прямым углом к линии графика в заданной точке.

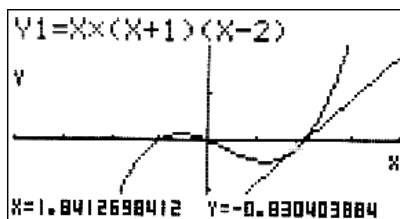


Рис. 6.8. Пример построения касательной к точке графика

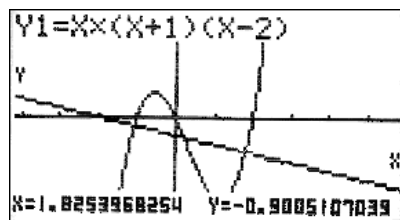


Рис. 6.9. Пример построения перпендикуляра к точке графика

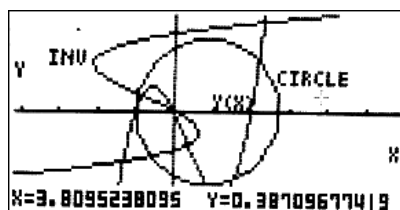


Рис. 6.10. График основной и инверсной функций

Еще один пример, показанный на рис. 6.10, иллюстрирует построение основной функции и инверсной к ней функции — команды Inv меню Sketch. Инверсная функция — это функция, построенная с системе координат, в которой роль оси X выполняет ось Y, а роль оси Y — ось X. Кроме того, на этом рисунке представлено построение точки (команда Plot), окружности (команда Crcl) и трех надписей (команда Text).

Зная представленные выше правила построения дополнительных объектов, читатель может создать свои рисунки и простенькие чертежи, которые удобны, например, для иллюстрации графических построений при изучении курса геометрии или физики.

Графики параметрические и в полярной системе координат

График функции в полярной системе координат задается зависимостью длины радиус-вектора r от угла θ , который меняется в пределах от 0 до 2π . Параметрически заданная функция определяется двумя уравнениями от переменной T , в общем случае вида $X=f_1(T)$ и $Y=f_2(T)$. Задав, к примеру, уравнения $r_3 = 2\sin 3\theta$, $X_{t4} = 2 \sin 2T$ и $Y_{t3} = 2 \cos 3T$, можно, исполнив команду DRAW, построить эти два графика в одном окне (рис. 6.11).

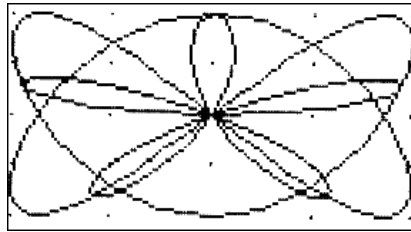


Рис. 6.11. Графики параметрически заданной функции и функции в полярной системе координат (пятиконечная «роза»)

В данном случае в меню SET UP убрано отображение координатных осей и их названий, но введено отображение сетки GRID, которая строится точками.

Специальные возможности графики

Анализ функций в графическом окне

У ряда калькуляторов с расширенными возможностями предусмотрен анализ функций прямо в графическом окне. Он позволяет найти значение функции в заданной точке, нули функции и ее экстремумы, а иногда и точки пересечения кривых двух функций. Рассмотрим эти возможности на примере вычисления параметров функции Y1. Построив график функции (после вычисления ее одной), надо исполнить команду G-Solv (F5). Внизу появится меню решателя, вызываемого из графического окна. В нем представлены следующие команды:

ROOT — вычисление корней (значений X при $Y=0$);

MAX — вычисление максимума функции;

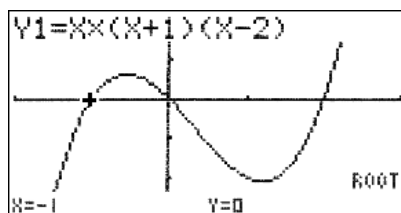


Рис. 6.12. Нахождение одного из корней функции

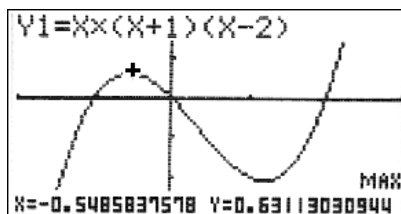


Рис. 6.13. Нахождение максимума функции

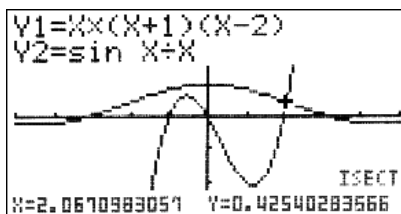


Рис. 6.14. Нахождение точек пересечения графиков двух функций

MIN — вычисление минимума функции;

YICPT — вычисление точек пересечения кривых с осью Y;

ISCT — вычисление точек пересечения двух кривых;

Y-CAL — вычисление Y по заданному X (маркер устанавливается в точку (X,Y);

X-CAL — вычисление X по заданному Y (маркер устанавливается в точку (X,Y);

∫dx — вычисление и представление закраской определенного интеграла при заданных маркерах в нижнем и верхнем пределах (см. пример на рис. 6.7).

На рис. 6.12 показано нахождение первого корня функции. Его место на графике отмечается графическим курсором — крестиком.

Для нахождения второго корня достаточно нажать кнопку смещения графического курсора «вправо». Повторив это еще раз, можно найти и третий корень данной функции.

Аналогично можно найти точки максимума и минимума функции, график которой представлен на экране (рис. 6.13). Если максимум один, как на рис. 6.13, то он и будет найден и помечен установкой маркера — крестика.

А если максимумов несколько, то для их нахождения надо использовать кнопки «влево» — «вправо» графического манипулятора.

Методика работы с остальными средствами анализа кривых подобна описанной. Так что остановимся на последней, немного необычной команде ISCT, которая используется для вычисления точек пересечения двух кривых. Рис. 6.14 показывает применение этой команды для двух ранее определенных функций с именами Y1 и Y2.

Как видно из рис. 6.14, в данном случае на экран выводятся формулы для обеих функций, значения X и Y в точке пересечений и наименование команды ISCT. Маркер-крестик устанавливается на точку пересечения.

Двойной экран

В ряде случаев возникает необходимость или желание представить различную информацию в графических окнах:

- изобразить в одном окне один график, а в другом — другой;
- изобразить в одном окне график, а в другом детальное изображение его части;
- изобразить в одном окне график, а в другом его установки или табличные значения функции.

Для реализации этих возможностей служит режим разбивки экрана на два окна. Он задается в меню SET UP значениями позиции Dual Screen:

GrPh — графика в обоих окнах;

GtoT — графика в одном окне и текст в другом;

Off — переход к отображению одного экрана.

Один экран (левое окно) является активным, а другой — пассивным. В активном экране можно выполнять все действия, описанные выше. В пассивный экран информация заносится либо копированием из активного экрана, либо сменой назначения экранов (см. чуть ниже).

Рассмотрим ситуацию, когда в одном экране надо построить график одной функции, а в другом — другой. Для этого установим режим GrPh и в окне функций графики выделим функцию Y2. В меню снизу экрана исполним команду DRAW (F6). Экран разделится на две части, и в левой части будет построен график функции Y2. В правом экране будут построены только оси координат. Кнопкой F6 (GT) теперь можно просмотреть в увеличенном виде левый экран, правый экран или установки функций.

Нажав клавишу OPTN, можно вывести внизу экрана меню:

COPY — скопировать содержимое левого экрана в правый экран;

SWAP — взаимно поменять содержимое экранов;

PICT — открыть меню записи содержимого активного экрана в память.

Выполнив команду SWAP, можно наблюдать перенос графика Y2 в правый экран и пустой (без построенной функции) левый экран. Вернувшись (нажатиями клавиши F6) в окно установки функций графики, можно подме-

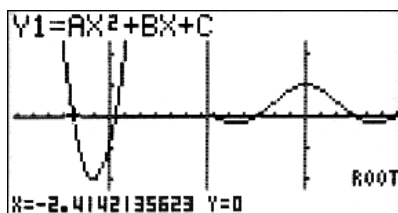


Рис. 6.15. Пример работы с двумя окнами экрана

тить, что функция Y2 оказывается помеченной меткой **R**. Это означает, что график функции размещен в правом экране. Кстати, если на оба экрана выведен график одной и той же функции, то эта функция будет помечена меткой **B**.

Теперь выделим функцию Y1 и, нажав клавишу F6 (команда DRAW), увидим построение обоих графиков в разных экранах. Исполнив операции G-Solv (F5) и Root (поиск корня для функции Y1 в левом окне), можно наблюдать следующий вид экрана с двумя окнами (рис. 6.15).

Подобным образом нетрудно реализовать и другие варианты работы в режиме с двумя экранными окнами. Позже мы еще вернемся к обсуждению этих возможностей.

Динамическая графика — меню DYNA

Нередко воспроизведение короткого динамического (анимационного) графика позволяет наглядно представить, как изменение того или иного параметра влияет на график той или иной функции. Для построения подобных графиков служит позиция меню DYNA. Активизируя эту позицию, можно выйти в окно задания функций графики. В нем можно задать функцию, изменение которой можно наблюдать. В позиции B-IN снизу окна экрана можно найти список ряда заведомо подготовленных функций (рис. 6.16).

Командой SEL (селекция) можно выделить один из графиков. Появится окно (не приводится ввиду очевидности установок), в котором будет индизироваться выбранная функция и можно задать значения параметров A, B и C. В дальнейшем полагается A = 2, B = 1 и C = 2. Меню снизу этого окна содержит позиции:

SEL — выбор изменяемой от кадра до кадра переменной;

RANG — выдача окна с установкой начального и конечного изменяемого параметра и шага его изменения;

```

Y=AX+B
Y=A(X+B)^2+C
Y=AX^2+BX+C
Y=AX^3+BX^2+CX+D
Y=Asin (BX+C)
Y=Acos (BX+C)
Y=Atan (BX+C)
SEL
    
```

Рис. 6.16. Список встроенных функций для построения динамических графиков

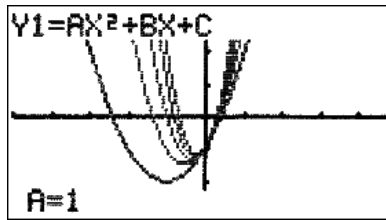


Рис. 6.17. Построение всех кривых при анимации графика функции

SPEED — выдача меню с командами задания анимации с разной скоростью;
AUTO — автоматическое выполнение цикла анимации за несколько циклов;
DYNA — построение одного цикла анимации.

Анимация заключается в создании последовательности кадров графика, в каждом из которых строится одна кривая. При этом одна из выбранных переменных от кадра к кадру меняется в соответствии с установкой в позиции **RANG** меню внизу экрана. Для построения одного цикла анимации надо использовать команду **DYNA**, а для повторения циклов анимации — команду **AUTO**. Анимация останавливается нажатием кнопки **AC/ON**. Для возврата к установкам параметров графиков надо использовать клавиши **EXIT** и **G↔T (F6)**.

Возможны два режима анимации:

- построенные ранее кривые не сохраняются и каждый раз на графике присутствует одна кривая;
- каждая кривая сохраняется, так что в конце анимации на графике присутствуют все кривые.

Эти режимы задаются параметром **Locus** в меню **SET UP**. Если параметр имеет значение **Off**, то будет иметь место первый режим, а если **On** — второй режим. При анимации графиков текущая кривая имеет один цвет, а остальные — другой. При пуске анимации появляется сообщение о необходимости выждать паузу, пока не завершится обсчет всех кривых:

One Moment Please!



Линейный индикатор под сообщением позволяет проконтролировать процесс подготовки к анимации. Рис. 6.17 показывает все кривые графика выбранной ранее функции.

Динамическая графика полезна, пожалуй, лишь в учебных целях. На практике удобнее иметь одно семейство кривых той или иной функции, чем большой набор их в раздельном виде.

Импликативная графика

До сих пор мы использовали для построения графиков функции заданные в явном виде (или в параметрическом, но тоже в виде двух явных выражений). Однако существует ряд геометрических фигур, например окружности,

эллипсы, гиперболы и параболы, уравнения которых наглядно задаются в виде уравнения $f(x,y) = c$, где c — константа или в виде иного неявного выражения. Такое задание называется неявным, а реализующая построение линий функций графика — импликативной.

Импликативная графика реализуется в позиции CONICS основного меню. При ее активизации появляется меню неявно заданных геометрических фигур и их уравнений, начало которого представлено на рис. 6.18. В каждой позиции меню слева показано уравнение фигуры, а справа — общий вид фигуры. Для выбора позиции меню достаточно графическим манипулятором (клавиши «вверх» — «вниз») выделить нужную позицию и нажать клавишу ENTER.

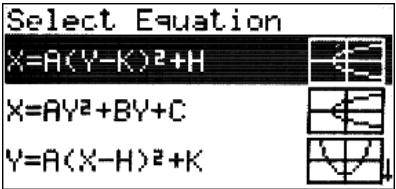


Рис. 6.18. Меню функций и фигур импликативной графики

В показанной ниже таблице даны встроенные в библиотеку калькулятора неявно заданные уравнения ряда геометрических фигур.

Таблица 6.1
Функции для неявного задания геометрических фигур

Тип графика (фигуры)	Функция (уравнение)	
Парабола (Parabola)	$X=A(Y-K)^2+H$ $Y=A(X-H)^2+K$	$X=AY^2+BY+C$ $Y=AX^2+NX+C$
Окружность (Circle)	$(X-H)^2+(Y-K)^2=R^2$ $AX^2+AY^2+BX+CY+D=0$	
Эллипс (Ellipse)	$\frac{(X-H)^2}{A^2} + \frac{(Y-K)^2}{B^2} = 1$	
Гипербола (Hyperbola)	$\frac{(X-H)^2}{A^2} - \frac{(Y-K)^2}{B^2} = 1$ $\frac{(Y-K)^2}{A^2} - \frac{(X-H)^2}{B^2} = 1$	

Выбрав, к примеру, фигуру эллипса и его функцию, выйдем в окно установки параметров уравнения. Оно показано на рис. 6.19.

Теперь остается исполнить команду DRAW (клавиша F6) и можно получить график эллипса (рис. 6.20). Разумеется, в этом случае полезно проверить установки масштабов графического окна. Так, в нашем случае они соответствуют: $Xmin = -3$, $Xmax = 7$, $Xscale = 1$, $Ymin = -2$, $Ymax = 6$, $Yscale = 1$.

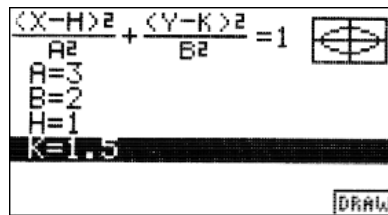


Рис. 6.19. Установка параметров функции эллипса

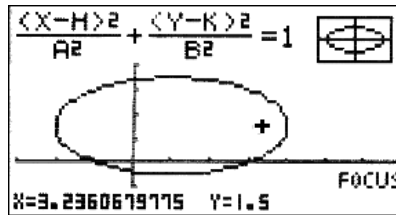


Рис. 6.20. График эллипса и результаты расчета положения правого фокуса

Исполнив команду G-Solv (клавиша F5), можно получить меню анализа данной фигуры:

FOCUS — определение положения фокусов эллипса;

X-IN — определение координат точек пересечения оси X;

Y-IN — определение координат точек пересечения оси Y.

Для примера на рис. 6.20 показан случай определения координат правого фокуса эллипса. Для получения координат другого (левого) фокуса достаточно нажать клавишу «влево» графического манипулятора. Аналогично можно определить координаты других характерных точек неявно заданной фигуры.

Графики и таблицы

Получение табличных значений графической функции

Иногда бывает желательно иметь таблицу значений функции, график которой строится калькулятором. Такую возможность предоставляет позиция TABLE меню. Она выдает список функций, в котором нужно выделить ту функцию, таблицу которой надо построить. Выбрав, например, функцию Y1, нужно проверить данные в меню RANG:

Table Range	
X	
Start	:1
End	:5
pitch	:1

X	Y1
1	4
2	15
2.5	22.75
4	55

FORM DEL ROW G-CON G-PLT 2.5

Рис. 6.21. Таблица значений графической функции Y1

В этих данных задано начальное значение независимой переменной X, ее конечное значение и приращение. Скорректировав эти данные, можно вернуться в список функций и, исполнив команду TABL, вывести таблицу (рис. 6.21).

По строкам и столбцам таблицы можно перемещаться с помощью клавиш графического манипулятора и наблюдать значения соответствующих табличных данных. Можно также изменить значение переменной в какой-либо строке и получить для него новое значение функции (см. на рис. 6.21 замену значения $x = 3$ на $x = 2.5$). Можно вернуться к выбору формулы (операция в меню FORM), удалить или добавить строку таблицы (операции DEL и ROW), а также построить график или отдельные точки — операции G-CON и G-PLT.

Графики и таблицы на двойном экране

Можно получить двойной экран с графиком функции и ее таблицей. Для этого в меню SET UP надо установить параметр Dual Screen в состояние T+G (другое состояние Off служит для вывода только таблицы или только графиков). На рис. 6.22 дан пример такого вывода.

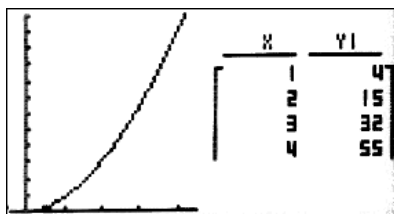


Рис. 6.22. Пример вывода графика функции и ее таблицы

График может быть построен с соединением точек (команда в меню G-COM) или только точками (команда G-PLT).

Подготовка к визуализации рекурсии

Рекурсия — это процесс вычисления дискретных значений некоторой функции по ее одному или ряду предшествующих значений. Рекурсия широко применяется в вычислительных алгоритмах и лежит в основе ряда известных числовых последовательностей, например, чисел Фибоначчи и факториала. Табличная и графическая визуализация процессов рекурсии играет большую роль в познании тайнств рекурсивного процесса.

В рассматриваемых калькуляторах средства табличной и графической визуализации рекурсии содержатся в позиции RECUR меню. При ее активизации появляется окно задания рекурсивных соотношений следующего вида:

Recursion

an:

bn:

SEL+C
DEL
TYPE
n
RANG
TABL

Возможно задание как одной рекурсивной формулы, так и двух. В последнем случае осуществляется взаимная рекурсия, при которой из верхней формулы идет обращение к нижней формуле, и наоборот.

В меню снизу экрана имеются следующие операции.

SEL+C — селекция уравнения и выбор цвета;

DEL — уничтожение выделенного уравнения;

TYPE — выбор типа уравнения из меню;

n — ввод переменной n;

RANG — установка пределов изменения n;

TABL — построение таблицы рекурсии и (в режиме двойного экрана) графика рекурсии.

Одна из самых важных операций — выбор типа рекурсивных соотношений. Она задается позицией TYPE меню и при исполнении выводит список формул рекурсии:

Select Type

F1: $a_n = A_n + B$

F2: $a_{n+1} = Aa_n + B_n + C$

F3: $a_{n+2} = Aa_{n+1} + Ba_n + \dots$

a_n
 a_{n+1}
 a_{n+2}

С помощью меню снизу можно выбрать нужную формулу.

Построение графика и таблицы для чисел Фибоначчи

Возьмем, к примеру, ряд чисел Фибоначчи. Он строится по правилу $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ и $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$. Для задания этой формулы выберем третью из формул и, используя меню переменных внизу экрана, составим формулу для чисел Фибоначчи

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

и выделим ее. Теперь, используя команду RANG, зададим исходные данные для вычислений:

Table Range n+2
Start :0
End :10
a0 :1
a1 :1
b0 :0
b1 :0
|a0 |a1

В данном случае задан ряд a_n для n от 1 до 10 при $a_0 = a_1 = 1$, т. е. описана последовательность Фибоначчи. Выйдя из этого окна (нажатием клавиши EXIT) и исполнив команду TABL, можно наблюдать построение графика роста чисел Фибоначчи при изменении n от 1 до 10 и построение таблицы чисел Фибоначчи (рис. 6.23).

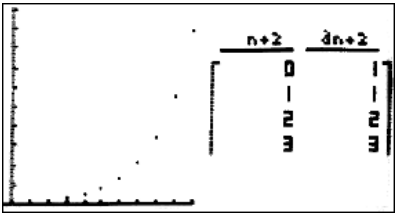


Рис. 6.23. График и таблица чисел Фибоначчи

В этом примере сохранены установки двойного экрана, поэтому на нем получены как рисунок, так и таблица, что, кстати, наглядно характеризует динамику роста чисел Фибоначчи. Представленные на рис. 6.23 данные получены при следующих данных графика (меню V-Window): $X_{min} = -0.5$, $Y_{max} = 10$, $X_{scale} = 1$, $Y_{min} = 0$, $Y_{max} = 100$, $X_{scale} = 10$. Нетрудно заметить резкое нарастание значений чисел Фибоначчи по мере нарастания n .

Иллюстрация сходимости рекурсии

Если рекурсия осуществляется при использовании различных соотношений, то могут иметь место процессы сходимости и расходимости рекурсивного процесса. Для иллюстрации процесса сходимости зададим два уравнения:

Recursion
 $a_{n+1} = -3a_n^2 + 3a_n$
 $b_{n+1} = 3b_n - 0,1$

В окне RANGE установим следующие параметры:

Table Range n+1	
Srart	:0
End	:6
a₀	:0.01
b₀	:0.11
a_nStr	:0.01
b_nStr	:0.11

В окне команды V-Window зададим удобные для графической визуализации параметры:

View Window	
Xmin	:0
max	:1
scale	:1
Ymin	:-0.2
max	:1
scale	:1

Выйдя из этого окна (клавиша EXIT), войдем в окно уравнений и исполним команду TABL (F6). Поучим таблицу, характеризующую рекурсивные вычисления (рис. 6.24).

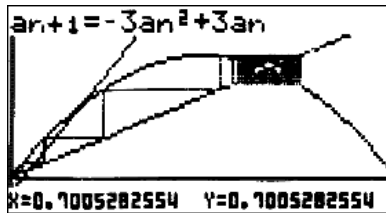


Рис. 6.24. Таблица значений рекурсивных функций

Для графической визуализации процесса рекурсии надо задать построение графика типа WEB. Этот график строит опорную прямую $y = x$, графики значений $a_n + 1$ и $b_n + 1$, а также (по мере нажатия клавиши ENTER) тонкие линии перехода от рекурсивной функции к опорной линии. Рис. 6.25 показывает начало этого процесса — после нескольких итераций.

После многих итераций отчетливо видно, что итерационный процесс показывает на сходимость к точке пересечения. Линия перехода от рекурсивной функции к опорной линии как бы закручивается в прямоугольную спираль вокруг точки схождения. При этом если вначале процесс схождения происходит быстро, то по мере приближения к точке схождения он явно замедляется.

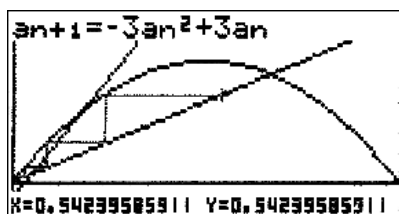


Рис. 6.25. Начало сходящегося процесса рекурсии

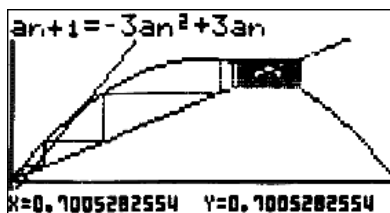


Рис. 6.26. Сходящийся к точке итерационный процесс

Условием схождения итераций к точке в данном случае является пересечение рекурсивной функции с опорной линией.

Иллюстрация расходимости рекурсии

А теперь несколько изменим условия и зададим вторую рекурсивную функцию чуть иначе: $b_{n+1} = 3b_n + 0.1$. Изменим также b_0 и b_{Str} на значение 0.01. В этом случае итерационный процесс для b_{n+1} будет иметь вид, представленный на рис. 6.27. На сей раз это быстро расходящийся процесс.

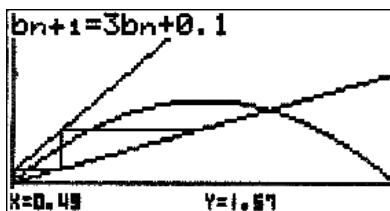


Рис. 6.27. Расходящийся итерационный процесс

В данном случае итерационный процесс расходится, поскольку линия рекурсивной функции постоянно отделяется от опорной линии.

Статистические вычисления и графика

Меню статистических вычислений STAT

Калькуляторы CFX-9850/9950GB Plus обладают существенно расширенными возможностями в выполнении и визуализации статистических расчетов, которые сопоставимы с типовыми средствами такого рода универсаль-

ных СКМ. Исходные данные для статистических расчетов размещаются в электронных таблицах — списках. Расширенные возможности в их обработке и сохранении имеются в позиции меню LIST, а основные виды статистических расчетов и средства их визуализации имеются в позиции меню STAT.

При активизации этой позиции сразу появляется электронная таблица в виде ряда (до 6) списков, каждый из которых имеет свой номер и расположен в виде столбца. Можно сразу вводить исходные данные для расчетов, например значения X и Y, представленные в списках List 1 и List 2:

	List 1	List 2	List 3	List 4
1	2	3		
2	3.2	5		
3	4	6		
4	5.1	7.5		
5	6	8		

2

GRAPH CALC TEST INTR DIST |>

С помощью клавиш графического маркера можно перемещать выделение в одной ячейке электронной таблицы и редактировать число, занесенное в эту таблицу. Меню под электронной таблицей, в свою очередь, открывает доступ к ряду меню статистических вычислений:

GRAPH — графической визуализации статистических расчетов;

CALC — вычисления параметров одно- и двумерной статистики;

TEST — проведения статистических тестов;

INTR — вычисления доверительных интервалов;

DIST — вычисления функций вероятности;

SRT-A — сортировки в нарастающем порядке;

SRT-D — сортировки в убывающем порядке;

DEL — очистки данных в электронной таблице (выборочно или всех);

INS — вставка в электронную таблицу новых ячеек.

Меню графики статистических вычислений GRAPH

Позиция меню статистических расчетов GRAPH открывает меню в нижней части окна экрана со следующими позициями:

GPH1, GPH2 и GPH3 — построение одного из трех графиков;

SEL — селекция (On, Off) графиков GPH1, GPH2 и GPH3 и их построение (DRAW);

SET — установка параметров статистической графики.

Возможности этих меню вполне очевидны. Отметим лишь, что меню SET выводит список параметров статистической графики:

Меню	Варианты	Комментарий
StatGraph1		
Graph Type :Scatter	(Scat, XY, NPP)	Выбор типа графика
Xlist :List 1	(List1 — List6)	Выбор списка для координат точек графика
Ylist :List 2	(List1 — List6)	Выбор списка для ординат точек графика
Frequency :1	(1, List1 — List6)	Выбор частоты для построения гистограмм
Mark Type :□	(□, ○ или ×)	Выбор маркера точек графика
Graph Col0r :Blue	(Blue, Orng и Grn)	Выбор цвета графика
 GPH1 GPH2 GPH3		Построение одного из трех графиков

Если из меню под этим списком выбрать команду GPH1 (или другую), то будет построен график точек (тип графика Scatter Plot) с координатами, заданными в списках Xlist и Ylist. При этом под графиком появится меню из 10 видов регрессии.

Регрессия и ее визуализация

Регрессия заключается в вычислении параметров некоторой зависимости $y(x)$, при которых среднеквадратическое отклонение этой зависимости от заданных точек $y_i(x_i)$ получается минимальным. В описываемых калькуляторах имеется 10 видов регрессии, представленных в табл. 6.2. Уравнения для основного вида линейной регрессии приводились в главе 3 при описании инженерных калькуляторов fx-991 корпорации Casio, возможности которых полностью включены в описываемые графические калькуляторы.

Таблица 6.2
Основные виды регрессии

Обозначение	Название	Формула, (параметры)
X	Линейная	$y = ax + b, (a,b,r,r^2)$
Med	Медианная	$y = ax + b, (a,b)$
X^2	Квадратичная	$y = ax^2 + bx + c, (a,b,c)$
X^3	Кубическая	$y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a,b,c,d)$
X^4	Полиномом степени 4	$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, (a,b,c,d,e)$
Log	Логарифмическая	$y = a + b \cdot \ln x, (a,b,r,r^2)$
Exp	Экспоненциальная	$y = a \cdot e^{bx}, (a,b,r,r^2)$
Pwr	Степенная	$y = a \cdot x^b, (a,b,r,r^2)$
Sin	Синусоидальная	$y = a \cdot \sin(bx + c) + d, (a,b,c,d)$
Lgst	Логистическая	$y = c / (1 + a \cdot e^{-bx}), (a,b,c)$

После выбора вида регрессии, согласно ее обозначению (первый столбец таблицы), вычисляются параметры уравнения регрессии. Для некоторых видов регрессии, кроме параметров, входящих в формулу регрессии, вычисляется коэффициент корреляции r и коэффициент детерминации r^2 . К примеру, для приведенного выше набора данных вычисление параметров линейной регрессии дает:

Linear Reg
a=1.26932465
b=0.7465419
r=0.98886303
r²=0.9778501
y=ax+b

COPY **DRAW**

Команда COPY (меню снизу) заносит формулу регрессии в список функций, графики которых могут быть построены, а команда DRAW строит график исходных точек и линию регрессии (рис. 6.28).

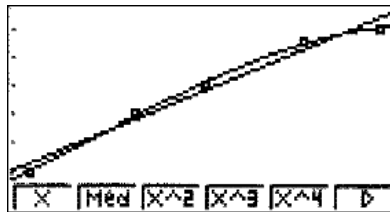


Рис. 6.28. График исходных точек и линий линейной и синусоидальной регрессий

После вычисления параметров какого-либо вида регрессии и построения ее графика можно повторить эти действия для другого вида регрессии. Так, на рис. 6.28 дополнительно построен график синусоидальной регрессии. Увлечаться построением многих графиков едва ли стоит, поскольку они плохо различаются на экране дисплея малых размеров.

Обычно желательно иметь возможность вычислять значения y по заданному x и полученному уравнению регрессии. Это можно сделать двумя путями — скопировать уравнение регрессии в список функций (команда COPY) или перейти в режим вычислений (RUN в основном меню). Последнее можно сделать для одного вида регрессии. Например, после выполнения линейной регрессии и построения ее графика надо перейти в позицию RUN меню MENU, открыть меню OPTN и выбрать пункт STAT (статистические расчеты). Внизу чистого окна появится меню с двумя позициями $\hat{x}$ и $\hat{y}$. Теперь можно, задав x , вычислить y , и наоборот:

3.5 $\hat{y}$ [$\uparrow$] 5.189178194

5 $\hat{x}$ [$\uparrow$] 3.350961538

Вычисление $y(x)$ возможно всегда, а $x(y)$ далеко не всегда. Допустимо это выполнять только для линейной, экспоненциальной и степенной регрессий.

Вычисление и визуализация нормального стандартного распределения вероятности

В статистических расчетах важное значение имеет вычисление и визуализация распределений вероятности. Необходимые средства для этого есть как в меню вычислений RUN, так и в меню статистических расчетов STAT.

В частности, в позиции PROB меню RUN можно найти средства вычисления следующих функций нормального распределения вероятности:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-t^2/2} dt; \quad Q(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt;$$

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{+\infty} e^{-t^2/2} dt; \quad t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma^n}.$$

Они представлены функциями P(, Q(, R(и t(. Вычислим первые три функции для $t = 1$:

P(1 [EXE] 0.84134
Q(1 [EXE] 0.34134
R(1 [EXE] 0.15866

Для вычисления t(x) надо выполнить одномерный или двумерный статистический анализ данных в их таблице. Для ранее приведенных данных это дает

t(.5 [EXE] -2.538715679

Для графической визуализации этих функций надо войти в меню Sketch (клавиша F4), выполнить в нем команду очистки графического окна Cls и в меню GRPH выбрать позицию Y=, после чего в меню опций OPTN выбрать функцию и ввести значение t. Например, для P(1), нажав после этого клавишу ENTER, получим рис. 6.29.

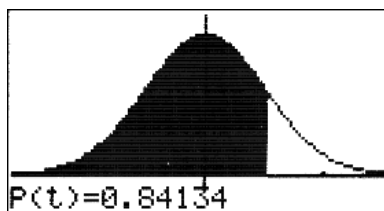


Рис. 6.29. График функции нормального распределения вероятности и визуализация значения P(1)

Вычисление и визуализация различных распределений вероятности

Расширенные возможности калькуляторов данного класса обеспечивают вычисление целого ряда функций распределения вероятности. В табл. 6.3 приведены функции распределения вероятностей и плотности распределений, вычисляемые калькуляторами. Доступ к ним осуществляется из меню DIST статистических вычислений.

Таблица 6.3
Функции распределения вероятностей и плотности распределений

Функция	Название функции	Расчетное выражение
Npd	Плотность нормального распределения	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
Ncd	Нормальное распределение вероятности	$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_a^b e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
InvN	Обратное кумулятивное нормальное распределение	$\alpha \text{ для } \int_{-\infty}^{\alpha} f(x) dx = p$
tpd	Стьюдента (t) плотность распределения	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{df+1}{2}\right) \left(\frac{1+x^2}{df}\right)^{-\frac{df+1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right) \sqrt{\pi df}}$
tcd	Стьюдента (t) распределение вероятности	$p = \frac{\Gamma\left(\frac{df+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right) \sqrt{\pi df}} \int_a^b \left(\frac{1+x^2}{df}\right)^{-\frac{df+1}{2}} dx$
Сpd	Плотность χ^2 распределения вероятности	$f(x) = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right)} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{df}{2}} x^{\frac{df}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}, x \geq 0$
Сcd	χ^2 распределение вероятности	$p = \frac{1}{\Gamma\left(\frac{df}{2}\right)} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{df}{2}} \int_a^b x^{\frac{df}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx$
Fpd	Плотность F-распределения вероятности	$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \left(\frac{n}{d}\right)^{\frac{n}{2}} x^{\frac{n}{2}-1} \left(1 + \frac{nx}{d}\right)^{-\frac{n+d}{2}}, x \geq 0$
Fcd	F-распределение вероятности	$p = \frac{\Gamma\left(\frac{n+d}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \Gamma\left(\frac{d}{2}\right)} \left(\frac{n}{d}\right)^{\frac{n}{2}} \int_a^b x^{\frac{n}{2}-1} \left(1 + \frac{nx}{d}\right)^{-\frac{n+d}{2}} dx$
BINM	Биномиальное распределение	$f(x) = n \text{Cxp}^x (1-p)^{n-x}, x = 0, 1, \dots, n, 0 \leq p \leq 1$
Bpd	Плотность биномиальная кумулятивная	Численное решение
POISN	Распределение Пуассона	$f(x) = \frac{e^{-\mu} \mu^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \mu > 0$
Ppd	Плотность Пуассона кумулятивная	Численное решение
GEO	Геометрическое распределение	$f(x) = p(1-p)^{x-1}, x = 1, 2, 3, \dots$

Функция	Название функции	Расчетное выражение
Gpd	Плотность кумулятивная геометрическая	Численное решение

Вычисления этих функций выполняется по единым правилам, так что ограничимся для примера вычислением функций F-распределения. Выбрав из меню распределений F (клавиша F4) функцию Gpd, получим на экране

F P.D

x

:0.5

b-df

:1

d-df

:2

Execute

CALC

DRAW

Исполнив команду CALC, получим

F P.D

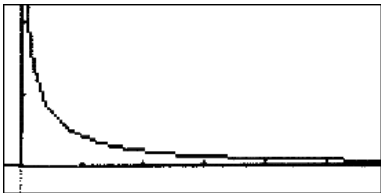


Рис. 6.30. График функции F-распределения вероятности

$p(x)=0.3577$

Вернувшись в установке параметров (клавишей EXIT) и исполнив команду DRAW, можно построить график функции F-распределения. Он показан на рис. 6.30.

Подобным образом можно получить данные и по другим функциям, приведенным в табл. 6.3.

Статистические тесты и доверительные интервалы

Расширенное программное обеспечение статистических расчетов калькуляторов позволяет выполнить для одной или двух выборок данных (sample) типовые статистические тесты, функции, названия и расчетные соотношения для которых представлены в табл. 6.4.

Таблица 6.4
Основные статистические тексты и формулы для их реализации

Функция	Название теста	Расчетные соотношения
1-S	1-Sample Z-тест	$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$
2-S	2-Sample Z-тест	$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
1-P	1-Prop Z-тест	$Z = \frac{x/n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}/n}$
2-P	2-Prop Z-тест	$Z = \frac{x_1/n_1 - x_2/n_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(1/n_1 + 1/n_2)}}$
t 1-S	1-Sample t-тест	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s\sigma_{n-1} / \sqrt{n}}$
t 2-S	2-Sample t-тест*	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{x_1\sigma_{n-1}^2/n_1 + x_2\sigma_{n-1}^2/n_2}}$
REG	LinearReg t-тест	$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$, где r – коэффициент корреляции
CHI	χ^2 – тест	$F_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^k x_{ij} \sum_{j=1}^l x_{ij}}{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l x_{ij}}, \chi^2 = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l \frac{(x_{ij} - F_{ij})^2}{F_{ij}}$
F	2-Sample F-тест	$F = x_1\sigma_{n-1}^2 / x_2\sigma_{n-1}^2$
ANOVA	Анализ дисперсии	$F = M1 / Me, MS = SS / Fdf, MSe = SSe / Edf,$ $SS = \sum_{i=1}^k n_i(\bar{x}_i - \bar{x}), SSe = \sum_{i=1}^k (n_i - 1)x_i - \sigma_{n-1}^2,$ $Fdf = k - 1, Edf = \sum_{i=1}^k (n_i - 1)$

* При вычислении 2-Sample t-теста вычисляется степень свободы df и $x_p\sigma_{n-1}^2$ для двух значений параметра объединения Pooled:

1-Prop Ztest

Prop

:≠p0

p0

:0.5

x

:2048

n

:4040

Execute

CALC

DRAW

$$\begin{aligned} \text{Pooled: on df} &= n_1 + n_2 - 2, & x_p \sigma_{n-1} &= \sqrt{\frac{(n_1 - 1)x_1 \sigma_{n-1}^2 + (n_2 - 1)x_2 \sigma_{n-1}^2}{n_1 + n_2 - 2}}. \\ \text{Pooled: off df} &= \frac{1}{\frac{C^2}{n_1 - 1} + \frac{(1 - C)^2}{n_2 - 1}}, & C &= \frac{x_1 \sigma_{n-1}^2 / n_1}{x_1 \sigma_{n-1}^2 / n_1 + x_2 \sigma_{n-1}^2 / n_2}. \end{aligned}$$

Поскольку вычисления статистических тестов проходят одинаково для всех представленных в табл. 6.4 тестов, мы приведем один пример того, как это делается. Выполним вычисления для 1-Prop Z-теста. Для этого в окне исходных данных выполним команду TEST (клавиша F3) и в меню внизу окна выберем тип теста Z (F1) и 1-P (F3). В появившемся окне введем данные:

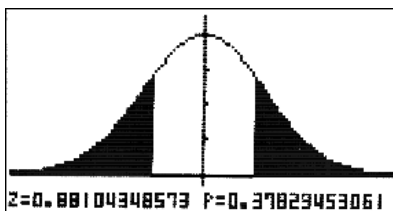


Рис. 6.31. График, иллюстрирующий выполнение 1-Prop Z-теста

Исполнив команду CALC (F1), получим

1-Prop Z test
Prop№0.5
z = 0.88104
p = 0.37829
p̂ = 0.50693
n = 4040

Далее, исполнив команды EXIT и DRAW, получим график, иллюстрирующий данный тест и представленный на рис. 6.31.

Для Z и t — распределений при одной и двух выборках могут быть также вычислены доверительные интервалы (левый Left и правый Right). Соответствующие функции доступны из меню INTR, открывающего доступ к подменю Z и t. В них имеются позиции 1-S, 2-S, 1-P и 2-P для выбора подходящего типа вычислений.

Финансовые и прочие вычисления

В меню TVM задан ряд видов финансовых и других вычислений. Они представлены двумя экранами, представляющими следующие меню:

Financial (1/2)
F1: Simple Interest
F2: Compound Interest

Financial (2/2)
F1: Cose/Sel/Margin
F2: Days Calculation

F3: Cash Flow /
F4: Amortization
F5: Conversion
F6: Nexp Page

К сожалению, правила задания данных и расчетные формулы в таких вычислениях несколько отличаются от принятых в нашей финансовой системе, а потому велик риск получения ошибочных результатов. В связи с этим подробно эти расчеты не описываются. Рекомендуется составить свои формулы для этих вычислений, более нам привычные, и программы, их реализующие.

Программирование калькуляторов Casio CFX-9850/9950GB Plus

Характеристика языка программирования и меню PRGM

И без того мощные возможности калькуляторов Casio CFX-9850/9950GB Plus дополняются вполне полноценными возможностями программирования на специальном языке высокого уровня. С одной стороны, этот язык унаследовал присущий языкам программирования калькуляторов способ записи программ в виде инструкций, вводимых при нажатии соответствующих клавиш в «ручном» режиме вычислений. Например, операции возведения в квадрат или извлечения квадратного корня записываются в виде соответствующих инструкций x^2 и $\sqrt{}$. С другой стороны, управляющие конструкции языка, например операторы условных выражений и циклов, явно похожи на соответствующие конструкции популярного языка программирования BASIC.

При вводе инструкций и при редактировании программ на экране дисплея видны не численные коды, а символы, представляющие эти инструкции. Все это делает программы для калькуляторов описываемого типа очень наглядными и в то же время компактными. Большинство команд в них занимает один байт (например, sin, cos, tan, A, B, ..., Z, 0, 1, ..., 9, π и т. д.) или два байта (например, Lbl 1, Goto 2 и т. д.), что позволяет хранить в памяти калькуляторов (32/64 кбайта) сотни простых или десятки достаточно сложных программ, например, таких, как вычисления специальных математических функций, численного решения систем дифференциальных уравнений или построения графиков специального типа.

Немаловажно, что в программах для данных калькуляторов могут использоваться сложные операторы и функции, например вычисления производных и определенных интегралов, работы с матрицами и комплексными числами, статистических расчетов и регрессии, построения разнообразных графиков и др. Это заметно повышает сложность решаемых задач даже при использовании коротких программ. Довольно внушительная библиотека программ из разных стран мира уже поставляется с калькуляторами данного типа. Ее описание можно найти на Интернет-страницах корпорации Casio.

Программы в калькуляторе хранятся в виде файлов, имеющих имена и размещаемых в файлах (директориях). Обычно с калькулятором поставляется несколько папок с программными, образующих встроенную библиотеку

программ. Список уже имеющихся программ одной из папок библиотеки становится доступным при активизации позиции PRGM основного графического меню:

Program List	
BONDMAN	* : 92
BONDCHNG	* : 723
BONDSOLV	* : 66
BONDCALC	* : 149
BONDDISP	* : 607
BONDMORE	* : 312↓
 EXE	 EDIT
 NEW	 DEL
 DEL-A	 >

В этом списке представлены программы, которые встроены в калькулятор при его выпуске с завода, но которые не являются принципиально необходимыми для обеспечения его работы. Поэтому пользователь может удалить часть из них или даже все и со временем заменить их более нужными своими программами. Каждая программа представлена именем, значком «*», указывающим, что она закрыта ключом, и размером в байтах, который программа занимает в памяти.

Внизу под списком программ расположено меню программного режима. Оно (с учетом продолжения при нажатии клавиши F6) имеет следующие позиции:

EXE — запуск выделенной (графическим манипулятором) программы;

EDIT — открытие окна редактирования выделенной;

NEW — открытия окна создания новой программы и присвоения ей имени;

DEL — стирание выделенной программы (с подтверждением YES или отказом NO);

DEL-A — выделение всех программ с возможностью стирания их всех;

SRC — поиск в программе заданной строки;

REN — переименование выделенной программы с предоставлением доступа к символам «'», «"» и «~»;

LOAD — загрузка программ выбранной библиотеки Software Library, поставляемой с калькулятором.

Пример создания и исполнения простой программы

Пусть нам надо создать программу с именем ACIRC, которая вычисляет площадь круга с диаметром D, равную $\pi D^2/4$, с диалоговым вводом значения

D. Для этого, войдя в окно со списком программ, исполним команду NEW — подготовка к созданию новой программы. Появится окно вида

Program Name
[ACIRC]

RUN **BASE**  **SYMB**

В этом окне надо в поле, ограниченном квадратными скобками [], ввести имя программы. Нежелательно использовать в нем символы специальных операций, а лучше всего задавать имя буквами латинского алфавита. При этом уже установлен режим ввода алфавитных символов, так что имя из них можно вводить, нажимая подряд нужные клавиши. Некоторые символы доступны из меню SYMB. Позиция с изображением ключа позволяет указать шифр, по которому программа будет закрыта от постороннего вмешательства и ее имя в списке будет иметь признак *. Командой RUN можно будет запустить программу, а команда BASE позволяет приписать программе тот формат задания чисел, который желателен при работе с ней и отличен от установленного.

Пока же нам надо ввести имя ACIRC и подтвердить это нажатием клавиши ENTER. Появится окно ввода программы, в котором можно ввести листинг данной программы:

=====ACIRC =====

?→D: $\pi D^2 \div 4$

TOP **BTM** **SRC** **MENU** **SYMB**

Прокомментируем эту программу:

? — оператор ввода (подобный INPUT в BASIC), выводящий при исполнении знак «?» и ожидающий ввода значения D;

→D: — инструкции, обеспечивающие присвоение переменной D ранее введенного значения;

$\pi D^2 \div 4$ — вычисление площади круга $\pi D^2/4$ путем ввода команд π , $x^2 \div$ и 4 (точно как в режиме обычных вычислений) и вывод (автоматически) вычисленного значения.

В процессе ввода программы можно пользоваться возможностями меню, расположенного внизу окна. Его команды TOP и BTM переводят маркер ввода в начало или в конец программы, а команда SRC позволяет организовать поиск в программе заданной фразы или отдельного символа. Команда MENU дает доступ к меню различных видов работы для ввода в программу специфических для них операторов и функций (например, графических, статистиче-

ских и др.). Команда SYMB позволяет воспользоваться меню специальных символов. Основной набор символов находится в подменю меню PRGM (не основном, а вызываемом нажатием клавиш [SHIFT] и [VAR]).

