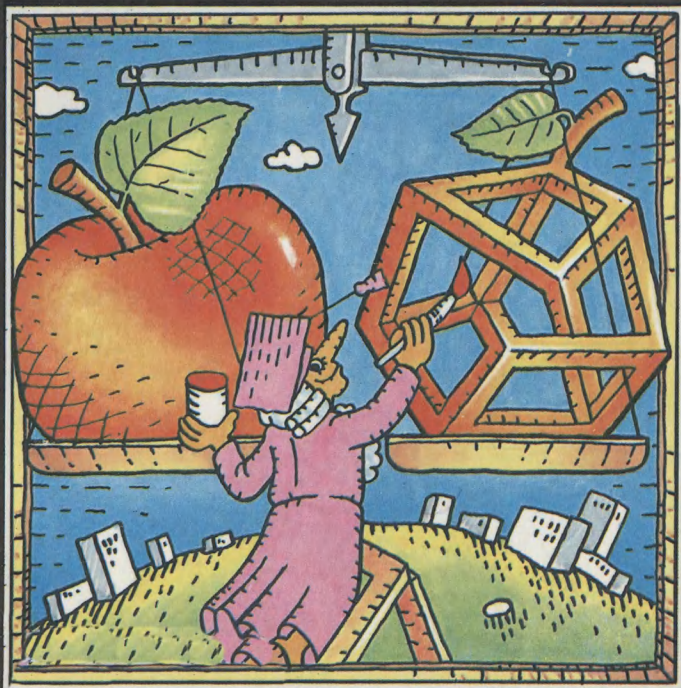
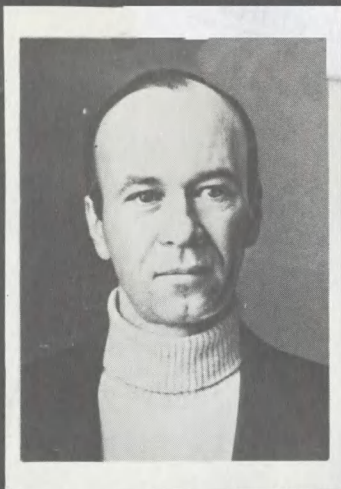


А.А.Ивин

Ш*ученые*
ДЭ
КОЛЬНИКУ*

Строгий мир ЛОГИКИ





АЛЕКСАНДР АРХИПОВИЧ ИВИН — доктор философских наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института философии АН СССР.

Родился в 1939 г. Окончил Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова. С 1968 г. работает сначала на философском факультете МГУ, затем в секторе логики Института философии АН СССР. Ведет исследования в области логического анализа оценочного и нормативного рассуждения, логических теорий времени, причинности, детерминизма, научного объяснения и понима-

ния. Он автор монографий «Основания логики оценок» и «Логика норм», переведенных на многие языки, а также книг «По законам логики» и «Искусство правильно мыслить».

В последние годы, исследуя историю теоретического мышления, он опубликовал работы, посвященные античному и средневековому стилям мышления и их связи с современной методологией науки.

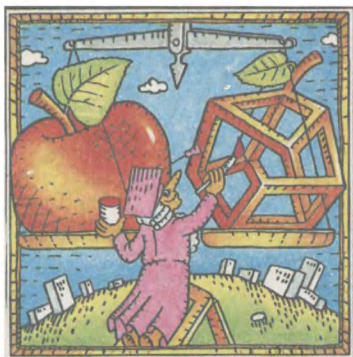
А. А. Ивин

Библиотечка
Детской
энциклопедии



Строгий мир логики

Редакционная
коллегия:
И. В. Петрянов
(главный редактор),
И. Л. Кнунянц,
А. Л. Нарочницкий



Москва
«Педагогика» 1988

ББК 87.4
И 11

Рецензенты:

доктор философских наук *Е. Е. Ледников*,
доктор философских наук *В. Н. Костюк*

Ивин А. А.

И 11 Строгий мир логики. — М.: Педагогика, 1988. — 128 с.: ил. — (Б-чка Детской энциклопедии «Ученые — школьнику»).

35 коп.

В книге доктора философских наук А. А. Ивина рассказывается о науке логике. Читатели познакомятся с принципами человеческого мышления, типичными ошибками в доказательствах и опровержениях, основными законами логики. Книга будет способствовать повышению культуры мышления школьников, лучшему усвоению ими основ наук.

Для старшекласников.

И 4306000000 (4802000000)-064 КБ-53-66-1987 ББК 87.4
005(01)-88

ISBN -5-7155-0131-8

© Издательство «Педагогика», 1988

Эта книга посвящена логике — науке о принципах правильного мышления.

Трудно найти более многогранное и сложное явление, чем человеческое мышление. Оно изучается многими науками, и логика — одна из них. Всякое движение нашей мысли, постигающей истину, добро и красоту, опирается на логические законы. Мы можем не осознавать их, но вынуждены всегда следовать им. Задача книги — соединить логическую теорию и практику, описать современные научные представления о механизме человеческого мышления и вместе с тем помочь читателю «узнать то, что он знает», углубить и оживить имеющееся у него стихийно сложившееся знание логики, научить эффективно им распоряжаться.

Всегда было принято считать, что без знания логики, полученного в практике мышления или путем специального изучения, нет образованного человека. Сейчас, в условиях научно-технической революции и коренного преобразования характера человеческого труда, ценность такого знания возрастает. Особенно важно помнить об этом нынешнему школьнику, готовящемуся жить в «информационном обществе» XXI в.

Растущее значение компьютерной грамотности — свидетельство важности знания логики — одной из теоретических основ электронно-вычислительной техники.

Многими конкретными обстоятельствами жизни и деятельности человека определяются те сведения, которые действительно нужны ему и остаются в его памяти. Но нужно помнить, что наши знания не набор

разрозненных сведений, а цельная, внутренне согласованная система. Решающую роль в обеспечении ее единства играют внутренние, логические связи ее утверждений. Каким бы ни было содержание знания, логика — необходимое средство придания ему ясности, определенности, последовательности. Поэтому она важна для каждого человека независимо от рода занятий. Знание ее благотворно сказывается на всякой человеческой деятельности.

Мир логики не только строг, но и необычен. Его объекты абстрактны, лишены наглядности и эмоционального оттенка. Психологические, личностные моменты сведены к минимуму. Это сфера чистого разума, а не чувств. С ним трудно связать живые образы и представления. Его законы, иллюстрируемые на конкретных примерах, порождают зачастую громоздкие и неуклюжие конструкции, далекие как будто от реального мышления.

И вместе с тем это наш мир, наше собственное мышление, но мышление, освобожденное от всего, что не связано непосредственно с его логической последовательностью и правильностью.

Кто мыслит логично

Интуитивная логика. Заметить несостоятельность некоторых доказательств можно и без специальных знаний. Вполне достаточно естественной логики, тех интуитивных представлений о правильности рассуждения, которые складываются у нас в процессе повседневной практики мышления.

Однако далеко не всегда эта интуитивная логика успешно справляется со встающими перед нею задачами.

Правильно ли рассуждает человек, когда говорит:



«Если бы алюминий был металлом, он проводил бы электрический ток; алюминий проводит ток; значит, он металл»? Чаще всего отвечают: правильно, алюминий металл, и он проводит ток.

Этот ответ, однако, неверен. Логическая правильность, как гласит теория, это способ связи утверждений. Она не зависит от того, истинны используемые в выводе утверждения или нет. Хотя все три утверждения, входящие в рассуждение, верны, между ними нет логической связи. Рассуждение построено по неправильной схеме: «Если есть первое, то есть второе; второе есть; значит, есть и первое». Такая схема от истинных исходных положений может вести не только к истинному, но и к ложному заключению, она не гарантирует получения новых истин из имеющихся.

Другой пример: «Если бы шел дождь, земля была бы мокрой; но дождя нет; следовательно, земля не мокрая». Это рассуждение интуитивно обычно оценивается как правильное, но достаточно небольшого размышления, чтобы убедиться, что это не так. Верно, что в дождь земля всегда мокрая; но если даже дождя нет, из этого вовсе не следует, что она сухая: земля могла быть просто полита. Рассуждение опять-таки идет по неправильной схеме. Эта схема может привести к ошибочному заключению. «Если у человека повышенная температура, он болен; у него нет повышенной температуры; значит, он не болен» — оба исходных утверждения верны, но вывод неверен: многие болезни протекают без повышенной температуры.

Психологи занимаются проблемой связи мышления с культурой, предполагая, что люди разных эпох и соответствующих им культур мыслят по-разному. Ни к чему определенному эти исследования пока не привели, но показали, сколь высок процент логических ошибок в рассуждениях, опирающихся на интуитивную логику.

Во время исследования, проводившегося в Либерии и в США, предлагалась такая задача, представленная в форме сказки:

«Два человека, которых звали Флюмо и Иакпало, захотели жениться. Они отправились на поиски невест, захватив с собой подарки: деньги и болезнь. Зайдя в дом, в котором жила красивая девушка, они сказали хозяину: «Если ты не выдашь свою дочь за одного из нас и не примешь его подарки, тебе придется плохо».

Флюмо сказал: «Ты должен взять деньги *и* болезнь».

Иакпало сказал: «Ты должен взять деньги *или* болезнь».

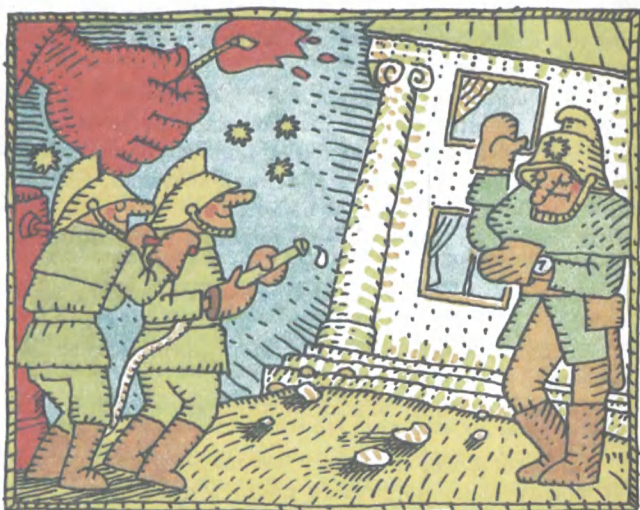
За кого из них выдал хозяин свою дочь и почему?»

Оказалось, что даже эту несложную задачу многие испытуемые не сумели решить правильно. Причем процент неверных ответов был одинаковым в двух группах испытуемых, заметно различавшихся по уровню своего образования.

Эти простые примеры показывают, что логика, усвоенная стихийно, даже в обычных ситуациях может оказаться ненадежной.

Навык правильного мышления не предполагает каких-либо теоретических знаний, умения объяснить, почему что-то делается именно так, а не иначе. Интуитивная логика почти всегда недостаточна для критики неправильного рассуждения. К тому же сама она, как правило, беззащитна перед лицом критики.

Одна пожарная команда все время опаздывала на пожары. После очередного опоздания брандмейстер издал приказ: «В связи с тем, что команда систематически опаздывает на пожар, приказываю со следующего дня выезжать всем за 15 минут до начала пожара». Понятно, что этот приказ по своей сути абсур-



ден. Над ним можно посмеяться, но выполнить его нельзя. Какие же именно принципы логики им нарушены? Как убедительно показать, что приказ логически несостоятелен? Интуитивной логики для ответа на подобные вопросы явно недостаточно.

Л. Н. Толстой сказал о первых годах своей жизни: «Разве не тогда я приобрел все то, чем я теперь живу, и приобрел так много, так быстро, что во всю остальную жизнь я не приобрел и сотой доли того? От пятилетнего ребенка до меня только шаг. А от новорожденного до пятилетнего страшное расстояние».

Среди ранних приобретений детского разума огромную ценность представляет, конечно, язык: его словарный фонд и грамматика. Но не меньшую ценность имеет умение логически правильно мыслить. Незаметно и быстро оно усваивается в детстве.

Ребенок может сказать: «У тебя большой шар, а



у меня красный», «Принеси мне коробочку точно такой величины, но чтоб была побольше» и т. п. Но постепенно его мышление становится все более упорядоченным и последовательным. Слова складываются во фразы, фразы начинают связываться между собой так, что становится невозможным, приняв одни, не принять другие. Период «детской логики» заканчивается, ребенок начинает рассуждать «как взрослый». Усвоение языка оказывается одновременно и усвоением общечеловеческой, не зависящей от конкретных языков логики. Без нее, как и без грамматики, нет, в сущности, владения языком.

В дальнейшем стихийно сложившееся знание грамматики систематизируется и шлифуется в процессе школьного обучения. На логику же специального внимания не обращается, ее совершенствование остается стихийным процессом. Нет поэтому ничего странного в том, что, научившись на практике последовательно и доказательно рассуждать, человек затрудняется ответить, какими принципами он при этом руководствуется. Почувствовав сбой в рассуждении, он оказывается, как правило, не способным

объяснить, какая логическая ошибка допущена. Это под силу только теории логики.

Задачи логики. Слово «логика» употребляется нами довольно часто, но в разных значениях. Нередко говорят о логике событий, логике характера и т. д. В этих случаях имеется в виду определенная последовательность и взаимозависимость событий или поступков. «Быть может, он безумец, — говорит один из героев рассказа английского писателя Г. К. Честертона, — но в его безумии есть логика. Почти всегда в безумии есть логика. Именно это и сводит человека с ума». Здесь логика как раз означает наличие в мыслях определенной общей линии, от которой человек не в силах отойти.

Слово «логика» употребляется также в связи с процессами мышления. Так, мы говорим о логичном и нелогичном мышлении, имея в виду его определенность, последовательность, доказательность и т. п.

Кроме того, логика — особая наука о мышлении. Она возникла еще в IV в. до н. э., основателем ее считается древнегреческий философ Аристотель. Позднее она стала называться формальной логикой.

Историю логики можно разделить на два основных этапа: I продолжался более 2 тыс. лет, в течение которых логика развивалась очень медленно; II начался во второй половине XIX в., когда в логике произошла научная революция, в корне изменившая ее лицо. Это было обусловлено прежде всего проникновением в нее математических методов. На смену аристотелевской, или традиционной, логике пришла современная логика, называемая также математической или символической. Эта новая логика не является, конечно, логическим исследованием исключительно математических доказательств. Она представляет собой современную теорию всякого пра-

вильного рассуждения, «логику по предмету и математику по методу», как охарактеризовал ее известный русский логик П. С. Порецкий.

Сфера конкретных интересов логики существенно менялась на протяжении ее истории, но основная цель всегда оставалась неизменной: исследование того, как из одних утверждений можно выводить другие. При этом предполагается, что вывод зависит только от способа связи входящих в него утверждений и их строения, а не от их конкретного содержания. Изучая, «что из чего следует», логика выявляет наиболее общие, или, как говорят, формальные, условия правильного мышления.

Вот несколько примеров логических, или формальных, требований к мышлению:

независимо от того, о чем идет речь, нельзя что-либо одновременно и утверждать и отрицать;

нельзя принимать некоторые утверждения, не принимая вместе с тем все то, что вытекает из них;

невозможное не является возможным, доказанное — сомнительным, обязательное — запрещенным и т. п.

Эти и подобные им требования не зависят, конечно, от конкретного содержания наших мыслей, от того, что именно утверждается или отрицается, что считается возможным, а что — невозможным.

Задача логического исследования — обнаружение и систематизация определенных схем правильного рассуждения. Эти схемы представляют логические законы, лежащие в основе логически правильного мышления. Рассуждать логично — значит рассуждать в соответствии с законами логики.

Отсюда понятна важность данных законов. Об их природе, источнике их обязательности высказывались разные точки зрения. С позиции диалектического материализма логические законы независимы от воли и

сознания человека. Их принудительная сила для человеческого мышления объясняется тем, что они являются в конечном счете отображением в голове человека наиболее общих отношений самого реального мира, практики его познания и преобразования человеком. Законы логики кажутся самоочевидными и как бы изначально присущими человеческой способности рассуждать. Но они, подчеркивал В. И. Ленин, «суть отражения объективного в субъективном сознании человека».

Логика и наука. Французский дипломат Талейран заметил однажды, что реалист не может долго оставаться реалистом, если он не идеалист, и идеалист не может долго оставаться идеалистом, если он не реалист. Применительно к нашей теме эту мысль можно истолковать как указание на две основные опасности, всегда подстерегающие логическое исследование. С одной стороны, логика отталкивается от реального мышления, но она дает абстрактную его модель. С другой стороны, прибегая к абстракциям высокого уровня, логика не должна отрываться от конкретных, данных в опыте процессов рассуждения.

Как и математика, логика не является эмпирической, опытной наукой. Но стимулы к развитию она черпает из практики реального мышления. А изменение последней так или иначе ведет к изменению самой логики.

В общем и целом развитие логики всегда было связано с теоретическим мышлением своего времени и прежде всего с развитием науки. Конкретные рассуждения дают логике материал, из которого она извлекает то, что именуется логическим законом, формой мысли и т. д. Теории логической правильности оказываются в итоге очищением, систематизацией и обобщением практики мышления.

Современная логика с особой наглядностью подтверждает это. Она активно реагирует на изменения в стиле и способе научного мышления, на осмысление его особенностей в теории науки.

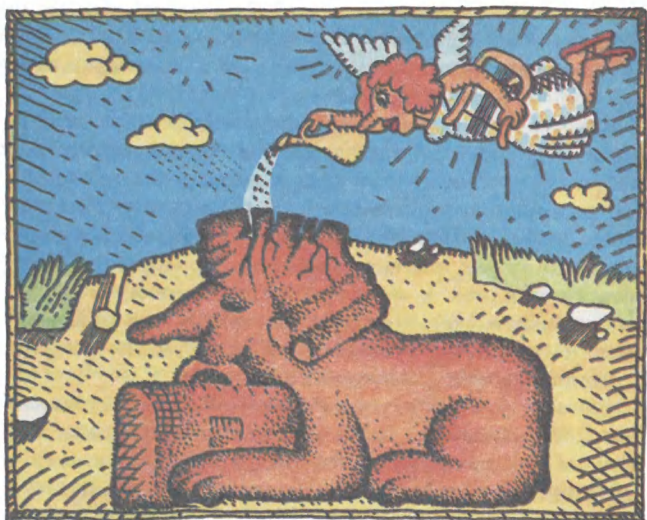
Сейчас логическое исследование научного знания активно ведется в целом ряде как давно освоенных, так и новых областей. Можно выделить четыре основных направления этого исследования: анализ логического и математического знания, применение логического анализа к опытному знанию, применение логического анализа к оценочно-нормативному знанию, применение логического анализа в исследовании приемов и операций, постоянно используемых во всех сферах научной деятельности.

Логика не только используется в исследовании научного познания, но и сама получает мощные импульсы для развития в результате воздействия своих научных приложений. Имеет место именно взаимодействие логики и науки, а не простое применение готового аппарата логики к некоторому внешнему для него материалу.

Логика и творчество. Иногда можно услышать мнение, будто логика препятствует творчеству. Последнее опирается на интуицию, оно требует внутренней свободы, раскрепощенного, раскованного полета мысли. Логика же связывает мышление своими жесткими схемами, она анатомирует его, предписывая контролировать каждый его шаг.

Нет веры к вымыслам чудесным,
Рассудок все опустошил
И, покорив законам тесным
И воздух, и моря, и сушу,
Как пленников, их обнажил...

Ф. И. Тютчев

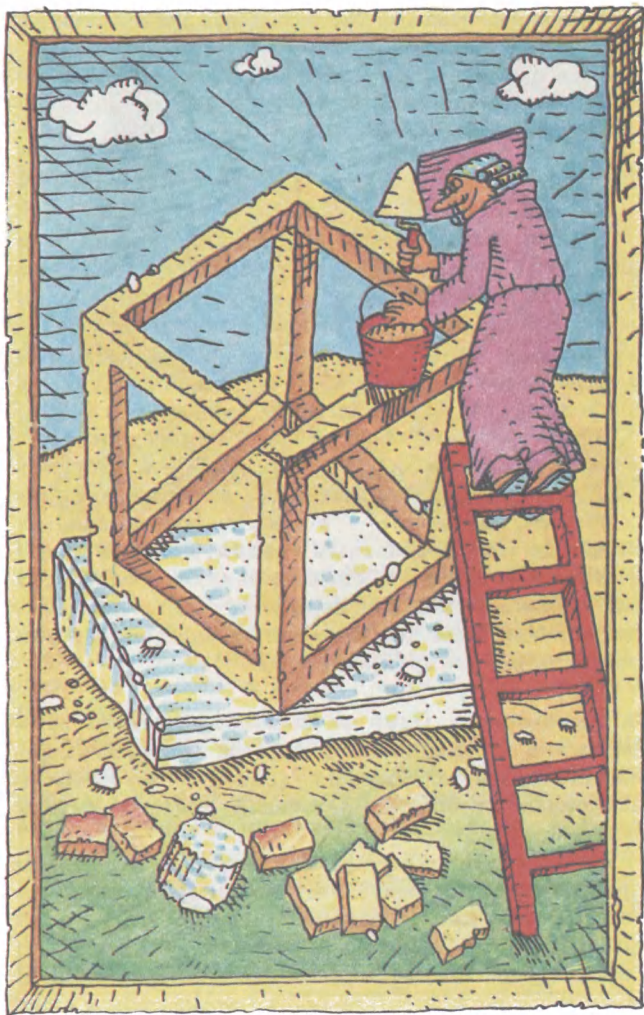


Не делает ли логика человека скучным, однотонным, лишенным всякой светотени? Нет.

Творчество безо всяких ограничений — это не более, чем фантастика. Законы логики стесняют человеческое мышление не больше, чем любые другие научные законы. Подлинная свобода не в пренебрежении необходимостью и выражающими ее законами, а в следовании им.

Логичность сама по себе не исключает ни интуицию, ни фантазию. Дилемма «либо логика, либо интуиция» несостоятельна. Даже детская игра подчиняется определенным ограничениям.

