

ученые
ДЭ
школьники*

А.А.Самарский
А.П.Михайлов

Компьютеры и жизнь





АЛЕКСАНДР АНДРЕЕВИЧ САМАРСКИЙ (родился в 1919 г. в с. Н.-Ивановское Донецкой области) — академик АН СССР, зав. отделом Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР, зав. кафедрами в МГУ им. М. В. Ломоносова и МФТИ, член ряда редколлежий научных журналов, председатель Научного совета по комплексной проблеме «Математическое моделирование» АН СССР. Герой Социалистического Труда, лауреат Ленинской и Государственной премий. Широко известен в нашей стране и за рубежом фундаментальными работами в области численных методов, математической физики и вычислительного эксперимента. Активный пропагандист и популяризатор методов и идей прикладной математики.



МИХАЙЛОВ АЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ (родился в 1947 г. в Москве) — доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР, член Научного совета по комплексной проблеме «Математическое моделирование» АН СССР. Специалист по вычислительной математике и математическому моделированию.

**А. А. Самарский
А. П. Михайлов**

Библиотечка
Детской
энциклопедии

Редакционная
коллегия:
И. В. Петрянов
(главный редактор),
И. Л. Кнунянц,
А. Л. Нарочницкий



Компьютеры и жизнь

(Математическое
моделирование)



Москва
«Педагогика» 1987

ББК 32.973
С 17

Рецензент

доктор физико-математических наук, профессор
Ю. А. Белов

Самарский А. А., Михайлов А. П.
С 17 Компьютеры и жизнь: (Математическое моделирование). — М.: Педагогика, 1987. — 128 с.: ил. — (Б-чка Детской энциклопедии «Ученые — школьнику»).

35 коп.

Книга академика А. А. Самарского и доктора физико-математических наук А. П. Михайлова посвящена одной из актуальных проблем — развитию электронно-вычислительной техники, ее использованию в различных отраслях народного хозяйства, а также в процессе обучения в школе.
Для старшеклассников.

С 4802020000-062
005(01)-87 86-87

ББК 32.973

© Издательство «Педагогика», 1987

Введение

Эта книга обращена к школьникам, но авторы хотели бы обсудить на ее страницах вполне взрослые проблемы. Ведь пройдет 5—10 лет, и нынешние старшеклассники примут на свои плечи часть ответственности за будущее общества, за жизнь на планете.

Стремительное развитие человечества, теснейшая связь внешне отдаленных явлений и событий, вопросы неведомые еще вчера и ждущие немедленного решения сегодня, все, что укладывается в емкое понятие «ускорение», — визитная карточка нашего времени. Путь вперед представляется неширокой тропой, движение по которой требует тщательного выбора. Любой неверный шаг — это шаг навстречу экономическим потрясениям, истощению земных ресурсов или к военным столкновениям.

Борьба созидательных и разрушительных сил ведется и на обширных полях научно-технического прогресса. Она имеет своих героев и антигероев. Американскому президенту Г. Трумэну, отдавшему приказ о бомбардировке Хиросимы и Нагасаки, конструктору смертоносных ракет «ФАУ» В. фон Брауну, «отцу» американской водородной бомбы Э. Теллеру в нашей памяти противостоят светлые имена И. В. Курчатова, С. П. Королева, М. В. Келдыша, предложивших пути мирного использования нового вида энергии и космической техники.

Эту борьбу начинали и малоизвестные «участники», среди которых были первые компьютеры. С их помощью рассчитывались траектории и режимы работы двигателей космических аппаратов, процессы, протекающие в веществе при развитии ядерных и термоядерных реакций. Несмотря на это, трудно было предсказать потомкам тогдашних ЭВМ, громоздких и ненадежных, столь блестящую карьеру.

С тех пор прошло почти 40 лет, и из персонажа карикатур — электронного шкафа с подмигивающим пультом — компьютеры превратились в катализаторов научно-технического прогресса. Слова «ЭВМ», «микропроцессор», «дисплей» у всех на устах.

Компьютеры помогают делать научные открытия, работают в различных системах управления, руководят станками. Появились термины «компьютеризация», «компьютерная грамотность», новый смысл приобрело слово «информатика».

Через два года в мировом парке ЭВМ будет свыше полутора миллиона компьютеров. Огромная сила! Что сулит вычислительная техника человечеству?

Ответить на эти вопросы помогает многолетняя история работы компьютеров в науке. Ведь наука — не только колыбель ЭВМ, но и наиболее развитая область их применения. Для ученых ЭВМ стали незаменимым инструментом познания и прогноза сложных явлений. Возник новый научный метод — вычислительный эксперимент. Это словосочетание звучит непривычно, даже парадоксально, однако без широкого внедрения этой новой методологии научно-технический прогресс будет невозможен. Поэтому главная забота авторов — рассказ о способах применения компьютеров в научно-технических исследованиях, о становлении и успехах вычислительного эксперимента.

«В фантастических романах главное это было радио. При нем ожидалось счастье человечества. Вот радио есть, а счастья нет», — как-то заметил советский сатирик И. Ильф. Ученые не обещают компьютерного счастья. Но они доподлинно знают, что при правильном использовании компьютеры раскрывают свою истинную ценность, становясь надежными помощниками человека.

ЭВМ как инструмент познания

Компьютер глазами исследователя. Взгляд на компьютеры может быть совершенно разным. Инженер видит в них воплощение новейших технологий микроэлектроники, директор фирмы по производству ЭВМ озабочен конкурентоспособностью своих изделий, домашней хозяйке небезразличны размеры и внешний вид персонального слуги. Для исследователя на первый план выходят, пожалуй, три характеристики — быстродействие, память и средства общения компьютера с человеком.

Подпольный миллионер А. И. Корейко из романа И. Ильфа и Е. Петрова «Золотой теленок» слыл среди своих сослуживцев туповатым, но удивительно быстро считающим в уме сотрудником. «Слушайте, Александр Иванович, — спрашивал сосед, — сколько будет восемьсот тридцать шесть на четвереста двадцать три? — Триста пятьдесят три тысячи шестьсот двадцать восемь, — отвечал Корейко, подумав самую малость».

Приняв за «самую малость» одну секунду, получаем, что «рекордсмен» из Черноморска за это время выполнял примерно одну арифметическую операцию. Прекрасное быстродействие! Ради справедливости скажем, что в действительности встречаются люди еще более способные к устному счету, чем вымышленный литературный персонаж. И все же средний современный компьютер по части вычислений заткнет за пояс целую армию молодцев, подобных Александру Ивановичу. Нечего и говорить о так называемой супер-ЭВМ, чьи возможности в этой области превосходят быстродействие всего человечества, если оно, включая младенцев, занималось бы только вычислениями.

А зачем нужно считать так много и так быстро?

Вопрос не столь уж наивный. Действительно, в конце 40-х — начале 50-х гг. бытовало мнение, что несколько крупных тогдашних ЭВМ могут удовлетворить все запросы на вычисления в любой промышленно развитой стране.

Старшеклассник легко решит систему двух линейных алгебраических уравнений с двумя неизвестными, по заданным численным коэффициентам уравнений найдет численное значение неизвестных. Не составит большого труда решение трех-четырех, а может быть, пяти уравнений. Вряд ли кто-нибудь без крайней необходимости возьмется за систему десятого порядка, а на решение вручную 20 уравнений не хватит, наверное, всей жизни. И не потому, что не известно, как надо решать эти задачи. С незапамятных времен существует правило Крамера — вычисляй один определитель, дели его на другой и получишь значение одного из неизвестных. Но с ростом порядка системы стремительно растет объем вычислений. Для подсчета определителя n -го порядка в «лоб» как суммы $n!$ его членов нужно выполнить в случае $n=20$ такое число умножений, которое выражается цифрой с двадцатью нулями. Право же, символ «!», означающий знак факториала, уместен здесь и как восклицательный знак. Гораздо более экономичный метод Гаусса требует «всего» n^3 операций, но и такое число действий остается недоступным для ручного счета.

Решение системы линейных уравнений высокого порядка — задача отнюдь не школьная. Она встречается сплошь и рядом в научно-технических исследованиях. При расчете обтекания самолета в пространстве вокруг него выделяются точки, в которых ищутся характеристики течения, скажем, давление воздуха и скорость потока. Зная их, можно, в свою очередь, определить механические и тепловые на-



это коэффициент перед очередным слагаемым. Например, число 11001011 (восьмиразрядное двоичное число, или байт) равно сумме $1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ или числу 203 в десятичной системе. Наибольшее число, которое можно записать с помощью байта (1 байт=8 бит), состоит из восьми единиц и равно 255. Машинное число (или машинное «слово») характеризуется длиной, т. е. количеством двоичных разрядов — битов. Память ЭВМ измеряется числом наличных машинных слов. Речь идет о так называемой оперативной или быстрой памяти, «работа» с которой происходит за время, сравнимое с выполнением арифметических операций в компьютере.

Очень скромная по нынешним меркам оперативная память одной из первых наших серийных машин М-20 состояла из 4096 слов длиной в 45 бит. Такая длина удобна для сопоставления с текстом, написанным на русском языке. В русском алфавите, если из него исключить ради простоты букву ё (да простят нам любители словесности), останется 32 буквы. Их можно закодировать десятичными цифрами от 0 до 31. Последняя цифра — наибольшая и как раз совпадает с максимальным пятиразрядным двоичным числом 11111. Следовательно, для записи любой буквы алфавита достаточно пяти двоичных разрядов. Все машинное слово может содержать ровно девять букв и не более. В итоге для памяти М-20 получаем почти 40 тыс. букв или 20 страниц убористого машинописного текста.

Сейчас мало кого удивляет объем быстрой памяти современных суперкомпьютеров — несколько миллионов слов длиной 64 бит. Масштаб, сравнимый с текстом Большой Советской Энциклопедии. С такой памятью можно, в принципе, подступаться к уже упоминавшейся задаче определения параметров по-

тока в миллионе расчетных точек вокруг самолета. Не отстают от крупных ЭВМ и их меньшие собратья — мини-компьютеры и микропроцессоры. Правда, длина слова у них обычно составляет 16, реже 32 бита в отличие от восьмибайтовых слов суперкомпьютеров.

Во внешней памяти компьютера записываются сведения, не требующие немедленного доступа. Поэтому ее сегодняшние характеристики сопоставимы, пожалуй, с огромной информационной емкостью крупного книгохранилища. Для многих задач, решаемых на ЭВМ, объем внешней памяти ограничен, наверное, лишь финансовыми возможностями владельцев вычислительной техники. В самом деле, очень компактные магнитные диски имеют емкость, в тысячи раз превышающую быструю память лучших суперкомпьютеров.

Как же достигаются в ЭВМ такое быстродействие, такие объемы памяти и вообще как устроены компьютеры? Подробное описание какой-либо конкретной ЭВМ вряд ли имеет смысл. Лет 10—15 назад специалист по ЭВМ легко перечислил бы основные компьютеры и их примерные характеристики. Иное дело сейчас. Ассортимент ЭВМ помимо привычных малых, средних и больших машин включает микропроцессоры, мини-машины, персональные и домашние компьютеры, школьные ЭВМ и множество других. Появились первые гибриды, например супермикрокомпьютеры. Стоимость компьютеров колеблется от нескольких десятков до нескольких миллионов долларов в зависимости от качества и разнообразия предлагаемых ими услуг. Принципиальная же схема всех компьютеров одинакова и известна уже полтора столетия. Ее предложил английский математик Ч. Бэббидж. Мечтая возродить математическую славу своей страны, он разработал проект «ана-

грузки на машину. Даже при умеренных аппетитах исследователя число расчетных точек должно быть не меньше сотни по каждому измерению — длине, высоте, ширине. Задача, как говорят в таких случаях, трехмерная. Всего же получается как минимум 10^6 расчетных узлов. При меньшем числе нельзя получить картину обтекания с достаточной для практики разрешающей способностью. Ведь форма самолета очень сложная — фюзеляж, крылья, хвостовое оперение, двигатели, элементы управления...

Вычислители умеют сводить задачу обтекания к многократному решению системы линейных алгебраических уравнений, порядок которой равен числу расчетных узлов. По очень оптимистическим оценкам, для расчета требуется выполнить 10^{12} операций, а это сутки непрерывной работы самого мощного суперкомпьютера. Причем авиационный инженер получит в результате картину потока при некоторой заданной скорости самолета и при фиксированном угле атаки, т. е. всего лишь один вариант из множества возможных случаев.

А нужен ли столь подробный расчет? Давайте прикинем необходимые величины на логарифмической линейке, воплотим чертежи в металл, продует в аэродинамической трубе отдельные части самолета, посадим в него экипаж героев-испытателей и — вперед. Словом, как в старые добрые времена. Обоснованный ответ на подобные вопросы — одна из дальнейших наших целей. А пока запомним несколько цифр. При создании в начале века самолета братьев Райт эксперименты в аэродинамических трубах обошлись в несколько десятков тысяч долларов, бомбардировщик 40-х гг. потребовал миллион, а корабль многоразового пользования «Шаттл» — 100 млн. долларов. Столь же сильно возрастает время

продувки в расчете на одну трубу — почти 10 лет для современного аэробуса.

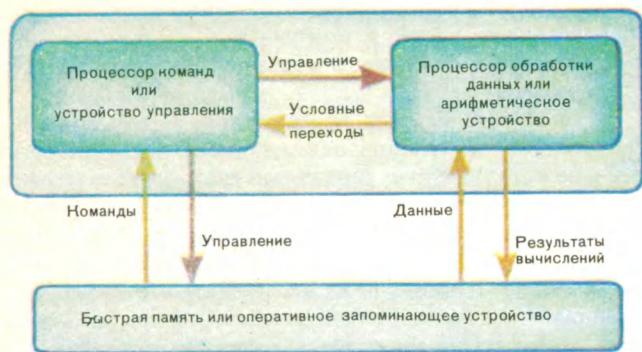
Способности человека к вычислениям ограничены не только быстродействием. Матрица уже знакомого нам определителя двадцатого порядка — таблица с четырьмя сотнями чисел. Над ними необходимо проделать множество манипуляций, чтобы получить лишь одно число — значение определителя. Количество промежуточных выкладок и результатов, которые надо записывать и некоторое время хранить, огромно. Если пользоваться бумагой, то «единого грамма ради» придется потратить, без преувеличения, не одну тонну древесины.

Несколько тысячелетий бумага верно служила людям для записи, хранения и передачи информации. Но известная поговорка «бумага все стерпит» становится неверной сегодня, когда человечество оперирует огромными потоками различных сведений и переходит к безбумажной информатике, изобретая все более эффективные носители информации.

Этот переход необратим. И не только в науке и технике, но и во многих других видах деятельности. Экономика СССР за последние 30 лет выросла примерно в 10 раз. По мнению экономистов, сложность управления народным хозяйством увеличилась уже в 100 раз. Трудно вообразить себе весь объем экономической информации, необходимой нашей стране, промышленность которой выпускает не менее миллиона различных видов изделий. Да и в быту числа начинают сильно теснить человека. Приходится обращаться к машинной памяти.

Термин «память ЭВМ» требует пояснения. В компьютере числа представляются не в десятичной, а в двоичной системе счисления, с помощью последовательности нулей и единиц. Любое десятичное число записывается как сумма степеней двойки, а 0 или 1 —

Принципиальная схема компьютера.



литической машины». В нем был заложен внешне скромный, но на самом деле основополагающий принцип. Ход (программа) вычислений зависит от знака результата предыдущего вычисления!

«Аналитическая машина» стала первой универсальной вычислительной машиной или вычислительной машиной с гибким программным управлением (компьютером). Возможность быстро и гибко менять программу вычислений без вмешательства человека — вот что отличает компьютеры от других вычислительных устройств, например табуляторов.

В современных компьютерах программа вычислений определяется не только знаком получаемых результатов, но и множеством других условий.

Центральная часть компьютера состоит из двух процессоров, выполняющих арифметические и логические операции, и памяти, хранящей команды программы и результаты вычислений (см. рис. на с. 12). Перед началом вычислений в память записываются программа и другие исходные данные. Пер-

вый процессор извлекает из памяти команды, второй — данные, которые обрабатывает согласно команде, полученной из первого процессора, и заносит результаты вычислений в память. Их действия похожи на работу оркестра, с той важной разницей, что заранее неизвестно, какой лист партитуры будет открыт в следующий миг. Да и содержание самой партитуры (памяти) меняется в зависимости от того, что сыграют музыканты после очередного взмаха дирижерской палочки.

Проект Бэббиджа не был осуществлен. Предшественники ЭВМ начали создаваться лишь в довоенное время в Германии (машина К. Цузе) и в США (машины Г. Айткена и А. Атанасова). Эти устройства, наверное, не имели шансов на выживание, хотя бы из-за низкого быстродействия и крайней ненадежности. Например, одна из американских машин размером 15 м в длину и 3 м в высоту имела 46 тыс. вакуумных трубок. Каждые 6 минут какая-нибудь из трубок обязательно выходила из строя.

Однако, создав эти машины, ученые убедились, что вычислительные автоматы с огромным числом логических элементов могут реально работать. Замечательное совпадение — в эти же годы английский математик А. Тьюринг рассмотрел некоторые гипотетические машины. Предполагалось, что эти машины (дискретные автоматы) шаг за шагом выполняют действия по определенной программе. Тьюринг теоретически доказал, что существует универсальная машина, способная реализовать действия произвольной сложности. При этом ее устройство в принципе может быть очень простым. Машина Тьюринга и компьютер — не одно и то же. Но вместе с практическими доказательствами Атанасова, Айткена и Цузе этот результат вселил уверенность в будущих конструкторов ЭВМ.

Таблицы, описывающие функции вентиля.

ИЛИ			НЕ		И		
Вход1	Вход2	Выход	Вход	Выход	Вход1	Вход2	Выход
0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1			1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0
1	1	1			1	1	1

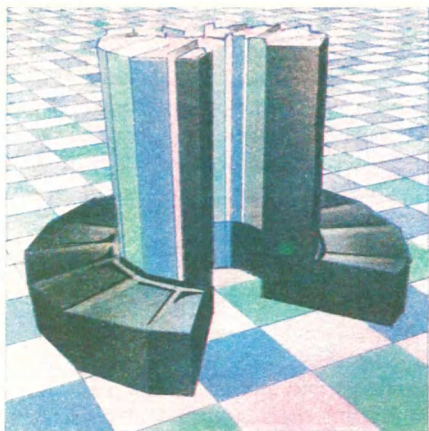
Ученые поняли также преимущества двоичной системы счисления, которая впервые применялась Атанасовым. Благодаря ей вся информация в машине представляется мозаикой нулей и единиц. Поэтому носители информации — электронные лампы, полупроводники, ферритовые намагничивающиеся сердечники — должны находиться не более чем в двух состояниях. Цифра 0 отвечает, скажем, тому, что через лампу течет ток или намагничен сердечник, иначе получаем цифру 1. К тому же удобными становятся действия над числами, сводящиеся к запоминанию простых таблиц сложения и умножения. Потренировавшись в поразрядном сложении двоичных чисел, нетрудно установить правила: $0+0=0$, $1+0=0+1=1$, $1+1=1+$. В последнем случае в данный разряд заносится ноль, а 1 переходит в старший разряд. Здесь предполагается, что из младшего разряда приходит ноль. Если же младший разряд «дарит» единицу, то возможно «столкновение» в одном разряде трех единиц и тогда $1+1+1=1+1+$.

Эти и другие простейшие операции в машине

выполняют логически активные элементы, называемые вентилями. Пусть не смущает нас этот «сантехнический» термин. Организация компьютера действительно напоминает водопроводную сеть в том смысле, что вентили «открывают» и «закрывают» потоки информации. В отличие от кранов вентили еще и преобразуют информацию («вода» превращается в другую «жидкость»). Каждый вентиль имеет два входа. На них подается сигнал 0 или 1. На единственном выходе вырабатывается либо 0, либо 1. Особое положение занимает вентиль НЕ (логическое отрицание) с двумя выходами. Работа вентилях описывается простыми таблицами (см. рис. на с. 14) независимо от технического исполнения. Если речь идет о поразрядном сложении, то вентиль ИЛИ способен лишь к действиям $0+0$, $1+0$, $0+1$. Операция $1+1+1$ ему не под силу — нужно устройство с тремя входами. Призвав на помощь вентили И и НЕ, легко получить логическую схему одноразрядного сумматора двоичных чисел. Заметно сложнее дело обстоит с многоразрядным сумматором, не говоря уже об устройстве для умножения.

Соединяя входы и выходы различных вентилях, из них, как из кирпичиков, получают логическую схему компьютера — огромное «здание» с изощренной архитектурой. В этом конструкторам помогает алгебра «высказываний», разработанная английским математиком Дж. Булем в начале прошлого века. В булевой алгебре рассматриваются функции от любого числа переменных, принимающие только два значения. Каждая переменная также принимает лишь два значения. Этот аппарат очень удобен как раз для компьютеров, оперирующих с россыпью нулей (истинные высказывания) и единиц (ложные высказывания).

Весьма сложные электронные логические схемы



«Автопортрет»
супер-ЭВМ
CRAY—1,
демонстрирую-
щий
возможности
машинной
графики
для синтеза
изображений.

были созданы и запатентованы в 30-е гг., а после войны появились ЭВМ первого поколения — малая электронно-счетная машина (МЭСМ), построенная в СССР под руководством академика С. А. Лебедева, машины ENIAC в США и EDSAC в Великобритании. В их центральном процессоре использовались электронные лампы, а память состояла из блоков ферритовых сердечников. Вентили, построенные на этой элементной базе, срабатывали относительно медленно, «всего» за 10^{-3} секунд. Быстродействие ЭВМ первого поколения — несколько тысяч операций в секунду. Скромная начальная цифра...

Поколения ЭВМ меняются каждые 10 лет. Исследователи, заставшие в молодости первые ЭВМ, вскоре будут работать на компьютерах пятого поколения. Эти машины с быстродействием $10^{11} \div 10^{12}$ операций в секунду и объемом быстрой памяти до 10^{12} байт должны появиться в начале 90-х гг.

В 100 раз более быстрые полупроводники вытеснили электронные лампы и передали эстафету боль-

шим интегральным схемам. Время срабатывания вентилей уменьшилось до 10^{-9} с, соответственно увеличилось быстродействие. В компьютерах четвертого поколения стала ощущаться скорость света, ограничивающая время прохождения сигнала по проводникам. Поэтому ЭВМ, занимавшие ранее огромные залы, «сжежились» до размеров небольшого шкафа (см. рис. на с. 16). Вошли в моду термины из мира насекомых. «Чипы» («блохи») — так называются миниатюрные, менее сантиметра, многослойные кристаллы кремния. Каждый слой «электронного пирога» после тончайшей технологической обработки содержит десятки тысяч триодов, сопротивлений и других элементов. В сверхбольших интегральных схемах для ЭВМ пятого поколения будет уже по миллиону вентилей в 1 см^3 . Создание «чипов» привело к появлению микропроцессоров, т. е. почти полных компьютеров в одном кристалле, на котором хранятся также многие часто встречающиеся программы («кремниевое программирование» — еще один новый термин).

Но не электроникой единой... Кроме элементной базы важна и архитектура компьютера. Даже трехсантиметровый процессор, работая строго последовательно и пересылая после каждого действия информацию на расстояние 3 см, не смог бы достичь производительности более 10^{10} операций в секунду. Ведь скорость света хоть и велика, но все же ограничена.

От поколения к поколению конструкторы улучшали структуру ЭВМ, переводя процессоры на «бригадный подряд» и добиваясь все большего распараллеливания действий по обработке информации. Удачным примером служат векторные ЭВМ. Они оперируют с векторами почти так же быстро, как и с обычными числами. Плодотворно используется в некоторых современных ЭВМ и принцип конвейера.

Усилия конструкторов приносят хорошие результаты — прирост производительности компьютеров четвертого поколения достигнут главным образом за счет архитектуры ЭВМ.

Можно восхищаться быстротой и другими характеристиками ЭВМ, но они останутся «внутренними свойствами» компьютера, если нет хороших средств общения между человеком и машиной. «Интеллектуализация» компьютеров, облегчение работы человека с ними — одна из главных целей специалистов по системному программированию.

Общение с ЭВМ первого поколения напоминало подчас мучительный многодневный диалог глухого и слепого. Вычислитель сам распределял ячейки оперативной памяти под программу, исходные данные и результаты расчетов. Программы писались на «мертвом» машинном языке, каждая команда которого обозначалась своим числовым кодом. Бедной была диагностика ошибок, поэтому на отладочные расчеты (тесты) тратилась почти половина машинного времени.