Данная программа записана в одну строку. Это вполне оправданно для таких простых и коротких программ. Однако можно записывать программы с любым числом строк. Для перевода строки используется оператор ↵, который вводится нажатием клавиш [SHIFT] и [EXE].

Тогда, выйдя (нажатием клавиши [EXIT]) из этого окна, можно войти в окно со списком программ и увидеть имя данной программы в этом списке. Обычно список программ пользователя размещается после списка программ загруженной библиотеки, если таковые были введены. Выделив имя программы и исполнив из меню снизу окна команду EXE (или просто нажав клавишу [EXE]), можно приступить к работе с программой:

```
?  
2 [EXE]                3.141592654  
[EXE]  
?  
1.25 [EXE]            1.22718463  
?  
2+3 [EXE]             19.63495408  
[AC/ON]  
Break  
[AC/ON]
```

Здесь полезно обратить внимание на то, что программы при нажатии клавиши [EXE] возвращается в начало и вызывает появление знака «?» — запроса на ввод очередного значения D. Прервать это и выйти в окно прямых вычислений можно, используя клавишу [AC/ON]. Если нажать клавишу «» или «» графического манипулятора, то можно вывести команду вызова текущей программы в виде команды Prog Имя_программы и нажатием клавиши [EXE] снова начать ее исполнение.

Локальное меню PRGM и основные операторы программ

Нажатие клавиш [SHIFT] и [VAR] открывает локальное меню PRGM — расположенное снизу экрана. В этом меню заданы основные операторы ввода и вывода:

? — оператор диалогового ввода, дающий запрос в виде вопросительного знака (и комментария к нему в виде «Комментарий», если он задан) и ожидающий ввод с последующим подтверждением нажатием клавиши [EXE];

: — оператор разделения программных выражений в одной строке;

⌋ — оператор перевода строки;

▲ — основной оператор вывода, который обеспечивает вывод значения предшествующего выражения с приостановкой вычислений и выдачей сообщения «- Disp -» (для продолжения вычислений надо нажать клавишу [EXE]).

Поскольку три последних оператора часто фигурируют в программных конструкциях, мы будем обозначать любой из этих трех операторов как {R}: {R} это : или ⌋ или ▲.

Локальное меню PRGM содержит следующие позиции:

COM (command) — команды управляющих структур:

If/Then/Else/I-End — организация условных выражений класса If-Then;

For/To/Step/Next — организация циклов класса For-Next;

While/Wend — организация циклов While-Wend;

Do/Lp-W — организация циклов класса Do-Loop.

CTL (control) — операции контроля и прерывания:

Prog — обращение к подпрограмме, начинающейся с метки Label M;

Rtn — команда возврата (Return) из подпрограммы;

Brk — команда прерывания (Break) цикла и выхода из него;

Stop — команда остановки вычислений.

JUMP (jump) — операции переходов:

Lbl — установка метки (Label M);

Goto — переход к указанной метке (Goto M);

⇒ — прыжок;

Izs — прыжок с инкрементом (увеличением) значения управляющей переменной;

Dsz — прыжок с декрементом (уменьшением) значения управляющей переменной.

CLR (clear) — очистка:

Text — очистка текста ClrText;

Grph — очистка графического окна ClrGraph;

List — очистка списка ClrList.

DISP (display) — вывод в окна дисплея:

Stat — команда построения статистической графики DrawStat;

Grph — команда построения обычной графики DrawGraph;

Dyna — команда построения динамической графики DrawDyna;

F-Tbl — таблицы (Tabl, G-Con, G-Plt);

R-Tbl — таблицы формул рекурсии (Tabl, Web, an-Cn, Σ a-Cn, an-Pl, Σ a-Pl).

REL (relative) — ввод операторов отношения: =, ≠, >, <, ≥, ≤.

I/O (input/output) — команды ввода/вывода:

Lcte — оператор вывода в заданное место экрана Locate;

Gtkey — функция считывания кода клавиш калькулятора Getkey(;

Send — команда передачи данных внешним устройствам Send(;

Recv — команда получения данных от внешних устройств Receive(.

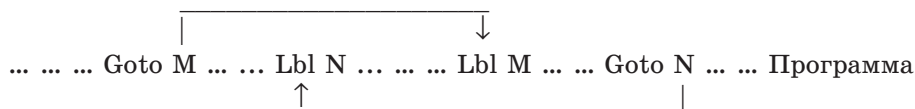
С помощью локального меню PRGM и, естественно, операторов и функций, вводимых клавишами, можно набрать текст любой программы. Для выхода из локального меню или подменю из него используется клавиша EXIT. Дополнительное ее нажатие ведет к выходу из режима редактирования программы.

Управляющие структуры

Оператор безусловного перехода Goto — Lbl M

Приведенная выше простая программа относится к классу линейных программ, таких, инструкции в которых выполняются строго в определенном порядке, от начала программы к ее концу. Для создания разветвляющихся и циклических программ нужны управляющие структуры. Их набор в языке программирования калькуляторов вполне отвечает современным представлениям о построении таких структур и в принципе является даже избыточным.

Для перехода к какому-либо месту программы оно обозначается двухбайтовой меткой Lbl M, где M — любая цифра, буква латинского алфавита или буквы г и θ. Двухбайтовая команда Goto M обеспечивает безусловный переход к метке Lbl M. Структура возможных переходов по двум меткам M и N следующая:



Операторы Lbl M (Label M) и Goto M задаются из подменю JUMP (скачки). Другие операторы скачков мы рассмотрим ниже. Указанные операторы являются двухбайтовыми.

Несмотря на то что применение команды Goto M противоречит канонам структурного программирования, эта команда полезна при составлении простых программ для калькуляторов, в которых риск запутаться в безусловных переходах не велик. Не рекомендуется, однако, применять ее для создания циклов — для этого язык программирования описываемых калькуляторов имеет ряд специальных инструкций, существенно упрощающих построение циклов любого типа с хорошим контролем над их выполнением.

Операторы условных выражений типа If-Else-Then

К типовым управляющим структурам относятся также операторы типа If-Else-Then. Их основная конструкция имеет вид

If Условие {R} Then Блок_1 {R} Else Блок_2 IfEnd

Здесь если выполняется условие Условие, то выполняется блок выражений Блок_1, иначе (Else) будет выполняться блок выражений Блок_2. Традиционный пример (программа DIF) — вычисление функции $\sin(x)/x$ с учетом особого условия при $x = 0$ функция дает 1:

```
? →X.⌵
If X=1.⌵
Then 1→Y.⌵
Else sin X÷X→Y.⌵
IfEnd.⌵
Y
```

Диалог при пуске программы имеет вид

```
?
0 [EXE] 1
[EXE]
? 1 [EXE] 0.8414709848
```

Возможны и неполные формы приведенной выше конструкции, но их надо применять с осторожностью ввиду неявного задания выполняемых действий.

Циклы типа for-next

Для создания циклов с заданным числом повторений используется конструкция цикла вида

```
For SV → V To EV {R} [Тело_цикла {R}] Next
```

Этот цикл можно описать следующим образом: тело цикла выполняется, если переменная цикла V меняет свое значение от начального значения SV (start value) до конечного EV (end value) с шагом +1. Пример (программа DF):

```
For 2→A To 6.⌵
A ⌵
Next
```

При пуске получим

```
2 [EXE]
3 [EXE]
4 [EXE]
5 [EXE]
6 [EXE]
6
```

- Disp -

Если желательно, чтобы изменения переменной V происходили с произвольным шагом dV, то надо применить более общую конструкцию цикла:

For SV → V To EV {R} Step dV [Тело цикла {R}] Next

Тут возможна недокументированная возможность — цикл с обратным порядком (уменьшением) значения управляющей переменной:

For 6→A To 2 Step –1┘

A┘

Next

При пуске получим

```
6 [EXE]
5 [EXE]
4 [EXE]
3 [EXE]
2 [EXE]
2
```

- Disp -

Вы можете проверить тот факт, что изменение управляющей переменной может быть не только целым числом — возможны и дробные числа, например 0.25 или 0.5. Чтобы предотвратить остановку цикла при выводе значения управляющей переменной (или любого выражения), надо использовать оператор вывода Locate, описанный чуть ниже.

Циклы типа Do-Loop-While и While-WhileEnd

Для выполнения циклов, контролируемых условием в конце цикла, применяется конструкция

Do {R} Тело_цикла LpWhile Условие

Здесь цикл выполняется, пока выполняется условие в конце цикла. Пример (программа DW):

6→A┘

Do┘

A–1→A:A┘

LpWhile A>2

При пуске этой программы получим

```
5 [EXE]
4 [EXE]
3 [EXE]
2 [EXE]
2
```

- Disp -

Если надо выполнение цикла с условием, заданным в начале цикла, то используется цикл типа While-WhileEnd:

While Условие {R} Тело_цикла WhileEnd

Здесь цикл выполняется до тех пор, пока выполняется Условие в начале цикла. Пример (программа WW):

```
6→A.┘
While A>2.┘
A-1→A:A┐
WhileEnd
```

Пуск программы дает

```
5 [EXE]
4 [EXE]
3 [EXE]
2 [EXE]
2 [EXE]
5
```

- Disp -

Операторы скачков Dsz, Isz и ⇒

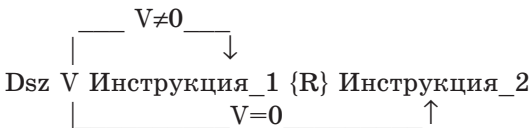
Скачки (Jumps) — одна из программных конструкций, нередко дающих заметное упрощение записи программ. Есть три вида скачков:

Dsz — скачок при нулевом значении убывающей управляющей переменной V;

Isz — скачок при нулевом значении возрастающей управляющей переменной V;

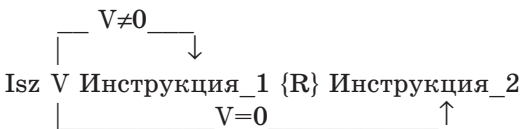
⇒ — скачок при операции отношения, дающей логическое значение False.

Оператор Dsz используется в следующей конструкции:



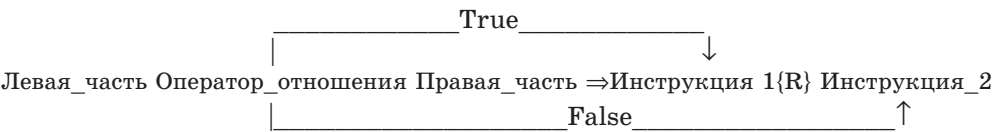
Переменная V может иметь любое односимвольное имя. При выполнении оператора Dsz начальное значение переменной V уменьшается на 1 и проверяется ее значение. Если оно не равно 0, то выполняется Инструкция_1, а если становится равным 0, то выполняется Инструкция_2.

Аналогичную конструкцию имеет оператор Isz:



В данном случае при его исполнении переменная V увеличивается на 1. Вы можете самостоятельно создать пример на его применение.

Еще один оператор скачков $\Rightarrow$ используется в конструкции с явно выраженным условием на основе оператора отношения:



Нетрудно подметить, что этот оператор является по сути вариациями на тему условных выражений и по существу является несколько модифицированным вариантом конструкции If-Then-Else.

Операторы прерывания Break и останова Stop

Иногда бывает необходимо прервать выполнение цикла. Для этого используется оператор Break, расположенный в подменю CTL локального меню PROG. Он прерывает выполнение цикла и обеспечивает переход к выполнению последующей за циклом инструкции программы.

А для остановки программы в заданном месте используется оператор Stop. Он находится в том же подменю CTL, что и оператор Break.

Операторы Prog и Return

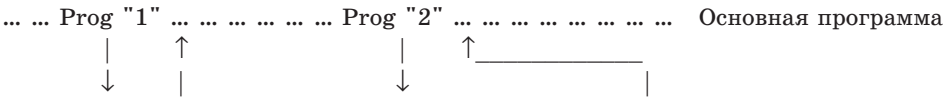
Как уже отмечалось, для вызова программы на исполнение используется оператор Prog (расположен в подменю CTL локального меню PROG), синтаксис которого

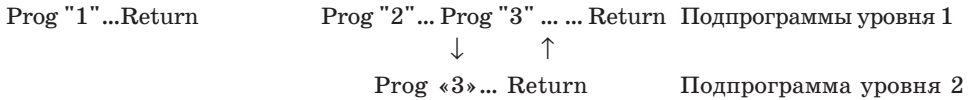
Prog “Name”┐

Язык программирования микрокалькуляторов позволяет создавать так называемые подпрограммы (subroutines), в которые можно включать неоднократно повторяющиеся действия. Это ведет к уменьшению размеров программного кода и лучшей его организации в стиле структурного программирования. Как известно, основной особенностью последнего является создание программ, состоящих из отдельных блоков (подпрограмм), которые можно использовать в разных программах.

Подпрограмма, как и программа, имеет свое имя и вызывается из тела основной программы оператором Prog «Name». Однако ее отличительной чертой является наличие завершающего оператора возврата из подпрограммы Return (сокращенно Rtrn). Этот оператор обеспечивает передачу управления вычислительным процессом в основную программу в то ее место, которое следует сразу за вызовом подпрограммы. Подпрограмму можно также вызывать из другой подпрограммы и т. д., что обуславливает возможность создания подпрограмм с разным уровнем вложенности.

Структура программы с подпрограммами двух уровней вложенности представлена ниже:





Как нетрудно заметить, здесь в основной программе используются две подпрограммы первого уровня и в одной из них (Prog «2») идет обращение к подпрограмме (Prog «3») второго уровня.

При использовании подпрограмм надо соблюдать определенную осторожность в применении операторов прыжков и безусловных переходов.

Дополнительные возможности и ограничения калькуляторов

Общие замечания по программированию микрокалькуляторов

Даже из приведенных выше простых примеров программирования микрокалькуляторов очевидно, что набор всех инструкций возможен только из соответствующих меню. Поскольку их множество и запомнить, в каком из меню и в какой его папке (подменю) расположена та или иная инструкция (команда, оператор или функция) на первых порах довольно трудно, то отсюда и возникает главная трудность в написании программ для калькуляторов данного типа — нужно хорошо знать систему меню и подменю и находить в них нужные команды.

Возникает вопрос: почему нельзя набрать известную вам инструкцию просто по буквам, как это делается на всех серьезных языках программирования? Ответ очень прост — язык калькуляторов не интерпретирует символьные записи инструкций, а воспринимает всю инструкцию как код, присущий только ей. Так что команду Break, к примеру, невозможно набрать набором ее букв, надо найти подменю и меню, где эта команда расположена. К тому же набор маленьких латинских букв в описываемых калькуляторах вообще не предусмотрен. Надо сказать разработчикам калькуляторов спасибо хотя бы за то, что новые калькуляторы (в отличие от старых) при просмотре листинга программ выдают символьные записи инструкций, а не их числовые коды, что делает листинг программы вполне понятным. На большее, с учетом весьма скромных аппаратных возможностей калькуляторов, пойти не удалось.

Отсюда можно сделать один самый важный вывод: прежде чем запрограммировать решение той или иной задачи на калькуляторах, ее нужно решить в режиме ручных вычислений и запомнить, а быть может и записать, всю последовательность применения команд из тех или иных подменю и меню. После этого можно попытаться составить программу, используя накопленный опыт вычислений в ручном режиме. При этом не нужно записывать нажатия префиксных клавиш, поскольку они в программе не фиксируются и являются лишь прелюдией к поиску нужной инструкции.

При создании даже не очень больших программ решающее значение имеет практический опыт их подготовки. Никакие подробные описания техники программирования и обзоры программ не заменят этого опыта, который достигается лишь десятками и сотнями часов практического про-

граммирования. Зато освоив программирование калькуляторов, вы вскоре убедитесь, что вам вполне под силу готовить программы на ряде языков высокого уровня.

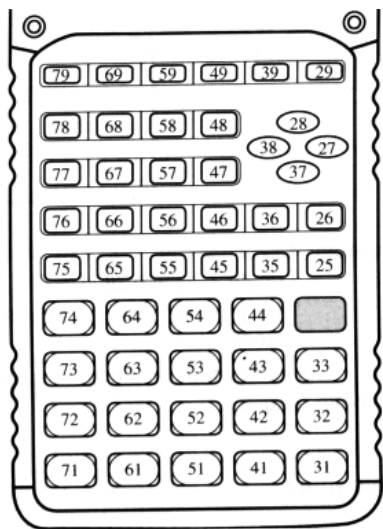


Рис. 6.32. Коды клавиш, считываемые функцией Getkey

Отладка программ для калькуляторов тоже не простое дело. Развитой системы пошаговой отладки программ данные калькуляторы не имеют (в этом отношении они уступают даже таким калькуляторам, как HP-11/15C). В случае возникновения ошибки в ходе исполнения программы вычисления приостанавливаются с выдачей сообщения об ошибке. Нажатием клавиш «влево» и «вправо» графического манипулятора (обычно после сброса ошибки нажатием клавиши AC/ON) можно вывести листинг текущей программы, причем место ошибки в нем будет помечено маркером ввода — мигающей горизонтальной чертой.

Специальные операторы ввода/вывода

В подменю I/O локального меню PRGM имеется несколько полезных дополнительных команд ввода/вывода. Команда-функция Getkey в формате

Getkey $\downarrow$

приостанавливает вычисления и ждет нажатия любой клавиши, после чего считывает код этой клавиши. Коды клавиш, которые возвращает эта функция, представлены на рис. 6.32.

Полученные коды можно использовать для изменения управления программой в зависимости от нажимаемой клавиши. Типичный пример — это организация меню по типу «сделать это — нажать клавишу 1, сделать то — нажать клавишу 2 и т. д.». Имея функцию Getkey и описанные выше управляющие структуры, организовать подобное меню несложно.

Читатель, вероятно, подметил некоторые неудобства основного оператора вывода $\blacktriangleleft$, который приостанавливает вычисления и выводит надпись «-Display-». Такой вывод хорошо соответствует стилю вычислений на калькуляторах: подумал, а потом нажимай [EXE] и считай дальше. Однако часто, особенно при вычислениях по программе, от этого стиля разумно отойти и позволить калькулятору автоматически сделать нужные вычисления и вывести их разом на экран дисплея. Для этого служит расширенный оператор вывода Locate, обеспечивающий к тому же вывод в любую заданную область дисплея, а не в очередную строку вывода. Этот оператор используется в следующей синтаксической форме записи:

Locate N_столбца, N_строки, Выражение

Выражение может быть числом, переменной или строкой вида «string». Значение выражения выводится в ту начальную позицию (знакоместо) экра-

на, которое задано целочисленными номерами столбца и строки этой позиции. При этом позиция (1,1) соответствует левому верхнему углу экрана, а позиция (21,7) — нижнему правому углу. Таким образом, можно задавать N_столбца от 1 до 21 (всего 21 столбец) и N_строки от 1 до 7 (всего 7 строк).

Пример: выдать на экран дисплея все значения управляющей переменной цикла I от 2 до 6 и расположить их по диагонали экрана дисплея калькулятора. Листинг этой программы (LOC) и результат ее исполнения представлены ниже:

```
For 2→I To 6,
Locate 3×I, I, I,
Next
2
    3
      4
        5
          6
```

Использование расширенных функций

Мощность средств программирования калькуляторов основана не только на представленных выше и вполне полноценных средствах задания и управления программ, но и на возможности включения в них микропрограмм как обычных, так и сложных (расширенных) функций, которыми располагают на уровне hardware калькуляторы данного типа.

Так, возможно применение ряда расширенных функций математического анализа в синтаксических формах следующего вида:

Solve (f(X),n,a,b) **d/dx** (f(X), a, ∇) **(d²/dx²)** (f(X), a, n) **∫dx** (f(X),a,b,tol)
∫dx (f(X),a,b,n) **Fmax** (f(x),a,b,n) **Fmin** (f(x),a,b,n) **Σ**(ak,k,α,β,n)

Примеры использования этих функций в режиме ручных вычислений уже приводились, и их можно использовать для знакомства с вычислением данных функций в автоматическом (программном) режиме вычислений.

В программном режиме возможно также применение средств матричных операций и операций со списками. Вполне очевидные примеры этого представлены ниже:

Swap A, 2, 3 — смена второй и третьей строк матрицы A;
***Row 4, A, 2** — скалярное произведение второй строки матрицы A на множитель 4;
***Row+ 4, A, 2, 3** — скалярное произведение строки матрицы A на множитель 4 с добавлением результата в содержимое строки 3;
Row+ A,2,3 — добавление строки 2 в строку 3 матрицы A;
SortA (List 1, List 2, List 3) — сортировка списков в возрастающем порядке;
SortD (List 1, List 2, List 3) — сортировка списков в убывающем порядке.

Использование графических возможностей

Калькуляторы CFX-9850/9950GB Plus позволяют в программном режиме использовать все описанные ранее графические возможности. Для этого в языке программирования их есть соответствующие средства. Прежде всего надо отметить операторы очистки (подменю CLR локального меню PRGM) различных окон: Text — очистка текста, Grph — очистка графического окна и List — очистка окна списка. Эти операторы рекомендуется вводить в программу прежде, чем начинать какие-либо графические построения, — иначе они будут накладываться на ранее выполненные построения в ручном режиме вычислений.

Для задания таблиц, по данным которых строятся графики, используются операторы подменю F-Tbl (Tabl, G-Con, G-Plt), а также таблицы для построения графиков рекурсии из подменю R-Tbl (Tabl, Web, an-Cn, Σ a-Cn, an-Pl, Σ a-Pl). Для установки масштаба графика в декартовой системе координат используется оператор (из меню V-Window):

ViewWindow Xmin, Xmax, Xscale, Ymin, Ymax, Yscale

При использовании полярной системы координат к этому списку надо добавить минимальное значение, максимальное значение и шаг параметра [T, θ].

После подготовки необходимых для построения графиков таблиц нужно задать вывод графиков в соответствующее окно дисплея из подменю DISP: Stat — команда построения обычной графики DrawStat, Grph — команда DrawGraph и Dyna — команда построения динамической графики DrawDyna.

Рассмотрим пример подготовки программы, которая должна задать функцию $Y5 = \sin X \div X$, выделить ее, очистить графическое окно, установить масштабы графика и, наконец, построить этот график. Листинг такой программы с краткими комментариями (не в самой программе, а лишь в данной книге) представлен ниже:

ClrGraph.┐

ViewWindow -10,10,2,-

.25,1,.25.┐

Y=Type.┐

«sin X÷X»→Y5.┐

G CelOn 5.┐

DrawGraph

Очистка графического окна

Установка параметров масштаба графического окна

Задание графика типа Y=

Задание функции $Y5 = (\sin X)/X$

Задание функции Y5, как выделенной в списке функций

Построение графика выделенной функции

Вы можете разнообразить эту программу, задав построение графика заданным цветом (а не цветом по умолчанию), выводом сетки или координатных осей и т. д. Следует, однако, помнить, что в программном режиме нельзя реализовать двоянный экран.

Ограничения средств программирования калькуляторов

Представленные выше средства калькуляторов класса CFX-9850/9950GB Plus далеко выходят за пределы тех зачаточных средств, которые были характерны, например, для советских программируемых калькуляторов 80-х годов. Достаточно отметить вывод листинга программ в символьном виде, возможность применения расширенных операторов и функций и возможности программирования графических построений. И тем не менее назвать их полными, к сожалению, нельзя. Можно отметить ряд недостатков программных средств калькуляторов данного типа:

- невозможно вводить инструкции набором их символов;
- нет возможности задавать локальные переменные, изменяющиеся только в подпрограмме;
- нет возможности задавать функции пользователя со списком параметров;
- отсутствует возможность создания полноценных процедур и функций, удовлетворяющих всем требованиям структурного программирования;
- нет средств наглядной пошаговой отладки программ.

Эти недостатки не слишком существенны для небольших программ, но могут усложнить создание серьезных программ. Однако вряд ли калькуляторы можно считать удачными средствами для создания больших программных комплексов — для этого надо переходить на современные персональные компьютеры. А потому указанные недостатки хотя и есть, но были допущены разработчиками, скорее всего, сознательно и в рамках концепции оптимизации средств, входящих в калькуляторы данного типа.

Коммуникационные возможности калькуляторов

Калькуляторы CFX-9850/9950GB Plus имеют специальный бесконтактный последовательный коммуникационный порт для связи с внешними устройствами — другими калькуляторами такого же типа, принтерами, ПК и т. д. Скорость передачи данных 9600 бит/с. Длина посылок данных 8 бит, стоповых сигналов 3 бита при передаче и 2 бита при приеме, X ON и X OFF контроль не производится.

Специальный кабель SB-62 используется для соединения двух калькуляторов друг с другом или для подключения к калькуляторам миниатюрного печатающего устройства (модели KL-2000/2700/8200). Для подключения к ПК используется интерфейсный блок с кабелем типа FA-122.

Управление коммуникационными возможностями выполняется из позиции основного меню LINK. Возможны три режима работы: Transmit — передача данных, Receive — прием данных и Image Set Mode — установка режима работы с графикой (монохромной или цветной). В последнем случае можно передавать графики, которые строит калькулятор на принтер или в компьютер для распечатки и обработки.

Часть 4. Графические калькуляторы с СКМ

Глава 7. Основы работы с калькуляторами TI-89/92/92 Plus

Подготовка калькуляторов к работе

Назначение калькуляторов и состав поставки

Программируемые графические калькуляторы TI-89/TI-92/TI-92 Plus относятся к разряду наиболее мощных калькуляторов с развитыми возможностями графики и встроенной системой компьютерной алгебры (CAS), которая реализована на базе системы Derive [4, 6]. Разумеется, в калькуляторах использована несколько упрощенная и переработанная система Derive под названием «расширенное математическое обеспечение» (Advanced Mathematics Software). Однако по некоторым показателям (например, по удобству оперативного анализа функций, полноте программных средств и даже отдельным математическим возможностям), встроенное в калькуляторы ядро вычислений даже превосходит Derive.

Калькуляторы TI-89/TI-92/TI-92 Plus поставляются вместе с объемным описанием в сотни страниц (увы, только не на русском языке), комплектом гальванических элементов (их 4) и соединительным кабелем. С помощью последнего можно связать два (или более) калькулятора и объединить их в локальную сеть. При этом возможен обмен между калькуляторами данными (например, переменными и функциями пользователя), программами и даже базовым программным обеспечением в виде операционной системы калькуляторов и пакетов расширения последних. Через компьютер возможна модернизация и пополнение программного обеспечения калькуляторов и через Интернет.

Подготовка калькуляторов к работе

Для подготовки калькуляторов к работе надо установить в них гальванические элементы (4 шт.), соблюдая полярность их включения. Калькуляторы продаются с уже установленной в них дополнительной дисковой литиевой батареей, которая служит для питания устройств памяти, хранящих данные и программы при выключении питания. Память калькуляторов на основе флэш-микросхем потребляет ничтожно малую мощность, так что литиевую батарею приходится менять очень редко — рекомендуется раз в три-четыре года. Это следует делать при обязательно вставленных и не разряженных основных батареях — что гарантирует сохранность данных и программ пользователя.

Калькуляторы имеют систему автоматического отключения питания, если пользователь длительно не работает с ними. Это увеличивает срок службы бата-

рей, который ориентировочно составляет более 50 часов (он во многом зависит от емкости элементов батареи). Калькуляторы включаются нажатием клавиши ON, а выключаются командой OFF (вводится нажатием клавиш 2nd и ON).

При первом включении некоторые калькуляторы (в основном продаваемые в странах Европы) выводят меню установки языка общения с ними (английского, немецкого и др.). Русского среди них пока нет. Но большинство калькуляторов (в частности, продаваемые в США) имеют единственный язык общения — английский. Особого недостатка в этом нет, поскольку английский язык стал основным для обозначений математических операторов и функций.

Работа с клавиатурой калькуляторов

Поскольку внешний вид калькуляторов TI-89/TI-92/TI-92 Plus уже был приведен (см. фото на рис. 1.10 и 1.11 в гл. 1), ограничимся приведением четкого чертежа клавиатуры малоформатного калькулятора TI-89 (рис. 7.1).

Калькуляторы TI-89 имеют один блок клавиш, тогда как у калькуляторов TI-92/92 Plus целых три блока: слева набор функциональных клавиш, внизу QWERTY клавиатура и справа несколько расширенная цифровая клавиатура. Работать с TI-92/92 Plus, конечно, удобнее, чем с TI-89. Этому способствует большая впадина под большой палец левой руки в левом верхнем углу передней панели калькулятора и большой графический манипулятор в виде качающегося диска с рельефным крестом, а также сравнительно большой дисплей с повышенным разрешением (все копии с экрана дисплея калькуляторов в этой книге сняты с TI-92 Plus).

Однако все это достигается увеличением размера калькуляторов этого типа и повышением их стоимости. Калькуляторы TI-92/92 Plus можно поместить в большой карман, но разве что в пальто крупного мужчины.

Среди клавиш калькуляторов можно указать на некоторые наиболее важные:

F1-F8 — функциональные, используемые для быстрого открытия меню;

Enter — клавиша фиксации ввода (у TI-92 таких три);

Esc — клавиша отмены операций;

Clear — клавиша сброса (очистки);

2nd — клавиша ввода операций, указанных желтым цветом;

♦ — клавиша ввода операторов, указанных зеленым цветом;

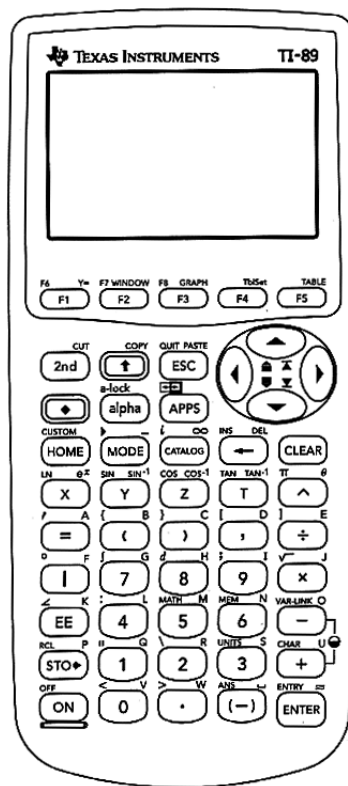


Рис. 7.1. Клавиатура калькулятора TI-89

↑ — клавиша перехода в верхний регистр;

← — клавиша стирания символа слева от маркера ввода;

alpha (только у TI-89) — клавиша ввода латинских букв;

HOME — клавиша перехода в основное окно сессии;

CATALOG — клавиша вызова каталога встроенных функций;

MODE — клавиша установки режимов (мод) работы калькулятора;

APPS — клавиша доступа к встроенным приложениям калькулятора.

Клавиатура калькуляторов имеет цветную раскраску клавиш и относящихся к ним надписей. Она заметно облегчает использование клавиатуры, позволяющей вводить многие сотни функций и управлять окнами и меню в соответствии с лучшими (а может, и худшими?) традициями операционной системы Windows. Хотя стиль управления элементами интерфейса явно заимствован из Windows (окна, вкладки, меню), это никоим образом не говорит о том, что Windows является операционной системой данных калькуляторов. Калькуляторы имеют свою оригинальную операционную систему, которая, кстати, может обновляться через Интернет.

Следует еще раз отметить, что гораздо важнее освоить идеологию использования клавиатуры калькуляторов, а не запоминать последовательности нажатия клавиш, чем, увы, грешит полное фирменное описание калькуляторов объемом свыше 600 страниц. К сожалению, многие калькуляторы продаются с существенно сокращенными версиями этого описания, но с той же идеологией.

Клавиатура калькуляторов использует следующие цвета:

- черный с белыми надписями — большинство клавиш;
- фиолетовый — некоторые служебные клавиши и графический манипулятор;
- белый — надписи для основных операций;
- желтый — надписи для дополнительных операций, вводимых при нажатой клавише 2nd;
- зеленый — надписи для дополнительных операций, вводимых при нажатии клавиши «♦».

Использование префиксных клавиш

Большинство клавиш калькуляторов TI-89 двойного и даже тройного действия. Например, клавиша X вводит при прямом нажатии букву X, при нажатии вместе с клавишей 2nd она вводит функцию логарифма LN, а при нажатии вместе с клавишей «♦» функцию exp. У калькуляторов TI-89 есть клавиша дополнительных операций — alpha. Она служит в основном для ввода латинских букв. Ее символы также обозначены фиолетовым цветом. Например, клавиша 8 в комбинации 8+2nd вводит символ дифференцирования d, а в комбинации 8+alpha букву C.

Хотя по своим возможностям калькуляторы TI-89 и TI-92/92 Plus абсолютно идентичны, клавиатуры у них существенно различаются как по расположению клавиш, так и набору вводимых функций. У TI-92 любую букву латинского алфавита можно ввести прямо с блока клавиш, подобных QWERTY — типу

клавиатуры. Многие из этих клавиш, например клавиша X в TI-92/92 Plus, больше никаких функций, кроме ввода буквы X, не выполняют. А клавиша $\leftarrow$, к примеру, в комбинации $\leftarrow + 2nd$ вводит операцию INS (вставка), а в комбинации $\leftarrow + \blacklozenge$ операцию DEL (стирание). Вообще большинство клавиш у TI-92/92 Plus двойного действия, тройное действие имеют всего несколько клавиш, а ряд клавиш вообще имеют одинарное действие.

Из-за ограниченных размеров калькулятора TI-89 у него клавиш заметно меньше, поэтому прямой ввод возможен только для латинских букв X, Y, Z и T (самые часто используемые обозначения переменных). У него только 5 функциональных клавиш F1 — F5, другие вводятся с применением клавиши 2nd.

В отличие от фирменных описаний, где многократно повторяются все последовательности клавиш, мы будем указывать только основную операцию. Например, если нужна операция LN, то у калькулятора TI-89 надо одновременно нажать клавиши 2nd и X, т. е. ввести символ LN, который указан надписью желтого цвета у клавиши X. Учитывая четкую расцветку клавиш, здесь ошибки исключены уже после первых нескольких минут работы с калькуляторами. Кроме того, вводимая операция отображается на экране дисплея, так что, если вы ошиблись, это будет сразу ясно.

Графический манипулятор

Калькуляторы снабжены удобным графическим манипулятором. Он используется для перемещения по позициям меню, управления выделением объектов и перемещения графического маркера. У TI-89 манипулятор имеет вид четырех клавиш с треугольниками, острие которых направлено вверх, вниз, вправо и влево. Оно указывает на направление перемещения маркера манипулятора.

У калькуляторов TI-92/92 Plus манипулятор выполнен в виде большого диска с крестом, который может наклоняться в 8 направлениях. Диск также выполняет функцию кнопки.

Графический манипулятор во многом напоминает работу с «встроенной» мышью. Работа им приятна тем пользователям, которые привыкли работать с мышью. У этого калькулятора есть особая клавиша с изображением руки, которая используется при работе с некоторыми геометрическими расширениями совместно с графическим манипулятором.

При использовании графического манипулятора для перемещения маркера ввода такое перемещение обычно бывает плавным, например, в строке ввода от символа к символу при каждом нажатии на кнопку манипулятора. Если эту кнопку держать постоянно нажатой, то происходит автоматическое перемещение, ускоряющееся во времени. При нажатой клавише 2nd перемещение происходит в начало или конец строки, в зависимости от заданного направления перемещения (влево или вправо).

Окно дисплея

Основным устройством вывода у микрокалькуляторов является жидкокристаллический дисплей. Он работает на отраженном свете, так что в темноте работа с калькулятором невозможна. Дисплей калькуляторов TI-92 имеет бо-

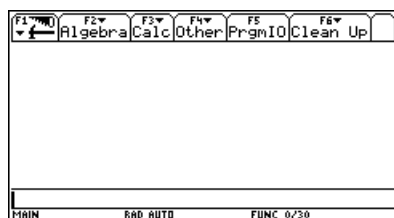


Рис. 7.2. Пустое окно дисплея и строка ввода

льший размер и большее разрешение, чем у TI-89. Можно менять контрастность изображения на экране дисплея. Это полезно при смене батарей или при длительной работе с калькулятором, поскольку (из-за разряда батарей) контрастность изображения может измениться. Нажатие клавиш «♦» и «+» увеличивает контрастность, а «♦» и «-» уменьшает ее. Запас регулировки контрастности довольно большой — от полностью светлого до черного экрана.

В строке ввода информация представляется в однострочном формате без использования специальных символов для математических операций. Они представляются стандартными операторами и именами функций.

При первом включении калькулятора, если с ним не выполнялись никакие операции, окно HOME дисплея будет иметь вид, показанный на рис. 7.2.

Окно дисплея имеет меню с вкладками в верхней части окна (экрана). Далее идет большое поле документов, в котором отображаются математические выражения, результаты вычислений, графики и т. д. Но пока оно пусто. Под этим окном имеется строка ввода с мигающим маркером в виде вертикальной черточки. И наконец, в самом низу окна имеется строка статуса.

В строке статуса предусмотрена индикация разряда батарей. Если появляется надпись **BATT**, значит, батареи близки к разряду. А надпись на темном фоне означает, что батареи надо немедленно менять, иначе возможна потеря данных из-за их почти полного разряда.

Первые вычисления

Если учесть описанные выше правила набора символов с клавиатуры, то оказывается, что большинство операций выполняется точно так же, как и у других калькуляторов с алгебраической логикой, описанных выше. Приведем несколько примеров работы с калькулятором при выполнении обычных арифметических операций:

Ввод	Вводимые символы	Показания дисплея
2+3	2 + 3 ENTER	■ 2 + 3 5
2*e³	2 × e^x ENTER	■ 2 · e³
2.*e³.	2. × e3. ENTER	■ 40.1711
sin(1.)	sin (1 .) ENTER	■ .841471
3+4		
2+(3+4)/5	2 + ——— ENTER	■ 17/5
5		
2*cos(.5)	2 × cos (5 .) ENTER	■ 1.75517

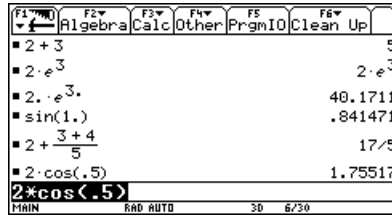


Рис. 7.3. Примеры арифметических вычислений на экране дисплея калькуляторов

Рис. 7.3 показывает, как выглядят эти вычисления реально на экране дисплея. Нетрудно заметить, что никаких отличий между приведенным описанием вычислений и тем, что видно на экране дисплея калькулятора, нет. Поэтому в дальнейшем мы будем приводить реальные копии с экрана дисплея калькулятора только там, где они действительно нужны и показательны.

Внимание

По числу окон, меню и всевозможных настроек микрокалькуляторы TI-89/92/92 Plus ничем не уступают не только системе Derive, но и более мощным математическим системам. Поэтому эти модели рассчитаны, безусловно, не на домохозяек или продавцов в магазинах и лавках, а на достаточно искушенных и знающих информатику и математику пользователей. Любопытно, что часто их приобретают владельцы вполне современных ПК, почувствовавшие недостатки ПК в роли инструментов для личных вычислений.

Организация ввода выражений

Ввод с помощью клавиши ENTER и команды ENTRY

Основной способ ввода в калькуляторах — с помощью строки редактирования и строчного редактора, предназначенного для редактирования готовящегося выражения. Ввод в этом случае почти ничем не отличается от реализованного в системе Derive. Можно задавать режим вставки символов командой INS, команда DEL стирает символ в текущей позиции, а команда $\leftarrow$ — символ, расположенный слева от маркера в строке ввода.

Числа набираются по тем же правилам, что и в системе Derive. Однако надо учитывать, что знак «минус» перед числом набирается вводом оператора $(-)$, так как оператор $-$ в калькуляторах используется для ввода иного знака — вычитания. Это не совсем привычно, но более строго. Как и в Derive, набор десятичной точки означает, что вводится вещественное число. Порядок таких чисел вводится после указателя EE. При вводе целых чисел операции выполняются по правилам систем компьютерной алгебры, например, $\sin(1)$ не вычисляется, а выводится именно как $\sin(1)$, тогда как $\sin(1.)$ или $\sin(1.0)$ вычисляется и дает вещественное значение.

Обратите внимание, что элементарные и многие другие функции имеют имена, записанные строчными буквами. Имена можно вводить по буквам

или целиком с помощью соответствующих наборов (см. описание их ниже). По мере ввода выражений и их вычислений формируется сессия работы калькулятора, в оригинале именуемая историей (HISTORY).

Скроллинг сессии

При больших вычислениях обычно видны только несколько строк сессии, остальные уплывают за верхнюю границу экрана дисплея. Но они не исчезают. С помощью графического манипулятора (движения вверх и вниз) можно перелистывать сессию. При этом одно из выражений выделяется и выделенная область перемещается по строкам сессии вверх или вниз и выражениям вывода и ввода. Возможно также перемещение выделения вправо и влево. Если нажать клавишу «♦», а затем графического манипулятора вверх или вниз, то можно сразу перейти в начало или конец сессии.

Нажатие клавиши ENTER помещает выделенную область в строку редактирования, что позволяет редактировать выражение и затем исполнять его. Нажатие клавиши Esc отменяет выделение и помещает маркер ввода в конец выражения в строке ввода.

Полезно запомнить, что операция ENTRY (нажатие клавиш 2nd и ENTER) вызывает в строку ввода предшествующую исполненную операцию и так далее по кругу. Таким образом, пролистывая строки сессии и используя операцию ENTRY, всегда можно найти нужное выражение и поместить его в строку ввода для редактирования.

Строчное редактирование в строке ввода

Набранное в строке ввода выражение или введенное выражение из сессии можно редактировать по правилам, единым для всех строчных редакторов. Редактирование связано с изменением положения маркера ввода с помощью графического манипулятора. Он перемещает маркер ввода влево или вправо. Если нажать клавишу 2nd, то эти операции приведут к перемещению маркера ввода в строке ввода в начало или конец редактируемого выражения.

Маркер ввода имеет различный вид в режиме вставки (он располагается между символами строки ввода) и в режиме замещения (он становится шире и выделяет символ с инверсией света). Включение и выключение режима вставки обеспечивает операция INS. В режиме вставки можно вставлять новые символы по месту расположения маркера ввода при сохранении расположенных рядом символов, а в режиме замещения заменять выделенный символ другим.

Стирание предшествующего маркеру ввода символа обеспечивается нажатием клавиши ←, а символа справа — нажатием клавиши ♦, а затем ←. Операция DEL в режиме вставки стирает символ справа от курсора, а в режиме замещения отмеченный маркером ввода символ. Задержка нажатия клавиш при этих операциях создает режим бегущего стирания — символы стираются один за другим. Нажатие клавиши CLEAR стирает все символы от текущего состояния маркера ввода до конца выражения в строке ввода. Для стирания всего выражения в строке ввода достаточно нажать один раз клавишу

CLEAR, если маркер ввода находится в начале выражения, или два раза, если он находится в любом месте.

Любой оператор или любая функция могут вводиться с помощью их наборов, которые описываются ниже. Однако надо помнить, что опытный пользователь может быстрее ввести оператор или функцию прямым их набором в строке редактирования, придерживаясь правил синтаксиса для этих объектов.

Обзор функций — окно и меню CATALOG

Лишь небольшая часть операторов и функций языка общения (и программирования) калькуляторов доступна прямым вводом их имени, путем нажатия соответствующей клавиши с этим именем (или клавиши после клавиши модификации). Доступ к списку всех операторов и функций (а их около 400) дает окно CATALOG. На рис. 7.4 показано это окно.

Одна из функций списка выделена на рис. 7.4 это первая из списка функция `abs`. Возможны три способа выделения нужной функции в их обширном списке:

- плавное перелистывание списка вверх и вниз графическим манипулятором;
- постраничное перелистывание списка вверх и вниз графическим манипулятором при нажатой клавише 2nd;
- выход на группу функций, начинающуюся с заданной буквы набором этой буквы (при этом в TI-89 не надо использовать префиксную клавишу alpha).

Имена функций, имеющих параметры, задаются с открывающей круглой скобкой. Вкладка F2 Build-in открывает чистый список функций, как он виден на рис. 7.4. Вкладка F1 выдает справку о том, какие параметры должны входить в список входных параметров выбранной функции. Так, на рис. 7.5 показана информация о функции `arcLen`, вычисляющей длину дуги. Как видно из

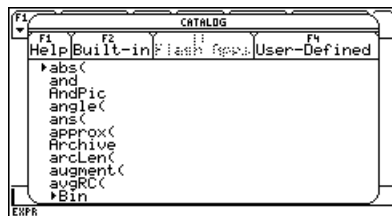


Рис. 7.4. Окно со списком всех операторов и функций калькулятора



Рис. 7.5. Справка по функции `arcLen`

окна помощи, для задания этой функции надо ввести 4 параметра: выражение, задающее дугу, EXPR, имя переменной в этом выражении VAR и ее начальное START и конечное END значение. Нажатие клавиши Esc закрывает окно справки.

Если в окне со списком функций и выделенной заданной функцией нажать клавишу Enter, то шаблон функции будет введен в строку ввода окна HOME по месту расположения маркера ввода. Остается ввести список параметров функции и, нажав клавишу ENTER, найти длину дуги — на рис. 7.6 это показано для дуги квадратичной параболы x^2 при вычислении по переменной x с начальным значением 0 и конечным 2. Обратите внимание на то, что калькулятор выдал точное решение в виде выражения, содержащего операции вычисления логарифма и квадратного корня. Это первый признак того, что калькулятор выполняет операции компьютерной алгебры, а не просто вычисляет длину дуги как вещественное число.

Но вернемся в окно каталога функций, вновь исполнив команду CATALOG. В окне каталога виден ряд команд, вводимых функциональными клавишами. Одна из них, F4, активна. Если ее исполнить (нажав клавишу F4), то появится меню функций, заданных пользователем. Если таких функций нет, то эта команда будет недоступной. Но в нашем случае видно, что в открытом ею окне имеется список из четырех функций пользователя (рис. 7.7). Все они находятся в папке main.