Нельзя не считаться с ограничительными принципами логики и пытаться создавать иллюзию, будто можно обходиться без них. Надо максимально овладеть этими принципами, сделать их применение есте-



ственным и свободным, не затрудняющим движения мысли. Только в этом случае станет возможным плодотворное творчество, предполагающее не только способность выдвинуть интересную идею, но и умение убедительно обосновать ее

Законы логики

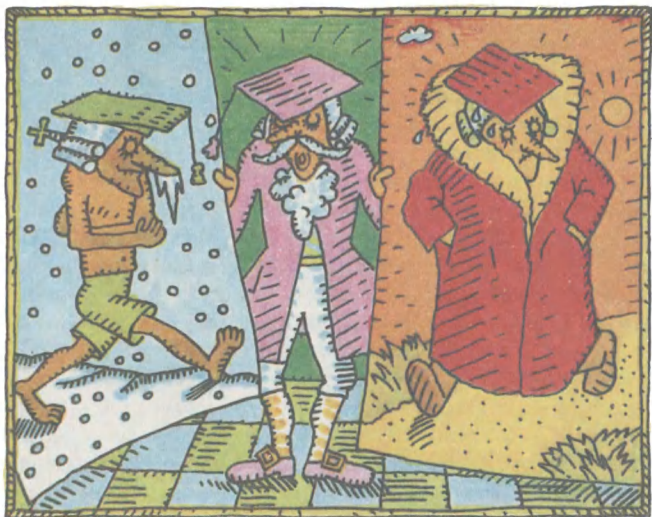
В логике, как и во всякой науке, главное — законы. Логических законов бесконечно много, и в этом ее отличие от большинства других наук. Однородные законы объединяются в логические системы, которые тоже обычно именуются логиками. Каждая из них дает описание логической структуры определенного фрагмента, или типа, наших рассуждений.

Без логического закона нельзя понять, что такое логическое следование, а тем самым — и что такое доказательство. Правильное, или, как обычно говорят, логическое, мышление — это мышление по законам логики, по тем абстрактным схемам, которые фиксируются ими. Законы логики составляют тот невидимый каркас, на котором держится последовательное рассуждение и без которого оно превращается в хаотическую, бессвязную речь.

Закон противоречия. Один из наиболее известных законов логики — закон непротиворечия. Его сформулировал еще Аристотель, назвав «самым достоверным из всех начал, свободным от всякой предположительности».

Закон говорит о высказываниях, одно из которых отрицает другое, а вместе составляют логическое противоречие, например: «Пять — нечетное число, и неверно, что пять — нечетное число».

Идея, выражаемая законом непротиворечия, проста: высказывание и его отрицание не могут быть одно-



временно истинными. Пусть A обозначает произвольное высказывание, $\neg A$ — отрицание этого высказывания. Тогда закон можно представить так: «Неверно, что A и $\neg A$ ». Неверно, например, что Солнце — звезда и Солнце не является звездой, что человек — разумное существо и вместе с тем не является разумным и т. п.

Закон непротиворечия не раз становился предметом ожесточенных споров. Попытки опровергнуть его чаще всего были связаны с неправильным пониманием логического противоречия. Составляющие его утверждения должны говорить об одном и том же предмете, который рассматривается в одном и том же отношении. Если этого нет, нет и противоречия. Те примеры, которые обычно противопоставляют закону непротиворечия, не являются подлинными противоречиями и не имеют к нему никакого отношения.

В «Гисторических материалах» Козьмы Пруtkова нашел отражение такой эпизод: «Некий, весьма умный, XIV века ученый справедливо тогдашнему германскому императору заметил: *«Отыскивая противоречия, нередко на мнимые наткнуться можно и в превеликие от того и смеху достойные ошибки войти: не явное ли в том, ваше величество, покажется малому противоречие, что люди в теплую погоду обычно в холодное платье облачаются, а в холодную, насупротив того, завсегда теплое одевают?»* ...Сии, с достоинством произнесенные, ученого слова произвели на присутствующих должное действие, и ученому тому, до самой смерти его, всегда особое внимание оказывали».

Этот поучительный случай описывается под заголовком: «Наклонность противоречия нередко в ошибки ввести может». Применительно к нашей теме можно сделать такой вывод: наклонность видеть логические противоречия там, где их нет, обязательно ведет к неверному истолкованию закона непротиворечия и попыткам ограничить его действие.

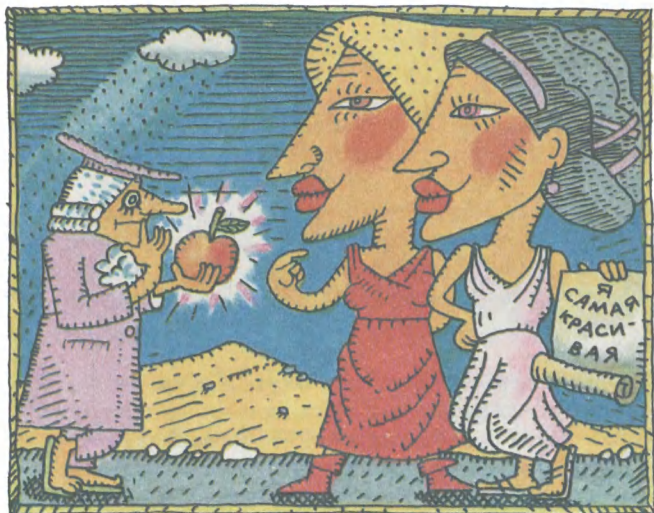
Нет противоречия в утверждении: «Осень настала и еще не настала». Подразумевается, что, хотя по календарю уже осень, тепло, как летом.

В оде «Бог» — вдохновенном гимне человеческому разуму — Г. Р. Державин соединяет вместе явно несоединимое:

...Я телом в прахе истлеваю,
Умом громам повелеваю,
Я царь — я раб, я червь — я бог!

Но здесь нет противоречия. Точно так же, как нет его в словах песни: «Речка движется и не движется... Песня слышится и не слышится».

Отношение логики к противоречиям лишено двусмысленности и неопределенности: где есть противоречия, там логика поколеблена.



«Логической противоречивости, — писал В. И. Ленин, — при условии, конечно, правильного логического мышления — не должно быть *ни* в экономическом, *ни* в политическом анализе».

Диалектические противоречия. Это противоречия самих реальных объектов. Все существующее представляет собой единство двух взаимно предполагающих и вместе с тем взаимно исключающих друг друга сторон. В живой природе это динамическое противоречие ассимиляции и диссимиляции, изменчивости и наследственности и т. д., в науке — противоречие между теорией и опытом, между интеграцией и дифференциацией научного знания и т. д.

В диалектике, являющейся универсальной теорией развития, внутренняя противоречивость всех вещей

и явлений рассматривается как источник и движущая сила всякого развития. Закон единства и борьбы противоположностей, составляющих диалектическое противоречие, В. И. Ленин называл ядром диалектики.

Логические противоречия — противоречия непоследовательного, путаного рассуждения — принципиально отличны от противоречий диалектических. Закон непротиворечия запрещает первые, но не распространяется на вторые. О диалектике развития и борьбе противоположных сторон, определяющей развитие, нужно рассуждать последовательно и непротиворечиво, как и обо всем другом.

Неявные противоречия. Никто, пожалуй, не утверждает прямолинейно, что дождь идет и не идет или что трава зеленая и одновременно не зеленая. А если и утверждает, то только в переносном смысле. Противоречие вкрадывается в утверждение, как правило, в неявном виде. Чаще всего противоречие довольно легко обнаружить.

В начале века, когда автомобилей стало довольно много, в английском графстве было издано распоряжение: если два автомобиля подъезжают одновременно к пересечению дорог под прямым углом, то каждый из них должен ждать, пока не проедет другой. Это распоряжение внутренне противоречиво и потому невыполнимо.

У детей популярны головоломки такого типа: что произойдет, если всепоглощающее пушечное ядро, сметающее на своем пути все, попадет в несокрушимый столб, который нельзя ни повалить, ни сломать? Ясно, что ничего не произойдет: подобная ситуация логически противоречива.

Однажды актер, исполняющий эпизодическую роль слуги, желая хотя бы чуть-чуть увеличить свой текст, произнес:



— Синьор, немой явился... и хочет с вами поговорить.

Давая партнеру возможность поправить ошибку, другой актер ответил:

— А вы уверены, что он немой?

— Во всяком случае, он сам так говорит...

Этот «говорящий немой» так же противоречив, как и «знаменитый разбойник, четвертованный на три неравные половины» или как «окружность со многими тупыми углами».

Противоречие может быть и более скрытым.

М. Твен рассказывает о беседе с репортером, явившимся взять у него интервью:

— Есть ли у вас брат?

— Да, мы звали его Билль. Бедный Билль!

— Так он умер?

— Мы никогда не могли узнать этого. Глубокая тайна парит над этим делом. Мы были — усопший и я — двумя близнецами и, имея две недели от роду, купались в одной лохани. Один из нас утонул в ней, но никогда не могли узнать который. Одни думают, что Билль, другие — что я.

— Странно, но вы-то, что вы об этом думаете?



— Слушайте, я открою вам тайну, которой не поверял еще ни одной живой душе. Один из нас двоих имел особенный знак на левой руке, и это был я. Так что тот ребенок, что утонул...

Понятно, что, если бы утонул сам рассказчик, он не выяснял бы, кто же все-таки утонул: он сам или его брат. Противоречие маскируется тем, что говорящий выражается так, как если бы он был неким третьим лицом, а не одним из близнецов.

Скрытое противоречие является стержнем и маленького рассказа польского писателя-юмориста Э. Липиньского: «Жан Марк Натюр, известный французский художник-портретист, долгое время не мог схватить сходство с португальским послом, которого как раз рисовал.

Расстроенный неудачей, он уже собирался бросить работу, но перспектива высокого гонорара склонила

его к дальнейшим попыткам добиться сходства.

Когда портрет близился к завершению и сходство было уже почти достигнуто, португальский посол покинул Францию, и портрет остался с несхваченным сходством.

Натюр продал его очень выгодно, но с этого времени решил сначала схватывать сходство и только потом приступать к написанию портрета».

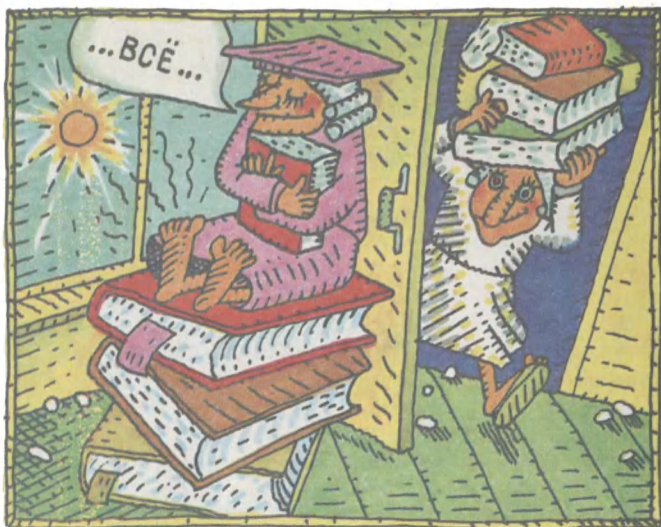
Уловить сходство несуществующего портрета с оригиналом так же невозможно, как невозможно написать портрет, не написав его.

В комедии Козьмы Пруткова «Фантазия» некто Беспардонный намеревается продать «портрет одного знаменитого незнакомца: очень похож...». Здесь ситуация обратная: если оригинал неизвестен, о портрете нельзя сказать, что он похож. Кроме того, о совершенно неизвестном человеке нелепо утверждать, что он знаменит.

Многообразие противоречий. Противоречие недопустимо в строгом рассуждении, когда оно смешивает истину с ложью. Но, как очевидно из приведенных примеров, в обычной речи у противоречия много разных задач.

Оно может выступать в качестве основы сюжета какого-либо рассказа, быть средством достижения особой художественной выразительности и т. д. «Настоящие художники слова, — пишет немецкий лингвист К. Фосслер, — всегда осознают метафорический характер языка. Они все время поправляют и дополняют одну метафору другой, позволяя словам противоречить друг другу и заботясь лишь о связности и точности своей мысли».

Реальное мышление — и тем более художественное — не сводится к одной логичности. В нем важно все: и ясность и неясность, и доказательность и зыб-



кость, и точное определение и чувственный образ. В нем может оказаться нужным и противоречие, если оно к месту.

Известно, что Н. В. Гоголь очень не жаловал чиновников. В «Мертвых душах» они изображены с особым сарказмом. Они «были, более или менее, люди просвещенные: кто читал Карамзина, кто «Московские ведомости», кто даже и совсем ничего не читал». Хороша же просвещенность, за которой только чтение газеты, а то и вовсе ничего нет!

Испанский писатель XVI—XVII вв. Ф. Кеведо так озаглавил свою сатиру: «Книга обо всем и еще о многом другом». Его не смутило то, что, если книга охватывает «все», для «многого другого» уже не остается места.

Классической фигурой стилистики, едва ли не ро-

весницей самой поэзии, является оксюморон — сочетание логически враждующих понятий, вместе создающих новое представление. «Пышное природы увяданье», «свеча темно горит» (А. С. Пушкин), «живой труп» (Л. Н. Толстой), «ваш сын прекрасно болен» (В. В. Маяковский) — все это оксюмороны. А в строках стихотворения А. А. Ахматовой «смотри, ей весело грустить, такой нарядно обнаженной» сразу два оксюморона. Один поэт сказал о Г. Р. Державине: «Он врал правду Екатерине». Без противоречия так хорошо и точно, пожалуй, не скажешь.

Нелогично утверждать одновременно А и не-А. Но каждому хорошо понятно двустишие римского поэта I в. до н. э. Катулла:

Да! Ненавижу и вместе люблю. — Как возможно,
ты спросишь?
Не объясню я. Но так чувствую, смертно томясь.

«...Все мы полны противоречий. Каждый из нас — просто случайная мешанина несовместимых качеств. Учебник логики скажет вам, что абсурдно утверждать, будто желтый цвет имеет цилиндрическую форму, а благодарность тяжелее воздуха; но в той смеси абсурдов, которая составляет человеческое «Я», желтый цвет вполне может оказаться лошадью с тележкой, а благодарность — серединой будущей недели». Этот отрывок из романа английского писателя С. Моэма «Луна и грош» выражает сложность, а нередко и прямую противоречивость душевной жизни человека. «...Человек знает, что хорошо, но делает то, что плохо», — с горечью заметил Сократ.

Вывод из сказанного как будто ясен. Настаивая на исключении логических противоречий, не следует, однако, всякий раз «поверять алгеброй гармонию» и пытаться втиснуть все многообразие противоречий в прокрустово ложе логики.

Логические противоречия недопустимы в науке,

но установить, что конкретная теория не содержит их, непросто. То, что в процессе развития и развертывания теории не встречено никаких противоречий, еще не означает, что их в самом деле нет. Научная теория — очень сложная система утверждений. Не всегда противоречие удастся обнаружить относительно быстро путем последовательного выведения следствий из ее положений.

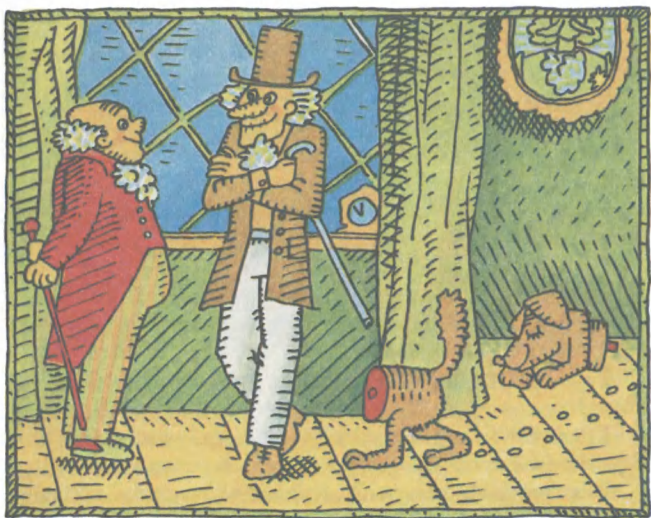
Вопрос о непротиворечивости становится яснее, когда теория допускает аксиоматическую формулировку, подобно геометрии Евклида или механике Ньютона. Для большинства аксиоматизированных теорий непротиворечивость доказывается без особого труда.

Есть, однако, теория, в случае которой десятилетия упорнейших усилий не дали ответа на вопрос, является она непротиворечивой или нет. Это математическая теория множеств, лежащая в основе всей математики.

Третьего не дано. Рассказывают историю про одного владельца собаки, который очень гордился воспитанием своего любимца. На его команду: «Эй! Приди или не приходи!» — собака всегда либо приходила, либо нет. Так что команда в любом случае оказывалась выполненной.

Здесь мы сталкиваемся еще с одним популярным законом логики — законом исключенного третьего. Как и закон непротиворечия, он устанавливает связь между противоречащими друг другу утверждениями: из двух таких утверждений одно является истинным. «А или не-А» — или дело обстоит так, как говорится в утверждении А, или так, как говорится в его отрицании. Третьей возможности нет.

Человек говорит прозой или не говорит прозой, кто-то рыдает или не рыдает, собака выполняет команду



или не выполняет и т. п. — других вариантов не существует. Мы можем не знать, противоречива некоторая конкретная теория или нет, но на основе закона исключенного третьего еще до начала исследования мы вправе заявить: она или непротиворечива, или противоречива.

Этот закон с иронией обыгрывается в художественной литературе. Причина понятна: сказать «Нечто или есть, или его нет», значит, равным счетом ничего не сказать. И смешно, если кто-то этого не знает.

В комедии Мольера «Мещанин во дворянстве» есть такой диалог:

Г - н Ж у р д е н. ...А теперь я должен открыть вам секрет. Я влюблен в одну великосветскую даму, и мне хотелось бы, чтобы вы помогли написать ей записочку, которую я собираюсь уронить к ее ногам.

Учитель философии. Конечно, вы хотите написать ей стихи?

Г - н Журден. Нет, нет, только не стихи.

Учитель философии. Вы предпочитаете прозу?

Г - н Журден. Нет, я не хочу ни прозы, ни стихов.

Учитель философии. Так нельзя: или то, или другое.

Г - н Журден. Почему?

Учитель философии. По той причине, сударь, что мы можем излагать свои мысли не иначе, как прозой или стихами.

Г - н Журден. Не иначе, как прозой или стихами?

Учитель философии. Не иначе, сударь. Все, что не проза, то стихи, а что не стихи, то проза.

В известной сказке Л. Кэрролла «Алиса в Зазеркалье» Белый Рыцарь намерен спеть Алисе «очень, очень красивую песню»:

— Когда я ее пою, все *рыдают*... или...

— Или что? — спросила Алиса, не понимая, почему Рыцарь вдруг остановился.

— Или... *не рыдают*...

В сказке А. Н. Толстого «Золотой ключик, или Приключения Буратино» народный лекарь Богомол заключает после осмотра Буратино:

— Одно из двух: или пациент жив, или он умер. Если он жив — он останется жив или не останется жив. Если он мертв — его можно оживить или нельзя оживить.

Закон исключенного третьего кажется самоочевидным, и трудно представить, что кто-то мог предложить отказаться от него. Немецкий математик Д. Гильберт утверждал даже, что «отнять у математиков закон исключенного третьего — это то же самое, что забрать



у астрономов телескоп или запретить боксерам пользоваться кулаками». И тем не менее в современной логике имеются системы, в которых этот закон отбрасывается. В дальнейшем о них будет сказано несколько слов, как и о тех «логиках», в которых не принимается, казалось бы, столь же очевидный закон непротиворечия. Очевидное в одно время и в одних обстоятельствах способно потерять свою очевидность в другое время и в свете других обстоятельств.

Тождество, контрапозиция и другое. Самый простой из всех логических законов — это, пожалуй, закон тождества. Он говорит: если утверждение истинно, то оно истинно, «если А, то А». Например, если Земля вращается, то она вращается; если глина — металл, то она — металл и т. п. Чистое утверждение тождества кажется настолько бессодержательным, что редко кем употребляется.

Древнекитайский философ Конфуций поучал своего ученика: «То, что знаешь, считай, что знаешь, то, что не знаешь, считай, что не знаешь». Это не просто повторение одного и того же: знать что-либо и знать, что это знаешь, не одно и то же.

Закон тождества кажется в высшей степени простым и очевидным. Однако его тоже ухитрялись истолковывать неправильно. Заявлялось, например, будто этот закон утверждает, что вещи всегда остаются неизменными, тождественными самим себе. Это, конечно, недоразумение. Закон ничего не говорит об изменчивости или неизменности. Он утверждает только, что если вещь меняется, то она меняется, а если она остается той же, то она остается той же.

Законы контрапозиции говорят о перемене позиций высказываний с помощью отрицания: из условного высказывания «Если А, то В» вытекает высказывание «Если не -В, то не -А», и наоборот; из «Если А, то не -В» вытекает «Если В, то не -А»; из «Если не -А, то В» следует «Если не -В, то А». Например, из «Если сверкает молния, то гремит гром» следует «Если нет грома, нет и молнии»; из «Если нет причины, нет и следствия» вытекает «Если есть следствие, есть также причина» и т. п. Контрапозиция — это, выражаясь шахматным языком, рокировка высказываний. Редкая шахматная партия обходится без рокировки, и редкое наше рассуждение проходит без использования контрапозиции.

Закон, названный именем шотландского логика прошлого века А. де Моргана, но известный еще со средних веков, связывает между собою «и» и «или»: «неверно, что А и В, только в том случае, когда не -А или не -В; неверно, что А или В, только если неверно А и неверно В».

Два закона, известные еще с глубокой древности, — это так называемые «модус поненс» и «модус толленс». Первый из них позволяет от утверждения условной связи и утверждения ее основания перейти к утверждению ее следствия. Второй говорит, что если следствие правильной условной связи неверно, то неверным является и ее основание. Например, если спра-

ведливо, что в случае дождя земля обязательно мокрая, и верно, что идет дождь, то верно, что земля мокрая. Если же верно, что в дождь земля всегда мокрая, а она не является мокрой, то это означает, что дождь не идет.

Шерлок Холмс однажды заметил: «Отбросьте все невозможное, и то, что останется, будет ответом». Имеется в виду закон: «или А, или В, или С; но А неверно и В неверно; следовательно, С».

Еще один логический закон говорит об ошибочных следствиях: «Если А, то В или С; но В неверно и С неверно; значит, неверно и А».

Вот рассуждение, своеобразно комбинирующее два последних закона.

Когда-то халиф Омар вознамерился сжечь богатейшую Александрийскую библиотеку. На просьбу сохранить ее этот религиозный фанатик, сам учившийся на ее книгах, ехидно отвечал, что книги библиотеки либо согласуются с кораном, либо нет; если они согласуются с кораном, они излишни и должны быть сожжены; если они не согласуются с кораном, они вредны и поэтому также должны быть сожжены; следовательно, книги библиотеки в любом случае должны быть сожжены.

Это рассуждение опирается, конечно, на ложную предпосылку. Оно показывает, что фанатик тоже способен быть иногда логичным.

Итак, современная логика интересуется не столько отдельными законами, сколько их системами. Логический закон вне системы вроде единственного кирпича, который мало на что пригоден.

Искусственный язык логики. Приведенные формулировки законов и примеров к ним звучат довольно непривычно. Естественный язык, который используется в них, не самое лучшее средство для такой цели.