Все эти заботы взяли на себя созданные системными программистами специальные программы. Они составляют основу так называемого математического обеспечения ЭВМ. В частности, появились алгоритмические языки для написания программ и программы-трансляторы — переводчики с алгоритмического языка на машинный. Команды таких языков, как АЛГОЛ и БЕЙСИК, — «иди», «пусть», «если... то» звучат уже привычно, да и по смыслу ближе к человеческой речи. Количество подобных языков разного уровня сложности и их «диалектов» подходит к тысяче. Далеко не все из них широко применяются, но сама цифра близка к числу настоящих языков, используемых человечеством.

Очень скромное в первых ЭВМ, математическое

обеспечение сейчас составляет свыше 70% стоимости компьютеров. Слышатся шутливые высказывания о том, что скоро компьютеры будут прилагаться как упаковка к своему математическому обеспечению. Помимо языков оно включает библиотеки стандартных программ, выполняющих часто встречающиеся действия, операционные системы, управляющие выполнением всех программ, и множество других средств. Прогрессируют и способы представления огромных массивов информации, выдаваемой компьютерами. Вместо аппаратов, печатающих на бумаге колонки цифр и букв, все шире используются устройства машинной графики. Среди них разнообразные графическопостроители, принтеры, а также дисплеи, экраны которых содержат до нескольких миллионов точек.

Ко всему прочему ЭВМ, как никакой другой вид техники, быстро дешевеют. Цена на одну логическую операцию снижается на 25%, а на единицу памяти — на 45% в год. Словом, термин «ускорение» очень точно характеризует развитие компьютеров.

Да здравствует математическая модель! Итак, в наших руках электронный помощник — быстро считающий, памятливым, владеющий многими языками да к тому же способный художник-иллюстратор своего «внутреннего мира». Загляденье! Однако не будем впадать в «машинопоклонство». ЭВМ как таковая ничего не даст для познания, если...

За этим «если» стоит чуть ли не вся история познания. И не только познания, а многих других видов человеческой деятельности. «...Но и самый плохой архитектор от наилучшей пчелы с самого начала отличается тем, что, прежде чем строить ячейку из воска, он уже построил ее в своей голове» — эти слова принадлежат К. Марксу. «Построил в голо-

ве» — значит создал мысленную копию будущего сооружения, т. е. его модель (от лат. *modulus* — мера, образец). Древнеримские литейщики, называвшие моделями образцы будущих отливок, подивились бы смыслу этого слова в наше время — модель автомобиля, модель экономики, математическая модель...

Модели и моделирование — замена объектов и ситуаций их образами — пронизывают нашу жизнь. Архитектор, создающий макет микрорайона, играющая с куклами девочка, притворяющийся умирающим Иван Грозный — все они моделируют.

Какое же отношение к моделированию имеют компьютеры? Самое прямое. Они работают с информацией. А информация об объектах, событиях, процессах уже есть некоторая их модель, их словесный, цифровой или какой-либо иной «портрет».

Однако информация информации рознь. Выданная отраслевой информационной службой неутешительная сводка, разумеется, полезна руководителю. Но ему, как правило, этого мало. Он хотел бы знать, что делать дальше, т. е. иметь существенно новую информацию. Это еще более справедливо для процесса познания, главная цель которого — как раз получение новых знаний. Кроме того, модель надо еще создать и, наконец, «донести» до компьютера так, чтобы он смог с ней работать. Только после этого ЭВМ может стать инструментом познания.

Любая модель любого объекта, «доведенная» до компьютера, в итоге может рассматриваться как его математическая модель. Под этим понимают выраженные в математической форме основные закономерности и связи, присущие изучаемому явлению. Это могут быть формулы или уравнения, набор правил или соглашений. Речь идет, конечно, об основных закономерностях и об основных связях. Нет нужды, описывая движение воды по трубопрово-

ду, учитывать притяжение Луны. Напротив, изучая морские приливы, мы обязаны принять его во внимание, поскольку приливы есть прямой результат действия соседки Земли.

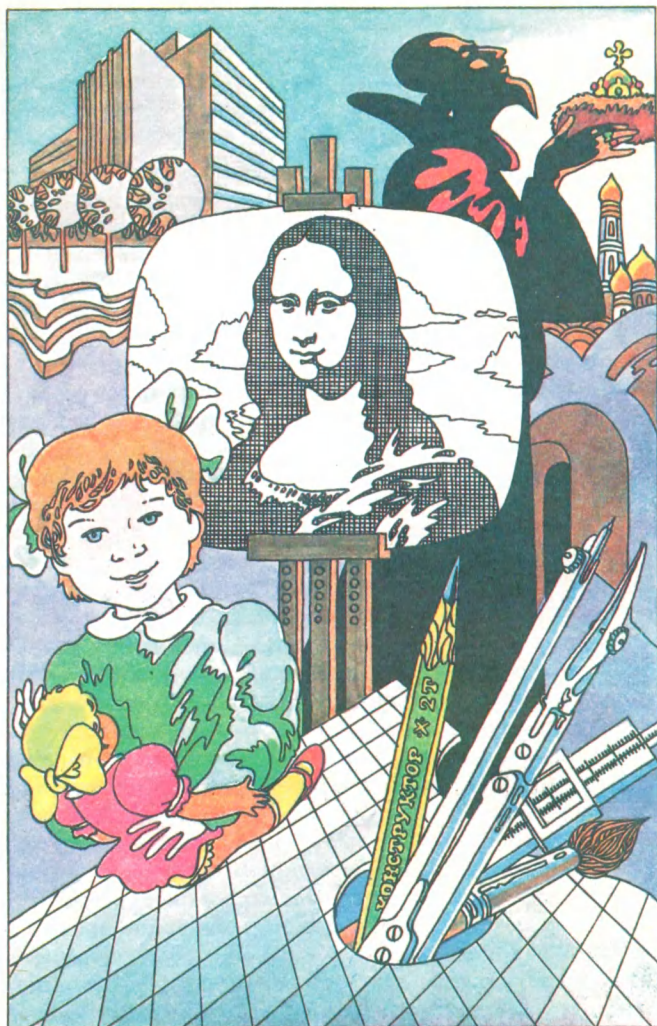
Что же тут нового и причем здесь компьютеры? Ведь испокон веков математики, механики, физики и не только они использовали математические модели. Например, ньютоновский закон тяготения — прекрасная модель взаимодействия Солнца и планеты. Вместе со вторым законом Ньютона он полностью определяет их движение, описываемое довольно простыми формулами. Новое — в сложности тех моделей и тех требований, которые предъявляет практика. Относительно нетрудно написать уравнения движения космического аппарата от Земли к Луне. Но нечего надеяться получить их решение в виде простых формул. Для расчета траектории нужен компьютер.

Наши практические потребности изменили само понятие «решить задачу». Ранее исследователь удовлетворялся написанием модели, а если еще удавалось доказать, что решение в принципе существует, то это был полный триумф. Ныне от науки требуются точные количественные характеристики и рецепты, достигающие заданной цели. Модели должны представлять явления в необходимой полноте. Понятно, что модели становятся чрезвычайно сложными. Этих сложностей целый букет. Мало того, что модели очень громоздки и в них входит множество величин, подлежащих определению. Вдобавок сами величины зависят от большого числа переменных (многомерность) и постоянных параметров (многопараметричность). Наконец, модели реальных процессов нелинейны.

При слове «нелинейность» исследователь настаивается. И неспроста. Созданный трудами мно-

гих выдающихся ученых аппарат классической математической физики (наука о математических моделях физических явлений) приспособлен для линейных моделей. Применительно, скажем, к уравнениям линейность означает, что сумма (суперпозиция) некоторых частных решений уравнения также есть его решение. Находя решение уравнения в частном случае, с помощью суперпозиции конструируют решение в общем случае. На этом пути традиционная математическая физика добилась замечательных результатов, но она становится бессильной, встречаясь с нелинейными моделями. Принцип суперпозиции неприменим, неясно, как построить общее решение. Неудивительно, что для нелинейных моделей получено очень мало законченных теоретических результатов.

Рассмотрим в качестве примера процесс передачи тепла в некотором металлическом стержне, напомним заодно типичные рассуждения и предположения, которые делаются при построении математических моделей. Переносчиками тепловой энергии в металле служат свободные электроны. Пусть металл нагревается или охлаждается с торцов. Нас интересует, как изменяется температура в разных точках стержня со временем. Будем считать, что стержень изотропный, т. е. его плотность ρ_0 и удельная теплоемкость c_0 одинаковы во всех точках. Предположим также, что процесс, как говорят, одномерный и нестационарный. Это значит, что температура зависит от времени и только от одной пространственной координаты x . Для одномерности как минимум необходимо, чтобы на торцах температура поддерживалась постоянной по сечению. Наконец, примем, что боковая поверхность стержня теплоизолирована, а внутри него тепло не поглощается и не выделяется (если по стержню течет ток, то это пред-



положение, как известно, неверно).

После многочисленных «что» пришла пора применить закон сохранения энергии, подсчитав баланс тепла в некоторой точке с координатой x в момент времени t . Его можно выразить в дифференциальной форме

$$\rho_0 c_0 \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial W}{\partial x} .$$

Здесь помимо температуры T фигурирует величина W — поток тепла, т. е. количество тепловой энергии, переносимое через единичную поверхность за единицу времени. Смысл уравнения прост — скорость изменения (производная) температуры со временем в любом сечении стержня определяется потоками тепла.

Этот пример характерен. Типичные математические модели выражают фундаментальные законы природы в конкретных ситуациях. Например, законы сохранения — энергии, импульса, количества вещества, заряда, числа частиц. Такими моделями являются уравнения механики сплошных сред, уравнения электродинамики Максвелла, уравнение Больцмана для разреженного газа, квантово-механическое уравнение Шредингера и ряд других. В этом случае говорят о «жестком» моделировании. Если же фундаментальные законы, которым подчиняется объект, плохо известны, то приходится довольствоваться так называемыми имитационными, или феноменологическими моделями. В их основу положен опыт наблюдения за внешним поведением объекта (употребляются термины «мягкое моделирование», «имитация», «симуляция»). Впрочем, четкую грань провести трудно. Закон сохранения энергии некоторое время тоже был, можно сказать, феноменологическим. Схожая судьба и у закона Фурье: «Поток тепла пропор-

ционален градиенту температуры». Применительно к нашей ситуации он записывается формулой:

$$W = - \kappa_0 \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Физический смысл закона Фурье очевиден. Тепловая энергия передается от участков с большей температурой к участкам с меньшей температурой. Коэффициент пропорциональности κ_0 называется коэффициентом теплопроводности. Закон Фурье вместе с законом сохранения энергии дает модель процесса теплопроводности — дифференциальное уравнение относительно температуры:

$$\rho_0 c_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}.$$

Это классическое уравнение теплопроводности, полученное еще Фурье, верой и правдой служит уже более столетия. Уравнение линейное, его общее решение записывается в виде некоторого интеграла. Но оно справедливо лишь, если κ_0 — величина постоянная. Заглянув в справочник, мы сразу же убедимся, что коэффициент теплопроводности металлов заметно зависит от их температуры. Уравнение теплопроводности описывает только небольшие отклонения от некоторой средней температуры стержня, когда коэффициент теплопроводности может считаться постоянным. В любом другом случае мы обязаны пользоваться уравнением нелинейной теплопроводности:

$$\rho_0 c_0 \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right).$$

Модель стала нелинейной, общего решения выписать нельзя.

Однако математические трудности не самое глав-

ное. В более широком плане линейность означает схожесть части и целого, возможность судить об объекте по некоторому его фрагменту. Результат действия на такой объект прямо пропорционален действию.

Природа нелинейных явлений совсем иная. Как правило, нельзя лишь на основе предшествующего опыта предугадать их дальнейшее поведение. Оно может быть не таким, как ожидалось из очевидных соображений, а, например, совершенно противоположным.

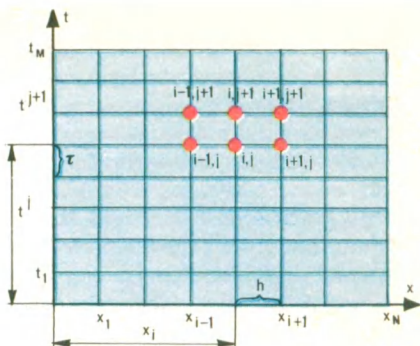
Непредсказуемые, скачкообразные, антиинтуитивные — вот эпитеты, которыми награждают нелинейные явления. Более того, они имеют склонность усложняться по мере своего развития. Или, выражаясь языком современным, способны к самоорганизации.

Поняв значение модели и заменив исходный объект его математической копией, мы делаем лишь первый шаг на долгом и трудном пути от объекта к ЭВМ.

Математическая модель, какими бы глубокими ни были законы и соображения, положенные в ее основу, безразлична компьютеру. Мы обязаны предъявить ему последовательность действий, которые компьютер совершит по написанной для него программе. Иными словами, необходимо разработать алгоритм, реализующий модель.

Аль-Хорезми, Ньютон и Эйлер всегда с нами. Имя средневекового узбекского ученого Аль-Хорезми, словно эхо далеких веков, звучит в разговорах сегодняшнего дня. Слово «алгоритм» стало, наверное, столь же многозначным, как и слово «модель». В нашем случае алгоритм — связующее звено между моделью явления и программой для компьютера.

Область расчета
уравнения
теплопроводности.



Раз не существует простых формул, описывающих поведение модели (а стало быть, и объекта), то единственный путь — свести дело к вычислениям. Их результаты, представленные в виде таблиц, графиков, дисплейных картинок или в каком-нибудь ином, например разговорном, жанре, дадут всю необходимую информацию. Задача алгоритма — указать проводимые при этом вычислительные и логические операции. В дальнейшем они будут запрограммированы и возложены на компьютер. Вот здесь-то и раскроются все способности электронного вычислителя.

Итак, разработка алгоритма или численного метода решения. Легко сказать... Мы не зря потревожили тени великих. С алгоритмами связана вся история математики. Древнегреческим ученым был известен алгоритм нахождения числа π с высокой точностью. Ньютон предложил эффективный численный метод решения алгебраических, а Эйлер — обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Ньютона и Эйлера, точнее их модификации, до сих пор занимают почетное место в арсенале вычислительной математики. Так называют раздел «царицы

наук», связанный с развитием и применением численных методов решения задач науки и техники. Ее заботы нелегки и разнообразны. Среди них — выбор расчетной области и тех расчетных точек, в которых проводятся вычисления характеристик объекта, правильная замена исходной математической модели ее аналогом, пригодным для расчета, т. е. некоторой дискретной моделью. В типичном случае дискретная модель представляет собой систему алгебраических уравнений высокого порядка. Следовательно, в свою очередь, необходимо создать экономичные по объему вычислений и достаточно точные методы решения таких систем. Дел, в общем, хватает. Недавно современная вычислительная математика превратилась в разветвленную и бурно прогрессирующую дисциплину.

Поясним некоторые из этих трудностей на примере выписанной выше модели нелинейной теплопроводности. Требуется рассчитать температуру в точках стержня длиной l для моментов времени от начального $t=0$ до некоторого заданного момента $t = t_k$. Расчетная область — прямоугольник в плоскости x, t (см. рис. на с. 27). Разобьем отрезок оси x от $x=0$ до $x=l$ на N , а отрезок оси t от $t=0$ до $t = t_k$ на M равных частей. Проведенные из точек разбиения параллельные координатным осям линии образуют расчетную сетку. В месте их пересечения находятся расчетные точки, или узлы сетки. Расстояние между двумя соседними узлами по оси x (шаг по пространству) равно l/N , а по вертикальной оси — $\tau = t_k/M$ (шаг по времени). Узел с номерами i, j расположен на расстоянии $x_i = ih$ от оси t и на расстоянии $t^j = j\tau$ от оси x .

Простота этой расчетной сетки не должна успокаивать. Она хороша лишь тогда, когда внутри стержня нет резких перепадов температуры или каких-ли-

бо иных величин. В противном случае в окрестности «подозрительных» мест надо расположить нужное количество узлов и принять другие меры, с тем чтобы обеспечить достаточную разрешающую способность. Задача становится совсем непростой, если переходные зоны перемещаются в стержне по заранее не известному закону. Пример — движение фронта волны плавления в металлах. Расчет процессов со сложной топологической структурой требует использования шаг за шагом изменяющихся сеток, подстраивающихся под особенности изучаемого явления, зачастую превращается в крупную самостоятельную проблему.

На следующем этапе исходное уравнение заменяется (аппроксимируется) в расчетных узлах некоторым его дискретным аналогом. Запишем, к примеру, левую часть уравнения в узле с номером i, j в виде

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx \frac{T_i^{i+1} - T_i^i}{\tau}.$$

Производная функции $T(x, t)$ по времени заменена разностью между значениями функции в двух соседних узлах (верхнем и нижнем), деленной на расстояние между узлами. Значение координаты $x = x_i$ при этом фиксировано. Вполне разумная аппроксимация, вспомним, что, по определению, производная — это предел выражения, написанного справа при $\tau \rightarrow 0$.

По такому же правилу аппроксимируем производные по x , стоящие в правой части уравнения нелинейной теплопроводности. Не будем приводить промежуточных выкладок. Нас интересует окончательный результат замены:

$$\begin{aligned} \varrho_{0,0} \frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\tau} = \sigma \left[\kappa(T_{i+0,5}^{j+1}) \frac{T_{i+1}^{j+1} - T_i^{j+1}}{h^2} - \right. \\ \left. \kappa(T_{i-0,5}^{j+1}) \frac{T_i^{j+1} - T_{i-1}^{j+1}}{h^2} \right] + \\ (1 - \sigma) \left[\kappa(T_{i+0,5}^j) \frac{T_{i+1}^j - T_i^j}{h^2} - \kappa(T_{i-0,5}^j) \frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{h^2} \right]. \end{aligned}$$

Здесь обозначение

$$T_{i+0,5}^{j+1} = (T_{i+1}^{j+1} + T_i^{j+1})/2, \quad T_{i-0,5}^{j+1} = (T_i^{j+1} + T_{i-1}^{j+1})/2$$

применено для сокращения записи (аналогичен смысл величин $T_{i+0,5}^j, T_{i-0,5}^j$). Индексы указывают номер узла, в котором берется температура. Параметр $\sigma (0 \leq \sigma \leq 1)$ характеризует «вклад» в аппроксимацию членов с верхнего (индекс $j+1$) и с нижнего (индекс j) слоя по времени.

Эта громоздкая формула написана не напрасно, потому что она многое поясняет. Вместо дифференциального уравнения получено алгебраическое. Оно связывает шесть величин. Три из них — $T_{i+1}^{j+1}, T_i^{j+1}, T_{i-1}^{j+1}$ — с верхнего, а три — $T_{i+1}^j, T_i^j, T_{i-1}^j$ — с нижнего временного слоя. Такие же уравнения справедливы не только в узле с индексами i, j , но и в остальных узлах сетки. В совокупности получается система с числом уравнений $N \times M$, равным числу расчетных узлов и числу неизвестных. Делается понятным происхождение систем алгебраических уравнений высокого порядка, о которых шла речь выше. В общем случае система нелинейна из-за наличия членов вида $\kappa(T_{i+0,5}^{j+1}) \cdot T_{i+1}^{j+1}$.

Теперь видна и примерная схема расчета. Поскольку начальная температура стержня задана, то известны величины на нулевом слое по времени с индексом $j=0$. По ним можно рассчитать (пока неважно

как) температуру на слое $j=1$, получив исходные данные для следующего слоя, и так далее. В конце концов мы решим задачу, получив температуру в момент $t = t_k$.

Если же в написанной формуле положить $\sigma = 0$, то все значительно упрощается. Первый член в правой части исчезает, и в уравнении остается лишь одна неизвестная величина T_i^{j+1} . Ее легко найти по явным формулам через величины T_{i+1}^j , T_i^j , T_{i-1}^j .

Составляем нехитрую программу для компьютера и ждем результатов. А компьютер отбивает на телегайпе такой диагноз: «Переполнение арифметического устройства». Значит, в процессе вычислений появились очень большие числа, как говорят, машинная бесконечность. Для ЭВМ с машинным словом длиной 64 бит к этой категории относятся все числа больше чем 10^{2466} .

Откуда взялись бесконечности в этой нехитрой на вид задаче? Конечно же, не из ее физической сущности. Математическая модель также вне подозрений. Ее «алиби» подтверждает известный из теории уравнения нелинейной теплопроводности так называемый принцип максимума. Он гласит, что наибольшее значение температуры в любой точке стержня в любой момент времени не выше максимума начальной температуры стержня или максимума температуры, поддерживаемой на его торцах.

Оставим на время стержень в покое. Вычислители, приступившие к расчету реальных задач на ЭВМ, столкнулись с сюрпризами поинтереснее, чем неожиданное появление машинной бесконечности. Результаты вычислений не подчинялись фундаментальным законам природы! Например, при расчете некоторых течений газа его энергия в какой-то момент становилась больше, чем начальная энергия плюс

работа, совершенная над газом. Нарушался закон сохранения энергии. Разумеется, правота Майера и других первооткрывателей великого закона под сомнение не ставилась.

Причина была найдена, хотя и не сразу. Замена математических моделей их дискретными аналогами означает переход в мир других, дискретных моделей. Его законы вовсе не обязаны быть точно такими же. Должен соблюдаться своего рода принцип соответствия между обеими моделями.

Подобные вопросы изучает важный раздел вычислительной математики: теория дискретных математических моделей. Разработано большое число методов, гарантирующих совпадение ключевых свойств математических моделей и их аппроксимаций. Применяя эти методы, скажем, в задачах газовой динамики, исследователь заранее знает, что в дискретной модели будут соблюдаться аналоги законов сохранения массы, импульса и энергии, т. е. законов фундаментальных как для самого процесса движения газа, так и для его математической модели. Такое свойство дискретных моделей называется консервативностью.

Принцип консервативности, сформулированный в середине 50-х гг., и ряд других завоеваний вычислительной математики дают ключ к построению дискретных аналогов очень сложных математических моделей. Вычислители далеко ушли от первых наивных аппроксимаций. Глубоко вникая в природу дискретных моделей, они разрабатывают все более эффективные подходы. Используются оригинальные вариационные принципы, анализ свойств симметрии и многие иные, прямо скажем, изощренные методы.

И все же соблюдение принципа соответствия оказывается недостаточным. Коварство дискретных моделей поистине не знает границ. Вернемся к задаче

о расчете температуры стержня. Уравнение нелинейной теплопроводности отражает закон сохранения энергии. Справедлив он и для написанной выше аппроксимации исходного уравнения (в этом можно убедиться, проведя относительно несложные выкладки). Казалось бы, все в порядке — консервативность налицо. Машинная бесконечность возникает из-за того, что сам процесс вычислений является, как говорят, неустойчивым. Ошибки вычислений при переходе с одного временного слоя на другой становятся все больше и больше. Эти ошибки могут иметь разное происхождение. В итоге на очередном шаге по времени ошибки достигают чудовищных значений, что и диагностируется компьютером. Ясно, что по неустойчивым алгоритмам проводить вычисления нельзя. Определение условий устойчивости расчетных алгоритмов, т. е. условий, при выполнении которых ошибки не накапливаются, — одна из важнейших задач вычислительной математики. В нашем случае расчет пройдет без сучка и задоринки, если справедливо неравенство

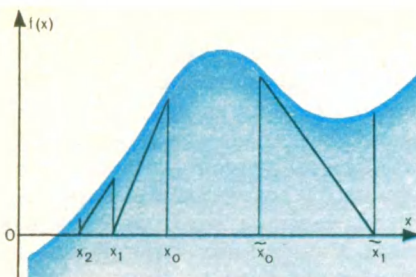
$$\tau \leq ch^2.$$

где c — некоторая константа. Величина шага по времени τ обязательно должна быть согласована с шагом по пространству (такие ограничения типичны для вычислительных алгоритмов).

Из этой простой формулы следует очень важный факт — нельзя ограничиться при расчете малым числом временных слоев. Их должно быть не менее

чем $M = t_k/\tau \geq t_k/(ch^2)$. Если шаг по пространству

мал (а при больших шагах не будет достигнута нужная точность), то и шаг по времени не может быть большим. Вспомним, что на каждом слое по времени необходимо решить систему из нелинейных или ли-



Геометрическая
интерпретация
метода
Ньютона.

нейных алгебраических уравнений. И не просто решить, а сделать это точно и экономично, с малым объемом вычислений. Иначе даже на компьютере с максимальным быстродействием не получишь результата за приемлемое время. Ведь в реальных задачах число временных слоев достигает сотен тысяч.