Выбрав одну из них, например функцию вычисления интегрального синуса si, можно (нажав клавишу ENTER) ввести ее в строку ввода окна HOME и вычислить значение этой функции, введя аргумент и нажав клавишу ENTER. Рис. 7.8 показывает результат такого вычисления при $x=1.5$. Как задаются функции пользователя и как они редактируются, мы рассмотрим позже. Пока для нас важна принципиальная возможность вычислений по

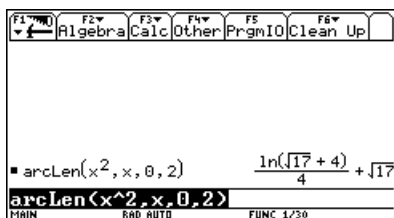


Рис. 7.6. Вычисление длины параболической дуги

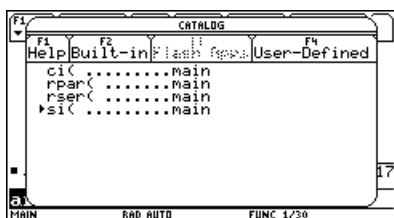


Рис. 7.7. Пример просмотра списка функций пользователя

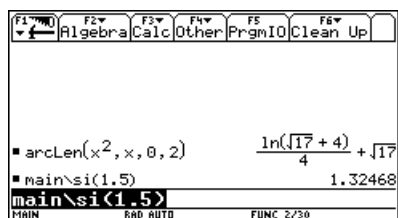


Рис. 7.8. Результат вычисления функции пользователя — интегрального синуса

встроенным функциям и функциям пользователя с выбором их из соответствующих каталогов.

Опытный пользователь, конечно, помнит синтаксис многих функций, которые он использует в практике своих расчетов. Однако даже в этом случае трудно переоценить возможность выбора функций из каталогов, которые калькулятор любезно предоставляет нам в окне CATALOG. Что касается начинающих пользователей, то такая возможность их, конечно, порадует. Заметим, что даже последняя версия Derive 5 подобную возможность не предоставляет. Создатели калькуляторов сделали ряд дополнений к CAS калькуляторов, что резко повысило удобства работы с ними.

Наиболее распространенные встроенные операторы и функции

Калькулятор имеет немало операторов и функций, с которыми многие пользователи, возможно, не столкнутся даже во время всего срока их эксплуатации. Но есть ряд операторов и функций, с которыми приходится сталкиваться повседневно. Большая часть из них вводится прямым нажатием клавиш или с применением клавиш ввода дополнительных операций. Отметим такие операторы и функции:

$+$, $-$, $*$, $\div$ и $^$ — стандартные арифметические операторы;

$=$, $<$, $=$, $<=$, $=>$ — стандартные операторы отношения (например $2<3$ дает true);

$:$ — разделитель выражений в строке ввода;

$,$ и $;$ — разделители элементов списков (векторов и матриц);

$.$ — разделитель целой и дробной частей чисел;

EE — символ ввода порядка вещественных чисел (например, $123.45EE-5$);

$(-)$ — оператор смены знака у числа или порядка;

$()$ — круглые скобки для изменения приоритета выражений;

$[]$ — квадратные скобки для ввода векторов и матриц;

$\{ \}$ — фигурные скобки для задания списков;

i — мнимая единица (используется для ввода комплексных чисел);

STO или $\rightarrow$ — оператор присваивания переменным значения (например, $2 \rightarrow x$);

RCL — ввод значения переменной в строку ввода;

- | — оператор подстановки (например, $x^2|x=2$);
- « — кавычки для задания строковых констант;
- π — константа пи;
- ∞ — символ бесконечности;
- $^\circ$ — константа перевода градусов в радианы (1° есть $\pi/180$);
- ! — оператор вычисления факториала (например, $10!$ дает 3628800);
- x^{-1} — функция вычисления $1/x$;
- $\sqrt{}$ — функция вычисления квадратного корня;
- sin, cos, tan — тригонометрические функции;
- $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$ — обратные тригонометрические функции;
- LN, ex — функции вычисления логарифма и экспоненты;
- Σ — функция вычисления суммы членов последовательности;
- $\prod$ — функция вычисления произведения членов последовательности;
- d — функция вычисления производной;
- $\int$ — функция вычисления интегралов.

Еще раз отметим, что здесь перечислены лишь основные операторы и функции. Они и множество других математических функций становятся доступными из меню окна MATH. Оно будет описано ниже.

Окно ввода специальных символов по категориям CHAR

Продолжим знакомство с основами общения с калькуляторами. В процессе вычислений приходится использовать многие десятки специальных символов, например букв греческого алфавита или различных специальных математических символов. Многих из них нет среди надписей на клавишах и над ними. Окно CHAR, вводимое одноименной с ним командой, выводит меню с перечнем разделов таких символов (рис. 7.9).

Как видно из рис. 7.9, меню спецсимволов имеет следующие позиции:

- 1:Greek — греческие буквы;
- 2:Math — математические символы (операторы);
- 3:Punctuation — символы пунктуации;
- 4:Special — специальные символы;
- 5:International — интернациональные символы.

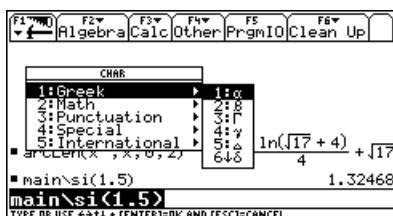


Рис. 7.9. Выбор спецсимволов перед их вводом

В конце каждой позиции этого меню (и других меню такой структуры) имеется характерный знак треугольника с вершиной, обращенной вправо. Это означает, что данная позиция меню разворачивается в подменю, с помощью которого и выбирается нужный символ. Для разворачивания меню надо использовать указание вправо графическим манипулятором. Указание вверх и вниз ведет к перемещению по позициям подменю и используется для выбора нужной позиции. Клавиша ENTER фиксирует ввод.

Несмотря на удобство работы с графическим манипулятором, этот способ ввода не является лучшим и самым быстрым. Рекомендуется привыкнуть к другому (так сказать, калькуляторному) способу быстрого ввода — нажатием той клавиши, которая стоит перед двоеточием перед именем позиции или команды. Например, для активизации позиции Special меню CHARS достаточно нажать «горячую» клавишу 4. Такой ввод, однако, не нагляден и не говорит о том, какую операцию мы выполнили. Поэтому при описании команд мы будем указывать их полное символьное имя. Так, быстрая команда CHAR 4 (открытие подменю специальных символов) будет записываться как CHAR 4:Special. Отсюда ясно, что команда вводится из меню операции CHAR, причем либо нажатием «горячей» клавиши 4, либо выбором позиции меню 4:Special с нажатием затем клавиши ENTER.

Окно быстрого ввода специальных символов KEY

Еще одно средство быстрого ввода специальных символов предоставляет команда KEY. Она выводит окно, представленное на рис. 7.10.

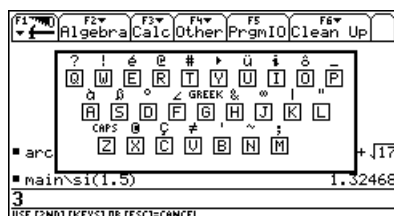


Рис. 7.10. Быстрый ввод специальных символов из окна KEY

В данном случае для ввода специальных символов надо нажать клавишу 2nd и затем клавишу, ассоциированную с указанным в окне KEY символом. Для ввода греческих букв в данном случае нужно нажать клавишу 2nd, затем клавишу G и клавишу, ассоциированную с греческой буквой (например, A введет букву α). Следует отметить, что из-за малого размера экрана дисплея у калькуляторов TI-89 окно специальных символов не отображается и надо пользоваться их таблицей в описании (или рис. 7.10).

Окно ввода единиц измерения физических величин UNITS

При выполнении физических расчетов часто приходится использовать размерные величины. Для этого удобно окно UNITS, вызываемое соответствующей командой (рис. 7.11).

Таким образом, ввод в калькуляторах облегчается применением наборов тех или иных символов, операторов, функций и единиц измерения размерных величин с помощью соответствующих окон.

HOME — основное окно с историей текущей сессии;
CUSTOM — включение/выключение меню окна HOME-CUSTOM;
Y= — окно с перечнем заданных пользователем функций;
WINDOW — окно установки параметров окон;
GRAPH — окно графики со средствами форматирования графики;
TbISet — установка параметров формирования таблицы;

TABLE — окно вывода таблицы;

KEY — окно быстрого ввода специальных символов;

UNITS — окно, дающее список единиц измерений;

APPS — окно расширений калькулятора;

CATALOG — окно со списком всех встроенных в калькулятор функций;

CHAR — окно вывода специальных символов (по пяти категориям);

MATH — окно вывода математических операторов и функций;

MEM — окно контроля памяти;

MODE — окно установки режимов (мод) калькулятора;

VAR-LINK — окно установки связи между калькулятором и с компьютером.

Каждое окно имеет свое меню. Эти меню мы в дальнейшем рассмотрим более подробно по мере описания возможностей калькуляторов.

Меню приложений APPS

Выводимая на экран информация, прежде всего, зависит от того, с каким приложением работает калькулятор. Кнопка APPS открывает окно меню приложений APPLICATIONS, показанное на рис. 7.13.



Рис. 7.13. Меню приложений

Меню приложений содержит следующие позиции:

1:FlashApps — доступ к приложениям во флэш-памяти;

2:Y=Editor — работа с редактором функций;

3:Windows Editor — работа с окном установок параметров графического окна;

4:Graph — вывод окна графики;

5:Table — вывод окна таблиц;

6:Data/Matrix Editor — вывод окна редактора данных и матриц;

7:Programm Editor — вывод окна редактора программ;

8:Text Editor — вывод окна текстового редактора;

9:Numeric Solver — вывод окна вычислителя;

A:Home — выход в окно текущей сессии (Home).

Это меню дает хорошее представление об основных средствах работы с калькулятором. К примеру исполнив команду APPS A, вы перейдете в уже освоенное окно текущей сессии HOME. Мы постепенно опишем все приложения, доступ к которым открывает данное меню.

Меню режимов работы калькуляторов MODE

Не менее важным, чем меню приложений, является меню режимов (мод) работы калькуляторов описываемого типа. Оно открывается при нажатии кнопки MODE и показано на рис. 7.14.



Рис. 7.14. Меню режимов работы MODE

Это меню настолько обширно, что содержит три страницы, переключаемые функциональными кнопками F1, F2 и F3. Ниже перечислены все режимы работы меню MODE:

Graph — устанавливает тип графики: FUNCTION (графики функций в декартовой системе координат), PARAMETRIC (графики функций, заданных параметрически), POLAR (графики в полярной системе координат, SEQUENCE, 3D (графики трехмерных объектов и поверхностей) и DE (графики решений дифференциальных уравнений);

Current — доступ в текущую папку MAIN для записи и стирания переменных;

Folder — создание дополнительных папок;

Display Digits — установка максимального числа цифр представления результата в формате FLOAT (до 12) или фиксированного числа десятичных цифр в формате FIX;

Angle — задание представления углов в радианах (RADIAN) или градусах (DEGREE);

Exponential Format — установка нотации представления результатов вычислений: NORMAL (нормальная), SCIENTIFIC (научная) или ENGINEERING (инженерная);

Complex Format — установка формата представления комплексных чисел: REAL (отображение реальных чисел), RECTANGULAR (отображение в прямоугольной системе координат) или POLAR (отображение в полярной системе координат);

Vector Format — установка форматов представления двух- и трехэлементных векторов: RECTANGULAR (в прямоугольной системе координат), CYLINDRICAL (в цилиндрической системе координат) или SPHERICAL (в сферической системе координат);

Pretty Print — установка (выключение OFF или включение ON) режима строчного представления результатов;

Split Screen — разбивка экрана дисплея на две части со спецификацией каждой из них: FULL (полный экран без разбивки), TOP-BOTTOM (два полуэкрана один под другим) или LEFT-RIGHT (два полуэкрана рядом);

Split 1 App и Split 2 App — установка приложений для частей экрана (активна всегда только одна из частей);

Number of Graphs — установка числа графиков;

Graph 2 — если число графических окон равно двум, устанавливает тип графиков в каждом окне;

Split Screen Ratio — установка пропорциональности размеров для обеих частей экрана 1:1, 1:2 или 2:1 (возможна только для TI-92 Plus);

Exact/Approx — установка формата представления вычислений: AUTO (автоматическая), EXACT (в дробно-рациональном формате) или APPROXIMATE (в формате вещественных чисел);

Base — установка типа основания чисел: DEC (десятичное), HEX (шестнадцатеричное) или BIN (двоичное);

Unit System — установка системы измерения размерных величин;

Custom Units — установка заданной по умолчанию системы единиц;

Language — установка языка локализации для TI-89/TI-92 (русского среди языков нет).

Очистка окна сессии и строки ввода

Перед началом серьезных вычислений полезно очистить окно сессии и строку ввода от имеющихся в них выражений. Для этого, исполнив команду перехода в окно сессии HOME, в появившемся меню выберите вкладку F1. Появится подменю инструментов для работы с окном сессии и строкой ввода (рис. 7.15).

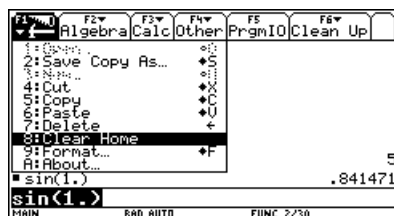


Рис. 7.15. Обычное меню сессии с открытой вкладкой F1

Исполнив команду 8:Clear Home (достаточно нажать клавишу 8, очистите окно сессии, а исполнив команду 7:Delete, очистите строку ввода. После этого перед вами предстанет чистое окно сессии и чистая строка ввода. Экран дисплея теперь будет выглядеть так, как это показано на рис. 7.2. Выше были описаны и другие способы очистки окна сессии и строки ввода.

Удаление введенных определений

Очистка окна сессии и строки ввода не означает, что введенные в ходе данной сессии определения (например, переменных или функций) исчезли. Напротив, они сохранились и их можно использовать в последующих вычислениях. Если вы хотите удалить их, то воспользуйтесь вкладкой F6 окна сессии (рис. 7.16).



Рис. 7.16. Подменю очистки от определений — вкладка F6

В этой вкладке три позиции (команды):

- 1:Clear a-z... — снятие определений всех однобуквенных переменных;
- 2:NewProb — задание новой проблемы;
- 3:Restore custom default — установка определений по умолчанию.

Первая из команд сравнительно безобидная — она удаляет определения переменных. Это полезная команда, особенно когда вы начинаете выполнять символичные вычисления, — все переменные в них должны быть неопределенными. Вторая команда поместит в строку ввода заголовок NewProb. Эта команда также очищает окно сессии и позволяет перейти к решению очередной проблемы.

Будьте особенно внимательны при исполнении третьей команды — Restore custom default. Она уничтожит все ваши определения и программы, т. е. калькулятор предстанет перед вами с очищенной памятью в том виде, как он поступает с завода.

Включение и выключение меню CUSTOM

Калькуляторы TI-89/92 Plus имеют два типа меню окна сессии — обычное и CUSTOM. Они отличаются набором вкладок. До сих пор окно сессии было представлено с обычным меню (см. рис. 7.2 или 7.15). Команда CUSTOM (может вводиться с клавиатуры) открывает новое меню — CUSTOM (рис. 7.17).

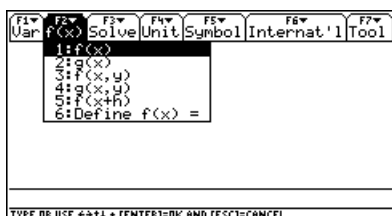


Рис. 7.17. Окно сессии с меню CUSTOM

Для многих это меню дает более привычный набор настроек калькулятора перед проведением вычислений. Видимо, это и послужило поводом для названия меню CUSTOM (в переводе — привычное). На рис. 7.17 открыта вкладка F2 с шаблонами для задания функций пользователя. Знакомый с Derive пользователь сразу заметит, что задание таких функций в калькуляторах и при работе с Derive совершенно идентично.

Установка форматов представления выражений и чисел

Установка форматов представления выражений

Даже при простых вычислениях важное значение имеет формат представления их результатов. Команда Pretty Print в окне APPS устанавливает одну из двух форм представления результатов (см. рис. 7.18). Когда формат Pretty Print включен, отображение основных специальных знаков задано в близкой к математической форме. А когда он отключен, то в форме, характерной для однострочных выражений.

Pretty Print	
ON	OFF
$\pi^2, \frac{\pi}{2}, \sqrt{\frac{x-3}{2}}$	$\pi^2, \pi/2, \sqrt{((x-3)/2)}$

Рис. 7.18. Формы представления результатов при исполнении команды Pretty Print

Entry	Exact Result	Approximate Result	Auto Result
8/4	2	2.	2
8/6	4/3	1.33333	4/3
8.5*3	51/2	25.5	25.5
$\sqrt{(2)}/2$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	.707107	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\pi*2$	2- π	6.28319	2- π
$\pi*2.$	2- π	6.28319	6.28319

Рис. 7.19. Три формы представления данных по команде Exact/Approx

Другой важной командой для установки вида результатов служит Exact/Approx. Она вводит три формы представления данных, показанные на рис. 7.19. По умолчанию действует опция Auto этой команды.

Опция Exact полезна при представлении результатов в символьном виде, а Approx — в численном виде. Опция Auto обычно дает наиболее приемлемые формы представления как для символьных, так и числовых выражений, а также выражений, содержащих ту и другую форму в своих частях.

Установка форматов представления дробных чисел

Дробные числа могут быть с фиксированной разделительной точкой (FIX) и с плавающей точкой (FLOAT). Для изменения формы их представления калькуляторы имеют команду Display Digits. Различие в формате представления чисел на экране дисплея иллюстрирует рис. 7.20.

FIX	123.	(FIX 0)
(0 – 12)	123.5	(FIX 1)
	123.46	(FIX 2)
	123.457	(FIX 3)
FLOAT	123.456789012	
FLOAT	1.Е 2	(FLOAT 1)
(1 – 12)	1.2Е 2	(FLOAT 2)
	123.	(FLOAT 3)
	123.5	(FLOAT 4)
	123.46	(FLOAT 5)
	123.457	(FLOAT 6)

Рис. 7.20. Различные формы представления чисел на экране дисплея

Выбор формата представления чисел дело довольно тонкое. Излишняя точность представлени, как правило, ни к чему кроме громоздкости выражений, не приводит. Нужно знать, что независимо от задания формата отображения чисел калькуляторы выполняют числовые расчеты с 14 верными знаками, хотя отображается только до 12 знаков. В символьном режиме вычислений число верных знаков у чисел практически не ограничено (или, точнее говоря, ограничено свободной памятью).

Установка экспоненциальных форматов представления чисел

В научных и инженерных расчетах широко используется представление чисел в экспоненциальном формате — нормальном, научном и инженерном. Для установки этих форматов предусмотрена команда Exponential Format в меню APPS. Ограничимся представлением примера на эти форматы:

Исходное число	NORMAL	SCIENTIFIC	ENGINEERING
12345.6	12345.6	1.23456Е4	12.3456Е3

Нормальный формат означает, что по мере возможностей целая часть числа отображается полностью, а дробная отображается после разделительной точки. В научном формате (SCIENTIFIC) мантисса нормализована так, что ее единственной цифрой является 0, 1, ..., 9. В инженерном формате (ENGINEERING) числа нормализуются так, чтобы порядок был равным 0 или кратным 3.

Информация в строке состояния

При оперативной работе с калькулятором имеет значение информация в строке состояния (рис. 7.21).



Рис. 7.21. Строка состояния

Как видно из рис. 7.21, строка состояния имеет восемь областей, в которых могут быть разные краткие сообщения:

1. Название текущей папки (обычно main);
2. Используемая клавиша модификации (2nd, ♦ и др.);
3. Единица измерения углов (RAD или DEGREE);
4. Форма представления выражения (AUTO, EXACT или APPROX);
5. Число графиков;
6. Вид графика (FUNCTION, PAR, POL, SEQ, 3D или DE);
7. Индикация разряда батареи;
8. Контекстнозависимая информация.

В области 8 может быть различная информация — рациональное число, указывающее на число введенных выражений и ответов, BUSY — обозначение того, что идет построение графиков, PAUSE — пауза в выдаче результатов в процессе вычислений и вопросительный знак в процессе работы с редакторами текста, программ и данных.

Прерывание длительных вычислений

Вполне естественно, что калькулятор выполняет вычисления медленнее, чем его мощный старший брат — компьютер. Если при этом калькулятор «завис» при выполнении какого-то сложного расчета (при этом в строке состояния высвечивается BUSE или PAUSE) или вам просто надоело ждать конца вычислений, то вывести калькулятор из этого состояния, т. е. прервать вычисления, можно нажатием клавиши ON. Появится окошко с сообщением о прерывании вычислений, где вы сможете подтвердить свое решение об этом.

Информация о микрокалькуляторе

При исполнении команды F1 A>About в окне HOME выводится важное сообщение о типе калькулятора, его программном обеспечении и идентификационном номере (рис. 7.22).

Эта информация, в частности, используется при модификации программного обеспечения через Интернет или уточнении того, какие расширения могут использоваться с данным калькулятором. Ее обычно требуют и ремонтные службы при профилактике калькуляторов и их обслуживании.

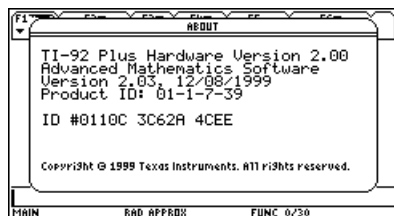


Рис. 7.22. Информация о микрокалькуляторе

Установка параметров графического окна

Прежде чем вы пожелаете построить график какой-либо функции, рекомендуется проверить и при необходимости осуществить установки графического окна WINDOW. Это можно сделать прямо, исполнив команду WINDOW, или выбрать соответствующую команду из меню APPS. Окно WINDOW показано на рис. 7.23.

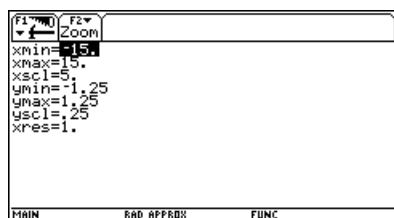


Рис. 7.23. Опции установки окна WINDOW графики

Подлежат установке следующие параметры окна:

xmin — минимальное значение x;

xmax — максимальное значение x;

xsc — цена деления по оси x;

ymin — минимальное значение y;

ymax — максимальное значение y;

ysc — цена деления по оси y;

xres — разрешение (число пикселей между двумя смежными точками графика) по оси x.

Важность этих параметров заключается в том, что они задают масштаб графиков по осям x и y, и то, какая часть графика будет отображаться. От задания этих параметров во многом зависит вид и размеры графика.

Математические вычисления

Операторы и функции окна MATH

Несмотря на свою, порою устрашающую, мощь, калькуляторы TI-89/92/92 Plus прежде всего ориентированы на выполнение массовых математических расчетов. Конечно, их круг значительно расширен по сравнению с тем, что присущ даже самым сложным обычным (не программируемым) калькуляторам. В част-



Рис. 7.24. Окно ввода математических операторов и функций с открытым подменю числовых функций

ности, он включает расчеты из области компьютерной алгебры и многие операции математического анализа из сферы высшей математики [10, 11], не говоря уже о математической графике [4]. Относящиеся к вычислениям средства (операторы и функции) сосредоточены в окне MATH (рис. 7.24).

Как видно из рис. 7.24, это окно дает доступ к математическим операторам и функциям, разбитым на следующие категории (позиции меню окна):

- 1: Number — числовые функции (знака, округления, вычисления абсолютного значения и др.);
- 2: Angle — функции преобразования углов;
- 3: List — функции для работы со списками;
- 4: Matrix — функции для работы с матрицами;
- 5: Complex — функции для работы с комплексными числами;
- 6: Statistics — функции статистических расчетов;
- 7: Probability — функции распределения и генерации случайных чисел;
- 8: Test — операторы отношений ($=$, $\neq$, $<$, $\leq$, $>$, $\geq$) и логические операторы (not, and, or и др.);
- 9: Algebra — функции компьютерной алгебры;
- A: Calculus — функции типовых вычислений и математического анализа;
- B: Hyperbolic — гиперболические функции ($\sinh$, $\cosh$, $\tanh$, $\sinh^{-1}$, $\cosh^{-1}$, $\tanh^{-1}$);
- C: String — функции обработки строк;
- D: Base — функции изменения основания чисел и работы с числами, имеющими основание, отличное от 10.

После выбора нужного оператора или функции достаточно нажать клавишу Enter, и шаблон оператора или функции появится в строке ввода в месте установки маркера ввода. Мы не будем описывать все операторы и функции, доступные из окна MATH, поскольку подавляющее их большинство уже было описано при описании других калькуляторов. Некоторые, специфические функции будут описаны в дальнейшем. Хотя из окна MATH можно вывести очень многие операторы и функции, их набор не является полным. Все операторы и функции вводятся из окна CATALOG, описанного ранее. Наиболее распространенные операторы и функции выводятся нажатием соответствующих клавиш калькулятора (как прямо, так и с помощью префиксных клавиш).

Создание функций пользователя — оператор $\rightarrow$

Несмотря на весьма приличный набор встроенных функций, язык общения и программирования калькуляторов позволяет создавать функции пользователя. Это возможно тремя способами. Первый — задание функции пользователя с помощью оператора $\rightarrow$, вводимого клавишей STORE, например:

$x \cdot \sin(x) \rightarrow \text{fun}(x)$ $x^2 + y^2 \rightarrow \text{zpar}(x, y)$

При этом, как обычно, входящие в список параметров функции переменные являются локальными. Пример задания и вызова функции $\text{fun}(x)$ дан ниже:

$x \cdot \sin(x) \rightarrow \text{fun}(x)$	done
$\text{fun}(.5)$	2.39713E-1

Создание функций пользователя с помощью оператора Define

Второй способ заключается в использовании операции задания функции

Define name(arg1[,arg2, ...])=expr

где arg1, arg2, ... — аргументы или входные параметры функции, expr — выражение (тело функции). Указанные как входные параметры переменные являются локальными.

Примеры задания и вызова функций пользователя с помощью оператора Define даны ниже:

Define zpar(x,y) = $x^2 + y^2$	done
zpar(1.,2.)	5.E0
zpar(a,b)	$a^2 + b^2$
—	—
c	c

Третий способ — задание функций программным способом мы рассмотрим после изучения программирования калькуляторов (последняя глава).

Переменные и их задание

Переменные на языке общения с калькуляторами задаются своими именами — идентификаторами. Правила их задания обычные: идентификаторы должны быть уникальными (не повторять имена встроенных функций), начинаться с буквы и по возможности иметь ясные обозначения (например, x_{coord} или num).

Начинающих пользователей калькуляторами так и тянет присвоить переменной x значение (например, 2), записав выражение $x = 2$. Но это неверно! Дисплей так и отобразит $x = 2$, что означает, что вы записали уравнение или равенство, а вовсе не операцию присваивания. Для присваивания переменной x значения 2 надо нажать клавиши 2 STO x , что на экране дисплея будет отображено как $2 \rightarrow x$.

Важное значение (особенно для калькуляторов с их скромной памятью) имеют однобуквенные переменные от a до z . Все они поначалу не определены

и могут использоваться в символьных операциях. Для задания переменных значений используется символ присваивания $\rightarrow$, например:

$2 \rightarrow x$	2
$3 \rightarrow y$	3
$x + y$	5

Тип переменной определяется ее значением. Заданные таким образом переменные являются глобальными. Это значит, что их значения можно изменить в любом месте сессии и они повсюду доступны.

Корректная работа с переменными

А теперь проверим, как калькулятор вычисляет неопределенный интеграл с подынтегральной функцией x^3 . Для этого наберем следующее выражение:

$$\int (x^3, x)$$

Нажав клавишу ENTER, получим странный результат — число 4 (вместо ожидаемого $x^4/4$). В чем дело? А дело в том, что мы забыли о том, что перед этим присвоили переменной x значение 2. Для того чтобы корректно выполнить эту первую символьную операцию, надо очистить переменную x . Это можно сделать, на всякий случай, очистив и другие однобуквенные переменные, операцией F6 1:Clean a-z... и затем нажав клавишу ENTER. Для очистки переменных можно использовать специальный оператор

DelVar var1[,var2, ..., varn]

Здесь в квадратных скобках указаны необязательные параметры, в данном случае переменные от var2 до var n. Пример:

$2 \rightarrow x$	ENTER	2
$(x+2)^2$	ENTER	16
DelVar x	ENTER	Done
$(x+2)^2$	ENTER	$(x+2)^2$

Для контроля типа переменных может использоваться вызов переменной. Если при этом повторяется имя переменной, значит, она не определена:

x ENTER x

В противном случае будет выведено значение переменной. Можно также использовать функцию контроля типа переменных GetType(var). Она возвращает строку с указанием типа переменной или выражения var (15 типов). Если переменная очищена, возвращается значение «NONE».

Запись нескольких выражений в одной строке

Иногда полезно несколько простых выражений объединить в одной строке. Например, присваивание переменной x значения 2, переменной y значения 3 и вычисление $x+y$ можно задать как

$2 \rightarrow x: 3 \rightarrow y: x + y$ 5

Справа будет получен ответ 5 (после, разумеется, нажатия клавиши ENTER).

Подстановки с помощью оператора |

При вычислениях часто используется операция подстановки. В калькуляторах она реализуется с помощью оператора |. Например:

$x^2|x=3$ ENTER 9

В данном случае на место переменной x подставляется ее значение, равное 3, так что имеем $3^2 = 9$. Следует отметить, что присвоение $x = 3$ после оператора | носит локальный характер. После него переменная x сохраняет свое бывшее до этого значение либо определенное, либо неопределенное. А вот еще примеры подстановок — вместо части выражения подставляется другое выражение:

$a+b+c | a+b=x+y$ ENTER $x+y+c$
 $a+b+c | a+b=\sin(a)$ ENTER $\sin(a)+c$

Не всегда подстановки работают так гладко. Не путайте оператор подстановки с маркером ввода в строке ввода, который иногда виден на копиях экрана калькулятора.

Вычисляем интеграл и производную

Итак, возьмем за правило очищать переменные при символьных операциях. Теперь мы можем спокойно вычислить интеграл в аналитическом виде. Этот момент зафиксирован на рис. 7.25 после еще одного нажатия клавиши ENTER (благо исходное выражение для интеграла остается в строке ввода).

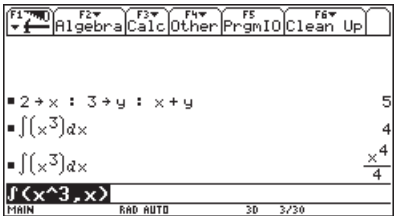


Рис. 7.25. Попытка вычисления интеграла и стирание значений у переменных

На этот раз получен вполне корректный символьный (аналитический) результат — $x^4/4$. Теперь понятно, почему в первый раз результат был 4 — $2^4/4 = 4$.

Теперь мы можем выполнить дифференцирование полученного выражения. Для этого воспользуемся графическим манипулятором и зададим перемещение вверх — будет выделен полученный результат в окне HOME. Нажав клавишу ENTER, поместим его (в виде x^4/x) в строку ввода. Переместив (графическим манипулятором) маркер ввода в виде мигающей вертикальной черточки в начало выражения в строке ввода, введем операцию дифференцирования d. Наше выражение примет вид $d(x^4/4)$. Дополним его до выражения $d(x^4/4, x)$ и нажмем клавишу ENTER. Что получилось, можно увидеть на рис. 7.26.

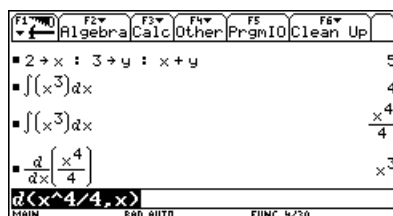


Рис. 7.26. Первые эксперименты с символьными вычислениями

Итак, мы успешно вычислили неопределенный интеграл, а затем продифференцировали полученное выражение. Как и следовало ожидать, результат оказался равным x^3 , т. е. подынтегральной функции. Тем самым мы провели проверку операций интегрирования и дифференцирования и убедились в их правильности.

Решим квадратное уравнение в общем виде

Начинающих пользователей умиляет способность калькуляторов решать типовые задачи из математического анализа. Решим и мы квадратное уравнение общего вида. Нажав клавишу F2, выйдем на подменю алгебраических операций (рис. 7.27).

Нажав клавишу ENTER, введем в строку ввода функцию solve(. Дополним ее до выражения $\text{solve}(a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0, x)$. Опять нажав клавишу ENTER, получим результат, показанный на рис. 7.28.

Первый корень будто списан с учебника по школьной математике. А вот второй явно не поместился в окно дисплея. На это указывает черный треугольник с острием вправо. Перейдя манипулятором вверх, а затем вправо, мы

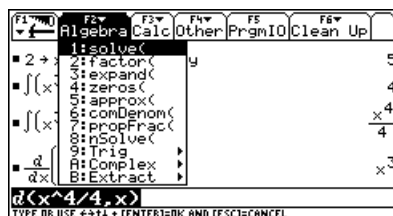


Рис. 7.27. Вызов функции для решения уравнений solve

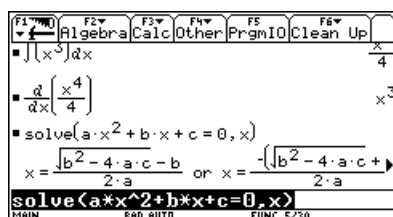


Рис. 7.28. Пример решения квадратного уравнения в символьном виде

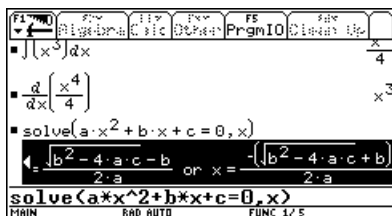


Рис. 7.29. Просмотр второго корня

увидим и второй корень — на этот раз в выделенном результате. Это иллюстрирует рис. 7.29.

Итак, мы блестяще справились и с задачей аналитического решения квадратного уравнения.

Попробуем решить кубическое уравнение общего вида

В том, что математическое обеспечение калькуляторов все же уступает таковому для системы Derive, можно убедиться, попытавшись решить кубическое уравнение общего вида. Эта попытка показана на рис. 7.30.

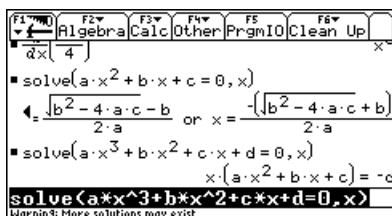


Рис. 7.30. Попытка решения кубического уравнения общего вида

Калькулятор преобразовал уравнение (что тоже не бесполезно), но решать его отказался. Вероятно, тут дело не только в «хилости» программного обеспечения, дело в том, что решение кубического уравнения настолько громоздко, что его крайне трудно было бы наблюдать на маленьком экране дисплея калькулятора, — оно и в Derive не помещается на экране дисплея с разрешением 800×600 точек.

В общем, компьютерам свое, а калькуляторам свое. Так что разработчики калькуляторов поступили совершенно правильно, отказавшись от возможности решения столь громоздкой задачи, как решение кубического уравнения общего вида в аналитическом виде. Тем, кто этим недоволен, стоит вспомнить, когда последний раз вы пользовались решением кубического уравнения общего вида?

Решение кубического уравнения в численном виде

Означает ли отказ в символьном решении кубического уравнения в невозможности решения его в численном виде? Конечно же нет! Рис. 7.31 показывает решение двух вариантов кубического уравнения. В первом варианте все

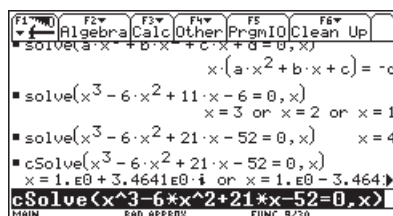


Рис. 7.31. Решение кубических уравнений в численном виде

корни действительные числа и калькулятор нашел решение сразу без настройки уже известной нам функцией solve.

А вот второе уравнение функции solve явно оказалось не «по зубам» — единственный вещественный корень она преспокойно вычислила, но вот комплексные вычислять не пожелала. Не помогла и настройка на вычисления в комплексных числах. Это тот случай, когда надо изучать возможности калькулятора более внимательно. Оказывается, у него есть специальная функция cSolve, призванная решать подобные уравнения, если нужно получить полное решение, т. е. с комплексными корнями. И последний пример на рис. 7.31 показывает, что эта функция прекрасно справилась с этой задачей и нашла все корни, в том числе два комплексно-сопряженных корня. Правда, найденный ранее действительный корень $x=4$ не влез в окно дисплея, но вы можете сами проверить, что он есть.

Строим графики функций

Из задач графики одна из самых распространенных — построение графиков функций. Калькуляторы позволяют задавать довольно обширный список функций, графики которых могут быть построены. Для этого надо выйти в редактор функций, исполнив команду $Y=$. Вид окна редактора функций для построения графиков функции одной переменной (это задается по умолчанию) представлен на рис. 7.32. Каждая функция задается как переменная y_n , где $n = 1, 2, \dots, 99$. Таким образом, можно задать и постоянно хранить 99 функций.

Следующий шаг заключается в том, чтобы пометить те функции, графики которых будут построены. Для этого используется перемещение выделения вверх или вниз графическим манипулятором и нажатие клавиши F4 для установки метки (птички) против той или иной функции. На рис. 7.32 таким



Рис. 7.32. Редактор задания функций для построения графиков

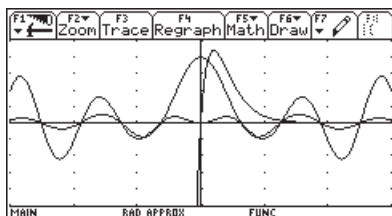


Рис. 7.33. Построение графиков для трех функций

образом выделено три из четырех функций. Теперь достаточно перейти в окно графики, исполнив команду **GRAPH**. Можно наблюдать построение графиков заданных функций (см. рис. 7.33).

Если масштабы графиков вас не удовлетворяют, следует изменить их в окне **WINDOWS** (см. рис. 7.23). Обширные возможности калькуляторов в построении графиков и в обеспечении графической визуализации вычислений мы рассмотрим позже. Пока же отметим два принципиальных недостатка графики калькуляторов — отсутствие цветных выделений и малая разрешающая способность графики. Что касается типов графики, то по этому показателю калькуляторы ничуть не уступают системе **Derive** для ПК, а кое в чем (например, в оперативном анализе графиков и визуализации решений дифференциальных уравнений) даже превосходят последнюю.

Глава 8. Вычисления на калькуляторах TI-89/92

Меню Algebra и автоматическое упрощение выражений

В окне **HOME** алгебраические вычисления представлены на вкладке **F2 Algebra** (рис. 8.1). Заметим, что функции этих вычислений доступны и из окна **MATH** — позиция меню **9:Algebra**.

Рассмотрим последовательно функции для символьных вычислений, доступные на этой вкладке. На ней нет привычной для символьных вычислений операции упрощения — **Simplify**. Это связано с тем, что данная операция осуществляется автоматически всякий раз, как только нажимается клавиша **ENTER** и выражение из строки ввода поступает в окно **HOME**. Напомним также, что при нажатой клавише **♦** нажатие клавиши **ENTER** аппроксимирует (дает приближенное вычисление **APPROXIMATE**) выражения, размещенного в строке ввода.



Рис. 8.1. Окно **HOME** с открытой вкладкой **F2 Algebra**

Решение уравнений и систем уравнений

Решение одиночных уравнений или неравенств — функция solve

Функция `solve(expr,var)` решает уравнения или неравенства `expr` и возвращает результат в виде решения и логических условий. Мы уже испытали эту функцию в решении квадратного и кубического уравнений. Приведем еще несколько простых примеров (рис. 8.2).

Большинство систем компьютерной математики явно неудовлетворительно решают тригонометрические уравнения, имеющие периодические решения. Поэтому решение таких уравнений на калькуляторах не может не вызывать уважения (см. рис. 8.3). При этом решения содержат специальные переменные вида `@pi`, которые могут иметь значения 1, 2, 3 и т. д.

Здесь полезно обратить внимание на формы представления результатов решения некоторых уравнений. В качестве решений калькулятор может выдавать логические константы `true` (если уравнение равенство) или `false` (когда равенство не выполняется ни при каких x), а также математические константы, например, основание натурального логарифма x .

Функция `solve` может также использоваться для решения неравенств, обе части которых линейны относительно независимой переменной. Несколько

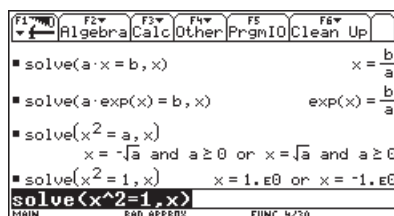


Рис. 8.2. Примеры решения уравнений с помощью функции `solve`

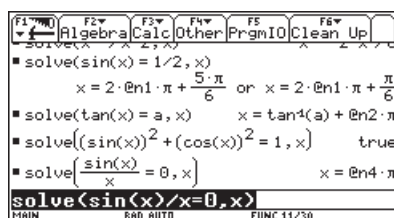


Рис. 8.3. Примеры решения тригонометрических уравнений

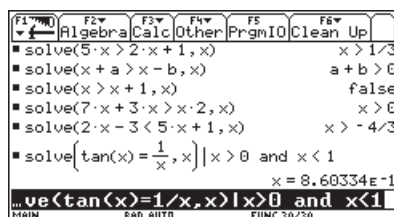


Рис. 8.4. Примеры решения неравенств

примеров этого дано на рис. 8.4. Обратите внимание на последний пример, где неравенства задают свойства переменной x , позволяющей получить решение нелинейного тригонометрического уравнения.

В части решения неравенств функция solve калькуляторов заметно уступает этой функции у системы Derive, которая успешно справляется с неравенствами, части которых являются нелинейными функциями независимой переменной. Это лишний раз подчеркивает, что полностью отождествлять возможности калькуляторов с системой Derive неуместно. Можно сказать, что калькуляторы решают «детские» неравенства, решения которых почти очевидны с первого взгляда. Эта недоработка программного обеспечения калькуляторов просто удивительна, если учесть, что функция solve калькуляторов часто справляется с решением уравнений, которое не под силу Derive.

Решение систем линейных уравнений с помощью функции solve

Функция solve может использоваться для решения систем линейных уравнений (СЛУ), например, таких (запись уравнений в строку):

$$a \cdot x + b \cdot y = e \text{ and } x \cdot x + d \cdot y = f$$

Символьная система из двух уравнений

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 7 \text{ and } -x + y = -1$$

Система из двух уравнений в численном виде

$$3 \cdot x + 2 \cdot y + z = 4 \text{ and } x + y - z = 1$$

$$\text{and } x - 2 \cdot y + z = 3$$

Система из трех уравнений

Для решения систем уравнений уравнения записываются с соединительными словами and, после чего в фигурных скобках записывается список искомых переменных. Например, для решения последнего уравнения функция solve записывается в следующем законченном виде

$$\text{solve}(3 \cdot x + 2 \cdot y + z = 4 \text{ and } x + y - z = 1 \text{ and } x - 2 \cdot y + z = 3, \{x, y, z\})$$

Рис. 8.5 иллюстрирует решение представленных выше трех систем линейных уравнений. Первая система решена в общем (аналитическом) виде.

Решение систем линейных уравнений с помощью функции simult

Для решения систем линейных уравнений как в режимах AUTO и EXACT, так и APPROXIMATE может использоваться функция simult(A,B), где A — матрица коэффициентов системы линейных уравнений, B — матрица свободных членов. Матрицы задаются в квадратных скобках, причем разделителем элемен-

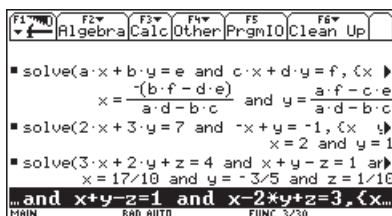


Рис. 8.5. Примеры решения систем линейных уравнений функции solve

тов служат запятые, а разделителем строк — точки с запятыми. Например, для третьей из приведенных систем решение функцией `simult` задается в виде:

`simult([3,2,1;1,1,-1;1,-2,1], [4;1;3])`

На рис. 8.6 приведены примеры решения этой системы уравнений с помощью функции `simult` для двух случаев — режим вычислений `AUTO` и `APPROXIMATE`. В первом случае решение получается в виде дробно-рациональных точных чисел, во втором в виде вещественных приближенных чисел.

Функция `simult` при численных решениях систем линейных уравнений более удобна, чем `solve`, поскольку требует меньших операций ввода (не нужно набирать имена переменных) и задает ввод и вывод в матричной форме.

Решение системы линейных уравнений с помощью функции `rref`

Для решения системы линейных уравнений в матричной форме калькуляторы имеют еще одну функцию `rref(AB)`. Ее параметром является расширенная матрица системы, т. е. матрица, у которой в каждой строке задаются не только коэффициенты матрицы A системы $A \cdot X = B$, но и коэффициенты столбца свободных членов. К примеру, используемая для демонстрации решений система решается заданием функции

`rref([3,2,1,4;1,1,-1,1;1,-2,1,3])`

Рис. 8.7 иллюстрирует решение данной системы с помощью функции `rref`. Обратите внимание на то, что выходная матрица имеет тот же размер, что расширенная матрица AB . Но последний столбец дает решение системы, а остальные имеют элементы в виде 1 (указывает, какой по порядку переменной соответствует решение) или 0.

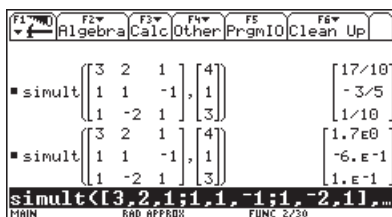


Рис. 8.6. Примеры решения системы из трех уравнений функцией `simult`

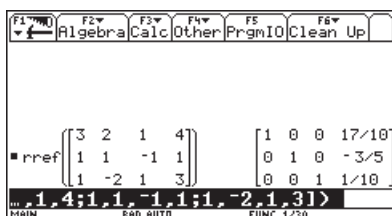


Рис. 8.7. Пример решения системы из трех уравнений функцией `rref`

Функция `rref` способна решать системы линейных уравнений и в режиме APPROXIMATE. Функции `simult` и `rref` отсутствуют в позиции F2 Algebra меню окна HOME. Вы можете ввести их в строку ввода в соответствии с описанными правилами синтаксиса либо вызвать шаблоны функции из каталога функций CATALOG или из меню MATH в позиции 4:Matrix.

Решение систем нелинейных уравнений с помощью функции solve

Функция `solve` может использоваться для решения систем нелинейных уравнений (СНУ). Правила их задания те же, что и для линейных уравнений. Для примера рассмотрим решение двух систем нелинейных уравнений (запись в строку):

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 7 \text{ and } 2x - y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 &= 3 \text{ and } x^2 + y - z = 1 \text{ and } x \cdot y \cdot z = 1 \end{aligned}$$

Их решение задается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \text{solve}(x^2 + y^2 = 7 \text{ and } 2x - y = 0, \{x, y\}) \\ \text{solve}(x^2 + y^2 + z^2 = 3 \text{ and } x^2 + y - z = 1 \text{ and } x \cdot y \cdot z = 1, \{x, y, z\}) \end{aligned}$$

На рис. 8.8 показано решение этих систем на калькуляторе. Решения систем (да и сами выражения с функцией `solve`) не помещаются в пределах экрана дисплея, но их несложно просмотреть, используя скроллинг с помощью графического манипулятора. Главное — калькулятор решает эти уравнения и многие другие системы нелинейных уравнений.