Строго говоря, логические законы вообще не могут быть адекватно переданы на этом языке.

Обычный язык, на котором повседневно общаются люди, складывается стихийно и постепенно. Он выполняет множество функций. В этом причина того, что не каждую из своих задач он решает с одинаковым успехом.

В частности, ряд особенностей этого языка мешает точно передавать логическую форму рассуждений. Он как бы переодевает наши мысли, пряча в складках одежды их логическую структуру и определяемые ею логические связи. Это не значит, конечно, что обычный язык никуда не годен и его следует заменить какой-то специальной символикой. Но для целей логики, для формулировки ее законов необходим искусственный язык, построенный по строгим правилам. Этот язык служит только одной задаче — выявлению логических связей наших мыслей. Но она должна решаться эффективно.

Язык, специально созданный логикой для своих задач, получил название формализованного. Слова обычного языка заменяются в нем отдельными буквами и разными специальными символами. Формализованный язык — это «насквозь символический язык». В нем исчезают неясность и двусмысленность, всегда присутствующие при обращении с такой трудной уловимой вещью, как «смысл выражения».

Использование формализованного языка для описания способов правильного рассуждения невозможно переоценить. Без него нет, в сущности, современной логики.



Убедительные доказательства

Об И. Ньютоне рассказывают, что, будучи студентом, он начал изучение геометрии, как в то время было принято, с чтения «Геометрии» Евклида. Знакомясь с формулировками теорем, он видел, что эти теоремы справедливы, и не изучал их доказательства. Его удивляло, что люди затрачивают столько усилий, чтобы доказать совершенно очевидное.

Позднее Ньютон изменил свое мнение о необходимости доказательств в математике и других науках и очень хвалил Евклида как раз за безупречность и строгость его доказательств.

Невозможно переоценить значение доказательств в нашей жизни и особенно в науке. И тем не менее доказательства встречаются не так часто, как хотелось бы. Иногда за доказательство выдается то, что им вовсе не является. К доказательствам прибегают все, но редко кто задумывается над тем, что означает «доказать», почему доказательство «доказывает», всякое ли утверждение можно доказать или опровергнуть, все ли нужно доказывать и т. п.

Наше представление о доказательстве как особой интеллектуальной операции формируется в процессе проведения конкретных доказательств. Изучая разные области знания, мы усваиваем и относящиеся к ним доказательства. На этой основе мы постепенно составляем — чаще всего незаметно для себя — общее интуитивное представление о доказательстве как таковом, его общей структуре, не зависящей от конкретного материала, о целях и смысле доказательства и т. д.

Особую роль при этом играет изучение математики. С незапамятных времен математические рассуждения считаются общепризнанным эталоном доказательности. Желая похвалить чью-либо аргумен-

тацию, мы называем ее математически строгой и безупречной.

Таким образом, изучение математики позволяет понять на самых ясных и точных образцах, что представляет собой доказательное рассуждение. Вот что говорил о простых геометрических доказательствах американский математик Д. Пойа: «Если учащемуся не пришлось ознакомиться с тем или иным частным понятием геометрии, он не так уж много потерял. В дальнейшей жизни эти знания могут не пригодиться. Но если ему не удалось ознакомиться с геометрическими доказательствами, то он упустил лучшие и простейшие примеры точного доказательства, он упустил лучшую возможность ознакомиться вообще с понятием «строгое рассуждение». Без этого понятия у него не будет настоящей мерки, при помощи которой он сможет оценивать претендующие на истинность доказательства, преподносимые ему современной жизнью».

Изучение доказательства на конкретных его образцах и интересно, и полезно. Но также необходимо знакомство с основами логической теории доказательства, которая говорит о доказательствах безотносительно к области их применения. Практические навыки доказательства и интуитивное представление о нем достаточны для многих целей, но далеко не для всех. Практика и здесь, как обычно, нуждается в теории.

Что такое доказательство? Логическая теория доказательства в основе своей проста и доступна, хотя ее детализация требует специального символического языка и другой изощренной техники современной логики.

Доказательство в широком смысле — это процедура установления истинности, или обоснованно-

сти, некоторого утверждения. Оно может осуществляться как при помощи логических рассуждений, так и путем комбинирования рассуждений с непосредственным восприятием определенных предметов и явлений.

В доказательстве различают тезис — утверждение, которое надо доказать, и основание, или аргументы, — те утверждения, с помощью которых обосновывается тезис. Понятие доказательства всегда предполагает указание посылок, на которые опирается тезис, и тех логических правил, по которым осуществляются преобразования утверждений в ходе доказательства. В обычной практике мы редко формулируем все используемые посылки и, в сущности, никогда не обращаем внимания на применяемые нами правила логики.

Одна из основных задач логики состоит в придании точного значения понятию доказательства. Но хотя это понятие является едва ли не главным в логике, оно не имеет точного, строго универсального определения, применимого во всех случаях и в любых научных теориях.

«Понятие доказательства, — пишет советский логик и математик В. А. Успенский, — во всей его полноте принадлежит математике не более, чем психологии: ведь доказательство — это просто рассуждение, убеждающее нас настолько, что с его помощью мы готовы убеждать других».

Доказательство — один из многих способов убеждения. В науке это один из основных таких способов, и можно сказать, что научный метод убеждения является прежде всего методом строгих и точных доказательств. Требование доказательности научного рассуждения определяет, если воспользоваться выражением К. Маркса, то «общее освещение», которое модифицирует попавшие в сферу его действия цве-



та. Этим «общим освещением» пронизываются все другие требования к научной аргументации. Без него она неизбежно вырождается в бездоказательный набор общих деклараций и поучений, в апелляцию к вере и эмоциям.

На каждом из нас лежит «бремя доказательства» выдвигаемых положений. Важно постоянно думать о содержательной стороне дела. Вместе с тем существенно также, чтобы всегда обеспечивалось единство содержательности и доказательности. Никакие искусственные приемы, никакое красноречие не способны помочь, если нет хорошо обоснованных идей и убедительных доказательств.

Дедукция и индукция. В самом широком смысле умозаключение — это мыслительная операция, в резуль-

тате которой из одного или нескольких принятых утверждений получается новое утверждение. Исходные утверждения называются посылками, выводимое утверждение — заключением или следствием.

Доказательство представляет собой определенного рода умозаключение или цепочку умозаключений. Поэтому все, что в логике говорится об умозаключениях, их строении, требованиях к ним и т. д., имеет прямое отношение к доказательству.

В умозаключении посылки и заключение определенным образом связаны между собой. В зависимости от характера этой связи все умозаключения делятся на два вида.

В дедуктивном умозаключении в основе связи лежит логический закон, и заключение с логической необходимостью вытекает из принятых посылок. Дедуктивное умозаключение только разворачивает и конкретизирует наше знание, в его заключении содержится лишь та информация, которая есть уже в посылках. С этим связана отличительная особенность дедукции: от достоверных посылок она всегда ведет к достоверному заключению.

В индуктивном умозаключении связь посылок и заключения опирается не на закон логики, а на некоторые фактические или психологические основания, не имеющие чисто формального характера. Заключение такого умозаключения не вытекает логически из посылок и может содержать информацию, отсутствующую в них. Достоверность посылок не означает поэтому достоверности выведенного из них индуктивно утверждения. Индукция дает только вероятные, или правдоподобные, заключения.

Простыми примерами дедуктивных умозаключений могут служить такие выводы (черта, отделяющая посылки от заключения, заменяет слово «следовательно»):

Все металлы пластичны.

Висмут — металл.

Висмут пластичен.

Если по проводнику течет электрический ток, вокруг проводника образуется магнитное поле.

Если вокруг проводника нет магнитного поля, то по проводнику не течет электрический ток.

Эти примеры могут показаться громоздкими и даже искусственными конструкциями. Дело в том, что обычное рассуждение протекает в очень сокращенной форме.

Видя чистое небо, мы заключаем: «Погода будет хорошей». Это дедуктивное объяснение, но до предела сжатое. Опущено общее утверждение: «Всегда, когда небо чистое, погода будет хорошей». Опущена также посылка: «Небо чистое». Оба эти утверждения очевидны, их незачем произносить вслух.

Встретив идущего по улице человека, мы отмечаем: «Обычный прохожий». За этой констатацией опять-таки стоит целое рассуждение. Но оно настолько обычное и простое, что протекает почти неосознанно.

Писатель В. В. Вересаев приводит такой отзыв одного генерала о неудачном укреплении, которое построил его предшественник: «Я узнаю моего умного предшественника. Если человек большого ума задумает сделать глупость, то сделает такую, какой все дураки не выдумают». Это рассуждение — обычная дедукция, заключение которой опущено. Наши разговоры полны умозаключений, но мы их почти не замечаем.

Сокращения в общем-то обычны и в индуктивных умозаключениях. Вот два примера таких умозаключений:

Енисей течет с юга на север; Лена течет с юга на север; Обь и Иртыш текут с юга на север.

Енисей, Лена, Обь, Иртыш — это крупные реки Сибири.

Все крупные реки Сибири текут с юга на север.

Железо — металл; медь — металл; калий — металл; кальций — металл; рутений — металл; уран — металл.

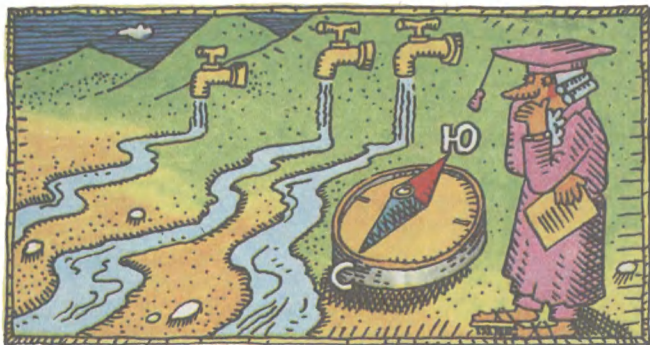
Железо, медь, калий, кальций, рутений, уран — химические элементы.

Все химические элементы металлы.

В обычных рассуждениях может опускаться или вторая посылка таких умозаключений, или их заключение.

Если посылки индуктивного умозаключения истинны, это еще не означает, что и его заключение истинно. Посылки не обосновывают полностью заключения, а только поддерживают его, придавая ему большую или меньшую вероятность. Так, все шесть посылок второго из приведенных индуктивных умозаключений истинны, но его заключение очевидно ложно. Указанные химические элементы действительно являются металлами, но неверно, что всякий химический элемент — металл. В первом примере все посылки истинны, но этого недостаточно для убеждения в истинности заключения. Оно не вытекает логически из посылок и является в свете сообщаемой ими информации только правдоподобным.

Тот особый интерес, который проявляется к дедуктивным умозаключениям, хорошо понятен. Они позволяют из уже имеющегося знания получать новые истины, и притом с помощью чистого рассуждения, без всякого обращения к опыту, интуиции и т. п. Дедукция дает стопроцентную гарантию успеха, а



не просто обеспечивает ту или иную — быть может и высокую — вероятность правильного заключения.

Дедуктивное рассуждение — это всегда в определенном смысле принуждение.

Английский философ XVII в. Т. Гоббс до сорока лет не имел представления о геометрии. Впервые в жизни прочитав формулировку теоремы Пифагора, он воскликнул: «Боже, но это невозможно!» Но затем шаг за шагом он проследил все доказательство, убедился в его правильности и смирился. Ничего другого, собственно, и не оставалось.

От нашей воли зависит, на чем остановить свою мысль. В любое время мы можем прервать начатое рассуждение и перейти к другой теме. Но если мы решили провести его до конца, мы сразу же попадем в сети необходимости, стоящей выше нашей воли и желаний. Согласившись с какими-либо утверждениями, мы вынуждены принять и те, которые из них вытекают, независимо от того, нравятся они нам или нет, способствуют нашим целям или, напротив, препятствуют им. Допустив одно, мы автоматически лишаем себя возможности утверждать другое, не совместимое с уже допущенным.



Мы уверены, к примеру, что важными показателями богатства нашего языка являются его индивидуальность, стилистическая гибкость, умение обо всем говорить «своими словами». В таком случае мы должны признать также, что язык обезличенный, лишенный индивидуальности, основывающийся на чужих оборотах и выражениях и потому серый, бездушный и трафаретный, не может считаться богатым и полноценным.

В чем источник подобного давления и несвободы, той «принудительной силы наших речей», о которой говорил еще Аристотель?

Этим источником является существование логических законов мышления. Именно они, действуя независимо от наших желаний и воли, заставляют в процессе дедуктивного рассуждения с необходимостью принимать одни утверждения вслед за другими и отбрасывать то, что не совместимо с принятым.

Подчеркивая важную роль дедукции как в научном познании, так и в повседневных рассуждениях, не следует, конечно, отрывать ее от индукции или недооценивать последнюю. В реальных процессах мыш-

ления дедукция и индукция тесно связаны. Они взаимно предполагают и поддерживают друг друга. Дедукция не возникает на пустом месте, а является результатом предварительного индуктивного изучения материала. В свою очередь, индукция приобретает основательность, когда данные о частных явлениях соединяются со знанием уже известных общих законов их развития.

Задача доказательства — исчерпывающе утвердить обоснованность доказываемого тезиса.

Раз в доказательстве речь идет о полном подтверждении, связь между аргументами и тезисом должна носить дедуктивный характер. По своей форме доказательство — дедуктивное умозаключение или цепочка таких умозаключений, ведущих от истинных посылок к доказываемому положению.

Старая латинская пословица говорит: «Доказательства ценятся по качеству, а не по количеству». В самом деле, дедукция из истины дает только истину. Если найдены верные аргументы и из них дедуктивно выведено доказываемое положение, доказательство состоялось.

Нередко в понятие доказательства вкладывается более широкий смысл. При этом под доказательством понимается любая процедура обоснования истинности тезиса, включающая как дедукцию, так и индуктивное рассуждение, ссылки на связь доказываемого положения с фактами, наблюдениями и т. д. Расширительное истолкование доказательства является обычным в гуманитарных науках. Оно встречается и в экспериментальных, опирающихся на наблюдения рассуждениях.

Как правило, широко понимается доказательство и в обычной жизни. Для подтверждения выдвинутой идеи активно привлекаются факты, типичные в определенном отношении явления и т. п. Дедукции в этом

случае, конечно, нет, речь может идти только об индукции. Но тем не менее предлагаемое обоснование нередко называют доказательством.

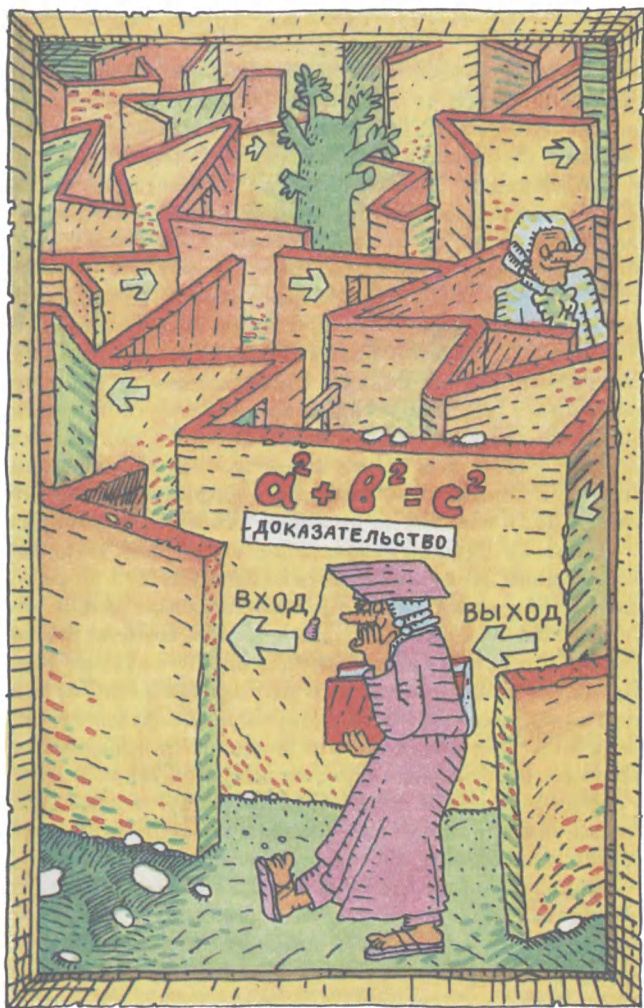
Широкое употребление понятия «доказательство» само по себе не ведет к недоразумениям. Но только при одном условии. Нужно постоянно иметь в виду, что индуктивное обобщение, переход от частных фактов к общим заключениям, дает не достоверное, а лишь вероятное знание.

Доказательство и истина. Многие наши утверждения не являются ни истинными, ни ложными. Оценки, правила, советы, требования, предостережения не описывают рассматриваемую ситуацию. Они указывают, какой она должна стать, в каком направлении ее надо преобразовать. От описаний мы вправе требовать, чтобы они являлись истинными. Но удачный приказ, совет и т. д. мы характеризуем как эффективный, целесообразный, но не как истинный.

В стандартном определении доказательства используется понятие истины. Доказать некоторый тезис — значит логически вывести его из других являющихся истинными положений. Но есть утверждения, не связанные с истиной. Очевидно также, что, оперируя ими, можно и нужно быть и логичным, и доказательным.

Встает, таким образом, вопрос о существенном расширении понятия доказательства. Им должны охватываться не только описания, но и утверждения типа оценок, требований.

Задача переопределения доказательства успешно решается современной логикой. Такие ее разделы, как логика оценок и логика норм, убедительно показывают, что рассуждения о ценностях и нормах также подчиняются требованиям логики и не выходят за сферу логического.



Архитектура доказательства

Немецкий философ прошлого века А. Шопенгауэр считал математику довольно интересной наукой, но не имеющей никаких приложений, в том числе и в физике. Он даже отвергал саму технику строгих математических доказательств. Шопенгауэр называл их мышеловками и приводил в качестве примера доказательство известной теоремы Пифагора. Оно является, конечно, точным; никто не может счесть его ложным. Но оно представляет собой совершенно искусственный способ рассуждения. Каждый шаг его убедителен, однако к концу доказательства возникает чувство, что вы попали в мышеловку. Математик вынуждает вас допустить справедливость теоремы, но вы не получаете никакого реального понимания. Это все равно, как если бы вас провели через лабиринт. Вы наконец выходите из лабиринта и говорите себе: «Да, я вышел, но не знаю, как здесь очутился».

Позиция Шопенгауэра, конечно, курьез, но в ней есть момент, заслуживающий внимания. Нужно уметь проследить каждый шаг доказательства. Иначе его части лишатся связи, и оно в любой момент может рассыпаться, как карточный домик. Но не менее важно понять доказательство в целом, как единую конструкцию, каждая часть которой необходима на своем месте. Как раз такого целостного понимания не хватало, по всей вероятности, Шопенгауэру. В итоге в общем-то простое доказательство представилось ему блужданием в лабиринте: каждый шаг пути ясен, но общая линия движения покрыта мраком.

Доказательство, не понятое как целое, ни в чем не убеждает. Даже если выучить его наизусть предложение за предложением, к имеющемуся знанию предмета это ничего не прибавит. Следить за доказательством и лишь убеждаться в правильности каждого его

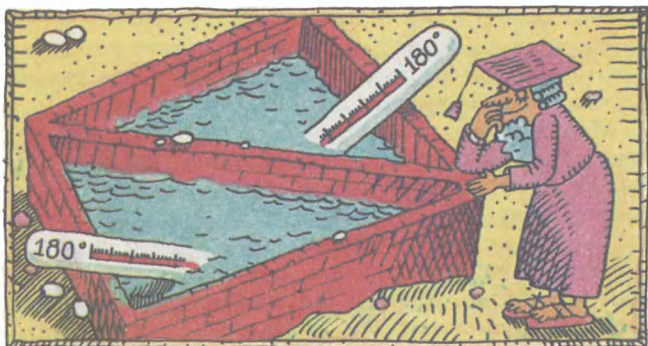
последующего шага — это, по словам французского математика А. Пуанкаре, равносильно такому наблюдению за игрой в шахматы, когда замечаешь только то, что каждый ход подчинен правилам игры.

Минимальное требование — это понимание логического вывода как целенаправленной процедуры. Только в этом случае достигается интуитивная ясность того, что мы делаем. «Я принужден сознаться, — заметил как-то Пуанкаре, — что положительно не способен сделать без ошибки сложение. Моя память не плохая; но чтобы стать хорошим игроком в шахматы, она оказалась бы недостаточной. Почему же она не изменяет мне в сложных математических рассуждениях, в которых запутались бы большинство шахматных игроков? Это происходит, очевидно, потому, что в данном случае память моя направляется общим ходом рассуждения. Математическое доказательство не есть простое сцепление умозаключений: это умозаключения, расположенные в определенном порядке; и порядок, в котором расположены эти элементы. Если у меня есть чувство... этого порядка, вследствие чего я сразу могу объять всю совокупность рассуждений, мне уже нечего бояться забыть какой-либо элемент; каждый из них сам собою займет свое место...»

То, что создает, по выражению Пуанкаре, «единство доказательства», можно представить в форме общей схемы, охватывающей основные его шаги, воплощающей в себе общий принцип или его итоговую структуру. Именно такая схема остается в памяти, когда забываются подробности доказательства.

Прямое и косвенное доказательство. С точки зрения общего движения мысли все доказательства подразделяются на прямые и косвенные.

При прямом доказательстве задача состоит в том,

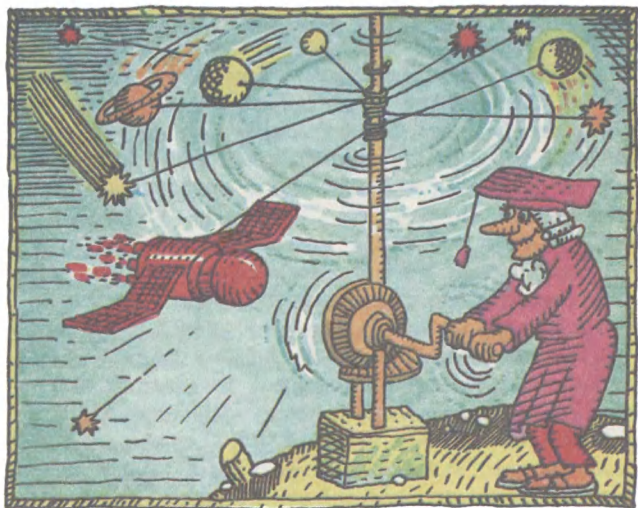


чтобы подыскать такие убедительные аргументы, из которых по логическим правилам получается тезис.

Например, нужно доказать, что сумма углов четырехугольника равна 360° . Из каких утверждений можно было бы вывести этот тезис? Отмечаем, что диагональ делит четырехугольник на два треугольника. Значит, сумма его углов равна сумме углов двух треугольников. Известно, что сумма углов треугольника составляет 180° . Из таких положений выводим, что сумма углов четырехугольника равна 360° .