Решение систем алгебраических уравнений — еще одно направление вычислительной математики. Не будем рассматривать его проблемы. Покажем лишь основную идею одного из таких методов (см. рис. на с. 34) на примере уравнения $f(x)=0$ (идея соответствующим образом обобщается на систему уравнений). Из некоторой начальной точки x проводится касательная к графику функции $f(x)$ до пересечения с точкой x_1 на оси x . Затем процедура повторяется до тех пор, пока в результате последовательных приближений (итераций) корень уравнений не будет найден с заданной точностью. Тогда вычисления прекращаются и компьютер переходит к другим операциям (вот пример, когда используется его способность гибко перестраивать программу своих действий). Если же начальная точка выбрана неудачно (точка x_0), то процесс уходит в другую сторону. Новые трудности ждут вычислителя.

Совершенствуя численные методы, ученые ре-

шают все более сложные задачи. Прогресс в этой области ничуть не менее важен, чем прогресс вычислительной техники. И приводит он к результатам, пожалуй, даже более поразительным (см. рис. на с. 37). Стоимость расчета двумерных течений вязкого газа на ЭВМ одного и того же типа за 15 лет уменьшилась почти в 1000 раз за счет улучшения алгоритмов. Уменьшение за счет только мощности компьютеров (если алгоритм фиксирован) равно «всего лишь» 100. Суммарный выигрыш стоимости дается, конечно, произведением обеих величин. «Не волшебство ли это — такое быстрое развитие алгоритмов?» — подобные высказывания физиков вполне понятны.

Виновники «волшебства» обычно остаются за кадром, где-то между строк рапорта: «Результаты расчета показали...». Между тем эта работа требует высшей квалификации, хорошего понимания сущности изучаемых явлений и владения разнообразными инструментами — от теории дифференциальных уравнений и функционального анализа до алгебраической топологии и теории групп. Многое зависит и от программистов, реализующих алгоритм на языке, понятном компьютеру. Их работа должна быть очень качественной, потому что в ней материализуются все достижения предыдущих этапов. Программы решения крупных задач порой разрабатываются не один год и содержат тысячи команд. Но дело не только в громоздкости этих так называемых комбайнов, которые по мере развития усложняются настолько, что в них с трудом разбираются сами авторы. Со временем стало очевидным — принцип соответствия важен и для программного обеспечения. Оно должно отражать сущность моделей и алгоритмов.

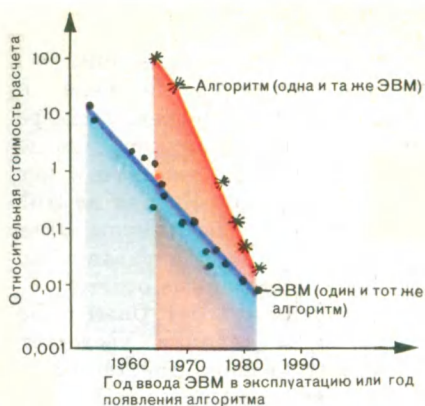
Стало быть, программирование превращается в творческую задачу и опять-таки требует от исследо-

вателя высшей квалификации. Поясним сказанное на примере проблемно-ориентировочных пакетов прикладных программ. Так называются весьма совершенные программные средства, предназначенные для широкого класса проблем из какой-либо области науки и техники. Они создаются в содружестве специалистов по системному программированию и прикладных программистов, т. е. тех, кто пишет программы для решения конкретных задач.

Авторы пакетов вначале проводят модульный анализ алгоритмов и моделей, пытаюсь расчленив их на большое число относительно независимых блоков (модулей) и описать связи между модулями. При этом становится ясным примерная архитектура будущего пакета. В его «архиве» хранятся не готовые огромные программы, а небольшие программные модули. В нужный момент по команде системы управления модули «собираются» в ту или иную программу расчета. Этот процесс, происходящий за считанные секунды, чем-то похож на строительство сооружений самой разнообразной архитектуры из набора унифицированных деталей.

Собранная программа, сделав свое дело, «рассыпается» либо сдается в архив как единое целое. Помимо архива и системы управления пакет имеет информационную систему. Ее задача — рассказать о возможностях пакета на специально созданном для этого языке.

Пакеты программ превратились в одно из мощных средств автоматизации программирования и проведения сложнейших расчетов. Они предназначены широкому кругу исследователей, которые могут не вникать в устройство пакета и детали алгоритма. Недаром пакеты программ (их стоимость часто выражается шестизначными цифрами) стали ходовым товаром на рынке новых технологий.



Развитие
вычислительных
алгоритмов.

Вперед, на колесе вычислительного эксперимента.

Построив математическую модель исходного объекта, предложив вычислительный алгоритм и разработав программу расчетов на ЭВМ, мы готовы к применению компьютера как инструмента познания. Триада «модель — алгоритм — программа» и компьютер, взятые вместе, составляют теоретическую и техническую базу математического моделирования. Так называют методологию исследований, основанную на изучении математических моделей явлений с помощью вычислительно-логических алгоритмов на ЭВМ. В ходу и другие названия: вычислительный эксперимент, численное моделирование, математический эксперимент.

Эти синонимы каждый по-своему отражают разные грани методологии, сущность которой — замена объекта его математическим «образом» и дальнейший «диалог» с дублером изучаемого объекта.

При чем же здесь эксперимент? Уютно ли этому слову в компании терминов из математического лексикона? Дело не только во внешнем сходстве заклю-

чительных этапов эксперимента вычислительного (см. рис. на с. 40) с натурным экспериментом. Оно, конечно, разительно. На компьютере (экспериментальной установке) проводятся вычисления (измерения), которые в дальнейшем анализируются для постановки новых экспериментов. Все же связь с экспериментом гораздо более глубокая. Изучая на ЭВМ поведение модели, исследователь как бы испытывает саму природу (конструкцию, процесс), задавая ей вопросы и получая полные и достоверные ответы.

Не слишком ли сильно сказано? Нет. Опыт решения многих задач науки и техники убеждает: искусно выполненная копия явления действительно может в определенной степени заменить его. Об этом речь пойдет позже. А пока зададим себе еще несколько вопросов.

В чем преимущества вычислительного эксперимента? В том, что он соединяет в себе достоинства теоретических и экспериментальных методов исследования. Математическая модель, в отличие от реального объекта, «неприхотлива» и «покладиста». Ее можно «охлаждать» до абсолютного нуля и «нагревать» до термоядерных температур, «отправить» в прошлое или в будущее, в глубины Земли или в соседнюю Галактику. В любых невыносимых условиях модель быстро и безропотно сообщит «правду, полную правду и только правду» о своем поведении.

Этого не скажешь о самом эксперименте. Не говоря уже о его высокой стоимости и сложности, напомним, что во многих важных областях исследований он либо запрещен (здоровье человека), либо опасен (экологические эксперименты), либо попросту невозможен (астрофизические явления). Число таких областей растет год от года.

Не спасает положения и так много послужившее

науке и технике масштабное моделирование, т. е. эксперименты над уменьшенными или увеличенными материальными копиями объектов. Причина тому — отсутствие подобия между «большим» и «малым». В сегодняшних практических задачах подобие стало столь редким подарком судьбы, что всерьез рассчитывать на него не приходится.

Вспомним об испытаниях современных летательных аппаратов в аэродинамических трубах. Несмотря на многомиллионные затраты, они не дают полной картины обтекания. Существует лишь частичное подобие между экспериментами в трубах и реальным полетом.

Невозможность уйти от таких ситуаций при масштабном моделировании, а также его дороговизна и длительность побуждают исследователей обращаться к вычислительному эксперименту. Разработаны суперкомпьютеры, специально ориентированные на расчет сложных аэродинамических течений. Математическое моделирование позволяет сократить продолжительность испытаний и улучшить технические характеристики изделий, например снизить расход топлива. Экономия только по последней статье для одного из недавно построенных аэробусов оценивается многомиллиардной суммой.

Математические модели наделены еще одним замечательным качеством — универсальностью. Знакомое нам уравнение нелинейной теплопроводности, оказывается, пригодно для описания не только тепловых процессов, но и диффузии вещества, движения грунтовых вод, фильтрации газа в пористых средах. Изменяется только смысл входящих в него величин. В отличие от экспериментальных установок потенциал математического моделирования (модели, алгоритмы, программы), накопленный при исследовании одного круга задач, может быть гибко и быстро

Этапы проведения вычислительного эксперимента.



применен к решению совсем других проблем.

Так что же, демонтировать все экспериментальные установки? Конечно же нет. Математическое моделирование и натурный эксперимент должны идти рука об руку, разумно сочетаясь и правильно разделяя «сферы влияния».

Сказав о сферах влияния, мы были, пожалуй, не совсем точны. Лучше говорить о взаимном проникновении и синтезе обоих видов экспериментирования. Опыты, основанные на чувственном восприятии, ушли в далекое прошлое. Результаты современных экспериментов доходят до исследователя в опосредованном, запутанном виде. Их необходимо еще расшифровать. Фактически экспериментатор явно или неявно руководствуется некоторой моделью процессов, происходящих при измерениях, например при прохождении лазерного луча через диагностируемое вещество. Как правило, это сильно упрощенная модель. Поэтому для достоверной интерпретации эксперимен-

тальных результатов все шире применяется вычислительный эксперимент, в котором используются полные математические модели. В свою очередь, наблюдения, измерения и другие экспериментальные данные служат «питательной средой» математического моделирования.

Слово «синтез» правильно отражает также и взаимодействие вычислительного эксперимента с чисто теоретическими методами исследования. Они отнюдь не отменяются. Наоборот, связываясь через математическое моделирование с насущными практическими задачами, они приобретают направленность и новые стимулы для развития. Их роль, скажем, для получения предварительной информации об объекте трудно переоценить.

Такая информация крайне необходима, ибо «лобовые» расчеты сложных явлений не помогут исследователю, а скорей всего поставят его в тупик. Теоретические методы разрабатывают своего рода элементарный язык явлений, владея которым можно изучать их во всей полноте. Например, принцип максимума для уравнения нелинейной теплопроводности позволил нам заподозрить несовершенство вычислительного алгоритма как причину появления машинной бесконечности в расчете.

Вычислительный эксперимент не остается в долгу. Его запросы порождают новые задачи, оказывают плодотворное влияние на математическую физику, теорию дифференциальных уравнений, математическую логику и многие другие области фундаментальных теоретических исследований.

Да и сам вычислительный эксперимент не сводится лишь к получению или уточнению количественных характеристик. Слово «численный» не должно вводить в заблуждение. Миф о математике как о жернове, перемалывающем то, что в него заложено, и не

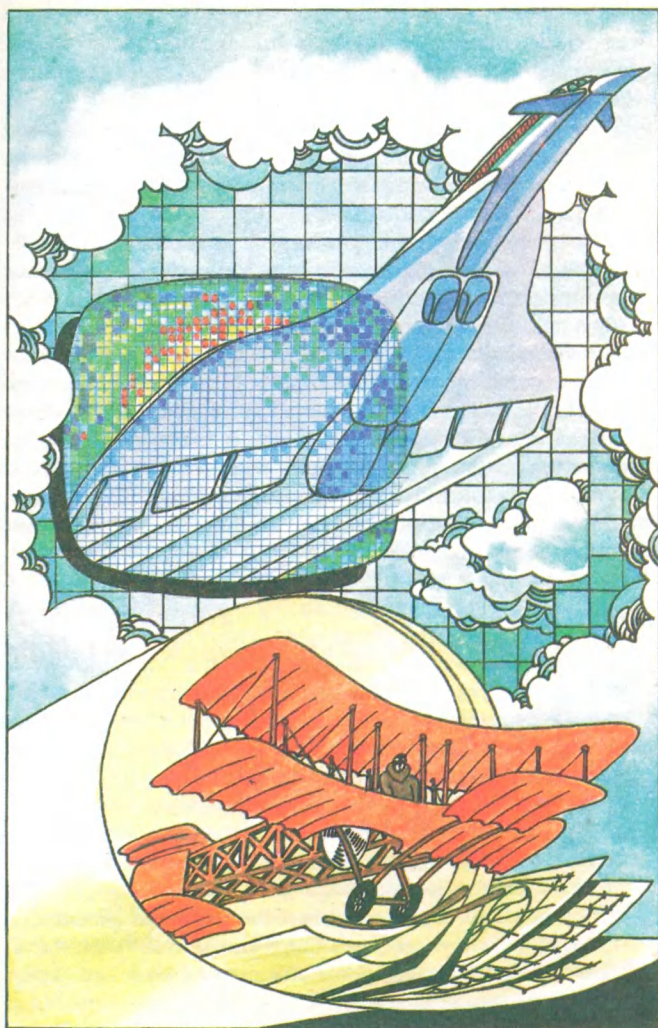
дающем поэтому качественно нового продукта, требует ревизии. В нем слышен отзвук эпохи исследования линейных явлений.

Конечно, из математической модели можно извлечь лишь то, что она содержит, и не более. Но ведь вычислительный эксперимент имеет дело с нелинейными процессами и нелинейными моделями. А они, как мы уже осведомлены, труднопредсказуемы. Никто не знает заранее всех их тайн. Поэтому вычислительный эксперимент является также и орудием поиска неизвестных качественных закономерностей, при- сущих изучаемым объектам.

А где гарантия, что эти закономерности найдены правильно? Ведь модель, сколько ее ни расхваливай, остается подобием исходного явления. Как говорится, материя исчезла, остались одни уравнения.

Математическое моделирование можно условно разбить на две фазы. После первого этапа вычислительного эксперимента и анализа его результатов многое становится ясным. Поэтому, если надо, модель уточняется. Причем уточнение включает как усложнение (учет дополнительных эффектов и связей), так и упрощение модели (выясняется, что какими-то явлениями, учтенными в первоначальной версии, можно пренебречь). Цикл вычислительного эксперимента повторяется до тех пор, пока не возникает убеждение в адекватности модели, т. е. ее соответствия, исходному объекту.

Нет нужды подробно говорить о том, что модель строится не на пустом месте, а отражает весь предшествующий опыт, в том числе все известные эмпирические факты. На любом этапе математического моделирования, разумеется, ведется жесткий контроль, обеспечивающий достаточную точность численных методик и правильность работы программы.



Словом, надежность триады «модель — алгоритм — программа» подкрепляется всем арсеналом методов и приемов научного познания. Цикл вычислительного эксперимента отражает основные этапы познания (от живого созерцания к абстрактному мышлению, и т. д.) в современном, компьютерном воплощении. Конечным же критерием истинности его результатов является, как всегда, практика.

Построение модели или целой иерархии моделей, их «калибровка» и «настройка», выяснение области применимости — первая фаза вычислительного эксперимента. Далее модель рассматривается как самостоятельный объект, «полномочный представитель» изучаемого явления. Во второй фазе исследователь с помощью компьютера «играет» с моделью в вопросы и ответы. Ученый получает в свои руки мощный инструмент для анализа и прогноза сложных нелинейных многопараметрических объектов, изучение которых традиционными методами затруднено или невозможно.

Первые шаги вычислительного эксперимента

История и география эффекта Т-слоя. «День рождения» вычислительного эксперимента точно не установлен. Пора «младенчества» нового метода приходится на 50-е гг. А вот время, когда появились серьезные результаты, фиксируется вполне официально — 1968 г. Госкомитет по делам открытий и изобретений засвидетельствовал открытие явления, которого... никто не наблюдал.

Все началось с появления безымянного «пичка», возникавшего при расчетах течения газа в канале МГД-генератора. «Незнакомец» появлялся на графиках тока и температуры, выделялся крупными

цифрами на выдачах печатающих устройств, поддразнивая исследователей, ожидавших спокойствие в поведении газа. Принятые в таких случаях меры проверки — изменение условий расчета, варьирование расчетной сетки, тестирование методик — ничего не дали. «Пичок» не исчезал. Наконец кто-то догадался произнести магическое слово «нелинейность». Тогда все поняли: этим стоит заняться всерьез. Тем более что расчеты были связаны с важной проблемой создания магнитогидродинамических генераторов электрической энергии.

В обычных тепловых электростанциях энергия нагретого газа или пара преобразуется сначала в энергию вращения роторов электрогенераторов, а затем — в электрическую энергию. В МГД-машине цепочка «тепло — электричество» на одно звено короче. Нагретый электропроводный газ (он же проводник) движется по каналу генератора в поперечном магнитном поле. В полном согласии с законами (известными из школьного курса физики) в таком проводнике возникает электрический ток. Он снимается с электродов и идет на полезную нагрузку. МГД-генератор — удачный гибрид тепловой и электрической машины, в котором продукты сгорания топлива работают «по совместительству».

Отсутствие движущихся механических частей, более высокий КПД и ряд других преимуществ гарантируют этим машинам хорошее будущее. В ряде стран уже созданы опытно-промышленные МГД-установки мощностью в несколько десятков миллионов ватт. Много лет работают в георазведке компактные передвижные МГД-машины, способные послать короткий, но сильный импульс тока в земные недра. Отраженный сигнал дает информацию о строении геологических пластов в месте разведки.

Однако, говоря о достоинстве этих машин, нельзя

не упомянуть и о негативных моментах. Что значат сказанные выше слова «электропроводный газ»? Ведь, например, воздух в обычных условиях — прекрасный изолятор. Переносчики электричества появляются в газах лишь при температурах, когда энергии столкновения молекул и атомов достаточно для того, чтобы сорвать электроны с внешних орбит, сделав их свободными. Газ ионизируется и превращается в плазму. Температуры ионизации газов очень высоки, типичная цифра — $10\,000^\circ\text{K}$. Вот и обнаружилось слабое место МГД-генераторов — стенки их каналов не выдерживают длительного контакта с плазмой и разрушаются.

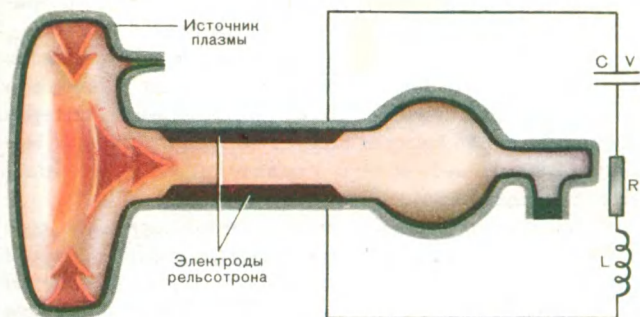
Но возникший было по этому поводу скепсис начал рассеиваться, потому что в расчетах стал постоянно возникать Т-слой (температурный, токовый слой).

Вначале предполагалось, что газ, расширяясь в канале генератора и переводя часть своей энергии в электричество, будет равномерно охлаждаться, а его электропроводность в конце концов упадет до нуля. Тогда он перестанет быть проводником и ток не будет вырабатываться. Вполне правдоподобный прогноз, не учитывающий, однако, нелинейных свойств плазмы.

Одна из нелинейностей плазмы связана с ее электропроводностью. Ничтожная при $T < T^*$ (T^* — температура ионизации, T — температура вещества) электропроводность при $T > T^*$ растет приблизительно, как $T^{3/2}$ (закон трех вторых). Локальный нагрев ведет к увеличению электропроводности в месте нагрева и увеличению локального тока. Это в свою очередь приводит к дальнейшему росту местной температуры за счет джоулева нагрева.

Процесс как бы сам себя подгоняет. В результате в плазме образуется Т-слой — узкая область с высокой

Схема рельсотрона.



температурой и электропроводностью, в которой течет основной ток. Разумеется, температура не может расти неограниченно из-за потерь тепла в слое, например потерь на излучение. Но она достаточна, чтобы взаимодействие Т-слоя с магнитным полем было вполне эффективным. Высокотемпературный слой, как поршень, замедляет или ускоряет основную массу газа, которая имеет низкую температуру и поэтому не разрушает стенок канала. Снимается одно из возражений против МГД-генераторов.

Эта полученная из первоначальных расчетов версия подвергалась тщательному расследованию. Были проверены все звенья вычислительной триады «модель—алгоритм—программа». Учитывались все новые физические эффекты, рассматривались различные геометрии каналов, брались разные смеси рабочих веществ. В некоторых упрощенных ситуациях удалось построить точные решения уравнений математической модели — уравнений динамики теплопроводного газа и уравнений Максвелла, описывающие Т-слой. Многолетние вычислительные эксперименты показали: эффект действительно есть. Он мо-

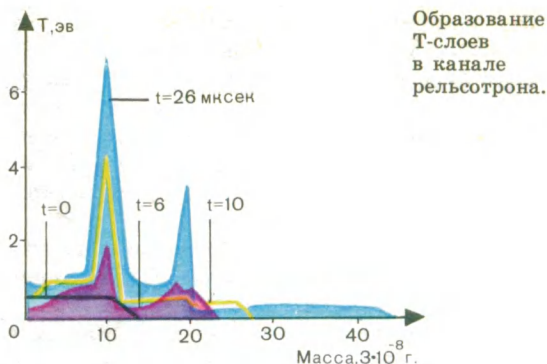
жет возникать самопроизвольно или быть инициирован, существовать в широких диапазонах температуры и в каналах разнообразной формы.

То, в чем убедились авторы заявки на открытие, было принято с недоверием экспертами. Нетрудно понять их сомнения: ведь к тому времени экспериментально Т-слой никто еще не зарегистрировал. Почему? В этом нет ничего удивительного, поскольку объект исследования очень сложен.

Оказалось, что эксперименты проводились в совсем иных условиях. Этот аргумент и другие доводы окончательно убедили оппонентов, и свидетельство об открытии № 55 было выдано академикам А. Н. Тихонову, А. А. Самарскому, члену-корреспонденту АН СССР С. П. Курдюмову, докторам физико-математических наук П. П. Волосевичу, Л. М. Дегтяреву, Л. А. Заклязьминскому, Ю. П. Попову, В. С. Соколову и А. П. Фаворскому.

Дальнейшие усилия были направлены на обнаружение Т-слоя в натурном эксперименте. Знаменательный факт — вычислительный эксперимент предшествовал натурному, подобно разведчику, определяя кратчайшие пути к успеху. В сущности, натурные эксперименты «заказывались» по результатам математического моделирования. Например, установки и условия эксперимента подбирались так, чтобы процесс был одномерным, т. е. более удобным для исследования. И наоборот, модели и методы уточнялись, как только становились известны данные очередных опытов. Типичный для математического моделирования симбиоз методов привел к тому, что через несколько лет теоретическое открытие обрело плоть и кровь. На разных установках в трех лабораториях страны практически одновременно был надежно зарегистрирован Т-слой.

Особенно интересными оказались опыты, про-



веденные на установке, называемой рельсотроном (см. рис. на с. 47). Плазменный сгусток из водорода, впрыскиваемый в межэлектродный промежуток, замыкает электроды, а возникший ток создает поперечное магнитное поле. Ситуация, во многом схожая с тем, что происходит в канале МГД-генератора. По мере нарастания разрядного тока и магнитного поля создаются условия для образования Т-слоя. Они оказываются наиболее благоприятными на передней кромке горячей газовой пробки, где и происходит бурный рост температуры (см. правый максимум на рис. с. 49, на котором показана расчетная картина распределения температуры по массе газа в различные моменты времени, $1 \text{ эВ} \approx 10\,000 \text{ К}^\circ$).

Первый Т-слой не остается в одиночестве. Он сам организует себе «компанию». В результате быстрого выделения энергии в Т-слое (фактически взрыва) от него отходит ударная волна, порождающая спустя некоторое время второй Т-слой. Процесс повторяется, и вскоре плазма превращается в «Т-слоеный пирог» (в экспериментах число слоев обычно около десяти).

Вот она, нелинейность, во всей красе! Вместо очевидной картины — очень непростое явление, которое по ходу дела к тому же усложняется, самоорганизуется. И не за счет внешних воздействий, а в силу своих внутренних нелинейных свойств. Работать с подобными явлениями нелегко. Но только изучив их сущность, можно найти неожиданные перспективные решения.

После натурных экспериментов стал окончательно ясен принцип работы МГД-генератора с Т-слоем. Возникший самопроизвольно или индуцированный Т-слой движется вместе с относительно холодным и потому неэлектропроводным газом в канале генератора. Толкая Т-слои, газовый поток совершает работу, часть которой идет на поддержание температуры слоя, а остальная часть выделяется в виде полезной мощности при замыкании Т-слоем электродов. Процесс периодически повторяется, что позволяет получить переменный ток нужной частоты. Главные же преимущества: тепловая нагрузка на стенки канала невелика, а температура газа на входе в канал ниже, чем в традиционных схемах (поэтому можно использовать низкосортные топлива).

К исследованиям по Т-слою подключились технологи и инженеры. Создана экспериментальная установка, близкая к реальному генератору по параметрам рабочего газа, размерам канала и другим характеристикам. «Пичок», принятый вначале чуть ли не за ошибку, будет использоваться в МГД-генераторах для производства электроэнергии и метанола (ценного химического сырья и топлива) при утилизации дешевых углей Канско-Ачинского бассейна. Термодинамический и экономический анализ энерготехнологических комплексов, включающих МГД-генераторы с Т-слоем, показывает их высокую эффективность.