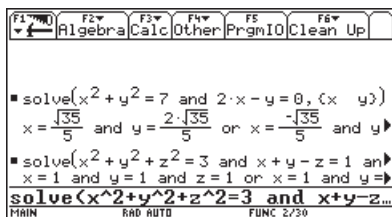


Рис. 8.8. Примеры решения двух нелинейных систем

Функция `SOLVE` в системе Derive не способна решать системы нелинейных уравнений. Так что возможность решения таких систем с помощью микрокалькуляторов достойна уважения. Мы еще раз убеждаемся, насколько мощными инструментами для проведения математических расчетов являются калькуляторы нового поколения TI-89/92/92 Plus.

Быстрое решение нелинейных уравнений — функция nSolve

Для быстрого решения одиночных нелинейных уравнений служит функция `nSolve(eqn,varOrGuess)`. Помимо ускоренного решения эта функция позволяет искать решения в окрестности заданной точки, задаваемой значением независимой переменной. Рис. 8.9 поясняет работу с функцией `nSolve` при решении двух нелинейных уравнений — полиномиального типа $x^2=10$ и тригонометрического $\sin(x)=0.1$.

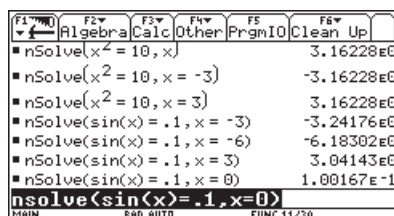


Рис. 8.9. Примеры решения нелинейных уравнений с помощью функции nDolve

Приведенные на рис. 8.9 примеры хорошо иллюстрируют технику выделения корней решаемых уравнений, которые имеют два и более корня.

Нахождение корней выражений с помощью функции zeros

Вычисление корней выражений (значений независимой переменной, при которой выражение становится равным нулю) обеспечивает функция `zeros(expr,varOrGuess)`. Рис. 8.10 показывает нахождение корней для трех выражений: x^2-10 , $a \cdot x^2+b \cdot x+c$ и $\sin(x)$.

В отличие от функции `solve`, в функции `zeros` задаются не уравнения, а выражения. Кроме того, можно задать начальные значения переменной, т. е. уточнить область, в которой могут находиться корни. Из приведенных примеров видно, что функция `zeros` может давать как численные, так и символьные решения (см. пример на поиск корней квадратичного выражения). Возмозжно и решение систем выражений. В этом случае два и более выражения задаются списком в фигурных скобках, также задается и список переменных или условий (рис. 8.11).

Обратите внимание на второй пример. В нем решается задача на нахождение точек пересечения двух окружностей радиуса r . Одна имеет центр в точке $(0,0)$, а другая в точке $(0,r)$, т. е. смещена по горизонтали на величину r . Решение функцией `zeros` возвращается в форме матрицы.

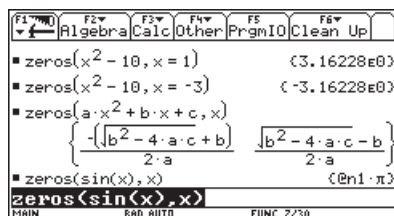


Рис. 8.10. Примеры вычисления корней для трех одиночных выражений

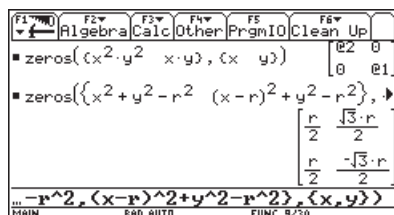


Рис. 8.11. Примеры решения систем выражений

Операции компьютерной алгебры

Факторизация выражений — функция factor

Факторизация означает разложение выражений на простые множители чисел или разложение на сомножители полиномиальных выражений. Факторизация реализуется функцией factor. Остановимся на нескольких типовых примерах применения этой функции, приведенных на рис. 8.12.

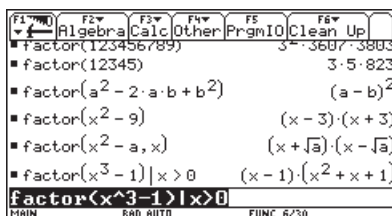


Рис. 8.12. Применение функции factor

Как видно из примеров на рис. 8.12, разложение на простые множители возможно как для чисел, так и выражений. С помощью оператора подстановки | можно задать ограничения на переменную выражения.

Расширение выражений — функция expand

Еще одна характерная функция систем компьютерной математики — функция расширения выражений expand. По своей роли она противоположна функции упрощения выражений — simplify. Ограничимся также описанием нескольких примеров ее применения, представленных на рис. 8.13.

Аппроксимация выражений — функция approx

Аппроксимация, т. е. приближенное вычисление выражений в формате с плавающей точкой и установленной экспоненциальной нотацией, обеспечивается функцией approx(expr). На рис. 8.13 показывано применение функции approx.

Аргумент expr должен быть именно выражением, т. е. в него не могут входить другие функции, например solve. Иначе будет выведено окно с сообщением об ошибке, представленное на рис. 8.14. Это же сообщение (после закрытия окна) появляется в окне сессии (см. рис. 8.13).

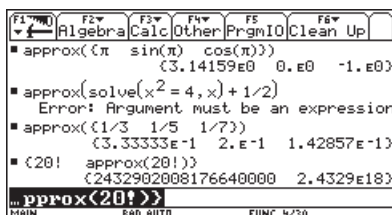


Рис. 8.13. Примеры применения функции approx

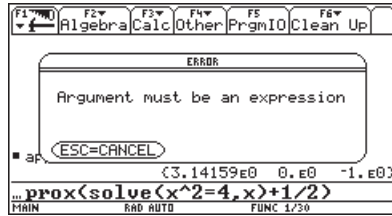


Рис. 8.14. Сообщение об ошибке — недопустимом применении функции `аррrox`

Из приведенных примеров видно, что возможности функции `аррrox` в калькуляторах сильно занижены тем, что ее аргументом могут быть только выражения.

Приведение к общему знаменателю — функция `comDenom`

Для приведения к общему расширенному знаменателю служит функция `comDenom`. Ее применение иллюстрирует рис. 8.15.

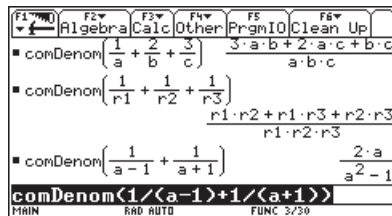


Рис. 8.15. Примеры применения функции `comDenom`

Обратите внимание на второй пример — он иллюстрирует, как просто можно получить аналитическое выражение для параллельно включенных трех резисторов — r_1 , r_2 и r_3 . А последний пример показывает, что при проведении операции приведения к общему знаменателю последний расширяется (т. е. к нему применяется операция `expand`).

Применение функции `propFact`

Для рациональных чисел `num` функция `propFact(num)` возвращает результат в виде суммы целой части числа и рациональной дробной части. Для рациональных выражений `r_expr` функция используется в виде `propFact(r_expr,var)`, т. е. операция выполняется относительно заданной переменной `var`. На рис. 8.16 пояснено применение данной функции.

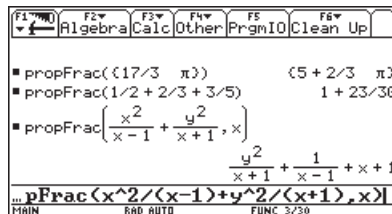


Рис. 8.16. Примеры применения функции `propFact`

Функции тригонометрических преобразований tExpand и tCollect

Функция tExpand(expr) обеспечивает расширение тригонометрических выражений, например, тригонометрических функций кратных углов или функций суммы и разности углов. Обратное действие (комплектование) осуществляет функция tCollect(expr). Эти преобразования пояснены на рис. 8.17.

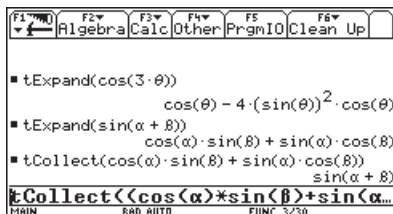


Рис. 8.17. Примеры применения функций тригонометрических преобразований

Решение уравнений в комплексном виде

Функция решения уравнений в комплексном виде cSolve

Довольно часто, например в электро- и радиотехнических расчетах, приходится использовать аппарат вычислений с комплексными числами. Калькуляторы поддерживают практически все типы таких вычислений, начиная со всех арифметических операций над комплексными числами и кончая решением систем уравнений, дающих результаты в комплексной форме. Для последнего используется функция cSolve(sexpr,var).

Мы уже приводили пример решения кубического уравнения с помощью функции cSolve. На рис. 8.18 приведена еще пара примеров применения этой мощной функции.

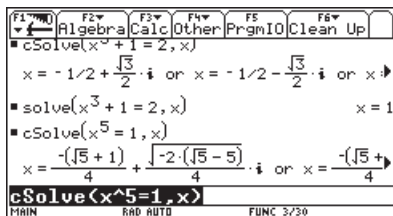


Рис. 8.18. Примеры применения функции cSolve

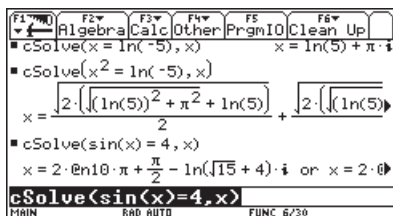


Рис. 8.19. Примеры решения уравнений с помощью функции cSolve

Применение комплексных чисел существенно расширяет представление о многих функциях. Например, могут быть вычислены значения функции синуса, большие 1, или логарифмы из отрицательных чисел. На рис. 8.19 даны примеры вычисления такого рода.

Решение систем уравнений с комплексными коэффициентами

«Коронным номером» функции cSolve является возможность решения систем линейных и даже нелинейных уравнений с комплексными коэффициентами. При этом параметрами функции является запись уравнений с разделителем and и список искомого переменных в фигурных скобках. Рассмотрим решение двух систем уравнений:

$$\begin{aligned} (1+2i)x + (2+3i)y &= 4 \text{ and } (3+4i)x + 5y = 8 \\ v^*x^2 &= 9 \text{ and } x^*v^2 = 3 \end{aligned}$$

Первая система задает линейные уравнения с комплексными коэффициентами, а второе — систему нелинейных уравнений. Как нетрудно убедиться (рис. 8.20) функция `sSolve` легко справляется с решением этих систем уравнений и выдает результат в форму комплексных чисел.

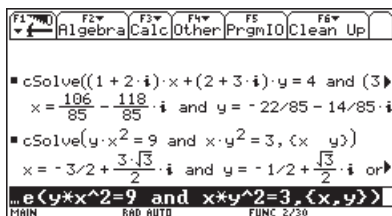


Рис. 8.20. Примеры решения систем линейных и нелинейных уравнений с комплексным результатом

Функция факторизации комплексных выражений cFactor

Функция `sFactor` служит для разложения выражений в том случае, когда оно приводит к комплексным результатам. Примеры ее применения представлены на рис. 8.21.

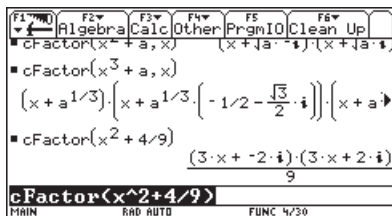


Рис. 8.21. Примеры факторизации комплексных чисел и выражений

Функция поиска комплексных корней cZeros

Для поиска комплексных корней выражений может использоваться функция `cZeros`. Ее формат задания тот же, что и у функции `zeros`, описанной выше. В связи с этим ограничимся примерами, представленными

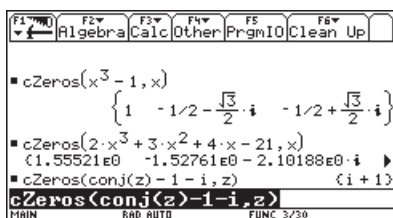


Рис. 8.22. Примеры поиска комплексных корней с помощью функции `cZeros`

на рис. 8.22. Функция возвращает список всех корней выражения, в том числе комплексных.

Функции выделения числителя `getNum` и знаменателя `getDenom` выражения

Две простые функции `getNum(expr)` и `getDenom(expr)` служат для выделения соответственно числителя и знаменателя выражения `expr`. Ввиду очевидности этого действия ограничимся приведением примеров использования этих функций (рис. 8.23).

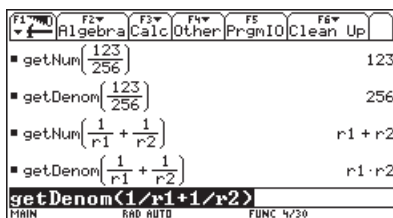


Рис. 8.23. Примеры применения функций `getNum` и `getDenom`

Операции математического анализа — вкладка `F3 Calc`

Функции выделения левой `left` и правой `right` частей равенства

Еще две простые функции `left(eqn)` и `right(eqn)` служат для выделения левой и правой частей выражения (`expr`). Их действие также вполне очевидно (рис. 8.24).

Итак, мы полностью рассмотрели операции, которые предоставляет вкладка `F2 Algebra` окна `HOME`.

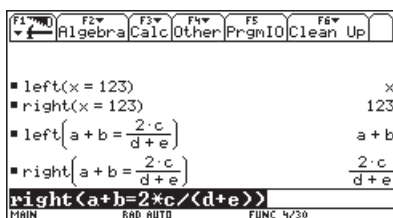


Рис. 8.24. Примеры применения функций выделения частей равенства

Символьное дифференцирование — функция d

Символьное дифференцирование выполняется с применением функции d, имеющей следующие формы:

$$d(\text{expr1}, \text{var}[, \text{order}]) \quad d(\text{list1}, \text{var}[, \text{order}]) \quad d(\text{matrix1}, \text{var}[, \text{order}])$$

Здесь order — целочисленное значение, задающее порядок вычисляемой производной. При отсутствии параметра order вычисляется первая производная. На рис. 8.25 приведены примеры дифференцирования при записи функции по форме 1.

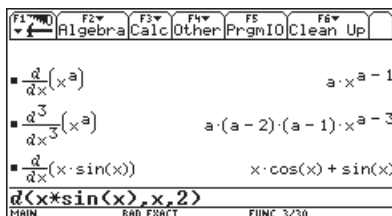


Рис. 8.25. Примеры операций дифференцирования

С другими формами вычисления производных читатель может ознакомиться самостоятельно.

Символьное интегрирование — функция ∫

Для вычисления неопределенных и определенных интегралов служит функция

$$\int(\text{expr}, \text{var}[, a, b]) \quad \int(\text{list1}, \text{var}[, \text{order}]) \quad \int(\text{matrix1}, \text{var}[, \text{order}])$$

Рис. 8.26 показывает вычисление двух неопределенных и двух определенных интегралов в символьном виде.

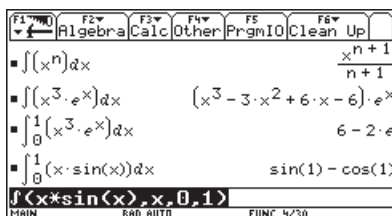


Рис. 8.26. Вычисление определенных и неопределенных однократных интегралов

Неоднократное применение этой функции позволяет вычислять кратные интегралы (рис. 8.27).

Еще три примера на вычисление интегралов представлено на рис. 8.28. В первых двух примерах вычисляются интегралы от списка из трех функций и от матрицы. Последний пример показывает, что можно задать постоянную интегрирования с (или ее численное значение).

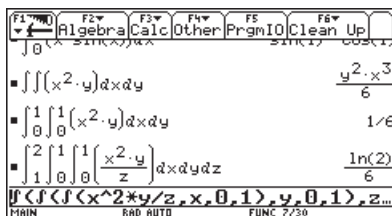


Рис. 8.27. Вычисление кратных интегралов

В целом надо отметить, что калькуляторы эффективно и быстро вычисляют неопределенные и определенные интегралы. На рис. 8.29 представлено три тяжелых случая интегрирования, с двумя из которых калькуляторы прекрасно справились.

Первый интеграл

$$\int_0^1 x^{20} e^x dx \quad (8.1)$$

однажды в соросовском образовательном журнале был объявлен как недоступный для «любых компьютеров». В помещенной в нем статье было безапелляционно заявлено, что его не может вычислить «никакой калькулятор». Не будем уточнять, кто именно опубликовал подобные утверждения. Отметим лишь, что TI-92 Plus сразу выдал точное решение этого интеграла. Любопытно, что Derive с этим интегралом не справляется.

Второй интеграл — это кратный (тройной) интеграл с переменными верхними пределами — функциями. Он также вычислен «в мгновение ока». А вот третий интеграл и впрямь оказался калькулятору «не по зубам» — он от бессилия просто повторил его в строке вывода. Проверка с помощью мощной системы компьютерной математики Mathematica 4 показала, что этот с виду простой интеграл даже в этой мощной математической системе выражается через гама-функции, оператор if и другие интегралы.

Несмотря на высокую действенность алгоритмов символьного вычисления у программного обеспечения калькуляторов, всегда можно найти интегралы, которые не только не берутся, но и могут надолго «подвесить» калькулятор. К примеру, это прекрасно делает такой с виду «безобидный» интеграл

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-x^5}} dx.$$

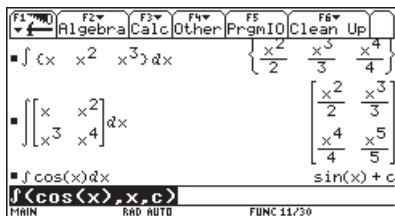


Рис. 8.28. Дополнительные примеры интегрирования

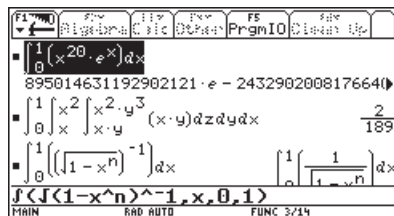


Рис. 8.29. Тяжелые случаи интегрирования

Этот интеграл выражается через гипергеометрическую функцию [12], что, увы, системам класса Derive недоступно. Остается напомнить, что если калькулятор «завис» и в строке состояния видна надпись BUSY, то вывести его из этого положения можно, нажав клавишу ON.

Вычисление пределов — функция limit

Для вычисления пределов служит функция limit, имеющая три формы записи. Первая вычисляет предел одного выражения expr1:

`limit(expr1,var,point[,dir])`

Две другие вычисляют предел ряда выражений, представленных списком или матрицей:

`limit(list1,var,point[,dir])` `limit(matrix1,var,point[,dir])`

Во всех случаях var — независимая переменная, point — значение ее в точке, в которой ищется предел, dir — направление (отрицательное число — слева, положительное число — справа, 0 или отсутствие — с обеих сторон). В последних двух случаях функция limit возвращает вектор или матрицу пределов.

На рис. 8.30 показаны простые примеры вычисления пределов. В первом случае вычисляется классический предел для зависимости $\sin(x)/x$ при $x = 0$, во предел рационального выражения при x , стремящемся к бесконечности, а в третьем случае предел функции с разрывом в точке $x = 0$. В этом случае калькулятор выдает результат undef (предел не определен).

Правила указания пределов поясняет рис. 8.31 (на примере вычисления предела третьей из функций, представленных на рис. 8.30).

В целом калькуляторы неплохо справляются с вычислением пределов многих функций.

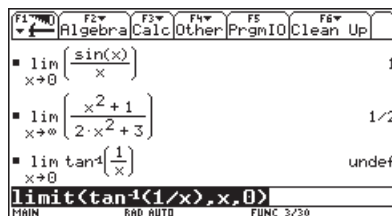


Рис. 8.30. Вычисление пределов трех функций

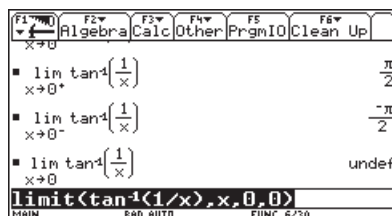


Рис. 8.31. Правила указания направления при вычислении пределов

Вычисление сумм членов последовательности — функция Σ

Для вычисления суммы членов последовательностей используется функция $\Sigma(\text{expr1}, \text{bar}, \text{low}, \text{high})$.

Примеры на ее применение даны на рис. 8.32.

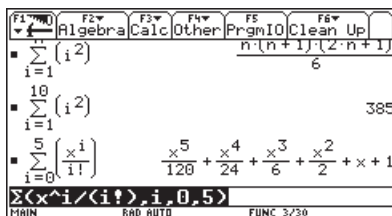


Рис. 8.32. Примеры вычисления суммы последовательностей

Увы, как и во всех системах компьютерной математики, в калькуляторах тоже нельзя переставлять пределы местами. Так что правило «от перестановки слагаемых сумма не меняется» в данном случае неприменимо.

Вычисление произведения элементов последовательности — функция Π

Вычисление произведения элементов последовательности обеспечивает функция

$\Pi(\text{expr1}, \text{bar}, \text{low}, \text{high})$.

Примеры на ее применение представлены на рис. 8.33. Первый пример демонстрирует вычисление в численном виде произведения последовательности i^2 при i , меняющемся от 1 до 5. Два других примера дают решения в аналитическом виде.

Перестановка пределов при вычислении произведений также не допускается.

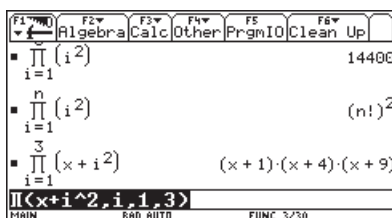


Рис. 8.33. Примеры вычисления произведения последовательностей

Вычисление минимума функции одной переменной — fmin

Для вычисления минимума функции одной переменной используется функция $\text{fmin}(\text{expr}, \text{var})$. Примеры ее применения даны на рис. 8.34.

Как видно из представленных примеров, эта функция может возвращать как единственное значение минимума, так и более одного значения переменной $\text{var} = x$ (см. второй пример). В последнем случае для разделения значений используются логические операторы.

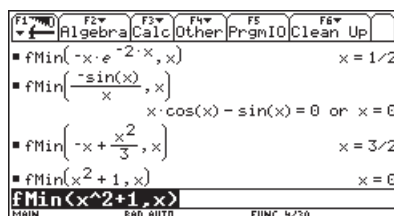


Рис. 8.34. Примеры поиска минимума функций одной переменной

Вычисление максимума функции одной переменной — fmax

Для вычисления максимума функции одной переменной используется функция `fmax(expr, var)`. Примеры ее применения даны на рис. 8.35.

Формат вывода у этой функции тот же, что у ранее описанной функции `fmin`.

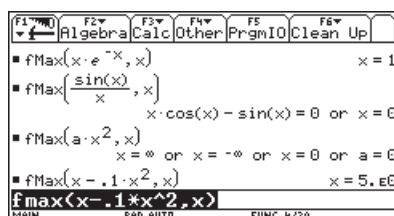


Рис. 8.35. Примеры поиска минимума функций одной переменной

Вычисление длины дуги — функция arcLen

Для вычисления длины дуги, описываемой выражением `expr` при изменении независимой переменной `var` от значения `start` до значения `end`, служит функция `ArcLen(expr, var, start, end)` или `ArcLen(list, var, start, end)`. Вторая форма задания этой функции служит для множественного вычисления длин дуг по выражениям, находящимся в векторе `list`. Примеры применения этой функции даны на рис. 8.36.

В этих примерах вычисляется длина дуги отрезка параболы (первый пример), длина отрезка прямой (второй пример) и длина отрезка произвольной функции (третий пример). Третий пример хотя, по существу, ничего не вычисляет, но наиболее показателен — он выводит аналитическую формулу (интеграл), с помощью которой и вычисляется длина дуги произволь-

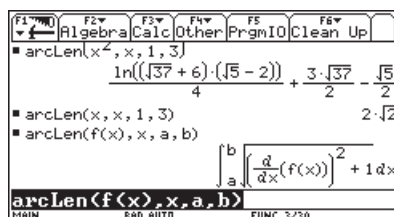


Рис. 8.36. Примеры вычисления длин дуг

ной функции $f(x)$ при изменении x от $start = a$ до $end = b$). Вы можете самостоятельно проверить работу этой функции при задании вектора выражений.

Разложение выражения в ряд Тейлора — функция `taylor`

Разложение выражения `expr` в ряд Тейлора осуществляет функция `taylor(expr,var,order[,point])`. Параметр `order` задает порядок разложения, а не обязательный параметр `point` — координаты точки, относительно которой вычисляется разложение (если этот параметр не указать, берется точка $var = 0$). На рис. 8.37 показаны два примера разложения в ряд Тейлора — для функции экспоненты и для функции синуса.

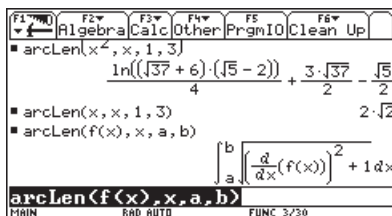


Рис. 8.37. Примеры разложения экспоненты и функции синуса

Эта функция возвращает выражение, по которому можно вычислять приближенные значения заданной функции или строить график ее разложения.

Численное дифференцирование — функция `nDeriv`

Для ускоренного вычисления производных по простой двухточечной центральной формуле служит функция `nDeriv`. Она используется в следующих формах:

`NDeriv(expr1,var[,h])` `NDeriv(expr1,var,list)`
`NDeriv(list,var[,h])` `NDeriv(matrix,var[,h])`

Если параметр — шаг h не указан, он выбирается по умолчанию равным 0.001. На рис. 8.38 даны примеры на применение данной функции.

Обратите внимание на последний пример — он, по существу, выводит формулу приближенного дифференцирования, которая реализует метод, применяемый функцией `nDeriv`.

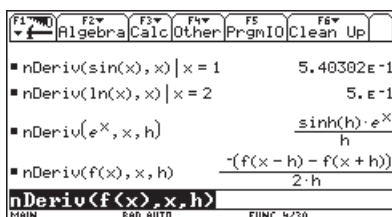


Рис. 8.38. Примеры применения функции численного дифференцирования

Численное интегрирование — функция nInt

Для численного интегрирования служит функция $nInt(expr, var, lower, upper)$. Примеры ее применения даны на рис. 8.39.

Приведенные примеры свидетельствуют о хорошей реализации алгоритма численного интегрирования у калькуляторов. Правильно вычисляется второй интеграл с бесконечным верхним пределом, о который «спотыкались» некоторые системы компьютерной математики. Четвертый пример показывает, что функция $nInt$ легко справилась и с каверзным интегралом (8.1). Последний пример иллюстрирует вычисление двойного интеграла.

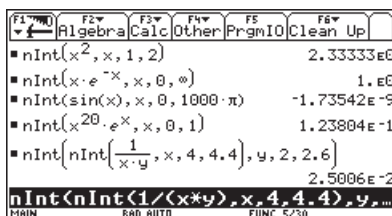


Рис. 8.39. Примеры применения функции численного дифференцирования

Решение дифференциальных уравнений

Решение дифференциальных уравнений — функция deSolve

Решение дифференциальных уравнений первого и второго порядка в аналитическом виде — уникальная возможность калькуляторов TI-89/92 Plus. Она реализуется функцией $deSolve$, которая имеет 4 формы:

$deSolve(ode1, ivar, dvar)$ $deSolve(ode1 \text{ and } ic, ivar, dvar)$
 $deSolve(ode2 \text{ and } ic1 \text{ and } ic2, ivar, dvar)$ $deSolve(ode2 \text{ and } bc1 \text{ and } bc2, ivar, dvar)$

Здесь: $ode1$ и $ode2$ — дифференциальные уравнения первого и второго порядка, ic (initial condition) — начальные условия, bc (boundary condition) — граничные условия, $ivar$ (independent variable) — независимая переменная, $dvar$ (dependent variable) — зависимая переменная.

В первой форме аналитически решаются дифференциальные уравнения первого порядка в общем виде, причем решения содержат постоянные C .

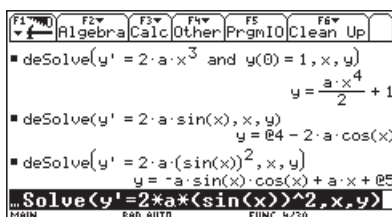


Рис. 8.40. Решение дифференциальных уравнений первого порядка

Во второй форме ищется частное решение дифференциального уравнения первого порядка для заданных начальных условий. В третьей и четвертой формах ищутся частные решения дифференциального уравнения второго порядка без заданных граничных условий и с ними.

Решение дифференциальных уравнений первого порядка поясняет рис. 8.40.

Рис. 8.41 дает пример решения дифференциального уравнения второго порядка. Обратите внимание на применение в этом примере функции solve для получения явного решения в виде зависимости $y(t)$.

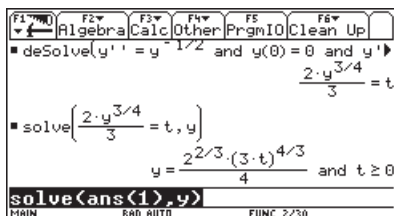


Рис. 8.41. Решение дифференциального уравнения второго порядка

К сожалению, решение систем дифференциальных уравнений этими функциями не предусмотрено.

Другие функции — F4 Other

Вкладка F4 Other дает доступ к ряду функций и команд:

- 1:Define — определение функций пользователя;
- 2:Graph — построение графика;
- 3:Table — создание таблицы;
- 4:DelVar — стирание определений переменных;
- 5:ClrGraph — обеспечивает подготовку к построению графика;
- 6:ClrIO — очищает окно редактора программ;
- 7:FnOn — выделяет функции в окне Y=;
- 8:FnOff — снимает выделения в окне функций Y=;
- 9:ans — в форме ans() или ans(i) возвращает предыдущий или i-й ответ (i = 1, 2, ..., 99);
- A:entry — в форме entry() или entry(i) вставляет в строку ввода последний или i-й результат;
- B:NewFold — создание новой папки;
- C:Units — вставка единицы измерения размерных величин (из подменю UNITS).

Большинство из этих операций мы уже рассмотрели. Остальные уточним по мере рассмотрения.

Глава 9. Графические возможности калькуляторов TI-89/92

Двумерная графика

Схема работы с двумерными графиками

Для создания двумерных графиков рекомендуется следующая схема:

- В окне MODE уточним тип графика — FUNCTION;
- В окне Y= задается графическая функция;
- В окне Y= клавишей F4 задается отметка нужной функции (или функций);
- В окне WINDOWS устанавливаются параметры окна;
- В окне GRAPH наблюдается график функции;
- В окне GRAPH уточняются размеры графика и его детали (вкладки F1, F2);
- В окне GRAPH производится перестройка графика (вкладка F4);
- В окне GRAPH выполняется трассировка графика (вкладка F5);
- В окне GRAPH выполняется исследование функции;
- В окне Y= редактируется выражение для функции (если надо, команда редактирования задается как F3 Edit);
- В окне WINDOW уточняются масштабы графика (если надо).

Пример построения графика функции одной переменной

Пусть нам надо построить график следующей функции:

$$5 \cdot x \cdot e^{-x} + 0.02 \cdot x^2 + 1/2.$$

Установив тип графика FUNCTION, исполнив команду Y=, войдем в окно со списком функций двумерной графики. В этом окне зададим нужную функцию (рис. 9.1). В нашем случае это функция у5 (напоминаем, что таких функций можно задать до 99). Используя клавишу F4, установим на этой функции отметку в виде птички. Это значит, что будет строиться именно эта функция.

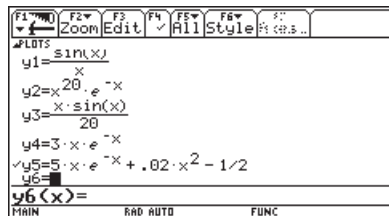


Рис. 9.1. Задание и отметка функции

Теперь перейдем в окно WINDOW (рис. 9.2). Зададим пределы по осям x и y декартовой системы координат, цену делений по осям и число пикселей между смежными точками.

Перейдем в окно графики GRAPH и построим график (рис. 9.3). Поскольку график виден отчетливо, можно считать, что уточнение масштаба и расположения осей в данном случае не требуется.

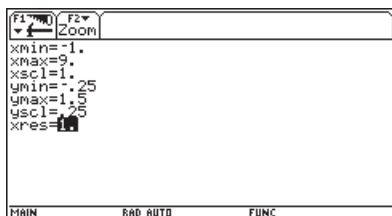


Рис. 9.2. Задание параметров окна графики

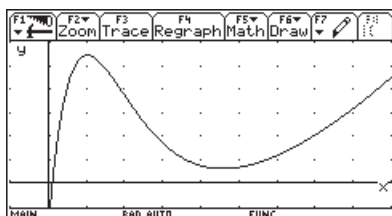


Рис. 9.3. Построенный график функции

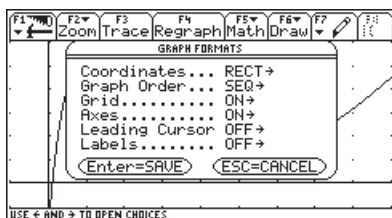


Рис. 9.4. Окно форматирования графика

Если вид графика вас не устраивает, воспользуйтесь операцией форматирования графика — F1 9:Format. Окно форматирования, показанное на рис. 9.4, выводит ряд вполне понятных операций форматирования, например вывода координатных осей, построения на графике сетки масштабных точек, нанесения текстового сообщения (метки) и т. д.

Нахождение координат заданной точки графика

Вернемся к графику рис. 9.3. Для выделения на графике любой точки можно вывести графический курсор в виде крестика в окружности. Для этого достаточно исполнить команду F3:Trace (трассировка). Используя графиче-

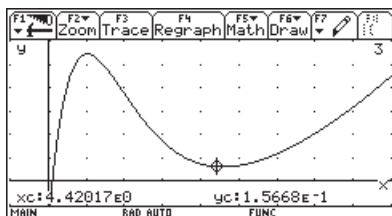


Рис. 9.5. Использование графического курсора

ческий манипулятор, можно перемещать графический курсор по линии графика функции. Например, на рис. 9.5 графический курсор установлен примерно в точку минимума графика.

В строке ввода можно считать координаты x_c и y_c выбранной точки графика.

Если клавишу F3 не нажимать, то графический курсор появится при первом использовании графического манипулятора. Но при этом трассировка (отслеживание) кривой графика не производится и курсор можно помещать в любую точку окна графика, ее координаты при этом также отображаются.

Меню математической обработки графиков F5 Math

Позиция F5 Math открывает внушительный список операций математической обработки двумерных графиков (рис. 9.6).

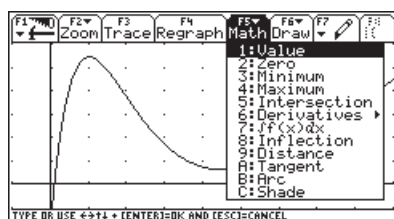


Рис. 9.6. Вкладка F5 операций графики

Ниже мы рассмотрим этот уникальный набор операций прямой обработки графиков функций, которого нет даже в гораздо более мощных системах компьютерной математики, чем та, что зашита в память калькуляторов.

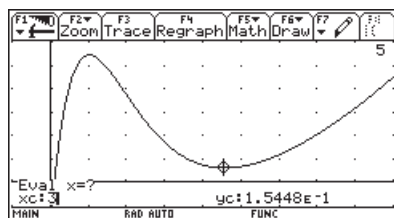


Рис. 9.7. Задание значения x для вычисления значения функции

Вычисление значения функции по заданному x

Операция F5 1:Value позволяет вычислить значение функции для любого x . При этом выводится сообщение Eval $x?$ с подсказкой — выделенным значением x_c , соответствующим координате графического курсора. Можно задать любое значение, например 3 (рис. 9.7).

Нажав клавишу ENTER, можно наблюдать, что графический маркер установился в точку кривой с $x = 3$ (рис. 9.8), а в строке ввода появилось значение y_c для заданной координаты $x = x_c = 3$.

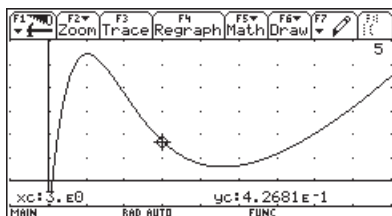


Рис. 9.8. Вычисление значения функции по заданному x

Нахождение нулей функции

Операция F5 2:Zero служит для нахождения нулей функции, т. е. точек пересечения графиком функции оси абсцисс x . Для этого нужно изолировать каждый ноль, задав по запросу нижний предел Lower Bound и затем верхний предел Upper Bound. Пределы можно задавать явно в виде чисел или задавать графическим курсором слева и справа от точки, где функция обращается в ноль. На рис. 9.9 показан случай, когда нижний предел был задан как 0, а верхний задается положением графического курсора.

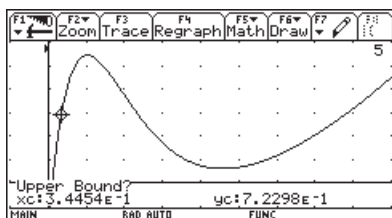


Рис. 9.9. Пример задания верхнего предела графическим курсором

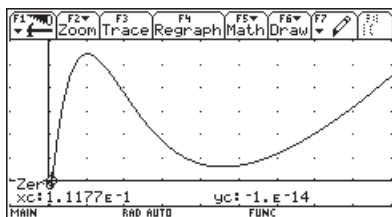


Рис. 9.10. Пример нахождения нуля функции (значения x , при котором функция дает 0)

Нажав клавишу ENTER, можно наблюдать вычисление нуля функции — графический курсор установится в точку с нулевым значением функции, а в строке ввода появятся точные значения координат этой точки (рис. 9.10).

Нетрудно заметить, что график данной функции не проходит через точку $(0,0)$, поэтому значение x для найденного корня отлично от нуля.

Нахождение минимума и максимума точки

Аналогично поиску нуля выполняется поиск минимума F5 3:Minimum и максимума F5 4:Maximum точки. Вначале они изолируются вводом пределов или указанием их графическим курсором. Затем нажимается клавиша ENTER и включается подпрограмма поиска минимума или максимума функции. На рис. 9.11 показан успешный поиск максимума функции после задания Lower Bound = 1 и затем верхний предел Upper Bound = 3.

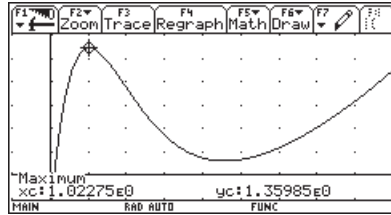


Рис. 9.11. Пример успешного поиска максимума функции

Нахождение производной и интеграла для заданной функции

Нахождение производной для любой заданной точки функции используется вводом команды F5 6:Derivatives и указанием значения x (явно или графическим курсором). После этого нажатие клавиши ENTER выдает значение производной.

Интереснее решено вычисление интеграла с заданной функцией, как подынтегральной. Для этого используется функция F5 7: $\int f(x)dx$. Здесь вновь, как это было описано выше, надо задать явно или графическим курсором нижний и верхний пределы интегрирования. После этого достаточно нажать клавишу ENTER и наблюдать вычисление значения интеграла. При этом отождествляемая с интегралом площадь штрихуется (рис. 9.12).

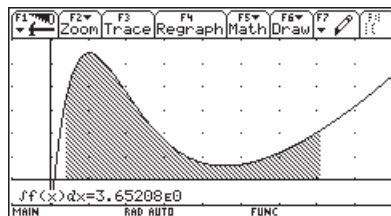


Рис. 9.12. Пример вычисления интеграла

Численное значение интеграла определяется разностью площадей над осью координат x и под ней. Используйте интегрирование по частям, если вас интересует отдельно значение площади над осью x и под ней.

Перестройка графика F4 Regraph

Чтобы вернуться к первоначальному виду графика (например, после построения заштрихованной площадки на графике), достаточно исполнить операцию F4 Regraph в окне GRAPH. График при этом примет вид, показанный на рис. 9.13.

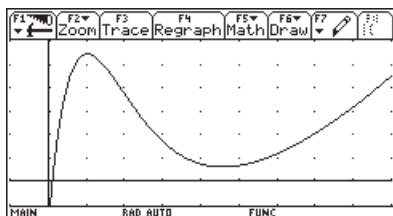


Рис. 9.13. График после перестройки командой F4 Regraph

Естественно, что этот график подобен показанному на рис. 9.3.

Нахождение точек перегиба графика

Точки перегиба графиков соответствуют нулевым значениям второй производной. Для нахождения таких точек они изолируются и затем выполняется команда F5 8:Inflection. Для такой точки заданной нами функции результат представлен на рис. 9.14.

Если в введенных пределах точки перегиба нет, выдается сообщение об отсутствии решения (рис. 9.15).

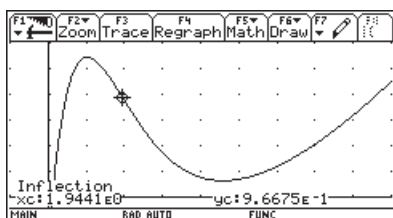


Рис. 9.14. Пример успешного поиска точки перегиба



Рис. 9.15. Пример неудачного поиска точки перегиба

Вычисление расстояния между двумя точками

Для вычисления расстояния между двумя точками используется команда F5 9:Distance. После этого нужно задать (явно или графическим курсором) вначале одну, а затем вторую точку на кривой. При нажатии клавиши ENTER заданные точки помечаются маленькими крестиками, между ними проводится отрезок прямой, а в строке ввода появляется значение вычисленного расстояния между точками (рис. 9.16).

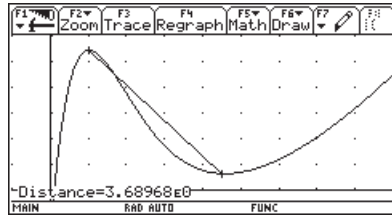


Рис. 9.16. Вычисление расстояния между двумя точками

Вычисленное расстояние равно длине отрезка прямой, проведенной между заданными точками.

Нахождение касательной к заданной точке графика функции

Для нахождения касательной к заданной точке графика функции используется команда F5 A:Tangent. По запросу ее надо ввести координату x явно или с помощью графического манипулятора. На рис. 9.17 демонстрируется построение касательной.

Правильное отображение касательной возможно, если масштабы графика одинаковы по его осям.

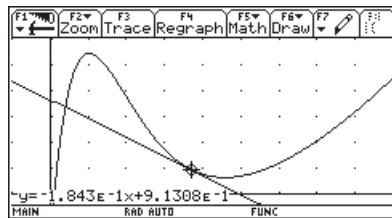


Рис. 9.17. Пример построения касательной к заданной точке графика

Нахождение длины дуги между двумя точками

Для нахождения длины дуги (линии) между двумя точками следует использовать команду F5 B:Arc. После этого надо задать (явно или с помощью графического манипулятора координаты двух точек) и нажать клавишу ENTER. Пример нахождения длины дуги примерно между максимумом и минимумом заданной функции показан на рис. 9.18.

Заданная дуга выделяется начальным и конечным крестиками.

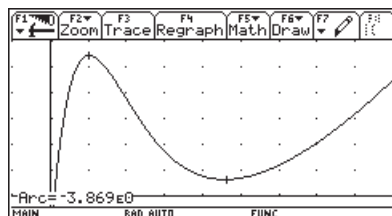


Рис. 9.18. Нахождение длины дуги между двумя точками графика

Закраска площади, ограниченной кривой

Для закрашки площади, ограниченной кривой графика и осью абсцисс, используется команда F5 C:Shade. Она дает запрос о том, сверху или снизу оси x надо выполнить закрашку, а также о пределах снизу и сверху, ограничивающих по оси x область закрашки. После этого нажатие клавиши ENTER создает закрашку. На рис. 9.19 показан пример закрашки выше оси x при явно заданных пределах 0 и 5.

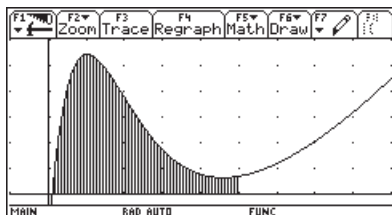


Рис. 9.19. Пример закрашки заданной площади

Нахождение точек пересечения двух линий графиков

Для нахождения точек пересечения двух линий графиков нужно прежде всего задать и выделить две функции в редакторе функций Y=. На рис. 9.20 показано задание двух выделенных функций. Одна из них уже известная нам функция, другая задает отрезок прямой, пересекающей график первой функции в трех точках.

После этого надо исполнить команду F5 5:Intersection. Поскольку графиков может быть и больше двух, но точки пересечения ищутся для двух линий, то вначале эта команда запрашивает, какие линии Curve будут исполь-

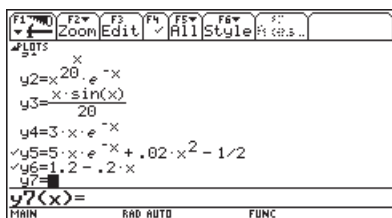


Рис. 9.20. Задание в окне Y= двух выделенных функций

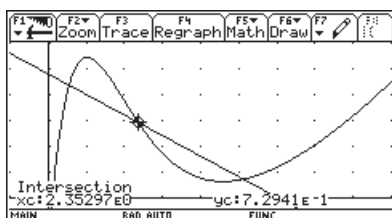


Рис. 9.21. Поиск точки пересечения двух линий

зоваться. Выбранные линии помечаются крестиками. Затем явно или с помощью графического манипулятора надо задать нижний и верхний пределы изоляции выбранной точки пересечения. Нажатие клавиши ENTER завершает поиск этой точки (рис. 9.21).

Аналогичным образом для данного примера можно найти две другие точки пересечения.

Дополнительные установки графиков

Установка стиля графиков

По умолчанию графики строятся сплошными линиями. Однако в окне Y= имеется вкладка F6 Style, позволяющая задать стиль построения графиков (рис. 9.22).

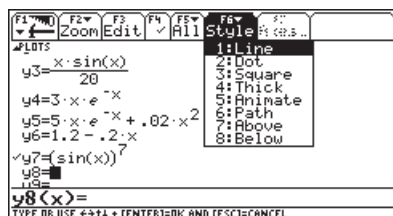


Рис. 9.22. Окно Y= с открыткой вкладкой F6 Style

Можно установить стиль построения линиями 1:Line, точками 2:Dot, квадратиками 3:Square и т. д. В сомнительных случаях просто проверьте намечаемый стиль при построении графика.