В построении прямого доказательства можно выделить два связанных между собою этапа: отыскание тех, признанных обоснованными утверждений, которые способны быть убедительными аргументами для доказываемого положения; установление логической связи между найденными аргументами и тезисом. Нередко первый этап считается подготовительным, и под доказательством понимается дедукция, связывающая подобранные аргументы и доказываемый тезис.

Еще пример. Нужно доказать, что космические корабли подчиняются действию законов небесной



механики. Известно, что эти законы универсальны: им подчиняются все тела в любых точках космического пространства. Очевидно также, что космический корабль есть космическое тело. Отметив это, строим соответствующее дедуктивное умозаключение. Оно является прямым доказательством рассматриваемого утверждения.

Косвенное доказательство устанавливает справедливость тезиса тем, что вскрывает ошибочность противоположного ему допущения, антитезиса.

Как с иронией замечает американский математик Д. Пойа, «косвенное доказательство имеет некоторое сходство с надувательским приемом политика, поддерживающего своего кандидата тем, что опорочивает репутацию кандидата другой партии».

В косвенном доказательстве рассуждение идет как бы окольным путем. Вместо того чтобы прямо

отыскивать аргументы для вывода из них доказываемого положения, формулируется антитезис, отрицание этого положения. Далее тем или иным способом показывается несостоятельность антитезиса. По закону исключенного третьего, если одно из противоречащих друг другу утверждений ошибочно, второе должно быть верным. Антитезис ошибочен, значит, тезис является верным.

Поскольку косвенное доказательство использует отрицание доказываемого положения, оно является, как говорят, доказательством от противного.

Допустим, нужно построить косвенное доказательство такого весьма тривиального тезиса: «Квадрат не является окружностью». Выдвигается антитезис: «Квадрат есть окружность». Необходимо показать ложность этого утверждения. С этой целью выводим из него следствия. Если хотя бы одно из них окажется ложным, это будет означать, что и само утверждение, из которого выведено следствие, также ложно. Неверным является, в частности, такое следствие: у квадрата нет углов. Поскольку антитезис ложен, исходный тезис должен быть истинным.

Другой пример. Врач, убеждая пациента, что тот не болен гриппом, рассуждает так. Если бы действительно был грипп, имелись бы характерные для него симптомы: головная боль, повышенная температура и т. п. Но ничего подобного нет. Значит, нет и гриппа.

Это опять-таки косвенное доказательство. Вместо прямого обоснования тезиса выдвигается антитезис, что у пациента в самом деле грипп. Из антитезиса выводятся следствия, но они опровергаются объективными данными. Это говорит, что допущение о гриппе неверно. Отсюда следует, что тезис «Гриппа нет» истинен.

Доказательства от противного обычны в наших

рассуждениях, особенно в споре. При умелом применении они могут обладать особенной убедительностью.

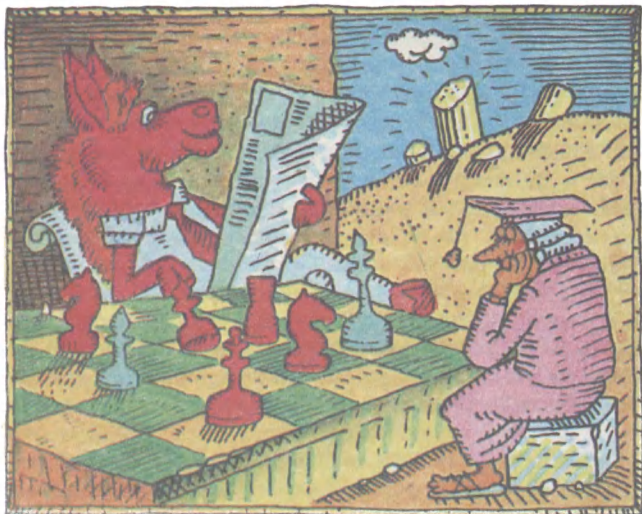
Виды косвенных доказательств. Итак, ход мысли в косвенном доказательстве определяется тем, что вместо обоснования справедливости тезиса стремятся показать несостоятельность его отрицания. В зависимости от того, как решается последняя задача, можно выделить несколько разновидностей косвенного доказательства.

Следствия, противоречащие фактам. Чаще всего ложность антитезиса удастся установить простым сопоставлением вытекающих из него следствий с фактами. Так обстояло, в частности, дело в примере с гриппом.

Друг изобретателя паровой машины Д. Уатта шотландский ученый Д. Блэк ввел понятие о скрытой теплоте плавления и испарения, важное для понимания работы такой машины. Блэк, наблюдая обычное явление — таяние снега в конце зимы, рассуждал так. Если бы снег, скопившийся за зиму, таял сразу, как только температура воздуха стала выше нуля, то неизбежны были бы опустошительные наводнения. А раз этого не происходит, значит, на таяние снега должно быть затрачено определенное количество теплоты. Ее Блэк и назвал скрытой.

Это — косвенное доказательство. Следствие антитезиса, а значит и он сам, опровергается ссылкой на очевидное обстоятельство: в конце зимы наводнений обычно нет, снег тает постепенно.

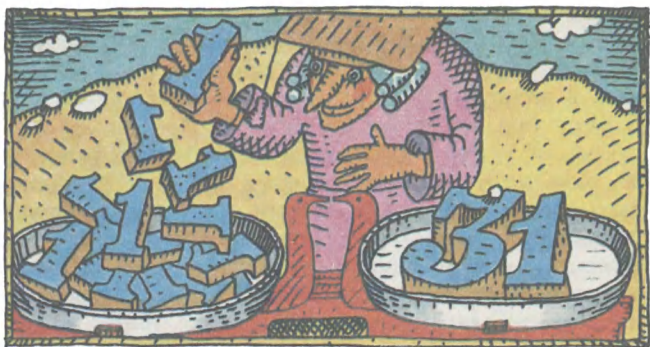
Французский философ XVII в. Р. Декарт утверждал, что животные не способны рассуждать. Его последователь Л. Расин, сын великого французского драматурга, воспользовался для обоснования этой идеи доказательством от противного. Если бы животные обладали душой и способностью чувствовать и



рассуждать, говорил он, разве бы они остались безразличными к несправедливому публичному оскорблению, нанесенному им Декартом? Разве они не восстали бы в гневе против того, кто так принизил их? Но никаких свидетельств особой обиды животных на Декарта нет. Следовательно, они просто не в состоянии обдумать его аргументацию и как-то ответить на нее.

Внутренние противоречивые следствия. По логическому закону непротиворечия одно из двух противоречащих друг другу утверждений является ложным. Поэтому, если в числе следствий какого-либо положения встретились и утверждение и отрицание одного и того же, можно сразу же заключить, что это положение ложно.

Например, положение «Квадрат — это окруж-



ность» ложно, поскольку из него выводится как то, что квадрат имеет углы, так и то, что у него нет углов.

Ложным будет также положение, из которого выводится внутренне противоречивое высказывание или высказывание о тождестве утверждения и отрицания.

Один из приемов косвенного доказательства — выведение из антитезиса логического противоречия. Если антитезис содержит противоречие, он явно ошибочен. Тогда его отрицание — тезис доказательства — верно.

Хорошим примером такого рассуждения служит известное доказательство Евклида, что ряд простых чисел бесконечен.

Простые — это натуральные числа больше единицы, делящиеся только на себя и на единицу. Простые числа — это как бы «первичные элементы», на которые все целые числа (больше 1) могут быть разложены. Естественно предположить, что ряд простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13,... — бесконечен. Для доказательства данного тезиса допустим, что это не так, и посмотрим, к чему ведет такое допущение. Если ряд простых чисел конечен, существует послед-

нее простое число ряда — A . Образует далее другое число: $B = (2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot A) + 1$. Число B больше A , поэтому B не может быть простым числом. Значит, B должно делиться на простое число. Но если B разделить на любое из чисел $2, 3, 5, \dots, A$, то в остатке получится 1. Следовательно, B не делится ни на одно из указанных простых чисел и является, таким образом, простым. В итоге, исходя из предположения, что существует последнее простое число, мы пришли к противоречию: существует число одновременно и простое, и не являющееся простым. Это означает, что сделанное предположение ложно и правильно противоположное утверждение: ряд простых чисел бесконечен.

В этом косвенном доказательстве из антитезиса выводится логическое противоречие, что прямо говорит о ложности антитезиса и соответственно об истинности тезиса. Такого рода доказательства широко используются в математике.

Если имеется в виду только та часть подобных доказательств, в которой показывается ошибочность какого-либо предположения, они именуются по традиции приведением к абсурду. Ошибочность предположения вскрывается тем, что из него выводится откровенная нелепость.

Имеется еще одна разновидность косвенного доказательства, когда прямо не приходится искать ложные следствия. Дело в том, что для доказательства утверждения достаточно показать, что оно логически вытекает из своего собственного отрицания.

Этот прием опирается на логический закон, названный именем средневекового монаха и логика Клавия. Закон Клавия говорит, что если из ложности утверждения вытекает его истинность, то утверждение истинно.

К примеру, если из допущения, что дважды два

равно пяти, выведено, что это не так, тем самым доказано, что дважды два не равняется пяти.

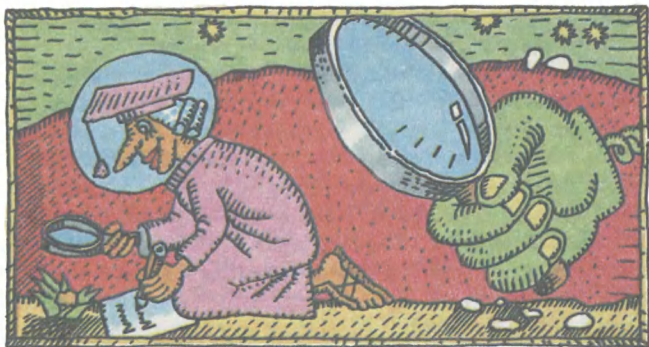
По такой схеме рассуждал еще Евклид в своей «Геометрии». Эту же схему использовал однажды древнегреческий философ Демокрит в споре с другим древнегреческим философом, софистом Протагором. Протагор утверждал, что истинно все то, что кому-либо приходит в голову. На это Демокрит ответил, что из положения «Каждое высказывание истинно» вытекает истинность и его отрицания «Не все высказывания истинны». И значит, это отрицание, а не положение Протагора на самом деле истинно.

Разделительное доказательство. Во всех рассмотренных косвенных доказательствах выдвигаются две альтернативы: тезис и антитезис. Затем показывается ложность последнего, в итоге остается только тезис.

Можно не ограничивать число принимаемых во внимание возможностей только двумя. Это приведет к так называемому разделительному косвенному доказательству, или доказательству через исключение. Оно применяется в тех случаях, когда известно, что доказываемый тезис входит в число альтернатив, полностью исчерпывающих все возможные альтернативы данной области.

Например, нужно доказать, что одна величина равна другой. Ясно, что возможны только три варианта: или две величины равны, или первая больше второй, или, наконец, вторая больше первой. Если удалось показать, что ни одна из величин не превосходит другую, два варианта будут отброшены и останется только третий: величины равны.

Доказательство идет по простой схеме: одна за другой исключаются все возможности, кроме одной, которая и является доказываемым тезисом. В стандартных косвенных доказательствах альтернативы —



тезис и антитезис — исключают друг друга в силу законов логики. В разделительном доказательстве взаимная несовместимость возможностей и то, что ими исчерпываются все мыслимые альтернативы, определяются не логическими, а фактическими обстоятельствами. Отсюда обычная ошибка разделительных доказательств: рассматриваются не все возможности.

С помощью разделительного доказательства можно попытаться, например, показать, что в Солнечной системе жизнь есть только на Земле. В качестве возможных альтернатив выдвинем утверждения, что жизнь есть на Меркурии, Венере, Земле и т. д., перечисляя все планеты Солнечной системы. Опровергая затем все альтернативы, кроме одной — говорящей о наличии жизни на Земле, получим доказательство исходного утверждения.

Нужно заметить, что в ходе доказательства рассматриваются и опровергаются допущения о существовании жизни на других планетах. Вопрос о том, есть ли жизнь на Земле, вообще не поднимается. Ответ получается косвенным образом: путем показа того, что ни на одной другой планете нет жизни. Это доказательство оказалось бы, конечно, несостоя-

тельным, если бы, допустим, выяснилось, что, хотя ни на одной планете, кроме Земли, жизни нет, живые существа имеются на одной из комет или на одной из так называемых малых планет, тоже входящих в состав Солнечной системы.

Заканчивая разговор о косвенных доказательствах, обратим внимание на их своеобразие, ограничивающее в известной мере их применимость.

Нет сомнения, что косвенное доказательство представляет собой эффективное средство обоснования. Но, имея с ним дело, мы вынуждены все время сосредоточиваться не на верном положении, справедливость которого необходимо обосновать, а на ошибочных утверждениях. Сам ход доказательства состоит в том, что из антитезиса, являющегося ложным, мы выводим следствия до тех пор, пока не придем к утверждению, ошибочность которого несомненна.

Косвенное доказательство — хорошее орудие исследования, но оно не всегда удачный прием изложения материала. Не случайно в практике преподавания нередок такой парадоксальный совет: после того как косвенное доказательство проведено, ход его полезно тут же забыть, оставив в памяти только доказанное положение.

Имеются также более серьезные возражения против косвенного доказательства. Они связаны с использованием в нем закона исключенного третьего. Как уже говорилось, не всеми он признается универсальным, приложимым в любых без исключения случаях.

Можно отметить, что найденное косвенное доказательство какого-то утверждения обычно удается перестроить в прямое доказательство этого же утверждения. Обычно, но не всегда.

Что значит опровергнуть? О доказательстве в логике говорится много, об опровержении — только вскользь. Причина понятна: опровержение представляет собой как бы зеркальное отображение доказательства.

Опровержение — это рассуждение, направленное против выдвинутого положения и имеющее своей целью установление его ошибочности или недоказанности. Наиболее распространенный прием опровержения — выводение из опровергаемого утверждения следствий, противоречащих истине. Хорошо известно, что, если даже одно-единственное логическое следствие некоторого положения неверно, ошибочным будет и само это положение.

Уже на первых уроках физики в школе показывается опыт, придуманный когда-то итальянским физиком Э. Торричелли. Стеклянную трубку, запаянную с одного конца, наполняют ртутью и опрокидывают в чашку с ртутью. Ртуть из трубки не выливается, она только опускается немного, и над нею образуется вакуум, «торричеллиева пустота». Ртуть в трубке на определенном уровне поддерживает давление атмосферы. «Опыты с несомненностью доказывают, — заявлял Торричелли, — что воздух имеет вес...»

Если кто-либо утверждает, что воздух невесом, можно сослаться на этот опыт. Если бы воздух не имел веса, он не давил бы на ртуть в чашке и уровень ртути в трубке сравнялся бы с уровнем в чашке. Но этого не происходит; значит, неверно, что у воздуха нет веса.

Другой прием установления несостоятельности выдвигаемого кем-либо положения — доказательство справедливости отрицания этого положения. Утверждение и его отрицание не могут быть одновременно истинными. Как только удастся показать, что верно отрицание рассматриваемого положения, вопрос

об истинности самого этого положения автоматически отпадает.

Достаточно, скажем, показать одного черного лебедя, чтобы опровергнуть убеждение в том, что лебеди бывают только белыми.

В романе И. С. Тургенева «Рудин» есть такой диалог:

— Стало быть, по-вашему, убеждений нет?

— Нет — и не существует.

— Это ваше убеждение?

— Да.

— Как же вы говорите, что их нет? Вот вам уже одно на первый случай.

Ошибочному мнению, что никаких убеждений нет, противопоставляется его отрицание: есть, по крайней мере, одно убеждение, а именно убеждение, что убеждений нет. Особенность этого случая в том, что отрицание вытекает из самого исходного положения и не требует специального обоснования.

Эти два приема применимы для опровержения любого утверждения, независимо от того, поддерживается оно какими-либо аргументами или нет. Выводя из утверждения неверное следствие или показывая справедливость отрицания утверждения, мы тем самым доказываем ложность самого утверждения. И какие бы аргументы ни приводились в защиту последнего, они не составят его доказательства. Доказать, как известно, можно только истинное утверждение.

Если положение выдвигается с каким-либо обоснованием, операция опровержения может быть направлена против обоснования. В этом случае надо показать, что приводимые аргументы ошибочны: вывести из них следствия, которые окажутся в итоге несостоятельными, или доказать утверждения, противоречащие аргументам.

Следует иметь в виду, что опровержение доводов, приводимых в поддержку какого-либо положения, не означает еще неправильности самого этого положения. Утверждение, являющееся по сути дела верным, может отстаиваться с помощью ошибочных или слабых доводов. Выявив это, мы демонстрируем именно ненадежность предлагаемого обоснования, а не ложность утверждения. Неопытный спорщик, как правило, отказывается от своей позиции, обнаружив, что приводимые им доводы неубедительны. Нужно, однако, помнить, что правильная в своей основе идея иногда подкрепляется не очень надежными, а то и просто ошибочными соображениями. Когда это выясняется, следует искать другие, более веские аргументы, а не спешить отказываться от самой идеи.

Некоторые литературные критики не считают Ч. Диккенса великим писателем. У больших писателей, говорят они, все написанное одинаково хорошо, сюжеты и герои всегда реалистичны. У Диккенса же некоторые места откровенно слабы, а ситуации и герои иногда условны и даже карикатурны.

Вот как отвечает на эти упреки английский писатель и литературный критик Г. К. Честертон: «Диккенса особенно осуждают за то, что никогда не мешало бессмертию. Прежде всего его упрекают, что он очень часто писал плохо. За это нередко недооценивают при жизни, но для вечности это роли не играет. Шекспир и Вордсворт не только часто писали плохо — они очень часто писали совсем плохо. Однако время редактирует великих. Вергилию не стоило уничтожать слабые строки, время потрудились бы за него. Потомки не будут думать о том, что Диккенс иногда писал плохо; они просто будут знать, что он писал хорошо. ...Обвиняли его и в том, что его сюжеты и герои карикатурны, невероятны. Но это значило только, что они невероятны в тогдашнем мире и у тех писате-

лей, которые очень точно этот мир описывали. Некоторые, как ни странно, думают, что на судьбу Диккенса может повлиять изменение нравов. Это неумно. Кто-кто, а творцы невероятного не страдают от перемен... От времени пострададут именно точные, дотошные писатели, подмечавшие каждую черточку этого преходящего мира. Очевидно, что факт — самое хрупкое на свете, более хрупкое, чем мечта. Мечта держится две тысячи лет. Все мы мечтаем, например, о совершенно бесстрашном человеке, и Ахилл жив по сей день... Положительные доводы в защиту бессмертия Диккенса сводятся к слову, которое не подлежит обсуждению: творчество. Диккенс творит то, что не сотворить никому».

Оспаривая мнение, что Диккенс не является великим писателем, Честертон прежде всего опровергает доводы в поддержку этого странного мнения. Они не убедительны, и факты из истории литературы красноречиво говорят об этом. Но Честертон не ограничивается развенчанием доводов. Если они несостоятельны, это еще не означает, что опирающееся на них мнение неверно. Поэтому Честертон помимо критики предлагает также позитивные аргументы в обоснование своей точки зрения.

Мало раскритиковать аргументы оппонента в споре. Этим будет показано только то, что его позиция плохо обоснована и шатка. Чтобы вскрыть ее ошибочность, надо убедительно обосновать противоположную позицию.

Особое значение при опровержении имеют факты. Ссылка на верные и неоспоримые факты, противоречащие ложным или сомнительным утверждениям оппонента, — самый надежный и успешный способ опровержения. Реальное явление или событие, не согласующееся со следствиями какого-либо универсального положения, опровергает не только эти след-

ствия, но и само положение. Факты, как известно, упрямая вещь. При опровержении ошибочных, оторванных от реальности, умозрительных конструкций «упрямство фактов» проявляется особенно ярко.

Опровержение может быть направлено на саму связь аргументов и доказываемого положения. В этом случае надо показать, что тезис не вытекает из доводов, приведенных в его обоснование. Если между аргументами и тезисом нет логической связи, то нет и доказательства тезиса с помощью указанных аргументов. Из этого не следует, конечно, ни то, что аргументы ошибочны, ни то, что тезис ложен.

Несостоявшиеся доказательства

Ошибка в доказательстве — вещь довольно обычная. Проводя доказательства, мы опираемся на нашу логическую интуицию, на стихийно усвоенное знание законов логики. Как правило, оно нас не подводит. Но в отдельных и особенно сложных случаях оно может оказаться ненадежным.

Эксперименты, проводившиеся психологами, показывают, что едва ли не каждое четвертое наше умозаключение не опирается на закон логики, а значит, является неправильным. Логику редко изучают специально. Навыки логичного, т. е. последовательного и доказательного, мышления формируются и совершенствуются в практике рассуждений. Но, как заметил английский философ Ф. Бэкон, упражнения, не просветленные теорией, с одинаковым успехом закрепляют как правильное, так и ошибочное.

Образование не только расширяет наши знания, но и в определенной мере способствует развитию умения рассуждать правильно. Тем не менее примерно каждое десятое умозаключение, проводимое представителями теоретического знания, является, как



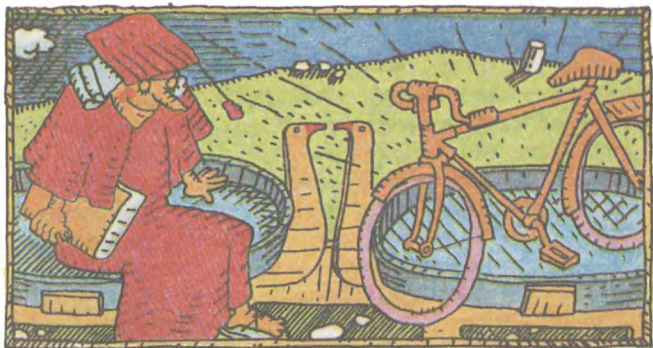
говорят психологи, логически не вполне корректным. Ученые в своих доказательствах ошибаются реже, но все-таки ошибаются. Как правило, ошибки обнаруживаются благодаря тому, что сделанные заключения плохо согласуются с устоявшимися представлениями об изучаемом предмете. Кроме того, большую роль играет свойственный научному мышлению критицизм. Ни одно утверждение, ни один вывод не принимаются без многократной и разносторонней проверки.

Наше логическое чутье и наши навыки доказательства не так безупречны, как это зачастую кажется. Полезно поэтому не упускать случая, чтобы их усовершенствовать.