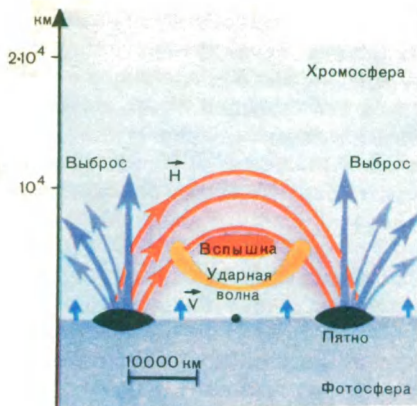


Схема
хромосферной
вспышки
на Солнце.

Такова краткая история явления, открытого на компьютере.

Если же говорить о географии Т-слоя, то он, похоже, «прописался» и на Солнце. С его возникновением связывают хромосферные вспышки (см. рис. на с. 51). Выброшенная из фотосферы плазма движется в хромосфере поперек силовых линий магнитного поля между двумя солнечными пятнами. Образуется своего рода гигантский природный канал МГД-генератора. По мере движения вверх в части вещества создаются условия для взрывоподобного нарастания температуры и тока (вспышки). Возникший Т-слой резко тормозится магнитным полем и порождает идущую вниз ударную волну. Тщательный анализ этой схемы объясняет практически все известные детали наблюдений за вспышками. Хотя окончательный диагноз поставят дальнейшие исследования.

Лазерный термояд без лазеров. Плазма с ее нелинейными свойствами стала одним из важнейших

объектов математического моделирования, с помощью которого ученые пытаются заглянуть в будущее. «Футурологическая» миссия вычислительного эксперимента проясняется со все большей отчетливостью, например в планировании развития энергетики. Если до МГД-генераторов электрической энергии, как говорится, рукой подать, то термоядерные электростанции по прогнозам появятся лишь в следующем столетии.

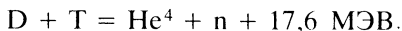
По разным оценкам, нефти и газа нам при нынешнем темпе потребления хватит на несколько десятков лет. К тому же сжигать столь ценное химическое сырье в топках электростанций и двигателях внутреннего сгорания — это, как сказал Д. И. Менделеев, почти все равно, что сжигать настоящие деньги. С запасами угля дело обстоит гораздо лучше, но его добыча с каждым годом становится все труднее.

Поэтому человечество упорно ищет и находит все новые источники энергии — от тепла геотермальных вод до энергии делящегося урана. Доля атомных и других электростанций, не использующих органические топлива, составляет в производстве электроэнергии уже 15%. Особенно быстро развивается ядерная энергетика, которая, по-видимому, станет основным источником энергии в конце нашего и в начале будущего века.

Однако ее бесспорные достоинства не снимают очень серьезных проблем, в том числе и экологической. Она поворачивается другими гранями — проблема надежного захоронения радиоактивных отходов, возможность крупномасштабных заражений окружающей среды в результате аварий на станциях. Всерьез обсуждаются вопросы распространения ядерного оружия. Десятки тысяч тонн плутония, которые неизбежно будут вовлечены в оборот ядерной энер-

гетики, могут стать слишком большим соблазном для безответственных общественных групп, мечтающих о собственной атомной бомбе.

Заманчивая перспектива решения энергетической проблемы связана с управляемым термоядерным синтезом (УТС) изотопов водорода, прежде всего дейтерия (D) и трития (T):



В элементарной реакции образуются ядро гелия He^4 (или α -частица и нейтрон с суммарной кинетической энергией 17,6 млн. эВ (1 мэВ равен 1.602×10^{-13} Дж)). Стало быть, в одном грамме ДТ-смеси таится энергия, получаемая при сжигании почти 15 т угля. Преимущества термоядерного синтеза: практически неограниченные запасы «горючего» в Мировом океане с колоссальной теплотворной способностью, а также экологическая чистота.

Поставленная советскими учеными свыше 30 лет назад задача создания контролируемого «искусственного солнца» оказалась сверхсложной.

Реакция $D+T$ на бумаге выглядит вполне невинно. Но для ее осуществления требуется нагреть плазму до нескольких десятков миллионов градусов. Только при таких температурах (в тысячу раз более высоких, чем в Т-слое) ядра дейтерия и трития сливаются, преодолев кулоновское отталкивание. Вызывает восхищение филигранное искусство физиков, работающих с ничтожными порциями термоядерной плазмы, существующей, самое большее, несколько миллисекунд.

Время существования (удержания) термоядерной плазмы — характеристика не менее важная, чем ее температура. Оно должно быть достаточным, чтобы прореагировало большое количество ядер и выделилась заметная энергия. Плазму либо удерживают



сильнейшими магнитными полями (в токамаках, стеллараторах, пинчах), либо вовсе не удерживают.

Второе направление в проблеме УТС называют инерциальным синтезом. Это название отражает надежду на то, что быстро нагретая капелька горючего из-за инерционности движения не успеет разлететься и охладиться, пока в ней не будет «наработано» нужное количество термоядерной энергии.

Но где взять источники столь быстрого нагрева? Мы так привыкли к самым неожиданным применениям лазера, что нас не удивит выдвинутая в начале 60-х гг. академиком Н. Г. Басовым и профессором О. Н. Крохиным идея использовать «световое чудо века» для целей УТС. Так возник инерциальный синтез, точнее его наиболее развитое направление — лазерный термоядерный синтез (ЛТС).

Несколько первых лет ЛТС неплохо прогрессирует, но не мог составить конкуренции токамакам. Над лазерным синтезом, как дамоклов меч, витала цифра $10^8 \div 10^9$ Дж. Такой должна быть полная энергия лазерного излучения, поглощенная в капельке. Энергия сама по себе не столь уж значительная, едва достаточная, чтобы вскипятить небольшую цистерну с водой. Но ее необходимо вложить в крохотный объем за несколько наносекунд ($1 \text{ нс} = 10^{-9} \text{ с}$). Лазеров с подобными свойствами пока нет. Крупнейшая на сегодняшний момент установка для ЛТС — японский 12-пучковый лазер «Гекко-12» с энергией $3 \cdot 10^4$ Дж.

«Роковая» цифра $10^8 \div 10^9$ Дж возникает из простых теоретических оценок, подтверждаемых численным моделированием. Скорость разлета внешних слоев нагретой сферической капельки (мишени) определяется ее температурой. При заданной температуре волна разрежения и охлаждения доходит от периферии газового шара до его центра за время, про-

порциональное массе мишени. Это и есть время удержания, которое определяет нижний предел для массы мишени, а следовательно, минимальную вложенную в нее энергию.

Но вот на арену выходит нелинейность. Весной 1972 г. американские физики объявили: лазера с энергией $10^5 \div 10^6$ Дж достаточно для того, чтобы облученная им мишень, сгорев в термоядерном огне, дала выход, в десятки и сотни раз превосходящий вложенную в нее энергию. Первоначальная цифра снижена на несколько порядков. Более того, появляется принципиальная возможность замкнуть энергетический цикл, компенсировав потери исходной энергии в лазерах (их КПД до сих пор не очень высок), потери на преобразование энергии α -частиц и нейтронов в электрическую энергию и другие «накладные расходы» лазерного синтеза.

Откуда такой оптимизм и уверенность? Ведь лазеров с энергией $10^5 \div 10^6$ Дж не было и нет (вспомним «Гекко-12»). Ответ «прост» — этот проект полностью основан на вычислительном эксперименте, который может и не ждать появления новых установок.

Начался лазерный термояд без лазеров. В разговорах и статьях наравне с эффектными названиями экспериментальных комплексов — «Кальмар», «Дельфин», «Шива», «Вулкан» — зазвучали не менее эффектные имена компьютерных методик и программ — «Луч», «Рapid», «Заря», «Диана». «Lasnex» предсказывает неустойчивость», — сообщает докладчик с трибуны научной конференции, и аудитория уважительно прислушивается. Обычная сцена, но только «Lasnex» — не убежденный сединой нобелевский лауреат, а пакет программ для расчета задач ЛТС.

Математическое моделирование позволило ис-

пользовать многочисленные плазменные нелинейности. Одна из них, газодинамическая, была известна еще Риману. Она связана с тем, что скорость звука в газе увеличивается с ростом его давления. При сжатии газа возмущения, распространяющиеся со скоростью звука, «догоняют» друг друга, образуя в конце концов ударную волну. Сильные ударные волны, работающие с большой пользой во многих областях науки и техники, лазерному термояду противопоказаны.

В лазерной мишени процессы схематически происходят следующим образом. Излучение, поглощаясь в наружной части мишени, испаряет и нагревает ее. Образуется разлетающаяся с большими скоростями «корона», реактивная сила со стороны которой сжимает ядро мишени. Далее происходит микровзрыв — бурное выделение термоядерной энергии, после чего мишень разлетается и остывает. Ударные волны, образующиеся при сжатии, нагревают центральную часть мишени на начальной стадии процесса и препятствуют ее дальнейшему схлопыванию, т. е. повышению плотности ДТ-смеси. А скорость термоядерной реакции пропорциональна квадрату плотности горючего.

В американском проекте сверхсжатия удалось «перехитрить» ударную волну и получить плотности, в тысячи и десятки тысяч раз превышающие плотность ДТ-льда, равную $0,2 \text{ г/см}^3$. Отсюда многократное снижение исходной энергии лазера.

Как это достигается? Мощность лазерного излучения $W(t)$, подводимая к поверхности мишени, должна расти со временем по специфическому закону с «обострением»:

$$W = \frac{W_0}{(t_f - t)^2}.$$

При этом ударная волна не образуется потому, что все звуковые возмущения приходят в центр мишени одновременно в момент $t=t_*$. Теоретически мишень сжимается в точку и ее плотность становится бесконечной. В действительности подача импульса прекращается раньше, когда исчерпана энергия лазера.

Разгадкой «Ребуса» (так исследователи сократили слова «режим безударного сжатия») занималась «вся вычислительная рать». Одномерные и двумерные расчетные методики сжатия, различные модели поглощения лазерного света в «короне», точные решения уравнений газовой динамики, сравнение некоторых деталей расчетно-теоретических результатов и сопоставимых экспериментальных данных, многие другие методы и приемы убедительно доказали правильность этой концепции.

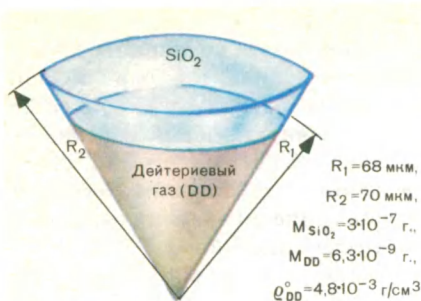
Математическое моделирование количественно точно выявило также слабые технологические и физические стороны сверхсжатия. Оказалось, что нарастание лазерного импульса не может заметно отклоняться от написанного выше закона, иначе возникают ударные волны и все усилия идут прахом. Другая неприятность связана с большой мощностью лазерного излучения. Ее пиковое значение достигает 10^{18} В/см². В поле столь мощной световой волны часть электронов вещества набирает колоссальную энергию. Они, проникнув в ядро мишени, нагревают его. Преимущества профилированного импульса становятся при этом проблематичными.

Новые идеи не заставили себя ждать. Вычислительный эксперимент и тут сыграл свою роль — ответ был найден. В 1974 г. физико-математический коллектив сотрудников ФИАН и Института прикладной математики АН СССР под руководством академиков Н. Г. Басова, А. Н. Тихонова, А. А. Самарского

предложил принципиально иную концепцию достижения высоких плотностей при той же полной энергии лазера. Зависимость лазерного импульса от времени может иметь обычную «шапкообразную» форму и приемлемую, не выше 10^{14} В/см², пиковую мощность. Плата за это — усложнение конструкции мишеней. Профилирование по времени заменяется пространственным профилированием.

В отличие от сплошных однородных капелек для «ребуса» эти мишени многооболочечные. У каждой из оболочек «свой» маневр. В первой поглощается излучение, вторая служит сжимающим поршнем, третья представляет собой основное ДТ-горючее. Внутри оболочек — вакуум или разреженный ДТ-газ, оставшийся после изготовления мишени. Ударная волна проходит по горючему на самой начальной стадии сжатия, когда ее амплитуда невелика. Поэтому она слабо нагревает ДТ-слой и его можно сжать до высоких плотностей.

Как и в случае концепции сверхсжатия, математическое моделирование точно указывает требования к мишеням и лазерному импульсу. А точность нужна очень большая. Например, во весь рост встает проблема устойчивости сжатия, не столь острая для сплошных капелек. Толщина оболочек много меньше их диаметра, так что мишень напоминает пинг-понговый шарик, который нужно равномерно сжать до размеров макового зернышка. Этому препятствует так называемая неустойчивость Рэлея—Тейлора. На внутренней поверхности оболочки, движущейся к центру по разреженному газу, из первоначальных неровностей образуется «рябь». Она превращается в «языки» при больших степенях сжатия. Этот процесс аналогичен процессу проникновения тяжелой жидкости, скажем ртути, в легкую жидкость (воду), если первая налита сверху. Только ускорение



Фрагмент мишени для лазерного синтеза. Термоядерное «горючее» находится внутри стеклянной оболочки.

силы тяжести заменяется собственным ускорением оболочки. Получающиеся языки не должны быть слишком длинными. Поэтому и неточность в изготовлении мишеней обязана не превышать $1 \div 2\%$. Допуск для однородности облучения поверхности мишени несколько мягче — $3 \div 5\%$ — потому что возмущения этого типа легче сглаживаются теплопроводностью газа.

И советская и американская концепции ЛТС имеют каждая свои преимущества и недостатки, которые тщательно изучаются свыше десяти лет. Для нас сейчас важно другое — найденные и разработанные методом математического моделирования оригинальные физические идеи открыли новые горизонты лазерному синтезу, сделав его одним из главных направлений в проблеме УТС.

Разумеется, все эти годы интенсивно велись и экспериментальные исследования, в большинстве развитых стран мира входили в строй новые мощные установки для лазерного синтеза. Экспериментаторы могут похвалиться следующими параметрами плазмы, зарегистрированными в опытах: температура 100 млн.°К, плотность 30 г/см³ (в 150 раз больше плотности ДТ-льда), число реакций за вспышку — 10^{13} .

Математическое моделирование не только определяет общую перспективу эксперимента на будущих установках. Идя рука об руку с конкретными натурными экспериментами, оно способствует правильной интерпретации тончайших опытов, отладке диагностической аппаратуры, уточнению результатов измерений (на рис. на с. 60 приведен фрагмент типичной экспериментальной мишени).

Условия и некоторые результаты опыта известны весьма приблизительно (например, максимальная температура газа надежно не диагностируется). В многократных вычислительных экспериментах условия варьируются так, чтобы результаты совпали по всем известным параметрам. На один физический опыт иной раз приходится десятки и сотни численных расчетов. При этом «подгонка» под известный ответ исключается — у исследователей на сей счет есть испытанные методы проверки.

Натурный эксперимент «в благодарность» дает возможность «откалибровать» математические модели. Варьируются не только условия опыта, но и способы его математического описания. Шаг за шагом уточняется область применимости математических моделей. Установлено, например, что в основу моделей нагрева и сжатия ядра мишени могут быть положены уравнения движения газа с нелинейной теплопроводностью (коэффициент теплопроводности плазмы при высоких T пропорционален $T^{5/2}$, где T — температура). Эти уравнения и вычислительные алгоритмы их решения неплохо изучены при исследовании других задач (пример универсальности моделей и алгоритмов!). Математические модели становятся все более адекватными. А значит, более надежными и для дальнего прогноза, и для анализа уже существующих экспериментов.

Лазерный синтез переживает сейчас важный пе-

риод. Вот-вот заработают новые установки, на которых, как полагают специалисты, в течение ближайших 5—7 лет будет достигнут «breakeven». Это выражение, взятое из словаря бизнесменов, означает равенство расходов (энергия, вложенная в плазму) и доходов (выделившаяся термоядерная энергия). Не исключено, что это случится раньше, чем в других вариантах реализации УТС. Ну а заметная «прибыль», нужная для экономической эффективности будущей электростанции, ожидается в начале следующего века.

Компьютерная физика стала естественной составной частью как ЛТС, так и всей термоядерной программы. Она сделалась своего рода беспристрастным «арбитром», сравнивающим в единой методологической манере преимущества и недостатки различных физических принципов и технических решений. Просчеты в области УТС чреватые не только утратой научного приоритета, но также потерей драгоценного времени и крупными финансовыми издержками. Современные термоядерные установки строятся не один год, а их стоимость приближается к миллиардному рубежу. Даже великие державы могут позволить себе развитие не более 2—3 направлений и все чаще прибегают к международной кооперации. Поэтому ни один проект в проблеме УТС не рассматривается всерьез, если он детально не обоснован с помощью математического моделирования.

Союз математиков и технологов. Завоевав права гражданства, вычислительная физика пишется теперь без кавычек. Этого не скажешь о «вычислительной технологии». Она начала развиваться лишь 5—10 лет назад. А математическое моделирование в технологии не менее важно, чем в фундаментальных науч-

ных проблемах.

Причин этому несколько. Технологические процессы чрезвычайно сложны и никогда не реализуются в «чистом» виде. В фундаментальных исследованиях по возможности создаются идеальные условия для проведения эксперимента. Технолог, работающих на производстве, не может полностью уйти от «прозы жизни». К тому же он не располагает теми прецизионными приборами и сверхчистыми веществами, которые специально заказываются и изготавливаются для уникальных опытов на переднем крае науки. И конечно же, неумолим фактор времени.

Благодарная сторона технологии — ее массовость. Даже небольшое усовершенствование технологического процесса изготовления детали или материала в масштабах предприятия и тем более отрасли сулит заметный социально-экономический эффект. Не говоря уже о неожиданных решениях, которые может в изобилии поставлять технологам вычислительный эксперимент.

Возьмем, к примеру, часто встречающуюся задачу — химико-термическая обработка заготовок разнообразной формы, скажем деталей карданных валов автомобилей. Требуется равномерно по объему прогреть деталь до заданной температуры. Причем допуск на неравномерность очень жесткий, не более 1%. При больших перепадах температуры в материале возникают напряжения и деформации (вспомним лопающийся от крутого кипятка стакан).

Обычный способ — выдержка заготовки в специальной печи технолога уже не устраивает. Велики затраты энергии и времени выдержки. Нельзя ли их уменьшить, управляя температурой поверхности изделия? Современные инженерно-физические средства дают такую возможность. Необходимо ее реали-

зовать. Процесс нагрева описывается хорошо известным уравнением теплопроводности, а свойства материала известны с большой точностью. Тем не менее попытка решить задачу чисто теоретическим путем будет явно безнадежной. Достаточно взглянуть на сложную форму изделия (см. рис. на с. 67), не говоря уже о нелинейных свойствах стали.

Технологу остается либо прибегнуть к длительным и дорогим экспериментам, подбирая методом проб температуру поверхности, либо посмотреть на решение (см. рис. на с. 69), полученное математическим моделированием нагрева с помощью пакета прикладных программ «Текон» («тепловой конструктор»). Трудно себе вообразить, как эта кривая с тремя экстремумами могла бы быть найдена экспериментально. Не комментируя ее подробно, отметим, что такая зависимость граничной температуры от времени характерна и для деталей другой формы. Время нагрева сокращается в полтора-два раза.

Имея в своих руках установку для вычислительного эксперимента, подобную «Текону», технологи могут решать самые разнообразные задачи. Универсальность моделей, алгоритмов и программ оборачивается большой экономией времени и средств. Относительно нетрудно перейти от задач машиностроения к проблемам, выдвигаемым Продовольственной программой, и заняться, например, исследованием тепловых режимов в грунтах теплиц.

Здесь свои заботы. Например, борьба с вредителями. Сейчас используется дорогой и сложный способ обеззараживания. Поверхность грунта раз в год прогревают с помощью пара до температуры $65 \div 80^\circ\text{C}$. Эта процедура останавливает производство на целый месяц и вдобавок ненадежна. Часть личинок успевает уйти от «парилки» в глубь

почвы. А ведь благодаря только одной самке галловой нематоды к концу сезона появится до $2 \cdot 10^{28}$ ее собратьев. Что если «поддать пару» снизу, на время резко увеличив температуру теплоносителя?

Вычислительный эксперимент отвечает на эти вопросы не в конце сезона, а гораздо раньше. Например, теплоизоляционный слой под системой труб не нужен. Он не приводит к заметной экономии энергии. Что же касается личинок, то одними трубами не обойтись, потому что температура почвы у поверхности недостаточна для их полного уничтожения. Рекомендуются теплоизолировать почву от воздуха на период борьбы с вредителями. Технолог может испробовать и другие решения, ведя дальнейший «диалог» с пакетом программ. Для ответа на вопрос требуется несколько минут работы компьютера средней мощности.

В приведенных примерах технологические процессы описываются хорошо известными моделями, для расчета которых созданы очень эффективные вычислительные алгоритмы. Этот опыт, заложенный в пакетах прикладных программ, позволяет исследователям уделять основное внимание вопросам автоматизированного получения новых программ и улучшению средств общения между ЭВМ и человеком. Однако существует немало технологических задач, требующих разработки всех звеньев вычислительной триады «модель — алгоритм — программа» почти что с нуля.

Речь идет о тончайших технологиях будущего. Многие из них сопряжены с исследованиями не менее сложными и глубокими, чем исследования фундаментальных проблем. Наш следующий пример опять связан с лазерами и плазмой. В широко применяемой лазерной технологии резки, сварки и термообработки материалов в последние годы возникло

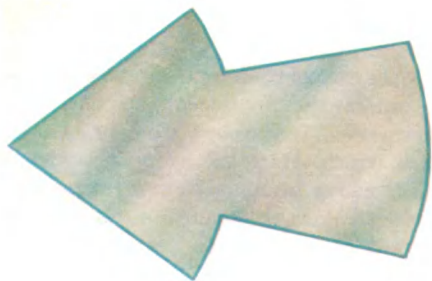
новое направление — лазерно-плазменная обработка (ЛПО).

При ЛПО материал находится в воздухе или атмосфере других газов. Образующаяся вблизи поверхности материала плазма дает технологам дополнительные шансы для улучшения его свойств. Молекулы и атомы плазмы активно участвуют в химических реакциях с материалом, дополняя термическое воздействие на него химическим. В этом случае говорят о лазерной термохимии.

Металлурги экспериментально установили важную роль плазмы в процессе ЛПО. Ее действие может быть двояким. Скажем, в случае аргона или гелия итог обработки не очень утешителен — поверхность материала становится пористой и поэтому менее твердой. Другое дело азот, в атмосфере которого иногда удается увеличить микротвердость стали в 1,5—2 раза. Высокоэнергетичные ионы азота внедряются в металл и образуют твердый нитридный слой толщиной до 100 мкм, намного превышающий слой закалки при обычной лазерной обработке. А это уже большое достижение, например для изготовления микрохирургических инструментов.

Почему мы сказали «иногда»? Изменение условий эксперимента может снять преимущества ЛПО. Например, если давление азота в рабочей камере снизить со 100 атм (солидная цифра) до 30, то упрочняющий эффект исчезает. Хуже того, на поверхности материала появляются кратеры. Поэтому нельзя предлагать новую технологию, не изучив досконально комплекс физико-химических процессов, происходящих при ЛПО.

Он включает в себя по меньшей мере четыре стадии. В первые мгновения азот прозрачен для излучения, которое свободно доходит до поверхности металла и нагревает его. На этой стадии в газе по-



Продольный
разрез
стальной
заготовки
(телo вращения),
подвергаемой
термической
обработке.

является небольшое количество свободных электронов. Часть из них возникает в результате термоэмиссии с поверхности материала, другая часть — благодаря действию поля световой волны и отрыву электрона от атома (фотоионизация).

Затем происходит то, что справедливо называют образованием лавины из электронов и ионов. Первые, затравочные электроны, разогнанные лазерным излучением, приводят к появлению все новых и новых, так что в итоге газ заметно ионизируется. Процесс напоминает обвал, возникший от падения единственного камешка. В газе происходит, как говорят, пробой. На этой стадии лазерное излучение «занято» также размножением электронов и ионов, на что тратится часть его энергии. В приповерхностном слое образуется облако плазмы, поглощающей некоторую долю падающего света.

В дальнейшем излучение поддерживает и нагревает плазменное облако. Эта стадия — ключевой момент ЛПО. Горячая плазма действует на металл термически, отдавая ему часть своей энергии, и химически, способствуя, например, синтезу нитридов на его поверхности. Затем нагретое облако расширяется и остывает. Взаимодействие газа и металла прекращается.