Форматирование графиков

Изменение общего вида графиков, например, наличие или отсутствие осей, меток на них и т. д. осуществляется операцией форматирования. Она вводится командой F1 9:Format и порождает вывод окна форматирования, показанного на рис. 9.23.

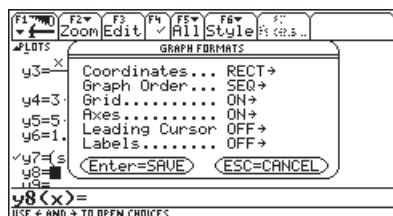


Рис. 9.23. Окно форматирования графиков

Ввиду важности операции форматирования отметим его команды:

Coordinates — устанавливает тип курсора (1:RECT — для прямоугольной координатной системы, 2:POLAR — для полярной системы OFF курсор отсутствует);

Graph Order — порядок построения SEQ — по одному, SIMUL — всех разом;
Grid — устанавливает наличие (ON) или отсутствие (OFF) масштабной сетки;
Axes — устанавливает наличие (ON) или отсутствие (OFF) осей;

Leading Cursor — устанавливает видимость (ON) графического курсора или его скрытие (OFF);

Labels — устанавливает видимость (ON) или скрытие (OFF) меток у осей.

После выбора нужного параметра графиков надо нажать клавишу ENTER для фиксации ввода параметров форматирования. Доступ к окну форматирования есть и на вкладке F1 окна графики.

Установка масштабов двумерных графиков

Наиболее действенным, но подчас трудоемким методом установления нужных масштабов графика является прямое их задание в окне WINDOW (рис. 9.24). Однако на вкладке F2 Zoom есть ряд команд для оперативного управления масштабом (см. рис. 9.24).

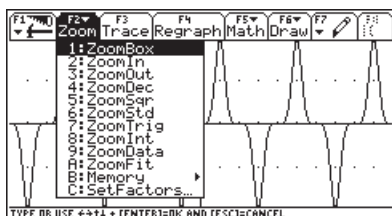


Рис. 9.24. Вкладка F2 Zoom установки масштабов графиков

Отметим назначение этих команд:

- 1:ZoomBox — построение части графика, выделенной прямоугольником;
- 2:Zoom In — сжатие графического окна (с запросом координат центра);
- 3:ZoomOut — расширение графического окна (с запросом координат центра);
- 4:ZoomDec — изменение масштаба по осям x и y на величину 0.1;
- 5:ZoomSqr — установка одинаковых масштабов по осям (для правильного представления квадратов и окружностей).
- 6: ZoomStd — установка стандартного масштаба (по умолчанию);
- 7:ZoomTrig — установка тригонометрического масштаба;
- 8: ZoomInt — установка целочисленного масштаба;
- 9: ZoomData — установка масштаба для просмотра всех кривых;
- A:ZoomFit — установка масштаба полного просмотра графика;
- B:Memory — вызов установок масштаба из памяти;
- C:SetFactor — установка фактора увеличения масштаба.

Различные установки (стандартную, тригонометрическую и др.) легко просмотреть, войдя в окно WINDOW.

Графическая лупа

Команда 1:ZoomBox позволяет выделить прямоугольником часть графика и растянуть ее на все графическое окно. Тем самым осуществляется просмотр графиков в увеличенном масштабе — операция «графическая лупа». Возьмем к примеру, построение графика функции $\sin(x)^7$. Задав эту функцию и исполнив команду F2 A:ZoomFit, можно получить хороший общий обзор графика. Теперь откроем вкладку масштабирования F2 Zoom и исполним команду 1:ZoomBox. Поступит запрос на установку первого угла прямоугольника 1st Corner? Угол обычно задается графическим курсором или явно координатами xc и yc. Нажав клавишу ENTER, можно начинать установку таким же образом второго угла. При этом на экране появляется прямоугольник (рис. 9.25).

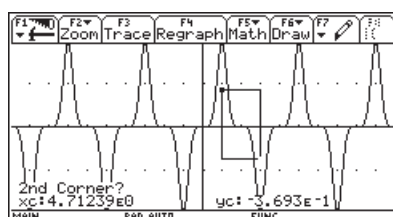


Рис. 9.25. Выделение прямоугольником части графика

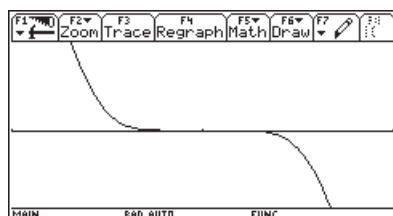


Рис. 9.26. Часть графика, выделенного на рис. 9.25, в увеличенном масштабе

Теперь, нажав клавишу ENTER, можно наблюдать построение выделенной части графика, что и показано на рис. 9.26. Обратите внимание на то, что поскольку выделенная область не охватывала вертикальной оси, то этой оси на графике рис. 9.26 нет.

Учитывая малые размеры экрана дисплея у рассматриваемых микрокалькуляторов, возможность применения «графической лупы» трудно переоценить.

Графики функций, заданных параметрическими уравнениями

Задание функций

Функции могут задаваться параметрическими уравнениями вида $x(t)$ и $y(t)$. Для построения графиков таких функций надо нажать кнопку MODE и установить тип графиков Graph типа 2:PARAMETRIC. Войдя теперь в окно

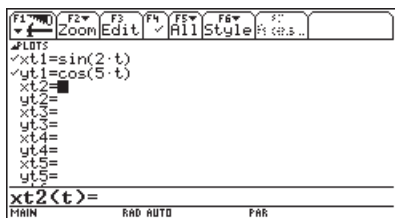


Рис. 9.27. Задание функции в параметрической форме

Y=, можно увидеть 99 пустых заготовок для параметрического задания функций вида $x_i(t)$ и $y_i(t)$, где $i=1, 2, 3, \dots, 99$. Зададим пару параметрических зависимостей (рис. 9.27).

Как и ранее, для построения графика заданной функции надо выполнить отметку введенных уравнений и убрать ранее выполненные отметки (иначе графики будут накладываться друг на друга).

Построение графиков

Теперь, перейдя в окно GRAPH, можно наблюдать построение графика. Если при этом исполнить операцию F2 Zoom A:ZoomFit, можно перестроить график с максимально возможными размерами (рис. 9.28).

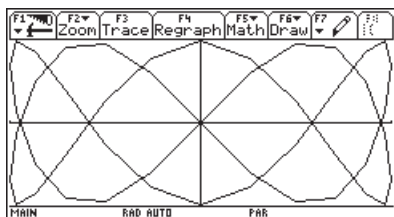


Рис. 9.28. Построение графика функции, заданной параметрическими уравнениями

Полученную фигуру называют фигурой Лиссажу. Можно построить множество подобных фигур. В параметрической форме часто задают траектории полета объектов при решении физических задач, например, на полет пули или камня.

Окно WINDOW для этого вида графики немного отличается от рассмотренного ранее — в него добавлено задание параметров t_{min} , t_{max} и t_{step} . Смысл этих параметров очевиден. Есть и другие непринципиальные отличия, которые пользователь, освоивший обычную графику, легко учтет.

Добавление в рисунок геометрических фигур

В окне GRAPH имеется вкладка F7 с инструментами для рисования геометрических фигур:

Pencil — карандаш;

Eraser — стирающая резинка;

Line — линия;

Horizontal — горизонталь;

Vertical — вертикаль;

Text — текст;

Save Picture — запись изображения в память.

На рис. 9.29 показаны открытая вкладка F7 и построенная окружность. Для построения окружности вначале графическим курсором намечают центр окружности, а затем отклонением от него задают радиус окружности. Окружность при этом тут же строится и ее радиус меняется при перемещении курсора. Клавиша ENTER фиксирует завершение построения окружности.

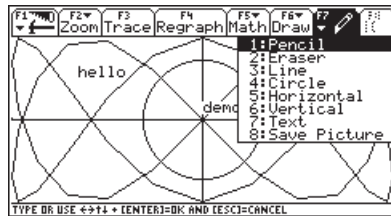


Рис. 9.29. Построение окружности и вкладка F7 окна графики

Аналогичным образом строятся другие фигуры. Надписи (две из них показаны на рис. 9.29) также наносятся на рисунок с позиционированием с помощью курсора мыши. После этого они набираются на клавиатуре и фиксируются нажатием клавиши ENTER. Указанные возможности есть во всех типах графики.

Графики в полярной системе координат

Задание функций $r(\theta)$

Графики в полярной системе координат представляют собой линию, которую описывает вращающийся вокруг центра конец радиус-вектора, направление которого задается углом θ , а длина описывается функцией $r(\theta)$. Перед построением таких графиков надо нажать клавишу MODE и задать тип графика Graph 3:POLAR. Затем, для задания зависимости $r(\theta)$, как и ранее, надо выйти в редактор функций $Y=$, что показано на рис. 9.30.

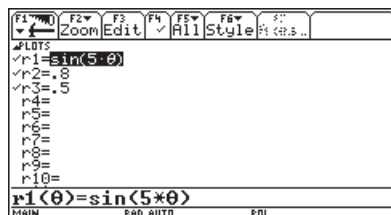


Рис. 9.30. Пример задания трех функций $r(\theta)$

В данном случае задано три функции, причем первая описывает пятилепестковую розу, а две другие задают построение окружностей с радиусом .8 и .5.

Рекомендуется заглянуть в окно WINDOW и уточнить параметры окна. В этом окне будут видны установки дополнительного параметра θ от 0 до 2π с достаточно малым шагом (если шаг задан большим, фигуры не будут плавными).

Построение графиков в полярной системе координат

Технология построения графиков в полярной системе координат та же, что и при построении описанных ранее видов графиков. Все, что нужно, — перейти в окно GRAPH, исполнив команду с этим именем. Для начала стоит командой F2 A:ZoomFit получить график максимально возможного размера, а затем, используя команду F2 5:Sqr, построить график без искажения геометрических параметров (рис. 9.31). При этом окружности будут выглядеть так, как им положено (а не эллипсами).

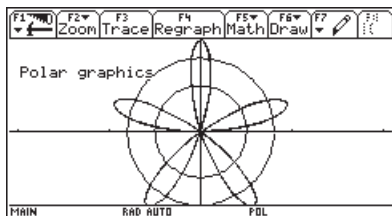


Рис. 9.31. Построение графика трех функций в полярной системе координат

Другие операции форматирования также возможны для этого вида графиков. В качестве примера на рис. 9.31 представлено построение надписи слева от графика.

Графики последовательности

Задание последовательности

К специальным графикам относятся графики последовательности. Для их построения надо, нажав кнопку MODE, установить тип графиков Graph SEQUENCE. После этого, перейдя в редактор функций, следует ввести заданную последовательность. Одна из таких последовательностей представлена на рис. 9.32.

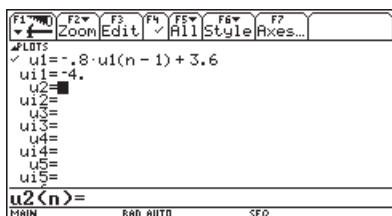


Рис. 9.32. Задание последовательности

В данном случае задана последовательность $u_1(n) = .8 * u_1(n-1) + 3.6$ при $u_1(0) = u_{i1} = -4.0$. Цель графика — дать наглядное представление об изменении $u_1(n)$ при $n = 1, 2, \dots$

Установка типа и параметров графика

Следующий этап — задание типа графиков. В данном случае он зависит от выбора типа осей. Для выбора типа осей в редакторе Y= надо выбрать вкладку F7, открывающую окно AXES (рис. 9.33).

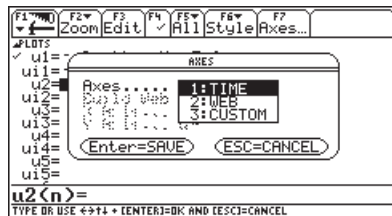


Рис. 9.33. Выбор типа графика последовательности

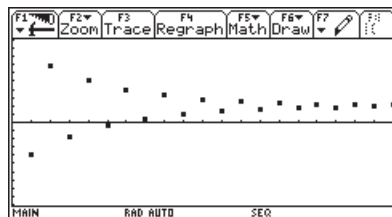


Рис. 9.34. График последовательности типа TIME

Выберем тип осей TIME — график с разверткой по времени. Перейдя в окно GRAPH, получим график заданной последовательности в виде точек, представляющих значения $u_1(n)$. На рис. 9.34 этот график построен для n от $n_{min}=1$ до $n_{max}=20$ (проверьте эту установку в окне WINDOW).

График последовательности типа WEB

Еще один тип графика последовательности — WEB, также устанавливается в окне AXES. Этот график напоминает график фазового портрета. Каждая точка графика задается в параметрической форме и точки соединяются отрезками прямых (рис. 9.35).

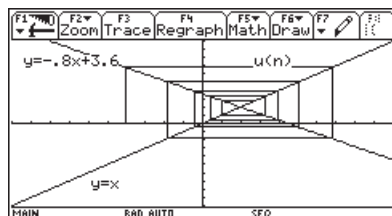


Рис. 9.35. График последовательности типа WEB

Трехмерная графика

Начало построения 3D-графиков

Возможность построения трехмерных (или 3D) графиков довольно редкая в мире даже графических калькуляторов. Для TI-89/92 построение трехмерных графиков проводится в том же порядке, что и двумерных. Вначале надо, нажав клавишу MODE, установить тип графика Graph 3D. Затем, войдя в окно WINDOW, исполнить команду F2 ZoomStd, задающую стандартную (по умолчанию) установку параметров графика. После этого можно войти в редактор Y= и задать функцию двух переменных $z(x,y)$. Редактор позволяет задавать и хранить до 99 таких функций. Четыре функции показаны на рис. 9.36.

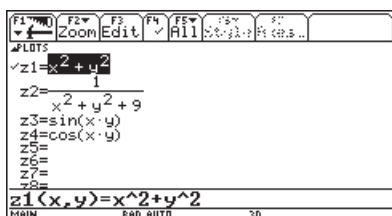


Рис. 9.36. Окно редактора формул 3D-графики

Далее нужно выделить нужную формулу с помощью клавиши F4 и графического манипулятора. Последний позволяет перемещать выделения вверх и вниз, а клавиша F4 ставит знак птички у выбранных функций. Пока пометим функцию z1.

Следует отметить, что вкладка F4 в окне редактора Y= в случае трехмерной графики не имеет подменю, так что пометиться птичкой может только одна функция. Построение 3D-графики возможно только для одной фигуры или поверхности. В этом отношении (как и в применении цветной функциональной окраски) калькуляторы заметно уступают последней версии Derive 5. Учитывая малые размеры экрана монохромного дисплея калькулятора, эти ограничения вполне естественны.

Построение 3D-графика

Выйдя в окно графики исполнением команды GRAPH, можно наблюдать построение графика (рис. 9.37). В ходе построения графика выводятся сообщения Recalc и Ware с указанием бегущих процентов выполнения операций. В строке состояния в это время отображается надпись BUSY.

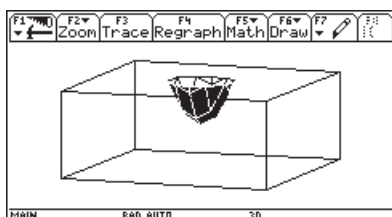


Рис. 9.37. Построенный 3D-график

Этот график представляет собой трехмерную параболу, размещенную в «ящике». Нетрудно заметить, что размер фигуры мал и большая часть «ящика» пуста. Поэтому возникает необходимость в масштабировании графика.

Масштабирование 3D-графика

Для масштабирования используется вкладка F2 в окне GRAPH. Она содержит те же команды, что и в случае двумерной графики. Однако состав активных команд несколько сокращен. Исполнив команду F2 A:ZoomFit, можно перестроить график — теперь он займет почти весь «ящик» (рис. 9.38).

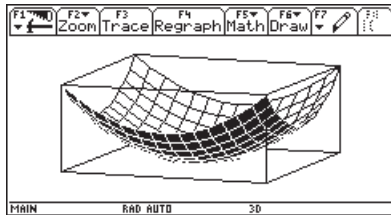


Рис. 9.38. Перестроенный 2D-график

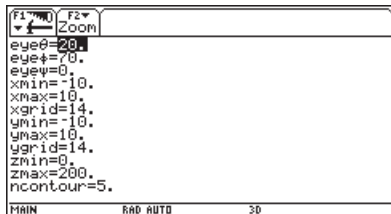


Рис. 9.39. Установка параметров окна 3D-графики

Как видно из рис. 9.37 и 9.38, калькулятор строит графики 3D-поверхности с использованием алгоритма удаления невидимых линий и закраской обратной стороны поверхности. Если вас не устраивает ориентация фигуры (поверхности) в пространстве, вы можете изменить ее, войдя в окно WINDOW (рис. 9.39) и изменив углы обзора фигуры.

Набор параметров окна WINDOWS различен для разных типов 3D-графиков.

Вращение и анимация 3D-графиков

Самой поразительной возможностью калькуляторов TI-89/92 является анимация трехмерных графиков. Для ее осуществления достаточно нажать и удерживать клавишу (или диск) графического манипулятора. При этом манипулятором задается направление вращения. На рис. 9.40 показан результат вращения по двум осям поверхности, представленной на рис. 9.38.

Разумеется, скорость вращения невелика, поскольку скорость вычислений у калькуляторов ограничена и заметно меньше, чем у ПК. Вращение можно остановить нажатием клавиш ESC, ENTER, ON или сочетания кла-

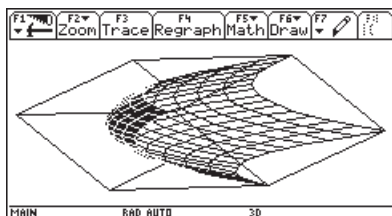


Рис. 9.40. Один из кадров вращения поверхности рис. 9.38

виш «♦» и пробела. Возможна установка одной из 4 скоростей анимации — она меняется при нажатии клавиш «-» (замедление анимации) и «+» (ускорение анимации).

Математическая обработка 3D-графики

Математическая обработка 3D-графиков выглядит намного более скромной, чем двумерных графиков. На вкладке F5 Math окна GRAPH имеется единственная активная позиция 1:Value. Эта позиция позволяет вычислять координату любой точки в пространстве. Вкладка F3 Trace включает режим трассировки, при этом графический курсор в виде крестика в окружности перемещается по 3D-объекту графики. В строке ввода индицируются три координаты центра графического маркера — x_c , y_c и z_c .

Форматирование 3D-графиков

Прежде чем рассматривать основные операции форматирования 3D-графики, укажем, что вкладка F7 окна GRAPH дает весьма ограниченные средства форматирования 3D-графика выбранного типа: рисование карандашом 1:Pencil, стирание 2:Eraser и нанесение текстовых надписей 7:Text.

Основные возможности форматирования имеются на вкладке F1 в позиции 9:Format (рис. 9.41). С ее помощью могут устанавливаться тип координатной системы, наличие или отсутствие осей, наличие или отсутствие обозначений (меток — Labels) у осей и установка типов графики: WIRE FRAME — каркасный график без алгоритма удаления невидимых линий; HIDDEN SURFACE — график с использованием алгоритма удаления невидимых линий и закраской обратной стороны (рис. 9.37 и 9.38); CONTOUR LEVELS — контурный график (линий равного уровня); WIRE AND CONTOUR — графика WIRE с нанесенными на нее линиями равного уровня и IMPLICIT PLOT — имплективная графика.



Рис. 9.41. Окно форматирования 3D-графика

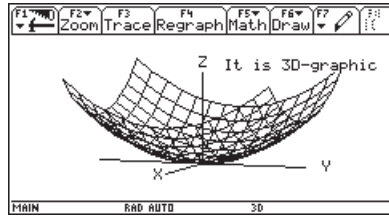


Рис. 9.42. График рис. 9.41 после форматирования

На рис. 9.42 показан результат форматирования 3D-графика, представленного на рис. 9.38. На этот раз вместо «ящика» включен вывод обычных координатных осей с метками, а тип графика выбран WIRE FRAME. На графике нанесена надпись.

Другие типы форматирования меняют тип графиков, и мы рассмотрим их ниже.

Контурные графики

Контурный график — это проекция линий пересечения 3D-объекта рядом параллельно расположенных плоскостей на опорную плоскость, образованную осями координат X и Y. Эти линии называют также линиями равного уровня. Этот вид графики широко используется в картографии. Построение таких графиков является уникальной возможностью описываемых микрокалькуляторов.

Для построения контурного графика выбранной функции достаточно установить опцию CONTOUR LEVEL (см. рис. 9.41). На рис. 9.43 представлен контурный график функции $\sin(x*y)$ при установке ZoomStd.

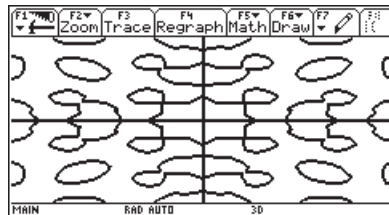


Рис. 9.43. Контурный график функции $\sin(x*y)$ при стандартном масштабе

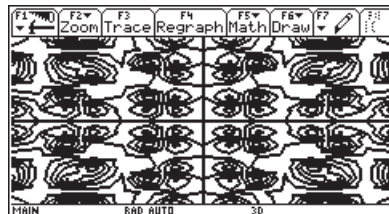


Рис. 9.44. Контурный график функции $\sin(x*y)$ после масштабирования командой ZoomFit

Контурные графики строятся довольно медленно. Им предшествует построение вначале 3D-графики, а затем уже создание контурных линий. При этом индицируется надпись Contour с указанием процентов исполнения этой операции. Вид графиков сильно зависит от выбранного масштаба. Так, на рис. 9.44 показан график, представленный на рис. 9.43 после исполнения команды масштабирования ZoomFit.

Форматирование контурных графиков ничем не отличается от форматирования обычных 3D-графиков, которое было описано выше.

Вращение контурных графиков

Контурные графики строятся как линии на плоскости. Тем не менее (еще одна приятная мелочь из многих уже отмеченных) плоскость вместе с линиями равного уровня на ней может вращаться как трехмерный объект. На рис. 9.45, к примеру, показана эта плоскость после поворота.

Для вращения плоскости с контурным графиком используются ранее описанные средства анимации для обычной 3D-графики. Возможно получение также одних контурных линий в пространстве. На рис. 9.46 показано это для функции z_2 на рис. 9.36. Здесь выведены оси и их обозначения.

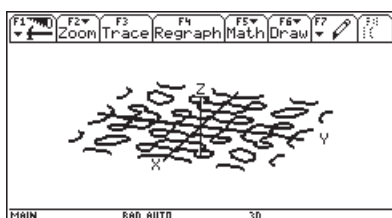


Рис. 9.45. Контурный график рис. 9.43 после вращения в пространстве

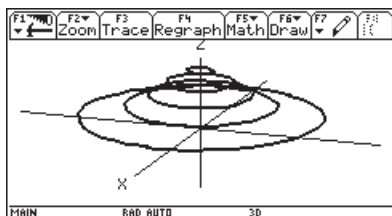


Рис. 9.46. Пример графика в виде контурных линий в пространстве

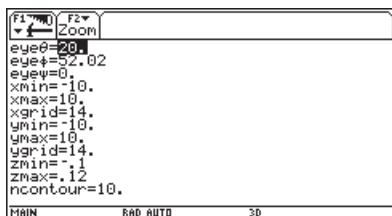


Рис. 9.47. Окно WINDOW со списком параметров контурных графиков

Обратите внимание, что размер графика можно увеличить, нажав клавишу «×». Повторное нажатие на эту клавишу возвращает график к начальному размеру. Настройки для построения данного графика (и контурных графиков вообще) даны на рис. 9.47.

Комбинированные графики WIRE AND CONTOUR

Еще один тип трехмерной графики — это графики типа WIRE с нанесенными на них в пространстве линиями равного уровня, получаемыми пересечением трехмерного объекта параллельно расположенными плоскостями. Такой график показан на рис. 9.48 для функции z_2 , представленной на рис. 9.36.

На такого рода графиках обычно целесообразно убирать оси координат и метки на них, что и сделано при построении графика на рис. 9.46. Графики могут вращаться с помощью графического манипулятора. На рис. 9.49 показан график рис. 9.48 после вращения — пик поверхности теперь обращен вниз.

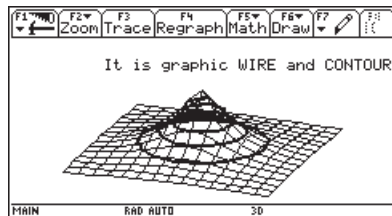


Рис. 9.48. Пример построения графика типа WIRE AND CONTOUR

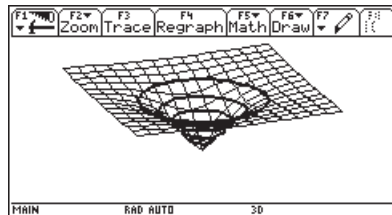


Рис. 9.49. График рис. 9.48 после вращения

Обратите внимание на то, что нанесенная на рис. 9.48 надпись при вращении исчезает. Что и понятно — она не является принадлежащей 3D-объекту и при перестройке графика ее нужно возобновлять (если это надо).

Быстрое управление 3D-графикой

Калькуляторы имеют ряд средств для быстрого управления 3D-графикой. Рассмотрим их на примере еще одного 3D-графика, функция которого выделена на рис. 9.50 в окне редактора $Y=$.

График, соответствующий этой функции, представлен на рис. 9.51.

Так, нажатием клавиш X, Y и Z можно менять положение координатных осей и направление вращения при анимации. Например, при нажатии кла-

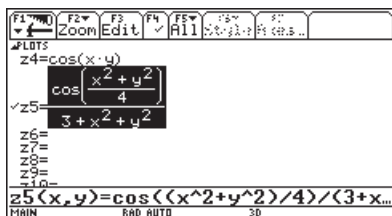


Рис. 9.50. Окно редактора Y= с выделенной функцией

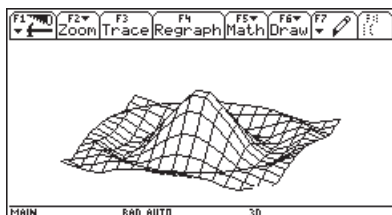


Рис. 9.51. График функции, представленной на рис. 9.50, до преобразования

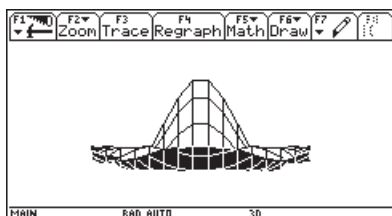


Рис. 9.52. Вид фигуры рис. 9.51 при нажатии клавиш X или Y

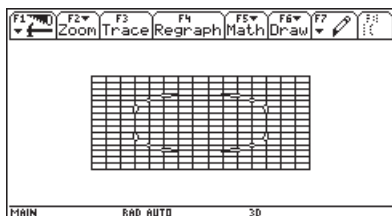


Рис. 9.53. Вид на фигуру сверху при нажатии клавиши Z

виш X и Y будет получен вид графика, показанный на рис. 9.52. При этом взгляд на фигуру идет вдоль оси X или Y, т. е. фигура рассматривается сбоку.

Если нажать кнопку Z, вид фигуры будет соответствовать виду, показанному на рис. 9.53 (вид сверху).

Нажатие кнопки 0 устанавливает начальное положение осей (и углов обзора 3D-объектов). Вид фигуры показан для этого случая на рис. 9.54. Обратите внимание на то, что вид фигуры немного отличается от представленного на рис. 9.51, поскольку установки на этом рисунке немного отличаются от начальных установок.

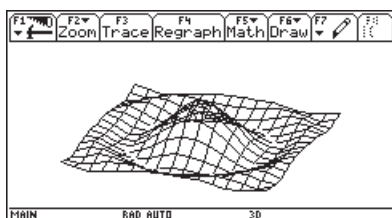


Рис. 9.54. Вид фигуры рис. 9.51 с начальными установками

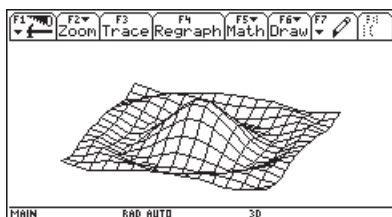


Рис. 9.55. График рис. 9.54, перестроенный с применением алгоритма удаления невидимых линий

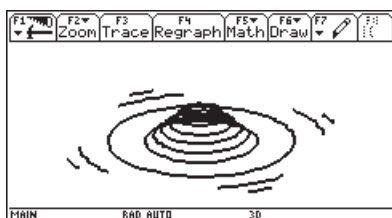


Рис. 9.56. График рис. 9.54 в виде контурных линий в пространстве

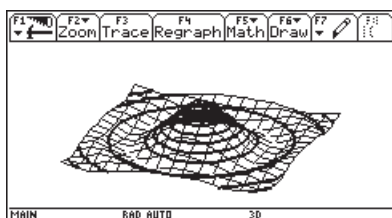


Рис. 9.57. График рис. 9.54 в виде каркаса с контурными линиями в пространстве

А теперь перейдем к самой эффектной возможности — нажатие клавиши F у TI-92/92 Plus или клавиш «♦» и «|» у TI-89 позволяет последовательно получать 4 типа графиков. Первый тип представлен на рис. 9.54 — это обычный график каркасного типа. После нажатия клавиши F будет получен график, представленный на рис. 9.55.

Еще одно нажатие клавиши F ведет к построению графика в виде контурных линий в пространстве (рис. 9.56).

Наконец, еще одно нажатие клавиши F приведет к построению графика в виде каркаса вместе с контурными линиями в пространстве (рис. 9.57).

Последующее нажатие клавиши F будет повторять смену указанных 4 типов графики. Нажатие клавиши «X» увеличивает размеры графика примерно вдвое (рис. 9.58). Повторное нажатие клавиши «X» вернет графику прежний вид (см. рис. 9.57).

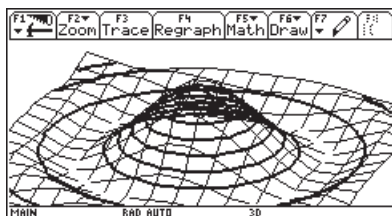


Рис. 9.58. График рис. 9.58 в увеличенном размере фигуры

Применение описанных средств позволяет быстро проверить вид 3D-графиков и выбрать наиболее подходящий их тип.

Импликативная графика

До сих пор мы рассматривали графики функций, заданных в явном виде. Однако часто используется и задание функций в неявном виде. Например, окружность радиуса задается выражением $x^2 + y^2 = r^2$. Калькуляторы дают возможность строить графики функций и при таком их задании. Для этого в редакторе вводится функция, в которой правая часть равенства переносится в левую. Например, для построения графика, заданного выражением $\cos(x*y) = 0.2$, надо задать выражение $\cos(x*y) - 0.2$. После этого надо задать тип графика IMPLICIT PLOT и перейти в окно графики GRAPH. На рис. 9.59 показано построение такого графика для заданной функции.

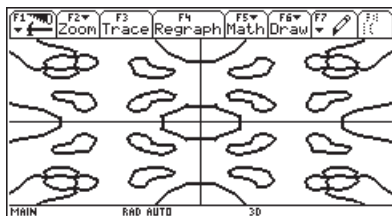


Рис. 9.59. Импликативный график функции $\cos(x*y)=0.2$

Возможности форматирования импликативных 2D-графиков весьма ограничены. Оси их выводятся без делений, большинство операций масштабирования недоступно. Нажатием клавиши X можно увеличить размер графика (на рис. 9.59 он и показан для этого случая). Повторное нажатие этой клавиши уменьшает размер графика до стандартного.

Визуализация решения дифференциальных уравнений

Порядок графического решения дифференциальных уравнений

Дифференциальные уравнения (ДУ) широко используются во многих приложениях математики, физики и прикладных наук. Они составляют основу математического моделирования многих явлений, систем и устройств. Функция deSolve позволяет решать в аналитической форме многие линейные дифференциальные уравнения. Однако нелинейные уравнения обычно не имеют аналитических решений и их приходится решать численными методами.

Калькуляторы TI-89/92 позволяют решать одиночные дифференциальные уравнения первого и второго порядка, а также системы дифференциальных уравнений первого порядка хорошо известными численными методами Рунге — Кутты и Эйлера. Причем сделано оно весьма просто и изящно (см. схему ниже):

1. Командой MODE Graph задайте тип графика DIFF EQUATIONS;
2. Войдите в редактор Y=, задайте и отметьте (F4) решаемые уравнения (см. примеры ниже);
3. Войдите в окно WINDOW и установите параметры решения;
4. Командой F1 9:Format уточните формат графика решения;
5. Войдите в окно графики GRAPH и наблюдайте графическое решение задачи;
6. С помощью инструментальных вкладок дополните график решения.

Моделирование интегрирующей RC-цепи

В качестве первого примера визуализации решения дифференциального уравнения первого порядка рассмотрим задачу моделирования RC-цепи. Пусть задана интегрирующая RC-цепь с постоянной времени $\tau = R \cdot C$, на входе которой действует напряжение $e(t)$. Работа цепи описывается дифференциальным уравнением первого порядка $\tau u' = e(t) - u(t)$. В окне редактора формул надо задавать решение для зависимостей в виде $y_i(t)$. Так что положим $y_1(t) = u(t)$ и зададим решение дифференциального уравнения в виде, представленном на рис. 9.60. Первая формула задает само дифференциальное уравнение в виде $y_1' = \text{abs}(\sin(t)) - y_1$, а вторая формула $y_1 = 0$ задает начальное условие — нулевое напряжение на выходе RC-цепи в момент времени $t = 0$.

В данном случае мы исследуем реакцию RC-цепи с постоянной времени $\tau = 1$ на выпрямленное напряжение $e(t) = \text{abs}(\sin(t))$. Вы можете модерни-

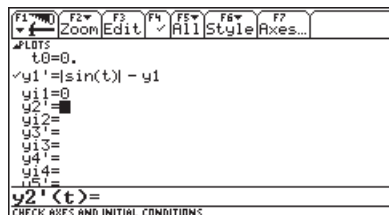


Рис. 9.60. Задание решения дифференциального уравнения первого порядка

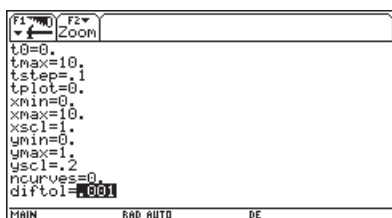


Рис. 9.61. Параметры моделирования RC-цепи

зировать это уравнение, изменив τ и введя умножение y_1' на значение τ и уточнив аргумент входного воздействия, что не меняет принципиальной сути решения. Перейдя к окну WINDOW, уточним параметры моделирования (рис. 9.61).

Далее, исполнив команду F1 9:Format, установим параметры форматирования графика решения данного дифференциального уравнения (рис. 9.62).



Рис. 9.62. Параметры форматирования графика решения

Перейдя в окно GRAPH, можно наблюдать построение графика решения жирной линией (рис. 9.63). Используя вкладку F6 и команду 2:DrawFunc, можно на этом же графике построить зависимость $\text{abs}(\sin(x))$, т. е. график выпрямленной синусоиды (обратите внимание на подмену аргумента t на x). На рис. 9.63 он представлен тонкой линией. Наконец с помощью команды F7 7:Text можно ввести текстовые обозначения кривых, что также показано на рис. 9.63.

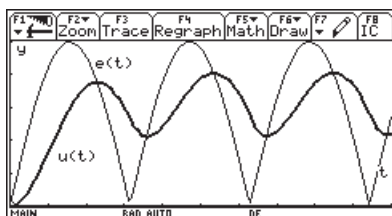


Рис. 9.63. Графики напряжений на входе и выходе RC-цепи

Итак, в результате мы получили наглядное представление решения данной задачи. Повторив эти операции для $e(t) = \sin(t)$, можно получить графики (рис. 9.64), иллюстрирующие реакцию RC-цепи на входной синусоидальный сигнал.

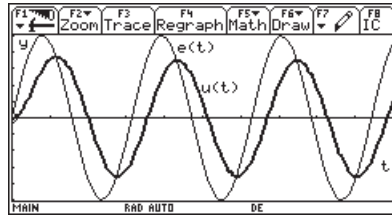


Рис. 9.64. Реакция интегрирующей RC-цепи на синусоидальный сигнал

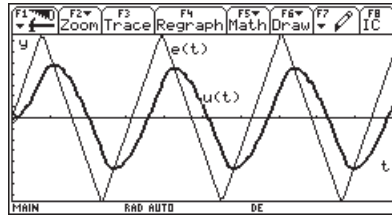


Рис. 9.65. Реакция интегрирующей RC-цепи на треугольный сигнал

Наконец, для $e(t) = \sin^{-1}(\sin(t))$ можно (уточнив масштабы) получить реакцию RC-цепи на треугольный сигнал, представленную на рис. 9.65.

Калькуляторы предусматривают возможность построения графиков решения дифференциального уравнения с несколькими начальными значениями $y_i(0)$. Для этого их надо задавать в виде списка в фигурных скобках.

Представление решения на фоне поля

На рис. 9.66 показана еще одна возможность наглядной визуализации решения дифференциальных уравнений — построение графика решения на фоне поля решения, представленного черточками. Для этого исполните команду F1 9:Format и в окне форматирования задайте Fields SLPFLD. Этот вид форматирования применяется только при визуализации решений одиночных дифференциальных уравнений первого порядка.

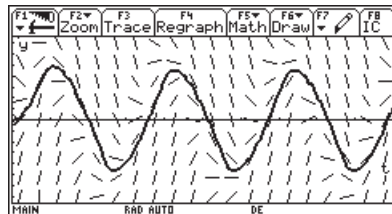


Рис. 9.66. График решения дифференциального уравнения на фоне поля решения

Представленные примеры дают представление о степени визуализации решений дифференциальных уравнений. Хотя она уступает таковой для таких мощных систем компьютерной математики, как Maple 6 или Mathematica 4, следует признать, что она достаточно высока с учетом скромных возможностей дисплея калькуляторов.

Решение систем дифференциальных уравнений

Калькуляторы позволяют также решать системы дифференциальных уравнений первого порядка. Могут решаться и дифференциальные уравнения второго и более высокого порядка, но при условии, что они преобразуются в систему дифференциальных уравнений первого порядка. Как это делается, известно из курса математики [10].

Решим систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, известных под названием уравнений Ван-дер-Поля (рис. 9.67). Такая система описывает колебания в генераторных системах с нелинейностью:

$$\begin{aligned} y_1'(t) &= y_2 \\ y_2'(t) &= 2 \cdot (1 - y_1^2) \cdot y_2 - y_1 \end{aligned}$$

Однако в нашем случае мы уже заняли переменные y_1 и y_2 под описанные выше примеры. Поэтому зададим нашу систему через свободные переменные y_4 и y_5 при начальных условиях, равных соответственно 0 и 1.

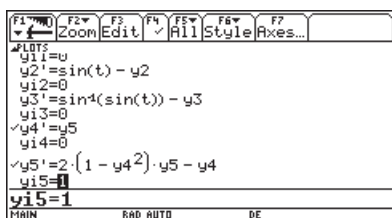


Рис. 9.67. Задание уравнений Ван-дер-Поля

Отметив уравнения клавишей F4, перейдем в окно WINDOW и зададим параметры графического окна для построения графиков решения в виде двух функций (рис. 9.68).

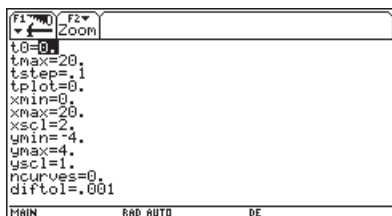


Рис. 9.68. Задание параметров графического окна

Теперь, перейдя в окно GRAPH, можно наблюдать построение (прямо скажем, не очень быстрое) решения уравнений Ван-дер-Поля в виде зависимостей $y_1(t)$ и $y_2(t)$ по исходной системе уравнений или по y_4 и y_5 по обозначению переменных в окне WINDOW. Построенные графики с нанесенными на них обозначениями кривых показаны на рис. 9.69.

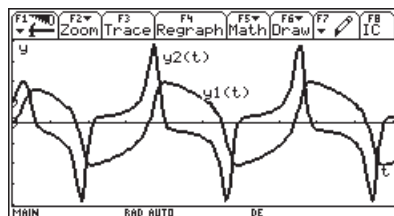


Рис. 9.69. Результат решения уравнений Ван-дер-Поля в виде графиков временных зависимостей

Приведенные на рис. 9.69 зависимости дают хорошее представление о сложности колебаний в нелинейных системах второго порядка. Анализ колебаний в таких системах относится к фундаментальным задачам теории колебаний и калькуляторы позволяют успешно решать их.

Построение фазового портрета решения

Помимо временных зависимостей калькуляторы позволяют представить решение в виде фазового портрета. В этом случае по осям x и y графика задается отображение значений переменных $y_1(t)$ и $y_2(t)$ при изменении t от 0 до $t_{\max}$. Рассмотрим, каким образом строится фазовый портрет.

Для построения фазового портрета прежде всего надо в редакторе $Y=$ назначить новые переменные по осям. Для этого надо открыть вкладку $F7$ Axes, в позиции Axes задать ввод осей пользователем CUSTOM и затем по оси X указать y_4 , а по оси Y — y_5 (в обозначениях переменных в окне WINDOW). Затем в окне WINDOW надо уточнить параметры построения — они приведены на рис. 9.70.

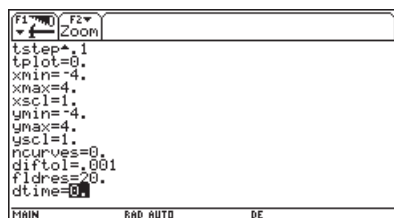


Рис. 9.70. Параметры окна WINDOW для построения фазового портрета

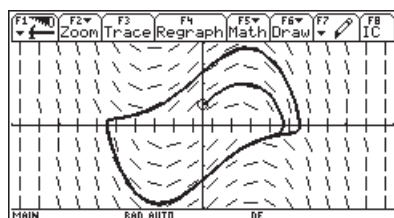


Рис. 9.71. Построение фазового портрета колебаний на фоне поля направлений

После этого можно построить график фазового портрета. Он показан на рис. 9.71 при установке отображения фонового поля DIRFLD (поле направлений).

Дополнительные возможности графики

Разбивка экрана на две части

Хотя экран калькуляторов не так уж велик, предусмотрена его разбивка на две части с предоставлением в каждой из них своей информации. Для этого надо в окне MODE на вкладке F2 установить опцию Split Screen в позицию LEFT-RIGHT (окна слева и справа) или TOP-BOTTOM (окна сверху и снизу). По умолчанию задана опция FULL (полное окно). Надо также установить вид окон, например, Y= и GRAPH. При этом в одном окне (слева) будет видно окно редактора Y=, а в другом — фазовый портрет решения, полученный перед этим (рис. 9.72).

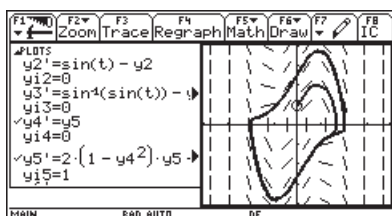


Рис. 9.72. Разбивка окна на две части с отображением в одной из них редактора Y=, а в другом — фазового портрета колебаний

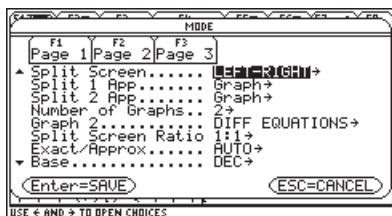


Рис. 9.73. Установки в окне MODE на вкладке F2

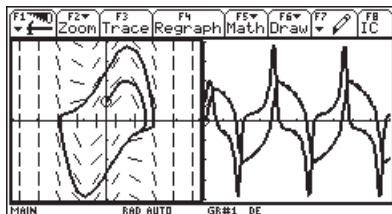


Рис. 9.74. Два окна с разными типами графиков

Немного сложнее установка для одновременного отображения двух графиков разного типа. Соответствующие установки представлены на рис. 9.73

Вид экрана калькулятора для этого случая представлен на рис. 9.74. В левом окне отображается фазовый портрет колебаний, а в правом — временные зависимости колебаний.

Представление данных (текстовых, числовых или графических) в двух окнах повышает степень визуализации расчетов, выполняемых на калькуляторах. Заметим, что окна не обязательно должны быть одинаковыми, есть возможность менять их относительные размеры.

Специальные средства графики

Вкладка F6 дополнительной графики

При работе с графическим окном в нем можно пользоваться вкладкой F6 DRAW для дополнительных графических операций. Эта вкладка открыта на рис. 9.75.

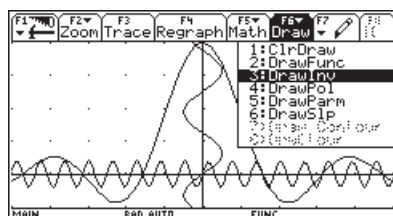


Рис. 9.75. График функции $\sin(x)/x$ и открытая вкладка F6 DRAW

Операции вкладки F6 дают обращение к окну HOME и задают в строке ввода одну из графических команд:

Команда 2D-графики	Переменные	Назначение
CtrlDraw		Очистка графического окна
DrawFunc expr	x	График функции
DrawInv expr	x	График обратной функции
DrawPol expr[,θmin,θmax,θstep]	θ	График в полярной системе координат
DrawParm expr1,expr2 [,tmin,tmax,tstep]	t	График параметрически заданной функции
DrawSlp x1,y1,slope		График линии $y-y_1=\text{slope}*(x-x_1)$

На рис. 9.75 показаны также графики функций $0.1*\sin(5*x)$ и $\sin(10*x)$, полученные командами F6 2:DrawFunc и 3:DrawInv. Обратите внимание, что в последнем случае (инверсная функция) график построен относительно оси y.

Для 3D-графика возможны следующие команды:

Команда 3D-графики	Переменные	Назначение
Draw Contour	xc,yc,zc	Контурный график в объеме
DrwCtour expr или list	x,y	Контурный график на плоскости

Построение семейств кривых

При объяснении таких понятий, как амплитуда или частота колебаний, масштаб кривых и т. д., возникает необходимость в построении семейства кривых для различных значений какого-либо параметра. Калькуляторы позволяют строить семейства кривых 2D-графики при задании нужного параметра в виде списка (рис. 9.76).