Провести четкую границу удастся только тогда, когда известно не только то, что охватывается ею, но и то, что остается за ее пределами. Как заметил английский поэт У. Блейк: «Не узнаешь меры, пока не узнал избытка». Ясное понимание доказательства предполагает, помимо прочего, определенное представление о рассуждениях, имеющих форму доказательства, но на самом деле им не являющихся. Такие «несостоявшиеся доказательства» — результат ошибок, допущенных — непреднамеренно или сознательно — в ходе доказательства. Знакомство с наиболее типичными из них способствует совершенствованию практических навыков доказательства и позволяет лучше понять, что представляет собой «безошибочное» доказательство.

Формальное несовершенство. Ошибки, обычно встречающиеся в доказательствах, самым общим образом можно разделить на относящиеся к содержанию доказательства и относящиеся к его логической форме.

Содержательная ошибка — это использование в доказательстве ложных посылок. Если хотя бы од-



на из посылок неверна, то доказательство теряет всякую силу.

Не так давно в логике даже считалось, что из лжи вытекает все, что угодно: стоит в какой-то теории принять хотя бы одно неверное положение, чтобы в ней стала доказуемой любая нелепость. Сейчас позиция смягчилась. Правила современных логических систем не позволяют выводить из ложных утверждений любые другие утверждения. Появление в научной теории ошибок — или даже логического противоречия — не означает автоматически ее логического краха. Но неверное положение делает несостоятельным всякое доказательство, в котором оно используется.

Формальная ошибка имеет место тогда, когда умозаключение не опирается на логический закон и заключение не вытекает из принятых посылок. Иногда эту ошибку сокращенно так и называют — «не вытекает».

Допустим, кто-то рассуждает так: «Если я навещу дядю, он подарит мне фотоаппарат; когда дядя подарит мне фотоаппарат, я продам его и куплю ве-

лосипед; значит, если я навещу дядю, я продам его и куплю велосипед».

Ясно, что это — несостоятельное рассуждение. Его заключение насчет «продажи дяди» абсурдно. Но посылки безобидны и вполне могут быть истинными, так что источник беспокойства не в них. Причина ошибки в самой дедукции, в выведении из принятых утверждений того, что в них вообще не подразумевалось. Дедукция из верных посылок всегда дает верное заключение. В данном случае заключение ложно. Значит, умозаключение не опирается на закон логики и неправильно. Ошибка проста. Местоимение «его» может указывать на разные предметы. В предложении «Я продам его и куплю велосипед» оно должно указывать на фотоаппарат. Но выходит так, что на самом деле оно относится к дяде.

Чтобы опровергнуть это неправильное рассуждение, надо показать, что между принятыми посылками и сделанным на их основе заключением нет логической связи.

Немецкий физик В. Нернст, открывший третье начало термодинамики (о недостижимости абсолютно нуля температуры), так «доказывал» завершение разработки фундаментальных законов этого раздела физики: «У первого начала было три автора: Майер, Джоуль и Гельмгольц; у второго — два: Карно и Клаузиус, а у третьего — только один — Нернст. Следовательно, число авторов четвертого начала термодинамики должно равняться нулю, т. е. такого закона просто не может быть».

Это шуточное доказательство хорошо иллюстрирует ситуацию, когда между аргументами и тезисом явно нет логической связи. Иллюзия своеобразной «логичности» рассуждения создается чисто внешним для существа дела перечислением.

В гробнице египетских фараонов была найдена

провода. На этом основании один «египтолог» высказал предположение, что в Древнем Египте был известен телеграф. Услышав об этом, другой «исследователь» заключил, что, поскольку в гробницах ассирийских царей никакой проволоки не найдено, в Древней Ассирии был уже известен беспроводный телеграф.

Предположение «египтолога» — если это не шутка — очевидная нелепость. Еще большая глупость — если это опять-таки не шутка — заключение «ассиролога». И конечно же, никакой логической связи между этими «предположением» и сделанным вроде бы на его основе «заключением» нет.

Встречаются, — к счастью, довольно редко — хаотичные, аморфные рассуждения. Внешне они имеют форму доказательств и даже претендуют на то, чтобы считаться ими. В них есть слова: «таким образом», «следовательно», «значит» и подобные им, призванные указывать на логическую связь аргументов и доказываемого положения. Но эти рассуждения доказательствами на самом деле не являются, поскольку логические связи подменяются в них психологическими ассоциациями.

Вот, к примеру, рассуждение, внешне напоминающее доказательство: «Вечный двигатель признан невозможным, так как он противоречит закону сохранения энергии, или первому началу термодинамики. Когда было открыто второе начало термодинамики, стали говорить о невозможности вечного двигателя второго рода. Это же можно сказать и о вечном двигателе третьего рода, который запрещается третьим началом термодинамики. Но четвертого начала термодинамики нет! Следовательно, ничто не мешает создать вечный двигатель четвертого рода. И тем более вечный двигатель пятого и так далее рода!»

Это рассуждение, пародирующее доказательство, хорошо показывает, как важна в доказательстве логическая связь утверждений. Ее ничем нельзя заменить: ни убедительными посылками, ни сверхубедительным заключением. Если этой связи нет, нет и самого доказательства.

Лучшее средство предупреждения формальных ошибок — изучение теории умозаключения, знание законов логики и совершенствование практических навыков их применения.

Ошибки в отношении тезиса. Доказательство — это логическая, дедуктивная связь принятых аргументов и выводимого из них тезиса. Логические ошибки в доказательстве можно разделить на относящиеся к тезису, к аргументам и к их связи. Последние — это только что рассмотренные формальные ошибки, ошибки логически ущербного рассуждения, когда тезис не вытекает из аргументов.

Характерная ошибка в отношении тезиса — подмена тезиса, неосознанное или умышленное замещение его в ходе доказательства каким-то другим утверждением. Подмена тезиса ведет к тому, что доказывается не то, что требовалось доказать.

Тезис может сужаться, и в таком случае он остается недоказанным. Например, для доказательства того, что сумма углов треугольника равна двум прямым, недостаточно доказать, что эта сумма не больше 180° . Для обоснования того, что человек должен быть честным, мало доказать, что разумному человеку не следует лгать.

Тезис может также расширяться. В этом случае нужны дополнительные основания. И может оказаться, что из них вытекает не только исходный тезис, но и какое-то иное, уже неприемлемое утверждение. «Кто доказывает слишком много, тот ничего не



доказывает» — эта старая латинская пословица как раз и имеет в виду такую опасность.

Иногда случается полная подмена тезиса, притом она не так редка, как это может показаться. Обычно она затемняется какими-то обстоятельствами, связанными с конкретной ситуацией, и благодаря этому ускользает от внимания.

Критикуя одного из ораторов во время дебатов о свободе печати, К. Маркс указывает на подмену им тезиса: «Чтобы действительно оправдать цензуру, оратор должен был бы доказать, что цензура составляет сущность свободы печати. Вместо этого он доказывает, что свобода не составляет сущности человека».

Широкую известность получил случай с древнегреческим философом Диогеном, которого однажды за подмену тезиса спора даже побили. Один фило-

соф доказывал, что в мире, как он представляется нашему мышлению, нет движения, нет многих вещей, а есть только одна-единственная вещь, притом неподвижная и круглая. В порядке возражения Диоген встал и начал неспеша ходить перед спорящими. За это его, если верить некоторым старым источникам, и побили палкой.

А речь шла о том, что для нашего ума мир неподвижен. Диоген же своим хождением пытался подтвердить другую мысль: в чувственно воспринимаемом мире движение есть. Но это и не оспаривалось. Автор мнения, что движения нет, считал, что чувства, говорящие о множественности вещей и их движении, просто обманывают нас.

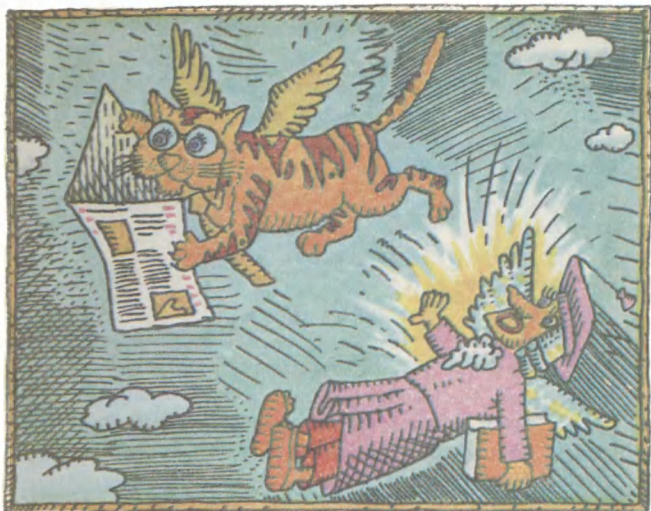
Разумеется, мнение, будто движения нет, ошибочно, как ошибочна идея, что чувства не дают нам правильного представления о мире. Но раз обсуждалось такое мнение, нужно было говорить о нем, а не о чем-то другом, хотя бы и верном.

Вот как описывает этот спор А. С. Пушкин:

Движенья нет, сказал мудрец брадатый,
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.

Ошибки в отношении аргументов. Наиболее частая ошибка — это попытка обосновать тезис с помощью ложных аргументов.

Тигры, как известно, не летают. Но рассуждение «Только птицы летают; тигры не птицы; следовательно, тигры не летают» не является, конечно, доказательством этого факта. В рассуждении используется неверная посылка, что способны летать одни птицы:



летают и многие насекомые, и млекопитающие (например, летучие мыши), и самолеты и др. С помощью же посылки «Только птицы летают» можно вывести не только истинное, но и ложное заключение, скажем, что майские жуки, поскольку они не птицы, не летают.

Довольно распространенной ошибкой является «круг в доказательстве»: справедливость доказываемого положения обосновывается посредством этого же положения, высказанного, возможно, в несколько иной форме. Если за основание доказательства принимается то, что еще нужно доказать, обосновываемая мысль выводится из самой себя, и получается не доказательство, а пустое хождение по кругу.

Почему мы видим через стекло? Обычный ответ: оно прозрачно. Но назвать вещество прозрачным —

значит сказать, что сквозь него можно видеть.

В одной из первых русских книг по логике, изданной в XVIII в., ее автор Я. Козельский писал: «В доказательствах надобно беречься, чтоб не учинить погрешности, называемой круг, которая состоит в том, когда из двух предложений каждое доказывается одно другим взаимнообразно: например, ежели доказывать, что человек есть разумное животное, тем, что он рассуждать может, и что он рассуждать может — тем, что он есть разумное животное, то это будет круг в доказательстве».

В статье «Так что же нам делать?» Л. Н. Толстой резко обвиняет буржуазную политэкономия в явном порочном круге. «Вопрос экономической науки, — пишет Толстой, — в следующем: какая причина того, что одни люди, имеющие землю и капитал, могут поработать тех людей, у которых нет земли и капитала?

Ответ, представляющийся здравому смыслу, тот, что это происходит от денег, имеющих свойство порабощать людей. Но наука отрицает это и говорит: это происходит не от свойства денег, а оттого, что одни имеют землю и капитал, а другие не имеют их. Мы спрашиваем: отчего люди, имеющие землю и капитал, поработают неимущих? Нам отвечают: оттого, что они имеют землю и капитал.

Да ведь мы про это же самое и спрашиваем. Лишение земли и орудий труда и есть порабощение. Ведь это ответ: усыпляет, потому что обладает снотворной силой».

Самая знаменитая теорема логики

Еще в XVII в. немецкий философ Г. Лейбниц высказал идею представить логическое доказательство как «игру со знаками». Эта «игра» должна осуществлять-



ся по простым правилам, напоминающим правила вычисления в математике и принимающим во внимание только внешний вид знаков. «Путеводную нить мышления, — писал Лейбниц, — я вижу в том легком и безотказном методе, пользуясь которым мы без внутренней тревоги, споров и жуткого блуждания устремлялись бы к цели так же уверенно, как тот, кто имеет в лабиринте нить Ариадны».

Лейбниц попытался преобразовать умозаключение в вычисление по строгим правилам. Он верил, что это в конце концов удастся и наступит золотой век, когда с помощью новой логики самые сложные и отвлеченные проблемы будут «вычисляться» так же легко и бесспорно, как в математике вычисляется сумма чисел.

Программа Лейбница перестроить логику по образцу математики была грандиозной. Но этот замысел намного опережал свое время и надолго остался непонятым.

О Лейбниц, о мудрец, создатель вещей книг!
Ты — выше мира был, как древние пророки.
Твой век, дивясь тебе, пророчеств не постиг
И с лестью смешивал безумные упреки.

В. Я. Брюсов

Только через два столетия уподобление логических операций математическим произвело переворот в формальной логике и привело к возникновению современной математической логики.

Формализация доказательства. Идея Лейбница — это идея формализации доказательства, сведения его к преобразованию одних последовательностей знаков в другие их последовательности.

Строя доказательства, мы опираемся на интуитивную логику и постоянно обращаемся к содержательному значению используемых понятий, их смыслу.

Но смысл — трудноуловимая вещь. Нередко он расплывчат и неопределен, может истолковываться по-разному и меняться в ходе доказательства. Не удивительно, что даже в математике, оперирующей наиболее точными понятиями, возникают споры по поводу того, доказано какое-то положение или нет.

Чтобы сделать доказательство предельно строгим, нужно свести оперирование смыслами, недоступными наблюдению, к действиям над вещественными, хорошо обозримыми объектами. Для этого требуется выявить все используемые нами принципы интуитивной логики и представить их в виде простых правил преобразования последовательностей знаков, записанных на бумаге. Рассуждение превратится при этом в предметные действия над цепочками знаков.

Сущность метода формализации состоит в построении модели, в которой содержательным рассуждениям соответствуют чисто формальные образования. Ими оперируют на основании системы правил, а не смыслового содержания предложений.

Формализация может осуществляться с разной степенью полноты. Полная формализация теории имеет место тогда, когда совершенно отвлекаются от содержательного смысла исходных понятий и положений теории и перечисляют все правила логического вывода, используемые в доказательствах. Такая формализация включает в себя три момента: обозначение исходных, неопределяемых терминов; перечисление принимаемых без доказательства формул (аксиом); введение правил преобразования этих формул для получения из них новых формул (теорем). В формализованной теории доказательство не требует обращения к каким-либо интуитивным представлениям. Оно является последовательностью формул, каждая из которых либо есть аксиома, либо получается из аксиом по правилам вывода. Проверка такого доказа-

тельства превращается в механическую процедуру и может быть передана вычислительной машине.

Допустим для примера, что аксиомами являются формулы: $(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$, $(A \rightarrow B)$ и $\sim B$, а единственным правилом вывода — правило, позволяющее вписывать в доказательство формулу B , если в нем ранее встречались формулы $A \rightarrow B$ и A . Для осуществления вывода нет необходимости знать, что означают знаки \rightarrow и \sim и какие утверждения представляются буквами A и B . Вывод — это оперирование самими знаками как материальными объектами, а не стоящими за ними смыслами. Построим такую последовательность формул:

1. $(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$
2. $(A \rightarrow B)$
3. $(\sim B \rightarrow \sim A)$
4. $\sim B$
5. $\sim A$

Формулы 1, 2 и 4 — аксиомы, формулы 3 и 5 получены из аксиом по принятому правилу вывода. Значит, данная последовательность — доказательство, а именно доказательство своей конечной формулы — $\sim A$. Это формальное доказательство, в нем не используются «смыслы», нет никаких «психологических моментов».

Теперь можно придать определенные значения всем знакам, входящим в последовательность. Предположим, что A — это утверждение «По проводнику течет ток», B — утверждение «Вокруг проводника образуется магнитное поле», \rightarrow — «если..., то...» и \sim — «неверно». При таком истолковании рассматриваемая последовательность — вывод заключения «Неверно, что по проводнику течет ток» из посылок «Если по проводнику течет ток, то вокруг него образуется магнитное поле» ($A \rightarrow B$) и «Неверно, что вокруг проводника образуется магнитное поле» ($\sim B$). Форму-

ла 1 — это логический закон контрапозиции, лежащий в основе вывода.

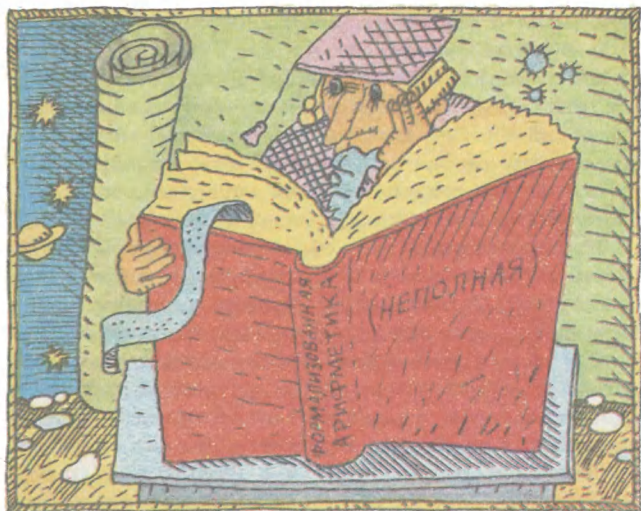
Можно придать и другие значения знакам А и В. Допустим, что А представляет утверждение «Есть дым», а В — «Есть огонь». Тогда указанная последовательность окажется выводом утверждения «Нет дыма» из утверждений «Если есть дым, то есть и огонь» (или «Нет дыма без огня») и «Нет огня».

Формализация играет существенную роль в уточнении научных понятий. Многие проблемы не могут быть не только решены, но даже сформулированы и поставлены, пока не будут формализованы связанные с ними рассуждения. Так обстоит дело, в частности, с широко используемым теперь понятием алгоритма и вопросом о том, существуют ли алгоритмически неразрешимые проблемы. Оказалось, что они существуют. Только формализация дала возможность поставить вопрос: охватывает ли формализованная, «машинная» арифметика всю содержательную арифметику?

Теорема Гёделя. Формализованное доказательство — это доказательство, записанное на специальном искусственном — формализованном — языке. Он имеет точно установленную структуру и простые правила, благодаря чему процесс доказательства сводится к элементарным операциям со знаками.

Формализованное доказательство — это идеальное и неоспоримое доказательство. Но насколько реалистичен этот идеал, не слишком ли формализованные рассуждения отходят от обычных научных рассуждений? Можно ли полностью формализовать любую научную теорию?

Ответы на эти вопросы были получены в 30-е гг., когда был установлен ряд теорем, принципиально ограничивающих формализацию. Наиболее важная



из них принадлежит австрийскому математику и логике К. Гёделю. В 1931 г. он показал, что любая достаточно богатая по содержанию формализованная теория неизбежно неполна: она не охватывает все истинные утверждения, относящиеся к ее области.

Теорема Гёделя касается непосредственно арифметики целых чисел и всех тех более широких теорий, которые содержат ее в качестве своей части: если формализованная арифметика непротиворечива, имеются такие формулы, которые в ней не могут быть ни доказаны, ни опровергнуты. Иначе говоря, как бы ни была проведена формализация, обязательно найдется такое содержательно истинное арифметическое утверждение, которое недоказуемо в формализованной арифметике. Последняя не может охватить всю обычную, содержательную арифметику.

Теорема Гёделя о неполноте произвела эффект

разорвавшейся бомбы не только в математике и логике. Она распространяется на любую формализованную теорию, содержащую арифметику, и говорит о внутренней ограниченности процедуры формализации, о невозможности представления сколько-нибудь богатой теории в виде завершенной формализованной системы.

Гёделевская теорема не дискредитирует, конечно, метод формализации. Но она говорит, что никакая формализация не способна исчерпать все богатство приемов и методов содержательного мышления. Сравнивая возможности человека и современных вычислительных машин, американские ученые Э. Нагель и Д. Ньюмен пишут, ссылаясь на теорему о неполноте: «Для каждой конкретной задачи в принципе можно построить машину, которой эта задача была бы под силу; но нельзя создать машину, пригодную для решения любой задачи... Структурные и функциональные возможности человеческого мозга еще намного больше по сравнению с возможностями самых изощренных из мыслимых сейчас машин. Единственный непреложный вывод, который мы можем сделать из гёделевской теоремы о неполноте, состоит в том, что природа и резервы человеческого разума неизмеримо тоньше и богаче любой из известных машин».

Теорема Гёделя иногда истолковывается как свидетельство непреодолимой ограниченности человеческого разума. Такая пессимистическая интерпретация малоосновательна. Теорема устанавливает границы только «машиноподобного», «вычисляющего» разума. Вместе с тем косвенно она говорит о могуществе творческого разума, способного создавать новые понятия и методы для решения принципиально новых проблем.

Классическое и неклассическое в логике

К. Маркс назвал революции «локомотивами истории». Это относится и к научным революциям. Представляя собой коренной переворот в основах научной теории или целой науки, научная революция задает новый способ видения мира и надолго предопределяет магистральный путь развития исследований.

Непосредственным результатом революции, происшедшей в логике в конце XIX — начале XX в., было возникновение логической теории, получившей со временем имя классической логики. У ее истоков стоят наряду со многими другими исследователями Д. Буль, А. де Морган, Ч. Пирс, Г. Фреге. В их работах была постепенно реализована идея перенесения в логику тех методов, которые обычно применяются в математике.

Классическая логика ориентировалась главным образом на анализ математических рассуждений. С этим связаны многие ее особенности, нередко расценивающиеся теперь как ее недостатки. В процессе развития она оказалась одной из многих логических теорий. Но это не означает, что ей принадлежит теперь только исторический интерес. Классическая логика по-прежнему остается ядром современной логики, сохраняющим как теоретическую, так и практическую значимость.

Разнообразные неклассические направления, возникшие позднее, составляют в совокупности то довольно неопределенное и разнородное целое, которое принято объединять под именем неклассической логики. Некоторые из этих направлений формировались в оппозиции к классической логике, другие — в полемике с нею. Но для всех она была образцом подхода к логическому анализу мышления, первой тео-



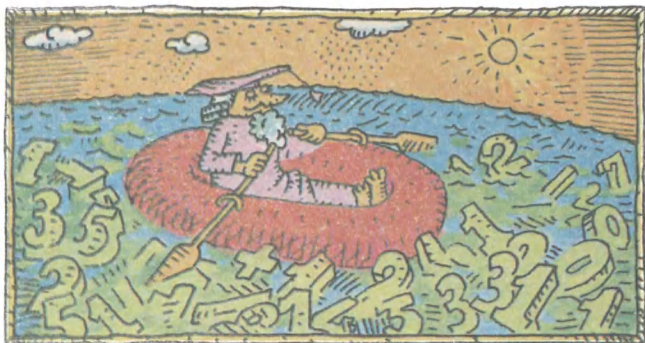
рией, последовательно и полно реализовавшей программу математизации логики.