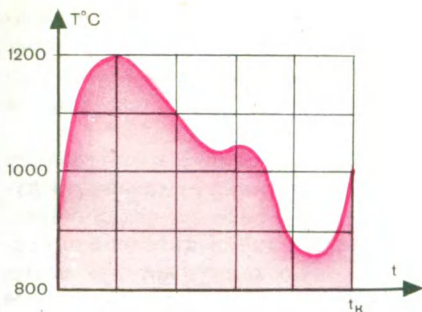
Даже простое перечисление этих стадии повергнет теоретика в уныние. Он ничего не сможет предложить, кроме грубых качественных оценок величин и словесного описания процесса, вроде того, что мы привели чуть ранее. Технологию же нужен точный количественный ответ. Например, на вопросы: почему при давлениях азота меньше 30 атм на металле образуются кратеры? Нельзя ли избежать их появления, не повышая давление газа, т. е. упростить технологию, сохранив преимущества ЛПО?

Экспериментатор, работающий в трудных условиях «горячего цеха» плазменной термохимии, также не даст полного ответа. Попросту невозможно разобратся в тонкостях поведения сложного нелинейного объекта с экстремальными параметрами. Температура облака плазмы достигает нескольких десятков тысяч градусов, его размеры — доли миллиметра, время существования — микросекунды. А характерное время развития пробоя и того меньше — несколько наносекунд.

Поэтому и для математического моделирования расчет каждого этапа ЛПО — задача экстра-класса. Скажем, модель пробоя газа состоит из тринадцати дифференциальных уравнений, описывающих 28 столкновительных механизмов в азоте, процесс теплопередачи, диффузию заряженных частиц и их дрейф в электрическом поле.

Девять из этих уравнений отвечают за химическую кинетику азота, т. е. за всю совокупность протекающих в нем 28 реакций.

Такие системы уравнений часто оказываются, как принято говорить, «жесткими» (а лучше сказать, «жестокими» по отношению к вычислителю). Этот термин подразумевает, что скорости различных реакций сильно отличаются друг от друга, иногда на несколько порядков. Расчет быстрых реакций тре-



Зависимость температуры поверхности заготовки при оптимальном режиме обработки, $t_k = 680$ с (В. Б. Гласко, А. В. Захаров, М. Е. Ильин, Ю. А. Повещенко, Ю. П. Попов).

бует малого шага по времени и слишком большого объема вычислений. При крупном шаге теряется точность, так как за один шаг происходит множество быстрых реакций. Традиционные алгоритмы расчета типа метода Эйлера в подобных ситуациях уже не работают.

Оказавшись «между молотом и наковальней», вычислитель находит разумный компромисс, примиряя экономичность и точность и спасая задачу для численного решения. Оно дает исходный материал для расчета следующей стадии — динамики плазменного облака. Используются уравнения движения газа с учетом излучения лазера и собственного излучения плазмы. Расчет подобных задач в недалеком прошлом требовал не одного десятка часов машинного времени самых мощных ЭВМ. Такие затраты связаны с большой размерностью задачи. Искомые газодинамические величины зависят от времени и двух пространственных координат, а поток излучения — еще и от частоты и энергии квантов. Прогресс в численных методах дал возможность рассчитывать эти задачи на компьютерах того же класса за вполне приемлемое время.

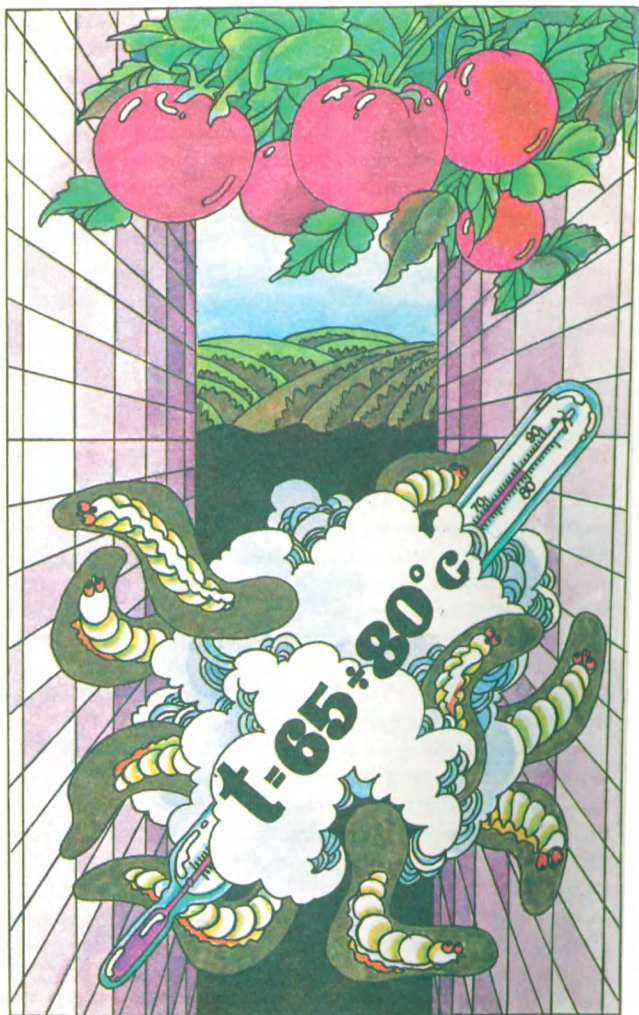
Вложив в создание вычислительных алгоритмов

солидный интеллектуальный «капитал», исследователь теперь получает «проценты» в виде точных количественных результатов. Становится ясной динамика плазмы у поверхности металла (см. рис. на с. 73).

Образовавшееся плазменное облако имеет размер примерно $3r_{\phi}$ ($r_{\phi} = 300$ мкм — радиус лазерного луча). Стало быть, поверхность обработки увеличивается почти в 10 раз. Нагретая плазма интенсивно расширяется, порождая ударную волну, которая затем отходит от облака и распадается. Практически все излучение лазера (важный момент) поглощается в облаке и не доходит до поверхности металла. Появление области непрозрачности приводит к температурной инверсии — плазма у поверхности холоднее, чем в зоне поглощения лазерного излучения. В результате на металл действует не излучение лазера, а собственное излучение относительно холодной плазмы. А его мощность почти в 1000 раз меньше. Вот где секрет отсутствия разрушений!

Так почему же при давлениях меньше 30 атм на поверхности металла образуются кратеры? Все дело в длительности существования непрозрачного облака. Как показывает вычислительный эксперимент, до момента $t = 10^{-7}$ с процессы при давлениях 100 и 30 атм идут почти одинаково. Затем, из-за меньшей начальной плотности азота во втором случае облако разлетается гораздо быстрее, чем в первом. Газ снова становится прозрачным, излучение свободно доходит до поверхности металла и испаряет его, образуя кратеры.

Чтобы не повышать давление азота, технологи и вычислители на основании математического моделирования предлагают профилировать лазерное излучение со временем. Добившись пробоя (для чего нужны большие мощности излучения), следует за-



метно уменьшить мощность на стадии формирования и разлета плазменного облака. Деликатное обращение с нелинейным объектом приводит к прекрасному результату. Время экранировки луча и взаимодействия плазмы с металлом значительно увеличивается. Нужно качество обработки достигается при гораздо более низком, чем 100 атм, давлении азота. Этот рецепт проверен «на натуре» и показал свою эффективность.

«Вычислительная технология» готова дать неожиданные и экономичные решения очень сложных задач.

Математическое моделирование — микромир, клетка, Вселенная

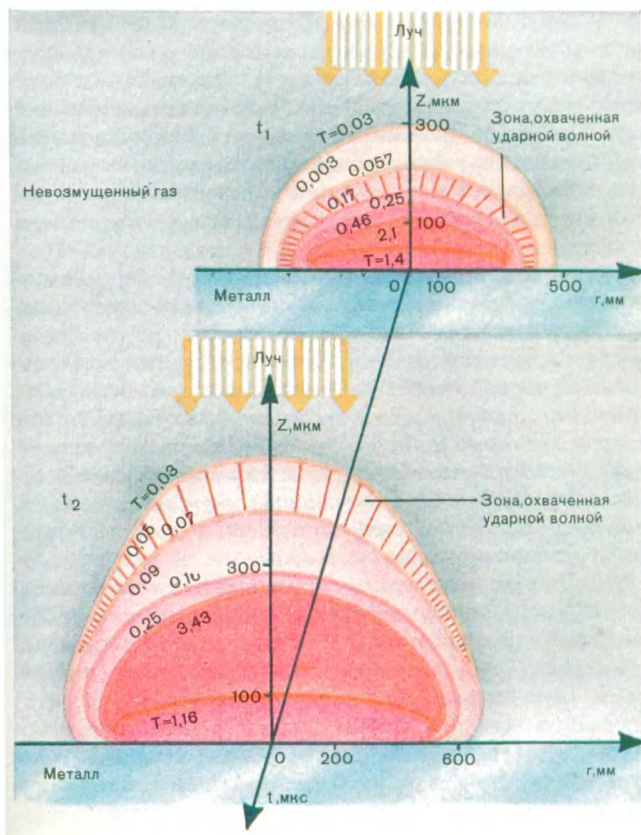
Чего не мог предвидеть Альфред Нобель. Основатель Нобелевских премий исключил математиков из числа претендентов на эту научную награду. Но математическое моделирование разворачивается все шире, захватывая сферы исследований, до недавнего времени не доступные математике. В последние годы ряд Нобелевских премий по химии, медицине, экономике, физике элементарных частиц присужден работам, методологическую основу которых составляет математическое моделирование.

Показательна в этом отношении теория элементарных частиц, или квантовая теория поля. «Жрецы» святая святых теоретической физики, предпочитавшие ранее аналитические методы, приходят к выводу, что процессы в микромире нелинейны. Для дальнейшего продвижения необходимо разрабатывать соответствующие численные методы и даже специальные компьютеры, ориентированные на нужды этой области физики.

Если же говорить о микромире вообще, то его та-

Температура
плазменного облака
(в электронвольтах)
при давлении азота
в 100 атм в моменты
времени

$t_1 = 0,1$ мкс,
 $t_2 = 0,533$ мкс
(расчеты
В. И. Мажукина,
Б. Н. Четверушкина).



инственная жизнь затрагивает не только физиков-теоретиков, изучающих основы строения материи. Изменения в микромире сказываются зачастую самым непостижимым образом на макроскопическом поведении веществ и процессов.

Диэлектрик при повышении давления меняет свое «подданство» и становится полупроводником, проводник при понижении температуры «записывается» в сверхпроводники, внесение микродобавок примесей в полупроводник резко изменяет его свойства, и это используется при изготовлении элементной базы ЭВМ. Можно ли получить сверхпроводник при достаточно высоких температурах, до каких пор будет работать компьютерная микросхема, нагреваемая в процессоре собственным теплом и теплом многочисленных соседей?

Зная основные законы микромира, еще нельзя ответить на эти вопросы, а прямой эксперимент сложен, дорог или вообще невозможен.

Без хорошего знания свойств веществ вычислительный эксперимент будет неэффективен. Вспомним, например, о математических моделях плазмы (Т-слоя, лазерного термоядерного синтеза, лазерно-плазменной обработки металлов). Для их создания мало записать фундаментальные законы природы применительно к конкретной ситуации. Необходимо еще снабдить их «физическим оснащением», в данном случае — точно указать коэффициенты теплопроводности, диффузии, электропроводности, длины пробегов световых квантов. А они определяются состоянием микромира, в частности энергетическими уровнями электронов в молекулах и атомах.

Теория, дающая точное описание для атома водорода с его единственным электроном, «спотыкается» уже на гелии. Натурный эксперимент может быть проведен лишь в отдельных точках из огромного диа-

пазона изменения температур и плотностей, интересующих исследователя.

Но и комнатные условия не облегчают дело, если речь идет о прогнозе свойств смеси газов и сплавов металлов, не говоря уже о более сложных химических соединениях. Нельзя же экспериментально перепробовать все мыслимые комбинации веществ! Неудивительно, что создание нового лекарственного препарата требует нескольких лет кропотливых исследований и миллионных затрат.

Значит, необходим специальный вычислительный эксперимент под рубрикой «Свойства вещества». Расчеты квантовомеханических моделей атомов и молекул — традиционная и всегда нужная область математического моделирования.

Учеными накоплен немалый багаж математических моделей атомов (см. рис. на с. 77) и вычислительных алгоритмов для их исследования. Хорошо видна «иерархия» моделей — более точная включает в себя предыдущую. Очередной шаг в сторону уменьшения температур и плотностей обходится усложнением математического описания атома и методов численного расчета.

Поэтому вычислители беспокоятся о всех звеньях триады «модель — алгоритм — программа». Алгоритмы квантовомеханических расчетов прогрессируют не менее быстрыми темпами, чем в других областях вычислительной математики. Прогресс диктуется заказами теории и необходимостью проведения массовых расчетов. Ведь типичные таблицы свойств содержат несколько сотен точек по температуре и плотности для каждого вещества.

Расскажем об одном эпизоде этой многогранной деятельности. Один из ее конечных продуктов — характеристики взаимодействия излучения с веществом, которые необходимы для правильного описания

любого высокотемпературного процесса. Получить хотя бы одну точку в плоскости «температура — плотность» в области высоких температур — значит проделать серию длительных и трудноинтерпретируемых экспериментов. Надо нагреть вещество (обычно для этого используются ударные волны) и за короткое время его жизни успеть провести все измерения.

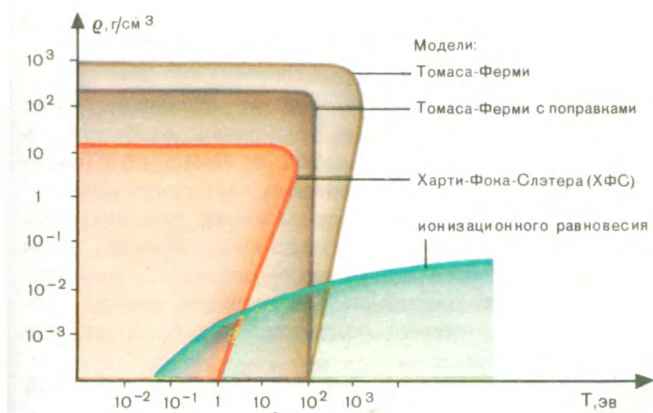
Подобные эксперименты с аргоновой плазмой дали неожиданный результат. Измерялся коэффициент поглощения света в веществе в зависимости от его плотности, которая менялась от опыта к опыту. При этом фиксировалась температура плазмы ($20\,000^{\circ}\text{K}$) и длина волны лазерного излучения (5800 \AA), просвечивающего ее.

Часть световых квантов, попавших в слой вещества, тратится на отрыв электронов от атомов (уже знакомый нам процесс фотоионизации), т. е. поглощается в плазме, не доходя до регистрирующего устройства. При повышении плотности экспериментальная кривая вначале ведет себя вполне «разумно», поглощение растет (см. рис. на с. 81). Этот результат вполне понятен, так как с ростом плотности растет число атомов, с которыми взаимодействует излучение. Но начиная с некоторого значения плотности возникает эффект просветления — поглощение почти не увеличивается.

На этот счет высказывались различные суждения, но окончательную ясность внес лишь вычислительный эксперимент, проведенный по одной из самых точных моделей атома — модифицированной модели ХФС. Он не только подтвердил и уточнил опытные данные, но и подробно объяснил эффект.

Сечение фотоионизации (площадь, занимаемая атомом, с которым сталкивается квант света) определяется энергетическими уровнями электронов атома. При некоторой критической плотности атомам

Области применимости
(вне сплошных линий)
некоторых моделей
для алюминия.



становится тесно, они сильнее сдвигают друг друга. В результате энергетические уровни смещаются. Кванты света (длина их волны и, следовательно, энергия в опытах постоянны) становятся «безработными», находят все меньше атомов, от которых они способны оторвать электрон, и свободнее проникают через вещество (просветление). При дальнейшем повышении плотности прежний энергетический уровень на энергетической шкале замещается другим и поглощение снова заметно возрастает (верхняя часть кривой на рис. на с. 81).

Легкость, с которой вычислительный эксперимент точно объясняет сложнейшее явление, конечно же, иллюзорна. За ней — многолетний опыт и высочайшая квалификация вычислителей, работающих на грани возможностей ЭВМ. Недаром крупнейший

в мире производитель вычислительной техники — фирма IBM содержит лабораторию квантовой химии. Квантовомеханические расчеты — хорошее испытание возможностей новых компьютеров любой мощности. А практика выдвигает все новые задачи перед этой вечно актуальной сферой вычислительного эксперимента.

Компьютеры и биокомпьютеры. Математические «ключи» к биологическим проблемам подбираются начиная еще с XIII в. В 1202 г. Леонардо Пизанский (Фибоначчи), предложив модель воспроизведения кроликов, вычислил, сколько их пар появится через каждый месяц от одной начальной пары (числа Фибоначчи). Но «замки» оказались настолько хитрыми, что первые математические модели биологических процессов появились лишь в начале нашего столетия.

Биология во многом остается экспериментальной и описательной дисциплиной, а математическое моделирование биологических процессов вряд ли насчитывает более 20 лет. И все же можно предъявить внушительный список биологических задач, в которых вычислительный эксперимент становится определяющей методологией. Например, специалисты с уверенностью утверждают, что использование моделей молекул (представленных на дисплее ЭВМ средствами компьютерной графики) позволяет предсказывать вид молекулы, выполняющей необходимые действия. Учебный компьютерный фильм «Вирусные войны» наглядно демонстрирует успехи молекулярного моделирования, продвинувшегося до впечатляющих практических приложений. Иначе и не может быть в области знаний, изучающей широкий круг тончайших нелинейных процессов и претендующей на первенство в мировой науке.

Но не только в науке. «Зеленая технология», или биотехнология, уже оперирует солидными цифрами продукции, активно заменяя традиционные способы получения питательных веществ, лекарственных препаратов и даже горючего. «Созданы культуры клеток молочной железы, способные вырабатывать молоко» — подобные сообщения множатся год от года.

Коснемся лишь одного вопроса, который, наверное, наиболее близок к теме нашего рассказа. Люди немало преуспели в своей учебе у природы. Это стремление не обходит стороной и компьютеры. Уже создаются биологические запоминающие устройства, емкость которых в миллиарды раз превосходит возможности электронных «чипов». Носителями информации в них служат молекулы, принимающие, как правило, два конформационных состояния (0 и 1). Обсуждаются и другие претенденты, например молекула гемоглобина, имеющая кроме состояний «гемоглобин» и «гемоглобин + кислород» и более сложные варианты. Мы же поговорим о перспективах принципиально иной, «биологической» организации компьютеров. Можно ли создать компьютеры, успешно распознающие сложные зрительные образы, удастся ли снабдить их не примитивной, как сейчас, а ассоциативной памятью?

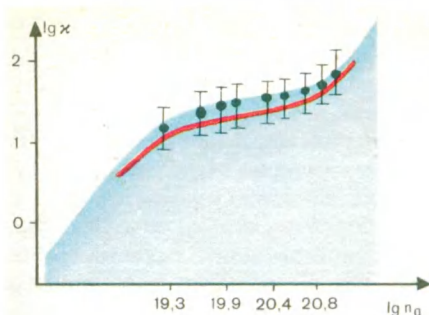
Обсуждение этих дерзких вопросов уже включено учеными в повестку дня. Пока еще не известно, как именно работает мозг человека. Но только не как ЭВМ! «Элементная база» мозга не дает ему такой возможности. Время срабатывания нейрона — нервной клетки не менее 10^{-3} с, а скорость распространения сигнала по нервному волокну — десятки метров в секунду. При таких способностях мозг-компьютер не дотянул бы до ЭВМ первого поколения. Там, где трудно одному, помогает коллектив. Современная

нейрофизиология приходит к выводу, что деятельность мозга основана на взаимодействии волн возбуждения и торможения. Они являются, скорее всего, волнами изменения средней частоты разрядов нейронов в коре головного мозга. Волны движутся с небольшой скоростью. Но, охватывая значительные участки мозга, они запускают в одновременную работу гигантское число нейронов. Перед таким количеством «процессоров» пасует любой мыслимый и немыслимый супер-компьютер.

Представление о волнах в коре головного мозга подтверждается многими экспериментальными фактами. Зарегистрированы волны депрессии, часами циркулирующие во время приступов эпилепсии вокруг пораженных участков мозга (судорожных очагов). Волна депрессии, движущаяся со скоростью $2 \div 5$ мм/мин, заставляет нейрон интенсивно разрядиться и прекратить свою активность на длительное время. Дальнейшее понятно.

Математические модели мозга еще не созданы. Но вычислительный эксперимент вместе с натурными исследованиями плодотворно участвует в изучении так называемых активных сред, волновые процессы в которых во многом аналогичны волнам возбуждения и торможения. Элементы активной среды (в человеческом организме такими средами являются помимо коры головного мозга сердечная ткань и сетчатка глаза) могут находиться по крайней мере в трех состояниях — возбуждение, безразличие, готовность к возбуждению, когда элемент накопил необходимый для этого запас энергии. Сухая степь, восстанавливающая способность к горению после очередного пожара, — один из популярных образов активной среды.

Волны в активных средах (автоволны) обладают многими замечательными свойствами, например не



Коэффициент поглощения света κ (см^{-1}) в зависимости от плотности n (см^{-3}). Темной линией показаны экспериментальные данные, светлой — результаты расчета (А. Ф. Никифоров, В. Г. Новиков, Н. Ю. Орлов, В. Б. Уваров).

отражаются и не интерферируют. Их характеристики, в отличие, скажем, от гонимых ветром волн на воде, определяются только свойствами самой среды. Скорость автоволн в однородной среде постоянна. Поэтому, обходя какое-либо препятствие, волна начинает изгибаться, так как далекие от препятствия участки фронта волны проходят более длинный путь и отстают.

В результате образуются сложные спиральные волны, которые, натываясь на новые препятствия, рвутся и заполняют всю среду своими «обрывками». Возникает автоволновой хаос — беспорядочное чередование различных состояний в среде. Именно таков механизм опаснейшего явления — сердечных фибрилляций. Дефибриллятор, пропускающий по сердцу мощный импульс тока, может вернуть все клетки хаотически сокращающегося сердца в исходное состояние. Но при этом повреждается сердечная ткань. Более тонкие и надежные способы прекращения фибрилляции могут быть основаны лишь на детальном анализе и прогнозе автоволновых явлений. С первых же лет их исследования широко применяется математическое моделирование. На рис. на с. 86

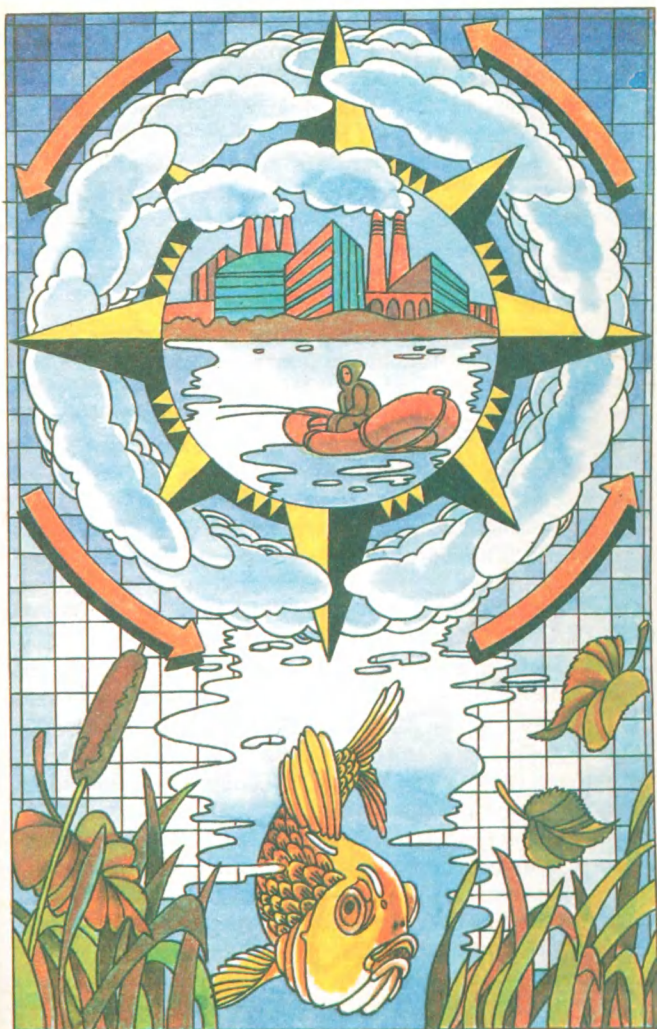
изображены результаты численного моделирования фибрилляции в некоторой условной возбудимой среде. Условной потому, что математическая модель относительно проста и представляет собой набор правил, которым подчиняются элементы среды. В этом примере лучше говорить о математической имитации, дающей лишь качественную картину.