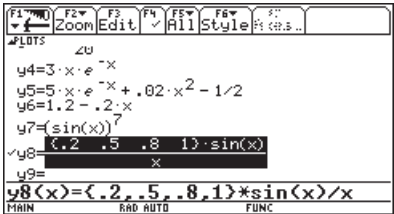


Рис. 9.76. Задание функции y8 с параметром в виде списка

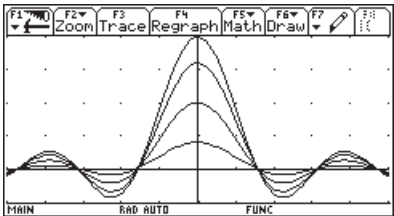


Рис. 9.77. График функции $A \cdot \sin(x)/x$ при задании амплитуды A списком

График семейства функций $\{.2,.5,.8,1\} \cdot \sin(x)/x$ представлен на рис. 9.77. Он дает прекрасное представление об изменении графика данной функции при изменении ее амплитуды.

Вы можете попробовать построить подобные графики при изменении другого параметра. Обратите внимание, что список в строке ввода задается с элементами, разделяемыми запятыми, но в окне вывода запятые заменяются пробелами.

Просмотр таблиц значений функций

Калькуляторы позволяют просматривать таблицы значений функций одной переменной, помеченных в окне редактора Y=. Для этого достаточно открыть окно таблицы TABLE. На рис. 9.78 показан вид таблицы для 4 функций — переменные от y1 до y4.

X	y1	y2	y3	y4
-5.E0	-2.E-1	1.4E16	-2.E-1	-2.2E3
-4.E0	-2.E-1	6.E13	-2.E-1	-6.6E2
-3.E0	4.7E-2	7.E10	2.1E-2	-1.8E2
-2.E0	4.5E-1	7.75E6	9.1E-2	-4.4E1
-1.E0	8.4E-1	2.72E0	4.2E-2	-8.2E0
0.E0	undef	0.E0	0.E0	0.E0
1.E0	8.4E-1	3.7E-1	4.2E-2	1.1E0
2.E0	4.5E-1	1.42E5	9.1E-2	8.1E-1

Рис. 9.78. Таблица значений для 4 функций

Для установки параметров табличного представления данных (в частности, начального значения и шага изменения независимой переменной) служит вкладка F2 Setup. Для 3D-графики таблицы не создаются.

Построение графиков прямо из окна Home

До сих пор функции для построения графиков задавались в редакторе Y= и запоминались в нем. При этом для задания expr используются следующие переменные (в оригинале типа native):

- x — для графиков функций;
- t — для графиков с параметрическим заданием и для решения дифференциальных уравнений;
- θ — для полярных графиков;
- n — для графиков последовательностей;
- x, y — для трехмерных графиков.

Но есть возможность построения графиков функций прямо из окна Home. Для этого используются команды ClrGraph для очистки окна графики и Graph expr для построения графиков того или иного типа на вкладке F4 Other. В этом случае, однако, нельзя строить графики последовательностей и решения дифференциальных уравнений.

Рис. 9.79 показывает построение таким образом графиков трех функций по одному выражению Graph { .2, .3, 1 } sin ({ 3, 2, 1 } x), содержащему списки со значениями амплитуд и частот синусоид.

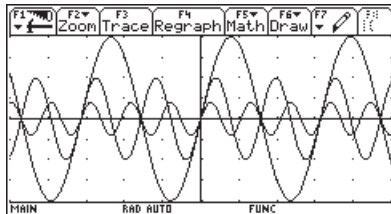


Рис. 9.79. Построение графиков с помощью функции Graph

При задании таким образом графиков можно использовать и другие типы переменных (кроме типа native). Но их надо определять с помощью определителя Define, также вводимого из вкладки F4 Other в окне Home. Например, это можно сделать так:

Define fun(x1)=.1*x1*sin(x1) или .1*x1*sin(x1)→fun(x1)

После этого график выражения строится вводом команд

ClrGraph: Graph fun(x)

Задание программных модулей в строке ввода

В строке ввода можно вводить простые программные конструкции модулей. Например, зададим функцию fs(x), которая создает график «выпрямленной» синусоиды:


```
Define fs(x)=Func:If sin(x)>0 Then: Return sin(x): Else: Return -sin(x): EndIf: EndFunc
```

Нажав клавишу Enter, получим подтверждение:

▪Define fs(x)=Func Done

Теперь функцию $fs(x)$ можно использовать как обычную функцию, например, для построения графика:

```
ClrGraph: Graph fs(x)
```

Вид графика представлен на рис. 9.80. При необходимости можно уточнить масштаб графика, если ранее установленный масштаб чем-то не нравится.

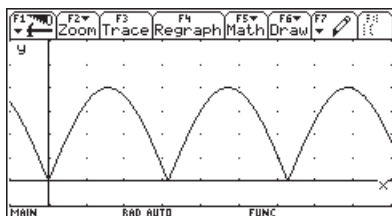


Рис. 9.80. График «выпрямленной» синусоиды — функции $fs(x)$

Обратите внимание на то, что при однострочном задании программных модулей надо использовать разделитель : (двоеточие) между элементами программного модуля. Позже мы увидим, что это не требуется при задании программ в их редакторе. Кроме того, в этих примерах ввод инструкций осуществлялся побуквенно, как это принято в серьезных языках программирования высокого уровня, к коим и относится язык программирования и язык общения с калькуляторами TI-89/92. Разумеется, вы можете для записи команд использовать соответствующие меню, в которых эти команды содержатся.

Глава 10. Специальные возможности калькуляторов TI-89/92

Редактор данных и матриц Data/Matrix Editor

Мы уже рассматривали создание векторов и матриц с помощью квадратных скобок. Это удобно для небольших векторов и матриц, элементы которых не меняются или меняются редко. Однако при обработке (например, статистической) массивов данных среднего и большого размеров такое задание данных и тем более их модификация становятся неудобными и утомительными. Поэтому в калькуляторах введен специальный редактор данных и матриц с представлением их в табличной форме и с удобным доступом к любому элементу данных или матриц. Назовем этот редактор сокращенно РДМ. Для входа в РДМ используется команда APPS 6:Data/Matrix/Editor (рис. 10.1).

Эта команда имеет подменю, также показанное на рис. 10.1, с тремя позициями: 1:Current — открытие текущего окна редактор, 2:Open... — загрузка

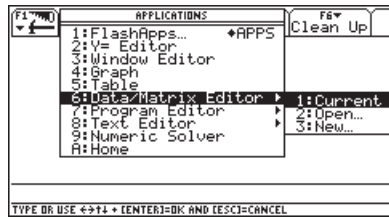


Рис. 10.1. Открытие редактора данных и матриц

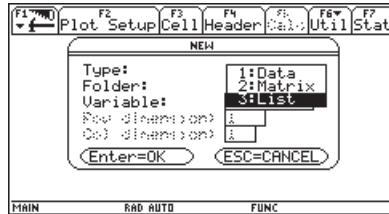


Рис. 10.2. Запрос на создание блока данных, матрицы или вектора

ранее созданного окна редактора и 3:New... — открытие нового окна редактора. Если исполнить команду 3:New, появится запрос на создание блока данных, матрицы или листа (рис. 10.2). В окне запроса надо указать тип данных, папку (фолдер), куда будет занесен блок данных, и имя переменной, которой этот блок будет назван.

Заметим, что РДМ дает удобные средства для ввода и обзора данных в виде двумерных таблиц. С помощью графического манипулятора можно перемещать выделение одной из ячеек таблицы по вертикали и по горизонтали. При этом внизу отображается имя ячейки и ее содержимое. Последнее можно редактировать, нажав клавишу ENTER перед редактированием и после него. Если заполняется столбец, то перемещение от одного элемента к другому вниз происходит автоматически, что облегчает последовательный ввод данных. Всего возможно задание до 99 столбцов и до 999 данных (ячеек) в каждом столбце (если, разумеется, это позволит оставшаяся свободной память калькулятора).

Окно РДМ имеет ряд вкладок. Вкладка F1 содержит традиционные средства для записи и считывания блоков данных, задания новых блоков и работы с буфером. Особо надо отметить операцию форматирования таблицы данных (матрицы), позволяющую, в частности, изменить ширину столбцов таблицы.

Вкладка F2 используется для построения графиков по данным матриц. Вкладка F3 помещает выделенную ячейку в линию редактирования, а вкладка F4 используется для подготовки заголовков таблиц. Назначение вкладок F5 и F7 будет описано при рассмотрении статистических расчетов. А вот вкладка F6 Util содержит ряд полезных и очевидных утилит: вставки и удаления столбцов или строк таблиц данных или матриц, сортировки элементов столбцов и очистки заданного столбца.

Ввод списка и работа с ним

Задав, например, имя листа l1 в папке по умолчанию main мы получим новое, вначале пустое, окно в виде таблицы. В нее тут же можно вводить данные, например, на рис. 10.3 приведена таблица, содержащая лист, представленный одним столбцом c1. Заметим, что лист с небольшим числом элементов можно задавать в фигурных скобках и в окне Nome, разделяя элементы листа запятыми.

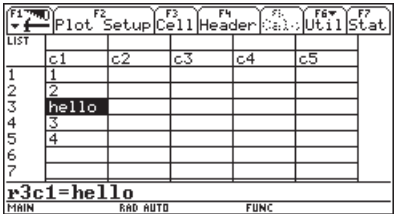


Рис. 10.3. Задание столбца в виде листа в редакторе данных и таблиц

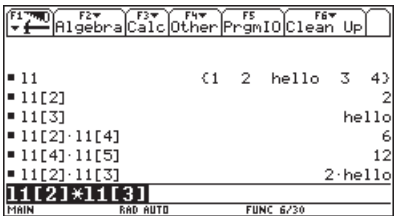


Рис. 10.4. Выполнение операций над списком l1 в окне Nome

С полученным списком l1 можно работать как любой переменной. Рис. 10.4 демонстрирует работу с этим списком из окна Nome. Нетрудно заметить, что выражение l1[i] выделяет i-й элемент списка, а с элементами, содержащими цифровые значения, можно выполнять арифметические (и иные числовые) операции.

Ввод блока данных и работа с ним

Если начать задавать более чем один столбец данных, введенная переменная автоматически начнет представлять двумерный массив данных. Разумеется, можно открыть новую переменную, например data1, и подготовить в



Рис. 10.5. Блок данных о спортсменах

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrmIO	Clean	Up
<pre> ■ data1[2] {ivan petr nikolay evgeniy} ■ (data1[3])[2] 176 ■ $\sum_{i=1}^4 (data1[4])[i]$ 295 </pre>					
Σ<data1[4][i],i,1,4>					
MAIN	RAD AUTO	FUNC 3/30			

Рис. 10.6. Примеры обработки данных

ней произвольную таблицу данных. Именно так создана таблица рис. 10.5 с порядковыми номерами спортсменов — столбец c1, их именами — столбец c2, ростом — столбец c3 и весом — столбец c4.

В калькуляторе предусмотрена обработка таблицы данных по столбцам. Примеры такой обработки дает рис. 10.6.

Обратите внимание на последний пример — здесь вычислен общий вес всех спортсменов по данным четвертого столбца. Это полезно при оценке, например, того, смогут ли они проехать в лифте, имеющем ограничение на вес пассажиров.

Автоматическое заполнение столбцов по заданным выражениям

Задание блока данных в редакторе позволяет автоматически формировать столбцы таблицы по определенным математическим выражениям. Для этого достаточно поместить выделение в название столбца (c1, c2 и т. д.). Например, если мы хотим создать столбец c1 с последовательностью чисел от 1 до 6, то не обязательно вводить эти числа в соответствующие ячейки этого столбца. Можно в его заголовок занести выражение seq(x,x,1,6), создающее последовательность чисел x от 1 до 6. Аналогично квадраты чисел можно занести, используя выражение seq(x,x,1,6).

А теперь поставим перед собой следующую задачу: сформируем столбец c1 по выражению seq(x,x,1,6), столбец c2 = c1² (т. е. квадраты чисел столбца c1), c3 = LN(c2) и c4 = c1! (факториалы чисел в столбце c1). На рис. 10.7 показан блок данных, составленных по этим правилам.

Как видно из этого весьма показательного примера, РДМ обеспечивает очень удобные средства для создания таблиц самых различных формул и выражений. Надо отметить, что ничем подобным система Derive не обладает.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
DATA	Plot Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
	c1	c2	c3	c4		
1	1	1	0	1		
2	2	4	2*ln(2)	2		
3	3	9	2*ln(3)	6		
4	4	16	4*ln(2)	24		
5	5	25	2*ln(5)	120		
6	6	36	2*ln(6)	720		
7						
c1=seq(x,x,1,6)						
MAIN	RAD AUTO	FUNC				

Рис. 10.7. Блок данных, подготовленных по выражениям в заголовках столбцов

Ввод блока матриц и работа с ним

Матрица — прямоугольный массив данных размером $m \times n$, где m — число строк и n — число столбцов матрицы. Напоминаем, что в окне Home матрицу можно создать с помощью квадратных скобок, например $[1,2;3,4] \rightarrow m1$ или $[[1,2][3,4]] \rightarrow m1$. Однако куда удобнее создавать и редактировать матрицы (особенно большие) с помощью РДМ.

При создании новой матрицы выводится окно для задания типа данных, папки для переменной, имени переменной с данными матрицы и числом строк и столбцов (рис. 10.8).

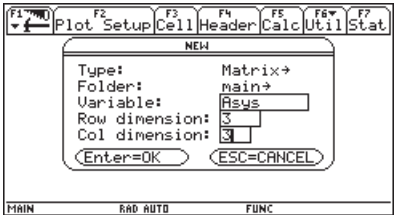


Рис. 10.8. Задание основных параметров матрицы

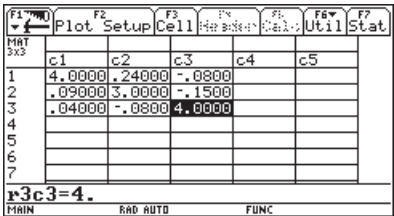


Рис. 10.9. Пример задания матрицы вещественных чисел Asys

В отличие от блока данных с исходно пустыми ячейками, матрица задается с нулевыми элементами. После этого в нее вводятся значения каждого ненулевого элемента. Ввод задается построчно, т. е. вначале вводится первая строка матрицы, затем вторая и т. д. Перемещение от ячейки к ячейке при этом происходит автоматически, так что достаточно вводить значения элементов и нажимать клавишу ENTER для фиксации ввода. После ввода можно с помощью графического манипулятора перейти в любую ячейку и отредактировать ее содержимое. На рис. 10.9 показано задание матрицы Asys размером 3×3 .

Обратите внимание на то, что обозначение MAT 3×3 выводится в левом верхнем углу таблицы с данными матрицы.

Ввод вектора

Ввод вектора задается аналогично вводу матрицы. При одном одна из размерностей задается равной 1. Можно создавать векторы-столбцы и векторы-строки. На рис. 10.10 показано задание вектора-столбца Bsys.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Calc	Util	Stat	
1	c1	c2	c3	c4	c5	
2	8.0000					
3	9.0000					
4	20.000					
5						
6						
7						
r3c1=20.						
MAIN RAD AUTO FUNC						

Рис. 10.10. Задание вектора-столбца в редакторе данных и матриц

Этот вектор-столбец представляет собой вектор правых частей системы линейных уравнений, матрица коэффициентов которого задана как $Asys$ ранее.

Операции с векторами и матрицами

Решение системы линейных уравнений, заданных в матричной форме

В качестве первого примера на работу с матрицами рассмотрим решение системы линейных уравнений (СЛУ), в матричном виде имеющей вид $Asys \cdot X = Bsys$. Заметим, что в этой системе использованы ранее заданные в РДМ матрица и вектор. В их названии большие буквы заменяются на малые. На рис. 10.11 представлено решение данной системы двумя способами — с применением операции обращения матрицы и с использованием функции `simult`.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clean Up	
■ $asys^{-1} \cdot bsys$					
				1.90920	
				3.19496	
				5.04481	
■ <code>simult(asys, bsys)</code>					
				1.90920	
				3.19496	
				5.04481	
simult(Asys, Bsys)					
MAIN RAD AUTO FUNC 2/30					

Рис. 10.11. Примеры решения системы линейных уравнений

Оба способа дают одинаковые конечные результаты и иллюстрируют применение матрицы и вектора, созданных в РДМ, в одной из самых важных операций матричной алгебры.

Матричные операторы и функции

Калькуляторы имеют весьма приличный набор матричных (и векторных) операторов и функций, позволяющий решать практически любые задачи теории и практики матричных операций [9]. Доступ к большинству из них обеспечивает окно МАТН и позиция его меню 4:Matrix. Ниже перечислены основные матричные операции калькуляторов (M — матрица, o — объект, l — список, i — индекс, e — выражение, tol — заданная погрешность):

$+, -, *, /, ^$ — стандартные матричные арифметические операции;

$+. , -. , .* , ./ , .^$ — точечные матричные арифметические операции;

Fill e, mVar — оператор замены всех элементов матрицы mVar значением выражения e;

LU M, lMname, uMname, pMname, — оператор LU-декомпозиции;

QR M, qMname, rMname [,tol] — оператор QR-декомпозиции;

T — оператор транспонирования матрицы (например, MT);

-1 — оператор инвертирования матрицы (например, M^{-1});

augment(o1,o2) — объединяет в один два вектора или две матрицы;

colDim(M) — возвращает число столбцов матрицы;

colNorm(M) — возвращает максимальную сумму модулей элементов столбца матрицы;

crosP(l1,l2) — возвращает лист кросс-произведения двух списков;

det(M[,tol]) — возвращает детерминант матрицы M (tol — заданная погрешность);

diag(o) — возвращает матрицу с заданной диагональю (o есть лист, строка или столбец матрицы);

dim(o) — возвращает размер объекта o (списка, вектора, матрицы или строки);

dotP(l1,l2) — возвращает точечное произведение двух списков (векторов);

eigVc(M) — для квадратной матрицы M возвращает матрицу собственных векторов;

eigVl(M) — для квадратной матрицы M возвращает список собственных значений;

identity(e) — возвращает единичную матрицу с размером, заданным выражением e;

max(o1,o2) — возвращает максимальные значения двух выражений, векторов или матриц;

min(o1,o2) — возвращает минимальные значения двух выражений, векторов или матриц;

mRow(e,M,i) — возвращает матрицу M, каждый элемент i-й строки, которой умножается на вычисленное значение выражения e;

norm(M) — возвращает норму квадратной матрицы (квадратный корень из суммы квадратов всех элементов матрицы);

ref(M[,tol]) — возвращает ступенчатую форму матрицы M (tol — опционально заданная погрешность);

RowAdd(M,i1,i2) — возвращает матрицу M с i1-строкой, замененной суммой i1-й и i-второй строкам;

rowNorm(M) — возвращает максимум для суммы всех абсолютных значений элементов в строках матрицы;

rowSwap(M,i1,i2) — возвращает матрицу M у которой меняются местами строки с индексами i1 и i2;

rowDim(M) — возвращает число строк матрицы;

rref(M,[tol]) — может использоваться для решения системы линейных уравнений по расширенной матрице системы.

Большинство этих операторов и функций достаточно очевидно, по крайней мере, тем читателям, которым знакомы основы матричных вычислений. Поэтому мы ограничимся всего несколькими примерами на выполнение таких вычислений.

Примеры матричных вычислений

На рис. 10.12 показано задание матрицы m в символьной форме и вычисление обратной матрицы m^{-1} и детерминанта матрицы m . Результаты представлены в аналитической форме.

На рис. 10.13 показано применение функций augment, notm, ref и colDim. В первых трех случаях получены аналитические выражения, дающие прекрасное представление о сути этих функций.

На рис. 10.14 демонстрируется (на этот раз численное) применение функций eigVc, eigV1 и diag. Действие других матричных функций читатель может проверить самостоятельно.

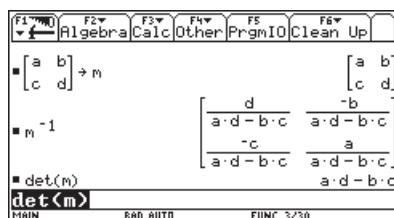


Рис. 10.12. Задание матрицы m и вычисление обратной матрицы и детерминанта

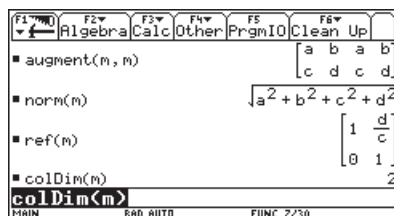


Рис. 10.13. Демонстрация работы функций augment, notm, ref и colDim

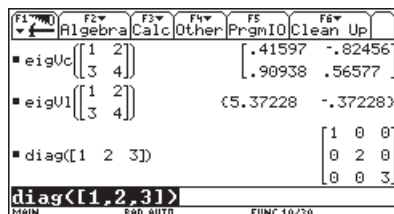


Рис. 10.14. Демонстрация действия функций eigVc, eigV1 и diag

В целом можно отметить, что калькуляторы описываемого типа имеют функционально полный набор матричных операций и функций, вполне достаточный для решения типовых (особенно учебных) задач с максимальным комфортом и эффективностью.

Статистические вычисления

Статистические вычисления — еще один конек рассматриваемых микрокалькуляторов. Они сочетаются с очень удобными средствами задания исходных данных в виде векторов и матриц, с помощью описанного выше редактора данных, векторов и матриц. К этому надо добавить свыше 30 специальных функций для выполнения статистических расчетов, встроенных в ядро калькуляторов, и обеспечивающих выполнение наиболее массовых из таких расчетов с максимально возможной (с учетом ограниченных аппаратных возможностей калькуляторов) эффективностью. Основные из них доступны из окна MATH — позиции меню 6:Statistics и 7:Probability.

Ввод исходных данных

Ввод исходных данных для статистических расчетов задается в удобной табличной форме. Для этого используется команда выхода РДМ APPS 6:Data/Matrix Editor. Полученная пустая таблица заполняется по столбцам (см. пример на рис. 10.15). При этом имеются все возможности полноэкранного редактирования таблицы данных.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7
Plot	Setup	Cell	Header	Calc	Util	Stat
DATA						
	c1	c2	c3	c4		
1	.90000	.10000				
2	2.05000	.90000				
3	2.97000	2.20000				
4	4.18000	3				
5	4.98000	4.90000				
6	6.00000	5.00000				
7	6.99000	6.02300				
r3c1=2.97						
MIN MAX RAD AUTO FUNC						

Рис. 10.15. Пример задания данных для статистических расчетов

Напоминаем, что у РДМ есть ряд типовых вкладок: F1 — работа с файлами данных, работа с буфером и форматирование; F3 Cell — вывод содержимого выделенной строки в область ввода для редактирования (то же можно сделать, нажав клавишу ENTER); F4 Header — работа с заголовками таблицы (например, запись в них выражений), F6 Util — утилиты для работы с таблицей (включение и уничтожение ячеек, строк и столбцов, сортировка столбцов и очистка столбцов).

Основные виды статистических расчетов

Вкладка F5 Calc открывает окно задания основных видов статистических расчетов. Оно представлено на рис. 10.16.

Первая позиция окна Calculation Type устанавливает один из 12 видов статистических расчетов. Первые два — обычные статистические расчеты:

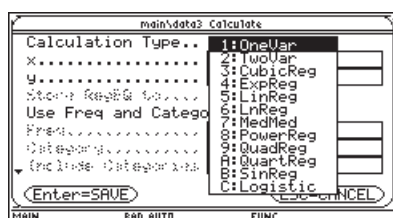


Рис. 10.16. Окно задания основных видов статистических расчетов

1:OneVar — статистические вычисления для одной переменной;

2:TwoVar — статистические вычисления для двух переменных.

Остальные будут рассмотрены чуть позже при описании регрессии.

Примеры статистических вычислений

Рассмотрим статистические вычисления для одной переменной. Окно задания основных типов вычислений после ввода команды 1:OneVar (одномерная статистика) будет иметь вид, представленный на рис. 10.17.

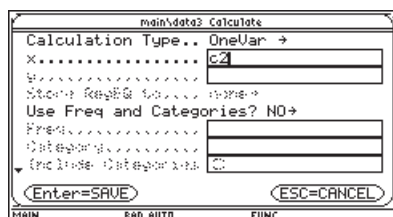


Рис. 10.17. Окно задания типов статистических вычислений



Рис. 10.18. Заполненное окно задания типов статистических вычислений

В строке x..... надо указать имя столбца таблицы, над данными которого будут выполняться вычисления, например, c2, если это столбец 2. Далее следует указать, будут ли использоваться частоты данных и категории. Здесь надо отметить, что разбивка больших объемов данных по категориям и частотам уменьшает погрешности вычислений. Однако, хотя такой ввод и вполне возможен, мы ограничимся примерами с малым числом данных. Поэтому в ответ на запрос Use Freq and Categories согласимся с заданным по умолчанию ответом NO (не используются). Заполненное окно выбора типов статистических вычислений представлено на рис. 10.18.



Рис. 10.19. Окно с данными статистических вычислений по столбцу c2



Рис. 10.20. Окно с данными статистических вычислений по столбцам c1 и c2

После этого, исполнив команду Enter=SAVE, запишем данные о вычислениях в память калькулятора. При этом будут выполнены вычисления и выведено окно с отчетом о них. Оно представлено на рис. 10.19.

Для проведения вычислений над двумя массивами данных (двумя столбцами таблицы данных) в окне рис. 10.17 надо в меню выбрать позицию 2:TwoVar (двумерная статистика) и указать x.....c1 и y.....c2. Результат вычислений представлен на рис. 10.20.

Остальные типы статистических вычислений, представленные на вкладке F5 Calc, относятся к регрессионному анализу данных

Техника выполнения регрессии

Виды регрессии

Одной из самых важных сфер применения статистических методов вычислений является регрессия, т. е. представление совокупности данных некоторой аналитической зависимостью, приближающей данные с минимальной среднеквадратической погрешностью. При этом, как правило, параллельно приходится решать задачу графической визуализации регрессии, т. е. построение графика найденной зависимости и точек, представляющих исходные данные.

На вкладке F5 Calc, как отмечалось, имеется список видов регрессии:

3:CubicReg — кубическая регрессия ($y=ax^3+bx^2+cx+d$);

4:ExpReg — экспоненциальная регрессия ($y=ab^x$);

5:LinReg — линейная регрессия ($y=ax+b$);

6:LnReg — логарифмическая регрессия ($y=a+b \ln(x)$);



Рис. 10.23. Окно с данными экспоненциальной регрессии

Аналогичным образом можно провести и другие виды регрессии. К сожалению, калькуляторы не имеют встроенных функций и команд для выполнения линейной регрессии общего вида и нелинейной регрессии для произвольной заданной функции $y(x)$. В этом отношении возможности полных (компьютерных) версий Derive явно выше.

Графическая визуализация регрессии

Графическая визуализация регрессии заключается в построении графика исходных точек и графиков выбранных функций регрессии. Все это обычно совмещается на одном графике.

Прежде всего надо установить параметры вывода исходных точек. Для этого в окне РДМ надо исполнить команду F2 Plot Setup. Будет выведено окно со списком переменных исходных данных, показанное на рис. 10.24. Всего можно использовать 9 таких переменных — от p1 до p9.

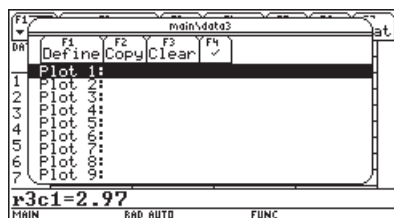


Рис. 10.24. Окно со списком переменных исходных данных

В этом окне имеется ряд вкладок:

- F1 Define — задание параметров графики;
- F2 Copy — копирование переменной в буфер;
- F3 Clear — очистка выделенной переменной;
- F4 ✓ — отметка выбранных переменных.

Выбрав выделением переменную p1, исполним команду F1 Define. Откроется окно установки параметров графики данных, представленное на рис. 10.25.

В этом окне прежде всего надо выбрать тип графики данных Plot Type. Это можно сделать из меню со следующими позициями:

- 1:Scatter — точечная графика;
- 2:xyLine — линия, соединяющая точки данных;

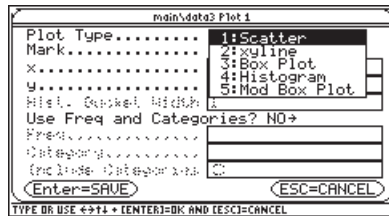


Рис. 10.25. Окно установки параметров графики данных

- 3:Box Plot — построение прямоугольника данных (см. ниже);
 4:Histogramm — построение графика данных в виде гистограммы;
 5:Mod Box Plot — построение графика данных Box Plot в модифицированном виде.

Для представления данных регрессии наиболее удобно представление графика точками — 1:Scatter. Следующий шаг — наметить тип (Mark) представления точек данных. Соответствующее подменю имеет позиции:

- 1:Box — неокрашенный прямоугольник;
- 2:Cross — знак ×;
- 3:Plus — знак +;
- 4:Square — окрашенный квадрат;
- 5:Dot — точка.

Выбрав 1:Box и задав x.....c1 и y.....c2, получим окно установки графики данных в виде, представленном на рис. 10.26.

После установки параметров можно увидеть окно с переменными данных в виде, показанном на рис. 10.27. Зафиксируйте вывод нужной переменной (когда их несколько) отметкой в виде знака птички с помощью команды F4.

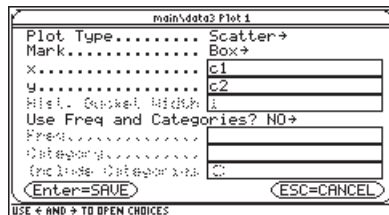


Рис. 10.26. Окно установки параметров графики данных после указания параметров

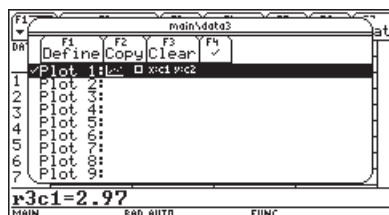


Рис. 10.27. Окно со списком переменных исходных данных с введенной переменной p1

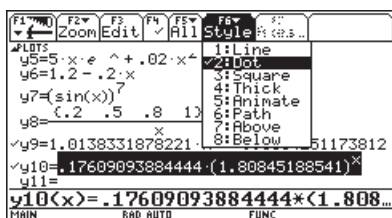


Рис. 10.28. Окно редактора Y= с введенными в него функциями регрессии y9 и y10

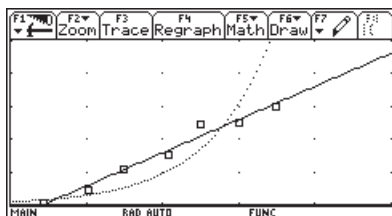


Рис. 10.29. Графическая визуализация заданных точек данных двумя видами регрессии

Теперь надо задать отображение функций регрессии. Для этого нужно войти в окно редактора Y= (рис. 10.28). В нем можно обнаружить функции, заданные по результатам регрессии — в нашем случае это y9 и y10. Проверьте, что на вывод графики отмечены только они (см. рис. 10.28).

По умолчанию графики функций регрессии выводятся сплошными линиями. Однако (см. меню F6 Style) можно задать и другой стиль отображения функций регрессии, например точками. После этого, перейдя в окно графики GRAPH, можно наблюдать построение всех заданных графических объектов: исходных точек неокрашенными прямоугольниками, сплошной линией линейной регрессии и точечной линией экспоненциальной регрессии (рис. 10.29).

Возможности калькуляторов позволяют вывести в одном окне несколько графиков различных функций регрессии, что полезно для их сравнения.

Некоторые виды специальной статистической графики

Калькуляторы реализуют различные виды статистической графики. Например, на рис. 10.30 построены исходные точки (с добавлением еще одной точки (3.5,2.5) двумя типами графики — точками, соединенными отрезками прямых и окрашенными прямоугольниками, а также фигура, построенная как график типа Box Plot по данным столбца c2. Последний тип графика определяет область от x_{min} до x_{max} и строит прямоугольник, определяющий первый квартиль Q1, медиану Med и третий квартиль Q3.

На другом рисунке (рис. 10.31) показан ряд типов статистической графики: представление исходных точек отрезками прямых и наклонными крестами, графика Mod Box Plot по данным столбца c1 и построение гистограммы с шириной столбцов, равной 2.

Заметим, что гистограмма представляет собой совокупность столбиков, высота каждого из которых равна числу попаданий данных в этот столбец.

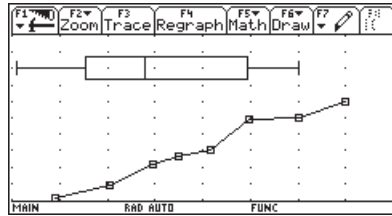


Рис. 10.30. Представление данных разными типами графиков

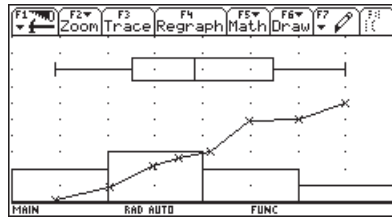


Рис. 10.31. Еще несколько типов представления данных графиками разного типа

Из-за малого числа данных гистограмма на рис. 10.31 не очень представительна и приведена лишь как образец этого типа графики. Представительные гистограммы получаются, если число данных составляет хотя бы десятки.

Функции статистики

Все статистические расчеты, представленные выше (и некоторые другие), могут выполняться в окне Home и использоваться в программных конструкциях. Ниже представлены основные функции статистических расчетов:

BldData [dVar] — создает блок данных для текущего графика с переменной по имени dVar;

CumSum(l) — возвращает лист кумулятивных (накопленных) сумм для листа l;

mean(l) или **mean(M)** — возвращает среднее для листа l или вектор-строку средних по столбцам матрицы M;

median(l) — возвращает медиану (среднее значение) для вектора или матрицы;

nCr(e1,e2) — для $e1 \geq e2 \geq 0$ возвращает биномиальный коэффициент;

nPr(e1,e2) — возвращает число перестановок для $e1 \geq e2 \geq 0$;

Rand([n]) — возвращает случайное число в интервале от 0 до 1;

RandNorm(mean,sd) — возвращает случайное число с нормальным распределением, имеющим среднее значение mean и стандартное отклонение sd;

RandSeed n — задает базу генератора случайных чисел;

SortA и **SortD** — функции сортировки;

StdDev(l) — возвращает стандартное отклонение для данных листа l;

variance(o) — возвращает дисперсию объекта (вектора или матрицы по столбцам).

Кроме этих очевидных функций, имеется ряд функций для вычисления параметров регрессии. Ранее они были рассмотрены в командном режиме вычислений. Но все они могут задаваться и в виде функций, имена которых совпадают с именами команд в командном режиме вычислений.

Однако функции используются со списком параметров, содержащим от двух до пяти списков. Например, функция линейной регрессии задается в виде

`LinReg(l1,l2[,l3][,l4,l5])`

где l1 и l2 — листы точек x_i и y_i ; l3 — лист частот; l4 и l5 — листы кодов категорий. Аналогичным образом задаются и функции для других видов регрессии, описанных выше.

Числовой решатель уравнений

Задание уравнения и значений известных переменных

Числовой решатель уравнений (Numeric Solver) — это специальное средство для быстрого и эффективного решения уравнений в численном виде, имеющее простые и удобные средства для ввода уравнений, его редактирования и решения относительно любой входящей в уравнение переменной. Решатель вводится нажатием клавиши APPS, а затем исполнением команды 9:Numeric Solver. Появится окно решателя, в котором сверху будут только две строки:

Enter Equation

Eqn:

После двоеточия в конце второй строки надо ввести уравнение, например, $y = x^2 + a \cdot x + b$ (возможны и иные формы, например, $y - b = x^2 + a \cdot x$ и т. д.). Нажав клавишу ENTER, получим список переменных в уравнении и диапазон (bound) значений переменных, в пределах которого ищутся решения. Теперь можно задать численные значения всем переменным, кроме одной — искомой. Впрочем, можно и ей задать произвольное значение. При этом важно, что решатель найдет решение для любой переменной, которая будет считаться искомой и отмечена выделением. Допустим, это переменная x , а $y = 5.0$, $a = 2.0$ и $b = -3.0$. Окно решателя будет иметь вид, показанный на рис. 10.32.

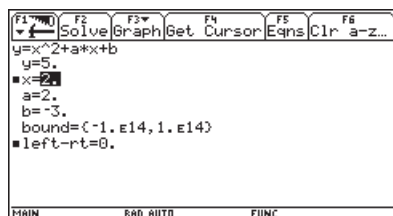


Рис. 10.32. Окно решателя после задания уравнения и известных значений переменных

Для перемещения выделенной области ввода надо использовать графический манипулятор, перемещая выделение вверх или вниз. Таким образом, реализуется полноэкранное редактирование, более удобное, чем строчное в окне Home. При записи уравнений надо иметь в виду, что имена переменных не должны совпадать с именами системных переменных, например, $y_1 \dots y_{99}$ в окне уравнений двумерной графики и т. д. Если это случится, выводится соответствующее сообщение об ошибке. Проще всего использовать в уравнениях однобуквенные переменные $a-z$, предварительно сняв с них определения командой $F6$ Clean Up 1:Clear $a-z$.

Нахождение значения неизвестной переменной

Введя эти значения и выделив с помощью графического манипулятора искомую переменную x , нажмем клавишу $F2$ (команда $F2$ Solve). Решатель вычислит значение x , подставит его после знака равенства, проведет вычисление левой и правой частей уравнения и вычислит их разность, т. е. погрешность решения. При этом вид окна будет соответствовать виду, показанному на рис. 10.32. Вычисляемые значения помечаются черным квадратиком.

Теперь зададим значение $x=1.75$ и установим выделение на переменной a . Это означает, что мы будем искать значение a при $b=-3.0$, $x=1.75$ и $y=3.0$. Исполнив $F2$:Solve, найдем значение a (рис. 10.33).



Рис. 10.33. Окно решателя после вычисления значения переменной a

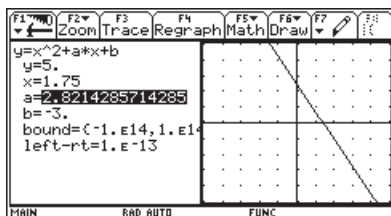


Рис. 10.34. График уравнения относительно переменной a

Итак, мы выполнили решение уравнения как относительно переменной x , так и относительно переменной a . Попробуйте самостоятельно решить исходное уравнение относительно переменной b при известных значениях a , x и y .

Построение графиков решения

Решатель позволяет также быстро построить график заданного уравнения как функции относительно переменной, заданной в качестве неизвестной. Для этого надо исполнить команду F3 Graph и в появившемся подменю (оно показано на рис. 10.33) выполнить команду 1:GraphView.

Не следует путать этот график с графиком правой части исходного уравнения! Поскольку относительно переменной a уравнение линейно, то график будет иметь вид прямой (рис. 10.34). По нему можно увидеть и нулевое значение уравнения при полученном значении x .

Вернемся к вычислениям, представленным на рис. 10.32. Теперь, исполнив команду F3 Graph и затем 1:GraphView, получим график рис. 10.35.

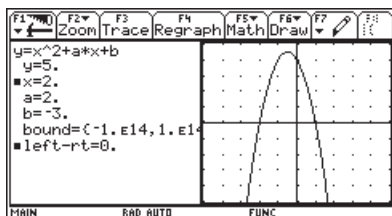


Рис. 10.35. График уравнения относительно переменной x

На этот раз он имеет вид параболы, но опять-таки не той, которая описывается правой частью исходного равенства, а соответствующей общему выражению (левая часть минус правая часть) уравнения.

Другие возможности решателя

Вкладка решателя F1 открывает доступ к стандартным возможностям работы с файлами, буфером обмена и окном форматирования. Эти средства уже описывались. Назначение вкладок F2Solve и F3Graph уже было описано. Вкладки F4 (Get Cursor) и F5Eqns служат для установки курсора и для задания в отдельном окне исходного уравнения. Вкладка F6Ctrl a-z... служит для устранения определений однобуквенных переменных $a...z$.

В окне графики действуют ранее описанные для двумерной графики вкладки, позволяющие осуществлять операции с файлами и буфером, а также осуществлять математическую обработку графиков. Есть также возможность рисовать в поле графика различные геометрические фигуры и осуществлять их редактирование. Это расширяет возможности визуализации задач, решаемых с помощью решателя уравнений.

Вход в полное окно решателя и выход из него

Для выхода из окна графики в окно уравнения достаточно нажать клавишу 2nd и затем APPS. А чтобы вернуться в полностью открытое окно решателя, надо открыть вкладку F3 Graph и затем исполнить команду 2:Clear Graph View (т. е. нажать F3 2). После этого для возврата в окно Home надо исполнить команду Home.

Текстовый редактор и его применение

Текстовый редактор еще одно мощное средство, пожалуй впервые введенное в микрокалькуляторы. Разумеется, этот редактор мало похож на текстовый процессор Word 95/97 или Word 2000. Но он, безусловно, является полезным дополнением к тем средствам, которые уже описывались. На Интернет-сайте корпорации Texas Instruments можно найти наборы шрифтов для калькуляторов описываемого типа, но русскоязычных среди них пока нет. Впрочем, это не беда — данные калькуляторы все же предназначены для математических и научно-технических расчетов, а не для написания писем, статей или книг с помощью их текстового редактора.

Вход в текстовый редактор и начало работы с ним

Для входа в текстовый редактор надо исполнить команду APPS 8:Text Editor. Появится окно текстового редактора, в который можно немедленно вводить текст (рис. 10.36).



Рис. 10.36. Окно текстового редактора

Текст в редактор вводится построчно. Признаком обычного текста является знак двоеточия перед строкой. Математическое выражение, например $\sin(1.)$, является просто текстовым комментарием, который не выполняется. Однако в редакторе есть средства для выполнения записанных в нем выражений.

Вкладка F1 редактора содержит уже хорошо знакомые нам средства для работы с файлами и буфером. В частности, можно считывать ранее записанные в память компьютера файлы или задавать новый документ с пустым экраном (только знак : виден в начале первой строки). Ввод текста в окно редактора вполне обычный и неоднократно описывался выше. Отметим лишь, что редактор обеспечивает полноэкранный стиль редактирования с перемещением маркера ввода по тексту в любом направлении с помощью графического манипулятора. Для выделения фрагментов текста используется графический манипулятор при нажатой клавише $\uparrow$.

Придание строкам документа специального статуса

Вкладка F2 позволяет придавать строкам документа особый статус:

1:Command — придание строки статуса выполняемой (знак C перед двоеточием);
 2:Page Break — ввод линии обрыва страницы (принтером воспринимается как необходимость перейти к печати новой страницы);

- 3:PrintObject — указание на печать объекта (знак P перед двоеточием);
- 4:Clear command — очистка строки от заданного ранее статуса;
- 5:Execute to EOF — исполнение команды с переходом маркера ввода на следующую строку.

Команда 3:PrintObject обеспечивает печать объекта. Например, если объект типа PIC (picture), то вместо строки, помеченной знаком P, будет напечатан соответствующий график (см. ниже раздел о подготовке отчетов).

Исполнение строк документа

Вкладка F3 имеет две команды: Script View и Clear Script. Первая из них задает просмотр исполняемых строк с разбивкой экрана на две части (рис. 10.37). Для исполнения строки надо придать ей статус исполняемой, выполнив команду F2 1:Command. После этого, проверив выделение нужной строки с меткой C:, надо исполнить команду F4 Execute. Результат исполнения будет виден в окне Home внизу экрана калькулятора (см. рис. 10.37).

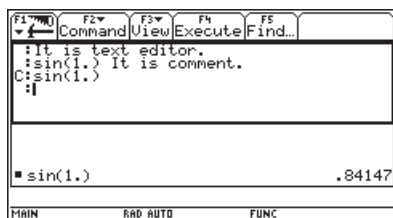


Рис. 10.37. Просмотр исполняемых строк документа

Подготовка отчетов

Установка на печать объекта позволяет печатать объект заданный в строках с признаком :P с помощью принтера вашего ПК. Разумеется, это возможно, если калькулятор подключен к компьютеру через специальный интерфейс и на компьютере установлено специальное программное обеспечение TI-89/92 Link. Это программное обеспечение обеспечивает не только печать строк документа, но и заданные к печати объекты, например графики. Такие документы со вставками в оригинале описания называются отчетами.

Завершение работы с редактором командой F3 View 2:ClearSplit — редактор перейдет в окно текстового редактора. Команда HOME дает возврат в окно HOME. В нем можно увидеть следы исполняемых из окна текстового редактора выражений.

Работа с данными специального типа

К данным специального типа мы отнесем двоичные и шестнадцатеричные числа, размерные величины и строки. Они применяются намного реже, чем обычные данные (десятичные числа, векторы и матрицы), и потому требуют повышенной внимательности при использовании.

Двоичные числа

Для изменения основания чисел используется команда **MODE F2 Base**. Она открывает подменю для установки основания чисел: **1:DEC** — десятичное основание, **2:HEX** — основание 16 и **3:BIN** — основание 2. Шестнадцатеричные числа начинаются с символов **0h**, а двоичные с **0b**.

Выбрав основание 2, можно приступить к работе с двоичными числами, например выполняя над ними арифметические операции (рис. 10.38).

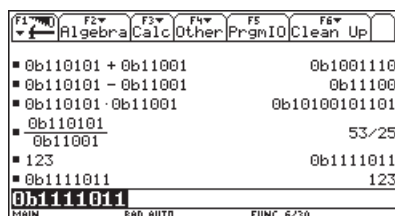


Рис. 10.38. Примеры с двоичными числами

Помимо арифметических операций с двоичными числами, можно осуществлять преобразования чисел с разным основанием. Например набрав десятичное число и установив двоичное основание, можно получить представление этого числа в двоичном виде. И напротив, введя двоичное число и установив десятичное основание, можно преобразовать это число в десятичное. Примеры этого приведены на рис. 10.38.

Шестнадцатеричные числа

Установив (см. выше) основание чисел **HEX**, можно работать с шестнадцатеричными числами. Примеры этого даны на рис. 10.39.

Обратите внимание, что шестнадцатеричные числа могут использоваться в формате с плавающей запятой. Они дают компактное представление чисел и широко используются для указания адресов ячеек памяти в вычислительных устройствах.