Интуиционистская логика. «Нет пророка в своем отечестве», — говорит старая пословица. Те, кого мы сейчас называем классиками, когда-то стояли наравне со своими современниками, и последние не скупились на критику.

Не успела классическая логика сложиться, окрепнуть и проявить свои потенции, как она сделалась объектом суровой критики, идущей с разных сторон. Одними из наиболее активных в этом отношении были интуиционисты во главе с голландским математиком Л. Брауэром.

Источник математики, считал Брауэр, фундаментальная математическая интуиция. Не все обычные логические принципы приемлемы для нее. Так, в частности, обстоит дело с законом исключенного третьего, говорящим, что либо само утверждение, либо его отрицание истинно. Этот закон исторически возник в рассуждениях о конечных множествах объектов. Но затем он был необоснованно распространен также на бесконечные множества. Когда множество является конечным, мы можем решить, все ли входящие в него объекты обладают некоторым свойством, проверив один за другим все эти объекты. Но для бесконечных множеств такая проверка невозможна.

Допустим, что мы, рассматривая конечный набор чисел, доказали, что не все они четны. Отсюда по закону исключенного третьего следует, что, по крайней мере, одно из них нечетно. При этом утверждение о существовании такого числа можно подтвердить, предъявив это число. Но если бы рассматриваемое множество чисел было бесконечным, заключение о существовании среди них хотя бы одного нечетного числа оказалось бы непроверяемым. Тем самым оста-

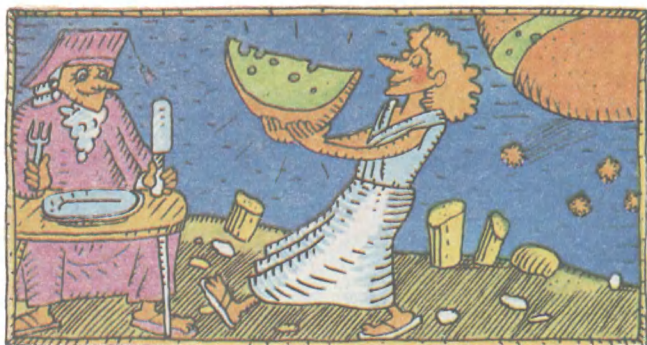


лось бы неясным, что означает в этом случае само слово «существование».

По выражению Г. Вейля, доказательства существования, опирающиеся на закон исключенного третьего, извещают мир о том, что сокровище существует, не указывая при этом его местонахождение и не давая возможности воспользоваться им.

Таким образом, по убеждению интуиционистов, закон исключенного третьего не является универсальным, одинаково применимым в рассуждениях о любых объектах. Как не без иронии говорит Г. Вейль, он «может быть верным для всемогущего и всезнающего существа, как бы обзирающего единым взглядом бесконечную последовательность натуральных чисел, но не для человеческой логики».

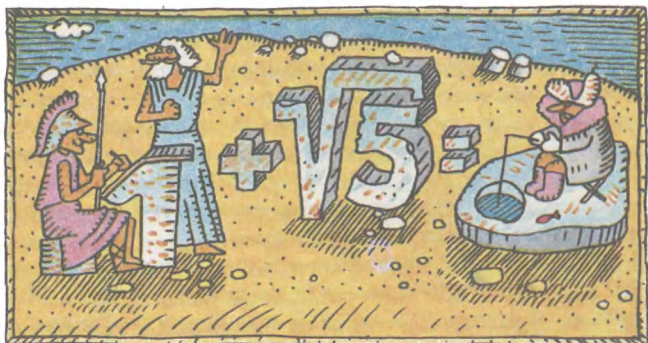
Выдвигая на первый план математическую интуицию, интуиционисты не придавали большого значения систематизации логических правил. Только в 1930 г. ученик Л. Брауэра А. Гейтинг опубликовал работу с изложением особой интуиционистской логики. В этой логике не действует закон исключенного третьего, несомненный для классической логики. Отбрасывается также ряд других законов, позволяющих



доказывать существование объектов, которые нельзя построить или вычислить. В число отвергаемых попадают, в частности, закон снятия двойного отрицания («Если неверно, что не-А, то А») и закон приведения к абсурду, дающий право утверждать, что математический объект существует, если предположение о его несуществовании приводит к противоречию.

В дальнейшем идеи, касающиеся ограниченной приложимости закона исключенного третьего и близких ему способов математического доказательства, были развиты советскими математиками А. Н. Колмогоровым, В. А. Гливенко, А. А. Марковым и другими. В результате переосмысления основных предпосылок интуиционистской логики возникла конструктивная логика, также считающая неправомерным перенос ряда логических принципов, применимых в рассуждениях о конечных множествах, на область бесконечных множеств.

Логическое следование. Острой критике классическая логика подверглась за то, что она не дает корректного описания логического следования.



Основная задача логики — систематизация правил, позволяющих из принятых утверждений выводить новые. Возможность получения одних идей в качестве логических следствий других лежит в фундаменте любой науки. Это делает проблему верного описания логического следования чрезвычайно важной. Неудача в ее решении отрицательно сказывается не только на самой логике, но и на методологии науки.

Логическое следование — это отношение, существующее между утверждениями и обоснованно выводимыми из них заключениями, отношение, хорошо известное нам из практики обычных рассуждений. Задача логики — уточнить интуитивное, стихийно сложившееся представление о следовании и сформулировать на этой основе однозначно определенное понятие следования. Последнее должно, конечно, находиться в достаточном соответствии с замещаемым им интуитивным представлением.

Логическое следование должно вести от истинных положений только к истинным. Если бы выводы, относимые к обоснованным, давали возможность пере-

ходить от истины ко лжи, то установление между утверждениями отношения следования потеряло бы всякий смысл. Логический вывод превратился бы из способа разворачивания и развития знания в средство, стирающее грань между истиной и заблуждением.

Классическая логика удовлетворяет требованию вести от истины только к истине. Однако многие ее положения о следовании плохо согласуются с нашим привычным представлением о нем.

В частности, классическая логика говорит, что из противоречия логически следует все, что угодно. Например, из противоречивого утверждения «Токио — большой город, и Токио не является большим городом» следуют наряду с любыми другими утверждения: «Математическая теория множеств непротиворечива», «Луна сделана из зеленого сыра» и т. п. Но между исходным утверждением и этими, якобы вытекающими из него утверждениями нет никакой содержательной связи. Здесь явный отход от обычного представления о следовании.

Точно так же обстоит дело и с классическим положением, что логические законы вытекают из любых утверждений. Наш логический опыт отказывается признать, что, скажем, утверждение «Лед холодный или лед не холодный» можно вывести из утверждений типа «Два меньше трех» или «Аристотель был учителем Александра Македонского». Следствие, которое выводится, должно быть как-то связано с тем, из чего оно выводится. Классическая логика пренебрегает этим очевидным обстоятельством.

Важную роль во всех наших рассуждениях играют условные утверждения, формулируемые с помощью союза «если..., то...». Они выполняют много различных задач, но их типичная функция — обоснование одних утверждений ссылкой на другие. К примеру, электропроводность меди можно обосновать, ссы-

лаясь на то, что она металл: «Если медь — металл, то она проводит электрический ток».

Условное утверждение в логике называется импликацией.

Классическая логика так истолковывает условное утверждение «Если А, то В»: оно ложно только в том случае, когда А истинно, а В ложно, и истинно во всех остальных случаях. Оно истинно, в частности, когда А ложно или когда В истинно. Содержательная, смысловая связь утверждений А и В при этом во внимание не принимается. Если даже они никак не связаны друг с другом, составленное из них условное утверждение может быть истинным.

Так истолкованное условное утверждение получило название материальной импликации. Согласно ее определению, истинными должны считаться такие, к примеру, утверждения: «Если Луна обитаема, то дважды два равно четырем», «Если Земля — клуб, то Солнце — треугольник» и т. п. Очевидно, что, если даже материальная импликация полезна для многих целей, она все-таки плохо согласуется с обычным пониманием условной связи.

Прежде всего, эта импликация плохо выполняет функцию обоснования. Вряд ли являются в каком-либо разумном смысле обоснованиями такие утверждения, как «Если Наполеон умер на Корсике, то закон Архимеда открыт не им», «Если медь — египетское божество, она электропроводна». Нельзя сказать, что, поставив перед истинным утверждением произвольное высказывание, мы тем самым обосновали это утверждение. Классическая же логика говорит: истинное утверждение может быть обосновано с помощью любого утверждения.

Трудно отнести к обоснованиям и такие истинные материальные импликации, как «Если львы не имеют зубов, то у жирафов длинные шеи», «Если дважды два

равно пяти, то Юпитер обитаем» и т. п. Однако классическая логика говорит: с помощью ложного утверждения можно обосновать все, что угодно.

Эти и подобные им положения об обосновании, отстаиваемые классической логикой, получили название парадоксов материальной импликации. Они не согласуются с привычными представлениями относительно обоснования одних утверждений с помощью других.

Таким образом, классическая логика не может быть признана удачным описанием логического следования. Первым на это указал еще в 1912 г. американский логик К. Льюис. Тогда логика находилась на подъеме, она казалась безупречной, и критика Льюиса в ее адрес не была воспринята всерьез. Его даже обвинили в непонимании существа дела. Но он продолжал заниматься этой проблемой и предложил новую теорию логического следования, в которой материальная импликация замещалась другой условной связью — строгой импликацией. Это было большим шагом вперед, хотя и оказалось, что строгая импликация тоже не лишена собственных парадоксов.

Более совершенное описание условной связи и логического следования было дано в 50-е гг. логиками В. Аккерманом, А. Андерсоном и Н. Белнапом. Им удалось исключить не только парадоксы материальной импликации, но и парадоксы строгой импликации. Введенная ими импликация получила название релевантной (т. е. уместной), поскольку ею можно связывать утверждения, имеющие только какое-то общее содержание.

В настоящее время теория логического следования является одним из наиболее интенсивно развивающихся разделов неклассической логики. Интересный новый подход недавно намечен немецким логиком Х. Весселем. Он предложил разделить две задачи,

ранее решавшиеся одновременно: сначала описать основные правила логического следования, а уже затем вводить разные типы условных связей, или импликаций. Оценка этого подхода — дело будущего.

Модальная логика. Для классической логики вещь существует или не существует, и нет никаких других вариантов. Но как в обычной жизни, так и в науке постоянно приходится говорить не только о том, что есть в действительности и чего нет, но и о том, что должно быть или не должно быть и т. д. Действительный ход событий можно рассматривать как реализацию одной из многих мыслимых возможностей, а действительный мир, в котором мы находимся, — как один из бесчисленного множества возможных миров.

...В возможного безбрежном океане
Действительное — маленький Гольфстрим.

Н. А. Васильев

Язык классической логики слишком беден, чтобы на нем удалось передать рассуждения не только о реальных событиях (имеющих место в действительном мире), но и о возможных событиях (происходящих в каких-то возможных мирах) или о необходимых событиях (наступающих во всех таких мирах).

Стремление обогатить язык логики и расширить ее выразительные возможности привело к возникновению модальной логики. Ее задача — анализ рассуждений, в которых встречаются модальные понятия, служащие для конкретизации устанавливаемых нами связей, их оценки с той или иной точки зрения.

Еще Аристотель начал изучение таких, наиболее часто встречающихся модальных понятий, как «необходимо», «возможно», «случайно». В средние века круг модальностей был существенно расширен, и в него вошли также «знает», «полагает», «было», «бу-

дет», «обязательно», «разрешено» и т. д.

В принципе число групп модальных понятий и выражаемых ими точек зрения не ограничено. Современная логика выделяет наиболее важные из этих групп и делает их предметом специального исследования. Она изучает также общие принципы модальной оценки, справедливые для всех групп модальных понятий.

Интересную группу составляют, в частности, понятия «полагает», «сомневается» и т. п. Раздел модальной логики, исследующий эти и подобные им понятия, получил название эпистемической логики. В числе самых простых законов этой логики есть такие положения: «Невозможно полагать что-то и вместе с тем сомневаться в этом», «Если субъект убежден в чем-то, то неверно, что он убежден также в противоположном» и т. п.

Временные модальные понятия «было», «будет», «раньше», «позже», «одновременно» и т. п. изучаются логикой времени. Среди элементарных ее законов содержатся утверждения: «Неверно, что произойдет логически невозможное событие», «Если было, что всегда будет нечто, то оно всегда будет», «Ни одно событие не происходит раньше самого себя» и т. п.

В последние десятилетия модальная логика бурно развивается, вовлекая в свою орбиту все новые группы модальных понятий. Существенно усовершенствованы способы ее обоснования. Это придало модальной логике новое дыхание и поставило ее в центр современных логических исследований.

Логическое исследование ценностей. Наши рассуждения о моральном добре и долге, как и любые другие, подчиняются принципам логики. И в этой области и можно, и нужно быть последовательным и доказательным. Моральные вопросы нередко вызывают раз-

ногласия и споры. Но это, конечно же, не потому, что мораль стоит за пределами логики и в вопросах морали никого нельзя убедить с помощью логически совершенного рассуждения.

Требования логики распространяются не только на мораль, но и вообще на любые рассуждения о добре и долге. Последовательными и доказательными должны быть и приговор суда, и решение собрания, и рекомендация какой-либо комиссии и т. д. Нельзя давать противоречивых, а значит, невыполнимых советов, не следует требовать невозможного, одновременно и разрешать и запрещать и т. д.

Логическое исследование рассуждений о ценностях и обязанностях началось довольно давно, но только в последние десятилетия оно заметно продвинулось вперед. Постепенно сложились две новые ветви логики: логика оценок и логика норм. Первая исследует разнообразные оценки, формулируемые с помощью абсолютных понятий «хорошо», «плохо», «безразлично» и сравнительных понятий «лучше», «хуже», «равноценно»; вторая изучает логические связи нормативных высказываний, говорящих об обязательном, разрешенном и запрещенном.

И оценочные и нормативные рассуждения подчиняются всем общим принципам логики. Имеются, кроме того, специфические логические законы, учитывающие своеобразие оценок и норм. Выявление и систематизация таких законов — главная задача логики оценок и логики норм.

Вот некоторые примеры законов логики оценок: «Ничто не может быть хорошим и плохим одновременно», «Ничто не может быть сразу и хорошим, и безразличным», «Невозможно быть и плохим, и безразличным». «Безразличное» здесь понимается как то, что не является ни хорошим, ни плохим.

Особый интерес среди законов логики оценок пред-

ставляют конкретизации закона непротиворечия на случай оценок. «Два состояния, логически не совместимые друг с другом, не могут быть оба хорошими» и «Эти состояния не могут быть вместе плохими» — так можно передать смысл этих конкретизаций. Несовместимыми являются, например, честность и нечестность, здоровье и болезнь, дождливая погода и погода без дождя и т. д. В случае каждой из этих пар исключающих друг друга состояний справедливо, что если быть здоровым хорошо, то неверно, что не быть здоровым тоже хорошо, если быть нечестным плохо, то неправда, что быть честным также плохо, и т. д.

Речь идет, очевидно, об оценке двух противоречащих друг другу состояний с одной и той же точки зрения. У всего есть свои достоинства и свои недостатки. Если, допустим, здоровье и нездоровье рассматривать с разных сторон, то каждое из этих состояний окажется в чем-то хорошим, а в чем-то плохим. И когда говорится, что они не могут быть вместе хорошими или вместе плохими, имеется в виду: в одном и том же отношении. Логика оценок никоим образом не утверждает, что если, к примеру, искренность является хорошей в каком-то отношении, то неискренность не может быть хорошей ни в каком другом отношении. Проявить неискренность у постели смертельно больного — это одно, а быть искренним с его лечащим врачом — это совсем другое. Логика настаивает только на том, что два противоположных состояния не могут быть хорошими в одном и том же отношении, для одного и того же человека.

Принципиально важным является то, что логика устанавливает критерии «разумности» системы оценок. Включение в число таких критериев требования непротиворечивости прямо связано со свойствами человеческого действия. Задача оценочного рассуждения — предоставить разумные основания для дея-

тельности. Противоречивое состояние не может быть реализовано. Соответственно рассуждение, предлагающее выполнить невозможное действие, не может считаться разумным. Противоречивая оценка, выступающая в этом рассуждении и рекомендующая такое действие, также не может считаться разумной.

Из законов, касающихся сравнительных оценок, можно упомянуть такие принципы: «Ничто не может быть лучше или хуже самого себя», «Одно лучше второго только в том случае, когда второе хуже первого», «Равноценны каждые два объекта, которые не лучше и не хуже друг друга». Эти законы являются, конечно, самоочевидными. Они ничего не говорят об оцениваемых объектах или их свойствах, в них не содержится никакого «предметного» содержания. Задача таких законов — раскрыть смыслы слов «лучше», «хуже» и «равноценно», указать правила, которым подчиняется их употребление.

Хорошим примером положения логики оценок, вызывающего постоянные споры, является так называемый принцип переходности: «Если первое лучше второго, а второе лучше третьего, то первое лучше третьего», и аналогично для «хуже». Допустим, что человеку был предложен выбор между сокращением рабочего дня и повышением зарплаты и он предпочел первое. Затем ему предложили выбирать между повышением зарплаты и увеличением отпуска, и он избрал повышение зарплаты. Означает ли это, что, сталкиваясь затем с необходимостью выбора между сокращением рабочего дня и увеличением отпуска, этот человек выберет в силу законов логики, так сказать автоматически, сокращение рабочего дня? Будет ли он противоречить себе, если выберет в последнем случае увеличение отпуска?

Ответ здесь не очевиден. На этом основании принцип переходности нередко не относят к законам логи-

ки оценок. Однако отказ от него имеет и не совсем приемлемые следствия. Человек, который не соблюдает в своих рассуждениях данный принцип, лишается возможности выбрать наиболее ценную из тех вещей, которые не считаются им равноценными. Допустим, что он предпочитает банан апельсину, апельсин яблоку и вместе с тем предпочитает яблоко банану. В этом случае, какую бы из трех данных вещей он ни избрал, всегда останется вещь, которую предпочитает он сам. Если предположить, что разумный выбор — этот выбор, дающий наиболее ценную вещь, то соблюдение принципа переходности окажется необходимым условием разумности выбора.

В числе законов логики норм — положения, что никакое действие не может быть одновременно и обязательным, и запрещенным, что безразличное не является ни обязательным, ни запрещенным и т. п. Одна из групп законов касается связей между основными нормативными понятиями. Эти законы, в частности, говорят: «Действие обязательно только в том случае, если запрещено воздерживаться от него», «Действие разрешено, когда оно не запрещено», «От запрещенного обязательно воздерживаться» и т. д.

Очевидность этих положений становится особенно наглядной, когда они переформулируются в терминах конкретных действий. Обязательно, допустим, платить налоги только при условии, что их запрещено не платить; разрешено пропустить ход в игре, если это не запрещено, и т. п.

Невозможно что-то сделать и вместе с тем не сделать, выполнить какое-то действие и одновременно воздержаться от него. Нельзя засмеяться и не засмеяться, закипятить воду и не закипятить ее. Понятно, что требовать от человека выполнения невозможного неразумно: он все равно нарушит это требование. На этом основании в логику норм вводят прин-

цип, согласно которому действие и воздержание от него не могут быть вместе обязательными.

Реальные системы норм — особенно включающие тысячи и десятки тысяч норм — обычно не вполне последовательны. В них тем или иным путем появляются нормы, одна из которых запрещает что-то, а другая разрешает это же самое или одна требует сделать что-то, а другая предписывает воздерживаться от этого.

Существование таких систем с конфликтующими нормами не означает, конечно, что логика не должна требовать непротиворечивости нормативного рассуждения. Реальные научные теории тоже развиваются постепенно, путем постоянного их расширения и перестройки. Новое в этих теориях зачастую оказывается не совместимым со старым. Непоследовательность и прямая противоречивость теорий не считаются основаниями для отказа от логического требования непротиворечивости. Противоречивость многих существующих систем норм также не означает, что от них не следует требовать логической последовательности и непротиворечивости.

Важность изучения законов логики оценок и логики норм несомненна. Они конкретизируют общую идею, утверждающую, что рассуждения, включающие оценки и нормы, не выходят за сферу «логического» и могут успешно анализироваться и описываться с помощью методов логики. Кроме того, эти законы могут использоваться при исследовании различных конкретных рассуждений.

Французский философ Ш. Монтескье пишет о римском императоре Калигуле, который однажды произвел в сенаторы своего коня: «Калигула показал себя настоящим софистом в своей жестокости... То он говорил, что будет наказывать консулов как в том случае, если они будут праздновать день, установленный



в память победы при Акции, так и в том случае, если они не будут праздновать его. Когда умерла Друзилла, которой он велел воздавать божественные почести, то было преступлением плакать по ней, потому что она была богиней, и не плакать, потому что она была сестрой императора».

Очевидно, что распоряжения Калигулы противоречат логике. Одновременно запрещается выполнять определенное действие и воздерживаться от его выполнения. Логически это невозможно, и, как бы ни вели себя те, кому адресованы эти распоряжения, одно из запрещений неизбежно будет нарушено.

Новый подход к противоречию. Наука непримирима к противоречиям и успешно борется с ними. Но в жизни многих научных теорий, особенно в начале их развития, имеются периоды, когда они не свободны от внутренних противоречий.

Логика, требующая исключения противоречий, должна считаться с этим обстоятельством. К тому же ей самой присущи внутренние противоречия (логические парадоксы), периодически доставляющие немало беспокойства.

Классическая логика подходит к противоречиям несколько прямолинейно. Согласно одному из ее законов, из противоречия следует все, что угодно. Это означает, что противоречие запрещается, притом запрещается под угрозой, что в случае его появления в теории окажется доказуемым любое утверждение. Очевидно, что тем самым теория будет разрушена.

Однако реально никто не пользуется этим разрешением выводить из противоречий все, что попало. Практика научных рассуждений резко расходится в данном пункте с логической теорией.

В качестве реакции на это рассогласование в последние десятилетия начали разрабатываться различные варианты паранепротиворечивой логики. Несколько необычное ее название призвано подчеркнуть, что она иначе трактует противоречие, чем классическая логика. Исключается, в частности, возможность выводить из противоречий любые утверждения. Доказуемость в теории противоречия перестает быть смертельно опасной угрозой, нависшей над ней. Этим не устраняется, конечно, принципиальная необходимость избавляться от противоречий в процессе дальнейшего развития теории.

Интересно отметить, что одним из первых (еще в 1910 г.) сомнения в неограниченной приложимости закона непротиворечия высказал русский логик Н. А. Васильев. «Предположите, — говорил он, — мир осуществленного противоречия, где противоречия выводились бы, разве такое познание не было бы логическим?» Васильев писал не только научные статьи, но и стихи. В них иногда своеобразно прелом-

лялись его логические идеи, в частности идея воображаемых (возможных) миров:

...Мне грезится безвестная планета,
Где все идет иначе, чем у нас.