Но разработаны и более сложные модели, пригодные для точного количественного описания процесса. Они включают в себя системы уравнений в частных производных, во многом аналогичные уравнению теплопроводности. Универсальность моделей позволяет применить всю мощь вычислительного эксперимента, накопленную в традиционных областях математического моделирования, к решению указанных биологических задач. В этом убеждает хорошее совпадение результатов вычислительного и натурального эксперимента (см. рис. на с. 88).

Проигрывая на компьютере (а не на человеке!) поведение активных сред, можно подбирать их параметры (например, коэффициенты уравнений) так, чтобы реализовался нужный, неопасный для сердца режим. В свою очередь, характеристики модели тесно связаны с концентрацией лекарственных веществ в среде. Все говорит о том, что не за горами то время, когда для лечения сердечных аритмий будут выписываться «компьютерные рецепты».

Ну а появление биокомпьютеров пока в перспективе. Математическое моделирование приближает эту перспективу, занимаясь «самообслуживанием» и активно работая над созданием своей будущей технической базы.

Станут ли «золотыми» кольца Марангони? Речь идет не о ювелирных изделиях, а о физическом эффекте. В середине прошлого века итальянский уче-



ный Марангони активно отстаивал свой приоритет в этом открытии. Хотя на первый взгляд могло бы показаться, что спорить особенно не о чем. Вода, налитая тонким слоем на блюдо, при добавлении в середину небольшого количества некоторых веществ стремительно убегает к краям блюда, оставляя сухим его центр. Вот и весь эффект. Сразу же была обнаружена и причина. Хорошо растворимые вещества с маленьким поверхностным натяжением, например спирты, попав в воду, растекаются и увлекают ее в свое движение.

Марангони пошел дальше и связал это наблюдение со странным поведением поверхности раздела между двумя жидкостями. В одних случаях эта поверхность после возмущений, вызванных наливанием верхней жидкости, быстро успокаивалась, становясь четкой и устойчивой. В других же, несмотря на всю аккуратность эксперимента, в зоне поверхности начинались неослабевающие сложные движения обеих жидкостей. Причем в определенных условиях они приобретали упорядоченный характер. Возникали «катыющиеся ячейки», или кольца Марангони (см. рис. на с. 89).

Все эти движения связаны с большим различием поверхностного натяжения у соприкасающихся жидкостей. Молекулы одного вещества, диффундируя в другое, изменяют в месте проникновения его поверхностное натяжение, способствуя перемещению границы раздела фаз.

Этот красивый в своей наглядности эффект, понятый в принципе и относительно легко реализуемый экспериментально, наверное, остался бы утехой любителей коктейлей, если бы не практические запросы современного химического производства.

Химическая индустрия нашей страны, удельный вес которой возрос почти до 7% в общем объеме про-

мышленного производства, остро нуждается в интенсификации. Нужно глубокое понимание сути химических процессов на разных уровнях — от молекулярных взаимодействий до работы реакторов и аппаратов. Одновременное протекание многих нелинейных явлений в одной химической установке делает их изучение не менее сложным, чем исследование задач ядерной и лазерной физики.

Следовательно, неизбежно тотальное внедрение «компьютерной химии», основанной на математическом моделировании химических процессов.

Возьмем, к примеру, явления массообмена. Очистка смеси газов, скажем, от углекислого газа — одно из типичных звеньев работы многих промышленных установок. Рабочая смесь вдувается в закрытый горизонтальный лоток, по дну которого неторопливо течет вода, неплохо поглощающая углекислый газ. Поглощение происходит за счет диффузии молекул газа через поверхность воды. Но вот беда — коэффициент диффузии газа в воде мал. Его молекулы, не имея возможности уйти на глубину, быстро насыщают приповерхностный слой. Поглощение газа прекращается, и нужно подводить новую жидкость. Как ускорить массообмен? «Экстенсивное» решение, например увеличение поверхности жидкости или скорости ее движения, отпадает. Затраты энергии растут пропорционально скорости в третьей степени.

Настало время вспомнить о наблюдениях Марангони. Нельзя ли отказаться от прежнего механизма переноса и использовать явно не молекулярные движения поверхности раздела фаз? Речь идет о так называемом конвективном переносе. В житейской практике его реализует, например, отопительная батарея. Нагретый ею воздух поднимается вверх и, охладившись, опускается, чтобы снова нагреться. Частицы воздуха циркулируют по замкнутой траекто-

Возникновение
фибрилляций
в модели
возбудимой
среды
(фото
с дисплея ЭВМ):

а — две волны,
распространяющиеся
справа налево;
видно искривление
фронта
второй волны

и появление разрыва;
б — начало фибрилля-
ции;
в — развитая
фибрилляция.
Подсвечены элементы
среды, находящиеся
в возбужденном
состоянии
(В. И. Кринский,
Г. П. Крейцер,
А. М. Перцов,
Н. И. Кукушкин,
Ю. В. Сергеев).



рии (конвекционная ячейка), перенося тепло целыми порциями. Этот способ переноса гораздо более эффективнее обычной передачи тепла, так как теплопроводность воздуха относительно невелика.

В случае с очисткой газов схема конвекции мыслится следующим образом. Пусть в разные точки воды внесено вещество, понижающее ее поверхностное натяжение (поверхностно-активное вещество — ПАВ). В этих точках приповерхностные слои воды, обогащенные ПАВ, начнут растекаться во все стороны и сталкиваться друг с другом. Часть струи, встретившейся со своим антиподом, уйдет в глубину. Затем, отразившись от дна, поднимется на поверхность воды и принесет с собой порцию ПАВ, создав условия для повторения процесса. Газ, поглощенный в верхней части конвекционной ячейки, будет пере-

носиться в нижние слои воды и там растворяться. В массообмене будет участвовать весь объем жидкости, а не только ее поверхность.

Возможен ли такой режим в принципе и как надо добавлять ПАВ? Будет ли конвекция устойчива по отношению к возмущениям, которые всегда существуют в реальной установке? Хватит ли вязкости для того, чтобы «закрутить» конвекционную ячейку или, наоборот, вязкость окажется слишком большой и остановит движение? И наконец, каков выигрыш по сравнению с традиционной технологией?

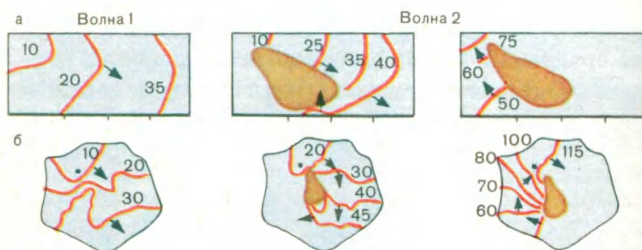
Теоретические оценки, получаемые из упрощенных моделей, указывают лишь область возможного существования режима конвекции, практически необозримую для подробного экспериментального исследования. В ход идет математическое моделирование, использующее полные модели процесса. Они основаны на уравнениях Навье — Стокса для вязкой жидкости и уравнениях диффузии.

Уравнения Навье — Стокса, полученные еще в прошлом веке, стали доступными для решения лишь с развитием численных методов и появлением достаточно мощных компьютеров. Они входят в набор наиболее универсальных математических моделей, описывая огромное число разнообразных процессов — от течения расплавленных металлов до движения атмосферных вихрей. Изучая их, ученые используют накопленный опыт.

Но конвекция Марангони предъявляет и свои специфические требования к вычислительным алгоритмам для уравнений Навье — Стокса. Например, необходимо точно описать движение в ячейке, размер которой заранее неизвестен. Взяв слишком грубую расчетную сетку, немудрено исказить процесс, а расчет с очень мелким шагом обернется неоправданной тратой машинного времени. Напомним, что

Образование
спиральной волны
в сердечной ткани
кролика. Коричневым
пятном
показана область
с аномальными
свойствами:
а) расчет на ЭВМ

(А. И. Щербунов,
Н. И. Кукушкин,
М. Е. Саксон),
б) эксперимент.
Время указано
в миллисекундах.
Волна 2 рвется
и образует
спиральную
волну.

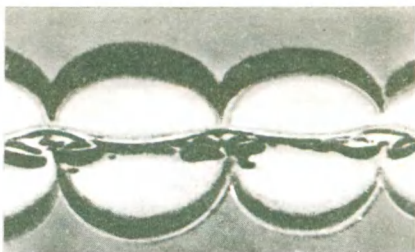


задача имеет как минимум два пространственных измерения — по горизонтали и вертикали. Изменив всего в 2 раза шаги по времени и по пространству, мы увеличим объем вычислений уже в 8 раз. К тому же нужны не эпизодические, а серийные расчеты.

На первых порах, как это обычно бывает при решении новых сложных задач, не все ладилось. Вычислители (им помог, в частности, тонкий теоретический анализ спектральных свойств процесса) обеспечили бойкий «диалог» между исследователем и математической моделью.

Ответы на вопросы были даны (см. рис. на с. 91). Ячейки Марангони действительно могут быть получены при разумных концентрациях ПАВ (в данном случае в воду добавлен моноэтаноламин). Их размеры вполне макроскопические — около 1 см, а конвекция возникает в достаточно широком для нужд практики диапазоне параметров.

Неустойчивость
Марангони
(стационарный
режим
«катящихся
ячеек»),
черная линия —
граница раздела.



Конвекция Марангони устойчива, более того — она самоподдерживается. Это чрезвычайно важно для практического использования, так как не требуются специальные меры для ее постоянного возбуждения. Взглянем на динамику развития конвекции. Первые, «затравочные» ячейки, инициированные в центре кюветы, словно шестеренки, «зацепляют» близлежащие слои воды и порождают новые ячейки, вращающиеся в противоположную сторону. Постепенно ячейки заполняют весь объем кюветы, после чего начинается другой процесс — установление конвекции. Лишние ячейки исчезают (две крайние сливаются в одну), а размеры оставшихся выравниваются. Величина ячейки определяется только свойствами процесса, а не внешними воздействиями. Поэтому на фиксированной длине их может поместиться лишь определенное число.

В итоге через полминуты конвекция выходит на стационарный режим. Практически одинаковые ячейки равномерно вращаются, перенося растворенный на поверхности газ в глубинные слои воды. Процесс, как говорят, самоорганизовался. Нелинейная система усложнилась, выбрав режим, соответствующий ее собственным законам. Не поняв природы процесса, нечего и мечтать навязать ему свою волю в экспериментальной или промышленной установке.

Точное количественное понимание дает лишь вычислительный эксперимент, «проигрывающий» поведение модели процесса во всех возможных ситуациях.

Эта игра стоит свеч. Массообмен при развитой конвекции увеличивается в два-три раза. Учтем еще масштабы химического производства и дороговизну его оборудования (небольшая платиновая сеточка для катализа по стоимости не уступит автомобилю «Жигули»). Поэтому скромное конвективное колечко, отработав положенный срок в очистительном устройстве, может стать без преувеличения «золотым».

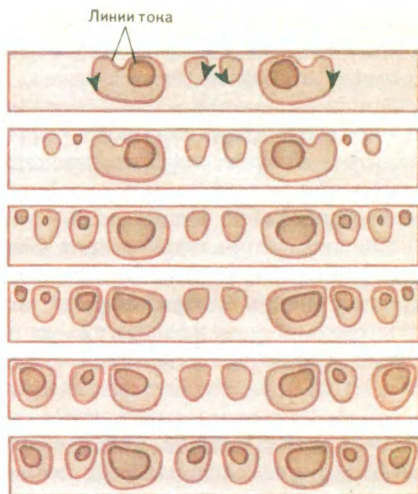
«Остров Парамушир погружается в воды океана».

Такое сообщение послал в эфир 4 ноября 1952 г. радист одного из судов, стоявших на рейде г. Северо-Курильска. Хотя Парамушир до сих пор спокойно находится там, где он всегда обозначался на картах, не будем упрекать радиста за поспешность. Каждый из нас подумал бы что-то в этом роде, увидев, как волна цунами высотой с трехэтажный дом захлестывает побережье.

В 1958 г. волна высотой в 500 м, образовавшаяся в аляскинской бухте Литуйя из-за обвала в нее 300 млн. м³ горной породы, полностью накрыла небольшой остров, сорвав с него почву и деревья. Более 100 тыс. погибших — таков один из печальных итогов «работы» цунами за последнее столетие. Можно не сомневаться, что и раньше их нрав был не менее буйным. Считается, что вулканический взрыв острова Тир в Эгейском море и последовавшие за ним цунами 3,5 тыс. лет назад привели к гибели целой цивилизации — Атлантиды.

Подобные явления — настоящий вызов науке. Обычные теоретические методы складывают оружие

Кадры из
компьютерного
фильма
«Численное
моделирование
неустойчивости
Марангони
в системе газ —
жидкость»
(Г. Г. Еленин,
И. С. Калачин-
ская,
С. В. Соломатин).



перед сложностью этих процессов, а их масштабы исключают прямой эксперимент. Да и вряд ли найдется безумец, желающий воспроизвести, например, падение Тунгусского космического тела, эквивалентное по разрушению взрыву 15-мегатонной бомбы. Лабораторный эксперимент может быть только иллюстративным, так как не сохраняется подобие аэрофизических характеристик.

«Реконструкция» тунгусской катастрофы, проведенная методом вычислительного эксперимента, восстановила математически точную картину события. Она окончательно отмела ряд хотя и эффектных, но далеких от науки гипотез. «Словесный портрет» феномена начинается словами: «Тело массой 10^5 т вошло в атмосферу под углом 35° к поверхности

Земли со скоростью 40 км/с, на высотах $20 \div 7$ км раздробилось и затормозилось. Ударные волны, возникшие в результате движения тела и его взрыва, разрушили лесной массив, а излучение от нагретых до $10\,000^{\circ}\text{C}$ слоев воздуха в окрестности траектории привело к ожогам и воспламенению леса...».

Не будем сообщать все цифры и описывать явление полностью. Покажем только двух «бабочек»-близнецов, характеризующих фактическое и расчетное разрушение тайги (см. рис. на с. 96). Несимметричная форма разрушений на почти ровной местности связана с наклоном траектории (в случае перпендикулярного падения «бабочка» превратилась бы в систему концентрических кругов).

Тем самым математическое моделирование дает возможность ученым заняться детальным исследованием крупномасштабных явлений. Они связаны в основном со взаимоотношениями человека и природы.

Кратко расскажем о некоторых из них. Загрязнение воздуха от работы транспорта и промышленных предприятий крупного города, как это ни странно на первый взгляд, наиболее опасно не в дневное, а в ночное время. Днем из-за солнечной радиации движение приземного воздуха, выносящего примеси, гораздо интенсивнее, чем ночью. Более того, ночью это движение может вообще прекратиться из-за того, что температура воздуха на высоте нескольких сот метров оказывается выше, чем у поверхности. Температурная инверсия «запирает» атмосферные процессы, и конвективный перенос прекращается (как и перенос тепла в комнате с подвешенной к потолку батареей). Примеси накапливаются и могут на порядок отличаться от дневных показателей.

Подобный процесс не исключен и при работе гор-

нодобывающих карьеров. Только в этом случае возникает не инверсия тепла, а концентрация пыли, «захлопывающая», словно крышкой, каньон карьера или межгорную котловину, в которой расположены промышленные объекты. Только математическое моделирование развития этих процессов в различных условиях позволяет дать научно обоснованный прогноз, составить карту размещения предприятий и регламентировать режим их работы, безопасный с точки зрения санитарных норм. Причем очевидные решения, основанные на пресловутом здравом смысле и, как правило, не учитывающие сложность и тонкость этих явлений, могут обернуться провалом. Внешне разумное предложение разместить предприятия на городских окраинах должно проверяться вычислительным экспериментом. Ведь «городской остров тепла» стимулирует локальную циркуляцию воздуха, а значит, и примесей от периферии к центру города.

Другая серия примеров связана с водоемами. Хорошо ли жить у озера? С положительным ответом следует повременить, если озеро находится неподалеку от промышленных объектов. Местная роза ветров может стать очень «колючей», испытав влияние канала или водохранилища. Осенью вода теплее суши и над каналом образуются мощные восходящие потоки относительно теплого воздуха. Многокилометровый инверсионный «язык» температуры засасывает загрязнения в огромную конвективную ячейку, словно «слизывая» все прелести рыбалки и другие преимущества водоемов. Многие города страдают от смогов, вызванных соседством больших водных поверхностей.

Математическое моделирование подобных явлений требует многолетней работы целых коллективов ученых различных специальностей над всеми

звеньями триады «модель — алгоритм — программа». Модели представляют собой большие «комбайны», включающие уравнения переноса примесей и тепла, химической кинетики. Но без компьютерной хозяйственной политики уже не обойтись, так как лишь она может дать эффективные и экономичные решения.

Например, созданы опытные образцы полевой аэрозольной установки для внесения ядохимикатов, снабженной вычислительным комплексом. Перед началом работы микроЭВМ «проигрывает» модели распространения аэрозолей у земной поверхности, сообразуясь с конкретной гидрометеорологической ситуацией. При использовании этой технологии расход ядохимикатов уменьшается в 10 (!) раз, а степень поражения вредителей остается прежней.

В хозяйственных делах у человека своя рука — владыка. А что делать, например, с «большими волнами в гавани» (так звучит не лишенный поэтичности перевод японского слова «цунами»).

Единственный пока способ борьбы с ними — отвод людей и техники от побережья и прекращение работы промышленности. В нашей стране в 1959 г. создана служба оповещения, работа которой исключила человеческие жертвы от цунами. Предупреждение основано на регистрации сейсмических волн от землетрясений, которые служат главной причиной появления цунами.

Скорость сейсмических волн — несколько километров в секунду, гораздо больше скорости распространения цунами. Хотя она тоже немаленькая. Формула Лагранжа $C = \sqrt{gH}$, где H — глубина, а g — ускорение свободного падения, неплохо описывающая скорость цунами, дает для Тихого океана со средней глубиной 4 км величину 700 км/ч. Време-

ни для размышлений остается совсем немного, даже если источник находится очень далеко. Тем более что концентрация энергии в цунами убывает по минимальному закону — обратно пропорционально квадратному корню из расстояния. Полная же энергия этих волн почти не убывает. А она очень велика, так как цунами может вобрать в себя до десятой части энергии землетрясений.

Тревога звучит, если сейсмические сигналы превосходят уровень сигнала от «стандартного» землетрясения с энергией, примерно равной энергии 10 бомб, сброшенных на Хиросиму, с эпицентром в 100 км от центра регистрации. Так удается, хотя и не всегда, решить проблему безопасности людей. Но есть и другие вопросы, например экономические.

Прогноз типичного цунами оправдывается лишь в одном случае из двадцати. Оправдавшаяся тревога экономит около 1 млн. рублей. Но учтем, что ложная тревога только на советском побережье обходится в 100 тыс. рублей. Добавим в графу «Расходы» 100—200 тыс. рублей в год на содержание службы оповещения. Убытки налицо. С ними можно было бы примириться, так как речь идет о людских жизнях, но возникает новая проблема — психологическая.

Ложные тревоги службы цунами рожают недоверие к ней. Чилийское цунами 1960 г. послужило причиной гибели свыше 60 человек из числа тех 15% жителей г. Хило на Гавайях, которые игнорировали объявленную тревогу.

Кроме сейсмического метода регистрации в принципе возможны и другие, но они выглядят еще очень гипотетически. Выделить в открытом океане волну длиной десятки и сотни километров, а высотой всего лишь один-два метра практически невозможно. Лишь подходя к берегу, цунами обнаруживает себя, тормо-

Поле направлений
упавших при
Тунгусской катастрофе
деревьев
изображено штрихами.
Радиальные
и замкнутые линии
описывают движение

ударной волны по Земле:

а) фактическая

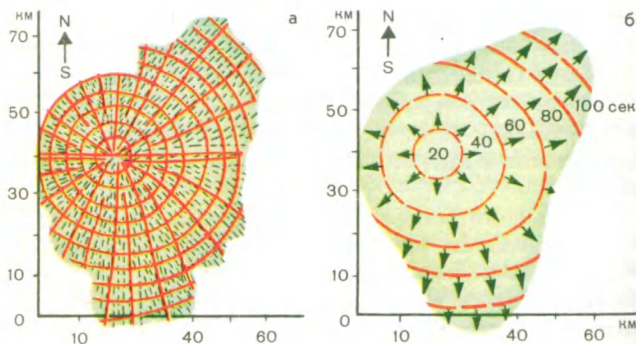
картина;

б) расчеты

В. П. Коробейникова,

П. И. Чушкина,

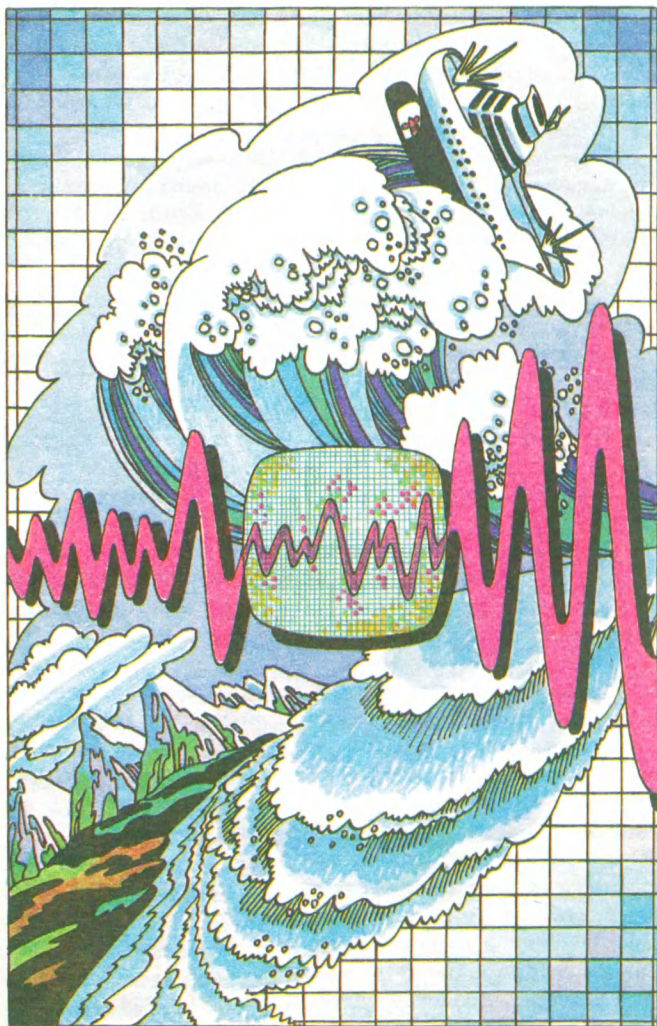
Л. В. Шуршалова.



зя, набирая высоту и «сжимая в кулак» энергию, распределенную ранее на огромной площади.

Впрочем, даже надежная регистрация образования цунами еще ничего не скажет о том, что создает волна в конкретной гавани или устье реки. И тем более ничего не даст долгосрочному прогнозу, необходимому для оптимального ведения хозяйственной деятельности на берегах, испытывающих постоянный стресс от их возможного появления. Трудно оценить точно скрытые экономические потери, но ясно, что они велики.

Словом, нужен достоверный оперативный и долгосрочный прогноз активности цунами на новой основе. Такой основой служит математическое модели-



рование. После немалых трудов ученые подошли к решению этой проблемы. Разработаны экономичные вычислительные алгоритмы и комплексы программ, с помощью которых можно быстро проследить на математической модели за развитием цунами от места зарождения до береговой зоны. Быстрота расчета особенно важна для оперативного прогноза, так как при небольшом удалении эпицентра от берега волна доходит до него за считанные минуты.

Модели и методики калибруются с помощью восстановления картины развития типичных по условиям возбуждения реальных цунами. Одним из них является Шикотанское цунами 17 июня 1973 г., вызванное землетрясением с эпицентром в 50 км от ближайшего побережья. Полутораметровая волна, о которой заранее оповестили советские и японские службы, нанесла многомиллионный материальный ущерб.

На рис. на с. 99 показана расчетная область, содержащая 5000 узлов, с пространственным шагом между ними около 5 км. Начальное возвышение поверхности распадается на две волны (см. рис. на с. 101), одна из которых уходит в океан, а другая, становясь все более крутой, движется к побережью. Расчеты привели к важному выводу: достаточно знать амплитуду и горизонтальные размеры начального возмущения. Тонкие детали его формы (они никогда не известны точно) гораздо меньше влияют на колебание воды вблизи побережья, чем рельеф дна. Сравнение расчетных и реальных мареограмм (зависимости уровня воды от времени в избранных точках наблюдений) показывает их хорошее согласие и убеждает в адекватности вычислительного эксперимента природному явлению.

Конечно, предстоит еще большая работа по уско-

Расчетная область цунами, происшедшего 17 июня 1973 г. Штриховой линией показано положение источников цунами для 3 вариантов.