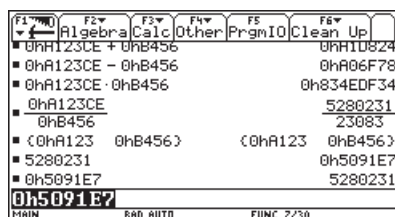


Рис. 10.39. Примеры работы с шестнадцатеричными числами

Размерные величины

Как отмечалось в уроке 13, калькуляторы имеют широкий набор единиц измерения физических величин. Для установки системы таких единиц используется команда **MODE F3**. Она открывает меню со следующими системами единиц: **1:SI**, **2:ENG/US** и **3:CUSTOM** (пользовательский набор).

Единицы измерения рассматриваются как некоторые символьные константы, между которыми заданные определенные соотношения. Вводятся они начиная со знака подчеркивания, например m для метра или s для секунды. Для ввода списка единиц измерения вводится команда UNITS (например, $\diamond$ и P у калькуляторов TI-92/92Plus).

Примеры работы с размерными величинами представлены на рис. 10.40.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
	Algebra	Calc	Other	PrmIO	Clean Up
$\frac{-m}{s^2} \rightarrow \frac{-m}{s^2}$					
$7 \cdot \frac{-kg \cdot s}{s^2} \cdot \frac{-ms^2}{s^2}$				35.00000 $\cdot \frac{-N}{s^2}$	
$5 \cdot \frac{-kg}{s^2}$				49.03325 $\cdot \frac{-N}{s^2}$	
$\frac{-g}{s^2}$				9.80665 $\cdot \frac{-m}{s^2}$	
$30 \cdot \frac{-km}{s^2}$				150000.00000 $\cdot \frac{-m}{s^2}$	
30*5 -km					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 5/30	

Рис. 10.40. Примеры работы с размерными величинами

Как нетрудно заметить, величины, имеющие размерность, представляются числами, умноженными на соответствующую единицу измерения той или иной величины. Обратите внимание в примерах на вывод размерной величины g — это ускорение свободного падения. С помощью оператора $\rightarrow$ можно задавать свои единицы измерения.

Для читателей, широко использующих размерные величины, их применение не вызовет труда. Такие читатели по достоинству оценят обширный набор размерных величин, встроенных в память калькулятора. Однако при математических расчетах правилом хорошего тона является удаление размерных величин, т. е. переход к безразмерным вычислениям.

Строковые постоянные, операторы и функции

Строковые данные представлены строковыми константами и переменными. Строковая константа — любой набор символов, заключенных в кавычки, например: «Hello my friend». Строковая переменная образуется, как любая другая, присваиванием ей значения — в данном случае строкового. Это поясняет рис. 10.41.

На рис. 10.41 показано задание строковой переменной s и выполнение над ней некоторых вполне очевидных операций: выделение левой части функцией left, правой части функцией right, вычисление длины функцией dim и выделение с заданной позиции заданного числа символов функцией mid. Показано также объединение двух строк с помощью оператора &.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrmIO	Clean Up	
"Hello my friend" → s					
s				"Hello my friend"	
left(s,5)				"Hello my friend"	
right(s,6)				"Hello"	
dim(s)				"friend"	
mid(s,7,2)				15	
mid(s,7,2)				"my"	
"Hel" & "lo"				"Hello"	
"Hel"&"lo"					
MAIN		RAD AUTO		FUNC 7/30	

Рис. 10.41. Задание строковой переменной и некоторые операции с ней

Отметим еще ряд функций для работы со строками:

`char(n)` — возвращает символ-строку с кодом `n` (от 0 до 255);

`expr(s)` — превращает строку в выражение и возвращает результат его вычисления;

`format(e[,s])` — преобразует численный результат вычисления выражения `e` в строковый, записанный в формате, заданном строкой `s`;

`InString(s1,s2[,start])` — возвращает номер позиции, с которой строка `s2` входит в строку `s1` (отсчет с первой позиции, или с позиции `start`, если последняя задана);

`ord(s)` — возвращает код первого символа строк `s` (может работать со списком строк);

`rotate(s[,n])` — возвращает строку, полученную вращением влево (`n>0`) или вправо (`n<0`) относительно позиции, заданной абсолютным значением `n`;

`shift(s[,n])` — возвращает строку с вырезанными `n` (по умолчанию -1) символами, с вырезкой слева при `n>0` и справа при `n<0`;

`string(e)` — вычисляет выражение и возвращает результат в виде строки.

Эти функции доступны из окна MATH — позиция меню C:String. Примеры применения ряда строковых функций представлены на рис. 10.42.

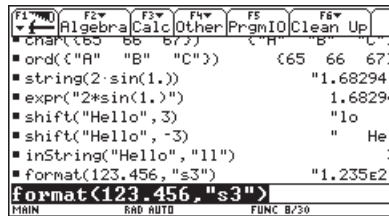


Рис. 10.42. Примеры применения функций для работы со строками

Действие большинства строковых функций достаточно очевидно. Требуется пояснения задания формата вывода у функции `format`. Он задается строками (в кавычках) следующего вида: `f[n]` — фиксированный стандарт, `s[n]` — научный формат, `e[n]` — инженерный формат и `g[n][c]` — специальный фиксированный формат. Число `n` задает число точных цифр представления.

Работа с переменными и памятью

Роль переменных

Роль переменных у микрокалькуляторов существенно расширена. Под переменными понимаются не только переменные, отождествляемые с математическими операциями, но и переменные, отождествляемые с файлами различного типа (например, программными или графическими). Как неоднократно отмечалось, почти в каждом окне калькуляторов присутствует

вкладка F1, в которой содержатся средства для работы с переменными. Принято считать, что файл хранится на внешних носителях. Но калькуляторы с ними не работают, потому наборы данных, функций, записей сессий и программ называются переменными.

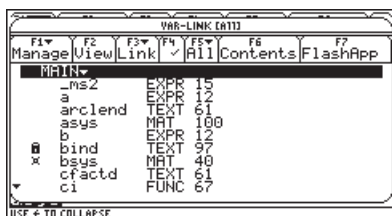


Рис. 10.43. Список переменных в окне VAR-LINK

Создаваемые пользователем переменные хранятся в специальной папке (фолдере) с именем main. Они могут указываться и вызываться прямо по имени. Список всех созданных пользователем переменных имеется в окне команды VAR-LINK (рис. 10.43).

По каждой переменной сообщается ее папка, статус, имя, тип и число байт, занимаемых переменными в памяти калькулятора.

Типы переменных

Калькуляторы имеют следующие типы переменных:

ASM — программы на языке ассемблера;

DATA — данные;

EXPR — выражения, включая числа;

FIG — данные геометрической сессии;

FUNC — функции;

GDB — данные графической базы данных;

LIST — списки;

MAC — макросы геометрической сессии;

MAT — матричные данные;

PIC — данные графиков;

PRGM — программы;

STR — строковые данные;

TEXT — текстовые данные, созданные в текстовом редакторе.

Вкладка F2 View позволяет задать тип переменных и имя хранящей их папки для просмотра их списка. Это позволяет упростить поиск переменных. Вкладка F7 FlashApp позволяет установить, какие программы хранятся во флэш-памяти. Обычно у новых калькуляторов установлено приложение The Geometer's, позволяющее готовить уроки по геометрии.

Управление статусом переменных

Вкладка F1 Manage окна VAR-LINK (рис. 10.44) служит для управления переменными и отводимой под них памятью.

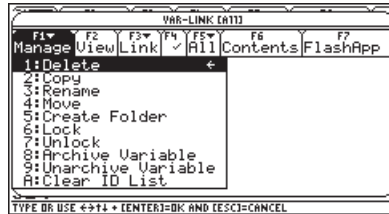


Рис. 10.44. Окно VAR-LINK с открытой вкладкой F1 Manage

Эта вкладка содержит следующие команды:

- 1:Delete — удаление переменной из памяти;
- 2:Copy — копирование переменной в другую папку;
- 3:Rename — переименование переменной;
- 4:Move — перенос переменной в другую папку;
- 5:Create Folder — создание новой папки;
- 6:Lock — задание переменной статуса закрытой;
- 7:Unlock — отмена у переменной статуса закрытой;
- 8:Archive Variable — помещение переменной в архив — во флэш-память;
- 9:Unarchive Variable — отмена архивации переменной;
- A:Clear ID List — очистка листа.

Наряду с обычными переменными калькуляторы позволяют задавать два специальных типа переменных: закрытые (Lock) и архивные (Archive Variable). Закрытые переменные защищены от модификации и в списке помечаются значком замка. Архивные переменные размещены во флэш-памяти. Так что придание переменным статуса архивных высвобождает основную память калькулятора. Эти переменные помечаются значком $\square$ и автоматически получают статус и закрытых переменных.

Как отмечалось, переменные хранятся в папках (фолдерах). По умолчанию создана папка main. Однако командой 5:Create Folder можно создать папку с другим именем. Команды 2:Copy и 4:Move позволяют копировать или переносить переменные из одной папки в другую. Переименование переменных обеспечивает команда 3:Rename.

Только переменные из папки main могут вызываться только по своему имени. Переменные в других папках должны указываться двойным именем — папки и затем переменной, например, my/a означает вызов переменной a из папки my.

Просмотр контекста и исполнение переменных

Для просмотра контекста (содержимого) переменных служит команда F6 context. На рис. 10.45 показан пример просмотра контекста для переменной csolved.



Рис. 10.45. Просмотр контекста переменной csolved

Для исполнения любой переменной достаточно выделить ее в окне VAR-LINK и нажать клавишу ENTER. Калькулятор перейдет в окно HOME, и в строке ввода появится шаблон функции.

Контроль за памятью и ее очистка

Окно MEM (рис. 10.46) содержит информацию о памяти калькулятора с указанием того, сколько байт занимает каждый вид переменных и иных программных объектов.



Рис. 10.46. Окно контроля за памятью ПК

В этом окне расположена вкладка F1 Reset, позволяющая уничтожить переменные в оперативной памяти калькулятора RAM, во флэш-памяти и во всех видах памяти. На рис. 10.46 эта вкладка показана открытой. Будьте особенно внимательны при ее применении — легко стереть введенные вами переменные, в том числе примеры вычислений и программы.

Связь с персональным компьютером и с Интернетом

Аппаратная реализация коммуникационных возможностей калькуляторов

Калькуляторы TI-89/92/92Plus допускают подключение их к персональному компьютеру класса PC или Macintosh, а также обмен переменными друг с другом и объединение в локальную сеть. Для этого у них имеется штепсельное гнездо последовательного порта RS-232 на верхней части корпуса. В комплект поставки каждого калькулятора входит кабель для соединения калькулятора с другим калькулятором.

Для полноценного использования коммуникационных возможностей калькуляторов (в том числе соединения с ПК) нужно приобрести специальный

интерфейс и программное обеспечение к нему TI-GRAPH LINK™. Этот интерфейс (и интерфейсный кабель) имеет разный цвет корпуса, в зависимости от типа ПК, с которым он работает. Например, интерфейс с черным цветом корпуса и кабеля предназначен для работы с ПК под управлением операционной системы класса Windows.

Основные телекоммуникационные возможности калькуляторов

Основные телекоммуникационные возможности калькуляторов становятся доступными после их подключения друг к другу или к ПК (см. выше) и перехода в окно VAR-LINK. Вкладка F3 Link (рис. 10.47) открывает подменю с этими возможностями.



Рис. 10.47. Окно VAR-LINK с открытой вкладкой F3 Link

Как видно из рис. 10.47, доступны следующие, вполне очевидные возможности:

- 1:Send to TI-92Plus/TI89 — передача переменных калькуляторам TI-92Plus/TI89;
- 2:Receive — прием переменных с индикацией WAITING TO RECEIVE (и BUSY в строке статуса);
- 3:Send to TI-92 — передача переменных калькулятору TI-92;
- 4:Send Product SW — передача базового программного обеспечения другим калькуляторам;
- 5:Receive Product SW — прием базового программного обеспечения от других калькуляторов или с ПК через интерфейс TI-GRAPH LINK;
- 6:Send IO List — передача базового программного обеспечения другим калькуляторам.

Здесь уместно отметить, что обмен переменными между калькуляторами разного типа имеет некоторые особенности. Практически совместимы друг с другом новые калькуляторы TI-92 Plus и TI-89. Однако совместимость с более старыми калькуляторами TI-92 не полная. Это, в частности, объясняет наличие отдельных команд передачи для данных калькуляторов.

Программа подключения калькуляторов к ПК — TI-GRAPH LINK

Программное обеспечение TI-GRAPH LINK входит в поставку интерфейса этих калькуляторов. Оно поставляется на CD-ROM и помимо собственно программы TI-GRAPH LINK включает в себя файлы операционной системы и прикладных программ для калькуляторов и их техническое описание в фор-

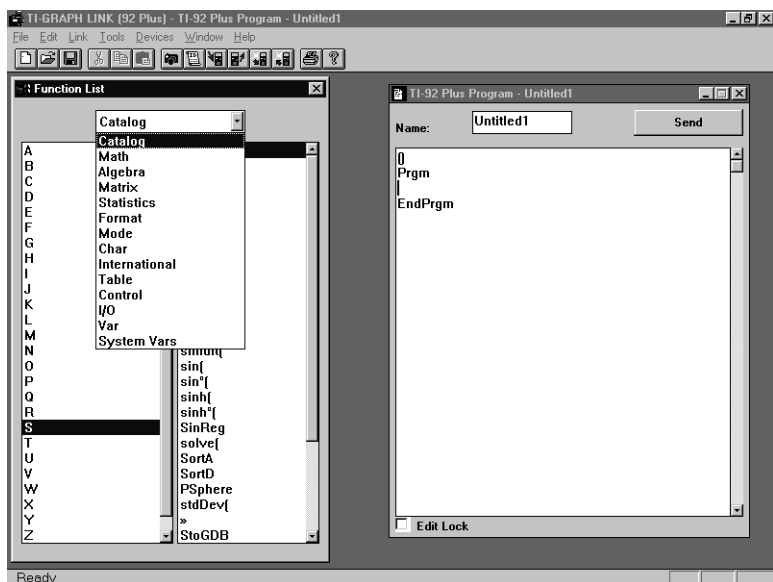


Рис. 10.48. Окно программы TI-GRAPH LINK

мате PDF. Там же есть и описание работы с программой TI-GRAPH LINK. Таким образом, для восстановления базового программного обеспечения нет необходимости использовать Интернет, за исключением случаев, когда пользователь намерен установить на калькулятор новейшее программное обеспечение, размещенное в Интернете.

Программа TI-GRAPH LINK устанавливается на ПК как любое приложение (для определенности речь идет о версиях программы для работы с ПК класса PC с операционной системой класса Windows). Запуск программы приводит к появлению окна, которое представлено на рис. 10.48.

Как видно из рис. 10.48, программа имеет стандартное меню и после загрузки выводит два окна — окно функций Function List и программ Program. С их помощью можно писать программные модули для калькуляторов на ПК. Это особенно существенно для калькуляторов TI-89, имеющих маленькую клавиатуру и неудобное для ввода текстов (в том числе и программ) расположение клавиш. Левое окно позволяет быстро найти нужную функцию, а правое готовить листинг программы. Составленную программу можно затем переслать в калькулятор для окончательной отладки и исполнения.

Телекоммуникационные возможности программы TI-GRAPH LINK сосредоточены в позиции Link меню. На рис. 10.49 она представлена с открытым подменю. Большинство команд в этой позиции очевидно по своему назначению и соответствует приведенному выше описанию телекоммуникационных возможностей микрокалькуляторов.

В связи с этим ограничимся еще одним примером применения этой программы — получением от калькуляторов копий экрана. Заметим, что имен-

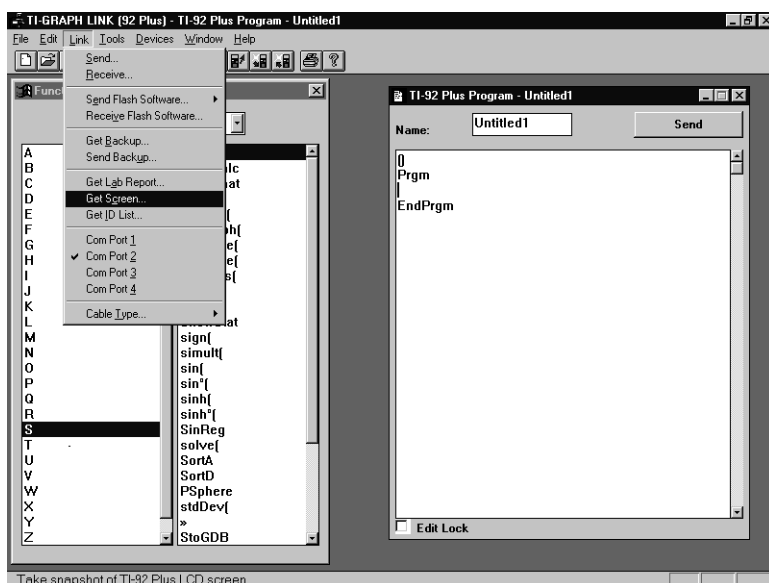


Рис. 10.49. Окно программы TI-GRAPH LINK с открытой позицией Link меню

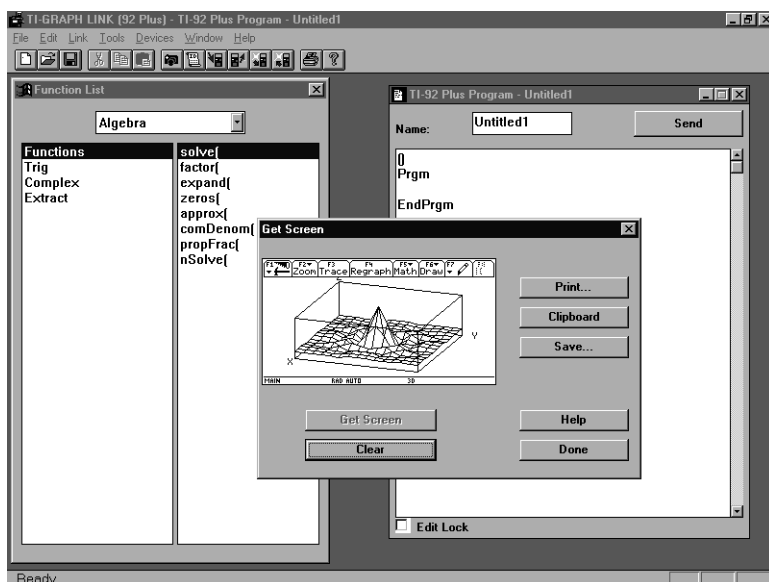


Рис. 10.50. Окно программы TI-GRAPH LINK с окном получения копий экрана с калькуляторов

но таким образом получены все многочисленные копии экрана, приведенные в материалах этой книги, посвященных калькуляторам TI-89/92/92 Plus. Для получения копий экрана калькулятора надо исполнить команду Link

Get Screen... Появится окно для получения копий экрана, показанное на рис. 10.49 в центре.

Работа с окном снятия копий экрана с калькуляторов вполне очевидна. Кнопка внизу окна Clear очищает окно копии, а кнопка Get Screen считывает копию экрана калькулятора — она видна на рис. 10.50 для случая, когда калькулятор вывел построенную 3D-фигуру. Кнопки справа выполняют следующие функции:

Print... — печать копии экрана принтером;

Clipboard — помещение копии экрана в буфер Windows (не путайте с буфером калькулятора);

Save... — запись копии экрана в виде TIF-файла;

Help — вывод справки;

Done — закрытие окна.

Более подробную информацию о работе с этой программой можно получить из документации по ней, размещенной на прилагаемом с ней CD-ROM или в Интернете.

Глава 11. Программирование калькуляторов TI-89/92 на языке BASIC

О версии языка программирования BASIC калькуляторов

Калькуляторы TI-89/92/92 Plus используют существенно расширенный и вполне современный язык программирования BASIC (Бейсик). В отличие от многих представителей этого популярного языка, BASIC калькуляторов имеет поистине уникальные возможности работы с символьными выражениями и обширным набором команд графики, в том числе трехмерной. А по сравнению с системой Derive, с ее весьма оригинальным, но и весьма скудным языком программирования функционального типа BASIC калькуляторов поддерживает все традиционные средства операторного, процедурного и модульного программирования. И он имеет все известные управляющие структуры для эффективной реализации алгоритмов вычислений в программах.

Всего в BASIC калькуляторов свыше 400 операторов и функций, что намного превышает число операторов даже таких популярных компьютерных версий BASIC, как GW BASIC, QBASIC и Quick BASIC, созданных для ПК. Многие операторы и функции уже описывались в командном режиме работы, но могут с успехом использоваться и в программном режиме. В этой главе рассматриваются специфические программные средства, такие, как команды ввода и вывода, диалога с калькулятором, задания программных модулей и создания управляющих структур. По возможности описание уже рассмотренных операторов, функций и команд не повторяется, что обусловлено ограниченным объемом книги.

Основы программирования на языке BASIC

Редактор программ и первая программа

Для подготовки программ калькуляторы имеют специальный редактор. В него можно войти и из окна приложений APPS активизацией позиции 7: Programm Editor. Она порождает подменю с командами: 1:Current — вход в текущее окно редактирования, 2:Open... — загрузка ранее созданных программ и New... — открытие нового окна редактирования. Последняя команда выводит окно задания типа программы (Programm — процедура или просто программа или Function — функция), выбора папки (по умолчанию main) и имени переменной Variable, с которой отождествляется программа. На рис. 11.1 показано это окно при задании нашей первой программы с именем p1.

После задания имени переменной (программы) появляется окно редактирования с заготовкой имени программы, ее объявления словом Prgm и завершения словом EndPrgm (рис. 11.2).

Теперь введем нашу первую программу (рис. 11.3). В этой простой программе задан диалоговый ввод радиуса окружности R в символьной форме по запросу «Enter radius R». Введенный радиус преобразуется выражением

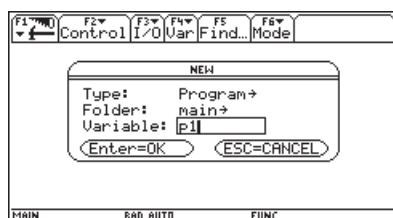


Рис. 11.1. Подготовка к вводу программы

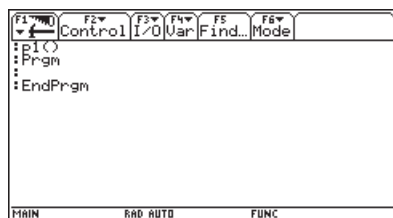


Рис. 11.2. Окно редактора программы до ввода ее текста

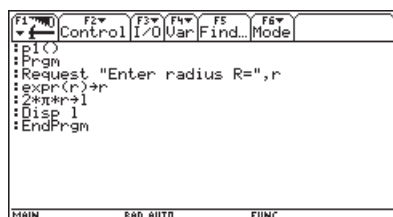


Рис. 11.3. Листинг первой программы

$\text{expr}(r) \rightarrow r$ в вещественную переменную r . После этого вычисляется длина окружности L и выводится на индикацию.

Обратите внимание на то, что каждая строка программы начинается со знака двоеточия.

Редактор программ дает удобные средства по их вводу. Он содержит 6 вкладок со следующим назначением:

F1 — стандартные операции загрузки и записи программ, а также работы с буфером;

F2 Control — ввод шаблонов конструкций управляющих структур;

F3 I/O — ввод шаблонов операций ввода/вывода;

F4 Var — ввод определений переменных, процедур и функций, работа с ними;

F5 Find... — поиск заданного фрагмента в программе;

F6 Mode — ввод шаблонов операций задания режимов вычислений и работы.

Вкладка F1 содержит следующие операции: загрузки программ (1:Open), записи в память калькулятора с переименованием (2:Save Copy As...), задания новой программы (3:New), работы с буфером (4:Cut, 5:Copy, 6:Paste), уничтожения выделенных фрагментов (7>Delete), очистки окна редактора (8:Clear Editor) и неактивную команду форматирования (8:Format). С возможностями других вкладок мы познакомимся по мере описания средств программирования калькуляторов.

Вызов программы и окно ввода/вывода

Войдя в окно Home, осуществим вызов нашей первой программы (рис. 11.4). Обратите внимание на то, что данная программа имеет пустой список входных параметров, но его обязательно надо указать — вызов программы задается как $p1()$.

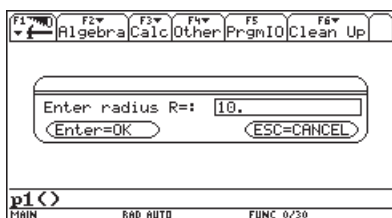


Рис. 11.4. Вызов программы $p1$ и окно диалогового ввода радиуса R

Введя радиус $R=10$, можно заметить, что калькулятор переключился в окно ввода/вывода и сверху этого окна видно вычисленное значение длины окружности. Нажав клавишу F5, можно выйти из этого окна в окно Home и вновь пустить программу. На рис. 11.5 показано окно ввода/вывода после трехкратного вычисления длины окружности для $R=10$., 20. и 30.

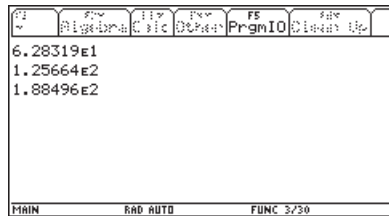


Рис. 11.5. Вид окна ввода/вывода после трехкратного вычисления длины окружности по программе p1()

Клавиша F5 используется для переключения из окна Home в окно ввода/вывода, и наоборот. Из окна ввода/вывода можно перейти в окно HOME, нажав также клавишу ESC или исполнив команду HOME.

Глобальные переменные и побочные эффекты

В теле нашей программы использованы две переменные r и l . Попробуем в окне Home вывести их значения (рис. 11.6).

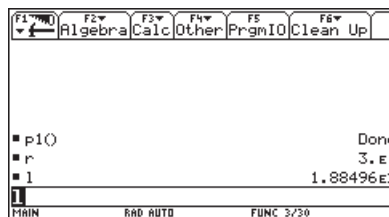


Рис. 11.6. Вывод значений переменных r и l после использования программы p1()

Нетрудно заметить, что значения переменных соответствуют последнему присваиванию им значений в теле программы. Это говорит о том, что такие переменные являются глобальными, т. е. доступ к ним возможен как в теле программы, так и вне ее (проверьте сами последнее утверждение, обратив внимание на то, что перед подготовкой программы эти переменные были неопределенными).

Применение глобальных переменных в модуле программы создает побочный эффект — им присваиваются новые значения. Этот эффект неважен в столь простой программе, но может серьезно затруднить отладку более сложных программ.

Задание локальных переменных

Наиболее действенным средством избавления от побочных эффектов является локализация переменных. Локальные переменные — это такие переменные, значения которых могут меняться только внутри программного модуля, но вне его переменные должны иметь ранее заданные (в том числе неопределенные) значения. Это позволяет вне программы и внутри ее использовать переменные с одинаковыми именами, не опасаясь их конфликта, очевидного при использовании глобальных переменных. Хотя даже в этом случае прави-

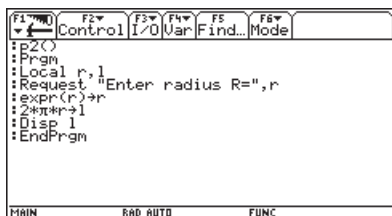


Рис. 11.7. Программа p2() с локальными переменными r и l

ла культурного программирования требуют по возможности устранения дуближа имен переменных (идентификаторов).

Чтобы придать переменным в теле программы статус локальных, есть два способа. Первый — указать переменные в списке параметров, что будет описано далее. Второй — задать объявление слово `local`, после которого задается список переменных (рис. 11.7).

Программа рис. 11.7 получена из p1() включением в нее строки `local r,l` и перезаписью с новым именем командой `Save Copy As...` Тем самым мы сохранили старую программу p1() и создали слегка модернизированную новую p2().

Запустив эту программу, мы увидим, что она вычисляет длину окружности столь же успешно, как и первая программа. Но побочных эффектов она уже не создает. В этом нетрудно убедиться из эксперимента, показанного в предварительно очищенном окне Home (рис. 11.8). Вначале в нем переменным r и l заданы нулевые значения. Затем пущена программа p2(), а под конец выведены значения переменных r и l.

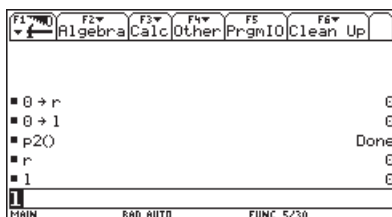


Рис. 11.8. Эксперимент с переменными r и l

Как видно из нашего эксперимента (рис. 11.8), на этот раз при выходе из программы переменные r и l сохранили свои нулевые значения. Так что теперь побочный эффект от присвоения им значений внутри программы отсутствует.

Работа с переменными в программах

В программах возможны все описанные ранее операции с переменными. Для удобства работы с переменными в программах отметим эти операции (примеры даны в скобках):

→ — оператор присваивания переменной значения (5→x);

Archive — придание переменным статуса архивных (Archive aa, bb, cc);

BidData — создает переменную *vd* с информацией о графике (**BidData** *vd*);

CopyVar — копирует одну переменную в другую (**CopyVar** *v1*, *v2*);

DelFold — стирает папки с заданными именами (**DelFold** *name1*, *name2*...);

DelVar — стирает переменные с заданными именами (**DelVar** *var1*, *var2*...);

getFold — возвращает имя текущей папки;

getType — возвращает строку с типом объекта (**get Type** *o*);

Local — присвоение переменным статуса локальных (см. примеры выше);

Lock — присвоение переменным статуса закрытых (**Lock** *var1*, *var2*...);

MoveVar — переносит переменную *var* из старой папки *of* в новую *on* (**MoveVar** *var*, *of*, *on*);

NewData — создает переменную *dvar* из списков *l1*, *l2*, ... (**NewData** *dvar*, *l1*, *l2*, ...);

NewFold — создает новую папку с заданным именем *fname* (**NewFold** *fname*);

NewPick — создает графическую переменную *pv* по матрице *M* и выводит графическое окно (**NewPick** *M*, *pv*[*maxRow*][*maxCol*]);

Rename — переименует переменную (**Rename** *oldVarName*, *newVqrName*);

Unarchiv — снятие с переменных статуса архивных (**Unarchiv** *v1*, *v2*, ...);

Unlock — снятие с переменных статуса закрытых (**Unlock** *v1*, *v2*, ...).

Напоминаем, что только переменные в папке **main** задаются своими именами. Для применения переменных из других папок надо указывать и имя папки, например, *my/demo* — переменная *demo* в папке *my*.

Процедуры и функции

Процедуры со списком параметров

Зададим решение следующей задачи: требуется построить три концентрические окружности с центром в точке (*x0*, *y0*) и радиусом *r-1*, *r* и *r+1*, а также синусоиду и косинусоиду с амплитудой *a* и окраской областей между ними. Для этого можно составить процедуру, листинг которой представлен на рис. 11.9.

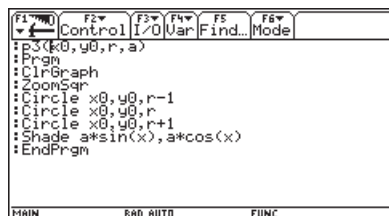


Рис. 11.9. Процедура со списком параметров

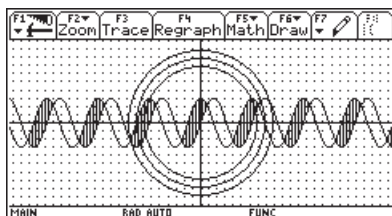


Рис. 11.10. Результат выполнения процедуры $r3(0,0,9,3)$

Такая процедура вызывается командой в окне Номе $r3(0,0,9,3)$. Результат ее выполнения показан на рис. 11.10.

Переменные, указанные в списке параметров процедур, являются локальными, и вы можете легко проверить это.

Функции

Функции, иногда также именуемые процедурами-функциями, очень похожи на процедуры. Они также имеют имя (идентификатор) и список параметров. Однако главное отличие состоит в том, что функция возвращает некоторый результат в ответ на обращение к ней. Поэтому функцию можно использовать в математических выражениях точно так же, как и встроенные функции, например $\sin(x)$ или $\cos(x)$.

Чтобы все же не путать процедуры и функции, последние задаются с помощью отдельного ключевого слова `Func` и заканчиваются словом `EndFunc`. Между ними располагается тело функции, которое может представлять одну или множество строк с выражениями — программными объектами. В качестве примера рассмотрим функцию $ci(x)$, вычисляющую интегральный косинус прямо по его интегральному представлению (рис. 11.11).

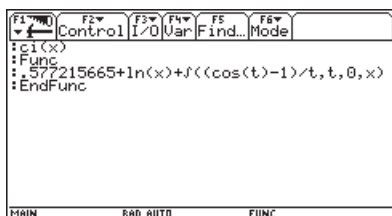


Рис. 11.11. Функция вычисления интегрального косинуса

Исполнив, к примеру, команду $2*ci(1.)$, получим $6.74808E-1$. Данная функция получилась очень простой благодаря наличию у калькуляторов встроенной функции вычисления определенных интегралов. Она и использована в теле программы.

Отличия функций от процедур

При создании функций, в отличие от процедур, можно использовать ограниченный набор инструкций. Допустимы только управляющие структуры и функции и операторы определения переменных и данных. Прочие инструк-

ции (например, графические операторы) недопустимы и их применение вызовет появление сообщения об ошибках. В то же время в процедурах (в оригинале описания — программах) такого ограничения нет.

Подпрограммы

Язык программирования калькуляторов не имеет устаревшей инструкции GOSUB для обращения к подпрограмме. Однако работа с подпрограммами поддерживается тем, что любая введенная ранее процедура или функция может вызываться из другой процедуры или функции. При этом желательно организовать обмен данными между ними через списки параметров. Такой путь работы с подпрограммами считается более современным и надежным, чем применение подпрограмм, вызываемых операцией GOSUB.

Управляющие структуры

Иногда программы имеют линейную структуру, т. е. состоят из последовательно выполняемых фрагментов. Однако в общем случае программы имеют разветвляющуюся структуру, в которой можно проследить отдельные ветви и циклически исполняемые фрагменты программ. Для реализации разветвляющихся и циклических программ используются специальные управляющие структуры. Приступим к их рассмотрению.

Условный оператор If

Оператор If может иметь следующие простые формы:

If Условие: expr EndIf

If Условие Then: expr1 EndIf

If Условие Then expr1 Else If expr2 EndIf

В первом случае, если выполнено Условие, выполняется выражение expr1, иначе оно не выполняется. Для ввода оператора можно использовать подменю вкладки F1 Control, в котором сосредоточены команды управляющих структур (рис. 11.12).

Рис. 11.13 показывает пример программы ifdemo, которая выводит надпись «x is zero», если значение x=0. Иначе ничего не выводится и индицируется Done (далее).



Рис. 11.12. Окно редактора программ с открытой вкладкой F1 Control

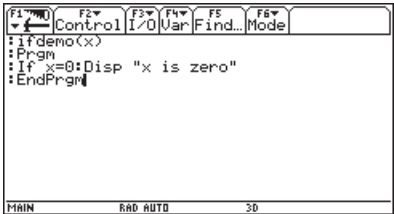


Рис. 11.13. Программа ifdemo

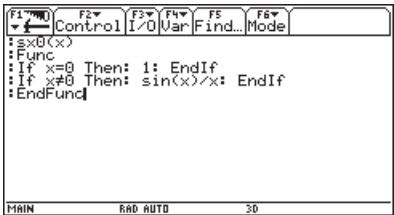


Рис. 11.14. Пример применения оператора If...Then...EndIf

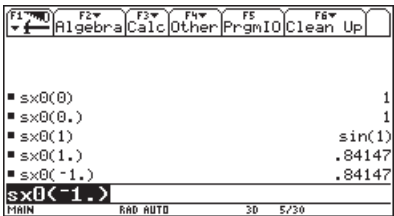


Рис. 11.15. Примеры вычисления sx0 и sin(0)/0

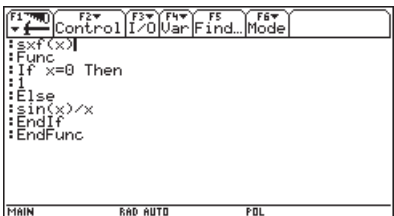


Рис. 11.16. Пример задания функции sxf(x) с применением оператора If...Then...Else...EndIf

Вторую форму применения оператора If демонстрирует пример на рис. 11.14. Он задает корректное вычисление функции $\sin(x)/x$ с учетом того, что ее значение в точке $x=0$ равно 1. Здесь дважды использована конструкция If...Then...EndIf.

Обратите внимание на то, что без этого вычисление $\sin(0)/0$ дает неопределенность undef, тогда как $sx0(0)$ вычисляется корректно. Это показано примерами вычислений в окне HOME на рис. 11.15.

Третья конструкция при выполнении Условия обеспечивает выполнение выражения (или ряда выражений) `expr1`, иначе — выражения (или ряда выражений) `expr2`. Пример ее реализации показан на рис. 11.16 (задание функции `sxf`). Обратите внимание, что здесь элементы оператора и выражения записаны в отдельных строках. Работа этой функции совершенно аналогична работе функции `sx0(x)`.

Вы можете протестировать функцию `sxf(x)` по ранее приведенным примерам (см.рис. 11.15).

Общая форма оператора If

Для работы с множеством условий используется общая форма оператора If:

```
If Условие1 Then
    block1
If Условие2 Then
    block2
.....
If УсловиеN Then
    blockN
EndIf
```

Много примеров на применение оператора If можно найти в литературе, посвященной программированию на языке BASIC, например, в [5].

Условный оператор when

Новый условный оператор-функция `when` дает наиболее компактную запись условных выражений:

`When(Условие, expr1, expr2).`

Если Условие выполняется, то будет вычислено и возвращено значение выражения `expr1`, иначе — `expr2`. На рис. 11.17 дан пример применения этого оператора.

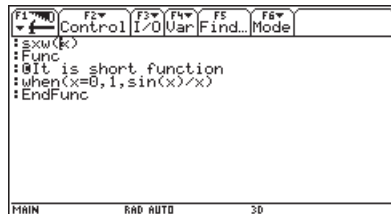


Рис. 11.17. Пример применения оператора `when`

Обратите внимание на применение в этом примере программного комментария, начинающегося со знака `@`. Этот знак вводится командой `9:@` вкладки F2 окна редактирования программ.

Циклы типа For-EndFor

Часто в программах требуется задание циклов, обеспечивающих повторение некоторой последовательности выражения `exprs`. Если число повторения должно быть заданным, то удобно использовать конструкцию цикла `For-EndFor`:

```
For var,start,end[,dvar]
  Exprs
EndFor
```

В ходе выполнения цикла управляющая переменная `var` меняется с шагом `+1` от значения `start` до значения `end`, после чего цикл прекращается. Если задано значение приращения переменной `var` — `dvar`, то изменение `var` происходит с этим приращением (оно может быть вещественным числом как большим 1, так и меньшим 1).

Пример применения такого цикла дает процедура `ford`, представленная на рис. 11.18.

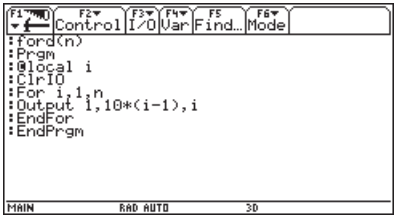


Рис. 11.18. Пример применения цикла `For-EndFor`

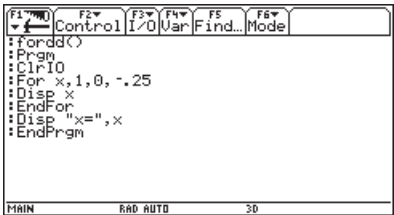


Рис. 11.19. Пример цикла с вещественной управляющей переменной `x`

Обратите внимание на применение в этой процедуре оператора вывода `Output m,n,expr`. Он выводит результат вычисления `expr` в точку экрана на строке `m` и столбце `n`, т. е. осуществляет позиционированный вывод. В данной процедуре это обеспечивает вывод значений `i` в строке 1, например, если задать `ford(5)`, то вывод будет следующим: 1 2 3 4 5.

Вы можете проверить, что в конце выполнения цикла `i = 6` и имеет место побочный эффект присваивания переменной `i` значения. Для устранения этого эффекта уберите знак `@` в комментарии, что создаст строку `local i`, задающую переменной `i` статус локальной переменной.

На рис. 11.19 представлена процедура `fordd`, иллюстрирующая выполнение цикла с управляющей переменной `x`, меняющейся от 0 до 1 с шагом 0.25.

В этой процедуре при ее исполнении командой `fordd()` вывод будет иметь следующий вид:

```
0
.25000
.50000
.75000
1.00000
x=
1.25000
```

Таким образом, и здесь налицо побочный эффект. Его можно убрать, введя строку `local x` после строки с объявлением `Prgm`. Изменив строку с оператором `For` на следующую `For x,1,0,-.25`, можно задать изменение `x` от 1 до 0 с шагом `-.25`. Это даст вывод в следующем виде:

```
1
.75000
.50000
.25000
0.00000
x=
-.25000
```

Цикл `Loop-EndLoop`

Одним из простейших циклов является бесконечный цикл

```
Loop
  Exprs
EndLoop
```

Цепочка выражений между словами `Loop` и `EndLoop` будет выполняться циклически бесконечно долго. Поэтому на практике для прерывания такого цикла используются условные операторы с операторами прерывания, например `Exit` (прерывание с выходом из цикла), `Stop` (остановка), `Pause` (пауза) и др. В крайнем случае, если программа заиклилась, прерывание достигается нажатием клавиши `On`. На рис. 11.20 дан пример применения этого цикла.

При пуске процедура `loopd()` выдаст в окно вывода колонку цифр от 1 до 4. Выход из цикла задан условным выражением `If` по условию `i<5`.

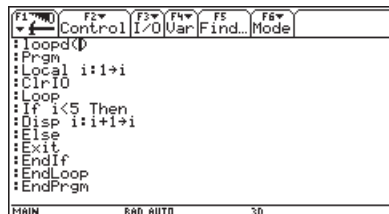


Рис. 11.20. Пример применения цикла `Loop-EndLoop`

Цикл While-EndWhile

Еще одна конструкция цикла

While Условие

exprs

EndWhile

выполняет блок выражений exprs до тех пор, пока выполняется Условие. Пример задания такого цикла дан на рис. 11.21.

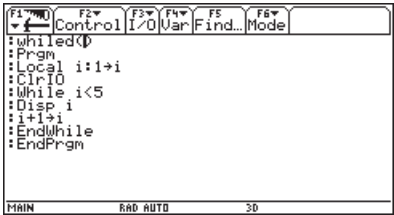


Рис. 11.21. Пример задания цикла While-End

При пуске процедура whiled() выдаст в окно вывода колонку цифр от 1 до 4.

Завершая обзор циклов, надо отметить, что у калькуляторов явно заметен перекося в сторону циклов с проверкой условия в начале цикла. Конструкции цикла с проверкой условия в их конце отсутствуют. Это трудно признать существенным недостатком, поскольку цикл Loop-EndLoop позволяет включать оператор If как в начало, так и в конец цикла.

Оператор безусловного перехода GoTo

Заклятый враг структурного программирования — оператор GoTo тем не менее включен в состав управляющих средств языка программирования данных калькуляторов. За пользователем оставлено право решать, следует ли применять этот оператор, или лучше обойтись без него. Оператор Goto Метка обеспечивает переход к метке, которая задается в виде lbl Метка. Пример применения оператора Goto дан на рис. 11.22.

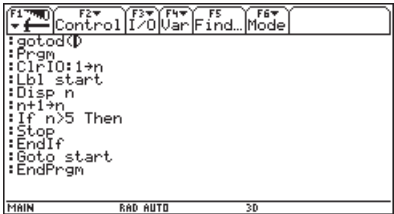


Рис. 11.22. Пример применения оператора Goto безусловного перехода

При исполнении процедуры gotod() в окне вывода получим колонку цифр от 1 до 5. Обратите внимание на то, что в этой процедуре оператор GoTo задает цикл, который прерывается оператором If при n>5. При этом для прерывания используется команда Stop.

Операторы и функции ввода, вывода и диалога

Вкладка F3 I/O окна редактора программ

Любая программа использует те или иные операторы и функции ввода, вывода и организации диалога. Эти средства доступны как прямым набором с клавиатуры, так и вызовом из вкладки F3 I/O окна редактора программ (рис. 11.23).

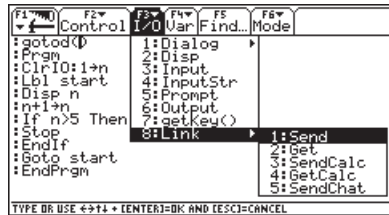


Рис. 11.23. Открытая вкладка F3 I/O окна редактора программ

Как видно из рис. 11.23, эта вкладка имеет меню со следующими позициями:

- 1:Dialog — открытие меню операций ввода и диалога;
- 2:Disp «comment», exprs — оператор диалогового вывода с текущей строки;
- 3:Input «comment»,var — оператор прямого диалогового ввода;
- 4:InputStr «comment»,var — оператор ввода строки;
- 5:Prompt — оператор задания меню выбора;
- 6:Output r,c,expr — оператор вывода выражения или строки с позиции (r,c) экрана;
- 7:getKey() — оператор считывания нажатой клавиши;
- 8:Link — открытие меню операций связи калькулятора с другими калькуляторами и ПК.

Ниже мы рассмотрим возможности ввода/вывода более подробно.

Средства диалога

Позиция 1:Diag рассматриваемой вкладки дает доступ к следующим операторам организации диалога:

- 1:Text «text» — вывод окна с текстовым сообщением;
- 2:Request «comment»,var — выводит диалоговое окно ввода;
- 3:PopUp itemList, var — создает меню выбора;
- 4:DropDown — создает ниспадающее меню;
- 5:Dialog...EndDlog — задает вывод окна диалога;
- 6: ToolBar...EndBar — создает панель инструментов;
- 7:Title — задает титульную надпись в окнах диалога;

8:Item — используется для организации диалоговых меню типа ToolBar...EndBar и Custom...EndCustm.

Как видно из назначения этих команд, калькуляторы позволяют организовать как простой диалог, присущий обычным реализациям языка BASIC, так и вполне современный диалог с элементами графического интерфейса, такими, как панель инструментов, выпадающие меню и диалоговые окна заданной конфигурации.

Пример простого диалога

Приведенная на рис. 11.24 программа diagd дает пример организации простого диалога.

При пуске программа вначале выводит окно с текстовым диалогом (рис. 11.25). Это окно создает оператор Text «comment».