В качестве логики воображаемого мира он и предложил свою теорию без закона непротиворечия, долгое время считавшегося центральным принципом логики. Васильев полагал необходимым ограничить также действие закона исключенного третьего и в этом смысле явился одним из идейных предшественников интуиционистской логики.

Новаторские идеи Васильева не были поняты современниками. Они истолковывались неверно, объявлялись безграмотными. Васильев тяжело переживал подобную «критику» и вскоре оставил занятия логикой. Потребовалось полвека, прежде чем его «воображаемая логика» без законов непротиворечия и исключенного третьего была оценена по достоинству.

Логика и кванты. Возникновение квантовой механики, пришедшей на смену классической механике Ньютона, произвело подлинный переворот в физическом мышлении. Пересмотр традиционных представлений привел к возникновению идеи особой логики квантовой механики. Предполагалось, что теории классической физики, описывающие факты, опираются на законы обычной логики — логики макромира; квантовая же физика имеет дело не просто с фактами, а с их вероятностными связями, и в ней рассуждают, опираясь на совершенно иные схемы мышления. Выявление и систематическое описание последних — задача специальной логики микромира.

Эту идею впервые высказал математик Д. фон Нейман. В середине 30-х гг. им вместе с Д. Биркгофом была построена особая квантовая логика, положившая начало еще одному направлению некласси-

ческой логики. Позднее Г. Рейхенбах построил еще одну логику с целью устранения «причинных аномалий», возникающих при попытках применить классическое причинное объяснение к квантовым явлениям. К настоящему времени предложены десятки разных логических систем, стремящихся выявить своеобразие рассуждений о квантовых объектах.

Эти «квантовые логики» серьезно различаются как множествами принимаемых в них законов, так и способами своего обоснования. Чаще всего в них отказываются от классических законов ассоциативности и дистрибутивности, касающихся сложных утверждений, построенных с помощью союзов «и» и «или». Иногда отбрасывается даже закон исключенного третьего.

В начальный период своего развития квантовая логика встретила как критику (Н. Бор, В. Паули), так и одобрение (К. Вайцеккер, В. Гейзенберг, М. Борн). Длительная полемика не внесла, однако, ясности в вопрос: действительно ли квантовая механика руководствуется особой логикой? Если даже это так, нужно признать, что исследования в данном направлении не оказали сколько-нибудь заметного воздействия на развитие самой механики. Постепенно квантовая логика стала даже отходить от нее и искать приложения в других областях. Одно из таких наметившихся приложений — диалог двух исследователей, придерживающихся по обсуждаемому вопросу противоположных точек зрения, но пользующихся общим языком диалога.

Единство логики. Рассмотренные разделы неклассической логики не исчерпывают, конечно, всего многообразия существующих логических систем. Логика как наука едина. Однако она складывается из множества более или менее частных систем, ни одна из которых

не может претендовать на выявление логических характеристик мышления в целом. В этом аспекте современная логика отличается от традиционной логики. Последняя не знала никаких многих «логик». Проблема сведения в единство тех фрагментарных описаний мышления, которые даются отдельными логическими системами, перед нею вообще не стояла.

Интенсивное развитие логики сопровождается расширением и обогащением ее аппарата, возникновением новых разделов и систем. Эта дифференциация не должна вместе с тем заслонять те идеи и связи, которые превращают непрерывно расширяющееся множество логических систем в единую науку.

Единство логики проявляется прежде всего в том, что входящие в ее состав отдельные «логики» пользуются при описании содержательных логических процессов одними и теми же методами исследования. Все эти «логики» отвлекаются от конкретного содержания высказываний и умозаключений и оперируют только с их формальным, структурным содержанием. Каждая из них является системой, применяющей язык символов и формул и строящейся в соответствии с некоторыми общими для всех систем принципами. И наконец, сконструированная «логика» вызывает ряд вопросов, встающих в случае с каждой системой: нет ли в ней противоречия, охватывает ли она все истины рассматриваемого рода? И т. д.

Между разными логическими системами имеются определенные связи. Одни системы могут быть эквивалентны другим, или включаться в них, или являться их обобщением и т. д.

Единство логики проявляется также в том, что разные «логики» не противоречат друг другу: законами одной из них не могут быть отрицания законов, принятых в другой. Это верно даже для систем, которые можно назвать конкурирующими, поскольку они по-



разному описывают одни и те же процессы рассуждения. Есть, как мы видели, «логики», включающие закон исключенного третьего. Есть также системы — и их немало, — рассчитанные на описание почти тех же типов рассуждений, но не включающие данного закона. В бесконечном многообразии логических систем нет, однако, таких «логик», которые провозглашали бы в качестве своего закона отрицание закона исключенного третьего.

Мысль, что единая современная логика складывается из большого числа отдельных «логик», если и необычна, то только по форме своего выражения. Сходное утверждение является верным в случае со всякой развитой наукой, скажем физикой или математикой. Они также складываются из множества отдельных теорий, только в совокупности и в сложных динамических взаимосвязях составляющих своеобразное единство, называемое физикой или математикой.

Парадоксы и проблемы

Известно, что сформулировать проблему часто важнее и труднее, чем решить ее. «В науке, — писал английский химик Ф. Содди, — задача, надлежащим образом поставленная, более чем наполовину решена. Процесс умственной подготовки, необходимый для выяснения того, что существует определенная задача, часто отнимает больше времени, чем само решение задачи».

Формы, в которых проявляется и осознается проблемная ситуация, очень разнообразны. Далеко не всегда она обнаруживает себя в виде прямого вопроса, вставшего в самом начале исследования. Мир проблем так же сложен, как и порождающий их процесс познания. Выявление проблем связано с самой сутью

творческого мышления. Парадоксы представляют собой наиболее интересный случай из всех неявных, «безвопросных» способов постановки проблем. Парадоксы обычны на ранних стадиях развития научных теорий, когда делаются первые шаги в еще неизученной области и нащупываются самые общие принципы подхода к ней.

В широком смысле парадокс — это положение, резко расходящееся с общепринятыми, устоявшимися, «ортодоксальными» мнениями. «Общепризнанные мнения и то, что считают делом давно решенным, чаще всего заслуживает исследования» (Г. Лихтенберг). Парадокс — начало такого исследования.

Парадокс в более узком и специальном значении — это два противоположных, несовместимых утверждения, для каждого из которых имеются кажущиеся убедительными аргументы.

Наиболее резкая форма парадокса — антиномия, рассуждение, доказывающее эквивалентность двух утверждений, одно из которых является отрицанием другого.

Особой известностью пользуются парадоксы в самых строгих и точных науках — математике и логике. И это не случайно.

Логика — абстрактная наука. В ней нет экспериментов, нет даже фактов в обычном смысле этого слова. Строя свои системы, логика исходит в конечном счете из анализа реального мышления. Но результаты этого анализа носят синтетический, нерасчлененный характер. Они не являются констатациями каких-либо отдельных процессов или событий, которые должна была бы объяснить теория. Такой анализ нельзя, очевидно, назвать наблюдением: наблюдается всегда конкретное явление.

Конструируя новую теорию, ученый обычно отталкивается от фактов, от того, что можно наблюдать

в опыте. Как бы ни была свободна его творческая фантазия, она должна считаться с одним непременным обстоятельством: теория имеет смысл только в том случае, когда она согласуется с относящимися к ней фактами. Теория, расходящаяся с фактами и наблюдениями, является надуманной и ценности не имеет.

Но если в логике нет экспериментов, нет фактов и нет самого наблюдения, то чем сдерживается логическая фантазия? Какие если не факты, то факторы принимаются во внимание при создании новых логических теорий?

Расхождение логической теории с практикой действительного мышления нередко обнаруживается в форме более или менее острого логического парадокса, а иногда даже в форме логической антиномии, говорящей о внутренней противоречивости теории. Этим как раз объясняется то значение, которое придается парадоксам в логике, и то большое внимание, которым они в ней пользуются.

Специальная литература на тему парадоксов практически неисчерпаема. Достаточно сказать, что только об одном из них — парадоксе лжеца — написано более тысячи работ. Однако парадоксы интересуют нас не столько сами по себе, сколько в качестве характерного для логики способа постановки проблем.

Парадокс лжеца. Внешне логические парадоксы, как правило, просты и даже наивны. Но в своей лукавой наивности они подобны старому колодцу: с виду лужица, а дна не достанешь.

Большая группа парадоксов говорит о том круге вещей, к которому они сами относятся. Их особенно сложно отделить от утверждений, по виду парадоксальных, но на самом деле не ведущих к противоречию.

Возьмем, к примеру, высказывание «Из всех пра-

вил имеются исключения». Само оно является, очевидно, правилом. Значит, из него можно найти, по крайней мере, одно исключение. Но это означает, что существует правило, не имеющее ни одного исключения. Высказывание содержит ссылку на само себя и отрицает само себя. Есть ли здесь логический парадокс, замаскированное и утверждение, и отрицание одного и того же? Впрочем, ответить на этот вопрос довольно просто.

Можно задуматься также над тем, не является ли внутренне непоследовательным мнение, будто всякое обобщение неверно, ведь само это мнение — обобщение. Или совет — никогда ничего не советовать? Или максима «Не верьте ничему!», относящаяся и к самой себе? Древнегреческий поэт Агафон как-то заметил: «Весьма правдоподобно, что совершается много неправдоподобного». Не оказывается ли здесь правдоподобное наблюдение поэта само неправдоподобным событием?

Парадоксы не всегда легко отделить от того, что только напоминает их. Еще труднее сказать, откуда возник парадокс, чем не устраивают нас самые естественные, казалось бы, допущения и многократно проверенные способы рассуждения.

С особой выразительностью это показывает один из наиболее древних и, пожалуй, самый знаменитый из логических парадоксов — парадокс лжеца. Он относится как раз к выражениям, говорящим о самих себе.

В классическом варианте этого парадокса речь идет о ситуации, когда человек произносит всего одну фразу: «Я лгу». Является ли это высказывание истинным или же оно ложно?

Если оно ложно, то говорящий сказал правду и, значит, сказанное им не является ложью. Если же высказывание не является ложным, а говорящий

утверждает, что оно ложно, то это его высказывание ложно. Таким образом, оказывается, если говорящий лжет, он говорит правду, и наоборот.

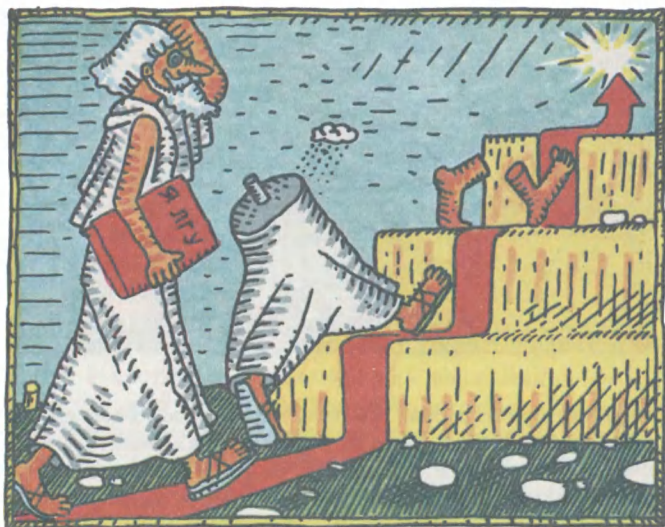
Уже на примере парадокса лжеца хорошо видны характерные особенности парадоксов. Они не ставят явно и прямо конкретных проблем. Парадокс имеет форму краткого рассказа или описания простого в своей основе случая.

Какие же проблемы скрываются за парадоксом лжеца? Почему он приводит к противоречию?

По мысли одного из основателей логической семантики — польского логика А. Тарского, причина парадокса лжеца в том, что на одном и том же языке говорится как о предметах, существующих в мире, так и о самом этом «предметном» языке. Язык с таким свойством Тарский назвал семантически замкнутым. Естественный язык, очевидно, семантически замкнут. Отсюда неизбежность возникновения в нем парадокса. Чтобы устранить его, надо строить своеобразную лесенку, или иерархию языков, каждый из которых используется для вполне определенной цели: на первом говорят о мире предметов, на втором — об этом первом языке, на третьем — о втором языке и т. д. Ясно, что в этом случае утверждение, говорящее о своей собственной ложности, уже не может быть сформулировано и парадокс исчезнет.

Это разрешение парадокса не является, конечно, единственно возможным. Одно время оно было общепринятым, но сейчас былого единодушия уже нет. Традиция устранять парадоксы такого типа путем «расслаивания» языка осталась, но наметились и другие подходы. Интересные идеи на этот счет высказаны, в частности, советскими логиками А. И. Уёмовым и А. В. Бессоновым.

Финский логик и философ Г. фон Вригт в работе, посвященной «лжецу», писал, что этот парадокс ни



в коем случае не должен пониматься как локальное, изолированное препятствие. Его нельзя устранить одним изобретательным движением мысли. «Лжец» затрагивает многие наиболее важные темы логики и семантики. Это и определение истины, и истолкование противоречия и доказательства, и т. д.

Парадокс Рассела. Самое серьезное воздействие не только на логику, но и на математику оказал парадокс, обнаруженный английским ученым Б. Расселом.

Рассел придумал такой популярный его вариант — «парадокс парикмахера». Допустим, что совет какой-то деревни так определил обязанности деревенского парикмахера: брить всех мужчин, которые не бреются сами, и только этих мужчин. Должен ли он брить самого себя? Если да, то он будет относиться к



тем, кто бреется сам; но тех, кто бреется сам, он не должен брить. Если нет, он будет принадлежать к тем, кто не бреется сам, и, значит, он должен будет брить себя. Мы приходим, таким образом, к заключению, что этот парикмахер бреет себя в том, и только том, случае, когда он не бреет себя. Это, разумеется, невозможно.

В исходной версии парадокс Рассела касается множеств, т. е. совокупностей, в чем-то сходных друг с другом объектов. Относительно произвольного множества можно задать вопрос: является оно своим собственным элементом или нет? Так, множество лошадей не есть лошадь, и потому оно не собственный элемент. Но множество идей есть идея и содержит само себя; каталог каталогов — это опять-таки каталог. Множество всех множеств также есть собственный элемент, поскольку оно — множество. Разделив все множества на те, которые являются собственными элементами, и те, которые не таковы, можно спросить: множество всех множеств, не являющихся собственными элементами, содержит себя в качестве элемента или нет? Ответ, однако, оказывается обескураживаю-

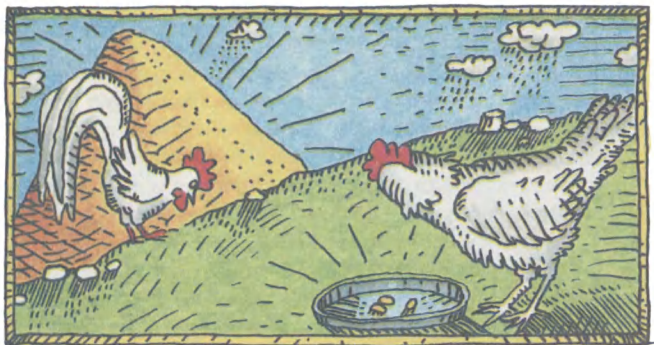
щим: это множество есть свой элемент только в том случае, когда оно не есть такой элемент.

Данное рассуждение опирается на допущение, что есть множество всех множеств, не являющихся собственными элементами. Полученное из этого допущения противоречие означает, что такое множество не может существовать. Но почему столь простое и ясное множество невозможно? В чем заключается различие между возможными и невозможными множествами?

На эти вопросы исследователи отвечают по-разному. Открытие парадокса Рассела и других парадоксов математической теории множеств привело к решительному пересмотру ее оснований. Оно послужило, в частности, стимулом для исключения из ее рассмотрения «слишком больших множеств», подобных множеству всех множеств, для ограничения правил оперирования с множествами и т. д. Несмотря на большое число предложенных к настоящему времени способов устранения парадоксов из теории множеств, полного согласия в вопросе о причинах их возникновения пока нет. Нет соответственно и единого, не вызывающего возражений способа предупреждать их появление.

Парадокс Санчо Пансы. Один старый, известный еще в Древней Греции парадокс обыгрывается в «Дон Кихоте» М. Сервантеса. Санчо Панса сделался губернатором острова Баратария и вершит суд. Первым к нему является какой-то приезжий и говорит:

«— Сеньор, некое поместье делится на две половины многоводной рекой... Так вот, через эту реку переброшен мост, и тут же с краю стоит виселица и находится нечто вроде суда, в коем обыкновенно заседает четверо судей, и судят они на основании закона, изданного владельцем реки, моста и всего поместья, каковой закон составлен таким образом: «Всякий,



проходящий по мосту через сию реку, долженствует объявить под присягою, куда и зачем он идет, и кто скажет правду, тех пропускать, а кто солжет, тех без всякого снисхождения отправлять на находящуюся тут же виселицу и казнить». С того времени, когда этот закон во всей своей строгости был обнародован, многие успели пройти через мост, и как скоро судьи удостоверились, что прохожие говорят правду, то пропускали их. Но вот однажды некий человек, приведенный к присяге, поклялся и сказал: он-де клянется, что пришел за тем, чтобы его вздернули вот на эту самую виселицу, и ни за чем другим. Клятва сия привела судей в недоумение, и они сказали: «Если позволить этому человеку беспрепятственно следовать дальше, то это будет означать, что он нарушил клятву и согласно закону повинен смерти; если же мы его повесим, то ведь он клялся, что пришел только за тем, чтобы его вздернули на эту виселицу, следственно, клятва его, выходит, не ложна, и на основании того же самого закона надлежит пропустить его». И вот я вас спрашиваю, сеньор губернатор, что делать судьям с этим человеком, ибо они до сих пор недоумевают и колеблются...»

Санчо предложил, пожалуй, не без хитрости: ту половину человека, которая сказала правду, пусть пропустят, а ту, которая соврала, пусть повесят, и таким образом правила перехода через мост будут соблюдены по всей форме. Этот отрывок интересен в нескольких отношениях.

Прежде всего, он является наглядной иллюстрацией того, что с описанным в парадоксе безвыходным положением вполне может столкнуться — и не в чистой теории, а на практике — если не реальный человек, то хотя бы литературный герой.

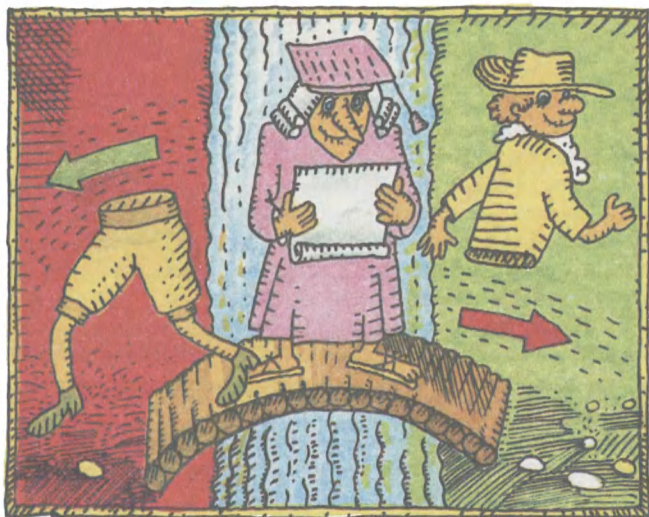
Выход, предложенный Санчо Пансой, не был, конечно, решением парадокса. Но это был как раз тот путь, к которому только и оставалось прибегнуть в его положении.

Когда-то Александр Македонский вместо того, что бы развязывать хитрый «гордиев узел», чего еще никому не удалось, просто разрубил его.

Подобным же образом поступил и Санчо. Пытаться решить головоломку на ее собственных условиях было бесполезно — она попросту неразрешима. Оставалось отбросить эти условия и ввести свое.

И еще один момент. Сервантес эпизодом суда явно осуждает непомерно формальный, пронизанный духом схоластической логики масштаб средневековой справедливости. Но какими распространенными в его время — а это было около четырехсот лет назад — были сведения из области логики! Не только самому Сервантесу известен данный парадокс. Писатель находит возможным приписать своему герою, безграмотному крестьянину, способность понять, что перед ним — неразрешимая задача!

Парадоксы и проблемы неточности. Приведенные парадоксы — это рассуждения, итог которых —



противоречие. Но в логике есть и другие типы парадоксов. Они также указывают на какие-то затруднения и проблемы, но делают это в менее резкой и бескомпромиссной форме. Такими являются, в частности, рассматриваемые далее парадоксы.

Большинство понятий не только естественного языка, но и языка науки являются неточными, или, как их еще называют, размытыми. Нередко это оказывается причиной непонимания и споров, а то и просто тупиковых ситуаций.

В случае неточного понятия граница области объектов, к которым оно приложимо, лишена резкости, размыта. Возьмем, к примеру, понятие «куча». Одно зерно (песчинка, камень и т. п.) — это еще не куча. Тысяча зерен — это уже, очевидно, куча. А три зерна? А десять? С прибавлением какого по счету зер-

на образуется куча? Не очень ясно. Точно так же, как не ясно, с изъятием какого зерна куча исчезает.

Неточными являются эмпирические характеристики, подобные «большой», «тяжелый», «узкий» и т. д. Неточны такие обычные понятия, как «мудрец», «лошадь», «дом» и т. п.

Нет песчинки, убрав которую мы могли бы сказать, что с ее устранением оставшееся уже нельзя называть домом. Но ведь это означает как будто, что ни в какой момент постепенной разборки дома — вплоть до полного его исчезновения — нет оснований заявить, что дома нет! Вывод явно парадоксальный и обескураживающий.

Нетрудно заметить, что рассуждение о невозможности образования кучи проводится с помощью хорошо известного метода математической индукции. Одно зерно не образует кучи. Если n зерен не образуют кучи, то $n+1$ зерно не образуют кучи. Следовательно, никакое число зерен не может образовать кучи.

Возможность этого и подобных ему «доказательств», приводящих к нелепым заключениям, означает, что принцип математической индукции имеет ограниченную область приложения. Он не должен применяться в рассуждениях с неточными, расплывчатыми понятиями.

Хорошим примером того, что эти понятия способны приводить к неразрешимым спорам, может служить любопытный судебный процесс, состоявшийся в 1927 г. в США. Скульптор К. Бранкузи обратился в суд с требованием признать свои работы произведениями искусства. В числе работ, отправляемых в Нью-Йорк на выставку, была и скульптура «Птица». Сейчас она считается «классикой абстрактного стиля». Она представляет собой модулированную колонну из полированной бронзы около полутора метров высоты, не имеющую никакого внешнего сходства с

птицей. Таможенники категорически отказались признать абстрактные творения Бранкузи художественными произведениями. Они провели их по графе «Металлическая бытовая утварь и предметы домашнего обихода» и наложили на них большую таможенную пошлину. Возмущенный Бранкузи подал в суд...