рению расчетов и их автоматизации. Но представляется, что принципиальные научные проблемы уже решены. «Гоняя» на компьютерах волны по всей акватории Курило-Камчатской зоны, вычислители составляют нормативную карту цунамирайонирования Дальневосточного побережья нашей страны. Так методами математического моделирования решается важная народнохозяйственная задача — сделать возможно малым ущерб от «больших волн в гавани».

Вселенная «в клеточку». Переходя от масштабов Земли к космическим масштабам, ученые лишаются возможности не только непосредственного эксперимента, но и достаточно подробного наблюдения. Удаленные объекты, несмотря на постоянный прогресс тончайшей измерительной аппаратуры, по-прежнему уделяют нам скудные крохи информации о своем поведении. Поэтому вычислительная астрофизика и космология развиваются сейчас, пожалуй, не менее быстрыми темпами, чем теория астрофизических явлений и методы их наблюдений.

Строение атмосфер планет, вспышки сверхновых, процессы в окрестности «черных дыр» — это лишь отдельные примеры проблем, в решении которых участвует математическое моделирование. Изучение астрофизических явлений дает не только понимание фундаментальных свойств материи, но зачастую

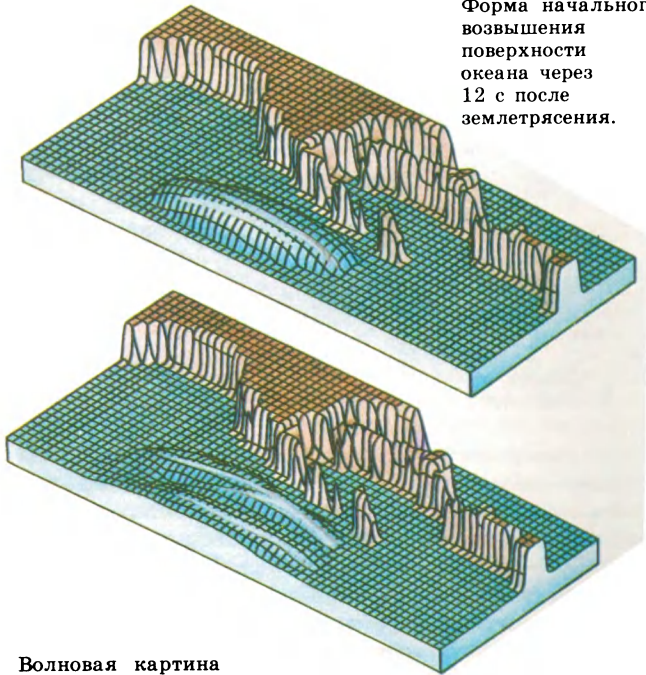
и непосредственные практические идеи.

Вспомним, что свет Солнца подсказал нам мысль о термоядерном синтезе как о новом возможном источнике энергии для человечества. Хотя, конечно, мы еще очень мало знаем о светиле, которое видим почти что ежедневно. Например, правильные суждения о природе знаменитых 11-летних циклов солнечной активности, влияющих на наши земные дела, были впервые высказаны только 30 лет тому назад. Но они требовали обоснованного качественного и количественного подтверждения. К тому же существовали и другие, хотя и менее вероятные, предположения. В частности «на подозрении» находился Юпитер, период обращения которого вокруг Солнца составляет 11,9 лет.

Точку над *i* поставило численное моделирование МГД-динамо Солнца. Так называют сложную совокупность процессов, приводящих к колебанию его магнитного поля. Солнце в некотором смысле работает как динамо-машина. Участвующие в разнообразных конвективных и турбулентных гидродинамических движениях на его поверхности заряженные частицы (токи) генерируют магнитное поле, преобразуя в него часть своей энергии. В свою очередь, возникшее магнитное поле изменяет характер их движения, что создает предпосылки для возникновения периодического процесса.

Эта гипотеза была проверена с помощью трудоемких и тонких численных расчетов уравнений Максвелла. Предположение подтвердилось — действительно существуют условия, при которых реализуется магнитная синусоида. Область необходимых для этого параметров полностью определяется значением некоторого безразмерного динамо-числа D . При $D \geq D_0$ (D_0 — критическое значение) удастся получить не только 22-летний цикл, но и точные значения

Форма начального
возвышения
поверхности
океана через
12 с после
землетрясения.

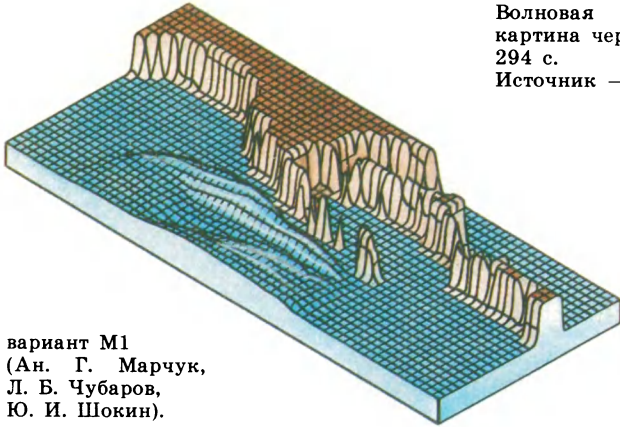


Волновая картина
через 170 с.

амплитуды магнитного поля. Динамо-число прямо связано с рядом солнечных характеристик, которые, однако, точно не известны.

Чтобы избежать «подгонки» за счет скрытых параметров, вычислитель старается примирить результаты моделирования со всеми наличными наблюдениями. На страницах нашей книги снова появляются «бабочки». Баттерфляй-диаграммы — так называются картинки, описывающие движение областей с фиксированным значением магнитного по-

Волновая
картина через
294 с.
Источник —



вариант М1
(Ан. Г. Марчук,
Л. Б. Чубаров,
Ю. И. Шокин).

ля по поверхности Солнца (на рис. на с. 104 представлены расчетные результаты за половину периода). Зоны с высокой величиной магнитного поля со временем смещаются из полярных областей к экватору и исчезают, с тем чтобы вновь появиться у полюсов. Словно гигантский «павлиний глаз» медленно, в течение 11 лет закрывает свои крылья (сравнение тем более уместно, что солнечные пятна соответствуют как раз сильным магнитным полям).

Расчетные баттерфляй-диаграммы хорошо согласуются как качественно, так и количественно с наблюдениями. Это и другие совпадения подтверждают правильность МГД-механизма генерации и его математического описания. Хотя, конечно, далеко не все загадки объяснены. Например, несколько веков назад колебания магнитного поля Солнца исчезли на целых 60 лет. Механизм этого явления также в принципе уже понят с помощью игр с математической моделью. Солнце оказалось нелинейным МГД-генератором, допускающим очень неожиданные ре-

жимы работы. Не исключено, что ученые смогут сделать практически важные выводы о прекращении на некоторый период колебаний в будущем.

А вот вопросы, которые задают себе специалисты по космологии, чаще всего связаны с далеким прошлым. По их собственным словам, для физики элементарных частиц «ранняя Вселенная — рай, в котором идут процессы при энергиях, не доступных ускорителям». Сигналы из него приносит, например, недавно открытое реликтовое излучение, в характеристиках которого, как в посмертной маске, доходят до нас утраченные черты начальных стадий развития Вселенной.

Неоднородность температуры реликтового излучения очень мала. Следовательно, в свое время Вселенная была почти однородна. Известные стандартные модели расширяющейся Вселенной, согласующиеся с рядом наблюдаемых фактов (например, законом Хаббла), также считают ее однородной. Так откуда же появились звезды, галактики и скопления галактик? Дело в гравитационном усилении малых первичных неоднородностей, основные идеи которого были ясны еще Ньютону. В дальнейшем была подробно разработана теория гравитационной неустойчивости в линейном приближении — при малых отклонениях от однородности.

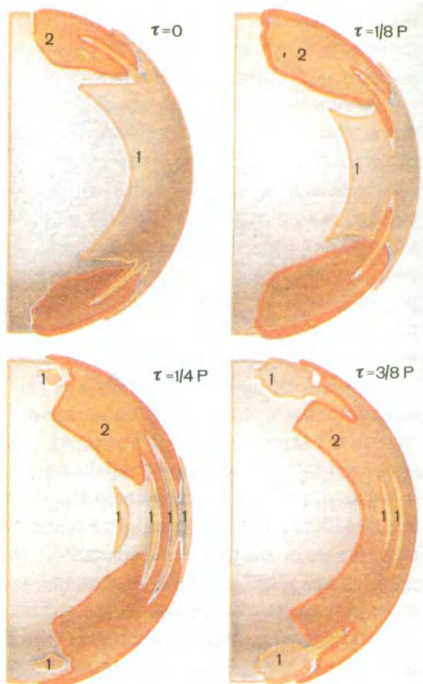
Лишь совсем недавно были получены первые представления о нелинейной стадии этого процесса, когда возмущения плотности уже не малы и можно говорить о структуре Вселенной. Оказалось, что возможно образование газовых «блинов» с повышенной плотностью, в которые стекается вещество из соседних областей пространства. Эта теория не дает ответа на вопрос о дальнейшей их эволюции.

Выяснять эти вопросы принялась компьютерная космология. Математическое моделирование приве-

Линии равного
уровня
магнитного поля
на поверхности
Солнца.

P — период
солнечной
активности

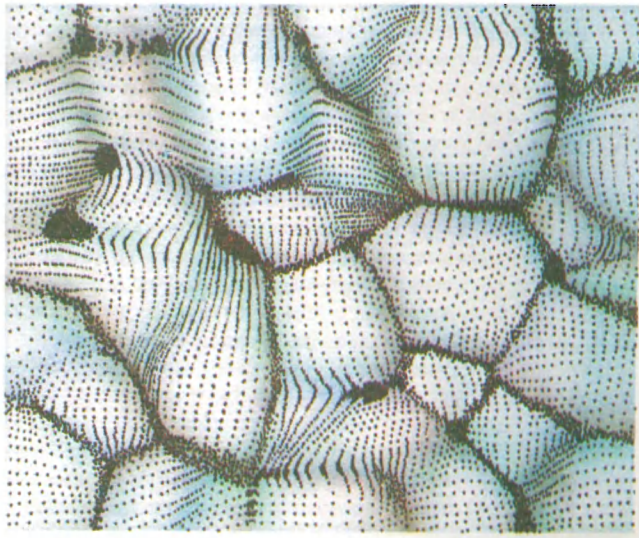
(расчет
Т. С. Ивановой и
А. А. Рузмайки-
на).



ло к неожиданному результату. Вещество с повышенной плотностью распределяется отнюдь не в виде капель, плавающих среди областей с низкой плотностью. Поверхность, которую оно занимает, скорее похожа на поверхность большого количества слипшихся друг с другом мыльных пузырей. Такова трехмерная картина. Если же представить себе ее двумерный аналог, рассекая гроздь пузырей плоскостью, то получается совокупность линий, образующая как бы сетку (см. рис. на с. 105). В ее ячейках плотность более низкая, чем в узлах и на сторонах ячейки.

Распределение
частиц,
полученное при
двумерном
численном

моделировании
происхождения
структуры Вселенной
(А. Г. Дорошкевич,
С. В. Шандарин).



Этот результат замечательным образом совпал с наблюдениями, проведенными почти в то же время. Успехи оптической и радиоастрономии позволили перейти к изучению реальной трехмерной структуры распределения галактик. Обнаружилось существование огромных областей, в которых галактики не наблюдаются. Группы и скопления галактик сосредоточены в областях, окаймляющих эти пустоты. Окончательно сформировалась концепция ячеисто-сетчатой структуры современной Вселенной, получившая бурное развитие. Математическое моделирование предсказывает, что со временем эта струк-

тура распадется и частицы будут собираться в отдельные комплексы, а затем сливаться в крупные агрегаты.

Не будем разбирать все следующие из этих результатов выводы. Подчеркнем лишь один принципиальный момент. Вещество во Вселенной самоорганизовалось благодаря своей нелинейной природе. Процессы усложнения нелинейных явлений — одно из фундаментальных их свойств. Вспомним множественные Т-слои и кольца Марангони. Процессы самоорганизации играют важнейшую роль и в биологических объектах (не последнее значение здесь имеют обсуждавшиеся выше автоволны), порождая огромное разнообразие форм жизни.

От элементарных частиц до галактик, от конкретных технологических рецептов до изучения сложнейших явлений самоорганизации — таков сегодняшний диапазон математического моделирования.

Компьютеры в роли пророков

Бурный старт компьютерной футурологии. Каждый из нас несет в себе образ будущего — далекого или близкого, ограниченного рамками личных интересов или простирающегося на целые континенты. Люди волей-неволей прогнозируют чуть ли не ежедневно, а каждый человек — футуролог.

Ясно, что неверный прогноз, если по нему принимаются важные решения, может необратимо испортить будущее. В наши дни научное предвидение необходимо как воздух человечеству, которое в своем движении уже натывается на запретительный свет той или иной Красной книги. Стало очевидным, что траектория, обеспечивающая достойное человека существование, далеко не произвольна хотя бы из-за ограниченности земных ресурсов.

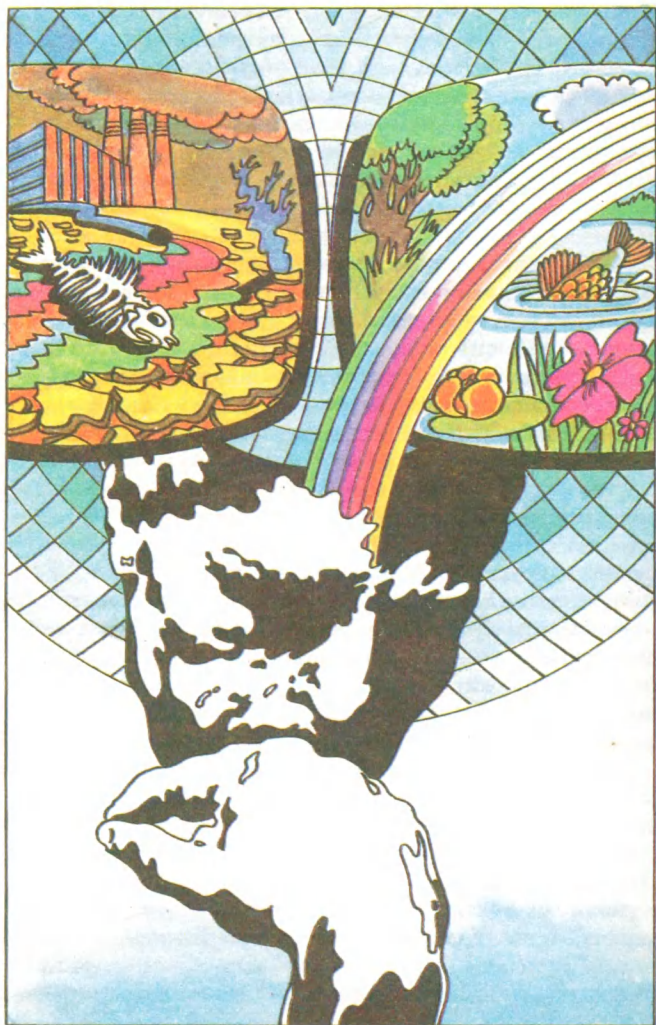
А не ломаются ли футурологи в открытую дверь?

Ведь основоположниками марксизма открыты объективные законы общественного развития. Но вспомним слова В. И. Ленина: «Идея детерминизма ... нисколько не уничтожает ни разума, ни совести человека, ни оценки его действий». Конкретное многообразие путей в будущее не устанавливается раз и навсегда. Уже потому, что возникают новые непредвиденные проблемы, скажем, мрачная возможность самоуничтожения человечества.

До недавнего времени научная прогностика пользовалась в основном двумя приемами. Один из них — продолжение, экстраполяция существующих в настоящий момент тенденций развития. При этом могут обнаружиться проблемы (например, нехватка продовольствия или перенаселенность городов), о которых надо подумать при формировании политики.

Этот прием ничего не дает для принятия решений. Он только обозначает проблему. Более того, это обозначение может быть ложным. Мы уже не раз убеждались на страницах этой книги, что даже для естественнонаучных явлений из-за их нелинейности прямая экстраполяция, основанная только на предшествующем опыте, может не иметь ничего общего с действительностью. Что и говорить о куда более сложных социальных системах, для которых нелинейность приобретает значение почти что философской категории.

Второй прием футурологии связан с экспертными оценками. Суть его ясна из названия — собираются мнения авторитетов и каким-то образом определяется результирующая «коллективного разума». Ограниченность и ненадежность обоих подходов, а главное, отсутствие каких-либо количественных критериев, ясны. Единственной количественной методологией прогноза крупномасштабных, и тем более глобальных, систем может быть только их математиче-



ское моделирование. Эти системы существуют в единственном экземпляре, «натурный эксперимент» над ними проводится лишь один раз, а учиться землянам не у кого.

В то же время нельзя пренебрегать традиционными методами прогнозтики, которая с их помощью ставит проблемы, будоражит общественное мнение и заставляет нас задуматься о будущем. Появление первой работы по глобальному моделированию стимулировалось деятельностью созданного в 1968 г. Римского клуба — неправительственной организации, содействующей футурологическим исследованиям и объединяющей политиков, ученых, представителей деловых кругов из различных, в том числе социалистических, стран. А выполнил ее Д. Форрестер — специалист по теории управления.

В 1971 г. он опубликовал результаты исследования предложенной им первой математической модели глобального развития. Эта работа — своего рода отклик на социальный заказ западной общест-венности, обеспокоенной начавшимся летом 1970 г. энергетическим кризисом, вызванным прежде всего повышением цен на нефть.

В модели Форрестера земля однородна, а ее состояние описывается пятью величинами — численностью населения P , количеством накопленного капитала \overline{K} , доли капитала в сельском хозяйстве κ , количеством имеющихся природных ресурсов \overline{R} и загрязнением среды обитания \overline{D} . Уравнения модели довольно просты. Например, для численности населения P предлагается:

$$\frac{dP}{dt} = [\pi_1 (\overline{K}, \kappa, \overline{R}, \overline{D}, P) - \pi_2 (\overline{K}, \kappa, \overline{R}, \overline{D}, P)]P.$$

Это очевидное балансное соотношение означает, что темп роста населения пропорционален его численности с коэффициентом $(\pi_1 - \pi_2)$, где π_1 и π_2 —

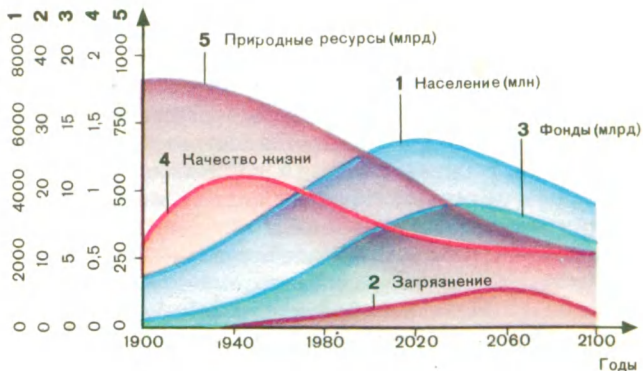
коэффициенты рождаемости и смертности. Они зависят от P и от остальных неизвестных, так что система уравнений модели заведомо нелинейна. Трудность здесь не столько в выборе уравнений, сколько в выборе коэффициентов модели. Какова, например, функциональная зависимость рождаемости от искоемых величин? Ответ еще никто не знает. Форрестер из тех или иных соображений (зачастую даже качественно необоснованных) выбирает функциональный вид коэффициентов модели и определяет их начальное численное значение, сообразуясь с уровнем 1970 г. и известными данными о развитии с 1900 по 1970 г. Модель откалибрована, можно с нею экспериментировать.

Уж не потеряли ли математики чувство меры? Составляют простенькие уравнения и пытаются всего пятью величинами описать мировое развитие. Тогда как, по крылатым словам Г. Гейне, каждый человек — это целый мир. Что же, вполне законный вопрос. Мы еще к нему вернемся. А пока напомним — чтобы обеспечить всем людям счастливую жизнь, если не сейчас, то хотя бы в будущем, необходимо довольно отчетливо его себе представлять. Но ведь человек, думая о будущем и принимая соответствующие решения, всегда пользуется некоторой мысленной моделью (аналогов нет), и эта модель неизмеримо проще, чем бесхитростная модель Форрестера.

Обществу нужен инструмент, помогающий принимать все более обоснованные решения. При их отсутствии будут преобладать волевые решения и неизбежен печальной памяти стиль руководства, получивший нелестное название «волютаризм». Математическое моделирование, не отменяющее, конечно, всего разнообразия методов и подходов, является именно таким инструментом.

Компьютерные игры Форрестера с глобальной мо-

Характеристики глобального кризиса.



делью привели к шокирующему результату: в середине следующего века человечество ждет кризис, связанный прежде всего с истощением природных ресурсов. В частности, численность населения и производство резко падают, загрязнение растет (рис. на с. 111). Что же можно предпринять?

Анализ различных вариантов показывает, что очевидные решения плохи. Важный и понятный для нас (система нелинейна) методологический вывод. Например, пусть вводится ограничение (на 25%) темпов использования природных ресурсов. Это желание естественно, так как кризис связан с их нехваткой. Но ни к чему хорошему это не приводит — чуть позже развивается катастрофический кризис загрязнения. Еще один важный вывод: частичные мероприятия ничего не дают. Необходим системный подход, учитывающий все стороны процесса. Простая с виду модель оказалась богатой на подобные заключения. Например, только регулируя все факторы в их единстве, можно достичь стабилизации раз-

вития или глобального равновесия.

Но это малопривлекательное равновесие. Скучная Земля с населением, не превышающим современную численность, причем потребление ресурсов на человека составляет $1/8$ от уровня 1970 г., а производство — 350 долларов в год (гораздо ниже нынешнего уровня производства в развитых странах).

В самом ли деле мир ожидает столь мрачная перспектива? Справедлива ли концепция «нулевого роста, или неомальтузианская концепция будущего, сформулированная на основе этой и других быстро следовавших за ней моделей, гораздо более сложных и разветвленных, но базирующихся на тех же принципах? Модель Форрестера и подобные ей можно критиковать бесконечно, что и сделали многочисленные оппоненты.

Но, пожалуй, главный методологический порок этих исследований — перенесение капиталистических тенденций хозяйствования на весь мир в целом. Некоторые авторы просто не допускают мысли о возможности целенаправленного управления человеком своего развития. Возможно, потому, что за этим им мерещится социализм. Между тем показано, что даже в рамках этих моделей управление снимает кризис. На рис. на с. 114 приведен один из возможных вариантов развития с управлением и при сокращении военных расходов примерно на 5% в год, подтверждающий этот вывод. Однако результат не должен расхолаживать — угроза кризиса реальна и предотвратить ее можно лишь сознательными организационно-техническими усилиями всего общества и вложением гораздо больших, чем сейчас, средств в научно-технический прогресс и борьбу с загрязнениями. Отметим, что, несмотря на внешнюю простоту уравнений, выбор оптимальных вариантов потребовал применения тонких математических

методов и многомесячного «диалога» с компьютером.

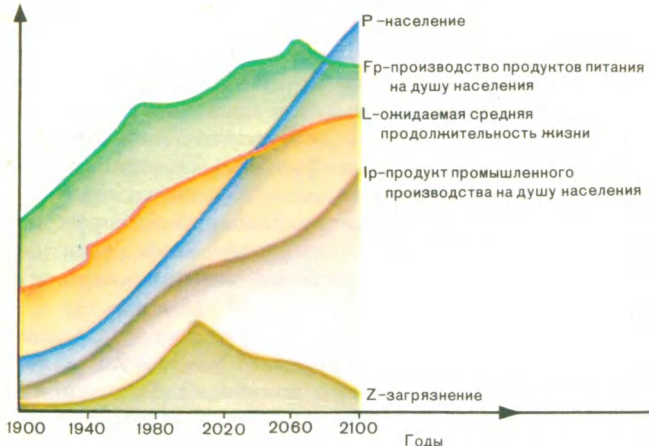
Конечно же, подобные модели еще не претендуют на выработку точных количественных рекомендаций. На это указывают и сами авторы. Пока лучше говорить не о моделировании глобального развития, а об его имитации, симуляции, т. е. о «мягком» моделировании явления, фундаментальные законы которого еще не известны. Оно позволяет нащупать основные проблемы и предварительно понять относительную роль различных факторов. Например, соотношение между затратами на научно-технический прогресс и на очистку от загрязнений, которое может быть разным при разных сценариях развития. Общество вольно выбрать более устраивающий его вариант.

Глобальное моделирование только стартовало, и все же — какой контраст с тем, чем пользовались для прогнозов люди до его появления! Это направление заняло почетное место в тематике многочисленных центров по системным исследованиям, созданы модели и методики неизмеримо более подробные и обоснованные, чем первоначальные. Они включают в себя множество связей (уравнений), учитывают разделение мира на регионы и многие другие уточняющие факторы. Ведется широкое международное сотрудничество, в том числе под эгидой ООН.