Дальнейший диалог с программой происходит так, как это показано на рис. 11.26. Вначале оператором InputStr «comment», var запрашивается ввод имени и введенное имя присваивается переменной (в нашем случае name). Затем оператором Input «comment»,var запрашивается возраст и присваивается переменной var (в нашем случае это years). После этого выводится ком-

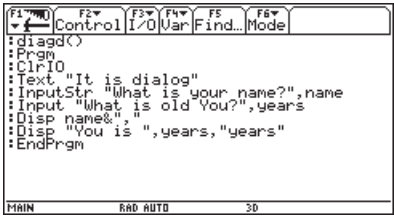


Рис. 11.24. Пример простой диалоговой программы diagd

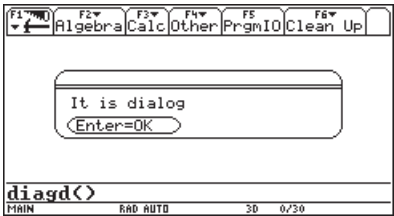


Рис. 11.25. Начало работы с программой diagd

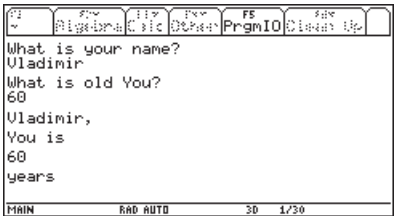


Рис. 11.26. Конец диалога с программой diagd

бинированное сообщение, содержащее имя, с добавленной (оператором &) в конец запятой, и указанием введенного возраста.

Как показано ниже, BASIC калькуляторов обеспечивает и гораздо более современные способы организации диалога.

Создание диалогового окна с ниспадающим меню

Для создания диалогового окна служит конструкция Dialog...EndDlog. Ее применение поясняет программа dialogd, представленная на рис. 11.27. Обратите внимание на задание титульной надписи к окну оператором Title и запроса имени с помощью оператора Request. Особенно интересна строка программы, в которой задается ниспадающее меню с запросом и списком номеров месяцев, создаваемое командой DropDown.

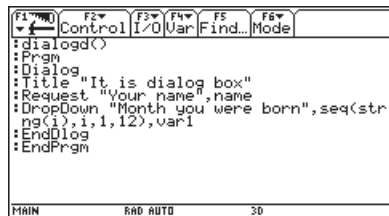


Рис. 11.27. Программа dialogd, демонстрирующая создание диалогового окна

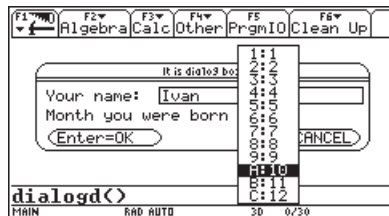


Рис. 11.28. Диалоговое окно ввода, создаваемое при исполнении программы dialogd

При пуске этой программы появляется диалоговое окно, представленное на рис. 11.28. Это окно рассчитано на ввод двух данных — имени и месяца рождения. Имя вводится в поле «Your name», а месяц задается из подменю, которое также представлено на рис. 11.28.

После ввода запрашиваемых данных надо завершить работу с окном нажатием клавиши Enter (OK) или отказаться от ввода нажатием клавиши Esc (CANCEL).

Создание панелей инструментов

Еще один вполне современный способ диалога, который пользователь может использовать в своих программах, — это диалог с помощью панели инструментов, точно такой, какая есть в большинстве окон калькулятора. Для создания одной позиции панели инструментов — вкладки служит команда Toolbar...EndTBar. На рис. 11.29 демонстрируется программа tbd, поясняющая создание панели инструментов с одной вкладкой F1.



Рис. 11.29. Программа tbd создания панели инструментов с вкладкой F1

Обратите внимание на то, что позиции меню вкладки создаются оператором Item, содержащим, помимо надписи для соответствующей позиции меню, указание на метку, к которой происходит переход при исполнении этой позиции меню. Заглавная надпись вкладки задается оператором Title. При необходимости она также может содержать метку, на которую осуществляется переход при нажатии на функциональную клавишу, присланную к метке — в нашем случае F1.

На рис. 11.30 показан результат работы программы tbd — в верхней левой части окна вывода видна созданная вкладка F1 с тремя позициями. При выборе той или иной позиции выводится надпись после метки, указанной для этой позиции. Этой меткой может быть помечен и более сложный программный блок, отвечающий за исполнение заданной команды меню на вкладке инструментального ящика.

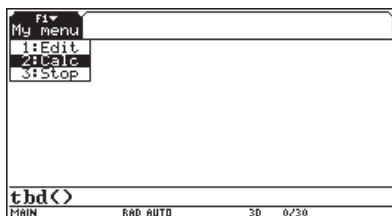


Рис. 11.30. Панель инструментов, созданная при исполнении программы tbd

Помимо оператора Toolbar...EndTBar имеется еще один оператор Gustom...EndGustom для создания пользовательской панели инструментов Gustom, альтернативной обычной панели инструментов. Правила задания этой инструментальной панели те же, что и панели инструментов, создаваемой оператором Toolbar...EndTBar. Панель инструментов Gustom может включаться командой Gustom On и выключаться командой Gustom Off.

Описанные расширенные средства диалога позволяют создавать вполне профессиональные программы для калькуляторов со средствами диалога, присущими встроенному программному обеспечению этих изделий.

Дополнительные средства управления выводом и вводом

Помимо основных операторов вывода Disp, Output и Text, рассмотренных выше, для организации вывода полезен еще ряд команд:

ClrIO — очистка окна вывода и размещение курсора в его левом верхнем углу;

DispG — вывод текущего графического окна GRAPH;

DispHome — вывод текущего окна HOME;

DispTbl — вывод окна таблицы TABLE;

format(expr,fstring) — возвращает строку значения expr в формате, заданной строкой fstring;

Pause [expr] — остановка вычислений до нажатия клавиши ENTER, если задано выражение expr, то выводит его в окно ввода/вывода программ.

Вкладка F3 I/O окна редактирования программ открывает меню с командами, задающими телекоммуникационные возможности калькуляторов. К ним относятся редко используемые команды Send, Get, SendCalc, GetCalc и SendChat. С ними можно познакомиться по полной инструкции к калькуляторам.

Средства контроля конфигурации и режимов работы

Для контроля конфигурации и режимов работы калькуляторов могут быть полезны следующие команды и функции:

getConfig() — возвращает строку с данными о калькуляторе;

getFold() — возвращает строку с именем текущей папки (фолдера);

getMode(mstring) — возвращает строку с текущей модой класса fstring (например, getMode(«angle» возвращает строку «RADIAN»);

getMode(«ALL») — возвращает строку со всеми режимами (модами);

getType(var) — возвращает строку с типом var;

getUnits() — возвращает лист с данными о единицах измерения физических величин.

Они и многие другие операции контроля конфигурации и режимов работы сосредоточены на вкладке F6 Mode окна редактора программ. Эта вкладка в открытом состоянии показана на рис. 11.31.



Рис. 11.31. Вкладка MODE окна редактирования программ

Многочисленные команды этой вкладки позволяют задать нужные режимы работы калькулятора программным путем. В частности, они задаются командой format с соответствующими возможностями.

Программные средства графики

Установки типов и параметров графиков

Установка типа графиков задается на вкладке F6 Mode в позиции 1:Graph меню. Могут задаваться следующие типы графиков:

1:FUNCTION 2:PARAMRTRIC 3:POLAR 4:SEQUENCE 5:3D 6:DIF EQUARIONS

Установка масштабов графиков задается рядом операторов:

ZoomBox ZoomData ZoomDec ZoomFit Zoomin ZoomInt ZoomOut
ZoomPrev ZoomRcl ZoomSqr ZoomStd ZoomSto ZoomTrig

Все они уже были описаны в главе, посвященной графике микрокалькуляторов.

Системные переменные

BASIC калькуляторов имеет множество системных переменных, которые при разбивке их на категории представлены ниже.

Графические переменные

$y1(x)-y99(x)$ $y1'(t)-y99'(t)$ $y11-yi99$ $r1(q)-r99(q)$ $xt1(t)-xt99(t)$
 $yt1(t)-yt99(t)$ $z1(x,y)-z99(x,y)$ $u1(n)-u99(n)$ $ui1-ui99$

Системные переменные графики

xc yc zc tc rc qc nc xfact yfact zfact
xmin xmax xscl xgrid ymin ymax yscl ygrid xres Δx
 Δy zmin zmax zscl eye θ eye ϕ eyn Ψ ncontour θ_{min} θ_{max}
 θ_{step} tmin tmax tstep t0 tplot ncurves diftol dtime Estep
fldpic fldres nmin nmax plotStrt plotStep sysMath

Системные переменные задания масштабов графики

zxmin zxmax zxscl zxgrid zymin zymax zyscl zygrid zxres z θ_{min}
z θ_{max} z θ_{step} ztmin ztmax ztstep zt0de ztmaxde ztstepde ztplotde zzmin
zzmax zzscl zeyeq zeyef zey znmin znmax zpltstrt zpltstep

Системные переменные статистических расчетов

$\bar{x}$ $\bar{y}$ Sx σ_x Σx^2 Σxy Σy σ_y Σy^2 corr
maxX maxY medStat medx1 medx2 medx3 medy1 medy2 medy3 minX
minY nStat q1 q3 regCoef regEq(x) seed1 seed2 Sx Sy
R2

Функции задания таблиц

tblStart Δt_{tbl} tblInput

Переменные задания данных

c1-c99 sysData

Прочие переменные

main ok errornum

Переменные решателя

eqn exp

Системные переменные являются ключевыми словами и применение их имен для обозначений имен переменных пользователя недопустима. Это одна из самых частых ошибок, допускаемых пользователями, составляющими программы для калькуляторов.

Размеры графического окна

BASIC калькуляторов дает возможности построения точек как с оконными координатами (x,y), так и пиксельными. В последнем случае координаты задаются номером строки row — r и номером столбца colon — c. Ниже представлены значения координат углов экрана (оконных и пиксельных):

Координаты оконные	Координаты пиксельные	Координаты пиксельные
TI-89/TI-92/92 Plus	TI-89	TI-92/92 Plus
Для ZoomStd	От Zoom не зависят	От Zoom не зависят
(-10,10) (10,10)	(0,0) (158,0)	(0,0) (238,0)
		
(-10,-10) (10,-10)	(0,76) (158,76)	(0,102) (238,102)

Построение точек, линий и окружностей

Операторы для задания, управления построением точки и контроля ее наличия приведены ниже:

PtChg x,y — резервирование построения точки с оконными координатами (x,y);

PtOff x,y — гашение точки с оконными координатами (x,y);

PtOn x,y — включение точки с оконными координатами (x,y);

ptTest(x,y) — проверка наличия точки с оконными координатами (x,y);

PxlChg r,c — резервирование построения точки с пиксельными координатами (r,c);

PxlOff r,c — гашение точки с оконными координатами (r,c);

PxlOn r,c — включение точки с оконными координатами (r,c);

ptTest(r,c) — проверка наличия точки с оконными координатами (r,c).

Для построения прямых линий используются следующие операторы:

LineHorz y[,dM] — построение горизонтали с координатой y;

LineTan e1,e2 — построение касательной к линии, заданной выражением e1 в точке, заданной выражением e2;

LineVert x[,dM] — построение вертикали с координатой x.

PxlHorz r[,dM] — построение горизонтали с пиксельной координатой r;

PxlVert c[,dM] — построение вертикали с пиксельной координатой c;

PxlLine r1,c1,r2,c2[,dM] — построение отрезка прямой с пиксельными координатами конечных точек (r1,c1) и (r2,c2);

Построение окружности обеспечивает оператор:

`PxlCrcI r,c,rad[,dM]` — построение окружности радиуса `rad` с пиксельными координатами `(r,c)`.

В этих операторах присутствует необязательный параметр `dM` (`draw Mode`). Он может принимать следующие значения: `1` — построение линии (по умолчанию), `0` — отключение построения линии и `-1` — инвертирование пикселя.

Вывод текста в графическое окно

Вывод текста в графическое окно обеспечивают операторы:

`PtText string,x,y` — вывод текстовой строки в место с координатами `(x,y)`;

`PxlText string,r,c` — вывод текстовой строки в место с координатами `(r,c)`.

Обратите внимание на то, что текст позиционируется с точностью до пикселя.

Примеры программирования графических операций

Программа построения графиков заданных функций

Хотя калькуляторы имеют удобные средства для построения графиков функций, пользователь нередко желает иметь программу, делающую это же, но с определенными удобствами. Зададимся целью создать программу, которая строит график по произвольному выражению, вводимому интерактивно и без использования редактора функций `Y=`.

Такая программа представлена на рис. 11.32. С помощью оператора `InputStr` она обеспечивает ввод в окне ввода/вывода произвольной функции и затем строит ее график оператором `Graph` с преобразованием строкового выражения в вычисляемое выражение с помощью функции `expr`. После этого программа останавливается оператором `Pause` и ждет нажатия клавиши `ENTER` (при этом график, естественно, остается на экране). Нажатие клавиши `ENTER` ведет к возврату набора функции и после этого к построению графика новой функции (график старой при этом стирается). Если набор функции пропустить, т. е. просто нажать клавишу `ENTER`, то программа дает переход в окно `Home`.

Таким образом, при работе с этой программой не требуется переход в редактор `Y=` и ввод в него выражения. В то же время в графическом окне можно выполнить форматирование графика, например убрав оси или изменив масштаб.

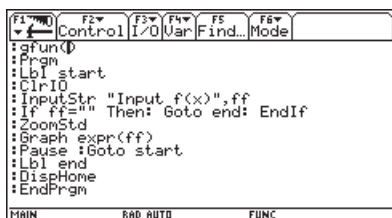


Рис. 11.32. Программа построения графика выражения с его интерактивным вводом

После пуска в окне HOME командой gfun() программа выводит окно ввода/вывода с запросом Input f(x)? Надо ввести выражение, например, $10 \cdot \sin(x)^3/x$. Обратите внимание на то, что график строится при стандартных установках окна WINDOW, в частности при $y_{\min}=-10$ и $y_{\max}=10$. Чтобы график выражения занял все окно, надо предусмотреть умножение выражения на масштабный множитель — в нашем случае число 10. На рис. 11.33 показан построенный программой график выражения, которое было введено ранее. Кстати, обратите внимание на то, насколько график этого выражения отличается от графика выражения $\sin(x)/x$.

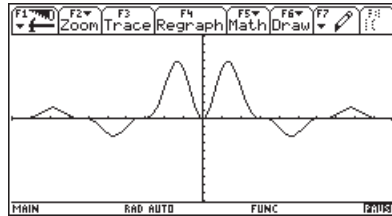


Рис. 11.33 График выражения $10 \cdot \sin(x)^3/x$, введенного в окне ввода/вывода

Данная программа приведена как пример применения основных операторов графики в программном режиме. Вы можете самостоятельно улучшить эту программу, например введя числовые метки по осям (калькулятор этого не делает), осуществив автоматическое масштабирование графиков, изменить вид графиков и т. д.

Программа построения «звездного неба»

Почти каждый учащийся программированию на языке BASIC наверняка готовил программу «звездное небо» — построение множества точек со случайными координатами в окне графики с декартовыми координатами. Эта программа является хорошим средством освоить построение точек и оценить, насколько случайными являются числа генератора случайных чисел, который используется для задания координат точек. Один из простых вариантов этой программы показан на рис. 11.34. Кроме случайных точек, программа строит прямоугольник из 4 отрезков прямых линий.

Эта программа настолько же проста, сколь и эффекта. Не стоит, однако, путать эффектность программы с ее эффективностью, ибо свои 1000 случай-

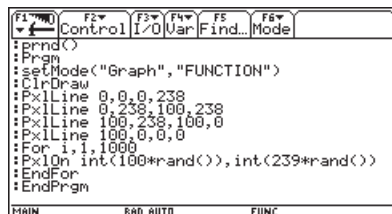


Рис. 11.34. Программа построения случайных точек в окне графики

ных точек программа строит довольно медленно — около минуты. Окно графики с построенными в нем случайными точками показано на рис. 11.35. Положение точек явно указывает на весьма неплохую работу генератора случайных чисел, ибо точки довольно равномерно (в большом) покрывают все поле графика.

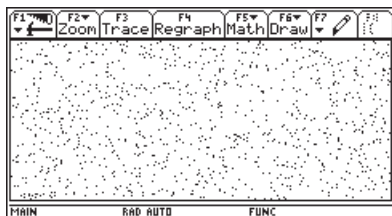


Рис. 11.35. Окно графики «звездное небо»

Вы можете усложнить эту программу, задав вначале построение точек — «звездочек», а затем плавное их исчезновение. Как это сделать, догадайтесь сами. И если это у вас получится быстро, то задатки программиста у вас явно есть.

Программа 3D-анимации

Одной из самых впечатляющих возможностей калькуляторов является возможность создания эффекта анимации (оживления) трехмерных фигур. Для этого используется техника мультипликации — построение ряда фигур, отличающихся каким-либо параметром. Последовательность фигур запоминается в памяти калькулятора и затем выводится с заданной скоростью смены фигур. Это позволяет получить эффекты вращения фигур вокруг той или иной оси (параметр — угол вращения), колебания поверхности и т. д.

Для записи копий графического экрана используется оператор:

`StoPic picVar[,pxlRow,pxlCol][,width,height]`

где `picVar` — переменная, в которую копируются копии экрана, `pxlRow` и `pxlCol` — координаты (в пикселях) левого верхнего угла области копирования (по умолчанию 0,0) и `width` и `height` — ширина и высота области копирования.

Для достаточно быстрого последовательного вывода сохраненной последовательности изображений используется другой оператор:

`CyclePic picVar,n[,wait][,cycles][,direction]`

В нем `picVar` — имя переменной, хранящей копию изображения, `n` — число циклов, `wait` — интервал между циклами в секундах, `cycles` — число повторений цикла и `direction` — направление (1 — прямое, -1 — обратное).

На рис. 11.36 показан листинг программы, обеспечивающей анимацию заданной в ней поверхности $z(x,y)$. Эта программа хорошо отражает реалии применения описанных выше операторов для обеспечения вращения фигуры вокруг оси z .

При пуске этой программы командой `anim()` вначале можно наблюдать построение серии рисунков, а уже затем анимацию (вращение) построенной по-

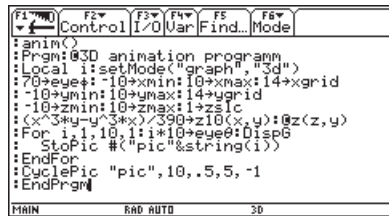


Рис. 11.36. Программа анимации поверхности

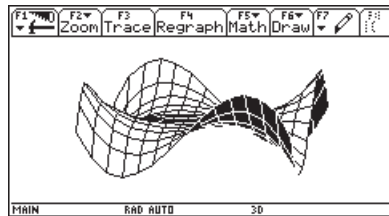


Рис. 11.37. Заключительная фаза анимации (вращения) поверхности

верхности (рис. 11.37). Вращение происходит довольно быстро, что связано с хранением копий разных фаз поверхности в памяти и быстрым их извлечением из памяти.

На этом можно завершить рассмотрение основ программирования микрокалькуляторов. Надо отметить еще раз, что BASIC калькуляторов дает реальные средства для программирования не только вычислительных задач (в том числе с элементами символьной математики), но и задач графики и построения современного пользовательского интерфейса.

Программа *The Geometer's SketchHPad*

В заключение рассмотрения возможностей калькуляторов мы кратко рассмотрим программу *The Geometer's SketchHPad*, которая является одним из ряда пакетов расширения микрокалькуляторов. Эти пакеты загружаются во флэш-память калькуляторов и служат для расширения их возможностей. Программа *The Geometer's SketchHPad* входит в установленное в калькуляторы TI-92 Plus программное обеспечение, но может отдельно устанавливаться и в калькуляторы TI-89 (и TI-92 с расширенной памятью).

Для доступа к программе используется команда APPS 1:FlashApps с выбором программы *The Geometer's SketchHPad*. После этого появляется окно программы, показанное на рис. 11.38. Это окно получено после построения графика функции $\sin(x)/x$ средствами, размещенными на вкладке F6 $f(x)$.

Как видно из рис. 11.38, данная программа представляет собой типичный графический редактор для построения практически любых двумерных объектов геометрии. Построение трехмерных фигур или поверхностей не предусмотрено. Программа задумана как инструментальное средство для изучения геометрии. Она реализует типовой графический интерфейс пользователя, ха-

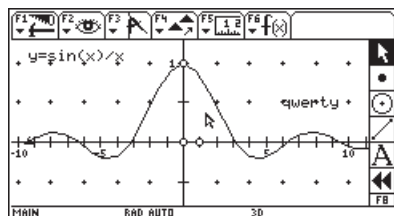


Рис. 11.38. Окно программы The Geometer's SketchHPad с построенным графиком функции

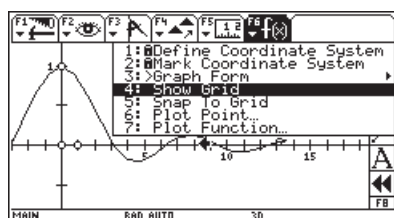


Рис. 11.39. Пример работы с программой The Geometer's SketchHPad

рактерный для основного программного обеспечения калькуляторов. Однако при этом возможности интерфейса существенно расширены.

Остановимся лишь на возможности построения графиков функций. Прежде всего надо отметить, что графики строятся быстро и имеют (по желанию) оцифрованные оси и сетку (grid). Интересно решено изменение размеров графиков и положения их центра. Для этого на графике имеются опорные точки — кружки, которые можно указать маркером — стрелкой. Она меняет свой вид и позволяет растягивать графики или менять положение центра. Для этого надо использовать графический манипулятор при нажатой клавише $\diamond$. На рис. 11.39 показан пример растяжения графика, переноса его центра вправо, удаление точечной сетки (grid) и вывод подменю вкладки F6 f(x).

Хотя описание программы The Geometer's SketchHPad занимает сотню страниц, большинство ее операций вполне очевидно и реализовано с помощью шести вкладок. Обратите внимание на выведенный справа инструментальный ящик программы, содержащий типовые средства рисования. Все, кто имеет опыт работы с компьютерными графическими редакторами, например Paint Brush, смогут за полчаса или час освоить работу с программой The Geometer's SketchHPad самостоятельно.

Помимо программы The Geometer's SketchHPad на Интернет-сайте фирмы Texas Instruments имеются и другие пакеты расширения калькуляторов — по геометрическим и статистическим расчетам, по проектированию электронных цепей и схем (кстати, с показом их на экране дисплея) и другие пакеты. Все это обеспечивает легкое приспособление калькуляторов к решению специфических задач пользователя. Очевидно, что число пакетов расширения будет постоянно расти, что способствует популярности калькуляторов TI-89/TI-92/TI-92 Plus и их широкому применению в образовании и научном творчестве.

Список литературы

1. Дьяконов В.П. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. 3-е изд., доп. и перераб. М.: Наука: Физматлит, 1989. 464 с.
2. Трохименко Я.К., Любич Ф.Д. Инженерные расчеты на микрокалькуляторах. Киев: Техника, 1980. 383 с.
3. Трохименко Я.К., Любич Ф.Д. Инженерные расчеты на программируемых микрокалькуляторах. Киев: Техника, 1985. 326 с.
4. Дьяконов В. П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001. 1376 с.
5. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке Бейсик для персональных ЭВМ. М.: Наука: Физматлит, 1987. 240 с.
6. Дьяконов В. П. Справочник по системе символьной математики Derive. М.: СК Пресс, 1998. 256 с.
7. Дьяконов В.П. Форт-системы программирования персональных ЭВМ. М.: Наука: Физматлит, 1992. 352 с.
8. Турецкий В. Я. Математика и информатика: Учебник. 3-е изд. М.: Инфра-М, 2000. 560 с.
9. Гантмахер Ф. Теория матриц. М.: Наука: Физматлит, 1988. 552 с.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1973. 832 с.
11. Воднев В.Т., Наумович А.Ф., Наумович Н.Ф. Основные математические формулы. Минск: Вышэйшая школа, 1988. 270 с.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами/ Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.:Наука: Физматлит, 1979. 832 с.

Оглавление

Вместо введения	3
Часть 1. Простые калькуляторы	10
Глава 1. Основные типы современных микрокалькуляторов	10
История появления и развития	10
Классификация микрокалькуляторов	13
Простые (бухгалтерские) микрокалькуляторы	15
Инженерные и научные калькуляторы	18
Инженерные и научные графические калькуляторы	21
Графические калькуляторы с символьными вычислениями	22
Калькулятор TI-89	24
Калькуляторы TI-92/92 Plus	25
Возможности калькуляторов TI-89/92/92 Plus	26
Отражение калькуляторов серии TI в Интернете	28
Периферийные устройства для графических калькуляторов	31
Информация о конференциях по Derive и калькуляторам TI-89/92/92 Plus	33
Калькуляторы корпорации Hewlett Packard	33
Современные калькуляторы серии HP	33
Музей калькуляторов корпорации Hewlett Packard	35
Выбор и приобретение калькуляторов	40
Эксплуатация и ремонт калькуляторов	40
Основные правила эксплуатации калькуляторов	40
Утилизация батарей и калькулятора	41
Ремонт калькуляторов	42
Глава 2. Работа с простыми микрокалькуляторами	43
Конструкция простых калькуляторов	43
Основные параметры простых калькуляторов	45
Основные операции простых микрокалькуляторов	46
Арифметические операции	46
Виды чисел и их ввод	46
Операции элементарной арифметики	47
Использование унарного минуса	48
Вычисление процентов	48
Ошибки при работе с простыми калькуляторами	49
Ошибки, связанные с машинным нулем	49
Ошибки при переполнении разрядной сетки	50
Прочие ошибки	50
Специальные операции	51
Вычисление чисел с целыми степенями	51

Арифметические операции с константами	51
Операции с регистром памяти	52
Комбинированные вычисления	53
Отсутствие приоритета операций	54
Работа с дополнительными переключателями и клавишей MU	55
Реализация некоторых численных методов	55
Вычисление факториала	55
Вычисление числа π	56
Вычисления по схеме Горнера	57
Перевод градусов в радианы и обратно	57
Вычисление корней произвольной целой степени	58
Простой калькулятор операционных систем Windows 95/98	59
Часть 2. Инженерные и научные калькуляторы	62
Глава 3. Инженерные и научные калькуляторы с алгебраической логикой	62
Виды инженерных калькуляторов с алгебраической логикой	62
Начало работы с инженерными калькуляторами	62
Особенности инженерных и научных калькуляторов	63
Вид инженерных и простых научных калькуляторов	63
Числа и числовые константы	66
Системы счисления	66
Натуральные, отрицательные и простые числа	66
Целые числа	67
Числа двоичные, восьмеричные и шестнадцатеричные	67
Рациональные числа	69
Вещественные (действительные) числа	69
Вещественные числа с фиксированной и плавающей точкой	69
Случайные числа	71
Комплексные числа и преобразования координат	71
Характерные правила ввода и вывода чисел	72
Основные вычисления на инженерных калькуляторах	73
Приоритет операций и скобки	73
Вычисления по встроенным математическим функциям	74
Функции задания единиц измерения и преобразования углов и времени	74
Тригонометрические и обратные тригонометрические функции	75
Гиперболические и обратные гиперболические функции	75
Статистические вычисления на инженерных калькуляторах	75
Научные калькуляторы с расширенными возможностями	76
Калькуляторы Casio fx-100/115/570/991 W	76
Клавиатура калькулятора Casio fx-991 W	77
Алгебраический метод с повышенной визуализацией S-V.P.F.M	78
Начальные установки калькулятора	78
Приемы оперативной работы	80
Учет приоритета операций	81
Стеки калькулятора	81
Ошибки и их устранение	82

Арифметические операции	83
Простейшие вычисления	83
Системная переменная запоминания результата вычислений Ans	84
Вычисления с процентами	84
Вычисления с дробями	85
Изменение формата десятичных чисел	85
Округление чисел	86
Инженерные вычисления	87
Генерация случайных чисел	87
Факториал, перестановки и сочетания	87
Работа с двоичными, восьмеричными и шестнадцатеричными числами	87
Работа с десятичными приставками	89
Вычисления научных функций	90
Вычисление логарифмов, степенных функций и корней	90
Вычисление тригонометрических и обратных тригонометрических функций	90
Вычисление гиперболических и обратных гиперболических функций	91
Работа с градусами, минутами и секундами	91
Операции с комплексными числами	91
Преобразование координат точки	92
Преобразование метрических величин	93
Вывод научных констант	94
Операции, связанные с памятью	95
Переменные в памяти	95
Работа с накапливающим регистром	96
Формула в памяти	96
Решение с помощью формулы в памяти трансцендентных уравнений	97
Вычисление определенных интегралов	98
Статистические вычисления	100
Вычисление стандартного отклонения для массива чисел	100
Вычисление нормального распределения вероятностей	101
Регрессия разного вида	101
Виртуальный инженерный Windows-калькулятор	103
Глава 4. Калькуляторы с обратной бескобочной (польской) логикой	106
Основы обратной бескобочной (польской) логики	106
Основные идеи обратной бескобочной (польской) логики	106
Операционный стек калькуляторов с польской логикой	107
Ввод чисел в стек и их перемещения	107
Простейшие вычисления	108
Примеры вычислений в общем виде	109
Основные операции со стеком	109
Модели калькуляторов с польской логикой работы	109
Советские калькуляторы	109
Научные калькуляторы Hewlett Packard	111

Типовые вычисления на калькуляторах с польской логикой . . .	113
Общие положения	113
Работа с числами	115
Арифметические операции	116
Регистры памяти и операции с ними	116
Вычисление встроенных функций	117
Операции с комплексными числами	118
Матричные операции в HP-15C	119
Понятие о матрицах и векторах	119
Задание матриц	120
Основные операции с матрицами	121
Примеры матричных вычислений	121
Представления матриц с комплексными элементами	123
Операции над матрицами с комплексными элементами . . .	124
Основы программирования калькуляторов HP-15C	126
Распределение памяти и коды программы	126
Пример подготовки и пуска простой программы	127
Отладка программы по шагам	128
Условные и безусловные переходы	128
Циклы	129
Подпрограммы	130
Косвенная адресация	131
Другие возможности HP-15C	132
Вычисление определенных интегралов	132
Решение уравнений вида $f(x) = 0$	133
Статистические вычисления	134
Общие замечания по программированию калькуляторов класса HP-11C/HP-15C	135
Часть 3. Графические калькуляторы	137
Глава 5. Графические калькуляторы серии HP	137
Общие сведения о графических калькуляторах серии HP	137
Внешний вид и клавиатура калькуляторов HP-48C	138
Дисплей и клавиатура калькуляторов HP-48	140
Основные меню калькуляторов HP-48	141
Начало работы с калькуляторами HP-48	142
Обычные вычисления	142
Объекты и их применение	142
Задание, редактирование и удаление переменных	144
Задание программ и функций пользователя	145
Редактирование и удаление переменных, программ и функций пользователя	145
Аналитические вычисления	146
Создание и редактирование алгебраических выражений	146
Решатель HP-Solver	147
Меню ALGEBRA	148
Разрешение уравнения относительно заданной переменной . .	148

Решение квадратных уравнений	149
Операции преобразования выражений	150
Разложение функции в ряд Тейлора	150
Символьное дифференцирование	151
Символьное вычисление определенных интегралов	151
Суммирование рядов	151
Графика калькуляторов HP-48	152
Организация графики и меню PLOT	152
Построение графических объектов — меню GRAPH	153
Переменная PPAR	153
Построение графиков функций	154
Оперативная математическая обработка графиков функций	156
Построение графических объектов	158
Построение графиков специального типа	158
Матричные операции и линейная алгебра	160
Ввод и редактирование матриц	160
Операции с векторами	161
Операции с матрицами	162
Статистические вычисления	163
Ввод данных для статистических расчетов	163
Основные вычисления в меню STAT	164
Дополнительные операции статистики	165
Основы программирования калькуляторов HP-48	166
Обзор меню программных средств PRGM	166
Взаимодействие программ со стеком	166
Задание локальных переменных	167
Применение подпрограмм	168
Средства отладки программ	169
Флаги и контроль за их состоянием	171
Управляющие структуры программ и средства диалога	172
Конструкции условных выражений IF-THEN-ELSE и IFTE	172
Конструкция переключателя CASE-END	173
Конструкции циклов START-NEXT и START-STEP	173
Циклы типа FOR-NEXT и FOR-STEP	173
Циклы типа DO-UNTIL-END и WHILE-REPEAT-END	174
Средства диалога	174
Системные сообщения и их обработка	176
Глава 6. Графические калькуляторы корпорации Casio	177
Обзор графических калькуляторов корпорации Casio	177
Основные характеристики графических микрокалькуляторов Casio	177
Достоинства и недостатки графических калькуляторов Casio	179
Калькуляторы CFX-9850GB/CFX-9950GB Plus	180
Клавиатура калькуляторов и принципы работы	180
Меню режимов работы MENU	181
Меню опций OPTN	182

Меню переменных VARS	183
Меню средств программирования PRGM	184
Начальные установки калькулятора	184
Установка и смена батарей	184
Настройка дисплея — меню CONT	185
Контроль памяти — меню MEM	185
Аппаратный сброс памяти	186
Исходные установки — меню SET UP	186
Работа с числами	186
Смена типов чисел и форматов их представления	186
Работа с рациональными числами	188
Работа с числами с разным основанием и с логическими операторами	188
Работа с комплексными числами	189
Основные вычисления	189
Арифметические операции	189
Функция ans и блокировка вывода	190
Приоритет операций с расширенным их набором	190
Сообщения об ошибках	191
Переменные и функции пользователя	191
Использование в строке нескольких выражений	192
Работа со стандартными функциями	193
Численные методы анализа функций	194
Общие замечания по реализации численных методов	194
Решение нелинейных уравнений	194
Вычисление первой и второй производных	195
Вычисление определенных интегралов	195
Вычисление минимумов и максимумов функций	196
Вычисление сумм	196
Матричные вычисления	197
Создание, редактирование матриц и стирание матриц	197
Манипуляции со строками и столбцами матриц	198
Операции с матрицами	198
Решение уравнений и систем уравнений — меню EQUA	200
Решение систем линейных уравнений	200
Решение квадратных и кубических уравнений	202
Применение решателя уравнений	203
Построение графиков	203
Меню графических операций GRAPH и запись функций	203
Построение графиков функций в декартовой системе координат	205
Параметры окна графики и их сохранение	205
Ручное построение графиков	207
Меню дополнительных графических объектов Sketch	207
Графики параметрические и в полярной системе координат	209

Специальные возможности графики	209
Анализ функций в графическом окне	209
Двойной экран	211
Динамическая графика — меню DYNA	212
Имплицативная графика	213
Графики и таблицы	215
Получение табличных значений графической функции	215
Графики и таблицы на двойном экране	216
Подготовка к визуализации рекурсии	216
Построение графика и таблицы для чисел Фибоначчи	217
Иллюстрация сходимости рекурсии	218
Иллюстрация расходимости рекурсии	220
Статистические вычисления и графика	220
Меню статистических вычислений STAT	220
Меню графики статистических вычислений GRAPH	221
Регрессия и ее визуализация	222
Вычисление и визуализация нормального стандартного распределения вероятности	224
Вычисление и визуализация различных распределений вероятности	224
Статистические тесты и доверительные интервалы	226
Финансовые и прочие вычисления	228
Программирование калькуляторов Casio CFX-9850/9950GB Plus	229
Характеристика языка программирования и меню PRGM	229
Пример создания и исполнения простой программы	230
Локальное меню PRGM и основные операторы программ	232
Управляющие структуры	233
Оператор безусловного перехода Goto — Lbl M	233
Операторы условных выражений типа If-Else-Then	234
Циклы типа for-next	235
Циклы типа Do-Loop-While и While-WhileEnd	236
Операторы скачков Dsz, Isz и $\Rightarrow$	237
Операторы прерывания Break и останова Stop	237
Операторы Prog и Return	238
Дополнительные возможности и ограничения калькуляторов	238
Общие замечания по программированию микрокалькуляторов	238
Специальные операторы ввода/вывода	239
Использование расширенных функций	241
Использование графических возможностей	241
Ограничения средств программирования калькуляторов	242
Коммуникационные возможности калькуляторов	243

Часть 4. Графические калькуляторы с СКМ 244

Глава 7. Основы работы с калькуляторами TI-89/92/92 Plus 244

Подготовка калькуляторов к работе	244
Назначение калькуляторов и состав поставки	244
Подготовка калькуляторов к работе	244

Работа с клавиатурой калькуляторов	245
Использование префиксных клавиш	246
Графический манипулятор	247
Окно дисплея	247
Первые вычисления	248
Организация ввода выражений	249
Ввод с помощью клавиши ENTER и команды ENTRY	249
Скроллинг сессии	250
Строчное редактирование в строке ввода	250
Обзор функций — окно и меню CATALOG	251
Наиболее распространенные встроенные операторы и функции	253
Окно ввода специальных символов по категориям CHAR	254
Окно быстрого ввода специальных символов KEY	255
Окно ввода единиц измерения физических величин UNITS	255
Система окон и меню калькуляторов	256
Доступ к основным окнам калькулятора	256
Меню приложений APPS	257
Меню режимов работы калькуляторов MODE	258
Очистка окна сессии и строки ввода	259
Удаление введенных определений	260
Включение и выключение меню CUSTOM	260
Установка форматов представления выражений и чисел	261
Установка форматов представления выражений	261
Установка форматов представления дробных чисел	262
Установка экспоненциальных форматов представления чисел	262
Информация в строке состояния	263
Прерывание длительных вычислений	263
Информация о микрокалькуляторе	263
Установка параметров графического окна	264
Математические вычисления	264
Операторы и функции окна MATH	264
Создание функций пользователя — оператор $\rightarrow$	266
Создание функций пользователя с помощью оператора Define	266
Переменные и их задание	266
Корректная работа с переменными	267
Запись нескольких выражений в одной строке	267
Подстановки с помощью оператора 	268
Вычисляем интеграл и производную	268
Решим квадратное уравнение в общем виде	269
Попробуем решить кубическое уравнение общего вида	270
Решение кубического уравнения в численном виде	270
Строим графики функций	271
Глава 8. Вычисления на калькуляторах TI-89/92	272
Меню Algebra и автоматическое упрощение выражений	272
Решение уравнений и систем уравнений	273

Решение одиночных уравнений или неравенств — функция solve	273
Решение систем линейных уравнений с помощью функции solve	274
Решение систем линейных уравнений с помощью функции simult	274
Решение системы линейных уравнений с помощью функции rref	275
Решение систем нелинейных уравнений с помощью функции solve	276
Быстрое решение нелинейных уравнений — функция nSolve .	276
Нахождение корней выражений с помощью функции zeros .	277
Операции компьютерной алгебры	278
Факторизация выражений — функция factor	278
Расширение выражений — функция expand	278
Аппроксимация выражений — функция approx	278
Приведение к общему знаменателю — функция comDenom .	279
Применение функции propFact	279
Функции тригонометрических преобразований tExpand и tCollect	280
Решение уравнений в комплексном виде	280
Функция решения уравнений в комплексном виде cSolve . .	280
Решение систем уравнений с комплексными коэффициентами	281
Функция факторизации комплексных выражений cFactor . .	281
Функция поиска комплексных корней cZeros	281
Функции выделения числителя getNum и знаменателя getDenom выражения	282
Операции математического анализа — вкладка F3 Calc	282
Функции выделения левой left и правой right частей равенства	282
Символьное дифференцирование — функция d	283
Символьное интегрирование — функция $\int$	283
Вычисление пределов — функция limit	285
Вычисление сумм членов последовательности — функция Σ .	286
Вычисление произведения элементов последовательности — функция Π	286
Вычисление минимума функции одной переменной — fmin .	286
Вычисление максимума функции одной переменной — fmax .	287
Вычисление длины дуги — функция arcLen	287
Разложение выражения в ряд Тейлора — функция taylor . .	288
Численное дифференцирование — функция nDeriv	288
Численное интегрирование — функция nInt	289
Решение дифференциальных уравнений	289
Решение дифференциальных уравнений — функция deSolve .	289
Другие функции — F4 Other	290

Глава 9. Графические возможности калькуляторов TI-89/92	291
Двумерная графика	291
Схема работы с двумерными графиками	291
Пример построения графика функции одной переменной	291
Нахождение координат заданной точки графика	292
Меню математической обработки графиков F5 Math	293
Вычисление значения функции по заданному x	293
Нахождение нулей функции	294
Нахождение минимума и максимума точки	295
Нахождение производной и интеграла для заданной функции	295
Перестройка графика F4 Regraph	295
Нахождение точек перегиба графика	296
Вычисление расстояния между двумя точками	296
Нахождение касательной к заданной точке графика функции	297
Нахождение длины дуги между двумя точками	297
Закраска площади, ограниченной кривой	298
Нахождение точек пересечения двух линий графиков	298
Дополнительные установки графиков	299
Установка стиля графиков	299
Форматирование графиков	299
Установка масштабов двумерных графиков	300
Графическая лупа	301
Графики функций, заданных параметрическими уравнениями	301
Задание функций	301
Построение графиков	302
Добавление в рисунок геометрических фигур	302
Графики в полярной системе координат	303
Задание функций $r(\theta)$	303
Построение графиков в полярной системе координат	304
Графики последовательности	304
Задание последовательности	304
Установка типа и параметров графика	305
График последовательности типа WEB	305
Трехмерная графика	306
Начало построения 3D-графиков	306
Построение 3D-графика	306
Масштабирование 3D-графика	307
Вращение и анимация 3D-графиков	307
Математическая обработка 3D-графики	308
Форматирование 3D-графиков	308
Контурные графики	309
Вращение контурных графиков	310
Комбинированные графики WIRE AND CONTOUR	311
Быстрое управление 3D-графикой	311
Имплицативная графика	314

Визуализация решения дифференциальных уравнений	315
Порядок графического решения дифференциальных уравнений	315
Моделирование интегрирующей RC-цепи	315
Представление решения на фоне поля	317
Решение систем дифференциальных уравнений	318
Построение фазового портрета решения	319
Дополнительные возможности графики	320
Разбивка экрана на две части	320
Специальные средства графики	321
Вкладка F6 дополнительной графики	321
Построение семейств кривых	322
Просмотр таблиц значений функций	322
Построение графиков прямо из окна Home	323
Задание программных модулей в строке ввода	323
Глава 10. Специальные возможности калькуляторов TI-89/92	324
Редактор данных и матриц Data/Matrix Editor	324
Ввод списка и работа с ним	326
Ввод блока данных и работа с ним	326
Автоматическое заполнение столбцов по заданным выражениям	327
Ввод блока матриц и работа с ним	328
Ввод вектора	328
Операции с векторами и матрицами	329
Решение системы линейных уравнений, заданных в матричной форме	329
Матричные операторы и функции	329
Примеры матричных вычислений	331
Статистические вычисления	332
Ввод исходных данных	332
Основные виды статистических расчетов	332
Примеры статистических вычислений	333
Техника выполнения регрессии	334
Виды регрессии	334
Графическая визуализация регрессии	336
Некоторые виды специальной статистической графики	338
Функции статистики	339
Числовой решатель уравнений	340
Задание уравнения и значений известных переменных	340
Нахождение значения неизвестной переменной	341
Построение графиков решения	342
Другие возможности решателя	342
Вход в полное окно решателя и выход из него	342
Текстовый редактор и его применение	343
Вход в текстовый редактор и начало работы с ним	343
Придание строкам документа специального статуса	343

Исполнение строк документа	344
Подготовка отчетов	344
Работа с данными специального типа	344
Двоичные числа	345
Шестнадцатеричные числа	345
Размерные величины	345
Строковые постоянные, операторы и функции	346
Работа с переменными и памятью	347
Роль переменных	347
Типы переменных	348
Управление статусом переменных	349
Просмотр контекста и исполнение переменных	349
Контроль за памятью и ее очистка	350
Связь с персональным компьютером и с Интернетом	350
Аппаратная реализация коммуникационных возможностей калькуляторов	350
Основные телекоммуникационные возможности калькуляторов	351
Программа подключения калькуляторов к ПК — TI-GRAPH LINK	351
Глава 11. Программирование калькуляторов TI-89/92	
на языке BASIC	354
О версии языка программирования BASIC калькуляторов	354
Основы программирования на языке BASIC	355
Редактор программ и первая программа	355
Вызов программы и окно ввода/вывода	356
Глобальные переменные и побочные эффекты	357
Задание локальных переменных	357
Работа с переменными в программах	358
Процедуры и функции	359
Процедуры со списком параметров	359
Функции	360
Отличия функций от процедур	360
Подпрограммы	361
Управляющие структуры	361
Условный оператор If	361
Общая форма оператора If	363
Условный оператор when	363
Циклы типа For-EndFor	364
Цикл Loop-EndLoop	365
Цикл While-EndWhile	366
Оператор безусловного перехода GoTo	366
Операторы и функции ввода, вывода и диалога	367
Вкладка F3 I/O окна редактора программ	367
Средства диалога	367
Пример простого диалога	368
Создание диалогового окна с ниспадающим меню	369

Создание панелей инструментов	369
Дополнительные средства управления выводом и вводом . .	370
Средства контроля конфигурации и режимов работы	371
Программные средства графики	371
Установки типов и параметров графиков	371
Системные переменные	372
Размеры графического окна	373
Построение точек, линий и окружностей	373
Вывод текста в графическое окно	374
Примеры программирования графических операций	374
Программа построения графиков заданных функций	374
Программа построения «звездного неба»	375
Программа 3D-анимации	376
Программа The Geometer's SketchHPad	377

Дьяконов Владимир Павлович

**СОВРЕМЕННЫЕ
ЗАРУБЕЖНЫЕ
МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРЫ**

Ответственный за выпуск

В. Митин

Верстка

А. Виноградов

Обложка

Е. Жбанов

Издательство «СОЛОН-Р»

123001, Москва, а/я 82

Телефоны:

(499) 254-44-10, 252-36-96, 252-25-21

E-mail: Solon-R@coba.ru

*Приглашаем к сотрудничеству авторов — специалистов
в области компьютерных технологий
E-mail: Solon-Avtor@coba.ru*

ООО Издательство «СОЛОН-Р»

ЛР № 066584 от 14.05.99

Москва, ул. Тверская, д. 10, стр. 1, ком. 522

Формат 70×100/16. Объем 25 п. л. Тираж 3000 экз.

АООТ «ПОЛИТЕХ-4»

Москва, Б. Переяславская, 46

Заказ №