Таможню поддержали художники — члены Национальной академии, отстаивавшие традиционные приемы в искусстве. Они выступали на процессе свидетелями защиты и категорически настаивали на том, что попытка выдать «Птицу» за произведение искусства просто жульничество.

Этот конфликт рельефно подчеркивает трудность оперирования понятием «произведение искусства». Скульптура по традиции считается видом изобразительного искусства. Но степень подобия скульптурного изображения «оригиналу» может варьироваться в очень широких пределах. В какой момент скульптурное изображение, все более удаляющееся от «оригинала», перестает быть произведением искусства и становится «металлической утварью»? На этот вопрос так же трудно ответить, как на вопрос о том, где проходит граница между домом и его развалинами, между лошадью с хвостом и лошадью без хвоста и т. п. К слову сказать, модернисты вообще убеждены, что скульптура — это объект выразительной формы и она вовсе не обязана быть изображением.

Обращение с неточными понятиями требует, таким образом, известной осторожности. Не лучше ли тогда вообще отказаться от них?

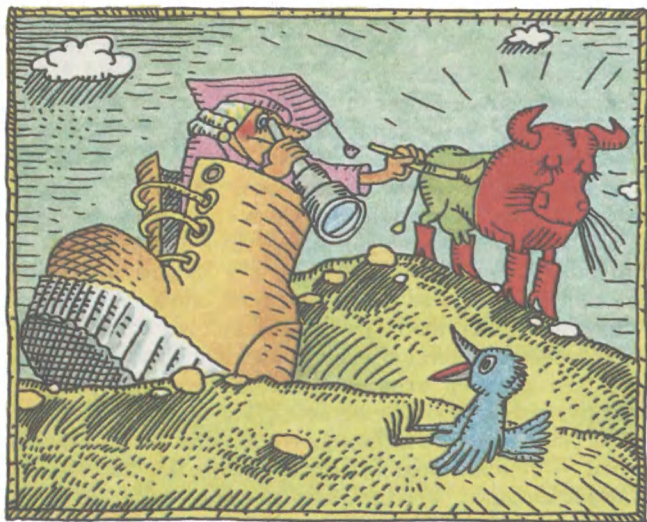
Немецкий философ Э. Гуссерль был склонен требовать от знания такой крайней строгости и точности, какая не встречается даже в математике. Биографы Гуссерля с иронией вспоминают в связи с этим случай, произошедший с ним в детстве. Ему был пода-

рен перочинный ножик, и, решив сделать лезвие предельно острым, он точил его до тех пор, пока от лезвия ничего не осталось.

Более точные понятия во многих ситуациях предпочтительнее неточных. Вполне оправдано обычное стремление к уточнению используемых понятий. Но оно должно, конечно, иметь свои пределы. Даже в языке науки значительная часть понятий неточна. И это связано не с субъективными и случайными ошибками отдельных ученых, а с самой природой научного познания. В естественном языке неточных понятий подавляющее большинство, это говорит, помимо всего прочего, о его гибкости и скрытой силе. Тот, кто требует от всех понятий предельной точности, рискует вообще остаться без языка. «Лишите слова всякой двусмысленности, всякой неопределенности, — писал французский эстетик Ж. Жубер, — превратите их... в однозначные цифры — из речи уйдет игра, а вместе с нею — красноречие и поэзия: все, что есть подвижного и изменчивого в привязанностях души, не сможет найти своего выражения. Но что я говорю: лишите... Скажу больше. Лишите слова всякой неточности — и вы лишитесь даже аксиом».

Долгое время и логики, и математики не обращали внимания на трудности, связанные с размытыми понятиями и соответствующими им множествами. Вопрос ставился так: понятия должны быть точными, а все расплывчатое недостойно серьезного интереса. В последние десятилетия эта чрезмерно строгая установка потеряла, однако, привлекательность. Построены логические теории, специально учитывающие своеобразие рассуждений с неточными понятиями. Активно развивается математическая теория так называемых размытых множеств, нечетко очерченных совокупностей объектов.

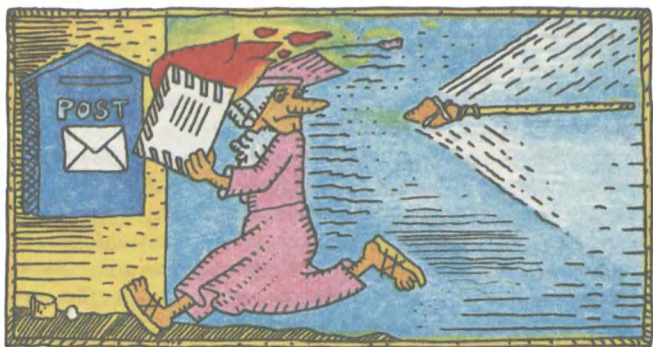
Анализ проблем неточности — это шаг на пути



сближения логики с практикой обычного мышления. И можно предполагать, что он принесет еще многие интересные результаты.

Еще парадоксы. Рассмотренные парадоксы — только ничтожная часть всех парадоксов, известных современной логике. Нет, пожалуй, такого ее раздела, в котором не было бы своих собственных парадоксов.

В индуктивной логике есть свои парадоксы, с которыми активно, но пока без особого успеха борются уже почти полвека. Особенно интересен парадокс подтверждения, открытый американским философом К. Гемпелем. Естественно считать, что общие положения, в частности научные законы, подтверждаются своими положительными примерами. Если рассматривается, скажем, высказывание «Все А есть В», то поло-



жительными его примерами будут объекты, обладающие свойствами А и В. В частности, подтверждающие примеры для высказывания «Все вороны черные» — это объекты, являющиеся и воронами, и черными. Данное высказывание равносильно, однако, высказыванию «Все предметы, не являющиеся черными, не вороны», и подтверждение последнего должно быть также подтверждением первого. Но «Все нечерное не ворона» подтверждается каждым случаем нечерного предмета, не являющегося вороной. Выходит, таким образом, что наблюдения «Корова белая», «Ботинки коричневые» и т. п. подтверждают высказывание «Все вороны черные».

Из невинных, казалось бы, посылок вытекает неожиданный парадоксальный результат.

В логике норм беспокойство вызывает целый ряд ее законов. Когда они формулируются в содержательных терминах, несоответствие их обычным представлениям о должном и запрещенном становится очевидным. Например, один из законов говорит, что из распоряжения «Отправьте письмо!» вытекает распоряжение «Отправьте письмо или сожгите его!».

Другой закон утверждает, что, если человек нарушил одну из своих обязанностей, он получает право делать все, что угодно. С такого рода «законами должностования» наша логическая интуиция никак не хочет мириться.

В уже упоминавшейся логике знания усиленно обсуждается парадокс логического всеведения. Он утверждает, что человек знает все логические следствия, вытекающие из принимаемых им положений. Например, если человеку известны пять постулатов геометрии Евклида, то, значит, он знает и всю эту геометрию, поскольку она вытекает из них. Но это не так. Человек может соглашаться с постулатами и вместе с тем не уметь доказать теорему Пифагора и потому сомневаться, что она вообще верна.

Будущее парадоксов. Никакого исчерпывающего перечня парадоксов не существует, да он и невозможен. Понятие парадокса не является настолько определенным, чтобы удалось составить список хотя бы уже известных парадоксов.

Долгое время парадоксы рассматривались как курьез, забавная ситуация, в которой ответы «да» и «нет» появляются одновременно, но которую в общем-то легко избежать при минимальной предосторожности. В современной логике отношение к парадоксам кардинально изменилось. Признано, что с ними связаны реальные проблемы. Наметилась даже новая крайность. Отдельными исследователями парадоксы истолковываются как препятствия, которые вряд ли удастся когда-нибудь преодолеть, как своего рода граница возможностей человеческого разума. «Никакие «интуитивно приемлемые» решения таких антиномий, как антиномия Рассела и парадокс лжеца, никогда не будут найдены, — заявляет логик Б. Мэйтс. — Это особенно относится к «лжецу», ко-

торый тщательно изучался в течение, по меньшей мере, 2400 лет, и хотя многие подходы к нему привели к ряду интересных и разнообразных результатов, мы едва ли преувеличим, если скажем, что прогресса в этом вопросе не достигнуто ни на йоту».

Этот новый скептицизм в отношении парадоксов так же мало обоснован, как и прежняя легкость в обращении с ними. Парадоксами ставятся проблемы, касающиеся самого фундамента логики. От них нельзя отмахнуться несколькими общими фразами, необходима основательная ревизия главных ее понятий. Нельзя сказать, что такая ревизия не идет или что она не приносит заметных результатов. Начавшись едва ли не с момента зарождения современной логики, она активно продолжается уже почти сто лет. Анализ парадоксов способствовал прояснению оснований логики и во многом определил ее сегодняшнее лицо. Что касается центральных логических антиномий, то логикой найдены достаточно эффективные способы их устранения. И пока не открыто ни одного парадокса, для которого не было бы найдено никакого решения.

Другое дело, что для наиболее важных парадоксов предложено большое число разных решений, ни одно из которых не является общепризнанным и не кажется окончательным. Но это вовсе не показатель слабости логики.

Есть «вечные», как их называют, проблемы, подобные проблеме причинности или вопросу о смысле человеческого существования. Они не являются, разумеется, неразрешимыми. Но каждая последующая эпоха решает их заново, по-своему, исходя из нового, более широкого круга знаний и собственного, более глубокого ощущения жизни.

Логические парадоксы, подобные «лжецу», — это своего рода «вечные» проблемы логики. В каждый

период своей истории она обращается к ним вновь и вновь и дает новые их решения, учитывающие прогресс, достигнутый в изучении мышления.

Следует также учитывать, что стремление избежать антиномий не является ни единственной, ни даже, пожалуй, главной задачей. Они представляют собой хотя и важный, но только повод для анализа основных понятий логики. «Антиномии логики, — пишет Г. фон Вригт, — озадачили с момента своего открытия и, вероятно, будут озадачивать нас всегда. Мы должны, я думаю, рассматривать их не столько как проблемы, ожидающие решения, сколько как неисчерпаемый сырой материал для размышления. Они важны, поскольку размышление над ними затрагивает наиболее фундаментальные вопросы всей логики, а значит, и всего мышления».

А. Пуанкаре как-то сказал, что нет решенных проблем, существуют только проблемы более или менее решенные. Вряд ли эта мысль справедлива в общем случае. Но она определенно верна в отношении проблем, поднимаемых логическими антиномиями. Такая антиномия при каждом своем переосмыслении намечает новую острую проблему, а значит, новую опасность. Но, как сказал Ф. Гёльдерлин:

Где опасность,
Там вырастает и спасительное...

Так обстоит дело с общелогическими парадоксами.

Проще предсказать судьбу локальных парадоксов, относящихся к частным понятиям логики. Такие парадоксы говорят о несоответствии существующих логических систем описываемым ими областям рассуждений. Нет сомнения, что дальнейшие исследования дадут более совершенные системы, уже не содержащие парадоксов. Это не будет, разумеется, означать, что в новых системах не обнаружатся со временем свои собственные парадоксы.

Процесс познания, как известно, бесконечен. Логика, каких бы успехов она ни добилась, никогда не опишет свой объект — реальное человеческое мышление — с исчерпывающей полнотой. Даваемая ею картина становится все более конкретной и точной, но она не сделается завершенной. Для парадоксов как одного из сигналов несовершенства и неполноты логической теории всегда останется место. Они будут лишь меняться, уступая место все новым и новым.

Так деревцо свои листы
Меняет каждую весною.

А. С. Пушкин

Некоторые итоги и перспективы. В истории логики, насчитывающей почти два с половиной тысячелетия, последние сто лет стоят особняком. Они были периодом наиболее интенсивного развития, необычайно богатого новыми идеями и результатами. На смену традиционной логике пришла современная логика, называемая также «математической» или «символической». Определение «математическая» подчеркивает сходство новой логики по используемым ею методам с математикой, определение «символическая» указывает на широкое употребление специально созданных для целей логического анализа искусственных, символических языков.

На первых порах современная логика ориентировалась почти всецело на математическое рассуждение. Эта связь с математикой была настолько тесной, что до сих пор в названии «математическая логика» прилагательное «математическая» иногда истолковывается как указывающее не только на своеобразие методов новой логики, но и на сам ее предмет. В сложившихся первых классических разделах математической логики многое было отражением определенного своеобразия математического рас-

суждения. Кроме того, связь по преимуществу с одной наукой, математикой, поддерживала иллюзию, будто логика движется только в силу внутренних импульсов и ее развитие совершенно не зависит от эволюции теоретического мышления и не является в каком-либо смысле отображением последней.

В 20-е гг. этого века предмет логических исследований существенно расширился. Начали складываться многозначная логика (предполагающая, что наши утверждения не только являются истинными или ложными, но и могут иметь и другие истинностные значения), модальная логика, рассматривающая понятия необходимости, возможности, случайности и т. п., теория логического следования, логика нормативного рассуждения и др. Все эти новые разделы не были непосредственно связаны с математикой, в сферу логического исследования вовлекались уже естественные и гуманитарные науки. Постепенно начала формироваться широкая концепция логики научного познания, занимающейся применением идей, методов и аппарата современной логики к анализу как математического, так и всякого иного знания.

И сейчас логика продолжает энергично расти вширь, на старом дереве появлялись все новые и новые ветви. Сложились и нашли интересные приложения логика времени, описывающая логические связи утверждений о прошлом и будущем, паранепротиворечивая логика, не позволяющая выводить из противоречий все, что угодно, логика знания и убеждений, изучающая понятия «доказуемо», «опровержимо», «неразрешимо», «убежден», «сомневается» и т. п., логика добра, имеющая дело с понятиями «хорошо», «плохо» и «безразлично», логика предпочтений, исследующая понятия «лучше», «хуже» и «равноценно», логика изменения, говорящая об изме-

нении и становлении нового, каузальная логика, изучающая утверждения о детерминизме и причинности, и др.

Экстенсивный рост логики, судя по всему, завершится не скоро. В настоящий момент можно выделить такие ее области:

базисная логика, в которую входят классическая логика, модальная логика, многозначная логика, новые теории логического следования;

металогика, исследующая сами логические теории, их внутреннюю структуру и связи с описываемой ими реальностью;

разделы математического направления, включающие теорию доказательства, теорию множеств, теорию функций, логику вероятностей, обоснование математики;

разделы, ориентированные на приложение в естественных и гуманитарных науках, такие, как индуктивная логика, изучающая проблематичные выводы, логические теории времени, причинности, норм, оценок, действия, решения и выбора и др.;

разделы, находящие применение при обсуждении определенных философских проблем: логика бытия, логика части и целого, логические теории вопросов, знания, убеждения, воображения, стремления и т. п.

Границы между этими областями не являются, конечно, четкими. Одни и те же ветви логики могут иметь одновременно отношение к философии и естествознанию, к математике и металогике и т. д.

Современная логика растет не только вширь, но и вглубь. Все прочнее утверждаются ее основы, совершенствуются методы, упрочиваются принципы. Большой резонанс вызвало, в частности, доказательство ряда «ограничительных теорем», устанавливающих пределы эффективного применения разрабатывае-

мых логикой методов. По-новому представляются теперь взаимные отношения математики и логики. Один из авторов идеи сведения первой из этих наук ко второй Б. Рассел писал: «...логика стала более математической, математика — более логической... В действительности они составляют одно». Однако замысел вывести математику из чистой логики без принятия дополнительных основных понятий или дополнительных допущений оказался утопичным. Особенно чувствительный удар нанес по нему К. Гёдель, показавший, что все системы формализованной арифметики существенно не полны: их средствами нельзя доказать некоторые содержательно истинные арифметические утверждения. Ошибочной оказалась и тенденция включать математическую логику в число математических дисциплин и видеть в ней только теорию математического доказательства. Развитие логики показало, что ее задачи гораздо шире. Она исследует основы всякого правильного рассуждения, и ее интересует связь между посылками и следствиями в любых областях рассуждения и познания.

Прояснение и углубление оснований логики сопровождалось пересмотром и уточнением ее центральных понятий. По-новому теперь истолковываются логическая форма, закон логики, доказательство, логическое следование и др.

В частности, к логической форме оказались отнесенными такие непривычные для прежней логики понятия, как «было», «есть» и «будет», «возникает», «сохраняется» и «исчезает», «делает» и «воздерживается» и т. д.

Законы логики когда-то представлялись абсолютными истинами, никак не связанными с нашим опытом. Уверенность в их непогрешимости подкреплялась длительным и, казалось бы, безотказным их использованием. Однако возникновение конкурирую-

щих логических теорий, отстаивающих разные множества законов, показало, что логика складывается в практике мышления и что она меняется с изменением этой практики. Логические законы — такие же продукты человеческого опыта, как и аксиомы евклидовой геометрии. Эти законы не являются непогрешимыми и зависят от области, к которой они прилагаются. К примеру, при рассуждении о бесконечных совокупностях объектов не всегда применимы закон исключенного третьего, принципы косвенного доказательства и др.; рассуждение о недостаточно определенных или изменяющихся со временем предметах требует также особой логики и т. д. Более того, на разных этапах развития научной теории находят применение разные множества логических законов. Так, в условиях формирующейся теории ограничена применимость законов, позволяющих выводить любые следствия из противоречий и отвергать положения, хотя бы одно следствие которых оказалось ложным (паранепротиворечивая и парафальсифицирующая логики). Обнаружилась, таким образом, «двойная гибкость» человеческой логики: она может изменяться не только в зависимости от области обсуждаемых объектов, но и в зависимости от уровня теоретического осмысления этой области.

Доказательство, и в особенности математическое, всегда было принято считать императивным и универсальным указанием, обязательным для любого непредубежденного ума. Прогресс логики показал, однако, что доказательства вовсе не обладают абсолютной, не зависящей от времени строгостью и являются только культурно опосредствованными средствами убеждения. Даже способы математической аргументации на деле историчны и социально обусловлены. В разных логических системах доказательствами считаются разные последовательности утвержде-

ний, и ни одно доказательство не является окончательным.

Существенно изменились и представления об отношении логики к человеческому мышлению и обычному языку. Согласно господствовавшей одно время точке зрения, правила логики представляют собой продукт произвольной конвенции, выбор их, как правил игры, ничем не ограничен. В силу этого все искусственные языки, имеющие ясную логическую структуру, равноправны, и ни один из них не лучше и не хуже другого. Это — так называемый принцип терпимости, отрывающий логику от обычного мышления и обычного языка. Разумеется, ни мышление, ни язык не копируют окружающий мир своей внутренней структурой. Но это не означает, что они никак с ним не связаны, и что логика — только своеобразная интеллектуальная игра, правила которой произвольны. Правила игры определяют способы обращения с вещами, правила логики — с символами. Искусственные языки логики имеют предметное, семантическое измерение, которого лишены игры. Нарушающий правила игры вступает в конфликт с соглашениями, нарушающий же правила логики находится в конфликте с истиной, стандарты которой не являются конвенциональными. Логика как инструмент познания связана в конечном счете с действительностью и своеобразно отражает ее. Это проявляется в обусловленности развития логики развитием человеческого познания, в историческом изменении логических форм, в успешности практики, опирающейся на логическое мышление.

Перемены, происшедшие в логике, низвели ее с заоблачных высот непогрешимой абстракции. Они приблизили логику к реальному мышлению и тем самым к человеческой деятельности, одной из разновидностей которой оно является. Это, несомненно, за-

метно усложнило современную логику, лишило ее прежней твердости и категоричности. Но этот же процесс насыщения реальным содержанием придал ей новый динамизм и открыл перед ней новые перспективы.

Заключение

Логика настолько богата, что о ней можно говорить бесконечно. Но для первого знакомства сказанного, пожалуй, достаточно. Как советовал Гораций:

Надо сегодня сказать лишь то, что уместно
сегодня,
Прочее все отложить и сказать в подходящее
время.

Хотелось бы только надеяться, что читатель, сделавший сейчас первые шаги в логике, не остановится на этом. Знание ее законов и правил — одно из ценных наших знаний. Оно делает ум максимально точным и ювелирно тонким в своем анализе. И нельзя упускать возможности углубить это знание и усовершенствовать его практическое применение.



*Александр Архипович
Ивин*

Строгий мир логики

НАУЧНО-ПОПУЛЯРНОЕ ИЗДАНИЕ

Содержание

К читателю

3

Кто мыслит логично

4

Законы логики

16

Убедительные доказательства

34

Архитектура доказательства

46

Несостоявшиеся доказательства

62

Самая знаменитая теорема логики

72

Классическое и неклассическое в логике

80

**Художник
М. М. Якушин**

**Заведующий редакцией
А. А. Чуба**

Редактор

Н. Н. Габисония

Мл. редактор

Е. Б. Крышкина

Художественный редактор

И. И. Беляева

Технический редактор

Е. А. Ревич

Корректор

М. А. Суворова

ИБ № 1086 Сдано в набор
21.07.87. Подписано в печать
11.01.88. Формат 70×
×100¹/₃₂. Бумага офсет-
ная № 1. Печать офсетная.
Гарнитура школьная. Усл.
печ. л. 5,2. Уч.-изд. л. 5,33.
Усл. кр.-отт. 21,28. Тираж
150 000 экз. Заказ 1335.
Цена 35 коп.

Издательство «Педагогика»
Академии педагогических
наук СССР и Государствен-
ного комитета СССР по де-
лам издательств, полигра-
фии и книжной торговли.
107847, Москва, Лефортов-
ский пер., 8. Ордена Трудо-
вого Красного Знамени Ка-
лининский полиграфиче-
ский комбинат Союзполи-
графпрома при Государст-
венном комитете СССР по де-
лам издательств, полигра-
фии и книжной торговли.
170024, г. Калинин, пр. Ле-
нина, 5.

Парадоксы и проблемы

102

Заключение

127



35 коп.

Читайте
следующую
книгу
библиотечки

«Ученые —
школьнику»!

●
За последние 15 лет роботы приобрели промышленное значение. И все же, несмотря на существенный прогресс, человечество стоит лишь на пороге использования этого великолепного достижения научно-технической революции.

●
В предстоящие десятилетия в еще большей степени возрастет роль робототехники, технологических процессов и автоматизации производства.

●
Специалисты считают, что в конце 80-х — начале 90-х гг. промышленная робототехника на основе микроэлектроники станет решающим фактором в области роста производства и высвобождения рабочих рук.

●
Обо всем этом и многом другом вы узнаете, прочитав книгу ученых ГДР Н. Зейдевиц и Р. Геттнера «Роботы сегодня и завтра».



ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ПЕДАГОГИКА»