И все же ученые, понимающие ограниченность современного глобального моделирования, основанного во многом на простых балансных соотношениях типа прибыль — убыль, стремятся развивать фундаментальные исследования и понять глубинную сущность крупномасштабных процессов. Они столь сложны, что бессмысленно подступаться к ним, не разбив их предварительно на ряд блоков, которые уже можно изучать с надеждой на успех. При этом не должны быть утрачены основные связи между

Некоторые
характеристики
глобального развития
с управлением

(В. А. Егоров,
Ю. Н. Каллистов,
В. Б. Митрофанов,
А. А. Пионтковский).



блоками, т. е. необходимая системность подхода, вытекающая, в сущности, из диалектических принципов познания. Такой подход советских исследователей созвучен идеям замечательного нашего ученого, академика В. И. Вернадского, который, в частности, ввел понятие ноосферы (сферы разума) как единства всего того, что связано с активностью человека. Кратко расскажем о некоторых результатах изучения экономического, экологического и климатического блоков методами математического моделирования.

Рыночная экономика не дисплее ЭВМ. Попытка докопаться до фундаментальных экономических понятий начинается с анализа простейшей задачи — задачи о рыночной экономике при гипотезе совер-

шенной конкуренции. Эта гипотеза никогда не выполняется, но ведь речь идет пока о начальной фазе математического моделирования.

Имеются в виду, конечно, модели, охватывающие экономику в целом, а не отдельные ее состояния. В описании последних накоплен большой опыт и имеются законченные классические результаты — модели экономического равновесия и экономического роста. И все же эти модели весьма ограничены. Например, в модели равновесия считается, что механизмы регулирования столь быстро приводят экономику в состояние равновесия, что не успевают измениться ни производственные возможности хозяйства, ни экономические интересы людей. Так она и переходит от одного состояния к другому. В действительности дело обстоит совсем иначе, но ограниченность модели не только в этом — теория не может предсказать, когда же система выйдет из равновесия.

Исследования по созданию модели «в целом» столкнулись с большими трудностями. И это в идеальном предположении о совершенной конкуренции, когда считается, что производством управляют мелкие фирмы, каждая из которых не может повлиять на состояние экономики и работает в условиях заданных цен! Экономика любого государства гораздо сложнее. Ясно, что с этой точки зрения глобальные модели типа форрестеровской выглядят совершенно примитивными.

В разработке модели рыночной экономики сильно помог опыт построения моделей естественно-научных явлений. Не имея возможности останавливаться на всех подробностях, отметим лишь два момента. Оказалось, что важнейшее значение имеют системность подхода, учет связей во всей их полноте. Описание части системы должно опираться на

описание ее как целого. Ведь система нелинейна и судить о ней по поведению отдельного фрагмента нельзя! Этот принцип дал важный результат — в рамках одной модели удалось естественно объединить никак не стыковавшиеся ранее классические экономические теории, о которых шла речь выше.

Кроме того, необходимо правильное микроописание взаимодействия различных процессов в экономике через производственные отношения людей. Проводя грубую аналогию, можно сказать о попытке получить уравнения движения экономического газа, каждая молекула которого наделена разумом, волей и собственными интересами. Очень сложная задача. Но этот подход себя оправдал.

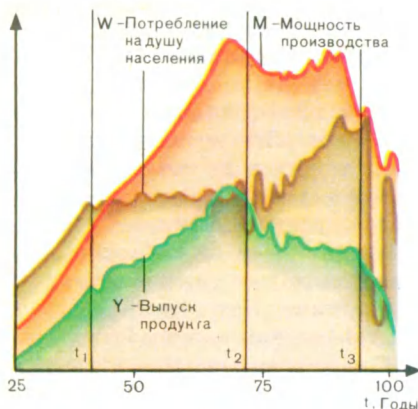
Например, сформулирован принцип вроде широко применяемых в механике вариационных принципов. Предполагается, что на рынке торговцев-перекупщиков выживают и наблюдаются только те, чье поведение в конце концов минимизирует вероятность разорения. Впору посочувствовать предпринимателям... Впрочем, они не знают об этом, потому что их собственное субъективное поведение, как вытекает из исходного принципа, выглядит стремлением максимизировать торговую прибыль. Знакомая линия поведения, но она является не исходным постулатом, закладываемым в классические экономические теории, а следствием. Из этого математического описания возникают (а не постулируются) цена продукта на рынке, меновая стоимость и ряд других важных экономических категорий. Эти результаты сообщают исследователям уверенность в правильности модели. Ее адекватность они проверяют в многократных вычислительных экспериментах, сопоставляя, пока что качественно, их со всей совокупностью известных фактов. На рис. на с. 118 приведены данные одного из экспериментов

с целью выяснить, как влияет ограниченность природных ресурсов на развитие экономики. Кратко прокомментируем их.

До момента t_1 ни трудовые, ни природные ресурсы не сдерживают роста. При этом потребление на душу населения трудящихся растет. С момента t_1 начинает сказываться ограниченность предложения трудовых ресурсов, рост замедляется, возникают колебания с периодом 5—8 лет. Их характер схож с известными циклами деловой активности, присущими рыночной экономике. Потребление в среднем стабилизируется, так же как и безработица, составляющая 3—4%. Это так называемая структурная безработица, естественная для экономики этого типа (но отнюдь не естественная для потерявших работу). После момента t_2 развитие экономики начинает сдерживаться ограниченностью предложения природных ресурсов, а сразу за моментом t_3 происходит стремительный кризис.

Капиталистическое хозяйство с его монополиями не удовлетворяет гипотезе о совершенной конкуренции. Тем не менее полученная картина качественно верно отражает характерные черты примерно десятилетнего периода его развития, начавшегося с энергетического кризиса 1970 г. (рост цен на нефть — природный ресурс). Но в отличие от модели Форрестера кризис связан не с физическим исчерпанием ресурса (который считается неограниченным), а с неспособностью рыночных механизмов удовлетворительно регулировать развитие хозяйства. Очень важно, что разговор о будущем смещается из экологической сферы в социальную.

Эти первые результаты вселяют надежду на то, что будут построены математические модели реальных экономик и повысится надежность глобального моделирования.



Вычислительный эксперимент с моделью рыночной экономики (П. С. Краснощек, А. А. Петров).

Ордер на «экологическую нишу». Прошло совсем немного лет с тех пор, как В. И. Вернадский выдвинул понятие ноосферы, и вот экологическая проблема рассматривается уже в практической плоскости. Избежать заметного влияния человека на природу, конечно, невозможно, но все ли разумно в «сфере разума»? К сожалению, нет. Подводят традиционная методология принятия решений, отсутствие научно обоснованных прогнозов.

Их результаты налицо. Осушение полесских болот привело к нарушению водного режима Днепра и подтоплению земель в его среднем и нижнем течении. В то же время осушенные площади оказались не столь пригодными для сельского хозяйства, как ожидалось. Житейское представление о болотах, которые вроде бы и не стоят особого внимания, не должно переноситься в хозяйственную политику. Болота — ценнейшие запасы природы. Воспетый К. Г. Паустовским залив Кара-Бугаз перекрыт и давно высох, а соль с его дна разносится ветром на большие расстояния. Между тем уровень

Каспия за последние годы заметно повысился.

Предлагались еще более грандиозные проекты, например повернуть вспять часть стока северных рек, регулировать течения в Босфорском проливе, перекачивать морскую воду из умеренных широт в полярный бассейн.

А чем может помочь математическое моделирование экологических процессов? В настоящее время созданы довольно сложные и подробные математические модели экологии. Средняя модель включает в себя несколько десятков искомых величин и описывает самые разнообразные явления — от производства фитопланктона и динамики лесного покрова до круговорота воды и циклов углерода, кислорода и азота. Учитываются, разумеется, и основные антропогенные воздействия. Эта работа требует внимания ко всем звеньям триады «модель — алгоритм — программа». Иначе «диалог» между исследователем и ЭВМ будет малоинформативным и медленным.

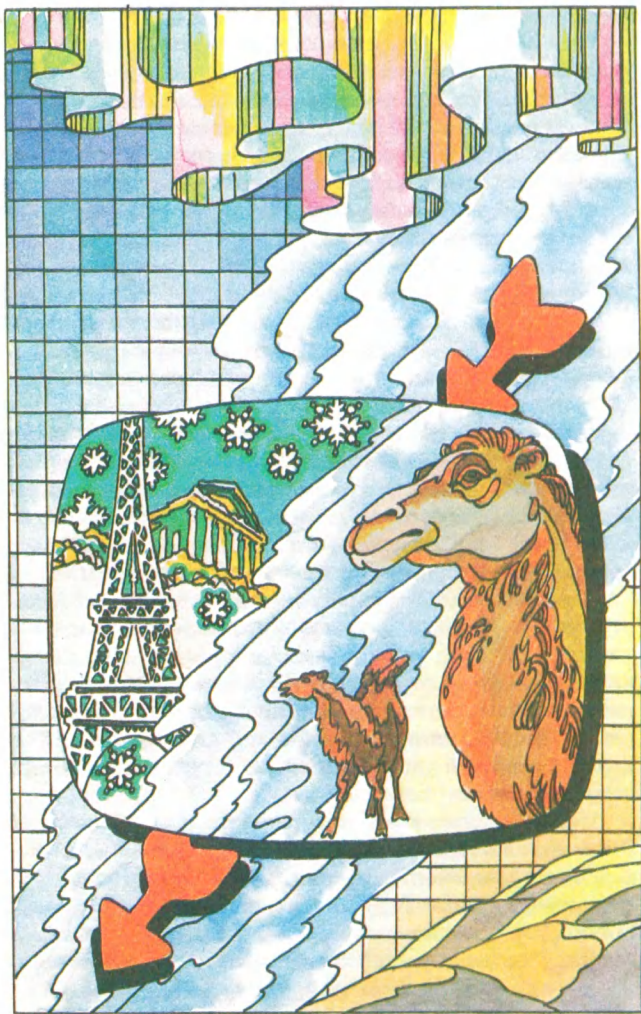
Пока компьютерные модели научились отвечать на вопросы типа «если...то». Это значит, что задается некоторый сценарий экологической политики и определяются возможные последствия. Обнадеживающий результат. Появляется возможность определять экологические тенденции как результат той или иной хозяйственной деятельности, обозначать опасные ситуации.

Например, «если» изъять 30% стока сибирских рек и направить их в Среднюю Азию, «то» в Европе заметно увеличится число осадков и понизится температура. А «если» забрать 50% стока, «то» изменится, как говорят, «экологическая ниша» и новая растительность появится там, где ее раньше не было и не могло быть. Вправе ли человек отбирать у природы ее исконные привилегии и насколько

ко далеко может простираться это право, покажут дальнейшие исследования.

Мы же подробнее обсудим один частный, но характерный результат экологического вычислительного эксперимента (В. Ф. Крапивин, Ю. М. Свирежев, А. М. Тарко). Пусть имеются два одинаковых по своим начальным условиям, размерам и другим свойствам региона — «альтруист» и «эгоист». «Альтруист» борется, принимает меры для снижения скорости загрязнений к 2000 г. в 2 раза, для уменьшения расходования минеральных ресурсов на 15%, для возрастания продуктивности животноводства на 10% и т. д. А «эгоист» все оставляет по-прежнему... Тогда в целом по планете улучшение окружающей среды будет незначительным и экологический кризис неизбежен. При равных возможностях регионов никакие меры по охране среды только в одном из них не предотвратят катастрофы, а лишь отодвинут ее. «Альтруист» может не опасаться своего соседа и самостоятельно избежать кризиса. Но лишь в том случае, если природные ресурсы «эгоиста» (минеральные ископаемые, площадь и др.) находятся в отношении 1:50 к ресурсам «образцового» региона. Серьезный аргумент против национальной и социальной ограниченности, в пользу глобального сотрудничества во взаимосвязанном мире.

Компьютер предупреждает — ядерный конфликт приведет к климатической катастрофе. Это предостережение — тоже аргумент математического моделирования. До недавнего времени в лексиконе специалистов по моделированию климатических процессов не было слов «конфликт», «мегатонна», «атака». Они скрупулезно занимались построением математических моделей климата и разработкой



численных методов их решения.

Климатические процессы невероятно сложны. Для их описания требуется учесть массу факторов и связей — солнечную радиацию, вращение Земли, движение атмосферы, энергообмен с океаном... Но дело не в громоздкости моделей. Эти процессы наделены всеми атрибутами нелинейных систем.

Например, атмосфера турбулентна, т. е. ее характеристики совершают пульсации, масштаб которых достигает сотен километров. Вычислители пока умеют аккуратно рассчитывать только простейшие турбулентные течения в трубах. К тому же атмосфера неустойчива, и это также роковым образом сказывается на ее численном моделировании. Задавшись, даже абсолютно точно (что, конечно, невозможно), начальным состоянием, вычислитель через некоторое время получает столь «разболтанную» картину, что ее никак невозможно интерпретировать. И дело не в мощности компьютеров, ограничивающей число расчетных точек, а в принципиальных трудностях описания, которые еще не решены.

Словом, не стоит упрекать тех, кто предсказывает погоду. Точный прогноз на несколько дней — уже успех. Чуть проще дело обстоит с изучением климата, характеризуемого значениями средних величин на достаточно длинном отрезке времени (годы, десятилетия). Влияние на них пульсаций и неустойчивостей осредняется и становится менее существенным.

Первые адекватные и доступные для расчета на ЭВМ модели климата были созданы лет 10—15 назад, и вычислители начали вести с ними «диалог». Например, имея в виду «парниковый эффект», спрашивали: «Как изменится средняя температура атмосферы у подстилающей поверхности, если количество углекислого газа в ней удвоится?». После вы-

числительного эксперимента получали ответ: «Произойдет глобальное потепление на 1.4°C ». Сходные вопросы задавались относительно аэрозолей, отражающих солнечный свет и способствующих охлаждению. Сравнивали модели, уточняли алгоритмы.

Этот опыт позволил дать быстрый и точный ответ на вопрос ученых — сторонников мира: «Каковы будут климатические последствия термоядерного конфликта?» Только ли ударные волны, радиация и излучение являются поражающими факторами? Бомбардировки крупных городов во второй мировой войне во многих случаях приводили к гигантским пожарам. Какова их роль?

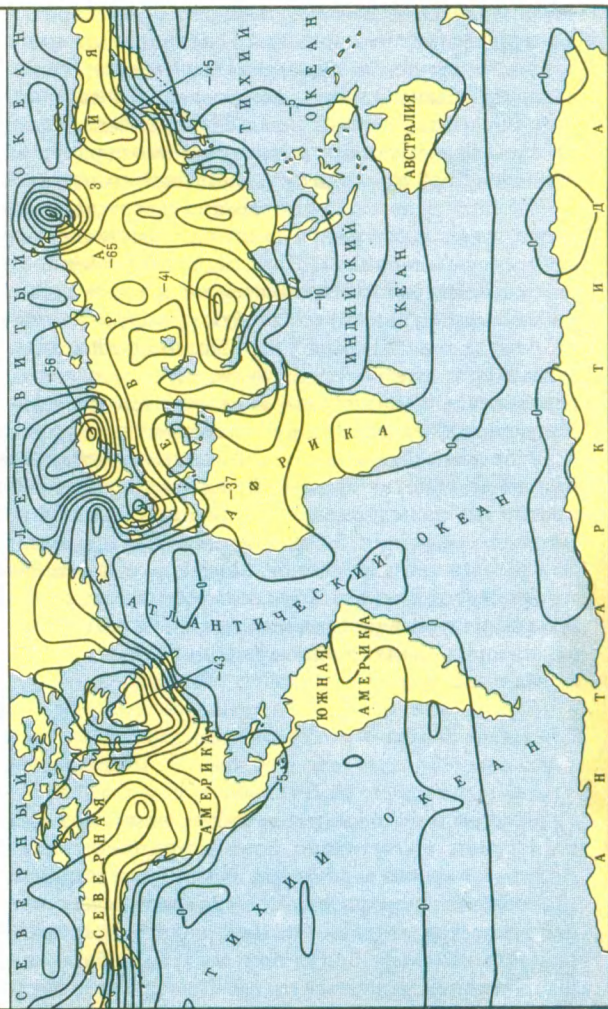
Вычислители принялись разыгрывать новые сценарии, например «атаку на города». Это значит, что используется суммарный ядерный боезапас 100 Мт — (1% от общего количества), а в атмосферу после пожаров выбрасывается 100 млн. т дыма. «Задымив» атмосферу в математической модели, ученые провели расчет и сначала не поверили своим глазам. Средняя температура воздуха у подстилающей поверхности через несколько дней уменьшилась на 15°C . А региональные изменения вообще чудовищны (см. рис. на с. 125).

Результаты, полученные впервые советскими учеными (В. В. Александровым и Г. Л. Стенчиковым), были всесторонне проверены ими самими и их коллегами из других стран. Вывод был однозначным: после конфликта наступит «ядерная зима». Это новое понятие образно описывает климатическую катастрофу. Дым поглощает солнечный свет в верхних слоях атмосферы и даже в наиболее «мягком» случае, когда используется «всего» 1% боезапаса, солнечный поток у поверхности Земли уменьшается в 20 раз. Возникает сверхстойчивая инверсия температуры, длящаяся от нескольких месяцев до года. Темпера-



ИЗМЕНЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ВОЗДУХА У ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

НА 30-40-й ДЕНЬ ПОСЛЕ ЯДЕРНОГО КОНФЛИКТА



тура на высоте горных ледников, наоборот, сильно возрастает, что вызывает наводнения континентального масштаба. Потоки воды, скатываясь на переохлажденные равнины, покрывают их ледяной коркой. Океан из-за своей большой теплоемкости остывает гораздо медленнее, и контраст температур между водой и сушей приводит к невиданной силы ураганам.

Можно привести еще немало устрашающих выводов, но мы подчеркнем лишь одно обстоятельство — катастрофа глобальна. Дым, выделившийся в отдельном регионе, распространяется на всю планету и приносит «ядерную зиму» в любую точку, в том числе и ту, откуда был нанесен удар. Поднявший меч от него и погибнет, даже если не будет ответного удара. Ибо пережить «ядерную зиму» не удастся ни отдельному региону, ни всей Земле в целом.

Этот вывод дал еще один неопровержимый аргумент человечеству против ядерной войны, в том числе против так называемой ограниченной ядерной войны. Понятие «ядерная зима» вошло как предостережение в сознание миллионов людей, в язык политиков и деятелей культуры. Хотя, конечно, не все знают, что это понятие рождено математическим моделированием, которое сделало еще один шаг к насущным проблемам человека.

Заключение

Компьютеры не вырабатывают энергию и не варят сталь. Они имеют дело с информацией, знаниями. Поэтому они универсальны. В отличие, например, от лазеров или ускорителей, сосредоточенных в руках специалистов, вычислительной техникой к концу нынешнего столетия будут пользоваться большие группы населения развитых стран. Но отсюда и трудности

широкого применения ЭВМ, «встраивания» их в нашу жизнь.

Математическое моделирование и вычислительный эксперимент, казалось бы, лишь одна из областей использования ЭВМ. Однако при внимательном взгляде обнаруживается, что триада модель — алгоритм — программа присутствует практически во всех видах деятельности, связанных с информатикой, т. е. с применением вычислительной техники, в том числе в информационных и управляющих системах. Это присутствие может быть как явным, так и завуалированным внешним компьютерным сервисом, но оно всегда есть.

Нельзя всерьез надеяться управлять сложными объектами и явлениями без глубокого проникновения в их сущность с помощью вычислительного эксперимента. Удельный вес этих методов будет постоянно увеличиваться с ростом задач и потребностей, возникающих перед обществом.

Следовательно, математическое моделирование — не очередной рецепт ученых, влюбленных в свою узкую специальность, а незаменимый инструмент нового мышления во всеусложняющемся мире, «интеллектуальное ядро» информатики.

Построение моделей, создание алгоритмов и разработка программ остаются в наших руках. Компьютер лишь замыкает созданную человеком цепочку. Применение ЭВМ — своего рода «многоборье», поэтому конечный успех обеспечивают прочные позиции в каждом «виде». Иначе компьютер превращается в дорогостоящую и порой опасную игрушку.

Только во всеоружии знаний, опираясь на весь накопленный духовный и интеллектуальный опыт, человек сможет поставить вычислительную технику себе на службу.



Компьютеры и жизнь

*Александр
Андреевич
Самарский
Александр
Петрович
Михайлов*

Научно-популярное издание

Художники:
Е. А. Коган
Л. Х. Насыров

Заведующий редакцией
В. Ю. Кирьянов

Редактор
Н. Н. Габисония

Редактор-картограф
Е. Н. Лебедева

Мл. редактор
Е. Б. Крышкина

Художественный редактор
Л. А. Бабаджаниян

Технический редактор
Е. А. Чулкова

Корректор

А. И. Сорнева

Содержание

Введение

3

**ЭВМ как
инструмент
познания**

5

**Первые шаги
вычислительного
эксперимента**

44

**Математическое
моделирование —
микромир,
клетка, Вселенная**

72

**Компьютеры
в роли пророков**

106

Заключение

126

ИЗДАТЕЛЬСТВО
•ПЕДАГОГИКА•

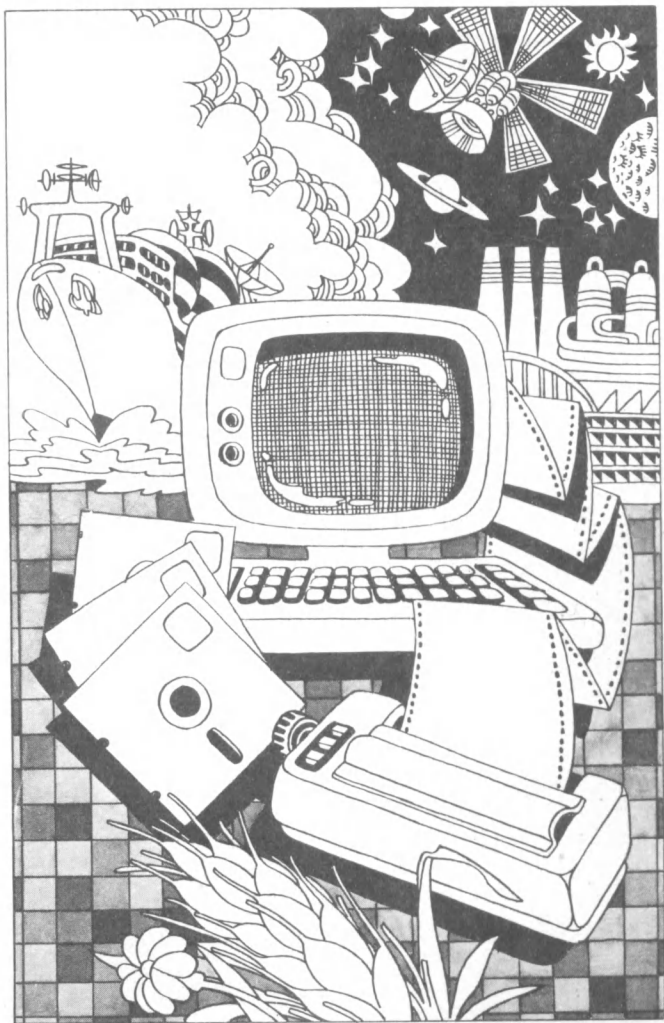
НБ № 1060

Сдано в набор 30.12.86. Под-
писано в печать 03.09.87.
Формат 70×100¹/₃₂. Бумага
офсетная № 1. Печать офсет.
Гарнитура школьная. Усл.
печ. л. 5,2. Уч.-изд. л. 5,43.
Усл. кр.-отт. 21,28. Тираж
200 000 экз. Заказ № 773.
Цена 35 коп.

Издательство «Педагогика»
Академии педагогических
наук СССР и Государствен-
ного комитета СССР по де-
лам издательств, полигра-
фии и книжной торговли.
107847, Москва, Лефортов-
ский пер., 8.

Ордена Трудового Красного
Знамени Калининский по-
лиграфический комбинат
Союзполиграфпрома при Го-
сударственном комите-
те СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной тор-
говли.

170024, г. Калинин, пр. Ле-
нина, 5.



35 коп.

Читайте
следующую
книгу
библиотечки
«Ученые —
школьнику»!

●
Какую роль в идейно-нравственном формировании сегодняшнего юношества призвана сыграть новая редакция Программы партии?

●
Как она помогает выполнять в наши дни ленинский завет — «Учиться коммунизму»?

●
Какие перспективы открывает перед молодежью курс партии на ускорение общественного развития?

●
На все эти вопросы отвечает книга «Программа партии — программа жизни», которую написал кандидат философских наук С. Н. Земляной.



ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ПЕДАГОГИКА»